



HABILIDAD VERBAL

LA COHERENCIA TEXTUAL

La coherencia es la claridad de las ideas en un texto. En este sentido, la coherencia puede entenderse en tres niveles complementarios:

- a) La referencia a un tema le confiere al texto su unicidad. Se trata del eje temático que opera con la noción de jerarquía (tema central, idea principal).
- b) La ausencia de contradicción entre las ideas presentes en un texto que justifica la consistencia semántica que los enunciados tienen entre sí. Debemos tener presente que el principio que caracteriza la racionalidad del ser humano es el principio de no contradicción.
- c) La progresión temática que el texto desarrolla sobre la base del eje temático central.

El primer nivel nos remite a un núcleo fundamental en todo texto que le confiere unicidad temática y que, desde el punto de vista de la construcción textual, queda garantizado por la **iteración constante**, el dominio claro del eje temático. El segundo nivel se plasma con la **consistencia semántica** a nivel profundo. El pensamiento humano se rige por unas leyes que establecen los modos de construir algo significativo y la violación de esas normas conduce a la ininteligibilidad. El tercer nivel implica la idea del discurso en su más acendrado sentido etimológico: ir de un lugar a otro. Un texto es un desarrollo, un trayecto, un derrotero: parte de una idea y se continúa mediante **una expansión progresiva**. Si esa expansión no quiebra la línea o eje temático central, se puede decir que se respeta la coherencia textual. En este nivel, la coherencia se entiende como progresión temática.

TEXTO DE EJEMPLO

La semántica cognitiva surgió a mediados de la década de los ochenta, como reacción al modelo semántico alternativo existente hasta la fecha, de corte marcadamente formalista. Hasta ese momento, la semántica se había considerado como un nivel autónomo, separado del estudio del procesamiento lingüístico; modelos como el generativismo chomskiano establecían **una separación muy nítida** entre distintos tipos de información. Así, la lingüística debía estudiar asuntos como la sintaxis o la morfología de las lenguas, ya que, según estas teorías, este tipo de información morfosintáctica era lo que realmente necesitaban los hablantes para poder realizar el análisis gramatical de las oraciones que escuchaban. En este tipo de modelos «modularistas», tan solo en un segundo momento interviene la semántica para ofrecer una «interpretación semántica» a los nodos y árboles del análisis sintáctico. El modelo semántico, utilizado para complementar estos análisis sintácticos, estaba basado en la lógica formal, era heredero de los modelos de análisis semántico de la lógica positivista de la Escuela de Viena. En este sentido, la semántica era un asunto más propio de filósofos o de lógicos que de lingüistas. La semántica formal intenta caracterizar el significado por medio de la aplicación de «condiciones de verdad»: en estos modelos, el significado de una expresión lingüística se caracteriza por medio de la descripción de las condiciones que deberían darse en el mundo (o un mundo posible) para que una determinada expresión sea cierta. [...]

De entrada, una diferencia radical entre la semántica cognitiva (a partir de ahora, SC) y otros acercamientos a la semántica es que el significado en la SC no se considera como algo «externo», presente en el mundo de manera objetiva. Es decir, no se parte de la presuposición de unos significados externos a los que el lenguaje pone una etiqueta y que pueden ser descritos de manera objetiva y universal. Tal como hemos visto anteriormente, esto es lo que ocurre en la semántica formal: para comprender el significado de una expresión hay que conocer sus condiciones de verdad, en otras palabras, las condiciones que deben darse en el mundo para que se pueda utilizar esa expresión de manera verdadera. Esto hace que el énfasis se ponga en las condiciones externas, objetivas e independientes del hablante. Frente a esta visión, la SC es de la opinión de que los significados son hasta cierto punto «creados» por el conceptualizador; es el sujeto conceptualizador el que, al usar unas ciertas categorías, establece las distinciones entre objetos que son relevantes para hablar de ellas (o realizar alguna tarea cognitiva de alto nivel). En este sentido, mientras que en las semánticas formales el significado está «ahí afuera» (y simplemente hay que descubrir qué condiciones deben aplicarse para que se pueda usar una categoría), en la SC el significado está en la cabeza del conceptualizador. Emerge de la interacción entre los sesgos cognitivos y biológicos de los sujetos conceptualizadores, de la influencia del cuerpo (la corporeización) y de la interacción, física o social, del sujeto con el mundo. Este «locus» del significado también la distingue de otras opciones como la semántica estructural europea (Coseriu 1986, Greimas 1973), para quienes el significado es algo interno a la lengua; el significado de una expresión lingüística surge de la oposición con las otras opciones presentes en el sistema lingüístico, de manera que su acotación, su definición y su caracterización deben realizarse con parámetros puramente lingüísticos, sistémicos, sin que haya que implicar factores externos al propio sistema lingüístico. Para la SC, el significado es un fenómeno mental, y los significados de las expresiones lingüísticas se corresponden con representaciones conceptuales de los sujetos. Esto implica que la SC incide necesariamente en aspectos que van más allá del lenguaje —p. e., biológicos, psicológicos, antropológicos, sociológicos—, de manera que puede considerarse como una teoría que utiliza la lengua como una ventana para estudiar la cognición. Se puede decir que la SC está tan interesada en la estructuración conceptual como con la investigación de la semántica estrictamente lingüística.

Ibarretxe-Antuñano, I. y Valenzuela, J. (2012). *Lingüística cognitiva*. Barcelona.

1. Básicamente, el tópico central del texto es

- A) los desaciertos de la semántica formalista ante la semántica cognitiva.
- B) el contraste entre la semántica cognitiva y las semánticas antecesoras.
- C) la semántica cognitiva y su papel fundamental en la conceptualización.
- D) rigurosidad científica en el nacimiento de la nueva semántica cognitiva.
- E) la línea temporal de las teorías semánticas pasadas y contemporáneas.

Solución:

El texto describe que la semántica cognitiva entiende la conceptualización como un proceso interno, a diferencia de la semántica formalista que la entiende como un proceso externo y la semántica estructural como un proceso meramente lingüístico.

Rpta.: B



2. La expresión UNA SEPARACIÓN MUY NÍTIDA denota

- A) una escisión entre el conocimiento lingüístico y el filosófico.
- B) un contraste entre la teoría lingüística y la teoría psicológica.
- C) una categorización clara entre dos tipos de conocimientos.
- D) un engarce sobre diferentes niveles semánticos lingüísticos.
- E) una similitud subyacente entre información lingüística y social.

Solución:

La frase indica dos tipos de informaciones independientes, esto es, una categorización clara entre el conocimiento lingüístico y el conocimiento conceptual.

Rpta.: C

3. Respecto del generativismo chomskiano, es válido aducir que se remarca su

- A) rechazo a la semántica como un componente lingüístico.
- B) cientificidad para rechazar componentes insustanciales.
- C) predilección por los tipos de conocimientos no formales.
- D) inclinación por sistemas dependientes y conceptuales.
- E) gusto por el conocimiento inherente e interno a la lengua.

Solución:

El texto señala que el generativismo chomskiano ponía de relieve la sintaxis o la morfología como componentes lingüísticos, mas no la semántica.

Rpta.: A

4. Se deduce que el modularismo chomskiano soslayaba en su teoría lingüística

- A) los rasgos sintácticos y morfológicos de la lengua.
- B) una explicación respecto de la adquisición lingüística.
- C) la interpretación semántica en segundo horizonte.
- D) la concepción de un módulo de lenguaje autónomo.
- E) los aspectos específicos de otras ciencias fácticas.

Solución:

El modularismo chomskiano no toma en cuenta aspectos teóricos de otras ciencias para la explicación lingüística *per se*. Según el texto, solo la semántica cognitiva toma en cuenta, en su teoría lingüística, el aporte de la psicología, la antropología, etc.

Rpta.: E

5. Si la escuela de Viena no hubiera tenido influjo en la lingüística chomskiana,

- A) sería un modelo con mucha influencia de la lógica positivista.
- B) seguiría un modelo formal incluso más radical que el de Viena.
- C) tomaría como fundamento el tipo estructural de Norteamérica.
- D) habría seguido, sin duda alguna, el modelo estructural europeo.
- E) no habría seguido un modelo formal para el análisis semántico.

Solución:

La lingüística chomskiana seguía un modelo formalista, en el plano de la semántica, que se basaba en la lógica positivista de la Escuela de Viena.

Rpta.: E



6. Respecto de las diferencias entre la semántica cognitiva y sus antecesoras, es compatible señalar que
- A) la semántica es determinante en la teoría chomskiana.
 - B) el significado es intrínseco para la semántica cognitiva.
 - C) la semántica cognitiva se basa en la lógica positivista.
 - D) la escuela estructuralista europea es la menos analizada.
 - E) el sesgo chomskiano postula un significado muy subjetivo.

Solución:

Para la semántica cognitiva, el significado es subjetivo, propio del conceptualizador, esto es, emerge desde la perspectiva de la persona. Así, el significado es intrínseco al hablante.

Rpta.: B

7. Se infiere que la corporeización en la semántica cognitiva

- A) presenta una hipótesis que fue tomada de la lingüística chomskiana.
- B) es una variable conceptual que respalda un significado muy objetivo.
- C) justifica el uso de otras partes del cuerpo para poder hablar y callar.
- D) es una teoría biológica que ha sido tomada en cuenta recientemente.
- E) explica los significados derivados sobre la base del cuerpo humano.

Solución:

La corporeización explica la influencia del cuerpo para conceptualizar diferentes fenómenos, procesos, entidades u objetos. Así, se pueden hallar diferentes significados basados o formados a partir del cuerpo humano.

Rpta.: E

8. Si la semántica cognitiva no tomara aspectos específicos de otros campos de conocimiento,
- A) compartiría axiomas con la teoría estructuralista europea moderna.
 - B) necesariamente sería una teoría idéntica a las tesis chomskianas.
 - C) no utilizaría la lengua como una ventana para estudiar la cognición.
 - D) sería una teoría formada a partir de tesis relativistas y sistémicas.
 - E) postularía un significado universal para todos los hablantes de hoy.

Solución:

Debido a que la Semántica Cognitiva toma aspectos de la biología, la antropología, la psicología, etc., se la considera como una teoría que utiliza la lengua como una ventana para estudiar la cognición.

Rpta.: C

SECCIÓN A

TEXTO 1

Para muchos, parecía que los soviéticos se habían aliado con Alemania para arrebatarse las tierras a su **vecino**. Pero los soviéticos no lo veían así. Señalaban que estas zonas habían sido arrebatadas por Polonia al nuevo gobierno soviético en una guerra en 1920. Los soviéticos señalaron que, en 1919, antes de la guerra polaco-soviética, el ministro de Asuntos Exteriores británico, Lord Curzon, había intentado definir la frontera entre Polonia y el Estado soviético. La frontera que trazó, conocida como la Línea Curzon, situaba la mayor parte de este territorio que los soviéticos ahora anexionaban en el lado soviético de la línea.

Menos de dos años después, en junio de 1941, los alemanes invadieron la Unión Soviética y conquistaron el este de Polonia en el proceso. Polonia estaba ahora bajo control alemán. Sin embargo, a finales de 1943, el Ejército Rojo (el ejército soviético) había hecho retroceder a los alemanes hacia el oeste. A medida que el ejército soviético se acercaba al este de Polonia, sus líderes dejaron claro a los británicos y estadounidenses que consideraban esta zona parte de la Unión Soviética y que no restablecerían las fronteras polacas de 1939.

Aunque los soviéticos no habían consultado a la población que vivía allí, violando así los principios de la Carta del Atlántico, los británicos y los estadounidenses comprendieron que no podían hacer mucho. El Ejército Rojo controlaría físicamente la zona, y solo una amenaza seria de romper la alianza contra Alemania podría haber hecho cambiar de opinión a los dirigentes rusos. Disolver la alianza era un precio demasiado alto. En la primera reunión entre Roosevelt, Churchill y Stalin, celebrada en Teherán (Irán) en noviembre de 1943, los dos líderes occidentales coincidieron en general con la exigencia soviética respecto de la frontera oriental de Polonia.



Bigelow, B. (1999). *World War II*. Estados Unidos.

1. El autor del texto, centralmente, diserta sobre la

- A) determinación soviética en el control territorial del este de Polonia.
- B) invasión ilegal a territorio polaco en la guerra polaco-soviética.
- C) división territorial de Polonia entre los soviéticos y los alemanes.
- D) invasión soviética a Polonia por incompatibilidades diplomáticas.
- E) Segunda Guerra Mundial y una de sus batallas más simbólicas.

Solución:

El texto describe la terminación soviética en el control territorial del este de Polonia teniendo en cuenta dos aspectos: la determinación militar para hacer retroceder a los alemanes y controlar dicho territorio, y la determinación política para no ceder dicho terreno ante las presiones de las otras potencias (Estados Unidos y Reino Unido).

Rpta.: A

2. La unidad léxica VECINO hace referencia a un país

- A) aliado.
- B) problemático.
- C) limítrofe.
- D) diplomático.
- E) amigo.

Solución:

El vocablo VECINO refiere a la cercanía territorial entre Polonia y la Unión Soviética, dado que los países eran adyacentes; en efecto, VECINO señala el significado de país LIMÍTROFE.

Rpta.: C

3. Según la información del texto mixto, se infiere que los alemanes

- A) no estaban interesados de la zona polaca, solo en los judíos.
- B) calcularon bien todos los escenarios viables de sus acciones.
- C) no analizaron sesudamente su invasión a la Unión Soviética.
- D) solo tenían como adversarios a los soviéticos y a los polacos.
- E) no llegaron a controlar territorio de Polonia para su beneficio.

Solución:

La Unión Soviética fue capaz de contrarrestar la invasión alemana y controlar la zona este de Polonia. Se sigue que Alemania no analizó de manera adecuada su invasión a la Unión Soviética.

Rpta.: C

4. Respecto a la imagen incluida, es correcto señalar que Polonia fue

- A) socorrida por países que buscaron terminar la guerra.
- B) anexada a Alemania y Rusia en la II Guerra Mundial.
- C) dividida por los occidentales de manera dispersada.
- D) controlada territorialmente casi de manera uniforme.
- E) sometida por el ejército soviético de forma horizontal.

Solución:

Según la imagen, en un determina momento, Polonia fue controlada territorialmente casi de manera uniforme: Alemania (parte oeste) y la Unión Soviética (parte este).

Rpta.: D

5. Si Roosevelt y Churchill no hubieran aceptado las exigencias de Stalin,
- A) la alianza contra Alemania podría haberse disuelto.
 - B) la Unión Soviética se habría aliado con los alemanes.
 - C) los soviéticos habrían tomado ello como una traición.
 - D) la guerra entre los países involucrados habría iniciado.
 - E) habría sido más fácil ganar la guerra contra Alemania.

Solución:

Según el texto, Roosevelt y Churchill aceptaron las exigencias de Stalin para no poner en peligro la alianza que tenían en contra de Alemania.

Rpta.: A

TEXTO 2

TEXTO A

David Benatar señala que lo nunca existente no puede ni resultar beneficioso ni puede causar daño alguno, porque no es. Pero esto no significa que lo nunca existente tiene beneficios, sino que, al no ser, nunca puede ser dañino. Pero ¿y a qué nos referimos cuando hablamos de los nunca existentes? A todas aquellas personas que han sido potencia, pero nunca se han convertido en acto, en otras palabras, gente que potencialmente podría haber llegado a ser persona pero que nunca lo van a llegar a ser.

De otro lado, Benatar postula que detrás de cada vida que se trae al mundo hay un porcentaje muy elevado de actuaciones **dañinas** que se pueden producir, que superan exacerbadamente las positivas. Por ello, siguiendo esta idea, se sugiere que la única manera segura de que una persona no pueda sufrir en el futuro es garantizando de que esa persona nunca llegue a serlo. A saber, plantea que el antinatalismo no surge del odio que se puede tener hacia los niños, sino que, en el caso de Benatar, nace de una preocupación (y una visión casi solidaria) sobre el grado de sufrimiento que puedan llegar a padecer estos potenciales adultos al desarrollarse durante su vida. ¿No es cierto que se piensa que aquellos adultos que pudiendo tener descendencia y deciden no tenerla son egoístas o inmaduros? Lo cierto es que el hecho de no traer descendencia (únicamente en el caso de que se haga para evitar el sufrimiento de esta) está más motivado por una visión altruista de la vida que una egoísta.

González, M. (2022, 4 de febrero). La filosofía antinatalista de David Benatar.
<https://filosofiaenlared.com/2022/02/la-filosofia-antinatalista-de-david-benatar/>

TEXTO B

El antinatalismo encuentra a su defensor más apasionado en David Benatar. La creencia central de Benatar es que la vida humana, ya que no tiene sentido y está llena de sufrimiento, debe evitarse siempre que sea posible. Sin embargo, una vez que la vida sensible llega a existir, generalmente no debe destruirse, porque la muerte solo crea más sufrimiento y causa la aniquilación de una vida humana, aunque nunca explica por qué la aniquilación de algo que es irremediablemente malo es innatamente algo malo.

Benatar [...] propone que los humanos han desarrollado una tendencia al optimismo como resultado de la evolución y, por lo tanto, no evalúan adecuadamente la miseria de su condición. Sin embargo, el sufrimiento es un sentimiento, una categoría de la experiencia humana, por lo que es necesariamente subjetivo. Benatar podría pensar que las personas tienen motivos para sufrir más de lo que sufren, pero sugerir que sufren (es decir,

experimentan dolor) más de lo que creen es completamente irracional. La disposición antinatalista es similar a la de los utópicos —especialmente los socialistas— que buscan acabar con el mundo tal como lo conocemos y reemplazarlo por uno nuevo. La motivación de ambos es la misma: el **desprecio** por el mundo en el que vivimos. Los antinatalistas comparten el deseo destructivo de los revolucionarios, pero no su deseo de recrear. Es esencialmente la misma filosofía, con algunas generaciones para que se pudran en la desgracia.

Adaptado de Learly, D. (2019, 29 de mayo). Contra el antinatalismo.
<https://www.nationalreview.com/2019/05/anti-natalism-argument-david-benatar-wrong>

1. El debate de los autores gira alrededor de
- A) la noción altruista en la filosofía antinatalista.
 - B) el acto y potencia de las personas actuales.
 - C) el aborto y su engarce con el antinatalismo.
 - D) la coherencia de la filosofía del antinatalismo.
 - E) el antinatalismo como reflejo del socialismo.

Solución:

Ambos textos analizan la coherencia lógica del antinatalismo. Para el primer texto, dicha filosofía es coherente desde una perspectiva altruista, mientras que para el segundo no es coherente por su análisis sesgado y su deseo destructivo.

Rpta.: D

2. Los antónimos de las palabras DAÑINA y DESPRECIO son, respectivamente,
- A) respeto y rebeldía.
 - B) favorable y estima.
 - C) negativa y positiva.
 - D) alegría y sentimiento.
 - E) excluida y rechazo.

Solución:

DAÑINA se opone a favorable y DESPRECIO a estima, según el contexto del texto A y B, respectivamente.

Rpta.: B

3. Según el criterio de González, resulta incongruente aducir que el antinatalismo
- A) encuentra a su principal autor en el filósofo David Benatar.
 - B) valora a las personas que deciden no traer hijos al mundo.
 - C) es una tesis del mundo preocupada por el daño y el dolor.
 - D) adopta una postura en la que resalta la tirria por lo niños.
 - E) puede significarse como una postura de categoría altruista.

Solución:

«A saber, plantea que el antinatalismo no surge del odio que se puede tener hacia los niños, sino que, en el caso de Benatar, nace de una preocupación».

Rpta.: D

4. A partir de lo señalado por Learly, se colige que la filosofía antinatalista
- A) promueve implícitamente el aborto en la sociedad moderna.
 - B) dificulta la decisión de las personas sobre su paternidad.
 - C) es de corte existencialista, pero con cierto matiz de alegría.
 - D) carece de explicaciones sólidas que sustenten sus tesis.
 - E) en el fondo, es una filosofía que ama la vida y la creación.

Solución:

El texto B señala que el antinatalismo nunca explica por qué la aniquilación de algo que es irremediablemente malo es innatamente algo malo; asimismo, este texto comprende que las interpretaciones que hace el antinatalismo sobre el sufrimiento son incorrectas.

Rpta.: D

5. Si el antinatalismo fuera una política de estado de un país en particular,
- A) aquel país tendría la tasa de felicidad más alta de todo el planeta.
 - B) sería muy probable que tal país enfrente una crisis demográfica.
 - C) el crimen sería improbable en ese país debido a la nula tristeza.
 - D) la tasa de natalidad incrementaría por una postura de oposición.
 - E) la sociedad de dicho país yacería más joven a través del tiempo.

Solución:

Con el antinatalismo promoviendo menos nacimientos, dicho país enfrentaría un déficit en la tasa de nacimientos. Ello devendría en una crisis demográfica muy obvia.

Rpta.: B

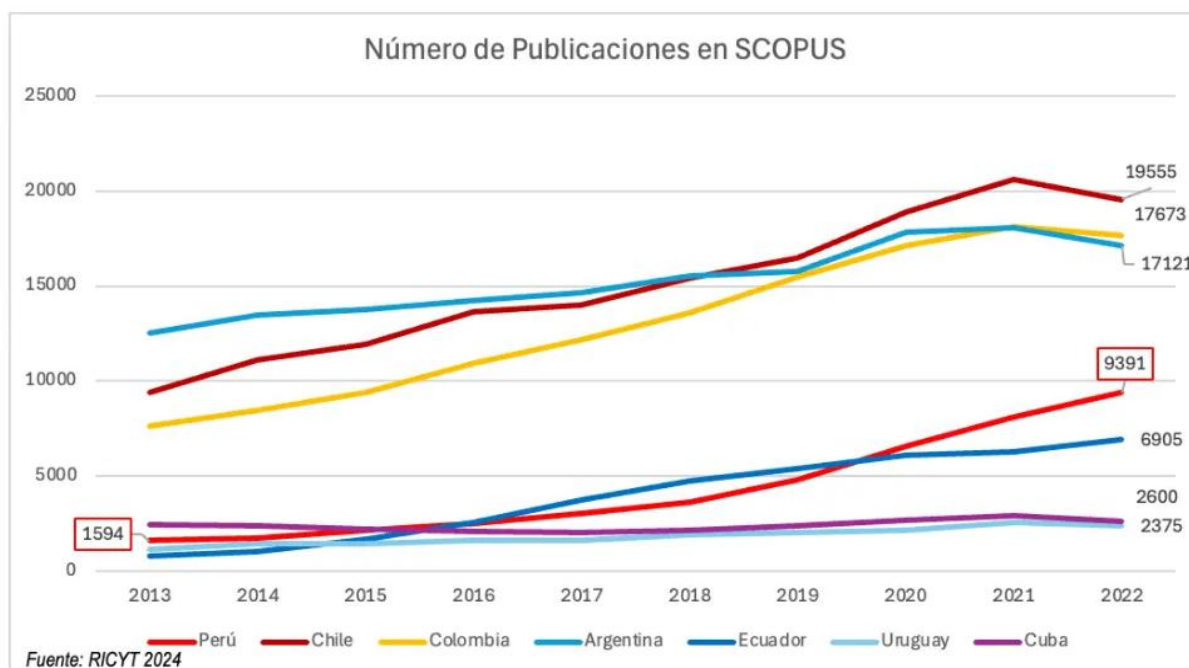
SECCIÓN B

TEXTO 1

El Perú pasó de publicar 1594 artículos científicos en la base científica de Scopus para el año 2013 a 9391 publicaciones en el año 2022. Así lo publicó la Red Iberoamericana de Indicadores de Ciencia y Tecnología (RICYT) en su informe anual *Estado de la Ciencia: principales indicadores de ciencia y tecnología 2024*, publicado en diciembre de 2024. Este crecimiento de su producción científica ha sido importante en términos absolutos en el país, así como en comparación al resto de países de la región.

Mientras que América Latina y el Caribe aumentó su producción científica en 0,6 veces, el Perú lo hizo en 5,8 veces. Esto ha permitido al Perú pasar de tener una participación de 1 % de la producción científica de América Latina y el Caribe en 2013 a 5 % en 2022. Si bien es una participación relativamente pequeña, el Perú representa 5 % de la población y 4 % del PBI de la región, con lo cual su participación en la producción científica recién corresponde a su tamaño en términos de población y economía.

Lograr este salto no ha sido fácil, y vale la pena reconocer varios factores que han contribuido a ello: primero, la creación de normas explícitas para promover una mayor producción científica; segundo, los instrumentos de política del CONCYTEC y otras entidades encargadas de **promover** la ciencia y tecnología en el país; tercero, la mayor inversión en investigación y desarrollo; cuarto, la mayor articulación entre los actores académicos y los empresariales, que ha permitido por un lado identificar necesidades de la industria para la investigación, y por otro lado utilizar la evidencia científica y el desarrollo tecnológico generadas en el país para fomentar innovaciones que mejoran las ventajas comparativas; y, quinto, la emergencia de nuevos actores y una mayor competencia entre los centros de producción de I+D.



Editado de Bazán, M. (2025, 12 de febrero). El Perú aumentó 6 veces sus publicaciones científicas entre 2013 y 2022. <https://posgrado.cayetano.edu.pe/blog/el-peru-aumento-6-veces-sus-publicaciones-cientificas-entre-2013-y-2022>.

1. Principalmente, el autor del texto afirma que
- A) Perú pasó de publicar 1594 artículos científicos en 2013 a 9391 en 2024 por políticas desarrolladas en América Latina y el Caribe.
 - B) Perú ha logrado subir su producción científica para el año 2022 debido a factores educativos, científicos, económicos y administrativos.
 - C) La producción científica ha crecido en el país por las mejoras en la formación académica y científica que están brindando las instituciones.
 - D) En Latinoamérica y el Caribe, Perú se ha posicionado como el país que más publicaciones científicas presenta cada año desde 2022.
 - E) Perú ha logrado mejorar su producción científica para el año 2024, dado que a partir de dicho año publica 9391 artículos científicos.

Solución:

El texto resalta que Perú ha logrado subir su producción científica para el año 2022; luego de ello explicita las razones de este crecimiento.

Rpta.: B

2. Respecto de la infografía presentada, se colige que Perú
- A) alcanzará, en pocos años, a Argentina y Chile respecto a publicaciones.
 - B) no es líder en la región, pese a que ha mejorado su producción científica.
 - C) podría alcanzar a Colombia si incrementara sus estándares científicos.
 - D) presenta, indefectiblemente, un sistema educativo mejor que el de Cuba.
 - E) será relegado por Ecuador si descuida la cantidad de sus publicaciones.

Solución:

A partir de la imagen, la inferencia deductiva es que Perú ha mejorado estadísticamente en producción científica, pero todavía no se le puede categorizar como un líder frente a otros países con más publicaciones.

Rpta.: B

3. De acuerdo con la información del texto mixto, la producción científica en América Latina y el Caribe

- A) aumentó en un 6,4 % desde el 2013 al 2022 debido al trabajo realizado en Perú.
- B) solo aumentó, en líneas generales, en menos de 1 % en un rango de nueve años.
- C) es respaldada solo por las pesquisas realizadas en Chile, Colombia y Argentina.
- D) se ve mermada por las pocas publicaciones realizadas en países como Uruguay.
- E) es de menor calidad que la producción científica consumada en países europeos.

Solución:

El promedio general del aumento de producción científica en América Latina y el Caribe fue de 0,6 %, esto es, menos de 1 %.

Rpta.: B

4. El verbo PROMOVER puede ser reemplazado por

- A) balbucir. B) usucapir. C) embaír. D) sustituir. E) impulsar.

Solución:

«Promover» se usa con el sentido de darle más fuerza a la ciencia y tecnología, esto es, IMPULSAR.

Rpta.: E

5. Si la inversión económica no se hubiera dado en el sector educativo científico peruano,

- A) las publicaciones aumentarían a pasar de este óbice burocrático.
- B) se habría buscado subvención económica de otras instituciones.
- C) el aumento de la producción científica no habría llegado al 5,8 %.
- D) el Estado sería el principal inversor en la creación científica actual.
- E) se tomarían las universidades nacionales y se solicitaría inversión.

Solución:

Uno de los factores esenciales para que Perú haya aumentado su producción científica es una mayor inversión económica; en efecto, si no se hubiera dado esta, el aumento sería mucho menor.

Rpta.: C

TEXTO 2

Como cualquier otra empresa humana, la investigación científica tiene sus **aguijones** y sus **cuotas**. La investigación científica es motivada por la curiosidad y la necesidad, y está constreñida por límites de tres clases: físicos, biológicos y sociales.

La limitación física a la investigación científica consiste en la imposibilidad, ya en principio, ya en la práctica, de obtener ciertas informaciones. Por ejemplo, la cota superior de la velocidad de propagación de las señales (que, según la ciencia actual, es la velocidad de la luz en el vacío) nos impedirá siempre saber, en cualquier instante, lo que sucede al mismo tiempo en lugares lejanos; y los registros geológicos, fósiles e históricos son necesariamente incompletos.

Las limitaciones biológicas a nuestras actividades cognoscitivas se reducen a esta: no podemos ganarles a nuestros propios cerebros; estos, aunque a veces maravillosamente competentes, acaso no sean la última palabra evolutiva. Es concebible que haya en otros planetas, o que emerjan en el nuestro, otros animales dotados de una corteza cerebral plástica más grande y más compleja que la nuestra, capaces de aprender más rápidamente que nosotros, así como de inventar teorías más profundas y verdaderas, así como de diseñar y ejecutar experimentos más reveladores que los más refinados que pueda imaginarse hoy.

Finalmente, las limitaciones sociales de la investigación científica proceden de los marcos económicos, culturales y políticos de toda comunidad científica. La ciencia no puede escapar a su medio social, particularmente si este es asfixiante. Las presiones sociales que obran sobre una comunidad científica pueden hacerse tan intensas que la investigación básica puede estancarse, decaer o incluso desaparecer por completo. De hecho, puede ser que hayamos entrado en una etapa de decadencia científica. Si es así, ella no se debe a limitaciones físicas o biológicas infranqueables, sino sociales, tales como escasez de recursos, exigencia de obtener resultados prácticos y censura ideológica. Y tratándose de limitaciones sociales, la decadencia puede evitarse porque todo lo social es de factura humana.

Bunge, M. (1985). *Seudociencia e ideología*. Madrid.

1. Básicamente, ¿alrededor de qué tema se detiene el autor del texto?

- A) Los obstáculos que enfrenta la ciencia coetánea en la sociedad moderna
- B) Los límites físicos, biológicos y sociales de la ciencia contemporánea
- C) Las limitaciones de la ciencia actual a propósito de la actividad humana
- D) Los problemas sociales y humanos que limitan la investigación científica
- E) Las fronteras biológicas y físicas frente las limitaciones de orden social

Solución:

El texto describe cómo de manera explícita tres tipos de límites que presenta la ciencia actual: físicos, biológicos y sociales.

Rpta.: B

2. Los vocablos AGUIJONES y CUOTAS connotan respectivamente

- | | |
|---------------------------|-----------------------|
| A) ganancias y deudas. | B) inicios y límites |
| C) ventajas y desventajas | D) físico y biológico |
| E) ingresos y egresos | |

Solución:

AGUIJONES indica que la ciencia presenta beneficios, esto es, VENTAJAS; mientras que CUOTAS indica los límites o DESVENTAJAS de la ciencia.

Rpta.: C

3. Respecto de las limitaciones físicas de la ciencia, es compatible decir que

- A) las huellas que se tienen del pasado son insuficientes.
- B) algún día se podrán superar con ardua investigación.
- C) son compensadas con las tesis biológicas científicas.
- D) pueden existir otras especies sin dichas limitaciones.
- E) solo podrán ser superadas con mucho ejercicio físico.

Solución:

El texto menciona que los registros geológicos, fósiles e históricos son incompletos.

Rpta.: A

4. Se deduce que las limitaciones sociales de la investigación científica pueden ser controladas, dado que

- A) se realizan más investigaciones de clase social.
- B) existe una mayor inversión en el contexto social.
- C) sus variables son fáciles de vigilar empíricamente.
- D) son menos complejas que las limitaciones físicas.
- E) los fenómenos sociales son de factura humana.

Solución:

«Todo lo social es de factura humana»; se deduce que las limitaciones de este campo pueden ser controladas por los seres humanos.

Rpta.: E

5. Si los cerebros humanos fueran el último eslabón de la evolución,

- A) todas las limitaciones desaparecerían de manera muy expedita y absoluta.
- B) las limitaciones físicas podrían ser superadas con investigación sistemática.
- C) nuestras limitaciones biológicas respecto de la ciencia podrían desaparecer.
- D) las personas serían inteligentes, por lo que sus decisiones serán eficientes.
- E) ineludiblemente todos los seres humanos estudiarían una carrera científica.

Solución:

La carencia de una evolución concluyente del cerebro humano es el principal límite biológico que encuentra la investigación científica; en efecto, si el cerebro fuera el último punto de la evolución dichas limitaciones biológicas podrían desaparecer.

Rpta.: C

TEXTO 3

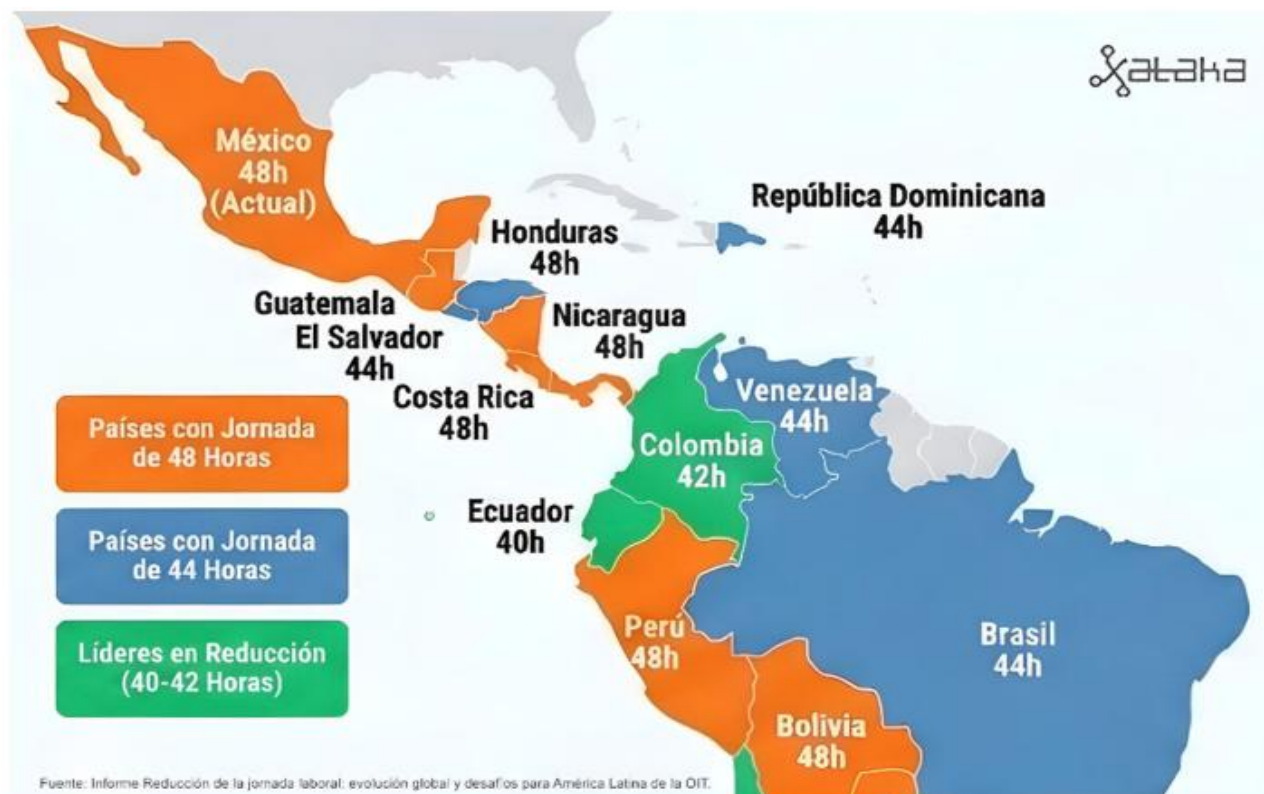
La reducción de jornada laboral a 40 horas semanales ya es una realidad en México, después de su aprobación y publicación en el Diario Oficial de la Federación (DOF). Ahora, el país inicia un periodo de adaptación progresiva que finalizará en 2030 con una jornada laboral de 40 horas semanales.

Este **hito** coloca a México en una posición de ventaja con respecto al resto del continente, siendo el tercer país de Latinoamérica con la jornada laboral más corta. Este cambio llega en un contexto en el que la mayoría de los países latinoamericanos aún mantienen una jornada de 48 horas semanales, mientras que solo Ecuador y Chile contaban hasta ahora con una regulación de 40 horas como la que ahora afronta México.

La Organización Internacional del Trabajo (OIT) señala en el informe *Reducción de la jornada laboral: evolución global y desafíos para América Latina* que las semanas laborales de 48 horas siguen siendo la norma en América Latina, aunque algunos países han avanzado en límites más cortos. El informe destaca que reducir la jornada puede mejorar la salud, el bienestar y la productividad, pero matiza que el impacto depende del contexto económico, del diseño de la reforma y de las políticas complementarias que adopte cada país.

Más allá de los mencionados ejemplos de Ecuador y Chile, otros países de América Latina ya han reducido sus jornadas por debajo de las 48 horas, aunque sin llegar a las 40 horas del proyecto mexicano.

Por ejemplo, República Dominicana, Brasil, Venezuela, El Salvador y Honduras mantienen una jornada de 44 horas, mientras que Colombia la estableció en 42 horas semanales, tras una reducción gradual que comenzó en 2023 y concluyó este año. En contraste, la mayoría de las economías de la región, incluyendo a México hasta ahora, siguen con el límite de 48 horas, lo que refleja un cierto grado de inmovilismo frente a las recomendaciones internacionales y a las experiencias de reducción de jornada que ya se han llevado a cabo en otros países.



Adaptado de Andrés, R. (2026, 06 de marzo). La reducción de jornada a 40 horas ha situado a México en un lugar inédito. <https://www.xataka.com/empresas-y-economia/reduccion-jornada-a-40-horas-ha-situado-a-mexico-lugar-inedito-tercer-pais-sudamerica-jornada-corta>

1. El tema central del texto es

- A) la reducción de la jornada laboral en México y Ecuador.
- B) México y Ecuador, países modelos en leyes laborales.
- C) el ejemplo que supone México en materia laboral actual.
- D) la reducción de la jornada laboral a 40 horas en México.
- E) el contraste entre horas de jornada laboral en América.

Solución:

A pesar de señalar otros ejemplos en los que la jornada laboral se ha reducido, el texto resalta la reducción de la jornada laboral a 40 horas en México.

