



HABILIDAD VERBAL

LA NATURALEZA DEL DEBATE. LOS PUNTOS DE VISTA Y LOS ARGUMENTOS

El debate es una técnica de comunicación formal y estructurada que consiste en la confrontación de ideas opuestas sobre un tema polémico, con el objetivo de persuadir a una audiencia y llegar a conclusiones fundamentadas. Requiere investigación previa, pensamiento crítico y respeto mutuo.

Elementos Fundamentales

Para comprender la naturaleza del debate, es necesario identificar sus componentes principales:

- **Tema polémico:** Debe generar controversia y permitir diversas perspectivas o posturas.
- **Posturas:** Existen al menos dos lados claramente definidos: una postura a favor (afirmativa) y una en contra (negativa).
- **Argumentación:** Es el corazón del debate. Consiste en presentar pruebas, lógica y razones sólidas para sustentar una tesis.
- **Participantes:** Incluye a los debatientes, un moderador (quien asigna turnos y hace cumplir las reglas) y, por lo general, un jurado o público.

Los puntos de vista en un debate

Representan las diferentes perspectivas, posturas o juicios sobre un tema polémico. Generalmente se dividen en dos posturas principales: **a favor (afirmativo)** y **en contra (negativo)**.

- **Postura a Favor:** Defiende una tesis, propuesta o afirmación específica. Su objetivo es demostrar por qué una idea es válida o necesaria.
- **Postura en Contra:** Objeta la tesis principal. Su objetivo es encontrar los puntos débiles de la postura contraria, exponer riesgos y plantear alternativas.

Los argumentos en un debate

Son los razonamientos o evidencias utilizados para defender una postura (a favor o en contra) y convencer a la audiencia o al jurado de su validez. Su objetivo central es probar, justificar o refutar una idea principal conocida como tesis.

Tipos de argumentos más comunes

En un debate, es estratégico combinar diferentes tipos de argumentos para darle mayor peso a tu posición:

- **De autoridad:** Se apoyan en la opinión, investigación o prestigio de expertos y organizaciones reconocidas en la materia.
- **Estadísticos:** Utilizan datos numéricos, porcentajes y cifras comprobables para respaldar una afirmación con hechos.
- **De ejemplo:** Presentan casos específicos, situaciones o anécdotas concretas que demuestran la regla general.

- **Causales:** Establecen una relación lógica de causa y efecto entre dos eventos.
- **Por analogía:** Comparan dos situaciones o conceptos similares, concluyendo que lo que es válido para uno, también lo es para el otro.

SECCIÓN A

TEXTO 1

Un equipo de investigadores de la Universidad de Cambridge ha resuelto uno de los mayores enigmas de la literatura medieval inglesa: el significado de la misteriosa referencia al personaje de Wade en los textos de Geoffrey Chaucer. Durante más de un siglo, académicos han debatido sobre esta alusión en dos de sus obras más conocidas, *Troilus and Criseyde* y *The Merchant's Tale*. Ahora, gracias al análisis de un manuscrito del siglo XII, se ha logrado reinterpretar una leyenda olvidada que había sido mal entendida durante generaciones. El hallazgo se basa en un pasaje incluido en el manuscrito MS 255 de Peterhouse, una colección de sermones conservada en la Universidad de Cambridge. En 1896, el célebre erudito M.R. James encontró en él unos versos en inglés insertos en medio de un sermón en latín. Durante décadas se asumió que aludían a una historia épica llena de criaturas fantásticas. Sin embargo, los investigadores James Wade y Seb Falk han demostrado que el texto original no hablaba de “elfos”, como se creía, sino de “lobos”. Este **cambio** semántico es clave para entender la verdadera naturaleza del relato.

El nuevo análisis filológico revela que el llamado *Song of Wade* no era una fábula de monstruos, sino una novela de caballería centrada en rivalidades humanas. La confusión proviene de errores cometidos por un copista medieval, que confundió las letras “y” y “w” en el proceso de transcripción. La corrección de estas palabras cambia completamente el sentido del pasaje y permite situar a Wade dentro del contexto literario de otros héroes como Lancelot o Gawain. El sermón, que gira en torno al concepto de humildad, menciona a Wade en una parábola que compara a los hombres con lobos, culebras y serpientes marinas. Según los investigadores, esto demuestra que el predicador utilizaba referencias populares para captar la atención de su audiencia, en una estrategia similar a la que hoy podrían usar ciertos líderes religiosos al citar canciones o memes contemporáneos. “Es un ejemplo muy temprano de cultura pop en un púlpito medieval”, señala Seb Falk. Además, los autores del estudio han identificado al erudito Alexander Neckam (1157–1217) como el probable autor del sermón, gracias a similitudes en el estilo argumentativo y la estructura retórica. Esto refuerza la idea de que la alusión a Wade estaba plenamente integrada en los recursos didácticos y culturales de su tiempo. También se incluye en el texto la historia de un caballero real, Hugh of Gournay, presentada como símbolo de humildad caballeresca tras cambiar de bando varias veces durante las Cruzadas.

La reinterpretación de la leyenda arroja nueva luz sobre las alusiones de Chaucer. En *Troilus and Criseyde*, Pandarus recurre a la historia de Wade para seducir a Criseyde, lo que cobra más sentido si se entiende como un romance caballeresco y no como una aventura fantástica. En *The Merchant's Tale*, la mención al “barco de Wade” se resignifica dentro de los juegos de ironía tan característicos del autor. Más allá del ámbito académico, el hallazgo ilustra cómo ciertas ideas o personajes han atravesado siglos de historia, transformándose en función del contexto cultural. Y muestra que incluso en la Edad Media, los relatos populares podían servir como vehículo para reflexionar sobre la condición humana y sus excesos. Como concluye Wade, “el sermón advierte que el verdadero peligro no son los monstruos, sino nosotros mismos”.

Sanuy, A. (2025). Descifran una leyenda medieval perdida que resuelve un enigma literario de Chaucer. MSN. <https://www.msn.com/es-es/noticias/tecnologia/descifran-una-leyenda-medieval-perdida-que-resuelve-un-enigma-literario-de-chaucer/>



1. ¿Cuál es el tema central del texto?

- A) La reinterpretación histórica del personaje de Wade
- B) Las técnicas de escritura empleadas por Geoffrey Chaucer
- C) El impacto de las leyendas nórdicas en la literatura inglesa
- D) El erudito Neckam y su influencia en la predicación religiosa
- E) Uso de criaturas fantásticas en la poesía inglesa del medievo

Solución:

El texto gira en torno al descubrimiento reciente que permite reinterpretar el significado del personaje Wade dentro de la obra de Chaucer.

Rpta.: A

2. En el texto la palabra CAMBIO significa

- A) una ruptura definitiva con la tradición narrativa medieval.
- B) la falsificación deliberada de manuscritos religiosos.
- C) un error de interpretación que afectó el sentido original.
- D) la pérdida irreversible de conocimientos antiguos.
- E) la sustitución de héroes mitológicos por figuras religiosas.

Solución:

El texto explica que un cambio de interpretación, producto de errores de copiado, modificó durante siglos la comprensión del personaje de Wade, haciéndolo parecer fantástico en lugar de caballeresco.

Rpta.: C

3. Es incompatible con el texto decir que

- A) el personaje de Wade fue usado como metáfora en sermones religiosos.
- B) la confusión textual se debió a una mala transcripción de letras parecidas.
- C) el análisis reveló que Wade combatía contra lobos, no monstruos marinos.
- D) el sermón de MS 255 fue interpretado correctamente desde el siglo XIX.
- E) Alexander Neckam fue propuesto como posible autor del texto sermónico.

Solución:

El texto muestra que el sermón fue mal interpretado durante décadas, incluso después de ser descubierto en 1896.

Rpta.: D

4. Se infiere, a partir del error mostrado en el texto, que

- A) la literatura medieval no puede ser reinterpretada con herramientas modernas.
- B) el análisis filológico puede cambiar completamente la percepción de un texto.
- C) las viejas leyendas caballerescas no influyen nada en la literatura religiosa.
- D) Geoffrey Chaucer se inspiró pura y exclusivamente en personajes ficticios.
- E) La confusión sobre Wade surgió por la censura en los textos religiosos.

Solución:

Se puede inferir que el trabajo filológico detallado (análisis de letras, palabras, contexto) permitió reconstruir el significado real del relato.

Rpta.: B

5. Si el manuscrito hablara realmente de elfos

- A) se reafirmaría que Wade era realmente una figura meramente fantástica.
- B) confirmaría que Chaucer no tenía conocimientos sobre leyendas populares.
- C) se descartaría por completo cualquier vínculo entre Wade y la humildad.
- D) el vetusto y maltrecho manuscrito perdería su valor histórico y cultural.
- E) se demostraría que los copistas medievales siempre fueron exactos.

Solución:

Si el texto efectivamente mencionara “elfos”, como se creía originalmente, Wade seguiría siendo interpretado como parte de una mitología fantástica, no como un héroe humano.

Rpta.: A

TEXTO 2

El X Congreso Internacional de la Lengua Española (CILE), que se celebrará en Arequipa, servirá como escenario para la presentación del “Diccionario Vargas Llosa” y el relanzamiento de la casa museo donde nació el escritor peruano y Premio Nobel de Literatura, Mario Vargas Llosa. El “Diccionario Vargas Llosa” se presenta como un proyecto lexicográfico en el que han colaborado familiares, amigos y especialistas vinculados a la vida y obra del escritor. Según explicó Álvaro Vargas Llosa, “es un documento en el que han contribuido muchísimas personas que estuvimos vinculadas a él por parentesco, amistad o razones profesionales”. Con esta iniciativa, el autor de “La ciudad y los perros” estará presente en la cumbre internacional a través de testimonios y palabras recogidas por quienes lo conocieron de cerca.

Junto a esta publicación, el relanzamiento de la Casa Museo Mario Vargas Llosa se concretará el martes 14 de octubre, coincidiendo con el inicio del X CILE en la capital arequipeña. La casona, ubicada en la primera cuadra del boulevard Parra, actual avenida Parra, integra **avances** tecnológicos que ofrecen a los visitantes una experiencia inmersiva en el universo creativo y vital del Nobel. El espacio no solo recorre la trayectoria literaria del autor, sino también los vínculos familiares y personales que unen a la familia Vargas Llosa con Arequipa. La Ciudad Blanca albergará el X CILE en diversos espacios del centro histórico. Mario Vargas Llosa ha ocupado un lugar destacado en la vida académica y cultural internacional, integrando la Academia Peruana de la Lengua, la Real Academia Española y la Academia Francesa. Además, entre 2024 y 2025, la editorial Alfaguara reeditó la totalidad de su obra. Como parte de la programación oficial del congreso, se anunciará un homenaje a la figura del escritor durante la sesión plenaria de la cumbre, con la participación de miembros de su familia y representantes de la Cátedra Vargas Llosa. El ministro de Relaciones Exteriores de Perú, Elmer Schialler, confirmó que el rey de España, Felipe VI, participará en la inauguración del X Congreso Internacional de la Lengua Española (CILE), evento que tendrá lugar en Arequipa del 14 al 17 de octubre de 2025. Con esta visita, el congreso refuerza su perfil internacional y destaca la importancia de la cooperación cultural entre Latinoamérica y España. La presencia del monarca fue anunciada junto a la presentación del logotipo oficial del congreso, el ‘Quilca Camayoc’ de Guamán Poma de Ayala, símbolo elegido para reflejar la transición de la oralidad a la escritura y la diversidad lingüística de Perú. El evento congregará a figuras literarias, académicas y representantes de diversos países, con el propósito de debatir el presente y el futuro del idioma español a escala global.

Uno de los momentos centrales del congreso será el homenaje a Mario Vargas Llosa, escritor y Nobel peruano, quien promovió la elección de Arequipa como sede del encuentro internacional. Schialer recordó que Vargas Llosa impulsó la realización del CILE en su ciudad natal desde 2023, aunque la cita debió posponerse por situaciones sociales adversas. El programa incluirá ejes temáticos sobre el mestizaje, interculturalidad, lenguaje claro y culturas digitales, temas que, según el canciller, reflejan la evolución y los desafíos del español en el siglo XXI, especialmente frente al impacto de las nuevas tecnologías y la integración cultural. La designación de Arequipa como sede convierte a la ciudad en el centro del diálogo internacional sobre el idioma español y permite a Perú posicionarse en la agenda cultural iberoamericana. La llegada de Felipe VI y la participación de delegaciones extranjeras reafirman la relevancia del evento en el contexto global y el interés de España en fortalecer los lazos históricos y culturales en la región.

Oré, C. (2025). "Diccionario Vargas Llosa" será presentado en Arequipa durante el Congreso Internacional de la Lengua Española. Infobae.
<https://www.infobae.com/peru/2025/09/23/diccionario-vargas-llosa-sera-presentado-en-arequipa-durante-el-congreso-internacional-de-la-lengua-espanola/>

1. El tema central del texto es

- A) la importancia de Vargas Llosa y la Real Academia Española en la cultura latinoamericana.
- B) la reedición completa de la obra literaria de Mario Vargas Llosa por editorial Alfaguara.
- C) la influencia de Vargas Llosa en la literatura moderna peruana simbolizada en el diccionario.
- D) el rol del rey Felipe VI en la promoción del español en América Latina por medio de un diccionario
- E) la realización del Congreso Internacional de la Lengua Española y el homenaje a Vargas Llosa

Solución:

El texto gira en torno al X Congreso Internacional de la Lengua Española (CILE), su realización en Arequipa y el homenaje al escritor Mario Vargas Llosa.

Rpta.: E

2. El término AVANCES tiene el sentido de

- A) un logro académico en las publicaciones de editorial Alfaguara.
- B) el progreso de la narrativa hispanoamericana en los siglos recientes.
- C) el desarrollo profesional de los académicos asistentes al congreso.
- D) la incorporación de tecnología en la Casa Museo de Vargas Llosa.
- E) las reformas educativas aplicadas en el Perú desde 2023 hasta hoy.

Solución:

La palabra se emplea específicamente para referirse a los elementos tecnológicos integrados en la Casa Museo Mario Vargas Llosa, que permitirán una experiencia inmersiva.

Rpta.: D

3. Acerca de Vargas Llosa, es incompatible sostener que

- A) el rey de España participará en la apertura del congreso.
- B) su figura es rechazada en el ámbito cultural internacional.
- C) la Casa Museo se ubica en el boulevard Parra, ciudad blanca.
- D) el Diccionario Vargas Llosa fue elaborado por cercanos al autor.
- E) el CILE abordará temas sobre la evolución del idioma español.

Solución:

El texto destaca la figura de Vargas Llosa de forma positiva, subrayando su influencia internacional.

Rpta.: B

4. Se infiere del texto que Vargas Llosa

- A) deseaba que las futuras ediciones del CILE sean bilingües.
- B) realizó reformas a la Casa Museo para realizar los congresos
- C) tiene una fuerte conexión emocional y cultural con Arequipa.
- D) y el rey de España financiarán las actividades del evento.
- E) tenía como objetivo promover solo la literatura peruana.

Solución:

Vargas Llosa mantiene una conexión emocional con Arequipa ya que nació allí y promovió activamente que el CILE se realizara en esa ciudad.

Rpta.: C

5. Si Vargas Llosa hubiera nacido en Tacna

- A) Vargas Llosa posiblemente no podría participar en el Congreso.
- B) el CILE probablemente no se habría realizado en Arequipa.
- C) la Casa Museo Vargas Llosa se habría inaugurado en Madrid.
- D) el Diccionario Vargas Llosa incluiría menos testimonios personales.
- E) el logotipo del congreso sería otro y no tendría símbolos peruanos.

Solución:

El texto menciona que Vargas Llosa fue quien impulsó la elección de Arequipa como sede del congreso, por ser su ciudad natal; por lo tanto, si él hubiera nacido en Tacna, hubiera impulsado que el congreso se de en Tacna.

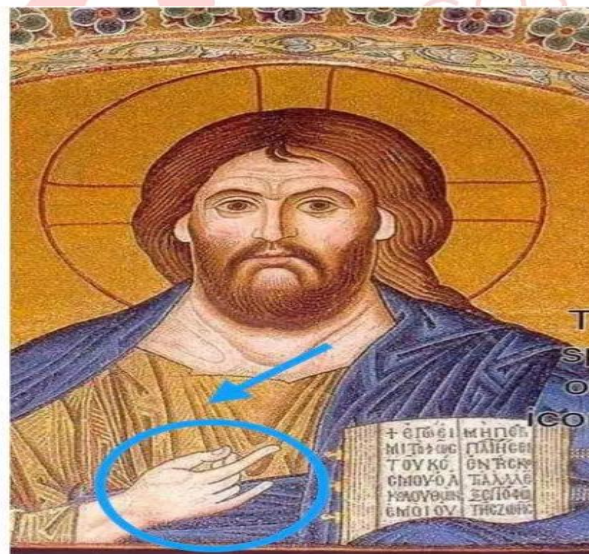
Rpta.: B

SECCIÓN B

TEXTO 1

Uno de los elementos que más llaman la atención de la iconografía cristiana es la curiosa y específica postura de las manos con las que se suele representar a los **ídolos** en sus retratos. Esta fue una característica heredada por la tradición greco-romana, quienes desarrollaron un método propio de distinción de gestos, el cual era utilizado por oradores en sus discursos, ya fuese en el senado, ágora, clases o conversaciones privadas. Este método no era exclusivo de las élites, era del dominio público. Es por esto que los primeros iconógrafos utilizaron este repertorio de gestos de las manos en los retratos y

representaciones de Cristo, sus discípulos y sus ángeles. Enseguida enlistamos algunos de los ejemplos más conocidos y básicos acerca de la postura de las manos en el arte sacro. El orador pone la mano derecha alzada con los dedos índice y medio alzados mientras el meñique y anular eran sostenidos por el pulgar, era utilizada para cuando una persona estaba a punto de decir algo importante. Una palma abierta denotaba confianza, sinceridad y ausencia del mal; generalmente era utilizada por las personas que hablaban con los santos. Otra de las posturas de mano que solían acompañar la figura de Cristo era la de bendición; la mano derecha intenta imitar las letras “IX XC”, una abreviatura muy utilizada de las palabras griegas correspondientes a Jesús (IHCOYC) y Cristo (XPICTOC). Este gesto también representa la Trinidad y la Unidad de Dios, Padre, Hijo y Espíritu Santo. Un gesto que se utilizaba cuando el personaje en cuestión estaba citando a un texto específico se distingue al tener doblado los dedos medio y anular, y la otra mano suele cargar un texto. Para distinguir el inicio de un discurso las personas se retrataban con la mano estirada hacia arriba mientras los dedos anular y medio se tocaban. Los santos que habían superado varias pruebas en vida y se habían mantenido fieles a Cristo solían ser retratados mostrando el dorso de las manos cruzadas sobre su pecho. En el caso de la atención, esta se señalaba de una manera muy similar a la actual, con un gesto de puño cerrado y alzando únicamente el dedo índice. La mano derecha puesta encima del pecho indica que el santo obtuvo éxito con sus oraciones durante toda su vida. Una persona con ambas palmas de las manos viendo al cielo era un indicio de que se encontraba realizando una oración. Estos tan sólo son algunos ejemplos de interpretaciones de significados de posturas de las manos en el arte sacro, sin embargo, lo propio es analizar las obras de manera íntegra, considerando su propio contexto.



1. ¿Cuál es el tema central del texto?
 - A) La postura de las manos en la iconografía cristiana
 - B) La representación de los ídolos en los retratos
 - C) La forma de colocar los dedos al transmitir un mensaje
 - D) Las pinturas de Jesús y los santos en la patrística
 - E) Los sentimientos expresados en las posturas de las manos

Solución:

El texto habla de cómo se representan en la iconografía cristiana las manos para expresar diferentes cosas

Rpta.: A

2. En el texto ÍDOLOS connota

- A) objetos de adoración.
- B) santos y seres divinos.
- C) esculturas laicas.
- D) seres sobrenaturales.
- E) dioses occidentales.

