



HABILIDAD VERBAL

TEXTOS MIXTOS

SECCIÓN A

1. TABLA

Tabla 1			
<i>Perros por encima de la media en inteligencia por raza y género.</i>			
Raza	Machos	Hembras	%
Duchshund	123	234	17,6
Terrier	456	567	31,1
Siberian Husky ^a	789	891	51,3
Total (N=3060)	1368	1692	
Nota. Puntuación media=150. Ningún animal sufrió durante las pruebas.			
^a Tres huskies (un macho y dos hembras) escaparon antes de finalizar las pruebas y por lo tanto no incluyen en la tabla.			

Una tabla es una representación estructurada de datos en filas y columnas, que permite organizar información de manera sistemática y facilitar la comparación, análisis y lectura precisa de los datos. Según Tufte (2001) en *The Visual Display of Quantitative Information*, las tablas son ideales para información exacta y detallada, en el que el lector necesita consultar valores concretos.

Funciones principales:

- Organizar datos complejos de forma clara.
- Permitir la comparación directa entre diferentes categorías.
- Facilitar la búsqueda específica de información sin interpretar tendencias.

Características:

- Columnas y filas claramente etiquetadas
- Unidad de medida especificada
- Orden lógico (temporal, jerárquico o cuantitativo)
- Posibilidad de incluir notas aclaratorias

TEXTO 1

El oro se ha consolidado como un **refugio** financiero ante la incertidumbre global, impulsado por la debilidad del dólar y las tensiones comerciales entre Estados Unidos y China. Su precio histórico, que superó los 3400 dólares por onza, refleja cómo los inversores buscan proteger sus activos frente a la volatilidad del mercado, reafirmando al metal como un recurso seguro y estratégico en contextos económicos inestables.

Perú, como uno de los principales productores mundiales, ha experimentado un notable aumento en sus exportaciones de oro. En enero de 2025, las ventas alcanzaron 1475 millones de dólares, un crecimiento del 44,4 % respecto del mismo mes del año anterior, debido al alza de los precios y al aumento de los volúmenes exportados. En 2024, el oro se consolidó como el segundo producto más exportado del país, con 12 688 millones de dólares, evidenciando su relevancia dentro del comercio internacional y su impacto en la economía nacional.

A pesar del crecimiento en valor de las exportaciones, la producción física de oro ha disminuido, con 7,8 millones de gramos finos en febrero de 2025, un 15,7 % menos que en el mismo mes del año anterior. Esta producción está concentrada principalmente en las regiones de La Libertad, Arequipa y Cajamarca, y liderada por empresas como Minera Yanacocha S.R.L., Compañía Minera Poderosa S.A. y Consorcio Minero Horizonte S.R.L. Este panorama muestra que, aunque se produce menos oro, **los precios internacionales elevados, la demanda global sostenida y la concentración productiva permiten que Perú mantenga una posición estratégica en el mercado mundial**, lo que consolida al oro como un recurso económico vital y atractivo para los inversores.

Salazar, E. (2025, 21 de abril). El oro rompe todos sus límites. *Infobae*. <https://www.infobae.com/peru/2025/04/21/el-oro-rompe-todos-sus-limites-y-supera-la-barrera-psicologica-de-los-3400-dolares-por-onza-cuanto-esta-exportando-cada-mes-el-peru/>

Mineral	Valor (US\$)	Crecimiento (%)	Participación (%)
Cobre	6540 millones	21,8 %	31,5 %
Oro	4737 millones	52,4 %	22,8 %
Zinc	639 millones	33,8 %	3,1 %
Plomo	489 millones	−0,6 %	2,4 %
Molibdeno	419 millones	21,4 %	2,0 %
Hierro	373 millones	−30,0 %	1,8 %
Estaño	250 millones	46,5 %	1,2%
Plata refinada	36 millones	31,2 %	0,2 %

Cuadros, A. (2025, 17 de junio). Oro, plata y cobre impulsan ventas de la minería peruana al extranjero en 2025. *La República*. https://larepublica.pe/economia/2025/06/17/oro-plata-y-cobre-impulsan-ventas-de-la-mineria-peruana-al-extranjero-en-2025-segun-el-ministerio-de-energia-y-minas-atmp-1085365?utm_source=chatgpt.com

1. En esencia, el texto versa sobre

- A) las divisas del oro, que permiten al Perú aumentar su influencia financiera y política a nivel internacional.
- B) la importancia del oro para la economía peruana y su relevancia en los mercados internacionales.
- C) la evolución de la producción de oro en Perú y sus implicancias para el abastecimiento interno.
- D) los efectos de los precios internacionales del oro en la inversión en el mundo y los fondos respaldados.
- E) la participación de las principales regiones y empresas mineras en la producción nacional de oro.

Solución:

El texto se centra en el rol económico del oro para Perú y su posición en el comercio mundial.

Rpta.: B

2. En consonancia con el texto, el vocablo REFUGIO se interpreta como

- A) depósito. B) almacén. C) zona. D) inversión. E) amistad.

Solución:

En el texto, “refugio financiero” indica que el oro sirve como inversión segura frente a la incertidumbre económica.

Rpta.: D

3. Considerando la tabla de exportaciones de minerales peruanos, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es incompatible?

- A) El oro presentó un crecimiento del 52,4 % en valor de exportación.
- B) El cobre representa el 31,5 % de la participación total de exportaciones.
- C) La plata refinada generó más ingresos que el zinc en exportaciones.
- D) El hierro registró una disminución del 30% en el valor de exportación.
- E) La producción de estaño subió su valor de exportación en un 46,5 %.

Solución:

La tabla muestra que las exportaciones de zinc (639 millones US\$) superan a las de plata refinada (36 millones US\$), por lo que la afirmación es contradictoria con la información de la tabla.

Rpta.: C

4. Del análisis del texto sobre el oro peruano, se puede inferir que

- A) el Perú mantiene su producción de oro constante cada año sin importar los precios internacionales e internos.
- B) el aumento en el precio del oro podría incentivar a las empresas mineras a mejorar eficiencia y tecnología.
- C) el mineral oro ya no es considerado un recurso tan valioso por los inversores debido a su gran volatilidad.
- D) todas las regiones productoras de oro en Perú tienen la misma participación en el procesamiento total.
- E) el Gobierno peruano detalla a diario el precio del oro al público y lo compara con sus reservas en el BCR.

Solución:

Aunque el texto no lo dice de manera literal, se puede inferir que un precio alto y sostenido del oro fomenta inversión en eficiencia y tecnología en las empresas mineras. Las demás opciones son literales o falsas según la información del texto y no constituyen inferencias válidas.

Rpta.: B

5. Si el precio internacional del oro continuara aumentando en los próximos meses, entonces,
- A) algunas regiones productoras recibirían menor inversión por cambios en la rentabilidad de minas pequeñas.
 - B) la economía peruana atraería más inversión y consolidar su presencia en los mercados internacionales.
 - C) las empresas mineras priorizarían la producción en zonas más rentables, al ajustar sus operaciones regionales.
 - D) el oro podría mantener o aumentar su atractivo como refugio frente a la incertidumbre económica.
 - E) los precios de diferentes metales se verían influenciados parcialmente por el comportamiento del oro.

Solución:

Un aumento sostenido del precio del oro genera mayores ingresos y atrae inversión hacia Perú, fortaleciendo su posición en los mercados internacionales. Las demás opciones son plausibles, pero no representan la consecuencia principal destacada en el texto.

Rpta.: B**2. CUADRO**

	Ética	Moral
Semejanzas	* Etimología semejante (<i>Ethos</i>=“costumbre”) * Reglamenta la conducta a partir de lo correcto o incorrecto.	* Etimología semejante (<i>Mores</i>=“costumbre”) * Reglamenta la conducta a partir de lo bueno o malo
Diferencias	* Es autónoma, depende del individuo * Es posterior históricamente, pues surge como reflexión sobre la moral * Se ejerce conscientemente	* Es heterónoma, la impone la sociedad * Es anterior históricamente, pues surge como mandato religioso * Se ejerce inconscientemente

Un cuadro es una representación resumida de información textual o conceptual, que organiza ideas, categorías o criterios de manera comparativa. A diferencia de la tabla, el cuadro no necesariamente muestra datos numéricos, sino que sistematiza información cualitativa. Según García & Martínez (2018), los cuadros son instrumentos de síntesis que permiten comparar conceptos, características o procesos de manera visual y rápida.

Funciones principales:

- Resumir información extensa en un formato claro.
- Comparar y contrastar conceptos, categorías o procesos.
- Facilitar la comprensión de relaciones o jerarquías.

Características:

- Uso de encabezados claros para cada categoría
- Información organizada de manera comparativa o jerárquica
- Puede incluir notas explicativas o referencias a la fuente

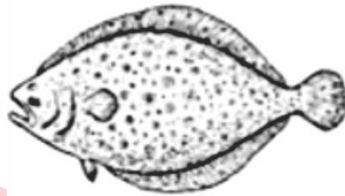
TEXTO 2

Los peces pueden clasificarse, de manera general, en peces planos y peces redondos, categorías que se distinguen principalmente por su forma corporal, la posición de los ojos y ciertas características anatómicas. Los peces planos presentan un cuerpo aplanado y asimétrico, lo que les permite permanecer apoyados sobre el fondo marino. Una de sus características más llamativas es que ambos ojos se encuentran ubicados en el mismo lado de la cabeza, adaptación que les facilita observar el entorno mientras permanecen recostados sobre la arena o el sedimento. Por el contrario, los peces redondos poseen un cuerpo más ovalado o cilíndrico y simétrico, y cada ojo se sitúa en un lado distinto de la cabeza, lo que les permite mantener una visión lateral mientras nadan en el agua.

Estas diferencias anatómicas también se relacionan con el modo de vida de cada tipo de pez. Los peces planos suelen habitar en el fondo del mar, donde se desplazan lentamente o permanecen parcialmente enterrados para protegerse de los depredadores o capturar presas. En cambio, los peces redondos no se limitan a un único tipo de hábitat. Debido a la gran diversidad de especies que incluye este grupo, pueden encontrarse en distintos ambientes acuáticos: algunos viven en aguas **abiertas**, otros se desplazan cerca del fondo marino y muchos habitan en zonas costeras o incluso en ríos y lagos. Por esta razón, la categoría de peces redondos es muy amplia y reúne especies con modos de vida variados.

Además de estas diferencias morfológicas y ecológicas, las características de ambos tipos de peces también influyen en su aprovechamiento alimentario. La carne de los peces planos suele ser más suave y delicada, mientras que la de los peces redondos tiende a ser más firme y compacta. Sin embargo, ambos constituyen fuentes importantes de proteínas, ácidos grasos omega-3 y diversas vitaminas y minerales esenciales para el organismo.

Bravo, A. (2023). Pescados planos y redondos: Diferencias y características. *Estudiar Cocina*.
https://estudiarcocina.com/formacion-en-gastronomia/pescados-planos-y-redondos-diferencias-y-caracteristicas/?utm_source=chatgpt.com

	PECES PLANOS	PECES REDONDOS
HÁBITAT	Viven acostados en los fondos arenosos de todos los mares del mundo.	Viven sobre o cerca de los fondos marinos, en los que suelen enterrarse.
CARACTERÍSTICAS SIMILARES	Espinazo plano de cabeza a cola.	Espinazo plano de cabeza a cola.
DIFERENCIAS	Estos peces son exclusivos de agua salada.	Este tipo de peces se pueden pescar tanto en agua salada, como en agua dulce.
EJEMPLOS	Platija, el lenguado, el rodaballo, el rémol, la raya.	Trucha, lubina, asalmónada.
IMAGEN		

Fuente: <https://www.studocu.com/es-mx/document/universidad-del-valle-de-mexico/manejo-y-coccion-de-pescados-y-mariscos/cuadro-comparativo-ly/51774127>

1. Esencialmente, el texto versa sobre

- A) la jerarquización de los peces planos y redondos en sus hábitats.
- B) la recomendación culinaria con pescados planos y redondos.
- C) los rasgos y sus contrastes entre los peces planos y redondos.
- D) los peces planos y redondos: la asimetría y sus características.
- E) la morfología peculiar de los diversos peces planos y redondos.

Solución:

El texto, en esencia, caracteriza y opone aspectos de ambos peces.

Rpta.: C

2. El término ABIERTAS supone la noción de

- A) biodiversidad.
- B) temperatura.
- C) salinidad.
- D) potabilidad.
- E) vastedad.

Solución:

El vocablo ABIERTAS refiere a la extensión de ahí que la idea de vastedad expresa el sentido.

Rpta.: E

3. En conformidad con el cuadro, es compatible sostener que la nota discriminativa entre ambos peces es

- A) la estética corporal.
- B) la columna vertebral.
- C) el agua dulce.
- D) el crecimiento lento.
- E) el ambiente acuícola.

Solución:

Observando el cuadro, notamos que lo que los distingue es el agua dulce, puesto que el mar es lo común a ambas especies de peces.

Rpta.: C

4. Se colige de la información proporcionada por el autor que

- A) la tipificación de los peces plano y redondos es polémica.
- B) un *gourmet* preferiría un platillo hecho de pescado redondo.
- C) ambos peces favorecen la nutrición sana con omega-3.
- D) es plausible que el lenguado esté dotado de camuflaje.
- E) el hábitat de los peces planos es de rasgo omnívoro.

Solución:

Si el lenguado como pez plano está parcialmente enterrado tanto para protegerse como para alimentarse es porque posee un mecanismo que lo confunda con el fondo del mar; a saber, un camuflaje.

Rpta.: D

5. Si la evolución y el hábitat no hubieran determinado anatómicamente al lenguado,

- A) se extinguirían irremediablemente la totalidad de peces planos.
- B) la inexistencia de los peces redondos sería una realidad.
- C) de ningún modo se habría constituido en un pez simétrico.
- D) plausiblemente, no evidenciaría una morfología teratogénica.
- E) directamente, habría evolucionado sin opciones en un anfibio.

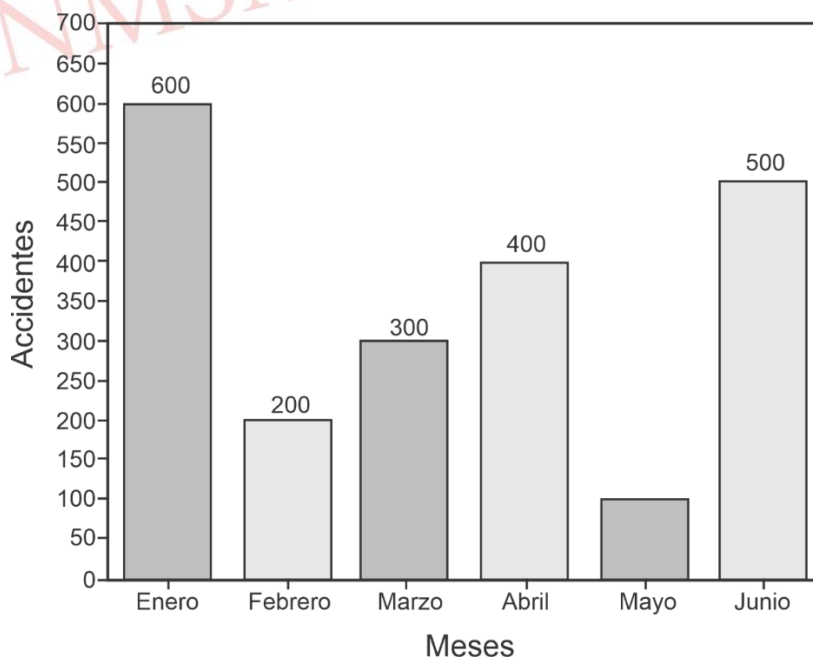
Solución:

El aspecto asimétrico de cuerpo del lenguado con los dos ojos en un solo lado sugiere un cuerpo deforme; es decir, teratogénico. Esto se debe a su adaptación como proceso evolutivo.

Rpta.: D

3. **GRÁFICO**

Gráfico de Barras



Un gráfico es una representación visual de información cuantitativa, mediante elementos gráficos como barras, líneas, sectores o puntos, diseñada para resaltar patrones, tendencias y relaciones en los datos. Tufte (2001) y Few (2009) destacan que los gráficos son esenciales para comunicar resultados de manera intuitiva, ya que transforman números en información visualmente interpretable.

Funciones principales:

- Mostrar tendencias y cambios en el tiempo.
- Comparar cantidades entre categorías de manera rápida.
- Facilitar la interpretación visual de patrones complejos.

Características:

- Ejes claramente etiquetados
- Escalas proporcionales y precisas
- Título explicativo y fuente de los datos
- Elementos visuales (colores, líneas, barras) que diferencien claramente categorías

TEXTO 3

El arándano peruano, un fruto pequeño y de color intenso, se ha convertido en un ejemplo destacado de éxito en la agroexportación del país. En menos de dos décadas, Perú pasó de no figurar en el comercio mundial de arándanos a convertirse en su principal exportador al alcanzar, en 2024, un valor de 2290 millones de dólares, lo que representó un crecimiento del 37 % respecto del año anterior. A comienzos de la década del 2000, este cultivo era casi inexistente y considerado un producto **exótico**, destinado a nichos de mercado en Europa y Estados Unidos. Sin embargo, la combinación de suelos fértiles, condiciones climáticas favorables y disponibilidad de agua posicionó al país como un escenario ideal para la producción de arándanos, cuyos primeros resultados experimentales mostraron frutos de sabor, textura y vida útil excepcionales, características muy apreciadas por los mercados internacionales.

El verdadero impulso de la agroexportación se dio a partir de 2010, cuando los productores peruanos invirtieron en tecnología, investigación genética y mejores prácticas agrícolas, acompañados de la apertura de mercados clave gracias a tratados de libre comercio con Estados Unidos, Europa y China. Regiones como La Libertad y Lambayeque se consolidaron como los principales centros de cultivo, lo que generó empleo y dinamizó la economía local. Durante este período, Estados Unidos se mantuvo como el principal destino de exportación, mientras que los Países Bajos se consolidaron como centro de distribución europeo y Hong Kong registró el mayor crecimiento porcentual, evidenciando un creciente interés asiático en el producto.

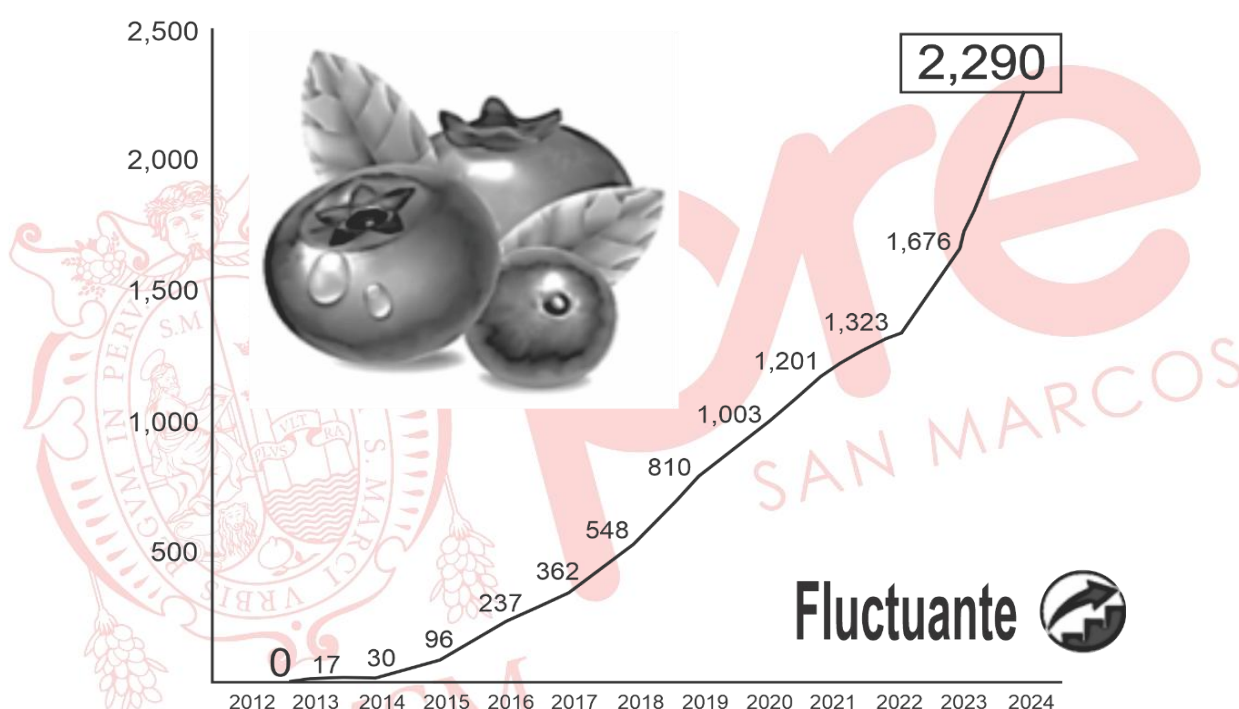
A pesar de estos logros, la industria del arándano peruano enfrenta desafíos relacionados con la sostenibilidad del agua, el cambio climático y la competencia internacional. No obstante, Perú conserva una ventaja competitiva significativa: la capacidad de producir arándanos durante todo el año gracias a su ubicación geográfica privilegiada. La Libertad lidera la producción nacional con más de la mitad de las exportaciones, seguida de Lambayeque e Ica, regiones que combinan innovación agrícola e infraestructura avanzada. Esta historia demuestra cómo un fruto exótico puede transformarse en un motor económico y posicionar al país en el mapa global de la agroexportación.

ARÁNDANOS PERUANOS

de 0 a más de 2,000 millones de USD

En **2024** las exportaciones de arándanos frescos peruanos alcanzaron la suma de **2,290 millones de dólares**, un **incremento del 37 %** respecto al año anterior.

Unidad: Millones de USD



Fuente: Trade Map|Fluctuante

Fluctuante (2025, 7 de febrero). Arándano peruano de 0 a más de 2000 millones de USD.
<https://fluctuante.lat/agroexportaciones-peruanas/2025/02/07/arandano-peruano-de-0-a-mas-de-2000-millones-de-dolares-en-exportaciones/>

1. El texto versa centralmente en torno

- A) al crecimiento y la demanda nacional y regional de las diversas clases de arándanos peruanos.
- B) al desarrollo y consolidación del arándano peruano como éxito de la agroexportación.
- C) a la introducción y expansión del arándano peruano en diferentes regiones norteñas del país.
- D) a la historia del cultivo y los inicios exitosos del cultivo y producción del arándano en Perú.
- E) a la importancia económica de los arándanos peruanos en todos los mercados internacionales.

Solución:

El enfoque central del texto refiere cómo el Perú se consolidó como principal exportador de arándanos y el impacto económico de este logro.

Rpta.: B

- 2.** De conformidad con el contenido textual, el término EXÓTICO se entiende como

- A) exportado. B) extranjero. C) fértil.
D) costoso. E) singular.

Solución:

El texto utiliza “exótico” para señalar que el arándano era un producto poco común y destinado a nichos de mercado internacionales.

Rpta.: E

3. Según el gráfico, ¿cuál fue el comportamiento general de las exportaciones de arándanos peruanos entre 2012 y 2024?

- A) La cantidad de envíos aumentó de manera constante en los primeros años y luego se estabilizó hasta 2024.
- B) La demanda tuvo ligeras variaciones en el tiempo, mostrando una tendencia irregular sin crecimiento claro.
- C) La producción creció gradualmente al inicio y presentó una disminución moderada después de 2020.
- D) El valor de las exportaciones creció de forma sostenida, con incrementos más acelerados a partir de 2018.
- E) La distribución se mantuvo relativamente baja hasta 2023 y luego registró un aumento continuo hasta 2024.

Solución:

La opción A es correcta porque la gráfica muestra un crecimiento sostenido del valor de las exportaciones, con aumentos notables desde 2018 hasta alcanzar 2,290 millones de dólares en 2024.

Rpta.: D

4. ¿Cuál es la afirmación que no se condice con lo desarrollado en el texto?

- A) La Libertad lidera la producción de arándanos, aportando más de la mitad de las exportaciones nacionales.
- B) Hong Kong mostró el mayor crecimiento porcentual entre los principales mercados internacionales.
- C) Perú comenzó a exportar grandes cantidades de arándanos desde principios de la década del 2000.
- D) Los productores peruanos invirtieron en tecnología y mejoras genéticas a partir del año 2010.
- E) Estados Unidos se mantiene como el principal destino de las exportaciones de arándano peruano.

Solución:

A inicios de la década del 2000, las exportaciones eran experimentales y pequeñas, no “grandes cantidades”.

Rpta.: C

5. Si el Perú perdiera su capacidad productiva de arándanos durante todo el año debido a cambios climáticos extremos,
- A) la demanda internacional se mantendría de modo estable, sin verse afectada por la disponibilidad de ese producto.
 - B) la competitividad internacional disminuiría y los mercados extranjeros podrían buscar proveedores alternativos.
 - C) las regiones exportadoras intentarían aumentar la producción sin garantizar continuidad firme durante todo el año.
 - D) los principales mercados seguirían recibiendo arándanos sin cambios significativos en el volumen exportado.
 - E) el crecimiento del sector agroexportador continuaría impulsado únicamente debido a la reputación del arándano.

Solución:

El texto destaca que producir arándanos durante todo el año es una ventaja competitiva crucial. Sin esa capacidad, Perú podría perder posicionamiento frente a otros países y mercados internacionales.

Rpta.: B

SECCIÓN B

TEXTO 4

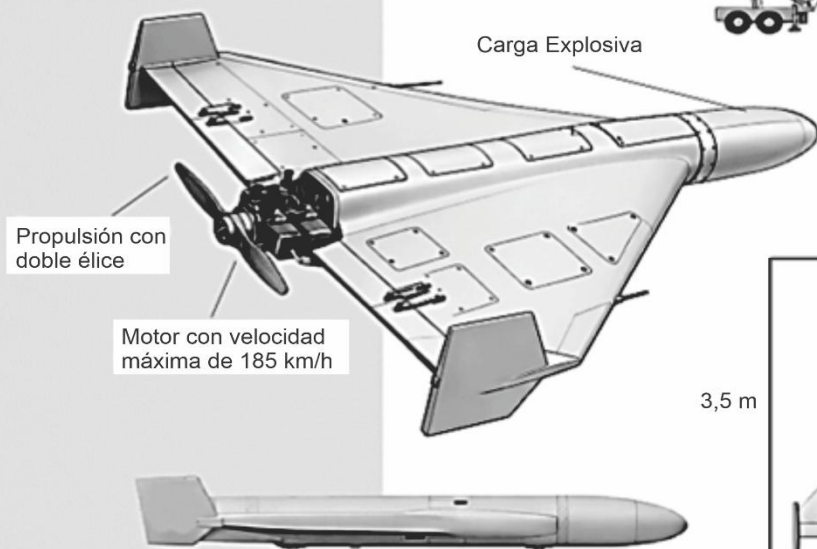
La guerra en Ucrania ha puesto de relieve el uso de los drones Shahed-136 por parte de Rusia, vendidos por Irán al Kremlin. Estos drones kamikaze, de fabricación sencilla y económica, están diseñados para destruir tanto el objetivo como el propio dispositivo. Miden 3,5 metros de largo, tienen una envergadura de 2,5 metros, alcanzan velocidades superiores a 185 km/h, transportan hasta 40 kilos de explosivos y pueden **cubrir** entre 1800 y 2500 kilómetros, lo que los convierte en armas letales de largo alcance.

Su diseño simple y motor básico permiten que sean difíciles de detectar por radares y sistemas de defensa aérea, y al mismo tiempo puedan producirse en grandes cantidades. Esta combinación de bajo costo, facilidad de producción y vuelo a baja altura facilita su empleo en ataques masivos destinados a saturar las defensas enemigas, obligando al adversario a gastar recursos y munición. La estrategia busca desgastar la capacidad militar y logística del enemigo mediante ataques repetidos y sostenidos en el tiempo, demostrando cómo un diseño modesto puede tener un efecto estratégico significativo.

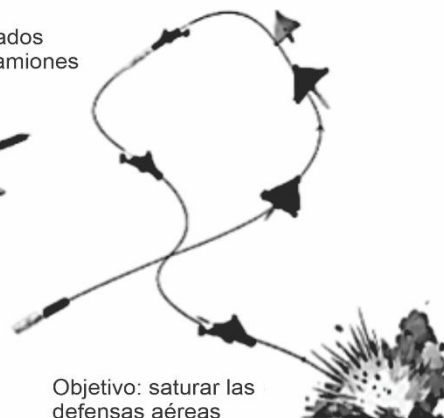
Presentado en diciembre de 2021, el Shahed-136 es descrito como «ingenioso en su simplicidad» debido a su fuselaje de fibra de carbono y panal, su motor de 50 caballos derivados de modelos civiles y su sistema de navegación económico pero efectivo. Su costo estimado es de unos 40 000 dólares, lo que lo hace accesible y eficiente al mismo tiempo. En conjunto, el dron Shahed-136 evidencia cómo la innovación militar puede combinar sencillez, bajo costo y efectividad estratégica, consolidándose como un recurso clave en la dinámica bélica moderna.

Shahed 136

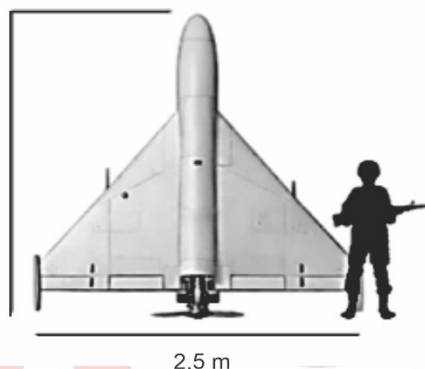
Peso: 200 kg
Alcance 2,000 km
Programados mediante GPS



Los drones son disparados en lotes de 5, desde camiones convencionales



3,5 m



2,5 m

Ardila, N. (2026, 9 de marzo). Los drones Shahed 136 iraníes de precisión «casi asombrosa». *El Independiente*. <https://www.elindependiente.com/economia/2026/03/09/drones-shahed-136-iranies-precision-casi-asombrosa-pueden-ser-fabricados-con-facilidad-por-cualquier-aficionado-bricolaje/>

1. En cuanto al texto mixto, la idea principal sostiene que el Shahed-136 es un dron
- A) complejo, costoso y especializado, usado para reconocimiento.
 - B) pesado, caro y diseñado para transportar explosivos grandes.
 - C) sencillo, económico y estratégico, usado en ataques masivos.
 - D) avanzado, costoso y producido para empleos civiles recreativos.
 - E) sofisticado, caro y equipado para evadir los sistemas de radar.

Solución:

El texto y la imagen muestran que el Shahed-136 combina simplicidad, bajo costo y función estratégica en ataques masivos.

Rpta.: C

2. El término CUBRIR expresa la idea de
- A) saturar las defensas del enemigo con ataques múltiples.
 - B) proteger al dron de varios ataques antiaéreos enemigos.
 - C) servir únicamente para misiones de reconocimiento.
 - D) volar a gran altura para observar las áreas más amplias.
 - E) recorrer o alcanzar una cierta distancia durante el vuelo.

Solución:

El texto emplea “cubrir” para indicar el alcance del dron, es decir, la distancia que puede recorrer durante su vuelo.

Rpta.: E

3. De acuerdo con el texto, una afirmación inconsistente con la imagen del dron Shahed-136 es que

- A) tiene una envergadura de 2,5 metros y un fuselaje largo.
- B) vuela a menor altura y transporta cargas explosivas.
- C) tiene un fuselaje largo y puede transportar 40 kilos.
- D) se diseñó como una aeronave para ser tripulada.
- E) suele planear a baja altura y posee un fuselaje largo.

Solución:

El Shahed-136 es no tripulado.

Rpta.: D

4. En línea con el texto, se puede colegir sobre el uso estratégico del dron Shahed-136 que

- A) se usa principalmente para misiones de reconocimiento en zonas seguras.
- B) su objetivo es poder transportar cargas de gran tamaño a bajas distancias.
- C) se emplea en ataques para desgastar al enemigo de modo prolongado.
- D) se lanza ocasionalmente en combates sin afectar la logística del enemigo.
- E) su función principal es vigilar los movimientos del enemigo sin atacarlo.

Solución:

El texto y la imagen muestran que los drones se usan intensivamente para saturar defensas y debilitar al enemigo, implicando un desgaste prolongado.

Rpta.: C

5. Si Rusia continuase empleando drones Shahed-136 en grandes cantidades,

- A) los drones dejarían de funcionar por su motor simple y bajo costo.
- B) los drones serían usados solo para vigilancia, sin impacto militar.
- C) los drones aumentarían su peso y perderían capacidad de vuelo.
- D) las defensas enemigas podrían agotarse ante ataques repetidos.
- E) las cargas explosivas de los drones se reducirían automáticamente.

Solución:

Se extrapola la estrategia descrita en el texto: al usar los drones masivamente, el enemigo podría gastar recursos y debilitarse.

Rpta.: D

TEXTO 5

En 2020, 1,27 millones de muertes se atribuyeron directamente a esta causa en todo el mundo. Como muestra el siguiente gráfico, las infecciones resistentes a los antimicrobianos, que comprenden a antibióticos, antivirales, antifúngicos y antiparasitarios, podrían matar hasta 10 millones de personas en solo tres décadas, al mismo nivel que el número de muertes por cáncer en 2020.

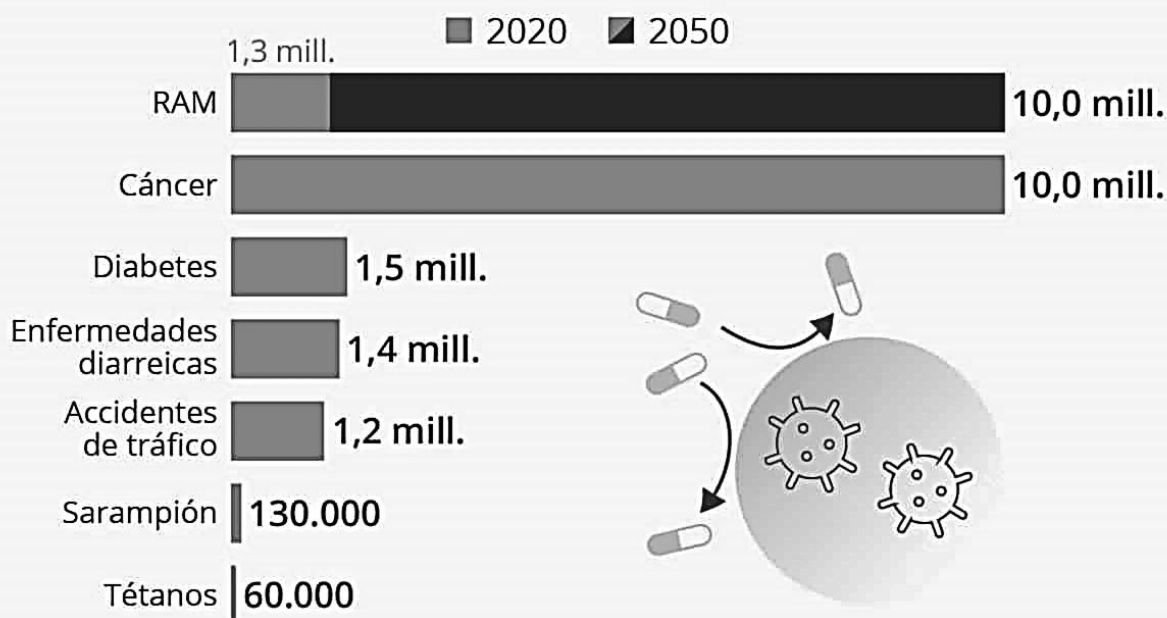
La RAM (o farmacorresistencia) se produce cuando los microorganismos (sean bacterias, virus, hongos o parásitos) sufren cambios que hacen que los medicamentos que se usan para curar las infecciones dejen de ser eficaces.

