



HABILIDAD VERBAL

SECCIÓN A

1. El texto como un tejido: la metáfora fundamental

Antes de abordar mecanismos específicos, es necesario comprender la naturaleza misma del texto. La palabra *texto* proviene del latín *textus*, que significa «tejido». Un texto no es una simple sucesión de oraciones aisladas, sino una estructura donde cada elemento se entrelaza con otros para formar una unidad de sentido. Así como un tejido se sostiene porque sus hilos están conectados, un **texto** se sostiene porque **sus partes establecen relaciones de sentido entre sí**.

La cohesión textual es precisamente el conjunto de mecanismos lingüísticos que crean estos entrelazamientos. Sin cohesión, un texto se convierte en una suma de enunciados inconexos; con cohesión, adquiere unidad y coherencia.

2. La referencia textual: el anclaje de los elementos

La referencia textual es el mecanismo mediante el cual ciertos elementos del texto remiten a otros elementos dentro del mismo texto (o fuera de él) para recuperar su significado. Es decir, un término no siempre se explica por sí mismo; muchas veces su significado se completa porque «señala» hacia otro lugar del texto.

La referencia puede ser de dos tipos:

TIPO	DIRECCIÓN	EJEMPLO
Anáfora	Hacia atrás (remite a algo ya mencionado)	<i>María llegó tarde. Ella estaba nerviosa.</i> ("Ella" remite a "María")
Catáfora	Hacia adelante (anticipa algo que se dirá después)	<i>Lo digo claramente: no aceptaré ese trato.</i> ("Lo" anticipa "no aceptaré ese trato")

3. Anáforas: el mecanismo de remisión hacia atrás

La anáfora es el mecanismo cohesivo más frecuente. Consiste en la repetición o sustitución de un elemento ya mencionado para evitar redundancias y mantener la fluidez textual.

Formas anafóricas comunes:

TIPO	EJEMPLO
Pronombres personales	<i>El director anunció la medida. Él mismo la implementó.</i>
Pronombres demostrativos	<i>La propuesta fue rechazada. Eso generó polémica.</i>

TIPO	EJEMPLO
Sinónimos o hiperónimos	<i>El felino acechaba. El animal permanecía inmóvil.</i>
Elipsis (omisión)	<i>Pedro estudia medicina; María, Ø derecho. (se omite "estudia")</i>

Identificación anafórica:

*La Tierra gira alrededor del Sol. **Este** es el centro del sistema solar. **Su** atracción gravitatoria mantiene a los planetas en órbita. **Dicha** fuerza es fundamental para la vida en **nuestro** planeta.*

- *Este* → remite anafóricamente a "Sol"
- *Su* → remite anafóricamente a "Sol"
- *Dicha* → remite anafóricamente a "atracción gravitatoria"
- *nuestro* → remite anafóricamente a "La Tierra" (incluye al hablante)

4. Catáforas: el mecanismo de anticipación

La catáfora es menos frecuente pero igualmente importante. Genera expectativa en el lector porque un elemento pronominal anticipa información que aparecerá después.

Formas catafóricas comunes:

TIPO	EJEMPLO
Pronombres neutros	<i>Lo advierto: el examen será difícil.</i>
Demostrativos	<i>Esto es lo que debes recordar: la clave está en la práctica.</i>
Artículos definidos con función catafórica	<i>La de la esquina es mi casa. ("la" anticipa "de la esquina")</i>

Identificación catafórica:

Te** digo que no voy a permitirlo. **Esto** es innegable: **la verdad siempre prevalece.

- *Te* → catáfora (anticipa a la persona a quien se habla, identificada después contextualmente)
- *Que* → catáfora (anticipa "no voy a permitirlo")
- *Esto* → catáfora (anticipa "la verdad siempre prevalece")

TEXTO DE EJEMPLO

Las abejas están desapareciendo en muchas regiones del mundo. **Este** fenómeno preocupa a científicos y agricultores. **Ellas** son responsables de polinizar cerca del 70 % de los cultivos que alimentan a la humanidad. **Por lo tanto**, su desaparición tendría consecuencias devastadoras. **Hay algo que muchos ignoran**: las abejas se comunican mediante danzas. Este baile les indica a sus compañeras la ubicación exacta de las flores. **Sin embargo**, el uso de pesticidas está alterando su capacidad de orientación. Además, el cambio climático modifica los ciclos de floración. Por eso, los expertos piden medidas urgentes para protegerlas. Lo repiten una y otra vez: necesitamos actuar ahora.

1. En el texto, la palabra «este» cumple una función anafórica y remite

- A) solamente a «las abejas son responsables de polinizar los cultivos».
- B) únicamente a la palabra «abejas» mencionada al inicio del texto.
- C) a «científicos y agricultores» que están preocupados por el problema.
- D) a «las abejas están desapareciendo en muchas regiones del mundo».
- E) a que «la desaparición de las abejas tendría consecuencias devastadoras».

Solución:

El pronombre demostrativo "Este" cumple función anafórica al remitir hacia atrás a la idea completa de que las abejas están desapareciendo en muchas regiones, que es el fenómeno mencionado en la oración anterior.

Rpta.: D

2. En el texto, la palabra «ellas» cumple una función anafórica y hace referencia a

- A) los científicos que estudian el fenómeno de desaparición.
- B) las abejas mencionadas en la primera oración del texto.
- C) los agricultores afectados por la falta de polinización.
- D) las consecuencias devastadoras de la desaparición.
- E) las regiones del mundo donde las abejas desaparecen.

Solución:

El pronombre personal "Ellas" remite anafóricamente al sustantivo "abejas" de la primera oración. La concordancia de género (femenino plural) y el contexto semántico (son responsables de polinizar) confirman que el referente es las abejas.

Rpta.: B

3. En el texto, la expresión «hay algo que muchos ignoran» introduce una estructura catafórica, y anticipa que

- A) «los expertos piden medidas urgentes para protegerlas».
- B) «su desaparición tendría consecuencias devastadoras».
- C) «las abejas se comunican mediante danzas».
- D) «el uso de pesticidas está alterando su capacidad».
- E) «el cambio climático modifica los ciclos de floración».

Solución:

"Hay algo que muchos ignoran" anticipa la información que aparece después de los dos puntos: que las abejas se comunican mediante danzas. El pronombre indefinido "algo" señala hacia adelante para crear expectativa sobre el dato que será revelado.

Rpta.: C

4. En el texto, el conector discursivo «por lo tanto» establece una relación lógica de

- A) adición entre el fenómeno de desaparición y la comunicación mediante danzas.
- B) oposición entre la desaparición de abejas y la preocupación de los científicos.
- C) consecuencia entre la importancia de las abejas y el efecto de su desaparición.
- D) causa entre el uso de pesticidas y la alteración de la orientación de las abejas.
- E) condición entre la desaparición de abejas y las medidas de múltiples expertos.

Solución:

El conector "Por lo tanto" introduce una consecuencia lógica: dado que las abejas polinizan el 70 % de los cultivos, su desaparición tendría consecuencias devastadoras.

Rpta.: C

5. En el texto, el nexos «sin embargo» establece una relación lógica que expresa

- A) contraste entre la capacidad de comunicación de las abejas y la consecuencia negativa de los pesticidas.
- B) consecuencia entre la comunicación mediante danzas y la ubicación de las flores en diferentes lugares del mundo.
- C) adición entre las ideas del uso de pesticidas y el cambio climático como amenazas contra la vida de las abejas.
- D) causa entre la alteración de la orientación y las razones de la necesidad de medidas urgentes en el medioambiente.
- E) condición entre la protección de las abejas y la supervivencia de los cultivos para ayudarnos mutuamente.

Solución:

El conector "Sin embargo" introduce una idea de contraste o adversidad: las abejas tienen una capacidad asombrosa (comunicarse mediante danzas), pero los pesticidas están dañando esa capacidad.

Rpta.: A

SECCIÓN B

TEXTO 1

La salud mental es un **pilar fundamental** para el bienestar integral de las personas, y el Hospital Nacional Arzobispo Loayza se ha consolidado como uno de los principales referentes en la atención de esta patología. Y es que se resalta la importancia de una detección temprana y adecuada para prevenir problemas de salud mental, un desafío cada vez más presente en la sociedad.

El doctor Gianfranco Argomedo Ramos, médico psiquiatra de este establecimiento de salud, indicó que «la salud mental es un estado de bienestar que nos permite afrontar las dificultades normales de la vida, reconocer nuestras capacidades, trabajar productivamente y contribuir a nuestra comunidad». Sin embargo, la falta de atención puede llevar a consecuencias graves, como discapacidades e impacto en la salud física, agregó.

Según las últimas estadísticas, antes de la pandemia, uno de cada cinco peruanos experimentaba algún problema de salud mental. Hoy, esta cifra ha aumentado a uno de cada cuatro personas, con un impacto más significativo en jóvenes. «Esto significa que entre el 20 % y el 25 % de la población ha experimentado algún tipo de problema de salud mental a lo largo de su vida», explica el doctor Argomedo. Entre las principales condiciones se incluyen trastornos de ansiedad, depresión, psicosis y uso de sustancias, lo cual afecta tanto a adultos como a niños.

BRECHAS DE TRATAMIENTO EN LA SALUD MENTAL

En el Perú, las brechas de tratamiento* para trastornos de salud mental son **alarmantes**.

Los **trastornos neuropsiquiátricos**, como depresión, ansiedad, y psicosis, ocupan el primer lugar de la carga de enfermedad (**17, 5 % de la carga**).



Debido a prejuicios, desinformación y escasez de servicios apropiados, en el Perú, **solo 2 de cada 10 personas** con algún desorden mental recibe atención profesional.

Brechas de tratamiento, según tipo de trastorno



Redes

Fuente: Instituto Nacional de Salud Mental e Instituto Nacional de Salud Mental Honorio Delgado; MINSA (2014); MINSA (2018),
* Se define como las personas diagnosticadas con algún desorden mental que no reciben atención.

El especialista hace un llamado a la población para estar alerta ante señales de problemas de salud mental en familiares y seres queridos. «Si notan cambios en el comportamiento habitual de una persona, como aislamiento, irritabilidad, falta de higiene o alteraciones en la comunicación, es importante acudir a un profesional».

1. En relación con la salud mental como componente esencial del bienestar y su incremento en la población, se sostiene que dicha situación
- A) exige la detección temprana para prevenir consecuencias de mayor gravedad.
 - B) se explica principalmente por la insuficiencia de la infraestructura hospitalaria.
 - C) se atribuye fundamentalmente a factores derivados de la pandemia reciente.
 - D) implica priorizar el tratamiento clínico por encima de las estrategias preventivas.
 - E) no modifica sustancialmente la necesidad de implementar acciones preventivas.

Solución:

La respuesta correcta integra incremento más prevención.

Rpta.: A

2. En el texto, la expresión PILAR FUNDAMENTAL, aplicada a la salud mental, implica que esta constituye una base
- A) significativa, aunque (y) supeditada a la primacía de la salud física en el bienestar general.
 - B) imprescindible, pues articula el equilibrio funcional del individuo en distintos ámbitos.
 - C) esencial, (y) pero circunscrita a escenarios donde se evidencian (existen) alteraciones manifiestas.
 - D) relevante, cuyo peso depende en gran medida de condicionantes externos al sujeto.
 - E) necesaria, aunque prescindible sin afectar sustancialmente la dinámica cotidiana.

Solución:

La respuesta correcta expresa la idea de soporte estructural indispensable. Las demás introducen subordinación, restricción, dependencia o minimización del impacto.

Rpta.: B

3. A partir del incremento de los problemas de salud mental descrito en el texto, se desprende que dicho fenómeno
- A) pone en cuestión la eficacia real de la detección temprana frente a los factores de orden social.
 - B) legitima la priorización de respuestas terapéuticas frente a estrategias de anticipación preventiva.
 - C) vuelve más apremiante la identificación temprana de indicios para evitar desenlaces más complejos.
 - D) sugiere que los signos iniciales carecen de valor predictivo útil durante la evolución del trastorno.
 - E) confirma que la prevención depende, en esencia, de las diferentes formas de intervención institucional.

Solución:

La alternativa correcta mantiene coherencia con el énfasis preventivo del texto.

Rpta.: C

4. De acuerdo con el incremento de casos de salud mental señalado en la infografía, se sostiene que ello
- A) orienta la respuesta hacia la priorización de un tratamiento clínico especializado.
 - B) evidencia la insuficiencia de varias estrategias preventivas actualmente aplicadas.
 - C) presenta el incremento como una consecuencia directa de un único factor social.
 - D) refuerza la necesidad de atención temprana frente al aumento de la problemática.
 - E) muestra el incremento como un fenómeno estable sin implicancias de intervención.

Solución:

La alternativa correcta es consistente con el propósito informativo del texto.

Rpta.: D

5. Según el incremento de problemas de salud mental, se establece que la infografía lo cuantifica para
- A) señalar una variante sin implicancias preventivas.
 - B) atribuirlo a las limitaciones del sistema de salud.
 - C) explicarlo como efecto exclusivo de la pandemia.
 - D) enfatizar el internamiento clínico especializado.
 - E) sustentar la necesidad de su detección temprana.

Solución:

La respuesta correcta refleja complementariedad adecuada.

Rpta.: E

6. Si la tendencia (a subir) de incremento de (los) problemas de salud mental continuara, se
- A) reducirían los usos más adecuados de los recursos de los que dispone el Estado.
 - B) reforzaría la consolidación del tratamiento clínico en detrimento de la prevención.
 - C) impulsaría el fortalecimiento de estrategias de detección temprana y prevención.
 - D) propondrían prácticas de prevención condicionadas a la disponibilidad de recursos.
 - E) establecerían diversas estrategias preventivas sin implicar cambios sustanciales.

Solución:

La alternativa correcta proyecta coherentemente el contenido del texto.

Rpta.: C

TEXTO 2

La psicología contemporánea ha identificado una paradoja fundamental que atraviesa la experiencia humana en las sociedades occidentales: el incremento exponencial de opciones disponibles no conduce necesariamente a mayores niveles de bienestar subjetivo, sino que puede generar, por el contrario, ansiedad, insatisfacción crónica y parálisis decisoria. Este fenómeno, denominado por el psicólogo Barry Schwartz como «la paradoja de la elección», cuestiona el supuesto ilustrado según el cual la libertad individual se mide por la amplitud del abanico de alternativas entre las cuales el sujeto puede optar.

La raíz del problema radica en la distinción entre dos modalidades de búsqueda de satisfacción: la maximización y la estrategia de satisfacción. Los maximizadores son aquellos individuos que, ante cualquier decisión, se proponen examinar exhaustivamente todas las opciones disponibles para identificar la elección óptima. Este estilo decisorio, aunque aparentemente racional, genera un doble costo psicológico. En primer lugar, produce fatiga cognitiva ante la sobrecarga de información que debe procesarse. En segundo lugar, alimenta el arrepentimiento anticipado y la rumiación postdecisoria: el maximizador nunca está plenamente seguro de haber elegido lo mejor, pues siempre subsiste la posibilidad de que alguna alternativa no examinada hubiera resultado superior.

Los que se guían por la estrategia de satisfacción, por el contrario, establecen criterios de aceptabilidad y seleccionan la primera opción que los satisface, sin necesidad de explorar todas las posibilidades. Este estilo, lejos de implicar conformismo o baja exigencia, se asocia con mayores niveles de satisfacción vital y menor incidencia de trastornos de ansiedad. La paradoja se revela entonces en toda su profundidad: la libertad ilimitada puede devenir en fuente de sufrimiento, mientras que la autolimitación voluntaria del campo de opciones constituye, en muchos contextos, una estrategia adaptativa superior.

El consumo es el territorio donde esta dinámica se manifiesta con mayor crudeza. El mercado contemporáneo ofrece al consumidor decenas de marcas de un mismo producto, cientos de canales de televisión, miles de aplicaciones digitales. Sin embargo, estudios empíricos demuestran que, cuando el número de opciones supera cierto umbral, la probabilidad de concretar una compra disminuye y la insatisfacción con la elección final aumenta. La sobreabundancia, paradójicamente, erosiona la **soberanía del consumidor**.

Este fenómeno se extiende a dimensiones existenciales de mayor calado. La multiplicación de itinerarios profesionales, estilos de vida, modelos de relación afectiva y concepciones del sentido de la vida coloca al individuo contemporáneo ante una demanda excesiva de autodefinición. La psicología social ha documentado el correlato patológico de esta situación en el incremento de trastornos de identidad y en la sensación difusa de que, cualquiera sea la elección realizada, se renunció a infinitas vidas posibles. La libertad, en suma, se revela como una conquista ambivalente cuya gestión psicológica constituye uno de los desafíos más complejos del sujeto moderno.

1. ¿Cuál es la idea central del texto?

- A) La libertad ilimitada puede devenir en fuente de sufrimiento inevitable mientras que la autolimitación voluntaria constituye una estrategia adaptativa superior.
- B) Los maximizadores examinan exhaustivamente todas las opciones, mientras que los que optan por la estrategia de satisfacción emplean unos criterios mínimos.
- C) El consumo contemporáneo ofrece una sobreabundancia de productos que termina erosionando la soberanía de los consumidores en lugar de fortalecerla.
- D) La multiplicación de itinerarios profesionales y modelos afectivos coloca al individuo ante una demanda excesiva de autodefinición identitaria de los productos.
- E) El incremento de opciones disponibles genera paradojas psicológicas como ansiedad e insatisfacción, cuestionando la relación lineal entre libertad y bienestar.

Solución:

La respuesta correcta integra los tres núcleos fundamentales del texto: la paradoja central (incremento de opciones no conduce a bienestar), sus manifestaciones psicológicas (ansiedad, insatisfacción) y la implicación filosófica (cuestionamiento de la relación lineal entre libertad y bienestar).

Rpta.: E

2. Según el contexto, ¿qué connota la frase SOBERANÍA DEL CONSUMIDOR?

- A) Describe la independencia económica del consumidor respecto de las estrategias publicitarias y las modas comerciales.
- B) Indica el poder político que los consumidores ejercen sobre las empresas al decidir qué productos adquieren en el mercado.
- C) Señala el derecho legal que asiste a todo comprador de exigir devoluciones o garantías ante productos defectuosos.
- D) Sugiere la capacidad del consumidor para elegir con libertad y satisfacción, la cual se ve minada por el exceso de opciones.
- E) Alude a la autoridad moral del consumidor para determinar el valor ético de los productos según sus criterios personales.

Solución:

La respuesta correcta interpreta adecuadamente el sentido figurado de "soberanía del consumidor" dentro del argumento del texto: no se trata de poder político, derecho legal, independencia económica ni autoridad moral, sino de la capacidad de elegir libremente y sentirse satisfecho con la elección. El texto sostiene que la sobreabundancia erosiona precisamente esa capacidad porque genera parálisis decisoria e insatisfacción.

Rpta.: D

3. De acuerdo con la forma de proceder de aquellos que emplean la estrategia de satisfacción, ¿cuál es un ejemplo compatible?
- A) Una persona que compra la primera lavadora que cumple con su presupuesto y requisitos técnicos sin visitar más tiendas
 - B) Un inversionista que analiza cada acción disponible antes de realizar cualquier operación financiera en centro de trabajo
 - C) Un estudiante que compara las universidades públicas y privadas del país antes de decidir dónde cursar sus estudios superiores
 - D) Un viajero que consulta decenas de sitios web antes de reservar el vuelo que considera más conveniente para vacacionar
 - E) Un chef que prueba decenas variedades de tomate antes de seleccionar la que usará en su platillo más solicitado en el menú

Solución:

La respuesta correcta ejemplifica el estilo de estrategia de satisfacción descrito en el texto: establecer criterios de aceptabilidad y seleccionar la primera opción que los satisface sin explorar todas las posibilidades.

Rpta.: A

4. De aquel que plantea que la libertad individual se mide por la amplitud del abanico de alternativas, se infiere que
- A) la libertad individual es un concepto obsoleto que debería ser reemplazado por nociones colectivas de autodeterminación.
 - B) la libertad no puede ser comprendida solo por la cantidad de opciones disponibles, pues esta puede devenir en paradoja.
 - C) los filósofos ilustrados ignoraban completamente los efectos psicológicos adversos de la sobreabundancia de opciones.
 - D) la amplitud del abanico de alternativas es irrelevante para la libertad porque esta reside únicamente en la voluntad.
 - E) las sociedades contemporáneas han alcanzado tal nivel de libertad que resulta imposible experimentar insatisfacción.

Solución:

La respuesta correcta infiere adecuadamente el cuestionamiento central del texto: la relación entre libertad y número de opciones no es directa ni lineal, pues el exceso puede generar efectos paradójales que limitan la experiencia de libertad.

Rpta.: B

5. De la relación entre la modalidad de búsqueda de satisfacción y la incidencia de trastornos de ansiedad, se deduce que
- A) el estilo decisorio y la ansiedad son inversos a la planteada, siendo los que emplean la estrategia de satisfacción los más afectados.
 - B) los que optan por la estrategia de satisfacción desarrollan trastornos de ansiedad con más frecuencia por ausencia de exigencia y conformismo.
 - C) ambas modalidades de búsqueda de satisfacción presentan tasas idénticas de trastornos de ansiedad según los estudios empíricos.
 - D) los maximizadores presentan mayor predisposición a trastornos de ansiedad debido a la fatiga cognitiva y la rumiación postdecisoria.
 - E) no existe relación significativa entre los estilos decisorios y la predisposición a desarrollar trastornos de ansiedad en la elección.

Solución:

La respuesta correcta (se) infiere correctamente (de) la relación causal que el texto establece: el estilo maximizador (fatiga cognitiva, arrepentimiento anticipado, rumiación postdecisoria) se asocia con mayor incidencia de trastornos de ansiedad.

Rpta.: D

6. Si un terapeuta psicológico adoptara los principios expuestos en el texto para tratar a un paciente con dificultades para tomar decisiones importantes, le
- A) sugeriría que evite tomar decisiones importantes y que delegue esa responsabilidad en personas de confianza.
 - B) recomendaría que amplíe aún más su abanico de opciones para garantizar la elección óptima posible.
 - C) enseñaría técnicas de análisis exhaustivo de alternativas para maximizar la racionalidad de sus decisiones.
 - D) ayudaría a establecer criterios de aceptabilidad claros y limitar voluntariamente la exploración de opciones.
 - E) indicaría que toda elección es arbitraria y que cualquier opción produce los mismos resultados a largo plazo.

Solución:

La respuesta correcta extrapola coherentemente los principios del texto, que defiende que la autolimitación voluntaria del campo de opciones constituye una estrategia adaptativa superior. La terapia debería promover el segundo estilo (establecer criterios, limitar la exploración) sobre el estilo maximizador que genera sufrimiento.

Rpta.: D

7. Si una empresa de diseño quisiera mejorar la satisfacción de sus clientes en una plataforma virtual, el autor del texto plantearía
- A) instar a los usuarios a comparar al menos diez productos antes de permitirles realizar cualquier compra en su tienda.
 - B) incrementar la variedad de los productos visibles en la página principal para maximizar la sensación de libertad.
 - C) eliminar todos los filtros de búsqueda para que los usuarios exploren la totalidad del catálogo sin ninguna restricción.
 - D) mostrar siempre la opción más costosa como recomendada por defecto, asumiendo que representa la de mejor calidad.
 - E) reducir el número de opciones mostradas inicialmente y ofrecer filtros que permitan establecer criterios de selección.

Solución:

La respuesta correcta extrapola coherentemente los principios del texto: reducir opciones y facilitar criterios de selección ayuda a los usuarios a evitar la parálisis decisoria y la insatisfacción postdecisoria. Esta medida reconoce que la sobreabundancia erosiona la soberanía del consumidor.

Rpta.: E

TEXTO 3

El crecimiento urbano acelerado que caracteriza al siglo XXI ha transformado las ciudades en laboratorios de contradicciones donde coexisten la promesa de oportunidades y la profundización de desigualdades estructurales. La metrópolis contemporánea, especialmente en América Latina, se configura como un territorio de paradojas donde la proximidad física no garantiza integración social, y donde la densidad demográfica convive con formas crecientes de aislamiento y segmentación espacial. Este fenómeno, analizado por urbanistas como Saskia Sassen y Richard Sennett, revela que las ciudades actuales funcionan cada vez más como **archipiélagos de islas fragmentadas** más que como tejidos urbanos continuos.

Uno de los procesos más significativos de esta transformación es la consolidación de lo que los sociólogos denominan «ciudades duales». Este concepto alude a la coexistencia, en un mismo espacio metropolitano, de zonas de alta concentración de riqueza y servicios de excelencia junto a extensas periferias donde se acumula la precariedad habitacional, la insuficiencia de infraestructura básica y la escasez de equipamientos públicos. La dualidad no es meramente económica, sino también simbólica: los habitantes de distintos sectores desarrollan representaciones del espacio urbano que naturalizan la segregación y dificultan el reconocimiento de la ciudad como un patrimonio común.

La movilidad urbana constituye otro eje donde se expresan estas tensiones. El tiempo de desplazamiento diario, denominado por la antropóloga Marcela Tovar como **cautiverio urbano**, se ha convertido en un marcador de desigualdad transversal. Mientras los residentes de zonas consolidadas acceden a redes de transporte eficiente y disfrutan de la proximidad a centros de trabajo y servicios, los pobladores de periferias extremas enfrentan jornadas de hasta cuatro horas diarias de traslado, lo que erosiona el tiempo destinado al

descanso, la vida familiar y la participación comunitaria. Esta geografía del tiempo reconfigura la experiencia subjetiva de habitar la ciudad, generando un desgaste psicosocial que se suma a las carencias materiales.

La dimensión ambiental agrega una capa adicional de complejidad al fenómeno urbano contemporáneo. El crecimiento no planificado ha producido ciudades con altos niveles de contaminación atmosférica, déficit de áreas verdes y vulnerabilidad ante eventos climáticos extremos. Las islas de calor, las inundaciones recurrentes y la mala calidad del aire afectan desproporcionadamente a los sectores de menores ingresos, configurando lo que se denomina «racismo ambiental» o, más precisamente, «injusticia ambiental urbana». Esta dimensión revela que el sufrimiento ecológico no se distribuye aleatoriamente, sino que sigue las líneas de fractura social preexistentes.

Sin embargo, las ciudades también son espacios de resistencia y producción de alternativas. Movimientos vecinales, cooperativas de vivienda, huertos urbanos comunitarios y redes de economía solidaria emergen como respuestas desde la sociedad civil a las deficiencias estructurales. Estas prácticas, aunque muchas veces invisibilizadas, construyen ciudad desde la cotidianidad y ensayan formas de habitar basadas en la reciprocidad y el cuidado mutuo. La ciudad, en definitiva, se revela como un campo de fuerzas en el que se disputan modelos antagónicos de convivencia, y en el que el derecho a la ciudad se convierte en una demanda central de nuestro tiempo.

1. ¿Cuál es la idea central del texto?

- A) Los movimientos vecinales, cooperativas de vivienda y huertos urbanos representan formas de resistencia frente a la planificación urbana deficiente y a un Estado que evade sus deberes.
- B) El crecimiento urbano acelerado ha transformado las ciudades en laboratorios de oportunidades que paradójicamente suelen profundizar las desigualdades entre sus habitantes.
- C) La dualidad entre zonas de riqueza y periferias precarias constituye el rasgo más característico de las metrópolis latinoamericanas en el siglo XXI, lo que afecta a todos sus habitantes.
- D) Las ciudades contemporáneas son territorios de contradicciones donde la proximidad física coexiste con la fragmentación social, la desigualdad estructural y la injusticia ambiental.
- E) La movilidad urbana y el tiempo de desplazamiento se han convertido en marcadores de desigualdad que erosionan la vida familiar y comunitaria, aunque existen formas de resistencia.

Solución:

La respuesta correcta integra los múltiples núcleos del texto: (El texto trata) de la contradicción fundamental (proximidad física sin integración), la fragmentación social, la desigualdad estructural y la injusticia ambiental. Esta opción captura la tesis global del autor, que no se limita a describir un aspecto (como la dualidad económica, la movilidad o las resistencias), sino que (P) presenta (a) la ciudad como un campo de fuerzas donde múltiples dimensiones (social, simbólica, ambiental) se articulan en un sistema de (entran) en contradicciones.

Rpta.: D

2. En el texto, la expresión CAUTIVERIO URBANO connota
- A) los sistemas de transporte público que funcionan como mecanismos de control social sobre todos los sectores populares.
 - B) los trayectos cotidianos que constituyen una forma de privación que limita el tiempo vital y la autonomía de las personas.
 - C) los habitantes de periferias extremas que se encuentran literalmente prisioneros en sus propios barrios sin posibilidad de salir.
 - D) una situación en la que las personas son obligadas a desplazarse contra su voluntad por razones laborales o familiares.
 - E) la sensación subjetiva de estar atrapado en un sistema de movilidad que no ofrece alternativas de escape o recreación.

Solución:

La respuesta correcta interpreta adecuadamente el sentido figurado de "cautiverio urbano" dentro del argumento del texto: no se trata de una prisión literal ni de control social explícito, sino de una forma de privación estructural donde el tiempo consumido en desplazamientos (que) erosiona dimensiones vitales fundamentales (el) descanso, vida familiar, participación comunitaria).

Rpta.: B

3. De acuerdo con el concepto de «ciudades duales», se alude a
- A) un área urbana donde la segregación se expresa en la construcción de muros que limitan el acceso de algunos pobladores a lugares recreativos.
 - B) una ciudad planificada donde todos los barrios cuentan con idéntica infraestructura y servicios públicos de calidad, pero con ciertas limitaciones.
 - C) un municipio que implementa políticas de redistribución que igualan progresivamente los ingresos de sus habitantes para mejorar su imagen.
 - D) una metrópolis donde la mayor cantidad de pobladores reside en zonas consolidadas con acceso equitativo a equipamientos y servicios básicos.
 - E) un distrito comercial de alta densidad que convive con asentamientos informales sin acceso a agua potable en la misma área metropolitana.

Solución:

La respuesta correcta ejemplifica fielmente el concepto de (La) ciudad dual (permite) la coexistencia en un mismo espacio metropolitano de zonas con alta concentración de servicios junto a áreas de precariedad extrema.

Rpta.: E

4. Se infiere que la expresión ARCHIPIÉLAGOS DE ISLAS FRAGMENTADAS, utilizada por los urbanistas, implica que
- A) las ciudades actuales refuerzan la segregación mediante la conexión digital entre distintos sectores con el fin de evitar el contacto real.
 - B) la fragmentación urbana es un fenómeno exclusivamente físico que no afecta las relaciones sociales entre los múltiples habitantes.
 - C) las ciudades contemporáneas carecen de continuidad social y espacial, funcionando como territorios segmentados sin integración efectiva.
 - D) la metrópolis contemporánea se caracteriza por una heterogeneidad creciente que lleva las diferencias a límites bastante insospechados.
 - E) la fragmentación es una metáfora inequívoca que se corresponde con la realidad que viven las personas más pobres de los centros urbanos.

Solución:

La respuesta correcta infiere adecuadamente el significado de (L) la metáfora: los archipiélagos representan territorios aislados entre sí, y las islas fragmentadas refieren a sectores urbanos que coexisten sin integración social, económica o simbólica.

Rpta.: C

5. Según la injusticia ambiental urbana, se infiere que la distribución de los impactos ecológicos en la ciudad
- A) impide soluciones urbanísticas eficientes para profundizar las brechas sociales.
 - B) se distribuyen de manera heterogénea entre los sectores más desfavorecidos.
 - C) afecta desproporcionada y negativamente a los sectores de menores ingresos.
 - D) guarda una relación con las desigualdades sociales que datan de la Colonia.
 - E) puede revertir completamente la inequidad existente en las zonas más pobres.

Solución:

La respuesta correcta infiere correctamente la relación que el texto establece: (E) el sufrimiento ecológico "no se distribuye aleatoriamente, sino que sigue las líneas de fractura social preexistentes", afectando desproporcionadamente a los sectores de menores ingresos.

Rpta.: C

6. Si un gobierno local buscara diseñar una política de desarrollo urbano,
- A) concentraría las inversiones en todas las zonas de mayor densidad comercial para maximizar el retorno económico de los proyectos.
 - B) implementaría un plan de integración de periferias que garantice acceso equitativo a transporte, infraestructura y equipamientos públicos.
 - C) promovería la construcción de conjuntos residenciales cerrados como modelo de vivienda seguro para sectores de bajos ingresos.
 - D) priorizaría la expansión de la mancha urbana sobre áreas no urbanizadas para abaratar el costo del suelo disponible para cualquiera.
 - E) reduciría las áreas verdes destinadas a espacios públicos para destinarlas a proyectos de vivienda de modelos más económicos.

Solución:

La respuesta correcta extrapola coherentemente los principios del texto, que critica la fragmentación, la desigualdad en el acceso a servicios y la injusticia ambiental. Una política coherente debe abordar la integración de periferias y la equidad en infraestructura.

Rpta.: B

7. Si un colectivo vecinal adoptara las prácticas de resistencia señaladas,
- A) negociaría con una inmobiliaria para que construya torres de departamentos de lujo en el terreno comunal para compartirlo.
 - B) solicitaría la instalación de un muro perimetral que separe su barrio de la zona industrial contigua para mayor seguridad.
 - C) gestionaría la conversión de su barrio en un condominio más cerrado con acceso restringido a quienes no viven ahí.
 - D) organizaría un huerto comunitario en un terreno baldío para producir alimentos y generar espacio de encuentro vecinal.
 - E) desplazaría a los vendedores ambulantes del espacio público para recuperar la circulación exclusiva de los residentes.

Solución:

La respuesta correcta extrapola coherentemente las prácticas de resistencia que el texto menciona explícitamente: huertos urbanos comunitarios, cooperativas de vivienda, redes de economía solidaria, movimientos vecinales que construyen ciudad desde la cotidianidad basada en reciprocidad y cuidado mutuo.

Rpta.: D

TEXTO 4

Texto A

La verdad, desde la perspectiva realista, consiste en la adecuación entre lo que el entendimiento afirma y la realidad tal como existe, independientemente del sujeto cognoscente. Esta concepción, heredada de Aristóteles y revitalizada por el realismo crítico contemporáneo, sostiene que el mundo posee una estructura ontológica propia que el conocimiento debe descubrir, no construir. El acceso a la verdad exige, por tanto, metodologías rigurosas que minimicen la interferencia de la subjetividad: observación sistemática, contrastación empírica, coherencia lógica y **falibilismo autocorrectivo**. La ciencia, en este marco, no es una construcción social entre otras, sino el esfuerzo colectivo más exitoso para aproximarse progresivamente a la estructura real del mundo. Quienes defienden esta postura advierten que relativizar la verdad conduce inevitablemente al escepticismo paralizante y a la equiparación injustificada entre conocimiento riguroso y meras opiniones. La verdad puede ser difícil de alcanzar, pero negar su existencia o su cognoscibilidad es una renuncia prematura a la capacidad humana de trascender los propios prejuicios y acceder a lo real. El progreso mismo del conocimiento, evidenciado en la tecnología y la medicina, testimonia que la correspondencia con la realidad es posible y verificable intersubjetivamente. La humildad epistemológica no implica abandonar la aspiración realista, sino reconocer que el camino hacia la verdad es falible pero direccionado.

Texto B

La verdad no es un hallazgo, sino una construcción. La filosofía contemporánea, desde la hermenéutica de Gadamer hasta el pragmatismo de Rorty, ha desmantelado la ilusión de un acceso no mediado a la realidad. **Toda pretensión de verdad se articula siempre desde horizontes históricos, lingüísticos y culturales** que condicionan lo que puede ser dicho y reconocido como válido. No existe un punto de vista neutral desde el cual confrontar nuestras afirmaciones con la «realidad en sí misma», porque esa realidad solo se nos presenta ya interpretada a través de categorías, lenguajes y tradiciones. La verdad, entonces, no es propiedad de enunciados aislados que reflejan un mundo objetivo, sino el resultado de procesos intersubjetivos de consenso alcanzados bajo criterios de coherencia, utilidad y justificación dialógica. Las comunidades científicas, lejos de descubrir verdades eternas, establecen paradigmas que se imponen no por corresponder mejor a lo real, sino por resolver problemas de manera más eficaz hasta que nuevas constelaciones históricas imponen nuevas formas de validación. Abandonar la pretensión realista no conduce al relativismo nihilista, sino a una ética de la responsabilidad donde las verdades se asumen como **compromisos situados** que debemos justificar ante otros. La honestidad intelectual consiste en reconocer nuestra finitud interpretativa.

1. ¿Cuál es el punto central de controversia entre ambos textos?

- A) El estatuto de la verdad, como descubrimiento o elaboración
- B) La primacía de la verdad ante diversos saberes relativizados
- C) El sustento de la realidad, como base para el conocimiento
- D) La incondicionalidad de la verdad frente a otros marcos teóricos
- E) La construcción de la verdad para la profundidad de la ciencia

Solución:

La respuesta correcta identifica con precisión el núcleo del (El) conflicto epistemológico entre ambos textos (es) la naturaleza de la verdad (correspondencia objetiva versus construcción interpretativa) y el estatus del sujeto cognoscente frente a la realidad (acceso posible versus mediación insuperable).

Rpta.: A

2. En el texto A, se emplea la expresión FALIBILISMO AUTOCORRECTIVO con el sentido de _____; mientras que el autor del texto B utiliza la frase COMPROMISOS SITUADOS para expresar _____.

- A) certeza matemática – una duda permanente
- B) verdad absoluta – un espacio abierto de discusión
- C) infalibilidad científica – una arbitrariedad interpretativa
- D) corrección progresiva – una provisionalidad consciente
- E) dogmatismo académico – un escepticismo radical

Solución:

La respuesta correcta captura la oposición actitudinal y epistemológica entre ambos textos: (E) el texto A enfatiza la posibilidad de corregir errores y aproximarse progresivamente a la verdad (corrección progresiva), mientras el texto B enfatiza que toda verdad es un compromiso asumido desde una situación histórica concreta sin garantía de correspondencia última (provisionalidad consciente).

Rpta.: D

3. Según el autor del texto A, es compatible afirmar que la intención de acercarse cada vez más a la estructura real del mundo demanda

- A) impresiones subjetivas.
- B) conceptos irrefutables.
- C) conclusiones provisorias.
- D) ideas especulativas.
- E) razones paradójicas.

Solución:

La respuesta correcta es compatible con (E) el texto A porque sostiene la posibilidad de aproximación progresiva a la realidad objetiva mediante la corrección de errores, elemento central del "falibilismo autocorrectivo" que el texto defiende.