Solución:

Se refiere exclusivamente a los santos y seres divinos (Jesús)

Rpta.: B

3. Según el texto y la imagen es compatible decir que

- A) por la postura de las manos podemos saber claramente que los dos personajes son representaciones de Jesús.
- B) el que tiene el libro abierto quiere difundir sus conocimientos y el que tiene el libro cerrado es esotérico.
- C) el fondo de las pinturas también es posible de interpretación y ambos dibujos provienen del mismo cuadro.
- D) el personaje de la izquierda dirá algo que contiene el texto que está cogiendo en una de sus manos.
- E) el personaje de la primera imagen está a punto de decir algo y el de la segunda está haciendo referencia a un texto.

Solución:

Bajo la descripción dada en el texto podemos ver que el primer personaje tiene la posición de las manos indicando que va a decir algo y en el segundo personaje las manos indican que hará referencia a un texto

Rpta.: E

4. Es incompatible decir con respecto a las posturas de las manos que

- A) San Agustín no es un santo cristiano que acepte las posturas.
- B) hay posturas de las manos que intentan representar letras.
- C) los cristianos no crearon las posturas específicas de manos.
- D) la fidelidad en las manos se representa con la palma abierta.
- E) las posturas no se reducían al uso de una sola mano.

Solución:

La palma abierta es representación de sinceridad

Rpta.: D

5. Si en una pintura cristiana un santo tuviera una posición de manos diferente a todas las nombradas en el texto

- A) significaría que realmente no es una pintura cristiana clásica.
- B) tendría que analizarse la obra para encontrar una interpretación.
- C) podría ser que haya habido algún retoque sobre la pintura original.
- D) se debería a que hay muchas vertientes dentro del cristianismo.
- E) sería en realidad una pintura grecorromana sobreviviente.

Solución:

Al final del texto dice que lo explicado solo son algunos ejemplos de interpretaciones y que lo propio es analizar las obras de manera íntegra considerando su propio contexto.

Rpta.: B

TEXTO 2

TEXTO A

La educación digital en el Perú está en una etapa de transición. La pandemia aceleró la adopción de tecnologías en el aula, pero también expuso desigualdades estructurales. Ahora, nuestro país enfrenta el desafío de consolidar un modelo educativo que integre la tecnología de manera sostenible, adaptando el currículo escolar a las demandas del siglo XXI.

Aunque se han dado pasos para mejorar la conectividad en áreas rurales, todavía existe una diferencia significativa entre las escuelas urbanas y rurales. Según estadísticas recientes, sólo el 40% de las escuelas rurales cuentan con acceso a internet de calidad, lo que limita la adopción de herramientas digitales.

Muchos docentes no han recibido capacitación adecuada para integrar tecnología en sus clases. En países como Estonia, por ejemplo, reconocidos por su liderazgo en educación digital, se prioriza la formación docente continua en herramientas tecnológicas y métodos innovadores de enseñanza. Perú debe seguir este ejemplo.

El currículo escolar actual (2024) no refleja completamente las habilidades necesarias para el futuro, como la programación, el pensamiento crítico y la alfabetización digital. Países como Finlandia han incorporado estas competencias desde edades tempranas, logrando preparar mejor a sus estudiantes para los retos del siglo XXI.

La crisis sanitaria dejó claras dos cosas: la necesidad de infraestructuras digitales sólidas y el potencial transformador de las tecnologías educativas. A pesar de las limitaciones, herramientas como clases virtuales, plataformas de aprendizaje y aplicaciones móviles demostraron que la tecnología puede democratizar el acceso al conocimiento.

Un caso inspirador es el uso de aplicaciones móviles educativas en comunidades rurales de la Amazonía, donde la radio y dispositivos básicos ayudaron a suplir la falta de internet, mostrando cómo la innovación puede adaptarse a contextos locales.

Con estas iniciativas, nuestro país puede construir un sistema educativo, moderno y preparado para las demandas del siglo XXI, cerrando las brechas y abriendo oportunidades para todos sus estudiantes.

TEXTO B

El sistema de educación pública finlandés ha ganado fama mundial por sus buenos resultados en las últimas décadas y su disposición a probar nuevas técnicas de enseñanza. Hasta hace poco, muchas escuelas entregaban computadoras portátiles de forma gratuita a todos los alumnos a partir de los 11 años. Pero, los padres y profesores finlandeses, como en otros lugares del mundo, están cada vez más preocupados por el impacto de las pantallas en los niños.

Así, Riihimäki, una ciudad de unos 30.000 habitantes situada a 70 kilómetros al norte de Helsinki, que desde 2018 había dejado de utilizar la mayoría de los libros en las escuelas secundarias, está probando algo diferente para el inicio de este año académico: volver al lápiz y al papel. "Hoy en día los jóvenes utilizan tanto los teléfonos y los dispositivos digitales que no queríamos que la escuela fuera uno de esos lugares donde los niños se quedan mirando únicamente pantallas", dijo Maija Kaunonen, profesora de inglés en la escuela secundaria Pohjolanrinne.

En toda Finlandia, los resultados de aprendizaje de los niños se han ido **erosionando** lentamente en los últimos años, lo que llevó al Gobierno a planificar una nueva legislación para prohibir el uso de dispositivos personales, como teléfonos, durante el horario escolar para reducir el tiempo que los niños pasan frente a las pantallas.

Minna Peltopuro, una neuropsicóloga clínica que trabaja con la ciudad en el cambio, dijo que el tiempo total frente a la pantalla debería reducirse al mínimo (los adolescentes finlandeses actualmente miran la pantalla hasta seis horas por día en promedio) ya que el uso digital excesivo conlleva riesgos físicos y mentales, como problemas oculares y ansiedad creciente. "Otro (problema) es la multitarea", dijo Peltopuro. "El cerebro es muy vulnerable a la multitarea y, especialmente a una edad temprana, uno no puede manejarla bien".

1. ¿Cuál es el eje común para ambos textos?

- A) La necesidad de replantear el uso de la tecnología en la educación contemporánea.
- B) El incremento de enfermedades mentales vinculadas al empleo de redes sociales escolares.
- C) La sustitución definitiva de los métodos tradicionales por plataformas virtuales educativas.
- D) El impacto económico generado por la compra masiva de dispositivos tecnológicos escolares.
- E) La reducción progresiva del interés estudiantil por las actividades académicas presenciales.

Solución:

Ambos textos abordan la relación entre tecnología y educación, y coinciden en que el uso de la tecnología en la educación debe ser replanteado y gestionado adecuadamente.

Rpta.: A

2. En el texto B, el término EROSIONAR connota

- A) una interrupción inesperada en las actividades académicas por causas climáticas severas.
- B) una mejora acelerada en las capacidades cognitivas de los estudiantes finlandeses.
- C) un deterioro gradual en el rendimiento educativo observado durante varios años.
- D) un fortalecimiento constante de las estrategias digitales aplicadas dentro de las aulas.
- E) una transformación inmediata en los métodos pedagógicos empleados por los docentes.

Solución:

El verbo "erosionar" se utiliza metafóricamente para expresar un desgaste progresivo o deterioro paulatino.

Rpta.: C

3. Es compatible con el texto A decir que

- A) las escuelas rurales poseen acceso universal a internet de alta velocidad.
- B) la capacitación docente favorece el uso adecuado de tecnologías educativas.
- C) la programación debe eliminarse completamente del currículo nacional.
- D) las plataformas virtuales impiden democratizar el acceso al conocimiento.
- E) Finlandia rechaza incorporar habilidades digitales desde edades tempranas.

Solución:

El texto dice que muchos docentes aún no han recibido suficiente capacitación tecnológica y que países como Estonia priorizan la formación continua.

Rpta.: B

4. Es incompatible con el texto B decir que

- A) Finlandia busca reducir el tiempo escolar frente a pantallas digitales.
- B) los dispositivos electrónicos pueden afectar la atención estudiantil.
- C) la multitarea resulta difícil de manejar en edades tempranas.
- D) algunos padres muestran preocupación por el uso excesivo de pantallas.
- E) el incremento del tiempo frente a pantallas mejora el aprendizaje infantil.

Solución:

El texto señala que el exceso de tiempo frente a pantallas puede generar problemas físicos, ansiedad y dificultades cognitivas.

Rpta.: E

5. Si los adolescentes finlandeses miraran pantallas menos de seis horas diarias en promedio

- A) se reduciría la importancia de capacitar docentes en herramientas educativas digitales.
- B) aumentaría la necesidad de eliminar todos los recursos tecnológicos escolares existentes.
- C) desaparecerían las diferencias académicas entre estudiantes urbanos y rurales europeos.
- D) disminuiría la preocupación social respecto a los efectos negativos del exceso digital.
- E) incrementaría la necesidad de implementación de clases exclusivamente virtuales nacionales.

Solución:

Si el promedio de horas frente a pantallas disminuyera, sería lógico pensar que también disminuiría parte de la preocupación sobre los efectos físicos y mentales asociados al uso excesivo de dispositivos.

Rpta.: D

TEXTO 3

Hoy en día, teniendo en cuenta la situación política, medioambiental y, en particular, económica, ya no es posible eludir el paso a una producción que ahorre energía y sea eficiente en el uso de los recursos. Muchas empresas han tomado nota de ello y ya están iniciando el cambio. Desde la tecnología **verde** hasta la economía del reciclaje, pasando por los procesos de producción flexibles desde el punto de vista energético y los modelos de negocio sostenibles: la sostenibilidad en la producción está definiendo el futuro de esta industria, al tiempo que refuerza su competitividad. “No podemos ignorar la transformación que se está produciendo en esta industria”, afirma Markus Heering, director general de la VDW, la Asociación Alemana de Fabricantes de Máquinas-Herramienta. “Y cuanto antes abordemos este tema, mayor será nuestra ventaja competitiva. Siguen siendo las pequeñas y medianas empresas, en particular, las que se muestran reacias a abordar la cuestión. Lo único que puedo decir al respecto es que hay que tomar la iniciativa ahora y dejar de posponerlo. Hay que pasar a la producción sostenible. EMO Hannover es el lugar perfecto para empezar”.

La transformación puede empezar poco a poco, por ejemplo, con la maquinaria existente. La modernización, que no solo consiste en equipar la máquina con nuevos componentes mecánicos, sino también en actualizarla con tecnología de control innovadora, elimina la necesidad de adquirir un nuevo modelo costoso, al tiempo que prolonga considerablemente la vida útil de la máquina actual. Esto, a su vez, conserva los recursos y

reduce las emisiones de carbono. La empresa Heller, con sede en Nürtingen, lo demuestra con la modernización de una HF 3500 de última generación. “Se trata de una máquina relativamente nueva”, explica Marcus Genkinger, director general de STS Maschinendienstleistung GmbH en Metzingen, responsable de la actualización. “Esta máquina cuesta menos que una nueva y, gracias a sus funciones de automatización modernizadas, el cliente puede esperar un ahorro de hasta el 30%. Sin olvidar la prolongación de la vida útil y la reducción de los costes de mano de obra. En el caso de máquinas más antiguas y grandes, esta cifra puede alcanzar el 60% gracias a las ventajas de la modernización y la automatización”. La compra de maquinaria usada más nueva se ha convertido ahora en “una alternativa válida”, explica Benedikt Ruf, codirector general de Gindumac en Kaiserslautern. La empresa cuenta con una plataforma en línea que ofrece una valoración gratuita de la maquinaria usada, así como una plataforma de venta para el mercado global. “Con nuestra plataforma de compraventa, estamos llevando la idea de la economía circular al mercado de la maquinaria”, afirma Ruf.

En cualquier caso, la HF 3500 automatizada puede utilizarse ahora para toda una serie de aplicaciones innovadoras tras su modernización y ofrece nuevas oportunidades para ahorrar recursos y energía. Como, por ejemplo, el sistema de extracción sostenible, el sistema de monitorización para analizar el consumo energético de los componentes individuales y el sistema de asistencia a la producción digital y multilingüe que mejora el funcionamiento de la máquina. En tiempos de crisis, con la inseguridad energética y de materias primas, la eficiencia energética, la integración de energías regenerativas, la economía del reciclaje y los conceptos de ciclo de vida son un valor que las empresas deben integrar en su día a día. Sin olvidar, por un lado, la caída de los costes de producción y, por otro, el aumento de la competitividad de las empresas.

Kneifel, G. (2025). Los modelos de negocio sostenibles no son ciencia-ficción.
<https://www.interempresas.net/MetalMecanica/Articulos/608225-Los-modelos-de-negocio-sostenibles-no-son-ciencia-ficcion.htm>

1. El tema central del texto es

- A) el impacto ambiental de una maquinaria obsoleta en la industria actual.
- B) la sostenibilidad y la eficiencia energética en la producción industrial.
- C) los retos económicos de las pequeñas y medianas empresas en Alemania.
- D) la evolución histórica de la tecnología verde desde sus orígenes hasta hoy.
- E) el papel de la automatización en la reducción del desempleo industrial.

Solución:

El texto se enfoca en la necesidad de adoptar prácticas sostenibles en la producción, enfatizando la eficiencia energética, la modernización de maquinaria, etc.

Rpta.: B

2. En el texto VERDE connota

- A) único color que identifica las marcas de las maquinarias alemanas.
- B) certificación oficial otorgada por la Asociación Alemana de Fabricantes.
- C) categoría exclusiva de productos reciclados y reutilizables ecoamigables.
- D) enfoque tecnológico relacionado con sostenibilidad y ahorro energético.
- E) sistema de control mecánico utilizado en la maquinaria industrial europea.

Solución:

El texto menciona “tecnología verde” como un concepto vinculado a la eficiencia en el uso de recursos y la producción sostenible.

Rpta.: D

3. Es compatible decir, con respecto a las maquinarias, que
- A) su modernización puede reducir costos y prolongar su vida útil.
 - B) las pequeñas empresas prefieren siempre adquirirlas nuevas.
 - C) la economía circular no tiene mucha aplicación en ese mercado.
 - D) los costes aumentan cuando se integran energías renovables.
 - E) la automatización industrial no contribuye al ahorro energético.

Solución:

El texto destaca que modernizar la maquinaria, incluyendo la actualización tecnológica, es rentable porque reduce costes.

Rpta.: A

4. Con respecto al factor económico es incompatible decir que
- A) la modernización de la tecnología puede aumentar la eficiencia energética.
 - B) la plataforma de compraventa de maquinaria usada fomenta economía circular.
 - C) la automatización contribuye a reducir los costos de la mano de obra.
 - D) la economía verde promueve consumo energético sin importar la sostenibilidad.
 - E) la integración de energías renovables es un valor clave en tiempos de crisis.

Solución:

El texto vincula la economía verde precisamente con la sostenibilidad y el ahorro energético.

Rpta.: D

5. Si la modernización solo generara un ahorro del 5%
- A) la modernización seguiría siendo la opción más rentable para las empresas.
 - B) se preferiría comprar maquinaria nueva en vez de modernizar la antigua.
 - C) la economía circular perdería toda su importancia en el sector industrial.
 - D) la automatización dejaría de ser un recurso para mejorar la eficiencia energética.
 - E) la sostenibilidad dejaría de ser un factor relevante en la producción industrial.

Solución:

Si la modernización ofreciera solo un ahorro marginal (5%), las empresas podrían considerar que no vale la pena la inversión y preferirían adquirir maquinaria nueva.

Rpta.: B

TEXTO 4

Una nueva y exhaustiva revisión científica alerta de que los aditivos químicos presentes en los plásticos de uso diario están vinculados a un aumento alarmante de enfermedades crónicas —desde obesidad y asma hasta trastornos del neurodesarrollo y problemas de fertilidad— que podrían comprometer gravemente la vida adulta de las generaciones más jóvenes. La **exposición** durante la infancia a las sustancias químicas utilizadas para fabricar artículos domésticos de plástico presenta riesgos crecientes para la salud que pueden extenderse hasta la edad adulta. Esta es la conclusión principal de una revisión de cientos de los estudios más recientes sobre el tema, realizada por expertos de la Facultad de Medicina Grossman de la Universidad de Nueva York (NYU).

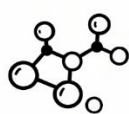
El informe, publicado en la revista *The Lancet Child & Adolescent Health*, sintetiza décadas de evidencia científica que vincula los aditivos químicos de productos industriales y

domésticos con el desarrollo de enfermedades y discapacidades, especialmente cuando la exposición ocurre en las primeras etapas de la vida. El análisis se centra en tres clases de compuestos químicos: los ftalatos, que se utilizan para hacer el plástico flexible; los bisfenoles, que le aportan rigidez; y las sustancias perfluoroalquiladas y polifluoroalquiladas (PFAS), que ayudan a los materiales a resistir el calor y repeler el agua. Estos químicos se encuentran en una amplia gama de artículos, desde envases de alimentos y cosméticos, juguetes y hasta recibos de papel térmico, que se utilizan en la gran mayoría de las cajas registradoras de supermercados, tiendas, gasolineras y en los terminales de tarjetas de crédito o cajeros automáticos. Los expertos han descubierto que, con el uso, el calor o el tratamiento químico de los plásticos, se liberan microplásticos y nanopartículas que acaban siendo ingeridas. Una vez en el organismo, estas sustancias pueden provocar una respuesta inmune excesiva (inflamación), alterar el funcionamiento de las hormonas y afectar al desarrollo cerebral. Los estudios revisados asocian estas toxinas con una amplia gama de problemas de salud a largo plazo, como la obesidad, la infertilidad, el asma y las enfermedades cardíacas. También se han vinculado a la pérdida de conocimiento intelectual y problemas del neurodesarrollo como el autismo y el trastorno por déficit de atención e hiperactividad (TDAH).

El autor principal del estudio, el pediatra Leonardo Trasande, subraya la gravedad de los hallazgos al afirmar que apuntan al papel del plástico en el origen temprano de muchas enfermedades crónicas que repercuten en la adolescencia y la edad adulta. Su propia investigación estima que el costo sanitario derivado de esta exposición alcanza aproximadamente los 250.000 millones de dólares anuales solo en Estados Unidos. Para mitigar estos riesgos, los investigadores recomiendan a los padres tomar medidas sencillas como reemplazar los recipientes de plástico por otros de vidrio o acero inoxidable, y evitar calentar alimentos en plástico en el microondas o estos recipientes para lavar en el lavavajillas.

Exposición Infantil a Plásticos: Riesgos y Recomendaciones

Agentes químicos:
Ftalatos,
Bisfenoles,
PFAS



Vías de exposición:
Ingestión, contacto
con envases y
recibos térmicos



Efectos en la salud
Alteraciones endocrinas,
retraso en el desarrollo,
problemas inmunológicos



Recomendaciones claras: ✓
Evitar productos con etiqueta
'PCV', lavar antes del uso, preferir
productos de vidrio



✓ **Llamada a regulación
internacional más estricta:**
de normas sobre contenidos de
plásticos en productos



1. ¿Cuál es el tema central del texto?

- A) La importancia del reciclaje de plásticos para proteger el medio ambiente
- B) Las nuevas tecnologías para eliminar microplásticos del agua potable
- C) El crecimiento de la utilización del plástico en la industria alimentaria
- D) Los efectos negativos de los aditivos plásticos en la salud infantil y adulta
- E) La producción de plásticos biodegradables para reducir la contaminación

Solución:

El texto se centra en una revisión científica que vincula la exposición a ciertos aditivos plásticos (ftalatos, bisfenoles, PFAS) con una amplia gama de enfermedades crónicas.

Rpta.: D

2. El término EXPOSICIÓN connota

- A) una exhibición y lectura de artículos científicos sobre plásticos.
- B) la visibilidad mediática del serio problema de la contaminación.
- C) contacto físico y continuado con sustancias químicas nocivas.
- D) la demostración controlada y experimental en un laboratorio.
- E) la defensa pública de una postura médica sobre el plástico.

Solución:

En el texto “exposición” se refiere al contacto directo y prolongado con los químicos presentes en plásticos, especialmente durante la infancia.