Por regiones, se prevé que Asia registre el mayor número de muertes relacionadas con la RAM por cada 10 000 habitantes en 2050 (4,73 millones), seguida de África (4,15 millones), América Latina (392 000), Europa (390 000), América del Norte (317 000) y Oceanía (22 000).

Según el informe, la RAM también «**exacerba** las desigualdades dentro de las sociedades», por lo que las mujeres, los niños, los inmigrantes, los refugiados, las personas empleadas en sectores como la agricultura o la sanidad y quienes viven en la pobreza serán especialmente vulnerables a las infecciones farmacorresistentes.

¿Estamos preparados para las superbacterias?

Cantidad de muertes mundiales por infecciones a causa de resistencia a antimicrobianos* (RAM) vs. otras causas



* Antibióticos, antivirales, antifúngicos y antiparasitarios.

Fuente: Programa de las Naciones Unidas para el Medio Ambiente (PNUMA)



statista

Melo, F. (2023, 26 de junio). ¿Estamos preparados para las superbacterias? *Diario Abierto*.
<https://www.diarioabierto.es/664383/estamos-preparados-para-las-superbacterias>

1. ¿Cuál es el tema central del texto?

- A) Las muertes causadas por diferentes enfermedades en el mundo
- B) La resistencia a antimicrobianos y su impacto en la salud global
- C) Las regiones con más víctimas por las enfermedades infecciosas
- D) Las desigualdades sociales relacionadas con la pobreza y la salud
- E) Los medicamentos antimicrobianos usados en agricultura y sanidad

Solución:

La idea principal del texto se centra en la resistencia a los antimicrobianos (RAM) y su creciente amenaza para la salud global, incluyendo su potencial para causar millones de muertes y aumentar las desigualdades sociales.

Rpta.: B

2. En el texto, el vocablo EXACERBA entraña que

- A) reduce o mejora un proceso.
- B) empeora o agrava una situación.
- C) ignora o minimiza un problema.
- D) explica o clarifica un asunto.
- E) soluciona o alivia un conflicto.

Solución:

En el contexto, «exacerba» significa empeorar o agravar una situación, ya que describe cómo la resistencia a antimicrobianos aumenta las desigualdades sociales.

Rpta.: B

3. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es incompatible con la información presentada en la imagen?

- A) La resistencia a antimicrobianos causó 1,3 millones de muertes en 2020.
- B) Las muertes por cáncer en 2020 y las muertes proyectadas por RAM en 2050 son similares.
- C) El sarampión provocó mayor número de muertes que la diabetes en 2020.
- D) En 2050, según las proyecciones, las muertes por RAM podrían alcanzar los 10 millones.
- E) Las muertes por accidentes de tráfico fueron mayores que las causadas por tétanos en 2020.

Solución:

La imagen muestra que la diabetes causó más muertes que el sarampión en 2020.

Rpta.: C

4. ¿Qué se puede inferir sobre los grupos más vulnerables a la resistencia a antimicrobianos (RAM)?

- A) No corren riesgo porque tienen acceso completo a medicinas avanzadas.
- B) Su riesgo depende únicamente de la dieta proteica y hábitos alimenticios.
- C) Están protegidos automáticamente por políticas de salud pública global.
- D) Solamente las personas de edad senil se ven afectadas significativamente.
- E) Serán más afectados por su limitado acceso a terapias y recursos médicos.

Solución:

Se puede inferir que los grupos vulnerables (mujeres, niños, refugiados y poblaciones en pobreza) están en mayor riesgo porque tienen acceso limitado a tratamientos efectivos y recursos médicos.

Rpta.: E



5. Si la resistencia a antimicrobianos (RAM) continúa aumentando al ritmo actual, para 2025,
- A) la RAM dejará de existir porque los microorganismos no podrán adaptarse.
 - B) las naciones más desarrolladas serán las únicas afectadas debido a la RAM.
 - C) los tratamientos y diagnósticos actuales serán igual de efectivos en el mundo.
 - D) millones de personas podrían morir por infecciones que antes eran tratables.
 - E) las enfermedades desaparecerán por nuevos antibióticos de amplio espectro.

Solución:

Si la resistencia a antimicrobianos sigue aumentando, millones de personas podrían morir por infecciones que antes eran tratables, como se proyecta en el gráfico y el texto.

Rpta.: D

SECCIÓN C

PASSAGE 6

The solar system is the group of planets, moons, and other objects that move around the Sun. The Sun is a star located at the center of this system, and its gravity keeps the planets in **orbit**. There are eight main planets: Mercury, Venus, Earth, Mars, Jupiter, Saturn, Uranus, and Neptune.

The planets are different from each other in many ways. Some planets are small and rocky, like Earth and Mars, while others are very large and made mostly of gas, like Jupiter and Saturn. The distance from the Sun also affects each planet's temperature. Planets that are closer to the Sun are usually hotter.

Scientists study the solar system to understand how planets form and how they move in space. Space missions and telescopes help researchers collect information about planets, moons, and asteroids. This research helps us learn more about Earth and our place in the universe.

1. The passage mainly discusses
- A) the historical discovery of planets in the solar system.
 - B) the environmental conditions found on different planets.
 - C) the technological development of modern space missions.
 - D) the structure and main characteristics of the solar system.
 - E) the scientific instruments used to observe planets in space.

Solution:

The passage explains what the solar system is, describes the planets and their characteristics, and mentions how scientists study it. Therefore, the central topic is the **structure and characteristics of the solar system**.

Answer: D

2. In the passage, the word **ORBIT** most nearly means
- A) light.
 - B) path.
 - C) speed.
 - D) distance.
 - E) energy.



Solution:

In the passage, “orbit” refers to the **path that planets follow as they move around the Sun.**

Answer: B

3. Which statement is inconsistent with the passage?

- A) The Sun is located at the center of the solar system.
- B) Some planets are rocky and some are mostly made of gas.
- C) All planets have the same temperature and climate.
- D) There are eight main planets in the solar system.
- E) Distance from the Sun affects the temperature of planets.

Solution:

The passage explains that planetary temperatures vary depending on their distance from the Sun.

Answer: C

4. What can be inferred from the passage about studying the solar system?

- A) It only gives information about distant planets.
- B) It guarantees new methods for space research.
- C) It is not needed to understand the Earth.
- D) It helps scientists understand Earth and its place.
- E) It focuses mostly on historical planet findings.

Solution:

Studying the solar system helps scientists understand Earth and its position, which can be inferred from the passage.

Answer: D

5. If scientists continue studying the solar system, what is likely to happen?

- A) They will stop studying other planets entirely.
- B) They will reduce knowledge about space objects.
- C) They will ignore the Sun's influence on planets.
- D) They will focus only on past astronomical events.
- E) They will improve understanding of Earth's climate.

Solution:

Continuing to study the solar system helps scientists improve understanding of Earth and its environment, which can be projected from the passage.

Answer: E

PASSAGE 7

The oceans cover about 71 % of the Earth's surface and play a vital role in regulating the planet's climate. They absorb heat from the Sun and distribute it around the world through **currents**, which helps maintain stable temperatures and weather patterns. The oceans also store large amounts of carbon dioxide, reducing the effects of global warming.



Oceans are home to millions of species, from tiny plankton to the largest whales. Coral reefs provide shelter for fish and other marine life, while mangroves protect coastlines from storms. Human activities such as overfishing, pollution, and coastal development threaten these ecosystems, making conservation efforts essential.

Studying oceans helps scientists predict weather, manage resources, and understand environmental changes. Technologies like satellites, research vessels, and underwater robots allow researchers to monitor ocean temperatures, currents, and marine biodiversity. Knowledge of oceans is important not only for science but also for human survival and the health of the planet.

1. What is the main idea of the passage?

- A) Coral reefs are the most colorful parts of oceans worldwide.
- B) Mangroves grow only in tropical areas along ocean coasts.
- C) Oceans cover Earth and are important for climate and life.
- D) Overfishing is the single factor that affects marine ecosystems.
- E) Satellites monitor ocean temperatures and water movements daily.

Solution:

The passage emphasizes that oceans cover most of the Earth and play a crucial role in climate and life.

Answer: C

2. What does the word CURRENTS mean in the passage?

- A) Daily routines and activities of fishermen
- B) Water flows that move continuously in the ocean
- C) Gradual changes in the color of the ocean surface
- D) Air movement in the atmosphere over land and sea
- E) Flows of electricity in machines or electronic devices

Solution:

In the passage, "currents" refers to the continuous movement of water in the oceans.

Answer: B

3. Which statement is **inconsistent** with the passage?

- A) Mangroves grow along tropical coasts.
- B) Satellites are used to study ocean movements.
- C) All oceans are completely safe from human impacts.
- D) Oceans cover most of the Earth and affect the climate.
- E) Currents help distribute heat and nutrients in the water.

Solution:

The passage mentions that human activities **can affect oceans**, so the statement that oceans are completely safe is inconsistent with the text.

Answer: C



4. What can be inferred from the passage about oceans?
- A) Oceans remain completely safe from human activities.
 - B) Oceans help regulate climate and support life on Earth.
 - C) Satellites cannot provide information about ocean movements.
 - D) All marine species live only in shallow waters near coasts.
 - E) Ocean currents have no influence on distributing heat and nutrients.

Solution:

The passage explains that oceans **affect climate and sustain life**, so it is reasonable to infer that they help regulate climate and support life.

Answer: B

5. If ocean temperatures continue to rise, what is likely to happen to marine ecosystems?
- A) Ocean currents will stop completely and block nutrient flow.
 - B) Satellites will no longer be able to track ocean movements.
 - C) Oceans will become completely safe from human impacts.
 - D) Some species may decline and coral reefs may be damaged.
 - E) All mangrove forests will disappear instantly across the globe.

Solution:

Rising ocean temperatures can harm sensitive species and damage coral reefs, which is a logical consequence based on information about how oceans support life.

Answer: D

HABILIDAD LÓGICO MATEMÁTICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. En una urna, Ayme tiene 25 canicas de color rosado, 20 canicas azules y 19 canicas verdes. ¿Cuántas canicas, como mínimo, deberá extraer Ayme al azar para tener la certeza de haber obtenido al menos 7 canicas verdes, 11 canicas rosadas y 9 canicas azules?

A) 51 B) 52 C) 53 D) 63 E) 50

Solución:

$$\begin{array}{l} R \quad 25 \quad 11 \\ A \quad 20 \quad 9 \\ V \quad 19 \quad 7 \end{array} \quad \therefore 64 - (20 - 9) = 53$$

Rpta.: C

2. En una urna no transparente, se tiene veinte bolos idénticos en forma y tamaño, numerados con los números enteros desde el 1 hasta el 20, sin repetir. ¿Cuántos bolos, como mínimo, se deben extraer al azar para tener la certeza de que entre los extraídos haya dos bolos cuya diferencia entre sus numeraciones sea mayor a 13?

A) 18 B) 17 C) 16 D) 14 E) 15

Solución:

$$\square : 1, 2, 3, \dots, 20$$

$$\square - \square > 13$$

$$\begin{matrix} 14 & + & 1 & = & 15 \\ \{1, 2, 3, \dots, 14\} & & \{15, 16, 17, 18, 19, 20\} \end{matrix}$$

Rpta.: E

3. En una urna se tiene una bolilla numerada con el número 1, dos bolillas numeradas con el número 2, tres bolillas numeradas con el número 3, y así sucesivamente hasta tener nueve bolillas numeradas con el número 9. Si todas las bolillas son idénticas excepto por la numeración, ¿cuántas bolillas, como mínimo, se deben extraer al azar para tener la certeza de que entre las extraídas haya dos bolillas con numeración diferente, pero ambas múltiplos de 3?

- A) 38 B) 36 C) 35 D) 37 E) 39

Solución:

$$\boxed{1}_1 ; \boxed{2}_2 ; \boxed{3}_3 ; \boxed{4}_4 ; \dots ; \boxed{9}_9$$

$$\left(\boxed{1}_1 + \boxed{2}_2 + \boxed{4}_4 + \boxed{5}_5 + \boxed{7}_7 + \boxed{8}_8 \right) + \boxed{9}_9 + \boxed{3}_6 = 37$$

Rpta.: D

4. En una caja, Mariana introdujo piezas de madera que consta de 4 triángulos rojos, 4 triángulos amarillos, 5 círculos rojos y 5 círculos amarillos. ¿Cuántas piezas de madera debe extraer como mínimo Mariana para obtener 3 círculos y 2 triángulos, todos de igual color?

- A) 15 B) 12 C) 14 D) 11 E) 16

Solución:

	Triángulo	Círculo
Rojo	4	5
Amarillo	4	5

$$1T_R + 1T_A + 1T_R + 5C_A + 3C_R = 11$$

$$1T_R + 1T_A + 1T_A + 5C_R + 3C_A = 11$$

$$2C_R + 2C_A + 1C_R + 4T_A + 2T_R = 11$$

$$2C_R + 2C_A + 1C_A + 4T_R + 2T_R = 11$$

Rpta.: D

5. Un ómnibus interprovincial tiene 25 asientos para pasajeros, los cuales están distribuidos en 5 filas de 4 asientos, con un pasillo en el medio de cada fila, y al fondo hay una fila de 5 asientos. Pedro y dos amigos están en la cola para subir al bus. ¿Cuántos pasajeros como máximo puede haber en la cola, delante de ellos, para tener la certeza de que podrán sentarse en una misma fila?

- A) 12 B) 11 C) 13 D) 14 E) 15

Solución:

Deben ir los tres amigos en una misma fila, entonces lo peor sería:

Que en cada fila haya 2 personas y así los 3 amigos podrían sentarse en la última fila.

Total 12 personas como máximo pueden entrar primero que ellos al bus.

Si entraran 13 o más, no tendrían la seguridad de sentarse los 3 en una misma fila.

Respuesta: 12 pasajeros como máximo.

Rpta.: A

6. ¿Cuál es el mayor ángulo que forman las agujas de un reloj de manecillas, si faltan 30 minutos para que sean las 14 horas con 20 minutos?

A) 243° B) 244° C) 245° D) 242° E) 246°

Solución:

Cuando faltan 30 minutos para las 14 h 20 min, son las 13 h 50 min (1: 50 p. m.)

Ángulo central formado por las agujas del reloj:

$$\alpha = \frac{11}{2}(50) - 30(1) = 245$$

El otro ángulo: 115°

Por tanto, el mayor ángulo formado por las agujas del reloj es: 245°.

Rpta.: C

7. ¿Qué hora marca el reloj mostrado?

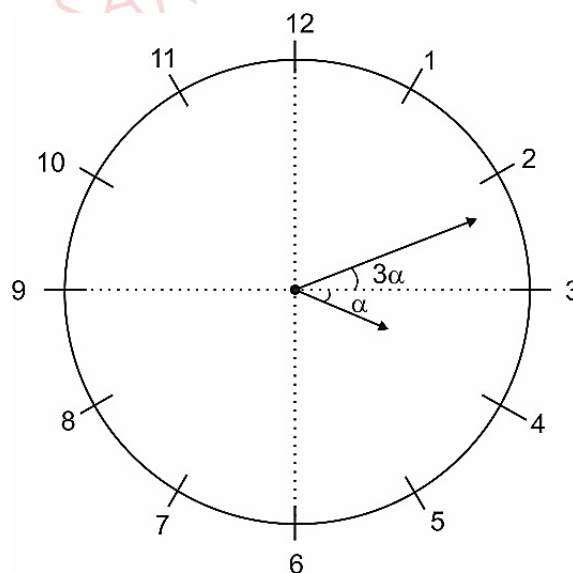
A) 3 h 10 min

B) 3 h 14 min

C) 3 h 11 min

D) 3 h 12 min

E) 3 h 13 min

**Solución:**

3 : M

$\frac{M}{2}$ horario, 6M minuterero

$$\alpha = \frac{M}{2}$$

$$6M + 3\alpha = 90$$

$$M = 12$$

Rpta.: D

8. Un automóvil conducido por José, a una velocidad de 80 km/h, pasa por una garita a las 9:45 a. m. ¿Qué ángulo forman las manecillas de un reloj en el instante en que el automóvil ha recorrido 52 km después de haber pasado por la garita?

A) 200° B) 300° C) 132° D) 168° E) 190°

Solución:

$$80 = \frac{52}{T} \Rightarrow T = \frac{52}{80} \text{ h} = 39 \text{ min}$$

$$9:45 + 39 \text{ min} = 10:24$$

10:24

12 horario, 144 minuterero

$$\theta = 12 + 300 - 144$$

$$\theta = 168$$

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En una urna hay 15 bolos numerados, cada uno con un número entero diferente, desde 2 hasta 16. ¿Cuántos bolos como mínimo se deben extraer al azar para tener con certeza dos bolos cuyos números satisfagan la ecuación: $3x + 2y = 46$?

A) 14 B) 16 C) 13 D) 17 E) 15

Solución:

$$3X + 2Y = 46$$

$$14 \quad 2$$

$$12 \quad 5$$

$$10 \quad 8$$

$$8 \quad 11$$

$$6 \quad 14$$

$$\therefore 7_{3,4,7,9,13,15,16} + 5_{2,12,10,11,6} + 1 = 13$$

Rpta.: C

2. Una caja no transparente contiene nueve fichas circulares idénticas, numeradas del 1 hasta el 9, (con letras y números) sin repetir. Si ya se extrajeron las dos fichas mostradas en la figura, ¿cuántas fichas más, como mínimo, se deben extraer al azar para tener la certeza de obtener tres fichas que, ubicadas en los círculos punteados, cumplan con la operación aritmética indicada?



A) 6 B) 3 C) 5 D) 4 E) 7

Solución:

$$\begin{array}{ccc} \square & \times & \square \\ 9 & 1 & 6 \\ 7 & 1 & 4 \\ 6 & 1 & 3 \\ 6 & 2 & 9 \\ 4 & 3 & 9 \end{array}$$

$$5_{\{2\ 3\ 4\ 6\ 7\}} + 1_{\{1\ 9\}} = 6$$

Rpta.: A

3. Una urna contiene solo fichas idénticas de colores: rojo, verde y negro. Se sabe que la cantidad de fichas rojas es a la de fichas verdes como 3 es a 4, y que la cantidad de fichas verdes es a la de fichas negras como 3 es a 5, y en la urna hay 82 fichas en total. ¿Cuántas fichas se debe extraer al azar, como mínimo, para tener con certeza cinco fichas de cada color?

A) 66 B) 68 C) 67 D) 69 E) 70

Solución:

R	V	N
3	4	
	3	5
9(2)	12(2)	20(2)

$$40_N + 24_V + 5_R = 69$$

Rpta.: D

4. Se tiene 10 automóviles y 9 llaves de las cuales 8 abren la puerta de 8 automóviles distintos (una llave para cada automóvil) y la otra llave no abre ninguna puerta. ¿Cuántas veces, como mínimo, se tendrá que probar las llaves para saber con certeza a qué automóvil corresponde cada una de ellas?

A) 44 B) 46 C) 34 D) 54 E) 53

Solución:

Probaremos cada llave en todos los autos

$$10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 = 54$$

Rpta.: D

5. En una urna hay cuarenta bolos numerados, con números enteros, del 1 al 40, sin repeticiones. ¿Cuántos bolos, como mínimo, se deben extraer al azar para tener con certeza que existan dos bolos cuya numeración sume un número impar mayor que 22?

A) 23 B) 22 C) 24 D) 20 E) 21

Solución:

$$\boxed{1} ; \boxed{2} ; \boxed{3} ; \boxed{4} ; \dots ; \boxed{40}$$

$$\boxed{} + \boxed{} = \text{IMPAR} > 22$$

$$\therefore \overbrace{20_{2;4;6;\dots;40}}^{\text{PARES}} + 2_{1;3} = 22$$

Rpta.: B

6. Tula se despierta, por la madrugada, cuando las agujas del reloj se encuentran como indica el reloj adjunto. La alarma de su reloj sonó un tercio de hora antes de despertarse. ¿A qué hora sonó la alarma si $\alpha - \theta = 6^\circ$?

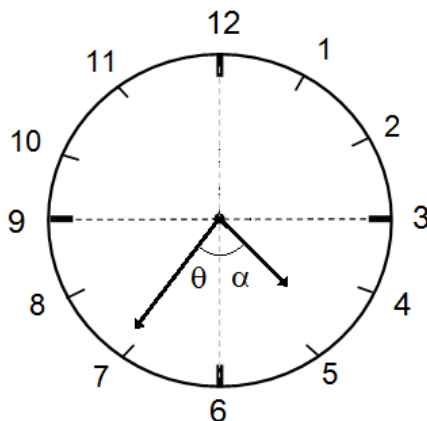
A) 4: 20 a. m.

B) 4: 36 a. m.

C) 4: 27 a. m.

D) 4: 16 a. m.

E) 4: 17 a. m.



Solución:

4 : M

$\frac{M}{2}$ horario, 6M minuterio

$$6M - \theta = 180$$

$$\alpha + \frac{M}{2} = 60$$

$$M = 36$$

$$\therefore 4:36 - 20 = 4:16$$

Rpta.: D

7. ¿A qué hora las agujas de un reloj forman un ángulo de 93° por primera vez, entre las 10 y 11 de la mañana?

A) 10 h 23 min

B) 10 h 24 min

C) 10 h 6 min

D) 10 h 28 min

E) 10 h 58/11min

Solución:

$$30(10) - \frac{11}{2}m = 267 \Rightarrow m = 6$$

$$\therefore 10:06$$

Rpta.: C

8. ¿Qué hora indica el reloj que se muestra en la figura?

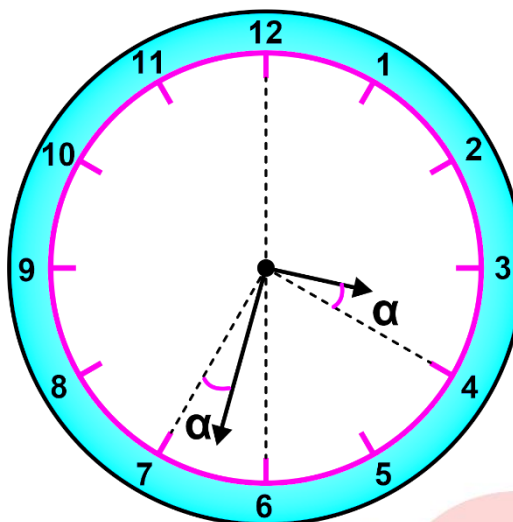
A) $3\text{h } 32\frac{8}{11}\text{ min}$

B) $3\text{h } 32\frac{3}{11}\text{ min}$

C) $3\text{h } 31\frac{8}{11}\text{ min}$

D) $3\text{h } 30\frac{3}{11}\text{ min}$

E) $3\text{h } 32\frac{5}{11}\text{ min}$



Solución:

Por ángulo formado por las manecillas, se tiene

$$90 = \frac{11}{2}m - 30(3) \Rightarrow m = \frac{360}{11} = 32\frac{8}{11}$$

Por tanto, la hora que señala el reloj es $3\text{h } 32\frac{8}{11}\text{ min}$.

Rpta.: A

ARITMÉTICA

EJERCICIOS DE CLASES

1. Tres inversionistas analizan indicadores financieros de un proyecto comercial y afirman lo siguiente:

- Pedro: el indicador $B/C = 0, \hat{9}$ por lo que el beneficio (B) es menor al costo (C)
- Pablo comenta que la rentabilidad periódica de un determinado activo, representada por $\frac{13}{165}$ se expresa de forma decimal como $0,ab\hat{c}$
- Susan dice que, al sumar las fracciones que representan los gastos acumulados por periodos $\frac{1}{10} + \frac{2}{10^2} + \frac{1}{10^3} + \frac{2}{10^4} + \dots$ se obtiene un valor equivalente a $4/33$.

¿Quién o quiénes de los inversionistas se equivocaron en sus afirmaciones?

A) Pablo y Pedro
D) Solo Pedro

B) Susan y Pedro
E) Solo Pablo

C) Solo Susan

Solución:

Pedro: $\frac{B}{C} = 0, \widehat{9} = \frac{9}{9} = 1$, entonces $B = C$... (F)

Pablo: $\frac{13}{165} = \frac{13}{5 \times 3 \times 11} = 0, a \widehat{bc}$... (F)

Susan: $\frac{1}{10} + \frac{2}{10^2} + \frac{1}{10^3} + \frac{2}{10^4} + \dots = 0, \widehat{12} = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$... (V)

∴ Se equivocaron Pablo y Pedro.

Rpta.: A

2. Octavio dispone de S/ 9000 para realizar la compra de dos artículos. En la primera compra destina una cantidad equivalente al número decimal periódico 0,21333 ..., mientras que en la segunda invierte una cantidad equivalente a 0,5333 ..., ambas como fracciones del monto total disponible. ¿Cuántos soles gastó en total en ambas compras?

A) 6788 B) 6890 C) 6340 D) 6720 E) 6908

Solución:

Cantidad total: $N = 9000$

Se tienen: $0,21\widehat{3} = \frac{213-21}{900} = \frac{192}{900}$, $0,5\widehat{3} = \frac{53-5}{90} = \frac{48}{90}$

Cantidad que gasta: $\frac{192}{900}(9000) + \frac{48}{90}(9000) = 1920 + 4800 = 6720$

∴ Octavio gastó 6720 soles.

Rpta.: D

3. En un laboratorio escolar, tres estudiantes registran sus avances de un experimento; cada uno anota su avance como un número decimal periódico mixto, con una cifra no periódica y un periodo de dos cifras. Se sabe lo siguiente:

- Los tres registros son $0, a \widehat{bc}$, $0, b \widehat{ca}$, y $0, c \widehat{ab}$ donde a, b y c son cifras distintas
- Al sumar los tres registros, se obtiene 1,666 ...

¿Cuál es la suma de las tres cifras utilizadas en la formación de los tres registros?

A) 25 B) 12 C) 15 D) 18 E) 14

Solución:

$$0, a \widehat{bc} + 0, b \widehat{ca} + 0, c \widehat{ab} = 1, \widehat{6}$$

$$\frac{\overline{abc} - a}{990} + \frac{\overline{bca} - b}{990} + \frac{\overline{cab} - c}{990} = \frac{15}{9} \rightarrow \frac{110(a + b + c)}{990} = \frac{15}{9}$$

$$a + b + c = 15$$

∴ La suma de las cifras de los tres registros es 15.

Rpta.: C

4. En un laboratorio biológico se estudia el crecimiento de una colonia de microorganismos en dos medios distintos: una superficie sólida y una solución líquida. Durante el primer año, la colonia aumenta en $\frac{2}{10}$ unidades cuando se les coloca sobre la superficie y en $\frac{3}{100}$ unidades cuando se les coloca en el medio líquido. Se observa que, en ambos casos, el crecimiento anual se reduce cada año a la centésima parte del crecimiento registrado el año anterior, manteniendo este comportamiento de manera indefinida. Determine la suma de términos de la fracción irreducible que representa el crecimiento total acumulado de la colonia, considerando ambos medios, a lo largo de todo el proceso.

A) 122 B) 110 C) 116 D) 124 E) 118

Solución:

$$\text{Crecimiento acumulado} : \frac{2}{10} + \frac{3}{10^2} + \frac{2}{10^3} + \frac{3}{10^4} + \dots = . = 0, \overline{23}$$

$\therefore$ El crecimiento acumulado es $\frac{23}{99}$.

Rpta.: A

5. Un desarrollador de software diseña un módulo para analizar la representación decimal de fracciones. Como caso de prueba, utiliza un divisor obtenido al multiplicar los 12 primeros números enteros positivos. Durante sus pruebas, observa que existen varios números enteros positivos que, al dividirse entre dicho divisor, generan un número decimal con exactamente 4 cifras no periódicas y un periodo de 6 cifras. Con el objetivo de optimizar el rendimiento del sistema, decide trabajar con el menor de estos números enteros positivos. ¿Con qué entero positivo decidió trabajar?

A) 432 B) 576 C) 480 D) 344 E) 648

Solución:

$$\frac{N}{12!} = \frac{2^a \times 3^b}{2^{10} \times 3^5 \times 5^2 \times 7 \times 11} = \frac{1}{\underbrace{2^4 \times 5^2}_{4 \text{ cnp}} \times \underbrace{3^3 \times 7 \times 11}_{6 \text{ cp}}}$$

$$10 - a = 4 \rightarrow a = 6$$

$$5 - b = 3 \rightarrow b = 2$$

$$\rightarrow \text{Menor: } N = 2^6 \times 3^2 = 576$$

$\therefore$ El menor número entero positivo con el que debe trabajar es 576.

Rpta.: B

6. Julián desea comprar un celular cuyo precio es S/ 1880. En una tienda encuentra una promoción especial: el descuento que se aplicará equivale, en porcentaje, a la suma de las dos últimas cifras del periodo del desarrollo decimal de la fracción $\frac{11}{47}$. Luego de haber determinado correctamente el descuento, ¿cuánto deberá pagar, en soles, por el celular?

A) 1680 B) 1598 C) 1720 D) 1250 E) 1675

Solución:

$$\frac{11}{47} = 0,\overline{ab \dots xy} = \frac{\overline{ab \dots xy}}{9 \dots 999} \rightarrow 11(\dots 999) = 47(\overline{a \dots xy})$$
$$\rightarrow \dots 989 = 47(\overline{a \dots xy}) \rightarrow x = 8; y = 7$$

Suma de las dos últimas cifras: $8 + 7 = 15$

El descuento obtenido es del 15 %, esto es 15 % (1880) = 282

∴ Pagará por el celular: 1598 soles.

Rpta.: B

7. Gilberto y Luis coinciden en una reunión familiar después de algunos años sin verse; durante la conversación, comentan que sus edades son números de dos cifras menores que 50. Por curiosidad, analizan la relación entre sus edades y descubren que, al dividir la edad de Gilberto entre diez veces la edad de Luis, se obtiene el número decimal $0,24\widehat{6}$. ¿Cuántos años de diferencia hay entre ellos?

A) 28 B) 12 C) 22 D) 18 E) 24

Solución:

$$\frac{\overline{ab}}{cd0} = 0,24\widehat{6} = \frac{246 - 24}{900} = \frac{222}{900} = \frac{37}{150} \rightarrow \overline{ab} = 37, \overline{cd} = 15$$

∴ La diferencia de sus edades es 22 años.

Rpta.: C

8. Sofía le pregunta a su amiga Carla por la edad en años que tiene su único hijo y ella le responde: la edad de mi hijo coincide con la cantidad de cifras no periódicas del número decimal generado por la fracción $\frac{12}{20! - 15!}$. Si Sofia obtiene la edad correctamente, ¿qué edad tiene el hijo de Carla?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Solución:

$$\frac{12}{20! - 15!} = \frac{12}{15!(16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 20 - 1)} = \frac{12}{15!(\dots 0 - 1)}$$
$$= \frac{2^2 \times 3}{2^{11} \times 3^6 \times 5^3 \times P} = \frac{1}{2^9 \times F}$$

Tiene 9 cifras no periódicas.

∴ La edad del hijo de Carla es 9 años.

Rpta.: D

Lea el siguiente texto y resuelva los ejercicios 9 y 10.

En un examen de admisión, para cierta escuela profesional, se presentaron a rendir el examen $\overline{abc}$ estudiantes. Manuel, que es experto en matemáticas observó que $0,\widehat{4} = 0,\overline{cab} - 0,\overline{b27}$, es suficiente para obtener los valores de a, b y c .

9. Si la cantidad de postulantes que obtuvieron nota aprobatoria para el ingreso a dicha escuela profesional es equivalente a $(a \times b \times c)$, ¿cuántos estudiantes no ingresaron?

A) 631 B) 625 C) 680 D) 624 E) 629

Solución:

$$0,\widehat{4} = 0,\overline{cab} - 0,\overline{b27} \rightarrow \frac{4}{9} = \frac{\overline{cab} - \overline{b27}}{999} \rightarrow 444 = \overline{cab} - \overline{b27}$$
$$\rightarrow a = 7; b = 1; c = 5$$

Número de postulantes que dieron el examen: $\overline{abc} = 715$

Número de postulantes que ingresaron: $a.b.c = 35$

∴ No ingresaron: $715 - 35 = 680$

Rpta.: C

10. Al dividir la cantidad de ingresantes entre el total de postulantes, se obtiene un número decimal cuyo producto de sus tres últimas cifras periódicas coincide con la cantidad de postulantes que indicaron que volverán a intentarlo en el siguiente proceso de admisión. ¿Cuántos estudiantes volverán a postular en el próximo proceso?

A) 45 B) 35 C) 30 D) 60 E) 70

Solución:

$$\frac{35}{715} = \frac{7}{143} = 0,\overline{048951}$$

El producto de las tres últimas cifras es: $9 \times 5 = 45$

∴ Volverán a postular: 45

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Los amigos Andrés, Bruno, Carla y Diana hacen las siguientes afirmaciones:

- Andrés: $\frac{1}{10} + \frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^3} + \frac{1}{10^4} + \dots = \frac{1}{5}$
- Bruno: $0,125 = \frac{1}{8}$
- Carla: $0,1\widehat{01} = 0,10$
- Diana: la fracción $\frac{9}{220}$ genera un número decimal de la forma $0,ab\overline{cd}$

¿Quién o quiénes de ellos están en lo cierto?

A) Andrés y Carla
D) Bruno y Diana

B) Andrés y Bruno
E) Solo Andrés

C) Carla y Diana

Solución:

$$\text{Andrés: } \frac{1}{10} + \frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^3} + \frac{1}{10^4} + \dots = 0, \widehat{1} = \frac{1}{9} \quad (\text{F})$$

$$\text{Bruno: } 0,125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8} \quad (\text{V})$$

$$\text{Carla: } 0,1\widehat{01} = \frac{101-1}{990} = \frac{100}{990} = 0, \widehat{10} \quad (\text{F})$$

$$\text{Diana: } \frac{9}{220} = \frac{3^2}{2^2 \times 5 \times 11} = 0,ab\widehat{cd} \quad (\text{V})$$

∴ Están en lo cierto Bruno y Diana.