Rpta.: C

4. Respecto de las ideas del autor de B, que toda pretensión de verdad se articule desde horizontes históricos, lingüísticos y culturales implica que

- A) dichos horizontes deben ser eliminados, a través del método científico, para poder alcanzar la verdad.
- B) las verdades científicas son efímeras pues no pueden trascender los horizontes históricos particulares.
- C) es posible alcanzar un punto de vista neutral desde el cual juzgar todas las pretensiones de verdad.
- D) ninguna verdad puede aspirar a validez universal independiente del contexto desde el cual es enunciada.
- E) existe una realidad en sí misma siempre accesible más allá de toda mediación lingüística o cultural.

Solución:

La respuesta correcta infiere adecuadamente la consecuencia central del perspectivismo histórico del texto B: (S) si toda verdad se articula desde horizontes situados, entonces ninguna verdad puede pretender validez universal independiente de esos horizontes.

Rpta.: D

5. De acuerdo con el autor de B, se infiere que dejar (que) la pretensión realista no conduce al relativismo nihilista, sino a una ética de la responsabilidad, (entonces) pues
- A) el relativismo nihilista es la consecuencia plausible de cualquier postura que critique el realismo científico.
 - B) el realismo es incompatible con cualquier forma de responsabilidad ética en la búsqueda del conocimiento.
 - C) la única alternativa coherente al realismo es el nihilismo absoluto que niega todo valor a las afirmaciones.
 - D) la responsabilidad reemplaza a la búsqueda de verdad como objetivo primero del conocimiento histórico.
 - E) el reconocimiento de la naturaleza construida de la verdad exige asumir compromisos justificados ante otros.

Solución:

La respuesta correcta infiere adecuadamente la posición matizada del Texto B: (C) criticar el realismo no implica caer en el nihilismo (donde toda afirmación es igualmente válida), sino reconocer que las verdades son compromisos que debemos justificar dialógicamente.

Rpta.: E

6. Según el autor de A, si un investigador diseñara metodologías rigurosas de contrastación empírica, lo haría con el fin de
- A) reconocer la validez de hipótesis científicas y revisar los horizontes sociohistóricos.
 - B) discriminar entre hipótesis rivales y aproximarse progresivamente a la (realidad) estructura real.
 - C) priorizar la coherencia de los paradigmas dominantes y revisarlos exhaustivamente.
 - D) abandonar la descripción de la realidad objetiva y concentrarse las ideas culturales.
 - E) rechazar metodologías sistemáticas y descentrar la validez de sus axiomas básicos.

Solución:

La respuesta correcta extrapola coherentemente los principios del texto A: (La) rigurosidad metodológica, (la) contrastación empírica (y la) discriminación entre hipótesis rivales y aspiración (le permitirían una) de aproximación progresiva a la realidad.

Rpta.: B



7. Según el autor de B, si un educador enseñara sobre el conocimiento científico,
- A) prepararía a sus discentes para que asuman la objetividad plena de la ciencia.
 - B) resolvería diversos problemas de ese ámbito mediante procesos sencillos.
 - C) orientaría sobre la validez de todo ese saber por acercarse de modo realista.
 - D) explicaría que es una construcción que se entiende en su contexto cultural.
 - E) fomentaría el dialogismo entre distintas teorías para imponer la más válida.

Solución:

La respuesta correcta extrapola coherentemente los principios del Texto B: (L) las teorías científicas son construcciones históricas situadas en contextos culturales, y la verdad se alcanza mediante procesos intersubjetivos de consenso y justificación dialógica.

Rpta.: D

SECCIÓN C

PASSAGE 1

Kangaroos have a very special way of raising their young. It is one of the most surprising in the animal kingdom. A female kangaroo can have three babies at the same time, but each one is at a different stage of development. One baby is just an embryo waiting inside the womb. The other baby is very small and lives inside the mother's pouch. And the third baby is already bigger, leaves the pouch but still drinks milk from its mother.

The birth of a kangaroo is something incredible. The baby is born after only 33 days of pregnancy. It is very tiny: it measures less than one inch and weighs less than one gram. It has no eyes or back legs. But it has strong front legs and a good sense of smell. With these tools, the baby makes an **epic journey** climbing through its mother's fur until it reaches the pouch. This journey is done alone and lasts only three minutes. Once inside, it attaches to one of the four teats. The teat swells inside its mouth and the baby is held securely.

The mother's milk is also special. Each teat produces a different type of milk. The smallest baby receives a different milk than its older sibling. Thus, each baby gets the milk it needs according to its age.

Additionally, the mother can control her pregnancies. If there is drought or lack of food, the new embryo stops growing. The mother waits until conditions improve or until the pouch is free. This system helps kangaroos survive in Australia, where the climate can change a lot and food is not always available.

1. What is the main idea of the passage?
- A) Kangaroos live in Australia, where the climate is very changeable and food is not always available for them.
 - B) Baby kangaroos are born very small and must climb alone into their mother's pouch in order to survive.
 - C) The milk of the female kangaroo is special because each teat produces a different type according to the age of the baby.
 - D) Kangaroos have a unique parenting system that allows them to have several young at different stages and adapt to conditions.
 - E) The female kangaroo can have three babies at the same time, although each one is at a different stage of growth.

Solution:

The correct answer integrates the three central elements of the text: the unique parenting system (three simultaneous young at different stages), the uniqueness of the mechanism, and its adaptive function (surviving difficult conditions).

Rpta.: D

2. In the passage, the phrase EPIC JOURNEY mean that

- A) it is a path that the mother teaches her baby with patience and care.
- B) it is a very long journey that lasts several days until the baby finds the pouch.
- C) it is a very difficult and surprising journey for such a small and fragile animal.
- D) it is a route that only the strongest babies manage to complete successfully.
- E) it is an exciting adventure that the baby enjoys while discovering the world.

Solution:

In context the expression "epic journey" refers to the difficulty and extraordinary nature of the journey made by an extremely small, fragile baby without eyes that must climb alone through its mother's fur.

Rpta.: C

3. About the information of the passage, it is compatible that

- A) a female kangaroo produces the same type of milk for all her babies regardless of the age of each one.
- B) a baby kangaroo is born with its eyes open and its back legs fully developed to walk.
- C) a mother kangaroo has one baby inside her pouch and another embryo on pause waiting for favorable conditions.
- D) a baby kangaroo is helped by its mother to climb into the pouch when it is born very weak.
- E) a mother kangaroo can only have one baby every two years because the pregnancy lasts several months.

Solution:

The correct answer describes exactly one of the capacities mentioned in the text: the female can have an embryo in a state of pause (diapause) while another baby occupies the pouch.

Rpta.: C

4. What can be inferred about the evolution of kangaroos from the text?

- A) Their way of reproduction is the same as that of most mammals in the world.
- B) They are short-lived animals because their parenting system consumes a lot of energy.
- C) They have many babies at the same time because most do not manage to reach the pouch.
- D) They need to live in places with abundant food because their parenting system is very demanding.
- E) They developed a very specialized parenting system to survive in an environment with unpredictable weather.



Solution:

The text explicitly states that the kangaroos' parenting system "helps kangaroos survive in Australia, where the climate can change a lot and food is not always available," allowing the inference that this is an evolutionary adaptation to an unpredictable environment.

Rpta.: E

5. If an animal from another species lived in an environment with very changeable weather and times of food scarcity,
- A) it would have to delay the development of its young until conditions improve, like kangaroos.
 - B) it could have many offspring at the same time, regardless of food availability or climate.
 - C) it would evolve without problems to solve the problems of social adaptation.
 - D) the males of that species would tend to reduce the population in order to survive.
 - E) it would resort to different actions than kangaroos, as it would need more resources.

Solution:

The text highlights that the female kangaroo can "delay the development of an embryo indefinitely if environmental conditions are adverse," a key adaptation for surviving in unpredictable environments.

Rpta.: A

PASSAGE 2

In recent decades, the number of pets in the world has grown in a surprising way. More and more people have dogs, cats, and other animals in their homes. This phenomenon is seen in large and small cities, in rich countries and in developing countries. But what is happening?

One of the main reasons is the change in lifestyle. Many people live alone or in small families. In these cases, a pet becomes very important company. Animals offer affection, loyalty, and a constant presence that helps fight loneliness. For many people, their dog or cat is another member of the family.

Another important reason is the growth of cities. In large cities, people have less contact with nature and with their neighbors. Having a pet helps create routines, go out for walks, and meet other people in parks or on walks. Animals become a **bridge to connect with others**.

There are also reasons related to health. Studies show that having a pet reduces stress, lowers blood pressure, and improves mood. In a world where anxiety and depression are increasing, animals offer natural and accessible relief.

However, this growth also brings challenges. Many cities are not prepared for so many pets. There are not enough parks, there are problems with waste, and abandonment increases. There is also growth in illegal animal trade and irresponsible buying.

Having a pet is an important decision. It is not only a companion, but a living being that needs time, money, and care. The key is for people to adopt responsibly and for cities to adapt to this new reality.



1. What is the main idea of the text?

- A) In large cities people live alone and pets become another member of the family.
- B) Having a pet helps reduce stress, improves mood, and lowers blood pressure according to medical studies.
- C) The number of pets has increased due to changes in lifestyle and health benefits, but this brings challenges.
- D) The growth of pets creates problems such as lack of parks, increased abandonment, and illegal animal trade.
- E) People should adopt pets responsibly because animals need time, money, and special care.

Solution:

The correct answer integrates the central elements of the text: the causes of the increase in pets (changes in lifestyle, health benefits, need for company) and the challenges that this growth brings.

Rpta.: C

2. The text states that animals become a BRIDGE TO CONNECT WITH OTHERS. What does this expression mean in context?

- A) That dogs and cats can carry messages between different people.
- B) That animals build physical bridges between houses and city parks.
- C) That pets are an obstacle to socializing because they require a lot of attention.
- D) That pets help people meet neighbours and make new friends in public spaces.
- E) That having a pet is the only way to make friends in large cities.

Solution:

In context the expression "bridge to connect with others" refers to pets facilitating social contact between people when going for walks, visiting parks, or sharing public spaces.

Rpta.: D

3. Which of the following situations would be compatible with the information in the text?

- A) A city builds fewer parks because there are more and more people with pets.
- B) A family decides to buy a dog because it is fashionable without thinking about the time it needs.
- C) A person who lives alone adopts a dog and finds company and joy in their daily life.
- D) A person with a lot of stress avoids having pets because they cause more worries.
- E) A poor country has no pets because people cannot afford to keep animals.

Solution:

The correct answer describes exactly one of the causes mentioned in the text: people who live alone find in pets an important company that offers affection and helps fight loneliness.



4. What can be inferred about cities from the information in the text?
- A) Many cities were not prepared for the rapid increase in pets that has occurred in recent years.
 - B) All cities in the world have enough parks and adequate spaces for pets.
 - C) Large cities have banned having pets because they cause many cleanliness problems.
 - D) People who live in small cities do not need pets because they have more contact with neighbours.
 - E) Local governments have solved all the problems related to the increase in pets.

Solution:

The text explicitly states that "many cities are not prepared for so many pets" and mentions problems such as lack of parks, waste, and abandonment.

Rpta.: C

5. If a city wants to better prepare for the increase in pets, what measure would be appropriate according to what the text teaches?
- A) Ban having pets in apartment buildings to avoid problems.
 - B) Build more parks suitable for dogs and promote responsible adoption of animals.
 - C) Increase animal trade so that more people can buy pets.
 - D) Reduce public spaces to allocate them to housing and offices.
 - E) Charge very high taxes to people who have dogs or cats at home.

Solution:

The text mentions that "there are not enough parks" as one of the problems and points out that "the key is for people to adopt responsibly." Therefore, building parks and promoting responsible adoption are measures consistent with the identified needs.

Rpta.: B

HABILIDAD LÓGICO MATEMÁTICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. En cada uno de los cinco cuadraditos de la figura, distribuya los números enteros del 3 al 7, de tal manera que, ningún número se repita y que, luego de realizar las operaciones, se verifique la igualdad mostrada. ¿Qué número debe escribirse en el cuadradito sombreado?

$$\left\{ \left[\square + \square - \text{■} \right] \times \square \right\} \div \square = 1$$

- A) 5 B) 7 C) 6 D) 4 E) 3

Solución:

Números a utilizar: 3,4,5,6,7

Luego de distribuir, tenemos:

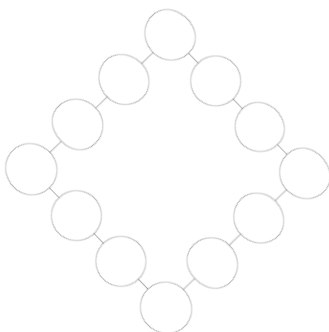
$$\left\{ \left[\square 4 + \square 5 - \text{■} 7 \right] \times \square 3 \right\} \div \square 6 = 1$$

Luego, en el cuadrado sombreado se escribe el número 7

Rpta.: B

2. En cada uno de los círculos mostrados en la figura, distribuya los números pares del 2 al 24, uno en cada círculo y sin repetir, de manera que, al sumar los 4 números de cada lado del rombo, se obtenga la misma cantidad y además ésta sea la mayor posible. Halle el producto de las cifras de la suma de los números de cualquier lado.

- A) 0
B) 3
C) 6
D) 8
E) 12

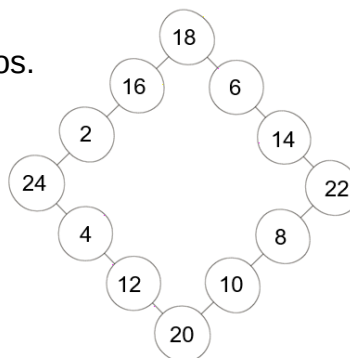


Solución:

En la figura, se muestra la distribución de los números.

La suma de cada lado es: 60

Por tanto, el producto de cifras es $6 \times 0 = 0$

**Rpta.: A**

3. Yaritza debe escribir un número entero positivo en cada uno de los cuadrados en blanco o pintado que se muestra en la figura, de modo que, el número que se encuentra en cada cuadrado superior sea igual al producto de los números de los dos cuadrados inferiores sobre los que se apoya. Si ya se escribió el número 1200, ¿cuántos números diferentes puede escribir en el cuadrado sombreado?

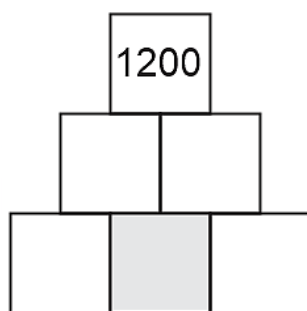
A) 1

B) 3

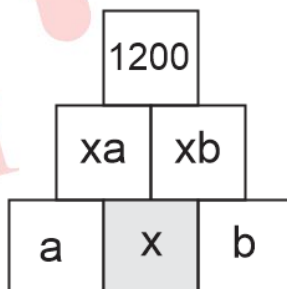
C) 4

D) 2

E) 6

**Solución:**

Consideremos:



Así,

$$x^2 \cdot a \cdot b = 1200 = 2^4 \cdot 5^2 \cdot 3$$

Luego, x puede tomar 6 valores.

Rpta.: E

4. En la figura, complete las casillas en blanco o las negras, con los números del 1 al 4, de manera que se cumplan las desigualdades mostradas y no se repita ningún número en las filas ni en las columnas. ¿Cuál es la mayor suma de los números que se pueden escribir en las casillas sombreadas?

A) 8

☐ > ☐ ■ ☐

B) 7

☐ < ☐ 2 ☐ ☐ ^

C) 4

■ ☐ ☐ ☐

D) 5

☐ ☐ v ☐ ☐ 3

E) 6

Solución:

Luego de completar, tenemos:

4 > 3 2 1
1 < 2 3 4
3 4 1 2
2 1 4 3

Así, la suma de los números en las casillas sombreadas es: $2 + 3 = 5$.

Rpta.: D

5. Noely ha dibujado una cuadrícula de 7×10 y en dos cuadrados ha escrito los números 20 y 26, como se muestra en la figura. Ella se propone escribir un número en cada uno de los cuadrados vacíos, de modo que en cualquier cuadrícula de 3×4 o 4×3 , la suma de los números sea cero. ¿Cuál es la suma de todos los números en la cuadrícula?

				20	26				

A) -6

B) -20

C) -26

D) -46

E) 0

Solución:

De acuerdo a las restricciones tenemos:

	Cero		- 46			Cero	
				20	26		
	Cero			- 46		Cero	

Luego, la suma de todos los números en el tablero es -46 .

Rpta.: D

6. En cada uno de los cuadraditos sombreados o en blanco del tablero mostrado, escriba un número entero positivo, de tal manera que se obtenga un cuadrado mágico aditivo. Si el mayor número escrito es 11, calcule la suma de los números escritos en las casillas sombreadas.

- A) 16
B) 13
C) 14
D) 18
E) 15

	5	
		1

Solución:

Consideremos la constante mágica $S = 3x$, y completamos el cuadrado mágico en términos de x .

$x-2$	5	$2x-3$
$2x-1$	x	1
3	$2x-5$	$x+2$

→ $3x$

Por dato, $2x - 1 = 11$, luego $x = 6$

Los números en las casillas sombreadas son: 4, 6 y 3

Así, la suma de los números escritos en los casilleros sombreados es: 13.

Rpta.: B

7. Un cuadrado mágico multiplicativo es tal que el producto de los números de cada fila, columna y diagonal es el mismo. Si en el siguiente cuadrado mágico multiplicativo, las casillas se llenan con números enteros positivos, halle la suma de los números que se escribirán en las casillas sombreadas.

- A) 175
B) 120
C) 155
D) 130
E) 190

20		
1		
		5

Solución:

Completamos el gráfico:

Completamos como en la figura y tenemos:

20	25	2
1	10	100
50	4	5

Rpta: A

8. En el gráfico, complete las casillas en blanco, de tal manera que se obtengan tres cuadrados mágicos aditivos, dos cuadrados mágicos de orden 3×3 y uno de orden 4×4 . Si en el cuadrado de 4×4 se deben distribuir los números del 3 al 18. Calcule el valor de $(m-n+a-b)$.

- A) 8
B) 128
C) -1
D) -8
E) 0

m		6					
5	n		9		14		
		7		12	10		a
			4			b	3

Solución:

Si completamos el cuadrado mágico de orden 4x4 tenemos:

m		6	16	17	3		
5	n	11	9	8	14		
		7	13	12	10		a
		18	4	5	15	b	3

Hallamos m, n, a, b.

Del primer cuadrado mágico multiplicativo:

$$n=8, m=9, b=9 \text{ y } a=16$$

Por tanto, $m-n+a-b = 8$.

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En la figura, distribuya los números del 1 al 9, uno en cada rectángulo y sin repetir ninguno, de tal forma que la suma total sea la mayor posible. Halle la diferencia de la cifra de las centenas con la cifra de las unidades de la suma total.

			+

A) 5

B) 7

C) 4

D) 8

E) 6

Solución:

1) Números: 1,2,3,4,5,6,7,8,9

2) Cent – Unid = $9 - 1 = 8$.

7	4	5	+
2	3	6	
9	8	1	

Rpta.: D

2. En la figura, escriba en cada círculo un número entero positivo del 1 al 9, sin repetirlos, de modo que, el producto de los números escritos en cada fila y en cada columna sea igual a los números indicados por cada flecha. Halle la suma de los números que se escribieron en los círculos sombreados.

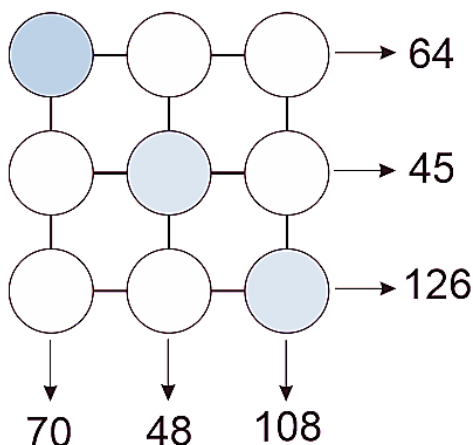
A) 6

B) 9

C) 15

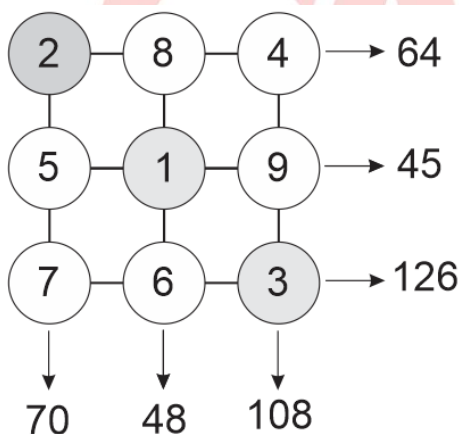
D) 12

E) 7



Solución:

- 1) Por descomposición en factores, se obtiene:



- 2) La suma de los números en los casilleros sombreados es 6.

Rpta.: A

3. En el gráfico mostrado, distribuya los números del 1 al 9 y sin repetir, de modo que la suma de los números ubicados en las dos filas y en las dos columnas sean las señaladas por las flechas. Determine el mayor valor de la suma de los números ubicados en las casillas sombreadadas.

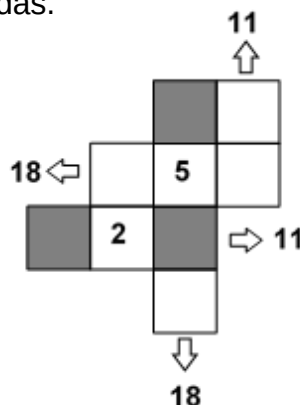
A) 15

B) 17

C) 19

D) 18

E) 16



Solución:

1) Números: 1,2,3,4,5,6,7,8,9

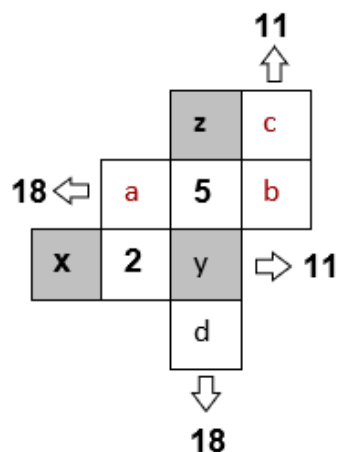
2) $a + b = 13 = 7 + 6 = 9 + 4$

$\Rightarrow a = 6; b = 7; c = 4$

3) Quedan: 1, 3, 8, 9.

4) $x + y = 9 \Rightarrow x = 8; y = 1 \Rightarrow z = 9; d = 3$.

5) $(x + y + z)_{\max.} = 18$



Rpta.: D

4. En la figura, Roberto debe completar escribiendo números enteros del 1 al 7, uno en cada círculo y sin repetir, de modo que la suma de los tres números ubicados en los círculos de cada una de las dos filas y la suma de los tres números en la columna sean las mismas. Si ya se han escrito los números 3 y 4, ¿cuál es el número ubicado en la casilla sombreada?

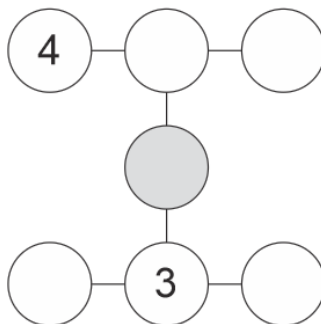
A) 7

B) 6

C) 2

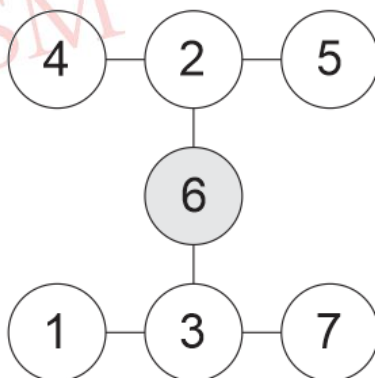
D) 1

E) 5



Solución:

Distribuimos los números como sigue.



Por tanto, el número en el círculo sombreado es 6.

Rpta.: B

5. Complete con números enteros positivos cada una de las casillas del cuadrado mágico aditivo de orden 3, cuya constante mágica es 60. Si z es un número múltiplo de 15, determine el valor de $(x+y+z)$.

A) 45

B) 70

C) 55

D) 65

E) 60

	y	z
		x
	20	

Solución:

Como z múltiplo de 15

Entonces $Z = 15m$, m número entero positivo.

$S = 60$, entonces el número en la casilla central es $60/3 = 20$.

Aplicando la definición y propiedades de los cuadrados mágicos, se expresan los números en las casillas de las columnas 1 y 3 en términos de " m ".

$40-15m$	20	$15m$
$30m-2$	20	$60-30m$
$40-15m$	20	$15m$

25	20	15
10	20	30
25	20	15

Además, $60 - 30m > 0$ entonces $m = 1$.

Luego $x+y+z = 65$

Rpta.: D

6. En la figura, complete la distribución numérica, de modo que el producto de los números enteros positivos colocados en cada fila, columna y diagonal, sea siempre el mismo valor. ¿Cuál es el valor de $(x+y)$?

20	x	
16		y
	4	

A) 400

B) 300

C) 500

D) 600

E) 450

Solución:

Tenemos que:

$$8 \times 40 \times a = 20 \times 40 \times 80$$

Entonces, $a = 200$

Por lo tanto, $x + y = 500$

20	2a	8
16	40	a/2
a	4	80

Rpta.: C

7. En la siguiente figura, se tienen dos cuadrados mágicos aditivos de orden 3×3 con intersección en los números C y B. Luego de completar los cuadrados mágicos, halle el valor de $(A + B + C + E)$.

A) - 10

B) 13

C) 41

D) 25

E) 23

2		6
	5	A
	C	B
	D	-2
	E	-12

Solución:

Completamos los cuadrados mágicos, utilizando definición y propiedades.

Así,

$$A = 1$$

$$B = 8$$

$$C = 3$$

$$D = -22$$

$$E = 13$$

$$\text{Luego, } A + B + C + E = 25$$

2		6
	5	1
	3	8
	-22	-2
	13	-12
		-7

Rpta.: D

8. Miguel escribió en un tablero de 4×4 siete números en las casillas, como se muestra en la figura. Luego, su amigo Juan, experto en cuadrados mágicos, completó el tablero escribiendo nueve números enteros positivos, de tal forma que los números escritos en las dieciséis casillas formen un cuadrado mágico multiplicativo de 4×4 . ¿Cuántos valores numéricos puede tomar Y?

- A) 2
B) 5
C) 8
D) 6
E) 10

500		Y	
40	100		2
1		200	20

Solución:

Sea X el número en la casilla superior izquierda del tablero

Sea Z el número en la casilla superior derecha del tablero

Sea W el número en la casilla ubicada en la fila 4 y columna 2 del tablero, luego:

X			Z
500		Y	
40	100		2
1	W	200	20

$P = \text{número mágico} = \text{producto en la columna 1} = 20000X$

Por propiedad: $XZ(20)(1) = 20000X \Rightarrow Z = 1000$.

$20000X = \text{Producto en la fila 4} = 1W(200)(20) \Rightarrow W = 5X$

Hallando los valores en las otras casillas vacías (usar que el producto de cada fila, cada columna y cada diagonal principal es P), se obtiene:

X	X/10	200/X	1000
500	400/X	Y=X/5	X/2
40	100	(5X)/2	2
1	5X	200	20

Los números en el tablero de 4×4 son enteros positivos, entonces X es múltiplo de 10 y X divide a 200, luego $X = 10, 20, 40, 50, 100, 200$.

Por lo tanto, $Y = X/5 = 2, 4, 8, 10, 20, 40$.

"Y" puede tomar 6 valores numéricos.

Rpta.: D

ARITMÉTICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Con motivo del próximo "Torneo Nacional de Matemáticas", el equipo formado por Exon, Danna, Mariel y Enrique se juntaron para repasar un último tema. En su charla hicieron las siguientes declaraciones:

- **Exon:** El número $432_{(7)}$ expresado en base 10 es un número compuesto.
- **Danna:** El número 724 tiene cuatro divisores positivos propios.
- **Mariel:** La suma de los divisores positivos primos de 325 es 23.
- **Enrique:** El número 1029 tiene dos divisores cuadrados perfectos.

¿Quién o quiénes están en lo correcto?

- A) Exon y Mariel B) Danna y Enrique C) Exon y Enrique
D) Danna y Mariel E) Exon y Danna

Solución:

Exon: $432_{(7)} = 4(7^2) + 3(7) + 2 = 219 = 3(73)$ es compuesto ... (V)

Danna: $724 = 2^2(181)$ tiene solamente dos divisores positivos propios ... (F)

Mariel: $325 = 5^2(13)$ la suma de los divisores positivos primos es 18 ... (F)

Enrique: $1029 = 7^3(3) = 21(7^2)$ tiene dos divisores cuadrados perfectos 1 y 49 ... (V)

∴ Exon y Enrique están en lo correcto.

Rpta.: C

2. Un ingeniero estructural dispone de una viga de aluminio de 1008 cm de longitud, y con ella se propone formar trozos idénticos para pruebas de carga, menores que 5 m. Si la longitud de los trozos son valores enteros en centímetros, y en ningún caso sobra material, ¿cuántos tipos de trozos podrá obtener?

- A) 26 B) 27 C) 29 D) 30 E) 28

Solución:

Siendo d la longitud entera de cada trozo, luego d es divisor de 1008.

Tipos de trozos: $N = 1008 = 2^4 \times 3^2 \times 7 \rightarrow CD_+(N) = 5(3)(2) = 30$

$$d \neq 1008, d \neq 504$$

$\therefore$ Podrá obtener $30 - 2 = 28$ tipos de trozos.

Rpta.: E

3. El profesor Sergio le pide a su alumno Gaspar que escriba el mayor número que tenga $\overline{a8}$ divisores positivos compuestos. Sin embargo, al no especificar la base, Gaspar lo escribió en base 9, obteniendo $3330\dots 0_{(9)}$ el cual contiene $k - 1$ cifras cero. Determine el valor numérico de $a + k$.

A) 6

B) 15

C) 18

D) 20

E) 12

Solución:

Del dato, $N = 3 \underbrace{3300\dots 0}_{k+1 \text{ cifras}}_{(9)} = 3(9^{k+1}) + 3(9^k) + 3(9^{k-1}) = 3(3^{2k+2}) + 3(3^{2k}) + 3(3^{2k-2})$

$$= 3^{2k+3} + 3^{2k+1} + 3^{2k-1} = 3^{2k-1}(3^4 + 3^2 + 1) = 3^{2k-1}(91)$$

$$= 3^{2k-1}(7)(13)$$

$$\rightarrow CD^+(N) = 2k(2)(2) = 8k$$

$$CD^+(N) = CD^+_{\text{primos}}(N) + CD^+_{\text{compuestos}}(N) + 1 = 3 + \overline{a8} + 1$$

$$\rightarrow 8k = 3 + \overline{a8} + 1 \rightarrow 8k - 4 = \overline{a8} \rightarrow 4(2k - 1) = \overline{a8} \rightarrow a = 6 \wedge \text{mayor: } k = 9$$

$$\therefore a + k = 6 + 9 = 15.$$

Rpta.: B

4. Sara tiene una deuda de $2^a \times 7^b \times 6^3$ soles, donde a y b son enteros y positivos. Además, dicha deuda es el menor número posible cuya cantidad de divisores positivos es 72. Si Sara paga una cantidad igual al doble de la suma de los divisores positivos de su deuda inicial que no son múltiplos de 7, ¿cuál es la deuda actual, en soles, de Sara?

A) 37 240

B) 37642

C) 35 276

D) 37 296

E) 36 306

Solución:

Deuda: $N = 2^a \times 7^b \times 6^3 = 2^a \times 7^b \times (2 \times 3)^3 = 2^{a+3} \times 7^b \times 3^3$

$$CD^+(N) = (a + 4)(b + 1)(4) = 72 \rightarrow (a + 4)(b + 1) = 18 \rightarrow \begin{cases} 9(2) \\ 6(3) \end{cases}$$

Siendo N el menor número posible, luego $a = 2, b = 2$.

Así

$$N = 2^5 \times 7^2 \times 3^3 = 32 \times 49 \times 27 = 42\,336$$

$$\rightarrow SD^+_{\text{no } 7}(N) = \frac{2^6 - 1}{2 - 1} \times \frac{3^4 - 1}{3 - 1} = 63 \times 40 = 2520$$

$\therefore$ La deuda actual en soles es: $42\,336 - 2(2520) = 37\,296$.

Rpta.: D

5. En una campaña de vacunación canina, una clínica veterinaria aplicó durante 25 días un total de $a^a \times b^a \times c$ vacunas, que está expresada en su forma canónica; además, $a < b < c$. Si la suma de los divisores positivos no compuestos de esta cantidad total es 15 y el número de vacunas aplicadas cada día fue el mismo, ¿cuántas vacunas se aplicaron cada día?

A) 28 B) 18 C) 20 D) 25 E) 32

Solución:

Siendo $N = a^a \times b^a \times c$ la descomposición en factores primos, y siendo 15 la suma de los divisores no compuestos de N , entonces $a + b + c + 1 = 15$

$$\rightarrow a + b + c = 14$$

De esto, se deduce que uno de ellos debe ser par, y como el único primo par es 2,

luego $a = 2 \rightarrow 2 + b + c = 14$

$$\rightarrow b + c = 12 \rightarrow b = 5, c = 7$$

$$\# \text{vacunas por día} = (2^2 \times 5^2 \times 7) \div 25 = 28$$

$\therefore$ Se aplicaron 28 vacunas cada día.

Rpta.: A

6. Josué tiene dos cajas, la primera caja contiene N tornillos, y la segunda caja contiene una cantidad de tornillos equivalente a la suma de los divisores positivos múltiplos de 3 de la suma de los divisores positivos de N ; además, la descomposición canónica de N es $2^p \times 5^q$. Si a N se le multiplica por 20, su cantidad de divisores positivos se duplica; pero, si se le divide entre 4, su cantidad de divisores positivos se reduce a la mitad. ¿Cuántos tornillos más tiene una caja que la otra?

A) 316 B) 376 C) 386 D) 378 E) 368

Solución:

Primera caja: N

$$\# \text{ tornillos} = N = 2^p \times 5^q \rightarrow \begin{cases} 20N = 2^{p+2} \times 5^{q+1} \rightarrow (p+3)(q+2) = 2(p+1)(q+1) \dots (1) \\ N/4 = 2^{p-2} \times 5^q \rightarrow (p-1)(q+1) = (p+1)(q+1)/2 \dots (2) \end{cases}$$

De (2) $2(p-1) = p+1 \rightarrow p = 3$

En (1) $6(q+2) = 2(4)(q+1) \rightarrow q = 2$

De este modo, número de tornillos es $N = 2^3 \times 5^2 = 200$

Segunda caja: M

$$SD^+(N) = \frac{2^4 - 1}{2 - 1} \times \frac{5^3 - 1}{5 - 1} = 15 \times 31 = 3(5)(31)$$

$$M = SD_3^+(3(5)(31)) = 3 \times \left(\frac{5^2 - 1}{5 - 1} \right) \times \left(\frac{31^2 - 1}{31 - 1} \right) = 576$$

Diferencia: $576 - 200 = 376$

$\therefore$ Hay 376 tornillos más en una caja que en la otra.

Rpta.: B

7. Piero publicó un video en TikTok. En la primera semana obtuvo N vistas y, en la segunda semana, consiguió $\overline{abcd}$ vistas adicionales. Si N es el menor número, que al ser descompuesto canónicamente se expresa como $a^b \cdot b^{c-2} \cdot c^{c-3} \cdot d$, ¿cuántas vistas tuvo dicho video al cabo de esas dos semanas?

A) 15 857 B) 18 900 C) 7 200 D) 5400 E) 15 200

Solución:

$$N = a^b \times b^{c-2} \times c^{c-3} \times d \text{ (Descomposición canónica)}$$

Como N es mínimo, y c es primo, luego $c - 3 = 2 \rightarrow c = 5$

$$\text{De este modo } N = a^b \cdot b^3 \cdot 5^2 \cdot d$$

N es mínimo cuando $b = 2, a = 3, d = 7$

$$\text{De este modo } N = 3^2 \times 2^3 \times 5^2 \times 7 = 12\,600$$

Primera semana: 12 600

Segunda semana: 3257

$$\text{En las dos semanas: } 12\,600 + 3257 = 15\,857$$

∴ El video, al cabo de esas dos semanas, tuvo 15 857 vistas.

Rpta.: A

8. Liam, para determinar la suma de los divisores positivos del número $N = \frac{14! - 11 \times 12!}{8 \times 108 \times 27}$, tardó tantos minutos como la cantidad de divisores positivos que tiene el número total de divisores positivos de N . ¿Cuántos minutos tardó Liam para determinar dicha suma?

A) 16 B) 18 C) 12 D) 14 E) 20

Solución:

$$N = \frac{14! - 11 \times 12!}{8 \times 108 \times 27} = \frac{12! (13 \times 14 - 11)}{2^3 \times 2^2 \times 3^3 \times 3^3} = \frac{12! \times 171}{2^5 \times 3^6} = \frac{2^{10} \times 3^5 \times 5^2 \times 7 \times 11 \times 3^2 \times 19}{2^5 \times 3^6}$$

$$N = 2^5 \times 3 \times 5^2 \times 7 \times 11 \times 19 \rightarrow CD^+(N) = 6(2)(3)(2)(2)(2) = 2^5 \times 3^2$$

$$\rightarrow CD^+(CD^+(N)) = 6(3) = 18$$

∴ Para determinar dicha suma Liam tardó 18 minutos.

Rpta.: B

Lea el siguiente texto y resuelva los ejercicios 9 y 10.

Los esposos Karla y Santiago desean comprarle un departamento a Gustavo. El precio de ese departamento al contado es de $N = \overline{ababab}$ soles; además, se sabe que la descomposición canónica de N es $13 \times a \times b \times \overline{ab}^2$.



9. Si Karla y Santiago tienen ahorrado cierto número de soles que es igual a la cantidad de números enteros positivos menores que N , que además son coprimos con N , ¿cuántos soles les faltan para comprar al contado dicho departamento?

A) 181 929 B) 210 316 C) 168 985 D) 180 020 E) 180 989

Solución:

$$N = \overline{ababab} = \overline{ab} \times 10^4 + \overline{ab} \times 10^2 + \overline{ab} = \overline{ab}(10\,000 + 100 + 1) = 10\,101\overline{ab}$$

$$\rightarrow N = 3 \times 7 \times 13 \times 37 \times \overline{ab} = 13 \times a \times b \times \overline{ab}^2$$

$$\rightarrow 3 \times 7 \times 37 = a \times b \times \overline{ab} \rightarrow \overline{ab} = 37$$

$$N = 13 \times 3 \times 7 \times 37^2 = 373737$$

Dinero ahorrado: menor que N y PESI con N (Indicador de Euler)

$$\phi(N) = 13^0(12)3^0(2)7^0(6)(37)(36) = 12(2)(6)(37)(36) = 191808$$

$$\text{Les faltan: } 373737 - 191808 = 181\,929$$

∴ Para comprar el departamento al contado les faltan 181 929 soles.