Rpta.: C

3. Es compatible con el texto decir acerca de los plásticos que

- A) el uso de plásticos ha mejorado la salud pública mundial.
- B) calentar alimentos en recipientes de plástico es riesgoso.
- C) la mayoría de los plásticos se usan solo en juguetes infantiles.
- D) los plásticos son completamente seguros si se lavan bien.
- E) exponerse a químicos plásticos no tiene impacto en la fertilidad.

Solución:

El texto menciona expresamente que una de las recomendaciones para reducir el riesgo es evitar calentar alimentos en plásticos.

Rpta.: B

4. De la imagen podemos inferir que

- A) el plástico solo afecta a la salud de los niños.
- B) la ingesta de plástico es una vía de exposición.
- C) el plástico está relacionado con el autismo y TDAH.
- D) se usa plástico para producir juguetes para niños.
- E) el vidrio es mucho más saludable que el plástico.

Solución:

En la imagen se recomienda que de preferencia se use vidrio en vez de plástico, por lo cual se concluye que debe ser más saludable.

Rpta.: E

5. Si el costo sanitario fuera de 25,000 millones de dólares

- A) El impacto económico sería menor y podría minimizar la urgencia del problema.
- B) El informe sería convincente al mostrar que no hay coste para la salud pública.
- C) El texto pasaría a centrarse en el cambio climático en vez de en la salud humana.
- D) Las enfermedades asociadas al plástico serían consideradas beneficiosas.
- E) Los expertos recomendarían aumentar el uso de plásticos por ser más baratos.



Solución:

Si se redujera drásticamente el dato de los 250.000 millones de dólares, el lector podría percibir menor gravedad del problema, afectando la sensación de urgencia.

Rpta.: A

SECCIÓN C

PASSAGE 1

A collaboration between Cambridge University Library, the Natural History Museum, the Linnean Society of London, English Heritage's Down House, the Royal Botanic Gardens, Kew and the National Library of Scotland, the Charles Darwin documentary heritage archive provides a unique window into the life and work of one of the world's most influential natural scientists. The complete archive, comprising over 20,000 items across the six major institutions, includes Darwin's records illustrating the development of his ground-breaking theory of evolution and extensive global travels.

At Cambridge University Library, the Darwin Archive is a significant collection of Darwin's books, experimental notes, correspondence, and photographs, representing his scientific and personal activities throughout his life. The collection in Cambridge includes Darwin's pocket notebooks recording early statements of key ideas contributing to his theory of evolution, notably that species are not stable. These provide important insights into the development of his thought and feature the **iconic** 'Tree of Life' diagram which he drew on his return from the voyage of the HMS Beagle.

The Linnean Society of London holds several of Darwin's letters, manuscripts and books. Here is also home to John Collier's original iconic portrait of Charles Darwin, commissioned by the Society and painted in 1883 to commemorate the first reading of the theory of evolution by natural selection at a Linnean Society meeting in 1858. At the Natural History Museum, a letter written to his wife Emma in 1844, provides insight into Darwin's perceived significance of his species theory research and holds instructions on what she should do in the case of his sudden death. This is alongside other letters to Museum staff and other family members which demonstrate the broad scope of his scientific thinking, research and communication ranging from caterpillars to volcanoes, dahlias to ants and the taking of photographs for his third publication *Expression of the Emotions in Man and Animals*.

Correspondence with Darwin's publisher John Murray, held at the National Library of Scotland document the transformation of his research into print, including the ground-breaking *On the Origin of Species* publication. At the Royal Botanic Gardens, Kew, documents include a highly significant collection of 44 letters sent around the HMS Beagle expedition from Darwin to Professor John Stevens Henslow, detailing his travels and the genesis of his theory of evolution as he comes in contact with new plants, wildlife and fossils; as well as a rare sketch of the orchid *Gavilea patagonica* made by Darwin. Other items include a letter from Darwin to his dear friend Joseph Hooker, Director of Kew in which he requests cotton seeds from Kew's collections for his research.

Charles Darwin Archive recognised by UNESCO <https://www.cam.ac.uk/research/news/charles-darwin-archive-recognised-by-unesco>

1. What is the main topic of the text?

- A) The complete autobiography of Charles Darwin.
- B) The voyages Darwin made aboard the HMS Beagle.
- C) All the scientific collections of the Natural History Museum.
- D) A collaboration to preserve Darwin's documentary archive.
- E) Darwin's theory of evolution and its modern critics.

Solución:

El texto gira en torno a cómo seis importantes instituciones colaboran para conservar y mostrar el archivo documental de Charles Darwin.

Rpta.: D

2. The term ICONIC connote that something

- A) is very old and crumble.
- B) is aesthetically pleasing.
- C) symbolically represents an idea.
- D) belongs to an official institution.
- E) is complex to interpret.

Solución:

Describe elementos que representan visual y simbólicamente conceptos clave relacionados con Darwin.

Rpta.: C

3. It is compatible with the text about Darwin's objects that

- A) Darwin wrote all his works during his HMS Beagle voyage.
- B) the Linnean Society preserves the manuscript of On the Origin of Species.
- C) Kew Gardens holds Darwin's letters about plants and seeds.
- D) the iconic portrait of Darwin was painted before his evolutionary theory.
- E) the Natural History Museum keeps all of Darwin's notebooks.

Solución:

El texto señala que en Kew Gardens se conserva correspondencia entre Darwin y Henslow y también con Hooker, en la cual se mencionan observaciones botánicas, solicitudes de semillas y detalles relevantes para su teoría.

Rpta.: C

4. We can infer from the text about Darwin that

- A) Darwin's theory was initially rejected by all mentioned institutions.
- B) Darwin deeply valued scientific collaboration and written records.
- C) Darwin's letters have no relation to his scientific work.
- D) Darwin's portrait was painted when he was 30 years old.
- E) the Linnean Society was founded by Darwin to spread his theory.

Solución:

Se puede inferir que Darwin valoraba enormemente la comunicación científica y el registro de sus ideas, dado que buena parte de su legado está contenido en cartas, manuscritos y documentos enviados a colegas.

Rpta.: B

5. If the iconic Darwin portrait was painted in 1838

- A) the portrait would better represent his scientific maturity and kindness.
- B) the portrait would not have been commissioned by the Linnean Society.
- C) the portrait would include many elements of the theory of relativity.
- D) the portrait would have been destroyed due to evolutionary inconsistencies.
- E) the portrait would be displayed at the British Museum instead.

Solución:

Si el retrato hubiera sido pintado en 1838, no podría haber sido un encargo conmemorativo por parte de la Sociedad Linneana, ya que el motivo del encargo fue conmemorar la lectura pública de la teoría en 1858.

Rpta.: B

HABILIDAD LÓGICO-MATEMÁTICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Víctor hace rodar desde el punto A, sin deslizar y en el sentido indicado, un disco de radio $9\sqrt{3}$ cm a lo largo de un camino que presenta un obstáculo con forma de triángulo equilátero de lado 100 cm, si $AB = BD = DE = 100$ cm ¿Cuál es la longitud mínima que recorre el punto central O, hasta el instante en que el disco llegue al punto E?

A) $346 + 6\pi\sqrt{3}$ cm

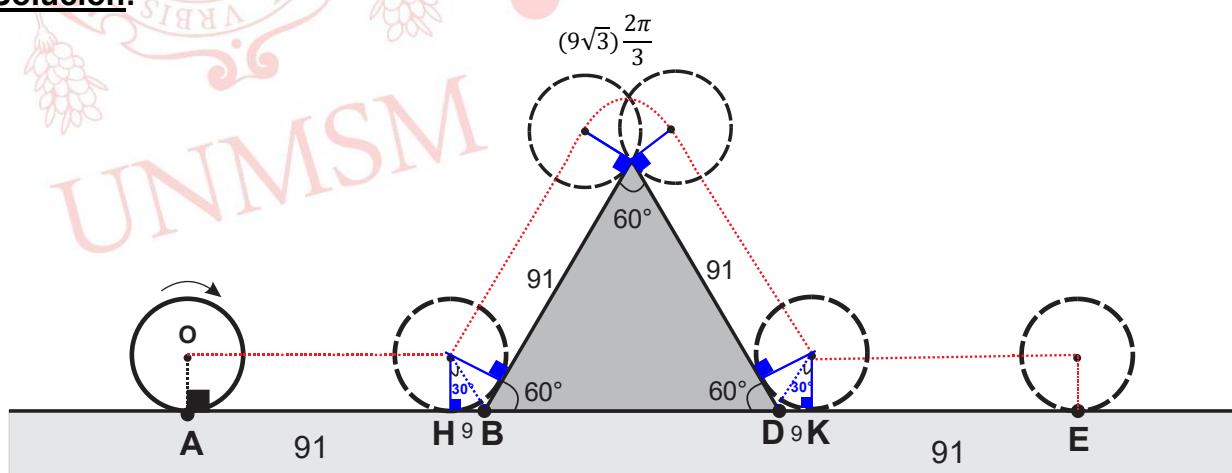
B) $394 + 6\pi\sqrt{3}$ cm

C) $400 + 9\pi\sqrt{3}$ cm

D) $364 + 6\pi\sqrt{3}$ cm

E) $400 + 6\pi\sqrt{3}$ cm

Solución:



Longitud del recorrido del centro:

$$4(91) + 6\pi\sqrt{3} = 364 + 6\pi\sqrt{3} \text{ cm}$$

Rpta.: D

2. Para el objeto, que tiene la forma de un hexágono regular, un giro se considera como aquel que lo realiza apoyado en la recta, alrededor de un vértice en el sentido que se indica, hasta que el siguiente lado esté en contacto con la recta. Si a dicho objeto se le aplica 5404 giros consecutivos, ¿en qué posición quedará finalmente?



Solución:



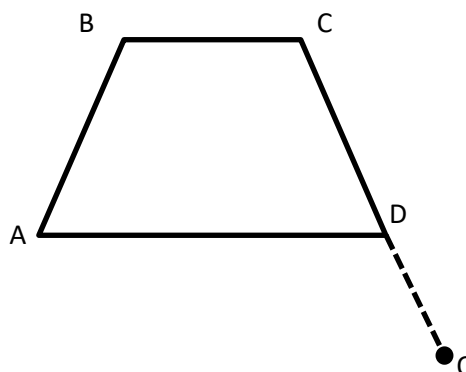
- 1) # giros = $5404 = 6 + 4$
2) El hexágono quedará en la posición:



Rpta.: A

3. Verónica tiene una pieza de madera de un rompecabezas, como se muestra en la figura, esta pieza es un trapecio isósceles cuyos lados iguales miden 5 cm y los otros lados miden 3 cm y 9 cm. Si la pieza del rompecabezas rota 150° en sentido horario con respecto al punto O y $OD = 5$ cm, halle el perímetro (en cm) de la región generada por el trapecio.

- A) $19 + \frac{2\pi}{6}(4\sqrt{10} + 9)$
B) $13 + \frac{5\pi}{6}(4\sqrt{10} + 3)$
C) $18 + \frac{5\pi}{3}(2\sqrt{10} + 5)$
D) $22 + \frac{2\pi}{3}(4\sqrt{10} + 5)$
E) $22 + \frac{5\pi}{6}(4\sqrt{10} + 5)$

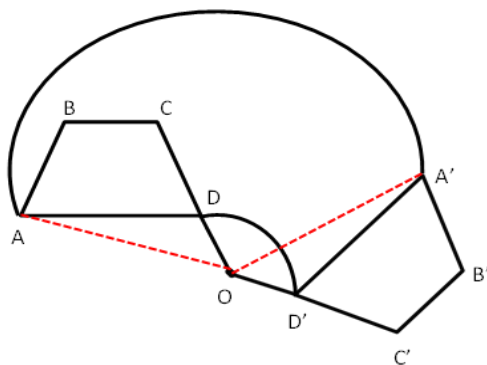


Solución:

Hallando la menor y mayor distancia de O al trapecio.

$$OD = 5 < OC = 10 < OB = \sqrt{145} < OA = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$$

El ángulo de 150° corresponde a $(5\pi/6)$ rad.



$$\begin{aligned} \text{Perímetro} &= \overline{AD} + \widehat{AA'} + \overline{A'B'} + \overline{B'C'} + \overline{C'D'} + \widehat{D'D} = 9 + (20\sqrt{10}\pi/6) + 5 + 3 + 5 + (25\pi/6) \\ &= 22 + (5\pi/6)(4\sqrt{10} + 5) \end{aligned}$$

Rpta.: E

4. Las siguientes figuras han sido sombreadas sobre láminas transparentes y congruentes. ¿Qué figura resulta luego de trasladar la figura 64 sobre la figura 86?



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4

...



A)



B)



C)



D)



E)

Solución:

De acuerdo a la secuencia, tenemos

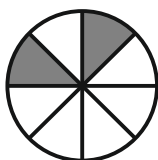


Figura 1

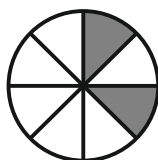


Figura 2

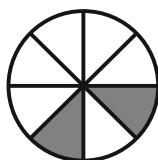


Figura 3

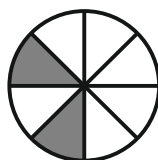


Figura 4

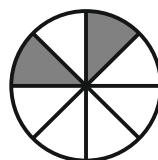


Figura 5

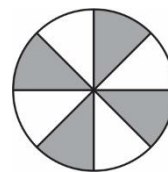
Luego cada figura en la sucesión, excepto la primera, se obtiene de girar la anterior figura 90° en el sentido horario. Por tanto, esta secuencia se repite cada cuatro figuras.

Así

$$64 = 4^{\circ} \Rightarrow \text{Fig}64 \equiv \text{Fig}4$$

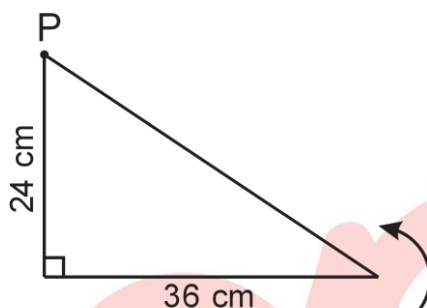
$$86 = 4^{\circ} + 2 \Rightarrow \text{Fig}86 \equiv \text{Fig}2$$

Finalmente, superponiendo la figura 64 y 86 se obtiene



Rpta.: A

5. En la figura, se muestra una lámina triangular. Si a esta lámina se le hace girar 180° en sentido antihorario alrededor de su vértice P, ¿cuál es la longitud, en cm, recorrida por su baricentro?



A) 20π

B) 40π

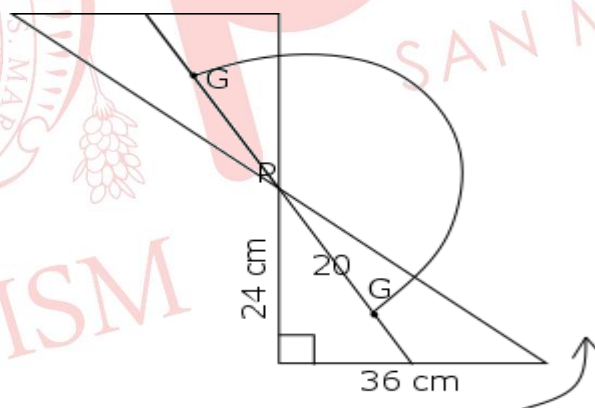
C) 30π

D) 25π

E) 10π

Solución:

$$L = \pi \times 20 \text{ cm}$$



Rpta.: A

6. José María tiene muchas fichas de plástico de dos tipos como las que se muestran en la figura, las cuales están construidas por 2 y por 4 cuadrados idénticos respectivamente, pegados entre sí y cada uno de 1cm de lado. Él debe construir con ambos tipos de fichas una figura semejante a una ficha del tipo 1, ¿cuántas fichas como mínimo necesita?

A) 20

B) 24

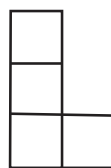
C) 16

D) 28

E) 12



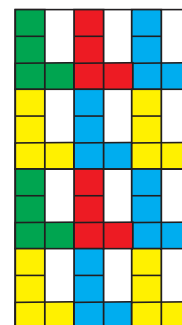
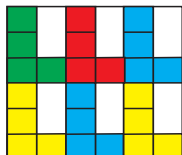
Tipo 1



Tipo 2

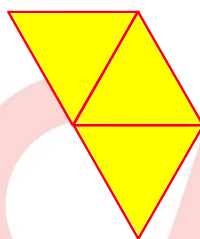
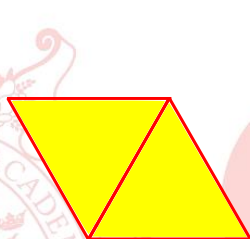
Solución:

- 1) Un cuadrado se forma con 6 fichas de cada tipo.
- 2) Una figura semejante al tipo 1, se forma con 24 fichas.



Rpta.: B

7. Se tienen varias fichas de plástico, como las que se indican en la figura; las que están formadas por dos, tres y cuatro triángulos equiláteros congruentes. Con dichas fichas, se quiere construir un hexágono regular compacto, sin traslapar las fichas. Si se debe emplear los 3 tipos de fichas, ¿cuántas fichas como mínimo se deben disponer?



A) 3

B) 4

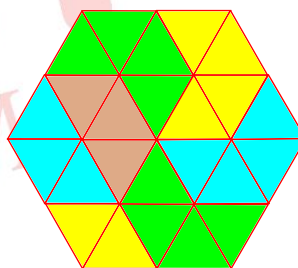
C) 5

D) 7

E) 6

Solución:

Las fichas son de 2, 3 y 4 Δ s equiláteros, con lo cual el hexágono más pequeño sería:



Luego, el hexágono más pequeño está formado por 7 fichas.

Rpta.: D

8. Las islas Andrómeda (A), Bellatrix (B) y Cambell (C) se encuentran en Caribell. Se sabe que las posiciones de estas islas en el mapa hecho a escala son las siguientes: A y B están separados por una distancia de 60 pulgadas; B y C por 90 pulgadas. Si la distancia real entre A a B es de 320 km, ¿cuál es la distancia real en kilómetros de B a C?

A) 480

B) 240

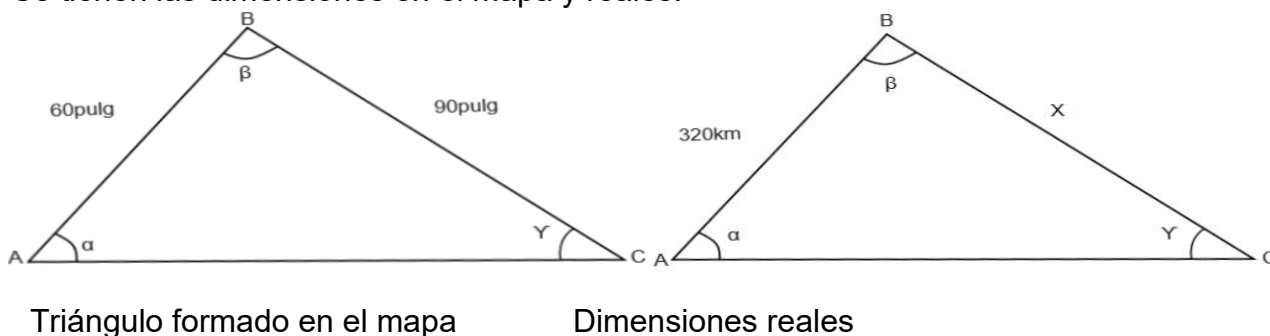
C) 160

D) 450

E) 600

Solución:

Se tienen las dimensiones en el mapa y reales:



$$\frac{90}{60} = \frac{x}{320}$$

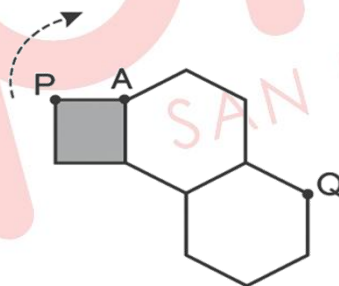
De aquí la distancia de Bellatrix a Cambell: $x = 480$ km.