Rpta.: D

2. David administra un fondo destinado a la organización de un evento. En una primera etapa, utiliza el $59, \widehat{459} \%$ del dinero disponible para cubrir gastos logísticos. Posteriormente, del monto restante, destina el $54,1\widehat{6} \%$ a la difusión y promoción del evento. Al finalizar ambas etapas, quedan S/ 550 sin utilizar. ¿Cuántos soles tenía inicialmente el fondo administrado por David?

A) 1788

B) 2890

C) 2340

D) 2960

E) 2908

Solución:

Sea x la cantidad de soles que tenía David al inicio.

$$\text{Luego, como: } 59, \widehat{459} \% = \left(\frac{59459-59}{999} \right) \frac{1}{100} = \frac{22}{37} \quad \text{y} \quad 54,1\widehat{6} \% = \left(\frac{5416-541}{90} \right) \frac{1}{100} = \frac{13}{24}.$$

$$\text{Después de los gastos logísticos le queda: } \left(1 - \frac{22}{37} \right) x = \frac{15}{37} x \text{ soles.}$$

$$\text{Después de la difusión y promoción le queda: } \left(1 - \frac{13}{24} \right) \left(\frac{15}{37} x \right) = \left(\frac{11}{24} \right) \left(\frac{15}{37} x \right) \text{ soles.}$$

$$\text{Entonces, } \frac{11}{24} \left(\frac{15}{37} x \right) = 550 \quad \therefore x = 2960$$

Rpta.: D

3. En un laboratorio de tecnología se estudia la disminución del rendimiento de un procesador con el paso de los años. Durante el primer año, la velocidad del procesador se reduce en $\frac{5}{10}$ unidades. Se observa que, en los años siguientes, la disminución anual equivale a la centésima parte de la disminución registrada el año anterior, manteniendo este comportamiento de manera indefinida. Determine la suma de los términos de la fracción irreducible que representa la disminución total acumulada del rendimiento del procesador a lo largo de todo el proceso.

A) 149

B) 110

C) 116

D) 124

E) 118

Solución:

Disminución acumulada : $\frac{5}{10} + \frac{0}{10^2} + \frac{5}{10^3} + \frac{0}{10^4} + \dots = 0, \overline{50}$

La disminución acumulada es 50/99

∴ La suma de términos es 149.

Rpta.: A

4. En un laboratorio escolar, tres estudiantes registran sus avances de un experimento; cada uno anota su avance como un número decimal periódico puro. Se sabe lo siguiente:

- Los tres registros son $0, \overline{abc} + 0, \overline{bca} + 0, \overline{cab}$, donde a, b y c son cifras distintas
- Al sumar los tres registros, se obtiene $1,222 \dots$

¿Cuál es la suma de las tres cifras utilizadas en la formación de estos números decimales?

- A) 36 B) 12 C) 11 D) 27 E) 30

Solución:

$$\begin{aligned} 0, \overline{abc} + 0, \overline{bca} + 0, \overline{cab} &= 1, \overline{2} \\ \frac{\overline{abc}}{999} + \frac{\overline{bca}}{999} + \frac{\overline{cab}}{999} &= \frac{11}{9} \rightarrow \frac{111(a+b+c)}{999} = \frac{11}{9} \\ a+b+c &= 11 \end{aligned}$$

∴ La suma de las cifras de los tres números decimales es 11.

Rpta.: C

5. Marcelo divide un número entero entre el producto de los 14 primeros números enteros positivos obteniendo el número decimal con 6 cifras no periódicas y 6 cifras periódicas. Si Marcelo desea que dicha cantidad sea la menor posible, ¿cuál es ese número entero?

- A) 2216 B) 2016 C) 2240 D) 2172 E) 2324

Solución:

$$\frac{N}{14!} = \frac{2^a \times 3^b \times 7^c}{2^{11} \times 3^5 \times 5^2 \times 7^2 \times 11 \times 13} = \frac{1}{\underbrace{2^6 \times 5^2}_{6 \text{ cnp}} \times \underbrace{3^3 \times 7 \times 11 \times 13}_{6 \text{ cp}}}$$

$$11 - a = 6 \rightarrow a = 5$$

$$5 - b = 3 \rightarrow b = 2$$

$$2 - c = 1 \rightarrow c = 1$$

$$\text{Menor: } N = 2^5 \times 3^2 \times 7^1 = 2016$$

∴ El menor valor de N es 2016.

Rpta.: B

6. En un taller de razonamiento numérico, se propone un desafío relacionado con números decimales periódicos. El ejercicio consiste en analizar el número decimal que se obtiene al dividir 17 entre 43 e identificar las dos últimas cifras de su periodo. Se establece que el valor final asociado al ejercicio será el producto de dichas cifras. Si se resuelve correctamente el desafío, ¿cuál es el valor obtenido?

A) 10 B) 8 C) 9 D) 12 E) 15

Solución:

$$\frac{17}{43} = 0,\overline{ab \dots xy} = \frac{\overline{ab \dots xy}}{9 \dots 999} \rightarrow 17(\dots 999) = 43(\overline{a \dots xy})$$
$$\rightarrow \dots 83 = 43(\overline{a \dots xy}) \rightarrow x = 8; y = 1$$

∴ El valor obtenido es 8.

Rpta.: B

7. Jorge y Juan participan en una actividad donde deben reunir dinero para una causa común. Al comparar sus aportes, comentan que ambos montos son números de dos cifras y que uno de ellos es menor de 50 soles. Durante la conversación, notan que, al dividir el dinero que tiene Jorge entre cinco veces el dinero que tiene Juan, se obtiene el número decimal $0,12\overline{3}$. ¿Cuántos soles aportaron entre ambos?

A) 98 B) 92 C) 97 D) 88 E) 74

Solución:

$$\frac{\overline{ab}}{5\overline{cd}} = 0,12\overline{3} = \frac{123 - 12}{900} = \frac{111}{900} = \frac{37}{300} \rightarrow \overline{ab} = 37, \quad \overline{cd} = 60$$

∴ Entre ambos aportaron 97 soles.

Rpta.: C

8. En una tienda, Soledad utiliza una calculadora especial para registrar datos curiosos sobre las compras. En una ocasión, introduce una operación poco común: divide 32 entre la diferencia positiva de $24!$ y $18!$, y observa el resultado decimal. Ella nota que el número tiene una parte periódica y decide usar la cantidad de cifras no periódicas como un número clave para organizar su inventario. ¿Cuál es ese número clave?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 11 E) 10

Solución:

$$\frac{32}{24! - 18!} = \frac{32}{18! (19 \cdot 20 \cdot 21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 24 - 1)} = \frac{32}{18! (\dots 0 - 1)}$$
$$= \frac{2^5}{2^{16} \times P} = \frac{1}{2^{11} \times F}$$

∴ El número clave es 11.

Rpta.: D

Lea el siguiente texto y resuelva los ejercicios 9 y 10.

En la instalación de tuberías a lo largo de cierto tramo, en kilómetros, los ingenieros midieron la longitud de tres zanjas paralelas en km, cuyos valores anotados fueron $\overline{pq}$, $\overline{qp}$ y $\overline{pq}$. Al dividir cada uno de estos valores entre la longitud del tramo, se obtuvieron $0,\widehat{pq}$; $0,\widehat{qp}$ y $0,\widehat{pq}$, respectivamente. Al sumar estos valores, se obtiene como resultado $1,\widehat{51}$.

9. Si $(p + q)$ representa la menor cantidad de tuberías que no serán usadas, determine dicha cantidad.

A) 3 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

Solución:

$$0,\widehat{pq} + 0,\widehat{qp} + 0,\widehat{pq} = 1,\widehat{51} \rightarrow \frac{\overline{pq}}{99} + \frac{\overline{qp}}{99} + \frac{\overline{pq}}{99} = \frac{150}{99}$$

$$21p + 12q = 150 \rightarrow 7p + 4q = 50$$

$$\rightarrow p = 6; q = 2 \text{ o } p = 2; q = 9$$

∴ El menor número de tuberías no usadas es 8.

Rpta.: E

10. Si $(p \times q)$ representa la mayor cantidad de tuberías que serán usadas, determine dicha cantidad.

A) 18 B) 14 C) 16 D) 17 E) 10

Solución:

$$0,\widehat{pq} + 0,\widehat{qp} + 0,\widehat{pq} = 1,\widehat{51} \rightarrow \frac{\overline{pq}}{99} + \frac{\overline{qp}}{99} + \frac{\overline{pq}}{99} = \frac{150}{99}$$

$$21p + 12q = 150 \rightarrow 7p + 4q = 50$$

$$\rightarrow p = 6; q = 2 \text{ o } p = 2; q = 9$$

∴ El mayor número de tuberías usadas es 18.

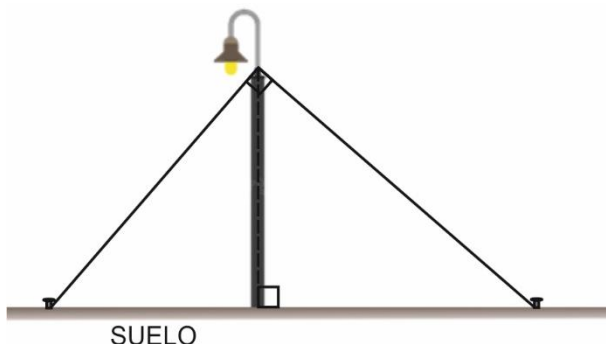
Rpta.: A

GEOMETRÍA

EJERCICIOS DE CLASE

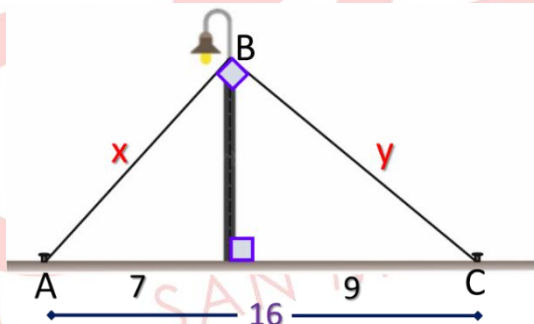
1. Un poste está sujeto al suelo con dos cuerdas que forman un ángulo recto en su unión como se muestra en la figura. Si la distancia del extremo inferior de cada cuerda a la base del poste es de 7 m y 9 m, halle la longitud de la mayor cuerda utilizada.

- A) 14 m
B) 12 m
C) 10 m
D) 14 m
E) 16 m



Solución:

- De la figura: $y > x$
- $\triangle ABC$: relaciones métricas
 $y^2 = 16 \cdot 9 \Rightarrow y = 12$
 $\therefore$ La longitud de la mayor cuerda utilizada es 12 m.



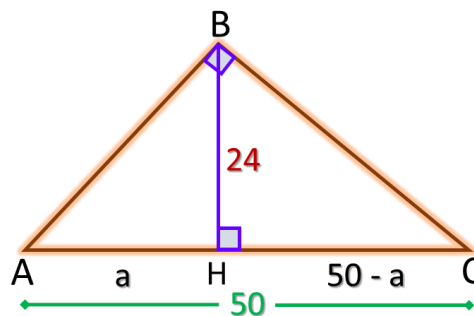
Rpta.: B

2. En un trabajo manual se quiere delimitar un triplay triangular ABC, recto en B con alambre. Si la distancia entre los vértices A y C es de 50 cm, la longitud de la altura relativa al lado AC es 24 cm y el alambre debe de dar solo una vuelta, halle la cantidad de alambre que se necesita.

- A) 110 cm B) 90 cm C) 112 cm D) 120 cm E) 100 cm

Solución:

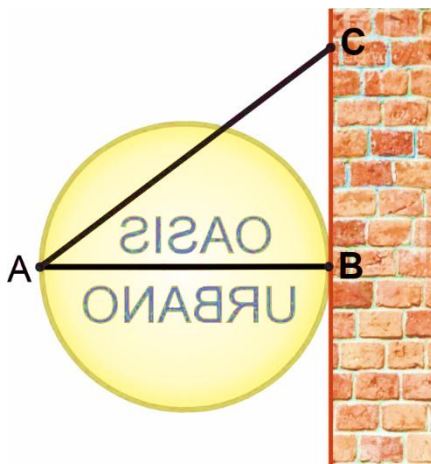
- $\triangle ABC$: relaciones métricas
 $24^2 = a(50 - a)$
 $\Rightarrow a = 18$
- $\triangle AHB$: notable de 37° y 53°
 $AB = 30 \Rightarrow BC = 40$
 $\therefore$ Cantidad de alambre: $50 + 30 + 40 = 120$ cm.



Rpta.: D

3. La figura muestra la vista posterior de un letrero circular sujetado por las varillas representadas por $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$, tal que B es punto de tangencia y la distancia entre los puntos de sujeción B y C es 50 cm. Si la varilla $\overline{AB}$ es diámetro y mide 120 cm, halle la distancia del punto B a la varilla $\overline{AC}$.

- A) $\frac{600}{13}$ cm
B) $\frac{500}{13}$ cm
C) $\frac{600}{17}$ cm
D) $\frac{500}{17}$ cm
E) $\frac{727}{5}$ cm



Solución:

- $\triangle ABC$: Teorema de Pitágoras

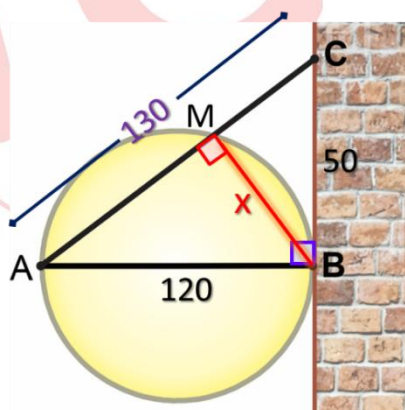
$$AC = 130$$

- $\triangle ABC$: relaciones métricas

$$130 \cdot x = 50 \cdot 120$$

$$x = \frac{600}{13}$$

$\therefore$ La distancia del punto B a la varilla $\overline{AC}$ es $\frac{600}{13}$ cm.



Rpta.: A

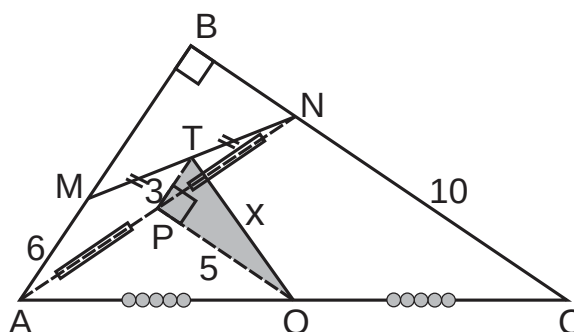
4. En un triángulo rectángulo ABC, se ubican los puntos M y N en $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$, respectivamente, luego se ubican los puntos medios T y Q de $\overline{MN}$ y $\overline{AC}$ respectivamente. Si AM = 6 m y NC = 10 m, halle TQ.

- A) $\sqrt{13}$ m B) $\sqrt{5}$ m C) $4\sqrt{23}$ m D) $\sqrt{34}$ m E) $3\sqrt{5}$ m

Solución:

- $\triangle AMN$: $\overline{TP}$ base media
 $\Rightarrow TP = 3$

- $\triangle ANC$: $\overline{PQ}$ base media
 $\Rightarrow PQ = 5$



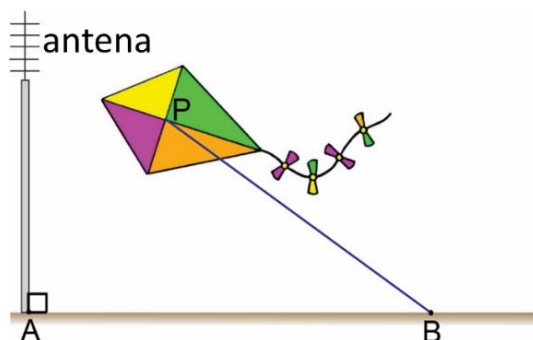
- $\triangle TPQ$: Teorema de Pitágoras

$$\therefore x = \sqrt{34} \text{ m}$$

Rpta.: D

5. La figura muestra una cometa sujeta a una cuerda tensa $\overline{PB}$, tal que el punto P dista 10 dm del punto A y la distancia de P al poste que sostiene a la antenna es 6 dm. Si A y B están separados 21 dm, halle la longitud de la cuerda.

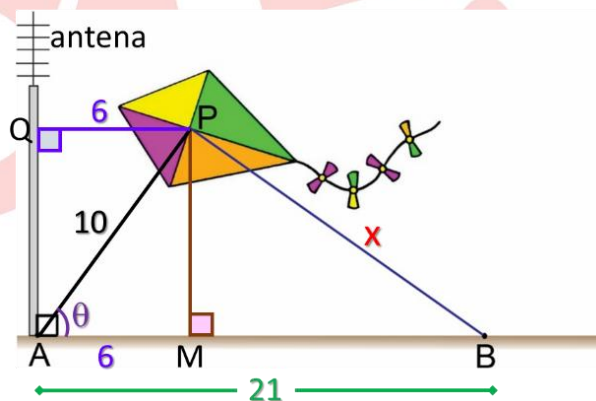
- A) 18 dm
B) 19 dm
C) 16 dm
D) 15 dm
E) 17 dm



Solución:

- AQPM: rectángulo
 $\Rightarrow AM = 6$
- $\triangle APB$: Teorema de Euclides ($\theta < 90^\circ$)
 $\Rightarrow x^2 = 10^2 + 21^2 - 2 \cdot 6 \cdot 21$
 $\Rightarrow x^2 = 100 + 441 - 252$
 $\Rightarrow x = 17$

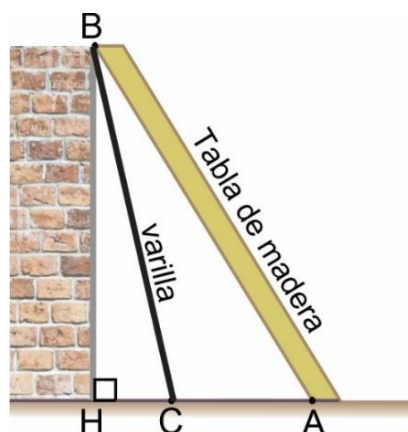
$\therefore$ La longitud de la cuerda es 17 dm.



Rpta.: E

6. Debido a un sismo, una tabla de madera y una varilla representadas por $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ caen sobre una pared como se muestra en la figura, tal que la varilla mide 6 m y $AC = 3$ m. Si $HC = \frac{2}{3}$ m, halle la longitud de la tabla de madera.

- A) 6 m
B) 6,5 m
C) 7 m
D) 7,5 m
E) 8 m



Solución:

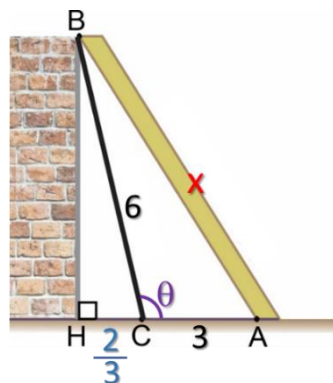
- $\triangle ABC$: Teorema de Euclides ($\theta > 90^\circ$)

$$x^2 = 3^2 + 6^2 + 2 \cdot 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)$$

$$\Rightarrow x^2 = 45 + 4$$

$$\Rightarrow x = 7 \text{ m}$$

$\therefore$ La longitud de la tabla de madera es 7 m.



Rpta.: C

7. En la figura, O es centro de la circunferencia y M es punto de tangencia. Si $AM = MC$, $BN = NM$ y $OC^2 - OB^2 = 36 \text{ m}^2$, halle AC.

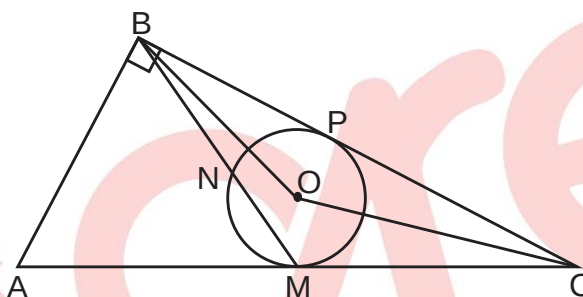
A) $8\sqrt{3} \text{ m}$

B) $15\sqrt{2} \text{ m}$

C) $10\sqrt{3} \text{ m}$

D) $12\sqrt{6} \text{ m}$

E) $12\sqrt{2} \text{ m}$



Solución:

- $\triangle OMC$: Teorema de Pitágoras

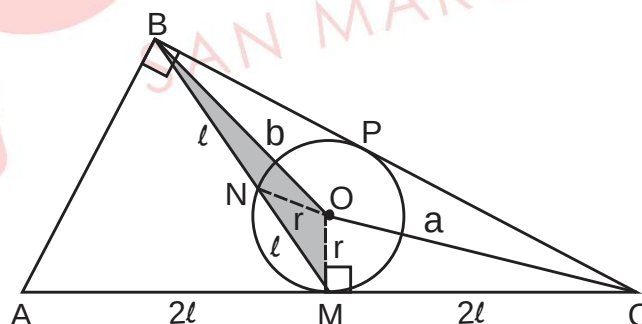
$$r^2 + 4\ell^2 = a^2$$

- $\triangle MOB$: teorema de la mediana

$$b^2 + r^2 = 2r^2 + 2\ell^2$$

$$\Rightarrow \ell = 3\sqrt{2}$$

$$\therefore AC = 12\sqrt{2} \text{ m}$$



Rpta.: E

8. Para evitar la caída del molino de viento, este es fijado por tres cuerdas tensadas como se muestra en la figura. Si el punto T dista 8 m y 7 m de los puntos A y B, respectivamente y $AB = 3 \text{ m}$, halle la distancia del punto T a la base del soporte del molino.

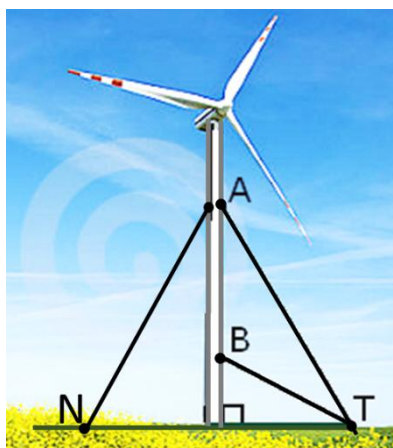
A) 6 m

B) $4\sqrt{3} \text{ m}$

C) $2\sqrt{6} \text{ m}$

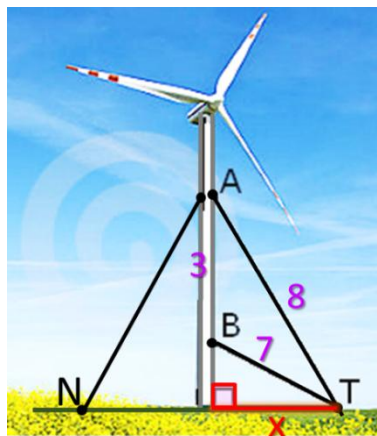
D) $4\sqrt{5} \text{ m}$

E) 7 m



Solución:

- $\triangle ABT$: Teorema de Herón
 $2p = 3 + 7 + 8$
 $\Rightarrow p = 9$
 $\Rightarrow x = \frac{2}{3} \sqrt{9(9-3)(9-7)(9-8)}$
 $\Rightarrow x = 4\sqrt{3} \text{ m}$

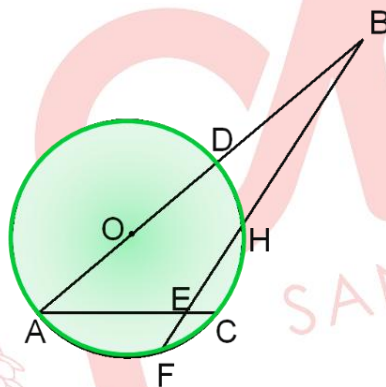


$\therefore$ La distancia del punto T a la base del soporte del molino es $4\sqrt{3} \text{ m}$

Rpta.: B

9. La figura muestra un jardín circular con tres veredas representadas por $\overline{AB}$, $\overline{BF}$ y $\overline{AC}$ tal que O es centro del borde del parque, $EF = 2EC$ y $AE = 4 \text{ m}$. Si $EF + HB = 6 \text{ m}$ y $AB = 2BH$, halle la longitud del tramo $\overline{BD}$.

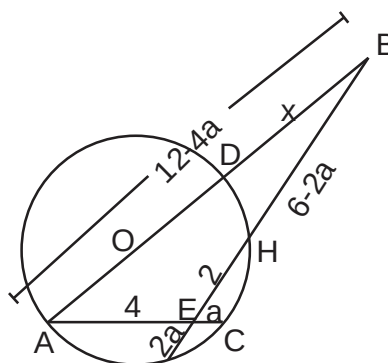
- A) 1 m
- B) 2 m
- C) 3 m
- D) 4 m
- E) 5 m



Solución:

- Teorema de cuerdas:
 $EH = 2$
- Teorema de secantes:
 $(12 - 4a)x = 8(6 - 2a)$
 $\Rightarrow x = 4$

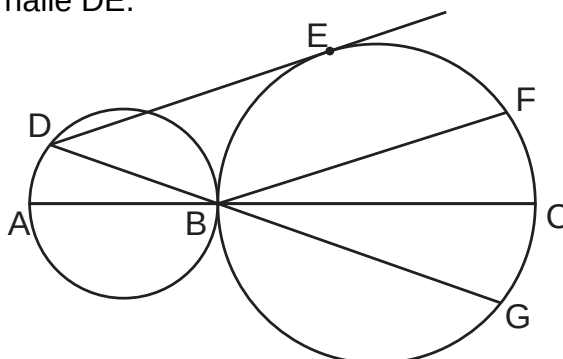
$\therefore$ La longitud del tramo $\overline{BD}$ es 4 m.



Rpta.: D

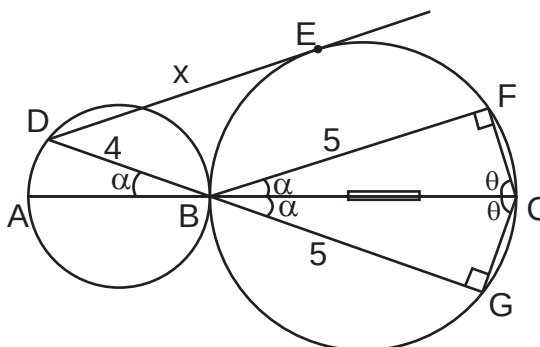
10. En la figura, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ son diámetros, B y E son puntos de tangencia. Si $m\angle ABD = m\angle FBC$, $DB = 4 \text{ cm}$ y $BF = 5 \text{ cm}$, halle DE.

- A) 6 cm
- B) 5 cm
- C) 7 cm
- D) $6\sqrt{2} \text{ cm}$
- E) $5\sqrt{2} \text{ cm}$



Solución:

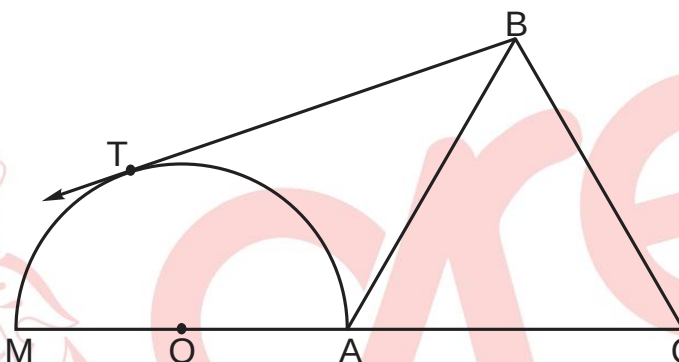
- $\triangle BFC \cong \triangle BGC$ (ALA)
 $BG = 5$
- Teorema de la tangente:
 $x^2 = 9 \cdot 4$
 $\therefore x = 6 \text{ cm}$



Rpta.: A

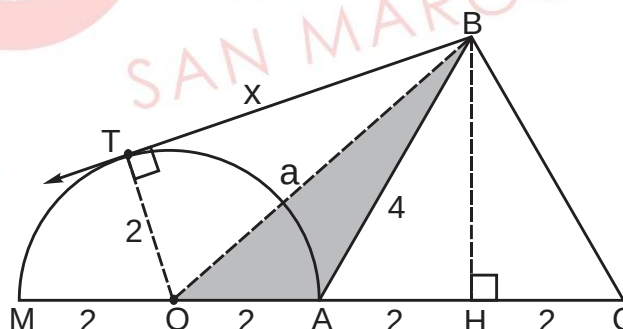
11. En la figura, $\overline{MA}$ es diámetro, T es punto de tangencia y el triángulo ABC es equilátero. Si $AC = 2MO = 2OA = 4 \text{ m}$, halle BT.

- A) $3\sqrt{2} \text{ m}$
B) $3\sqrt{3} \text{ m}$
C) $2\sqrt{6} \text{ m}$
D) $4\sqrt{2} \text{ m}$
E) $3\sqrt{6} \text{ m}$



Solución:

- $\triangle AOB$: Teorema de Euclides
 $a^2 = 2^2 + 4^2 + 2 \cdot 2 \cdot 2$
 $\Rightarrow a^2 = 28$
- $\triangle ABD$: Teorema de Pitágoras
 $x^2 + 2^2 = a^2$
 $\Rightarrow x = 2\sqrt{6} \text{ m}$



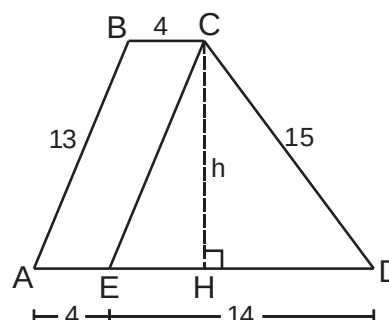
Rpta.: C

12. Un soldador diseña una estructura metálica en forma de trapecio cuyas bases miden 4 dm y 18 dm, los lados no paralelos miden 13 dm y 15 dm. Halle la distancia entre las bases de la estructura.

- A) 14 dm B) 15 dm C) 10 dm D) 12 dm E) 8 dm

Solución:

- Trazar $\overline{CE} \parallel \overline{AB}$
 $\Rightarrow AB = CE = 13 \text{ y}$
 $BC = AE = 4$



- $\triangle ECD$: Teorema de Herón

$$2p = 13 + 15 + 14$$

$$p = 21$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)}$$

$$\Rightarrow h = 12 \text{ dm}$$

$\therefore$ La distancia entre las bases de la estructura es 12 dm.

Rpta.: D

13. En una circunferencia se trazan las cuerdas $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ que se intersecan en el punto P. Si $m\angle DPB = 37^\circ$, $m\widehat{AD} = 90^\circ$ y $CP = 4 \text{ m}$, halle AP.

A) $\frac{20}{7} \text{ m}$

B) $\frac{12}{7} \text{ m}$

C) $\frac{15}{7} \text{ m}$

D) $\frac{18}{7} \text{ m}$

E) $\frac{23}{7} \text{ m}$

Solución:

- $\triangle PHD$: notable de 37° y 53°

$$\Rightarrow PD = 5k \wedge PH = 4k$$

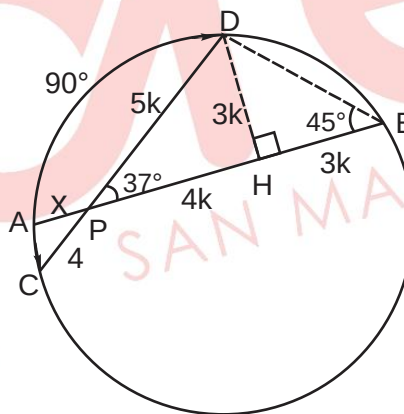
- $\triangle DHB$: notable de 45°

$$\Rightarrow HB = 3k$$

- Teorema de cuerdas:

$$x(7k) = 4(5k)$$

$$\Rightarrow x = \frac{20}{7} \text{ m}$$



Rpta.: A

14. En la figura, O es centro, $CF = 9 \text{ cm}$ y $BC = 12 \text{ cm}$. Halle EF.

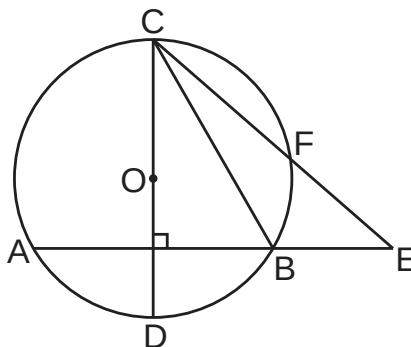
A) 7 cm

B) 9 cm

C) 8 cm

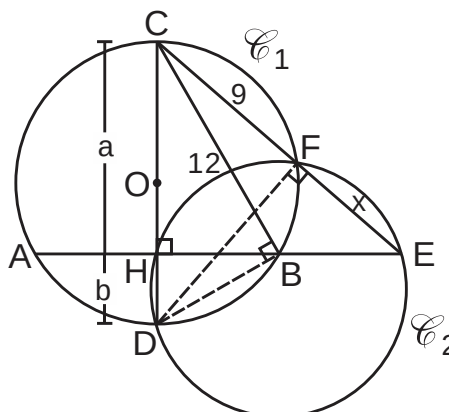
D) 6 cm

E) 5 cm



Solución:

- $\triangle$ CBD: relaciones métricas
 $12^2 = (a + b) a \quad \dots (1)$
- $\mathbf{C}_2$: teorema de la secante
 $(9 + x) \cdot 9 = (a + b) \cdot a \quad \dots (2)$
- De (1) y (2):
 $\therefore x = 7 \text{ cm}$

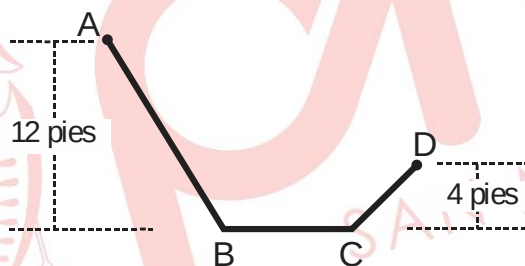


Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

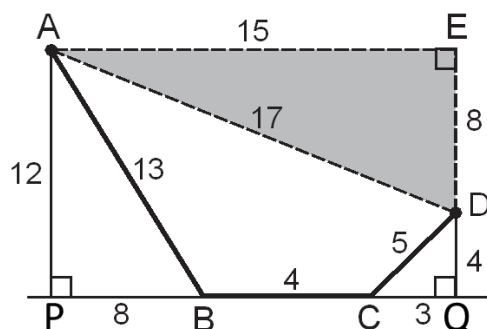
1. En la figura se muestra parte de una conexión de agua con tubos representados por $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{CD}$ tal que $AB = 13$ pies, $BC = 4$ pies y $CD = 5$ pies. Si se instala una tubería directamente desde el punto A hasta D, halle AD.