Rpta.: A

10. Finalmente, los esposos Karla y Santiago le compraron a Gustavo otro departamento más pequeño, cuyo precio es de $N/3$ soles. Si por pagar al contado recibieron un descuento de $\overline{mn}000$ soles, donde $\overline{mn}$ es la cantidad de divisores positivos múltiplos de 13 de N , ¿cuál es la suma de las cifras del número de soles que pagaron por ese departamento?

A) 22 B) 26 C) 25 D) 28 E) 21

Solución:

$$N = \overline{ababab} = 373737$$

$$\text{Precio del nuevo departamento: } \frac{N}{3} = 124\,579$$

$$N = 373737 = 13 \times 3 \times 7 \times 37^2 = 13(3 \times 7 \times 37^2)$$

$$\overline{mn} = CD_{13}^+(N) = (2)(2)(3) = 12$$

$$\text{Pagaron por ese departamento: } 124\,579 - 12\,000 = 112\,579 \text{ soles.}$$

∴ La suma de las cifras es 25.

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Con motivo del “Concurso Interescolar de Matemáticas”, el equipo integrado por Sandra, Elsa, Antonio y Fabricio realizaron una última sesión de entrenamiento. Durante ella, cada uno hizo una afirmación sobre los números y sus propiedades.

- **Sandra:** El número 936 tiene en total 20 divisores positivos compuestos.
- **Elsa:** De todos los divisores positivos de 4620, solo 5 son divisores simples.
- **Antonio:** La suma de los divisores positivos propios del número 203 es 37.
- **Fabricio:** El número 648 tiene 4 divisores positivos múltiplos de 3, pero no de 2.

¿Quién o quiénes están equivocados en sus afirmaciones?

- A) Solo Fabricio B) Elsa y Antonio C) Solo Antonio
D) Sandra y Antonio E) Solo Elsa

Solución:

- Sandra: $936 = 2^3 \times 3^2 \times 13$ tiene $(24 - 4 = 20)$ divisores positivos compuestos... (V)
 - Elsa: $4620 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$ tiene 6 divisores simples ... (F)
 - Antonio: $203 = 7 \times 29$, la suma de los divisores propios es $7 + 29 + 1 = 37$... (V)
 - Fabricio: $648 = 2^3 \times 3^4 = 3(2^3 \times 3^3)$, 648 tiene $(3 + 1 = 4)$ divisores positivos múltiplos de 3 pero no de 2 ... (V)
- ∴ Solo Elsa se equivocó.

Rpta.: E

2. Gael, encargado de las instalaciones de agua potable, debe instalar válvulas de control a lo largo de una tubería de distribución de agua de 2448 metros de longitud. Las válvulas se colocarán a distancias iguales, en número entero de metros, asegurando una al inicio y otra al final de la tubería. Si el diseño requiere la instalación de al menos tres válvulas en total, ¿cuántas opciones distintas existen para esa instalación?

- A) 32 B) 24 C) 29 D) 27 E) 30

Solución:

Siendo d la distancia entre dos válvulas contiguas, luego d es divisor de 2448

$$2448 = 2^4 \times 3^2 \times 17$$

$$CD^+(2448) = 5 \times 3 \times 2 = 30$$

Como debe haber por lo menos tres válvulas, se descarta la opción de que la distancia entre ellos sea de 2448 metros. Así, restamos 1 al número total de divisores.

∴ El número de opciones distintas para esa instalación es 29.

Rpta.: C



3. Manuel, gerente de una empresa de ingeniería ambiental, destinó un presupuesto de $N = 3^m \times 5^n \times 121$ soles, ($m, n \in \mathbb{Z}^+$), para un proyecto de tratamiento de agua; además, se sabe que N tiene 81 divisores positivos. Si para el tratamiento de aguas residuales se destinará una cantidad de soles equivalente a la suma de los divisores positivos del número entero $M = 3^{n-3} \times 5^m \times 2$, determine la suma de las cifras de dicha suma de divisores.

A) 21 B) 25 C) 20 D) 18 E) 24

Solución:

Del dato, $N = 3^m \times 5^n \times 121 = 3^m \times 5^n \times 11^2$, $CD^+(N) = 81$

$$\rightarrow (m+1)(n+1)(3) = 81 \rightarrow (m+1)(n+1) = 27 = 3(9) \rightarrow m = 2, n = 8$$

$$M = 3^5 \times 5^2 \times 2 \rightarrow SD^+(M) = \frac{3^6 - 1}{3 - 1} \times \frac{5^3 - 1}{5 - 1} \times \frac{2^2 - 1}{2 - 1} = \frac{728}{2} \times \frac{124}{4} \times \frac{3}{1}$$

$$SD^+(M) = 364 \times 31 \times 3 = 33852$$

$\therefore$ La suma de las cifras de $SD^+(M)$ es 21.

Rpta.: A

4. Las edades, en años, de los hermanos Jair, Axel y Camil están representados por tres números primos cuya suma es 57, y la diferencia entre el mayor y el menor es 18. Si Jair es menor que Axel y Axel menor que Camil, ¿cuántos años tenía Axel, cuando nació Jair?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 11

Solución:

Sean las edades: Jair: j , Axel: a , Camil: c con $j < a < c$

Por dato, $j + a + c = 57$; $c - j = 18$

$$\rightarrow j + a + j + 18 = 57 \rightarrow 2j + a = 39$$

$$\rightarrow j = 11, a = 17, c = 29 \text{ y } 29 - 11 = 18 \text{ (verifica)}$$

$$a - j = 17 - 11 = 6$$

$\therefore$ Cuando nació Jair, Axel tenía 6 años.

Rpta.: B

5. Una granja comercial tiene para la venta de hoy cierto número de pollos, dicho número tiene 15 divisores positivos y la suma de sus divisores positivos es 6897. Si hoy solo se vendió la tercera parte del total, determine la suma de las cifras del número de pollos que quedaron sin vender.

A) 12 B) 19 C) 11 D) 18 E) 15

Solución:

Sea N la cantidad de pollos en la granja

Por dato $CD^+(N) = 15 = (2 + 1) \times (4 + 1) \rightarrow N = p^2 \times q^4$, p, q primos

$$SD^+(N) = 6897 \rightarrow (1 + p + p^2) \times (1 + q + q^2 + q^3 + q^4) = 3 \times 19 \times 11^2$$

$$1 + 7 + 7^2 = 57 = 3 \times 19, \quad 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 = 121 = 11^2 \rightarrow p = 7, q = 3$$

Luego, $N = 7^2 \times 3^4 = 3969$

Se vendieron: $N \div 3 = 7^2 \times 3^4 \div 3 = 7^2 \times 3^3 = 1323$

Quedaron: $3969 - 1323 = 2646$

$\therefore$ La suma de las cifras es 18.

Rpta.: D

6. Fidel debe organizar la distribución de 918 celulares en cajas con la misma cantidad de unidades, sin que sobre celulares. Si cada tipo de caja debe contener más de 5 y menos de 300 celulares, ¿en cuántos tipos de cajas puede realizarse la distribución?

A) 10 B) 16 C) 8 D) 12 E) 24

Solución:

Número de celulares: $918 = 2 \times 3^3 \times 17$

$$CD^+(918) = 2(4)(2) = 16$$

Como cada caja debe contener más de 5 y menos de 300 celulares, luego sacamos a los divisores 1, 2, 3, 918, 459, 306.

Quedan: $16 - 6 = 10$ tipos de cajas.

$\therefore$ Se puede realizar la distribución en 10 tipos de caja.

Rpta.: A

7. En una clase de Aritmética, el profesor plantea el siguiente reto a Mateo y Mónica: "Determine la suma de los divisores positivos primos, que tiene la suma de los divisores positivos múltiplos de 25 del número $N = 10^m \times 15^n$, ($m, n \in \mathbb{Z}^+$), cuya cantidad de divisores positivos es el triple de la cantidad de divisores positivos, que tiene $14^m \times 7^n$ y este a su vez tiene cuatro divisores positivos más que 2×10^m ". Si Mateo y Mónica trabajaron en equipo y resolvieron correctamente el reto, ¿qué resultado obtuvieron?

A) 15 B) 22 C) 25 D) 17 E) 23

Solución:

De los datos $N = 10^m \times 15^n = 2^m \times 5^m \times 3^n \times 5^n = 2^m \times 3^n \times 5^{m+n}$,

$$M = 14^m \times 7^n = 2^m \times 7^{m+n},$$

$$T = 2 \times 10^m = 2^{m+1} \times 5^m$$

Además,

$$CD^+(N) = 3CD^+(M) \rightarrow (m+1)(n+1)(m+n+1) = 3(m+1)(m+n+1) \\ \rightarrow n = 2$$

$$CD^+(M) = CD^+(T) + 4 \rightarrow (m+1)(m+n+1) = (m+2)(m+1) + 4 \\ \rightarrow (m+1)(m+3) = (m+2)(m+1) + 4 \\ \rightarrow 4m + 3 = 3m + 6 \rightarrow m = 3$$

De este modo $N = 10^3 \times 15^2 = 2^3 \times 3^2 \times 5^5 = 25(2^3 \times 3^2 \times 5^3)$

$$SD_{25}^+(N) = 25 \left(\frac{2^4 - 1}{2 - 1} \times \frac{3^3 - 1}{3 - 1} \times \frac{5^4 - 1}{5 - 1} \right) = 2^2 \times 3^2 \times 5^3 \times 13^2$$

$\therefore$ La suma de los divisores primos es $2 + 3 + 5 + 13 = 23$

Rpta.: E

8. Felipe cuenta con una colección de 1176 estampillas, numeradas con los números enteros consecutivos del 1 al 1176. Con motivo de una exhibición especial, decide seleccionar únicamente aquellas estampillas cuyos números no comparten ningún divisor positivo mayor que 1 con el número 1176. ¿Cuántas estampillas de la colección quedaron excluidas de dicha exhibición?

A) 820 B) 835 C) 845 D) 856 E) 840

Solución:

Cantidad de estampillas: $1176 = 2^3 \times 3 \times 7^2$

Cantidad de estampillas seleccionadas: menor que 1176 y PESI con 1176

(Indicador de Euler)

$$\phi(1176) = 2^{3-1}(2-1)3^{1-1}(3-1)7^{2-1}(7-1) = 4(2)(7)(6) = 336$$

$\therefore$ Felipe no incluyó a $1176 - 336 = 840$ estampillas.

Rpta.: E

Lea el siguiente texto y resuelva los ejercicios 9 y 10.

A un grupo de niños, de un colegio, se les realizó un examen médico en el centro de salud de su zona respectiva. La enfermera Fernanda observó que las estaturas en centímetros de estos niños estaban representadas por números primos comprendidos entre 100 y 150, y todos diferentes entre sí.

9. Si, de ellos, la cantidad de niños que tienen anemia son tantos como la cantidad de divisores positivos múltiplos de 3 de la suma de las estaturas cuya suma de sus cifras es par, ¿cuántos niños tienen anemia?
- A) 8 B) 3 C) 6 D) 4 E) 9

Solución:

Se sabe que, los números primos comprendidos entre 100 y 150 son:

101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139 y 149.

Número de niños que se les realizó el examen: 10

Niños con anemia: CD_3^+ (suma de las estaturas pares de los niños evaluados)

Estaturas cuya suma de cifras es par: 101, 103, 107, 109, 127 y 149.

De este modo, $101 + 103 + 107 + 109 + 127 + 149 = 696$

$$696 = 3 \times (2^3 \times 29) \rightarrow CD_3^+(696) = (4)(2) = 8$$

$\therefore$ De ese grupo de niños, 8 tienen anemia.

Rpta.: A

10. Al finalizar la prueba de sangre, el médico pediatra entregó una misma cantidad de paquetes de galletas *Nutri H* a cada niño del grupo examinado. Si dicha cantidad es tanto como la suma de las cifras del número de divisores cuadrados perfectos del factorial del número de niños que hay en el grupo, ¿cuántos paquetes de galletas recibió cada niño?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 5

Solución:

Estatura de todos los niños examinados:

101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149 $\rightarrow$ son 10 niños en total

$$10! = 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7 = (2^2)^4 \times (3^2)^2 \times (5^2)^1 \times 7$$

$$\rightarrow CD_{\text{cuad.perf.}}^+(10!) = 5(3)(2) = 30$$

de paquetes que entregó el pediatra: $3 + 0 = 3$

$\therefore$ Cada niño recibió 3 paquetes de galletas.

Rpta.: B

GEOMETRÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. La figura muestra una ventana de forma circular. Para una mayor seguridad se colocan las varillas $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ y $\overline{EF}$, tal que $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son paralelas y miden 12 dm cada una, además son perpendiculares a la varilla $\overline{EF}$ (diámetro de la circunferencia). Si $EH = 2$ dm y el costo de 1 dm de varilla es S/ 5, halle el costo total de las varillas usadas.

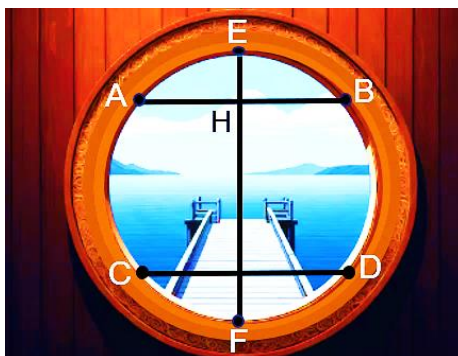
A) S/ 240

B) S/ 220

C) S/ 260

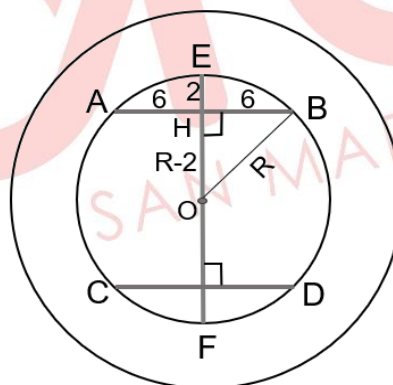
D) S/ 280

E) S/ 230



Solución:

- Dato: $\overline{AB} \perp \overline{EF}$ y $\overline{CD} \perp \overline{EF}$
 $\Rightarrow AH = HB = 6$
- O: centro de la circunferencia
 $\Rightarrow OB = R$ y $OH = R - 2$
- $\triangle OHB$: Teorema de Pitágoras
 $R^2 = (R - 2)^2 + 6^2 \Rightarrow R = 10$
- Suma de las longitudes de las varillas:
 $AB + CD + EF = 12 + 12 + 20 = 44$
- 1dm -----> S/ 5
 44 dm -----> S/ 220



$\therefore$ El costo total de las varillas es S/ 220.

Rpta.: B

2. Un portaretrato de forma circular, cuyo diámetro mide 24 cm, es colgado en un clavo ubicado en el punto P de una pared por medio de una cuerda $\overline{AP} \cup \overline{PB}$, que sostiene al portaretrato en los puntos de tangencia A y B, como se muestra en la figura. Si $AP = PB$ y la medida del arco menor $\widehat{AB}$ es 106° , halle la longitud de la cuerda.

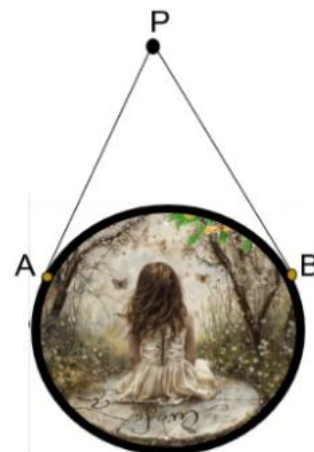
A) 36 cm

B) 34 cm

C) 32 cm

D) 38 cm

E) 40 cm



Solución:

- O: centro de la circunferencia

$$\Rightarrow OA = OB = 12$$

- Dato: A y B son puntos de tangencia

$$\Rightarrow \overline{OB} \perp \overline{PB} \text{ y } \overline{OA} \perp \overline{PA}$$

- Dato: $m\widehat{AB} = 106^\circ$ y $AP = BP$

Teorema: $m\angle APB = 74^\circ$

- Teorema: $\overrightarrow{PO}$ es bisectriz

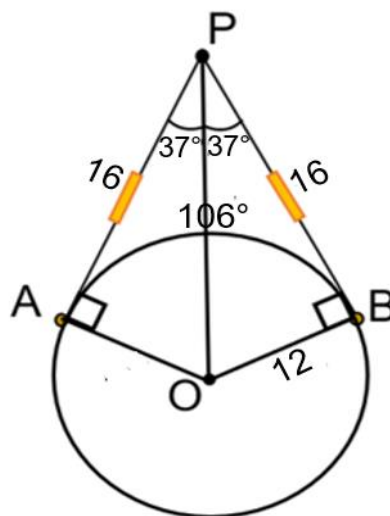
$$\Rightarrow m\angle APO = m\angle OPB = 37^\circ$$

-  PBO: notable 37° y 53°

$$OB = 12 \Rightarrow PB = 16$$

$$\Rightarrow AP + PB = 32$$

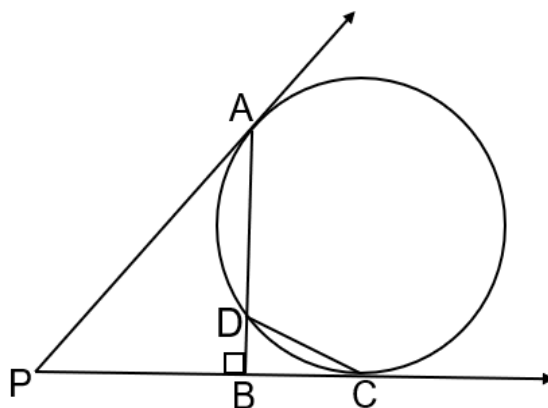
$\therefore$ La longitud total de la cuerda es 32 cm.



Rpta.: C

3. En la figura, el radio de la circunferencia mide 20 cm, A y C son puntos de tangencia y $BC = 16$ cm. Halle $m\angle BCD$.

- A) 45°
B) 37°
C) 53°
D) $53^\circ/2$
E) $37^\circ/2$



Solución:

- O: centro de la circunferencia

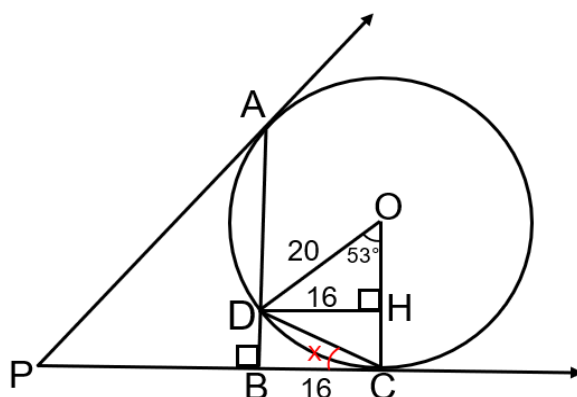
$$\Rightarrow OC = OD = 20$$

- BDHC: rectángulo $\Rightarrow DH = BC = 16$

- DHO: notable 37° y 53°

$$\Rightarrow m_4 \text{ DOH} = 53^\circ$$

- $\angle$ DOC: ángulo central $\Rightarrow m\widehat{DC} = 53^\circ$



- $\angle BCD$: ángulo semiinscrita

$$\Rightarrow m\angle BCD = 53^\circ/2$$

Rpta.: D

4. La figura muestra un arete, formado por dos aros circulares congruentes y dos alambres $\overline{AP}$ y $\overline{BP}$, soldados en los puntos A, B, C, D, E, F y P. Si $m\widehat{AQB} - m\widehat{CTD} = 60^\circ$, halle la medida del ángulo que determinan los alambres en P.

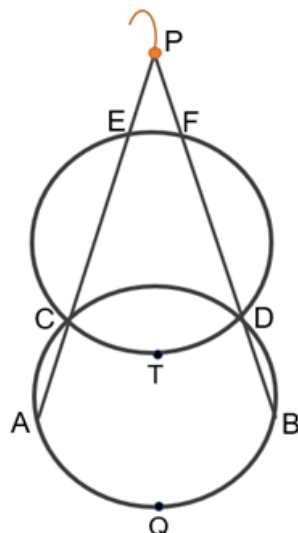
A) 30°

B) 45°

C) 60°

D) 37°

E) 53°



Solución:

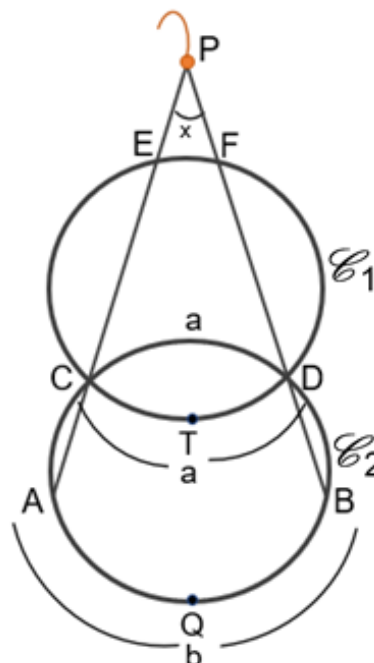
- Circunferencias congruentes:

$$\Rightarrow m\widehat{CD} = m\widehat{CTD} = a$$

- Dato: $b - a = 60^\circ$

- En $\mathcal{C}_2$: $\angle APB$: ángulo exterior

$$\Rightarrow x = \frac{b-a}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

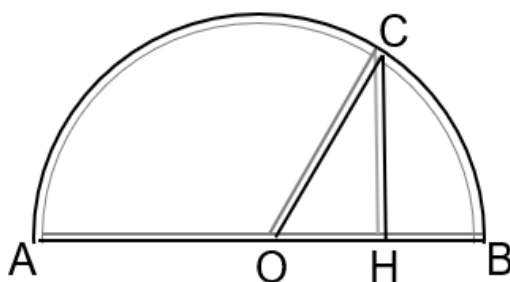


$\therefore$ La medida del ángulo que determinan los alambres en P es 30° .

Rpta.: A

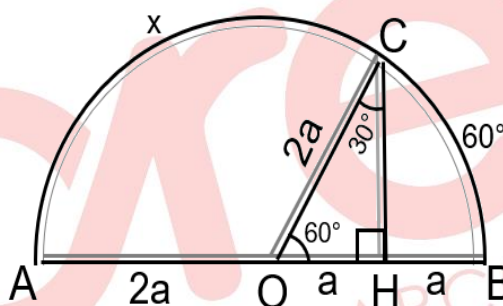
5. La figura muestra una estructura de metal, formada por una semicircunferencia y las varillas $\overline{AB}$, $\overline{OC}$ y $\overline{CH}$. Si $AO = OB$, $OH = HB$ y $\overline{CH} \perp \overline{AB}$, halle $m\widehat{AC}$.

- A) 136°
B) 120°
C) 140°
D) 130°
E) 110°



Solución:

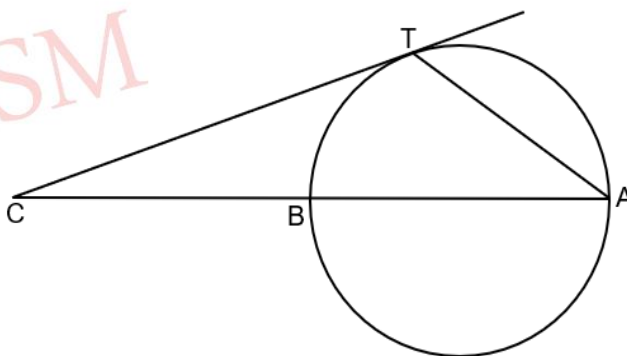
- Dato: $OH = HB = a$
 $\Rightarrow OC = OB = OA = 2a$
- $\triangle OHC$: notable 30° y 60°
 $\Rightarrow m\angle COH = 60^\circ$
- $\angle COB$: ángulo central
 $\Rightarrow m\widehat{CB} = 60^\circ$
 $\therefore x = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$



Rpta.: B

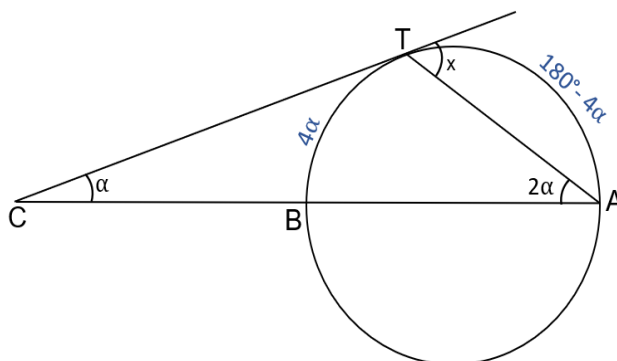
6. En la figura $\overline{AB}$ es diámetro, T punto de tangencia y $m\angle CAT = 2m\angle ACT$. Halle la medida del ángulo semiinscrito en T.

- A) 54°
B) 64°
C) 48°
D) 62°
E) 56°



Solución:

- $\angle BAT$: ángulo inscrito
 $\Rightarrow m\widehat{BT} = 4\alpha$
- Dato: $\overline{BA}$ diámetro
 $\Rightarrow m\widehat{TA} = 180^\circ - 4\alpha$



- $\angle ACT$: ángulo exterior

$$\Rightarrow \alpha = \frac{(180^\circ - 4\alpha) - 4\alpha}{2}$$

$$\Rightarrow 10\alpha = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = 18^\circ$$

$$\therefore x = \frac{(180^\circ - 4\alpha)}{2} = 54^\circ$$

Rpta.: A

7. En la figura, A y E son puntos de tangencia. Halle $m\widehat{DC}$.

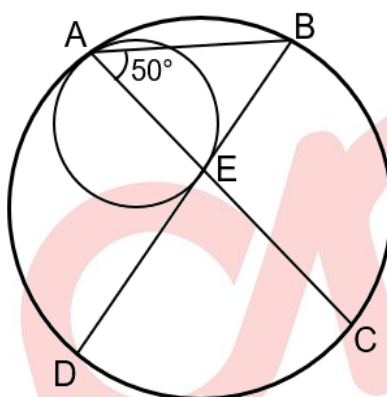
A) 120°

B) 100°

C) 125°

D) 130°

E) 110°



Solución:

- Trazamos $\overline{FA}$ tangente a la circunferencia en A
 $\Rightarrow \angle FAB$ es semiinscrita

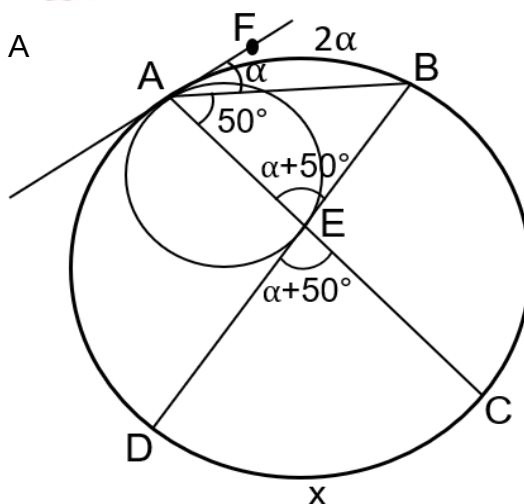
$$\bullet m\angle FAB = \alpha \Rightarrow m\widehat{AB} = 2\alpha$$

$$\bullet m\angle FAE = m\angle BEA = m\angle CED = \alpha + 50^\circ$$

- $\angle DEC$: ángulo interior

$$\Rightarrow \alpha + 50^\circ = \frac{x + 2\alpha}{2}$$

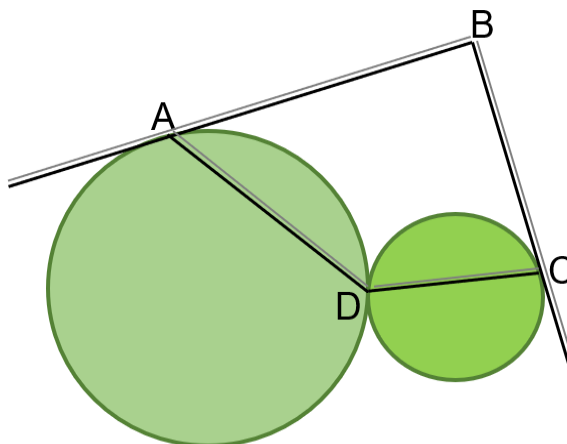
$$\therefore x = 100^\circ$$



Rpta.: B

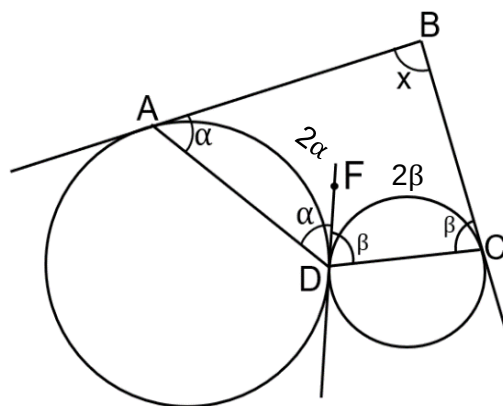
8. La figura muestra dos jardines circulares tangentes en D y un conjunto de tuberías para su riego. Si los tubos $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ son tangentes a los jardines en A y C, además los tubos $\overline{AD}$ y $\overline{DC}$ determinan un ángulo cuya medida es 140° , halle la medida que determinan los tubos $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$.

- A) 80°
B) 90°
C) 100°
D) 120°
E) 110°



Solución:

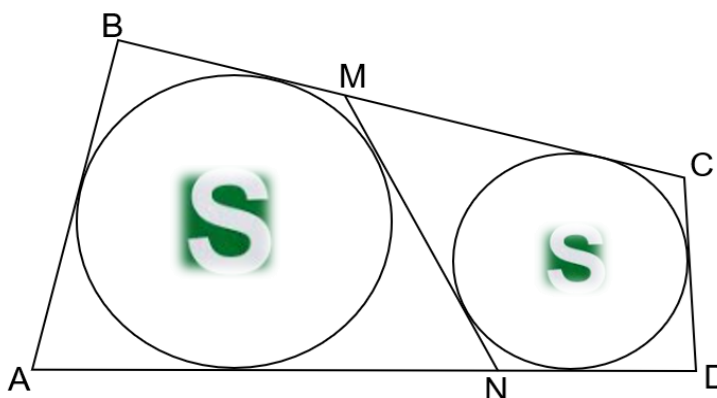
- Trazamos $\overline{FD}$ tangente a las circunferencias en D
 $\Rightarrow \angle FDA$ y $\angle FDC$: $\angle$ semiinscritos
- $m\angle BAD = m\angle FDA = \alpha$ y $m\angle BCD = m\angle FDC = \beta$
- $\alpha + \beta = 140^\circ$
- ABCD: suma de ángulos interiores
 $\Rightarrow 2(\alpha + \beta) + x = 360^\circ$
 $\Rightarrow 2(140^\circ) + x = 360^\circ$
 $\therefore x = 80^\circ$



Rpta.: A

9. La figura muestra un patio de forma cuadrilátera ABCD. Se delimitan el segmento $\overline{MN}$ y dos circunferencias inscritas para referenciar las zonas seguras en caso de sismos. Si $MN = 10$ m y los linderos $\overline{BC}$ y $\overline{AD}$ miden juntas 48 m, halle el perímetro del patio.

- A) 82 m
B) 74 m
C) 80 m
D) 76 m
E) 78 m



Solución:

• Dato: $b + c + f + e = 48 \dots (1)$

• ABMN: Teorema de Pitot

$$a + 10 = b + f \dots (2)$$

• NMCD: Teorema de Pitot

$$d + 10 = c + e \dots (3)$$

• Sumando (2) y (3):

$$(a + d) + 20 = b + c + f + e \dots (4)$$

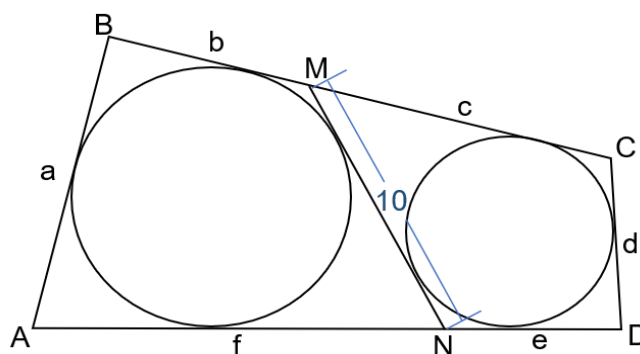
• De (4) y (1): $(a + d) + 20 = 48$

$$\Rightarrow a + d = 28 \dots (5)$$

• Sumando (1) y (5):

$$a + b + c + d + e + f = 76$$

$\therefore$ El perímetro del patio mide 76 m.



Rpta.: D

10. La figura muestra la vista frontal de una llanta circular, apoyada en un taco de madera de forma triangular, sostenida por un cable $\overline{QB}$ (Q, B y C son colineales). Si T, D y Q son puntos de tangencia, $AB = 12$ cm, $BC = 16$ cm y $AC = 18$ cm, halle la longitud del cable.

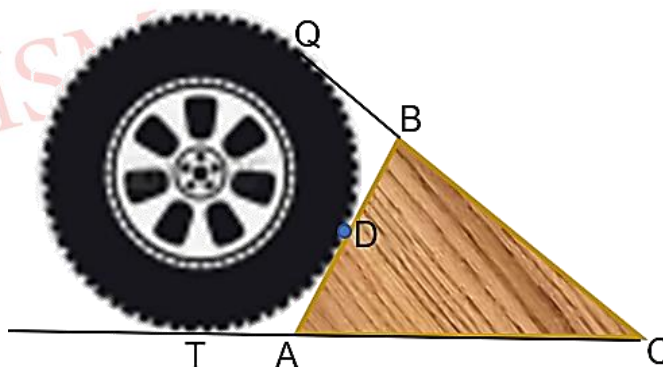
A) 6 cm

B) 8 cm

C) 7 cm

D) 5 cm

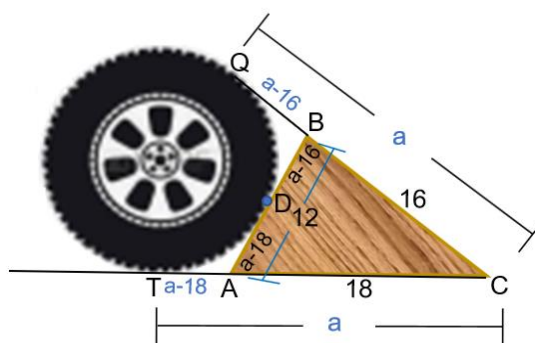
E) 9 cm



Solución:

• Teorema:
 $QC = TC = a$

• Teorema:
 $QB = BD = a - 16$
 $TA = AD = a - 18$

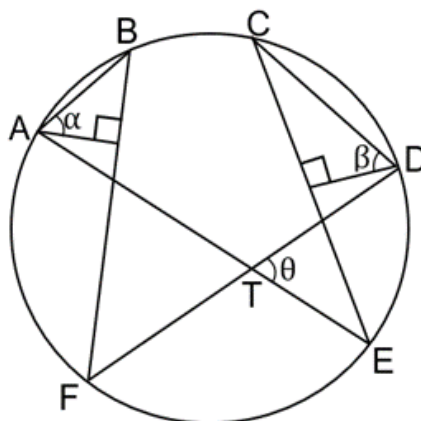


- Dato: $AB = 12$
 $\Rightarrow (a - 18) + (a - 16) = 12$
 $\Rightarrow a = 23$
 $\therefore QB = a - 16 = 23 - 16 = 7 \text{ cm}$

Rpta.: C

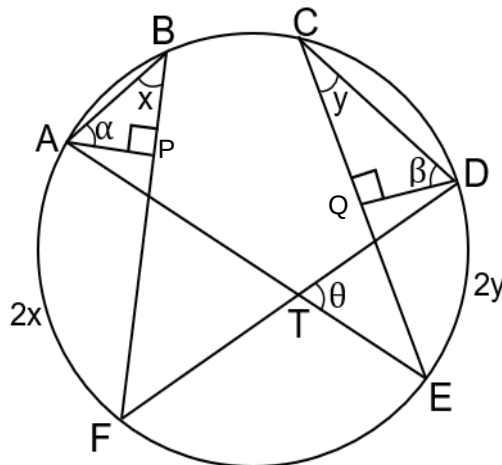
11. En la figura, halle $\alpha + \beta + \theta$.

- A) 160°
- B) 180°
- C) 190°
- D) 170°
- E) 150°



Solución:

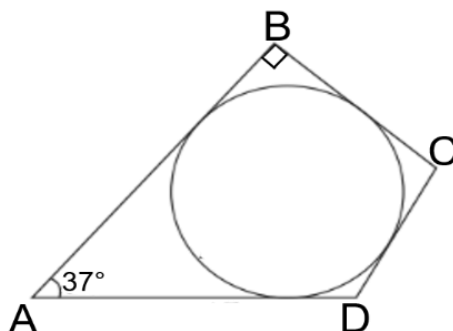
- $\angle ABF$: ángulo inscrito
 $m\angle ABF = x \Rightarrow m\widehat{AF} = 2x$
- $\angle DCE$: ángulo inscrito
 $m\angle DCE = y \Rightarrow m\widehat{DE} = 2y$
- $\angle DTE$: ángulo interior
 $\Rightarrow \theta = \frac{2x + 2y}{2} = x + y$
- $\triangle BPA$: $x = 90^\circ - \alpha$
- $\triangle CQD$: $y = 90^\circ - \beta$
 $\Rightarrow \theta = (90^\circ - \alpha) + (90^\circ - \beta)$
 $\Rightarrow \alpha + \beta + \theta = 180^\circ$



Rpta.: B

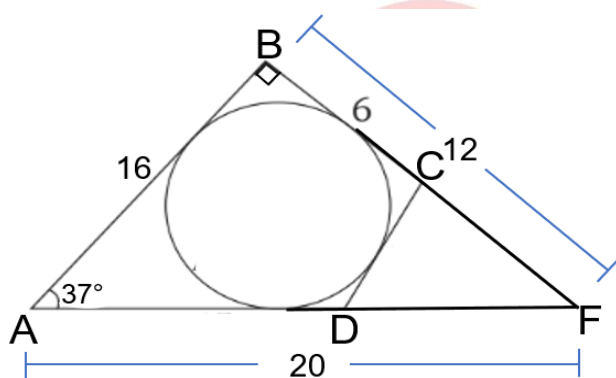
12. La figura muestra una circunferencia inscrita en el cuadrilátero ABCD. Si $AD + BC = 21$ cm y $DC = 5$ cm, halle la longitud del radio de la circunferencia.