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En la figura se muestran dos hexágonos regulares de lado 6 cm, y un cuadrado de lado igual al de los hexágonos. Si se hace rotar al cuadrado en sentido horario por el contorno de los hexágonos, hasta que el punto A coincida con el punto Q, ¿cuál es la menor longitud que recorre el punto P? (Los puntos P y A están en el cuadrado)

- A) $2\pi(5 + \sqrt{2})$ cm
B) $\pi(10 + \sqrt{2})$ cm
C) $2\pi(6 + \sqrt{2})$ cm
D) $\pi(12 + 3\sqrt{2})$ cm
E) $3\pi(3 + 2\sqrt{2})$ cm



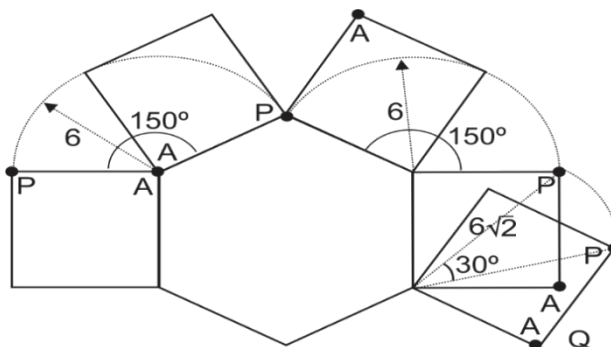
Solución:

I. El punto P describe dos arcos de 150° cuyo radio es 6 cm, y un arco de 30° de radio $6\sqrt{2}$ cm.

II. Longitud del recorrido es:

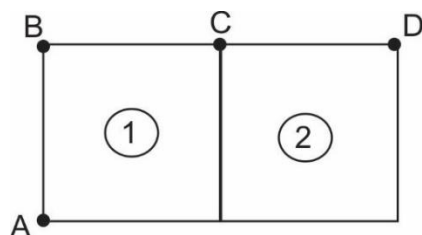
$$2\left(\frac{150}{360} \times 2\pi \times 6\right) + \left(\frac{30}{360} \times 2\pi \times 6\sqrt{2}\right)$$

$$= (10 + \sqrt{2})\pi \text{ cm}$$



Rpta.: B

2. En el gráfico se indican dos fichas cuadradas congruentes, 1 y 2, que son adyacentes y cuyos lados miden 2 cm. Si la ficha cuadrada 1 se hace girar, en el sentido horario, con centro en el punto C, hasta que el segmento BC coincida con CD, calcule el perímetro de la región generada por el segmento AB.

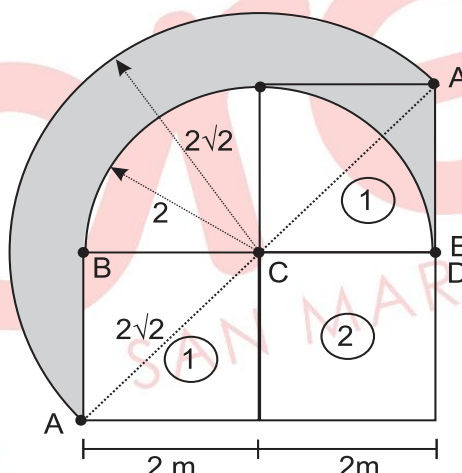


- A) $(2\sqrt{2}\pi + 2\pi + 4) \text{ cm}$ B) $(\sqrt{2}\pi + 4) \text{ cm}$ C) $(\sqrt{2}\pi + 2\pi + 2) \text{ cm}$
D) $(2\sqrt{2}\pi + \pi + 2) \text{ cm}$ E) $(\sqrt{2}\pi + \pi + 2) \text{ cm}$

Solución:

I. En la figura se indica la región generada por el segmento AB.

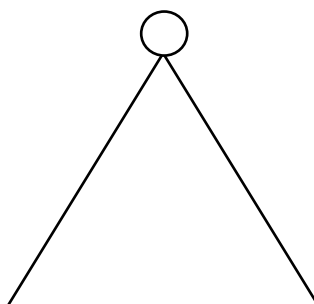
II. **Perímetro** = $(2\sqrt{2}\pi + 2\pi + 4) \text{ cm}$



Rpta.: A

3. Un disco circular de radio de 3 cm se desplaza sin deslizar sobre una superficie que tiene la forma de un triángulo equilátero de lado $12\sqrt{3} \text{ cm}$, recorriendo todo su contorno exterior partiendo de un vértice hasta volver a la misma posición inicial. ¿Cuál es la menor longitud total de la trayectoria descrita por el centro del disco?

- A) $6(6\sqrt{3} + \pi) \text{ cm}$
B) $3(4\sqrt{3} + 2\pi) \text{ cm}$
C) $6(\sqrt{3} + 2\pi) \text{ cm}$
D) $3(6\sqrt{3} + \pi) \text{ cm}$
E) $3(6\sqrt{3} + 5\pi) \text{ cm}$



Solución:

- Tramos Rectos: El centro recorre los 3 lados del triángulo: $3(12\sqrt{3}) = 36\sqrt{3}cm$
- En cada uno de los 3 vértices externos, el centro describe un arco. Como es un triángulo equilátero, el ángulo de giro exterior en cada esquina es de 120° . Por lo tanto, es una vuelta completa.
- Longitud de arco = $2\pi r = 6\pi cm$
- Longitud total recorrida = $36\sqrt{3} + 6\pi cm = 6(6\sqrt{3} + \pi)cm$

Rpta.: A

4. Don Sergio hace girar el bloque triangular equilátero, cuyo lado mide 1,6 m siempre apoyado en un vértice, sin deslizar y en sentido horario hasta que por primera vez un lado se encuentre apoyado nuevamente en posición horizontal, ¿cuál será la longitud del recorrido del punto A hasta la posición final?

- A) $\frac{64\pi}{15}m$ B) $\frac{64\pi}{25}m$
C) $4\pi m$ D) $\frac{34\pi}{3}m$
E) $\frac{35\pi}{6}m$

Solución:

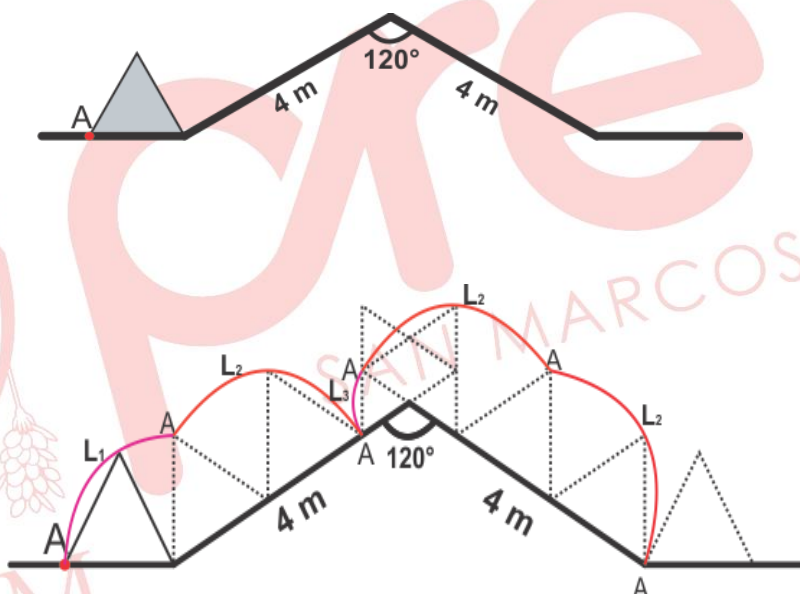
$$L_1 = 1,6 \left(\frac{\pi}{2} \right) m$$

$$L_2 = 1,6 \left(\frac{2\pi}{3} \right) m$$

$$L_3 = 0,8 \left(\frac{\pi}{3} \right) m$$

$$L_{TOTAL} = L_1 + 3L_2 + L_3$$

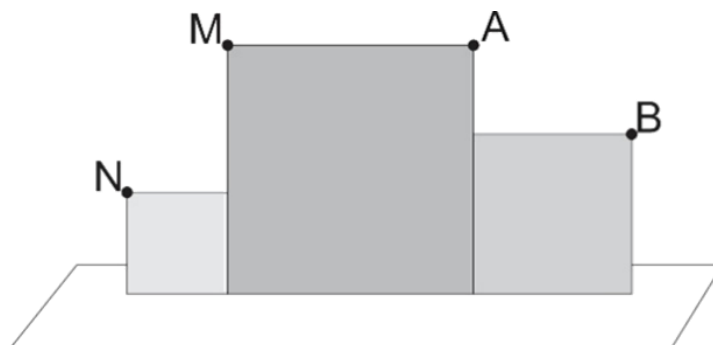
$$= \frac{64\pi}{15}m$$



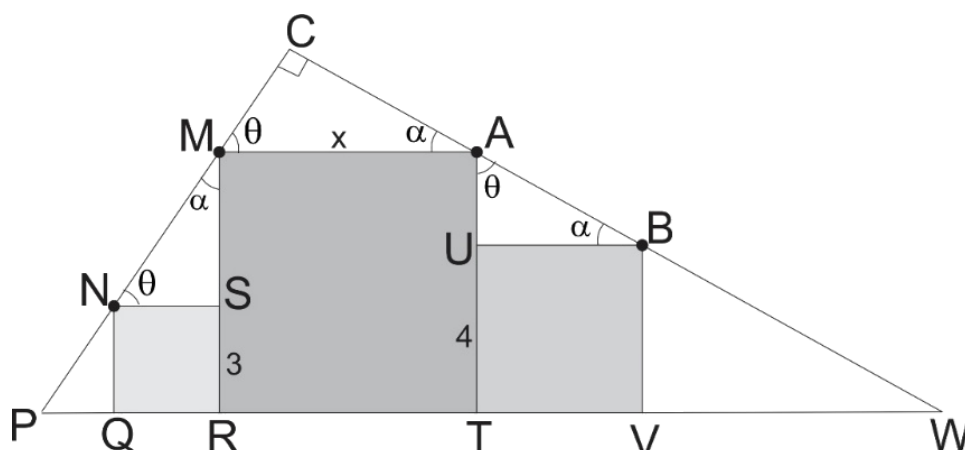
Rpta.: A

5. En la figura, se observan tres cuadrados de un juego didáctico. Sabiendo que la línea que une los puntos M y N y la línea que une los puntos A y B son perpendiculares y que los cuadrados más pequeños tienen lados que miden 3 y 4 cm respectivamente, se pide determinar el lado, en cm, del cuadrado más grande.

- A) 7
B) 6
C) 4
D) 5
E) 8



Solución:



Los triángulos NSM y AUB son semejantes.

Luego:

$$\frac{MS}{UB} = \frac{NS}{AU} \Rightarrow \frac{x-3}{4} = \frac{3}{x-4} \Rightarrow x = 7$$

Rpta.: A

6. Se tiene una estructura metálica cilíndrica recta hueca cuyo propósito es servir de reservorio de agua para una comunidad campesina. Para lograr su estabilidad se ha colocado otra estructura metálica en forma de cono (Fig. 1) que contiene a la primera estructura, de tal forma que la primera está inscrita en la segunda. Se quiere hacer un corte horizontal perfecto a la estructura cónica para que la cara cilíndrica superior quede libre y se pueda verter agua en su interior (Fig. 2). Se conoce que la altura de la estructura cónica es 18 m y la longitud de su base es 12π m, además el radio de la estructura cilíndrica mide 4 m. ¿A qué altura del suelo se debe hacer el corte horizontal?

- A) 3 m
B) $\frac{5}{3}$ m
C) 6 m
D) 9 m
E) 10 m



Fig. 1



Fig. 2

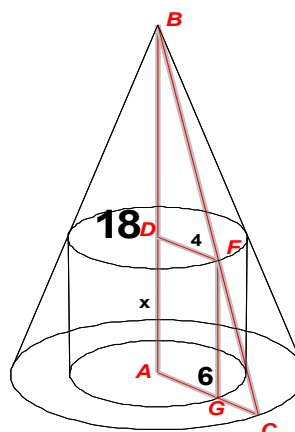
Solución:

Se obtiene que $AC = 6$

$$\triangle BAC \approx \triangle BDF$$

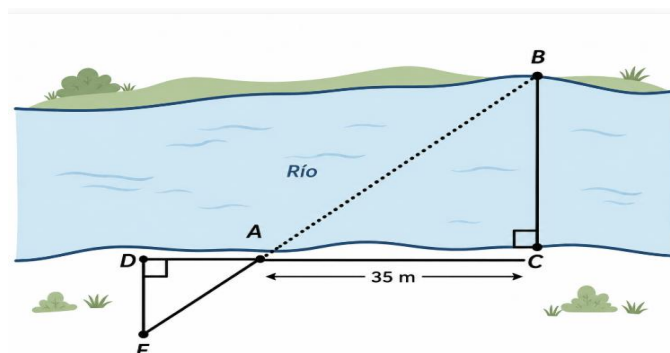
$$\frac{18}{6} = \frac{18-x}{4}$$

$$x = 6$$



Rpta.: C

7. Una empresa constructora diseñará un puente sobre un río. El ingeniero encargado tomó las medidas necesarias con la finalidad de determinar la longitud del ancho del río en el lugar donde se construirá el puente. Si $DA = 12$ m y $EA = 22$ m, ¿cuál es la longitud del ancho del río, en metros?



- A) $\frac{35\sqrt{85}}{6}$ B) $\frac{36\sqrt{85}}{6}$ C) $\frac{30\sqrt{85}}{6}$ D) $\frac{31\sqrt{85}}{6}$ E) $\frac{29\sqrt{85}}{6}$

Solución:

Triángulos semejantes: $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ (Caso: AAA)

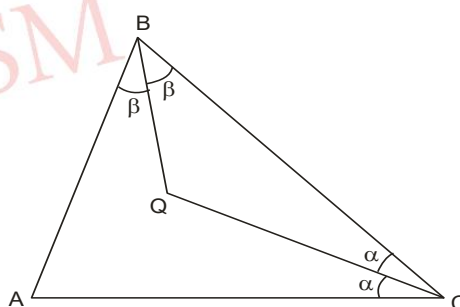
Proporción de lados: $\frac{BC}{AC} = \frac{DE}{AD} \Rightarrow \frac{X}{35} = \frac{2\sqrt{85}}{12}$, entonces $X = \frac{35\sqrt{85}}{6}$

$\therefore$ La longitud del ANCHO del río es $\frac{35\sqrt{85}}{6}$

Rpta.: A

8. En la figura, $QC = AB$. Una hormiga está en el punto Q y visualiza los vértices B y C según la configuración. Halle el ángulo que forma la línea visual desde C hacia la hormiga, con respecto al segmento $\overline{AC}$.

- A) 25°
B) 20°
C) 35°
D) 30°
E) 15°



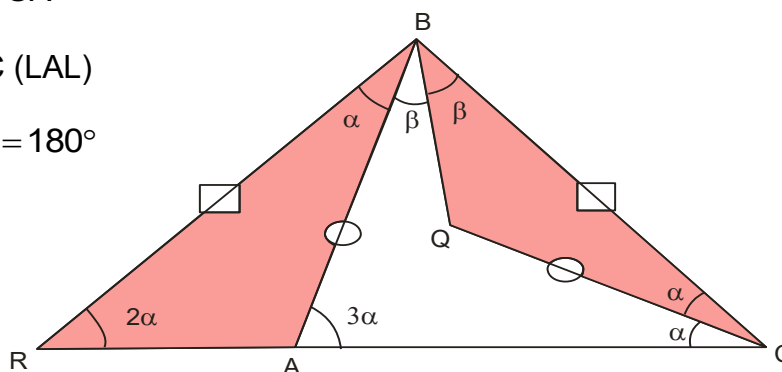
Solución:

$BR = BC$, $R \in \overline{CA}$

$\triangle RAB \cong \triangle BQC$ (LAL)

$\beta = 2\alpha \rightarrow 9\alpha = 180^\circ$

$\rightarrow \alpha = 20^\circ$



Rpta.: B

ARITMÉTICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. En una empresa de mantenimiento y limpieza utilizan solo dos productos para preparar otras soluciones. Uno de los productos contiene 25 % de ácido, mientras que el otro contiene 50 % de ácido. Si a Jacinto se le encarga preparar 20 galones de una solución que contenga 40 % de ácido, ¿cuántos galones más de un producto que del otro debe mezclar?

A) 3 B) 7 C) 5 D) 4 E) 1

Solución:

	<u>Producto 1</u>	<u>Producto 2</u>
Cantidad (galones):	x	$20 - x$
Concentración (ácido):	25 %	50 %
$P_m = \frac{x(25) + (20-x)(50)}{20} = 40 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow \text{Diferencia: } 12 - 8 = 4$		

∴ Debe mezclar 4 galones más de un producto que del otro.

Rpta.: D

2. Un comerciante mezcla tres tipos de arroz cuyos precios son 2,50; 3,00 y 3,50 soles por kilogramo, respectivamente. Las cantidades utilizadas de los dos primeros tipos de arroz están en la relación de 3 a 4. Si el comerciante obtuvo 240 kg de mezcla, que los venderá a 3,60 soles el kilogramo, obteniendo una ganancia del 20 %, ¿cuántos kilogramos del tercer tipo de arroz empleó?

A) 62 B) 65 C) 53 D) 72 E) 91

Solución:

	<u>Tipo 1</u>	<u>Tipo 2</u>	<u>Tipo 3</u>
Cantidad (kg):	$3k$	$4k$	$240 - 7k$
Precio (S/):	2,5	3	3,5

$$P_v = 120\%P_m \Rightarrow 3,6 = 120\%P_m \Rightarrow P_m = 3$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{(3k)(2,5) + (4k)(3) + (240 - 7k)(3,5)}{240} \Rightarrow k = 24$$

$$\text{Tipo 3: } 240 - 7(24) = 72$$

∴ Del tercer tipo de arroz empleó 72 kg.

Rpta.: D

3. Un barril contiene una mezcla de 100 litros de vino y agua, con una pureza del 90 %. En una primera operación se extrae cierta cantidad de esa mezcla y se reemplaza con agua, obteniendo una mezcla con 72 % de pureza. Luego, de esta nueva mezcla se extrae la misma cantidad que en la primera operación y se reemplaza por agua. Determine la pureza final de la mezcla.

A) 67,4 % B) 51,8 % C) 56,4 % D) 52,5 % E) 57,6 %

Solución:

$$\text{Primera operación: } \frac{(100-x)(90\%)+x(0\%)}{100} = 72\% \Rightarrow x = 20$$

$$\text{Segunda operación: } G_m = \frac{(100-20)(72\%)+20(0\%)}{100} = 57,6\%$$

∴ La pureza final es 57,6 %

Rpta.: E

4. Se mezcla una solución con 30 % de reactivo, cuyo costo por litro es S/15, con otra solución con 55 % de reactivo, cuyo costo por litro es S/20. Si por cada 5 litros de la mezcla resultante, 2 litros corresponden a reactivo puro, determine el costo, en soles, de un litro de dicha mezcla.

A) 15,5 B) 17 C) 16,5 D) 18 E) 17,5

Solución:

Solución 1 Solución 2

Cantidad (litros):	a	b
Precio (S/):	15	20
Grado:	30%	55%

$$G_m = \frac{2}{5}(100\%) = 40\% = \frac{a(30\%)+b(55\%)}{a+b} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3k}{2k} \Rightarrow P_m = \frac{(3k)(15)+(2k)(20)}{5k} = 17$$

∴ El precio por litro de mezcla es 17 soles.

Rpta.: B

5. Un vendedor de abarrotes mezcla dos tipos de cereales de dos maneras diferentes. En la primera, mezcla el primer y segundo tipo en la proporción de 3 a 2, respectivamente, y la venderá con una ganancia del 15 %. En la segunda, mezcla el primer y segundo tipo en la proporción de 2 a 3, en ese orden, y la venderá con una ganancia del 10 %. Si ambas mezclas las vendió al mismo precio por kilogramo; además, la suma de los precios de costo por kilogramo de los cereales es S/ 6,30, ¿cuál es la diferencia de dichos precios de costo?