- A) 18 pies
B) 20 pies
C) 17 pies
D) 16 pies
E) 19 pies



Solución:

- $\triangle APB$: Teorema de Pitágoras
PB = 8
- $\triangle CQD$: notable de 37° y 53°
AD = 3
- $\triangle AED$: Teorema de Pitágoras
AD = 17 pies



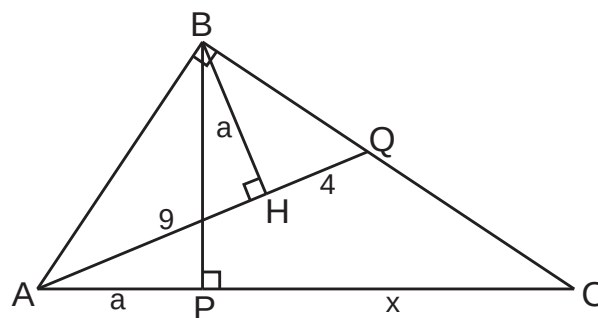
Rpta.: C

2. En un triángulo rectángulo ABC, se traza la ceviana interior $\overline{AQ}$ y en el triángulo ABQ se traza la altura $\overline{BH}$, P es punto de $\overline{AC}$ tal que el cuadrilátero ABHP es un trapecio isósceles. Si $AH = 9$ m y $HQ = 4$ m, halle PC.

- A) 12 m B) 11 m C) 9,5 m D) 13,5 m E) 10 m

Solución:

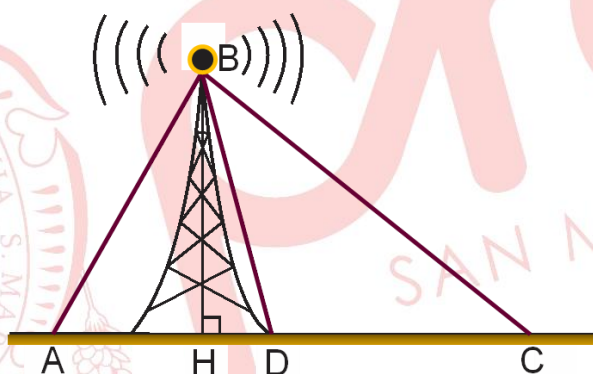
- $\triangle ABQ$: relaciones métricas
 $a^2 = 4 \cdot 9 \Rightarrow a = 6$
- $\overline{AB} \parallel \overline{HP} \Rightarrow m\angle APB = 90^\circ$ y $BP = 9$
- $\triangle ABC$: relaciones métricas
 $6x = 81$
 $\therefore x = 13,5 \text{ m}$



Rpta.: D

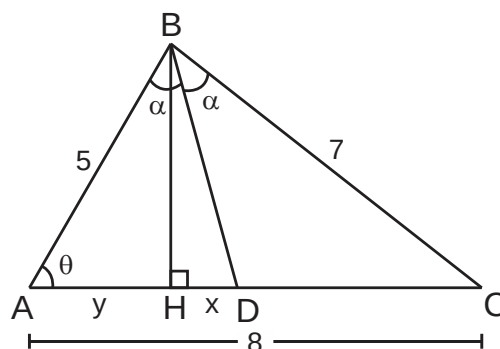
3. La figura muestra una antena. Para una mayor estabilidad se colocan 3 cables representados por $\overline{AB}$, $\overline{BD}$ y $\overline{BC}$ tal que $AB = 5 \text{ m}$ y $BC = 7 \text{ m}$. Si $m\angle ABD = m\angle DBC$ y $AC = 8 \text{ m}$, halle HD .

- A) 1 m
B) $\frac{1}{2} \text{ m}$
C) $\frac{6}{7} \text{ m}$
D) $\frac{4}{3} \text{ m}$
E) $\frac{5}{6} \text{ m}$



Solución:

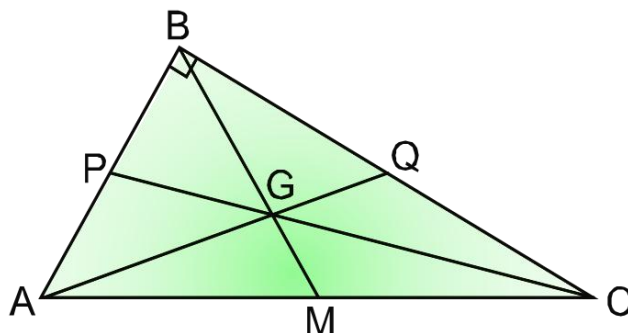
- $\triangle ABC$: teorema bisectriz interior
 $AD = \frac{10}{3} \wedge DC = \frac{14}{3}$
- $\triangle ABC$: Teorema de Euclides ($\theta < 90^\circ$)
 $7^2 = 5^2 + 8^2 - 2(8)y \Rightarrow y = \frac{5}{2}$
- $x = \frac{10}{3} - \frac{5}{2} \Rightarrow x = \frac{5}{6} \text{ m}$



Rpta.: E

4. En un parque de forma triangular ABC, se construye las veredas representadas por $\overline{AQ}$, $\overline{BM}$ y $\overline{CP}$ concurrentes en una pileta ubicada en el punto G como se muestra en la figura, tal que G es baricentro. Si $PG = 5$ m y $GQ = 4$ m, halle la longitud de la vereda $\overline{BM}$.

- A) $3\sqrt{\frac{41}{2}}$ m B) $3\sqrt{\frac{41}{5}}$ m
C) $3\sqrt{\frac{17}{5}}$ m D) $3\sqrt{\frac{41}{7}}$ m
E) $3\sqrt{\frac{41}{6}}$ m



Solución:

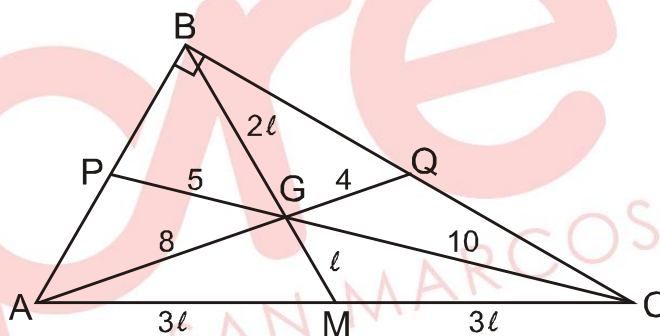
- $\triangle ABC$: G es baricentro

$$\Rightarrow GC = 10 \text{ y } AC = 8$$

- $\triangle AGC$: teorema de la mediana

$$\begin{aligned} 8^2 + 10^2 &= 2\ell^2 + \frac{(6\ell)^2}{2} \\ \Rightarrow 164 &= 2\ell^2 + 18\ell^2 \\ \Rightarrow \ell &= \sqrt{\frac{41}{5}} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{La longitud de la vereda } \overline{BM} \text{ es } 3\ell = 3\sqrt{\frac{41}{5}} \text{ m.}$$



Rpta.: B

5. Los lados de un triángulo ABC miden $AB = 13$ m, $BC = 20$ m, $AC = 21$ m, T punto medio de $\overline{AC}$ y la mediatriz de $\overline{AC}$ interseca a $\overline{BC}$ en el punto M. Halle MT.

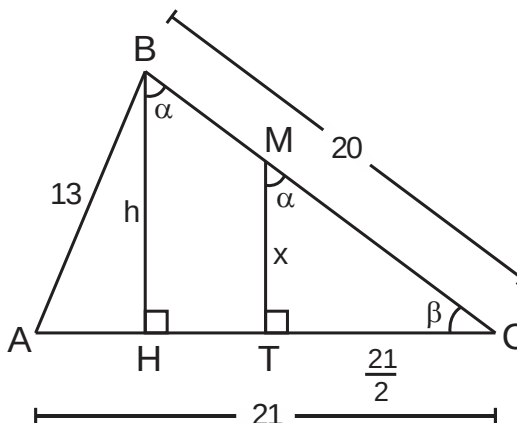
- A) $\frac{67}{8}$ m B) $\frac{63}{8}$ m C) $\frac{65}{8}$ m D) $\frac{69}{8}$ m E) $\frac{61}{8}$ m

Solución:

- $\triangle ABC$: Teorema de Herón

$$h = \frac{2}{21} \sqrt{27 \cdot 14 \cdot 7 \cdot 6}$$

$$\Rightarrow h = 12 \text{ m}$$



- $\triangle BHC \sim \triangle MTC$

$$\frac{h}{x} = \frac{16}{\frac{21}{2}}$$

- Luego,

$$\frac{12 \cdot \frac{21}{2}}{16} = x \Rightarrow x = \frac{63}{8} \text{ m}$$

Rpta.: B

6. En la figura, T es punto de tangencia. Si $\widehat{mAB} = \widehat{mBC}$, $PT = 6 \text{ m}$ y $AQ = 2 \text{ m}$, halle QC.

A) 1 m

B) 2 m

C) 3 m

D) 4 m

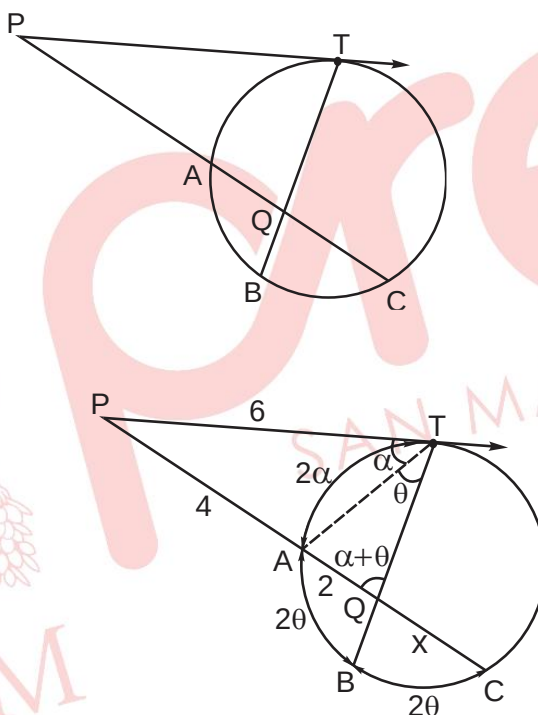
E) 5 m

Solución:

- $\triangle QPT$: isósceles
 $\Rightarrow AP = 4$
- Teorema de la tangente

$$6^2 = 4(x + 6)$$

$$\therefore x = 3 \text{ m}$$



Rpta.: C

ÁLGEBRA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones en el orden respectivo:

I. El polinomio $p(x) = x^{26} + (x^7 + 2)^4$ tiene exactamente 26 raíces complejas.

II. El siguiente polinomio tiene exactamente 3 raíces complejas:

$$q(x) = \prod_{n=1}^3 (x^n + 1)$$

III. El polinomio $h(x, y) = x^2 + y^2 - 1$ tiene exactamente 2 raíces complejas.

A) VFF

B) FFF

C) VVF

D) FVV

E) FFV

Solución:

I. Falso.

Se tiene: $\text{grad}(x^{26}) = 26 \wedge \text{grad}((x^7 + 2)^4) = 4\text{grad}(x^7 + 2) = 4(7) = 28$

Dado que $\text{grad}((x^7 + 2)^4) > \text{grad}(x^{26})$, entonces:

$$\text{grad}(x^{26} + (x^7 + 2)^4) = \text{grad}((x^7 + 2)^4) = 28$$

Luego, por el teorema fundamental del álgebra, $p(x)$ tiene exactamente 28 raíces complejas.

II. Falso.

$$q(x) = \prod_{n=1}^3 (x^n + 1) = (x + 1)(x^2 + 1)(x^3 + 1)$$

$$\rightarrow \text{grad}(q(x)) = \text{grad}(x + 1) + \text{grad}(x^2 + 1) + \text{grad}(x^3 + 1)$$

$$\rightarrow \text{grad}(q(x)) = 1 + 2 + 3$$

$$\rightarrow \text{grad}(q(x)) = 6$$

Luego, por el teorema fundamental del álgebra, $q(x)$ tiene exactamente 6 raíces complejas.

III. Falso.

El teorema fundamental del álgebra establece que todo polinomio de una variable y grado «n» con coeficientes complejos tiene exactamente «n» raíces complejas. El polinomio $h(x, y) = x^2 + y^2 - 1$ es de dos variables y, de hecho, la ecuación $x^2 + y^2 - 1 = 0$ tiene infinitas soluciones.

∴ FFF.

Rpta.: B

2. El profesor de Álgebra le pide a Catalina: «Escribe un polinomio que tenga exactamente tres raíces complejas en total, y que 1 y 2 sean dos de ellas». Catalina lo intentó, pero le salió mal: $p(x) = 4x^4 + x^3 + 5x + 6$ no satisface todas las condiciones a la vez. Para rectificar, ¿qué dos coeficientes debe modificar?

A) 4 y 1 B) 4 y 6 C) 5 y 6 D) 1 y 5 E) 4 y 5

Solución:

Dado que el polinomio pedido debe tener exactamente 3 raíces complejas, por el teorema fundamental del álgebra, dicho polinomio debe ser de grado 3.

Luego, el coeficiente 4 debe modificarse y tomar el valor de 0 en su lugar.

El nuevo polinomio es de la forma: $p'(x) = x^3 + 5x + 6 \dots (\alpha)$

De (α) , supongamos que el coeficiente 1 es el que debe modificarse.

$$p''(x) = kx^3 + 5x + 6$$

Dado que 1 y 2 deben ser raíces:

$$k(1)^3 + 5(1) + 6 = 0 \wedge k(2)^3 + 5(2) + 6 = 0$$

$$\rightarrow k = -11 \wedge k = -2 \quad (\rightarrow \leftarrow)$$

De (α) , supongamos que el coeficiente 5 es el que debe modificarse.

$$p'''(x) = x^3 + kx + 6$$

Dado que 1 y 2 deben ser raíces:

$$(1)^3 + k(1) + 6 = 0 \wedge (2)^3 + k(2) + 6 = 0$$

$$\rightarrow k = -7 \wedge k = -7$$

Luego, el coeficiente 5 debe modificarse y tomar el valor de -7 en su lugar.

Finalmente, $p''(x) = x^3 - 7x + 6$ es un polinomio que satisface todas las condiciones establecidas por el profesor de Álgebra.

$\therefore$ Los dos coeficientes que Catalina debe modificar son 4 y 5.

Rpta.: E

3. Si m y n son las raíces del polinomio $p(x) = x^2 - 4x + 7$, determine el valor de

$$H = \frac{m-7}{m-3} + \frac{n-7}{n-3} + mn.$$

A) 11 B) $\frac{6}{7}$ C) 6 D) $-\frac{7}{4}$ E) 4

Solución:

Por el teorema de Cardano-Viette:

$$\begin{cases} m + n = 4 \\ mn = 7 \end{cases}$$

Dado que m es una raíz de $p(x)$, entonces: $p(m) = 0$

$$\rightarrow m^2 - 4m + 7 = 0$$

$$\rightarrow m^2 - 3m - m + 7 = 0$$

$$\rightarrow m(m - 3) = m - 7$$

$$\rightarrow m = \frac{m - 7}{m - 3}$$

Análogamente, dado que n es una raíz de $p(x)$: $n = \frac{n-7}{n-3}$

Luego:

$$H = m + n + mn$$

$$= 4 + 7$$

$$= 11$$

$\therefore$ El valor de H es 11.

Rpta.: A

4. Al usar una linterna para alumbrar un vidrio, el R % de la luz incidente se reflejó, el A % fue absorbida por el vidrio y el T % restante lo atravesó. Si R^2 y A^2 son las raíces del polinomio $p(x) = 32 + \frac{1}{2}x^2 - 24x$, halle el porcentaje de luz que atravesó dicho vidrio.

A) 3 % B) 2 % C) 20 % D) 26 % E) 92 %

Solución:

Dado que R^2 y A^2 son las raíces del polinomio $p(x) = \frac{1}{2}x^2 - 24x + 32$, por teorema de Cardano-Viette:

$$\begin{cases} R^2 + A^2 = -\frac{-24}{\frac{1}{2}} \rightarrow R^2 + A^2 = 48 \\ R^2 A^2 = \frac{32}{\frac{1}{2}} \rightarrow R^2 A^2 = 64 \rightarrow RA = 8 \end{cases}$$

Usamos: $(R + A)^2 = R^2 + A^2 + 2RA$

$$\rightarrow (R + A)^2 = 48 + 2(8)$$

$$\rightarrow (R + A)^2 = 64$$

$$\rightarrow R + A = 8$$

Dado que, de acuerdo al contexto del enunciado, se debe cumplir que $R + A + T = 100$, entonces $T = 92$.

$\therefore$ El 92 % de la luz incidente atravesó el vidrio.

Rpta.: E

5. Una caja de jugo con forma de ortoedro tiene una capacidad de 300 mililitros. Las medidas de sus dimensiones, en centímetros, tienen como valores numéricos a las raíces del polinomio $p(x) = x^3 - nx^2 + (4m - 10)x - 8m$, donde $m, n \in \mathbb{R}$. Determine el área total de la superficie de la caja, en centímetros cuadrados.

A) 280 cm² B) 75 cm² C) 300 cm² D) 120 cm² E) 140 cm²

Solución:

Sean a , b y c los valores numéricos de las medidas de las dimensiones, en centímetros, de la caja.

Dado que 1 centímetro cúbico equivale a 1 mililitro: $abc = 300 \dots (i)$

Por el teorema de Cardano-Viette para $p(x) = x^3 - nx^2 + (4m - 10)x - 8m$, se tiene:

- $abc = 8m \dots (ii)$
- $ab + bc + ac = 4m - 10 \dots (iii)$

De (i) y (ii):

$$8m = 300$$

$$\rightarrow 4m = 150 \dots (iv)$$

Reemplazando (iv) en (iii):

$$ab + bc + ac = 150 - 10$$

$$\rightarrow ab + bc + ac = 140$$

$$\rightarrow 2(ab + bc + ac) = 280$$

$\therefore$ El área total de la superficie de la caja mide 280 cm^2 .

Rpta.: A

6. Sea $\{m, n\} \subset \mathbb{Q}^+$, $\sqrt{m} \in \mathbb{I}$. Si $2 - \sqrt{m}$ es un cero del polinomio $p(x) = x^4 - x^3 - 11x^2 + nx$, halle el valor de $p(p(-3))$.

- A) 81 B) -3 C) 1 D) 0 E) -12

Solución:

Se observa que 0 es una raíz de $p(x)$.

Dado que $p(x) \in \mathbb{Q}[x]$, y que $2 - \sqrt{m}$ es una raíz de $p(x)$, por el teorema de paridad de raíces se cumple que $2 + \sqrt{m}$ es otra raíz de $q(x)$.

Sean $2 - \sqrt{m}$, $2 + \sqrt{m}$, 0, r las cuatro raíces complejas de $p(x)$.

Por el teorema de Cardano-Viette para $p(x) = x^4 - x^3 - 11x^2 + nx$, se cumple:

$$(2 - \sqrt{m}) + (2 + \sqrt{m}) + 0 + r = 1$$

$$\rightarrow r = -3$$

$$\rightarrow p(p(-3)) = p(0) = 0$$

$$\therefore p(p(-3)) = 0$$

Rpta.: D

Lea el siguiente texto y responda las preguntas 7 y 8.

En un laboratorio se estudió la temperatura alcanzada por dos láminas de metal que se someten a x horas de exposición térmica. Las temperaturas alcanzadas (en °C) fueron:

Lámina 1: $p(x) = -x^3 + mx^2 - 25x + 25$

Lámina 2: $q(x) = -x^3 + 9x^2 - 12x - (m + 5)$

Además, $p(x)$ tiene coeficientes reales y una de sus raíces es $2 + i$.

7. ¿Cuál fue la temperatura alcanzada por la primera lámina de metal a las dos horas de iniciado el experimento?

A) 2°C B) 14°C C) 28°C D) 3°C E) 10°C

Solución:

Dado que $p(x) \in \mathbb{R}[x]$ y que $2 + i$ es una raíz de $p(x)$, por el teorema de paridad de raíces se cumple que $2 - i$ es otra raíz de $p(x)$.

Sean $2 + i$, $2 - i$, α las tres raíces complejas de $p(x)$.

Por el teorema de Cardano-Viette para $p(x) = -x^3 + mx^2 - 25x + 25$, se cumple:

$$\begin{cases} (2 + i) + (2 - i) + \alpha = m \dots (*) \\ (2 + i)(2 - i)\alpha = 25 \dots (**) \end{cases}$$

De (**):

$$5\alpha = 25$$

$$\rightarrow \alpha = 5$$

Reemplazando en (*):

$$(2 + i) + (2 - i) + 5 = m$$

$$\rightarrow m = 9$$

$$\rightarrow p(x) = -x^3 + 9x^2 - 25x + 25 \wedge q(x) = -x^3 + 9x^2 - 12x - 14$$

Luego:

$$p(2) = -(2)^3 + 9(2)^2 - 25(2) + 25$$

$$= -8 + 36 - 50 + 25$$

$$= 3$$

∴ La temperatura alcanzada por la primera lámina de metal a las dos horas de iniciado el experimento fue de 3°C.

Rpta.: D

8. ¿A las cuántas horas de iniciado el experimento, la temperatura de la primera lámina de metal fue igual a la de la segunda?

A) 2 horas B) 3 horas C) 4 horas D) 5 horas E) 6 horas



Solución:

Condición: $p(x) = q(x)$

$$\rightarrow -x^3 + 9x^2 - 25x + 25 = -x^3 + 9x^2 - 12x - 14$$

$$\rightarrow -25x + 25 = -12x - 14$$

$$\rightarrow 39 = 13x$$

$$\rightarrow x = 3$$

∴ A las tres horas de iniciado el experimento, la temperatura de la primera lámina fue igual a la de la segunda.

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones en el orden respectivo:

- I. El polinomio $p(x) = (x^2 + 5)(6 - x^4) + (x^3 + 4)^2$ tiene exactamente 6 raíces complejas.
- II. La suma de las raíces de $q(x) = -6x + 3x^2 + 12$ es 2.
- III. El producto de las raíces de $r(x) = 3x - 7x^2 - 42$ es 6.

A) VVV B) FVV C) VVF D) VFV E) FVF

Solución:

I. Falso.

$$\begin{aligned} p(x) &= (x^2 + 5)(6 - x^4) + (x^3 + 4)^2 \\ &= 6x^2 - x^6 + 30 - 5x^4 + x^6 + 8x^3 + 16 \\ &= -5x^4 + 8x^3 + 6x^2 + 46 \end{aligned}$$

Dado que $\text{grad}(p(x)) = 4$, por el teorema fundamental del álgebra se cumple que $p(x)$ tiene exactamente 4 raíces complejas.

II. Verdadero.

$$\begin{aligned} q(x) &= -6x + 3x^2 + 12 \\ &= 3x^2 - 6x + 12 \end{aligned}$$

Sean r_1, r_2 las raíces de $q(x)$.

Por el teorema de Cardano-Viette para $q(x) = 3x^2 - 6x + 12$, se cumple:

$$\begin{aligned} r_1 + r_2 &= -\frac{(-6)}{3} \\ \rightarrow r_1 + r_2 &= 2 \end{aligned}$$

III. Verdadero.

$$r(x) = 3x - 7x^2 - 42$$

$$= -7x^2 + 3x - 42$$

Sean r_1, r_2 las raíces de $r(x)$.

Por el teorema de Cardano-Viette para $r(x) = -7x^2 + 3x - 42$, se cumple:

$$(r_1)(r_2) = \frac{-42}{-7}$$

$$\rightarrow (r_1)(r_2) = 6$$

∴ FVV

Rpta.: B

1. El profesor Cruz desea mostrar a sus estudiantes el ejemplo de un polinomio $m(x)$ que tenga exactamente 9 raíces complejas. Para ello, utiliza operaciones entre los monomios $p(x) = 16x^3$, $r(x) = 2x^2$, $e(x) = 28x^4$ y $s(x) = -9x^5$. Dado el siguiente esquema, ¿cuál fue el orden correcto en que colocó los monomios?

$$m(x) = (\text{ @ })^2 - (\text{ & }) \times [(\text{ # })^3 + (\text{ ♪ })]$$

A) @: $p(x)$, &: $r(x)$, #: $e(x)$, ♪: $s(x)$

C) @: $s(x)$, &: $p(x)$, #: $r(x)$, ♪: $e(x)$

E) @: $r(x)$, &: $p(x)$, #: $e(x)$, ♪: $s(x)$

B) @: $e(x)$, &: $r(x)$, #: $p(x)$, ♪: $s(x)$

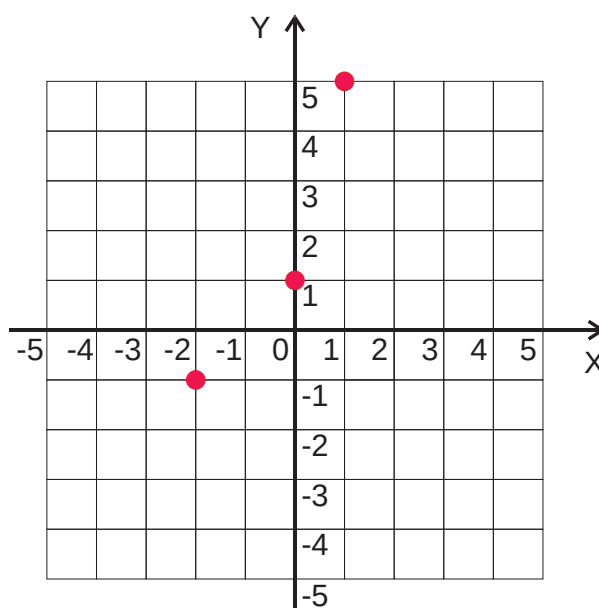
D) @: $e(x)$, &: $p(x)$, #: $r(x)$, ♪: $s(x)$

Solución:

$$m(x) = (28x^4)^2 - (16x^3) \times [(2x^2)^3 + (-9x^5)]$$

Rpta.: D

2. Un matemático utiliza una computadora para graficar 3 puntos en el plano cartesiano, tal como se muestra en la siguiente figura. Luego, mediante un algoritmo obtiene un polinomio mónico $p(x)$ de grado dos, de tal manera que los tres puntos graficados sean de la forma $(x, p(x))$. ¿Cuál es la suma de las raíces de $p(x)$?



A) 21

B) 10

C) 3

D) -3

E) 2

Solución:

Sea $p(x) = x^2 + bx + c \dots (i)$

Por dato, los puntos $(-2, -1)$, $(0, 1)$ y $(1, 5)$ son de la forma $(x, p(x))$. Luego:

$$\begin{cases} p(-2) = -1 \\ p(0) = 1 \dots (ii) \\ p(1) = 5 \dots (iii) \end{cases}$$

De (i) y (ii):

$$0^2 + b(0) + c = 1$$

$$\rightarrow c = 1$$

Reemplazando en (i):

$$p(x) = x^2 + bx + 1 \dots (iv)$$

De (iii) y (iv):

$$1^2 + b(1) + 1 = 5$$

$$\rightarrow b = 3$$

Reemplazando en (iv):

$$p(x) = x^2 + 3x + 1$$

Por el teorema de Cardano-Viette, la suma de sus raíces es -3 .

$\therefore$ La suma de las raíces del polinomio $p(x)$ es -3 .

Rpta.: D

3. Sea $k \in \mathbb{R}$. Si uno de los ceros del polinomio $p(x) = x^3 + x^2 + x - k$ es cero, ¿cuál es la suma de los cuadrados de los otros ceros de $p(x)$?

A) -3 B) 3 C) $2i$ D) 5 E) -1

Solución:

Dado que 0 es raíz de $p(x)$: $k = 0$.

$$\text{Luego, } p(x) = x^3 + x^2 + x$$

Sean $0, \alpha, \beta$ las tres raíces complejas de $p(x)$.

Por el teorema de Cardano-Viette, se cumple:

$$\begin{cases} 0 + \alpha + \beta = -1 \\ (0)(\alpha) + (0)(\beta) + (\alpha)(\beta) = 1 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = -1 \dots (i) \\ \alpha\beta = 1 \dots (ii) \end{cases}$$

$$\text{Usamos } (\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 \dots (iii)$$

De (i) y (ii) en (iii):

$$(-1)^2 = \alpha^2 + \beta^2 + 2(1)$$

$$\rightarrow 1 = \alpha^2 + \beta^2 + 2$$

$$\rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = -1$$

$\therefore$ La suma de los cuadrados de los otros ceros de $p(x)$ es -1 .

Rpta.: E

4. Si m, n y p son las raíces del polinomio $q(x) = x^3 - x + 1$, calcule el valor de

$$H = m^5 + n^5 + p^5 + m^2 + n^2 + p^2$$

A) -3

B) -1

C) 0

D) 6

E) 1

Solución:

Por el teorema de Cardano-Viette para $q(x) = x^3 + 0x^2 - x + 1$, se cumple:

$$\begin{cases} m + n + p = 0 \\ mnp = -1 \end{cases}$$

Por otro lado, como m es raíz, se cumple:

$$m^3 - m + 1 = 0$$

$$\rightarrow m^3 + 1 = m$$

$$\rightarrow m^5 + m^2 = m^3$$

$$\text{Análogamente: } n^5 + n^2 = n^3 \wedge p^5 + p^2 = p^3$$

Luego:

$$H = (m^5 + m^2) + (n^5 + n^2) + (p^5 + p^2)$$

$$H = m^3 + n^3 + p^3$$

$$H = 3mnp$$

$$H = 3(-1)$$

$$H = -3$$

$\therefore$ El valor de H es -3 .

Rpta.: A

5. Sea i la unidad imaginaria. Si $\{u, n, m, s\}$ es el conjunto solución de la ecuación $x^4 = i$, halle el valor de $((unmsm)^{20})^{26}$.

A) $-i$

B) 1

C) i

D) -1

E) 4

Solución:

Como $\{u, n, m, s\}$ es el conjunto solución de la ecuación $x^4 = i$, entonces u, n, m y s son las raíces del polinomio $p(x) = x^4 - i$.

Por el teorema de Cardano-Viette para $p(x) = x^4 + 0x^3 + 0x^2 + 0x - i$, se tiene:

$$unms = -i$$

$$\rightarrow ((unmsm)^{20})^{26} = (-im)^{520}$$

$$= (-i)^{520} m^{520}$$

$$= (1)(m^4)^{130}$$

$$= i^{130}$$

$$= i^{128+2}$$

$$= -1$$

∴ El valor de $((unmsm)^{20})^{26}$ es -1 .

Rpta.: D

Lea el siguiente texto y responda las preguntas 7 y 8.

Durante la apertura de un nuevo mercado bursátil, el valor de las acciones de dos empresas coincidió con polinomios mónicos de segundo grado y con coeficientes racionales: al pasar x horas desde el inicio de la apertura, el valor de cada acción de la empresa A fue de $p(x)$ dólares, mientras que el de la empresa B fue de $q(x)$ dólares. Además, una raíz de $p(x)$ es $4 + 3i$, y una raíz de $q(x)$ es $-5 + \sqrt{2}$.

6. ¿A las cuántas horas de iniciada la apertura, las acciones de la empresa A alcanzaron su valor mínimo?

A) 5 horas B) 4 horas C) 2 horas D) 8 horas E) 3 horas

Solución:

Dado que $p(x) \in \mathbb{Q}[x] \subset \mathbb{R}[x]$ y que $4 + 3i$ es una raíz de $p(x)$, por el teorema de paridad de raíces se cumple que $4 - 3i$ es otra raíz de $p(x)$.

Luego, dado que $p(x)$ es mónico, por el teorema del factor se tiene:

$$p(x) = (x - (4 + 3i))(x - (4 - 3i))$$

$$\rightarrow p(x) = x^2 - [(4 + 3i) + (4 - 3i)]x + (4 + 3i)(4 - 3i)$$

$$\rightarrow p(x) = x^2 - 8x + 25$$

Dado que $q(x) \in \mathbb{Q}[x]$ y que $-5 + \sqrt{2}$ es una raíz de $q(x)$, por el teorema de paridad de raíces se cumple que $-5 - \sqrt{2}$ es otra raíz de $q(x)$.

Luego, dado que $q(x)$ es mónico, por el teorema del factor se tiene:

$$q(x) = (x - (-5 + \sqrt{2}))(x - (-5 - \sqrt{2}))$$

$$\rightarrow q(x) = x^2 - [(-5 + \sqrt{2}) + (-5 - \sqrt{2})]x + (-5 + \sqrt{2})(-5 - \sqrt{2})$$

$$\rightarrow q(x) = x^2 + 10x + 23$$

El polinomio $p(x)$ alcanza su valor mínimo en:

$$x = -\frac{-8}{2(1)} = 4$$

∴ Las acciones de la empresa A alcanzaron su valor mínimo a las 4 horas de iniciada la apertura.

Rpta.: B



7. A las 5 horas de iniciada la apertura, ¿en cuánto superó el valor de la acción de la empresa B al de la empresa A?

- A) 10 dólares B) 98 dólares C) 88 dólares
D) 28 dólares E) 85 dólares

Solución:

Se tiene: $p(x) = x^2 - 8x + 25 \wedge q(x) = x^2 + 10x + 23$

Luego:

$$p(5) = 5^2 - 8(5) + 25 \wedge q(5) = 5^2 + 10(5) + 23$$

$$\rightarrow p(5) = 25 - 40 + 25 \wedge q(5) = 25 + 50 + 23$$

$$\rightarrow p(5) = 10 \wedge q(5) = 98$$

$$\rightarrow q(5) - p(5) = 88$$

∴ A las 5 horas de iniciada la apertura, el valor de la acción de la empresa B superó al de la empresa A por 88 dólares.

Rpta.: C

TRIGONOMETRÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Determine el valor aproximado de $\frac{1 + \cos 2^\circ - \operatorname{sen} 2^\circ}{1 + \cos 2^\circ + \operatorname{sen} 2^\circ} + \csc 46^\circ$.