- A) 7 cm
B) 6,5 cm
C) 5 cm
D) 4 cm
E) 5,5 cm



Solución:

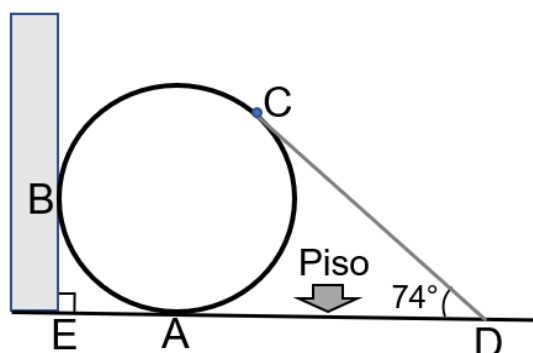
- ABCD: Teorema de Pitot
 $AB + 5 = AD + BC$
 $\Rightarrow AB = 16$
- Prolongamos $\overline{BC}$ y $\overline{AD}$ hasta F
- $\triangle ABF$: notable 37° y 53°
 $\Rightarrow AF = 20$ y $BF = 12$
- $\triangle ABF$: Teorema de Poncelet
 $16 + 12 = 20 + 2r$
 $\Rightarrow r = 4$ cm



Rpta.: D

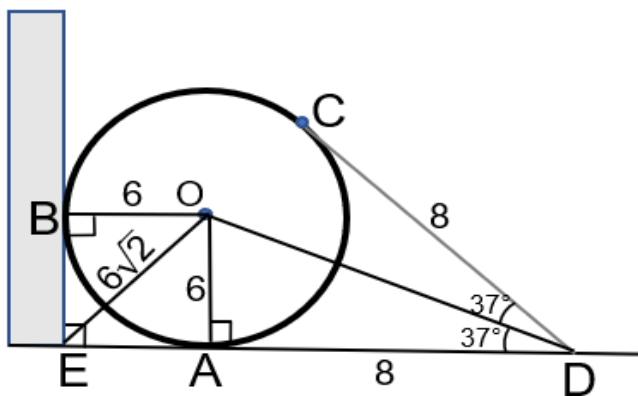
13. La figura muestra un aro apoyado en la pared y el piso, el cual es sostenido por la varilla $\overline{CD}$ (A, B y C son puntos de tangencia). Si la distancia desde el centro del aro a la esquina E es $6\sqrt{2}$ dm, halle la longitud de la varilla.

- A) 9 dm
B) 6,5 dm
C) 6 dm
D) 8 dm
E) 7,5 dm



Solución:

- OBEA: cuadrado y $EO = 6\sqrt{2}$
 $\Rightarrow OA = OB = 6$
- Teorema: $\overline{DO}$ es bisectriz
 $\Rightarrow m\angle ADO = m\angle CDO = 37^\circ$
- $\triangle OAD$: notable 37° y 53°
 $AO = 6 \Rightarrow AD = 8$
 $\therefore CD = 8$ dm



Rpta.: D

14. En la figura, A, B y C son puntos de tangencia y $m\widehat{AQC} = m\widehat{BC} + 40^\circ$. Halle $m\angle APB$.

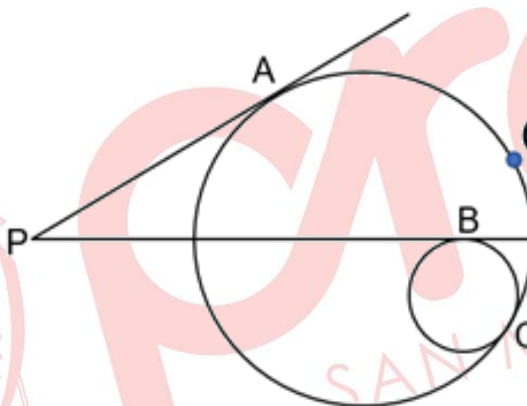
A) 45°

B) 53°

C) 38°

D) 60°

E) 40°



Solución:

- Trazar las cuerdas $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ y la recta tangente $\overline{CN}$.

- Dato: $m\widehat{AQC} = m\widehat{BC} + 40^\circ$

Sea $m\widehat{BC} = 2\alpha$, entonces $m\widehat{AC} = 2\alpha + 40^\circ$

$$\Rightarrow m\angle ACB = 20^\circ$$

- $\triangle CMB$: ángulo exterior

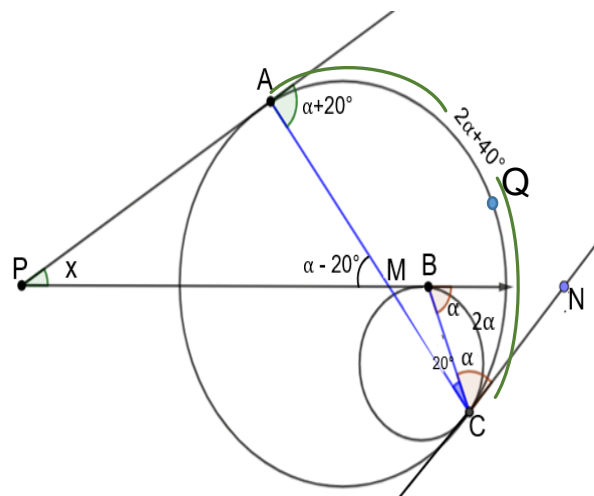
$$\alpha = 20^\circ + m\angle BMC \Rightarrow m\angle BMC = \alpha - 20^\circ$$

$$\Rightarrow m\angle AMP = \alpha - 20^\circ$$

- $\triangle MPA$: ángulo exterior

$$\alpha + 20^\circ = x + \alpha - 20^\circ$$

$$\Rightarrow x = 40^\circ$$

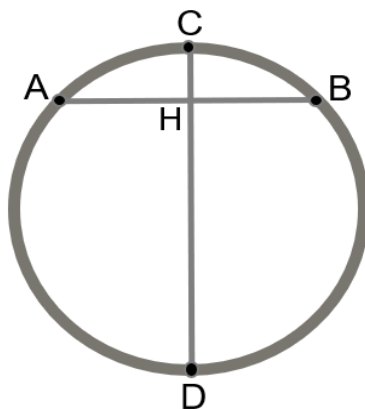


Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

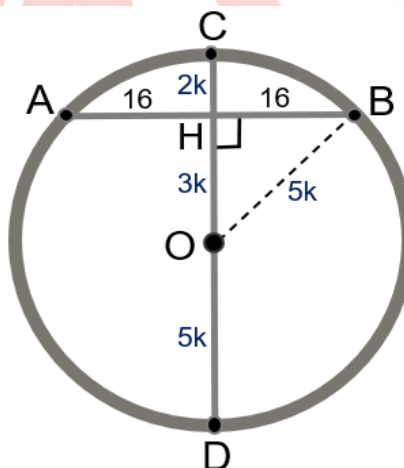
1. La figura muestra una estructura de metal, formada por un aro y dos barras perpendiculares. Si $AH = HB$, $CD = 5CH$ y $AB = 32$ cm, halle la longitud de la barra $\overline{CD}$.

- A) 45 cm
B) 40 cm
C) 38 cm
D) 42 cm
E) 46 cm



Solución:

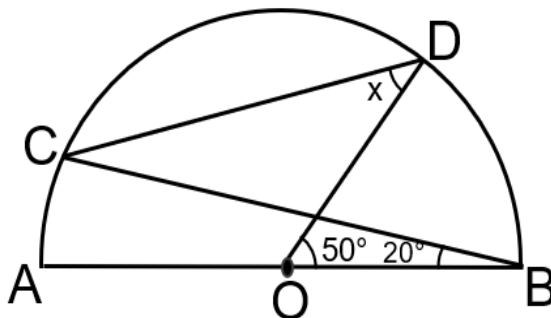
- Dato: $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ y $AH = HB$
 $\Rightarrow \overline{CD}$ es diámetro
- O: centro de la circunferencia
 $\Rightarrow \overline{OB}$ es radio
- Dato: $CD = 5CH$
 $\Rightarrow OB = 5k$, $OH = 3k$ y $HC = 2k$
- $\triangle OHB$: notable de 37° y 53°
 $4k = 16 \Rightarrow k = 4$
 $\Rightarrow CD = 10K = 10(4) = 40$
 $\therefore$ La longitud de la barra $\overline{CD}$ es 40 cm.



Rpta.: B

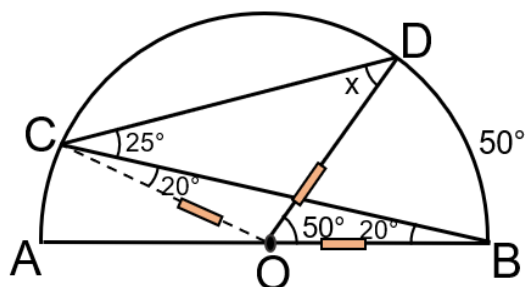
2. En la figura, $\overline{AB}$ es diámetro y $AO = OB$. Halle x .

- A) 37°
B) 53°
C) 30°
D) 60°
E) 45°



Solución:

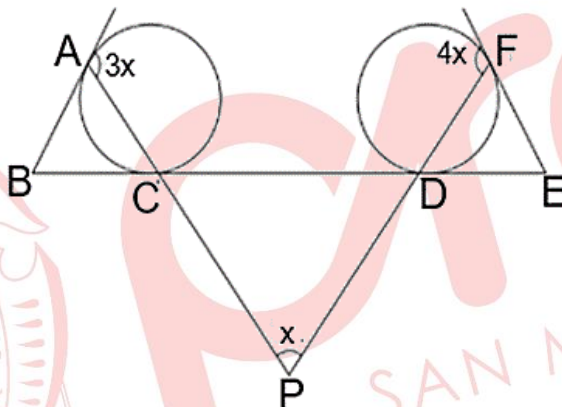
- Trazamos $\overline{CO} \Rightarrow CO = OD = OB$
 - $\triangle OCB$: isósceles $\Rightarrow m\angle OCB = 20^\circ$
 - $\angle DOB$: ángulo central $\Rightarrow m\widehat{DB} = 50^\circ$
 - $\angle DCB$: ángulo inscrito $\Rightarrow m\angle DCB = 25^\circ$
 - $\triangle COD$: isósceles
- $\therefore x = 20^\circ + 25^\circ = 45^\circ$



Rpta.: E

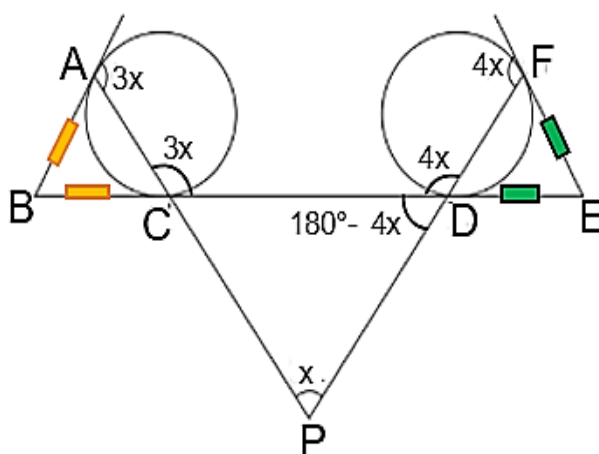
3. En la figura, A, C, D y F son puntos de tangencia. Halle x.

- A) 28°
B) 38°
C) 36°
D) 34°
E) 30°



Solución:

- A y C puntos de tangencia:
 $\Rightarrow AB = BC \Rightarrow m\angle ACD = 3x$
 - F y D puntos de tangencia:
 $\Rightarrow FE = DE \Rightarrow m\angle FDC = 4x$
 - $\triangle PDC$: por ángulo exterior
- $3x = x + 180^\circ - 4x$
 $\therefore x = 30^\circ$



Rpta.: E

4. La figura muestra un arete, tal que la soldadura en A es punto de tangencia. Si $AB = AC = CD$, halle la medida del ángulo determinado por los alambres $\overline{BA}$ y $\overline{BD}$.

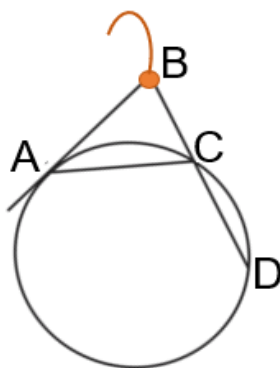
A) 80°

B) 70°

C) 72°

D) 60°

E) 74



Solución:

- $\angle BAC$: ângulo semiinscrito

$$\Rightarrow \widehat{mAC} = 2x$$

- Dato: $AC = CD$

$$\Rightarrow m\widehat{AC} = m\widehat{CD} = 2x$$

- $\angle ACB$: ângulo exinscrito

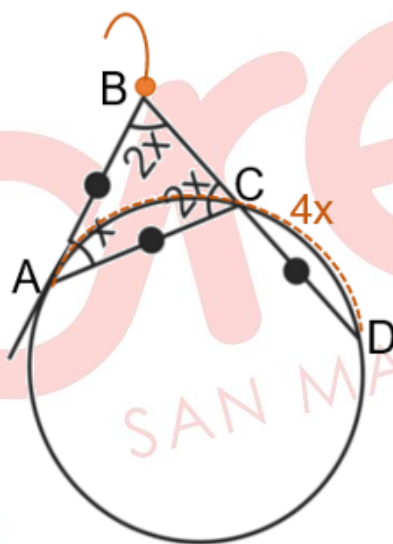
$$\Rightarrow m_{\angle ACB} = 2x \dots (1)$$

- $\triangle ABC$: suma de ángulos interiores

$$\Rightarrow 2x + x + 2x = 180^\circ \Rightarrow x = 36^\circ$$

$$\Rightarrow m\angle ABC = 2(36^\circ) = 72^\circ$$

∴ La medida del ángulo determinado por los alambres $\overline{BA}$ y $\overline{BD}$ es 72° .



Rpta.: C

5. En la figura, la circunferencia está inscrita en el cuadrilátero ABCD. Si $2BC - DC = 10$ cm, $AB = 11$ cm y $AD = 9$ cm. Halle $m\angle BDC$.

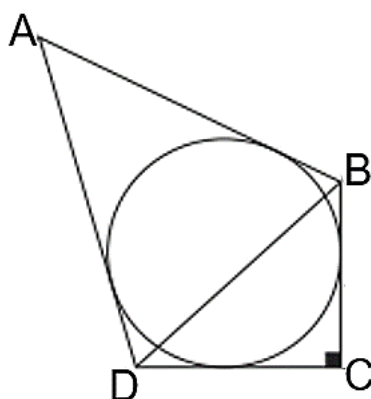
A) 37°

B) 53°

C) 30°

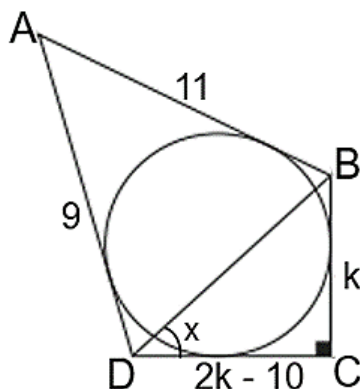
D) 60°

E) 45°



Solución:

- Sea $BC = k$
 $\Rightarrow DC = 2k - 10$
- ABCD: Teorema de Pitot
 $9 + k = 11 + (2k - 10)$
 $\Rightarrow k = 8$
 $\Rightarrow BC = 8$ y $DC = 6$

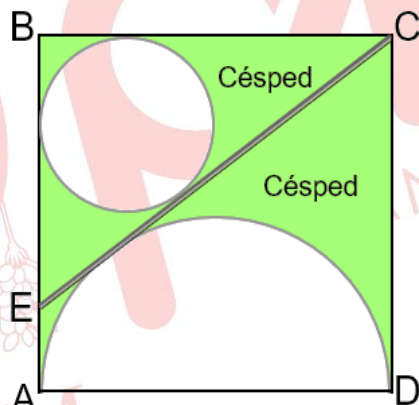


- $\triangle BCD$: notable 37° y 53°
 $\therefore x = 53^\circ$

Rpta.: B

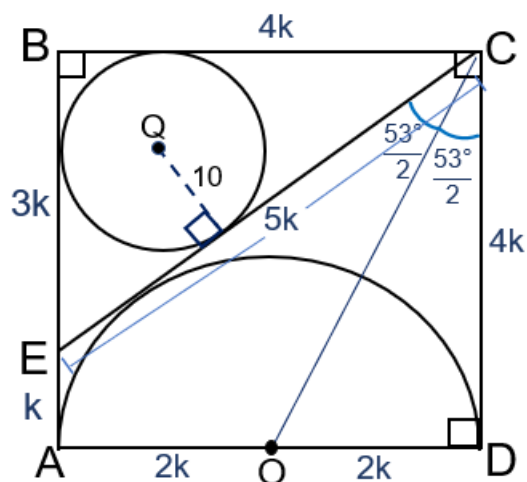
6. La figura muestra un parque determinado por el cuadrado ABCD y dos losas: una circular, inscrita en el triángulo EBC, y otra semicircular, tangente con la vereda representada por $\overline{EC}$. Si el radio del círculo mide 10 m, halle el perímetro del parque.

- A) 180 m
- B) 150 m
- C) 160 m
- D) 176 m
- E) 170 m



Solución:

- Sea O tal que $AO = OD = 2k$
 $\Rightarrow \triangle ODC$: notable $53^\circ/2$
- $\overline{CO}$ bisectriz $\Rightarrow m\angle ECO = 53^\circ/2$
- $\triangle EBC$: notable 37° y 53°
 $\Rightarrow BE = 3k$ y $EC = 5k$
- $\triangle EBC$: Teorema de Poncelet
 $3k + 4k = 5k + 2(10)$
 $\Rightarrow k = 10$



$\therefore$ El perímetro del parque es $4(40 \text{ m}) = 160 \text{ m}$

Rpta.: C

ÁLGEBRA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Un pescador vende “n” kilogramos de pescado a $(n - 4)$ soles el kilo. Determine cuál es el ingreso total de las ventas del pescador, sabiendo que

$$p(x, y) = x^{n-9}y^{\frac{n}{2}+1} + x^{16-n}y^{\frac{n+1}{3}+2} + x^{12}y^{n+4}$$

es expresión algebraica racional entera.

- A) 150 soles B) 196 soles C) 120 soles D) 140 soles E) 160 soles

Solución:

Por ser $p(x, y)$ una expresión algebraica racional entera (E.A.R.E) tenemos:

$$\begin{aligned} & \bullet \quad n - 9 \geq 0 \wedge \frac{n}{2} + 1 \in \mathbb{Z}_0^+ \wedge 16 - n \geq 0 \wedge \frac{n+1}{3} + 2 \in \mathbb{Z}_0^+ \wedge n + 4 \geq 0 \\ & \rightarrow 9 \leq n \leq 16 \wedge n \text{ debe ser par} \wedge \frac{n+1}{3} + 2 \in \mathbb{Z}_0^+ \rightarrow n = 14 \end{aligned}$$

Luego, el pescador vende “14” kilogramos de pescado a $(n - 4) = 10$ soles cada kg.

$\therefore$ El pescador obtendrá 140 soles de ingreso total por las ventas.

Rpta.: D

2. Sea $p(x)$ un polinomio mónico de tercer grado, tal que el coeficiente del término lineal es el doble del término independiente; además, la suma de coeficientes es igual al coeficiente del término cuadrático aumentado en 7, halle el término independiente de $p(x)$.

- A) 2 B) 1 C) 3 D) 7 E) 6

Solución:

Sea $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

I) Por ser mónico: $a = 1 \Rightarrow p(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$

II) Coeficiente del término lineal es el doble del término independiente:

$$c = 2d \Rightarrow p(x) = x^3 + bx^2 + 2dx + d$$

III) La suma de coeficientes es el coeficiente del término cuadrático aumentado en 7

$$1 + b + 2d + d = b + 7 \Rightarrow d = 2$$

$\therefore$ El término independiente = 2

Rpta.: A



3. Las edades actuales (en años) de Miguel y Noelia están representadas respectivamente por los grados de los polinomios $p(x) = (2x^{2n-7} - 5)(x - 3x^n - 20)^2 + x^{n-4} + 1$ y $q(x) = (x^3 + 1)^{n-2}(x - 2) + x^5 - 8$, $n \in \mathbb{Z}^+$. Si Miguel es mayor en 3 años que Noelia, determine la suma de sus edades actuales.

A) 13 años B) 15 años C) 25 años D) 21 años E) 23 años

Solución:

$$p(x) = (2x^{2n-7} - 5)(x - 3x^n - 20)^2 + x^{n-4} + 1 \Rightarrow \text{grado}[p(x)] = 2n - 7 + 2n = 4n - 7$$

$$q(x) = (x^3 + 1)^{n-2}(x - 2) + x^5 - 8 \Rightarrow \text{grado}[q(x)] = 3(n - 2) + 1 = 3n - 5$$

$$4n - 7 - (3n - 5) = 3 \Rightarrow n = 5$$

Luego, las edades son 13 y 10.

$\therefore$ Suma de las edades es 23 años.

Rpta.: E

4. Una escuela de Música convoca un concurso de canto con premios económicos para los dos primeros puestos. Un participante observa que si gana el primer puesto, el valor del premio que recibiría (en miles de soles) es igual al grado absoluto del polinomio $P(x, y) = nx^{n-3}y^{m+5} + mx^{n+1}y^{m+3} - 3x^{n-8}y^{m+4}$ y el valor (en miles de soles) del segundo premio coincide con el grado relativo respecto a "x" de dicho polinomio; además la suma de los coeficientes del polinomio es 11. Si valor del primer premio es el doble del segundo, ¿cuántos soles recibe el participante si ganó el segundo puesto?

A) 8000 B) 6 000 C) 9 000 D) 5 000 E) 7 000

Solución:

Del polinomio

$$P(x, y) = nx^{n-3}y^{m+5} + mx^{n+1}y^{m+3} - 3x^{n-8}y^{m+4}$$

Por dato:

- Suma de coeficientes = 11

$$\Rightarrow n + m - 3 = 11 \Rightarrow n + m = 14$$

- $GA(P) = 2GR(x)$

$$m + n + 4 = 2(n + 1) \Rightarrow n - m = 2 \Rightarrow n = 8, \quad m = 6$$

$$\text{El segundo premio} = GR(x) = n + 1 = 9$$

$\therefore$ El segundo premio es de 9000 soles.

Rpta.: C

5. Si el término independiente del polinomio es $p(x) = (7x - 1)^{2n+1}(3x + 7)^n + [(x + 1)(x + 7)]^n + (x^2 + 4)(x - 2) + n$ es 12, entonces podemos afirmar que el grado absoluto del polinomio: $q(x, y) = x^{\frac{n-8}{2}} y^7 + (x^{\frac{50-n}{3}})^2 y^{\frac{40-n}{2}} + xy^{\frac{n+1}{3}}$ es:
- A) 20 B) 10 C) 40 D) 30 E) 16

Solución:

Sea $p(x) = (7x - 1)^{2n+1}(3x + 7)^n + [(x + 1)(x + 7)]^n + (x^2 + 4)(x - 2) + n$, entonces:

• $t.i.[p(x)] = 12 \Rightarrow p(0) = 12$

$$\Rightarrow (7(0) - 1)^{2n+1}(3(0) + 7)^n + [(0 + 1)(0 + 7)]^n + ((0)^2 + 4)((0) - 2) + n = 12$$

$$\Rightarrow -(7)^n + (7)^n - 8 + n = 12 \Rightarrow n = 20$$

• $q(x, y) = x^{\frac{20-8}{2}} y^7 + \left(x^{\frac{50-20}{3}}\right)^2 y^{\frac{40-20}{2}} + xy^{\frac{20+1}{3}}$

$$\Rightarrow q(x, y) = x^6 y^7 + x^{20} y^{10} + xy^7$$

$$\therefore GA[q(x, y)] = 30$$

Rpta.: D

6. Un entrenador de vóley femenino, para mejorar el estado físico de las jugadoras, realiza en cada entrenamiento 3 ejercicios: sentadillas, salto y planchas. Si en “m+5” minutos se realizaron sentadillas; en “n+7” minutos, saltos; y en “m+n” minutos, planchas, sabiendo que

$$P(x; y) = 4x^{24}y^{42} - 2x^{\frac{n^2-24}{3}}y^{26} + 2x^{46}y^{\frac{m^2-4m}{3}}$$

es un polinomio homogéneo.

¿Cuánto tiempo en total realizan los 3 ejercicios en cada entrenamiento?

- A) 1 hora B) 1 hora y 6 minutos C) 56 minutos
D) 52 minutos E) 54 minutos

Solución:

Del polinomio $P(x; y) = 4x^{24}y^{42} - 2x^{\frac{n^2-24}{3}}y^{26} + 2x^{46}y^{\frac{m^2-4m}{3}}$ se tiene:

Por ser homogéneo:

• $\frac{n^2 - 24}{3} + 26 = 66 \Rightarrow \frac{n^2 - 24}{3} = 40 \Rightarrow n^2 = 144 \Rightarrow n = 12$

• $\frac{m^2 - 4m}{3} + 46 = 66 \Rightarrow \frac{m^2 - 4m}{3} = 20 \Rightarrow m^2 - 4m - 60 = 0 \Rightarrow m = 10$

Luego, se realizan :

sentadillas: 15 minutos.

salto: 19 minutos.

planchas: 22 minutos.

∴ El tiempo total que realizan los 3 ejercicios en cada entrenamiento: 56 minutos.

Rpta.: C

7. Si $T(x) = (|2a-1|-5)x^5 - bx^3 - x^3 + (c-3)x^{-a}$ es un polinomio idénticamente nulo, halle el valor de $a + b + c$.

A) -1 B) 2 C) 0 D) -2 E) 4

Solución:

Como $T(x) = (|2a-1|-5)x^5 - (b+1)x^3 + (c-3)x^{-a}$ polinomio idénticamente nulo, entonces:

$$\bullet |2a-1|-5=0 \Rightarrow |2a-1|=5$$

$$2a-1=5 \vee 2a-1=-5 \Rightarrow a=3 \vee a=-2 \Rightarrow a=-2$$

$$\bullet b+1=0 \Rightarrow b=-1$$

$$\bullet c-3=0 \Rightarrow c=3$$

$$\therefore a+b+c=0$$

Rpta.: C

8. Si el polinomio $p(x) = (m-n+t)x^{s-1} + x^{t-2} \dots - 5x^{4n} + 3nx^{n+\frac{m}{2}} + (n+m-s-4)x^{5n-1}$ es completo y ordenado, indique el coeficiente principal de $p(x)$.

A) 22 B) 20 C) 19 D) 16 E) 18

Solución:

Del polinomio $p(x) = (m-n+t)x^{s-1} + x^{t-2} \dots - 5x^{4n} + 3nx^{n+\frac{m}{2}} + (n+m-s-4)x^{5n-1}$

Se observa que el polinomio es completo y ordenado en forma creciente entonces :

$$\bullet s-1=0 \Rightarrow s=1$$

$$\bullet t-2=1 \Rightarrow t=3$$

$$\bullet 5n-1-4n=2 \Rightarrow n=3 \Rightarrow 4n=12$$

$$\bullet n+\frac{m}{2}=13 \Rightarrow m=20$$

$$\therefore \text{Coeficiente principal: } n+m-s-4=3+20-1-4=18$$

Rpta.: E



EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Si el grado del polinomio $p(x) = 5(2x^5 - 3x - 1)^{n-1}(2 - 3x^{n-3})^{n-1} + x^{n-4} + n - 1$ es 54, determine el término independiente.

A) 70 B) 326 C) 306 D) 166 E) 320

Solución:

$$\text{Sea } p(x) = 5(2x^5 - 3x - 1)^{n-1}(2 - 3x^{n-3})^{n-1} + x^{n-4} + n - 1$$

Por dato: grado $[p(x)] = 54$

$$\Rightarrow 5(n-1) + (n-3)(n-1) = 54$$

$$\Rightarrow n^2 + n - 56 = 0 \Rightarrow n = 7$$

Reemplazando

$$p(x) = 5(2x^5 - 3x - 1)^6(2 - 3x^4)^6 + x^3 + 6$$

El término independiente $[p(x)] = p(0)$

$$= 5(2(0)^5 - 3(0) - 1)^6(2 - 3(0)^4)^6 + (0)^3 + 6$$

$$= 5(1)^6(2)^6 + 6 = 326$$

$\therefore$ El término independiente $[p(x)] = 326$

Rpta.: B

2. Si $p(x) = mx^{m+1} + nx^{n+5} + kx^{k+7} - (n+4)x^{m+1} - (k+2)x^{n+5} + (6-m)x^{k+7} - m - n - k - 1$ es un polinomio completo y tiene 4 términos, entonces su término independiente es:

A) -7 B) 7 C) 5 D) 6 E) -6

Solución:

Del polinomio:

$$p(x) = mx^{m+1} + nx^{n+5} + kx^{k+7} - (n+4)x^{m+1} - (k+2)x^{n+5} + (6-m)x^{k+7} - m - n - k - 1$$

Se tiene:

$$p(x) = (m-n-4)x^{m+1} + (n-k-2)x^{n+5} + (k+6-m)x^{k+7} - (m+n+k+1)$$

Por ser un polinomio completo y tiene 4 términos:

$$m+1+n+5+k+7=1+2+3$$

$$\rightarrow m+n+k=-7$$

$$\text{t.i. } p(x) = -(m+n+k+1) = -(-7+1) = 6$$

$\therefore$ t.i. $p(x)$ es 6.

Rpta.: D

3. Miguel organiza una fiesta sorpresa para su esposa y, para ello, decide comprar una torta en su pastelería preferida. Si Miguel paga con 10P(0) soles y el precio de la torta es 5H(6) soles, sabiendo que $P(x-2) = 5x - 1$ y $H(x+3) = 7x - 4$, $\forall x \in \mathbb{R}$, ¿cuánto recibe de vuelto?

A) 4 soles B) 5 soles C) 15 soles D) 3 soles E) 10 soles

Solución:

I) $P(x-2) = 5x - 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$

$$P(0) = P(2-2) = 5(2) - 1 = 9 \Rightarrow 10P(0) = 90$$

II) $H(x+3) = 7x - 4$, $\forall x \in \mathbb{R}$

$$H(6) = H(3+3) = 7(3) - 4 = 17 \Rightarrow 5H(6) = 85$$

Luego, Miguel paga con 90 soles y el precio de la torta es 85 soles.

$\therefore$ Recibe de vuelto 5 soles.

Rpta.: B

4. Los grados relativos respecto a "x" e "y" del polinomio $p(x; y) = 2x^{4n-1}y^{12-n} + x^{4n-3}y^{29-n} - x^{4n-7}y^{15-n}$ son iguales y el grado absoluto es igual a "m". Determine el valor de verdad o falsedad de los siguientes enunciados:

I. $H(x; z) = \sqrt{m}x^{\frac{m}{4}-1}z^{m+6} - 2x^{m-2}y^{\frac{m}{2}-11}$ es una expresión algebraica racional entera.

II. $M(x) = \frac{(m-4)}{4}x^{m-1} + x^{n+14} - n$ es mónico.

III. $H(x; z) = x^{\frac{m}{4}-8}z^{n+6} - 2x^{m-6n}z$ es una expresión algebraica racional fraccionaria.

IV. $M(x) = (m-10)x^{m-1} + x^{n+1} - n$ la suma de coeficientes es igual a 29.

A) VFFV B) VFFF C) FFFV D) VFVV E) VVVV

Solución:

$$p(x; y) = 2x^{4n-1}y^{12-n} + x^{4n-3}y^{29-n} - x^{4n-7}y^{15-n}$$

$$GR_x[p(x, y)] = 4n - 1$$

$$GR_y[p(x, y)] = 29 - n \Rightarrow 4n - 1 = 29 - n \Rightarrow n = 6$$

Reemplazando:

$$p(x; y) = 2x^{23}y^6 + x^{21}y^{23} - x^{17}y^9 \Rightarrow GA[p(x, y)] = 44 \Rightarrow m = 44$$

Entonces:

I) $H(x; z) = \sqrt{m}x^{\frac{m}{4}-1}z^{m+6} - 2x^{m-2}y^{\frac{m}{2}-11} = \sqrt{44}x^{10}z^{50} - 2x^{42}y^{11}$ es una EARE. (V)

II) $M(x) = \frac{(m-4)}{4}x^{m-1} + x^{n+14} - n = 10x^{43} + x^{20} - 6$ no es Mónico. (F)

III) $H(x; z) = x^{\frac{m}{4}-8}z^{n+6} - 2x^{m-6n}z = x^3z^{12} - 2x^8z$ no es una expresión algebraica racional fraccionaria. (F)

IV) $M(x) = (m-10)x^{m-1} + x^{n+1} - n = 34x^{43} + x^7 - 6$
La suma de coeficientes = $34 + 1 - 6 = 29$ (V)

Rpta.: A

5. Un terreno formado por 3 parcelas cuadradas, cuyas medidas de los lados en metros de cada parcela son a, b y c, será vendida a $\left(\frac{4}{abc}\right)^2$ miles de soles el metro cuadrado.

Si $p(x, y) = (a^2 - 2a^2b^2c^2 + b^2)x^3y^2 - (a^2 - 2a^2b^2c^2 + c^2)xy^4 + (b^2 - 2a^2b^2c^2 + c^2)y^9$ es un polinomio idénticamente nulo, ¿en cuánto será vendido el terreno?

A) 16 000 soles
D) 12 000 soles

B) 32 000 soles
E) 18 000 soles

C) 48 000 soles

Solución:

Del dato:

$$p(x, y) = (a^2 - 2a^2b^2c^2 + b^2)x^3y^2 - (a^2 - 2a^2b^2c^2 + c^2)xy^4 + (b^2 - 2a^2b^2c^2 + c^2)y^9$$

$$a^2 - 2a^2b^2c^2 + b^2 = 0 \Rightarrow a^2 + b^2 = 2a^2b^2c^2 \quad \dots(I)$$

$$a^2 - 2a^2b^2c^2 + c^2 = 0 \Rightarrow a^2 + c^2 = 2a^2b^2c^2 \quad \dots(II)$$

$$b^2 - 2a^2b^2c^2 + c^2 = 0 \Rightarrow b^2 + c^2 = 2a^2b^2c^2 \quad \dots(III)$$

$$(I) + (II) + (III)$$

$$2(a^2 + b^2 + c^2) = 6a^2b^2c^2 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 3(abc)^2$$

Terreno vendido = (área total) (precio de cada metro cuadrado)

$$= (a^2 + b^2 + c^2) \left(\frac{4}{abc}\right)^2 = \frac{16(a^2 + b^2 + c^2)}{(abc)^2} = \frac{16(3(abc)^2)}{(abc)^2} = 48$$

∴ El terreno será vendido por 48 000 soles.

Rpta.: C

6. Si $p(x, y, z) = 2x^{m-3}y^3z^{2m}(mx^{m+2}y^{n-1}z^{m+2} + nx^{n+7}z^8) + 3x^5y^{4m-1}z^{2n}$ es un polinomio homogéneo, halle la suma de coeficientes.

A) 14

B) 32

C) 25

D) 14

E) 20

Solución: Del polinomio:

$$p(x, y, z) = 2x^{m-3}y^3z^{2m}(mx^{m+2}y^{n-1}z^{m+2} + nx^{n+7}z^8) + 3x^5y^{4m-1}z^{2n}$$

Se tiene :

$$p(x, y, z) = \underbrace{2mx^{2m-1}y^{n+2}z^{3m+2}}_{5m+n+3} + \underbrace{2nx^{m+n+4}y^3z^{2m+8}}_{3m+n+15} + \underbrace{3x^5y^{4m-1}z^{2n}}_{4m+2n+4}$$

i) Como $p(x, y, z)$ polinomio homogéneo

- $5m + n + 3 = 3m + n + 15 \Rightarrow m = 6$
- $3m + n + 15 = 4m + 2n + 4 \Rightarrow n = 5$

$\therefore$ Suma de coeficientes $= 2m + 2n + 3 = 25$.

Rpta.: C

7. Dado el polinomio $P(x) = x^9[Q(x)]$ y el grado del polinomio $(P(x) \cdot ([Q(x)]^5))$ es 33, halle el grado de $([P(x)]^3 + Q(x))$.

- A) 25 B) 39 C) 13 D) 12 E) 43

Solución:

Consideremos $\text{grad}[P(x)] = n$ y $\text{grad}[Q(x)] = m$

I) $P(x) = x^9[Q(x)] \Rightarrow n = 9 + m \dots (i)$

II) $\text{grad}[P(x) \cdot ([Q(x)]^5)] = 33 \Rightarrow n + 5m = 33 \dots (ii)$

Reemplazando (i) en (ii):

$$9 + m + 5m = 33 \Rightarrow m = 4, \quad n = 13$$

$$\Rightarrow \text{grad}[P(x)^3] = 39, \quad \text{grad}[Q(x)] = 4$$

$$\therefore \text{grad}[P(x)^3 + (Q(x))] = 39$$

Rpta.: B

8. Si $p(x, y) = x^{n+1}y^{m+7} + x^4y^{a+6} + \dots + x^{b+13}y^{m-13}$ es un polinomio homogéneo y completo ordenado, respecto a la variable "y". Determine el valor de $(a+b+n+m)$.

- A) 45 B) 47 C) 38 D) 36 E) 35

Solución:

Del polinomio $p(x, y) = x^{n+1}y^{m+7} + x^4y^{a+6} + \dots + x^{b+13}y^{m-13}$

I) Por ser completo y ordenado en forma decreciente respecto a "y" se tiene:

- $m - 13 = 0 \Rightarrow m = 13$
- $a + 6 = m + 7 - 1 \Rightarrow a = 13$

II) Por ser homogéneo

$$\bullet n+1+m+7=4+a+6 \Rightarrow n+1+13+7=4+13+6 \Rightarrow n=2$$

$$\bullet 4+a+6=b+13+m-13 \Rightarrow 4+13+6=b+13+13-13 \Rightarrow b=10$$

$$\therefore a+b+n+m=13+10+2+13=38$$

Rpta.: C

TRIGONOMETRÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. En la figura se representa a un soldado del ejército escalando una pared mediante una cuerda tensa para alcanzar el punto de anclaje O. El tiempo (en minutos) que emplea el soldado para completar la maniobra es $0,75\csc(\alpha)$ minutos. Si $\cos(\theta) = -\frac{1}{3}$, determine el tiempo que le toma al soldado para llegar al punto de anclaje.