Rpta.: D



2. Respecto de la infografía presentada, se colige que en Sudamérica

- A) Perú podría ser guía en materia laboral en un futuro.
- B) las políticas laborales son variopintas de país a país.
- C) Venezuela es el mejor ejemplo en aspectos laborales.
- D) la jornada laboral es parecida a la de la zona europea.
- E) no se han discutido políticas sobre la jornada laboral.

Solución:

Al tener jornadas laborales que van desde las 48 horas hasta las 40 horas, se infiere que las políticas laborales son distintas de país a país.

Rpta.: B

3. De acuerdo con la información del texto mixto, es compatible señalar sobre la jornada laboral que

- A) todos los países europeos presentan una de 32 horas.
- B) su reducción puede espolear una mejora de producción.
- C) fomenta varias pérdidas cuando se defiende pocas horas.
- D) su aumento genera siempre mejores ganancias capitales.
- E) es una polémica no analizada en países de Latinoamérica.

Solución:

Según el texto, la reducción de la jornada laboral podría asegurar un aumento de producción, ello contrariamente a lo que se piensa.

Rpta.: B

4. El sustantivo HITO puede ser reemplazado por

- A) límite.
- B) jornada.
- C) esquema.
- D) política.
- E) avance.

Solución:

HITO se usa como sinónimo de progreso en el contexto laboral; esto es, un AVANCE.

Rpta.: E

5. Si Perú redujera la jornada laboral a 38 horas semanales,

- A) sin duda la derecha peruana revertiría dicha política laboral.
- B) los economistas no estarían de acuerdo con esta política.
- C) sería un modelo a seguir en materia de políticas laborales.
- D) los empresarios dejarían de invertir en Perú y sus regiones.
- E) el sueldo de los peruanos se vería afectado por este hecho.

Solución:

En América, ningún país presenta una jornada de 38 horas semanales; si ese fuera el caso de Perú, entonces el país sería un modelo en materia laboral.

Rpta.: C

SECCIÓN C

PASSAGE

Measuring how many people die each year and why they died is one of the most important means – along with gauging how diseases and injuries are affecting people – for assessing the effectiveness of a country's health system.

Cause-of-death statistics help health authorities determine the focus of their public health actions. A country in which deaths from heart disease and diabetes rise rapidly over a period of a few years, for example, has a strong interest in starting a vigorous programme to encourage lifestyles to help prevent these illnesses. Similarly, if a country recognizes that many children are dying of pneumonia, but only a small portion of the budget is dedicated to providing effective treatment, it can increase spending in this area.

High-income countries have systems in place for collecting information on causes of death. Many low- and middle-income countries do not have such systems, and the numbers of deaths from specific causes have to be estimated from incomplete data. Improvements in producing high quality cause-of-death data are crucial for improving health and reducing preventable deaths in these countries.

World Health Organization (2018). «The top 10 causes of death» in World Health Organization. Retrieved from <<https://www.who.int/en/news-room/fact-sheets/detail/the-top-10-causes-of-death>> (edited text).

1. The main intention of the author is to explain

- A) why do we need to know the reasons that people die.
- B) what plans do health systems have to deal with death.
- C) why do people die every year due to many reasons.
- D) how essential is to assist people after they pass away.
- E) what are the most common causes of death worldwide.

Solution:

The text is trying to explain why it is important to know the reasons that people die because in that way we can see the effectiveness of a country's health system.

Key: A

2. The word FOCUS is closest in meaning to

- A) summary.
- B) spotlight.
- C) attention.
- D) status.
- E) constriction.

Solution:

The word FOCUS is referring to the center of interest or activity. So the word that is closest in meaning is ATTENTION.

Key: C

3. About cause-of-death statistics it is inconsistent to argue that they are useless, because

- A) they are useful as an indicator for health authorities to focus on actions.
- B) the statistics are the best way to understand the real problems of people.
- C) a group of people who apply the surveys are bribed by the government.
- D) these are useful to recognize political problems in low-income countries.
- E) the great majority of them are only utilized by high-income countries.

Solution:

Cause-of-death statistics permit authorities to better focus on health problems that their population have.

Key: A

4. We can infer that many low-and middle-income countries

- A) have to estimate the specific causes of death from incomplete data.
- B) are not prepared to prevent the death of people in their countries.
- C) were in crisis before high-income countries could truly help them.
- D) do not have enough information to properly estimate death causes.
- E) have other kinds of problems such as poverty, inequality and hunger.

Solution:

The text says that in those countries «the numbers of deaths from specific causes have to be estimated from incomplete data».

Key: D

5. If statistics of a certain country showed that many people is dying every year due to smoking, probably

- A) health authorities would prohibit smoking in every public and private place.
- B) that country launch an awareness campaign to dissuade people from smoking.
- C) people from that country would stop smoking because they know they are dying.
- D) that results would be wrong because that country did not collect enough data.
- E) that would show that prevention did not work and now there is nothing to do.

Solution:

If that country knew that the causes of death are related to smoking, they would probably try to make people to avoid smoking.

Key: B

HABILIDAD LÓGICO MATEMÁTICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. En la expresión mostrada, determine la suma de las cifras del valor de E, luego de simplificar la expresión.

$$E = \left(\underbrace{111\dots112}_{100 \text{ cifras}} + \underbrace{222\dots224}_{100 \text{ cifras}} \right)^2$$

- A) 900 B) 909 C) 606 D) 800 E) 808

Solución:

Por inducción:

$$\left(\underset{2 \text{ cifras}}{12} + \underset{2 \text{ cifras}}{24} \right)^2 = 36^2 = 1296 \rightarrow \text{Suma de cifras} = 18 = 9(2)$$

$$\left(\underset{3 \text{ cifras}}{112} + \underset{3 \text{ cifras}}{224} \right)^2 = 336^2 = 112896 \rightarrow \text{Suma de cifras} = 27 = 9(3)$$

$$\left(\underset{4 \text{ cifras}}{1112} + \underset{4 \text{ cifras}}{2224} \right)^2 = 3336^2 = 11128896 \rightarrow \text{Suma de cifras} = 36 = 9(4)$$

$$\left(\underset{5 \text{ cifras}}{11112} + \underset{5 \text{ cifras}}{22224} \right)^2 = 33336^2 = 1111288896 \rightarrow \text{Suma de cifras} = 45 = 9(5)$$

⋮

En el problema: Suma de cifras $9(100) = 900$

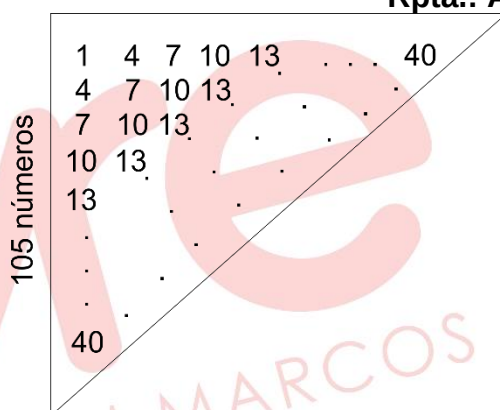
2. Ana escribe los números 1, 4, 7, 10, 13, ..., 40 en una hoja, como se muestra en la figura, y se percata que ha escrito en total 105 números. Su padre observa dicha distribución numérica y le propone un reto, que calcule la suma de todos los números escritos y que dé como respuesta la suma de las cifras. Si Ana responde correctamente, ¿cuál fue la respuesta?

A) 15
D) 18

B) 16
E) 19

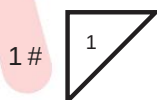
C) 17

Rpta.: A

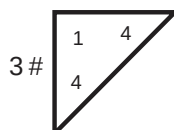


Solución:

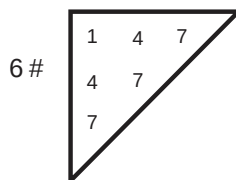
$$\text{Suma: } 1 = 1(1) = 1(2(1) - 1)$$



$$\text{Suma: } 9 = 3(3) = 3(2(2) - 1)$$

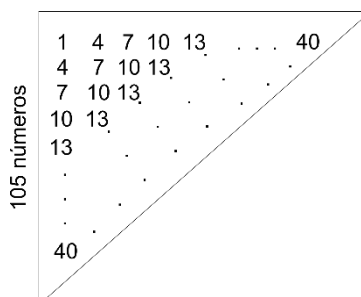


$$\text{Suma: } 30 = 6(5) = 6(2(3) - 1)$$



⋮

$$\text{Suma: } 105(2(14) - 1) = 2835$$



$$\text{Suma de las cifras} = 18$$

Rpta.: D



3. En el siguiente arreglo de letras, ¿de cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra TRINCHERA, considerando igual distancia mínima de una letra a otra en cada lectura?

- A) 50
B) 90
C) 70
D) 60
E) 80

T R I N C
R I N C H
I N C H E
N C H E R
C H E R A

Solución:

T¹ R¹ I¹ N¹ C¹
R¹ I² N³ C⁴ H⁵
I¹ N³ C⁶ H¹⁰ E¹⁵
N¹ C⁴ H¹⁰ E²⁰ R³⁵
C¹ H⁵ E¹⁵ R³⁵ A⁷⁰

Luego, maneras de leer = 70

Rpta.: C

4. En el siguiente arreglo de letras, ¿de cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra MATEMATIC, considerando igual distancia mínima de una letra a otra en cada lectura?

- A) 100 B) 124
C) 130 D) 120
E) 125

M M M M M
A A A A A
T T T T T
E E E E E
M M M M M
A A A A A
T T T T T
I I I I I
C C C C C

Solución:

1 1 1 1 1 1
M M M M M M
1 2 1 2 1 2
A A A A A A
1 3 2 3 1 3
T T T T T T
1 4 5 4 5 4
E E E E E E
5 9 7 4 9 4
M M M M M M
14 16 11 4 13 13
A A A A A A
30 27 15 13 13 13
T T T T T T
57 42 13 26 13 13
C C C C C C

Luego, maneras de leer = 99 + 26 = 125

Rpta.: E

5. En el siguiente arreglo de letras, ¿de cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra ALIADA, considerando la misma distancia mínima de una letra a otra en cada lectura?

D	A	I	A	D
A	I	I	A	
A	I	L	I	D
A	L	L	A	

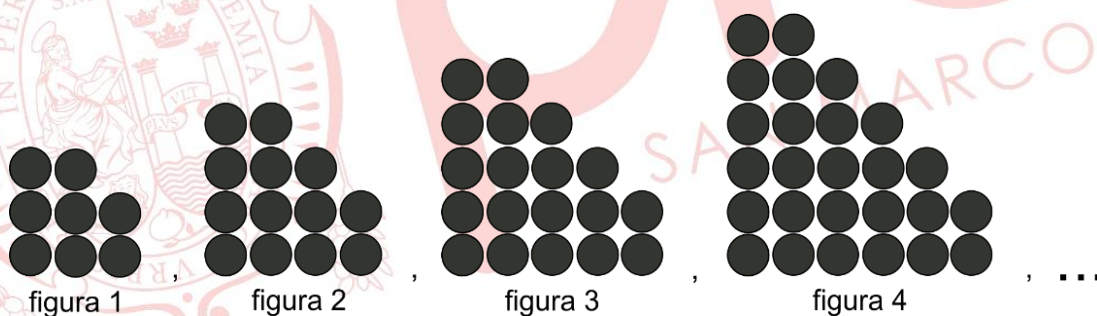
- A) 8 B) 10 C) 12
D) 11 E) 13

Solución:

ALIADA se lee de: $1+1+1+3+2=8$ maneras

Rpta.: A

6. En la siguiente secuencia de figuras, halle el número de círculos de la figura 20.

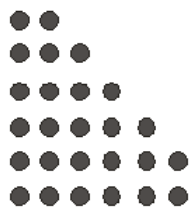


- A) 270 B) 274 C) 276 D) 272 E) 278

Solución:

- 1) Figura 1: $N_{\bullet} = 8 \Rightarrow \frac{4(4+1)}{2} - 2$
- 2) Figura 2: $N_{\bullet} = 13 \Rightarrow \frac{5(5+1)}{2} - 2$
- 3) Figura 3: $N_{\bullet} = 19 \Rightarrow \frac{6(6+1)}{2} - 2$

4) Figura 4



$$N_{\bullet} = 26 \Rightarrow \frac{7(7+1)}{2} - 2$$

5) Figura 20

$$N_{\bullet} = 274 \Rightarrow \frac{23(23+1)}{2} - 2 = 274$$

Rpta.: B

7. Elizabeth dibuja segmentos en la hoja de su cuaderno y se pregunta cuántos segmentos como máximo se podrían obtener si traza 10 segmentos. ¿Cuál deberá ser la respuesta correcta que debe encontrar?

A) 580

B) 600

C) 405

D) 726

E) 550

Solución:

Caso 1: $n = 1$ línea



Nº de segmentos:

$$1 \times 1 = 1$$

Caso 2: $n = 2$ líneas



Nº de segmentos:

$$3 \times 2 = 6$$

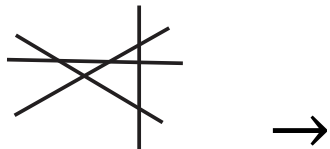
Caso 3: $n = 3$ líneas



Nº de segmentos:

$$6 \times 3 = 18$$

Caso 4: $n = 4$ líneas



Nº de segmentos:

$$10 \times 4 = 40$$

Para la figura en la cual hay “n” líneas, el número máximos de segmentos que se puede obtener está determinado por:

$$\frac{n(n+1)}{2} \times n$$

Para el problema: $n = 10$

$$\frac{10(11)}{2} \times 10 = 550$$

Rpta.: E

8. En la siguiente secuencia de figuras formada por corazones ($\heartsuit$), halle la suma de cifras del número total de corazones que tendrá la figura 50.

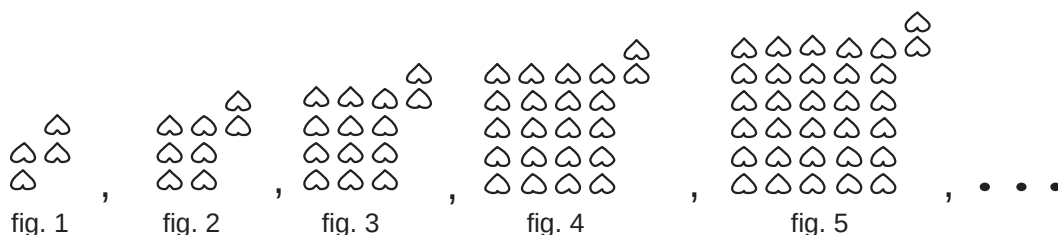
A) 15

B) 17

C) 13

D) 14

E) 16



Solución:

De la secuencia de figuras, notamos que:

Fig. 1: $\Rightarrow 1 \times 2 + 2 = 4$

Fig. 2: $\Rightarrow 2 \times 3 + 2 = 8$

Fig. 3: $\Rightarrow 3 \times 4 + 2 = 14$

Fig. 4: $\Rightarrow 4 \times 5 + 2 = 22$

Fig. 5: $\Rightarrow 5 \times 6 + 2 = 32$

...

Fig. 50: $\Rightarrow 50 \times 51 + 2 = 2552 \Rightarrow$ suma de cifras 14

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En el arreglo mostrado en la figura, calcule la suma de todos los números ubicados en los círculos de la fila 15.

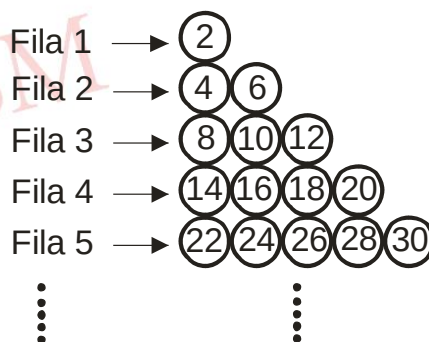
A) 3 380

B) 3 390

C) 3 060

D) 3 400

E) 3 500



Solución:

El último número de la fila 15: $15 \times 16 = 240$.

La fila 15: tiene 15 números.

El primer número de la fila 15 es: $((240 - x) / 2) + 1 = 15$, entonces $x = 212$

Luego, la suma de todos los 15 números de la Fila 15 es: $((212 + 240) / 2) \times 15 = 3390$

Rpta.: B



2. En el siguiente arreglo de letras, ¿de cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra BARRETA, considerando igual distancia mínima de una letra a otra en cada lectura?

- A) 92 B) 94
C) 96 D) 98
E) 100

B B B B
A A A A
R R R
E E E
T T T
A A A A

Solución:

B B B B
1 1 1 1
A A A A
1 3 2 4 2 4 2
R R R
4 7 4
E E E
4 11 11
T T T
15 22 11
A A A A
15 37 33 11

Luego, maneras diferentes de leer BARRETA: $15 + 37 + 33 + 11 = 96$

Rpta.: C

3. En el siguiente arreglo de letras, ¿de cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra NANA, considerando igual distancia mínima de una letra a otra en cada lectura?

- A) 84
B) 90
C) 88
D) 82
E) 86

N N N
A A
N
A A
N N N

Solución:

1 1 1
N N N
3 3 3
A A A
21 12 21
N
3 1 3
A A A
3 21 6 21 3
N N N
1 1 1

Luego, maneras diferentes de leer NANA: $21 + 21 + 21 + 21 = 84$

Rpta.: A

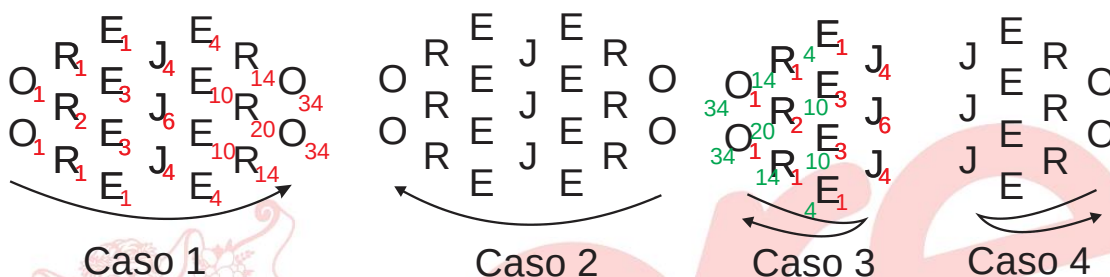
4. En el siguiente arreglo de letras, ¿de cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra OREJERO a igual distancia mínima de una letra a otra en cada lectura? Dé como respuesta la suma de cifras de dicho resultado.

O R E J E R O
O R E J E R O
O R E J E R O

- A) 5 B) 11 C) 10
D) 13 E) 9

Solución:

OREJERO es una palabra palíndroma, luego **tenemos** 4 casos.



Los casos 1 y 2 son iguales, así como también los casos 3 y 4.

Luego, el número de formas de leer OREJERO es $68 \times 4 = 272$.

Piden como respuesta la suma de cifras = $2 + 7 + 2 = 11$

Rpta.: B

5. En la siguiente secuencia de figuras, halle el número de círculos de la figura 40.

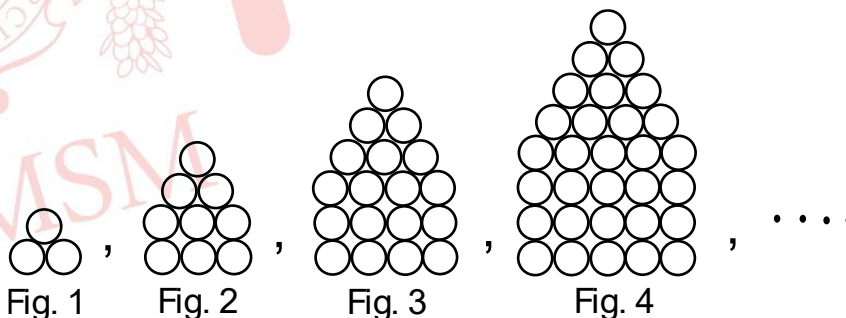
A) 2 460

B) 2 380

C) 2 580

D) 2 640

E) 2 520



Solución:

De la figura tenemos que:

Fig 1: $\frac{3}{2}(1 \times 2) = 3$

Fig 2: $\frac{3}{2}(2 \times 3) = 9$

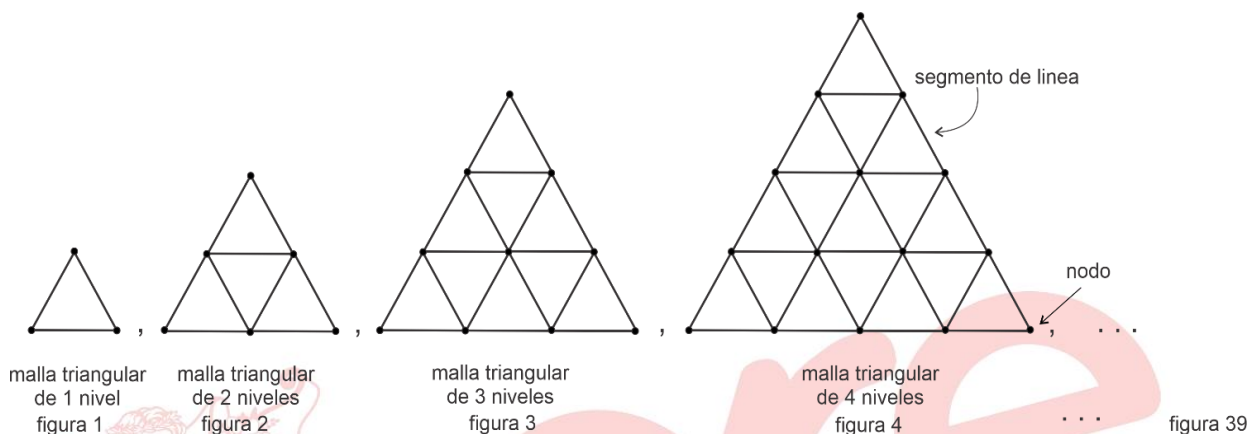
Fig 3: $\frac{3}{2}(3 \times 4) = 18$

⋮

Fig 40: $\frac{3}{2}(40 \times 41) = 2460$

Rpta.: A

6. Una empresa de telecomunicaciones está instalando una nueva red de nodos de alta velocidad en el distrito de San Juan de Lurigancho. La estructura de conexión sigue un patrón geométrico (ver figura) de malla triangular para garantizar que, si un cable falla, la señal tenga rutas alternas. Esta estructura triangular de “n” niveles se compone por pequeños triángulos equiláteros. Si la base de la estructura principal tiene 40 nodos (puntos de conexión), ¿cuántos tramos congruentes de cable (segmentos de línea) se necesitan en total para completar toda la red (figura 39)?



- A) 2 280 B) 2 337 C) 2 340 D) 2 223 E) 2 460

Solución:

Aplicando inducción geométrica

Caso	Nodos en la base (n)	Esquema	Número de cables (Tramos)
1	2 nodos	1 triángulo pequeño	3
2	3 nodos	Triángulo de 2 niveles	9
3	4 nodos	Triángulo de 3 niveles	18

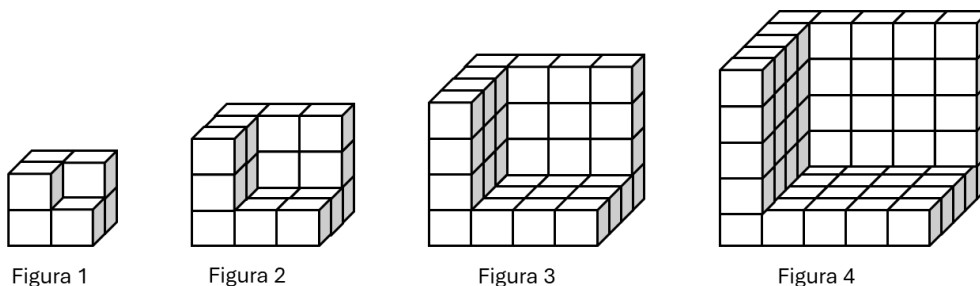
Entonces:

Casos	Operación
1 n = 2	$\frac{3(1 \cdot 2)}{2} = 3$
2 n = 3	$\frac{3(2 \cdot 3)}{2} = 9$
3 n = 4	$\frac{3(3 \cdot 4)}{2} = 18$
39 n = 40	$\frac{3(39 \cdot 40)}{2} = 2340$

Rpta.: C

7. En la siguiente secuencia de figuras, los sólidos mostrados han sido contruidos con piezas cúbicas idénticas. Halle el número de cubos que tendrá el sólido de la figura 13.

- A) 469
B) 397
C) 547
D) 480
E) 729



Solución:

De la figura tenemos:

Figura 1: #cubos = $7 = 2^3 - 1^3$

Figura 2: #cubos = $19 = 3^3 - 2^3$

Figura 3: #cubos = $37 = 4^3 - 3^3$

Figura 4: #cubos = $61 = 5^3 - 4^3$

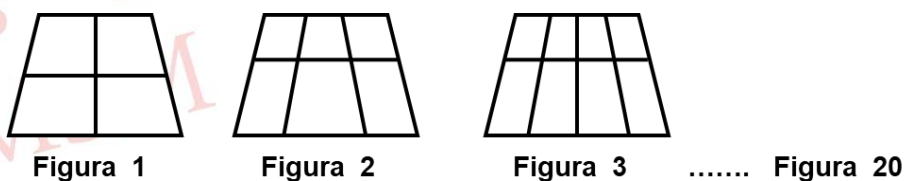
⋮

Figura 13: #cubos = $14^3 - 13^3 = 547$

Rpta.: C

8. La municipalidad de cierto distrito necesita construir un conjunto de 20 estructuras metálicas, como las que muestra la secuencia de figuras adjunta. Luego de convocar a varios cerrajeros, optó por contratar a uno que cobrará por cada estructura metálica, de acuerdo con el número máximo de cuadriláteros que se puedan contar en dicha estructura. Si por cada cuadrilátero que se pueda contar en la estructura cobra S/ 1,5, ¿cuánto cobrará, en soles, por la estructura correspondiente a la figura 20?

- A) 1 138,5
B) 1 040,5
C) 1 018,5
D) 1 118,5
E) 1 039,5



Solución:

FIG 1: $\rightarrow \left[\frac{2(2+1)}{2} \right] \left[\frac{2(2+1)}{2} \right] = 9$

FIG 2: $\rightarrow \left[\frac{2(2+1)}{2} \right] \left[\frac{3(3+1)}{2} \right] = 18$

FIG 3: $\rightarrow \left[\frac{2(2+1)}{2} \right] \left[\frac{4(4+1)}{2} \right] = 30$

⋮

FIG 20: $\rightarrow \left[\frac{2(2+1)}{2} \right] \left[\frac{21(21+1)}{2} \right] = 693$

Entonces, por la estructura de la figura 20 cobrará: $693(1,5) = 1\,039,5$ soles.

Rpta.: E

ARITMÉTICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Ignacio tiene tres tipos de alimentos para animales con pesos de 720 kg, 756 kg y 360 kg. El desea distribuir la totalidad de alimentos, sin mezclarlos, en sacos de igual peso, de modo que no falte ni sobre. Si cada saco debe contener la máxima cantidad posible de alimento, ¿cuántos sacos se obtendrán en total?

A) 50 B) 51 C) 54 D) 45 E) 56

Solución:

$$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5, \quad 756 = 2^2 \times 3^3 \times 7, \quad 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

Si $d = N^\circ$ de kg de alimento en cada saco

luego $d = \text{MCD}(720, 756, 360) = 2^2 \times 3^2 = 36 \text{ kg}$

$$\text{cantidad de sacos} = \frac{720}{36} + \frac{756}{36} + \frac{360}{36} = 20 + 21 + 10 = 51$$

∴ Se obtendrán 51 sacos.

Rpta.: B

2. Mayra registró la venta de libros de los dos últimos días. Respecto de estas ventas, se sabe que el máximo común divisor de ambas cantidades es 18 y su producto 9072. Si la cantidad total de libros vendidos en ambos días fue la menor posible, ¿cuál es la suma de cifras de dicha cantidad?

A) 21 B) 9 C) 23 D) 18 E) 16

Solución:

Sean A : número de libros vendidos ayer, B : número de libros vendidos hoy

Por dato, $\text{MCD}(A, B) = 18, A \times B = 9072,$

Por propiedad $A = 18p, B = 18q, p, q \text{ PESI} \rightarrow 18p \times 18q = 9072$

$$\rightarrow p \times q = 28$$

$$1 \times 28$$

$$4 \times 7$$

$$\text{Si } p = 1, q = 28 \rightarrow A = 18(1) = 18, B = 18(28) = 504 \rightarrow A + B = 522$$

$$\text{Si } p = 4, q = 7 \rightarrow A = 18(4) = 72, B = 18(7) = 126 \rightarrow A + B = 198$$

∴ Suma de cifras de la menor cantidad de libros vendidos en ambos días = 18

Rpta.: D

3. Diego llevó a una feria cierta cantidad de vino tinto distribuidos en dos barriles. La cantidad de vino del primer barril es a la cantidad de vino del segundo como 9 es a 10; además, la suma del máximo común divisor y del mínimo común múltiplo de esas dos cantidades es 1365. Si durante la feria vendió 213 litros de vino, ¿cuántos litros de vino le quedaron?

A) 72 B) 70 C) 76 D) 65 E) 68

Solución:

Sean A : número de litros de vino en el primer barril

B : número de litros de vino en el segundo barril.

Por dato $A = 9k$, $B = 10k$, $MCD(A, B) + MCM(A, B) = 1365$
 $\rightarrow MCD(9k, 10k) + MCM(9k, 10k) = 1365$
 $\rightarrow kMCD(9, 10) + kMCM(9, 10) = 1365$
 $91k = 1365 \rightarrow k = 15$

De este modo $A = 9(15) = 135$, $B = 10(15) = 150 \rightarrow A + B = 285$

Luego: $285 - 213 = 72$

$\therefore$ Por lo tanto, le quedaron 72 litros de vino.

Rpta.: A

4. Dos muestras de rocas extraídas de diferentes sitios tienen $\overline{(a+1)(b+1)c}$ y $\overline{(a-1)bc}$ millones de años, además al aplicar el algoritmo de Euclides a dichas cantidades para encontrar su máximo común divisor en millones de años, se obtuvieron los cocientes sucesivos 2, 3, 3 y 2, respectivamente. Si los años de antigüedad de una tercera roca extraída es $\overline{cba}$ millones de años, ¿cuántos millones de años de antigüedad tiene esa tercera roca?

- A) 168 B) 162 C) 161 D) 160 E) 165

Solución:

Sean $A = \overline{(a+1)(b+1)c}$, $B = \overline{(a-1)bc}$ y $MCD(A; B) = d$
Por dato

	2	3	3	2
$A = 53d$	$B = 23d$	$7d$	$2d$	d
	$7d$	$2d$	d	0

De este modo $\rightarrow A = \overline{(a+1)(b+1)c} = 53d$, $B = \overline{(a-1)bc} = 23d$

Así $A - B = 210 = 30d \rightarrow d = 7$

Luego, $A = \overline{(a+1)(b+1)c} = 53(7) = 371 \rightarrow a = 2, b = 6, c = 1$

$B = \overline{(a-1)bc} = 23(7) = 161$

$\therefore$ La tercera roca tiene 162 millones de años.

Rpta.: B

5. En una oficina, dos trabajadores comparan la cantidad de proyectos que han completado en los últimos dos años. Al conversar, se dan cuenta de que la diferencia entre sus cantidades de proyectos es de cuatro. Además, al analizar sus datos, descubren que el producto del máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de dichas cantidades es 96. Uno de ellos recuerda que ha completado más proyectos que su compañero. ¿Cuántos proyectos completó el trabajador con mayor cantidad?

- A) 10 B) 12 C) 8 D) 14 E) 16

Solución:

Sean

$N + 4 = N^\circ$ proyectos primer trabajador.

$N = N^\circ$ proyectos segundo trabajador.

Por dato, $MCD(N, N + 4) \cdot MCM(N, N + 4) = 96 \dots (1)$

Siendo,

$MCD(N, N + 4) = d \rightarrow N = d \cdot p$, $N + 4 = d \cdot q$, p, q PESI, $MCM(N, N + 4) = dpq$

$\rightarrow dp + 4 = dq \rightarrow d(q - p) = 4 \rightarrow d$ es divisor de 4

$\rightarrow d = 1 \vee d = 2 \vee d = 4$



En (1) $d \cdot d \cdot p \cdot q = 96 \rightarrow d^2 \cdot p \cdot q = 2^5 \cdot 3$
 $\rightarrow d = 4, p = 2, q = 3 \rightarrow N = 4(2), N + 4 = 4(3) = 12$
 $\therefore$ Completó 12 proyectos.

Rpta.: B

6. La psicóloga Belén coordinó sesiones de terapia grupal en diferentes horarios con tres grupos de jóvenes. Con el primer grupo sesionará cada 18 días; con el segundo, cada 24 días; y con el tercero, cada 28 días. Si hoy los tres grupos iniciaron sus sesiones, ¿cuántos días deben transcurrir para que vuelvan a coincidir por segunda vez en una misma fecha de sesión?

A) 515 B) 504 C) 560 D) 492 E) 512

Solución:

Primer grupo cada $18 = 2 \times 3^2$ días

Segundo grupo cada $24 = 2^3 \times 3$ días

Tercer grupo cada $28 = 2^2 \times 7$ días

Si $d = N^\circ$ de días que deben transcurrir

$$\rightarrow d = MCM(18, 24, 28) = 2^3 \times 3^2 \times 7 = 504 \text{ días.}$$

$\therefore$ Deberán transcurrir 504 días.

Rpta.: B

7. Las cantidades, expresadas en gramos, de frutas y verduras que consumió una estudiante cierto día son dos números enteros. La cantidad en gramos de frutas consumida tiene 21 divisores positivos, mientras que la cantidad en gramos de verduras tiene 10 divisores positivos. Además, el máximo común divisor de ambas cantidades es 18 gramos. Si la diferencia entre ambas cantidades es la menor posible, ¿cuántos gramos más de frutas que de verduras consumió ese día?

A) 412 B) 415 C) 413 D) 411 E) 414

Solución:

Sean A gramos de frutas consumidas y B gramos de verduras consumidas

Por dato, $CD^+(A) = 21 = 3 \times 7$, $CD^+(B) = 10 = 2 \times 5$, $MCD(A; B) = 18 = 2 \times 3^2$

$$\rightarrow A = 2^6 \times 3^2 = 576, \quad B = 2 \times 3^4 = 162$$

De este modo, su consumo de frutas fue 576 gramos y de verduras 162 gramos.

$\therefore$ consumió $576 - 162 = 414$ gramos más

Rpta.: E

8. En un laboratorio de microbiología, el alumno Efraín analiza el crecimiento de dos cepas bacterianas. Tras doce horas, la cepa A registra $3^{1311} - 1$ bacterias y la cepa B registra $3^{7619} - 1$. El profesor de matemática le solicita determinar la cifra de menor orden del máximo común divisor de ambas cantidades. Si Efraín lo determinó correctamente, ¿cuál fue su respuesta?

A) 8 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9

Solución:

Sabemos que: $1311 = 3 \times 19 \times 23$, $7619 = 19 \times 401$

$$\rightarrow MCD(3^{1311} - 1, 3^{7619} - 1) = 3^{MCD(1311, 7619)} - 1 = 3^{19} - 1 = 3^{4+3} - 1 = \dots 7 - 1 = \dots 6$$

$\therefore$ La respuesta de Efraín fue 6.

Rpta.: C

Lea el siguiente texto y resuelva los ejercicios 9 y 10.

Yaritza recibió una donación de 750 cajitas de néctares de manzana, 630 de durazno y 810 de mango. Con estos productos, preparará paquetes para su venta con el fin de recaudar fondos que serán destinados a un albergue infantil.

9. Los paquetes que preparará Yaritza deben contener la misma cantidad de productos, de un mismo sabor y sin que sobre ninguno. Si cada paquete debe tener entre 10 y 20 productos, ¿cuántos paquetes obtendrá en total?

A) 146 B) 135 C) 140 D) 148 E) 152

Solución:

Sea n la cantidad de cajitas en cada paquete, luego n es divisor de 750, 630 y 810

→ n es divisor del MCD de 750, 630 y 810

→ n es divisor de $\text{MCD}(750, 630, 810) = 30$

Como $10 < n < 20 \rightarrow n = 15$

$$N^{\circ} \text{ de paquetes} = \frac{750}{15} + \frac{630}{15} + \frac{810}{15} = 50 + 42 + 54 = 146$$

∴ Se obtendrá 146 paquetes.

Rpta.: A

10. Tras recibir la donación adicional de 10 cajitas de néctar de manzana, 10 de durazno y 30 de mango, Yaritza notó que todas las cajitas tenían las mismas dimensiones, 10 cm de largo, 4 cm de ancho y 5 cm de alto. Por ello, decide empaquetar todos los néctares, de ambas donaciones, en cajas cúbicas del menor tamaño posible, sin dejar espacios vacíos y sin mezclar sabores en una misma caja. Si vende cada caja cúbica de néctares de manzana en 30 soles, la de durazno en 45 soles y la de mango en 40 soles ¿cuánto dinero, en soles, sería la máxima recaudación?

A) 2120 B) 2160 C) 2150 D) 2130 E) 2140

Solución:

Siendo m la longitud de cada arista de la caja cúbica, luego

$$m = \text{MCM}(10, 4, 5) = 20$$

De este modo,

$$N^{\circ} \text{ cajitas en cada caja cúbica} = \frac{20}{10} \times \frac{20}{4} \times \frac{20}{5} = 40$$

$$\text{Recaudación total} = \frac{760}{40} (30) + \frac{640}{40} (45) + \frac{840}{40} (40) = 570 + 720 + 840 = 2130$$

∴ La recaudación total será de 2130 soles.

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Un juez necesita repartir 252 expedientes civiles, 144 penales y 324 laborales en varias salas de audiencia, donde en cada sala debe repartir solo un tipo de expediente. Si el reparto debe ser equitativo, y que no sobre ningún expediente, ¿cuál es la menor cantidad de salas de audiencia necesarias para este reparto?

A) 40 B) 36 C) 24 D) 20 E) 18

Solución:

$$\text{Expedientes} \begin{cases} 252 \text{ civiles} \rightarrow 2^2 \times 3^2 \times 7 \\ 144 \text{ penales} \rightarrow 2^4 \times 3^2 \\ 324 \text{ laborales} \rightarrow 2^2 \times 3^4 \end{cases}$$

Si n expedientes es la cantidad que irá a cada sala de audiencia

$$n = \text{MCD}(252, 144, 324) = 2^2 \times 3^2 = 36$$

Por lo tanto,

$$\text{Menor número de salas} = \frac{252}{36} + \frac{144}{36} + \frac{324}{36} = 7 + 4 + 9 = 20$$

∴ El menor número de salas necesarias es 20.