- A) 2 B) 3,5 C) 2,4 D) 3 E) 2,5

Solución:

Sea E el valor buscado, tenemos:

$$E = \frac{1 + \cos 2^\circ - \operatorname{sen} 2^\circ}{1 + \cos 2^\circ + \operatorname{sen} 2^\circ} + \csc 46^\circ$$

$$E = \frac{1 + \cos 92^\circ + \operatorname{sen} 92^\circ}{1 - \cos 92^\circ + \operatorname{sen} 92^\circ} + \csc 46^\circ$$

$$E = \frac{2 \cos^2 46^\circ + 2 \operatorname{sen} 46^\circ \cos 46^\circ}{2 \operatorname{sen}^2 46^\circ + 2 \operatorname{sen} 46^\circ \cos 46^\circ} + \csc 46^\circ$$

$$E = \frac{2 \cos 46^\circ (\cos 46^\circ + \operatorname{sen} 46^\circ)}{2 \operatorname{sen} 46^\circ (\operatorname{sen} 46^\circ + \cos 46^\circ)} + \csc 46^\circ$$

$$E = \cot 46^\circ + \csc 46^\circ = \cot 23^\circ$$

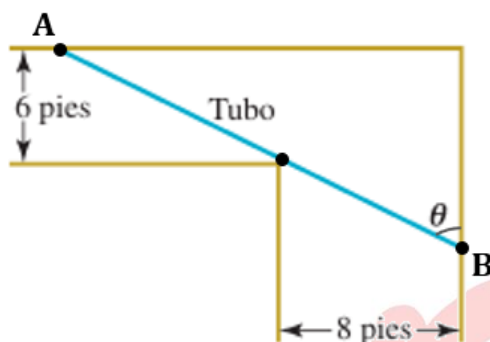
$$E = \frac{12}{5}$$

Por lo tanto, el valor buscado es 2,4.

Rpta.: C

2. Un tubo de acero de 20 pies de largo es transportado por un corredor de 8 pies de ancho hasta otro de 6 pies de ancho, como se representa en la figura. Si en determinado instante los extremos del tubo están ubicados en los puntos A y B donde $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$, determine la medida aproximada de θ .

- A) 53°
B) 37°
C) 30°
D) 45°
E) 67°



Solución:

Del gráfico, tenemos:

$$6 \sec \theta + 8 \csc \theta = 20$$

$$\Rightarrow 3 \operatorname{sen} \theta + 4 \cos \theta = 10 \operatorname{sen} \theta \cos \theta$$

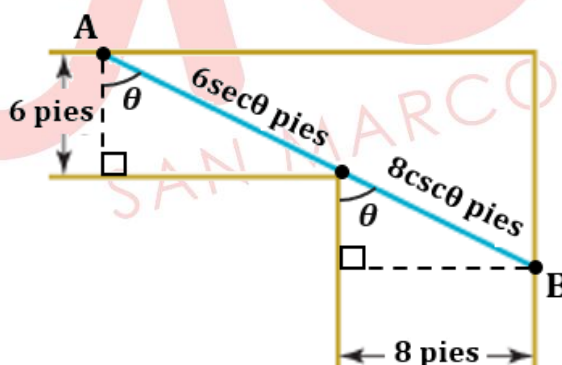
$$\Rightarrow \frac{3}{5} \operatorname{sen} \theta + \frac{4}{5} \cos \theta = 2 \operatorname{sen} \theta \cos \theta$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen}(\theta + 53^\circ) = \operatorname{sen}(2\theta)$$

$$\Rightarrow \theta + 53^\circ = 2\theta$$

$$\Rightarrow \theta = 53^\circ$$

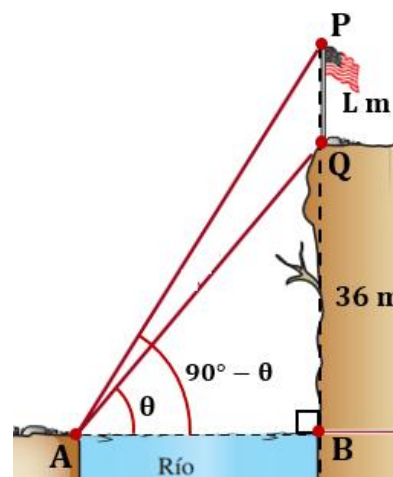
Por lo tanto, la medida de θ es 53° .



Rpta.: A

3. Desde la orilla de un río se observa la parte más alta de un acantilado y la parte más alta de una bandera con ángulos de elevación θ y $90^\circ - \theta$ respectivamente, como se representa en la figura. Si la altura de la bandera es un número entero de metros y $\cos(2\theta) < \frac{1}{13}$, determine la máxima altura que puede asumir la bandera.

- A) 5 m B) 4 m
C) 5,9 m D) 6 m
E) 7 m



Solución:

Del gráfico, tenemos:

$$36 \cot \theta = (L + 36) \tan \theta$$

$$L = 36(\cot^2 \theta - 1)$$

$$L = 72 \left(\frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{2 \sin^2 \theta} \right)$$

$$L = 72 \left(-1 + \frac{1}{1 - \cos(2\theta)} \right)$$

Como $\cos(2\theta) < \frac{1}{13}$

$$\Rightarrow \frac{12}{13} < 1 - \cos(2\theta) < 1$$

$$\Rightarrow 0 < -1 + \frac{1}{1 - \cos(2\theta)} < \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow L < 6$$

Por lo tanto, la máxima altura que puede asumir la bandera es 5 m.

Rpta.: A

4. Una persona de 2 m de estatura está parada sobre una acera inclinada y un poste de alumbrado forma una sombra de $9,6\sqrt{2}$ metros de longitud, como se representa en la figura. Determine la altura a la que encuentra la persona respecto de la horizontal.

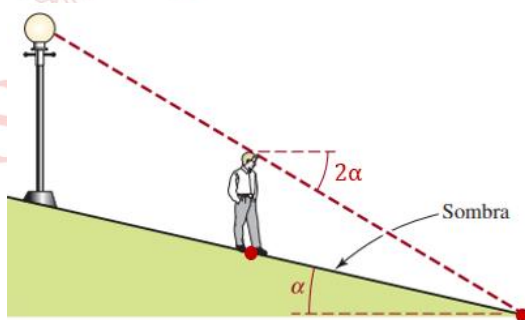
A) 1,8 m

B) 2,4 m

C) 1,6 m

D) 1,5 m

E) 1,92 m



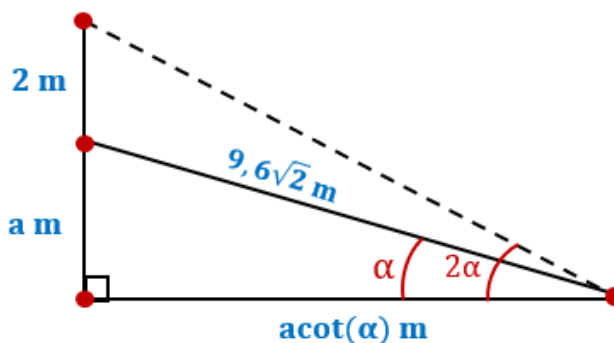
Solución:

Del gráfico, tenemos:

$$\frac{a+2}{a \cot(\alpha)} = \tan(2\alpha)$$

$$\Rightarrow \frac{a+2}{a \cot(\alpha)} = \frac{2 \tan(\alpha)}{1 - \tan^2(\alpha)}$$

$$\Rightarrow \frac{2-a}{2+a} = \tan^2(\alpha)$$



$$\Rightarrow \frac{4}{2-a} = \csc^2(\alpha)$$

$$\Rightarrow 2 - 4\sin^2(\alpha) = a = 9,6\sqrt{2}\sin(\alpha)$$

$$\Rightarrow 2\sin^2(\alpha) + 4,8\sqrt{2}\sin(\alpha) = 1$$

$$\Rightarrow 2[\sin(\alpha) + 1,2\sqrt{2}]^2 = 6,76$$

$$\Rightarrow \sin(\alpha) = 0,1\sqrt{2}$$

Por lo tanto, la altura a la que se encuentra es 1,92 m.

Rpta.: E

5. En la figura, se representa el trayecto que debe recorrer un automovilista hasta llegar a la meta. Si el automovilista recorrió 6510 metros, determine la pendiente del trayecto BC.

A) 1 B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{2}{7}$ D) $\frac{24}{7}$

E) 2

Solución:

Del gráfico, tenemos:

$$840[\cot(\theta) - \cot(90^\circ - 2\theta) + \csc(90^\circ - 2\theta)] = 6510$$

$$\cot(\theta) + \tan(45^\circ - \theta) = \frac{93}{12}$$

$$\frac{1}{\tan(\theta)} + \frac{1 - \tan(\theta)}{1 + \tan(\theta)} = \frac{93}{12}$$

$$\frac{1}{\tan(\theta)} + \frac{1 - \tan(\theta)}{1 + \tan(\theta)} = \frac{93}{12}$$

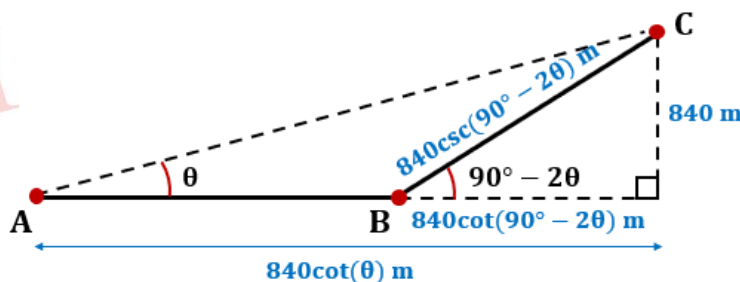
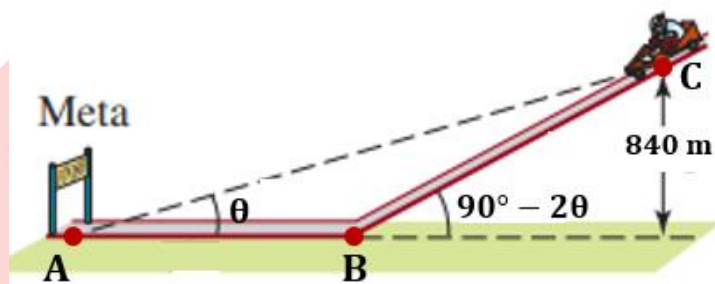
$$12[1 + 2\tan(\theta) - \tan^2(\theta)] = 93[\tan(\theta) + \tan^2(\theta)]$$

$$35\tan^2(\theta) + 23\tan(\theta) - 4 = 0$$

$$\tan(\theta) = \frac{1}{7} \Rightarrow \theta = 8^\circ$$

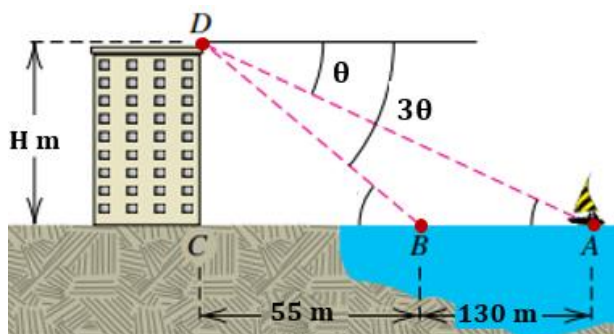
Por lo tanto, la pendiente del tramo BC es $\frac{24}{7}$.

Rpta.: D



6. Desde la parte superior de un edificio, una persona observa un bote anclado en el punto A con un ángulo de depresión de θ , luego el bote empieza a navegar en dirección al edificio deteniéndose en el punto B donde la persona lo observa con un ángulo de depresión 3θ , como se representa en la figura. Determine la altura del edificio.

- A) 28 m
B) 37 m
C) 40 m
D) 45 m
E) 30 m



Solución:

Del gráfico, tenemos:

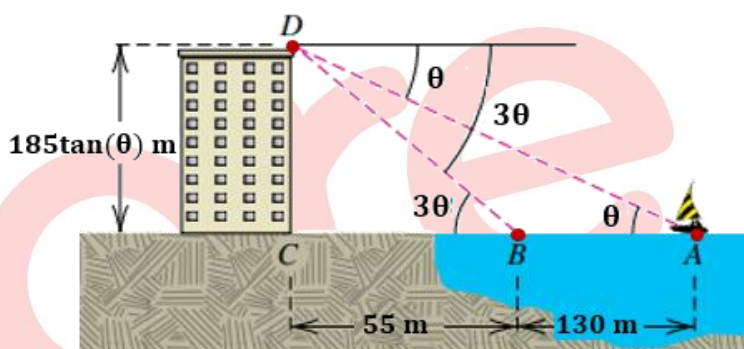
$$55 \tan(3\theta) = 185 \tan(\theta)$$

$$11 \left(\frac{3 \tan \theta - \tan^3 \theta}{1 - 3 \tan^2 \theta} \right) = 37 \tan \theta$$

$$33 - 11 \tan^2 \theta = 37 - 11 \tan^2 \theta$$

$$\tan \theta = 0,2$$

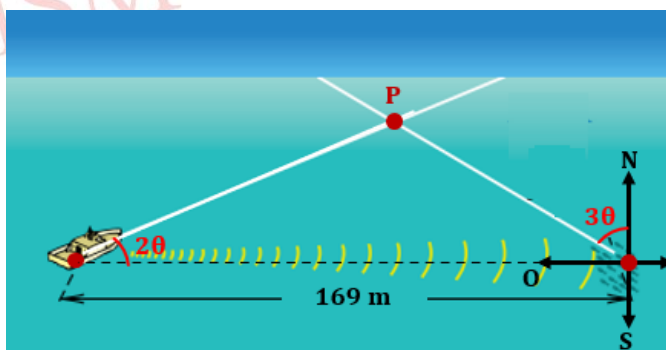
Por lo tanto, la altura del edificio es 37 m.



Rpta.: B

7. En un instante, un bote pesquero mercante se encuentra al oeste de un banco de peces. Si el bote navega con velocidad constante de 11 m/min e interceptará al banco de peces en el punto P y $5 \tan(\theta) = 1$, determine cuánto tiempo después de dicho instante el bote interceptará al banco de peces.

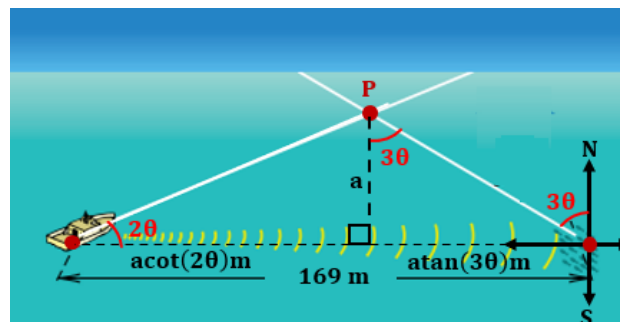
- A) 11 min
B) 7 min
C) 8 min
D) 9 min
E) 13 min



Solución:

Del gráfico, tenemos:

$$a \tan(30) + a \cot(20) = 169 \dots (1)$$



Obteniendo:

$$\tan(2\theta) = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta} = \frac{2\left(\frac{1}{5}\right)}{1-\left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{5}{12}$$

$$\tan(3\theta) = \frac{3\tan\theta - \tan^3\theta}{1-3\tan^2\theta} = \frac{3\left(\frac{1}{5}\right) - \left(\frac{1}{5}\right)^3}{1-3\left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{37}{55}$$

De (1):

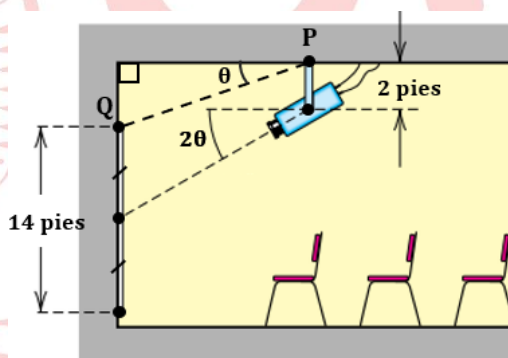
$$a\left(\frac{37}{55} + \frac{12}{5}\right) = 169 \Rightarrow a = 55$$

Por lo tanto, el tiempo que le tomará en interceptar al banco de peces es 13 min.

Rpta.: E

8. El fabricante de un sistema computarizado de proyección recomienda que una unidad de proyección se instale en el techo de una sala, como se representa en la figura. Si el grosor de la pantalla es insignificante y la distancia desde el extremo del soporte a la pared es 12 pies, determine la distancia del extremo del soporte al centro de la pantalla.

- A) 16 pies
B) 20 pies
C) 18 pies
D) 15 pies
E) 10 pies



Solución:

Del gráfico, tenemos:

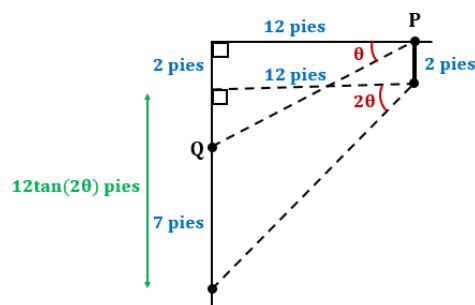
$$\tan(\theta) = \frac{12\tan(2\theta) - 5}{12}$$

$$12\tan(\theta) + 5 = \frac{24\tan(\theta)}{1-\tan^2(\theta)}$$

$$12\tan^3(\theta) + 5\tan^2(\theta) + 12\tan(\theta) - 5 = 0$$

$$4\tan^2(\theta)[3\tan(\theta) - 1] + 3\tan(\theta)[3\tan(\theta) - 1] + 5[3\tan(\theta) - 1] = 0$$

$$[3\tan(\theta) - 1][4\tan^2(\theta) + 3\tan(\theta) + 5] = 0$$



$$\tan(\theta) = \frac{1}{3}$$

Por lo tanto, la distancia es 15 pies.

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Simplificar la expresión
$$\frac{\tan(\theta) \left(\frac{3}{4} - \sin^2(\theta) \right) \cot(3\theta)}{-\frac{3}{4} + \cos^2(\theta)}.$$

- A) 1,5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

Solución:

Sea E el valor buscado, entonces

$$E = \frac{\frac{\sin(\theta) \left(\frac{3 - 4\sin^2(\theta)}{4} \right) \cot(3\theta)}{\cos(\theta)}}{-3 + 4\cos^2(\theta)}$$

$$E = \frac{(3\sin(\theta) - 4\sin^3(\theta)) \cot(3\theta)}{-3\cos(\theta) + 4\cos^2(\theta)}$$

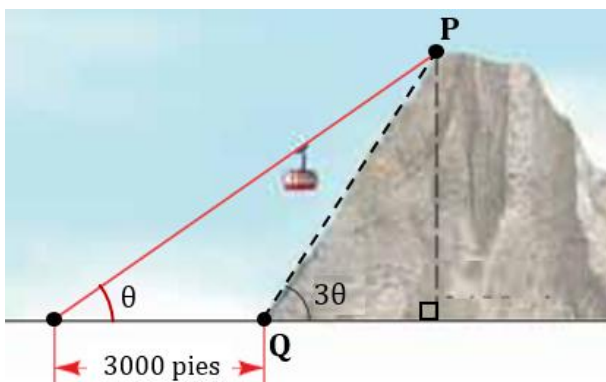
$$E = \frac{\sin(3\theta) \cot(3\theta)}{\cos(3\theta)}$$

$$E = 1$$

Rpta.: E

2. Una empinada montaña está inclinada un ángulo de medida 2θ respecto a la horizontal. Un funicular se ha instalado desde un punto a 6000 pies de la base hasta lo alto de la montaña, como se representa en la figura. Si $\tan(\theta) = \frac{1}{3}$, determine la altura de la montaña.

- A) 1000 pies
B) 3600 pies
C) 1800 pies
D) 2400 pies
E) 1300 pies



Solución:

Del gráfico, tenemos

$$H[\cot(\theta) - \cot(3\theta)] = 3000 \quad \dots (1)$$

Obteniendo:

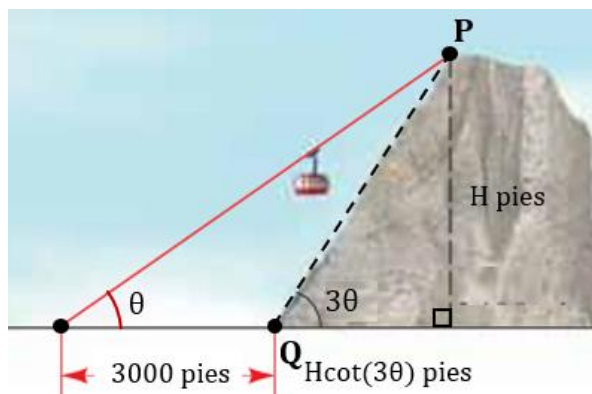
$$\tan(3\theta) = \frac{3\tan\theta - \tan^3\theta}{1 - 3\tan^2\theta} = \frac{3\left(\frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{3}\right)^3}{1 - 3\left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{13}{9}$$

De (1):

$$H\left[3 - \frac{9}{13}\right] = 3000$$

$$H = 1300$$

Por lo tanto, la altura es 1300 pies.



Rpta.: E

3. Desde un punto A sobre una colina, un insecto observa el punto P con un ángulo de depresión de θ , como se representa en la figura. Si $AB = 5PB$, determine PB.

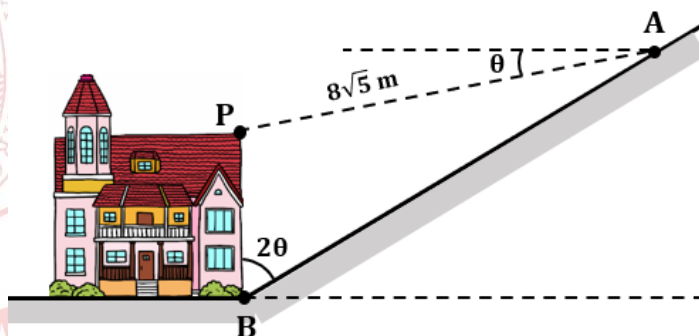
A) 5 m

B) 4 m

C) 3 m

D) 2,4 m

E) 3,6 m



Solución:

Del gráfico, tenemos:

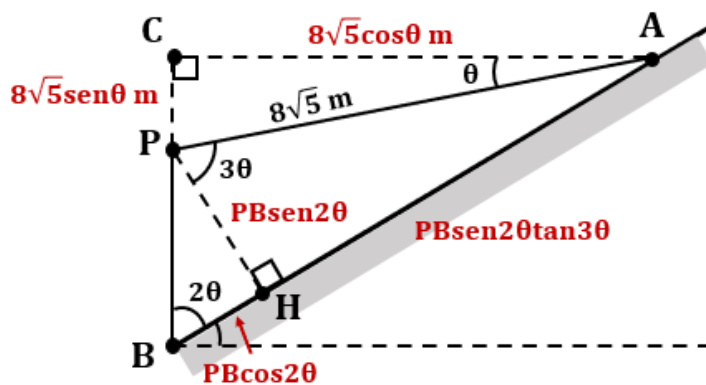
$$PB[\cos(2\theta) + \sin(2\theta)\tan(3\theta)] = 5PB$$

$$\frac{\cos(\theta)}{\cos(3\theta)} = 5$$

$$\frac{\cos(\theta)}{\cos(\theta)[2\cos(2\theta) - 1]} = 5$$

$$\cos(2\theta) = \frac{3}{5}$$

$$2\theta = 53^\circ \Rightarrow \theta = \frac{53^\circ}{2}$$





Luego,

$$CP = 8 \text{ m} \wedge AC = 16 \text{ m} \wedge BC = 12 \text{ m}$$

$$\Rightarrow PB = 4 \text{ m}$$

Rpta.: B

4. Felipe recibió una herencia cuyo monto equivale a $6\sec^2(2\theta)$ miles de soles. Si $4\tan^2(\theta) + 2\tan(\theta) - 12\tan^2\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$, determine el monto que recibió de herencia.

A) S/ 108 000

B) S/ 102 000

C) S/ 142 000

D) S/ 200 000

E) S/ 112 000

Solución:

Del enunciado, tenemos:

$$4\tan^2(\theta) + 2\tan(\theta) - 12\tan^2\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$$

$$\Rightarrow 2\tan(\theta) = 4 - 4\tan^2(\theta)$$

$$\Rightarrow \frac{2\tan(\theta)}{1 - \tan^2(\theta)} = 4$$

$$\Rightarrow \tan(2\theta) = 4$$

Luego,

$$\sec^2(2\theta) = 1 + \tan^2(2\theta) = 17$$

Por lo tanto, recibió de herencia S/ 102 000.

Rpta.: B

5. Jaime desea colocar mayólicas sobre el piso de su habitación con forma rectangular con dimensiones $\frac{6(\sec\theta)(1+\cos 2t)}{\cos\theta}$ metros de largo y $8(\cot\theta - \cot 2\theta)(\sin 2\theta)$ metros de ancho. Si el costo por metro cuadrado para colocar mayólicas es 30 soles, ¿cuánto le costará a Jaime colocar mayólicas a todo el piso de su habitación?

A) S/ 1800

B) S/ 2400

C) S/ 2880

D) S/ 2700

E) S/ 3600

Solución:

Sean L m y A m el largo y ancho de la habitación respectivamente.

$$L = \frac{6(\sec\theta)(1+\cos 2t)}{\cos\theta} = \frac{6(\sec\theta)(2\cos^2\theta)}{\cos\theta}$$

$$\Rightarrow L = 12$$



$$A = 8(\cot \theta - \cot 2\theta)(\sin 2\theta) = 8(\csc 2\theta + \cot 2\theta - \cot 2\theta)(\sin 2\theta)$$

$$\Rightarrow A = 8$$

Sea $S \text{ m}^2$ el área del piso, entonces

$$S = 96$$

Por lo tanto, le costará a Jaime S/ 2880.

Rpta.: C

6. Reducir $\frac{\cot 20^\circ \cos 40^\circ + 2 \cos^2 20^\circ \tan 40^\circ}{\sec 40^\circ \cot 20^\circ}$.

A) 1,5

B) 4

C) 3

D) 2

E) 1

Solución:

Sea E el valor buscado, entonces:

$$E = \frac{\cot 20^\circ \cos 40^\circ + 2 \cos^2 20^\circ \tan 40^\circ}{\sec 40^\circ \cot 20^\circ}$$

$$E = \frac{\cot 20^\circ \cos 40^\circ}{\sec 40^\circ \cot 20^\circ} + \frac{2 \cos^2 20^\circ \tan 40^\circ}{\sec 40^\circ \cot 20^\circ}$$

$$E = \cos^2 40^\circ + \frac{2 \cos^2 20^\circ \frac{\sin 40^\circ}{\cos 40^\circ}}{\frac{1}{\cos 40^\circ} \times \frac{\cos 20^\circ}{\sin 20^\circ}}$$

$$E = \cos^2 40^\circ + 2 \sin 20^\circ \cos 20^\circ \sin 40^\circ$$

$$E = 1$$

Rpta.: E

7. La distancia de la casa de Paolo a su centro de trabajo es $(16 \sin^3 \theta + 4 \sin 3\theta) \csc \theta + (20 \cos^3 \theta - 5 \cos 3\theta) \sec \theta$ kilómetros. Determine dicha distancia.

A) 24 km

B) 27 km

C) 30 km

D) 20 km

E) 18 km

Solución:

Sea D km la distancia, entonces:

$$D = (16 \sin^3 \theta + 4 \sin 3\theta) \csc \theta + (20 \cos^3 \theta - 5 \cos 3\theta) \sec \theta$$

$$D = 4(4 \sin^3 \theta + 3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta) \csc \theta + 5(4 \cos^3 \theta - (4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta)) \sec \theta$$

$$D = 4(3 \sin \theta) \csc \theta + 5(3 \cos \theta) \sec \theta$$

$$D = 27$$

Por lo tanto, la distancia es 27 km.

Rpta.: B

LENGUAJE

EJERCICIOS DE CLASE

1. La semántica es la disciplina lingüística que se encarga de estudiar uno de los componentes de la gramática. En base al propósito de esta disciplina, determine el valor de verdad (V o F) de las afirmaciones y luego marque la opción correcta.

- I. Estudia únicamente el significado connotativo.
- II. Aborda solamente el significado denotativo.
- III. Estudia los indicios, los íconos y los símbolos.
- IV. Aborda el significado del signo lingüístico.

A) FVFV B) VFFV C) FFVV D) FFFV E) VFVV

Solución:

La semántica es la disciplina lingüística que se ocupa de estudiar el componente semántico de la lengua el cual está constituido por los significados de los signos lingüísticos.

Rpta.: D

2. Mientras los significados de los signos lingüísticos (palabras, frases y oraciones) son abordados por la semántica, la estructura y el funcionamiento del léxico de la lengua son estudiados por la

- A) morfología.
- B) sintaxis.
- C) lexicografía.
- D) lexicología.
- E) filología.

Solución:

La lexicología es la disciplina que estudia la estructura y el funcionamiento del léxico de la lengua, es decir, las categorías nombre, pronombre, adjetivo, determinantes, etc.

Rpta.: D

3. Los signos representan o indican a otros objetos con los que se relacionan por su semejanza, causalidad y arbitrariedad son clasificados como íconos, índices y símbolos respectivamente. Según esta aseveración, relacione adecuadamente la columna de los signos a los que se alude y la de su clasificación.

- | | |
|---|------------|
| I. Las huellas dejadas por animales | a. Símbolo |
| II. La maqueta de una obra arquitectónica | b. índice |
| III. La representación de la paz por una paloma | c. Ícono |

A) Ic, IIa, IIIb B) Ic, IIb, IIIa C) Ia, IIc, IIIb
D) Ib, IIc, IIIa E) Ib, IIa, IIIc

Solución:

Los signos se clasifican en tres tipos: íconos, índices y símbolos. Los íconos representan los elementos de la realidad como *la maqueta de una obra arquitectónica*; los índices se relacionan en base a un vínculo natural de efecto-causa como *las huellas dejadas por animales*, y los símbolos son totalmente arbitrarios, ya que su vínculo es en base a una convención social establecida como en *la paloma que representa la paz*.

Rpta.: D

4. El significado del signo lingüístico se clasifica en denotativo y connotativo. El denotativo es el significado primario, básico y objetivo de una palabra; mientras que el connotativo es el significado secundario, metafórico y subjetivo. Según lo mencionado, identifique la alternativa que presenta significado denotativo.

- A) Actualmente ese hombre está con la soga al cuello.
- B) Este problema matemático es pan comido para José.
- C) Mi padre comprará una computadora en Miraflores.
- D) Al ladrón lo sorprendieron con las manos en la masa.
- E) El primo de Alejandro fue por lana y volvió trasquilado.

Solución:

En esta alternativa, el significado es denotativo porque alude al significado básico, primario y objetivo.

Rpta.: C

5. Uno de los factores que influye en el significado es el contexto, conjunto de elementos lingüísticos que rodean a un término y que es suficiente para realizar la interpretación semántica del enunciado. Según ello, seleccione la opción en la que el significado depende del contexto.

- A) Encontré contento a mi primo Juan.
- B) Humberto, la operación fue exitosa.
- C) Javier, te esperaré en ese banco.
- D) Leonardo, ya encontré las cartas.
- E) La hoja es una parte de la planta.

Solución:

En esta opción, el contexto es el factor que influye en el significado del enunciado *La hoja es una parte de la planta* y es suficiente para realizar la interpretación semántica.

Rpta.: E

6. Las relaciones semánticas que se establecen entre los lexemas de la lengua española son la sinonimia, la antonimia, la polisemia, la homonimia, etc. La antonimia expresa oposición semántica y se clasifica en antonimia lexical y antonimia gramatical. De acuerdo con lo mencionado, relacione la columna de los enunciados y la de las clases de antonimia. Luego marque la alternativa correspondiente.

- | | |
|---|------------------------------|
| I. La mesa es <u>grande</u> ; la silla, <u>pequeña</u> . | a. A. lexical complementaria |
| II. Este documento es <u>legible</u> ; el otro, <u>ilegible</u> . | b. A. lexical recíproca |
| III. La respuesta es <u>verdadera</u> ; la otra, <u>falsa</u> . | c. A. gramatical |
| IV. El <u>vendedor</u> entregó el polo al <u>comprador</u> . | d. A. lexical propia |

- A) Ic, IIb, IIIa, IVd
- D) Ia, IIc, IIIb, IVd

- B) Ia, IIb, IIIc, IVd
- E) Id, IIc, IIIb, IVa

- C) Id, IIc, IIIa, IVb

Solución:

En esta alternativa, encontramos antonimia complementaria entre *verdadera* y *falsa*, antonimia recíproca entre *vendedor* y *comprador*; antonimia gramatical entre *legible* e *ilegible* y antonimia propia entre *grande* y *pequeña*.

Rpta.: C

7. Las relaciones semánticas son la sinonimia, la homonimia, la polisemia, la antonimia, etc. La homonimia es de tres clases: parcial, absoluta y paradigmática. La antonimia es lexical y gramatical. De acuerdo con esta afirmación, en el enunciado *Este es el ómnibus en el cual viajaré mañana hacia el este de Lima*, las palabras subrayadas mantienen relación semántica de

A) homonimia absoluta.
C) polisemia.
E) homonimia parcial.

B) homonimia paradigmática.
D) antonimia lexical.

Solución:

En la alternativa, la palabra *Este* es pronombre demostrativo y nombre de un punto cardinal, por lo que las palabras subrayadas del enunciado mantienen relación semántica de homonimia parcial.

Rpta.: E

8. La homonimia es la relación de significación entre dos palabras que coinciden en escritura o en sonido, pero difieren en su significado. Se clasifica en homonimia parcial, homonimia absoluta y homonimia paradigmática. En base a lo señalado, marque la alternativa en la que se presenta homonimia paradigmática.

A) Anoche dejé un sobre de manila sobre ese escritorio.
B) Señor, no cruce la pista por este cruce muy peligroso.
C) María Elena, ¿a qué hora ora la madre de Susana?
D) Mientras yo hojeaba este libro, Ana hojeaba esa revista.
E) Antonio vino a mi casa cuando bebía vino con Nicolás.

Solución:

En la alternativa, las formas verbales *hojeaba* y *hojeaba* presentan homonimia paradigmática, pues la misma forma verbal corresponde a la primera persona singular (*yo hojeaba*) y a la tercera persona singular (*Ana hojeaba*).

Rpta.: D

9. Las relaciones semánticas nos explican la relación que hay entre las palabras en función de su significado, entre las cuales encontramos, por ejemplo, la hiperonimia, hiponimia, cohiponimia. Los hiperónimos son palabras que tienen un significado general, el cual incluye al significado de una o varias palabras dentro de su campo semántico. Considerando esta afirmación, relacione las dos columnas y marque la alternativa correcta.

I. El triángulo es una figura geométrica.
II. El deporte que practico más es el fútbol.
III. La rana y el sapo son batracios.

a. Hiperonimia
b. Cohiponimia
c. Hiponimia

A) Ic, Iib, IIIa
D) Ia, Iic, IIIb

B) Ib, IIa, IIIc
E) Ib, Iic, IIIa

C) Ic, IIa, IIIb

Solución:

La relación correcta entre las dos columnas es la siguiente:

- | | |
|---|----------------|
| I. El triángulo es una figura geométrica. | c. Hiponimia |
| II. El deporte que practico más es el fútbol. | a. Hiperonimia |
| III. La rana y el sapo son batracios. | b. Cohiponimia |

Rpta.: C

10. Las relaciones semánticas son la sinonimia, la antonimia, la homonimia, la polisemia, etc. Según lo mencionado, relacione la columna de los enunciados y la de las relaciones semánticas. Luego marque la opción correcta.