A) 2 min.

B) 1,75 min.

C) 2,45 min

D) 2,15 min

E) 2,25 min.

**Solución:**Del gráfico tenemos: $\alpha = 270^\circ + \theta$

Sea T minutos el tiempo empleado por el soldado, entonces:

$$T = 0,75\csc(\alpha) = 0,75\csc(270^\circ + \theta) = -0,75\sec(\theta) = 2,25$$

Por lo tanto, el tiempo que le toma al soldado es 2,25 min.

Rpta.: E

2. Debido al incremento en el precio de combustibles, una empresa de transportes decide ajustar el costo de sus pasajes interprovinciales. El costo actual de un pasaje es de 100 soles, pero se anuncia un incremento del $(10k)\%$ para el próximo mes. Si θ es la medida de un ángulo que pertenece al tercer cuadrante, tal que $\tan(\theta) = \frac{3}{4}$ y el valor de k es numéricamente igual al valor de $\frac{\sin(\theta + 180^\circ) - \cos(\theta - 90^\circ)}{\sec(270^\circ - \theta) \cdot \tan(\theta)}$, determine el nuevo costo del pasaje tras aplicar el incremento.
- A) 120,6 soles B) 109,6 soles C) 112,4 soles
D) 106,6 soles E) 108,4 soles

Solución:

Tenemos:

$$k = \frac{\sin(\theta + 180^\circ) - \cos(\theta - 90^\circ)}{\sec(270^\circ - \theta) \cdot \tan(\theta)} = \frac{-\sin(\theta) - \sin(\theta)}{-\csc(\theta) \cdot \tan(\theta)} = \frac{-2\left(-\frac{3}{5}\right)}{-\left(-\frac{5}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right)} = \frac{24}{25} = 0,96$$

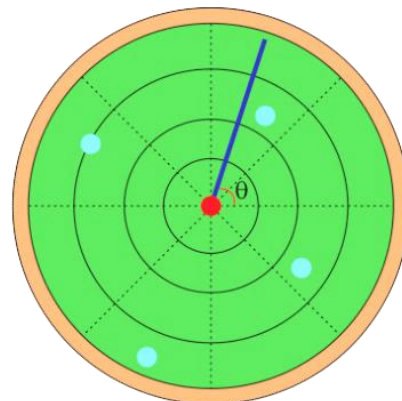
Luego, el incremento del pasaje ser 9,6%

Entonces, $\text{Pasaje}_{\text{Nuevo}} = 100 \cdot (109,6\%) \text{ soles} = 109,6 \text{ soles}$

Por lo tanto, el nuevo costo del pasaje tras aplicar el incremento es 109,6 soles.

Rpta.: B

3. En la figura se muestra la pantalla de un radar de vigilancia que gira continuamente para detectar embarcaciones. El radio del radar gira con una velocidad angular constante de $\frac{\pi}{18}$ rad/min. Se ha determinado que el número de embarcaciones detectadas en un intervalo de tiempo específico es $4(2\sqrt{3} - 1)(2\sin(\theta) - \cos(\theta))$, donde θ es el ángulo barrido por el radio en ese lapso. Determine cuantas embarcaciones detecto el radar tras dos horas de funcionamiento continuo.



- A) 12 B) 15 C) 20 D) 24 E) 22

Solución:

Sea θ el ángulo de giro en el lapso de dos horas, entonces:

$$\theta = \left(\frac{\pi}{18}\right) \frac{\text{rad}}{\text{min}} \times (120 \text{ min}) = \frac{20\pi}{3} \text{ rad}$$

Luego,

$$N = 4(2\sqrt{3} - 1) \left(2\sin\left(6\pi + \frac{2\pi}{3}\right) - \cos\left(6\pi + \frac{2\pi}{3}\right) \right) = 4(2\sqrt{3} - 1) \left(2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right) \right) = 22$$

Por lo tanto, el radar detecta 22 embarcaciones en dos horas.

Rpta.: E

4. Una antena parabólica para televisión digital requiere ser calibrada mediante el giro sobre su eje horizontal. La potencia de recepción de la señal (en decibelios) es $10\sqrt{3}\tan(\alpha) - 16\sec\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$, donde α es la medida del ángulo de calibración. Si se determina que el ángulo de giro óptimo es $\alpha = \frac{41\pi}{6}$ rad, calcule la potencia de recepción para dicho ángulo de giro.

A) 22 dB B) 20 dB C) 24 dB D) 18 dB E) 30 dB

Solución:

Sea D dB la potencia de recepción para dicho ángulo de giro, entonces:

$$D = 10\sqrt{3}\tan\left(\frac{41\pi}{6}\right) - 16\sec\left(\frac{20\pi}{3}\right)$$

$$D = 10\sqrt{3}\tan\left(6\pi + \frac{5\pi}{6}\right) - 16\sec\left(6\pi + \frac{2\pi}{3}\right) = 10\sqrt{3}\tan\left(\frac{5\pi}{6}\right) - 16\sec\left(\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$D = 10\sqrt{3}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) - 16\sec(-2) = 22$$

Por lo tanto, la potencia de recepción para dicho ángulo de giro es 22 dB.

Rpta.: A

5. La figura muestra la cara frontal de un medallón con forma de decágono regular. El precio unitario del medallón (en soles) es numéricamente igual al valor de la expresión $8\left(\frac{4\cot(\theta) + \cot(9\theta)}{\cot(-4\theta)} + \frac{3\cot(2\theta) + \cot(8\theta)}{\cot(-3\theta)}\right)$, donde θ es la medida del ángulo central del decágono. Si María adquiere 3 de estos ejemplares, ¿cuánto pagó María por la compra?



- A) 200 soles
B) 100 soles
C) 160 soles
D) 120 soles
E) 180 soles

Solución:

Del dato, tenemos: $10\theta = 360^\circ \wedge 5\theta = 180^\circ$

Sea P soles el precio unitario del medallón, entonces:

$$P = 8 \left(\frac{4 \cot(\theta) + \cot(9\theta)}{\cot(-4\theta)} + \frac{3 \cot(2\theta) + \cot(8\theta)}{\cot(-3\theta)} \right)$$

$$P = 8 \left(\frac{4 \cot(\theta) - \cot(\theta)}{\cot(\theta)} + \frac{3 \cot(2\theta) - \cot(2\theta)}{\cot(2\theta)} \right) = 40$$

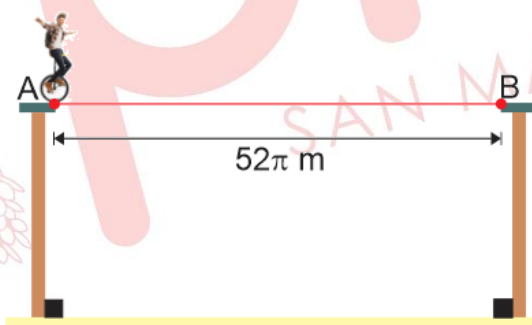
Luego, el precio unitario del medallón es 40 soles.

Por lo tanto, María, por 3 medallones, pagó 120 soles.

Rpta.: D

6. Luis realizará un acto de malabarismo sobre un monociclo, desplazándose sobre un cable tenso desde el punto A hasta el punto B, como se muestra en la figura. Se sabe que la cantidad de kilocalorías que gasta por minuto es $3,5\sqrt{3} \tan(\theta)$ kcal/min, donde θ es el ángulo de giro (en radianes) que experimenta la rueda en dicho trayecto. Si el radio de la rueda del monociclo mide 30 cm, ¿cuántas kilocalorías por minuto gasta Luis en el trayecto?

- A) 11,5 kcal/min
B) 9,5 kcal/min
C) 12,5 kcal/min
D) 10,5 kcal/min
E) 7,5 kcal/min



Solución:

Tenemos: $\theta = \frac{520\pi}{3} \text{ rad} = 173\pi + \frac{\pi}{3}$

Sea C kcal/min las kilocalorías que gasta Luis en el trayecto, entonces:

$$C = \frac{7\sqrt{3} \tan(\theta)}{2} = \frac{7\sqrt{3} \tan\left(173\pi + \frac{\pi}{3}\right)}{2} = \frac{7\sqrt{3} \tan\left(\frac{\pi}{3}\right)}{2} = 10,5$$

Por lo tanto, Luis gasta 10,5 kcal/min.

Rpta.: D

7. Para la construcción de un templo, una civilización debe instalar seis columnas de mármol idénticas con forma de cilindro circular recto. El volumen de cada columna, expresado en metros cúbicos (m^3), está dada por la siguiente expresión $\pi \left(2 \sec(8\pi - \theta) \cdot \sin(17\pi + \theta) \cdot \tan\left(\frac{21\pi}{2} - \theta\right) + 3 \sec(14\pi + 60^\circ) \right)$, donde θ es la medida de un ángulo agudo. Si el radio de la base de cada columna mide 50 cm, determine la altura de las columnas.

A) 18 m B) 24 m C) 12 m D) 20 m E) 16 m

Solución:

Sea $V m^3$ el volumen de una columna, entonces:

$$V = \pi \left(2 \sec(8\pi - \theta) \cdot \sin(17\pi + \theta) \cdot \tan\left(\frac{21\pi}{2} - \theta\right) + 3 \sec(14\pi + 60^\circ) \right)$$

$$V = \pi (-2 \sec(\theta) \cdot \sin(\theta) \cdot \cot(\theta) + 3 \sec(60^\circ)) = 4\pi$$

Sea h m la altura de la columna, entonces:

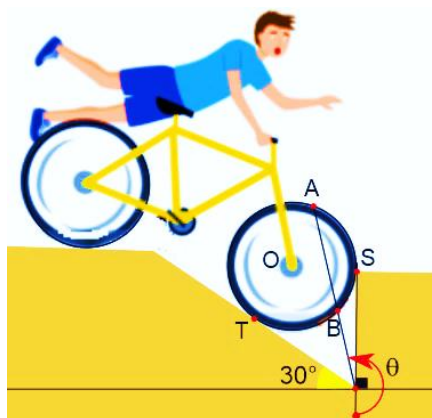
$$\pi(0,5)^2 \cdot h = 4\pi \Rightarrow h = 16$$

Por lo tanto, la altura de la columna es 16 metros.

Rpta.: E

8. En la figura se representa el instante en que Jorge sufre un accidente con su bicicleta. Debido al impacto, los ejes de la rueda delantera (con centro en O y radio r metros) se desprendieron. Para reparar los ejes, el mecánico le cobrará a Jorge el monto de $17(2\sqrt{3} \tan(\theta) - \sec(\theta))$ soles. Si S, T son puntos de tangencia y $AB = r\sqrt{3}$, ¿cuánto pagará Jorge por dicha reparación?

- A) 34 soles
B) 17 soles
C) 52 soles
D) 49 soles
E) 28 soles



Solución:

De la figura, tenemos: $\theta = \pi + \alpha$

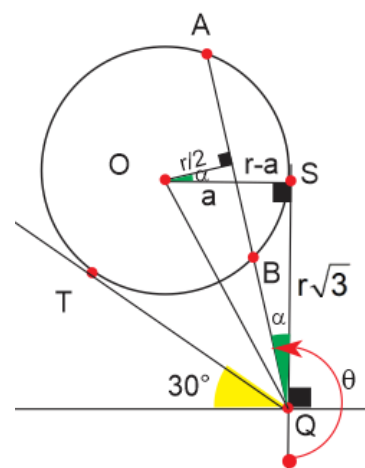
$$\Rightarrow \tan(\theta) = \tan(\pi + \alpha) = \tan(\alpha)$$

$$\sec(\theta) = \sec(\pi + \alpha) = -\sec(\alpha)$$

Sea P soles el costo de la reparación, entonces:

$$P = 17(2\sqrt{3}\tan(\theta) - \sec(\theta))$$

$$P = 17 \left(2\sqrt{3} \tan(\alpha) + \sec(\alpha) \right) = 17 \left(2\sqrt{3} \left(\frac{r-a}{r\sqrt{3}} \right) + \left(\frac{2a}{r} \right) \right) = 34$$

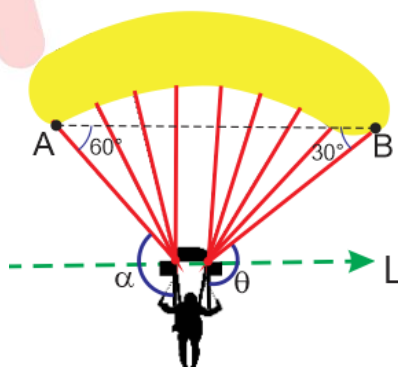


Por lo tanto, Jorge pagará el monto de 34 soles para dicha reparación.

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En la figura se muestra a una persona realizando un vuelo en parapente. El tiempo (en minutos) que emplea desde el instante mostrado hasta tocar el suelo por primera vez es $\frac{11}{2} \left(\frac{\sin(\theta)}{\sin(\alpha)} \right)^2$ min. Si $\overline{AB}$ es paralelo a la recta horizontal L, determine el tiempo empleado por el parapentista.



- A) 12,5 min.
B) 14,5 min.
C) 15,5 min.
D) 16,5 min.
E) 17,5 min.

Solución:

Sea T minutos el tiempo empleado por el parapentista, entonces:

$$T = \frac{11}{2} \left(\frac{\sin(\theta)}{\sin(\alpha)} \right)^2 = \frac{11}{2} \left(\frac{\sin(180^\circ - 60^\circ)}{\sin(180 - 30^\circ)} \right)^2 = \frac{11}{2} \left(\frac{\sin(60^\circ)}{\sin(30^\circ)} \right)^2 = 16,5$$

Por lo tanto, el tiempo empleado por el parapentista es 16,5 minutos.

Rpta.: D

2. Un arquitecto está diseñando una columna cilíndrica recta. El radio de su base (r), en metros, está dada por $r = \frac{5}{7} \left[\frac{3}{5} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{5}\right) \cdot \sec\left(2\pi - \frac{\pi}{5}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right) + 1 \right]$. La columna tendrá una altura de $\left(\frac{12}{\pi}\right)$ metros. Si el costo del concreto es 18 soles por metro cúbico, determine el costo total del concreto necesario para la construcción de la columna.
- A) S/ 50 B) S/ 56 C) S/ 52 D) S/ 54 E) S/ 60

Solución:

Tenemos: $r = \frac{5}{7} \left[\frac{3}{5} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{5}\right) \cdot \sec\left(2\pi - \frac{\pi}{5}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right) + 1 \right]$

$$r = \frac{5}{7} \left[-\frac{3}{5} \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) \cdot \sec\left(\frac{\pi}{5}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + 1 \right] = \frac{5}{7} \left[-\frac{3}{5} \left(\frac{1}{2}\right) + 1 \right] = \frac{1}{2}$$

Luego: $\text{Vol}_{\text{Cilindro}} = \pi \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{12}{\pi}\right) \text{ m}^3 = 3 \text{ m}^3$

Por lo tanto, el costo total del concreto es 54 soles.

Rpta.: D

3. En la figura se representa el modelo de un arete cuyo pendiente tiene forma de triángulo acutángulo ABC. Si el precio por cada par de aretes del mismo modelo es $(15 \sin(A + 2B + C - 90^\circ) + 7,5 \tan(A + C - 90^\circ))$ soles y $2 \cos B + \cot B = 3$, ¿cuánto se pagará por el par de aretes?

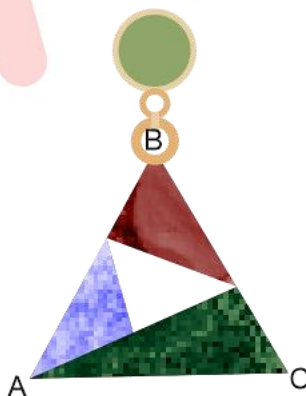
A) 22,5 soles

B) 32,5 soles

C) 37,5 soles

D) 23,5 soles

E) 17,5 soles



Solución:

Sea P soles el precio por cada par de aretes, entonces

$$P = (15 \sin(A + 2B + C - 90^\circ) + 7,5 \tan(A + C - 90^\circ))$$

$$P = 7,5(2 \sin(90^\circ + B) + \tan(90^\circ - B))$$

$$P = 7,5(2 \cos(B) + \cot(B))$$

$$P = 7,5(3) = 22,5$$

Por lo tanto; por tres pares de estos aretes se pagará 22,5 soles.

Rpta.: A

4. Miguel tiene E miles de soles, donde el valor de E es numéricamente igual a la expresión $\left(6 \tan\left(\frac{81\pi}{4}\right) + 3 \sec^2(2580^\circ)\right)$. Si la tercera parte del dinero lo invertirá en un negocio y el restante lo depositará en un banco, ¿cuánto dinero depositará en el banco?
- A) S/ 10 000 B) S/ 12 000 C) S/ 14 000 D) S/ 9 000 E) S/ 8 000

Solución:

Tenemos:

$$E = \left(6 \tan\left(\frac{81\pi}{4}\right) + 3 \sec^2(2580^\circ)\right) = \left[6 \tan\left(\frac{80\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) + 3 \sec^2(2520^\circ + 60^\circ)\right]$$

$$E = \left[6 \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) + 3 \sec^2(60^\circ)\right] = 6(1)^3 + 3(2)^2 = 18$$

Por lo tanto, depositará en el banco 12 000 soles.

Rpta.: B

5. Un molino de viento acciona una rueda moledora que, en un lapso de un minuto, gira un ángulo de medida α . Se sabe que α es la medida de un ángulo en posición normal coterminal con 2594° . Si la cantidad de trigo molido (en kilogramos) por minuto es $15 \sin(\alpha)$, ¿cuántos kilogramos de trigo logra moler en un minuto?
- A) 12,6 kg B) 18,4 kg C) 16,5 kg D) 14,4 kg E) 15 kg

Solución:

Sea M kg la cantidad de trigo que logra moler en un minuto, entonces:

$$M = 15 \sin(\alpha)$$

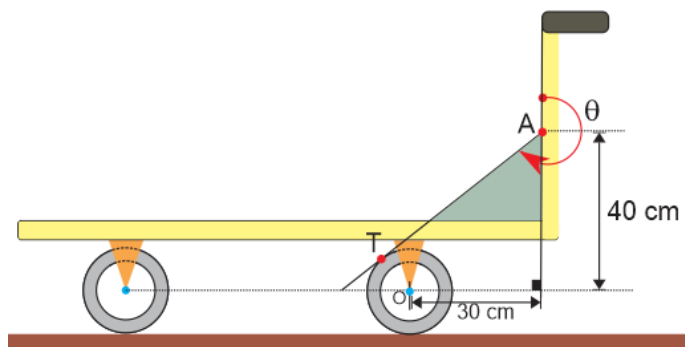
$$M = 15 \sin(2594^\circ) = 15 \sin(360^\circ(7) + 74^\circ) = 15 \left(\frac{24}{25}\right) = 14,4$$

Por lo tanto; en un minuto logra moler 14,4 kg de trigo.

Rpta.: D

6. La figura muestra la vista lateral de un carrito de carga cuyas ruedas tienen un radio de 10 cm. Se sabe que la capacidad de carga máxima que puede soportar el carrito es $40 \left(\frac{\cos(\theta) - 1}{1 - \sqrt{6}\sin(\theta)} \right)$ kg. Si el punto O es centro de la rueda y T es punto de tangencia, calcule la carga máxima que soporta dicho carrito de carga.

- A) 40 kg
B) 60 kg
C) 80 kg
D) 100 kg
E) 120 kg



Solución:

De la figura, tenemos: $-\theta = \pi + \alpha$

$$\Rightarrow \sin(\theta) = -\sin(\pi + \alpha) = \sin(\alpha) \quad \wedge \quad \cos(\theta) = \cos(\pi + \alpha) = -\cos(\alpha)$$

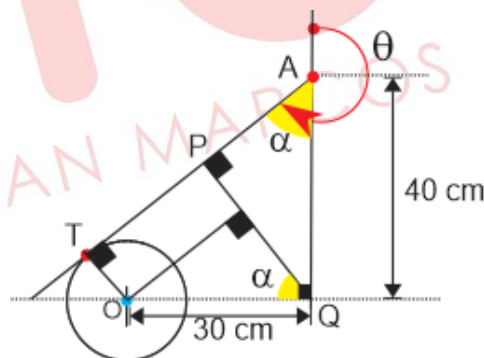
Como:

$$AO = 50 \text{ cm} \quad \wedge \quad AT = 20\sqrt{6} \text{ cm}$$

Por resolución de triángulos rectángulos tenemos:

$$AT = (40\cos(\alpha) + 30\sin(\alpha)) \text{ cm}$$

$$PQ = (10 + 30\cos(\alpha)) \text{ cm}$$



Luego:

$$4\cos(\alpha) + 3\sin(\alpha) = 2\sqrt{6} \quad \wedge \quad 4\sin(\alpha) - 3\cos(\alpha) = 1$$

$$\text{Entonces: } 3 = 2\sqrt{6}\sin(\alpha) - \cos(\alpha)$$

$$\text{Así; } 3 = 2\sqrt{6}\sin(\theta) + \cos(\theta) \quad \Rightarrow \quad 2(1 - \sqrt{6}\sin(\theta)) = \cos(\theta) - 1$$

Por lo tanto, la carga máxima que soporta dicho carrito de carga es 80 kg.

Rpta.: C



7. Luis acude a una tienda deportiva y selecciona un par de zapatillas que cuentan con una oferta del 20 % de descuento. Al pasar por caja, cancela la suma de $(2k^2)$ soles. Si el valor de k corresponde al menor número entero positivo que satisface la siguiente igualdad $\tan\left(\frac{k\pi}{14}\right) = \cot\left(\frac{97\pi}{7}\right)$, determine el precio de las zapatillas antes de aplicar el descuento.
- A) 202,5 soles B) 182 soles C) 162 soles
D) 204,5 soles E) 192 soles

Solución:

Del dato:

$$\tan\left(\frac{k\pi}{14}\right) = \cot\left(\frac{97\pi}{7}\right) = \cot\left(13\pi + \frac{6\pi}{7}\right) = \cot\left(\frac{6\pi}{7}\right)$$

Entonces:

$$\frac{k\pi}{14} + \frac{6\pi}{7} = \frac{\pi}{2} + n\pi, \quad n \in \mathbb{Z} \quad \Rightarrow \quad k = 14n - 5, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Como el valor de k corresponde al menor número entero positivo, entonces $k = 9$.

Luego, Precio_{Zapatilla} = $(2k^2)$ soles = 162 soles

Sea P soles el precio original, entonces:

$$80\%(P) = 162 \quad \Rightarrow \quad P = 202,5$$

Por lo tanto, el precio de las zapatillas antes de aplicar el descuento es 202,5 soles.

Rpta.: A

LENGUAJE

EJERCICIOS DE CLASE

1. La escritura es un sistema gráfico que representa el carácter oral de las lenguas. Considerando la información anterior, indique el valor de verdad o falsedad de los enunciados con respecto a la escritura.
- | | |
|---|-----|
| I. Todas las lenguas del mundo poseen escritura. | () |
| II. La escritura es una parte esencial de la gramática. | () |
| III. La escritura es más compleja que la lengua oral. | () |
| IV. Es artificial porque es una invención del ser humano. | () |
| V. El sistema escrito carece de reglas en su estructura. | () |

- A) VFVFF B) FVFVF C) VFVVV D) FFFVF E) FVFFV

Solución:

La escritura no está presente en todas las lenguas del mundo porque no es parte de la gramática de ellas. Ante la oralidad de las lenguas, la escritura es menos compleja y tiene sus propias reglas de uso.

Rpta.: D

2. Con relación a la lengua española y su escritura, determine la verdad o falsedad de los siguientes enunciados. Luego, señale la alternativa correcta.

- I. La escritura del español es de base fonográfica. ()
- II. La relación fonema-letra es totalmente biunívoca. ()
- III. El fonema /x/ es poligráfico en la palabra *gorjeo*. ()
- IV. La relación entre fonema y grafema es asimétrica. ()

- A) VFVF B) FVFV C) VFFV D) VVFF E) FVVF

Solución:

La escritura del español es de base fonográfica porque las letras representan a los fonemas. La relación que se presenta entre los fonemas y los grafemas es mayormente asimétrica, ya que se identifican más grafemas (27) que fonemas (24). En la palabra /gorxeo/, no hay poligrafía.

Rpta.: C

3. Escriba la representación ortográfica de las siguientes palabras fonológicas.

- A) /prebarikaθion/
- B) /eskaramuθa/
- C) /kontriθion/
- D) /obobibiparo/
- E) /junke/

Rpta.:

- A) prevaricación, B) escaramuza,
C) contrición, D) ovovivíparo,
E) yunque.

4. El dígrafo es la secuencia de dos letras que representan un solo fonema. Teniendo en cuenta ello, marque la alternativa en la cual se presenta mayor diversidad de dígrafos.

- A) Rogelio vendió chalitas y guantes en la feria.
- B) Ayer nos encontramos con Shirley en Chosica.
- C) Mónica comprará los juguetes chinos mañana.
- D) Guardaremos los chalecos de lanilla verde allá.
- E) Leo, este platillo se prepara con queso y choclo.

Solución:

En esta alternativa, hay tres dígrafos diferentes: *ll*, *qu* y *ch*.

Rpta.: E

5. En la lengua española, se identifican cinco dígrafos. Considerando ello, identifique la cantidad de dígrafos presentes en el siguiente texto.

Los terremotos son considerados de alta peligrosidad en el mundo, ya que debido a su gran potencia puede destruir grandes infraestructuras, como carreteras, viviendas y puentes, así como lamentar la pérdida de vidas. De hecho, a largo plazo, ocasionan severas consecuencias económicas, desplazamientos poblacionales y afectaciones psicológicas. En ese contexto, la revista Nature Geoscience compartió una destacada e importante investigación que reveló la importancia de los movimientos telúricos en la formación de pepitas de oro, debido a que estos generan campos eléctricos en los cristales de cuarzo.

Fuente: <https://elcomercio.pe>

- A) Cinco B) Seis C) Siete D) Cuatro E) Ocho

Solución:

En esta alternativa, hay seis dígrafos: *terremotos, que, carreteras, hecho, que y que.*

Rpta.: B

6. El uso de las letras mayúsculas y minúsculas de manera correcta brinda jerarquía y claridad en la estructura textual. Según ello, elija la alternativa que presenta correcta escritura.

- I. ¿Quiénes resolvieron los ejercicios? ¿Los ayudaron?
II. Hoy Marcela llegó a tiempo...Todos se sorprendieron.
III. ¿Era necesario leer todas las indicaciones? no lo sabía.
IV. Ella obsequió varios útiles: Cuadernos, lapiceros y colores.

- A) III y IV B) I y II C) I y III D) II y III E) I y IV

Solución:

En I y II, hay uso correcto de las letras mayúsculas.

Las demás deben escribirse de la siguiente manera:

III. ¿Era necesario leer todas las indicaciones? No lo sabía.

IV. Ella obsequió varios útiles: cuadernos, lapiceros y colores.

Rpta.: B

7. El empleo correcto de las letras mayúsculas y minúsculas está prescrito por las reglas vigentes de la Real Academia Española. Considerando ello, señale el número de letras mayúsculas que se requiere en el enunciado *El pastor de chiribaya, originario de moquegua, ha sido reconocido oficialmente en 2025 como una nueva raza canina originaria del Perú. Este antiguo perro pastor de los chiribayas con más de 1 000 años de antigüedad, destaca por ser de pelaje, cuerpo alargado, ágil y de colores crema o beige y constituye un valioso patrimonio cultural.*

- A) Cuatro B) Seis C) Siete D) Cinco E) Tres

Solución:

El enunciado requiere de tres mayúsculas:

El pastor de Chiribaya, originario de Moquegua, ha sido reconocido oficialmente en 2025 como una nueva raza canina originaria del Perú. Este antiguo perro pastor de los chiribayas con más de 1 000 años de antigüedad, destaca por ser de pelaje, cuerpo alargado, ágil y de colores crema o beige y constituye un valioso patrimonio cultural.

Rpta.: E

8. Los nombres propios geográficos se escriben con inicial mayúscula; no obstante, en otros casos, también se escriben con mayúscula inicial los artículos y nombres comunes que los acompañan. Considerando esta información, indique la oración donde se emplea adecuadamente las mayúsculas.

- A) El Océano Pacífico baña las costas de varios países sudamericanos.
- B) El Río Amazonas es el más caudaloso del mundo y de la selva peruana.
- C) Varios barcos cruzan el canal de Panamá para evitar bordear Sudamérica.
- D) Los turistas estaban fascinados al observar el Volcán Misti en Arequipa.
- E) La Cordillera de los Andes atraviesa varios países de América del Sur.

Solución:

La palabra *canal* es un sustantivo común que designa un accidente geográfico o una infraestructura; por tanto, debe escribirse con minúscula inicial. Solamente *Panamá* requiere mayúscula por ser el nombre propio específico.

En los demás enunciados, se debe escribir de la siguiente manera:

- A) El océano Pacífico baña las costas de varios países sudamericanos.
- B) El río Amazonas es el más caudaloso del mundo y de la selva peruana.
- D) Los turistas estaban fascinados al observar el volcán Misti en Arequipa.
- E) La cordillera de los Andes atraviesa varios países de América del Sur.

Rpta.: C

9. Los apellidos se escriben con mayúscula inicial. En el caso de que un apellido comience por preposición, o por preposición y artículo, se escribirá con minúscula cuando sigue al nombre propio de la persona; pero, si se omite el nombre, la preposición debe escribirse con mayúscula. Según esta aseveración, seleccione la alternativa en la que se presenta correcta escritura.

- I. El escritor De la Cruz publicó su última novela de ficción en Italia.
- II. Mario De la Roca es el nuevo director de la facultad de medicina.
- III. La ministra de Educación, Olga de la Torre, brindó una conferencia.
- IV. La señora Victoria Sánchez de de la Fuente no asistió a la ópera.

- A) I y IV B) II y III C) I y II D) I y III E) II y IV

Solución:

En I y III, hay uso correcto de las letras mayúsculas.

Los otros enunciados deben escribirse de la siguiente forma:

- I. Mario de la Roca es el nuevo director de la Facultad de Medicina.
IV. La señora Victoria Sánchez de De la Fuente no asistió a la ópera.

Rpta.: D

10. El empleo correcto de las letras mayúsculas y minúsculas está prescrito por las reglas vigentes de la Real Academia Española (2010). De acuerdo con lo mencionado, seleccione el enunciado que presenta uso adecuado de las letras mayúsculas.

- A) Alumnos, el siglo XVIII es conocido como el siglo de las Luces.
B) La palabra *hierbabuena* tiene el nombre científico de *Mentha Spicata*.
C) El Imperio Incaico fue la civilización más extensa de América del Sur.
D) La era Mesozoica corresponde al apogeo y extinción de los Dinosaurios.
E) El siguiente semestre, me matricularé en el curso de Psicología Forense.

Solución:

Los nombres de asignaturas, materias, cursos deben escribirse con mayúscula inicial tanto sustantivos como adjetivos.

En los demás enunciados, se debe escribir de la siguiente manera:

- A) Alumnos, el siglo XVIII es conocido como el Siglo de las Luces.
B) La palabra hierbabuena tiene el nombre científico de *Mentha spicata*.
C) El Imperio incaico fue la civilización más extensa de América del Sur.
D) La era mesozoica corresponde al apogeo y extinción de los dinosaurios.

Rpta.: E

11. El uso adecuado de las letras mayúsculas es uno de los aspectos importantes de la ortografía de la lengua española. Seleccione la alternativa que presenta uso correcto de este tipo de letras

- A) La Vía Láctea es una Galaxia espiral que contiene nuestro sistema.
B) El principal centro turístico Balneario de Argentina es mar del Plata.
C) La Neurología estudia la enfermedad de Alzheimer y de Parkinson.
D) Los astrónomos observaron la constelación de Orión desde el desierto.
E) La ONPE habilitará el enlace para consultar el Local de Votación, Leo.

Solución:

Los nombres de las galaxias, constelaciones y cuerpos celestes se escriben con letra inicial mayúscula.

En los demás enunciados, se debe escribir de la siguiente manera:

- A) La Vía Láctea es una galaxia espiral que contiene nuestro sistema.
B) El principal centro turístico balneario de Argentina es Mar del Plata.
C) La neurología estudia la enfermedad de Alzheimer y de Parkinson.
E) La ONPE habilitará el enlace para consultar el local de votación, Leo.

Rpta.: D

12. El uso de las mayúsculas en el español responde a convenciones ortográficas que distinguen los nombres propios de los comunes. De acuerdo con las normas de la Real Academia Española (RAE), identifique la alternativa que presenta correcta escritura.

- A) El banco Central de Reserva del Perú mantuvo la tasa de Interés.
- B) En el próximo Año Nuevo, mi familia viajará a Ciudad de México.
- C) El Día del Trabajo se celebra el primero de Mayo en muchos países.
- D) La Iglesia Católica emitió un comunicado sobre la fe en la Edad media.
- E) La Onu envió ayuda humanitaria a las víctimas del terremoto en el Sur.

Solución:

Los nombres de festividades (civiles, religiosas o militares) se escriben con mayúscula inicial en sus sustantivos y adjetivos. Asimismo, *Ciudad de México* por ser un topónimo también debe escribirse con mayúscula.

En los demás enunciados, se debe escribir de la siguiente manera:

- A) El Banco Central de Reserva del Perú mantuvo la tasa de interés.
- C) El Día del Trabajo se celebra el primero de mayo en muchos países.
- D) La Iglesia católica emitió un comunicado sobre la fe en la Edad Media.
- E) La ONU envió ayuda humanitaria a las víctimas del terremoto en el sur.

Rpta.: B

LITERATURA
EJERCICIOS DE CLASE

1.

*Con razón, gloria excelsa de Velada,
te admira Europa, y tanto que, celoso
su robador mentido, pisa el coso,
fiel este día, forma no alterada.*

Marque la alternativa en la que se mencionan características del barroco español presentes en los versos citados, pertenecientes al soneto «Al Marqués de Velada, herido de un toro que mató luego a cuchilladas», de Luis de Góngora y Argote.

- A) La realidad es representada a través del teatro como metáfora de la vida.
- B) El retorcimiento formal muestra al ser humano como un sujeto inconstante
- C) El hipérbaton y las alusiones mitológicas son empleados de manera constante.
- D) La ficción y la realidad se confunden debido al empleo de un estilo recargado.
- E) Los contrastes entre los conceptos muestra una ambigüedad en la representación.

Solución:

En los versos citados, se aprecian dos rasgos distintivos del barroco español. Se evidencia el empleo extremo del hipérbaton pues altera el orden convencional de la oración: «Europa te admira con razón, gloria excelsa de Velada, y tanto que su robador mentido, celoso, pisa el coso este día fiel, con forma no alterada». Por otro lado, se alude a pasajes de la mitología grecolatina: el rapto de Europa por parte de Zeus convertido en toro.

Rpta.: C

2.

*Esta prevista crueldad,
o es mentira o es verdad;
dejémosla si es mentira,
pues nada nos asegura,
y a que sea verdad vamos,
porque, siéndolo, arguyamos
que es el saberla ventura.
Ninguna vida hay segura
un instante: cuantos viven
en su principio perciben
tan contados los alientos
que se gastan por momentos
los números que reciben.*

Marque la alternativa que contiene la afirmación correcta sobre una característica del barroco español presente en los versos citados de la obra *El mayor monstruo del mundo*, de Pedro Calderón de la Barca.

- A) Describe la ambigüedad de la vida a través del encierro.
- B) Muestra la fragilidad de la existencia del ser humano.
- C) Destaca la constante mudanza del destino del personaje.
- D) Plantea la existencia como un contraste entre vida y muerte.
- E) Expresa un tono pesimista a través de imágenes plásticas.

Solución:

En los versos, sobresale la expresión «Ninguna vida hay segura un instante» que refiere la fragilidad de la existencia del ser humano.

Rpta.: B

3. Marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado: «La comedia barroca se contrapone al teatro clásico porque, en su intento por lograr un mayor _____ en la representación, tiende a _____».

- A) contraste – interpretar la existencia como fugaz
- B) dramatismo – mostrar la inconsistencia del ser humano
- C) lirismo – emplear una gran variedad de figuras literarias
- D) retorcimiento – saturar los diálogos con metáforas
- E) realismo – mezclar elementos trágicos y cómicos

Solución:

La comedia barroca se contrapone al teatro clásico porque, en su intento por lograr un mayor realismo en la representación, tiende a mezclar elementos cómicos y trágicos.

Rpta.: E

4. Con respecto a las características del teatro barroco español, elija la alternativa que contiene la secuencia correcta en torno al valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. Da mayor importancia a la exploración de la subjetividad de los personajes.
- II. Emplea diversos tipos de versos de la época con preferencia del octosílabo.
- III. Desarrolla temas variados, extraídos de la mitología, la tradición o la historia.
- IV. Se dirige a un público cortesano mediante el empleo de un lenguaje alegórico.

- A) FVVF B) VVFF C) FFVV D) VFFV E) FVVV

Solución:

I. Da mayor importancia a la acción que a los personajes. (F) II. Emplea diversos tipos de versos de la época con preferencia del octosílabo. (V) III. Desarrolla temas extraídos de la mitología, la tradición o la historia. (V) IV. Se dirige a un variado público socialmente heterogéneo. (F)

Rpta.: A

5. Calderón de la Barca es considerado el más grande representante del teatro barroco de tendencia cortesana en España y el más importante de la Contrarreforma, se trata de un escritor prolífico puesto que su producción dramática es abundante y variada. A partir de esta valoración crítica, ¿qué alternativa define mejor la posición de Calderón dentro de la literatura hispánica del Siglo de Oro?

- A) Su producción se circunscribe únicamente al género del auto sacramental.
- B) Constituye una figura central en la dramaturgia barroca española y católica.
- C) Prefirió siempre los entremeses sobre las comedias de mayor envergadura.
- D) Su propuesta teatral destaca por su nacionalismo y por su carácter popular.
- E) Se limitó a imitar los modelos teatrales de Lope de Vega sin originalidad.

Solución:

El texto otorga a Calderón dos calificativos superlativos: «más grande representante del teatro barroco de tendencia cortesana» y «más importante de la Contrarreforma». La opción B sintetiza ambas dimensiones: su centralidad en la dramaturgia barroca española y su importancia en el ámbito católico.