Rpta.: D

2. Con el fin de optimizar recursos, el encargado de un almacén desea que la cantidad total de cajas enviadas a dos sucursales durante una semana sea la menor posible. Se sabe que las cantidades enviadas a cada sucursal tienen como máximo común divisor a 24 y que el producto entre ambas es 11 520. ¿Cuál es el producto de las cifras del total de cajas enviadas?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 9 E) 11

Solución:

Sean

A : número de cajas enviadas a la sucursal A

B : número de cajas enviadas a la sucursal B

Por dato, $\text{MCD}(A, B) = 24$, $A \times B = 11\,520$,

Por propiedad $A = 24p$, $B = 24q$, $p, q \text{ PESI} \rightarrow 24p \times 24q = 11\,520$

$$\rightarrow p \times q = 20$$

$$1 \times 20$$

$$4 \times 5$$

Si $p = 1$, $q = 20 \rightarrow A = 24(1) = 24$, $B = 24(20) = 480 \rightarrow A + B = 504$

Si $p = 4$, $q = 5 \rightarrow A = 24(4) = 96$, $B = 24(5) = 120 \rightarrow A + B = 216$

∴ Producto de cifras de la menor cantidad total de cajas enviadas es 12.

Rpta.: A

3. En un laboratorio farmacéutico se preparan dos frascos de un mismo medicamento. Se sabe que las cantidades en ambos frascos están en una proporción de 11 a 15. Además, al analizar los valores, la diferencia entre el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de dichas cantidades es de 6888 mililitros. Durante el uso del medicamento, Guillermo consume 525 mililitros en distintos tratamientos. ¿Cuántos mililitros del total preparado quedan después de su uso?

A) 558 B) 520 C) 567 D) 585 E) 570

Solución:

Sean A : número de mililitros de medicamento en el primer frasco
 B : número de mililitros de medicamento en el segundo frasco.
 Por dato $A = 11k$, $B = 15k$, $MCM(A, B) - MCD(A, B) = 6888$
 $\rightarrow MCM(11k, 15k) - MCD(11k, 15k) = 6888$
 $\rightarrow kMCM(11, 15) - kMCD(11, 15) = 6888$
 $164k = 6888 \rightarrow k = 42$
 De este modo $A = 11(42) = 462$, $B = 15(42) = 630 \rightarrow A + B = 1092$
 $\therefore$ Por lo tanto, le quedaron $1092 - 525 = 567$ mililitros de medicamento.

Rpta.: C

4. Una agencia de publicidad planea instalar paneles a lo largo de dos carreteras cuyas longitudes en kilómetros son $\overline{abbc}$ y $\overline{cbba}$, con $a - c = 2$. Con el fin de optimizar recursos, se busca que los anuncios se ubiquen en tramos de igual longitud, siendo esta la máxima posible para cubrir ambas vías sin que sobre espacio. Si al calcular el máximo común divisor de ambas longitudes por el algoritmo de Euclides, se obtuvieron los cocientes sucesivos 2, 2, 1, 1 y 2, respectivamente, calcule la suma de cifras de la longitud total (en kilómetros) de ambas carreteras.

A) 20 B) 24 C) 18 D) 28 E) 27

Solución:

Sean $A = \overline{abbc}$, $B = \overline{cbba}$ y $MCD(A; B) = d$, $a - c = 2$
 Por dato

	2	2	1	1	2
$A = 31d$	$B = 13d$	$5d$	$3d$	$2d$	d
	$5d$	$3d$	$2d$	d	0

De este modo, $\rightarrow A = \overline{abbc} = 31d$, $B = \overline{cbba} = 13d$

Así $A = \overline{(c+2)bbc} = \overset{0}{3}\overset{0}{1}, \dots (1)$ $B = \overline{cbb(c+2)} = \overset{0}{1}\overset{0}{3} \dots (2)$

Luego, de (2) $b = \overset{0}{1}3 + 4 = 4$, de (1) $c = \overset{0}{3}1 + 1 = 1 \rightarrow a = 3$

De este modo, $A = \overline{abbc} = 3441$, $B = \overline{cbba} = 1443 \rightarrow A + B = 4884$

$\therefore$ La suma de cifras pedida es 24.

Rpta.: B

5. En una fábrica de dulces se han producido tres bloques de chocolate de 1056 g, 1248 g y 1632 g, respectivamente. Para su comercialización, cada bloque será cortado en barras de igual peso, sin desperdicio de material. Por motivos de presentación y empaque, cada barra debe pesar entre 20 g y 30 g. ¿Cuántas barras de chocolate se obtendrán en total?

A) 162 B) 167 C) 161 D) 164 E) 169

Solución:

Sea d el peso en gramos de cada barra de chocolate,

Luego, d es divisor del $MCD(1056, 1248, 1632)$

Como $1056 = 2^5 \times 3 \times 11$, $1248 = 2^5 \times 3 \times 13$, $1632 = 2^5 \times 3 \times 17$

De este modo, $MCD(1056, 1248, 1632) = 2^5 \times 3 = 96$

Ahora d es divisor de 96 comprendido entre 20 y 30 $\rightarrow d = 24$

$$N^{\circ} \text{ de barras} = \frac{1056}{24} + \frac{1248}{24} + \frac{1632}{24} = 44 + 52 + 68 = 164$$

$\therefore$ Obtendrá 164 barras de chocolate.

Rpta.: D

6. Durante la semana pasada los empleados de una sastrería confeccionaron solo n camisas y m pantalones. Se sabe que esas cantidades verifican la relación $m(n + 15) = n(m + 20)$ y que su mínimo común múltiplo es 504. Calcule la suma de las cifras del total de prendas confeccionadas en ese periodo.

A) 12 B) 15 C) 13 D) 11 E) 14

Solución:

Del dato $15m = 20n \rightarrow 3m = 4n \rightarrow m = 4k, n = 3k$

En el dato $MCM(m, n) = 504 \rightarrow MCM(4k, 3k) = 504 \rightarrow 12k = 504 \rightarrow k = 42$
 $\rightarrow m = 4(42) = 168, n = 3(42) = 126$

De este modo $m + n = 168 + 126 = 294$

$\therefore$ La suma de cifras es 15.

Rpta.: B

7. Ana, Bernardo, Clara, David y Elías son investigadores de una agencia espacial que deben descifrar una clave de acceso para lanzar un satélite. La clave se obtiene calculando la suma de los dígitos del máximo común divisor de $CA(\underbrace{444...45_{(9)}}_{20 \text{ cifras}})$ y $111...11_{(3)}$ expresado en base 3. Cada investigador envió su respuesta al sistema de control: Ana reportó 20, Bernardo 30, Clara 15, David 10 y Elías 40. Solo quien ingrese la clave correcta podrá activar el protocolo de lanzamiento del satélite. ¿Qué investigador introdujo la clave correcta y podrá completar el lanzamiento?

A) Ana B) Bernardo C) Clara D) David E) Elías

Solución:

Por dato,

$$A = CA(\underbrace{444...45_{(9)}}_{20 \text{ cifras}}) = \underbrace{444...44_{(9)}}_{20 \text{ cifras}} \rightarrow 2A = \underbrace{888...88_{(9)}}_{20 \text{ cifras}} = 9^{20} - 1 = 3^{40} - 1,$$

$$B = \underbrace{111...11_{(3)}}_{20 \text{ cifras}} \rightarrow 2B = \underbrace{222...22_{(3)}}_{20 \text{ cifras}} = 3^{20} - 1.$$

Por propiedad sabemos

$$MCD(2A; 2B) = 2MCD(A, B) \rightarrow MCD(3^{40} - 1, 3^{20} - 1) = 2MCD(A, B)$$

$$3^{MCD(40, 20)} - 1 = 2MCD(A, B) \rightarrow 3^{20} - 1 = 2MCD(A, B)$$

$$\rightarrow \underbrace{222...22_{(3)}}_{20 \text{ cifras}} = 2MCD(A, B)$$

$$\rightarrow MCD(A, B) = \underbrace{111...11_{(3)}}_{20 \text{ cifras}} \rightarrow \text{Suma de cifras de } MCD(A, B) = 20$$

$\therefore$ Ana dio la respuesta correcta.

Rpta.: A

8. En una ciudad, dos empresas constructoras están desarrollando proyectos de infraestructura en distintas zonas. La empresa A construye un tramo de carretera con una longitud de $180 \times 6^{n+1}$ metros, mientras que la empresa B construye otro tramo cuya longitud es de 90^n metros. Al analizar los proyectos, los ingenieros determinan que el mínimo común múltiplo de ambas longitudes es 5832×10^3 metros, lo cual les permite coordinar futuras ampliaciones. ¿Cuál es la suma de las cifras del máximo común divisor de las longitudes construidas por ambas empresas?
- A) 21 B) 17 C) 16 D) 23 E) 18

Solución:

De los datos,

$$A = 180 \times 6^{n+1} = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 2^{n+1} \times 3^{n+1} = 2^{n+3} \times 3^{n+3} \times 5$$

$$B = 90^n = (2 \times 3^2 \times 5)^n = 2^n \times 3^{2n} \times 5^n$$

De este modo,

$$MCM(A; B) = 2^{n+3} \times 3^{2n} \times 5^n \rightarrow 2^{n+3} \times 3^{2n} \times 5^n = 5832 \times 10^3 = 2^6 \times 3^6 \times 5^3$$
$$n = 3$$

$$\text{Así } MCD(A, B) = MCD(2^6 \times 3^6 \times 5, 2^3 \times 3^6 \times 5^3) = 2^3 \times 3^6 \times 5 = 29\ 160$$

∴ Suma de cifras del $MCD(A, B)$ es 18.

Rpta.: E

Lea el siguiente texto y resuelva los ejercicios 9 y 10.

En una campaña solidaria, una organización reúne libros de distintas áreas para donarlos a colegios. Han recolectado 2100 libros de historia, 1680 de matemáticas y 2520 de comunicación.

9. Para facilitar la distribución, desean armar paquetes idénticos, de modo que cada colegio reciba exactamente la misma cantidad de libros de cada tipo, sin que sobre ninguno. Además, la cantidad de colegios beneficiados está entre 80 y 100. ¿Cuántos libros en total tendrá cada paquete que recibirá cada colegio?
- A) 75 B) 78 C) 70 D) 77 E) 72

Solución:

Sea n el número de colegios beneficiados, luego por condición del problema n es divisor del $MCD(2100, 1680, 2520)$ con $80 < n < 100$

$$MCD(2100, 1680, 2520) = MCD(2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7, 2^4 \times 3 \times 5 \times 7, 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7)$$
$$\rightarrow MCD(2100, 1680, 2520) = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420 \rightarrow n = 84$$

Luego:

$$\frac{2100}{84} + \frac{1680}{84} + \frac{2520}{84} = 25 + 20 + 30 = 75 \text{ libros}$$

∴ Cada paquete contiene: 75 libros.

Rpta.: A

10. Debido a la buena labor de la organización, cierta editorial envió una nueva donación de libros distribuidos en tres cajas cúbicas idénticas. Cada caja contiene ejemplares de una sola materia (matemáticas, historia o comunicación); además, todos los ejemplares tienen el mismo tamaño y vienen en cajas individuales de 15 cm de largo, 12 cm de ancho y 4 cm de alto. Si el tamaño de las cajas cúbicas es la menor posible y todas las cajas están completamente llenas, determine la suma de cifras del total de libros que ahora tiene la organización para la donación.

A) 8 B) 5 C) 9 D) 7 E) 11

Solución:

Sea l la longitud de la arista de la caja cúbica. Como la caja es del menor tamaño posible, luego

$$l = MCM(15, 12, 4) = MCM(3 \times 5, 2^2 \times 3, 2^2) = 2^2 \times 3 \times 5 = 60 \text{ cm}$$

De este modo, la cantidad de libros en cada caja es

$$\frac{60}{15} \times \frac{60}{12} \times \frac{60}{4} = 4 \times 5 \times 15 = 300 \text{ libros}$$

De este modo tenemos,

$$N^{\circ} \text{ total de libros} = 1680 + 2520 + 2100 + 3(300) = 7200$$

$$\therefore \text{Suma de cifras} = 7 + 2 + 0 + 0 = 9$$

Rpta.: C

GEOMETRÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. En la figura, $AE = ED$. Halle x .

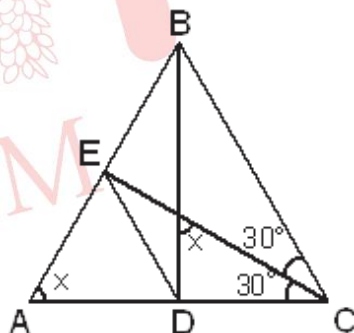
A) 60°

B) 72°

C) 84°

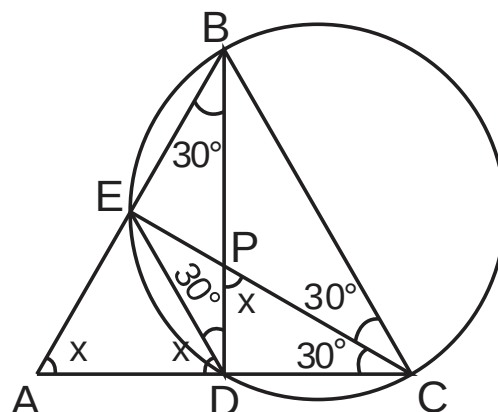
D) 75°

E) 50°



Solución:

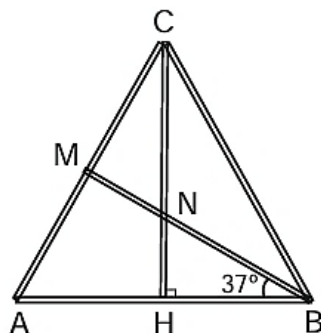
- $\triangle DPC$: por ángulo exterior
 $m\angle BDA = x + 30^{\circ} \Rightarrow m\angle EDB = 30^{\circ}$
- $EBCD$: inscriptible
 $\Rightarrow m\angle EBD = 30^{\circ}$
- $\triangle BDA$: Suma de ángulos interiores
 $x + x + 30^{\circ} + 30^{\circ} = 180^{\circ}$
 $\therefore x = 60^{\circ}$



Rpta.: A

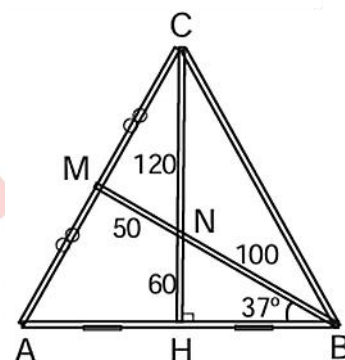
2. Un soldador construye una estructura metálica como se muestra en la figura. Las varillas $\overline{CH}$ y $\overline{BM}$ están soldadas en los puntos M y N. Si $NM = 50$ cm, $AH = HB$ y $AM = MC$, halle la longitud de la varilla $\overline{CH}$.

- A) 180 cm
B) 190 cm
C) 220 cm
D) 175 cm
E) 200 cm



Solución:

- $\triangle ABC$: N es baricentro
 $\Rightarrow BN = 100$
- $\triangle NHB$: notable de 37° y 53°
 $\Rightarrow NH = 60$
 $\Rightarrow NC = 120$
 $\Rightarrow CH = 120 + 60 = 180$ cm
 $\therefore$ La longitud de la varilla $\overline{CH}$ es 180 cm.



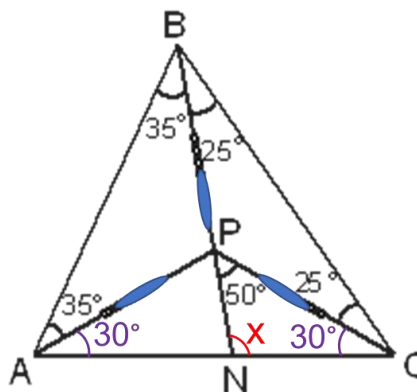
Rpta.: A

3. En un triángulo acutángulo ABC se traza una ceviana $\overline{BN}$ que contiene al circuncentro P del triángulo. Si $m\angle ABN = 35^\circ$ y $m\angle NBC = 25^\circ$, halle $m\angle BNC$.

- A) 85° B) 90° C) 95° D) 100° E) 105°

Solución:

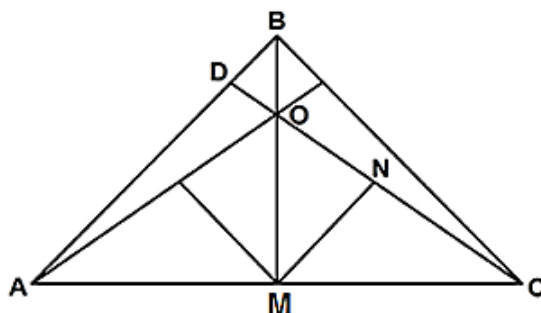
- $\triangle ABC$: P es circuncentro
 $\Rightarrow AP = BP = CP$ y $m\angle APC = 2m\angle ABC$
- $\triangle APC$: isósceles
 $\Rightarrow m\angle PAC = m\angle PCA = 30^\circ$
- $\triangle APC$: suma de ángulos interiores
 $x + 50^\circ + 30^\circ = 180^\circ$
 $\therefore x = 100^\circ$



Rpta.: D

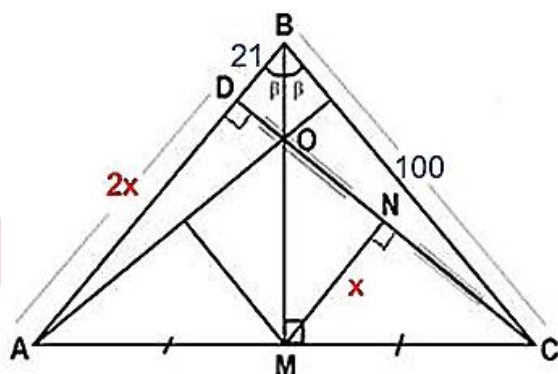
4. La figura representa la estructura metálica de una ventana triangular ABC. O es ortocentro del triángulo ABC y $\overline{AD} \parallel \overline{MN}$. Si la varilla $\overline{BC}$ mide 100 cm, $AM = MC$ y $BD = 21$ cm, halle la longitud de la varilla $\overline{MN}$.

- A) 39 cm
B) 37,5 cm
C) 39,5 cm
D) 36,5 cm
E) 38 cm



Solución:

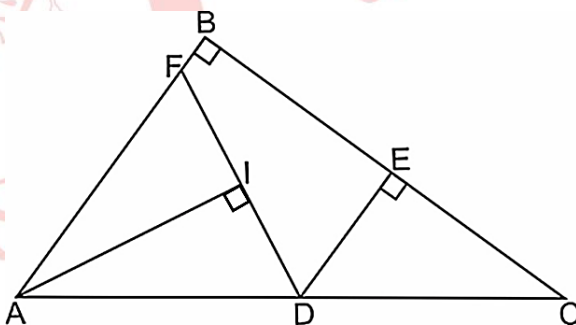
- $\triangle ABC$: isósceles
 $\Rightarrow AB = BC = 100$
- $\triangle ADC$: $\overline{MN}$ base media
 $\Rightarrow AD = 2x \Rightarrow 100 = 21 + 2x$
 $\Rightarrow x = 39,5$
 $\therefore$ La longitud de la varilla es 39,5 cm.



Rpta.: C

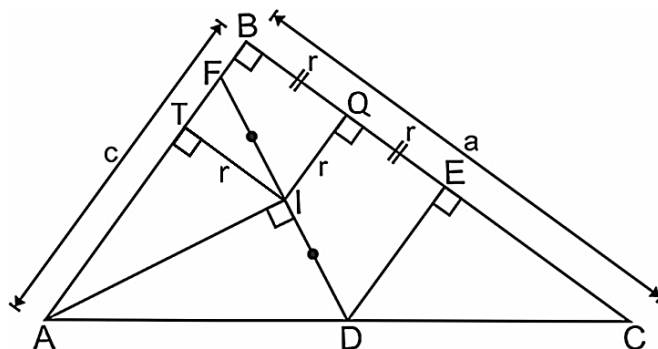
5. En la figura, I es incentro del triángulo ABC, $AB + BC = 34$ cm y $AC = 26$ cm. Halle BE.

- A) 6 cm
B) 8 cm
C) 9 cm
D) 10 cm
E) 12 cm



Solución:

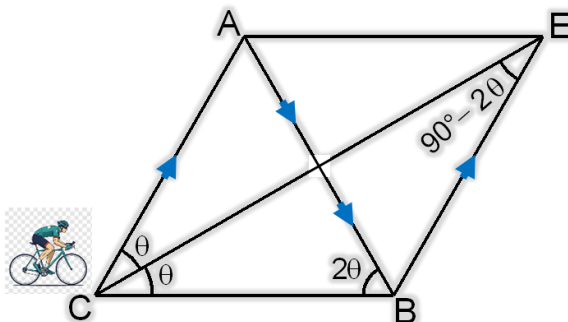
- Dato: $a + c = 34$
- $\triangle FAD$: isósceles
 $FI = ID$
- I: incentro $\Rightarrow BQ = TI = IQ$
- $\triangle ABC$: Teorema de Poncelet
 $a + c = 26 + 2r$
 $r = 4$
- Del gráfico: $BE = 8$ cm



Rpta.: B

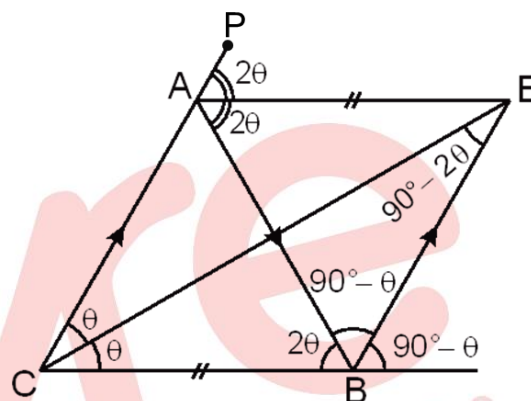
6. Un ciclista parte del punto C y hace el recorrido por las veredas como se muestra en la figura. Si $AE = BC$, halle la medida del ángulo determinado por los tramos $\overline{AB}$ y $\overline{BE}$.

- A) 70°
B) 37°
C) 60°
D) 50°
E) 53°



Solución:

- $\triangle EBC$: por ángulo exterior:
 $m\angle EBF = 90^\circ - \theta$
- $\triangle ABC$: E es excentro
 $\Rightarrow m\angle BAE = m\angle EAP = 2\theta$
- CAEB es paralelogramo
 $\Rightarrow \overline{AC} \parallel \overline{EB}$
 $\Rightarrow 2\theta = 90^\circ - \theta \Rightarrow \theta = 30^\circ$
 $\therefore m\angle ABE = 90^\circ - \theta = 60^\circ$

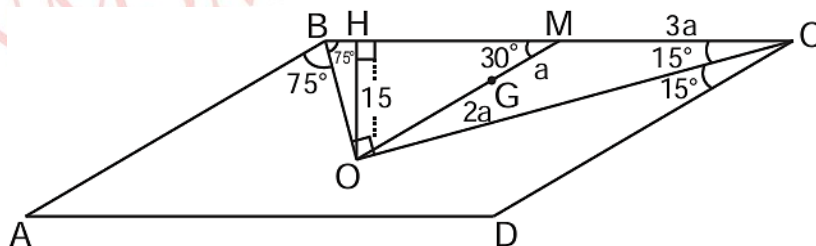


Rpta.: C

7. En un romboide ABCD, $m\angle ABC = 150^\circ$ y las bisectrices de los ángulos ABC y BCD se intersectan en O. Si en el triángulo BOC la altura $\overline{OH}$ mide 15 m, halle la distancia entre el baricentro y el ortocentro del triángulo BOC.

- A) 16 m B) 15 m C) 18 m D) 21 m E) 20 m

Solución:



- $\triangle BOC$: O es ortocentro y G es baricentro
 $\Rightarrow OG = 2GM$ y $BM = MC = OM = 3a$
- $\triangle OHM$: notable de 30° y 60°
 $\Rightarrow OM = 30 \Rightarrow 30 = 3a \Rightarrow a = 10$
 $\therefore OG = 2a = 20$ m

Rpta.: E

8. La figura muestra la parte frontal de una casa, en la cual se quiere colocar una cámara de seguridad en el punto P. ABCD es un cuadrado cuyo centro es el punto O y el techo es un semicírculo de diámetro $\overline{AD}$. Si $m\angle POD = 37^\circ$ y $AD = 5$ m, halle a qué altura del piso se colocará la cámara.

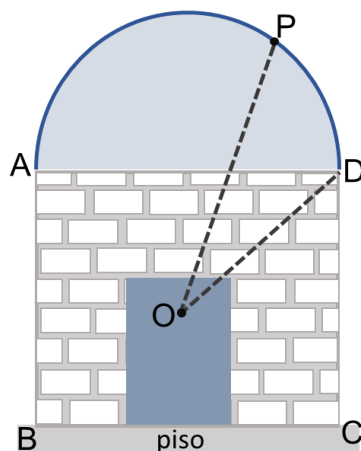
A) 7,4 m

B) 7 m

C) 6,4 m

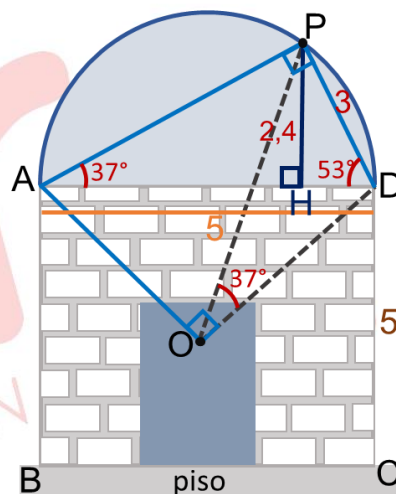
D) 7,8 m

E) 6 m



Solución:

- O centro del cuadrado ABCD
 $\Rightarrow m\angle AOD = 90^\circ$
- $\overline{AD}$: Diámetro $\Rightarrow m\angle APD = 90^\circ$
- APDO: inscriptible $\Rightarrow m\angle PAD = 37^\circ$
 $\Rightarrow m\angle PDA = 53^\circ$
- $\triangle PHD$: notable 37° y 53°
 $\Rightarrow PH = 2,4$
 $\therefore$ La altura en la cual se colocará la cámara es 7,4 m.



Rpta.: A

9. Una persona ubicada en A observa la parte superior de la antena y el punto M del edificio como se muestra en la figura, tal que M se encuentra a una altura de 9 m respecto del piso. Si G es baricentro del triángulo ABC y $AG = 10$ m, halle la altura de la antena. (B, M, D y C son puntos colineales)

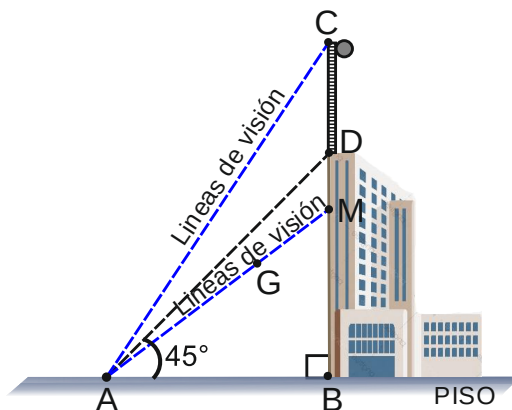
A) 9 m

B) 7 m

C) 8 m

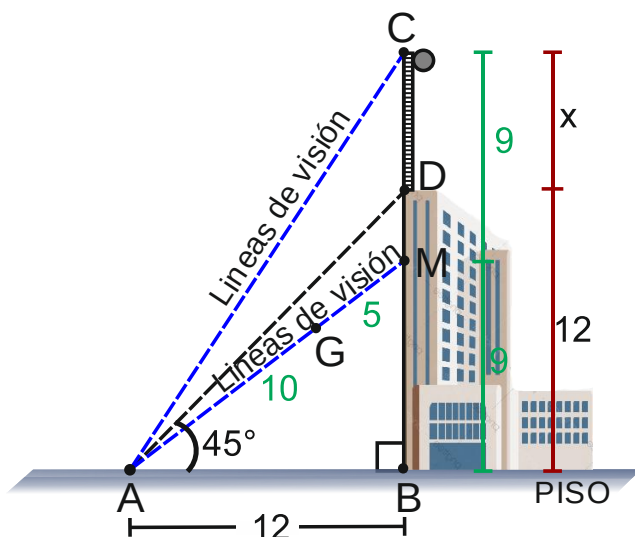
D) 6 m

E) 5 m



Solución:

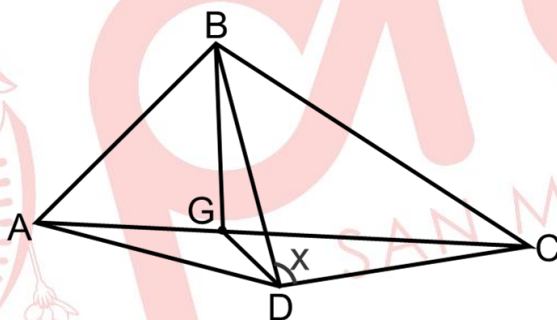
- Dato: G es baricentro del $\triangle ABC$
 $\Rightarrow GM = 5$ y $BM = MC = 9$
- $\triangle ABM$: notable 37° y 53°
 $\Rightarrow AB = 12$
- $\triangle ABM$: notable 45°
 $\Rightarrow BD = 12$
- Del gráfico: $12 + x = 9 + 9$
 $\Rightarrow x = 6$
La altura de la antena es 6 m.



Rpta.: D

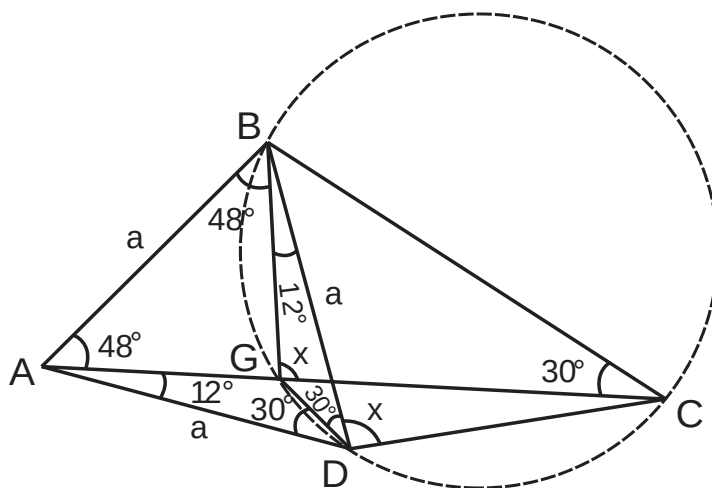
10. En la figura, $m\angle BAD = m\angle ABD = 60^\circ$, $m\angle CAD = m\angle DBG = 12^\circ$ y $m\angle ACB = 30^\circ$. Halle x.

- A) 84°
B) 96°
C) 48°
D) 76°
E) 54°



Solución:

- $\triangle ABD$: equilátero
 $\Rightarrow m\angle BDA = 60^\circ$
- $\triangle AGB$: isósceles
 $\Rightarrow m\angle GAB = m\angle GBA = 48^\circ$
- $\triangle AGD \cong \triangle BGD$ (LAL):
 $m\angle ADG = m\angle BDG = 30^\circ$
- GBCD: inscriptible
 $\Rightarrow m\angle BGC = x$
- $\triangle AGB$: por ángulo exterior
 $x = 48^\circ + 48^\circ$
 $\therefore x = 96^\circ$



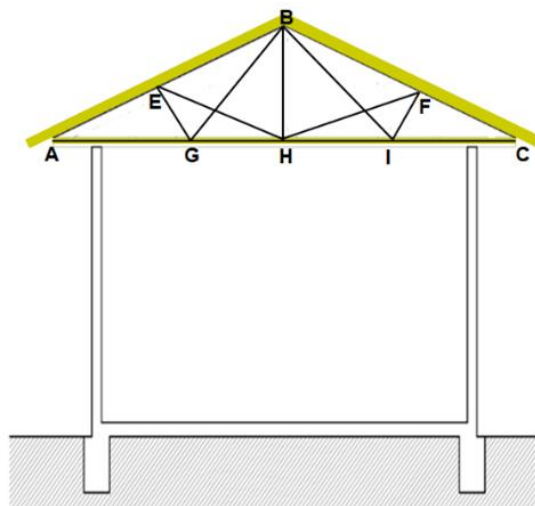
Rpta.: B

11. En la figura se muestra una estructura de techo para una casa, donde $\overline{GE} \perp \overline{AB}$ y $\overline{IF} \perp \overline{BC}$. Si $AH = HC$, $AB = BC$, $EG = 180$ cm y $BG = 240$ cm, halle la medida del ángulo entre $\overline{EH}$ y la base de la estructura $\overline{AC}$.

A) 30° B) 53°

C) 37° D) 60°

E) 45°



Solución:

- $\triangle ABC$: isósceles

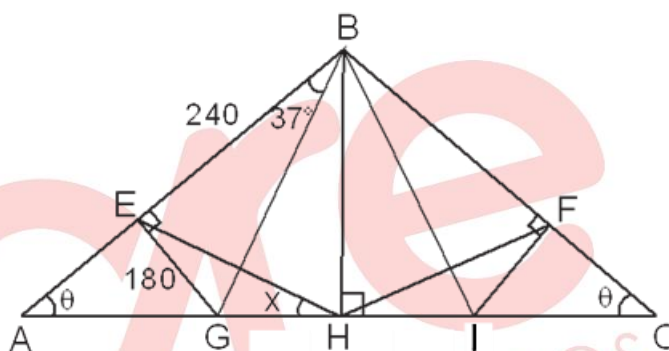
$$\Rightarrow \overline{BH} \perp \overline{AC}$$

- $\triangle BEG$: notable 37° y 53°

$$\Rightarrow m\angle EBG = 37^\circ$$

- HGEB: inscriptible $\Rightarrow x = 37^\circ$

$\therefore$ La medida del ángulo entre $\overline{EH}$ y la base es 37° .



Rpta.: C

12. En la figura, O es punto medio del diámetro $\overline{AC}$, $OB = 8$ m y G es baricentro del triángulo ADC. Halle GD.

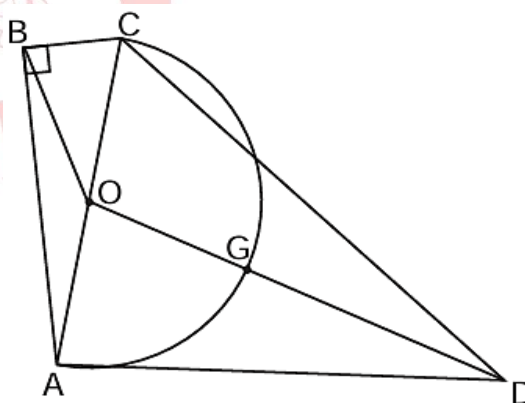
A) 14 m

B) 18 m

C) 20 m

D) 16 m

E) 15 m



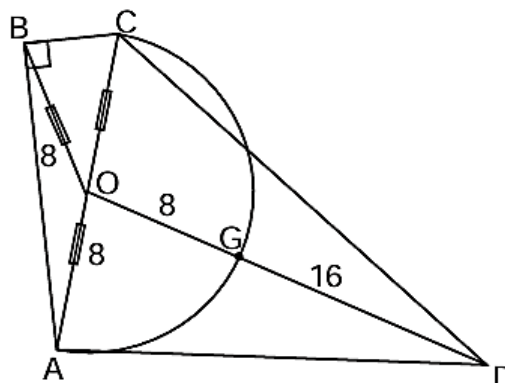
Solución:

- $\triangle ABC$: $\overline{BO}$ mediana

$$\Rightarrow AO = OC = BO = 8 \Rightarrow OG = 8$$

- $\triangle ACD$: G baricentro

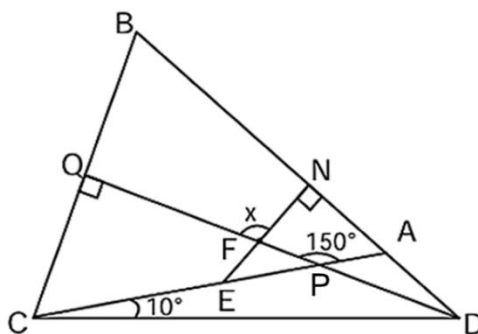
$$\therefore GD = 16 \text{ m}$$



Rpta.: D

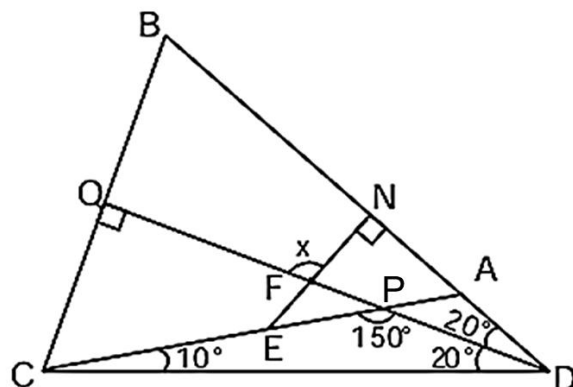
13. En la figura, F es circuncentro del triángulo ABC. Halle x.

- A) 115°
- B) 127°
- C) 110°
- D) 113°
- E) 105°



Solución:

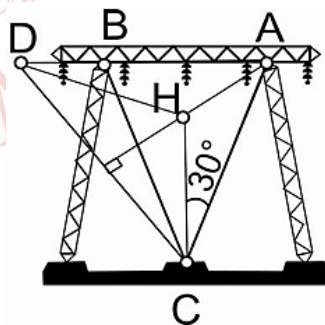
- $\triangle CPD$: suma de ángulos interiores
 $m\angle CDP = 20^\circ$
- Dato: F circuncentro del $\triangle ABC$
 $\Rightarrow \overline{DQ}$ es mediatriz de $\overline{BC}$
 $\Rightarrow m\angle QDB = 20^\circ$
- $\triangle DNF$: por ángulo exterior
 $x = 20^\circ + 90^\circ$
 $\therefore x = 110^\circ$



Rpta.: C

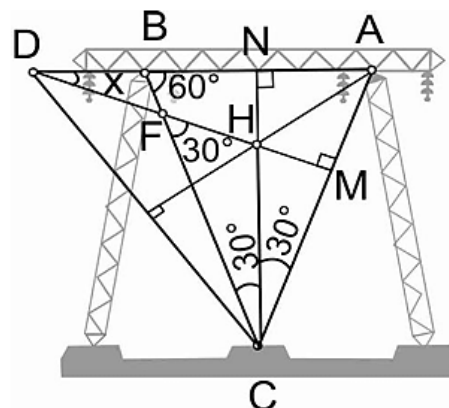
14. La figura representa el plano de una torre eléctrica con dos estructuras oblicuas que soportan el peso de otra horizontal, en el cual $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$ son cables instalados para darle mayor estabilidad. Un ingeniero eléctrico realiza trazos auxiliares que muestra la gráfica, de modo que el triángulo ABC es equilátero. Halle $m\angle ADH$.