- | | |
|--|-------------------------|
| I. Miguel es leal; David, desleal. | a. Homonimia parcial |
| II. Ese alumno es un buen discípulo. | b. Homonimia absoluta |
| III. Usaré los verbos grabar y gravar. | c. Antonimia gramatical |
| IV. Señor, vaya y coja una baya. | d. Sinonimia |

A) Id, IIa, IIIc, IVb
D) Ic, IIb, IIIa, IVd

B) Id, IIb, IIIa, IVc
E) Ic, IId, IIIb, IVa

C) Ib, IId, IIIa, IVc

Solución:

La relación correcta entre las dos columnas es la siguiente:

- | | |
|--|-------------------------|
| I. Miguel es leal; David, desleal. | c. Antonimia gramatical |
| II. Ese alumno es un buen discípulo. | d. Sinonimia |
| III. Usaré los verbos grabar y gravar. | b. Homonimia absoluta |
| IV. Señor, vaya y coja una baya. | a. Homonimia parcial |

Rpta.: E

11. Dentro de las relaciones semánticas, la meronimia es aquella que hace referencia a la parte respecto del todo, mientras que la holonimia hace referencia al todo respecto de una parte. Según esta aseveración, marque la alternativa en la que se presenta, respectivamente, holonimia y meronimia.

A) La papa es un tubérculo.
C) La llanta del auto está desinflada.
E) La tapa del tintero está rota.

B) El caballo es un animal herbívoro.
D) Nicanor, el reloj no tiene pila.

Solución:

En esta alternativa, el holónimo es *reloj* porque designa al todo; el merónimo es *pila* porque designa a la parte.

Rpta.: D

12. Los parónimos refieren a palabras que se asemejan o parecen en sonido o en escritura y que suelen causar confusión cuando son empleadas en lugar de otra u otras. De acuerdo con esta afirmación, identifique la opción en la cual hay paronimia.

- A) El sastre quitó la basta del pantalón. / Basta de tanta delincuencia.
B) La orca vive en los mares del norte. / La horca es un instrumento de tortura.
C) Luis posee aptitud para el fútbol. / Su actitud fue buena contigo.
D) Ingresó un haz de luz al dormitorio. / Mario, haz la tarea de este curso.
E) Encontré una moneda de cobre. / Cobre la cuenta a los comensales.

Solución:

En esta alternativa, las palabras *aptitud* y *actitud* mantienen relación de paronimia.

Rpta.: C

LITERATURA

EJERCICIOS DE CLASE

1. ¿Qué característica distingue fundamentalmente a la etapa del *Boom* de la Nueva Narrativa Hispanoamericana?

- A) El abandono total de las técnicas vanguardistas en las obras.
- B) La coincidencia de alta calidad literaria con éxito editorial mundial.
- C) La exclusiva producción de novelas rurales de corte regionalista.
- D) El rechazo explícito de toda influencia europea y norteamericana.
- E) La limitación de su difusión únicamente al ámbito latinoamericano

Solución:

El *Boom* fue un fenómeno literario donde coincide una producción narrativa de muy alta calidad y un gran éxito editorial no solo en América Latina, sino a nivel mundial.

Rpta.: B

2. ¿Qué característica de la Nueva Narrativa Hispanoamericana se aprecia en el fragmento que se cita a continuación, perteneciente a la novela *El señor Presidente*, de Miguel Ángel Asturias?

Grada por grada subió al Portal del Señor, grada por grada, a estirones de gato moribundo, y se arrinconó en una sombra con la boca abierta, los ojos pastosos y los trapos que llevaba encima tiesos de sangre y tierra. El silencio fundía los pasos de los últimos transeúntes, los golpecitos de las armas de los centinelas y las pisadas de los perros callejeros que, con el hocico a ras del suelo, hurgaban en busca de huesos, los papeles y las hojas de tamales que a orillas del Portal arrastraba el viento.

- A) Monólogo interior
- B) Ruptura del relato lineal
- C) Narración objetiva
- D) Multiplicidad de voces
- E) Actitud cosmopolita

Solución:

En el fragmento citado, el narrador solamente se limita a describir lo que observa y no se interioriza en los personajes; por lo tanto, se aprecia el empleo de la narración objetiva.

Rpta.: C

3. El estilo de Borges se caracteriza por «la concisión sintáctica y la densidad semántica» y la búsqueda de un «lenguaje desprovisto de adornos». En este sentido, ¿qué principio estético subyace a esta concepción del lenguaje literario?

- A) La abundancia de adjetivos y el uso de metáforas complejas.
- B) La prioridad absoluta de la musicalidad fonética sobre el sentido.
- C) La extensión prolífica de estructuras sintácticas elaboradísimas.
- D) El empleo sistemático de arcaísmos y dialectalismos regionales.
- E) La economía expresiva y la precisión antes que el ornato verbal.

Solución:

«Concisión sintáctica» implica brevedad estructural; «densidad semántica» sugiere carga significativa en pocas palabras; «rechazo del ornato» y «lenguaje desprovisto de adornos» explicitan una estética de austeridad y precisión. Esta economía expresiva define el estilo borgeano.

Rpta.: E

4. Los cuentos de Borges se inscriben dentro de la modalidad de la narrativa «fantástica» y sus temas preferidos son filosófico-metafísicos: el caos y el orden, el tiempo, el doble, la identidad, la realidad y la ficción. A partir de ello, ¿qué relación se establece entre la elección del género fantástico y estas temáticas?

- A) El género fantástico resulta incompatible con reflexiones abstractas.
- B) Los temas filosóficos aparecen solamente en sus textos ensayísticos.
- C) El escritor utiliza el realismo social exclusivamente en toda su obra.
- D) Lo fantástico logra explorar lo irracional de los conceptos metafísicos.
- E) El elemento fantástico posibilita contrastar el pasado con el presente.

Solución:

La narrativa fantástica con temas como el mundo como «laberinto», el tiempo que «fluye o se inmoviliza», el «doble», y la confusión entre «realidad y ficción», este género fantástico, por su naturaleza transgresora de lo real cotidiano, ofrece el territorio apropiado para estas especulaciones metafísicas.

Rpta.: D

5. Con respecto a la verdad (V o F) de los siguientes enunciados sobre el argumento de la novela *Pedro Páramo*, de Juan Rulfo, marque la alternativa que contiene la secuencia correcta.

- I. Juan llega a Comala sin saber que su padre ha muerto, hecho que descubre al fallecer.
- II. Eduviges Dyada afirma haber sido avisada por Dolores Preciado de la llegada de Juan.
- III. Susana San Juan vive ajena a la realidad debido a los recuerdos de su esposo fallecido.
- IV. Pedro Páramo abandona el pueblo como consecuencia de la muerte de Susana.

- A) VVVF B) FVVF C) FFVF D) FVVF E) VFFV

Solución:

- I. Juan Preciado es informado por Abundio Martínez desde el inicio de que Pedro Páramo ya ha muerto. (F)
- II. Eduviges Dyada dice haber sido avisada por Dolores, incluso después de su muerte. (V)
- III. Susana San Juan permanece sumida en sus recuerdos y desconectada de la realidad. (V)
- IV. Pedro Páramo no abandona el pueblo, sino que deja que este se arruine al dejar de intervenir. (F)

Rpta.: D

6. —Este pueblo está lleno de ecos. Parece que estuvieran encerrados en el hueco de las paredes o debajo de las piedras. Cuando caminas, sientes que te van pisando los pasos. Oyes crujidos. Risas. Unas risas ya muy viejas, como cansadas de reír. Y voces ya desgastadas por el uso. Todo eso oyes. Pienso que llegará el día en que estos sonidos se apaguen.

Marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado relacionado con la novela *Pedro Páramo*: «En la historia de Comala, la _____ se aprecia a través de la presencia constante de _____».

- A) búsqueda de identidad – personajes que viajan a otros pueblos
- B) persistencia de la memoria – voces y murmullos de los muertos
- C) lucha por el poder – enfrentamientos armados entre los habitantes
- D) esperanza colectiva – risas, llantos y reclamos de sus pobladores
- E) modernización del campo – cambios económicos en la Media Luna

Solución:

El fragmento alude a los «ecos» y «murmullos», que en la novela corresponden a las voces de los muertos, evidenciando que el pasado sigue presente en Comala.

Rpta.: B

7. Ella lo dejó terminar, rascándole la cabeza con la yema de los dedos y, sin que él le hubiera revelado que estaba llorando de amor, ella reconoció de inmediato el llanto más antiguo de la historia del hombre.
-Bueno, niño -lo consoló-: ahora dime quién es.
Cuando Aureliano se lo dijo, Pilar Ternera emitió una risa profunda, la antigua risa expansiva que había terminado por parecer un cucurrucuteo de palomas. No había ningún misterio en el corazón de un Buendía que fuera impenetrable para ella, porque un siglo de naipes y de experiencia le había enseñado que la historia de la familia era un engranaje de repeticiones irreparables, una rueda giratoria que hubiera seguido dando vueltas hasta la eternidad, de no haber sido por el desgaste progresivo e irremediable del eje.

En *Cien años de soledad*, de Gabriel García Márquez, el universo mitológico se construye con diversos recursos y estrategias. Al respecto, marque la alternativa que contiene la afirmación correcta en torno al fragmento citado.

- A) Una circularidad temporal define el amor que retoma el principio de forma exacta.
- B) La progresión ascendente lleva a la redención de todo el pueblo de Macondo.
- C) El tiempo mitológico o cíclico muestra un límite que marcará el fin de los Buendía.
- D) Aureliano declara su amor a Pilar Ternera y reitera, con ello, la condena del incesto.
- E) El tiempo histórico se desvanece ante el carácter infinito del tiempo mitológico.

Solución:

Si bien el fragmento, donde Aureliano Babilonia le confiesa a Pilar Ternera que se ha enamorado de Amaranta Úrsula, alude a la reiteración del amor incestuoso que marca a la estirpe de los Buendía, se anuncia el fin, negando la eternidad al tiempo cíclico.

Rpta.: C



8. Era José Arcadio. Regresaba tan pobre como se fue, hasta el extremo de que Úrsula tuvo que darle dos pesos para pagar el alquiler del caballo. Hablaba el español cruzado con jerga de marineros. Le preguntaron dónde había estado, y contestó: «Por ahí.» Colgó la hamaca en el cuarto que le asignaron y durmió tres días. Cuando despertó, y después de tomarse dieciséis huevos crudos, salió directamente hacia la tienda de Catarino, donde su corpulencia monumental provocó un pánico de curiosidad entre las mujeres. Ordenó música y aguardiente para todos por su cuenta. Hizo apuestas de pulso con cinco hombres al mismo tiempo. «Es imposible», decían, al convencerse de que no lograban moverle el brazo. «Tiene niños-en-cruz.» Catarino, que no creía en artificios de fuerza, apostó doce pesos a que no movía el mostrador. José Arcadio lo arrancó de su sitio, lo levantó en vilo sobre la cabeza y lo puso en la calle. Se necesitaron once hombres para meterlo.

Marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado sobre la novela *Cien años de soledad*, de Gabriel García Márquez: «En la construcción del realismo mágico, el escritor emplea recursos narrativos como _____ que se expresa en _____, lo que se evidencia en el fragmento citado».

- A) el uso de la hipérbole – la descripción de José Arcadio como un ser titánico
- B) la referencia al tiempo cíclico – la alusión al retorno del personaje a Macondo
- C) la narración omnisciente – el relato de la llegada de José Arcadio Buendía
- D) el experimentalismo lingüístico – la recreación de los conflictos en el pueblo
- E) el empleo reiterado del *flashback* – el valor que adquiere el tiempo mitológico

Solución:

En el fragmento citado, se describe al personaje de José Arcadio como un ser mitológico y monumental, cuya fuerza descomunal supera a la de los hombres normales. Para este efecto, el autor se ha valido del uso de la hipérbole en la descripción de los sucesos.

Rpta.: A

PSICOLOGÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. La atención actúa como mecanismo de filtro de la información de entrada. Considerando el interés del sujeto, relacione los tipos de atención con las situaciones que las ejemplifican.
- | | |
|----------------|--|
| I. Selectiva | a. Alberto está viendo su película de acción, sin embargo, hace un esfuerzo para no distraerse de la conversación que le hace su esposa a lo cual solo atina a responder escuetamente a sus preguntas. |
| II. Dividida | b. Luis está manejando mientras conversa con el copiloto. |
| III. Sostenida | c. Don Arturo estuvo tan concentrado en la biblioteca leyendo la novela que tanto le gusta, sin darse cuenta la hora ni quienes pasaron por su lado. |
-
- | | | |
|------------------|------------------|------------------|
| A) Ia, IIb, IIIc | B) Ib, IIc, IIIa | C) Ic, IIa, IIIb |
| D) Ia, IIc, IIIb | E) Ic, IIb, IIIa | |



Solución:

- Ia (Selectiva): Alberto filtra estímulos irrelevantes (ruido externo) y focaliza su atención en su película.
IIb (Dividida): Luis distribuye su atención entre escuchar a su copiloto y el manejo.
IIc (Sostenida): Don Arturo mantiene la atención de forma prolongada en su lectura.

Rpta.: A

2. Según la actitud del sujeto, relacione los tipos de atención con los ejemplos que le corresponden.

- | | |
|------------------|--|
| I. Voluntaria | a. Ernesto voltea repentinamente al escuchar el fuerte ruido que produjeron dos carros que chocan. |
| II. Involuntaria | b. José escucha la clase de matemáticas que tenía programada para el día de hoy. |
| III. Dividida | c. Mientras está cortando la carne, Gustavo conversa con el cliente. |

A) Ia, IIb, IIc

B) Ib, IIa, IIc

C) Ic, IIb, IIIa

D) Ib, IIc, IIIa

E) Ic, IIa, IIIb

Solución:

- Ib (Voluntaria): José atiende sus clases que estaban programadas.
IIa (Involuntaria): El ruido fuerte del choque no era algo previsto.
IIc (Dividida): Gustavo atiende simultáneamente lo que hace y la conversación que tiene con su cliente.

Rpta.: B

3. Complete los espacios con los tipos de atención según corresponda:

Lorenzo es un médico cirujano que cuando opera tiene que realizar una atención _____ en el quirófano, pero cuando termina su trabajo se lava las manos mientras conversa con las enfermeras, en este último caso haría uso de la atención _____.

A) involuntaria – dividida

B) refleja – selectiva

C) sostenida – dividida

D) selectiva – involuntaria

E) involuntaria – sostenida

Solución:

Lorenzo en el primer caso hace uso de la atención sostenida porque requiere de una concentración plena al operar en el quirófano, ya que es una actividad muy delicada, mientras que en el segundo caso es una atención dividida porque a la vez que se lavaba las manos estaba conversando.

Rpta.: C

4. Claudio estuvo caminado con el propósito de ver a su médico para que le dé el diagnóstico final de lo que padece, cuando en el trayecto del viaje le llama la atención una camisa muy hermosa. En relación con los tipos de atención, determine el valor de verdad (V o F):

- I. La atención de Claudio, según la actitud del sujeto, es dividida.
II. Este es un caso de atención refleja por la intensidad del estímulo.
III. Claudio experimentó una atención involuntaria porque lo que atendió, no fue premeditado.

A) VVF

B) VVV

C) FVF

D) VFF

E) FFV

Solución:

- I. La atención de Claudio es involuntaria según la actitud del sujeto. (F)
- II. En este caso, no se evidencia la fuerte intensidad de un estímulo. (F)
- III. Es un caso de atención involuntaria porque lo atendido no fue algo esperado. (V)

Rpta.: E

5. Pedro recuerda la clase que dictó su profesor la semana pasada, pero esta evocación lo hace con sus palabras, señale el valor de verdad (V o F):

- I. El fenómeno mnémico que hizo recordar la clase de esa forma a Pedro fue gracias a la codificación.
- II. Este caso demuestra que la memoria se puede concebir como un procesamiento de la información.
- III. En Pedro no participó ningún esquema previo que ayudo a este recuerdo.

A) VVF B) VVV C) FVV D) VFF E) FFF

Solución:

- I. Pedro procesó o codificó la información recibida con sus palabras. (V)
- II. La memoria tiene procedimientos y uno de ellos es la codificación. (V)
- III. Para recordar nos ayudamos de esquemas de información que facilitan el recuerdo. (F)

Rpta.: A

6. En un estudio realizado en el laboratorio experimental de la Facultad de Psicología de la UNMSM, a una persona se le expuso una imagen que apareció casi de manera instantánea, y ante ello el investigado revela que solo pudo captar una imagen muy difusa, esto constituye un ejemplo de

A) memoria sensorial. B) interferencia proactiva. C) paramnesia.
D) recodificación verbal. E) amnesia anterógrada.

Solución:

La imagen que se tiene ante un estímulo que aparece en milisegundos se experimenta como una memoria sensorial.

Rpta.: A

7. Roberto al pasar por la esquina de una calle, muy poco concurrida, comienza a sentir un miedo inexplicable, aunque después de unos minutos pudo recordar que hace diez años un perro estuvo a punto de morderlo en ese lugar. El miedo que sintió Roberto es un caso de memoria _____.

A) sensorial B) operativa C) emocional
D) a corto plazo E) inmediata

Solución:

El solo experimentar un miedo de algo desagradable que nos pasó, es un caso de memoria emocional, pero el recuerdo de los pasajes de ese hecho, ya sería un caso de memoria episódica.

Rpta.: C



8. El repetir un hábito constantemente como lavarnos las manos a la misma hora y de la misma manera, sería un caso de

A) memoria sensorial. B) memoria episódica.
C) memoria de largo plazo. D) memoria procedimental.
E) memoria emocional.

Solución:

La repetición de una acción que hacemos constantemente es un caso del uso de la memoria procedimental.

Rpta.: D

9. Recordar cómo José aprendió a montar bicicleta, sobre todo las veces que se cayó en el intento de hacerlo bien, es un ejemplo de memoria _____.

A) semántica B) episódica C) operativa
C) emocional E) procedimental

Solución:

La memoria procedimental es un tipo de memoria implícita encargada del almacenamiento de habilidades motoras y hábitos automatizados, sin embargo, en el caso de la pregunta, el recuerdo de las escenas que se vivió en dicho aprendizaje ya pertenece al recuerdo de la memoria episódica

Rpta.: B

10. Las alteraciones de la memoria pueden ser cualitativas como la paramnesia, porque en esta se altera la calidad del recuerdo, en cambio en las cuantitativas se refieren a la cantidad de información que se recuerda u olvida. Considerando ello, relacione los tipos de alteración mnémica con las situaciones que las ejemplifican.

I. Amnesia anterógrada	a. Carlos solo recuerda lo que le pasó antes del accidente, más no las cosas nuevas que aprende.
II. Amnesia retrógrada	b. Martín al mirar la foto de un hombre del siglo pasado, dice que lo conoció cuando no fue así
III. Paramnesia	c. Paola dice que no recuerda ni quien es, no de donde viene.

A) Ia, IIb, IIIc B) Ib, IIa, IIIc C) Ic, IIb, IIIa
D) Ia, IIc, IIIb E) Ic, IIa, IIIb

Solución:

Ia. Carlos es afectado por una amnesia anterógrada por no recordar cosas nuevas.
IIc. Martín experimenta una paramnesia, porque dice recordar alguien que realmente nunca conoció.
IIIb. Paola es afectada por una amnesia retrograda por no recordar cosas muy pasadas.

Rpta.: DG

EDUCACIÓN CÍVICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. La identidad nacional es un proceso en constante construcción que implica el sentido de pertenencia y valoración de los elementos culturales que distinguen a una nación y los distingue de otras culturas y sociedades. Con relación a lo mencionado, identifique los casos que contribuyen al fortalecimiento de la identidad nacional peruana.
- I. La promoción de eventos y megaconciertos de bandas internacionales en coliseos y estadios del país.
 - II. El fomento de sesiones educativas centradas en el aprendizaje de idiomas extranjeros en escuelas rurales.
 - III. La realización de festivales y concursos de danzas típicas por organizaciones folklóricas durante los carnavales.
 - IV. La organización de ferias gastronómicas tradicionales por parte de las municipalidades.
- A) II y IV B) I, II y III C) III y IV D) I y III E) II, III y IV

Solución:

La identidad nacional es un proceso de construcción social, libre y consciente, continuo y permanente, sustentado en la conciencia nacional y en el sentido de pertenencia del individuo hacia su colectividad. Por lo tanto:

- I. **Incorrecto.** Los conciertos de bandas o cantantes internacionales no favorecen en fomentar la peruanidad.
- II. **Incorrecto.** El fomento de educación formativa centrada en el aprendizaje de idioma extranjero en escuelas rurales no contribuye
- III. **Correcto.** Los festivales de danzas típicas y tradicionales permiten reforzar la peruanidad.
- IV. **Correcto.** Las ferias gastronómicas de platos tradicionales refuerzan la peruanidad, al difundir nuestras raíces y tradiciones.

Rpta.: C

2. La identidad cultural se entiende como un proceso dinámico mediante el cual se reconocen como parte de una comunidad, valorando sus tradiciones, costumbres y herencia histórica. En relación con los elementos y acciones que evidencian el desarrollo de esta identidad, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.
- I. Al ser un proceso dinámico, las costumbres deben actualizarse, abandonando patrones obsoletos.
 - II. Es fundamental reconocer el pasado y el legado heredado de nuestros antepasados.
 - III. Se expresa mediante el respeto de símbolos como escudos, banderas o cánticos representativos.
 - IV. Se enriquece adoptando expresiones de una lengua foránea en busca de superioridad.
- A) VFFV B) VVVF C) FVVF D) VVFF E) FVVF

Solución:

- I. **Falso.** Al ser un proceso cambiante, las costumbres deben actualizarse, abandonando patrones obsoletos.
- II. **Verdadero.** Es fundamental reconocer el valor de nuestro pasado y el legado diseñado por nuestros antepasados.
- III. **Verdadero.** Se caracteriza por el respeto de símbolos como escudos, banderas o canticos representativos.
- IV. **Falso.** Se enriquece adoptando expresiones de una lengua foránea en busca de superioridad.

Rpta.: C

3. La diversidad cultural se refiere a la multiplicidad de formas en que se expresan las culturas de los grupos y sociedades, las cuales se transmiten dentro y entre ellos. En este contexto, la interculturalidad se entiende como
- A) la causa de las diferencias entre las expresiones culturales existentes en un país.
 - B) el proceso de interacción, comunicación horizontal y respetuosa entre grupos de diferente cultura.
 - C) la degradación progresiva de los valores y códigos morales en la convivencia de la sociedad.
 - D) el resultado de la imposición de costumbres y tradiciones foráneas a través de los medios de comunicación.
 - E) la fusión de manifestaciones culturales locales y extranjeras que da lugar a una identidad híbrida.

Solución:

La Interculturalidad es la interacción entre culturas, es el proceso de comunicación entre diferentes grupos humanos, con diferentes costumbres, siendo la característica fundamental: la "horizontalidad", es decir, que ningún grupo cultural está por encima del otro, promoviendo la igualdad, integración y convivencia armónica entre ellas.

Rpta.: B

4. El multilingüismo, como realidad cultural en nuestra sociedad, se refiere a la coexistencia de diversas lenguas en su territorio. Al respecto, determine el valor de verdad (V o F) de los enunciados sobre estas diferentes expresiones que existe en nuestro país.
- I. La mayor variedad lingüística se concentra en zonas altoandinas.
 - II. Las lenguas originarias solo se hablan en zonas rurales.
 - III. El quechua es la lengua autóctona más hablada en el país.
 - IV. Las 48 lenguas originarias se hablan en la región amazónica.

A) FVVF B) FFVV C) VFVF D) FFVF E) VFFV

Solución:

- I. **Falso.** La mayor variedad lingüística de nuestro país se concentra en la Amazonia.
- II. **Falso.** Las lenguas originarias también se hablan en zonas urbanas, como resultado de las olas migratorias del campo a las ciudades.
- III. **Verdadero.** El quechua es la lengua autóctona más hablada en el país, con más de 3 millones de quechua hablantes, seguido del aimara.
- IV. **Falso.** Las 48 lenguas originarias se hablan tanto en regiones andinas como amazónicas.

Rpta.: D

HISTORIA

EJERCICIOS DE CLASE

1. La toma de la ciudad de Constantinopla por los turcos otomanos al mando de Mohamet II en 1453 trajo como consecuencia en Europa Occidental la necesidad de buscar nuevas rutas comerciales al Asia. En el caso de España fue Cristóbal Colón quien propuso una nueva ruta para llegar al Lejano Oriente realizando cuatro viajes. En relación con los viajes de Colón, establezca el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. Cristóbal Colón estaba convencido que descubriría un nuevo continente
- II. La Capitulación de Santa Fe autorizó la expedición de Cristóbal Colón
- III. Durante el primer viaje (1492) llegó a Tierra Firme en la actual Venezuela
- IV. En el segundo viaje (1493) fundó el primer asentamiento español La Isabela
- V. En su cuarto viaje (1502) llegó a Centroamérica actual Honduras y Panamá

A) VFVVF B) FVFVV C) FFVVV D) VFVFF E) VVFVF

Solución:

Cristóbal Colón estuvo convencido de que llegaría a las costas orientales de Asia. La Capitulación de Santa Fe autorizó el viaje de la expedición comandada por Cristóbal Colón. Durante su tercer viaje (1498) llegó a Tierra Firme en la actual Venezuela. Es en su segundo viaje (1493) donde funda el primer asentamiento español La Isabela. En su cuarto viaje (1502) llegó a Centroamérica actual Honduras y Panamá.

Rpta.: B

2. Las _____ fueron el principal motivo de las guerras civiles entre los conquistadores españoles. Estas consistían en la entrega de un pueblo indígena denominado _____ a cargo de un funcionario español titulado como _____, quien debía protegerlos, educarlos y evangelizarlos a cambio de recibir un tributo. La riqueza de estos lugares consistía en la mayor o menor cantidad de población indígena y de la riqueza del suelo. En el Perú Francisco Pizarro fue el primero en repartirlas entre los conquistadores.

- A) capitanías – corregimiento – alcalde
- B) provincias – provincia – gobernador
- C) audiencias – corregimiento – corregidor
- D) intendencias – intendencia – encomendero
- E) encomiendas – encomienda – encomendero

Solución:

Las encomiendas fueron la principal causa para las guerras entre los españoles. Estas consistían en la entrega de un pueblo indígena llamada encomienda a manos de un español encomendero. Francisco Pizarro, gracias a la Capitulación de Toledo fue el primero en repartirlas entre los primeros conquistadores españoles.

Rpta.: E



3. Las Leyes Nuevas emitidas en 1542 prohibían la esclavitud de los indios y eliminaban la perpetuidad de las encomiendas. Además, se suprimían las gobernaciones y se creaban los virreinos. Este proceso de _____ administrativa de las tierras conquistadas disminuyó los _____ de los encomenderos, por lo cual se sublevaron contra la presencia del virrey Blasco Núñez Vela.

A) control – territorios
C) centralización – privilegios
E) reforma – conflictos

B) división – derechos
D) organización – beneficios

Solución:

Las Leyes Nuevas emitidas en 1542 por el emperador Carlos V prohibían la esclavitud de los indios y eliminaban la perpetuidad de las encomiendas. Además, se suprimían las gobernaciones y se creaban los virreinos. Con esto se consolidó la centralización política y administrativa de las tierras conquistadas disminuyendo los privilegios de los encomenderos, por lo cual se sublevaron contra la presencia del virrey Blasco Núñez Vela.

Rpta.: C

4. La _____ fue generalizada y reglamentada para las principales minas del Virreinato, como las de Potosí, Huancavelica, Porco, Caylloma y otras menores, entre los años de 1574 y 1578, bajo la dirección del virrey _____. Estableciéndose también para otras actividades productivas que beneficiaban a la Corona, a la Iglesia y a particulares, como construcciones de iglesias o casas, obras públicas, trabajos agrícolas y ganaderos, servicios en tambos, correos, entre otras.

A) minka – Andrés Hurtado de Mendoza B) minka – Francisco Álvarez de Toledo
C) mita – Andrés Hurtado de Mendoza D) mita – Francisco Álvarez de Toledo
E) mita – Manuel de Amat y Junyent

Solución:

La mita fue generalizada y reglamentada para las principales minas del Virreinato, entre los años de 1574 y 1578, bajo el gobierno del virrey Francisco Álvarez de Toledo. Estableciéndose también para otras actividades productivas que beneficiaban a la Corona, a la Iglesia y a particulares, como construcciones de iglesias o casas, obras públicas, trabajos agrícolas y ganaderos, servicios en tambos, correos, entre otras.

Rpta.: D

5. Dentro de las herejías más perseguidas por el Tribunal _____ en el siglo XVI encontramos a los judaizantes, luteranos y moriscos. Los judaizantes fueron los descendientes de judíos que convertidos al cristianismo conservaban secretamente sus costumbres y rituales ancestrales. Estos conversos eran llamados marranos o cristianos nuevos y llegaron a América buscando un nuevo espacio para desarrollar sus actividades, pero con la llegada de los _____ su temor se hizo más evidente ante la represión ideológica, el peligro de las expropiaciones forzadas y la misma violencia física que podía terminar en la/el _____ como máxima condena.

A) de la Inquisición de Lima – inquisidores – hoguera
B) del Consulado de Lima – corregidores – tortura
C) del Cabildo de Lima – inquisidores – galera
D) de la Inquisición de Lima – oidores – cadalso
E) de la Real Audiencia de Lima – regidores – cárcel

Solución:

Las herejías más perseguidas por el Tribunal de la Inquisición de Lima fueron los judaizantes, luteranos y moriscos. Los judaizantes fueron los descendientes de judíos que convertidos al cristianismo conservaban secretamente sus costumbres y rituales ancestrales. Estos conversos llegaron a las colonias americanas buscando un nuevo espacio para desarrollar sus actividades, pero con la llegada de los inquisidores su temor se hizo más patente ante la represión ideológica, el peligro de las expropiaciones forzadas y la misma violencia física que podía terminar con su vida en la hoguera como máxima condena.

Rpta.: A

GEOGRAFÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. La biodiversidad no se distribuye de manera uniforme en la biosfera, presentando una mayor concentración en las regiones tropicales. Uno de sus componentes esenciales es la diversidad genética, la cual se define como

- A) las poblaciones organizadas en hábitat y comunidades de flora y fauna.
- B) la distribución espacial de los distintos ecosistemas de flora y fauna.
- C) la variabilidad hereditaria dentro y entre las poblaciones de organismos.
- D) el número de especies que conforman las comunidades ecológicas.
- E) la homogeneidad taxonómica entre los organismos de un ecosistema.

Solución:

La diversidad genética es la variación en la información hereditaria dentro de los individuos, poblaciones o especies, fundamental para la supervivencia y adaptación a cambios ambientales. Actúa como la "base" de la biodiversidad, permitiendo que especies evolucionen, resistan plagas y se adapten a climas cambiantes.

Rpta.: C

2. La distribución y abundancia de las especies de flora y fauna en los biomas terrestres depende, principalmente, de factores como el clima, el relieve y la altitud. Con relación a lo mencionado, Al respecto, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. En la tundra se aprecia vegetación de escaso tamaño, como los musgos y líquenes.
- II. Las estepas contienen las especies de gramíneas más altas y densas del mundo.
- III. En los bosques templados, por su posición latitudinal, predominan las coníferas.
- IV. En las sabanas, las especies se adaptan a fases de sequías y lluvias estacionales.

- A) VVFF B) FVVF C) FFFV D) VFVF E) VFFV

Solución:

- I. **Verdadero.** La vegetación de la tundra es escasa, solo crecen plantas de pequeño tamaño, capaces de soportar los fuertes vientos y frío del suelo, las más numerosas son los líquenes y el musgo.
- II. **Falso.** Las estepas se caracterizan por presentar parajes llanos muy extensos, con hierbas más bajas y dispersas, además de carecer casi por completo de árboles. Mientras que las gramíneas más altas y densas se encuentran en la sabana.

- III. **Falso.** En los bosques templados destacan principalmente especies de árboles caducifolios como los robles, hayas, arces, nogales, entre otros. Mientras que las coníferas predominan en el bioma de taiga.
- IV. **Verdadero.** En las sabanas el clima se caracteriza por presentar periodos marcados de fuertes precipitaciones en invierno y sequías durante el verano, a lo cual se encuentran adaptadas las especies de flora y fauna.

Rpta.: E

3. Los biomas desérticos se caracterizan por su escasa vegetación. Entre sus principales especies florísticas tenemos arbustos de hojas pequeñas y gruesas, cactus y otras plantas xerófitas. Esta condición biológica se debe principalmente a
- A) los niveles de impermeabilidad que evita la evapotranspiración.
B) la extensión de suelos fluviosoles que influyen en su aridez.
C) los bajos niveles de precipitación, inferiores a los 250 mm al año.
D) la escasa presión atmosférica debido a su ubicación en zonas de gran altitud.
E) la acción constante de vientos húmedos que incrementan la humedad ambiental.

Solución:

Los desiertos presentan escasos recursos florísticos debido a la extrema falta de agua, como consecuencia de la ausencia de precipitaciones durante el año. Esto motiva una condición de aridez, sumado a temperaturas extremas, suelos con pocos nutrientes y una alta evapotranspiración.

Rpta.: C

4. Establezca la relación correcta entre los siguientes biomas con su respectiva característica.
- | | |
|----------------------|--|
| I. Sabana | a. Es propio de regiones de baja latitud con un clima muy lluvioso y húmedo todo el año. |
| II. Tundra | b. Concentra gramíneas perennes en regiones de climas templados y latitud media. |
| III. Bosque tropical | c. Presenta veranos muy breves y suelos con cubiertas de aguas criogénicas. |
| IV. Pradera | d. Se localizan los pastizales más grandes del mundo con marcados periodos de lluvias y sequías. |
- A) Ic, IIa, IIIb, IVd B) Id, IIc, IIIb, IVa C) Ia, IIc, IIIb, IVd
D) Id, IIc, IIIa, IVb E) Ic, IIa, IIIb, IVb

Solución:

- Id La sabana se ubica en zonas de baja latitud, se caracteriza por presentar los pastizales más grandes del mundo y tener periodos de sequías durante los veranos y fuertes lluvias durante los inviernos.
- IIc La tundra por ubicarse en regiones de alta latitud presenta veranos muy breves, el resto del año es de un prolongado invierno con temperaturas muy bajas que determina la formación de los permafrost en estos biomas.
- IIIa El bosque tropical es un bioma que se extiende en regiones próximas al ecuador o de baja latitud, motivo por el cual su clima presenta intensas precipitaciones y alta humedad.
- IVb La pradera son biomas localizados en regiones de latitud media, por ello presentan un clima templado, con lluvias regulares y una vegetación con predominancia de gramíneas perennes, otras herbáceas y arbustos escasos.