Rpta.: B

6. En el drama *La vida es sueño*, de Pedro Calderón de la Barca, el estilo barroco se caracteriza por el uso de un léxico solemne, así como de contrastes. En los versos: «Nace el bruto, y con la piel/ que dibujan manchas bellas,.../ cuando, atrevido y cruel,... /¿y yo, con mejor instinto,/ tengo menos libertad?». En este contexto, ¿cuál de los siguientes pares conceptuales constituye un contraste barroco explícitamente mencionado en el texto?

- A) Naturaleza/ amor B) Príncipe/súbdito C) Fe/ venganza
D) Sueño/ realidad E) Fiera/ hombre

Solución:

El verso «Nace el bruto... atrevido y cruel» representa el concepto de «fiera» guiada por el instinto. Por otro lado, el verso «¿y yo con mejor instinto...?» Segismundo se reconoce como hombre, con razón o pensamiento.

Rpta.: E

7. En el drama *La vida es sueño*, de Pedro Calderón de la Barca, Segismundo afirma en su monólogo que «el delito mayor del hombre es haber nacido». Esta afirmación surge de su comparación con el ave, el bruto, el pez y el arroyo, todos ellos dotados de libertad mientras él permanece encadenado. Considerando el contexto, ¿qué concepto cristiano subyace a esta queja del protagonista?

- A) La inmaculada concepción del hombre como obra perfecta de vida
- B) La predestinación absoluta sin posibilidad de una redención divina
- C) El pecado original como condena inherente a la condición humana
- D) La infalibilidad papal en materias de fe y conducta moral cristiana
- E) La esencia de la creencia del hombre como ser de misterio de fe

Solución:

La afirmación de Segismundo hace «referencia a la fatalidad del pecado original, a un pesimismo que pone de relieve la culpabilidad con la que nace todo ser humano». El pecado original, heredado de Adán, constituye el «delito» de haber nacido en una condición caída.

Rpta.: C

8. El pueblo se subleva para evitar que Astolfo herede el trono. Los rebeldes liberan a Segismundo, quien vence a su padre y lo toma prisionero. Lejos de humillarlo, el príncipe se comporta con prudencia, perdona a Basilio y lo honra generosamente. A partir de este desenlace, ¿qué virtud exhibe finalmente Segismundo?

- A) La venganza ejemplar contra quienes lo privaron de su libertad
- B) La sabiduría adquirida en el ejercicio del poder conquistado
- C) La ambición desmedida del hijo por expandir el territorio polaco
- D) La sumisión incondicional a todas las predicciones astrológicas
- E) El desprecio absoluto por la institución monárquica de su padre

Solución:

Segismundo se comporta como un príncipe sabio y actúa con prudencia al perdonar a su progenitor y honrarlo generosamente. Esta conducta evidencia la adquisición de la sabiduría, la prudencia y la clemencia, virtudes cardinales del gobernante ideal en la tradición humanista y política de la época.

Rpta.: B

PSICOLOGÍA

EJERCICIOS DE CLASE

Lea con atención y elija las alternativas correctas.

1. El proyecto de vida permite darle sentido y coherencia a la existencia de un individuo. En relación con este tema es correcto afirmar que

- I. el estilo de vida saludable siempre permite su concreción.
- II. el carácter como parte de la personalidad, es ajeno a su elaboración.
- III. los valores tanto a nivel individual como contextual le dan un sentido.

- A) Solo III B) Solo II C) Solo I
D) I, II y III E) Solo I y II

Solución:

Los valores son creencias guía que influyen en la elaboración y puesta en práctica del proyecto de vida.

Rpta.: A

2. Dentro del marco conceptual y metodológico del planeamiento estratégico la gestión del tiempo cumple un rol determinante. Con respecto a los tipos de gestión del tiempo, identifique el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones

- I. En el sumiso hay ausencia de apremio por cumplir con requerimientos relevantes para otras personas.
- II. Optar por la fecha límite para saldar una deuda que se podía hacer con antelación, es típico del moroso.
- III. Organizar los preparativos para un viaje de acuerdo con un cronograma, es una acción propia del eficaz.

- A) VVV B) FVF C) VVF D) VFF E) FVV

Solución:

- I. (F) El sumiso responde con urgencia a lo que no es relevante para sí mismo.
- II. (V) El moroso tiende a hacer las cosas importantes, a último momento.
- III. (V) El eficaz realiza lo importante con anticipación.

Rpta.: E

3. La puesta en práctica del FODA, le permite a un individuo plena conciencia del uso de recursos para el logro de una idea meta. En relación con el FODA es correcto afirmar que

- I. para llegar a ser un atleta de élite, una enfermedad crónica es una amenaza.
- II. contar con asesoría experta para ser un buen líder, es una oportunidad.
- III. no recibir apoyo médico dentro de un torneo deportivo, es una debilidad.

- A) Solo III B) Solo II C) Solo I D) I, II y III E) Solo I y II

Solución:

Una oportunidad es una situación ajena al individuo que puede significar una ayuda, beneficio o condición favorable que le permita acercarse o facilitarle realizar lo que se ha planteado para concretar su proyecto de vida.

Rpta.: B

4. Los arquitectos de la Basílica de Notre-Dame en Montreal, Canadá, consideraron en su construcción en 1824 la importancia de que haya un espacio de encuentro significativo para los creyentes. Asociando a esto, los aspectos cautivadores de sus vitrales, el diseño de sus dos torres y la calidad acústica, entre otras características. Se puede inferir de lo mencionado anteriormente, que los arquitectos para llevar a cabo este proyecto priorizaron los valores _____ y _____, respectivamente.

- A) técnicos – sociales
C) morales – intelectuales
E) éticos – artísticos
B) biológicos – morales
D) sociales – estéticos

Solución:

Los valores sociales son principios que orientan nuestro comportamiento hacia el incremento de la sociabilidad, como, la cordialidad, respeto, lealtad, y generar un espacio de encuentro significativo para los creyentes. Los valores estéticos son la belleza, la armonía, el buen gusto, etc.

Rpta.: D

5. El planeamiento estratégico tiene como componentes la misión y la visión. Tomando en cuenta estos dos aspectos, es correcto afirmar que:

- I. la misión y la visión son expectativas vocacionales.
II. la idea meta es inherente a la visión.
III. la misión implica acciones ambiguas con propósito.

- A) Solo III
D) I, II y III
B) Solo II
E) Solo I y II
C) Solo I

Solución:

II (V) La idea meta corresponde a la visión.

Rpta.: B

6. Manfred dejó sus estudios universitarios, ocupando todo su tiempo en videojuegos y ha motivado las constantes críticas de sus padres y familiares. Con respecto a este caso, se puede afirmar que Manfred tiene una gestión del tiempo denominada

- A) sumisa.
D) ambigua.
B) morosa.
E) floja.
C) inmadura.

Solución:

En el tipo "flojo", priman las actividades placenteras sobre las importantes para el logro de su proyecto de vida

Rpta.: E



7. Sean Covey, identificó entre los hombres diferentes tipos de organización del tiempo en su vida diaria. Relacione respectivamente cada uso del tiempo especificado con el ejemplo que lo ilustra.

- | | |
|-------------|--|
| I. Moroso | a. Tiene un tiempo destinado a estudiar en casa, el tema que trabajaron ese día en clase. |
| II. Sumiso | b. No ha terminado el trabajo que se necesita, pero se fue a la fiesta por complacer a su novia. |
| III. Eficaz | c. Tiene la costumbre de preparar los reportes que debe presentar a su jefe; la noche anterior. |

A) Ic, IIa, IIIb
D) Ib, IIc, IIIa

B) Ic, IIb, IIIa
E) Ia, IIc, IIIb

C) Ia, IIb, IIIc

Solución:

Ic, IIb, IIIa

- I. (c) Tiende a hacer las cosas importantes a último momento. Requiere presión para actuar.
- II. (b) Una persona sumisa ocupa su tiempo de acuerdo con las circunstancias.
- III. (a) Usa eficazmente su tiempo quien prioriza y realiza las actividades importantes sin prisas, en el tiempo que previamente destino para ello.

Rpta.: B

8. Es el estilo de vida saludable que incrementa la calidad de vida y reduce el peligro de asumir comportamientos que pongan en riesgo nuestra salud. Identifique la(s) alternativa(s) correctas que hacen referencia al mencionado estilo.

- I. Cortar la relación con mis amigos y familiares para concentrarme en estudiar.
- II. Acostumbrarme a dormir cuatro horas diarias, mientras estoy en clases.
- III. Realizar actividad física de manera periódica, aun cuando no me agrade.

A) Solo I y II
D) Solo II

B) Solo II y III
E) Solo III

C) Solo I y III

Solución:

- I. (F) Las relaciones afectivas amicales y familiares, fortalecen la salud mental.
- II. (F) De siete a nueve horas de sueño diarias, son necesarias para la salud física y mental.
- III. (V) Ejercitarse moderadamente es necesario para preservar la salud física y mental.

Rpta.: E



9. Jordi le explica a su hijo que el consumo de drogas en adolescentes es sumamente peligroso porque interfieren con los procesos de desarrollo del cerebro y afecta _____. Él quiere que su hijo entienda que es más probable hacer cosas _____ estando drogado y que por eso es importante adoptar medidas de prevención. Elige el ítem que tengan las palabras que completen de mejor manera el tema de protección de salud integral.

- A) la relación con los padres – divertidas
- B) el crecimiento corporal – dañinas
- C) la energía orgánica – infantiles
- D) la toma de decisiones – riesgosas
- E) el cumplimiento de deberes – fantasiosas

Solución:

La **toma de decisiones** se ve gravemente afectada por el consumo de drogas y ese es el motivo por el que, dejándose influenciar por el grupo, se ejecutan acciones riesgosas como tener relaciones sexuales sin protección, conducir en estado de ebriedad u otra similar.

Rpta.: D

10. Mirabella se queja constantemente de la mala suerte que tiene para encontrar una «buena» pareja. Ella refiere que el papá de su niña le exige que tenga la casa limpia, y la comida a su hora, a pesar de que ella trabaja diariamente en una guardería y llega cansada. Con sus dos anteriores parejas también tuvo problemas porque le fueron infieles y la trataban con desprecio, finalmente cortaron la relación. Respecto al caso referido señale las proposiciones que podríamos inferir respecto a las situaciones de riesgo.

- I. No todo puede ser perfecto en la vida, así que ella tiene que organizarse mejor.
- II. Sería bueno que aprenda a solucionar conflictos y problemas en forma asertiva.
- III. Ella viene normalizando situaciones de violencia, sin tomar medidas correctivas.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y II
- E) Solo II y III

Solución:

- II. (V) Una de las formas de prevenir la violencia es aprender a solucionar conflictos de manera asertiva.
- III. (V) La violencia es el uso deliberado de la fuerza física o poder (amenaza) con la intención de maltratar o dañar física o psicológicamente a otra persona.

Rpta.: E

EDUCACIÓN CÍVICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Un diario local informó sobre un ciudadano con discapacidad visual a quien se le negó la atención en las oficinas de un operador de telecomunicaciones por encontrarse sin acompañante. Ante este hecho, la Defensoría del Pueblo manifestó que dicha condición no limita su capacidad jurídica ni su autonomía para ejercer derechos y realizar trámites de forma independiente. El caso expuesto es un ejemplo de discriminación

A) de género.

B) por discapacidad.

C) étnica.

D) por nacionalidad.

E) laboral.

Solución:

El texto muestra un claro ejemplo de discriminación por discapacidad, pues se hace alusión a que el ciudadano fue limitado en sus derechos económicos por razón de su discapacidad visual.

Rpta.: B

2. La discriminación se define como el trato diferenciado o desigual que, careciendo de una justificación objetiva, se ejerce contra una persona o grupo. Esta problemática persiste en nuestra sociedad debido a factores estructurales y culturales. Respecto a las causas que favorecen la persistencia de esta conducta, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. El desconocimiento de las víctimas sobre los mecanismos legales de denuncia.
- II. La aplicación efectiva de sanciones penales a quienes cometen este delito.
- III. La reacción inmediata de rechazo por parte de la población ante estos actos.
- IV. La normalización y negación de frases, gestos o actitudes de índole racista.

A) VV FV

B) VFFV

C) FV FV

D) VVFF

E) FFVV

Solución:

- I. **Verdadero.** En múltiples ocasiones las víctimas de discriminación no saben a qué instituciones acudir o sus denuncias no logran ser atendidas por las autoridades.
- II. **Falso.** Las sanciones penales no son causa para que produzca la discriminación, más bien sanciona el acto.
- III. **Falso.** La población en su mayoría es indiferente a estos comportamientos y en todo caso la intervención de la ciudadanía sería una reacción, más no una causa ante la discriminación
- IV. **Verdadero.** En la actualidad se observa la normalización de actos, frases y palabras discriminatorias, esta normalización encubre la discriminación.

Rpta.: B



3. Una investigación periodística reveló que un alto funcionario público utilizaba los vehículos oficiales asignados a su ministerio para realizar actividades de carácter personal y para el uso de su familia. Considerando los hechos descritos, ¿en qué tipo de delito contra la administración pública incurre dicho funcionario?

- A) Cohecho pasivo
B) Tráfico de influencia
C) Cohecho activo
D) Peculado doloso
E) Cobro indebido

Solución:

El peculado: Se aplica cuando el funcionario o servidor público se apropia, utiliza, en cualquier forma, para sí o para otro, dinero o bienes que se le hayan confiado por razón de su cargo. Es "Doloso" en este contexto se refiere a que el delito se comete con intención y conocimiento, es decir, el funcionario sabe que lo que está haciendo es ilegal y lo hace de forma deliberada.

Rpta.: D

4. La delincuencia comprende una serie de infracciones, actos y delitos cometidos por individuos o grupos organizados que vulneran la ley, afectando y perjudicando la convivencia ciudadana y el orden público. Al ser un fenómeno social multicausal, su origen y persistencia se vinculan estrechamente con factores como

- I. la deserción escolar.
II. la empleabilidad rural.
III. el acceso a la salud.
IV. la exclusión social.

- A) I y II
B) II y III
C) I y IV
D) III y IV
E) I y III

Solución:

La delincuencia se refiere a los delitos cometidos por una persona o grupos organizados contra la ley y merecedores de castigo por la sociedad. Los factores que han influido en aquellos que delinquen son la pobreza, la exclusión social, el desempleo, la deserción escolar, las desigualdades, la personalidad, la disfunción en la familia, entre otros. Estos factores influyen en el incremento de la violencia social, cuna de la delincuencia.

Rpta.: C

HISTORIA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Durante el periodo denominado Intermedio tardío, destacaron culturas de gran influencia regional y local. Estas sociedades desarrollaron diversas expresiones artísticas como la orfebrería, la cerámica, la arquitectura y la escultura. Respecto a este período, relacione la alternativa que vincule a la cultura con una de sus características más importantes.

- | | |
|----------------|--|
| I. Chachapoyas | a. Arquitectura funeraria de Sillustani, en la región del altiplano. |
| II. Chimú | b. Kuélap fortaleza hecha para evitar invasiones de otros pueblos. |
| III. Chincha | c. Cuchillos ceremoniales con la imagen del fundador Tacaynamo. |
| IV. Collas | d. Metalurgia que se manifiesta en los vasos llamados narigones. |

A) Ib, IIc, IIIa, IVd

B) Ib, IIc, IIId, IVa

C) Ib, IIa, IIId, IVd

D) Ib, IIId, IIIa, IVc

E) Ia, IIb, IIId, IVd

Solución:

A la cultura Chachapoyas, le corresponde Kuélap, fortaleza construida para evitar invasiones de otros pueblos; a la cultura Chimú, la producción de los tumis o cuchillos ceremoniales con la imagen de su fundador legendario denominado Tacaynamo; a la cultura Chincha, la producción metalúrgica de los vasos narigones en oro, plata y aleaciones; finalmente, a la cultura Colla, que es parte de los pueblos aimaras, corresponde su arquitectura de carácter funerario, para la elite, como las chullpas de Sillustani, en Puno (región del altiplano).

Rpta.: B

2. El Intermedio Tardío se ubica temporalmente entre la desintegración del Imperio Huari y el establecimiento del Imperio de los incas. Se trató de un periodo en el cual las manifestaciones culturales andinas vuelven a desarrollarse en un acentuado contexto regional y local. En esos tiempos, surgieron, en la costa, entidades políticas entre las que destacan, Chimú y Chincha. Respecto a las características de estas dos culturas señale el valor de verdad (V o F) según corresponda.

- I. En el valle de Paramonga, se ubica la capital de la cultura Chimú.
- II. En el valle de Chincha, sobresalieron los grandes talladores de madera.
- III. Los comerciantes chincha llegaban a realizar intercambios hasta el altiplano.
- IV. La cerámica chimú es monocroma, principalmente de color oscuro.

A) VFFV

B) VFVV

C) VVFF

D) FVVV

E) VFVF

Solución

El enunciado I es falso. La ciudad de Chan Chan se ubica en la región de La Libertad, en la costa norte; el valle de Paramonga se encuentra en Lima, ubicándose una imponente fortaleza. Por otra parte, el señorío Chíncha sobresale por tallar remos de madera conocidos por su xilografía, además de comercializar con el altiplano y la costa ecuatoriana. Asimismo, Chimú se distingue por su orfebrería; con respecto a su cerámica, principalmente fue monocroma y de color oscuro.

Rpta.: D

3. En el Tercer Horizonte (s. XV-XVI), los incas alcanzaron su máxima expansión territorial; y organizaron el Tahuantinsuyo, logrando un gran avance cultural, político y administrativo que se materializó también en su desarrollo económico. Respecto a esta última actividad, determine las características correspondientes.

- I. La reciprocidad fue uno de los principios clave de su organización económica.
- II. La mita fue el trabajo por turnos de los hatunrunas, en favor del Estado.
- III. El ayni fue la actividad colectiva en beneficio del sapa inca y los aposuyos.
- IV. La distribución de la tierra estuvo enfocada hacia el Inca, el Sol y el ayllu.

- A) Solo II y IV
- D) Solo III y IV

- B) I, II y III
- E) II, III y IV

- C) I, II y IV

Solución:

Durante el Tahuantinsuyo, la economía inca estuvo direccionada por los principios de la reciprocidad (simétrica) y la redistribución (asimétrica). Dentro de estas actividades, el sistema de trabajo representó, además, parte de la estructura de la vida económica del Estado. En ese sentido, la mita fue el trabajo por turnos que realizaron los hatunrunas a favor del Estado, mientras que el ayni fue el trabajo en beneficio de algunos miembros del ayllu. De igual forma, las tierras se distribuyeron, en primer lugar, en las del Inca, en las tierras del Sol y finalmente en las de los ayllus.

Rpta.: C

4. Durante el poderío inca del Tahuantinsuyo, la economía funcionó mediante dos principios: reciprocidad y redistribución. Ambos fueron el soporte de la economía doméstica y estatal del imperio. Asimismo, en el aspecto social, hubo diferenciación donde cada grupo cumplía roles. Con respecto a este último, relacione ambas columnas lo que corresponde.

- I. Hatunrunas
- II. Yanaconas
- III. Mitimaes
- IV. Pinacunas

- a. Servidores directos del Estado, sin ayllu.
- b. Esclavos que trabajan en los cocalos.
- c. Base social y principal fuerza de trabajo.
- d. Ayllus colonizadores del Estado inca.

- A) Ib, IIc, IIIa, IVd
- D) Ib, IId, IIIa, IVc

- B) Ic, IIa, IIId, IVb
- E) Ia, IIb, IIId, IVd

- C) Ib, IIa, IIId, IVd

Solución:

En el Tercer Horizonte, imperó el gobierno del Tahuantinsuyo. Socialmente, fue elitista y despótico, conformado por diferentes grupos sociales que cumplían roles en beneficio del Estado. Estos grupos fueron los hatunrunas, quienes eran la base social mayoritaria y principal fuerza de trabajo, los yanaconas, que eran servidores directos del Estado, los mitimaes, quienes eran ayllus trasladados para cumplir diversas actividades, y los pinacunas, esclavos que trabajaban en las zonas cocaleras.

Rpta.: B

5. La civilización incaica floreció entre los siglos XIII y XV, durante el Horizonte Tardío. Existen leyendas que explican su origen, además de informaciones de cronistas que sostienen que los incas se impusieron a los Chancas. Como imperio, lograron desarrollar diversas manifestaciones culturales. Con respecto a este último aspecto, señale el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. En la textilería, destacaron los tejidos finos llamados cumbi.
- II. El urpu o aribalo es un tipo de cerámica utilitaria y policroma.
- III. Los quipus fueron elaborados exclusivamente por los incas.
- IV. La piedra de los doce ángulos se localiza en la ciudad del Cusco.

- A) FVVF B) VVVV C) FVVV D) VVFF E) FVFF

Solución:

Durante el imperio de los incas se desarrollaron diversas manifestaciones culturales, de las cuales podemos destacar, en textilería, la elaboración de tejidos finos como el cumbi y, de carácter popular, la abasca; en cerámica, se fabricaba el urpu, con un estilo policromo, diseños geométricos y de carácter utilitario; así mismo, los quipus fueron usados como un medio contable y de preservación de la memoria, pero no es original del Imperio inca; y, finalmente, en la arquitectura, destaca la famosa piedra de los doce ángulos, que se encuentra en el Cusco, cerca de su plaza de armas.

Rpta.: D

GEOGRAFÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. La vertiente del Pacífico está conformada por 62 unidades hidrográficas, la mayoría de estas tiene su nacimiento en la cordillera occidental de los Andes peruanos y se extienden en dirección al mar peruano. En relación a las características de esta vertiente, establezca el valor de verdad (V o F) de los enunciados.

- I. Los ríos presentan una mayor capacidad erosiva en su curso superior.
- II. Los periodos de estiaje son más intensos durante los meses de verano.
- III. Por lo general carecen de navegabilidad debido a su régimen irregular.
- IV. Por lo abrupto de su curso, en su sector inferior se originan meandros.

- A) VVFF B) FVFF C) VFFV D) FFVF E) VFVF

Solución:

- I. **Verdadero.** Los ríos presentan una mayor capacidad erosiva en su curso superior, debido a la fuerte pendiente de su origen y al desplazamiento torrencioso de su curso.
- II. **Falso.** Los periodos de estiaje en los ríos de la vertiente del Pacífico son más intensos durante los meses de invierno debido a la ausencia de precipitaciones.
- III. **Verdadero.** Estos ríos por lo general carecen de navegabilidad en sus cursos debido al régimen irregular y poco caudal que presentan.
- IV. **Falso.** La formación de meandros es propia de los ríos de la vertiente del Atlántico, por la extensión de su curso y la escasa pendiente del terreno.

Rpta.: E

2. La vertiente hidrográfica del Amazonas es la de mayor extensión del territorio peruano, pues su cuenca ocupa el 74,5 % de la superficie nacional. De lo mencionado, relacione los siguientes ríos con sus respectivas características.

I. Marañón

a. Origina uno de los principales valles interandinos y Santiago Antúnez de Mayolo es la mayor central hidroeléctrica.

II. Ucayali

b. Forma el pongo de Manseriche y tiene como afluente más caudaloso al río Huallaga.

III. Mantaro

c. Es el de mayor longitud en el país y nace por la confluencia de los ríos Tambo y Urubamba.

A) Ic, Ila, IIIb

B) Ib, Ila, IIIc

C) Ib, IIc, IIIa

D) Ia, IIc, IIIb

E) Ic, IIb, IIIa

Solución:

- Ib. El río Marañón en su recorrido forma distintos pongos, entre ellos el de Manseriche y entre sus afluentes destaca el río Huallaga por la margen derecha.
- IIc. El río Ucayali es el de mayor extensión en el territorio peruano y su nacimiento se localiza en el puerto de Atalaya al confluir el río Tambo y el río Urubamba.
- IIIa. El río Mantaro recorre cuatro departamentos andinos formando el valle interandino de mayor longitud, además en su curso se extiende la central hidroeléctrica de Santiago de Antúnez de Mayolo en el departamento de Huancavelica.

Rpta.: C

3. La vertiente hidrográfica del Titicaca está integrada por 13 unidades o cuencas fluviales que presentan un origen glacial y pluvial, entre ellos destaca el río desaguadero por

- A) presentar el curso de mayor extensión en territorio peruano.
- B) tener como afluente de mayor caudal a la subcuenca del río Ayaviri.
- C) ser la única unidad hidrográfica de condición exorreica en esta vertiente.
- D) favorecer el asentamiento minero aurífero de la Rinconada en su curso.
- E) ser el único emisario de este sistema que desemboca en el territorio boliviano.

Solución:

El río Desaguadero tiene su origen en el extremo sudoriental del lago Titicaca denominado laguna de Huiñaimarca, lo cual lo convierte en el único efluente de esta vertiente, posteriormente desemboca en el lago Poopó (Bolivia).

Rpta.: E

4. El Mar peruano se extiende hasta una distancia de 200 millas hacia el oeste, se caracteriza por modelar el litoral marino y poseer una extraordinaria abundancia de recursos hidrobiológicos. Esta última característica se explica, fundamentalmente, por
- A) el fuerte declive que presenta el relieve del zócalo y talud continental.
 - B) la divergencia de las corrientes marinas provenientes del Ecuador.
 - C) la extensión y ubicación en la zona intertropical de nuestro mar.
 - D) el ascenso y concentración de nutrientes removidas por el afloramiento.
 - E) la intensificación del anticiclón del Atlántico sur en el sector austral del Perú.

Solución:

El fenómeno de afloramiento es el proceso por el cual aguas profundas frías y ricas en nutrientes, ascienden a la superficie, se produce cuando el viento sopla persistentemente sobre una superficie oceánica. Cuando los vientos empujan el agua mar adentro, agua fría sube desde zonas más profundas tomando su lugar.

En el mar peruano el afloramiento es producido por los vientos alisios y tiene lugar en los bordes costeros.

Rpta.: D

ECONOMÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Una empresa tecnológica coreana envía miles de unidades de smartphones a Lima, donde son adquiridos por grandes cadenas minoristas que, a su vez, los ponen a disposición de los consumidores finales peruanos. Este conjunto de actividades describe la fase del proceso económico cuyo objetivo principal es el siguiente:
- A) Desarrollar actividades económicas para crear bienes y servicios con el fin de maximizar el beneficio.
 - B) Utilizar los bienes y servicios para satisfacer las necesidades humanas de los hogares.
 - C) Permitir la integración de las unidades de producción (empresas) y las unidades de consumo (familias) mediante el traslado e intercambio de mercancías.
 - D) Repartir la riqueza generada en el proceso productivo entre los propietarios de los factores productivos.
 - E) Establecer un conjunto de mecanismos donde los compradores y vendedores interactúan para transar flujos reales y nominales.

Solución:

La circulación es la fase del proceso económico donde los bienes se desplazan desde las unidades de producción a las unidades de consumo, integrando a productores y consumidores a través del mercado y los intermediarios.

Rpta.: C

2. Una persona posee una galería de arte, asesorando a coleccionistas sobre obras de pintores emergentes. Aunque él organiza la venta, el transporte y la documentación legal, la propiedad de las piezas de arte nunca recae en él, sino que recibe un porcentaje estipulado por cada transacción finalizada con éxito. La descripción anterior hace referencia al intermediario conocido como:
- A) Mayorista, que vende en grandes volúmenes y adquiere la propiedad para revender.
 - B) Especulador, que compra a precios bajos esperando una subida para obtener una ganancia.
 - C) Minorista, que vende pequeñas cantidades de productos directamente al consumidor.
 - D) Comisionista, que vende a nombre de otra persona y gana por la venta realizada.
 - E) Agente de transporte, cuyo rol es el desplazamiento físico de las mercancías.

Solución:

La persona actúa como intermediario sin adquirir la propiedad de las obras, gestionando la venta en nombre del propietario de la obra de arte y cobrando un porcentaje por cada transacción finalizada, lo cual define al comisionista en la fase de circulación económica.

Rpta.: D

3. Una familia ofrece su fuerza de trabajo en el mercado laboral y usa el ingreso obtenido para adquirir bienes finales. Por su parte, la Superintendencia Nacional de Aduanas y de Administración Tributaria (SUNAT) cobra el Impuesto General a las Ventas (IGV) por dichas compras. Los roles que cumplen la familia y la SUNAT en este proceso económico son, respectivamente:
- A) Unidad de producción y demandante de factores productivos.
 - B) Demandante de factores productivos y regulador de la oferta.
 - C) Oferente de bienes y servicios y demandante de salarios.
 - D) Propietaria de factores productivos y agente con función redistributiva.
 - E) Unidad de consumo y ofertante de servicios públicos.

Solución:

La familia, al ofrecer su trabajo en el mercado laboral, actúa como propietaria de factores productivos; la SUNAT, al cobrar el IGV, cumple la función redistributiva del Estado, que obtiene ingresos mediante impuestos para destinarlos a gasto público y transferencias.

Rpta.: D

4. En el modelo del flujo circular de la economía, cuando una panadería adquiere harina, levadura y otros insumos, así como cuando contrata operarios genera flujos _____. Posteriormente, cuando distribuye los bienes manufacturados representa flujos _____.
- | | | |
|----------------------------|--------------------------|--------------------|
| A) de capital – de consumo | B) nominales – nominales | C) reales – reales |
| D) nominales – reales | E) reales – de consumo | |

Solución:

En el modelo del flujo circular, el flujo real incluye tanto el desplazamiento de factores productivos (naturaleza, trabajo, capital) como el de bienes y servicios (productos manufacturados). Por eso, ambas actividades de la empresa corresponden a flujos reales.

Rpta.: C

5. En los siguientes enunciados, identifica, según corresponda, a qué polo económico se refiere H: (Hogar) y E: (Empresa) que participan directamente en las actividades dentro del flujo circular de la economía.

- I. Un ingeniero presenta su *curriculum vitae* en el mercado laboral.
- II. Una startup tecnológica solicita un préstamo para comprar nuevas computadoras.
- III. Una pareja adquiere un automóvil para uso personal y familiar.
- IV. Una editorial publica libros con el objetivo de obtener ganancias.
- V. Una unidad económica efectúa el pago de salarios y beneficios sociales.

A) EHEHE B) HHEEH C) EHHEH D) HEHEE E) HEEHE

Solución:

En el flujo circular, los hogares ofrecen factores productivos y consumen bienes, mientras que las empresas demandan factores y producen bienes y servicios. El análisis muestra que en las situaciones I y III actúan los hogares, mientras que en II, IV y V intervienen las empresas.

Rpta.: D

6. Una familia, antes de finalizar cada mes, anota rigurosamente todos los salarios, bonificaciones y dividendos recibidos, contrastándolos con sus desembolsos en vivienda, alimentación y ocio. Esta herramienta les permite saber si tienen un saldo a favor (superávit), o si enfrentarán un déficit. La actividad descrita corresponde al siguiente enunciado:

- A) El registro contable de las retribuciones (rentas, salarios, intereses) que definen el flujo nominal familiar.
- B) La cuantificación de las entradas de dinero estables y predecibles necesarias para mantener el nivel de vida a largo plazo.
- C) El mecanismo de gestión financiera que, mediante la confrontación sistemática de ingresos y egresos, establece la posición económica del hogar respecto a la capacidad de ahorro o el riesgo de endeudamiento.
- D) La suma total de los gastos regulares y necesarios (fijos) que la familia debe enfrentar para la supervivencia.
- E) La medición de la renta disponible que el consumidor destina al consumo, sin incluir las inversiones futuras.

Solución:

El caso de la familia no se limita a registrar ingresos o gastos de manera aislada, consiste en confrontar ingresos y gastos de forma sistemática, con el propósito de determinar si existe un superávit (capacidad de ahorro) o un déficit (necesidad de endeudarse). Esta práctica corresponde al presupuesto familiar, entendido en economía como un instrumento de planificación y control de las cuentas del hogar.

Rpta.: C

7. Al analizar la economía del hogar, una familia registra sus transacciones y planifica su capacidad de inversión y ahorro. En los siguientes enunciados, identifica el tipo de partida dentro del presupuesto (A: Ingreso absoluto; P: Ingreso permanente; F: Gasto fijo; M: Gasto mensual; D: Gasto discrecional):

- I. La utilidad anual que se recibe en marzo y es utilizado para pagar los impuestos.
- II. El pago de la prima trimestral de un seguro privado que cubre enfermedades graves.
- III. Los intereses generados por la tenencia de bonos soberanos de largo plazo.
- IV. El monto destinado a la compra de entradas para eventos sociales y musicales.
- V. Los desembolsos de la cuota mensual fija de un crédito vehicular a tres años.

A) P, F, A, D, M

B) A, M, P, F, M

C) P, D, A, F, M

D) A, F, P, D, M

E) A, M, P, D, M

Solución:

- I. Es un ingreso puntual y anual, como una gratificación o utilidad que forma parte de la renta disponible en el año (definición de renta absoluta). (A)
- II. Aunque la prima es trimestral, cae dentro de los gastos periódicos y comprometidos del hogar (como hipotecas, préstamos o seguros), que en el esquema del presupuesto se clasifican con la etiqueta de gastos mensuales o comprometidos por su carácter regular y difícil de eliminar. (M)
- III. Son rentas financieras recurrentes y esperables a lo largo del tiempo, por tanto, forman parte de la renta que el hogar considera como permanente para planificar consumo. (P)
- IV. Corresponde a gasto ligado al ocio y la diversión, fácilmente prescindible y por eso discrecional. (D)
- V. Es un desembolso periódico y contractual (compromiso de largo plazo) típico de la categoría gastos mensuales en el presupuesto familiar. (M)

Rpta.: E

8. Una familia tiene un ingreso mensual estable de S/ 8,000 (Renta vitalicia). Sus egresos se desglosan en S/ 4,500 en obligaciones a plazo fijo (hipoteca, pensión universitaria), S/ 2,500 en necesidades ineludibles y S/ 1,500 en consumo suntuoso, lo que resulta en un déficit. Para garantizar la capacidad de ahorro a largo plazo, sin afectar su calidad de vida, la decisión financiera estratégica más efectiva para el hogar sería

- A) aumentar la Renta Absoluta mediante la búsqueda de ingresos extraordinarios no permanentes.
- B) reducir la porción destinada a gastos fijos, limitando los desembolsos en servicios básicos y necesidades.
- C) utilizar la estabilidad de la Renta Permanente como respaldo para la adquisición de un nuevo crédito.
- D) renegociar los términos de la hipoteca y la pensión universitaria, disminuyendo los gastos mensuales en un 50 %.
- E) eliminar los gastos discrecionales, ya que son enteramente prescindibles, para generar un superávit de S/ 1,000 que puede destinarse a la inversión.

Solución:

Eliminar los gastos discrecionales, ya que son enteramente prescindibles, para generar un superávit de S/ 1,000 que puede destinarse a la inversión.

- A) Ingresos absolutos (como gratificaciones o utilidades) son esporádicos y no garantizan ahorro estable a largo plazo.
- B) Los servicios básicos (agua, luz) y necesidades (alimentación) son ineludibles y no pueden recortarse sin afectar la calidad de vida.
- C) Esto aumentaría el endeudamiento en lugar de solucionarlo.
- D) Una reducción del 50 % en estas obligaciones no suele ser viable en la práctica.
- E) Los gastos discrecionales (ocio, lujos, consumo suntuario) son prescindibles. Al eliminarlos, no solo se elimina el déficit de S/ 500, sino que se genera un superávit de S/ 1,000 ($8000 - 8500 + 1500 = 1,000$), lo que permite ahorro e inversión sostenible.

Rpta.: E

9. Una empresa textil obtiene un gran pago al entregar su producción a tiendas departamentales en el mercado limeño. Gracias a este ingreso, la empresa procede a pagar salarios y utilidades a sus colaboradores, y utiliza el excedente para comprar maquinaria de última generación. La función que posibilita la realización de lo descrito, al conectar el punto de origen de los bienes con el punto de demanda, es la fase del proceso económico que se puede denominar como

- A) el proceso de repartición de la riqueza generada entre los dueños de los factores productivos.
- B) la etapa dedicada a la acumulación de capital y a la ampliación de la capacidad productiva.
- C) el conjunto de mecanismos que determina la formación de precios y la asignación de recursos.
- D) el puente económico que interrelaciona las unidades de producción con las unidades de consumo, permitiendo el traslado físico y el intercambio.
- E) la cuantificación de los bienes y servicios destinados a satisfacer directamente las necesidades finales del hogar.

Solución:

La circulación es la fase del proceso económico donde los bienes y servicios se trasladan desde los centros de producción (empresas) hacia los centros de consumo (hogares), mediante el mercado y con el apoyo de elementos como comerciantes, transporte, dinero, pesas y medidas. Este proceso genera los ingresos que luego se reparten (distribución) y que permiten el consumo e inversión, pero la condición previa es la circulación.

Rpta.: D

10. Un productor agrícola vende su cosecha a un distribuidor y recibe dinero, con el cual adquiere semillas certificadas, insumos importados y servicios de transporte. Este intercambio, que se realiza gracias a un medio general de pago y evita la doble coincidencia de deseos, pone en evidencia un elemento de la circulación esencial para conectar producción y consumo, donde además se determinan los valores de cambio.

Dicho elemento se relaciona con el

- A) instrumento monetario que actúa como un simple medio de pago en el intercambio directo.
- B) flujo de bienes y servicios que se desplaza desde los centros de producción hacia el consumo final.
- C) conjunto de mecanismos donde convergen la oferta y la demanda de bienes y factores, que resulta en la formación de precios y en la asignación eficiente de recursos en la economía.
- D) espacio físico y logístico que facilita el resguardo y el traslado de mercancías entre distintos puntos geográficos.
- E) intercambio de un bien por otro sin la intervención de unidades monetarias (trueque).

Solución:

En la fase de circulación, varios elementos intervienen: comerciantes, transporte, pesas y medidas, dinero y mercado. Aunque el enunciado alude al dinero, enfatiza la función de determinar los valores de cambio y de conectar la producción con el consumo, función propia del mercado, entendido como el espacio —físico o virtual— donde productores y consumidores interactúan, intercambian bienes y establecen precios.

Rpta: C

FILOSOFÍA

LECTURA COMPLEMENTARIA

La lógica se caracteriza por su naturaleza formal, ya que se ocupa de la estructura de los razonamientos más que de su contenido. Esto significa que analiza cómo se relacionan las proposiciones entre sí para determinar si un argumento es válido. No importa de qué hablen las ideas, sino la forma en que están organizadas. Por ejemplo, un argumento puede ser correcto, aunque sus premisas sean falsas, siempre que su estructura sea coherente. La lógica utiliza símbolos y reglas precisas para representar estos razonamientos. Gracias a su carácter formal, permite evaluar argumentos de manera objetiva y universal. Además, evita ambigüedades propias del lenguaje cotidiano. Este enfoque es fundamental en disciplinas como las matemáticas y la filosofía.