A) S/ 0,90 B) S/ 0,85 C) S/ 0,80 D) S/ 0,70 E) S/ 0,75

Solución:

	Tipo 1	Tipo 2
Cantidad (kg):	$3k$	$2k$
Precio costo (S/):	P_1	P_2

$$P_{V_1} = 115\% \left(\frac{(3k)P_1 + (2k)P_2}{5k} \right) = 115\% \left(\frac{3P_1 + 2P_2}{5} \right) \text{ análogamente}$$

$$P_{V_2} = 110\% \left(\frac{2P_1 + 3P_2}{5} \right), \text{ pero } P_{V_1} = P_{V_2} \Rightarrow 5P_1 = 4P_2, \quad P_1 + P_2 = 6,3$$
$$\Rightarrow P_1 = 2,8 ; \quad P_2 = 3,5$$

∴ La diferencia de dichos precios es S/ 0,70.

Rpta.: D

6. Un orfebre tiene un lingote de oro y cobre de 21 quilates con un peso de 800 gramos. Al fundirlo con cierta cantidad de oro puro y 200 gramos de cobre, obtiene una aleación de ley 0,750. Determine la relación entre la cantidad de oro puro añadido y la cantidad de cobre agregada.

A) 1 a 1 B) 1 a 2 C) 2 a 3 D) 1 a 6 E) 5 a 6

Solución:

$$\text{Aleación final: Ley} = \frac{\# \text{ quilates}}{24} = 0,750 \rightarrow \# \text{ quilates} = 18$$

$$K_m = \frac{(800)(21) + (x)(24) + (200)(0)}{800 + x + 200} = 18 \rightarrow x = 200 \rightarrow \frac{\text{Oro puro}}{\text{Cobre}} = \frac{200}{200} = \frac{1}{1}$$

∴ El oro puro y cobre fundidos con el lingote están en la relación de 1 a 1.

Rpta.: A

7. Un joyero tiene dos lingotes de plata. El primero contiene 80 % de plata pura, 10 % de zinc y 10 % de estaño; el segundo contiene 60 % de plata pura, 25 % de zinc y 15 % de estaño. Para elaborar una nueva aleación, funde cantidades de ambos lingotes en la proporción de 2 a 3, respectivamente, y agrega una cierta cantidad de plata pura, de modo que obtuvo una aleación de ley 0,744. ¿Qué porcentaje de estaño contiene la aleación final?

A) 10,4 % B) 12,8 % C) 15,2 % D) 9,4 % E) 16,5 %

Solución:

	1° mezcla	2° mezcla
Plata:	80 %	60 %
Zinc:	10 %	25 %
Estaño:	10 %	15 %
Peso:	2k	3k

$$\text{Aleación final: } L = \frac{(2k)(0,8) + (3k)(0,6) + a(1)}{5k + a} = 0,744 \rightarrow a = \frac{5k}{4}$$

$$\text{Estaño: } 10\%(2k) + 15\%(3k) = \frac{13k}{20}$$

$$\text{Peso de la aleación: } 5k + a = \frac{25k}{4}$$

$$x\% \left(\frac{25k}{4} \right) = \frac{13k}{20} \rightarrow x = 10,4$$

∴ La aleación final contiene 10,4 % de estaño.

Rpta.: A

8. Se tiene dos lingotes de oro que contienen cobre y tienen distintas leyes. Al fundir cantidades iguales de ambos lingotes se obtiene una aleación de 20 quilates. Al fundir cantidades diferentes de ambos lingotes; pero, que contengan el mismo peso de oro puro, la aleación resulta de 19,8 quilates. Halle la diferencia del número de quilates que tienen los lingotes.

A) 4 B) 2 C) 6 D) 5 E) 7

Solución:

	<u>Lingote 1</u>	<u>Lingote 2</u>	
Cantidad:	n	n	
Quilates:	k_1	k_2	$20 = \frac{n(k_1) + n(k_2)}{2n} \Rightarrow k_1 + k_2 = 40$
	<u>Lingote 1</u>	<u>Lingote 2</u>	
Oro:	a	a	
Cobre:	b	c	
	$Ley = \frac{k_1}{24} = \frac{a}{a+b}, \quad \frac{k_2}{24} = \frac{a}{a+c},$	además	$K_m = \frac{(a+b)(k_1) + (a+c)(k_2)}{2a+b+c} = 19,8$

$\Rightarrow k_1 \cdot k_2 = 396 \Rightarrow k_1 \text{ y } k_2 \in \{22; 18\} ; \text{Diferencia: } 22 - 18 = 4$

$\therefore$ La diferencia del número de quilates de ambos lingotes es 4

Rpta.: A

Lea el siguiente texto y resuelva los ejercicios 9 y 10.

El joyero Marcus tiene dos lingotes de plata, el primero tiene 500 gramos de peso y cierta ley; y el segundo tiene una ley de 0,850 y cierto peso.

9. Si Marcus funde el primer lingote con 20 gramos de plata pura, obtiene una aleación con una ley que excede en 10 milésimas a la del primer lingote. ¿Cuántos gramos de plata pura contiene la aleación final?

A) 436 B) 390 C) 380 D) 400 E) 442

Solución:

	<u>1° lingote</u>	<u>Plata pura</u>	
Peso:	500 g	20 g	
Ley:	L_1	1	
	$\frac{500(L_1) + 20(1)}{520} = L_1 + 0,010 \rightarrow L_1 = 0,740$		$\rightarrow L_a = 0,750$

$$Ley = \frac{W \text{ plata pura}}{W \text{ total}} \rightarrow 0,750 = \frac{W \text{ plata pura}}{520} \rightarrow W \text{ plata pura} = 390 \text{ g}$$

$\therefore$ La aleación final contiene 390 gramos de plata pura.

Rpta.: B



10. Si Marcus funde ambos lingotes con 60 gramos de plata pura y 40 gramos de zinc, obtiene una aleación con una ley de 0,770. ¿Cuál es el peso, en gramos, del segundo lingote?

A) 420 B) 300 C) 340 D) 380 E) 400

Solución:

	<u>1° lingote</u>	<u>2° lingote</u>	<u>Plata pura</u>	<u>Zinc</u>
Peso:	500 g	W_2	60 g	40 g
Ley:	0,740	0,850	1	0

$$L_m = \frac{500(0,74) + W_2(0,85) + 60(1) + 40(0)}{600 + W_2} = 0,77 \rightarrow W_2 = 400$$

∴ El segundo lingote pesa 400 gramos.

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Un operario tiene dos recipientes con pintura, en el primero por cada 2 litros de pintura azul hay 7 litros de pintura roja; mientras que, en el segundo, por cada 5 litros de pintura roja hay 1 litro de pintura azul. Si para obtener una mezcla que contenga 60 litros de pintura azul y 270 litros de pintura roja, emplea cierta cantidad de cada recipiente, ¿cuántos litros más de un recipiente que del otro utiliza?

A) 130 B) 70 C) 170 D) 150 E) 230

Solución:

Emplea:	<u>1° recipiente</u>	<u>2° recipiente</u>
Pintura azul:	$2p$	$1q$
Pintura roja:	$7p$	$5q$
Total utilizado:	$9p$	$6q$

$$2p + q = 60$$

$$7p + 5q = 270 \Rightarrow p = 10, q = 40 \Rightarrow 6q = 240 ; 9p = 90$$

$$\text{Diferencia: } 240 - 90 = 150$$

∴ Utilizó 150 litros más del segundo que del primer recipiente.

Rpta.: D

2. Un enfermero dispone de una solución de glucosa con concentración de 75 g/L. El médico le indica que debe preparar exactamente un litro de una solución más diluida con concentración de 55 g/L, para administrársela a un paciente. ¿Cuántos litros de agua destilada debe agregar el enfermero a la solución original para cumplir con la dosis exacta prescrita por el médico?

A) 7/15 B) 1/15 C) 3/15 D) 4/15 E) 2/15

Solución:

	<u>Solución</u>	<u>Agua destilada</u>
Volumen (litros):	a	$1 - a$
Concentración:	75 g/L	0 g/L

$$C_m = \frac{a(75) + (1-a)(0)}{1} = 55 \Rightarrow a = \frac{11}{15} \Rightarrow 1 - a = 1 - \frac{11}{15} = \frac{4}{15} L$$

∴ El enfermero debe agregar 4/15 de litro de agua destilada.

Rpta.: D

3. En un mercado, un vendedor mezcla dos tipos de café de distinta calidad para obtener un café especial. Habitualmente los mezcla en la proporción de 2 a 5; pero, si los mezclara en la proporción de 5 a 2, el precio por kilogramo de la mezcla aumentaría en \$ 0,30. Además, se sabe que, al mezclar ambos cafés en partes iguales, el precio resultante es de \$ 2,35 por kilogramo. ¿Cuál es el precio, en dólares, por kilogramo del café de mayor calidad?

A) 2,70 B) 3,50 C) 1,90 D) 2,60 E) 2,00

Solución:

	<u>1° café</u>	<u>2° café</u>
Precio:	P_1	P_2

$$\frac{5P_1 + 2P_2}{7} - \left(\frac{2P_1 + 5P_2}{7} \right) = 0,3 \Rightarrow P_1 - P_2 = 0,7$$

$$\frac{P_1 + P_2}{2} = 2,35 \Rightarrow P_1 + P_2 = 4,7 \Rightarrow P_1 = 2,7 ; P_2 = 2$$

∴ El precio por kilogramo del café de mayor calidad es de 2,70 dólares.

Rpta.: A

4. En un laboratorio se dispone de 240 litros de una mezcla alcohólica, donde la cantidad de agua equivale al 60 % del volumen de alcohol puro presente. Si al encargado se le pide reforzar la mezcla hasta obtener alcohol de 80°, ¿cuántos litros de alcohol puro debe añadir a dicha mezcla, para obtener ese pedido?

A) 220 B) 240 C) 210 D) 230 E) 200

Solución:

Inicio: Mezcla alcohólica

Agua: $60\%a$

Alcohol puro: a

$$160\%a = 240 \Rightarrow a = 150 \Rightarrow \text{alcohol puro} = 150 ; \text{agua} = 90$$

Se agrega x litros de alcohol puro:

$$\text{Final: } G_m = \frac{(150+x)}{(240+x)} \times 100^\circ = 80^\circ \Rightarrow x = 210$$

∴ El encargado debe añadir 210 litros de alcohol puro.

Rpta.: C

5. En una empresa de refrescos se mezclan 3 tipos de jugos concentrados de un mismo sabor, cuyos precios por litro son de S/ 3; S/ 3,50 y S/ 2,50. Si en dicha mezcla la cantidad del jugo más barato es a la cantidad del más caro como 1 es a 2, ¿cuántos litros del jugo más barato se emplearán para obtener 100 litros de mezcla que cuesta S/ 3,10 por litro?

A) 28 B) 20 C) 24 D) 26 E) 22

Solución:

	1° tipo	2° tipo	3° tipo
Cantidad:	$100 - 3k$	$2k$	k
Precio:	3	3,50	2,50
$3,1 = \frac{(100-3k) \cdot 3 + (2k)(3,5) + k(2,5)}{100} \rightarrow k = 20$			
∴ Se emplearán 20 litros del más barato.			

Rpta.: B

6. Un joyero decide fundir dos piezas de oro para fabricar una nueva joya. Una de ellas es de oro puro y la otra de 16 quilates. Si el peso de cada pieza es inversamente proporcional al número de quilates que tiene, ¿cuál será la ley de la nueva joya?

A) 0,825 B) 0,800 C) 0,850 D) 0,780 E) 0,785

Solución:

	1° pieza	2° pieza
Peso:	w_1	w_2
# Quilates:	24	16
$w_1 \cdot 24 = w_2 \cdot 16 \Rightarrow \frac{w_1}{w_2} = \frac{2k}{3k} \Rightarrow k_m = \frac{(2k)(24) + (3k)(16)}{5k} = 19,2$		
$L_m = \frac{19,2}{24} = 0,800$		

∴ La ley de la nueva joya es 0,800.

Rpta.: B

7. En una joyería se obtuvo dos aleaciones de plata, donde cada una contiene 20 gramos de estaño. Además, numéricamente, la ley de una es igual a la liga de la otra. Si se sabe que la diferencia entre las cantidades de plata pura que contienen ambas aleaciones es de 75 gramos, determine la suma de los pesos de las dos aleaciones.

A) 125 g B) 100 g C) 145 g D) 90 g E) 175 g

Solución:

	1° Aleación	2° aleación
Plata pura:	a	b
Estaño:	20	20
$Ley\ 1 = Liga\ 2 \Rightarrow \frac{a}{a+20} = \frac{20}{b+20} \Rightarrow ab = 400, a - b = 75 \Rightarrow a = 80, b = 5$		
$w_1 + w_2 = (a + 20) + (b + 20) = 100 + 25 = 125$		

∴ La suma de los pesos de ambas aleaciones es de 125 gramos.

Rpta.: A

8. En un taller de orfebrería se tenía un lingote de oro de 450 gramos de peso y cierta ley. Para aumentar su pureza, el orfebre encargado decidió fundir dicho lingote con 50 gramos de oro puro, de modo que obtuvo una aleación de oro cuya ley es 20 milésimas mayor que la del lingote. ¿Cuántos gramos de oro puro contenía el lingote?

A) 450 B) 400 C) 360 D) 320 E) 350

Solución:

	<u>Lingote</u>	<u>Oro puro</u>
Cantidad:	450 g	50 g
Ley:	L	1

$$\frac{450L + 50(1)}{500} = L + 0,02 \Rightarrow L = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{W_{oro\ puro}}{450} = \frac{4}{5} \Rightarrow W_{oro\ puro} = \frac{4}{5}(450) = 360$$

∴ El lingote contenía 360 gramos de oro puro.

Rpta.: C

Lea el siguiente texto y resuelva los ejercicios 9 y 10.

Un joyero dispone de cierta cantidad de oro puro y cobre, cuyos pesos en kilogramos están en la relación de 3 a 2 respectivamente. Al fundir ambos metales obtiene varios lingotes de 6 kg cada uno. Luego, toma la tercera parte del peso total de todos los lingotes obtenidos y, las funde con 4 kg de oro puro y 1 kg de cobre, obteniendo una aleación de 16 quilates.

9. ¿Cuántos lingotes obtuvo inicialmente el joyero?

A) 3 B) 6 C) 4 D) 5 E) 7

Solución:

	<u>Oro puro</u>	<u>Cobre</u>
Peso:	3a	2a
Quilates:	24	0

$$K_m = \frac{(3a)(24) + (2a)0}{5a} = 14,4$$

Lingotes = x ; Peso total de lingotes = 6x

	<u>Lingotes</u>	<u>Oro puro</u>	<u>Cobre</u>
Peso:	2x	4	1
Quilates:	14,4	24	0

$$K_a = \frac{(2x)(14,4) + 4(24) + 1(0)}{2x + 5} = 16 \rightarrow x = 5$$

∴ El joyero al inicio obtuvo 5 lingotes.

Rpta.: D

10. Si el joyero del total de lingotes obtenidos hubiera separado dos, y el resto lo fundía con 1,5 kg de oro puro y 0,5 kg de cobre, ¿de cuántos quilates resultaría esta aleación?

A) 14,72 B) 14,76 C) 14,26 D) 13,85 E) 15,05

Solución:

De los 5 lingotes, se separan 2 y quedan 3.

Peso total lingotes: $3(6) = 18$ kg, de 14,4 quilates.

Se funde con 1,5 kg de 24 quilates y 0,5 kg de 0 quilates.

$$K_m = \frac{(18)(14,4) + (1,5)(24) + (0,5)(0)}{20} = 14,76$$

∴ La aleación resultante tendría 14,76 quilates.

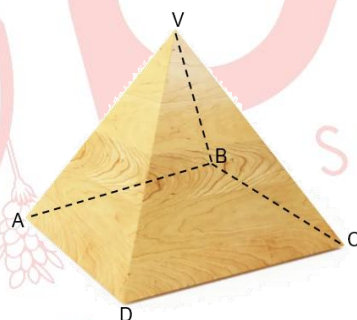
Rpta.: B

GEOMETRÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. La figura muestra un sólido de madera en forma de pirámide regular hecho para un proyecto escolar. Se desea pintar la superficie lateral. Si la arista lateral mide 20 cm y la $m\angle AVD = 74^\circ$, halle el área de la superficie lateral.

- A) 760 cm^2
B) 768 cm^2
C) 740 cm^2
D) 770 cm^2
E) 762 cm^2



Solución:

- Dato: V-ABCD pirámide regular
⇒ ABCD es un cuadrado

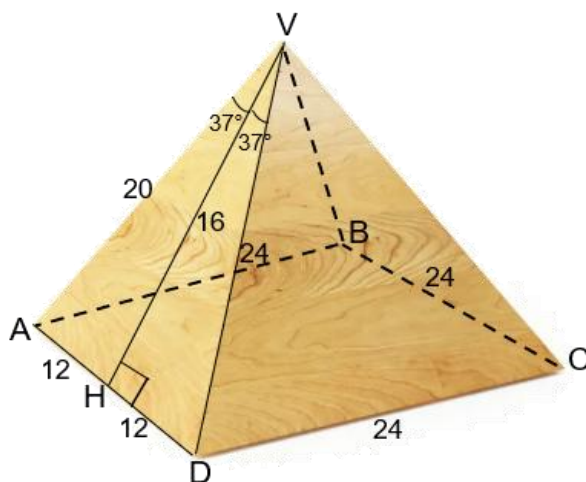
- Trazamos la apotema $\overline{VH}$:
⇒ $\overline{VH} \perp \overline{AD}$ y $AH = HD$
y $m\angle HVA = m\angle HVD = 37^\circ$

- $\triangle VHA$: notable 37° y 53°
 $AV = 20 \Rightarrow VH = 16$ y $AH = 12$

- $A_L = \frac{1}{2} \cdot 4(24) \cdot 16 = 768$

∴ La medida de la superficie lateral por pintar es 768 cm^2 .

Rpta.: B



2. La figura muestra un bloque de cemento de forma piramidal, donde la base triangular ABC es congruente con la cara lateral ABP. Si $AC = 4\sqrt{2}$ dm, halle el volumen de dicho bloque.

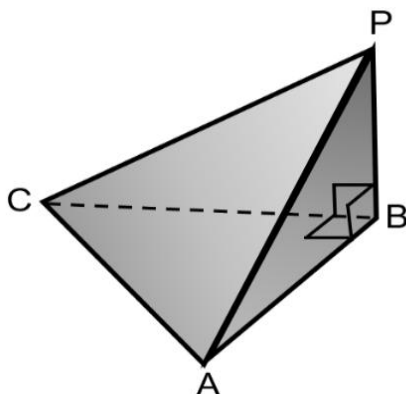
A) $32/3$ dm³

B) $34/3$ dm³

C) 12 dm³

D) 13 dm³

E) $35/3$ dm³



Solución:

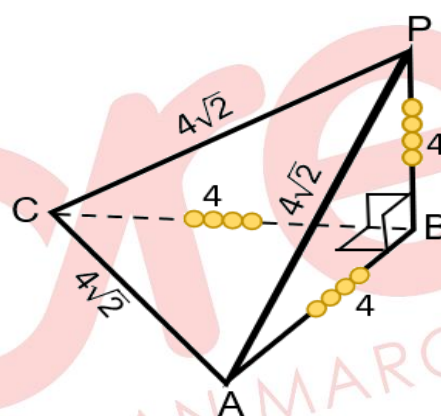
- $\triangle ABC$: notable de 45°
 $\Rightarrow AB = BC = 4$

- Dato: $\triangle ABC \cong \triangle ABP$
 $\Rightarrow BC = BP$ y $AP = AC = 4\sqrt{2}$
 $\Rightarrow BC = BP = 4$

$$V_{P-ABC} = \frac{1}{3} \left(\frac{4 \cdot 4}{2} \right) \cdot 4$$

$$= \frac{32}{3}$$

$\therefore$ El volumen del bloque es $\frac{32}{3}$ dm³



Rpta.: A

3. La figura muestra una caja de regalo de cartón plastificado con forma de pirámide hexagonal regular. Si el perímetro de su base es 48 cm y su altura 24 cm, halle el área total de cartón utilizada en la caja.