Rpta.: D

ECONOMÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. El control de precios ha sido una de las políticas más discutidas en la historia de la economía, especialmente en contextos donde los gobiernos buscan proteger a los consumidores frente a aumentos excesivos en bienes básicos. La premisa es que, al establecer un precio máximo, se evita que las familias más vulnerables enfrenten barreras de acceso a productos esenciales. Sin embargo, diversos economistas han señalado que estas medidas, aunque bien intencionadas, suelen generar consecuencias no deseadas en los mercados. ¿Cómo entiende la teoría económica tradicional el impacto del control de precios sobre el mercado?
- A) Como una política que fomenta la innovación tecnológica.
B) Como una herramienta que eleva permanentemente la productividad.
C) Como una medida que genera distorsiones y escasez.
D) Como un mecanismo para expandir el comercio internacional.
E) Como un incentivo para incrementar la oferta agregada.

Solución:

Entre ellas se encuentra la escasez, ya que, al fijarse un precio por debajo del equilibrio, los productores pierden incentivos para seguir ofreciendo el mismo volumen.

Rpta.: C

2. En economías con inflación alta o hiperinflación, los gobiernos suelen recurrir al control de precios para evitar que bienes esenciales como pan, arroz, leche o gasolina se vuelvan inalcanzables para la población. Sin embargo, la evidencia demuestra que estas intervenciones frecuentemente derivan en la aparición de mercados paralelos. El fenómeno ocurre porque, al fijarse un precio máximo inferior al de equilibrio, la demanda aumenta mientras que la oferta disminuye. Esta brecha crea un incentivo para que algunos agentes adquieran los productos regulados y los revendan ilegalmente a precios más altos. El texto hace alusión a un tipo de mercado denominado
- A) mercado primario. B) mercado secundario. C) mercado cambiario.
D) mercado negro. E) mercado informal.

Solución:

Los mercados negros no solo incrementan la desigualdad, sino que también debilitan la confianza en las instituciones estatales, pues la población percibe que las reglas oficiales no garantizan el acceso real a los bienes.

Rpta.: D

3. Durante la pandemia de COVID-19, varios países enfrentaron incrementos abruptos en los precios de insumos médicos esenciales, como mascarillas, oxígeno y medicamentos. Frente a ello, los gobiernos adoptaron medidas de control de precios para garantizar el acceso. Estas acciones fueron recibidas positivamente por la población, ya que en situaciones de emergencia el criterio de eficiencia económica suele ceder ante el criterio de equidad y supervivencia. El acceso universal a insumos básicos de salud se considera un derecho prioritario. No obstante, el debate académico persiste en torno a si dichas medidas resultan sostenibles en el tiempo. En muchos casos, los controles llevaron a que las empresas redujeran la producción, lo cual agravó la escasez en medio de una crisis ya compleja. ¿Cómo un control de precios en un contexto de emergencia funcionaría mejor?

- A) implementándose junto a subsidios o incentivos a la producción.
- B) aplicándose indefinidamente sin ajustes.
- C) sustituyendo completamente las importaciones.
- D) incrementándose la carga impositiva a los productores.
- E) centralizando todo el comercio en el mercado negro.

Solución:

Esta experiencia muestra que, en contextos de emergencia, los controles pueden ser útiles siempre que vayan acompañados de medidas que incentiven la producción y aseguren la distribución equitativa.

Rpta.: A

4. En economía, la discriminación de precios se refiere a la práctica mediante la cual un vendedor cobra precios distintos por el mismo bien o servicio a diferentes consumidores, sin que exista una justificación en los costos de producción. Este fenómeno se basa en la disposición de los clientes a pagar, algunos valoran más el producto y están dispuestos a pagar un precio mayor, mientras que otros solo lo adquirirían si el precio es más bajo. Aunque puede generar controversia, algunos economistas señalan que esta práctica permite ampliar el acceso a determinados bienes y servicios, al captar clientes que de otro modo no podrían comprar a un precio único. ¿Qué característica principal define a la discriminación de precios? Al respecto, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. vender productos de distinta calidad a precios distintos. ()
- II. cobrar precios diferentes por el mismo producto a diferentes clientes. ()
- III. reducir precios cuando los costos de producción bajan. ()
- IV. aumentar precios solo en épocas de escasez. ()
- V. ofrecer rebajas estacionales en mercados selectivos. ()

- A) FVVVF B) VVVFV C) FVFFV D) VFFFV E) VFFVF

Solución:

La discriminación de precios puede presentarse en diferentes formas, como cobrar tarifas distintas a estudiantes y adultos, ofrecer descuentos por volumen, o establecer precios diferenciados según el país.

Rpta.: C

5. La discriminación de precios de _____ ocurre cuando una empresa segmenta el mercado en grupos de consumidores con diferentes elasticidades de demanda y les cobra precios distintos. Los ejemplos más conocidos incluyen los descuentos a estudiantes, tarifas reducidas para adultos mayores o precios diferenciados por país en servicios de streaming. En estos casos, el vendedor identifica categorías observables que permiten separar a los clientes y asignarles precios distintos según su capacidad de pago. El fundamento económico es que algunos grupos son más sensibles al precio (alta elasticidad) y otros menos sensibles (baja elasticidad). Al cobrar precios _____, la empresa logra aumentar sus ingresos totales y, en algunos casos, ampliar el acceso a los bienes.

A) primer grado – altos
C) monopolio natural – bajos
E) oligopolio colusivo – bajos

B) segundo grado – altos
D) tercer grado – diferenciados

Solución:

La discriminación de precios puede presentarse en diferentes formas, como cobrar tarifas distintas a estudiantes y adultos, ofrecer descuentos por volumen, o establecer precios diferenciados según el país.

Rpta.: D

6. Uno de los principales roles del Estado moderno es la redistribución de la riqueza, entendida como el conjunto de políticas destinadas a reducir las desigualdades económicas entre los ciudadanos. La base de esta intervención radica en la idea de que los mercados, aunque eficientes en la asignación de recursos, no garantizan equidad en los resultados. En este sentido, los sistemas tributarios progresivos y los programas sociales se convierten en herramientas clave para equilibrar oportunidades. ¿Cuál es el objetivo principal de la redistribución de la riqueza por parte del Estado?

A) Eliminar completamente las desigualdades económicas.
B) Favorecer únicamente a los inversionistas privados.
C) Sustituir por completo al mercado en la asignación de recursos.
D) Impulsar únicamente la competitividad internacional.
E) Garantizar un mínimo de bienestar y reducir desigualdades extremas.

Solución:

La redistribución no implica eliminar las diferencias de ingresos, sino garantizar un piso mínimo de bienestar y acceso a servicios básicos como salud, educación y seguridad.

Rpta.: E

7. El Estado cuenta con diversos instrumentos para redistribuir la riqueza y promover una sociedad más equitativa. El más conocido es el sistema tributario progresivo, en el cual quienes tienen mayores ingresos aportan un porcentaje más alto en impuestos. Estos recursos se destinan a financiar servicios públicos universales como salud y educación, así como transferencias monetarias directas a sectores vulnerables. Una de las herramientas más conocidas en la pandemia COVID-19 fueron _____ de tipo _____ que permiten abaratar el costo de bienes esenciales como energía, transporte o alimentos.

A) subvenciones – segmentado
C) ayudas – focalizadas
E) subsidios – fijos

B) subsidios – focalizados
D) subvenciones – empadronadas

Solución:

Los subsidios son recursos monetarios dirigidos a los consumidores o productores para incentivar la economía artificialmente. En el caso de consumidores focalizados por la necesidad de recursos de la población durante la pandemia COVID-19. Personas empadronadas pertenecientes a los sectores de miseria y pobreza de la población.

Rpta.: B

8. Más allá de los efectos económicos, la redistribución cumple una función política y social crucial. Al reducir las desigualdades extremas, se fortalecen los lazos de cohesión y se disminuye la posibilidad de conflictos sociales, sociedades con brechas muy grandes entre ricos y pobres suelen experimentar mayores niveles de violencia, criminalidad e inestabilidad política. ¿Qué efecto social positivo suele tener la redistribución de la riqueza?

- A) incrementar la desigualdad social.
- B) fortalecer la cohesión y estabilidad social.
- C) reducir la participación ciudadana.
- D) generar mayores conflictos políticos.
- E) favorecer solo a los sectores de altos ingresos.

Solución:

La redistribución, por tanto, no solo atiende necesidades materiales, sino que también refuerza la legitimidad del Estado y la estabilidad democrática.

Rpta.: B

9. Los mercados negros en el Perú han surgido históricamente en contextos donde el Estado ha impuesto restricciones severas sobre ciertos bienes o servicios. Estas restricciones han estado motivadas, en muchos casos, por el intento de controlar precios o regular el acceso a productos considerados estratégicos. Cuando los precios oficiales se mantienen artificialmente bajos, la oferta legal disminuye, pero la demanda se mantiene o incluso crece. ¿Cuál es una de las causas principales del surgimiento de mercados negros en el Perú?

- A) La abundancia de oferta en el mercado formal
- B) El exceso de competencia en sectores privados
- C) Las restricciones estatales y controles de precios
- D) La liberalización comercial y apertura de mercados
- E) La estabilidad macroeconómica sostenida

Solución:

Este desajuste incentiva la aparición de redes ilegales que ofrecen dichos bienes a precios más altos en la clandestinidad. Durante épocas de crisis económica o hiperinflación, este fenómeno se intensifica, afectando a sectores vulnerables de la sociedad sobre todo incidiendo en los precios de los productos básicos de la canasta alimentaria para la población.

Rpta.: C



10. Más allá de los impactos económicos, los mercados negros tienen profundas consecuencias sociales en el Perú. Al encarecer bienes básicos y distribuirlos de manera _____, se genera un sistema de _____ que afecta especialmente a los más pobres. Los consumidores quedan expuestos a productos de menor calidad y sin garantía, lo que atenta contra su seguridad y bienestar. A su vez, los mercados negros fomentan la _____, debilitando la cultura tributaria y la confianza en las instituciones. En última instancia, este fenómeno perpetúa la desigualdad, ya que quienes no pueden pagar los precios inflados quedan fuera del acceso a bienes esenciales.

- A) ilegal – exclusión – informalidad
- B) informal – protección – comercialización
- C) informal – encarecimiento – ilegalidad
- D) ilegal – protección – informalidad
- E) informal – exclusión – ilegalidad

Solución:

Los mercados negros perpetúan la exclusión y la desigualdad social. En un contexto de ilegal, los consumidores están expuestos a producto de dudosa eficiencia, la informalidad se genera por falta de registros en el Estado.

Rpta.: A

FILOSOFÍA

LECTURA COMPLEMENTARIA

Aristóteles incluyó el fuego entre los cuatro elementos de los que están hechos todos los objetos terrestres. Quienes trabajaban con este supuesto creían observar el fuego directamente cuando veían ascender las llamas, de modo que "el fuego se elevaba" era para ellos un enunciado observacional respaldado por la experiencia directa. Sin embargo, la química moderna terminó por desecharlo. Si el conocimiento que proporciona las categorías con las que describimos las observaciones es defectuoso, también lo serán los enunciados observacionales que lo presuponen.

Algo similar ocurrió con la afirmación de que "la Tierra es estacionaria", considerada durante siglos un hecho confirmado por la observación: nadie la veía moverse ni sentía que se moviera. Solo cuando se comprendió el principio de inercia, en el siglo XVII, fue posible reconocer que dicho enunciado era falso. Esto ilustra que el juicio sobre la verdad o falsedad de un enunciado observacional depende siempre del conocimiento que lo sostiene como trasfondo.

Adaptado del libro de A. Chalmers *Qué es esa cosa llamada ciencia*.

De acuerdo con el texto, se puede inferir que

- A) los enunciados observacionales son el fundamento más seguro de la ciencia moderna.
- B) la ciencia corrige sus enunciados observacionales a medida que el conocimiento avanza.
- C) los enunciados que no dependen de teorías previas constituyen hechos científicos válidos.
- D) la observación directa garantiza la verdad de los enunciados que formula el científico.
- E) el conocimiento científico es inútil si sus enunciados observacionales resultan falibles.

Solución:

El texto muestra que tanto el caso del fuego como el de la Tierra estacionaria fueron enunciados observacionales aceptados que debieron ser corregidos conforme avanzó el conocimiento. Esto ilustra precisamente el carácter falible y perfectible de los enunciados científicos.

Rpta.: B

EJERCICIOS DE CLASE

1. En 1916, Einstein postuló matemáticamente, a partir de su teoría general de la relatividad, que las masas aceleradas producirían ondas en el espacio-tiempo. Casi un siglo después, en 2015, el observatorio LIGO confirmó por primera vez la existencia de dichas ondas gravitacionales, originadas por la fusión de dos agujeros negros.

Considerando las funciones de la ciencia, se puede afirmar que esta

- A) describe las propiedades físicas de los agujeros negros detectados por LIGO.
- B) aplica los conocimientos de la relatividad para desarrollar nuevas tecnologías.
- C) explica las causas por las que dos agujeros negros pueden llegar a fusionarse.
- D) se adelanta a los hechos, anticipando fenómenos que luego son confirmados.
- E) corrige sus propios errores al someter la teoría de Einstein a contrastación.

Solución:

Una de las funciones más relevantes de la ciencia es la predicción, que consiste en anticipar con anterioridad lo que acontecerá bajo determinadas condiciones. En este caso, Einstein predijo matemáticamente la existencia de las ondas gravitacionales casi cien años antes de su confirmación empírica.

Rpta.: D

2. Durante décadas, los científicos se preguntaron por qué los dinosaurios no aviares se extinguieron hace aproximadamente 66 millones de años. En 1980, Luis y Walter Álvarez publicaron una investigación en la que demostraron que un asteroide de unos 10 km de diámetro impactó la Tierra, generando una nube de polvo que bloqueó la luz solar, colapsó las cadenas alimentarias y provocó la extinción masiva. Hoy este modelo es ampliamente aceptado por la comunidad científica.

Considerando las funciones de la ciencia, se puede afirmar que esta

- A) describe las características del asteroide que impactó la Tierra hace millones de años.
- B) predice los efectos que tendría un nuevo impacto de un asteroide en la actualidad.
- C) nos presenta las causas o explica la extinción masiva de los dinosaurios no aviares.
- D) aplica los conocimientos geológicos para desarrollar sistemas de alerta ante asteroides.
- E) somete a prueba una hipótesis para determinar si los hechos la comprueban o refutan.

Solución:

La explicación es la función científica que presenta las causas o los porqués que provocan un fenómeno. En este caso, la ciencia no se limita a registrar el hecho de la extinción, sino que identifica sus causas: el impacto del asteroide y sus consecuencias sobre el clima y las cadenas alimentarias.

Rpta.: C

3. En 1983, Barry Marshall sostuvo que la bacteria *Helicobacter pylori* era la causa de las úlceras gástricas, hipótesis que contradecía la creencia médica dominante de que el estrés y la acidez eran sus causantes. Ante el escepticismo de la comunidad científica, Marshall decidió ingerir él mismo un cultivo de dicha bacteria, desarrolló una gastritis aguda y se trató con antibióticos hasta su curación. Este experimento, junto con estudios clínicos posteriores, llevó a que su hipótesis fuera finalmente aceptada.

Considerando los pasos del método científico, la acción de Marshall ilustra

- A) el planteamiento de un problema, pues identificó una dificultad a la que la medicina aún no había encontrado solución.
- B) el análisis de datos, pues comparó los resultados obtenidos con las teorías médicas dominantes de su época.
- C) la formulación de una hipótesis, pues propuso una respuesta tentativa al origen de las úlceras gástricas.
- D) la contrastación, pues sometió su hipótesis a prueba para determinar si los hechos la comprobaban o refutaban.
- E) la aplicación científica, pues llevó sus conocimientos microbiológicos a la práctica para tratar una enfermedad.

Solución:

La contrastación consiste en someter a prueba una hipótesis para determinar si los hechos la comprueban o la refutan, y requiere a veces la realización de experimentos. Al ingerir la bacteria para verificar su hipótesis, Marshall ejecutó precisamente ese paso del método científico, lo que le valió el Premio Nobel de Medicina en 2005.

Rpta.: D

4. A finales del siglo XIX, los médicos observaban que muchos marineros y soldados desarrollaban una enfermedad debilitante caracterizada por fatiga extrema, sangrado de encías y pérdida de dientes, conocida como escorbuto. Sin embargo, nadie había logrado identificar aún su causa ni ofrecer una solución satisfactoria. Esto llevó a varios investigadores a formularse la siguiente pregunta: ¿qué factor presente en ciertos alimentos frescos impedía el desarrollo de esta enfermedad? Considerando los pasos del método científico, la situación descrita ilustra

- A) la formulación de la hipótesis, porque los investigadores propusieron una respuesta tentativa sobre el origen del escorbuto.
- B) la contrastación empírica, ya que los médicos sometieron a prueba diversas dietas para verificar sus suposiciones.
- C) el planteamiento del problema, pues existía un fenómeno sin explicación conocida que exigía una investigación científica.
- D) el análisis de datos, porque los investigadores compararon sus observaciones con las teorías disponibles.
- E) la aplicación, ya que los médicos buscaban llevar el conocimiento científico de la teoría a la práctica clínica.

Solución:

El problema científico es una dificultad a la que no se le ha encontrado aún solución y que se expresa generalmente como una pregunta. En este caso, el fenómeno del escorbuto constituía precisamente eso: un hecho que exigía conocimiento y que los investigadores formularon como pregunta científica.

Rpta.: C

5. Charles Darwin, tras años de observación en las islas Galápagos y el análisis de miles de especímenes, publicó en 1859 *El origen de las especies*, obra en la que sostuvo que las especies se transforman a lo largo del tiempo mediante la selección natural. Sus enunciados, sistemáticamente articulados y sometidos a contrastación por generaciones de biólogos, ofrecen hoy una explicación comprehensiva de la diversidad de la vida en la Tierra.

Considerando los conceptos de la epistemología, el aporte de Darwin constituye

- A) una ley científica, pues describe una regularidad simple y universal que ocurre en la naturaleza.
- B) una teoría científica, ya que ofrece una explicación sistemática y contrastada de la realidad.
- C) una hipótesis, porque representa una respuesta tentativa que aún no ha sido contrastada en absoluto.
- D) un problema científico, pues plantea una dificultad a la que la biología busca dar respuesta.
- E) una aplicación científica, porque lleva el conocimiento biológico a la resolución de problemas prácticos.

Solución:

Una teoría científica es un conjunto de proposiciones generales que ofrece una explicación sistemática de la realidad cuyos enunciados han sido estrictamente contrastados. El aporte de Darwin reúne ambas condiciones: sistematicidad y contrastabilidad.

Rpta.: B

6. Tras siglos de observaciones astronómicas, Johannes Kepler estableció que todos los planetas del sistema solar describen órbitas elípticas alrededor del Sol, sin excepción alguna. Este enunciado, comprobado para cualquier planeta en cualquier momento, sigue siendo el punto de partida obligatorio en el estudio del movimiento planetario.

Sobre el aporte de Kepler, es posible afirmar que

- A) predijo el comportamiento futuro de los planetas del sistema solar.
- B) formuló una respuesta definitiva sobre la forma de las órbitas planetarias.
- C) desarrolló una explicación sistemática sobre el origen del sistema solar.
- D) aplicó sus conocimientos para resolver un problema práctico de navegación.
- E) describió una regularidad universal acerca del movimiento de los planetas.

Solución:

Una ley científica es una proposición universal que revela una regularidad en la naturaleza y se aplica a todos los hechos similares en cualquier momento. El enunciado de Kepler reúne exactamente esas condiciones.

Rpta.: E

7. Un investigador dedica su carrera al estudio de las condiciones que debe cumplir un argumento para ser deductivamente correcto. Para ello, trabaja exclusivamente con variables, símbolos y reglas de inferencia, construyendo sistemas de demostración a partir de axiomas, sin recurrir en ningún momento a la observación ni a la experimentación.

Sobre la disciplina que cultiva este investigador, es posible aseverar que

- A) estudia entidades abstractas mediante un método lógico-formal.
- B) describe regularidades observables en el razonamiento humano.
- C) contrasta sus enunciados con hechos medibles de la realidad.
- D) emplea el método empírico para convalidar sus resultados.
- E) investiga fenómenos fácticos a través de axiomas y teoremas.

Solución:

Las ciencias formales tienen como objeto de estudio entidades ideales y conceptos abstractos, y su método es el lógico-formal, sustentado en axiomas y teoremas. El investigador descrito no observa ni experimenta, sino que opera sobre estructuras simbólicas abstractas, lo cual es la marca distintiva de este tipo de ciencia.

Rpta.: A

8. En 1928, Alexander Fleming observó casualmente que un hongo había contaminado uno de sus cultivos bacterianos y que, alrededor de él, las bacterias habían muerto. Lejos de descartar el cultivo arruinado, Fleming registró el fenómeno, aisló el hongo, reprodujo las condiciones del experimento y documentó ordenadamente cada resultado hasta identificar la sustancia responsable (la penicilina).

Sobre el conocimiento que produjo Fleming, es posible afirmar que

- A) describe el fenómeno considerando solo las propiedades observables del hongo.
- B) se sustenta única y exclusivamente en deducciones propias de las ciencias formales.
- C) organiza coherentemente conceptos en un sistema explicativo, pero no predictivo.
- D) siguió pasos y procedimientos sistemáticos para resolver el problema identificado.
- E) fue posteriormente corregido y mejorado por otros investigadores científicos.

Solución:

Aunque el descubrimiento partió de una observación casual, lo decisivo fue que Fleming aplicó un conjunto de pasos y procedimientos sistemáticos para investigar el fenómeno. Eso es precisamente lo que define el carácter metódico del conocimiento científico.

Rpta.: D

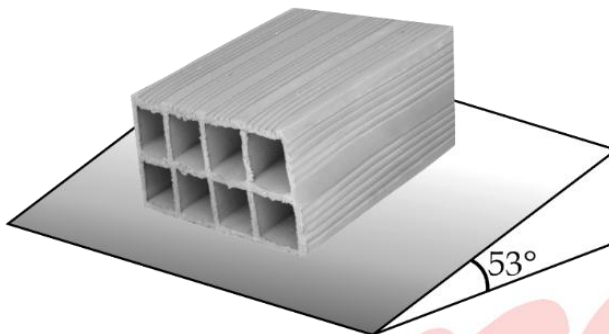
FÍSICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Un ladrillo de techo tiene 3 kg de masa y un área cuadrada en la base de 30 cm de lado. Determine la presión que el ladrillo ejerce sobre el plano inclinado que se muestra en la figura.

($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A) 500 Pa
B) 200 Pa
C) 400 Pa
D) 600 Pa
E) 300 Pa



Solución:

Calculando la presión:

$$P = \frac{mg \cos 53^\circ}{A}$$

$$P = \frac{3 \times 10 \times \frac{3}{5}}{(0,3)^2}$$

$$P = 200 \text{ Pa}$$

Rpta.: B

2. La anchoveta peruana se encuentra comúnmente a profundidades de entre 3 m a 80 m. Si la densidad del agua de mar es de 1020 kg/m^3 , determine la máxima presión que la anchoveta puede soportar.

$P_{\text{atm}} = 10^5 \text{ Pa}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$

- A) 816 kPa
B) 826 kPa
C) 906 kPa
D) 916 kPa
E) 846 kPa

Solución:

Calculando la presión:

$$P = P_0 + P_{\text{Hidros}}$$

$$P = 10^5 + \rho gh$$

$$P = 100 \times 10^3 + 1020 \times 10 \times 80$$

$$P = 916 \text{ kPa}$$

Rpta.: D

3. En un tubo en forma U de sección uniforme, se depositan dos líquidos, mercurio y glicerina no miscibles quedando en reposo como indica la figura. Determine la densidad de la glicerina.

$$(\rho_{Hg} = 13,6 \frac{g}{cm^3})$$

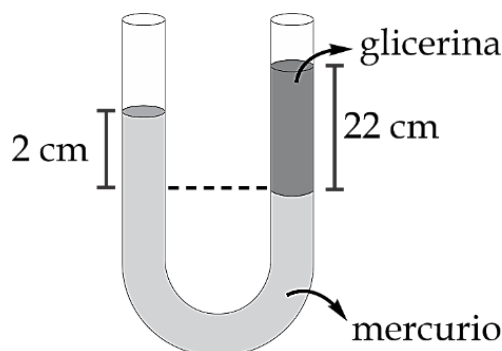
A) $1,24 \text{ g/cm}^3$

B) $1,14 \text{ g/cm}^3$

C) $1,30 \text{ g/cm}^3$

D) $1,20 \text{ g/cm}^3$

E) $1,50 \text{ g/cm}^3$



Solución:

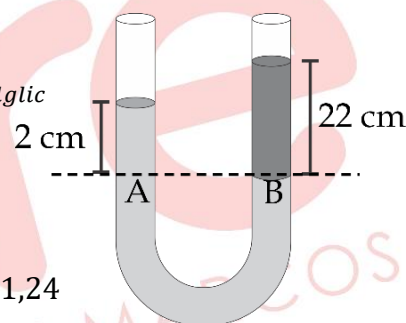
La presión es la misma en los puntos A y B

$$P_0 + \rho_{Hg}gh_{Hg} = P_0 + \rho_{glic}gh_{glic}$$

$$\rho_{Hg}gh_{Hg} = \rho_{glic}gh_{glic}$$

$$\rho_{Hg}h_{Hg} = \rho_{glic}h_{glic}$$

$$\rho_{glic} = \frac{\rho_{Hg}h_{Hg}}{h_{glic}} = \frac{(13,6)(2)}{22} = 1,24$$



Rpta.: A

4. Una prensa hidráulica consta de dos émbolos de pesos despreciables cuyos radios miden 5 cm y 50 cm, tal como se muestra en la figura. ¿Cuál es el peso W del bloque que equilibra a la fuerza F de magnitud 100 N aplicada al émbolo más pequeño?

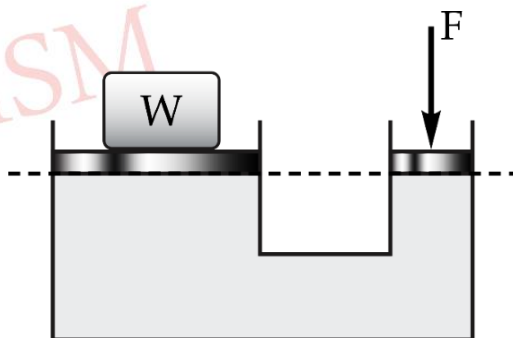
A) 10000 N

B) 5000 N

C) 2500 N

D) 1000 N

E) 2000 N



Solución:

$$P_1 = P_2$$

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\frac{W}{50^2} = \frac{100}{5^2}$$

$$W = 10000 \text{ N}$$

Rpta.: A

5. Un cuerpo cilíndrico recto de densidad 900 kg/m^3 , altura $h = 20 \text{ cm}$ y sección circular de área 75 cm^2 se mantiene en equilibrio sumergido en agua, tal como se muestra en la figura. Determine la magnitud mínima de la fuerza vertical hacia abajo F que se debe ejercer sobre el cilindro para mantenerlo completamente sumergido.

($\rho_{\text{agua}} = 1000 \text{ kg/m}^3$; $g = 10 \text{ m/s}^2$)

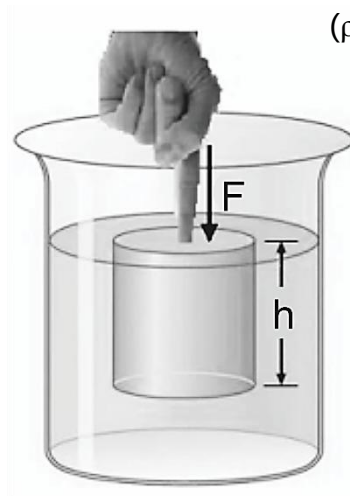
A) 1,8 N

B) 1,2 N

C) 1,6 N

D) 1,5 N

E) 1,0 N



Solución:

En el estado de equilibrio:

$$E = F + mg$$

$$\rho_{\text{agua}}(Ah)g = F + \rho(Ah)g$$

$$F = (\rho_{\text{agua}} - \rho)Ahg = (1000 - 900)(75 \times 10^{-4})(20 \times 10^{-2})$$

$$F = 1,5 \text{ N}$$

Rpta.: D

6. En una granja agroindustrial, se necesita llenar una cisterna de 7200 litros para abastecer el riego automatizado de cultivos. Para ello, se utiliza una manguera de 8 cm de diámetro, por la cual el agua fluye a una rapidez constante de 1 m/s. ¿Cuánto tiempo tardará en llenar el tanque, suponiendo que no hay pérdidas de agua durante el proceso?

($\pi \approx 3$)

A) 12 min

B) 20 min

C) 15 min

D) 30 min

E) 25 min

Solución:

Analizando el caudal:

$$Q = \frac{V}{t} = Av$$

$$\frac{7200 \times 10^{-3}}{t} = 3 \times (4 \times 10^{-2})^2 \times 1$$

$$t = 1500 \text{ s} = 25 \text{ min}$$

Rpta.: E

7. Una ducha tiene 50 orificios, cada uno de 0,03 pulgadas de diámetro, está conectada a una tubería de 3/4 de pulgada. Si el agua fluye por la tubería a 10 m/s, determine la rapidez con la que sale el agua por los orificios.

A) 125 m/s

B) 100 m/s

C) 75 m/s

D) 25 m/s

E) 150 m/s

Solución:

Aplicando continuidad:

$$Q_{\text{entrada}} = Q_{\text{salida}}$$

$$A_1 v_1 = 50 A_2 v_2$$

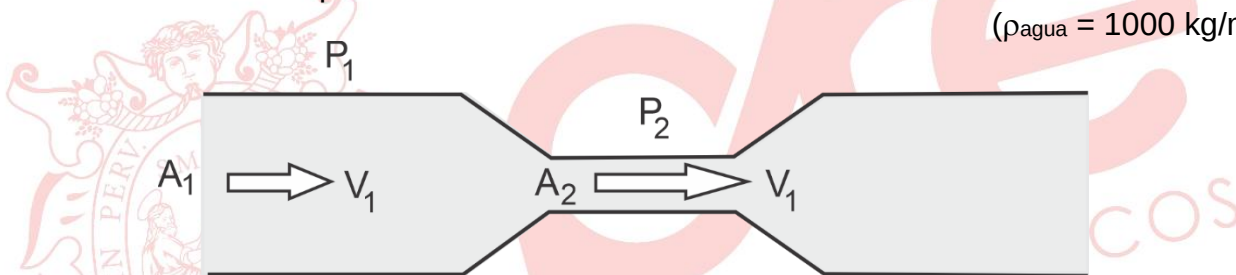
$$(D_1)^2 v_1 = 50 (D_2)^2 v_2$$

$$v_2 = \frac{1}{50} \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 v_1$$

$$v_2 = \frac{1}{50} \left(\frac{0,75}{0,03} \right)^2 \times 10 = 125 \text{ m/s}$$

Rpta.: A

8. Por una tubería horizontal de sección transversal variable fluye agua, como se muestra en la figura. La sección de área A_1 tiene un diámetro de 4 cm, la rapidez del agua es $v_1 = 2 \text{ m/s}$ y la presión es $P_1 = 180 \text{ kPa}$. Si la sección de área A_2 tiene un diámetro de 2 cm, determine la presión P_2 .

 $(\rho_{\text{agua}} = 1000 \text{ kg/m}^3)$ 

- A) 200 kPa B) 100 kPa C) 250 kPa D) 150 kPa E) 300 kPa

Solución:

De la ecuación de continuidad:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$(D_1)^2 v_1 = (D_2)^2 v_2$$

$$v_2 = \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 v_1$$

$$v_2 = \left(\frac{4}{2} \right)^2 \times 2 = 8$$

De la ecuación de Bernoulli:

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$P_2 = 180 \times 10^3 + \frac{1}{2} (1000) (2)^2 - \frac{1}{2} (1000) (8)^2$$

$$P_2 = 150 \text{ kPa}$$

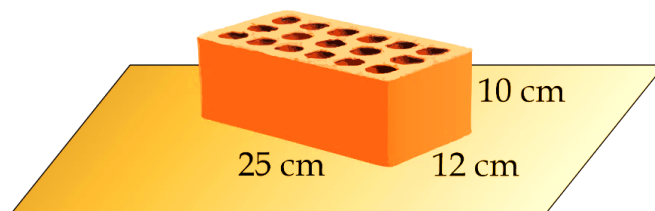
Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Un ladrillo de 900 g de masa está situado sobre una superficie horizontal como muestra la figura. Determine la variación de la presión máxima y mínima que ejerce las caras del ladrillo sobre la superficie horizontal.

 $(g = 10 \text{ m/s}^2)$

- A) Aumenta en 450 Pa.
B) Disminuye en 450 Pa.
C) Aumenta en 900 Pa.
D) Disminuye en 900 Pa.
E) No hay ninguna variación.

**Solución:**

En la posición mostrada

$$P_1 = \frac{mg}{A_1}$$
$$P_1 = \frac{9}{0,25 \times 0,12} = \frac{9}{0,03}$$
$$P_1 = 300 \text{ Pa}$$

Analizando para la segunda posición:

$$P_2 = \frac{mg}{A_2}$$
$$P_2 = \frac{9}{0,1 \times 0,12} = \frac{9}{0,012}$$
$$P_2 = 750 \text{ Pa}$$

Así, comparado con P_1 , la presión aumentó en 450 Pa.

Rpta.: A

2. Un buzo y su grupo de trabajo se dirigen a la profundidad de un lago. Si a cierta profundidad la presión absoluta es el triple de la presión atmosférica, determine a qué profundidad respecto a la superficie del lago se encuentra el buzo.

 $(P_0 = 1 \times 10^5 \text{ Pa}, \rho_{\text{H}_2\text{O}} = 10^3 \text{ kg/m}^3, g = 10 \text{ m/s}^2)$

- A) 10 m B) 5 m C) 100 m D) 20 m E) 40 m

Solución:

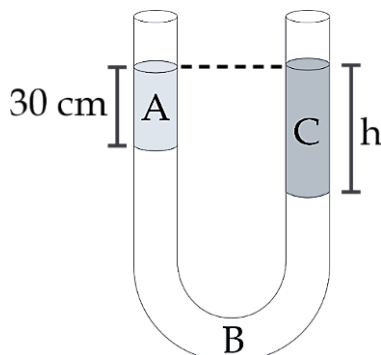
A una profundidad h :

$$P_{\text{ABS}} = P_0 + P_{\text{Hidros}}$$
$$3P_0 = P_0 + \rho gh$$
$$2P_0 = \rho gh$$
$$h = \frac{2 \times 10^5}{10^3 \times 10}$$
$$h = 20 \text{ m}$$

Rpta.: D

3. La figura muestra un tubo uniforme en forma de U que contiene tres líquidos A, B y C no miscibles cuyas densidades son $\rho_A = 0,3 \text{ g/cm}^3$, $\rho_B = 0,5 \text{ g/cm}^3$ y $\rho_C = 0,4 \text{ g/cm}^3$ respectivamente. Si la longitud de la columna de líquido A es 30 cm, ¿cuál debe ser la longitud h de la columna de líquido C para que los tres líquidos permanezcan en reposo?