- A) 30°
- B) 53°
- C) 60°
- D) 45°
- E) 37°



Solución:

- $\triangle ACD$: H ortocentro
 $\Rightarrow \overline{DM} \perp \overline{AC}$
- $\triangle FMC$: notable de 30° y 60°
 $\Rightarrow m\angle CFM = 30^\circ$
- $\triangle DBF$: por ángulo exterior
 $60^\circ = x + 30^\circ$
 $\therefore x = 30^\circ$



Rpta.: A

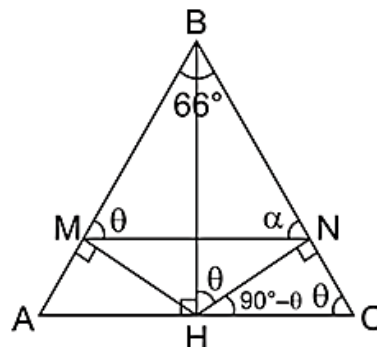
EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En un triángulo acutángulo ABC, se trazan $\overline{HM} \perp \overline{AB}$ y $\overline{HN} \perp \overline{BC}$ (M en $\overline{AB}$ y N en $\overline{BC}$). Si $m\angle ABC = 66^\circ$, halle $m\angle ACB + m\angle MNB$.

- A) 110° B) 114° C) 115° D) 116° E) 120°

Solución:

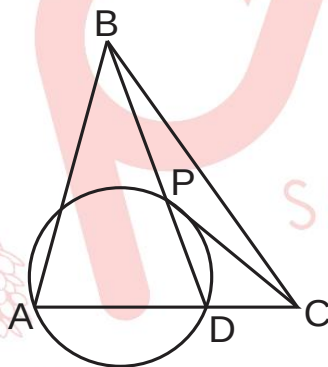
- MBNH: inscriptible
 $m\angle BHN = m\angle BMN = \theta$
- $\triangle MBN$: suma de ángulos interiores
 $\theta + \alpha + 66^\circ = 180^\circ$
 $\therefore \alpha + \theta = 114^\circ$



Rpta.: B

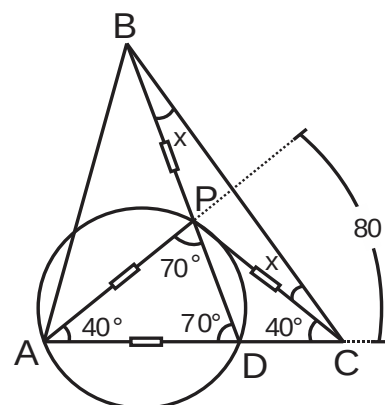
2. En la figura, P es circuncentro del triángulo ABC y $BP = AD$. Si $m\widehat{PD} = 80^\circ$, halle $m\angle PCB$.

- A) 18°
B) 15°
C) 20°
D) 10°
E) 12°



Solución:

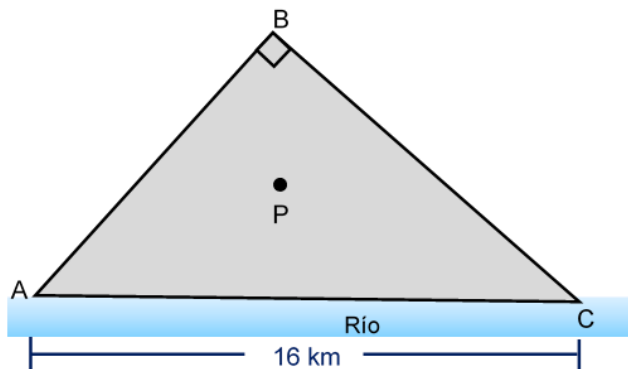
- Dato: P Circuncentro de $\triangle ABC \Rightarrow AP = BP = CP$
 $\angle PAD$: Ángulo inscrito $\Rightarrow m\angle PAD = 40^\circ$
- $\triangle PAD$, $\triangle APC$: Isósceles
 $\Rightarrow m\angle APD = m\angle ADP = 70^\circ$ y $m\angle PCA = 40^\circ$
- $\triangle BDC$: por ángulo exterior
 $40 + 2x = 70^\circ$
 $\therefore x = 15^\circ$



Rpta.: B

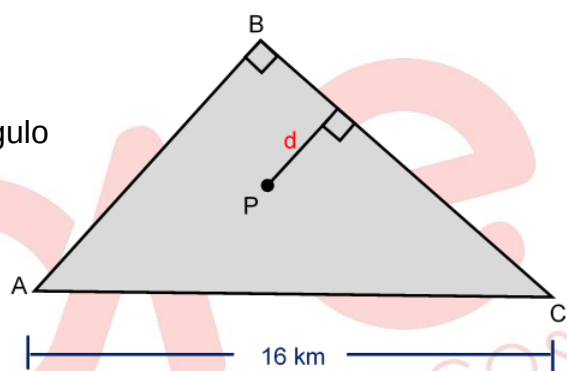
3. La figura muestra un terreno de forma triangular ABC de perímetro 34 km. Si un pozo ubicado en punto P equidista de los bordes del terreno, halle la distancia del pozo al lindero $\overline{BC}$.

- A) 2 km
B) 3 km
C) 1 km
D) 5 km
E) 4 km



Solucion:

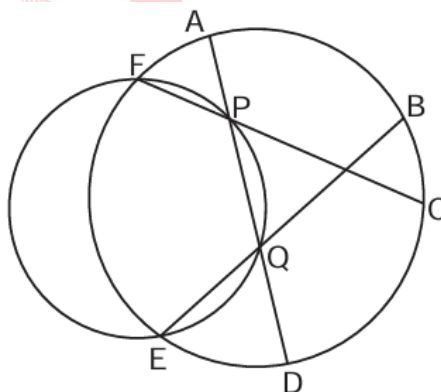
- Dato: $AB + BC = 18$
- Dato: P equidista de los lados del triángulo
 $\Rightarrow$ P incentro del $\triangle ABC$
- ABC: Teorema de Poncelet
 $AB + BC = 16 + 2d$
 $\Rightarrow 18 = 16 + 2d$
 $\Rightarrow d = 1 \text{ km}$



Rpta.: C

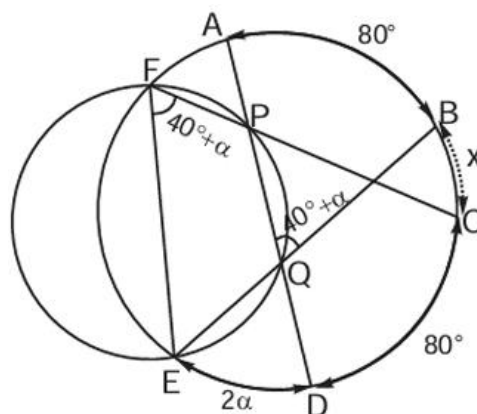
4. En la figura, $m\widehat{AB} = 80^\circ$ y $m\widehat{BD} = 120^\circ$. Halle $m\widehat{BC}$.

- A) 40°
B) 30°
C) 20°
D) 18°
E) 50°



Solucion:

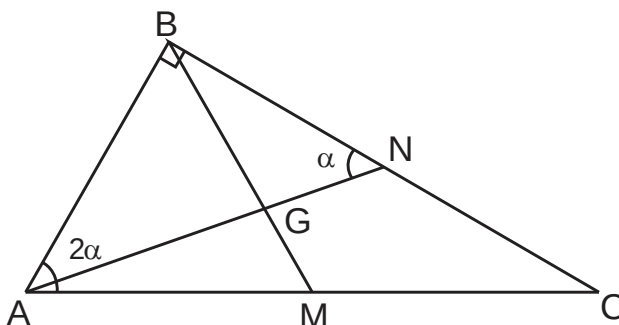
- $\angle AQB$: ángulo interior
 $\Rightarrow m\angle AQB = 40^\circ + \alpha$
- FPQE: inscriptible $\Rightarrow m\angle EFP = 40^\circ + \alpha$
- $\angle EFC$: ángulo inscrito $\Rightarrow m\widehat{CE} = 80^\circ + 2\alpha$
- Dato: $m\widehat{BD} = 120^\circ \Rightarrow 80^\circ + x = 120^\circ$
 $\Rightarrow x = 40^\circ$



Rpta.: A

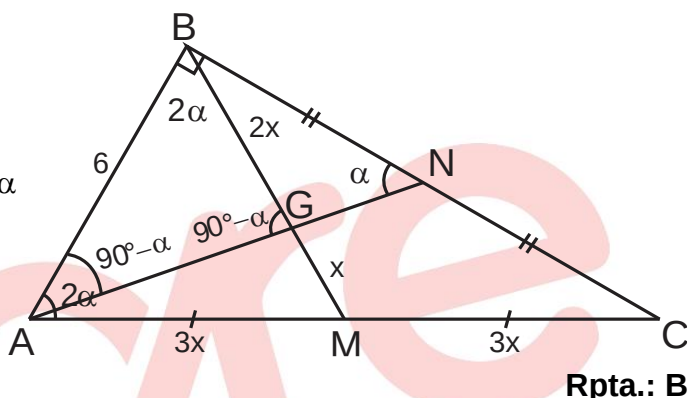
5. En la figura, G es baricentro del triángulo ABC. Si $AB = 6$ m, halle GM.

- A) 2 m
- B) 3 m
- C) 2,5 m
- D) 1,5 m
- E) 1 m



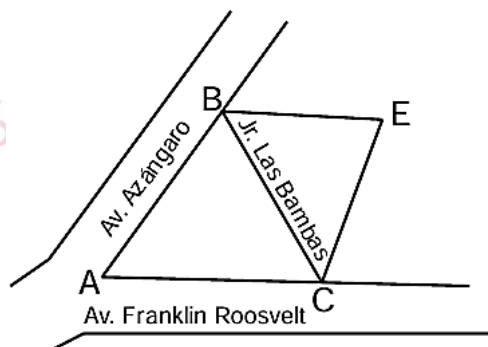
Solución:

- Dato: G baricentro del $\triangle ABC$
 $\Rightarrow BG = 2GM$
- $\triangle ABC$: $\overline{BM}$ mediana
 $\Rightarrow AM = MC = BM \Rightarrow m\angle ABM = 2\alpha$
- $\triangle ABG$: Isósceles
 $\Rightarrow 2x = 6$
 $\therefore x = 3$ m



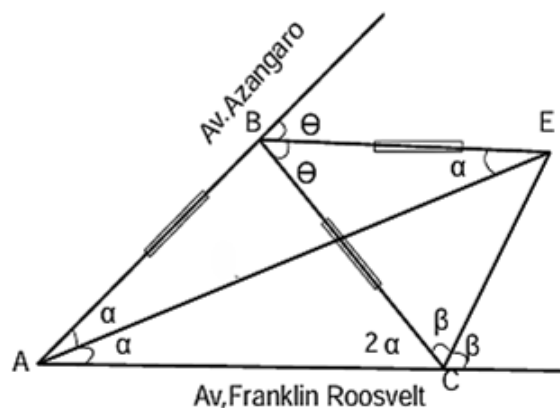
6. En la figura, se muestra una parte de un plano urbano. Una persona ubicada en el punto E, que equidista de las av. Azángaro, av. Franklin Roosevelt y Jr. Las Bambas, se dirige al punto B. Si $AB = BC = 80$ m, halle la longitud de dicho recorrido.

- A) 20 m B) 50 m C) 80 m
- D) 90 m E) 70 m



Solución:

- Dato
 $\triangle ABC$: Isósceles
 $\Rightarrow m\angle BAC = m\angle BCA = 2\alpha$
- Dato: E equidista de las avenidas
 $\Rightarrow E$ es excentro del $\triangle ABC$
 $\Rightarrow \overline{AE}$, $\overline{BE}$ y $\overline{CE}$: bisectrices
- $\triangle ABC$: por ángulo exterior
 $\Rightarrow \theta = 2\alpha$
- $\triangle ABE$: por ángulo exterior
 $\Rightarrow m\angle AEB = \alpha$
- $\triangle ABE$: Isósceles
 $\Rightarrow BE = AB = 80$ m



Rpta.: C

ÁLGEBRA

EJERCICIOS DE CLASE

1. En una veterinaria, el dueño adquirió $(9x^5 - 3x^4 - 2x^3 + 6x^2 - 2x + 4)$ kilogramos de comida para cachorros y los ha distribuido en pequeños sacos de $(3x^2 - 2x + 1)$ kilos cada uno, con $x > 1$. Si la cantidad de comida para cachorros que quedó sin distribuir es de 5 kilos, teniendo en cuenta que cada saco pequeño fue llenado hasta su máxima capacidad, determine cuántos sacos pequeños fueron utilizados.

A) 18 B) 22 C) 15 D) 27 E) 16

Solución:

Dividiendo por Horner:

3	9	-3	-2	6	-2	4
2		6	-3			
-1			2	-1		
				-2	1	
					2	-1
	3	1	-1	1	1	3

La expresión que representa la cantidad de sacos pequeños utilizados es el cociente: $q(x) = 3x^3 + x^2 - x + 1$. Además, por dato se tiene que: $r(x) = x + 3 = 5$, luego $x = 2$.

∴ La cantidad de sacos pequeños utilizados es: $q(2) = 3(2)^3 + (2)^2 - 2 + 1 = 27$.

Rpta.: D

2. Un emprendedor compra cierta cantidad de mochilas en una feria por un monto total de $(6x^4 - x^3 + 19x + c)$ soles a un precio de $(3x + 4)$ soles cada una, con $x \in \mathbb{Z}^+$; determine cuánto se pagaría por la compra de "c" buzos a $(15m)$ soles cada una, siendo m la suma de coeficientes de la expresión que representa el número de mochilas que compró aquel emprendedor.

A) 180 soles B) 240 soles C) 135 soles
D) 300 soles E) 150 soles

Solución:

Efectuando la división por Ruffini:

	6	-1	0	19	c
$-\frac{4}{3}$		-8	12	-16	-4
	6	-9	12	3	0
$\div 3$					
	2	-3	4	1	

Del esquema tenemos que: $c - 4 = 0 \Rightarrow c = 4$

La expresión que representa el número de mochilas que compró aquel emprendedor es: $(2x^3 - 3x^2 + 4x + 1) \Rightarrow m = 4$

$\therefore$ Por la compra de 4 mochilas a $15m = 60$ soles cada una, se pagará $4(60) = 240$ soles

Rpta.: B

3. Se adquirió un total $p(x) = 3x^8 - x^5 - 4mx + m$ caramelos, con $x > 2$, tal que al repartirlos de forma equitativa entre los $(x - 2)$ niños presentes de una reunión, sobró tantos caramelos como los que hubiera sobrado si se hubiese repartido entre 4 niños más. Determine cuántos caramelos hubiera sobrado si hubiese asistido 1 niño más a la reunión.

A) 14 B) 9 C) 21 D) 8 E) 10

Solución:

Del dato y Teorema del resto se tiene: $p(-2) = p(2)$

$$\Rightarrow 3(-2)^8 - (-2)^5 - 4m(-2) + m = 3(2)^8 - (2)^5 - 4m(2) + m$$

$$\Rightarrow 32 + 8m = -32 - 8m \Rightarrow 16m = -64 \Rightarrow m = -4$$

Luego, $p(x) = 3x^8 - x^5 + 16x - 4$

Al haber asistido 1 niño más, habría: $x - 2 + 1 = x - 1$

Aplicando el teorema del resto en $\frac{p(x)}{x-1}$, tenemos:

$$\text{resto} = p(1) = 3 - 1 + 16 - 4 = 14$$

$\therefore$ Quedarían 14 caramelos.

Rpta.: A

4. Si $r(x)$ y $q(x)$ son el resto y el cociente, respectivamente, que se obtiene al dividir $p(x) = (x - 2)^9(x - 1)^2 + (x^2 - 2x - 3)^3$ por $d(x) = x^2 - 4x + 3$. Determine el término independiente de $r(x)$.

A) -32 B) 60 C) -29 D) 76 E) -98

Solución:

Como el $\text{grad}[d(x)] = 2 \Rightarrow r(x) = mx + n$

Por el Algoritmo de la división, tenemos:

$$(x - 2)^9(x - 1)^2 + (x^2 - 2x - 3)^3 = (x^2 - 4x + 3)q(x) + mx + n$$

$$(x - 2)^9(x - 1)^2 + (x - 3)^3(x + 1)^3 = (x - 3)(x - 1)q(x) + mx + n$$

- $x = 3: (1)(2)^2 + 0 = 0 + 3m + n \Rightarrow 3m + n = 4 \dots (1)$

$$\bullet \quad x = 1: 0 + (-2)^3(2)^3 + 0 = 0 + m + n \Rightarrow m + n = -64 \dots (2)$$

De (1) y (2): $m = 34 \wedge n = -98 \Rightarrow r(x) = 34x - 98$

$\therefore$ El término independiente de $r(x)$ es -98 .

Rpta.: E

5. Al efectuar la siguiente división:

$$\frac{(m+1)x^4 + 16x^2 + 9 - nx^3}{3x^2 + 2 + x}, \text{ con } x \in \mathbb{Z}^+$$

Se obtiene un resto igual a $(4x^2 - x + 3)$. Determine el producto de m y n .

A) 12

B) 6

C) 5

D) 10

E) 8

Solución:

Por el algoritmo de la división:

$$(m+1)x^4 + 16x^2 + 9 - nx^3 = (3x^2 + x + 2)q(x) + (4x^2 - x + 3)$$

$$\rightarrow (m+1)x^4 - nx^3 + 16x^2 + x + 9 = (3x^2 + x + 2)q(x) + (4x^2 - x + 3) \quad (\text{división exacta})$$

Por Horner invertido

2	6	1	12	$-n$	$m+1$
		-3	-9		
-1			1	3	
-3				-2	-6
	3	-1	2	0	0

Luego:

- $-n + 3 - 2 = 0 \Rightarrow n = 1$
- $m + 1 - 6 = 0 \Rightarrow m = 5$

$\therefore$ El producto de m y n es 5.

Rpta.: C

6. Una empresa celebra su aniversario el " r " de junio de cada año, siendo " r " el resto que se obtiene al dividir

$$\frac{x^{22} - 512x^{13} - x^5 - 16x - 15}{x^2 + 2x + 4}$$

determine el día del mes de junio que la empresa celebra su aniversario.

A) 11

B) 14

C) 21

D) 17

E) 9

Solución:

Por el Algoritmo de la división:

$$x^{22} - 512x^{13} - x^5 - 16x - 15 = (x^2 + 2x + 4)q(x) + r(x)$$

$$(x^{22} - 512x^{13} - x^5 - 16x - 15)(x - 2) = (x^2 + 2x + 4)(x - 2)q(x) + r(x)(x - 2)$$

$$(x^{22} - 512x^{13} - x^5 - 16x - 15)(x - 2) = (x^3 - 8)q(x) + r(x)(x - 2)$$

Por el teorema del resto: $x^3 - 8 = 0 \Rightarrow x^3 = 8$

$$r(x)(x - 2) = ((x^3)^7 x - 512(x^3)^4 x - x^3(x^2) - 16x - 15)(x - 2)$$

$$r(x)(x - 2) = (8^7 x - 512(8^4)x - 8(x^2) - 16x - 15)(x - 2)$$

$$r(x) = \frac{(-8x^2 - 16x - 15)(x - 2)}{(x - 2)} = -8x^2 - 16x - 15 = -8 \underbrace{(x^2 + 2x)}_{(-4)} - 15 = 17$$

 $\therefore r = 17$ y la empresa celebra su aniversario el día 17 del mes de junio.**Rpta.: D****Lea el siguiente texto y responda la pregunta 7 y 8**

En una institución educativa, se encuentran matriculados una cierta cantidad de estudiantes representado por $p(x) = 3x^4 + 10x^3 - 9x + 5$; además, esta institución cuenta con solo $(x^2 + 2x - 1)$ aulas para el dictado de clases, siendo $x > 1$. Si dos de las aulas no se encuentran del todo habilitadas para el dictado de clases, sino para uso administrativo, se tendría que cada aula restante, a parte con contar con la misma cantidad de alumnado, estaría en su capacidad máxima y, a pesar de ello, habría 11 estudiantes aún sin aulas destinadas.

7. Determine la expresión que representa la capacidad máxima del aula.

A) $3x^2 + 4x + 1$

B) $3x^2 - x - 5$

C) $3x^2 + 4x - 1$

D) $3x^2 - 2x + 5$

E) $3x^2 - 4x + 2$

Solución:Número de aulas habilitadas: $x^2 + 2x - 1 - 2 = x^2 + 2x - 3$

Dividiendo por Horner:

1	3	10	0	-9	5
-2		-6	9		
3			-8	12	
				-2	3
	3	4	1	1	8

∴ La expresión que representa la capacidad máxima del aula es: $q(x) = 3x^2 + 4x + 1$.

Rpta.: A

8. Si se llega habilitar 1 aula más, ¿cuántos jóvenes más se deberían matricular en la institución para cubrir el aula a su máxima capacidad?

A) 39 B) 24 C) 29 D) 34 E) 27

Solución:

Por dato el resto: $r(x) = x + 8 = 11 \rightarrow x = 3$

Luego, la capacidad máxima del aula es: $q(3) = 3(3)^2 + 4(3) + 1 = 40$

∴ Deberían matricularse: $40 - 11 = 29$ jóvenes más, para que el aula llegue a su máxima capacidad.

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Si el resto que se obtiene al dividir el cociente con el residuo obtenido en la siguiente división:

$$\frac{8x^5 + 6x^4 - 3x^3 + 10x^2 + 4x - 8}{4x^2 + x - 2}, \text{ con } x \in \mathbb{Z}^+$$

representa el peso en kg de un niño; determine el peso de un segundo niño, sabiendo que, al subir juntos en una balanza, se registra un total de 48 kg.

A) 23 B) 29 C) 25 D) 31 E) 26

Solución:

Dividiendo por Horner:

4	8	6	-3	10	4	-8
		-2	4			
-1			-1	2		
2				0	0	
					-3	6
	2	1	0	3	1	-2

Del esquema tenemos: $q(x) = 2x^3 + x^2 + 3$ y $r(x) = x - 2$

Por el Teorema del resto:

Peso del primer niño: $q(2) = 2(2)^3 + (2)^2 + 3 = 23$ kg

∴ El peso del segundo niño es: $48 - 23 = 25$ kg.

Rpta.: C

2. En un taller de confección se llegaron a producir $(8x^4 + 14x^3 - 5x^2 + nx + 39)$ camisetas, de las cuales se distribuirán equitativamente entre las $(2x + 5)$ tiendas de una galería, con $x \in \mathbb{Z}^+$. Determine la expresión que representa el número de polos que se entregaría a cada tienda, sabiendo que 4 camisetas quedarán en el taller.

- A) $8x^3 - 6x^2 + 10x - 14$ B) $4x^3 - 3x^2 + 5x + 7$ C) $4x^3 + 3x^2 + 5x - 1$
D) $4x^3 - 2x^2 + 5x - 7$ E) $8x^3 - 6x^2 + 10x + 14$

Solución:

Efectuando la división por Ruffini:

	8	14	- 5	n	39
$-\frac{5}{2}$		- 20	15	- 25	$-\frac{5}{2}(n - 25)$
	8	- 6	10	$n - 25$	4
$\div 2$	4	- 3	5	$\frac{(n-25)}{2}$	

Del esquema tenemos que:

$$39 - \frac{5}{2}(n - 25) = 4 \Rightarrow n - 25 = 14$$

$\therefore$ Se entregaría a cada tienda $(4x^3 - 3x^2 + 5x + 7)$ polos.

Rpta.: B

3. Sea $p(x)$ un polinomio de grado 3, tal que al ser dividido separadamente por $(x^2 + 1)$ y por $(x - 2)$ da como restos 3 y 28 respectivamente; además, el término independiente de $p(x)$ es 12. Determine la suma de coeficientes del polinomio $p(x)$.

- A) 18 B) 22 C) 17 D) 15 E) 24

Solución:

Del dato y por el algoritmo de la división: $p(x) = (x^2 + 1)q(x) + 3$.

Como $p(x)$ es de grado 3, entonces $q(x)$ es de grado 1. Luego:

$$p(x) = (x^2 + 1)(mx + n) + 3$$

De los demás datos y por el Teorema del resto, se tiene:

- $p(2) = (2^2 + 1)(2m + n) + 3 = 28 \rightarrow 2m + n = 5 \dots (1)$
- $p(0) = (0^2 + 1)(0 + n) + 3 = 12 \rightarrow n = 9$, luego en (1): $m = -2$

Es ahí donde, $p(x) = (x^2 + 1)(-2x + 9) + 3$

$\therefore$ La suma de coeficientes es: $p(1) = (1^2 + 1)(-2(1) + 9) + 3 = 17$.

Rpta.: C

4. Si la suma de cifras del resto, que se obtiene al efectuar la siguiente división,

$$\frac{[3x^2(x^2 - 2x + 1) - 5](x^6 - 3x^5 + 3x^4 - x^3 + 35)}{x^2 - x + 3}$$

representa la medida en m de una de las dimensiones de un rectángulo. Determine el área del rectángulo, sabiendo que la otra dimensión mide 8m menos que la primera.

- A) 48 m^2 B) 84 m^2 C) 105 m^2 D) 128 m^2 E) 240 m^2

Solución:

Sea $D(x)$ el dividendo. Entonces:

$$D(x) = [3x^2(x - 1)^2 - 5][x^3(x^3 - 3x^2 + 3x - 1) + 35]$$

$$D(x) = [3(x^2 - x)^2 - 5][x^3(x - 1)^3 + 35]$$

$$D(x) = [3(x^2 - x)^2 - 5][(x^2 - x)^3 + 35]$$

Por el Teorema del resto:

$$x^2 - x + 3 = 0 \rightarrow x^2 - x = -3$$

$$\text{resto} = [3(-3)^2 - 5][(-3)^3 + 35] = 22(8) = 176$$

$$\text{Primera dimensión: } 1 + 7 + 6 = 14 \text{ m}$$

$$\text{Segunda dimensión: } 14 - 8 = 6 \text{ m}$$

∴ El área de rectángulo es 84 m^2 .

Rpta.: B

5. Al dividir $p(x) = (x + 7)^{2026} + 4(x + 6)^4 + 5$ por $d(x) = x^2 + 14x + 48$, se obtiene como resto y cociente a $r(x)$ y $q(x)$, respectivamente. Dar como respuesta el resto que se obtiene al dividir de $r(x)$ entre $(x + 5)$.

- A) 11 B) -34 C) -12 D) 13 E) -26

Solución:

$$\text{Como } \text{grad}[d(x)] = 2 \Rightarrow r(x) = mx + n$$

$$\text{Además, } x^2 + 14x + 48 = (x + 8)(x + 6)$$

Por el algoritmo de la división, se tiene:

$$(x + 7)^{2026} + 4(x + 6)^4 + 5 = (x + 8)(x + 6)q(x) + mx + n \dots (*)$$

$$\text{Para } x = -8 \text{ en } (*): 1 + 64 + 5 = 0 - 8m + n \rightarrow 70 = -8m + n \dots (1)$$

$$\text{Para } x = -6 \text{ en } (*): 1 + 0 + 5 = 0 - 6m + n \rightarrow 6 = -6m + n \dots (2)$$

$$\text{De (1) y (2): } m = -32 \wedge n = -186$$

$$\text{Luego: } r(x) = -32x - 186$$

Luego, al dividir:

$$\frac{r(x)}{(x + 5)}$$

Por el Teorema del resto:

$$\therefore \text{El resto es: } r(-5) = -32(-5) - 186 = -26.$$

Rpta.: E

6. Una asociación recaudó en total $(mx^5 - nx^4 + 2px^3 + 5x + 24)$ soles, para la compra de kits escolares, y distribuirlos entre un centenar de familias de bajos recursos. Si cada kit costo $(2x^3 - x^2 + 4x + 3)$, quedando aún un monto de $(x + 3)$ soles, con $x \in \mathbb{Z}^+$. Determine cuánto dinero faltaría para la compra de un kit adicional.

A) 54 soles B) 64 soles C) 62 soles D) 51 soles E) 57 soles

Solución:

Por el Algoritmo de la división, se tiene:

$$mx^5 - nx^4 + 2px^3 + 5x + 24 = 100(2x^3 - x^2 + 4x + 3) + x + 3$$

Luego, se tiene la división exacta

$$mx^5 - nx^4 + 2px^3 + 4x + 21 = 100(2x^3 - x^2 + 4x + 3)$$

Efectuando la división por Horner inverso:

3	21	4	0	2p	-n	m
-4		-28	7	-14		
1		-24	32	-8	16	
-2			39	-52	13	-26
	7	-8	13	0	0	0

Del esquema tenemos:

- $2p - 14 - 8 - 52 = 0 \Rightarrow p = 37$
- $-n + 16 + 13 = 0 \Rightarrow n = 29$
- $m - 26 = 0 \Rightarrow m = 26$

Además, por dato, $q(x) = 13x^2 - 8x + 7 = 100 \Rightarrow (13x + 31)(x - 3) = 0$

Como $x \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow x = 3$.

Luego, queda $x + 3 = 6$ soles

Y el precio de cada kit escolar es: $2(3)^3 - 3^2 + 4(3) + 3 = 60$ soles

$\therefore$ Faltaría $60 - 6 = 54$ soles para un kit adicional.

Rpta.: A

7. Halle el residuo de la división

$$\frac{x^{13} + 27x^{10} + x^5 + 6x^3 + 81x + 3}{x^2 - 3x + 9}.$$

- A) 72 B) 45 C) 84 D) 49 E) 65

Solución:

Por el Algoritmo de la división:

$$x^{13} + 27x^{10} + x^5 + 6x^3 + 81x + 3 = (x^2 - 3x + 9)q(x) + r(x)$$

$$(x^{13} + 27x^{10} + x^5 + 6x^3 + 81x + 3)(x + 3) = (x^2 - 3x + 9)(x + 3)q(x) + r(x)(x + 3)$$

$$(x^{13} + 27x^{10} + x^5 + 6x^3 + 81x + 3)(x + 3) = (x^3 + 27)q(x) + r(x)(x + 3)$$

Por el teorema del resto: $x^3 + 27 = 0 \Rightarrow x^3 = -27 \wedge x^2 - 3x = -9$

$$r(x)(x + 3) = [(x^3)^4x + 27(x^3)^3x + x^3(x^2) + 6x^3 + 81x + 3](x + 3)$$

$$r(x)(x + 3) = (27^4x + 27(-27^3)x - 27(x^2) + 6(-27) + 81x + 3)(x + 3)$$

$$r(x) = \frac{(-27x^2 + 81x - 159)(x + 3)}{(x + 3)} = -27x^2 + 81x - 159 = -27 \underbrace{(x^2 - 3x)}_{(-9)} - 132 = 84$$

$$\therefore r(x) = 84.$$

Rpta.: C

8. Un estudiante ahorró en total $(4x^5 + 8x^4 + 5x^3 + 3x^2 + 4x)(x - 2)$ soles, y destina para sus gastos diarios $(2x^3 - 3x^2 - 2x)$ soles. Determine la expresión que representa el número de días que tendrá para sus gastos.

- A) $2x^3 - 6x^2 + x + 2$ B) $4x^3 - x^2 + x + 2$ C) $2x^3 + 3x^2 + 5x - 2$
D) $2x^3 + 3x^2 + x + 1$ E) $4x^3 + 6x^2 + 2x + 1$

Solución:

El número de días está representado por el cociente que se obtiene al efectuar la siguiente división:

$$\frac{(4x^5 + 8x^4 + 5x^3 + 3x^2 + 4x)(x - 2)}{(2x^3 - 3x^2 - 2x)} = \frac{(4x^4 + 8x^3 + 5x^2 + 3x + 4)x(x - 2)}{(2x + 1)x(x - 2)}$$

Simplificando, se tiene:

$$\frac{4x^4 + 8x^3 + 5x^2 + 3x + 4}{2x + 1}$$

Efectuando la división por Ruffini:

	4	8	5	3	4
$-\frac{1}{2}$		-2	-3	-1	-1
	4	6	2	2	3
$\div 2$	2	3	1	1	

∴ La expresión que representa el número de días que tendrá para sus gastos es:

$$2x^3 + 3x^2 + x + 1$$

Rpta.: D

TRIGONOMETRÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Si $8\sin\beta = 7\sin\theta$ y $5\cos\beta = 7\sqrt{2}\cos\theta$, halle $30\tan^2\beta$.

A) 80 B) 73 C) 60 D) 93 E) 82

Solución:

Del dato, tenemos:

$$8\sqrt{2}\sin\beta = 7\sqrt{2}\sin\theta$$

Elevando al cuadrado y sumando, obtenemos

$$(8\sqrt{2}\sin\beta)^2 + (5\cos\beta)^2 = (7\sqrt{2}\sin\theta)^2 + (7\sqrt{2}\cos\theta)^2$$

$$128\sin^2\beta + 25\cos^2\beta = 98(\sin^2\theta + \cos^2\theta)$$

$$128\tan^2\beta + 25 = 98\sec^2\beta$$

$$128\tan^2\beta + 25 = 98(\tan^2\beta + 1)$$

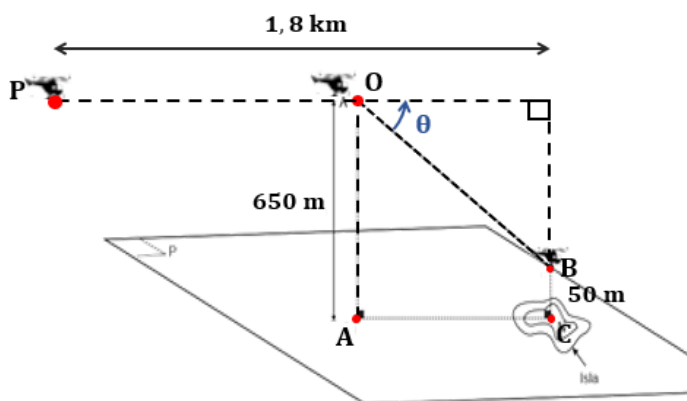
$$30\tan^2\beta = 73$$

Por lo tanto, el valor buscado es 73.

Rpta.: B

2. En la figura, se representa el trayecto de un helicóptero desde P hasta B que vuela con velocidad constante de $60\csc\theta$ m/min. Si el tiempo que le tomó en volar de P hacia O fue de 10 minutos, determine la longitud del trayecto OB.

A) 1200 m B) 640 m
C) 800 m D) 1000 m
E) 900 m



Solución:

Del gráfico, tenemos:

$$600 \csc \theta + 600 \cot \theta = 1800$$

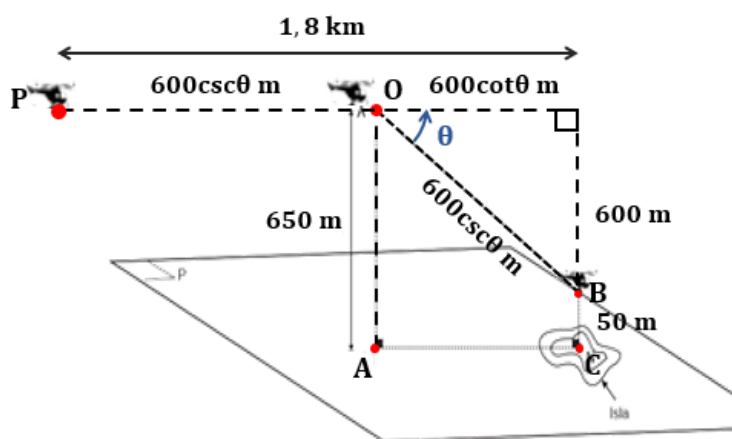
$$\Rightarrow \csc \theta + \cot \theta = 3 \dots (1)$$

$$\Rightarrow \csc \theta - \cot \theta = \frac{1}{3} \dots (2)$$

De (1) y (2), tenemos:

$$\csc \theta = \frac{5}{3}$$

Por lo tanto, la longitud del trayecto OP es 1000 m.



Rpta.: D

3. Un tubo de acero de 17,5 pies de largo es transportado por un pasillo de 6 pies de ancho. Si en determinado instante los extremos del tubo están ubicados en los puntos A y B donde $\tan \theta > 1$, determine la medida aproximada de θ .

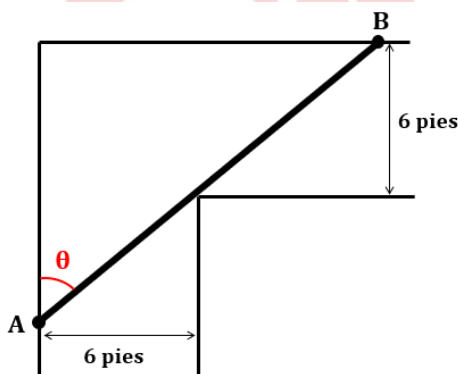
A) 53°

B) 74°

C) 60°

D) 45°

E) 67°



Solución:

Del gráfico, tenemos:

$$6 \csc \theta + 6 \sec \theta = 17,5$$

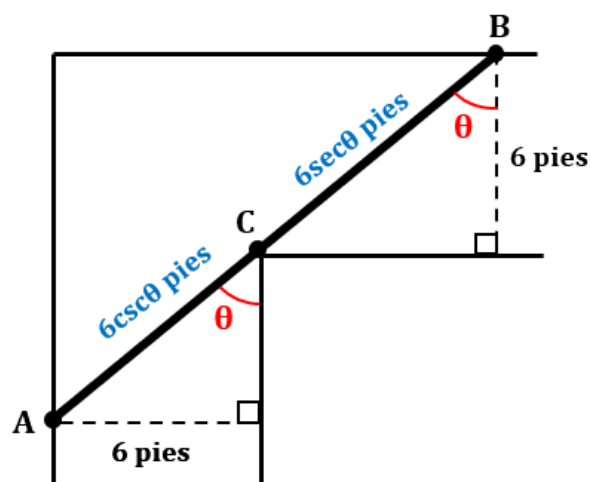
$$(\csc \theta + \sec \theta)^2 = \left(\frac{35}{12}\right)^2$$

$$\csc^2 \theta + \sec^2 \theta + 2 \csc \theta \sec \theta = \left(\frac{35}{12}\right)^2$$

$$\csc^2 \theta \sec^2 \theta + 2 \csc \theta \sec \theta + 1 = \left(\frac{35}{12}\right)^2 + 1$$

$$(\csc \theta \sec \theta + 1)^2 = \frac{37^2}{12^2}$$

$$\tan \theta + \cot \theta = \frac{25}{12}$$



$$12 \tan^2 \theta - 25 \tan \theta + 12 = 0$$

$$(4 \tan \theta - 3)(3 \tan \theta - 4) = 0$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{4}{3}$$

Por lo tanto, la medida aproximada de θ es 53° .

Rpta.: A

4. Un campesino desea cercar un pastizal con forma de triángulo rectángulo, como se representa en la figura. Si el campesino utilizó 200 metros de cerca, determine el área del pastizal en términos de θ .