Copi, I., y Cohen, C. (2007). *Introducción a la lógica*. México, LIMUSA. p.28

Respecto a la lectura, es incompatible afirmar que la lógica

- A) analiza la correspondencia entre el pensamiento y la realidad.
- B) exige al sujeto arribar a conclusiones según las reglas y leyes.
- C) examina las formas y estructuras sintácticas del lenguaje.
- D) determina las formas válidas de organización del razonamiento.
- E) utiliza símbolos y reglas precisas para evitar ambigüedades

Solución:

En el texto se menciona que la lógica está interesada esencialmente en la validez o corrección del proceso integral del razonamiento. A la lógica le importa el método, la forma y las reglas del razonamiento; es incompatible afirmar que le interesa el contenido o el significado de las proposiciones con la realidad

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En una disertación, un expositor sostiene que la verdad se refiere al contenido de una proposición, es decir, si lo que afirma corresponde o tiene significado en la realidad. Otro participante, aclara que la validez se relaciona con la estructura de un argumento. Un argumento es válido cuando su conclusión se sigue necesariamente de sus premisas, sin importar si estas son verdaderas o falsas. La lógica se enfoca principalmente en la validez de los argumentos.

Podemos deducir que la disertación trata sobre la carencia del valor de verdad.

- A) la carencia del valor de verdad.
- B) una igualdad entre la verdad y validez.
- C) la diferencia entre verdad y validez.
- D) el significado superior de la verdad.
- E) un problema irrelevante para la ciencia

Solución:

La diferencia entre verdad y validez. Comprender esta diferencia ayuda a analizar mejor los razonamientos en el lenguaje natural y el lenguaje científico. Así, se puede distinguir entre lo que es válido en forma y lo que es verdadero en contenido.

Rpta.: C

2. En el siguiente razonamiento:

Todos los conceptos son abstractos
Algunos teoremas son conceptos
Por lo tanto,
Algunos teoremas son abstractos

Se infiere que la conclusión es válida, ya que

- A) corresponden a hechos de la realidad.
- B) hay varias maneras de llegar a la conclusión.
- C) la conclusión puede ser verdadera o falsa.
- D) es correcta su representación de los hechos.
- E) se han seguido las reglas convencionales.

Solución:

Desde el punto de la lógica, la validez de la conclusión se establece por la estructura, la forma del razonamiento y las reglas convencionales. En este caso, la conclusión sí cumple con las reglas y procedimientos convencionales del silogismo.

Rpta.: E

3. La lógica desarrollada por Aristóteles se centra en el análisis de los razonamientos en los que, a partir de ciertas afirmaciones, se obtiene una conclusión de manera necesaria. Este tipo de pensamiento se organiza mediante estructuras llamadas silogismos, donde dos premisas conducen a una conclusión que se sigue de manera obligatoria. Su interés principal no está en el contenido de las ideas, sino en la forma que garantiza la coherencia del razonamiento. Este modelo influyó profundamente en la filosofía y en el desarrollo de la lógica como disciplina.

Es lícito afirmar que en el trasfondo del texto está presente

- A) la forma de razonar inductivamente.
- B) el modelo de la lógica deductiva.
- C) la elaboración de razonamientos libres.
- D) el orden lógico de lo particular a lo general.
- E) la diferencia entre el silogismo y la realidad.

Solución:

En un razonamiento deductivo la conclusión se deriva necesariamente a partir de las premisas. El acierto de Aristóteles radicó principalmente en estudiar estas deducciones considerando solo su forma o estructura con independencia de su significado o contenido.

Rpta.: B

4. En la historia de la lógica destaca un pensador que hizo una transformación decisiva al crear un sistema formal mucho más preciso que el de la tradición clásica. Su mayor logro fue desarrollar un lenguaje simbólico capaz de representar con claridad la estructura de los razonamientos, superando las limitaciones del silogismo. Además, logró vincular la lógica con las matemáticas, mostrando que estas podían fundamentarse en principios lógicos. Este avance permitió un análisis más riguroso del pensamiento y abrió el camino a la lógica contemporánea. Por ello, es considerado el padre de la lógica moderna.

El texto hace referencia a

- A) Aristóteles el inventor del silogismo.
- B) Newton el creador de la matemática formal.
- C) Frege, introductor de la lógica de predicados.
- D) Boecio por sus aplicaciones del silogismo.
- E) G. Boole quien aplicó el álgebra a la lógica.

Solución:

G. Frege revolucionó la lógica matemática al crear el cálculo cuantificacional (lógica de predicados), o sea, introdujo un lenguaje formalizado de cuantificación para el análisis conceptual en filosofía.

Rpta.: C

5. En un debate político pre-electoral televisado, un candidato evitó responder a las propuestas de su oponente sobre economía y, en su lugar, atacó su vida personal y su falta de experiencia. En vez de refutar los argumentos presentados, desvió la atención hacia características del rival que no tenían relación directa con el tema en discusión. Esta estrategia generó críticas por parte de los comentaristas, quienes señalaron que no aportaba razones válidas al debate. El incidente se difundió en redes sociales como ejemplo de razonamiento incorrecto.

La citada discusión evidencia la comisión de la falacia

- A) *ad hominem*, ya que trata de descalificar al oponente.
- B) anfibología, dado que invoca dos aspectos del contrincante.
- C) *ad populum*, el atacante trata de ganar el favor de público.
- D) *ad ignorantiam*, porque acusa de desinformado a su rival.
- E) *ad baculum*, pues hay una muestra de coacción en el debate.

Solución:

Evidencia la utilización de la falacia el *ad hominem*. Se refuta la opinión del otro, no mostrando la incorrección de sus argumentos, sino mediante la descalificación de la persona que los defiende.

Rpta.: A

6. En una institución universitaria, muchos estudiantes comentaban que un profesor tenía serias dificultades para explicar los contenidos y organizar sus clases. A pesar de las constantes quejas y tachas, la dirección decidió mantenerlo en su puesto. Pasaron por alto su desempeño y apelaron a su situación personal, llena de problemas económicos y familiares. Algunos docentes defendían esta decisión aduciendo a la necesidad de ayudarlo en ese momento difícil, más que a su capacidad profesional.

Tal situación, da cuenta inevitable de

- A) un error de razonamiento denominado anfibología.
- B) un silogismo que no ha seguido reglas lógicas.
- C) la falacia *ad misericordiam* al apelar a lo trágico.
- D) la falacia de énfasis ya que resalta la desgracia ajena.
- E) la postergación evidente de la calidad de la enseñanza

Solución:

Se comete la falacia *ad misericordiam*. En este tipo de falacia, la justificación no aborda el problema central de la calidad de la enseñanza. Así, se priorizó la compasión sobre criterios objetivos relacionados con su labor.

Rpta.: C



7. Algunos defensores de teorías especulativas afirman que deben existir partículas desconocidas similares al bosón de Higgs que influyen en la realidad de formas ocultas. Argumentan que, como la ciencia aún no puede explorar completamente todos los niveles subatómicos ni observar directamente cada fenómeno posible, no se puede negar la existencia de estas partículas. Por lo tanto, concluyen que sí existen. El argumento expuesto incurre en la falacia *ad ignorantiam* debido a
- A) su carácter formal y objetivo que es improbable.
 - B) los errores de redacción que provocan dudas.
 - C) que apela a la coacción en la fundamentación.
 - D) sus conclusiones obtenidas del desconocimiento.
 - E) su apoyo en el bosón de Higgs inexistente

Solución:

No se puede arribar a conclusiones de lo desconocido. De este modo, se comete la falacia *ad ignorantiam*, al sostener que algo es verdadero simplemente porque no ha sido demostrado falso.

Rpta.: D

8. La falacia de anfibología se produce cuando se argumenta a partir de premisas cuya formulación es ambigua debido a su estructura gramatical. Su significado es confuso debido a su sintaxis.

Identifica en las siguientes alternativas cuál de ellas contiene un ejemplo de anfibología.

- A) El estudiante resolvió el problema con rapidez y precisión.
- B) La profesora explicó el tema utilizando ejemplos sencillos.
- C) Yo compré un libro interesante en la feria de ciencias.
- D) Pude ver desde el salón a la directora con los binoculares.
- E) El alumno entregó su trabajo en el plazo establecido.

Solución:

La oración de la alternativa D presenta una anfibología, ya que no queda claro si quien observa usa los binoculares o si la directora es quien los tiene.

Rpta.: D

FÍSICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. En la figura, se muestra una pesa de 1 kg de masa unida a un bloque de 10 kg de masa mediante una cuerda de peso despreciable que pasa por una polea ideal. Si el sistema permanece en equilibrio, determine la magnitud de la fuerza que ejerce la mesa sobre el bloque.

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

A) 85 N

B) 90 N

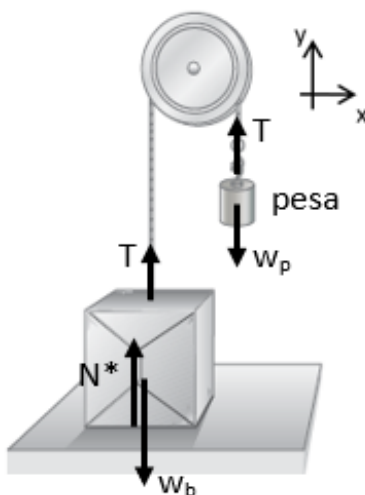
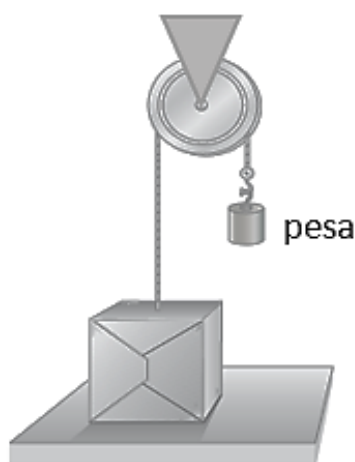
C) 80 N

D) 65 N

E) 50 N

Solución:

DCL



De la primera condición de equilibrio

Pesa:

$$\sum F_y = 0$$

$$T - w_p = 0$$

$$T = w_p = 10 \text{ N}$$

Bloque:

$$\sum F_y = 0$$

$$T + N^* - w_b = 0$$

$$N^* = w_b - T$$

$$N^* = 100 - 10$$

$$N^* = 90 \text{ N}$$

Rpta.: B

2. La figura muestra dos tractores que remolcan un bloque de concreto, de 1250 kg de masa, en línea recta y a rapidez constante. Si las fuerzas mostradas de magnitudes $F_B = 5000 \text{ N}$ y $F_A = 3750 \text{ N}$ están en un mismo plano paralelo al suelo, determine el coeficiente de fricción cinético entre la superficie del bloque y el suelo.

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

A) 0,2

B) 0,6

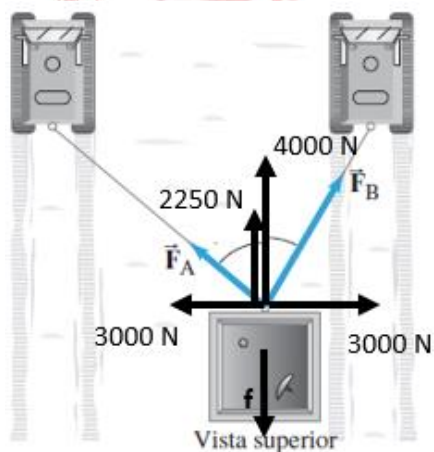
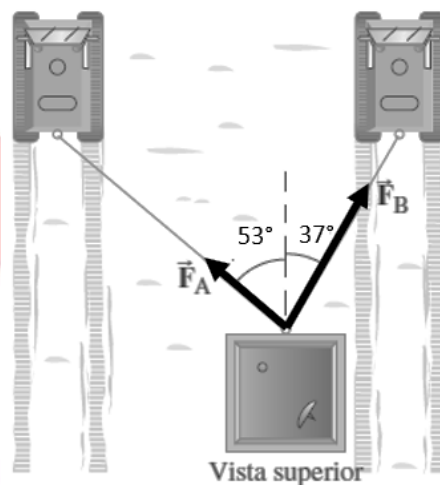
C) 0,8

D) 0,5

E) 0,4

Solución:

DCL



De la primera ley de Newton

$$\sum F_y = 0$$

$$4000 + 2250 - f = 0$$

$$f = 6250 \text{ N}$$

De la primera ley de Newton

$$\sum F_z = 0$$

$$N^* - w = 0$$

$$N^* = w$$

$$N^* = 12500$$

De la fricción, tenemos

$$f = \mu N^*$$

$$\mu = \frac{f}{N^*}$$

$$\mu = \frac{6250}{12\,500}$$

$$\mu = 0,5$$

Rpta.: D

3. Un cuerpo esférico homogéneo de peso 60 N está unido a un resorte ideal, tal como se indica en la figura. Si el cuerpo permanece en equilibrio en contacto con la pared vertical, determine la deformación del resorte, sabiendo que la constante elástica es 800 N/m. Desprecie la fricción.

A) 12,5 cm

B) 8,50 cm

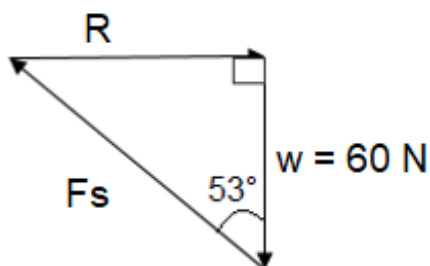
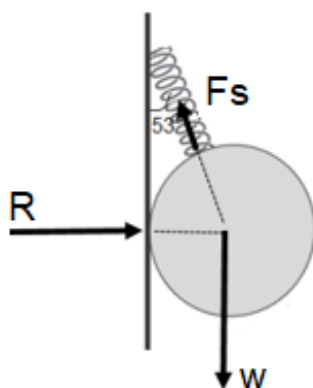
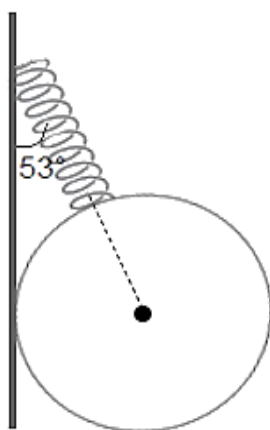
C) 12,0 cm

D) 10,5 cm

E) 6,25 cm

Solución:

DCL



$$F_s = 100$$

$$kx = 100$$

$$800x = 100$$

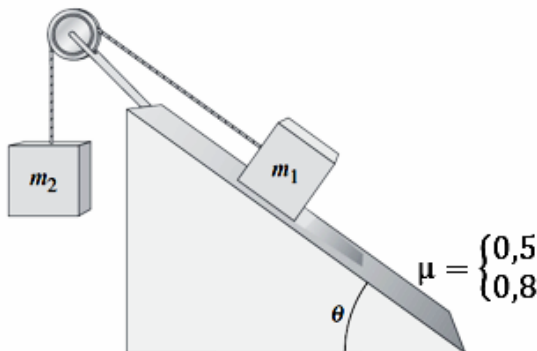
$$x = 12,5 \text{ cm}$$

Rpta.: A

4. Un bloque $m_1 = 5 \text{ kg}$ descansa sobre un plano inclinado rugoso formando un ángulo $\theta = 53^\circ$ con respecto a la horizontal y está unido a otro bloque m_2 mediante una cuerda que pasa por una polea ideal, tal como muestra la figura. Determine la masa mínima m_2 , si el bloque m_1 está a punto de moverse.

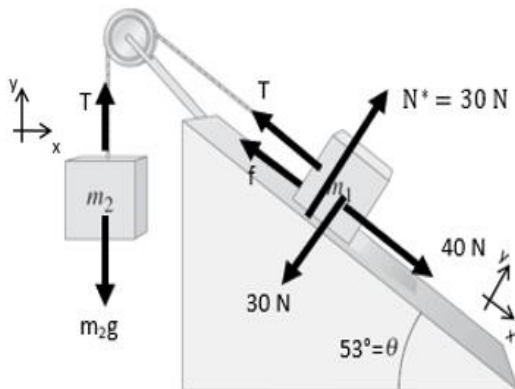
$(g = 10 \text{ m/s}^2)$

- A) 4,6 kg
B) 5,8 kg
C) 8,4 kg
D) 6,4 kg
E) 1,6 kg



Solución:

DCL:



Del equilibrio: m_2

$$\sum F_y = 0$$

$$T - m_2g = 0$$

$$T = m_2g$$

Del equilibrio: m_1

$$\sum F_x = 0$$

$$40 - f - T = 0$$

$$40 - \mu_s N^* - m_2g = 0$$

Despejando la masa:

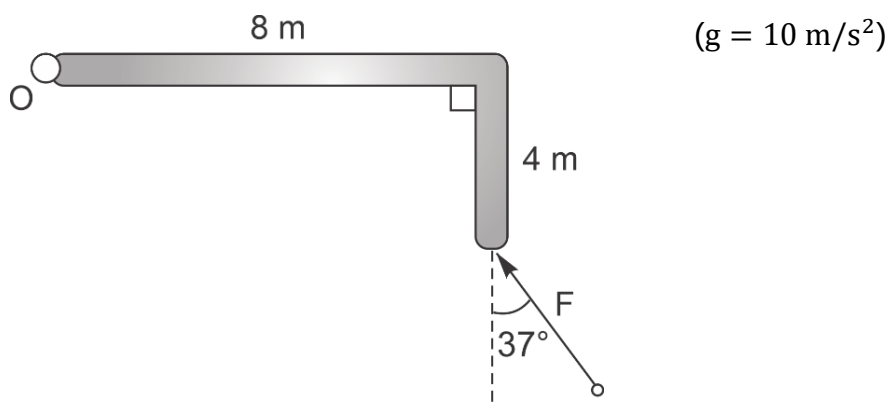
$$m_2 = \frac{40 - \mu_s N^*}{g}$$

$$m_2 = \frac{40 - 0,8 \times 30}{10}$$

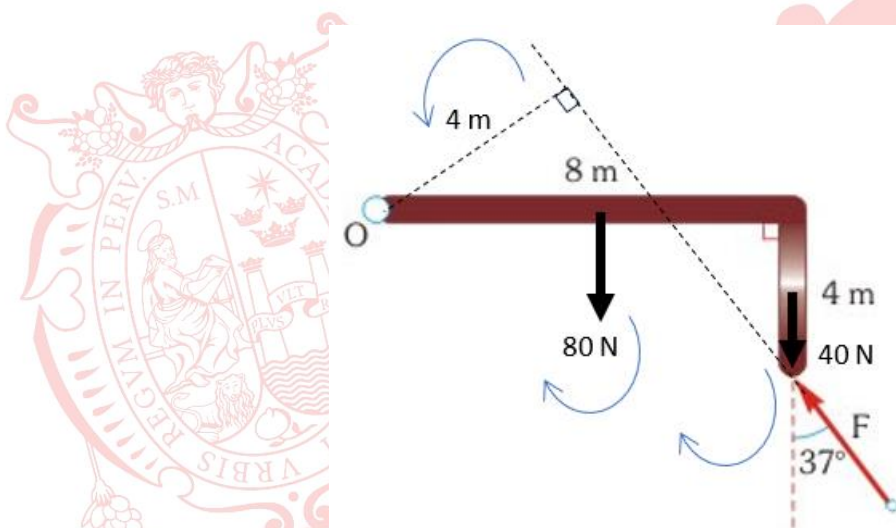
$$m_2 = 1,6 \text{ kg}$$

Rpta.: E

5. La figura muestra una barra homogénea doblada de 12 kg de masa. Si aplicamos una fuerza sobre la barra de magnitud de $F = 200 \text{ N}$, determine el torque resultante con respecto al punto O.

A) $+120 \text{ N.m}$ B) -180 N.m C) $+180 \text{ N.m}$ D) -160 N.m E) $+160 \text{ N.m}$ **Solución:**

Aplicamos torque con respecto al punto O



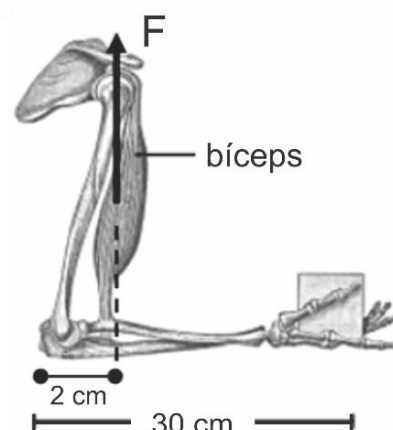
$$\tau_O = -80 \times 4 - 40 \times 8 + 200 \times 4$$

$$\tau_O = +160 \text{ N.m}$$

Rpta.: E

6. Un bloque, de 2 kg de masa, es sostenido por una mano mientras el antebrazo se mantiene en posición horizontal, tal como se muestra en la figura. El músculo del bíceps está unido a 2 cm de la articulación del codo, mientras que el bloque se encuentra a una distancia de 30 cm de dicha articulación. Determine la magnitud de la fuerza F hacia arriba que el bíceps ejerce sobre el antebrazo. Desprecie el peso del antebrazo.

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$



A) 200 N

B) 250 N

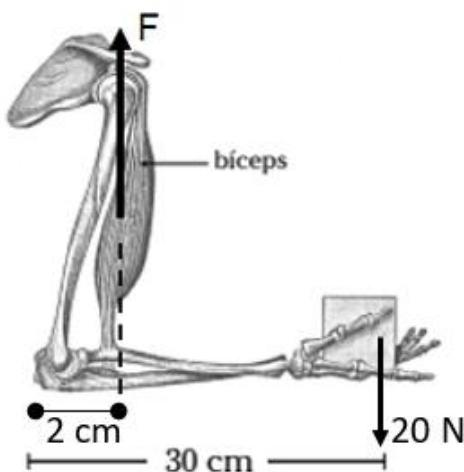
C) 300 N

D) 100 N

E) 400 N

Solución:

Aplicando la segunda condición de equilibrio, tomando como eje el codo



$$\sum \tau = 0$$

$$+F(2) - 20(30) = 0$$

$$F = 300 \text{ N}$$

Rpta.: C

7. Tres niños intentan equilibrar una tabla apoyada en el punto O ubicado en el centro de la tabla homogénea de 4 m de largo y 10 kg de masa, como se muestra en la figura. ¿A qué distancia x con respecto al punto O debe colocarse la niña C para que se equilibre la tabla en posición horizontal?

$(g = 10 \text{ m/s}^2)$

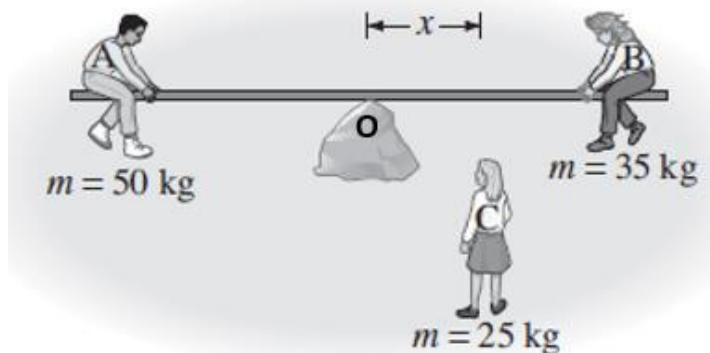
A) 1,5 m

B) 1,4 m

C) 1,2 m

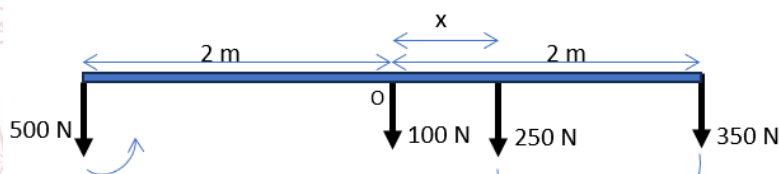
D) 1,0 m

E) 0,8 m



Solución:

Diagrama de cuerpo libre:



De la segunda condición de equilibrio: $\sum \tau = 0$

Tomando como eje el punto O

$$+500 \times 2 - 250(x) - 350 \times 2 = 0$$

$$x = 1,2 \text{ m}$$

Rpta.: C

8. Un letrero de 25 kg de masa está suspendido de una viga homogénea de 10 kg de masa y longitud L , tal como muestra la figura. Determine la magnitud de la tensión en el cable A.

$(g = 10 \text{ m/s}^2)$

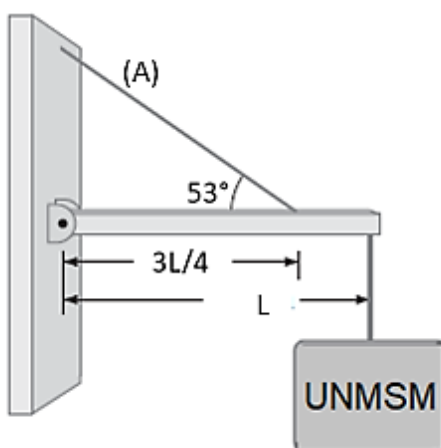
A) 500 N

B) 600 N

C) 400 N

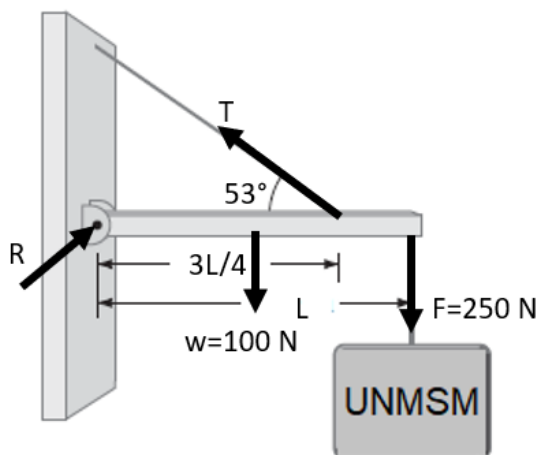
D) 800 N

E) 250 N



Solución:

De la segunda condición de equilibrio



$$\sum \tau = 0$$

$$\tau^R + \tau^T - \tau^w - \tau^F = 0$$

$$0 + T \left(\frac{3L}{4} \right) \sin 53^\circ - 100 \times \left(\frac{L}{2} \right) - F \times L = 0$$

$$T \left(\frac{3L}{4} \right) \sin 53^\circ = 100 \times \left(\frac{L}{2} \right) + F \times L$$

$$T \left(\frac{3}{4} \right) \left(\frac{4}{5} \right) = 50 + 250$$

$$T \left(\frac{3}{5} \right) = 300$$

$$T = 500 \text{ N}$$

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

- Una equilibrista de 48 kg de masa utiliza un balancín de 1 kg para caminar sobre una cuerda ideal fijada entre dos edificios separados 10 m. Si la equilibrista se detiene justo cuando se encuentra en la mitad de la cuerda, tal como se muestra en la figura, determine la magnitud de la tensión en la cuerda.

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

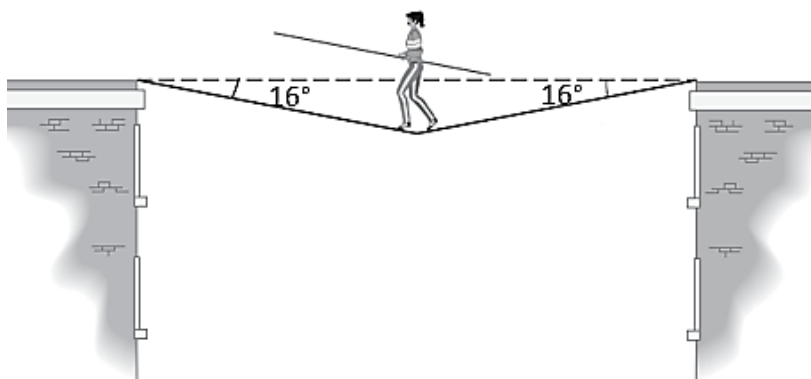
A) 885 N

B) 950 N

C) 800 N

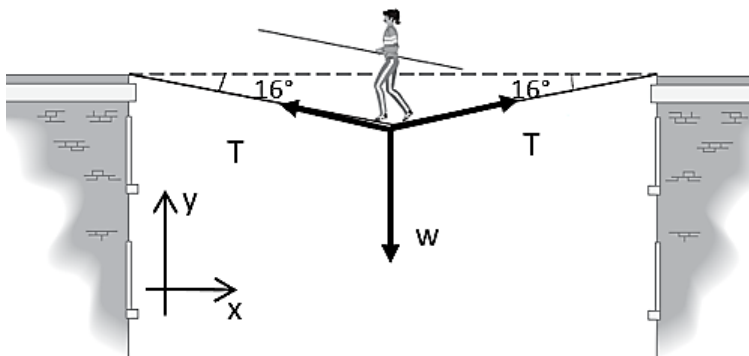
D) 750 N

E) 875 N



Solución:

De la primera condición de equilibrio



$$\sum F_y = 0$$

$$2T \sin 16^\circ - w = 0$$

$$2T = \frac{490}{2 \sin 16^\circ}$$

$$T = \frac{490}{2(7/25)}$$

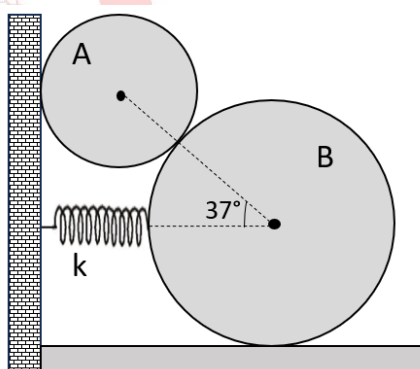
$$T = 875 \text{ N}$$

Rpta.: E

2. En la figura, se muestra dos cuerpos esféricos homogéneos A y B de masas 1,2 kg y 2 kg respectivamente. ¿Cuál debe ser la deformación del resorte para que el sistema permanezca en equilibrio? Desprecie todo tipo de fricción.

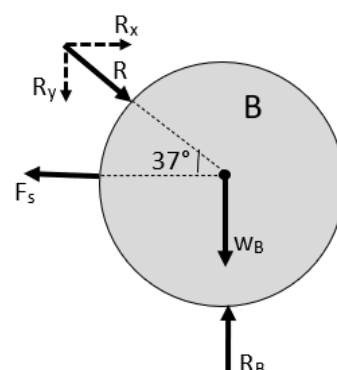
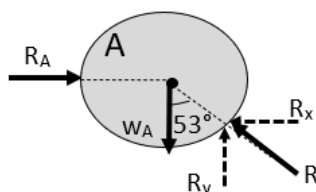
$$(g = 10 \text{ m/s}^2; k = 8 \text{ N/cm})$$

- A) 1 cm
B) 2 cm
C) 4 cm
D) 6 cm
E) 3 cm



Solución:

DCL de los cuerpos



Para el cuerpo A, tenemos:

Eje y

$$w_A = R_y$$

$$w_A = R \cos 53^\circ$$

$$12 = R \left(\frac{3}{5} \right)$$

$$20 \text{ N} = R$$

Eje x

$$R_A = R_x$$

$$R_A = R \sin 53^\circ$$

$$R_A = 20 \left(\frac{4}{5} \right)$$

$$R_A = 16 \text{ N} = R_x$$

Para el cuerpo B:

Eje x

$$F_s = R_x$$

$$F_s = 16 \text{ N}$$

De la ecuación de la fuerza elástica:

$$F_s = Kx$$

$$16 = 8x$$

$$x = 2 \text{ cm}$$

Rpta.: B

3. La figura muestra una barra de 7 kg de masa apoyada contra una pared vertical y sujeta a una cuerda ideal. Determine la magnitud de la fuerza de reacción que la pared ejerce sobre la barra para que el sistema se mantenga en equilibrio estático.

($g = 10 \text{ m/s}^2$)

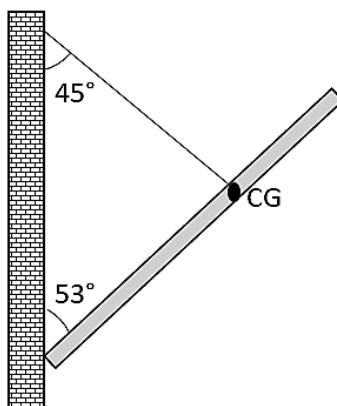
A) 75 N

B) 25 N

C) 50 N

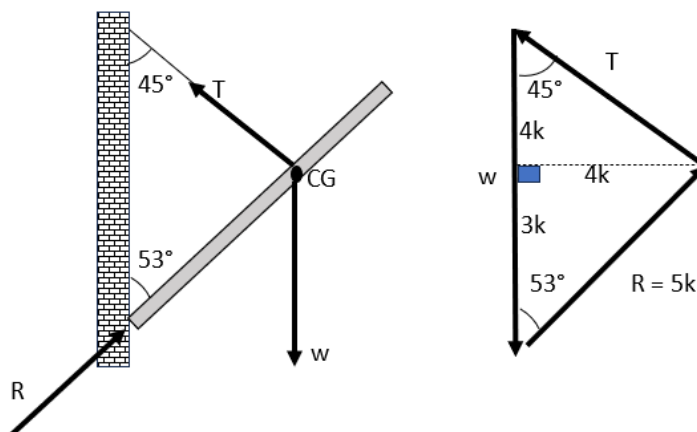
D) 150 N

E) 100 N



Solución:

Realizando el DCL de la barra y aplicamos la primera condición de equilibrio



$$w = 7k$$

$$70 = 7k$$

$$10 = k$$

Por lo tanto,

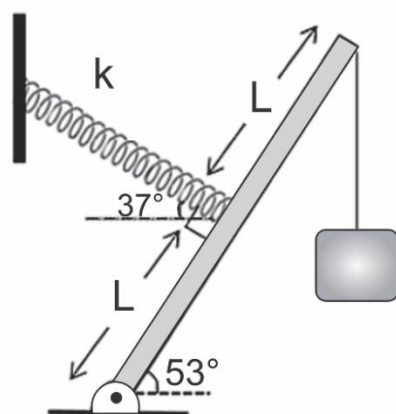
$$R = 50 \text{ N}$$

Rpta.: C

4. La figura muestra una barra homogénea de 1 kg de masa y 5 m de longitud, articulada en uno de sus extremos. En el otro extremo, la barra sostiene un bloque mediante una cuerda. Si el resorte presenta una deformación de 3 cm y el sistema se encuentra en equilibrio, determine la magnitud de la reacción ejercida por la articulación sobre la barra.

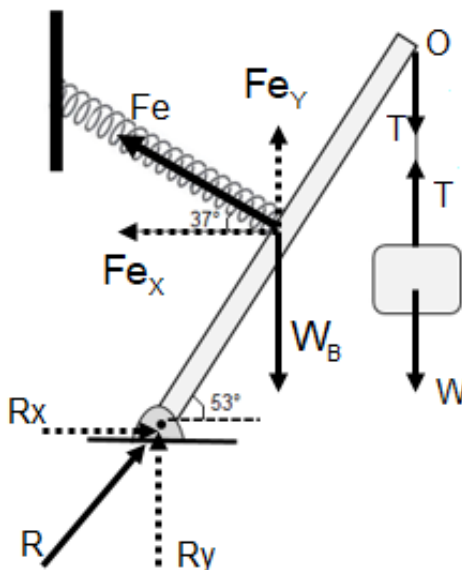
$$(g=10 \text{ m/s}^2; k = 10 \text{ N/cm})$$

- A) 12 N
B) $12\sqrt{5}$ N
C) $24\sqrt{2}$ N
D) 24 N
E) $24\sqrt{5}$ N



Solución:

Realizamos el DCL de la barra y el bloque:



Aplicamos la primera ley de Newton en la barra,

Eje x:

$$R_x = F_{e_x} = F_e \cos 37^\circ$$

$$R_x = F_{e_x} = 30 \left(\frac{4}{5} \right) = 24 \text{ N}$$

Aplicamos la segunda condición de equilibrio, tomando como eje de giro el punto O

$$\sum \tau = 0$$

$$-F_e(2,5) + R_x(4) - R_y(3) + W_B(1,5) = 0$$

$$-30(2,5) + 24(4) - R_y(3) + 10(1,5) = 0$$

$$R_y = 12 \text{ N}$$

Por lo tanto, la magnitud de la reacción de la articulación sobre la barra es

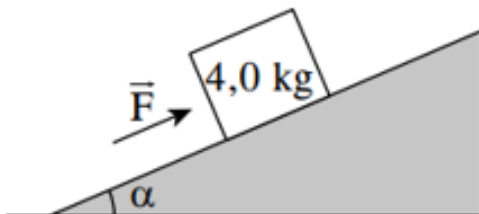
$$R = \sqrt{24^2 + 12^2} = 12\sqrt{5} \text{ N}$$

Rpta.: B

5. Una caja de madera es empujada con rapidez constante a lo largo de un plano inclinado mediante una fuerza paralela al plano de magnitud $F = 40 \text{ N}$, tal como muestra la figura. Determine el coeficiente de rozamiento entre la caja y la superficie.

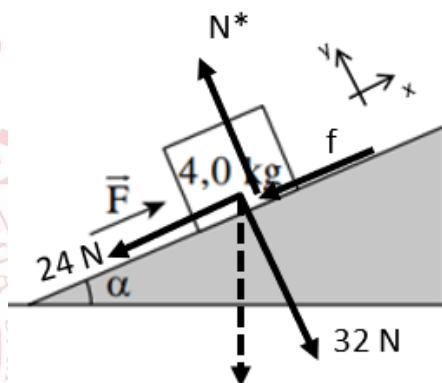
$(g = 10 \text{ m/s}^2; \alpha = 37^\circ)$

- A) 0,4
B) 0,6
C) 0,2
D) 0,5
E) 0,3



Solución:

DCL



Eje y

Eje x

$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0 \\ N - 32 &= 0 \\ N &= 32 \text{ N}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 \\ F - 24 - f &= 0 \\ 40 - 24 - f &= 0 \\ f &= 16 \text{ N}\end{aligned}$$

De la fricción:

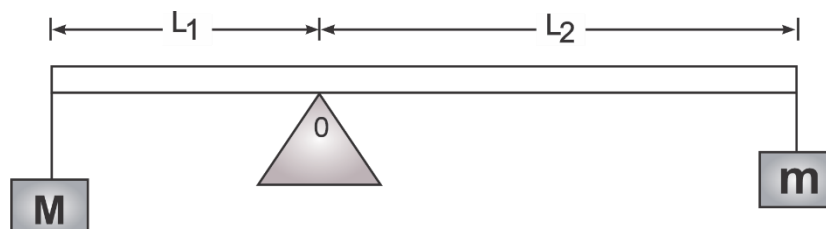
$$\begin{aligned}f &= \mu N \\ 16 &= \mu \times 32 \\ \mu &= 0,5\end{aligned}$$

Rpta.: D

6. La figura muestra una barra no homogénea de 2 kg de masa en posición horizontal y en los extremos se encuentran suspendidos dos bloques de masas $M = 4 \text{ kg}$ y $m = 2 \text{ kg}$. ¿Cuál es la distancia desde el punto O hasta el centro de gravedad de la barra para que permanezca en equilibrio?