A) $92(\sqrt{39} + \sqrt{3})$ cm²

B) $90(\sqrt{39} + \sqrt{3})$ cm²

C) $96(\sqrt{39} + \sqrt{3})$ cm²

D) $96(\sqrt{33} + \sqrt{3})$ cm²

E) $106(\sqrt{33} + \sqrt{3})$ cm²

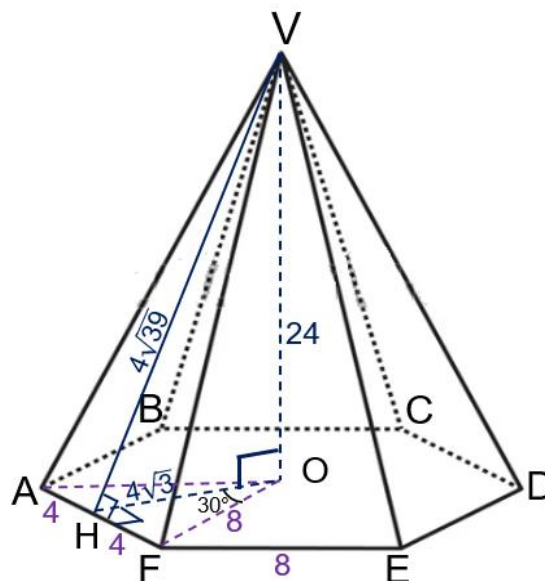


Solución:

$\triangle AOF$: equilátero

$\Rightarrow AO = OF = AF = 8$

- Trazamos $\overline{OH} \perp \overline{AF}$
 $\Rightarrow \triangle AMB$: notable 30° y 60°
 $\Rightarrow OH = 4\sqrt{3}$
- $\triangle VOH$: Teorema de Pitágoras
 $(VH)^2 = (4\sqrt{3})^2 + 24^2$
 $\Rightarrow VH = 4\sqrt{39}$
- $A_T = A_L + A_{ABCDEF}$
 $= 24 \cdot (4\sqrt{39}) + 6 \cdot \left(\frac{8^2\sqrt{3}}{4}\right)$
 $= 96(\sqrt{39} + \sqrt{3})$

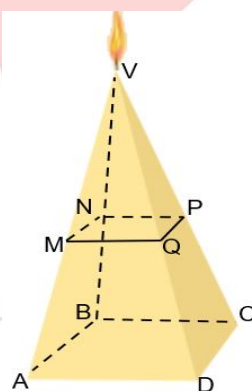


$\therefore$ El área total de cartón utilizado es $96(\sqrt{39} + \sqrt{3}) \text{ cm}^2$.

Rpta.: C

4. La figura muestra una vela de forma piramidal V-ABCD hecha con 80 cm^3 de cera líquida. MNPQ representa el corte transversal realizado a la mitad de su altura para obtener otra vela pequeña V-MNPQ. Halle la cantidad de cera que contiene la vela pequeña.

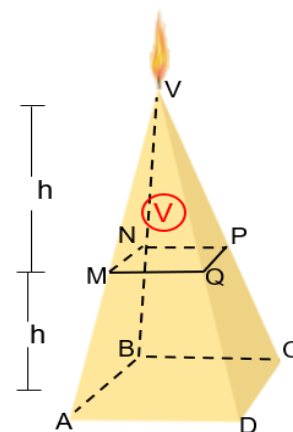
- A) $10,25 \text{ cm}^3$
- B) 14 cm^3
- C) 12 cm^3
- D) 10 cm^3
- E) $12,5 \text{ cm}^3$



Solución:

- Sean:
 V : volumen de la vela pequeña V-MNPQ
 80 cm^3 : volumen de la vela piramidal V-ABCD
- Dato: $\square MNPQ \parallel \square ABCD$
 $\Rightarrow V\text{-MNPQ} \sim V\text{-ABCD}$
- Relación de volúmenes:

$$\frac{V}{80} = \frac{h^3}{(2h)^3} \Rightarrow V = 10$$



$\therefore$ La cantidad de cera que contiene la vela pequeña es 10 cm^3 .

Rpta.: D

5. En un tronco de pirámide cuadrangular regular, los perímetros de sus bases son 24 cm y 48 cm. Si el ángulo formado por una arista lateral con la base mayor mide 60° , halle el volumen del tronco.

A) $250\sqrt{6} \text{ cm}^3$ B) $252\sqrt{6} \text{ cm}^3$ C) $242\sqrt{3} \text{ cm}^3$ D) $256\sqrt{2} \text{ cm}^3$ E) $264\sqrt{6} \text{ cm}^3$

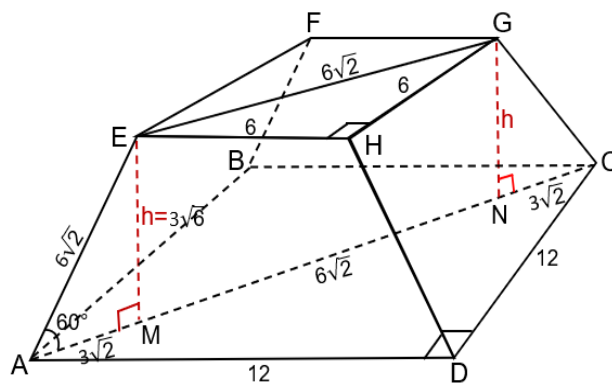
Solución:

- EFGH y ABCD son cuadrados:

$$\Rightarrow EG = 6\sqrt{2}, MN = 6\sqrt{2} \text{ y} \\ AM = NC = 3\sqrt{2}$$

- $\triangle AME$: notable de 30° y 60°
 $AM = 3\sqrt{2} \Rightarrow h = 3\sqrt{6}$

$$\bullet V_{\text{TRONCO}} = \frac{1}{3} \cdot 3\sqrt{6} \cdot (12^2 + 6^2 + \sqrt{12^2 \cdot 6^2}) \\ = 252\sqrt{6} \text{ cm}^3$$



Rpta.: B

6. La figura 1 muestra una vela en forma cilíndrica hecha de cera líquida, donde $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ son diametralmente opuestos, y la figura 2 muestra su sección axial ABDC. Si $AO = OB$, $AD = 12\sqrt{2} \text{ cm}$ y $m\angle ODB = 53^\circ/2$, halle el volumen de la vela.

A) $432\pi \text{ cm}^3$

B) $426\pi \text{ cm}^3$

C) $430\pi \text{ cm}^3$

D) $440\pi \text{ cm}^3$

E) $452\pi \text{ cm}^3$

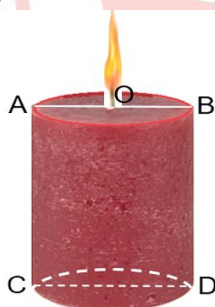


Figura 1

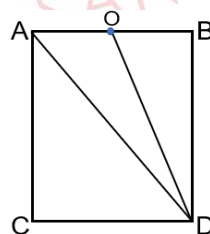


Figura 2

Solución:

- $\triangle OBD$: notable de $53^\circ/2$

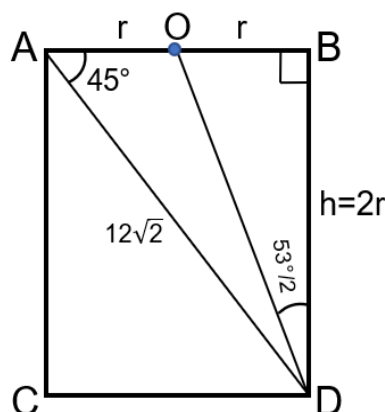
$$OB = r \Rightarrow BD = 2r$$

- $\triangle ABD$: notable de 45°
 $\Rightarrow h = 2r = 12 \dots (1)$
 $\Rightarrow r = 6 \dots (2)$

- De (1) y (2):

$$V_{\text{VELA}} = \pi \cdot 6^2 \cdot 12 \\ = 432\pi$$

$\therefore$ El volumen de la vela es $432 \pi \text{ cm}^3$



Rpta.: A

7. La figura muestra un depósito en forma de semicilindro de acero, donde $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son diámetros de las bases. Las varillas $\overline{AD}$ y $\overline{BE}$ sirven como soporte para la tapa del depósito. Si $\overline{AD} \perp \overline{BE}$, $9AE = 4ED$ y $BE = 12$ cm, halle el área total del depósito, sin considerar la tapa.

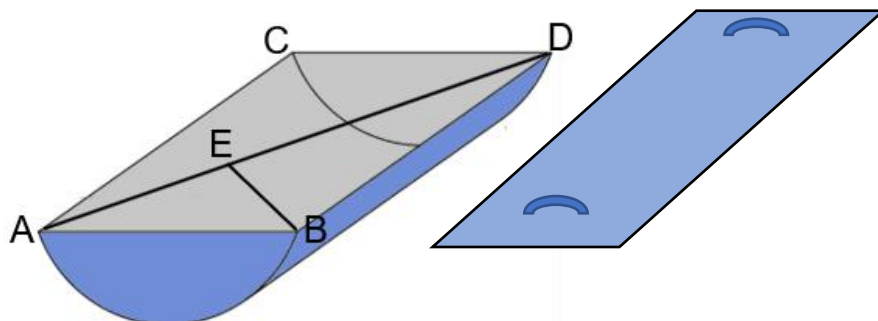
A) 210π cm²

B) 208π cm²

C) 220π cm²

D) 216π cm²

E) 218π cm²



Solución:

- $ABDC$: rectángulo
 $\overline{AD}$ diagonal

- $\triangle ABD$: relaciones métricas

$$12^2 = (4k)(9k) \Rightarrow k = 2$$

$$(2r)^2 = (13k)(4k) \Rightarrow r = 2\sqrt{13}$$

$$h^2 = (13k)(9k) \Rightarrow h = 6\sqrt{13}$$

$$\begin{aligned} \bullet A_x &= \frac{1}{2} (A_L) + 2\left(\frac{1}{2} A_{\text{BASE}}\right) \\ &= \frac{1}{2} (2\pi(2\sqrt{13})(6\sqrt{13})) + \pi(2\sqrt{13})^2 \\ &= 208\pi \end{aligned}$$

$\therefore$ El área total del depósito sin la tapa es 208π cm².

Rpta.: B

8. La figura muestra a un tetraedro regular $O-CDE$ inscrito en un tronco de cilindro circular recto. $\overline{AC}$ y $\overline{BF}$ son las generatrices menor y mayor del tronco respectivamente. Si la arista del tetraedro mide $6\sqrt{3}$ cm, halle el volumen del tronco de cilindro.

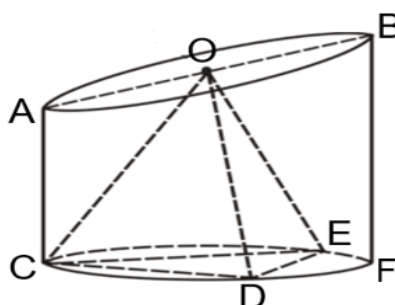
A) $216\sqrt{2}\pi$ cm³

B) $226\sqrt{2}\pi$ cm³

C) $248\sqrt{2}\pi$ cm³

D) $210\sqrt{3}\pi$ cm³

E) $214\sqrt{3}\pi$ cm³

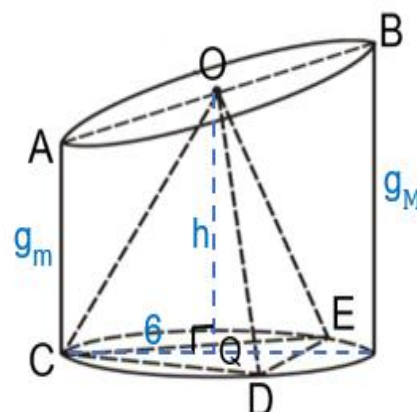
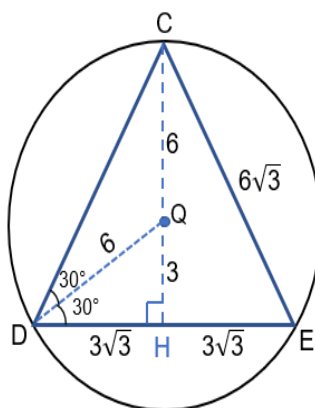


Solución:

• $\triangle DCE$: equilátero
sea Q centro de la base
 $\Rightarrow DQ = CQ = 6$

• CDE: tetraedro regular
 $h = \frac{1}{3} (6\sqrt{3})(\sqrt{6})$
 $\Rightarrow h = \frac{g_M + g_m}{2} = 6\sqrt{2}$

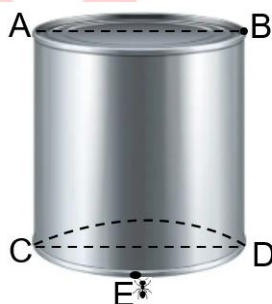
• $V_{\text{TRONCO}} = \pi(6)^2 \cdot \left(\frac{g_M + g_m}{2}\right)$
 $= 36\pi \cdot 6\sqrt{2}$
 $= 216\sqrt{2} \pi \text{ cm}^3$



Rpta.: A

9. La figura muestra una lata en forma de cilindro circular recto, donde $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son diámetros de sus bases. Una hormiga se encuentra en el punto E, el cual es punto medio del arco $\overline{CD}$. Si el radio de la base mide $24/\pi$ cm y la altura de la lata es 16 cm, halle la menor distancia que debe recorrer la hormiga por la superficie lateral para llegar al punto B.

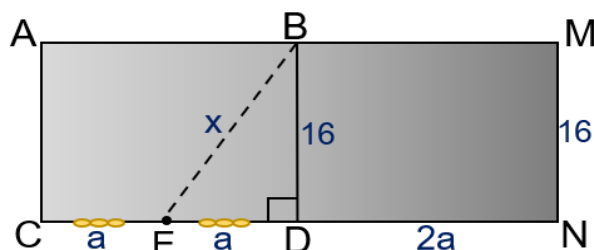
- A) 24 cm
B) 20 cm
C) 18 cm
D) 22 cm
E) 26 cm



Solución:

• AMNC: desarrollo del cilindro
 $\Rightarrow CD = DN = 2a$ y $CE = ED = a$
y $2\pi \cdot \frac{24}{\pi} = 4a \Rightarrow a = 12$

• $\triangle EDB$: notable de 37° y 53°
 $ED = 12$ y $BD = 16$
 $\Rightarrow x = 20$

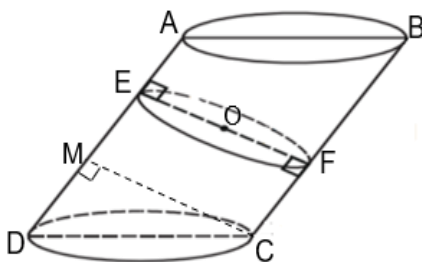


$\therefore$ La menor distancia que deberá recorrer la hormiga es 20 cm.

Rpta.: B

10. La figura muestra un cilindro oblicuo. Si $AD = 18$ cm, $DC = 10$ cm y los puntos M y E trisecan a $\overline{AD}$, halle el área lateral del cilindro.

- A) 180π cm²
B) 164π cm²
C) 144π cm²
D) 136π cm²
E) 154π cm²



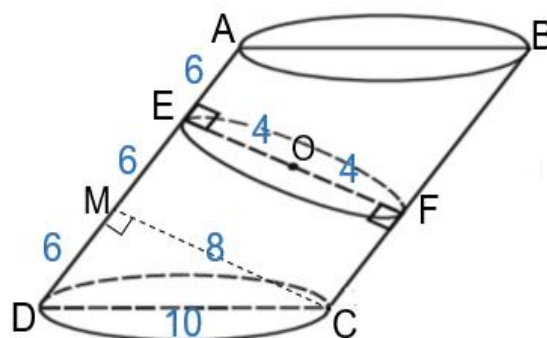
Solución:

• Datos: $DM = ME = EA = 6$

• $\triangle DMC$: notable de 37° y 53°
 $MC = 8$

• De la figura: $\overline{EF} \parallel \overline{MC}$
 $\Rightarrow EF = 8$ y $EO = OF = 4$

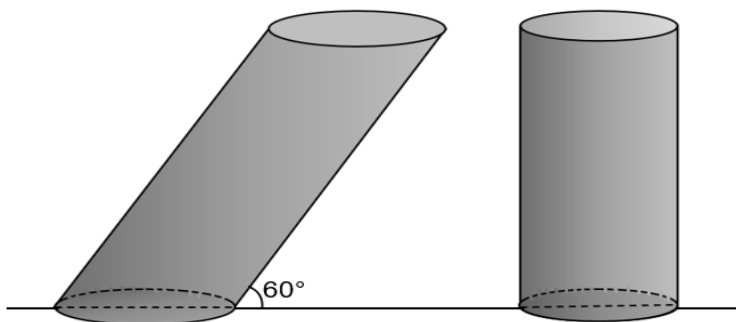
• $A_{\text{LATERAL}} = 2\pi(4)(18) = 144\pi$ cm²



Rpta.: C

11. La figura muestra dos columnas de cemento de igual altura que servirán de soporte a un puente: uno tiene forma de cilindro oblicuo y la otra de forma de cilindro circular recto. Si la generatriz del cilindro oblicuo mide 10 m, el área de su base es $6\sqrt{3}$ m² y su sección recta es congruente con las bases de la otra columna, halle el volumen de la columna con forma de cilindro circular recto.

- A) $45\sqrt{3}$ m³
B) $48\sqrt{2}$ m³
C) $42\sqrt{3}$ m³
D) $50\sqrt{2}$ m³
E) $46\sqrt{3}$ m³



Solución:

• $\triangle BHE$: notable de 30° y 60°
 $BE = 10 \Rightarrow h = 5\sqrt{3}$

• $V_{\text{CIL. OBLICUO}} = A_{\text{s.r.}} \cdot g$
 $= \pi r^2 \cdot 10 \dots (1)$

• $V_{\text{CIL. OBLICUO}} = A_b \cdot h$

$$= (6\sqrt{3}) (5\sqrt{3})$$

$$= 90 \dots (2)$$

• De (1) y (2):

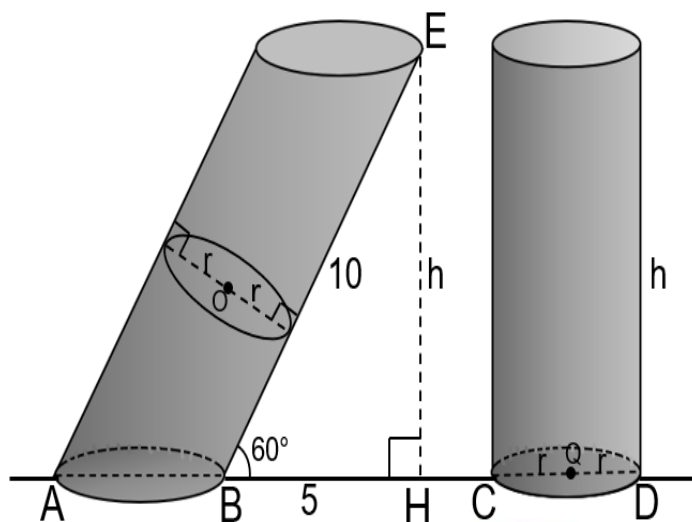
$$\pi r^2 \cdot 10 = 90$$

$$\Rightarrow \pi r^2 = 9 \dots (3)$$

• $V_{\text{CIL. CIRC. RECTO}} = \pi r^2 \cdot h$

De (3) $= 9 \cdot 5\sqrt{3}$

$$= 45\sqrt{3}$$



∴ El volumen de la columna con forma de cilindro circular recto es $45\sqrt{3} \text{ m}^3$

Rpta.: A

12. El lado de la base de una pirámide cuadrangular regular mide 12 cm. Los planos que contienen a sus caras laterales forman, con el plano de la base, ángulos diedros cuya medida es 53° . Halle el área total de dicha pirámide.