A) $10000(\sec \theta + 1)(\csc \theta + 1) \text{ m}^2$

B) $10000(\sec \theta - \tan \theta)(\csc \theta + \cot \theta) \text{ m}^2$

C) $10000 \sec \theta \csc \theta (\tan \theta - \cot \theta) \text{ m}^2$

D) $10000(\sec \theta - 1)(\csc \theta - 1) \text{ m}^2$

E) $10000(\sec \theta - 1)^2 \text{ m}^2$

Solución:

Del gráfico, tenemos:

$$D + D \sin \theta + D \cos \theta = 200$$

$$\Rightarrow D = \frac{200}{1 + \sin \theta + \cos \theta}$$

Sea $S \text{ m}^2$ el área de la región, entonces

$$S = \frac{D^2}{2} \sin \theta \cos \theta$$

$$S = \frac{200^2}{2(1 + \sin \theta + \cos \theta)^2} \sin \theta \cos \theta$$

$$S = \frac{40000}{2 \times 2(1 + \sin \theta)(1 + \cos \theta)} \sin \theta \cos \theta$$

$$S = 10000 \left(\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} \right) \left(\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} \right)$$

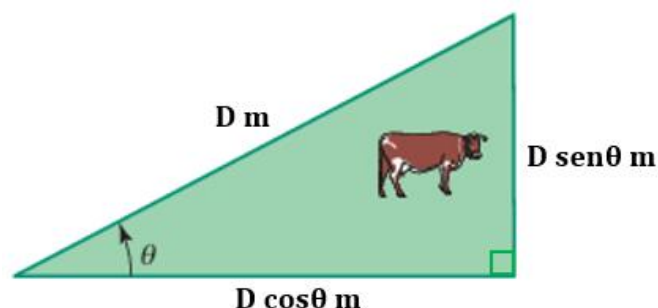
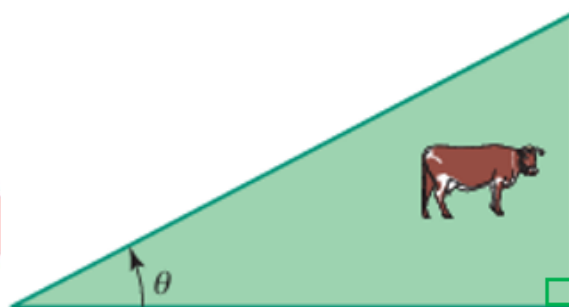
$$S = 10000 \left(\frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} \right) \left(\frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta} \right)$$

$$S = 10000(\csc \theta - \cot \theta)(\sec \theta - \tan \theta)$$

$$S = 10000(\sec \theta - 1)(\csc \theta - 1)$$

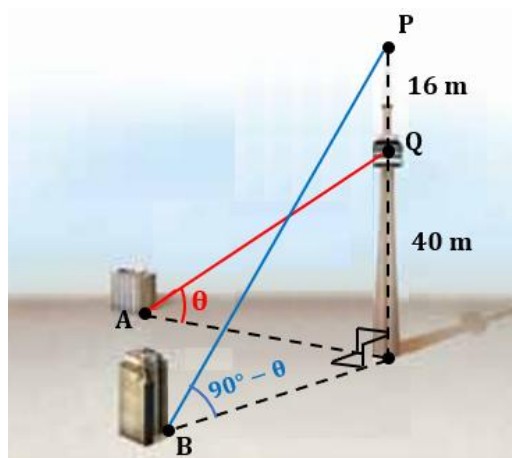
Por lo tanto, el área del pastizal es $10000(\sec \theta - 1)(\csc \theta - 1) \text{ m}^2$.

Rpta.: D



5. Desde los puntos A y B se observan los puntos Q y P con ángulos de elevación θ y $90^\circ - \theta$, respectivamente, como se representa en la figura. Determine la mínima distancia posible entre los puntos A y B.

- A) $8\sqrt{70}$ m
B) $9\sqrt{73}$ m
C) $9\sqrt{70}$ m
D) $24\sqrt{7}$ m
E) $18\sqrt{6}$ m



Solución:

Del gráfico, tenemos:

$$D^2 = 40^2 \cot^2 \theta + 56^2 \tan^2 \theta \dots (1)$$

Sabemos que

$$40^2 \cot^2 \theta + 56^2 \tan^2 \theta \geq 2\sqrt{(40^2 \cot^2 \theta)(56^2 \tan^2 \theta)}$$

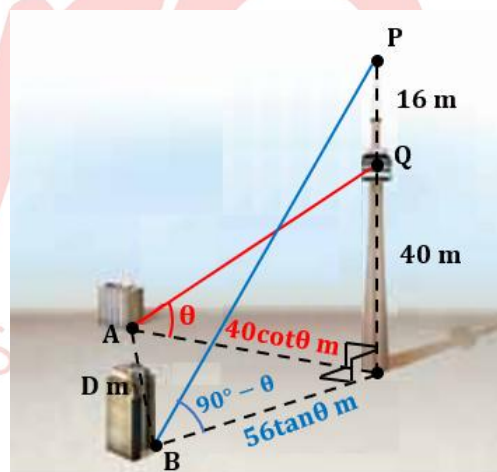
$$40^2 \cot^2 \theta + 56^2 \tan^2 \theta \geq 4480$$

De (1):

$$D^2 \geq 4480$$

$$\Rightarrow D \geq 8\sqrt{70}$$

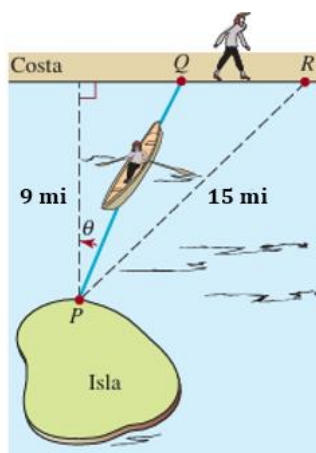
Por lo tanto, la mínima distancia entre A y B es $8\sqrt{70}$ m.



Rpta.: A

6. Una persona en una isla desea llegar a un punto R desde un punto P en la isla, como se representa en la figura. Si la persona camina sobre la costa con velocidad constante de $3 \sec(\theta) \frac{\text{mi}}{\text{h}}$ y demora 3 horas en caminar de Q hacia R, determine la velocidad a la que camina por la costa.

- A) $4,125 \frac{\text{mi}}{\text{h}}$
B) $3,125 \frac{\text{mi}}{\text{h}}$
C) $6 \frac{\text{mi}}{\text{h}}$
D) $2,5 \frac{\text{mi}}{\text{h}}$
E) $4,5 \frac{\text{mi}}{\text{h}}$



Solución:

Del gráfico, tenemos:

$$9\sec(\theta) = 12 - 9\tan(\theta)$$

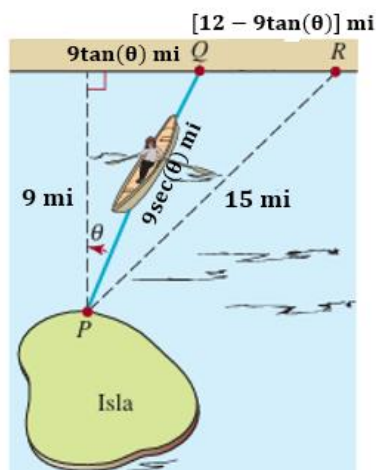
$$\Rightarrow \sec(\theta) + \tan(\theta) = \frac{4}{3} \dots (1)$$

$$\Rightarrow \sec(\theta) - \tan(\theta) = \frac{3}{4} \dots (2)$$

De (1) y (2), tenemos:

$$\sec(\theta) = \frac{25}{24}$$

Por lo tanto, la velocidad es $3,125 \frac{\text{mi}}{\text{h}}$.



Rpta.: B

7. La altura de un dron respecto al suelo está dada por $\left[\sec^2\left(\frac{x}{6}\right) + \csc^2\left(\frac{x}{6}\right) \right] \tan^2\left(\frac{x}{6}\right) \left[\cot^4\left(\frac{x}{6}\right) - \cos^6\left(\frac{x}{6}\right) \csc^4\left(\frac{x}{6}\right) \right]$ en metros donde x es el número de segundos transcurridos, $x \in [1; 7]$. Determine su altura a los π segundos.

- A) 5 m B) 6 m C) 4 m D) 3 m E) 6,5 m

Solución:

Sea $H(x)$ la altura, entonces

$$H(x) = \left[\sec^2\left(\frac{x}{6}\right) + \csc^2\left(\frac{x}{6}\right) \right] \tan^2\left(\frac{x}{6}\right) \left[\cot^4\left(\frac{x}{6}\right) - \cos^6\left(\frac{x}{6}\right) \csc^4\left(\frac{x}{6}\right) \right]$$

$$H(x) = \sec^2\left(\frac{x}{6}\right) \cdot \csc^2\left(\frac{x}{6}\right) \cdot \tan^2\left(\frac{x}{6}\right) \left[\cot^4\left(\frac{x}{6}\right) - \cos^2\left(\frac{x}{6}\right) \cot^4\left(\frac{x}{6}\right) \right]$$

$$H(x) = \sec^2\left(\frac{x}{6}\right) \cdot \csc^2\left(\frac{x}{6}\right) \cdot \tan^2\left(\frac{x}{6}\right) \cdot \cot^4\left(\frac{x}{6}\right) \left[1 - \cos^2\left(\frac{x}{6}\right) \right]$$

$$H(x) = \sec^2\left(\frac{x}{6}\right) \cdot \csc^2\left(\frac{x}{6}\right) \cdot \cot^2\left(\frac{x}{6}\right) \cdot \sin^2\left(\frac{x}{6}\right)$$

$$H(x) = \csc^2\left(\frac{x}{6}\right)$$

Luego,

$$H(\pi) = \csc^2\left(\frac{\pi}{6}\right) = 4$$

Por lo tanto, la altura a los π segundos es 4 m.

Rpta.: C

8. Se desea colocar una tabla sostenida por un caballete, de tal forma que el área de la región triangular ACB sea mínima. Determine la medida aproximada de θ que satisface la condición señalada anteriormente.

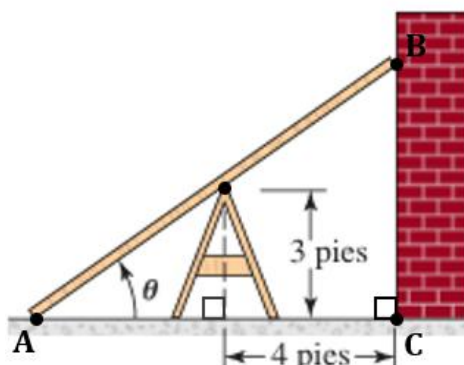
A) 23°

B) 53°

C) 37°

D) 67°

E) 74°



Solución:

Sea S pies² el área del triángulo, entonces:

$$S = \frac{1}{2}(4 + 3\cot\theta)(3 + 4\tan\theta)$$

$$S = \frac{1}{2}(16\tan\theta + 9\cot\theta + 24)$$

Sabemos que:

$$16\tan\theta + 9\cot\theta \geq 2\sqrt{(16\tan\theta)(9\cot\theta)}$$

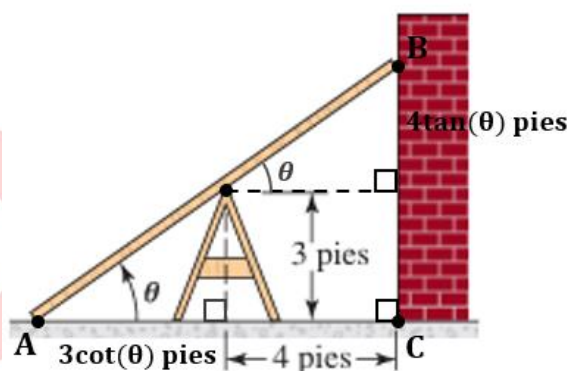
$$\Rightarrow 16\tan\theta + 9\cot\theta \geq 24$$

S es mínimo, cuando $16\tan\theta + 9\cot\theta = 24$

$$\Rightarrow (4\sqrt{\tan\theta} - 3\sqrt{\cot\theta})^2 = 0$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{3}{4}$$

Por lo tanto, la medida de aproximada de θ es 37° .



Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Si $8\sin\theta + \cos\theta = 1$, reducir $16 + 16\cos\theta$.

A) $3\sin\theta$

B) $4\sin\theta$

C) $6\sin\theta$

D) $8\sin\theta$

E) $2\sin\theta$

Solución:

Del enunciado, tenemos:

$$8\sin\theta = 1 - \cos\theta \dots(1)$$

Sea E el valor buscado, entonces

$$E = 16(1 + \cos \theta) \dots (2)$$

De (1) y (2), tenemos

$$E(8 \operatorname{sen} \theta) = 16(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta)$$

$$E = 2 \operatorname{sen} \theta$$

Rpta.: E

2. La utilidad semanal de una empresa es $[\sec^6(x) + \csc^6(x)]$ miles de soles. Si $\tan(x) + \cot(x) = 3$, determine la utilidad mensual de dicha empresa.

A) S/ 1 320 000

B) S/ 486 000

C) S/ 1 944 000

D) S/ 2 420 000

E) S/ 386 000

Solución:

Sea E miles de soles la utilidad semanal, entonces

$$E = \sec^6(x) + \csc^6(x)$$

$$E = [\sec^2(x) + \csc^2(x)][\sec^4(x) + \csc^4(x) - \sec^2(x)\csc^2(x)]$$

$$E = [\sec(x)\csc(x)]^2[(\sec^2(x) + \csc^2(x))^2 - 3\sec^2(x)\csc^2(x)]$$

$$E = [\tan(x) + \cot(x)]^2[(\tan(x) + \cot(x))^4 - 3(\tan(x) + \cot(x))^2]$$

$$E = 486$$

Por lo tanto, la utilidad mensual es S/ 1 944 000.

Rpta.: C

3. Un agricultor utilizará 440 metros de malla de alambre para cercar su terreno con forma de triángulo rectángulo. Si 1 metro de malla cuesta $\frac{1100}{61}(\operatorname{sen} \theta + \csc \theta + \cos \theta + \sec \theta)$ soles, determine lo que gastó el agricultor para cercar su terreno.

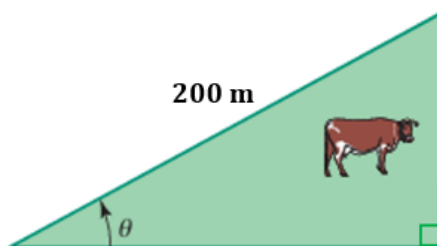
A) S/ 54 800

B) S/ 58 800

C) S/ 52 800

D) S/ 60 800

E) S/ 64 800



Solución:

Del gráfico, tenemos

$$200 + 200\sin\theta + 200\cos\theta = 440$$

$$\Rightarrow \sin\theta + \cos\theta = 1,2 \dots (1)$$

De (1):

$$(\sin\theta + \cos\theta)^2 = (1,2)^2$$

$$\Rightarrow \sin\theta\cos\theta = 0,22 \dots (2)$$

Sea C soles el costo de 1 metro de malla, entonces

$$C = \frac{1100}{61} (\sin\theta + \csc\theta + \cos\theta + \sec\theta)$$

$$C = \frac{1100}{61} \left(\sin\theta + \cos\theta + \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sin\theta\cos\theta} \right)$$

$$C = 120$$

Por lo tanto, lo que gastó el agricultor fue S/ 52 800.

Rpta.: C

4. La utilidad de una empresa de electrodomésticos está dada por la expresión $16\sec^2 x + 64\tan x + 96$ en miles de soles donde x es el número de decenas de meses transcurridos, $x \in \left[0; \frac{\pi}{4} \right]$. Determine la máxima utilidad de la empresa.

A) S/ 178 000

B) S/ 179 000

C) S/ 187 000

D) S/ 176 000

E) S/ 196 000

Solución:

Del enunciado, tenemos:

$$E = 16(1 + \tan^2 x) + 64\tan x + 96$$

$$E = 16\tan^2 x + 64\tan x + 112$$

$$E = 16(\tan x + 2)^2 + 32$$

Como $0 \leq \tan x \leq 1$

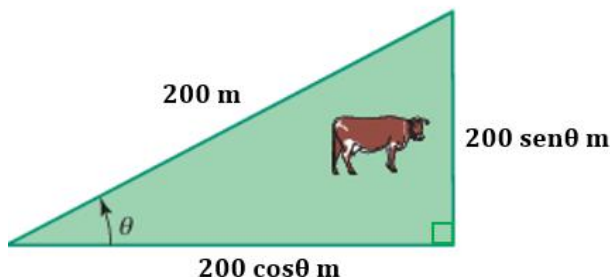
$$\Rightarrow 2 \leq \tan x + 2 \leq 3$$

$$\Rightarrow 4 \leq (\tan x + 2)^2 \leq 9$$

$$\Rightarrow 96 \leq (\tan x + 2)^2 \leq 176$$

Por tanto, la máxima utilidad de la empresa es S/ 176 000.

Rpta.: D





5. Si $\sec^2 \theta = \frac{2 \cos^2 \theta}{(1 + \sin \theta - \cos \theta)^2} + 1$ donde $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, halle $\cot \theta$.

A) 1,5 B) 3 C) 2 D) 1 E) 2,5

Solución:

Del enunciado, tenemos:

$$\sec^2 \theta - 1 = \frac{2(1 - \sin^2 \theta)}{2(1 + \sin \theta)(1 - \cos \theta)}$$

$$\frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}{(1 + \sin \theta)(1 - \cos \theta)}$$

$$\sin^2 \theta - \sin^2 \theta \cos \theta - \cos^2 \theta + \sin \theta \cos^2 \theta = 0$$

$$(\sin \theta - \cos \theta)(\sin \theta + \cos \theta) - \sin \theta \cos \theta (\sin \theta - \cos \theta) = 0$$

$$(\sin \theta - \cos \theta)(\sin \theta + \cos \theta - \sin \theta \cos \theta) = 0$$

$$\sin \theta - \cos \theta = 0$$

$$\cot \theta = 1$$

Rpta.: D

6. El costo de una refrigeradora está determinado por la expresión $1200 \left(\frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{\sec x + \csc x} \right) \left(\frac{\tan x + \cot x}{1 - \sin x \cos x} \right)$ en soles. Determine el costo de la refrigeradora.

A) S/ 1 200 B) S/ 2 480 C) S/ 2 500 D) S/ 2 600 E) S/ 2 450

Solución:

Sea C soles el costo de la refrigeradora, entonces

$$C = 1200 \left(\frac{(\sin x + \cos x)(\sin^2 x + \cos^2 x - \sin x \cos x)}{\frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin x}} \right) \left(\frac{\sec x \csc x}{1 - \sin x \cos x} \right)$$

$$C = 1200 \left(\frac{(\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cos x)}{\frac{\sin x + \cos x}{\sin x \cos x}} \right) \left(\frac{\sec x \csc x}{1 - \sin x \cos x} \right)$$

$$C = 1200 \sin x \cos x \sec x \csc x$$

$$C = 1200$$

Por lo tanto, el costo de la refrigeradora es S/ 1 200.

Rpta.: A



7. El costo de una licuadora es $60 \sec x \csc x$ soles, donde x es un ángulo agudo. Si $\tan^4 x + \cot^4 x = 527$, determine el costo de dicha licuadora.
- A) S/ 300 B) S/ 280 C) S/ 250 D) S/ 180 E) S/ 240

Solución:

Tenemos:

$$\tan^4 x + \cot^4 x + 2 \tan^2 x \cot^2 x = 527 + 2$$

$$(\tan^2 x + \cot^2 x)^2 = 23^2$$

$$(\tan x + \cot x)^2 = 5^2$$

$$\sec x \csc x = 5$$

Por lo tanto, el costo de la licuadora es S/ 300.

Rpta.: A

LENGUAJE

EJERCICIOS DE CLASE

1. En la lengua española, las palabras polisilábicas presentan una sílaba tónica; según donde esta se ubica, ellas se clasifican en agudas, graves, esdrújulas y sobresdrújulas. Tomando en cuenta lo afirmado, marque la opción en la que hay mayor número de palabras agudas.
- A) Ustedes son el orgullo de nuestra nación.
B) Aquí publican todas las cartas de lectores.
C) El truhan robó dinero de la caja registradora.
D) Este es el guion elegido en esta obra, Rubén.
E) Señor, no deje pasar esta gran oportunidad.

Solución:

Las palabras agudas son *señor, pasar y oportunidad*.

Rpta.: E

2. De acuerdo con las reglas de acentuación escrita vigentes, prescritas por la RAE, en algunas palabras se grafica el acento mediante la tilde. Considerando ello, determine el número de tildes que se ha omitido en el siguiente texto.

La chirimoya por su contenido en vitamina C facilita la curacion de numerosas enfermedades reumaticas, artriticas, digestivas (enteritis y gastritis), ademas de ejercer accion antioxidante y ser muy util para combatir resfriados. Esta vitamina, a su vez, interviene en la formacion de colageno, huesos, dientes, globulos rojos y favorece la absorcion de hierro de los alimentos y la resistencia a las infecciones.

A esta fruta se le atribuye tambien una accion equilibradora del sistema nervioso, por lo que constituiria un excelente ansiolitico y tranquilizante, muy adecuado para el tratamiento de personas compulsivas.

- A) Catorce B) Doce C) Quince D) Dieciséis E) Trece

Solución:

Las palabras que requieren tilde son catorce: *curación, además, acción, formación, absorción, también, acción* (agudas), *reumáticas, artríticas, colágeno, glóbulos, ansiolítico* (esdrújulas), *útil* (grave o llana) y *constituiría* (hiato acentual).

Rpta.: A

3. La palabra grave o llana es aquella cuya sílaba tónica se ubica en la penúltima posición. De acuerdo con ello, señale la opción que presenta mayor número de esta clase de palabra.

- A) Esta información era muy importante, José.
- B) Aquella reja tenía un candado algo oxidado.
- C) Yo organizaré ahora una reunión con todos.
- D) Aquel ángel es el emblema de la metrópoli.
- E) Mónica, duermo oyendo la lluvia nocturna.

Solución:

Las palabras *aquella, reja, tenía, candado, algo* y *oxidado* son graves porque presentan la sílaba tónica en el penúltimo lugar.

Rpta.: B

4. El acento ortográfico se representa en las palabras de acuerdo con las reglas de acentuación ortográfica o tildación general y especial. Considerando lo afirmado, marque la alternativa en la que se ha aplicado correctamente las reglas de acentuación ortográfica.

- A) Ayer se han publicado veintidos monografías.
- B) En esa laguna, podrás pescar pejerréy y carpa.
- C) Han construido una piscina olímpica temperada.
- D) El íglu es un refugio circular con forma de cúpula.
- E) Apareció un arcoíris el miércoles 31 de diciembre.

Solución:

La palabra *apareció* se tilda por ser aguda terminada en vocal; *arcoíris*, por ser un caso de hiato acentual y *miércoles*, por ser esdrújula.

Rpta.: E

5. Los pronombres *qué, quién, cómo, cuándo, cuánto*, etc., se escriben con tilde diacrítica cuando tienen sentido interrogativo o exclamativo de forma directa o indirecta. Considerando lo indicado, complete los espacios en blanco con las palabras adecuadas.

- A) La pulsera_____ te obsequió es de plata. (qué / que)
- B) En este país, _____ inseguridad hay. (cuánta / cuanta)
- C) _____ lo arresten inmediatamente. (Que / Qué)
- D) ¿A _____ hora saldrás hoy? No lo sé. (qué / que)
- E) Gisella, te esperé _____ me dijiste. (donde/ dónde)

Rpta.: A) que B) cuánta C) Que D) qué E) donde

6. La tilde diacrítica se emplea para diferenciar palabras con idéntica escritura, pero distinta función gramatical. Según lo señalado, ¿qué enunciados presentan adecuado uso de las reglas de tildación diacrítica?

- I. Aún no hemos hablado con él, Elizabeth.
- II. Esto fue una celebración de fé, hermanos.
- III. Te compré, hijo, un juego de mesa para tí.
- IV. Mi respuesta a todas las preguntas fue sí.

A) III y IV B) II y III C) I y II D) II y IV E) I y IV

Solución:

La palabra *aún* se tilda porque es adverbio de tiempo; *él*, un pronombre personal y *sí*, adverbio de afirmación.

Rpta.: E

7. Lea el siguiente enunciado e indique la alternativa que presenta la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F).

El torax tambien recibe el nombre de pecho y contiene los organos principales de la respiracion y de la circulacion. El corazon bombea sangre a todas las partes del cuerpo a traves de su arteria principal, la aorta. Los pulmones abastecen de oxigeno a las celulas del cuerpo y eliminan el dioxido de carbono.

- I. Las palabras que requieren acento escrito son once. ()
- II. Hay dieciocho palabras graves o llanas. ()
- III. Dos palabras corresponden a casos de tildación diacrítica. ()
- IV. Presenta cinco palabras agudas y tres esdrújulas. ()

A) FVFV B) VFVF C) FVFF D) VFVV E) VFFF

Solución:

- I. Las palabras que requieren acento escrito son diez: *tórax, también, órganos, respiración, circulación, corazón, través, oxígeno, células* y *dióxido*.
- II. Hay dieciocho palabras graves o llanas: *tórax, recibe, nombre, pecho, contiene, principales, bombea, sangre, todas, partes, cuerpo, arteria, aorta, pulmones, abastecen, cuerpo, eliminan* y *carbón*.
- III. Ninguna palabra presenta casos de tildación diacrítica.
- IV. Hay seis palabras agudas: *también, respiración, circulación, corazón, través* y *principal* y tres esdrújulas: *oxígeno, células* y *dióxido*.

Rpta.: C

8. El adverbio *aún* se escribe con tilde cuando se puede sustituir por *todavía*; *aun* sin tilde cuando significa *incluso, hasta o (ni) siquiera*. De acuerdo con lo indicado, señale la opción en la que *aun* debe tildarse.

- A) Ni aun de esa forma, ganaron el torneo.
- B) Raúl, aun tus adversarios, te admiran.
- C) Aun ella en sueños, habla de ustedes.
- D) Iré a verte aun cuando no me lo pidas.
- E) Aun no ha llegado el pedido que hice.

Solución:

En la alternativa correcta, la palabra *aún* equivale al adverbio temporal *todavía*; por ello, debe tildarse para diferenciarla de *aun* equivalente a *hasta* o *incluso*.

Rpta.: E

9. En la lengua española, en algunos casos, el acento se representa mediante la tilde de acuerdo con normas ortográficas vigentes. Según lo señalado, marque la alternativa donde hay uso correcto del acento escrito.

- I. Ese capitán había sido dibujante de cómics.
- II. El niño realizó en su cuaderno líneas zígzag.
- III. La tela blanca es 100 % poliestér y corduroy.
- IV. Posee el récord mundial en salto de longitud.

- A) I y IV B) II y IV C) I y II D) II y III E) III y IV

Solución:

Según las normas vigentes establecidas por la RAE, la palabra *capitán* se tilda por ser aguda que termina en la consonante *n*; *había*, hiato acentual; *cómics* y *récord*, graves que terminan en grupo consonántico.

Rpta.: A

10. Para la representación del acento escrito en las palabras constituidas por dos o más elementos, se toma en cuenta si sus formantes están fusionados o separados por guion. Considerando las reglas ortográficas vigentes propuestas por la RAE, elija la alternativa en la que se presenta palabras compuestas correctamente tildadas.

- A) Se desplazaba sutilmente en otras direcciones.
- B) Ana propuso un segundo taller teórico-práctico.
- C) Te convertirás en el hazmerreír de la reunión.
- D) Superior, es el décimoséptimo arresto del día.
- E) Aquel piloto lleva un paracaidás automático.

Solución:

La palabra compuesta correctamente tildada por ser un caso de hiato acentual es *hazmerreír*.

Rpta.: C

11. De acuerdo con la *Ortografía de la lengua española*, (2010), los extranjerismos crudos o no adaptados deben escribirse en letra cursiva, o bien entre comillas, y sin tilde; en cambio, algunos de estos términos adaptados se escriben en letra redonda y se someten a las reglas de acentuación gráfica del español. Según lo señalado, ¿en qué enunciado estas palabras subrayadas requieren de acentuación escrita?

- I. Necesita un baipás con bastante urgencia.
- II. Mi tía hace el mejor espagueti de la ciudad.
- III. Gerardo, puedes remitir tu currículum hoy.
- IV. El histórico bulevar se ubica a 200 metros.

- A) I y IV B) II y IV C) I y III D) II y III E) I y II



Solución:

Los extranjerismos adaptados que se escriben según la normativa de la lengua española con tilde son «baipás» por ser aguda y «currículum», esdrújula. Las demás opciones no se escriben con acento escrito.

Rpta.: C

12. Complete el sentido de los enunciados escribiendo en los espacios en blanco las formas **porque, porqué, por que o por qué**.

- A) Las leyes _____ nos regimos son algo antiguas.
B) Comisario, desconocemos el _____ lo hizo.
C) No sé _____ no contrató un asesor legal.
D) Hizo cuanto pudo _____ sus hijas viajen a Francia.
E) Lo sé _____ Kiara misma me narró lo sucedido.

Solución:

Porqué es un sustantivo que equivale a *causa, motivo o razón*; **por que** es la secuencia de preposición más un pronombre relativo, **por qué** tiene valor interrogativo, **por que** equivalente a *para que* y **porque** como conjunción causal.

Rpta.:

- A) por que B) porqué C) por qué D) por que E) porque

LITERATURA

EJERCICIOS DE CLASE

1. ¿Cuál de las siguientes alternativas contiene una afirmación que se refiere al estilo barroco presente en la novela *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*, de Miguel de Cervantes Saavedra?

- A) El Quijote evoca a Dulcinea, una mujer que solo existe en su imaginación.
B) La visión del Quijote y Sancho se relacionan de manera contrapuesta.
C) La novela apela a refranes y sentencias para recrear el habla de Sancho.
D) El personaje del Quijote imita a los héroes de las novelas de caballería.
E) Sancho Panza representa a la clase popular de la España del siglo XVI.

Solución:

El estilo barroco en la novela se aprecia a través de la contradicción de los personajes principales, cuyas características opuestas llevan a enfrentar sus puntos de vista constantemente.

Rpta.: B

2. Marque la alternativa que contiene los enunciados correctos respecto a los sucesos desarrollados durante la primera salida del protagonista de la novela *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*, de Miguel de Cervantes Saavedra.

- I. Alonso Quijano, enloquecido, sale de su aldea y se hace armar caballero.
II. El hidalgo toma la decisión de ayudar a un pastor que estaba siendo azotado.
III. Don Quijote anima a Sancho para ser su escudero prometiéndole una gobernación.
IV. Como parte de una trampa, Quijote es enjaulado y llevado de vuelta a la Mancha.

- A) I y IV B) I y II C) Solo III D) II y III E) I, II y IV

Solución:

I. Al iniciar la novela, el narrador cuenta que el personaje ha perdido la razón por leer novelas de caballería. (V) II. Don Quijote decide ayudar a un joven pastor llamado Andrés, quien estaba siendo azotado por su amo. (V) III. Don Quijote convence a Sancho Panza, para que lo acompañe, prometiéndole el gobierno de una ínsula. Este episodio es parte de la segunda salida. (F) IV. El cura y el barbero organizan una trampa para llevarlo de vuelta a casa, engañándolo para que entre en una jaula. Este episodio también es parte de la segunda salida. (F). Por lo tanto, son correctos los enunciados I y II.

Rpta.: B

3. ¿Qué tema de la novela *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*, de Miguel de Cervantes, se aprecia a partir de la lectura del siguiente fragmento de la obra?

—Mire vuestra merced —respondió Sancho— que aquellos que allí se parecen no son gigantes, sino molinos de viento...
—Bien parece —respondió don Quijote— que no estás cursado en esto de las aventuras; ellos son gigantes.

- A) La exaltación permanente de los valores heroicos de los caballeros andantes
B) La crítica firme a las costumbres sociales propias del contexto histórico español
C) La representación continua de conflictos sociales entre distintos grupos humanos
D) La oposición entre el idealismo quijotesco y el realismo pragmático de Sancho
E) La descripción detallada de la vida rural dentro de la España del Siglo de Oro

Solución:

El fragmento evidencia el contraste entre la visión idealista de don Quijote y la perspectiva realista y práctica de Sancho, lo que constituye el eje temático central de la obra.

Rpta.: D

4. Ya soy enemigo de Amadís de Gaula y de toda la infinita caterva de su linaje; ya me son odiosas todas las historias profanas de la andante caballería; ya conozco mi necedad y el peligro en que me pusieron haberlas leído; ya, por misericordia de Dios escarmentando en cabeza propia, las abomino.

Con respecto al fragmento citado de *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*, es correcto afirmar que, a través de este, se ilustra la _____ que experimenta _____.

- A) sanchificación – don Quijote
B) quijotización – Sancho Panza
C) idealización – Dulcinea
D) enajenación – el protagonista
E) cordura – el leal escudero

Solución:

En el fragmento citado, se puede apreciar cómo don Quijote reniega de las novelas de caballería y reconoce su pasada locura. Esta secuencia, muestra el proceso de sanchificación que atraviesa el personaje en la segunda parte de la novela.

Rpta.: A

5. *Pasaba arrolladora en su hermosura
y el paso le dejé;
ni aun a mirarla me volví, y, no obstante,
algo a mi oído murmuró: "esa es".*

¿Cuál es el tema desarrollado en la rima XXXII, de Gustavo Adolfo Bécquer?

- A) El amor como un sueño irrealizable
- B) La aparición del sentimiento amoroso
- C) La expresión de un amor platónico
- D) La existencia efímera de la mujer fatal
- E) El presentimiento de un destino trágico

Solución:

En los versos citados, se describe el despertar repentino del deseo amoroso. El yo lírico descubre su pasión por la amada al verla pasar delante de él.

Rpta.: B

6. *Asomaba a sus ojos una lágrima
y a mi labio una frase de perdón;
habló el orgullo y se enjugó en su llanto
y la frase en mis labios expiró.*

*Yo voy por un camino, ella por otro;
pero al pensar en nuestro mutuo amor,
yo digo aún: ¿Por qué callé aquel día?
Y ella dirá: ¿Por qué no lloré yo?*

Con respecto a los versos citados de la rima XXX, de Gustavo Adolfo Bécquer, marque la alternativa que contiene el tema desarrollado.

- A) El fracaso y la impotencia del yo poético
- B) El deseo amoroso como mera fantasía
- C) La soledad como resultado del desamor
- D) La fugacidad del sentimiento amoroso
- E) La ruptura amorosa entre dos amantes

Solución:

Esta rima es un ejemplo del fracaso amoroso. En este caso, se muestra una separación que es consecuencia del orgullo de ambos.

Rpta.: E

7. [Manrique] Creía que en el fondo de las ondas del río, entre los musgos de la fuente y sobre los vapores del lago, vivían unas mujeres misteriosas, hadas, sílfides u ondinas, que exhalaban lamentos y suspiros, o cantaban y se reían en el monótono rumor del agua, rumor que oía en silencio intentando traducirlo. En las nubes, en el aire, en el fondo de los bosques, en las grietas de las peñas, imaginaba percibir formas o escuchar sonidos misteriosos, formas de seres sobrenaturales, palabras ininteligibles que no podía comprender.

Del fragmento citado de la leyenda «El rayo de luna», de Gustavo Adolfo Bécquer, se puede inferir que Manrique se caracteriza por _____; por lo tanto, se evidencia un aspecto que caracteriza a las *Leyendas*.

- A) actuar guiado por una percepción ilusoria de la realidad
- B) rechazar las normas sociales impuestas por su entorno
- C) cuestionar racionalmente sus propias emociones
- D) temer enfrentarse él solo a lo desconocido y maligno
- E) mostrar una total indiferencia ante la belleza femenina

Solución:

El personaje persigue una figura que identifica como ideal, pero que en realidad responde a una ilusión. Esto muestra su tendencia a confundir lo real con lo imaginario; por lo tanto, lo fantástico, lo sobrenatural y lo misterioso son aspectos que caracterizan a las *Leyendas de Bécquer*.

Rpta.: A

8. A partir del siguiente fragmento de la leyenda «El monte de las ánimas», de Gustavo Adolfo Bécquer, identifique la afirmación que mejor expresa una característica del Romanticismo.

La noche de Difuntos me despertó a no sé qué hora el sonido de las campanas; su tañido monótono y eterno me trajo a las mientes esta tradición que oí hace poco en Soria. [...] Las ánimas de los muertos, envueltas en jirones de sus sudarios, corren como en una cacería fantástica.

- A) La exaltación de la naturaleza soriana muestra tanto equilibrio como armonía.
- B) La descripción objetiva de los acontecimientos revela una intención realista.
- C) La presencia de elementos religiosos implica una ácida crítica institucional.
- D) La evocación del pasado soriano responde tan solo a un interés documental.
- E) La recreación de ambientes lúgubres evidencia la atracción por lo misterioso.

Solución:

El fragmento construye una atmósfera nocturna, inquietante y sobrenatural (ánimas, noche de difuntos), rasgo característico del Romanticismo, que privilegia lo misterioso y lo irracional.

Rpta.: E

PSICOLOGÍA

EJERCICIOS DE CLASE

Lea atentamente las preguntas y conteste eligiendo la alternativa correcta.

1. A partir de la definición de sexualidad propuesta por la OMS, identifique la alternativa que integra correctamente sus dimensiones en un caso concreto:

«Un adolescente experimenta atracción afectiva, construye su identidad personal, regula su conducta según normas culturales y toma decisiones sobre su vida sexual».

- A) Solo dimensión biológica
- B) Dimensión psicológica y biológica exclusivamente
- C) Dimensión sociocultural únicamente
- D) Integración de dimensiones biológica, psicológica y sociocultural
- E) Dimensión reproductiva exclusivamente

Solución:

La OMS define la sexualidad como un fenómeno integral que incluye dimensiones biológicas (cuerpo y reproducción), psicológicas (identidad, emociones) y socioculturales (normas, valores, roles). El caso presentado evidencia todas estas dimensiones simultáneamente.

Las demás alternativas reducen la sexualidad a un solo aspecto, lo cual contradice su carácter integral.

Rpta.: D

2. En una clase de ciencias sociales, el docente explica que algunas características humanas están determinadas biológicamente, mientras que otras dependen de normas, valores y roles que varían según la sociedad y la época. Como ejemplo, menciona que en distintas culturas las expectativas sobre cómo deben comportarse hombres y mujeres han cambiado a lo largo del tiempo.

A partir de esta situación, determine la inferencia correcta respecto a los conceptos de sexo y género:

- A) El género puede cambiar históricamente al depender de construcciones sociales.
- B) El sexo se modifica según la cultura.
- C) El género es inmutable porque depende del sexo.
- D) Ambos conceptos son equivalentes en todas las culturas.
- E) El sexo depende de la educación familiar.

Solución:

El caso evidencia que el género es una construcción sociocultural, ya que los roles y expectativas cambian según el contexto histórico y cultural. Por ello, no es fijo ni determinado únicamente por la biología.

- **B y E** son incorrectas porque el **sexo es biológico** (características anatómicas y fisiológicas) y no depende de la cultura ni de la educación.
- **C** es falsa porque el género no es inmutable ni está completamente determinado por el sexo.

- D es incorrecta porque sexo y género no son equivalentes: uno es biológico y el otro sociocultural.

Rpta.: A

3. Un investigador afirma: «Las diferencias en la elección profesional entre hombres y mujeres responden principalmente a normas sociales internalizadas».