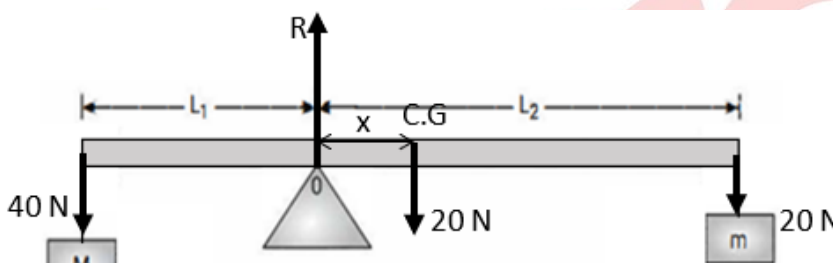
($g = 10 \text{ m/s}^2$; $L_1 = 40 \text{ cm}$; $L_2 = 60 \text{ cm}$)

- A) 20 cm
B) 30 cm
C) 25 cm
D) 10 cm
E) 50 cm



Solución:

DCL para la barra



Aplicando la segunda condición de equilibrio

$$\sum \tau = 0$$

$$+40 \times L_1 - 20x - 20 \times L_2 = 0$$

$$+40 \times 0,4 - 20x - 20 \times 0,6 = 0$$

$$x = 0,2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

Rpta.: A

7. Dos bloques A y B están unidos por una cuerda ideal que pasa por una polea fija. Los bloques están apoyados sobre una superficie, tal como muestra la figura. Asumiendo que las masas son iguales, determine el coeficiente de rozamiento estático, sabiendo que los bloques están a punto de moverse.

$(g = 10 \text{ m/s}^2)$

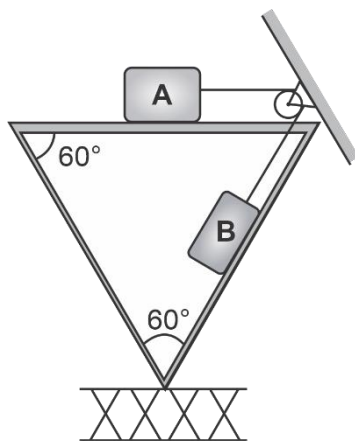
A) $\sqrt{3}/2$

B) $\sqrt{3}/4$

C) $\sqrt{3}/3$

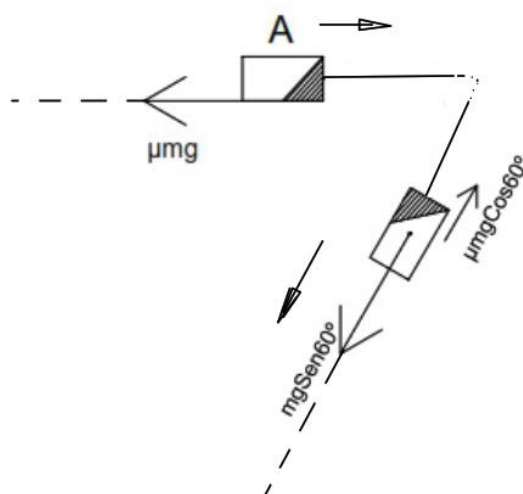
D) $\sqrt{2}/2$

E) $\sqrt{2}/3$



Solución:

Sistema a punto de deslizar



$$\sum \vec{F} = 0$$

$$mg \sin 60^\circ = \mu mg \cos 60^\circ + \mu mg$$

$$\frac{10\sqrt{3}}{2} = \mu(10) \frac{1}{2} + \mu \cdot 10$$

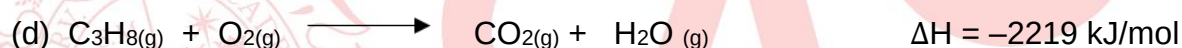
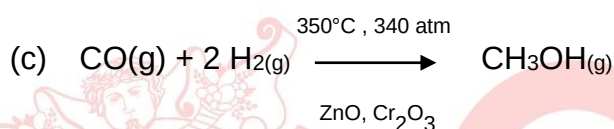
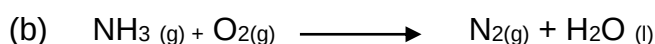
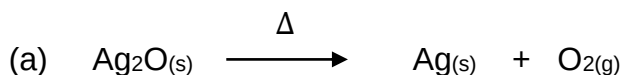
$$\mu = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Rpta.: C

QUÍMICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Una reacción química implica la transformación de una sustancia en otra u otras, con ruptura y formación de nuevos enlaces. Además de clasificarlas, la ecuación de una reacción química por sí sola no proporciona suficiente información química. Se debe indicar el estado de agregación de reactantes y productos, y cómo se lleva a cabo; bajo qué condiciones, ejemplo, el símbolo Δ indica que la reacción necesita altas temperaturas o en otros casos es necesario detallar esta información.



Con respecto a las reacciones mostradas. Seleccione la secuencia correcta de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. En (a) la reacción es redox, de descomposición y la sumatoria de coeficientes estequiométrico es 3.
- II. La reacción (b) redox e irreversible y el coeficiente estequiométrico del agente oxidante es 3.
- III. La reacción (c) tiene como catalizador una mezcla de ZnO, Cr₂O₃.
- IV. La reacción (d) es una reacción de combustión completa, exotérmica y el coeficiente estequiométrico del agua es 4.

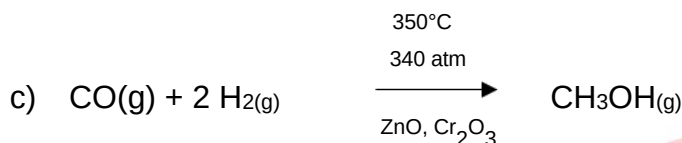
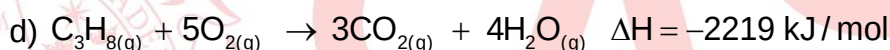
A) FFVV B) VVVF C) FVVV D) FFFV E) VVFF

Solución:**I. Falso**

redox, descomposición sumatoria de coeficientes =7

II. Verdadero

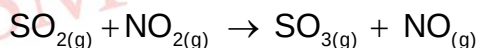
redox, irreversible coeficiente agente oxidante = 3

III. Verdaderocatalizador una mezcla de ZnO, Cr₂O₃**IV. Verdadero**

reacción de combustión completa, exotérmica.

Rpta.: C

2. Una reacción química es un proceso en el que los reactivos se transforman en nuevas sustancias o productos, al romperse y formarse enlaces atómicos. Durante este cambio, la materia se reorganiza, pero se conserva, esto es, según la ley de Lavoisier. Se presenta la siguiente ecuación química:



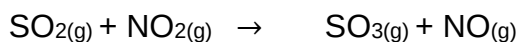
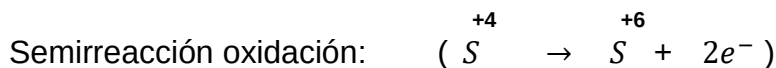
Después de hacer su balance, seleccione la secuencia correcta de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. La sustancia agente reductor (pierde electrones) es el anhídrido sulfúrico.
- II. La relación de coeficiente estequiométrico de la forma oxidada reducida es 1.
- III. Se transfiere 2 mol de electrones por cada mol de monóxido de nitrógeno formado.

A) FVV B) FVF C) VFV D) VFF E) VVV

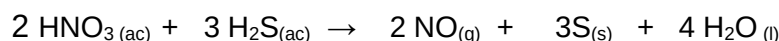
Solución:

Balanceando las semirreacciones:



(agente oxidante) (agente reductor) → (forma reducida) (forma oxidada)

Ecuación balanceada:

I. **Falso.** La sustancia agente reductor (pierde electrones) es el anhídrido sulfuroso.II. **Verdadero.** La relación entre coeficiente de la forma oxidada y forma reducida es 1.III. **Verdadero.** Se transfiere 2 mol de electrones por mol de monóxido de nitrógeno.

Rpta.: A

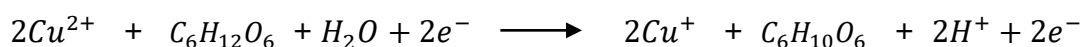
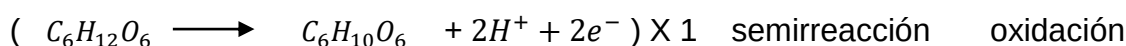
3. En 1908 Stanley Rossiter Benedict realizó la primera reacción para detectar glucosa en sangre. El fundamento es que el Cu^{2+} color azul pasa a color rojo ladrillo Cu^+ según lo siguiente:



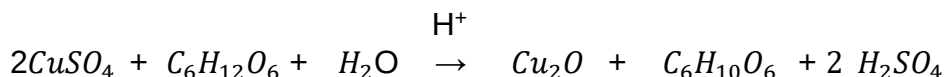
Después de balancear semirreacciones, seleccione la secuencia correcta de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. El sulfato cúprico es el agente oxidante.
II. La glucosa se oxida a ácido glucónico.
III. Se transfiere 2 mol de electrones por mol de agua.

A) FVV B) VFF C) VVF D) FFV E) VVV

Solución:

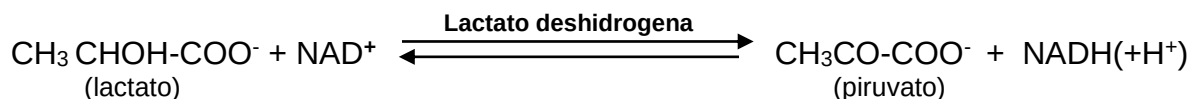
Ecuación balanceada:



- I. **Verdadero.** El sulfato cúprico es el agente oxidante.
II. **Verdadero.** La glucosa se oxida a ácido glucónico.
III. **Verdadero.** Se transfiere 2 mol de electrones por mol de agua.

Rpta.: E

4. Una gran parte de reacciones redox biológicas ocurren por enzimas oxidoreductasa catalizan la transferencia de hidrógeno, oxígeno o electrones de una molécula a otra, por ejemplo, el lactato se oxida hasta piruvato en presencia de lactato deshidrogenasa conocida como fermentación láctica, a partir del piruvato se forma lactato y se regenera NAD^+ representada en la siguiente reacción:



Con respecto a esta reacción, seleccione la secuencia correcta de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. El lactato pierde electrones, por ello, se reduce.
II. El ion piruvato es la forma oxidada del lactato.
III. El $\text{NADH}(+\text{H}^+)$ es la forma reducida del NAD^+ .

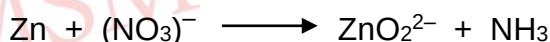
A) FVV B) FVF C) VFV D) VFF E) VVV

Solución:

- I. **Falso.** El lactato pierde electrones por ello se oxida.
II. **Verdadero.** El ion piruvato es la forma oxidada del lactato.
III. **Verdadero:** El $\text{NADH}(+\text{H}^+)$ es la forma reducida del NAD^+ .

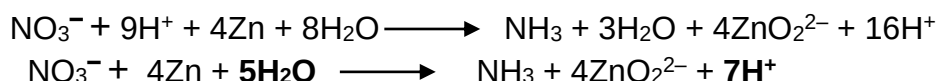
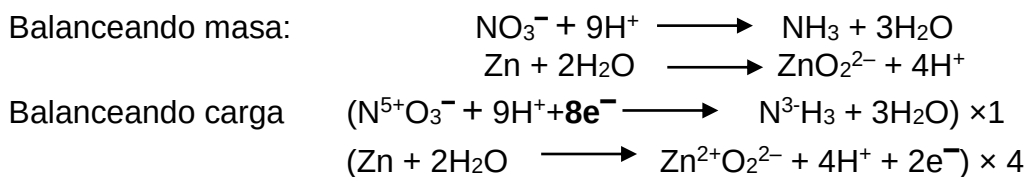
Rpta.: A

5. El zinc es un elemento muy importante en la industria: se usa para atenuar los procesos de corrosión en las estructuras metálicas. Después de balancear la reacción iónica en medio ácido,



Indique la alternativa que contiene el coeficiente del H^+ ; los moles de electrones transferidos y las moles de agua en la ecuación final, respectivamente.

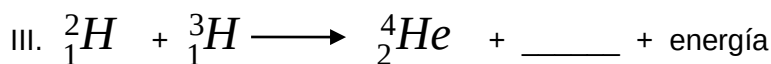
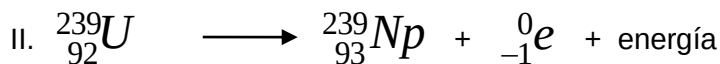
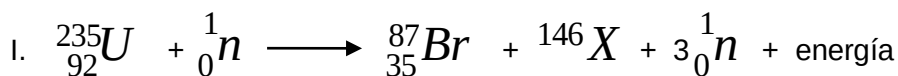
A) 8; 5; 10 B) 4; 8; 6 C) 7; 8; 5 D) 10; 8; 5 E) 7; 4; 8

Solución:

Rpta.: C



6. Las reacciones nucleares involucran emisión de partículas α , β , y neutrones (${}_0^1n$) entre otras. A continuación, se presentan algunos ejemplos; al respecto, complete los espacios en blanco y seleccione la alternativa correcta.



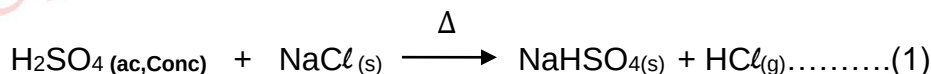
- A) La reacción (I) es de fusión nuclear.
B) En (II) hay emisión de partículas α .
C) En (III) se completa con una partícula beta.
D) (I) y (III) son reacciones de fusión nuclear.
E) En (I) la carga nuclear de ${}^{146}\text{X}$ es 57.

Solución:

- A) **Incorrecto.** La reacción (I) es de fisión nuclear.
B) **Incorrecto.** En (II) hay emisión de partículas β
C) **Incorrecto.** Se completa con ${}_0^1n$.
D) **Incorrecto.** (I) es de fisión y (III) es de fusión nuclear.
E) **Correcto.** En (I) la carga nuclear de ${}^{146}\text{X}$ es 57.

Rpta.: E

7. El sulfato de sodio es una sal oxisal. Se obtiene a partir de fuente naturales mediante reacciones de neutralización, y gran parte se adquiere por la reacción conocida como reacción de Glauber (1625). Su principal aplicación es en la obtención de papel Kraft, para ello la lignina de la madera se elimina por formación de la sal haloidea sulfuro de sodio, según reacción (3) se necesita aproximadamente 49 kilogramos de sal oxisal por tonelada de papel producido.



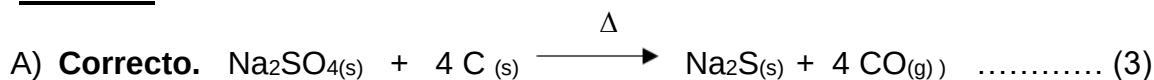
Con respecto de la reacción de Glauber, seleccione la alternativa incorrecta.

Datos: masa molar (g/mol): S = 32 ; O= 16 ; Na=23 H=1
Considerar: 49/142 = 0,345

- A) Un mol de sal oxisal necesita 4 mol de átomos de carbono elemental.
B) El peso equivalente del bisulfato de sodio es su masa molar / 1 eq por mol.
C) La sumatoria de coeficientes de reactantes en (1) es 2.
D) Para producir 20 toneladas de papel, se requiere 7 mol de sal oxisal.
E) 8 moles de sal oxisal con suficiente carbono| forma $1,92 \times 10^{25}$ moléculas de C



Solución:



B) **Correcto.** Peso Eq. NaHSO_4 = masa molar / 1 eq por mol



D) **Incorrecto.**

$$20 \text{ tonelada papel} \times \frac{49 \text{ kg sal}}{1 \text{ tonelada papel}} \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ mol Na}_2\text{SO}_4}{142 \text{ g Na}_2\text{SO}_4} = 6,9 \times 10^3 \text{ mol Na}_2\text{SO}_4$$

E) **Correcto.**

$$8 \text{ mol Na}_2\text{SO}_4 \times \frac{4 \text{ mol de CO}}{1 \text{ mol sal oxisal}} \times \frac{6 \times 10^{23} \text{ moléculas}}{1 \text{ mol de CO}} = 1,92 \times 10^{25} \text{ moléculas de CO.}$$

Rpta.: D

8. El trietilenglicol (TEG) es un compuesto orgánico, líquido. Se utiliza como disolvente y reactivo para obtener los plásticos de polivinilo y el poliuretano. Estequiométricamente, una mol de trietilenglicol tiene 6 mol de átomos de carbono, 14 moles de átomos de hidrógeno y 4 mol de átomos de oxígeno. Con esta descripción, escriba la reacción de combustión completa. Seleccione la secuencia correcta de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. Con 15 kg de TEG, se necesita 2 400 gramos de oxígeno para la combustión completa.
- II. Cuando reacciona 6 mol de TEG con suficiente oxígeno, se forma 756 gramos de agua.
- III. Con un 50 % de rendimiento de la reacción (II), se forma 806 litros de anhídrido carbónico medidos a C.N.

Datos: masa molar (g/mol): C = 12 ; O= 16 ; H=1

- A) FFV B) VVV C) FVV D) VFF E) FVF

Solución:



I. **Falso**

$$15 \text{ kg TEG} \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ mol TEG}}{150 \text{ g}} \times \frac{15 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol TEG}} \times \frac{32 \text{ g de O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 24 \times 10^3 \text{ gramos de O}_2$$

II. **Verdadero**

$$6 \text{ mol TEG} \times \frac{14 \text{ mol H}_2\text{O}}{2 \text{ mol TEG}} \times \frac{18 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = 756 \text{ g H}_2\text{O}$$

III. **Falso**

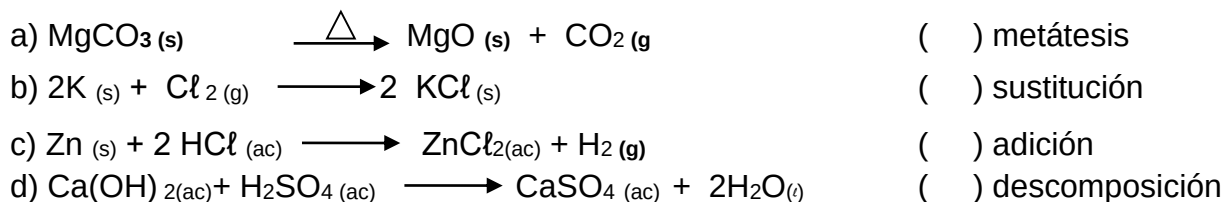
$$6 \text{ mol TEG} \times \frac{12 \text{ mol CO}_2}{2 \text{ mol TEG}} \times \frac{22,4 \text{ L}}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{50}{100} = 403 \text{ litros de CO}_2$$

Rpta.: E



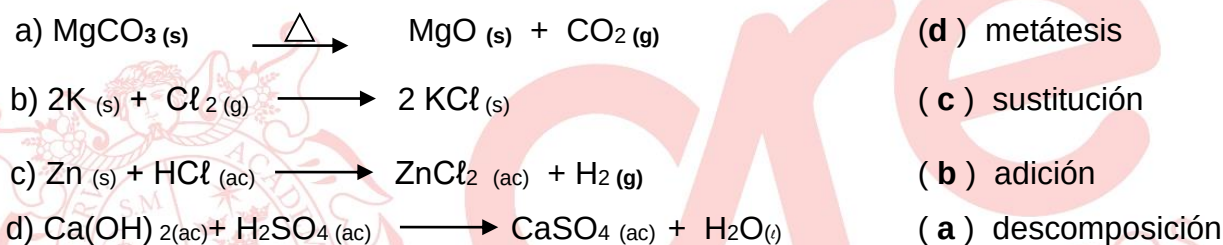
EJERCICIOS PROPUESTOS

1. La clasificación de reacciones se basa en diferentes criterios como el comportamiento de reactantes, liberación o absorción de energía, variación del número de oxidación, etc. Relacione el tipo de reacción química-clasificación de acuerdo al comportamiento de reactantes.



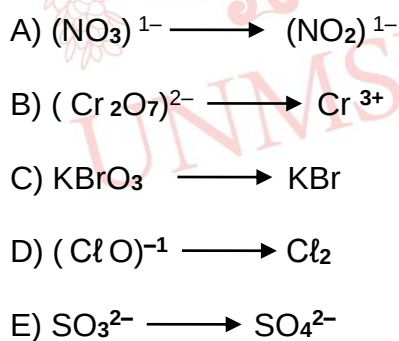
A) bcda B) dbac C) cdab D) dcba E) acdb

Solución:

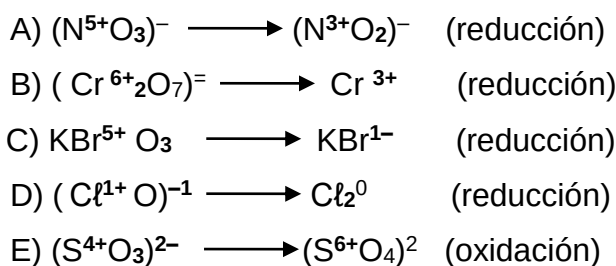


Rpta.: D

2. La semirreacción de oxidación es una de las dos partes de una reacción redox (óxido-reducción) que muestra el proceso donde una especie química pierde electrones y aumenta su número de oxidación. Con respecto a la semirreacción de oxidación, indique la alternativa que representa dicho tipo de ecuación química.



Solución:



Rpta.: E

3. Después de balancear (en medio ácido por el método del ion- electrón), la semirreacción de oxidación de la pregunta anterior; los coeficientes de H^+ y de H_2O son, respectivamente,

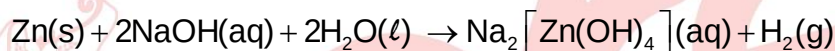
A) 2 y 1 B) 1 y 2 C) 1 y 3 D) 3 y 1 E) 1 y 1

Solución:



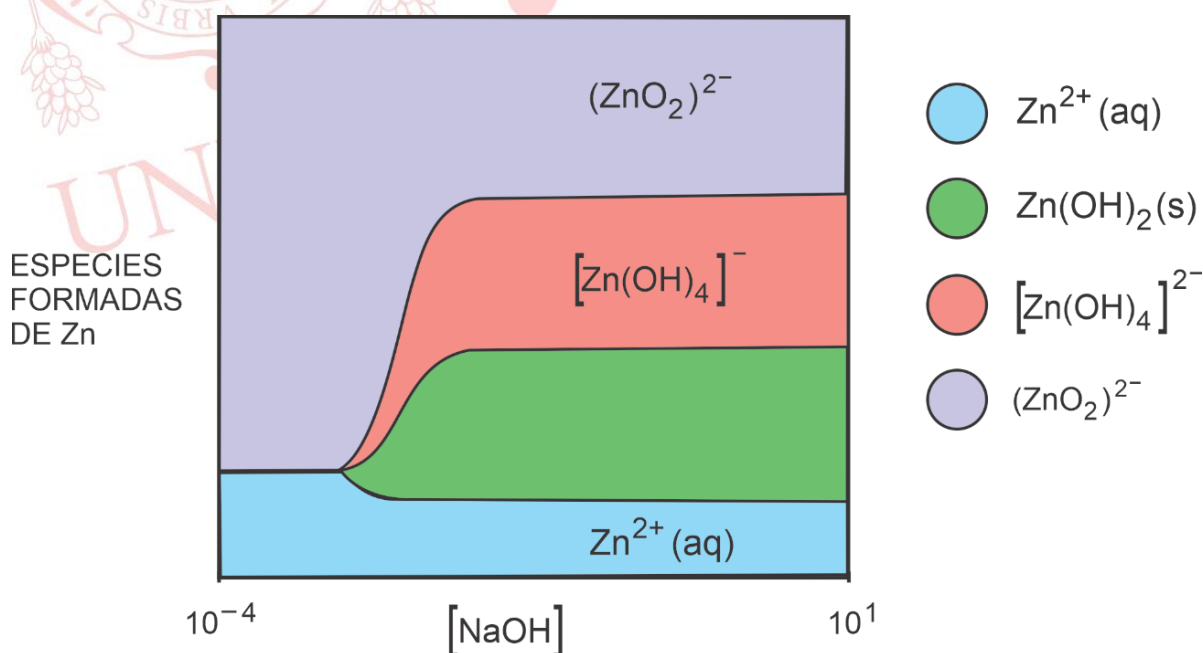
Rpta.: A

4. Una reacción química implica formación de nuevos enlaces, nuevas estructuras, dependiendo de las condiciones del medio. Por ejemplo, cuando el Zn metálico reacciona con NaOH (en medio acuoso y con calor), se disuelve formando un complejo soluble llamado cincato de sodio. La forma como se presentan los compuestos de cinc en esta reacción va a depender de la concentración de hidróxido de sodio. La reacción global es



El ion «cincato de sodio» puede representarse con dos tipos de geometría/estructura, dependiendo de las condiciones experimentales (pH, concentración, fase sólida o disolución).

En disolución existe como el ion complejo **tetrahidroxozincato(II)**, $[Zn(OH)_4]^{2-}$ (tetraédrico). Además, en estado sólido se forman redes poliméricas de zincato ($[ZnO_2]^{2-}$ o $Zn(OH)_4^{2-}$ con Zn en coordinación tetraédrica u octaédrica. Como se muestra en el gráfico, **el zinc cambia de forma química según la cantidad de base presente.**



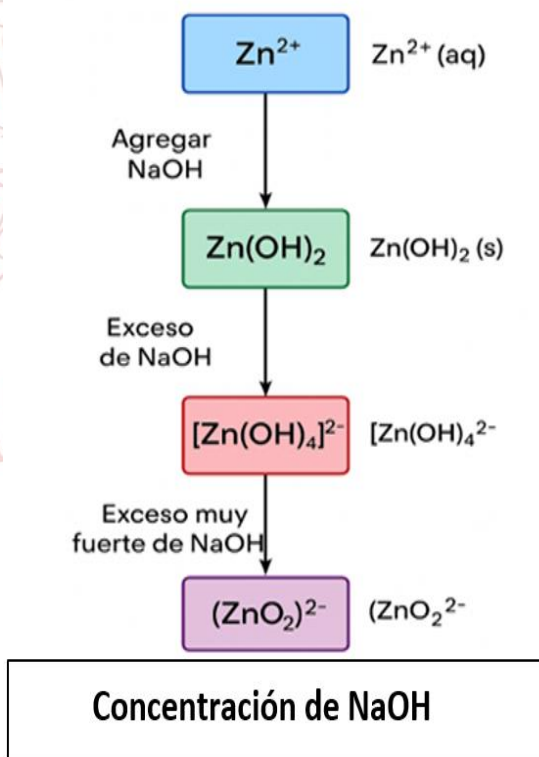
Al respecto, seleccione la secuencia correcta de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. La especie $[\text{Zn}(\text{OH})_4]^{2-}$ se incrementa con la concentración de hidróxido de sodio.
- II. En soluciones muy diluidas de NaOH, predomina $\text{Zn}^{2+} (\text{aq})$.
- III. En una reacción redox con muy altas concentraciones de hidróxido, forma $\text{Na}_2\text{ZnO}_2^{2-}$.

A) FVV B) VVV C) VFV D) VFF E) FVF

Solución:

- I. **Verdadero.** La especie $[\text{Zn}(\text{OH})_4]^{2-}$ se incrementa con la concentración de hidróxido de sodio.
- II. **Verdadero.** En soluciones muy diluidas de NaOH, predomina $\text{Zn}^{2+} (\text{aq})$.
- III. **Verdadero.** En una reacción redox con muy altas concentraciones de hidróxido, forma $\text{Na}_2[\text{ZnO}_2]$.



Rpta.: B

BIOLOGÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Durante una práctica de zoología se analiza el sistema digestivo de distintos animales. Uno de ellos presenta digestión que inicia en la cavidad corporal y posteriormente continúa dentro de células especializadas de la pared interna (gastrodermis). Este mecanismo es típico en organismos con tejidos poco especializados. Marque la alternativa que indique el tipo de digestión y qué posible grupo lo presenta.

- A) Digestión extra–intracelular en platelmintos
- B) Digestión extracelular en anélidos
- C) Digestión intra–extracelular en cnidarios
- D) Digestión intracelular en amebas
- E) Digestión extracelular en nemátodos

Solución:

Los cnidarios realizan digestión intra–extracelular: primero extracelular en la cavidad gastrovascular mediante enzimas y luego intracelular en células gastrodermales. Este sistema corresponde a organismos con sistema digestivo incompleto.

Rpta.: C

2. Un investigador estudia un organismo marino que introduce partículas alimenticias a través de su membrana celular, formando vacuolas digestivas donde actúan enzimas lisosomales. El alimento no aprovechado luego es liberado por un mecanismo llamado exocitosis. Esto corresponde a

- A) la digestión extracelular.
- B) la digestión intracelular.
- C) la osmosis.
- D) el sistema digestivo incompleto.
- E) la digestión intra–extracelular.

Solución:

La digestión intracelular ocurre dentro de vacuolas digestivas formadas por fagocitosis o pinocitosis. Este tipo de digestión es típico en protozoos y en células especializadas de organismos simples.

Rpta.: B

3. Durante la evolución animal, ciertos grupos desarrollaron un conducto digestivo que conecta la entrada con la salida; esto permitió que el tránsito del alimento sea unidireccional y se dé una especialización de regiones digestivas. ¿Con qué nombre se le conoce a este modelo de sistema digestivo? Y, ¿qué no encontraríamos aquí?

- A) Digestión extracelular – cavidad oral
- B) S. digestivo incompleto – intestino
- C) S. digestivo completo – cavidad gastrovascular
- D) Digestión extracelular – gastrodermis
- E) S. digestivo completo – glándulas digestivas

Solución:

El sistema digestivo completo posee dos aberturas: boca y ano. Esto permite digestión progresiva, regionalización funcional y mayor eficiencia en la absorción de nutrientes.

Rpta.: C

4. Un estudiante analiza un gusano plano cuya cavidad digestiva posee una sola abertura que funciona tanto para la ingestión como para la eliminación de residuos alimenticios. Además, el sistema digestivo está muy ramificado para aumentar la superficie de distribución del alimento. Esto corresponde a
- A) el sistema digestivo incompleto.
 - B) la digestión extracelular.
 - C) el sistema digestivo completo.
 - D) la digestión intracelular.
 - E) el sistema digestivo no desarrollado.

Solución:

Los platelmintos poseen sistema digestivo incompleto con una sola abertura. La cavidad gastrovascular ramificada distribuye nutrientes debido a la ausencia de sistema circulatorio.

Rpta.: A

5. En un análisis comparativo entre invertebrados se observa un grupo que presenta digestión extracelular en un tubo digestivo regionalizado con estructuras especializadas como buche, molleja e intestino. Este tipo de organización permite triturar y procesar eficientemente el alimento. Considerando únicamente las siguientes opciones, ¿a qué grupo hace referencia el texto?
- A) Cnidarios
 - B) Platelmintos
 - C) Anélidos
 - D) Poríferos
 - E) Ctenóforos

Solución:

Los anélidos poseen tubo digestivo completo con regiones especializadas. El buche almacena alimento y la molleja lo tritura mecánicamente antes de su digestión química y posterior absorción en el intestino.

Rpta.: C

6. En moluscos como los caracoles, el alimento es raspado de superficies sólidas mediante una estructura quitinosa dotada de pequeños dientes microscópicos. Esta adaptación permite obtener alimento de algas adheridas a sustratos rocosos. Esta estructura única en este grupo se la conoce como
- A) probóscide.
 - B) rádula.
 - C) quelíceros.
 - D) mandíbulas.
 - E) pedipalpos.

Solución:

La rádula es una estructura raspadora característica de muchos moluscos. Posee dientes quitinosos que permiten raspar alimento del sustrato.

Rpta.: B



7. Un artrópodo presenta un sistema digestivo dividido en tres zonas: anterior, medio y posterior. En uno de ellos, se realiza la mayor parte de la digestión química gracias a enzimas secretadas por glándulas digestivas. ¿A qué organismo y zona corresponde lo descrito?
- A) Anélidos – Estomodeo
 - B) Platelminetos – Gastrodermis
 - C) Insectos – Mesodeo
 - D) Nematodos – Proctodeo
 - E) Equinodermos – Linterna de Aristóteles

Solución:

Los insectos poseen tubo digestivo dividido en estomodeo (anterior), mesodeo (medio) y proctodeo (posterior). El mesodeo es el sitio principal de digestión y absorción.

Rpta.: C

8. En cierto organismo marino, se observa que parte del estómago puede evertirse fuera del cuerpo para digerir parcialmente a la presa antes de introducir fragmentos de este. Este mecanismo representa una adaptación para alimentarse de organismos grandes y también explica la carencia de estructuras masticatorias. ¿Qué digestión y sistema digestivo presenta este organismo?
- A) Digestión intracelular
 - B) Digestión extracelular – completo
 - C) Digestión intra-extracelular – incompleto
 - D) Digestión extracelular – incompleto
 - E) Digestión intra-extracelular – completo

Solución:

Las estrellas de mar realizan digestión extracorpórea evirtiendo el estómago sobre la presa. Las enzimas comienzan la digestión fuera del cuerpo antes de ingerir el alimento. A pesar de esta adaptación, se las considera organismos con digestión extracelular y sistema digestivo completo.

Rpta.: B

9. En peces óseos, el sistema digestivo incluye estómago, intestino y glándulas anexas. Sin embargo, algunas especies presentan estructuras llamadas *ciegos pilóricos* que se observan como prolongaciones intestinales. ¿Qué función cumple esta estructura?
- A) Aumentar digestión intracelular
 - B) Mejorar absorción intestinal
 - C) Filtrar toxinas
 - D) Regular osmolaridad
 - E) Sintetizar hormonas gástricas

Solución:

Los ciegos pilóricos aumentan la superficie digestiva y ayudan a la absorción. Son prolongaciones intestinales presentes en muchos peces óseos.

Rpta.: B



10. Las aves presentan adaptaciones digestivas especiales debido a la ausencia de dientes. El alimento ingerido pasa primero por una estructura de almacenamiento, luego pasa por una segunda estructura donde se le agrega las enzimas digestivas y finalmente ingresa a una tercera estructura encargada de tritararlo junto con estas enzimas. ¿Qué nombre recibe la segunda estructura descrita?

A) Buche
D) Proventrículo
B) Molleja
E) Duodeno
C) Cloaca

Solución:

El buche almacena temporalmente el alimento en aves. Posteriormente, pasa al proventrículo (estómago glandular) donde se liberan las enzimas que se mezclan con el alimento y luego ya llega a la molleja para la trituración mecánica.

Rpta.: D

11. En humanos, el proceso digestivo comienza en la cavidad oral donde la ptialina inicia la degradación de los polisacáridos. Así, cuando una persona consume un pan en la mañana, estas enzimas hidrolizan específicamente los enlaces glucosídicos tipo _____ del _____.

A) α -1,4 – almidón
C) α -1,6 – glucógeno
E) A y D son correctas.
B) β -1,4 – glucógeno
D) β -1,6 – almidón

Solución:

La amilasa salival o ptialina hidroliza enlaces α -1,4 del almidón. Este proceso inicia la digestión de carbohidratos en la cavidad oral, aunque solo actúa sobre un 5-10 % del almidón ingerido.

Rpta.: A

12. Durante la digestión gástrica humana, ciertas células estomacales secretan ácido clorhídrico generando un ambiente altamente ácido que activa enzimas proteolíticas e inhibe microorganismos ingeridos con el alimento. Estas células son llamadas

A) células principales.
C) células mucosas.
E) células enteroendocrinas.
B) células parietales.
D) células G.

Solución:

Las células parietales secretan HCl en el estómago. Este ácido activa el pepsinógeno a pepsina y mantiene pH ácido.

Rpta.: B

13. El hígado desempeña un papel esencial en la digestión mediante la producción de bilis. Esta secreción no contiene enzimas digestivas, pero cumple una función crucial en el procesamiento de nutrientes ya que permite un mejor actuar de las enzimas pancreáticas. Dicho mecanismo se llama

A) hidrolizar proteínas.
C) desnaturalizar proteínas.
B) emulsionar lípidos.
D) hidrolizar lípidos.
E) neutralizar quimo.

Solución:

La bilis emulsiona grasas aumentando la superficie para la acción de las lipasas pancreáticas. No contiene enzimas digestivas.

Rpta.: B

- 14.** Durante la digestión intestinal, el páncreas secreta múltiples enzimas al duodeno. Entre ellas destacan proteasas que se secretan inicialmente como zimógenos para evitar auto digestión del tejido pancreático. Ya a nivel intestinal se activan y facilitan la formación de péptidos por degradación de proteínas. Dichas enzimas son

- A) tripsina. B) pepsina. C) maltasa.
D) CCK. E) nucleasas.

Solución:

La tripsina se secreta como tripsinógeno inactivo. Luego es activada en el intestino para digerir proteínas convirtiéndolas en péptidos y algunos aminoácidos.

Rpta.: A

- 15.** El intestino delgado posee células cilíndricas superficiales capaces de realizar transporte transcelular; estas células presentan unas estructuras apicales llamadas microvellosidades, las cuales ayudan a ampliar la zona de contacto con los nutrientes a capturar. ¿Qué estructura intestinal forman estas células para facilita su labor?

- A) Criptas de Lieberkühn
B) Tenias coli
C) Vellosidades intestinales
D) Glándulas gástricas
E) Células de Kupffer

Solución:

Las vellosidades intestinales aumentan la superficie de absorción. En su interior, contienen capilares sanguíneos y vasos quilíferos.

Rpta.: C

- 16.** Durante la digestión de proteínas en humanos, diferentes enzimas actúan de forma secuencial desde el estómago hasta el intestino delgado. Este proceso permite obtener aminoácidos absorbibles. Señale el orden correcto descrito en el texto.

- A) Pepsina – tripsina – aminopeptidasas
B) Quimiotripsina – pepsina – nucleasas
C) Lipasa – tripsina – aminopeptidasas
D) Pepsinógeno – pepsina – nucleotidasas
E) Aminopeptidasas – tripsina – carboxipeptidasas

Solución:

La pepsina inicia la digestión proteica en el estómago. Luego actúan la tripsina y quimiotripsina para finalmente se atacadas por las peptidasas intestinales produciendo aminoácidos absorbibles.

Rpta.: A