- A) 396 cm^2 B) 364 cm^2 C) 384 cm^2 D) 420 cm^2 E) 392 cm^2

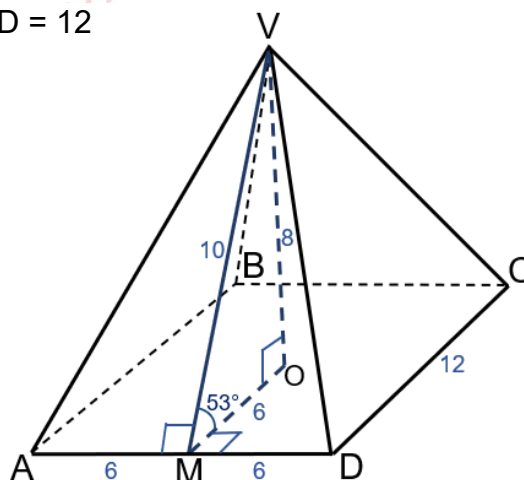
Solución:

- ABCD: región cuadrada, $AB = BC = CD = AD = 12$
Sea O centro $\Rightarrow OM = 6$

- $\triangle VOM$: notable de 37° y 53°
 $\Rightarrow VO = 8$ y $VM = 10$

- T.T.P.: $\overline{VM} \perp \overline{AD}$ y $AM = MD$
 $\Rightarrow \overline{VM}$ es apotema de la pirámide

- $A_{\text{TOTAL}} = A_L + A_{\text{BASE}}$
 $= 24 \cdot 10 + 12^2$
 $= 384 \text{ cm}^2$



Rpta.: C

13. En una pirámide hexagonal regular, la medida del ángulo entre las aristas laterales y el plano que contiene a la base es 45° . Si el perímetro de la base es 24 cm, halle el volumen de dicha pirámide.

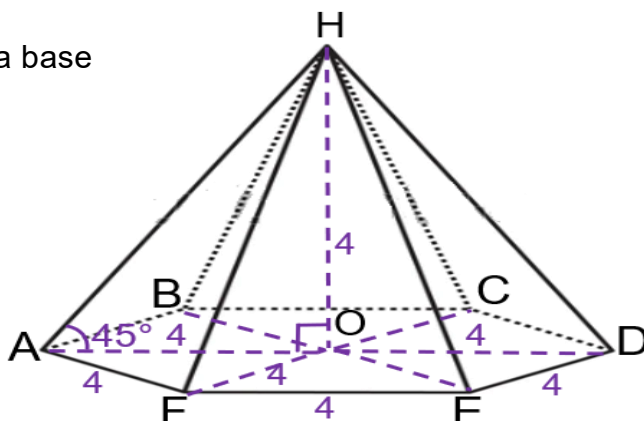
- A) $36\sqrt{2} \text{ cm}^3$ B) $30\sqrt{3} \text{ cm}^3$ C) $32\sqrt{3} \text{ cm}^3$ D) $40\sqrt{2} \text{ cm}^3$ E) $34\sqrt{3} \text{ cm}^3$

Solución:

- $\triangle AOF$: equilátero, O es centro de la base
 $\Rightarrow AO = OF = AF = 4$

- Trazamos $\overline{OH} \perp \overline{AD}$
 $\Rightarrow \triangle AOH$: notable 45°
 $\Rightarrow HO = AO = 4$

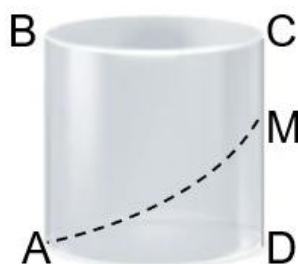
$$\bullet V_{\text{PIRÁMIDE}} = \frac{1}{3} \left(6 \cdot \frac{4^2 \sqrt{3}}{4} \right) (4) \\ = 32\sqrt{3} \text{ cm}^3$$



Rpta.: C

14. La figura muestra un bloque de cristal en forma de cilindro circular recto, cuyas generatrices $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son diametralmente opuestas. Se realiza un trazo para hacer un corte sobre la superficie lateral que va desde el punto A hacia el punto M (siendo M punto medio de $\overline{CD}$). Si el radio del cilindro es $5/\pi$ dm y su volumen $600/\pi$ dm³, halle la menor longitud de dicho trazo.

- A) 16 dm
- B) 13 dm
- C) 14 dm
- D) 12 dm
- E) 10 dm



Solución:

- ABMN: desarrollo lateral del cilindro

$$AD = DN = \pi \cdot r, \quad MN = h \quad \text{y} \quad r = \frac{5}{\pi} \\ \Rightarrow AD = DN = 5$$

- $V_{\text{CILINDRO}} = \pi r^2 \cdot h$

$$\Rightarrow \frac{600}{\pi} = \pi \left(\frac{5}{\pi} \right)^2 \cdot h$$

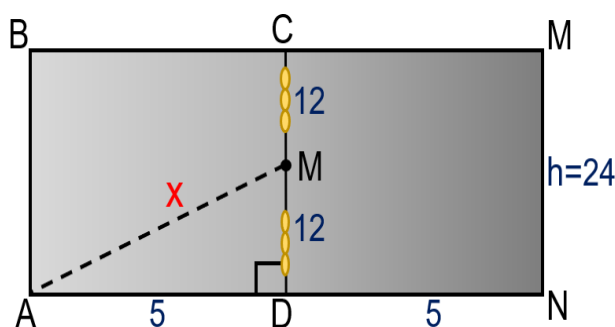
$$\Rightarrow h = 24 \Rightarrow MD = MC = 12$$

- $\triangle ADM$: Teorema de Pitágoras

$$x^2 = 12^2 + 5^2$$

$$\Rightarrow x = 13$$

$\therefore$ La menor longitud del trazo hecho en la superficie del cilindro es 13 dm.

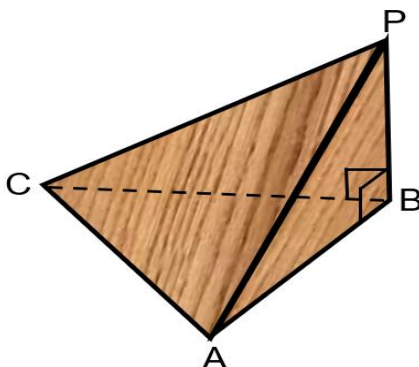


Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. La figura muestra una cuña de madera con forma piramidal. Si el triángulo ABC que determina su base es equilátero, $AB = 4\sqrt{3}$ cm y la medida del ángulo diedro P-AC-B es 53° , halle el volumen de dicha cuña.

- A) $28\sqrt{3}$ cm³
B) $32\sqrt{3}$ cm³
C) $34\sqrt{3}$ cm³
D) $28\sqrt{6}$ cm³
E) $48\sqrt{2}$ cm³



Solución:

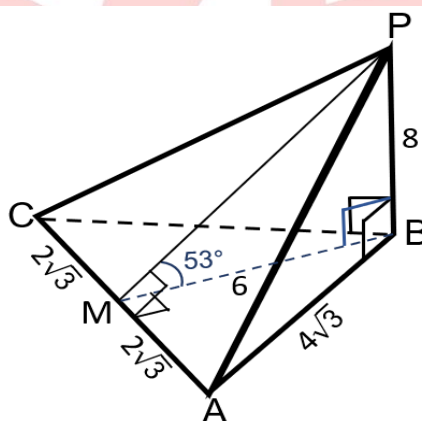
- $\triangle ABC$: trazamos la altura $\overline{BM} \perp$

$$\Rightarrow BM = 6$$

- $\triangle MBP$: notable 37° y 53°

$$MB = 6 \Rightarrow BP = 8$$

- $V_{\text{CUÑA}} = \frac{1}{3} \left(\frac{(4\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} \right) (8)$
 $= 32\sqrt{3}$ cm³



Rpta.: B

2. La figura 1 muestra una maqueta sólida de forma piramidal. Para su traslado se divide en una pirámide pequeña V-RSTU y dos troncos de pirámide, todos con igual altura como muestra la figura 2. Halle la razón entre el volumen de la pirámide V-RSTU y volumen del tronco de pirámide MNPQ-ABCD.

- A) 2/17
B) 1/17
C) 1/20
D) 1/19
E) 2/15

Figura 1

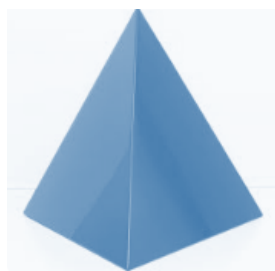
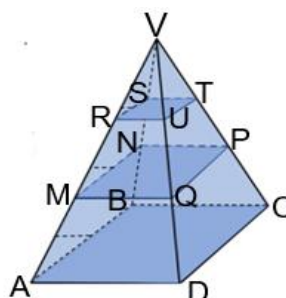


Figura 2



Solución:

• Sean:

V_1 : volumen de la pirámide V- RSTU.

V_2 : volumen del tronco de pirámide RSTU-MNPQ.

V_3 : volumen del tronco de pirámide MNPQ-ABCD.

• Dato: las bases son paralelas

$$\Rightarrow V\text{-RSTU} \sim V\text{-MNPQ} \sim V\text{-ABCD}$$

• Relación de volúmenes:

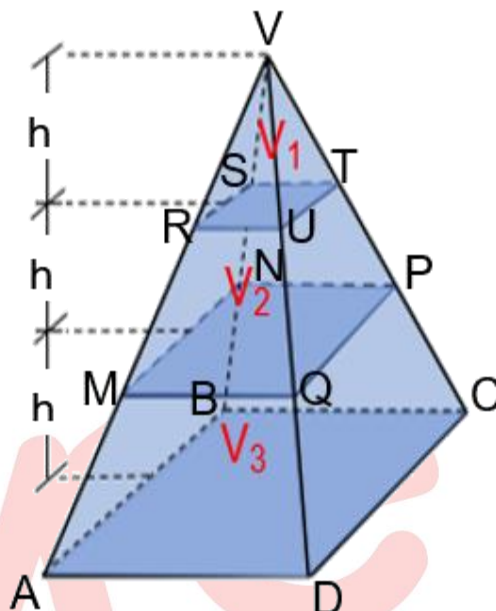
$$\frac{V_1}{V_1+V_2} = \frac{h^3}{(2h)^3} \Rightarrow V_2 = 7V_1 \dots (1)$$

$$\frac{V_1+V_2}{V_1+V_2+V_3} = \frac{(2h)^3}{(3h)^3} \dots (2)$$

• De (1) y (2):

$$\frac{8V_1}{8V_1+V_3} = \frac{8}{27} \Rightarrow \frac{V_1}{V_3} = \frac{1}{19}$$

$$\therefore \text{La razón } \frac{V_1}{V_3} = \frac{1}{19}$$



Rpta.: D

3. La figura muestra un bloque de cemento con forma de tronco de pirámide cuadrangular regular. Las aristas de sus bases miden $4\sqrt{2}$ dm y $10\sqrt{2}$ dm. Si las aristas laterales miden 10 dm, halle el volumen del bloque.

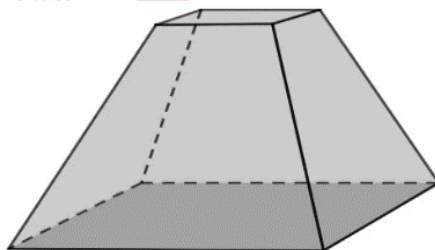
A) 820 dm^3

B) 832 dm^3

C) 840 dm^3

D) 866 dm^3

E) 812 dm^3



Solución:

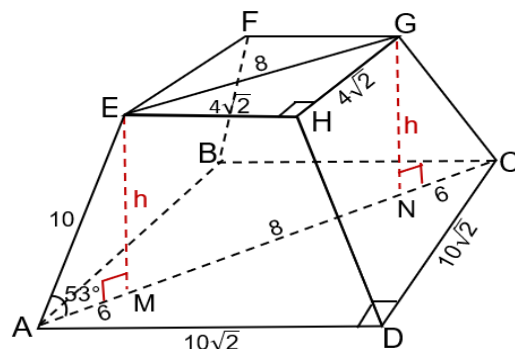
• EFGH y ABCD son cuadrados:

$$EG = 8 \text{ y } MN = 8$$

$$\Rightarrow AM = NC = 6$$

• $\triangle AME$: notable de 37° y 53°

$$AM = 6 \Rightarrow h = 8$$



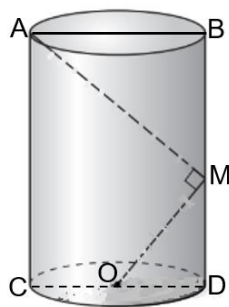
$$V_{\text{TRONCO}} = \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot ((10\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2 + \sqrt{(10\sqrt{2})^2 (4\sqrt{2})^2})$$

$$= 832 \text{ dm}^3$$

Rpta.: B

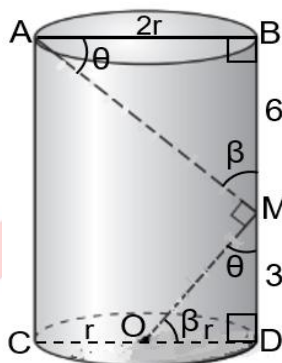
4. La figura muestra un cilindro circular recto, donde $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son los diámetros de las bases. Si $CO = OD$, $BM = 2MD = 6$ cm, halle el área lateral del cilindro.

- A) 56π cm²
B) 48π cm²
C) 54π cm²
D) 62π cm²
E) 58π cm²



Solución:

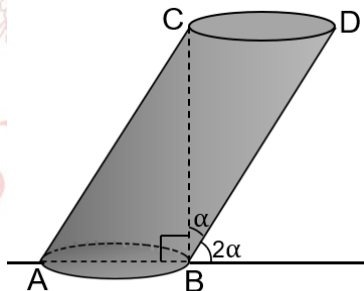
- Sea: $r = CO = OD$
 $\Rightarrow CD = 2r$
- $\triangle ABM \sim \triangle MDO$ (AA)
 $\Rightarrow \frac{6}{r} = \frac{2r}{3} \Rightarrow r = 3$
- $A_{\text{LATERAL}} = 2\pi(3)(9)$
 $= 54\pi$ cm²



Rpta.: C

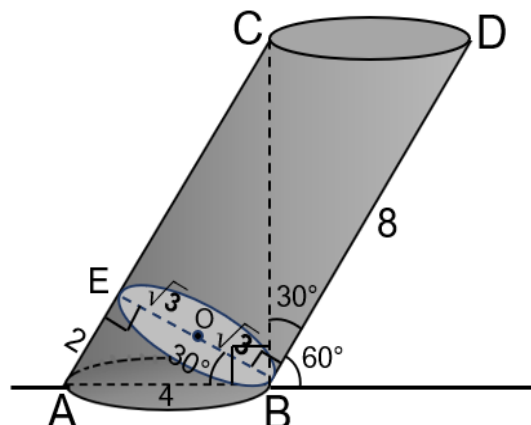
5. La figura muestra el diseño de una columna de cemento con forma de cilindro oblicuo de altura $\overline{BC}$ y $AB = 4$ m. Si por cada 3π m³ de concreto se utilizan 10 bolsas de cemento, ¿cuántas bolsas se necesitarán para la construcción de toda la columna?

- A) 90 bolsas
B) 86 bolsas
C) 96 bolsas
D) 100 bolsas
E) 80 bolsas



Solución:

- De la figura:
 $3\alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$
- $\triangle AEB$: notable de 30° y 60°
 $AB = 4 \Rightarrow EB = 2\sqrt{3}$
- Sección recta: $\overline{EB}$ es diámetro
 $\Rightarrow EO = OB = \sqrt{3}$
- $V_{\text{CIL. OBLICUO}} = A_{\text{s.r.}} \cdot g$
 $= \pi(\sqrt{3})^2 \cdot 8$
 $= 24\pi$ m³
- 3π m³ -----> 10 bolsas



$24 \pi \text{ m}^3 \rightarrow 80 \text{ bolsas}$

$\therefore$ Se necesitarán para la construcción de toda la columna 80 bolsas de cemento.

Rpta.: E

6. La figura muestra un tronco de cilindro circular recto. Si $m\angle ADC = 127^\circ$, $AD = 8 \text{ cm}$ y $DC = 10 \text{ cm}$, halle el volumen del tronco.

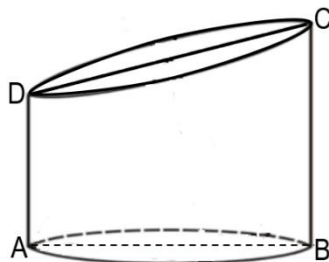
A) $168\pi \text{ cm}^3$

B) $172\pi \text{ cm}^3$

C) $176\pi \text{ cm}^3$

D) $186\pi \text{ cm}^3$

E) $188\pi \text{ cm}^3$



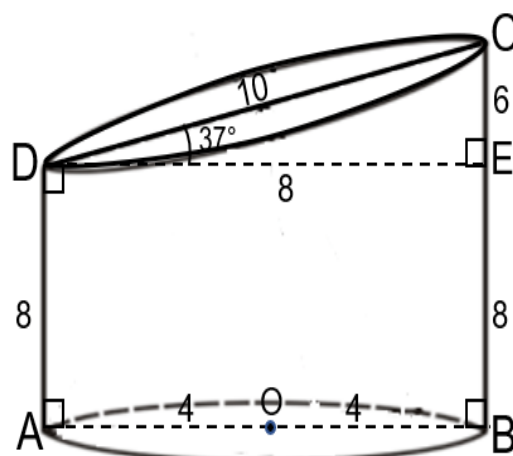
Solución:

- Trazamos $DE \perp BC$
ADEB es un cuadrado
 $\Rightarrow BE = AD = AB = DE = 8$
 $\Rightarrow AO = OB = 4$

$\triangle DEC$: notable de 37° y 53°

$DE = 8 \Rightarrow EC = 6$

$V_{\text{TRONCO}} = \pi(4)^2 \cdot \left(\frac{8+14}{2}\right)$
 $= 176\pi \text{ cm}^3$



Rpta.: C

ÁLGEBRA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Determine cuál(es) de las proposiciones es(son) correcta(s):

- La función T definida por $T(x) = (x+2)^2 + (x-2)^2$ es una función par en $\mathbb{R}$.
- La función U definida por $U(x) = (x+3)^3 + (x-3)^3$ es una función par en $\mathbb{R}$.
- La función S definida por $S(x) = (x+3)^2 - 6x$ es una función par en $\mathbb{R}$.

A) Solo I

B) Solo II

C) I y III

D) II y III

E) Todas

Solución:

1) $T(x) = (x+2)^2 + (x-2)^2 = 2(x^2 + 4), x \in \mathbb{R}$
 $T(-x) = 2((-x)^2 + 4) = 2(x^2 + 4) = T(x)$



Luego T es par.

$$2) U(x) = (x+3)^3 + (x-3)^3 = 2x^3 + 54x$$

$$U(-x) = 2(-x)^3 + 54(-x) = -(2x^3 + 54x) = -U(x)$$

Luego U es impar.

$$3) S(x) = (x+3)^2 - 6x = x^2 + 9$$

$$S(-x) = (-x)^2 + 9 = x^2 + 9 = S(x)$$

Luego S es par.

$\therefore$ Son correctas I y III.

Rpta.: C

2. Si $Dom(f) = \mathbb{R} - \{4\}$ y $Ran(f) = \mathbb{R} - \left\{a - \frac{1}{2}\right\}$, donde $f(x) = \frac{a}{2x-b}$, determine un intervalo en el que la función definida por $g(x) = (x+4a)^2 - 3$ sea creciente.

- A) $\langle -3; 9]$ B) $[5; +\infty)$ C) $\langle -\infty; 5]$ D) $\langle -4; 2]$ E) $[-9; +\infty)$

Solución:

$$1) \text{ Para hallar el dominio de la función, } 2x - b \neq 0 \rightarrow x \neq \frac{b}{2} \rightarrow \frac{b}{2} = 4 \rightarrow b = 8.$$

$$2) y = \frac{a}{2x-8} \rightarrow y(2x-8) = a \rightarrow x = \frac{a}{2y} + 4 \rightarrow y \neq 0 \rightarrow a - \frac{1}{2} = 0 \rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$3) 4a = 2 \rightarrow g(x) = (x+2)^2 - 3 \text{ que es creciente en } \langle -2; +\infty) \text{ o cualquiera de sus subintervalos.}$$

$\therefore$ El intervalo solicitado es $[5; +\infty)$.