¿A qué dimensión de la sexualidad hace referencia?

- A) Biológica B) Psicológica C) Sociocultural
D) Reproductiva E) Genética

Solución:

Las normas sociales, roles y expectativas sobre lo que “deben hacer” hombres y mujeres pertenecen a la dimensión sociocultural de la sexualidad.
Las demás alternativas no corresponden, ya que lo biológico (A y E) se refiere a lo orgánico, y lo psicológico (B) alude a procesos internos como identidad o emociones.

Rpta.: C

4. En una relación de pareja se observa fuerte atracción física y cercanía emocional; sin embargo, ambos evitan proyectarse a futuro debido a inestabilidad personal. Según Sternberg, este tipo de amor se clasifica como amor

- A) consumado. B) fatuo. C) romántico.
D) sociable. E) vacío.

Solución:

El amor romántico se caracteriza por la presencia de intimidad (cercanía emocional) y pasión (atracción física), pero ausencia de compromiso.

Rpta.: A

5. Durante un taller de educación sexual, varios estudiantes expresan sus ideas sobre lo que consideran necesario para una vida sexual satisfactoria. Algunas opiniones reflejan creencias generalizadas, mientras que otras evidencian un análisis más informado basado en conocimientos científicos y en la experiencia personal.

A partir de esta situación, identifique la alternativa que evidencia pensamiento crítico frente a mitos sexuales:

- A) «El placer depende exclusivamente de la penetración».
B) «El orgasmo simultáneo es necesario para una relación satisfactoria».
C) «El deseo sexual es igual en todas las personas».
D) «El placer puede construirse mediante comunicación y conocimiento del cuerpo».
E) «El tamaño corporal determina la calidad sexual».

Solución:

La alternativa D refleja un **pensamiento crítico**, ya que reconoce que la sexualidad es un proceso complejo influido por factores como **la comunicación, el autoconocimiento y la interacción de la pareja**, lo cual coincide con el enfoque científico de la sexualidad.

Las demás alternativas corresponden a **mitos sexuales**, porque presentan ideas absolutistas o generalizaciones erróneas:

- **A** reduce el placer a una sola práctica.
- **B** plantea una exigencia irreal (orgasmo simultáneo).
- **C** desconoce la diversidad del deseo sexual.
- **E** atribuye el placer a factores físicos deterministas.

Rpta.: D

6. Una persona decide posponer el inicio de su vida sexual, informarse sobre métodos anticonceptivos y establecer límites en sus relaciones.

Este comportamiento refleja principalmente:

- | | |
|------------------------------------|--|
| A) Represión sexual | B) Ejercicio de sexualidad responsable |
| C) Influencia cultural restrictiva | D) Negación del desarrollo afectivo |
| E) Dependencia social | |

Solución:

Una sexualidad responsable implica toma de decisiones informadas, autonomía, respeto y prevención de riesgos.

La conducta descrita refleja planificación, autocuidado y responsabilidad.

Las otras alternativas interpretan erróneamente la conducta como represión o dependencia, lo cual no se ajusta al enfoque de salud sexual.

Rpta.: B

7. Durante una clase de educación sexual, el docente presenta tres situaciones:

- Un estudiante describe las diferencias corporales entre hombres y mujeres.
- Otra estudiante reflexiona sobre su identidad y orientación sexual.
- Un grupo analiza cómo la sociedad establece normas sobre el comportamiento de hombres y mujeres.

El docente solicita a los alumnos relacionar cada situación con la dimensión de la sexualidad correspondiente.

A partir del caso, relacione correctamente:

- | | |
|--------------------|--|
| I. Biológica | a. Normas y roles sociales sobre el comportamiento |
| II. Psicológica | b. Identidad y orientación sexual |
| III. Sociocultural | c. Características anatómicas y fisiológicas |

A) Ic, IIb, IIIa B) Ia, IIc, IIIb C) Ib, IIa, IIIc D) Ic, IIa, IIIb E) Ia, IIb, IIIc

Solución:

- Dimensión biológica (I) → corresponde a las características anatómicas y fisiológicas (c).
- Dimensión psicológica (II) → incluye la identidad y orientación sexual (b).
- Dimensión sociocultural (III) → abarca las normas y roles sociales (a).

Las demás alternativas son incorrectas porque confunden las dimensiones, mezclando aspectos biológicos con sociales o psicológicos.

Rpta.: A

8. Una pareja mantiene una relación basada únicamente en la decisión de permanecer juntos por motivos familiares, sin afecto ni atracción.

Según Sternberg, ¿qué tipo de amor predomina y cuál es su principal riesgo?

- A) Amor romántico – falta de compromiso
- B) Amor vacío – alta probabilidad de insatisfacción emocional
- C) Amor sociable – exceso de dependencia
- D) Amor fatuo – falta de pasión
- E) Amor consumado – desgaste emocional

Solución:

El amor vacío se basa únicamente en el compromiso, sin intimidad ni pasión. Esto puede generar relaciones mantenidas por obligación, con alta probabilidad de insatisfacción emocional. Las demás opciones no corresponden a la descripción del caso.

Rpta.: B

9. Analice el siguiente caso: Un adolescente cree que la masturbación es dañina porque *afecta la salud futura*, evitando así explorar su propio cuerpo.

Esta situación evidencia:

- A) Conducta sexual responsable
- B) Aplicación de conocimientos científicos
- C) Interiorización de mitos sexuales
- D) Desarrollo adecuado de la sexualidad
- E) Regulación biológica del deseo

Solución:

La creencia de que la masturbación es dañina es un mito sexual, ya que la evidencia científica indica que es una práctica natural y no perjudicial. El caso muestra cómo los mitos pueden limitar el desarrollo saludable de la sexualidad. Las otras alternativas son incorrectas porque no hay conducta responsable ni conocimiento científico.

Rpta.: C

10. Una joven decide iniciar su vida sexual sin informarse sobre ITS ni métodos anticonceptivos, basándose en creencias erróneas transmitidas por su entorno.

Desde el enfoque de salud sexual y reproductiva, esta situación implica:

- A) Ejercicio pleno de derechos reproductivos
- B) Conducta preventiva adecuada
- C) Influencia exclusiva de factores biológicos
- D) Desarrollo normal de la sexualidad
- E) Riesgo asociado a desinformación y mitos

Solución:

La falta de información y la creencia en mitos generan conductas de riesgo, como embarazos no deseados o ITS. La salud sexual y reproductiva se basa en el acceso a información y toma de decisiones responsables. Las otras alternativas son incorrectas porque no hay prevención ni ejercicio adecuado de derechos.

Rpta.: E

EDUCACIÓN CÍVICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Ante un accidente vehicular en una avenida de la capital, los conductores involucrados deciden evaluar los daños y entablar un diálogo directo. A través del intercambio de propuestas, buscan alcanzar un acuerdo satisfactorio para ambos, evitando trasladar el conflicto a instancias policiales o judiciales. En el caso expuesto, ¿qué mecanismo de resolución de conflictos se está aplicando?

A) Conciliación
D) Negociación

B) Mediación
E) Acuerdo asistido

C) Arbitraje

Solución:

La negociación es el proceso de solución de conflictos entre las personas implicadas, sin la intervención de terceros ajenos al problema. El éxito de toda negociación es lograr que ambas partes del conflicto salgan beneficiadas, exponiendo sus puntos de vista, escuchando el de la otra parte, estar dispuestos a ceder en algunos puntos, efectuando transacciones hasta encontrar el equilibrio, para lograr el acuerdo que cubra sus expectativas y permitir una solución pacífica.

Rpta.: D

2. La mediación es un procedimiento mediante el cual las partes en conflicto que no consiguen llegar a un acuerdo buscan resolver sus diferencias con la ayuda de un tercero. Para alcanzar un resultado satisfactorio, en este proceso es necesario que el mediador

- I. fomente la comunicación entre los involucrados, sugiriendo alternativas posibles de solución.
- II. brinde orientación, consejos y sugerencias frente al problema, facilitando el entendimiento mutuo.
- III. debe contar con formación jurídica para garantizar la protección de los derechos de ambas partes.
- IV. consiga que ambas partes salgan beneficiadas, contribuyendo a evitar el deterioro de vínculos personales.

A) II y IV

B) I y IV

C) II y III

D) III y IV

E) I y III

Solución:

- I. **Incorrecto.** El mediador cumple un rol orientador, guiando y brindando a las partes consejos y sugerencias, pero no proponiéndoles fórmulas de solución.
- II. **Correcto.** El mediador brinda orientación, consejos y sugerencias frente al problema, facilitando el entendimiento mutuo.
- III. **Incorrecto.** No es necesario que el mediador sea una persona con conocimientos en legislación.
- IV. **Correcto.** El mediador busca que ambas partes salgan beneficiadas, contribuyendo a evitar el deterioro de vínculos personales.

Rpta.: A

3. Luego de su separación, una pareja manifiesta discrepancias respecto a la asistencia alimentaria de su hijo menor de edad. Con el objetivo de salvaguardar el interés superior del niño, ambas partes deciden acudir de forma voluntaria a un Centro de Conciliación Extrajudicial para suscribir un acuerdo que defina el monto y la forma de pago. Sobre este mecanismo de resolución de conflictos, identifique los enunciados correctos referidos a este mecanismo de resolución de conflictos.
- I. El problema en mención no involucra a terceros y todo lo expresado por las partes es confidencial.
 - II. El conciliador es quien identificará el problema y ofrecerá la solución definitiva al conflicto.
 - III. Es necesario que los padres involucrados cuenten con la representación de un abogado.
 - IV. El acuerdo final registrado en el acta de conciliación permitirá evitar litigios largos y costosos.
- A) I y IV B) I y III C) II y III D) III y IV E) II y IV

Solución:

- I. **Correcto.** La confidencialidad en la conciliación es un principio fundamental que protege toda información, documentos y propuestas surgidas durante el proceso.
- II. **Incorrecto.** El conciliador propone estas alternativas de solución cumpliendo con determinadas fases a partir de actos previos: discusión de los hechos, la identificación de los problemas y la búsqueda de soluciones para un acuerdo y una solución de consenso.
- III. **Incorrecto.** No siempre se requiere la presencia obligatoria de un abogado, a diferencia de los procesos judiciales donde sí es obligatoria.
- IV. **Correcto.** La conciliación es un mecanismo alternativo que evita procesos judiciales al permitir que las partes resuelvan conflictos mediante el diálogo y el consenso.

Rpta.: A

4. Cuando una persona comunicó a su pareja que había sido invitada a un curso de capacitación, ésta reaccionó de forma agresiva y controladora, afirmando «si vas a asistir a esa reunión, te voy a dejar». Además, exigió que le proporcionara la contraseña del celular y de sus redes sociales para verificar con quienes mantenía comunicación. A partir de lo descrito, ¿qué tipo de violencia se evidencia en esta relación?
- A) Física B) Sexual C) Psicológica
D) Económica E) De género

Solución:

La violencia psicológica es la acción u omisión que busca controlar o aislar a la persona contra su voluntad, a humillarla, avergonzarla, insultarla, estigmatizarla o estereotiparla (calumnias, gritos, insultos, desprecios, burlas y toda acción para dañar su autoestima), sin importar el tiempo que se requiera para su recuperación.

Rpta.: C

HISTORIA

EJERCICIOS DE CLASE

1. La caída del Imperio romano de Occidente demostró la crisis y debilidad de la estructura administrativa para gobernar un territorio tan extenso, lleno de tensiones políticas y una limitada capacidad productiva. La llegada de los invasores hérulos dirigidos por Odoacro, solo acabaron con la autoridad imperial de Rómulo Augústulo. Con respecto a las consecuencias producidas por las invasiones bárbaras podemos mencionar:

- I. Ruralización de las actividades económicas con el impulso de la agricultura.
- II. Disminución de las ciudades afectando el desarrollo de la actividad comercial.
- III. Separación cultural entre romanos y germanos por las diferencias del lenguaje.
- IV. Consolidación de las religiones paganas en perjuicio de la Iglesia católica.

A) I, III y IV B) Solo II y III C) II, III y IV D) I y II E) Solo III y IV

Solución:

La caída del Imperio romano de Occidente expresó las debilidades que tenía su estructura administrativa para gobernar un territorio tan extenso. En este sentido una serie de factores terminaron por transformar el mundo romano, sentando las bases de lo que vendría ser el medioevo. Así podemos observar que las invasiones bárbaras produjeron una contracción del comercio por la disminución de las ciudades, hubo una ruralización de las actividades económicas que impulsaron la agricultura, las relaciones se hicieron cada vez más personales en torno a la idea de fidelidad, la monarquía hereditaria fortaleció a la nobleza, etc.

Rpta.: D

2. Durante el reinado de Carlomagno se asistió a un renacer de la cultura, en un movimiento programado y dirigido por el propio monarca. Para realizarlo contó con una corte de varios sabios extranjeros, entre ellos el monje anglosajón Alcuino de York, dándole gran impulso a las letras, ciencias, artes y especialmente la educación. Con respecto a las características que tuvo el Renacimiento carolingio, señale el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados:

- I. Fundó universidades difundiendo el estudio de las siete artes liberales.
- II. Impulsó los estudios clásicos bajo los principios de la religión cristiana.
- III. Apoyó la fundación de escuelas: palatinas, monacales y parroquiales.
- IV. Fomentó la plena tolerancia religiosa con el cristianismo ortodoxo.

A) FVVF B) FFVF C) VVFF D) VVFV E) FVFV

Solución:

Carlomagno promovió el desarrollo cultural impulsando los estudios clásicos con la difusión del cristianismo. Para realizarlo atrajo a la corte a varios sabios extranjeros como el anglosajón Alcuino de York, dándole gran impulso a las letras, ciencias, artes y especialmente la educación. El Renacimiento carolingio promoverá la educación apoyándose en las siete artes liberales —*trivium* (gramática, retórica, dialéctica o lógica) y *cuadrivium* (aritmética, geometría, astronomía, música)— y las escuelas palatinas, monacales y parroquiales.

Rpta.: A

3. El emperador Justiniano (527 – 565) fue el más importante de los gobernantes bizantinos, quien buscó recuperar la unidad del Imperio romano, llevando a cabo importantes conquistas militares y reformas administrativas para lograr consolidar su autoridad. Entre las acciones jurídicas realizadas para organizar el Imperio destacó la _____ conocido con el nombre de _____, el cual es considerado como el principal aporte jurídico de la civilización bizantina.

- A) compilación de manuales jurídicos — *Novelas*
- B) unificación de las leyes capitulares — *Pandectas*
- C) elaboración de normas conciliares — *Institutas*
- D) recopilación del derecho romano — *Corpus Juris Civilis*
- E) redacción de constituciones imperiales — *Digesto*

Solución:

Uno de los principales aportes que dio la civilización bizantina a la historia, consistió en la recopilación del derecho y simplificación de la legislación romana realizada bajo el gobierno del emperador Justiniano, quien además elaboró nuevas leyes. Esta obra de recopilación jurídica es conocida con el nombre de *Corpus Juris Civilis* (Cuerpo del derecho civil), la cual estaba compuesta por las siguientes partes: *Codex Iustinianus* (Código de Justiniano): compendio de todas las constituciones imperiales romanas, desde el emperador romano Adriano (siglo II) hasta el gobierno de Justiniano. *Digesto* o *Pandectas*: recopilación de todas las obras más importantes de los jurisconsultos romanos. *Institutas*: manual de técnica jurídica para estudiantes de derecho. *Novelas*: fueron las leyes dadas durante el gobierno de Justiniano.

Rpta.: D

4. El feudalismo fue un tipo de organización política, económica y social que predominó en Europa Occidental desde el siglo IX hasta el siglo XIII. Un aspecto importante de su conformación fue la estructura estamental de la sociedad. Estos eran grupos cerrados, altamente jerarquizados, sin movilidad social, diferenciados básicamente por el origen de sus miembros. Con respecto a las formas feudales de organización de la sociedad estamental podemos mencionar las siguientes características.

- I. La nobleza tenía todo el control ideológico sobre la población.
- II. La prestación del juramento de investidura por los vasallos.
- III. El predominio de las relaciones de dependencia personal.
- IV. El establecimiento de vínculos de vasallaje y servidumbre.

- A) I, II y IV
- B) Solo II y IV
- C) Solo III y IV
- D) I, III y IV
- E) II, III y IV

Solución:

Un aspecto importante del sistema de organización feudal fue la estructura estamental de la sociedad. Predominaron las relaciones de dependencia personal entre los distintos estamentos expresado a través del vasallaje por un noble libre vinculado a una persona más poderosa; y la servidumbre por un siervo adscrito al feudo propiedad del señor a cambio de rentas monetarias y prestaciones personales de trabajo.

Rpta: C

5. Desde el siglo XI al XIII, Europa Occidental se encontró en un proceso de crecimiento que dio origen al resurgimiento mercantil en las zonas urbanas y en sus entornos productivos rurales. Los fundamentos del sistema feudal fueron sucumbiendo ante estas fuerzas económicas, esto sumado a otros factores provocaría una profunda crisis en el siglo XIV, siendo una de sus manifestaciones de mayor impacto la peste negra, generando
- A) un fuerte colapso demográfico principalmente en las ciudades.
 - B) la migración masiva española hacia las colonias americanas.
 - C) el inicio de la guerra de los Cien Años entre Francia e Inglaterra.
 - D) el fortalecimiento rural del sistema señorial por parte de la nobleza.
 - E) una contracción poblacional mayormente en aldeas campesinas.

Solución:

Hasta el siglo XIII la población de Europa Occidental creció permanentemente de forma progresiva, en especial porque hubo pocas pestes y carestías, pero la crisis de principios del siglo XIV significó un cambio en este crecimiento, la caída fue causada por una epidemia de peste, que fue llamada peste negra, la cual surgió en Asia y se difundió a toda Europa por el comercio. Provocó la muerte de un tercio de la población europea (25 millones de personas). Las más afectadas fueron las ciudades, haciendo que la población huyera al campo (entre un 25-65 %).

Rpta.: A

GEOGRAFÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. El clima se entiende como el conjunto de condiciones y rasgos atmosféricos que caracterizan de manera habitual a una región determinada. De acuerdo con lo mencionado, relacione cada elemento del clima con la situación que le corresponde.
- | | |
|------------------------|--|
| I. Presión atmosférica | a. Un turista experimenta cómo el entorno influye directamente en su percepción y bienestar, sintiendo el calor intenso del mediodía, que provoca sudor y fatiga, o el frío de la mañana que obliga a abrigarse para mantenerse cómodo y activo. |
| II. Humedad | b. Un residente que vive cerca del mar experimenta cómo el ambiente afecta su bienestar, sintiendo que por la noche el aire se vuelve frío y cargado, lo que lo obliga a usar ropa adecuada para mantenerse cómodo. |

III. Insolación

c. Un excursionista sufre dolor de cabeza y malestar general al ascender rápidamente a la cima de una montaña, debido a las variaciones en la densidad del aire y en la cantidad de oxígeno disponible.

IV. Temperatura

d. Una bañista es afectada por la exposición directa al Sol del mediodía en la playa, percibiendo un calor intenso que le provoca incomodidad, por lo que necesita buscar sombra.

A) Ia, IIc, IIIb, IVd

B) Ic, IIa, IIId, IVb

C) Id, IIc, IIIa, IVb

D) Id, IIa, IIIb, IVc

E) Ic, IIb, IIId, IVa

Solución:

I. Presión atmosférica

c. Un excursionista sufre dolor de cabeza y malestar general al ascender rápidamente a la cima de una montaña, debido a las variaciones en la densidad del aire y en la cantidad de oxígeno disponible.

II. Humedad

b. Un residente que vive cerca del mar experimenta cómo el ambiente afecta su bienestar, sintiendo que por la noche el aire se vuelve frío y cargado, lo que lo obliga a usar ropa adecuada para mantenerse cómodo.

III. Insolación

d. Una bañista es afectada por la exposición directa al Sol del mediodía en la playa, percibiendo un calor intenso que le provoca incomodidad, por lo que necesita buscar sombra.

IV. Temperatura

a. Un turista experimenta cómo el entorno influye directamente en su percepción y bienestar, sintiendo el calor intenso del mediodía, que provoca sudor y fatiga, o el frío de la mañana que obliga a abrigarse para mantenerse cómodo y activo.

Rpta.: E

2. El Perú se ubica en la zona intertropical, sin embargo, esta uniformidad térmica se ve alterada por diversos factores geográficos, como la cordillera de los Andes, los vientos alisios y las corrientes marinas. Respecto con este último factor y su influencia en la diversidad climática, identifique los enunciados correctos.

I. La corriente peruana presenta una dirección hacia zonas de mayor latitud, influyendo en la formación de lomas costeras.

II. La incursión de la corriente de El Niño favorece al incremento significativo de lluvias en las regiones de Tumbes y Piura.

III. La corriente de El Niño permite la formación de nubes estratos, ocasionando precipitaciones en la costa meridional.

IV. La costa centro y sur se encuentran bajo la influencia del afloramiento de aguas frías contribuyendo a la producción ictiológica.

A) II, III y IV

B) I y III

C) I y IV

D) II y IV

E) II y III

Solución:

- I. **Incorrecto.** La corriente peruana se desplaza de sur a norte a lo largo del litoral, influyendo en la formación de lomas por todo la costa meridional y central.
- II. **Correcto.** La corriente de El Niño rompe la inversión térmica y genera lluvias de verano en el norte del Perú.
- III. **Incorrecto.** Las nubes estratos se originan por influencia de la Corriente Peruana, generando efectos climáticos en las regiones de la costa centro y sur.
- IV. **Correcto.** La costa centro y sur se encuentran bajo la influencia de corrientes verticales frías, estos departamentos se encuentran bajo la influencia del fenómeno de afloramiento.

Rpta.: D

3. Una familia organiza un viaje hacia una zona del país ubicada entre los 3000 a 4000 m s.n.m., la cual se caracteriza por la presencia de altas vertientes y altiplanicies que configuran un relieve accidentado. Antes de iniciar su viaje, toman en cuenta las recomendaciones de amistades y revisan reportes climáticos recientes, los cuales señalan que la zona presenta temperaturas promedio a los 12° C, lo que influirá en las actividades y preparativos durante su estadía. De lo descrito, ¿qué tipo de clima se puede identificar?

- | | | |
|-----------------------|------------------------|---------|
| A) Frígido | B) Semicálido muy seco | C) Frío |
| D) Templado subhúmedo | E) Gélido | |

Solución:

El clima frío es característico de las regiones ubicadas entre los 3000 y 4000 m s. n. m., donde predominan las altas vertientes, las mesetas y los valles mesoandinos. Debido a la altitud, las temperaturas en esta zona suelen promediar alrededor de los 12 °C. Esta región se distingue por presentar precipitaciones que alcanzan aproximadamente los 700 mm anuales, mientras que durante el invierno son frecuentes las heladas, las cuales influyen en las actividades agrícolas y en las condiciones de vida de la población.

Rpta.: C

4. En nuestro país se registran diversos eventos naturales muy relacionadas con su dinámica climática, como el fenómeno El Niño, las heladas, el friaje, así como los huaycos. Estos fenómenos pueden ser potencialmente peligrosos y generar riesgo en zonas de alta vulnerabilidad. De lo descrito. Determine el valor de verdad (V o F) de los enunciados relacionados con estos eventos.

- I. El fenómeno de El Niño propicia un incremento significativo de especies hidrobiológicas en aguas frías, como la anchoveta y sardina.
- II. Las heladas generalmente inician en abril afectando a las poblaciones agropecuarias ubicadas por debajo de los 3500 m s.n.m.
- III. El friaje se caracteriza por la llegada de vientos fríos a la selva sur e impactando en la salud de las comunidades nativas.
- IV. Los huaycos se refieren a los flujos de agua y movimientos en masa que destruyen viviendas ubicadas en las quebradas.

- | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| A) FV FV | B) VF VV | C) VV FF | D) FF VV | E) VV VF |
|----------|----------|----------|----------|----------|

Solución:

- I. **Falso.** A nivel biótico, los peces de agua fría como la sardina, anchoveta y merluza migran o se profundizan; sin embargo, aparecen especies propias de aguas cálidas.
- II. **Falso.** Generalmente se inician en abril, pero se intensifican entre los meses de junio - agosto por encima de los 3500 m s.n.m. Este fenómeno afecta a la agricultura, ganadería y la salud humana.
- III. **Verdadero.** En el Perú ingresa por Madre de Dios y selva de Puno, sigue hacia Ucayali y Loreto; selva de Cusco, Huánuco, Junín, Pasco y San Martín. Estos vientos fríos impactan en la salud de la población, especialmente en niños y adultos mayores, aumentando los casos de enfermedades respiratorias.
- IV. **Verdadero.** Es el deslizamiento de detritos inconsolidados, masas de roca producto de lluvias cortas y torrenciales, que se desplaza por una quebrada. es el deslizamiento de detritos inconsolidados, masas de roca producto de lluvias cortas y torrenciales, que se desplaza por una quebrada.

Rpta.: D

ECONOMÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. En un mercado de Lima Metropolitana se produce un incremento en el precio de la papa y la carne de ave, entre otros productos. Si se asume que, respecto al precio, la demanda de la papa es inelástica y la de carne de ave es elástica, ¿qué ocurre con el monto del gasto en estos productos por parte de las familias?
 - A) Aumenta al comprar papa y disminuye al comprar carne de ave.
 - B) Aumenta al comprar papa y al comprar carne de ave.
 - C) Disminuye al comprar papa y al comprar carne de ave.
 - D) Sube al comprar carne de ave y cae al comprar papa.
 - E) Se mantiene constante al comprar papa.

Solución:

La demanda inelástica es aquella que se muestra poco sensible ante un cambio en el precio, es decir, las variaciones que se producen en el precio de un bien o servicio tienen un efecto de variación porcentual menor a la unidad en su cantidad demandada; en cambio, la demanda de un bien es elástica cuando tiene un efecto de variación mayor a la unidad, por lo tanto, según la pregunta, al ser la demanda de la papa inelástica el monto del gasto aumentará, en cambio, el gasto en carne de ave disminuirá al tener demanda elástica.

Rpta.: A

2. Con la llegada del verano 2026, muchas familias decidirán pasar la temporada en los balnearios de moda, para poder disfrutar del sol, de los deportes acuáticos y demás bondades de la calurosa estación, pero también se nota un considerado aumento en el precio de las habitaciones de dichos hoteles dado el(a) _____ de huéspedes.
 - A) disminución en el precio
 - B) disminución en la demanda
 - C) aumento de la demanda
 - D) congelamiento de la oferta
 - E) caída de la oferta

Solución:

En las épocas de verano, las familias buscan pasar unos días o toda la temporada, en los balnearios de moda, recurriendo al alquiler de hoteles y hospedajes; por lo tanto, la demanda en dicho servicio aumenta.

Rpta.: C

3. En el mercado de frutas del distrito de San Luis, donde la interacción de ofertantes y demandantes determina de manera dinámica el precio de mercado, establezca el orden en que se producen los sucesivos cambios, suponiendo un aumento del sueldo de los trabajadores de la administración pública.

- I. Aumenta el precio de mercado.
- II. Aumenta el ingreso de los consumidores.
- III. Se incrementa la demanda de mercado.
- IV. El mercado vuelve al equilibrio

- A) I, V, II, III y IV
- D) I, II, III, IV y V

- B) II, III, I, V y VI
- E) I, III, II, IV y V

- C) II, I, V, III y IV

Solución:

El incremento del sueldo generará un aumento de la demanda y esto originará un aumento del precio; luego, debido al mayor precio del producto (fruta), se reducirá la cantidad demandada y el mercado tenderá al equilibrio.

Rpta.: B

4. El exceso de oferta en un mercado libre es originado por

- A) la intervención del Gobierno.
- C) la reducción de la demanda.
- E) la aparición de un mercado negro.

- B) el aumento de los costos.
- D) un precio mayor al de equilibrio.

Solución:

En un mercado libre, el exceso de oferta se produce generalmente por el incremento del precio del producto por encima del equilibrio, lo cual incentiva el nivel de producción.

Rpta.: D

5. En general, la relación entre la variación del precio y la variación de la cantidad ofertada de un bien se da en razón

- A) directa.
- B) inversa.
- C) constante.
- D) fluctuante.
- E) decreciente.

Solución:

Entre el precio y la cantidad ofrecida hay una relación directa.

Rpta.: A

6. Carlos es un fabricante de calzado. Su taller está ubicado en el distrito de Chorrillos. Resulta que se ha incrementado el precio del cuero, lo que trae como consecuencia que

- A) aumente la oferta del bien.
- C) disminuya la oferta de calzado.
- E) se mantenga indiferente ante el mercado.
- B) demande mayor del bien.
- D) incremente el nivel de producción.

Solución:

Los costos de producción son un factor que influye en la oferta. Siendo que la cantidad ofertada varía en relación inversa a los costos de producción. Un incremento en el precio del cuero generará disminución de la oferta de calzado.

Rpta.: C

7. Suponga que los precios de los nuevos departamentos que se construyen en Lima Metropolitana se han elevado y las ventas también lo han hecho. Al respecto, podemos afirmar que

- A) la demanda de casas aumentó.
- B) se violó la ley de la demanda.
- C) se violó la ley de la oferta.
- D) nuevas empresas entraron en la industria de la construcción.
- E) las empresas constructoras enfrentan costos más altos.

Solución:

La cantidad demandada de un bien o servicio es aquella que un consumidor está dispuesto a comprar a un precio en el mercado. La ley de la demanda establece que la «cantidad demandada varía en relación inversa a su precio». Es decir, si los precios se elevan, la cantidad demandada disminuye. Sin embargo, en este caso, a pesar de que los precios de los nuevos departamentos se elevaron, las ventas también lo han hecho.

Rpta.: B

8. Un aumento o disminución de la función de la oferta se produce cuando ocurre una de las siguientes posibilidades:

- A) Los impuestos y la tecnología aumentan o disminuyen en el tiempo.
- B) Los gustos y preferencias del consumidor cambian en el tiempo.
- C) No existe variación alguna ni de los impuestos ni de la tecnología.
- D) Los bienes superiores sustituyen a los bienes inferiores.
- E) Se produce cambios en los precios de los bienes o servicios relacionados.

Solución:

Tanto los impuestos y la tecnología, forman parte de la función de la oferta; por lo tanto, cuando dichas variables aumentan o disminuyen en el tiempo, afectan a la función de oferta y la oferta misma, los impuestos (a la renta o a los activos) afectarán de modo indirecto y la tecnología productiva afectará de modo directo.

Rpta.: B

9. Los modelos de celulares, que adquieren los consumidores, tendrá una demanda _____ ante la variación del precio.

- A) elástica
- B) inelástica
- C) unitaria
- D) perfectamente inelástica
- E) perfectamente elástica

Solución:

Si el precio de un modelo de celular aumenta y, dado el mercado de celulares actual, los consumidores pueden optar por otros modelos, cuyos precios sean accesibles a sus ingresos.

Rpta.: A

10. En la teoría del consumidor, la elasticidad, precio de la demanda, compara el cambio porcentual de la cantidad demandada con el cambio porcentual en el precio de un determinado bien o servicio. Es así que, ante las distintas posibilidades de comportamiento que presenta la demanda, se puede afirmar que es inelástica cuando la variación del precio del bien o servicio
- A) sí afecta significativamente la variación de la cantidad demandada de dicho bien o servicio.
 - B) no afecta significativamente la variación de la cantidad demandada de dicho bien o servicio.
 - C) desplaza a la derecha la función de demanda del consumidor de dicho bien o servicio.
 - D) desplaza a la izquierda la función de demanda del consumidor de dicho bien o servicio.
 - E) afecta significativamente la función de oferta del mayor productor de bienes y servicios.

Solución:

La demanda inelástica es aquella que se muestra poco sensible ante un cambio en el precio. Es decir, que las variaciones que se producen en el precio de un bien o servicio tienen un efecto relativamente pequeño en la cantidad demandada de aquel bien o servicio, es decir, no lo afecta significativamente.

Rpta.: B

FILOSOFÍA

LECTURA COMPLEMENTARIA

Lo primero que se tiene que hacer cuando se quiere analizar una afirmación con base en las razones que la sustentan es tratar de entender cuál es exactamente la afirmación y cuáles son esas razones. En muchos casos, la comprensión sobre lo que otras personas afirman o sobre las razones que la sustentan no es ni inmediata ni completa. Esto pasa por varios motivos. En primer lugar, la afirmación no siempre es explícita. En segundo lugar, hay casos en los que una afirmación o sus razones no se formulan directamente. En tercer lugar, hay casos en los que una afirmación o sus razones se formulan utilizando expresiones lingüísticas cuyo significado no es obvio. En cuarto lugar, hay casos en los que la comprensión de una afirmación, o de sus razones, se ve obstaculizada por la longitud y complejidad de la formulación. Finalmente, hay casos en los que la comprensión de las razones que sostienen una afirmación es difícil por el grado de complejidad de las razones mismas.

Andrea Iacona: *La argumentación* (2018). Universidad Autónoma Metropolitana: México, pp. 25-26.

En concordancia con el fragmento citado, podemos concluir que si alguien no comprende un argumento debido a que para él no está claro lo que sostiene el autor, ni las razones que aporta; sin embargo, ello no es porque el autor no las explicita sino porque ese alguien tiene ciertas carencias léxicas, esta falta de comprensión se debería según el texto a que

- A) la afirmación formulada en el razonamiento no es explícita.
- B) ni la afirmación ni las razones están formuladas directamente.
- C) hay expresiones lingüísticas que Luis no puede comprender.
- D) el argumento es muy extenso, pero usa un lenguaje llano.
- E) las razones dadas tienen un grado de complejidad altísimo.

Solución:

Al haber expresiones o palabras claves de Luis no comprende debido a que carece de un vocabulario (léxico) apropiado, se concluye que la principal razón por la que Luis no comprende el argumento es que: “hay expresiones lingüísticas que Luis no comprende”

Rpta.: C

EJERCICIOS DE CLASE

1. Se observó que Mateo, nacido en Lima de padres peruanos, adquirió la nacionalidad peruana y está sujeto a la Constitución Nacional. Luego, se analizó el caso de Sophie, nacida en Cusco de padres extranjeros, y ella también es peruana y está sujeta a la Constitución. Al revisar los registros de otros 500 niños nacidos en diversas regiones del territorio de la República, se confirmó que también adquirieron la nacionalidad peruana automáticamente y deben cumplir con la Carta Magna. Por lo tanto, podemos concluir que cualquier persona que nazca en el territorio de la República adquiere la nacionalidad peruana y está sujeta a la Constitución Nacional.

Con respecto al argumento presentado, es correcto señalar que

- A) constituye un tipo de argumentación inductiva.
- B) se basa en la adhesión de un auditorio particular.
- C) la conclusión es una generalización necesaria.
- D) es un ejemplo de argumentación de tipo deductivo.
- E) su validez es independiente del contenido de las leyes.

Solución:

Es un tipo de argumentación inductiva. Ello se debe a que la verdad de las premisas no hace necesaria, aunque sí altamente probable, la corrección de la conclusión.

Rpta.: A

2. Está científicamente comprobado que el retraso en el deshielo ártico provoca un desfase temporal en el ciclo reproductivo de todas las aves migratorias del Pacífico, poniendo en riesgo su supervivencia. Un equipo de biólogos estudia actualmente a la población de aves playeras que llega a la costa de Paracas este año. Dado que el deshielo en el Ártico se ha retrasado significativamente esta temporada, los biólogos concluyen que esta población específica de Paracas sufrirá inevitablemente un desfase en su ciclo reproductivo y verá reducidas sus probabilidades de supervivencia.

Sobre las conclusiones a las que arribó el equipo de biólogos, es coherente afirmar que

- A) convencieron a la mayoría de los biólogos marinos.
- B) solo atienden a la eficacia del discurso científico.
- C) configuran una argumentación inductiva.
- D) su conclusión es probablemente verdadera.
- E) se basan en una argumentación deductiva.

Solución:

El caso de las aves es un argumento deductivo, porque su estructura lógica se ajusta a lo que se llama un silogismo categórico: la validez de la conclusión depende de la verdad de las premisas. Aquí la justificación técnica: 1) La dirección del pensamiento: La característica principal de la deducción silogística es su dirección descendente. 2) Punto de partida: Una ley general que abarca a todo un universo (todas las aves migratorias del Pacífico). 3) Punto de llegada: Un subconjunto específico de ese universo (las aves que llegan a Paracas). Al movernos de "el todo" hacia "la parte", estamos realizando un acto deductivo o inferencial.

Rpta.: E

3. El 22 de agosto de 1951 una multitud de 2 millones de argentinos reunidos en «Cabildo Abierto» le pidió públicamente a Eva Perón que asumiera ser candidata a la vicepresidencia de su marido y candidato a presidente, Juan Domingo Perón. El 31 de agosto, apenas 9 días después, aquejada por el cáncer y debido al rechazo de los militares (pilar de Perón), renunció por radio en un famoso discurso conocido como «El renunciamento»:

«No quiero nada para mí. Mi gloria es y será siempre el escudo de Perón y la bandera de mi pueblo. Y aunque deje en el camino jirones de mi vida, yo sé que ustedes recogerán mi nombre y lo llevarán como bandera a la victoria».

Se desprende que la argumentación de Eva Perón

- A) mezcla las refutaciones con los contraargumentos y la conclusión.
- B) no tiene ninguna clase de poder persuasivo para la audiencia.
- C) tiene un enfoque muy formal en su estructura argumentativa.
- D) es la defensa de una tesis mediante la justificación racional.
- E) utiliza recursos retóricos para persuadir a la audiencia.

Solución:

Utiliza recursos retóricos para persuadir a la audiencia. Es la propia perspectiva pragmática que considera el razonamiento como un tipo de actividad; la realización de una serie de actos y recursos del lenguaje dirigidos a lograr la persuasión de un auditorio (retórica) o a interactuar con otro u otros, para llegar a algún acuerdo respecto a cualquier problema teórico o práctico.

Rpta.: E

4. Cuando un médico le dice a un paciente fumador «Si continúas con ese hábito, tus pulmones colapsarán en menos de un año», está realizando un acto **locucionario** al emitir la frase, un acto **illocucionario** de advertencia severa y un acto **perlocucionario** al buscar que el paciente sienta temor y abandone el tabaco inmediatamente; aquí el argumento es pragmático porque su éxito no reside en la belleza de las palabras, sino en la acción concreta que logra provocar en el oyente para cambiar su realidad física.

En la línea de la teoría de la argumentación, los actos perlocucionarios son equiparables con

- A) discursos donde predominan las reglas de inferencia.
- B) argumentos que utilizan pruebas y demostraciones.
- C) los argumentos pragmáticos cuyo objetivo es persuadir.
- D) recopilaciones que dan lugar a razonamientos inductivos.
- E) entimemas que suprimen la premisa o la conclusión.

Solución:

Los argumentos pragmáticos son los que buscan persuadir. El enfoque pragmático busca lograr la interacción del intérprete, para el logro de la persuasión o el acuerdo con un auditorio, respetando ciertas reglas. La persuasión, el convencimiento, el acuerdo y el consenso son las ideas finales que se persiguen con la misma.