- A) 40 cm
B) 60 cm
C) 50 cm
D) 30 cm
E) 45 cm



Solución:

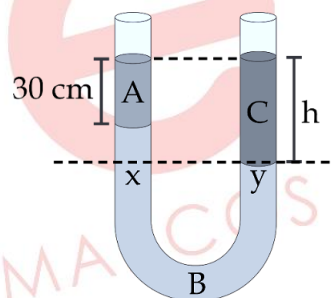
Por equilibrio de presiones, en los puntos x e y (véase la figura) se cumple

$$P_x = P_y$$

$$P_0 + \rho_A g(0,3) + \rho_B g(h - 0,3) = P_0 + \rho_C g h$$

$$3(0,3) + 5(h - 0,3) = 4h$$

$$h = 0,6 \text{ m} = 60 \text{ cm}$$

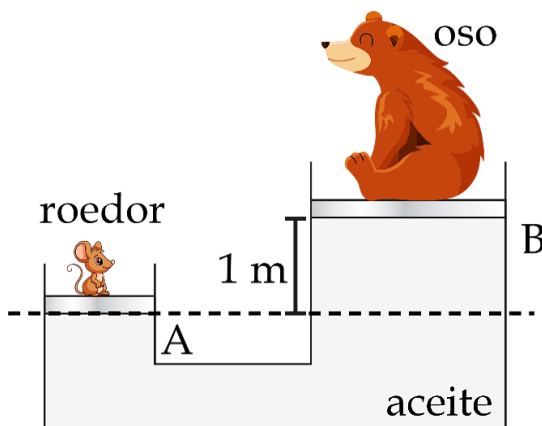


Rpta.: B

4. En la prensa hidráulica mostrada en la figura, el embolo circular A tiene una masa de 0,22 kg y el embolo circular B tiene una masa de 10 kg y 10 m^2 de área. Sobre el embolo B se sube un oso de 590 kg de masa, mientras que al embolo A se sube un roedor de 80 g. Determine el área del embolo A si el sistema está en equilibrio.

($\rho_{\text{aceite}} = 840 \text{ kg/m}^3$)

- A) $1 \times 10^{-3} \text{ m}^2$
B) $2 \times 10^{-3} \text{ m}^2$
C) $4 \times 10^{-3} \text{ m}^2$
D) $3 \times 10^{-3} \text{ m}^2$
E) $5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$



Solución:

$$P_1 = P_2$$

$$\frac{M_1 g}{A_1} = \frac{M_2 g}{A_2} + \rho g h$$

$$\frac{0,22 + 0,08}{A_1} = \frac{10 + 590}{10} + 240 \times 1$$

$$\frac{0,3}{A_1} = 300$$

$$A_1 = 1 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

Rpta.: A

5. Un bloque de masa 2,7 kg se sumerge totalmente en agua, como se muestra en la figura, experimenta un empuje de 10 N. Determine la densidad del bloque.

$$(\rho_{\text{agua}} = 1000 \text{ kg/m}^3 ; g = 10 \text{ m/s}^2)$$

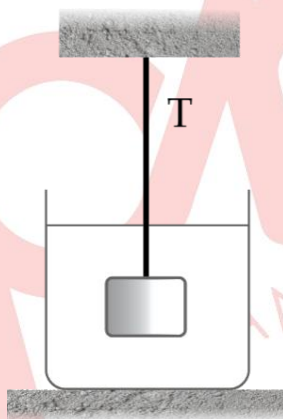
A) 1500 kg/m^3

B) 1700 kg/m^3

C) 2700 kg/m^3

D) 4500 kg/m^3

E) 3000 kg/m^3



Solución:

$$\rho_{\text{metal}} = \left(\frac{W_{\text{aire}}}{W_{\text{aire}} - W_{\text{liquido}}} \right) \rho_{\text{liquido}}$$

$$E = W_{\text{aire}} - W_{\text{liquido}}$$

$$\rho_{\text{METAL}} = \frac{W_{\text{AIRE}}}{E} \cdot \rho_{\text{LÍQUIDO}} = \frac{27}{10} \cdot 1000 = \frac{2700 \text{ Kg}}{\text{m}^3}$$

Rpta.: C

6. Por un tubo horizontal fluye agua. Si el tubo tiene un radio de 2 cm, la presión es de 5 kPa. Si la acumulación de sarro en las paredes del tubo ha reducido el radio a 1 cm y la rapidez en la región estrecha es de 2 m/s, determine la presión en la zona más delgada.

A) 4125 Pa B) 3125 Pa C) 1250 Pa D) 1225 Pa E) 1050 Pa

Solución:

De la ecuación de continuidad:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$(R_1)^2 v_1 = (R_2)^2 v_2$$

$$v_1 = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 v_2$$

$$v_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 2 = \frac{1}{2}$$

De la ecuación de Bernoulli:

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

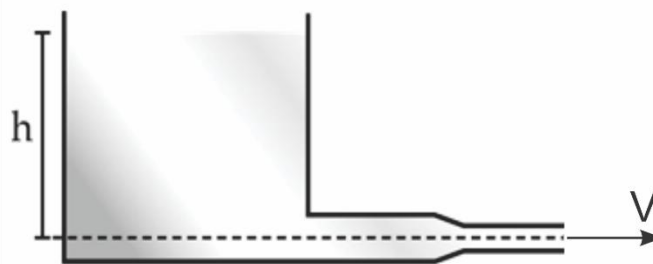
$$P_2 = 5 \times 10^3 + \frac{1}{2} (1000) \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} (1000) (2)^2$$

$$P_2 = 3125 \text{ Pa}$$

Rpta.: B

7. De un depósito grande, fluye agua al exterior con rapidez $V = 20 \text{ m/s}$ a través de una tubería delgada, como muestra la figura. Si la sección transversal de la tubería a la salida del agua es 250 cm^2 , determine el caudal del agua y la altura del depósito.

$$(\rho_{\text{agua}} = 1000 \text{ kg/m}^3; g = 10 \text{ m/s}^2)$$

A) $0,5 \text{ m}^3/\text{s}$; 20 m B) $0,6 \text{ m}^3/\text{s}$; 15 m C) $0,4 \text{ m}^3/\text{s}$; 25 m D) $0,5 \text{ m}^3/\text{s}$; 25 m E) $0,6 \text{ m}^3/\text{s}$; 30 m **Solución:**

Por el teorema de Torricelli:

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{(20)^2}{2(10)} = 20 \text{ m}$$

Caudal:

$$Q = Av$$

$$Q = (250 \times 10^{-4})(20) = 0,5 \text{ m}^3/\text{s}$$

Rpta.: A

QUÍMICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Catito es un gato que tiene infección de oído. En consulta, el veterinario le prescribe dosis de 5 mg de amoxicilina/kg de peso corporal en forma de solución oral homogénea considerando dos dosis por día, durante tres días completos. Con respecto al tratamiento, seleccione la alternativa que contiene la(s) proposición(es) correctas.

Dato: $\bar{M}$ amoxicilina = 419,45 g/mol; $5/419,45 = 0,0119$

- I. La cantidad total de sustancia administrada depende únicamente de la concentración de la solución y el número total de dosis administrada es 6.
- II. La dosis prescrita corresponde en S.I. igual a $1,2 \times 10^{-5}$ mol de antibiótico/kg.
- III. Si la mezcla usada fuera una suspensión, la cantidad de sustancia administrada podría variar entre dosis.

A) Solo II B) II y III C) II, III y IV D) I, II y III E) Solo I

Solución:

- I. **Incorrecto.** La cantidad total de la amoxicilina administrada no depende únicamente de la concentración sino de la cantidad de dosis suministrada y del peso corporal del gato. Son 7 dosis totales prescritas al gato en 3 días.

$$n = \frac{2 \text{ dosis}}{\text{día}} \times 3 \text{ días} = 6 \text{ dosis} \rightarrow \text{El número de dosis totales} = n + 1 = 6 + 1 = 7 \text{ dosis}$$

- II. **Correcto.** La dosis expresada en mg/ kg puede convertirse S.I. es decir a mol/kg utilizando la masa molar del medicamento amoxicilina.

$$\text{Dosis} = \frac{5 \text{ mg}}{\text{Kg p.c.}} \times \frac{1 \text{ g}}{10^3 \text{ mg}} \times \frac{1 \text{ mol}}{419,45 \text{ g amox.}} = 0,0119 \times 10^{-3} = 1,2 \times 10^{-5} \frac{\text{mol amox}}{\text{Kg p.c.}}$$

- III. **Correcto.** Si el sistema disperso no es homogéneo, la concentración no sería uniforme por lo que cada dosis tendría distinta cantidad de soluto.

Rpta.: C

2. Un sistema disperso es la mezcla de dos o más sustancias que se diferencian por el tamaño de sus partículas, dando a lugar características que las distinguen, como la no sedimentación en las soluciones, el efecto Tyndall y movimiento browniano en los coloides y la sedimentación en las suspensiones. Con respecto a los sistemas dispersos, determinar el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. Si la fase dispersa es de mayor tamaño, la mezcla podría tratarse de un sistema heterogéneo con separación de fases observable.
- II. El efecto Tyndall indica que el sistema posee partículas con tamaño suficiente para dispersar la radiación incidente.
- III. Las mezclas como las suspensiones son sistemas heterogéneos como, por ejemplo, el jugo de fruta y los jarabes.

A) VVF B) VVV C) VFF D) FVV E) FFV

Solución:

- I. **Verdadero.** El tamaño del soluto determina la clasificación de un sistema disperso, y si este tamaño es mayor a los 1000 nm, se puede observar un sistema heterogéneo con separación de fases.
- II. **Verdadero.** La visibilidad del haz de luz (efecto Tyndall) implica que las partículas del sistema disperso son de tamaño intermedio.
- III. **Verdadero.** Las mezclas como las suspensiones son sistemas heterogéneos, por ejemplo, el jugo de fruta y los jarabes.

Rpta.: B

3. La caseína, principal proteína de la leche, se encuentra dispersa en forma de micelas en el medio acuoso, constituyendo un sistema disperso coloidal. Se sabe que la leche contiene aproximadamente 2,5 % en masa de caseína. Si una muestra de leche contiene 200 gramos y la masa molar promedio de la caseína es $2,4 \times 10^4$ g/mol, seleccione la alternativa que contenga las proposiciones correctas.

Dato: $5/2,4 = 2,08$

- I. La caseína en la leche forma un sistema homogéneo al no formar precipitado.
- II. La cantidad de caseína en la muestra de leche es de 5 gramos.
- III. La cantidad de sustancia de caseína presente es de $2,08 \times 10^{-4}$ moles.

A) I y II B) I y III C) II y III D) I, II y III E) Solo III

Solución:

- I. **Incorrecto.** No observar precipitado no es característica única de las soluciones. La leche es un coloide complejo donde las micelas de caseína están dispersadas microscópicamente formando un sistema disperso heterogéneo.

- II. **Correcto.** La cantidad de caseína en la muestra es 5 g.

$$\frac{2,5 \times 200 \text{ g}}{100} = \frac{500 \text{ g}}{100} = 5 \text{ g caseína}$$

- III. **Correcto.** La cantidad de sustancia de caseína es de $2,08 \times 10^{-4}$ moles.

$$\frac{5 \text{ g caseína}}{2,4 \times 10^{-4} \text{ g/mol caseína}} = 2,08 \times 10^{-4} \text{ mol caseína}$$

Rpta.: C

4. En un laboratorio químico, un estudiante prepara una solución de ácido sulfúrico (H_2SO_4) utilizando una fiola de 250 mL. Para ello, agrega 15 mL de una solución 4 M y luego completa con agua destilada hasta la marca de aforo. Se pide seleccionar las alternativas correctas de las siguientes proposiciones:

Dato: $\text{H}_2\text{SO}_4 = 2 \text{ eq/mol}$

- I. La cantidad de sustancia (moles) del ácido sulfúrico varía durante el proceso de dilución con agua.
- II. La concentración del ácido sulfúrico antes de agregar agua es 8 equivalentes por litro.
- III. Al diluir la solución, la concentración disminuye a un valor igual a 0,48 eq/L.

A) I y II B) Solo III C) II y III D) Solo II E) II y III



Solución:

- I. **Incorrecto.** La cantidad de moles se mantiene constante en un proceso de dilución, lo que varía es el volumen.
- II. **Correcto.** La normalidad inicial del ácido sulfúrico es el doble de su molaridad, 8 equivalentes/L.
En un mol H_2SO_4 : 2 equivalentes de H^+
 $N = M (\text{mol/L}) \times 2 \text{ eq/mol} = 8 \text{ eq/L}$

- III. **Correcto.** Al diluir la solución, la cantidad de soluto (moles) se mantiene constante, pero el volumen aumenta por haberse añadido agua, por lo tanto, la concentración disminuye.

(opcional para demostrar)

En una dilución

$$N_1 = 8 \text{ eq/L}$$

$$V_1 = 15 \text{ mL} = 0,015 \text{ L}$$

$$V_2 = V_1 + V_{\text{H}_2\text{O}} = 250 \text{ mL} = 0,25 \text{ L} \rightarrow V_{\text{H}_2\text{O}} = V_2 - V_1 = 235 \text{ mL de agua añadida, no contiene soluto.}$$

$n_1 = n_2$ las moles son constantes, no varían

$$N_1 \times V_1 = N_2 \times V_2$$

$$N_2 = \frac{N_1 \times V_1}{V_2} = \frac{8 \text{ eq/L} \times 0,015 \text{ L}}{0,250 \text{ L}} = 0,48 \text{ eq/L}$$

Rpta.: E

5. El dicromato de potasio ($\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$) actúa como agente oxidante en medio ácido según la ecuación química:

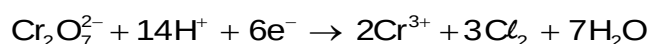


En un experimento, se hace reaccionar una solución de dicromato 0,2 M con un exceso de ácido clorhídrico, generándose gas cloro. Al respecto, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

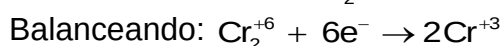
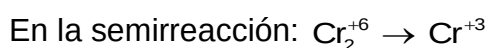
- I. El número de equivalentes por mol de la solución de dicromato depende del cambio en el estado de oxidación del cromo.
- II. La concentración normal de dicromato de potasio es 1,2 equivalentes por litro.
- III. Se tiene un recipiente o Erlenmeyer con 50 mL de volumen cantidad de cloro que puede producir es 0,05 mol a condiciones normales.

A) VVF B) FFF C) VFF D) FFV E) FVF

Solución:



- I. **Verdadero.** El número de equivalentes del dicromato dependen de los electrones ganados.





En reacciones redox, un equivalente es la cantidad de sustancia que transfiere o acepta 1 mol de electrones, por lo que el $K_2Cr_2O_7$ al aceptar la transferencia de $6 e^-$ se dice que tiene 6 equivalentes/ mol.

II. **Verdadero.**

$$\frac{0,2 \text{ mol}}{L} \left(\frac{6 \text{ equivalentes}}{1 \text{ mol}} \right) = 1,2 \text{ equivalentes/L}$$

III. **Falso.**

$$50 \text{ mL} \left(\frac{10^{-3} L}{1 \text{ mL}} \right) \left(\frac{0,2 \text{ equivalentes}}{1 L} \right) \left(\frac{3 \text{ mol de cloro gas}}{6 \text{ equivalentes}} \right) \\ = 5 \times 10^{-3} \text{ mol cloro gas a C.N.}$$

Rpta.: D

6. La solubilidad es la capacidad máxima de una sustancia que puede disolverse en 100 gramos de solvente a una determinada temperatura formando una mezcla homogénea. La solubilidad de dichas sales en el agua es la siguiente:

Temperatura (°C)	Solubilidad (g/100 g H ₂ O)	
	Na ₂ SO ₄	K ₂ SO ₄
0	5	7
60	45	20

Para una cantidad de 400 gramos de agua, la alternativa que contenga las proposiciones correctas:

- I. A 60 °C, el sistema disperso saturado contiene 1,26 moles de sulfato de sodio.
II. Al enfriar de 60 °C a 0 °C, un sistema saturado de sulfato de potasio precipitará una masa de 52 gramos.
III. Una solución saturada de sulfato de sodio a una temperatura de 273 K tiene una concentración de 5 % en masa.

Datos: PF (g/mol): Na₂SO₄ = 142; K₂SO₄ = 174
Considerar: 90/142 = 0,63

- A) Solo I B) I y III C) Solo III D) II y III E) I y II

Solución:

- I. **Correcto.** Aunque hay mayor cantidad de solvente al comparar la capacidad máxima del sistema, a 60 °C está insaturado. La insaturación no depende si hay mucho solvente sino de comparar la cantidad de cada soluto hallado con su solubilidad a los 60 °C.

$$m \text{ Na}_2\text{SO}_4 = 400 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{45 \text{ g Na}_2\text{SO}_4}{100 \text{ g H}_2\text{O}} = 180 \text{ g,} \\ \text{(saturación)}$$

$$180 \text{ g} \left(\frac{1 \text{ mol}}{142 \text{ g}} \right) = 1,26 \text{ mol}$$

- II. **Correcto.** Al enfriar a 0 °C desde 60 °C, el sulfato de sodio precipitado por cada 100 gramos de agua es (20 – 7) = 13 gramos.

Considerando que la masa de agua es 400 gramos, entonces, la masa de la sal precipitada es 52 gramos.

$$mK_2SO_4 = 20 - 7 = \frac{13g}{100g H_2O}$$

- III. **Incorrecto.** La solubilidad no es sinónimo del valor de concentración expresado en porcentaje en masa, por lo tanto,

5 gramos/ 100 gramos de agua ≠ 5 gramos de sal / 100 gramos de mezcla

Rpta.: E

7. En las bodas de oro del colegio Mi Segundo Hogar, la fiesta principal se celebró hasta altas horas de la noche. Un exalumno, estudiante de Química, muy curioso analizó las dos botellas de whisky y vodka que estaban en su mesa. Observó que ambos tenían el mismo volumen 750 mL, y que el contenido de alcohol del whisky y del vodka en % V/V eran del 43 y 40 respectivamente. Al respecto, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

Datos: Densidad (g/mL): etanol = 0,789; 622,5/1500 = 0,415

- I. La cantidad de etanol contenida en la botella de vodka es igual a 300 mililitros y su masa es igual a 236,7 gramos de alcohol.
II. La concentración expresada como porcentaje en volumen de la mezcla es 41,5 %.
III. Si se duplican simultáneamente los volúmenes de ambas bebidas y se realiza una mezcla, la concentración resultante tiene el mismo valor de la primera mezcla.

A) VFV B) VVV C) VVF D) FVV E) FFV

Solución:

- I. **Verdadero.**

$$750 \text{ mL vodka} \left(\frac{40 \text{ mL alcohol}}{100 \text{ mL}} \right) = 300 \text{ mL alcohol}$$
$$300 \text{ mL vodka} \left(\frac{0,789 \text{ g alcohol}}{1 \text{ mL alcohol}} \right) = 236,7 \text{ mL alcohol}$$

- II. **Verdadero.** El alcohol al ser menos denso que la mezcla de licores (solución), el % m/m será siempre menor que el % v/v.

$$\% v/v = \frac{V \text{ alcohol}}{V \text{ mezcla}} \times 100$$

$$V \text{ etanol total} = 750 \text{ mL} (0,40 + 0,43) = 622,5 \text{ mL}$$

$$V \text{ total } w + v = (750 + 750) \text{ mL} = 1500 \text{ mL}$$

$$\% v/v = \frac{622,5 \text{ mL}}{1500 \text{ mL}} \times 100 = 41,5\%$$

- III. **Verdadero.** A proporciones iguales, la concentración no cambia.

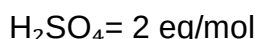
Rpta.: B

8. El ácido sulfúrico (H_2SO_4), debido a su alta reactividad, fuerte carácter ácido y capacidad como agente deshidratante y oxidante, es uno de los compuestos más importantes en la industria, en la producción de fertilizantes, refinación de petróleo y síntesis de diversos productos químicos y en laboratorio. Se tiene ácido sulfúrico concentrado con una densidad de 1,84 g/mL y una pureza de 98 % en masa. Determine la concentración normal del ácido fuerte descrito en el texto.

Datos: H_2SO_4 (g/mol) = 98, Considere: $\text{H}_2\text{SO}_4 = 2 \text{ eq/mol}$

- A) 36,8 B) 18,4 C) 72,4 D) 24,2 E) 64,2

Solución:



tomando como referencia 1L de solución:

$$m \text{ H}_2\text{SO}_4 = 1,84 \text{ g/ml} \times 1000 \text{ mL} = 1840 \text{ g ácido}$$

$$1840 \times \frac{98}{100} = 1803,2 \text{ g ácido}$$

$$n = \frac{1803,2 \text{ g}}{98 \text{ g/mol}} = 18,4 \text{ mol}$$

$$M = \frac{18,4 \text{ mol}}{1 \text{ L}} = 18,4 \text{ mol}$$

$$N = M \times \frac{\text{eq}}{\text{mol}} = 18,4 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 2 \frac{\text{eq}}{\text{mol}} = 36,8 \text{ N}$$

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Los sistemas dispersos son mezclas de sustancias en el que las partículas o fase dispersa se encuentran distribuidas en otra sustancia o fase dispersante y que se clasifican según el tamaño de las partículas pudiendo ser soluciones, coloides o suspensiones. Con respecto a este tema, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:
- I. Las soluciones presentan una sola fase y no pueden separarse por filtración.
 - II. La niebla presenta dos fases y debido al tamaño de sus partículas dispersan la luz.
 - III. Una mezcla de arena en agua es un sistema homogéneo, porque sus partículas se distinguen fácilmente.

- A) VVV B) VFV C) VVF D) FVV E) FFV

Solución:

- I. **Verdadero.** Las soluciones presentan una sola fase y pueden separarse por evaporación o destilación.
- II. **Verdadero.** La niebla presenta dos fases y debido al tamaño de sus partículas dispersan la luz. La fase dispersa es el agua y la fase dispersante es el aire, dando a lugar un sistema heterogéneo microscópicamente.
- III. **Falso.** Una mezcla de arena en agua es un sistema heterogéneo, porque sus partículas se distinguen fácilmente.

Rpta.: C

2. Las soluciones son mezclas homogéneas de dos o más sustancias que forman una sola fase se clasifican por su concentración, por su estado físico y naturaleza. Al respecto, establezca la correspondencia correcta entre término – definición.

- | | |
|---------------------------|--|
| a) Solución saturada | () El soluto no se disocia en iones. |
| b) Solución molecular | () Contiene más soluto del permitido en equilibrio. |
| c) Solución diluida | () Contiene la máxima cantidad de soluto disuelto. |
| d) Solución sobresaturada | () Contiene poca cantidad de soluto. |

- A) abcd B) bcda C) cdab D) bdac E) dabc

Solución:

- | | |
|---------------------------|--|
| a) Solución saturada | (b) El soluto no se disocia en iones. |
| b) Solución molecular | (d) Contiene más soluto del permitido en equilibrio. |
| c) Solución diluida | (a) Contiene la máxima cantidad de soluto disuelto. |
| d) Solución sobresaturada | (c) Contiene poca cantidad de soluto. |

Rpta.: D

3. La masa equivalente es la masa de una sustancia que reacciona o suministra 1 equivalente, y depende del número de protones intercambiables (en ácido–base), de la carga del ion (en precipitación) o del número de electrones transferidos (en reacciones redox). Al respecto, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. El número de equivalentes del H_3PO_4 depende del grado de neutralización, el cual puede ser 1, 2 o 3 eq/mol.
- II. La masa equivalente del hidróxido de hierro (III) (P.F. 107 g/mol) es 38 g/eq.
- III. La masa equivalente del sulfato de sodio (P.F. 142 g/mol) es 71 g/eq.

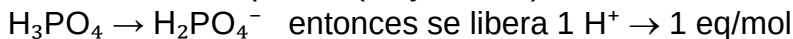
- A) VFV B) VVV C) FVF D) VFF E) FFV

Solución:

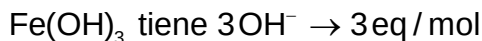
- I. **Verdadero.** El número de equivalentes del H_3PO_4 depende del grado de neutralización, el cual puede ser 1, 2 o 3 eq/mol.
 - i) Si reacciona completamente (neutralización total): $\text{H}_3\text{PO}_4 \rightarrow \text{PO}_4^{3-}$
Se libera 3 protones $\rightarrow$ 3 eq/ mol



ii) Si la reacción es parcial (muy común):



II. **Falso.** La masa equivalente del hidróxido de hierro (III) (P.F. 107 g/mol) es 35,7 g/eq.



$$m_{\text{eq}} \text{Fe(OH)}_3 = \frac{\text{PFFe(OH)}_3}{3 \text{ eq/mol}} = \frac{107 \text{ g/mol}}{3 \text{ eq/mol}} = 35,6 \frac{\text{g}}{\text{eq}}$$

III. **Verdadero.** La masa equivalente del sulfato de sodio (P.F. 142 g/mol) es 71 g/eq.



$$m_{\text{eq}} \text{Na}_2\text{SO}_4 = \frac{\text{PFNa}_2\text{SO}_4}{2 \text{ eq/mol}} = \frac{142 \text{ g/mol}}{2 \text{ eq/mol}} = 71 \frac{\text{g}}{\text{eq}}$$

Rpta.: A

4. Se realiza una mezcla de 1 litro de una disolución de ácido nítrico 13,73 M con 1 litro de otra disolución de HNO_3 4 M. Al respecto, determine la concentración normal de la solución resultante.

Dato: masa molar HNO_3 (g/mol) = 63

A) $8,85 \times 10^1$

B) $4,43 \times 10^1$

C) $8,85 \times 10^4$

D) $4,43 \times 10^2$

E) $8,85 \times 10^0$

Solución:

Determinando la molaridad resultante de la mezcla (M_3):

$$M_1 \times V_1 + M_2 \times V_2 = M_3 \times V_3$$

$$13,7 \times 1 + 4 \times 1 = M_3 \times 2$$

$$M_3 = 8,85 \text{ M}$$

$$\text{En } \text{HNO}_3 \text{ } 1 \text{ mol} = 1 \frac{\text{eq}}{\text{mol}}$$

$$N = 8,85 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 1 \frac{\text{eq}}{\text{mol}} = 8,85 \frac{\text{eq}}{\text{L}}$$

Rpta.: E



BIOLOGÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. En un experimento con una hidra, se aplicaron estímulos en distintas regiones del cuerpo, observándose siempre una contracción global sin dirección definida. Este patrón sugiere ausencia de centros nerviosos especializados. ¿Cuál es la interpretación más adecuada de este comportamiento?

- | | |
|---------------------------------------|-------------------------------|
| A) Presenta sistema ganglionar. | B) Posee organización radial. |
| C) Tiene sistema segmentado. | D) Presenta encefalización. |
| E) Carece de centralización nerviosa. | |

Solución:

Los cnidarios presentan red nerviosa difusa sin centralización.

Rpta.: E

2. Al estudiar un insecto, se observa que puede coordinar movimientos en segmentos corporales incluso tras daño en la región cefálica, lo que indica cierta autonomía funcional. ¿A qué se debe principalmente esta capacidad?

- | | |
|--|--------------------------|
| A) Presencia de red difusa | B) Organización radial |
| C) Existencia de ganglios segmentarios | D) Dominancia encefálica |
| E) Longitud axonal | |

Solución:

Los ganglios segmentarios permiten control parcial independiente.

Rpta.: C

3. En vertebrados, el sistema nervioso presenta alta centralización y protección estructural, lo que favorece funciones complejas. ¿Cuál de las siguientes características explica mejor esta ventaja evolutiva?

- | | |
|---------------------------------|-------------------------------|
| A) Disposición dorsal protegida | B) Organización difusa |
| C) Ubicación ventral | D) Segmentación independiente |
| E) Ausencia de encéfalo | |

Solución:

El sistema nervioso vertebrado es dorsal y protegido.

Rpta.: A

4. Un paciente retira la mano ante un estímulo doloroso antes de percibir conscientemente el dolor. Esto evidencia la participación de circuitos nerviosos independientes de la corteza. ¿Dónde se integra principalmente este tipo de respuesta?

- | | | |
|------------|---------------|-------------------|
| A) Corteza | B) Cerebelo | C) Médula espinal |
| D) Tálamo | E) Hipotálamo | |

Solución:

El arco reflejo se integra en la médula espinal.

Rpta.: C

5. En una enfermedad desmielinizante, ¿cuál es el efecto fisiológico directo de la pérdida de mielina?

A) Generar impulsos
B) Disminuir la velocidad de conducción
C) Sintetizar proteínas
D) Regular sinapsis
E) Producir neurotransmisores

Solución:

La mielina acelera la conducción del impulso nervioso, si falta la mielina, la velocidad de conducción se hará más lenta.

Rpta.: B

6. En neuronas mielinizadas, el impulso nervioso se propaga saltando entre regiones con alta concentración de canales iónicos, donde ocurre la despolarización. ¿En qué zonas ocurre principalmente este proceso?

A) Dendritas
B) Soma
C) Axoplasma
D) Sinapsis
E) Nodos de Ranvier

Solución:

Los nodos permiten conducción saltatoria y cambios de polarización.

Rpta.: E

7. La estimulación del nervio vago en un paciente genera disminución de la frecuencia cardíaca y aumento de la actividad digestiva. Estos efectos evidencian que dicho nervio participa principalmente en

A) el control motor.
B) la sensibilidad somática.
C) la integración cortical.
D) la coordinación muscular.
E) la regulación visceral autónoma.

Solución:

El nervio vago regula funciones viscerales.

Rpta.: E

8. Durante una cirugía cerebral, se identifica una estructura que separa áreas motoras de áreas sensitivas en la corteza. ¿A qué región anatómica corresponde esta división funcional?

A) Cisura de Silvio
B) Cisura de Rolando
C) Fisura longitudinal
D) Tálamo
E) Hipotálamo

Solución:

La cisura de Rolando separa corteza motora y sensitiva.

Rpta.: B

9. Un paciente conserva la fuerza muscular, pero presenta movimientos descoordinados y pérdida del equilibrio. ¿Qué proceso se encuentra comprometido?
- A) Generación del movimiento en bulbo raquídeo
 - B) Coordinación motora en cerebelo
 - C) Percepción sensorial en cisura de Rolando
 - D) Regulación hormonal en tálamo
 - E) Producción de energía en mitocondria

Solución:

El cerebelo coordina movimientos y es generado en el cerebelo.

Rpta.: B

10. Un paciente con lesión del cuerpo calloso presenta dificultad para integrar información entre hemisferios, y daño en la región anterior del cerebro afecta su planificación. ¿Qué explicación integra correctamente ambos hallazgos?

- A) Cuerpo calloso – lóbulo frontal
- B) Cerebelo – occipital
- C) Tálamo – temporal
- D) Médula – parietal
- E) Nervios – frontal

Solución:

El cuerpo calloso conecta hemisferios y el lóbulo frontal controla funciones ejecutivas.

Rpta.: A

11. En un corte transversal de médula espinal, un estudiante observa una región central con forma de “H” rodeada por una zona periférica más clara. A partir de esta disposición, infiere diferencias funcionales entre ambas regiones. ¿Cuál es la interpretación correcta?

- A) La región central conduce impulsos.
- B) La región periférica integra información.
- C) La región central contiene somas neuronales.
- D) Ambas regiones cumplen la misma función.
- E) La región periférica produce neurotransmisores.

Solución:

La sustancia gris (central) contiene cuerpos neuronales; la blanca conduce impulsos.

Rpta.: C

12. En estudios de neuroimagen cerebral, se observa que ciertas lesiones afectan la capa externa del cerebro, generando alteraciones en funciones cognitivas superiores, mientras que otras afectan la transmisión entre regiones. ¿Cuál de las siguientes asociaciones explica mejor este fenómeno?

- A) Sustancia blanca → integración
- B) Sustancia gris → conducción
- C) Corteza (gris) → procesamiento
- D) Sustancia blanca → somas neuronales
- E) Sustancia gris → mielina

Solución:

La sustancia gris cortical procesa información; la blanca conecta regiones.

Rpta.: C

13. Durante una evaluación fisiológica, se analizan respuestas del sistema nervioso autónomo en diferentes condiciones. Determine el valor de verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

- I. El sistema simpático aumenta la frecuencia cardíaca.
- II. El sistema parasimpático favorece la digestión.
- III. El sistema simpático estimula el peristaltismo intestinal.
- IV. El sistema parasimpático disminuye la frecuencia cardíaca.

- A) VVVF B) VVFFV C) VFFV D) VFVV E) VVFF

Solución:

Simpático aumenta frecuencia cardíaca (V).

Parasimpático digestión (V)

Simpático no estimula digestión (F).

Parasimpático disminuye frecuencia cardíaca (V).

Rpta.: B

14. Durante una disección, se identifican las capas que protegen el sistema nervioso central. Relacione cada meninge con su característica principal.

- | | |
|----------------|---|
| I. Duramadre | a. Delgada, vascularizada y adherida al tejido nervioso |
| II. Aracnoides | b. Espacio donde circula el LCR |
| III. Piamadre | c. Capa externa resistente y fibrosa |

- A) Ic, IIb, IIIa B) Ia, IIb, IIIc C) Ib, IIa, IIIc
D) Ic, IIa, IIIb E) Ib, IIc, IIIa

Solución:

Duramadre → resistente

Aracnoides → LCR

Piamadre → vascularizada

Rpta.: A

15. Un paciente puede detectar vibraciones profundas, pero no distingue estímulos táctiles finos en la piel. Este patrón sugiere que ciertos receptores funcionan mientras otros están alterados. ¿Cuál de las siguientes combinaciones explica mejor este caso?

- A) Meissner activo – Pacini dañado
- B) Pacini activo – Meissner dañado
- C) Ruffini activo – Pacini dañado
- D) Merkel activo – Ruffini dañado
- E) Terminaciones libres activas

Solución:

Pacini detecta presión profunda; Meissner tacto fino.

Rpta.: B

16. Un paciente refiere que puede orientarse en ambientes oscuros, pero presenta dificultad para distinguir colores en condiciones normales de luz. ¿Cuál es la explicación más adecuada?

- A) Bastones dañados
- C) Ambos dañados
- E) Retina intacta

- B) Conos dañados
- D) Nervio óptico dañado

Solución:

Los conos permiten visión en color; su daño explica el cuadro.

Rpta.: B