Rpta.: C

5. En el ejercicio de la oratoria y el marketing, es habitual el uso del entimema, una estructura lógica simplificada que omite una parte del razonamiento al confiar en que la audiencia la completará mentalmente. Este mecanismo, analizado por Aristóteles, busca que el receptor participe activamente en la construcción del mensaje, generando una conexión inmediata y persuasiva. Es el "atajo" preferido de la publicidad para no sonar redundante. Por ejemplo, analicemos el siguiente eslogan de una cadena de gimnasios: «Cuide su salud. Inscríbase en "Vitality Center"». Este mensaje es un entimema, ya que omite la premisa intermedia para que el público la asuma automáticamente. Del ejemplo se infiere que

- A) la estructura sintáctica del mensaje es tal que no se omite ninguna premisa.
- B) apela directamente a los sentimientos y valores del consumidor promedio.
- C) se omite la premisa que dice que inscribirse en el centro ayuda a la salud.
- D) la secuencia lógica está completa y el silogismo es perfecto deductivamente.
- E) la conclusión es demasiado vaga como para ser refutada con algún hecho.

Solución:

El argumento es un entimema, porque le falta una premisa clave, que el orador asume y que el público aceptará de inmediato: se omite la premisa que une la salud con "Vitality Center".

Rpta.: C

6. Tras un estudio longitudinal de casos en el sector de asesoría de imagen profesional, se ha postulado que la implementación de un sistema de "Armario Cápsula" optimiza la gestión del tiempo y recursos financieros en perfiles demográficos con alta demanda laboral y responsabilidades familiares. La evidencia empírica recolectada prueba que individuos con rutinas de alta densidad (como el perfil de abogadas o empresarias de alto perfil y con carga familiar) presentan un "estrés por decisión" al seleccionar su indumentaria. Al aplicar una metodología de selección modular —basada en prendas de diseño minimalista y alta compatibilidad cromática— se reduce el tiempo de decisión en un porcentaje significativo. Los datos confirman que la versatilidad de las piezas permite una multiplicidad de combinaciones con una inversión mínima de capital. En consecuencia, se concluye que la estandarización estratégica del guardarropa femenino es una solución eficiente para mantener los estándares de etiqueta profesional bajo condiciones de escasez de tiempo. Se desprende que lo anterior es

- A) un caso de razonamiento deductivo.
- B) un caso de argumentación científica.
- C) solo un esquema sin contenido material.
- D) un ejemplo de empleo de la retórica.
- E) un enfoque pragmático con carácter social.

Solución:

Se emplean argumentos basados en la investigación científica acerca del uso eficiente del tiempo.

Rpta.: B

7. Para refutar un argumento se pueden hacer uso de cuatro procedimientos: crítica a las premisas; crítica al nexo lógico; reducción al absurdo; contraejemplo. ¿Qué procedimiento se aplica en el siguiente caso?: Es falso que todos los cisnes sean blancos; pues en 1697 en el río Swan (actualmente Perth), en la costa oeste de Australia, durante una expedición neerlandesa liderada por el explorador Willem de Vlamingh se descubrió un cisne negro.

- A) constituye una crítica al nexo lógico.
- B) es un caso de reducción al absurdo.
- C) constituye un caso de contraejemplo.
- D) es un caso de crítica a las premisas.
- E) en un caso mixto no contemplado.

Solución:

El caso refuta una ley general (todos los cisnes son blancos), con casos concretos que la contradicen: se ha encontrado un cisne negro. Por lo tanto, es un ejemplo en contrario o contraejemplo. Luego, el procedimiento de refutación usado acá es el del contraejemplo.

Rpta.: C

8. Si analizamos este razonamiento: No podemos confiar la gestión de este hospital a un algoritmo, porque las máquinas no pueden sentir compasión por el sufrimiento humano. Podemos concluir que la estructura argumentativa del texto responde a

- A) la estructura lógica de los entimemas.
- B) una discusión con figuras retóricas.
- C) una refutación que señala falacias.
- D) dos opiniones ambiguas sobre lo mismo.
- E) un caso típico de contraargumentación.

Solución:

Este argumento es un entimema ya que tiene implícita una premisa fundamental que es: "Solo aquellos capaces de sentir compasión están legitimados o capacitados para gestionar la salud de otros".

Rpta.: A

FÍSICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Mediante un cable, un helicóptero de rescate eleva verticalmente a una persona de masa 80 kg con velocidad constante hasta una altura de 20 m. Determine el trabajo realizado por la tensión del cable.

 $(g = 10 \text{ m/s}^2)$

- A) 0 B) 12000 J C) -12000 J D) 16000 J E) -16000 J

Solución:

Si el bloque se desplaza con velocidad constante, entonces $a = 0$ y, por lo tanto

$$T = mg = 800 \text{ N}$$

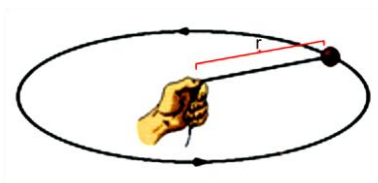
Por definición del trabajo de una fuerza constante se tiene

$$W = T \cdot d = 800 \times 20 = 16000 \text{ J}$$

Rpta.: D

2. Un cuerpo sujeto al extremo de una cuerda se mueve sobre una superficie horizontal sin rozamiento describiendo una circunferencia de radio 2 m. Indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. El trabajo de la tensión de la cuerda es positivo.
- II. El trabajo del peso del cuerpo es negativo.
- III. El trabajo de la fuerza normal sobre el cuerpo es nulo.



- A) VVV B) FFV C) FVV D) VFF E) FFF

Solución:

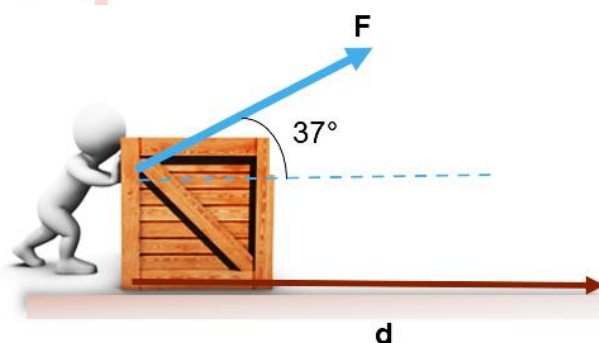
- I. La tensión no realiza trabajo. F
- II. El peso no realiza trabajo. F
- III. El trabajo de la fuerza normal es nulo. V

Rpta.: B

3. Una persona empuja una carretilla de masa 20 kg sobre una superficie horizontal rugosa con una fuerza constante de magnitud $F = 100 \text{ N}$ que forma un ángulo de 37° por encima de la horizontal, como se muestra en la figura. Si la carretilla se desplaza una distancia $d = 10 \text{ m}$ con rapidez constante, determine el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.

 $(g = 10 \text{ m/s}^2)$

- A) -800 J
B) $+800 \text{ J}$
C) -2000 J
D) $+2000 \text{ J}$
E) -600 J

**Solución:**

Puesto que el bloque tiene MRU, según la primera ley de Newton:

$$f_r = -80 \text{ N}$$

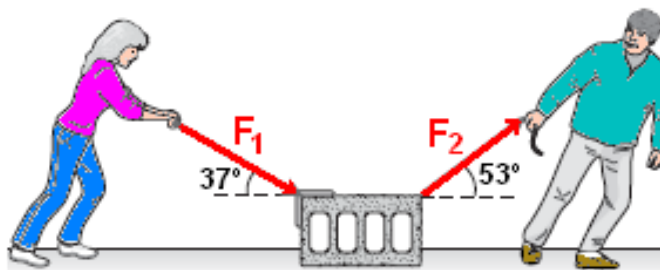
$$\text{Trabajo de la fricción: } W_{fr} = (-80) \cdot (10) = -800 \text{ J}$$

Rpta.: A

4. Un hombre y una mujer desplazan rectilíneamente un cajón de masa 21 kg sobre una superficie horizontal rugosa ($\mu_c = 0,5$). El hombre ejerce una fuerza de magnitud $F_2 = 100$ N y la mujer ejerce una fuerza de magnitud $F_1 = 50$ N, tal como se muestra en la figura. ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza resultante cuando el cajón se desplaza 10 m?

($g = 10$ m/s²)

- A) 150 J
B) 200 J
C) 250 J
D) 300 J
E) 500 J



Solución:

De la primera ley de Newton (vertical):

$$N = 210 - (80 - 30) = 160 \text{ N}$$

De la segunda ley de Newton (horizontal):

$$F_R = 60 + 40 - (0,5)(160) = 20 \text{ N}$$

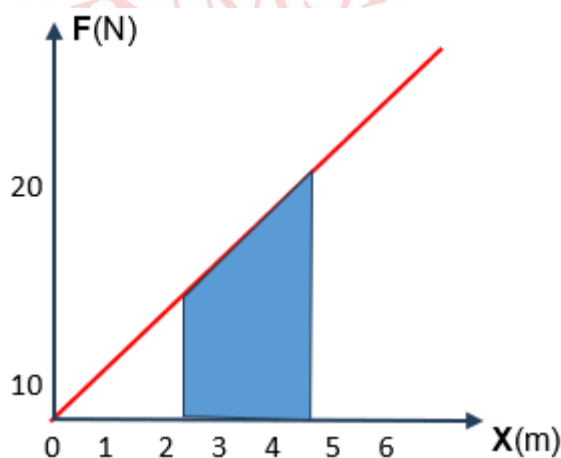
$$W^{F_R} = (20) \cdot (10) = 200 \text{ J}$$

Rpta.: B

5. Sobre un cuerpo actúa una fuerza en la dirección del eje x de acuerdo con la ecuación: $F = 5x$, donde x se mide en metros y F en newtons. Determine el trabajo realizado por la fuerza F para desplazar al cuerpo desde la posición $x_1 = + 2$ m hasta la posición $x_2 = + 4$ m.

- A) 10 J B) 15 J C) 20 J D) 25 J E) 30 J

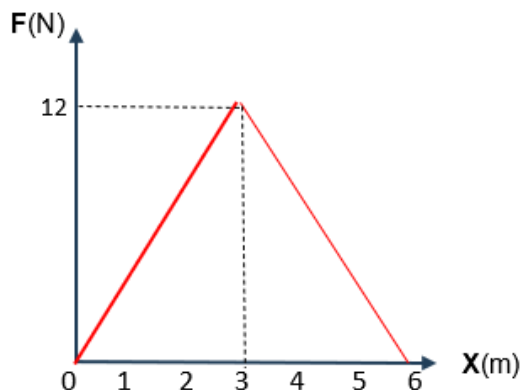
Solución:



$$W = \frac{10 + 20}{2} = 15 \text{ J}$$

Rpta.: B

6. Sobre un cuerpo de masa 2 kg, actúa una fuerza neta en la dirección del eje x que varía con la posición según la gráfica mostrada en la figura. Si el cuerpo parte del reposo en la posición $x = 0$ y su fuerza máxima $F_m = 12$ N, ¿cuál es la rapidez en la posición $x = 6$ m?



- A) 2 m/s
B) 4 m/s
C) 6 m/s
D) 8 m/s
E) 10 m/s

Solución:

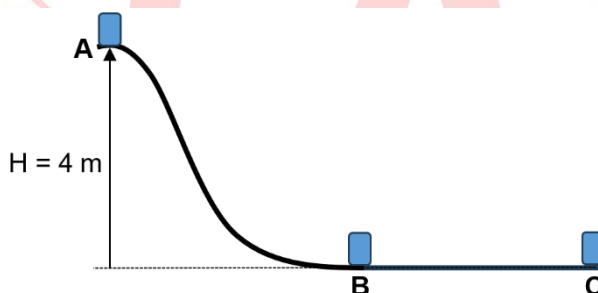
$$W_{AB}^F = \Delta E_c \Rightarrow \frac{6 \times 12}{2} = \frac{1}{2} \cdot (2)v^2 \Rightarrow v = 6 \text{ m/s}$$

Rpta.: C

7. Un bloque de 50 kg de masa se desliza de A a B perdiendo el 10 % de su energía mecánica cuando llega a B. Si el bloque se detiene en C, determine el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento entre el piso y el bloque en el tramo de B a C.

(Considere $H = 4$ m, $h = 2$ m y $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A) +1600 J
B) -1600 J
C) +1800 J
D) -1800 J
E) -2000 J



Solución:

$$\frac{90}{100} \times E_A^M = E_B^M \rightarrow \frac{90}{100} \times 50 \times 10 \times 4 = E_{c,B} \rightarrow E_{c,B} = 1800 \text{ J}$$

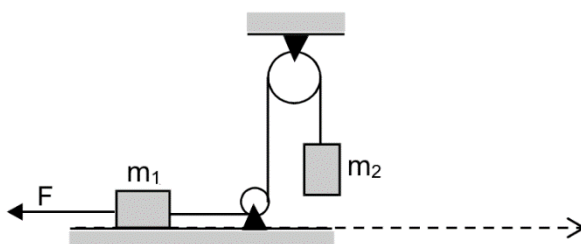
$$W_{BC}^{fr} = 0 - 1800 \text{ J} = -1800 \text{ J}$$

Rpta: E

8. Se aplica una fuerza horizontal $F = 40$ N al bloque m_1 , partiendo del reposo, tal como se muestra en la figura. Determine la potencia media desarrollada por F durante 2 s respectivamente si $m_1 = m_2 = 2$ kg.

(Considere las superficies lisas, poleas ideales y $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A) 600 W
B) 400 W
C) 300 W
D) 200 W
E) 100 W



Solución:

Calculando la aceleración:

$$F - T = m_s \cdot a$$

$$40 - 20 = 4a \rightarrow a = 5 \text{ m/s}^2$$

Calculando la velocidad en $t = 2\text{s}$:

$$v = v_o + a \cdot t \rightarrow v = 0 + 5 \cdot (2) = 10 \text{ m/s}$$

Potencia media desarrollada:

$$P = F \cdot v_m = 40 \times \left(\frac{0 + 10}{2} \right) = 200 \text{ W}$$

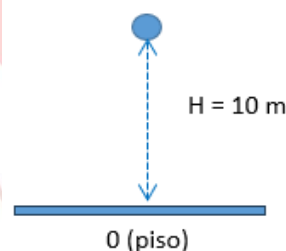
Rpta.: D**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Se deja caer un cuerpo de masa 1 kg, desde una altura $H = 10 \text{ m}$, tal como se muestra en la figura. Indique la verdad (V) o falsedad (F) de las proposiciones siguientes:

(Desprecie la resistencia del aire $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- I. El trabajo realizado por la fuerza gravitacional es -100 J .
II. Durante la caída, se conserva la energía mecánica.
III. La energía cinética al llegar al piso es 100 J .

- A) FVV B) VVF C) FFV
D) VFV E) FFF

**Solución:**

- I) F II) V III) V

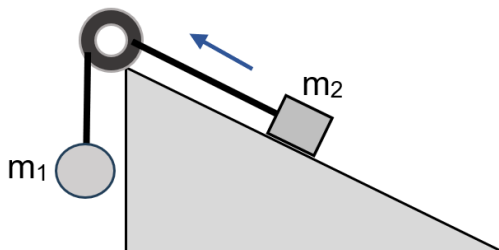
$$W = + F \cdot d = 10 \cdot 10 = + 100 \text{ J}$$

$$E_c = 100 \text{ J (conservación de la energía mecánica)}$$

Rpta.: A

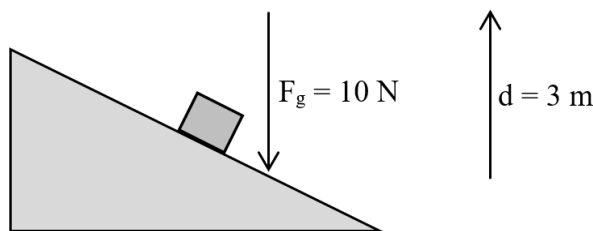
2. En la figura mostrada, la esfera de masa $m_1 = 4 \text{ kg}$ se desplaza 5 m. Determine el trabajo realizado por la fuerza gravitacional sobre el cuerpo de masa $m_2 = 1 \text{ kg}$.

- A) $+ 30 \text{ J}$
B) $+ 50 \text{ J}$
C) $+ 100 \text{ J}$
D) $- 30 \text{ J}$
E) $- 50 \text{ J}$



Solución:

Cuerpo m_2 :



$$W_F = (-10) \times (+3) = -30 \text{ J}$$

Rpta.: D

3. Un estudiante aplica una fuerza horizontal constante F de magnitud 105 N a un bloque de masa $m_1 = 10 \text{ kg}$ el cual está en contacto con otro bloque de masa $m_2 = 5 \text{ kg}$, tal como se muestra en la figura. Determine el trabajo realizado por la fuerza de contacto sobre m_2 cuando los bloques se desplazan 10 m.

($g = 10 \text{ m/s}^2$)

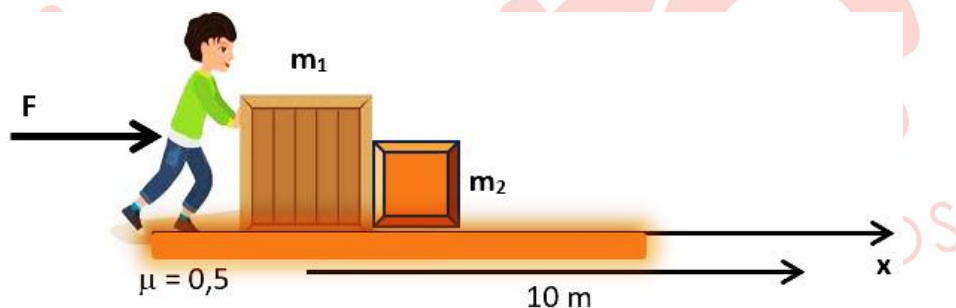
A) 750 J

B) - 750 J

C) 1250 J

D) - 1250 J

E) 1750 J



Solución:

Cálculo de la fuerza de rozamiento sobre m_1 y m_2 :

$$f_{r1} = \mu \cdot N = 0,5 \times 100 = 50 \text{ N}$$

$$f_{r2} = \mu \cdot N = 0,5 \times 50 = 25 \text{ N}$$

Aceleración:

$$105 - 75 = 15 a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

Cálculo de F_c :

$$F_c - f_{r2} = m_2 \cdot a \Rightarrow F_c = 50 \times 2 + 25 \Rightarrow F_c = 125 \text{ N}$$

Trabajo realizado por la fuerza F_c :

$$W = (125 \text{ N}) \cdot (10 \text{ m}) = 1250 \text{ J}$$

Rpta.: C

4. En la figura, se tiene un resorte de constante de elasticidad $k = 100 \text{ N/m}$ sin deformar ($x = 0$). Al estirarlo lentamente, determine el trabajo desarrollado sobre el resorte desde $x = 5 \text{ cm}$ hasta $x = 10 \text{ cm}$.

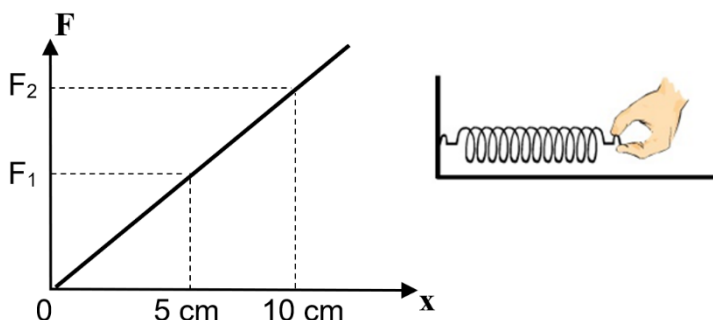
A) $100 \times 10^{-3} \text{ J}$

B) $150 \times 10^{-3} \text{ J}$

C) $200 \times 10^{-3} \text{ J}$

D) $250 \times 10^{-3} \text{ J}$

E) $300 \times 10^{-3} \text{ J}$



Solución:

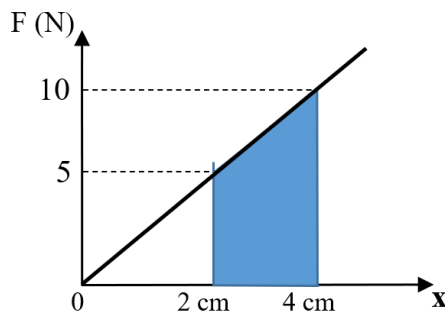
$$F = k \cdot x$$

$$F_1 = 5 \text{ N}$$

$$F_2 = 10 \text{ N}$$

Trabajo realizado:

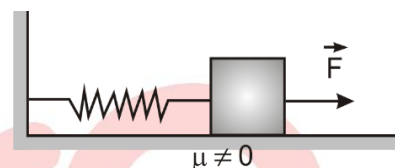
$$150 \times 10^{-3} \text{ J}$$



Rpta.: A

5. En la figura, la fuerza F desplaza al bloque sobre una superficie horizontal rugosa. Con relación al trabajo que realizan las fuerzas, indique la verdad (V) o falsedad (F) de las proposiciones siguientes:

- I. La fuerza $\vec{F}$ realiza un trabajo positivo.
- II. La fuerza de rozamiento realiza un trabajo negativo.
- III. La fuerza del resorte realiza un trabajo positivo.



- A) VVV B) VFV C) VVF D) FVF E) FFV

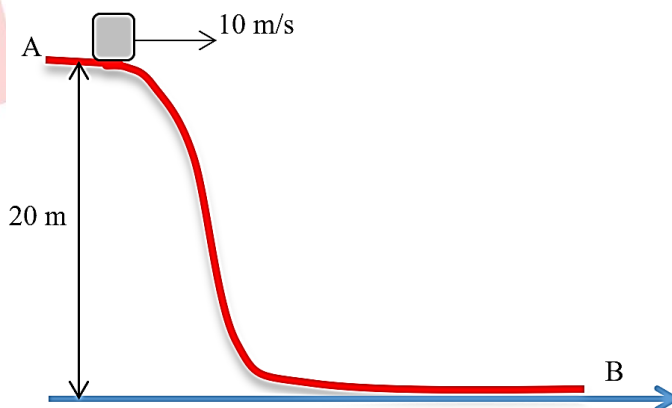
Solución:

- I. La fuerza $\vec{F}$ realiza un trabajo positivo.
- II. La fuerza de rozamiento realiza un trabajo negativo.
- III. La fuerza del resorte realiza un trabajo negativo.

(V)
(V)
(F)

Rpta.: C

6. Un bloque de masa 2 kg se desliza sobre una superficie rugosa. Cuando pasa por la posición A la rapidez es 10 m/s como se muestra en la figura. Si durante el recorrido disipa 200 J de calor, determine la energía cinética en el punto B.



- A) 100 J B) 200 J
C) 250 J D) 300 J
E) 500 J

Solución:

Energía mecánica en A:

$$E_M = 2 \times 10 \times 20 + \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 = 500 \text{ J}$$

Energía perdida entre A y B:

$$E = 200 \text{ J}$$

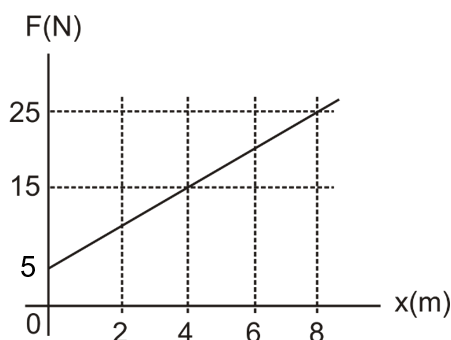
Energía cinética en B es

$$E_c = 300 \text{ J}$$

Rpta.: D

7. La gráfica muestra la dependencia de la fuerza F (N) con la posición x (m), cuando actúa sobre un bloque colocado sobre una superficie horizontal lisa. Determine el trabajo realizado por F entre las posiciones $x_1 = 4$ m y $x_2 = 8$ m.

- A) 50 J
B) 60 J
C) 75 J
D) 80 J
E) 100 J



Solución:

$$F = 5 + 2,5 x$$

$$F(4) = 5 + 2,5(4) = 15$$

$$F(8) = 5 + 2,5(8) = 25$$

El trabajo realizado por la fuerza F entre $x_1 = 4$ m y $x_2 = 8$ m es

$$W = \left(\frac{15 + 25}{2} \right) \cdot 4 = 80 \text{ J}$$

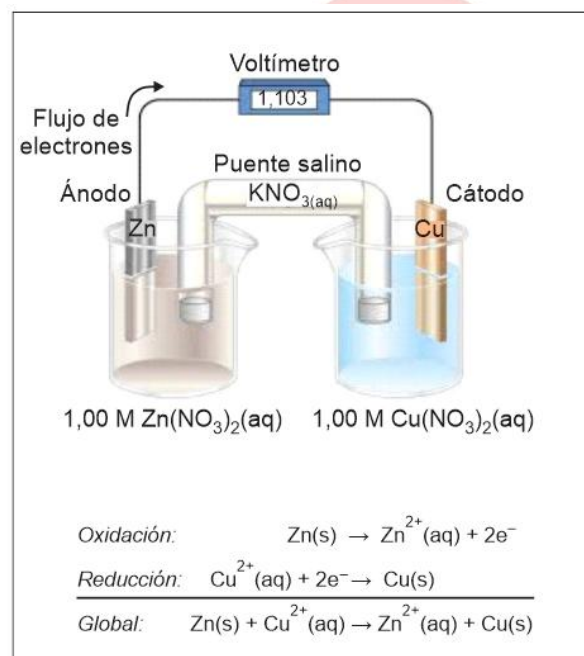
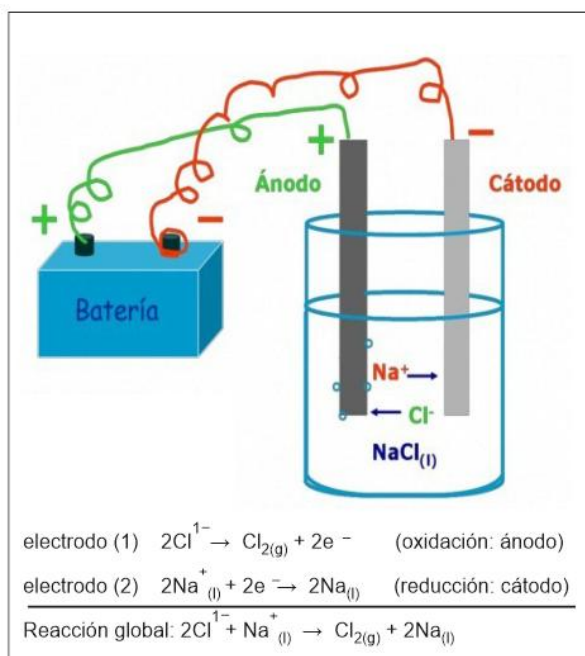
Rpta.: D

QUÍMICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. En la electrólisis, se produce una reacción química no espontánea cuando los electrones de una fuente externa son forzados a fluir en sentido contrario al que tendrían si fluyeran espontáneamente. La celda electroquímica en la que se produce la electrólisis se denomina celda o cuba electrolítica, tiene muchas aplicaciones industriales como el depósito electrolítico de metales, en refinación electrolítica y la producción de sustancias como NaOH(aq) , $\text{H}_2(\text{g})$ y $\text{Cl}_2(\text{g})$. Una celda o pila voltaica (galvánica) produce electricidad a partir de una reacción de oxidación-reducción espontánea.

La diferencia en potencial eléctrico entre los dos electrodos es el voltaje de la celda. Una batería almacena energía química de forma que puede liberarse en forma de energía eléctrica. Respecto al esquema seleccione la alternativa incorrecta.



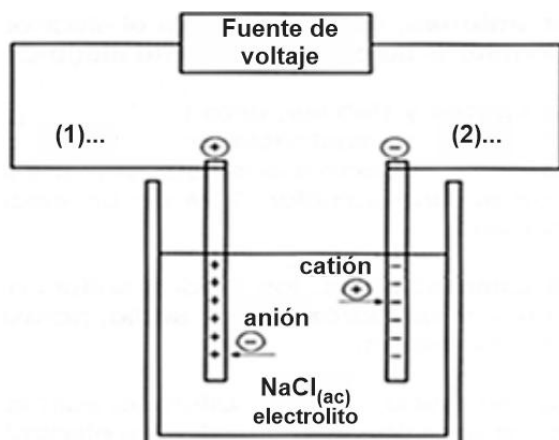
- A) En una celda electrolítica, el cloruro de sodio fundido es un electrolito de primera especie.
- B) El peso equivalente del cloro gaseoso es masa molar de $\text{Cl}_2 / 2$.
- C) El Zn metálico se oxida en la media celda galvánica.
- D) En la celda galvánica, el Cu metálico se deposita en el cátodo.
- E) En la celda voltaica, los electrones fluyen desde el ánodo hacia el cátodo.

Solución:

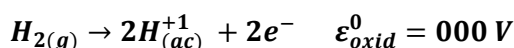
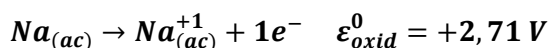
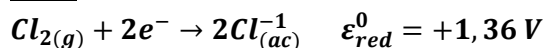
- A) **Incorrecto:** El cloruro de sodio fundido es un electrolito de segunda especie.
- B) **Correcto:** El peso equivalente del cloro gaseoso es masa molar de $\text{Cl}_2 / 2$.
- C) **Correcto:** El Zn metálico se oxida en la media celda (ánodo) de una celda voltaica.
- D) **Correcto:** En la celda galvánica, el Cu metálico se deposita en el cátodo.
- E) **Correcto:** En la celda voltaica, los electrones fluyen desde el ánodo hacia el cátodo.

Rpta.: A

2. En un experimento, se utilizó una celda como la mostrada en la figura. Se pasó una corriente de 20 amperios a través de una disolución de cloruro de sodio durante 50 segundos. Con respecto a la información mostrada, al respecto seleccione la secuencia de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:



Dato:

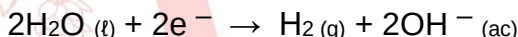


- I. En el electrodo (2), se deposita sodio metálico.
- II. En el electrodo (1), se formó 0,74 gramos de cloro gaseoso.
- III. Con una carga equivalente a un Faraday, los litros de cloro a CN son 11,2.

A) VVF B) FVF C) VVV D) FFV E) FVV

Solución:

- I. **Falso:** En el electrodo (2), es el cátodo se libera hidrógeno gaseoso. Es el cátodo, ahí se produce semirreacción de reducción del agua.



II. **Verdadero:**

Sabemos que $Q_{\text{coulomb}} = I \text{ Amperios} \times \text{Segundos}$ del dato $Q = 1000\text{C}$

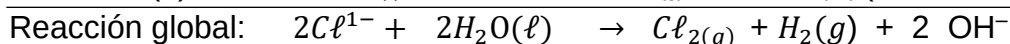
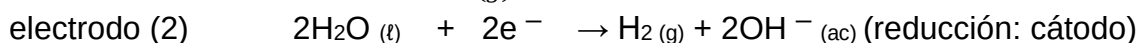
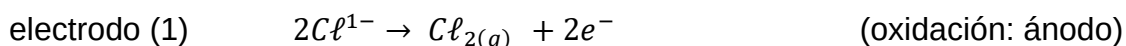
Sabemos que $1\text{F} = 96500\text{C}$ y 1F deposita 1 equivalente químico.

Calculemos cuántos equivalentes depositan con una carga de 1000C

$$Q = 1000\text{C} \times \frac{1 \text{ faraday}}{96500 \text{ C}} \times \frac{1 \text{ equivalente}}{1 \text{ faraday}} = 0,0104 \text{ equivalentes}$$

$$\text{Peso} = 0,0104 \text{ equiv} \times 71\text{g/equiv} = 0,7384 \approx 0,74 \text{ gramos de cloro}$$

Semirreacciones:

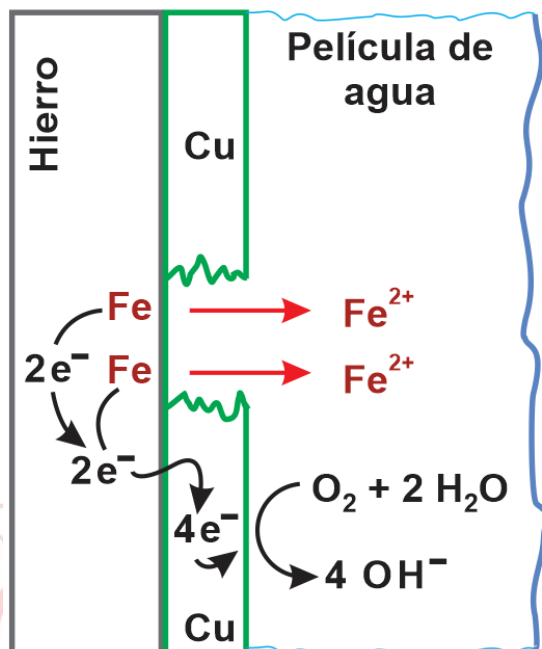


III. **Verdadero:**

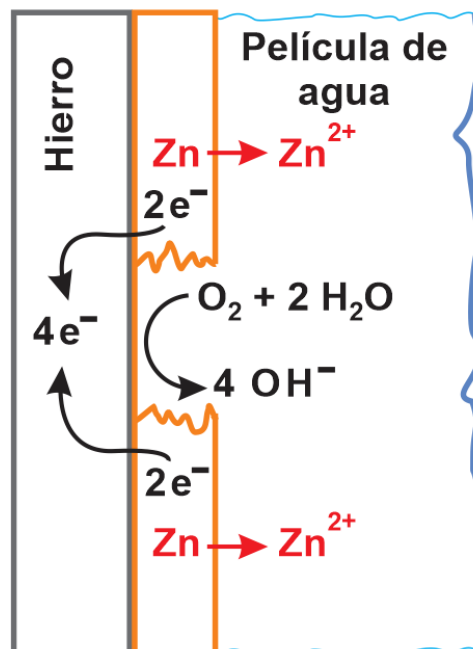
$$1 \text{ faraday} \times \frac{1 \text{ mol de } \text{Cl}_2}{2 \text{ faraday}} \times \frac{22,4 \text{ L a CN}}{1 \text{ mol } \text{Cl}_2} = 11,2 \text{ litros de cloro}$$

Rpta.: E

3. Un método para proteger una superficie de hierro consiste en recubrirla con una capa fina de otro metal. El hierro puede recubrirse con cobre por electrólisis o con estaño sumergiendo el hierro en el estaño fundido. Mientras el recubrimiento está intacto y si hay grietas, el hierro se corroe. En el siguiente esquema, se muestra dos formas de impedir que el hierro se corra. Al respecto, seleccione la secuencia correcta de verdadero (V o F) de las siguientes proposiciones:



(a): hierro recubierto de cobre



(b): Hierro galvanizado

- I. En (a), el hierro expuesto se oxida, pierde electrones: reacción anódica.
II. En (b), el hierro no está expuesto, el cinc se oxida: reacción catódica.
III. En ambas reacciones, el O_2 que está disuelto en agua se reduce a OH^- .

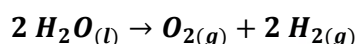
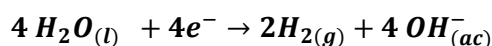
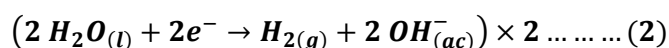
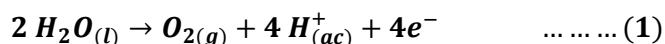
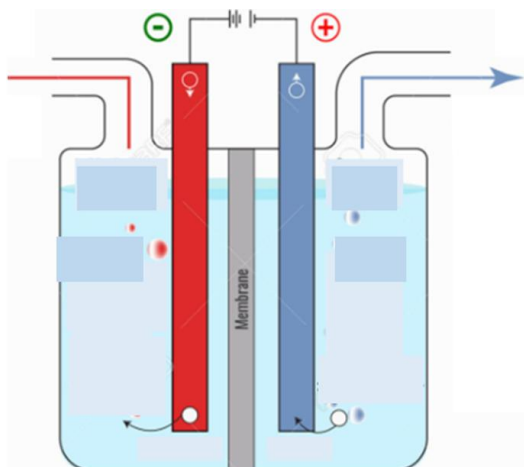
A) VVF B) FVF C) VVV D) FFV E) VFV

Solución:

- I. **Verdadero:** En (a), el hierro expuesto se oxida, pierde electrones: reacción anódica.
II. **Falso:** En (b), el hierro no está expuesto, el cinc se oxida: reacción anódica.
III. **Verdadero:** En ambas reacciones, el O_2 , que está disuelto en agua se reduce a OH^- es una reacción catódica.

Rpta.: E

4. El ácido sulfúrico (H_2SO_4) es un compuesto que se aplica principalmente en baterías de vehículos, razón por la cual es conocido como *ácido de batería* y su electrólisis es similar a la del agua. Según esquema mostrado, al respecto, si en el electrodo negativo se produce $4,48 \times 10^{-2} \text{ m}^3$ de gas medido a condiciones normales, determine los gramos del gas que se forma en el electrodo positivo.

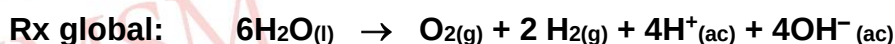
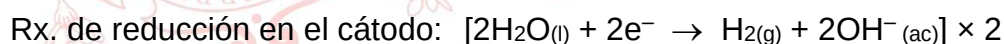


Datos: $\overline{M}_H = 1,0 \text{ g/mol}$ $\overline{M}_O = 16,0 \text{ g/mol}$

- A) $3,2 \times 10^1$ B) $1,6 \times 10^1$ C) $4,0 \times 10^0$ D) $2,0 \times 10^0$ E) $4,8 \times 10^2$

Solución:

En la electrólisis del ácido sulfúrico, las semirreacciones que ocurren en los electrodos son



$$4,48 \times 10^{-2} \text{ m}^3 \text{H}_2 \left(\frac{10^3 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} \right) \left(\frac{2 \text{ g H}_2}{22,4 \text{ L}} \right) = 4 \text{ g H}_2$$

Determinación de la masa empleando la segunda ley de Faraday

$$\frac{m_{\text{H}_2}}{m_{\text{eq H}_2}} = \frac{m_{\text{O}_2}}{m_{\text{eq O}_2}} \Rightarrow m_{\text{O}_2} = \frac{m_{\text{H}_2}}{m_{\text{eq H}_2}} \times \text{Peq O}_2 m_{\text{eq}}(\text{H}_2) = \frac{2 \text{ g/mol}}{2 \text{ eq/mol}} = 1 \text{ g/eq}$$

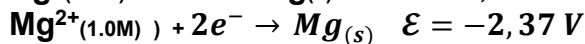
$$m_{\text{eq}}(\text{O}_2) = \frac{32 \text{ g/mol}}{4 \text{ eq/mol}} = 8 \text{ g/eq}$$

$$m_{\text{O}_2} = \frac{4 \text{ g H}_2}{1 \text{ g H}_2} \times 8 \text{ g O}_2 = 32 \text{ g O}_2$$

Rpta.: A

5. Una celda galvánica está formada por un electrodo de Mg en una disolución de $\text{Mg}(\text{NO}_3)_2$ 1.0M y un electrodo de Ag en una disolución de AgNO_3 1.0 M. Respecto a esta celda seleccione la secuencia de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

Dato:



- I. La representación del diagrama de celda es $\text{Mg}_{(s)} / \text{Mg}^{2+}_{(1.0\text{M})} // \text{Ag}^+_{(1.0\text{M})} / \text{Ag}_{(s)}$.
II. La *fem* estándar de la celda es + 3,17 V.
III. La reacción es espontánea.

A) FVV B) VFV C) FVV D) VVV E) FFF

Solución:

- I. **Verdadero:** La representación del diagrama de celda es $\text{Mg}_{(s)} / \text{Mg}^{2+}_{(1.0\text{M})} // \text{Ag}^+_{(1.0\text{M})} / \text{Ag}_{(s)}$

- II. **Verdadero:** La *fem* estándar de la celda es 3,17 V.

$$\Delta \mathcal{E}^\circ_{\text{celda}} = \mathcal{E}^\circ_{\text{cátodo}} - \mathcal{E}^\circ_{\text{ánodo}}$$

$$\Delta \mathcal{E}^\circ_{\text{celda}} = \mathcal{E}_{\text{Ag}^+_{(1.0\text{M})} / \text{Ag}_{(s)}} - \mathcal{E}_{\text{Mg}^{2+}_{(1.0\text{M})} / \text{Mg}_{(s)}}$$

$$\Delta \mathcal{E}^\circ_{\text{celda}} = 0,80 \text{ V} - (-2,37 \text{ V}) = +3,17 \text{ V}$$

- III. **Verdadero:** La reacción es espontánea $\Delta \mathcal{E}^\circ_{\text{celda}} > 0$.

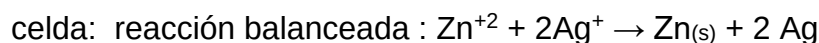
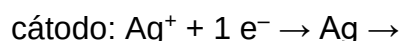
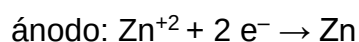
Rpta.: D

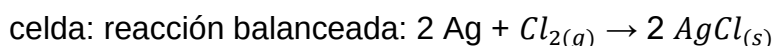
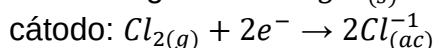
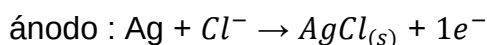
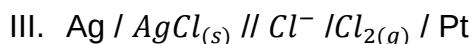
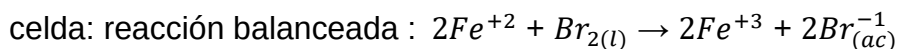
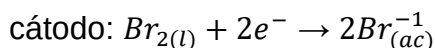
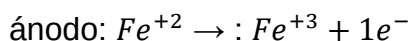
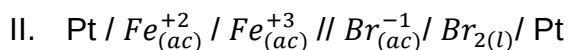
6. En electroquímica, se denomina electrodo a una pieza de metal, M. Un electrodo sumergido en una disolución que contiene iones del mismo metal, M^{n+} , se denomina semicelda. Entre los átomos metálicos del electrodo y los iones metálicos en disolución, pueden darse dos tipos de interacciones:

1. Un ion metálico M^+ de la disolución puede chocar con el electrodo, tomar de él n electrones y convertirse en un átomo metálico M (se reduce).
2. Un átomo metálico M^+ de la superfide puede ceder n electrones al electrodo e incorporarse a la disolución como ion M. El átomo metálico se oxida estableciéndose rápidamente un equilibrio entre el metal y la disolución.

Al respecto, seleccione la secuencia de verdad (V o F) de las siguientes alternativas que representan correctamente las reacciones en el ánodo y el cátodo y la reacción de la celda respectivamente:

- I. $\text{Zn}_{(s)} / \text{Zn}^{+2} // \text{Ag}^+_{(\text{ac})} / \text{Ag}_{(s)}$





A) VFV

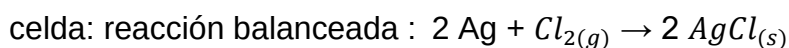
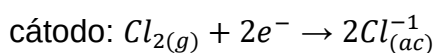
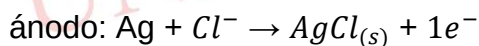
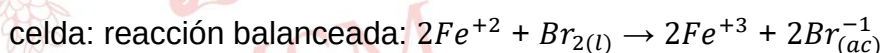
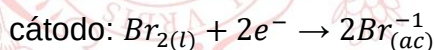
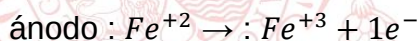
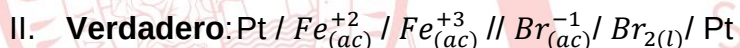
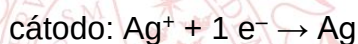
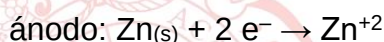
B) FFV

C) VVV

D) VVF

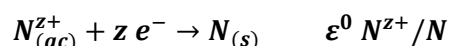
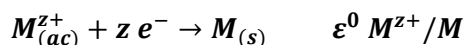
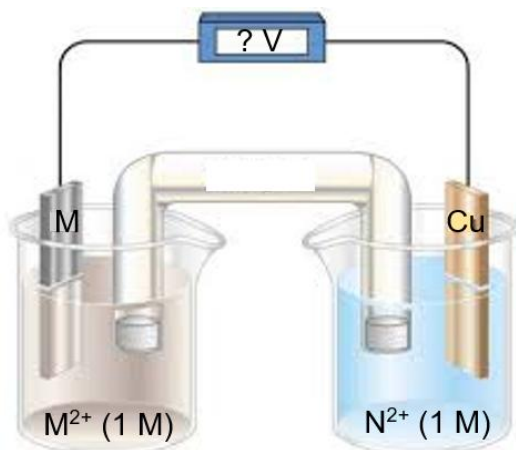
E) FVV

Solución:



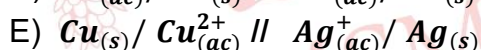
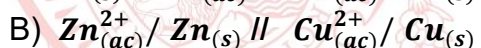
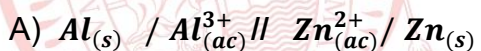
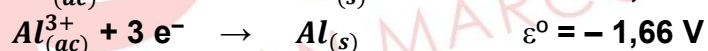
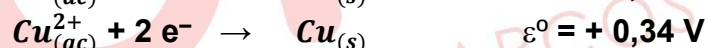
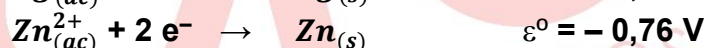
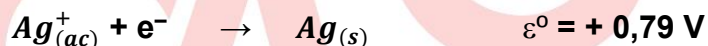
Rpta.: E

7. El siguiente esquema de una celda voltaica está formada por dos electrodos estándar de dos metales "M" y "N".



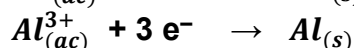
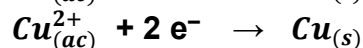
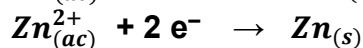
Ánodo: Oxidación Cátodo: Reducción

Con la información presentada, utilice los datos de potencial estándar y represente el diagrama de celda del par de semirreacciones que da el mayor valor de potencial de celda positivo y el par de semirreacciones que da el menor potencial de celda positivo.



Solución:

Semirreacción



ε^0 potencial estándar de reducción (voltios)

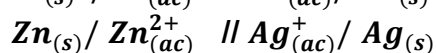
$$\varepsilon^0 = + 0,79 \text{ V}$$

$$\varepsilon^0 = - 0,76 \text{ V}$$

$$\varepsilon^0 = + 0,34 \text{ V}$$

$$\varepsilon^0 = - 1,66 \text{ V}$$

par de semi reacciones



$$\varepsilon_{\text{celda}}^0 = \varepsilon_{\text{cátodo}}^{\text{red}} - \varepsilon_{\text{ánodo}}^{\text{red}}$$

$$2,0 \text{ voltios}$$

$$1,55 \text{ voltios}$$

$$2,45 \text{ voltios}$$

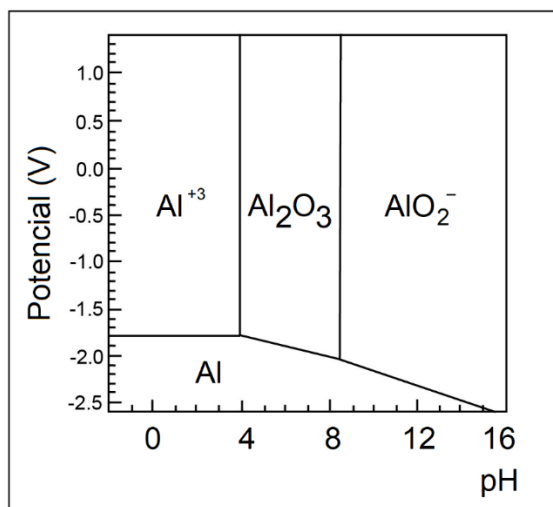
$$1,10 \text{ voltios}$$

$$0,9 \text{ voltios}$$

$$0,45 \text{ voltios}$$

Rpta.: C

8. Los diagramas de Pourbaix, también conocidos como diagramas de Potencial-pH, se utilizan para predecir los estados más estables de un metal, sus productos y sus iones asociados en una solución acuosa.



Con respecto al gráfico y considerando diagramas de Pourbaix del aluminio y sus especies, seleccione la alternativa que contenga el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. Cuando el sistema tiene un potencial de 0,5 V y a un pH igual a 2, se presenta el aluminio en forma de compuesto.
- II. A un pH mayor a 12 hay mucha posibilidad de obtener un sistema que presente al aluminio en su forma de ion poliatómico.
- III. A un pH fisiológico y un potencial de – 2,5 V el aluminio se presenta en su forma elemental.

A) VVV B) VFF C) FVV D) VVF E) VFV

Solución:

- I. **Falso.** Cuando el sistema tiene un potencial de 0,5 V y a un pH igual a 2 se presenta el aluminio en forma oxidada.
- II. **Verdadero.** A un pH mayor a 12 hay mucha posibilidad de obtener un sistema que presente al aluminio en su forma de ion poliatómico.
- III. **Verdadero.** A un pH fisiológico (pH entre 7,35 y 7,45) y un potencial de – 2,5 V el aluminio se presenta en su forma elemental.

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

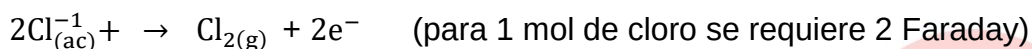
1. Se hace circular corriente eléctrica durante 5 horas para obtener a partir del cloruro de sodio acuoso 0,15 mol de cloro gaseoso. Según lo señalado, seleccione la secuencia correcta de verdadero (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. La intensidad de la corriente necesaria es 1,6 A.
II. Se deposita 0,15 mol de sodio en el cátodo.
III. El volumen de cloro liberado medido a condiciones normales es 3,36 L.

A) VFV B) VVF C) FVF D) FFV E) FFV

Solución:

- I. **Verdadero:** La intensidad de la corriente necesaria es 1,6 A.



$$\frac{0,15 \text{ mol Cl}_2}{5 \text{ h}} \times \frac{2F}{1 \text{ mol Cl}_2} \times \frac{96500 \text{ C}}{1F} \times \frac{1A}{1C/s} \times \frac{1h}{3600 \text{ s}} = 1,61 \text{ A}$$

- II. **Falso:** En el cátodo, se libera H₂ gaseoso $2\text{H}_2\text{O}_{(\text{l})} + 2e^{-} \rightarrow \text{H}_{2(\text{g})} + 2\text{OH}^{-}$.

- III. **Verdadero:** El volumen de cloro liberado medido a condiciones normales es 3,36 L.

$$0,15 \text{ mol Cl}_2 \frac{a \text{ CN } 22,4 \text{ L}}{1 \text{ mol}} = 3,36 \text{ L}$$

Rpta.: A

2. Cuando la diferencia de potencial en una celda es positiva, la reacción es espontánea y se genera energía eléctrica, respecto a los siguientes datos se muestra la semirreacción con su respectivo potencial estándar:



Considere armar una celda que maximice el potencial de celda (suponiendo un puente salino y un cátodo de platino) y seleccione la secuencia de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. El potencial estándar de la celda es + 1,828 V.
II. El diagrama de celda es $\text{Zn}_{(\text{s})}/\text{Zn}_{(\text{ac})}^{+2} // \text{Br}_{2(\text{l})} / 2\text{Br}_{(\text{ac})}^{-} / \text{Pt}$.
III. El flujo de electrones va del ánodo Zn al cátodo Pt.

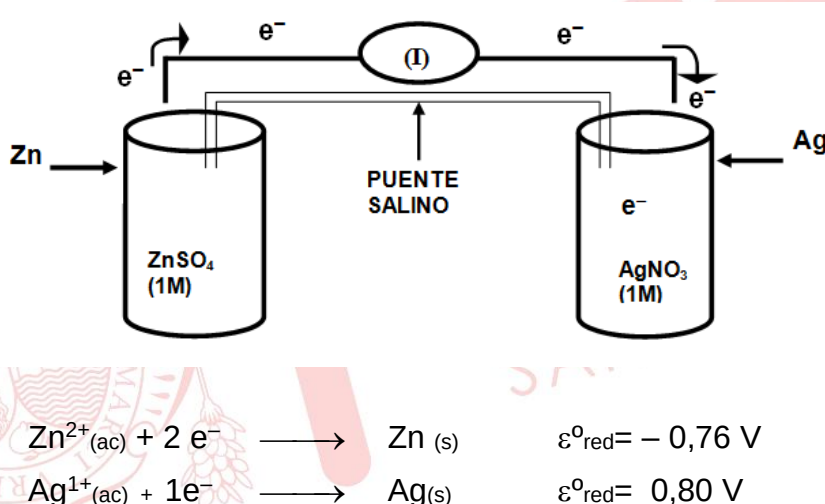
A) FVV B) VFV C) VVV D) VVF E) FFF

Solución:

- I. **Verdadero:** El potencial estándar de la celda es + 1,828 V.
El potencial de celda es la suma de potenciales de las semirreacciones de celda
 $\Delta \mathcal{E}^{\circ}_{\text{celda}} = \mathcal{E}^{\circ}_{\text{cátodo}} - \mathcal{E}^{\circ}_{\text{ánodo}}$
 $\Delta \mathcal{E}^{\circ}_{\text{celda}} = + 1,065 \text{ V} - (-0,763 \text{ V}) = + 1,828 \text{ V}$
- II. **Verdadero:** El diagrama de celda es $\text{Zn}_{(\text{s})} / \text{Zn}^{+2}_{(\text{ac})} // \text{Br}_{2(\text{l})} / 2\text{Br}^{-}_{(\text{ac})} / \text{Pt}$.
- III. **Verdadero:** El flujo de electrones en el circuito externo va del ánodo Zn al cátodo platino (Pt).

Rpta.: C

3. El esquema de una celda nos permite entender el proceso redox. Al respecto, considere el siguiente esquema de celda y con los datos presentados y seleccione la alternativa incorrecta.

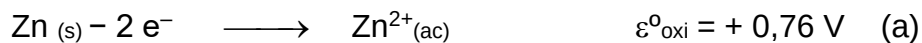


- A) El puente salino cierra el circuito y es una reacción espontánea.
- B) La reacción $\text{Zn}_{(\text{s})} - 2\text{e}^{-} \longrightarrow \text{Zn}^{2+}$ se produce en el ánodo.
- C) El diagrama de celda es $\text{Zn}_{(\text{s})} | \text{Zn}^{+2}_{(1\text{M})} || \text{Ag}^{+1}_{(1\text{M})} | \text{Ag}_{(\text{s})}$.
- D) En (I), se lee + 0,04 voltios que corresponde a la fem de la pila.
- E) La reacción neta de la celda es $\text{Zn}_{(\text{s})} + \text{Ag}^{+1}_{(\text{ac})} \longrightarrow \text{Zn}^{+2}_{(\text{ac})} + \text{Ag}_{(\text{s})}$.

Solución:

- A) **Correcta:** El puente salino cierra el circuito, sin el cual la pila no funciona.
Es una reacción espontánea porque el potencial de celda es mayor que cero.
- B) **Correcta:** La reacción: $\text{Zn}_{(\text{s})} - 2\text{e}^{-} \longrightarrow \text{Zn}^{2+}$ se produce en el ánodo que, en este caso, es el electrodo negativo.
- C) **Correcta:** El diagrama de celda es: $\text{Zn}_{(\text{s})} | \text{Zn}^{+2}_{(1\text{M})} || \text{Ag}^{+1}_{(1\text{M})} | \text{Ag}_{(\text{s})}$.

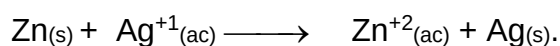
D) **Incorrecta:** En (I), se lee + 1,56 voltios que resulta de



$$\begin{aligned} \varepsilon^{\circ}_{\text{celda}} &= \varepsilon^{\circ}_{\text{red (cátodo)}} - \varepsilon^{\circ}_{\text{red (ánodo)}} \\ &= 0,80 - (-0,76) \end{aligned}$$

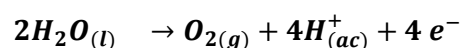
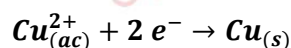
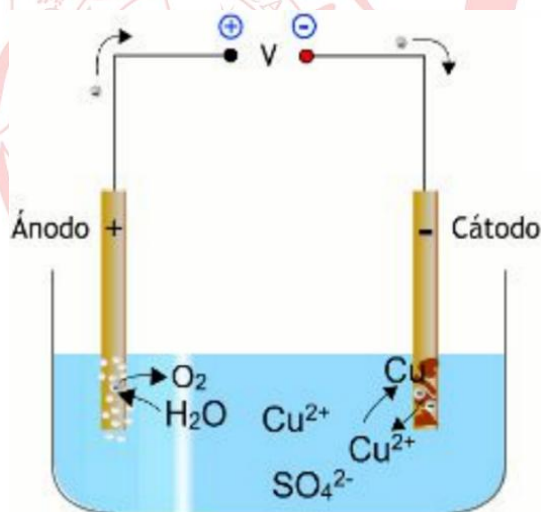
$\varepsilon^{\circ}_{\text{celda}} = +1,56 \text{ V}$ (corresponde a la fem de la pila).

E) **Correcta:** La reacción neta de la celda es la suma de (a) + (b)



Rpta.: D

3. Para obtener cobre metálico a partir de una disolución acuosa que contiene 10 mol de sulfato cúprico, se hace circular durante 4 horas una corriente eléctrica de 10 amperios (se muestra el esquema de la celda). Las semirreacciones que tienen lugar, y la reacción global, se muestran a continuación. Observe el esquema de la celda electrolítica. Según ello, seleccione la secuencia de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:



Dato Peso atómico: Cu = 63,5 O = 16

$$\frac{63,5}{96\,500} = 6,58 \times 10^{-4}$$

- I. Se deposita 47 gramos de cobre metálico en el cátodo.
- II. Al finalizar el proceso de la electrólisis, quedan 9,3 mol de cobre.
- III. Se liberan $4,5 \times 10^{23}$ átomos de oxígeno en el ánodo.
- IV. Para 1 faraday el equivalente electroquímico del ion cobre (II) es 31,75.

A) VVVV B) FFVV C) VFVV D) VVFF E) VVVF



Solución:

I. Verdadero:

Se deposita 47 gramos de cobre en el cátodo.

$$10A \frac{C/s}{1A} \times \frac{3600s}{1h} \times 4h \times \frac{1faraday}{96500C} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{2F} \times \frac{63,5 \text{ g Cu}}{1 \text{ mol Cu}} = 47.3 \approx 47$$

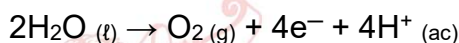
II. Verdadero:

$$N^{\circ} \text{ de moles de Cu} = \frac{\text{masa}}{\text{masa molar}} = \frac{47 \text{ g de Cu}}{63,5 \text{ g/mol}} = 0,7 \text{ mol de Cu depositado}$$

$$10 \text{ mol de Cu inicial} - 0,7 \text{ mol de Cu depositado} \\ = 9,3 \text{ mol de Cu que queda en solución}$$

III. Verdadero:

La semirreacción de oxidación ocurre en el ánodo es



Determinamos la masa equivalente y el equivalente gramo de gas oxígeno (O₂):

$$meq(O_2) = \frac{32g/mol}{4eqg/mol} = 8 \text{ g/eq} \quad 1eqgO_2 = 8gO_2$$

se liberan $1,12 \times 10^{16}$ átomos de O₂

$$\frac{47 \text{ g Cu}}{\frac{63,5 \text{ g}}{2 \text{ eq/g}}} = \frac{m O_2}{8 \text{ g/eq}} = 11.8 \approx 12 \text{ gO}_2$$

$$12 \text{ g de O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} \times \frac{2 \times 6 \times 10^{20} \text{ átomos de Oxígeno}}{1 \text{ mol de O}_2} \\ = 4,5 \times 10^{23} \text{ átomos de oxígeno.}$$

IV. Falso:

De la primera ley de Faraday: $m = k Q$

$$\text{Peso equiv. de Cu} = \frac{63,5g/mol}{2 \text{ eq/mol}} = 31,75 \text{ g/equiv}$$

$$k = \frac{m}{Q} = \frac{\text{peso equivalente}}{1 \text{ faraday}} = \frac{31,75 \text{ g/equivalente}}{96500 \text{ G/equivalente}} = 3,29 \times 10^{-4} \text{ g/C}$$

Rpta.: E



BIOLOGÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. La circulación en los animales es muy diversa y va de acuerdo con su categoría taxonómica. Respecto a la circulación en invertebrados, determine el valor de la verdad (V o F) y marque la respuesta correcta.

- I. En los cefalópodos, el sistema circulatorio es cerrado.
- II. En los artrópodos, la hemolinfa retorna al corazón a través de ostiolas.
- III. Los platelmintos realizan el transporte de nutrientes por difusión activa.
- IV. En la hidra, la distribución de nutrientes ocurre en su cavidad gastrovascular.

A) VVVV B) VVFF C) VVFF D) FFVV E) FVFF

Solución:

Los cefalópodos presentan sistema circulatorio cerrado. En los artrópodos, la hemolinfa retorna al corazón a través de los ostiolas. En la hidra, la distribución de nutrientes ocurre en su cavidad gastrovascular. En los platelmintos, los nutrientes se distribuyen por difusión pasiva a través de la pared corporal.

Rpta.: C

2. El sistema circulatorio se vuelve más complejo en función de su tamaño y estilo de vida. Correlacione las características del sistema circulatorio con el organismo al que le corresponda y marque la respuesta correcta.

- I. Corazón tabicado y dividido en 3 cámaras
- II. Presenta dos sistemas diferentes de circulación abierto.
- III. Tiene un sistema con tres corazones.
- IV. Posee 5 corazones que rodean al esófago.
- a. lombriz de tierra
- b. pulpo
- c. estrella de mar
- d. caracol

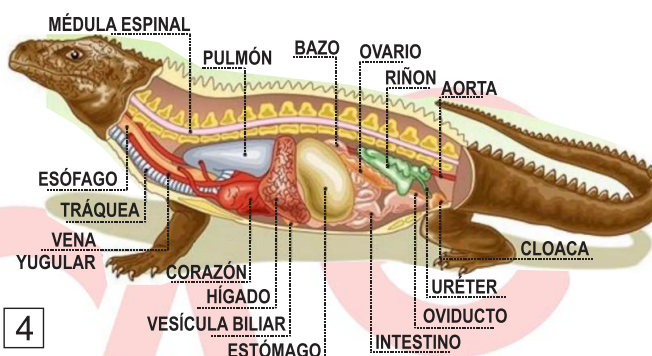
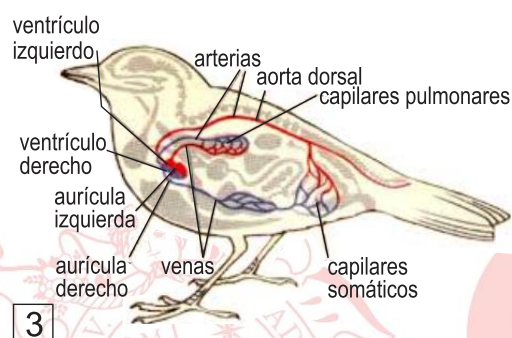
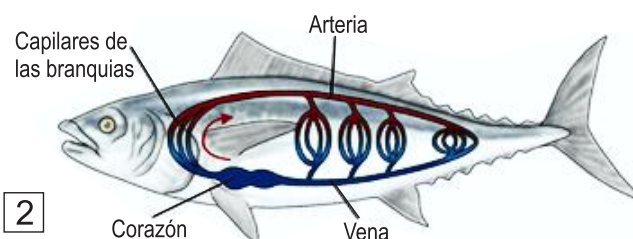
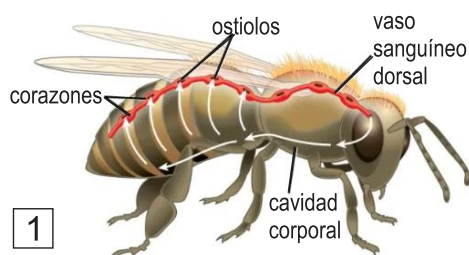
A) Id, IId, IIId, IVa C) Ic, IIa, IIId, IVb E) Ia, IId, IIId, IVb
B) Ia, IIb, IIId, IVd D) Ib, IIId, IIIa, IVc

Solución:

El caracol tiene un corazón tabicado y dividido en 3 cámaras. La estrella de mar tiene 2 sistemas diferentes de circulación para el transporte de fluidos, gases y nutrientes: sistema vascular acuífero (hidráulico) y el sistema hemal (celómico), ambos son abiertos y funcionan sin un corazón centralizado. La lombriz de tierra tiene 5 corazones que rodean al esófago. El pulpo tiene 3 corazones: 2 branquiales que bombean sangre a las branquias para oxigenarse y 1 corazón sistémico central que distribuye la sangre oxigenada a todo el cuerpo.

Rpta.: A

3. Observe las imágenes que se muestran e identifique en forma secuencial: primero el sistema circulatorio (SC) cerrado, doble e incompleto; segundo el SC cerrado, simple y completo; tercero SC cerrado, doble y completo; cuarto el SC abierto.



A) 1,2,3,4

B) 4,1,2,3

C) 4,2,3,1

D) 2,4,1,3

E) 3,2,1,4

Solución:

SC cerrado, doble e incompleto (reptil); SC cerrado, simple y completo (pez); SC cerrado, doble y completo (ave); cuarto, el SC abierto (insecto).

Rpta.: C

4. En los anfibios y en la mayoría de reptiles, la circulación es vascular, cerrada, doble porque pasa dos veces por el corazón y es incompleta, lo que provoca una ligera mezcla de sangre oxigenada y desoxigenada, debido a que el corazón tiene

A) dos aurículas.

B) un tabique parcial.

C) cuatro cámaras.

D) un ventrículo.

E) una abertura.

Solución:

El corazón de los anfibios y de algunos reptiles es un corazón generalmente con tres cámaras (dos aurículas y un ventrículo), lo que provoca una ligera mezcla de sangre oxigenada y desoxigenada. Los cocodrilos tienen cuatro cámaras, separando completamente la circulación.

Rpta.: D

5. El corazón tiene el tamaño aproximado de un puño y se divide en cuatro cavidades principales: 2 aurículas y 2 ventrículos que se comunican por válvulas, que tienen como función
- A) conducir sangre a los diferentes tejidos.
 - B) impedir que la sangre retroceda.
 - C) trasladar la sangre con muy poco oxígeno.
 - D) permitir el reflujo de sangre desde la aurícula.
 - E) controlar los latidos que realiza el corazón.

Solución:

Las válvulas permiten el flujo de la sangre hacia los ventrículos en una sola dirección evitando que retroceda hacia las aurículas, debido a que tienen fibras conocidas como cuerdas tendinosas.

Rpta.: B

6. Los vasos sanguíneos son conductos que se encargan de llevar sangre a todos los tejidos y de retornarlos al corazón. Las siguientes son características de los vasos sanguíneos, pero solo una es característica de las venas.
- A) Tienen abundante tejido elástico.
 - B) Llevan sangre del corazón a los tejidos.
 - C) Transportan sangre oxigenada.
 - D) Siguen un trayecto profundo.
 - E) Tienen la presión sanguínea muy baja.

Solución:

Las venas son los vasos sanguíneos que transportan sangre desoxigenada desde los tejidos y órganos de regreso al corazón. Tiene escaso tejido elástico y pared muscular delgada, lo que permite realizar el flujo de sangre a baja presión.

Rpta.: E

7. El latido cardíaco se inicia en el nódulo sinusal o de Keith-Flack que se encuentra en la aurícula derecha y determina la frecuencia cardíaca, igual como lo hace un marcapasos que se implanta bajo la piel del pecho para
- A) el tratamiento de todas las enfermedades del corazón.
 - B) regular el ritmo cardíaco mediante impulsos eléctricos.
 - C) producir un menor número de impulsos por minuto.
 - D) corregir que el corazón palpita muy rápidamente.
 - E) proteger todos los tipos de paros cardíacos.

Solución:

Un marcapasos es un dispositivo electrónico que genera impulsos eléctricos que son capaces de iniciar una contracción del corazón y regular el ritmo cardíaco mediante impulsos eléctricos de baja energía. Envía señales al corazón para que lata a una frecuencia normal cuando este lo hace muy lento, rápido o irregularmente.

Rpta.: B

8. Durante el ciclo cardíaco que aproximadamente dura 0.9 s, ocurren 4 fases. La fase en que disminuye la presión ventricular provocando el segundo ruido cardíaco por el cierre de las válvulas semilunares es
- A) la contracción auricular.
 - B) el llenado ventricular.
 - C) la relajación isovolumétrica.
 - D) la eyección sanguínea.
 - E) la contracción isovolumétrica.

Solución:

La relajación isovolumétrica es la fase inicial de la diástole ventricular donde el ventrículo se relaja después de la eyección, cerrando las válvulas aórtica y pulmonar. Con las cuatro válvulas cerradas, el volumen ventricular no cambia y mientras la presión cae drásticamente, se produce el segundo ruido cardíaco.

Rpta.: C

9. La sangre es una mezcla del plasma que es la porción líquida (55%) en la que se encuentran suspendidos los elementos formes (45%). La sangre cumple diversas funciones vitales como las que se indican a continuación, pero una de ellas no es correcta.
- A) Participa en la regulación de la temperatura corporal.
 - B) Distribuye hormonas y otros reguladores a las células.
 - C) Aporta oxígeno y las sustancias nutritivas a los tejidos.
 - D) Lleva dióxido de carbono hacia los pulmones.
 - E) Regula el balance de todos los fluidos en el cuerpo.

Solución:

La sangre transporta gases dióxido de carbono y oxígeno de los pulmones al resto del cuerpo; nutrientes a partir del tracto digestivo y lugares de almacenamiento a todo el cuerpo; materiales de desecho para ser excretados mediante el hígado y los pulmones; hormonas de las glándulas, hasta llegar a las células donde les corresponde llegar; y calor a la piel para contribuir a controlar la temperatura del cuerpo.

Rpta.: E

10. La vitamina K es esencial para la coagulación sanguínea, porque actúa como cofactor para sintetizar los factores de coagulación (II, VIII, IX, X) en el hígado y proteínas anticoagulantes (C y S). Por lo tanto, si la vitamina K no está presente
- A) la sangre no coagula con el riesgo de hemorragias.
 - B) se convierte la trombina en fibrinógeno soluble.
 - C) se incrementa la síntesis del fosfato de calcio.
 - D) provoca la liberación de la tromboplastina.
 - E) se precipita la fibrina para atrapar las plaquetas.

Solución:

Si no hay suficiente vitamina K, la producción de los factores de coagulación se ve afectada debido a que la sangre no coagula en forma adecuada, incrementándose el riesgo de hemorragias graves.

Rpta.: A



11. El sistema linfático es una vía que se inicia en los tejidos y se abre al sistema circulatorio. Está compuesto de vasos linfáticos, ganglios y la linfa. De las funciones que cumple el sistema linfático, una es incorrecta.

A) Absorbe y transporta el quilo a partir del contenido intestinal.
B) Activa los glóbulos rojos para la defensa del organismo.
C) Se encarga de madurar y activar los linfocitos de tipo B.
D) Recoge el líquido linfático sobrante de los tejidos corporales.
E) Absorbe las grasas y vitaminas liposolubles del sistema digestivo.

Solución:

El sistema linfático no se encarga de activar los glóbulos rojos para la defensa del organismo.

Rpta.: B

12. En la circulación linfática, la linfa no tiene órgano impulsor, por lo que en todo su recorrido la linfa se moviliza lentamente por acción de

I. los movimientos cotidianos del cuerpo.
II. su cercanía con el sistema circulatorio.
III. la pulsación de las arterias como ondas.
IV. las contracciones de músculos esqueléticos.
V. de los capilares sanguíneos periféricos.

A) I, II, III, IV B) II, III, IV C) II, IV, V D) I, IV, V E) I, III, IV

Solución:

La linfa no tiene órgano impulsor por lo que se mueve lentamente gracias a los movimientos cotidianos del cuerpo, la pulsación de las arterias y por las contracciones de los músculos esqueléticos.

Rpta.: E

13. El sistema excretor se encarga de eliminar continuamente del organismo las sustancias tóxicas, productos del metabolismo interno o externo para mantener la homeostasis, principalmente a través del hígado, riñones, pulmones y piel. Los principales desechos metabólicos que debe eliminar son los siguientes con excepción de

A) amoníaco. B) urea. C) oxígeno.
D) ácido úrico. E) creatinina.

Solución:

Los principales desechos metabólicos que se deben eliminar incluyen amoníaco, urea, dióxido de carbono, exceso de agua, creatinina y ácido úrico.

Rpta.: C

14. En invertebrados, la excreción permite eliminar desechos metabólicos nitrogenados y regular el equilibrio hídrico. La forma como eliminan estos desechos es variable. Correlacione el tipo de excreción con los organismos que lo realizan y marque la respuesta correcta.

- | | |
|--------------------------|----------------------|
| I. Protonefridios | a. mariposa |
| II. Metanefridios | b. planaria |
| III. Túbulos de Malpighi | c. ameba |
| IV. Vacuola contráctil | d. lombriz de tierra |

- A) Id, IId, IIIb, IVa
D) Ib, IId, IIIa, IVc

- B) Ic, IIa, IId, IVb
E) Ia, IIb, IIIc, IVd

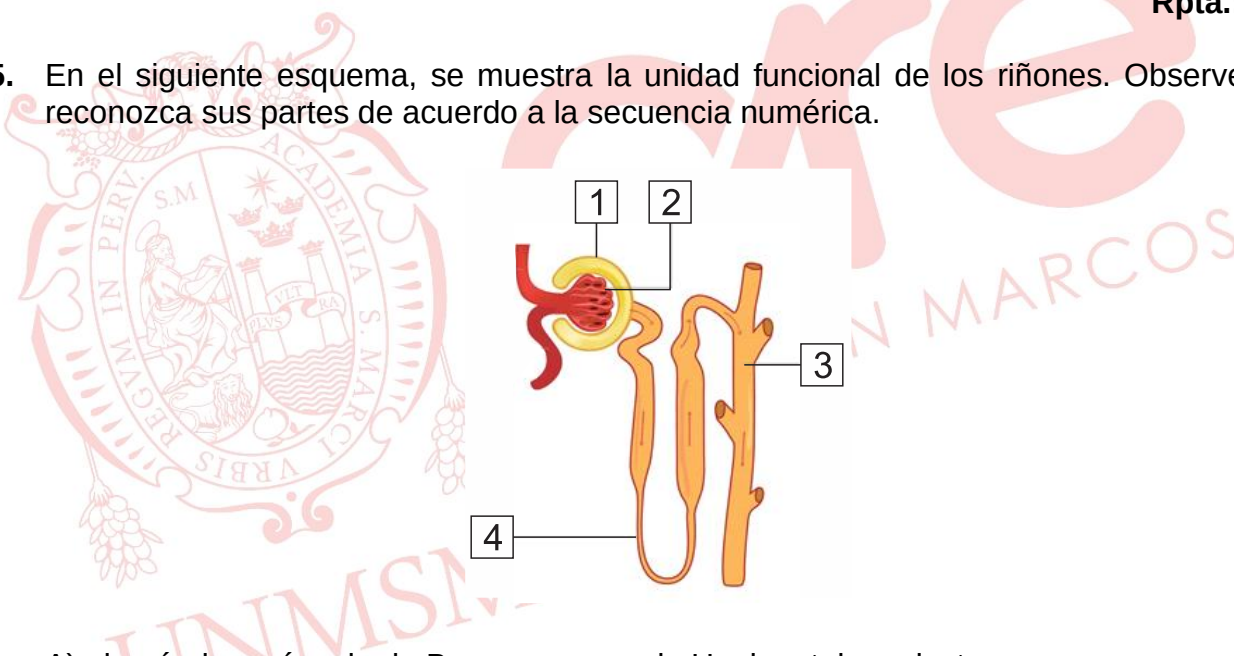
- C) Ia, IId, IIIId, IVb

Solución:

Los platelmintos como la planaria tienen protonefridios; los anélidos como la lombriz de tierra tienen metanefridios; los insectos tienen túbulos de Malpighi y los protozoarios como la ameba tienen vacuola contráctil para realizar su proceso de excreción.

Rpta.: D

15. En el siguiente esquema, se muestra la unidad funcional de los riñones. Observe y reconozca sus partes de acuerdo a la secuencia numérica.



- A) glomérulo – cápsula de Bowman – asa de Henle – tubo colector
B) asa de Henle – glomérulo – tubo distal – cápsula de Bowman
C) cápsula de Bowman – glomérulo – tubo colector – asa de Henle
D) tubo proximal – asa de Henle – cápsula de Bowman – glomérulo
E) cápsula de Bowman – asa de Henle – glomérulo – tubo distal

Solución:

La secuencia correcta es N.º1 cápsula de Bowman; N.º2 glomérulo; N.º3 tubo colector; N.º4 asa de Henle.

Rpta.: C

16. Durante la formación de la orina, ocurren 3 procesos: filtración, reabsorción y secreción. Toda la sangre del cuerpo se filtra 30 veces/día, a través de la barrera del glomérulo, dejando pasar moléculas orgánicas con excepción de _____ que no pueden atravesar los capilares del glomérulo.

A) agua
D) ácidos grasos

B) aminoácidos
E) proteínas

C) bilirrubina

Solución:

Casi toda la sangre es filtrada: agua, sales, glucosa, aminoácidos, ácidos grasos, urea, etc. Solo las células sanguíneas y las proteínas no pueden atravesar los capilares del glomérulo.

Rpta.: E



pre
SAN MARCOS