Rpta.: B

3. Si el dominio de la función definida por $f(x) = \frac{\sqrt{|x-2|-3}}{x^2-4}$ es $\langle -\infty; a] \cup [b; +\infty) - \{c\}$ y $g: Dom(g) = [c; +\infty) \rightarrow S$, definida por $g(x) = ax^2 + 4x + b$ es sobreyectiva, determine el conjunto S .

- A) $\langle -\infty; 9]$ B) $[5; +\infty)$ C) $\langle -\infty; 5]$ D) $\langle -\infty; 2]$ E) $[9; +\infty)$

Solución:

1) Dominio de f :

$$|x-2|-3 \geq 0 \wedge x^2-4 \neq 0 \rightarrow |x-2| \geq 3 \wedge x^2 \neq 4$$

$$(x-2 \geq 3 \vee x-2 \leq -3) \wedge (x \neq 2 \vee x \neq -2)$$

$$\rightarrow (x \geq 5 \vee x \leq -1) \wedge (x \neq 2 \vee x \neq -2)$$

$$Dom(f) = \langle -\infty, -1] \cup [5, +\infty) - \{-2\} \rightarrow a = -1; b = 5; c = -2$$

$$2) g(x) = -x^2 + 4x + 5, x \geq -2 \rightarrow g(x) = -(x-2)^2 + 9, x \geq -2$$

$$x-2 \geq -4 \rightarrow (x-2)^2 \geq 0 \rightarrow -(x-2)^2 \leq 0 \rightarrow -(x-2)^2 + 9 \leq 9$$

$$Ran(g) = \langle -\infty; 9].$$

$\therefore$ Como g es sobreyectiva $Ran(g) = S = \langle -\infty; 9]$.

Rpta.: A



4. En una estación de esquí se utiliza un cañón para el control de avalanchas. La boquilla del cañón se encuentra 10 metros sobre el nivel del suelo. La altura h del proyectil, medida en metros respecto al suelo, está dada por $h(t) = -5t^2 + 40t + 10$, donde t representa el tiempo transcurrido desde el disparo, medido en segundos. Si en el intervalo $\langle -\infty; a \rangle$ la función h es inyectiva, donde a es el mayor valor posible, ¿cuál es la altura máxima, en metros desde el suelo, que alcanza el proyectil en dicho intervalo?

A) 45 B) 70 C) 50 D) 90 E) 65

Solución:

1) $h(t) = -5t^2 + 40t + 10$

la primera coordenada del vértice está dado por $t = -\frac{40}{2(-5)} = 4$, la función h es inyectiva en $\langle -\infty; 4 \rangle$ o cualquiera de sus subintervalos. Como a es el mayor posible, $a = 4$.

2) La altura máxima es $h(4) = -5(4)^2 + 40(4) + 10 = 90$

∴ La altura máxima que alcanza el proyectil en dicho intervalo es 90 metros.

Rpta.: D

5. Una empresa de logística tiene un modelo de costos que considera $2x$ soles por costo base de combustible y operación, y $|x - 100|$ soles por desvío logístico, donde x representa el número de kilómetros recorridos. Si se obtiene la función sobreyectiva del costo $C: \text{Dom}(C) = \langle 0; b \rangle \rightarrow \langle 100; 500 \rangle$, ¿cuántos kilómetros recorridos, como máximo, podría tener un envío?

A) 180 B) 190 C) 200 D) 210 E) 250

Solución:

Consideremos el costo dado por $C(x) = 2x + |x - 100|$, como la función es sobreyectiva su rango es $\langle 100; 500 \rangle$, luego:

$$2x + |x - 100| \leq 500 \rightarrow |x - 100| \leq 500 - 2x$$

$$500 - 2x \geq 0 \wedge -500 + 2x \leq x - 100 \leq 500 - 2x$$

$$250 \geq x \wedge -500 + 2x \leq x - 100 \wedge x - 100 \leq 500 - 2x$$

$$250 \geq x \wedge x \leq 400 \wedge 3x \leq 600$$

$$250 \geq x \wedge x \leq 400 \wedge x \leq 200 \rightarrow x \leq 200$$

∴ Un envío podría ser como máximo de 200 kilómetros.

Rpta.: C

6. El costo mensual por el consumo eléctrico $C(x)$ de una empresa, en soles, donde x es el consumo en kWh, se define por:

$$C(x) = 240 + 5(x - 120), 120 < x \leq 300.$$

Si C^* es la función inversa de C , calcule $C^*(1040)$.

A) 180 B) 200 C) 270 D) 360 E) 280

Solución:1) Hallamos el rango de la función C :

$$120 < x \leq 300 \rightarrow 0 < x - 120 \leq 180 \rightarrow 0 < 5(x - 120) \leq 900 \\ \rightarrow 240 < C(x) \leq 1040 \rightarrow \text{Ran}(C) = (240; 1040] = \text{Dom}(C^*)$$

2) Hallamos la regla de correspondencia de la función inversa:

$$y = 240 + 5(x - 120) \rightarrow y - 240 = 5(x - 120) \rightarrow \frac{y - 240}{5} = x - 120 \\ \rightarrow \frac{y - 240}{5} + 120 = x$$

$$C^*(x) = \frac{x - 240}{5} + 120, 240 < x \leq 1040$$

$$3) C^*(1040) = \frac{1040 - 240}{5} + 120 = \frac{800}{5} + 120 = 160 + 120 = 280$$

$$\therefore C^*(1040) = 280.$$

Rpta.: E

7. Un empleado de una empresa de transporte registra el costo de envío, en soles, de sus entregas exprés y estándar, para ciertas distancias, en km, según las siguientes funciones:

Función costo exprés: $C_{ex} = \{(50, 120), (100, 200), (150, 280), (200, 350)\}$ Función costo estándar: $C_e = \{(50, 100), (100, 180), (150, 260), (200, 280)\}$ Donde el primer elemento de cada par es la distancia y el segundo es el valor del costo correspondiente. Se solicita el valor de $E(280)$, donde:

$$E(x) = \frac{40C_{ex}^*(x - 80)}{C_e^*(x)} + C_e^*(x - 20).$$

 $(C_{ex}^*$: la función inversa de C_{ex} y C_e^* : la función inversa de C_e)

- A) 126 B) 160 C) 170 D) 184 E) 140

Solución:

1) Hallemos las funciones inversas para cada caso:

$$C_{ex}^* = \{(120, 50), (200, 100), (280, 150), (350, 200)\}$$

$$C_e^* = \{(100, 50), (180, 100), (260, 150), (280, 200)\}$$

2) Calculamos lo solicitado:

$$E(280) = \frac{40C_{ex}^*(280 - 80)}{C_e^*(280)} + C_e^*(280 - 20) = \frac{40(100)}{200} + 150 = 170.$$

 $\therefore$ El valor solicitado es 170.**Rpta.: C**

8. Sea f una función inyectiva definida por $f(x) = \sqrt{5x^2 + 4}$, $1 \leq x \leq 2\sqrt{7}$, determine f^* .

A) $f^*(x) = \sqrt{\frac{-x^2+4}{5}}$; $Dom(f^*) = [3; 12]$

B) $f^*(x) = \sqrt{\frac{x^2-4}{5}}$; $Dom(f^*) = [3; 12]$

C) $f^*(x) = \sqrt{\frac{x^2-4}{5}}$; $Dom(f^*) = [4; 12]$

D) $f^*(x) = -\sqrt{\frac{x^2-4}{5}}$; $Dom(f^*) = [4; 12]$

E) $f^*(x) = -\sqrt{\frac{-x^2+4}{5}}$; $Dom(f^*) = [3; 12]$

Solución:

1) Hallamos el rango de la función:

$$1 \leq x \leq 2\sqrt{7} \rightarrow 1 \leq x^2 \leq 28 \rightarrow 5 \leq 5x^2 \leq 140 \rightarrow 9 \leq 5x^2 + 4 \leq 144$$

$$3 \leq \sqrt{5x^2 + 4} \leq 12 \rightarrow Ran(f) = [3; 12] = Dom(f^*)$$

2) Hallamos la regla de correspondencia de la función inversa:

$$y = \sqrt{5x^2 + 4} \rightarrow y^2 = 5x^2 + 4 \rightarrow \frac{y^2 - 4}{5} = x^2$$

$$\rightarrow \pm \sqrt{\frac{y^2 - 4}{5}} = x$$

$$f^*(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{5}}$$

$$\therefore f^*(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{5}}, 3 \leq x \leq 12.$$

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Determine cuál(es) de las proposiciones es(son) correcta(s):

- I. La función T definida por $T(x) = x \cos(x) + x^2 \sin(x)$ es una función par en $\mathbb{R}$.
II. La función U definida por $U(x) = x^3 \sin(x) + x \sin^3 x$ es una función par en $\mathbb{R}$.
III. La función S definida por $S(x) = \tan^2(x) + 1$ es una función par en $\mathbb{R}$.

- A) Solo I B) II y III C) Solo II D) I y III E) Todas

Solución:

1) $T(-x) = -x \cos(-x) + (-x)^2 \sin(-x) = -x \cos(x) - x^2 \sin(x) = -T(x)$

Luego T es impar.

2) $U(-x) = (-x)^3 \sin(-x) - x \sin^3(-x) = x^3 \sin(x) + x \sin^3(x) = U(x)$

Luego U es par.



- 3) $S(x) = \tan^2(x) + 1 = \sec^2(x)$
 $S(-x) = \sec^2(-x) = \sec^2(x) = S(x)$
Luego S es par.
 $\therefore$ Son correctas II y III.

Rpta.: B

2. Dada la función racional g donde: $Dom(g) = \mathbb{R} - \{5\}$, $Ran(g) = \mathbb{R} - \left\{c - \frac{1}{3}\right\}$ y $g(x) = \frac{c}{3x-d}$, determine un intervalo donde la función definida por $g(x) = -|x + 9c| + 2$ es decreciente.
- A) $\langle -4; 9]$ B) $[-5; +\infty)$ C) $[9; +\infty)$ D) $\langle -4; 3]$ E) $\langle -\infty; 5]$

Solución:

- 1) Para hallar el dominio de la función, $3x - d \neq 0 \rightarrow x \neq \frac{d}{3} \rightarrow \frac{d}{3} = 5 \rightarrow d = 15$.
2) $y = \frac{c}{3x-15} \rightarrow y(3x-15) = c \rightarrow x = \frac{c}{3y} + 5 \rightarrow y \neq 0 \rightarrow c - \frac{1}{3} = 0 \rightarrow c = \frac{1}{3}$
3) $9c = 3 \rightarrow g(x) = -|x + 3| + 2$ es decreciente en $\langle -3; +\infty)$ o cualquiera de sus subintervalos.
 $\therefore$ El intervalo solicitado es $[9; +\infty)$.

Rpta.: C

3. Si el dominio de la función definida por $f(x) = \sqrt{4 - |x - 3|}$ es $[c; d]$ y $g: Dom(g) = [c; d] \rightarrow S$, definida por $g(x) = cx^2 + d$, es sobreyectiva, determine el conjunto S .
- A) $[7; 42]$ B) $[-42; 8]$ C) $[-42; 6]$ D) $[-42; 7]$ E) $[6; 42]$

Solución:

- 1) Dominio de f :
 $4 - |x - 3| \geq 0 \rightarrow |x - 3| \leq 4$
 $-4 \leq x - 3 \leq 4 \rightarrow -1 \leq x \leq 7 \rightarrow Dom(f) = [c; d] = [-1; 7] \rightarrow c = -1; d = 7$
2) $g(x) = -x^2 + 7, -1 \leq x \leq 7$
 $0 \leq x^2 \leq 49 \rightarrow -49 \leq -x^2 \leq 0 \rightarrow -42 \leq -x^2 + 7 \leq 7$
 $Ran(g) = [-42; 7]$.
 $\therefore$ Como g es sobreyectiva $Ran(g) = S = [-42; 7]$

Rpta.: D

4. Si $n: Dom(n) \rightarrow [60; +\infty)$ definida por $n(x) = 80 - |x^2 - 80|$ es sobreyectiva, determine un subintervalo del dominio.
- A) $[7; 10]$ B) $[\sqrt{120}; \sqrt{180}]$ C) $[0; 9]$
D) $[\sqrt{120}; 20]$ E) $[\sqrt{60}; 10]$

Solución:

Como la función n es sobreyectiva, su rango es $[60; +\infty)$, luego $n(x) \geq 60$
 $80 - |x^2 - 80| \geq 60 \rightarrow |x^2 - 80| \leq 20 \rightarrow -20 \leq x^2 - 80 \leq 20$
 $60 \leq x^2 \leq 100 \rightarrow \sqrt{60} \leq x \leq 10 \vee -10 \leq x \leq -\sqrt{60}$

∴ Un subintervalo del dominio es $[\sqrt{60}; 10]$.

Rpta.: E

5. Un sistema antimisiles dispara un proyectil cuya altura, en metros, está dada por $h(t) = -4t^2 + 24t + 16$, con $t \geq 1$, tiempo, en segundos, luego de haberse disparado. Determine el intervalo de mayor longitud en el que la función es inyectiva y de como respuesta un elemento de dicho intervalo.

A) 4 B) 2 C) 1 D) 2,5 E) 1,5

Solución:

1) Del dato: $h(t) = -4t^2 + 24t + 16 = -4(t - 3)^2 + 52$

El vértice es (3,52) luego la función h es inyectiva en $[1; 3]$ o en $[3; +\infty)$ sin embargo al representar la altura, al descender el proyectil su altura llega a ser cero.

$$\begin{aligned} -4t^2 + 24t + 16 = 0 &\rightarrow t = \frac{-24 \pm \sqrt{24^2 - 4(-4)16}}{2(-4)} = \frac{-24 \pm \sqrt{576 + 256}}{-8} \\ &= \frac{-24 \pm 8\sqrt{13}}{-8} = 3 \pm \sqrt{13} \end{aligned}$$

2) El intervalo de mayor longitud es $[3; 3 + \sqrt{13}]$

∴ Un elemento entero de dicho intervalo es 4.

Rpta.: A

6. En un distrito, el estacionamiento aplica tarifa dinámica:

$$C(x) = \begin{cases} 10x & , 0 \leq x \leq 2 \\ 20 + 15(x - 2) & , 2 < x \leq 5 \\ 65 + 30(x - 5) & , 5 < x \leq 8 \end{cases}$$

Donde x es el número de horas de uso del estacionamiento y $C(x)$ el costo en soles. Si $C: \text{Dom}(C) = [0; 8] \rightarrow S$ es sobreyectiva, determine la suma de los 3 menores elementos enteros de S con su mayor elemento entero.

A) 180 B) 158 C) 170 D) 175 E) 178

Solución:

1) $0 \leq x \leq 2 \rightarrow 0 \leq 10x \leq 20$

$2 < x \leq 5 \rightarrow 0 < x - 2 \leq 3 \rightarrow 0 < 15(x - 2) \leq 45 \rightarrow 20 < 20 + 15(x - 2) \leq 65$

$5 < x \leq 8 \rightarrow 0 < x - 5 \leq 3 \rightarrow 0 < 30(x - 5) \leq 90 \rightarrow 65 < 65 + 30(x - 5) \leq 155$

2) $\text{Ran}(C) = [0; 20] \cup (20; 65] \cup (65; 155] = [0; 155]$

$0 + 1 + 2 + 155 = 158$

∴ La suma solicitada es 158.

Rpta.: B

7. Una planta de tratamiento de agua registra el volumen de agua tratada, en metros cúbicos, y la cantidad de químicos usados, en litros, en función del tiempo de operación, en horas, mediante las siguientes funciones:

Función volumen tratado: $V = \{(2,80), (4,180), (6,300), (8,440)\}$

Función químicos usados: $Q = \{(2,4), (4,6), (6,10), (8,14)\}$

Donde el primer elemento de cada par es el tiempo x y el segundo es el valor correspondiente. Se define una nueva función como:

$$R(x) = \frac{V^*(100x)}{Q^*(2x)} + \frac{1}{4}|Q(2x) - 8|.$$

Calcule el valor de $R(3)$.

(V^* : la función inversa de V y Q^* : la función inversa de Q)

- A) 6 B) 7 C) 2 D) 4 E) 3

Solución:

1) Hallemos las funciones inversas para cada caso:

$$V^* = \{(80,2), (180,4), (300,6), (440,8)\}$$

$$Q^* = \{(4,2), (6,4), (10,6), (14,8)\}$$

2) Calculamos lo solicitado:

$$R(3) = \frac{V^*(100(3))}{Q^*(2(3))} + \frac{1}{4}|Q(2(3)) - 8| = \frac{V^*(300)}{Q^*(6)} + \frac{1}{4}|Q(6) - 8| = \frac{6}{4} + \frac{1}{4}|10 - 8| = 2.$$

∴ El valor solicitado es 2.

Rpta.: C

8. Sea la función f definida por $f(x) = \sqrt{6x - x^2} - 2$, $x \in [3; 6]$ determine f^* .

- A) $f^*(x) = 3 - \sqrt{9 - (x+2)^2}$; $\text{Dom}(f^*) = [-2; 1]$
B) $f^*(x) = 3 - \sqrt{9 + (x-2)^2}$; $\text{Dom}(f^*) = [0; 3]$
C) $f^*(x) = 3 + \sqrt{9 - (x-2)^2}$; $\text{Dom}(f^*) = [-2; 3]$
D) $f^*(x) = 3 + \sqrt{9 - (x+2)^2}$; $\text{Dom}(f^*) = [-2; 1]$
E) $f^*(x) = 3 + \sqrt{9 + (x-2)^2}$; $\text{Dom}(f^*) = [0; 3]$

Solución:

1) Completando cuadrados se tiene que:

$$f(x) = \sqrt{6x - x^2} - 2 = \sqrt{-(x-3)^2 + 9} - 2, x \in [3; 6]$$

2) La función f es decreciente en $[3; 6]$, entonces el $\text{Ran}(f) = [f(6); f(3)] = [-2; 1]$;

$$\text{Ran}(f) = [-2; 1] = \text{Dom}(f^*)$$

además es inyectiva, es decir existe f^*

3) Hallemos la regla de correspondencia de f^* :

$$\text{Escribimos } y = \sqrt{-(x-3)^2 + 4} - 2$$

4) Despejamos “x” :

$$y = \sqrt{-(x-3)^2 + 9} - 2 \rightarrow \sqrt{-(x-3)^2 + 9} = y + 2 \rightarrow -(x-3)^2 + 9 = (y+2)^2 \\ \rightarrow (x-3)^2 = 9 - (y+2)^2 \Rightarrow x-3 = \pm\sqrt{9 - (y+2)^2}, \text{ como } x \in [3; 6], \text{ entonces} \\ x = 3 + \sqrt{9 - (y+2)^2}$$

5) Hacemos $x = f^*(y)$:

$$f^*(y) = 3 + \sqrt{9 - (y+2)^2}$$

6) Cambiamos la variable “y” por la variable “x”

$$\therefore f^*(x) = 3 + \sqrt{9 - (x+2)^2}; \text{ Dom}(f^*) = [-2; 1]$$

Rpta.: D

TRIGONOMETRÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Un operario en un almacén logístico debe construir una rampa de madera para subir mercancía a un camión cuya plataforma está a una altura determinada. Por seguridad, la rampa no puede superar una inclinación específica, representada por el ángulo θ de inclinación, el cual cumple que:

$$\sec \theta = \frac{7m-3}{4},$$

dato que, si el ángulo de inclinación no existe, la operación resulta insegura. Hallar el intervalo de valores de m para el cual $\sec \theta$ no existe.

- A) $< -\frac{1}{7}; 1]$ B) $< -\frac{3}{7}; 2]$ C) $< -\frac{2}{7}; 1]$ D) $< \frac{1}{7}; 1]$ E) $< \frac{1}{7}; 2]$

Solución:

Tenemos:

$$\text{Sabemos: } \sec \theta \leq -1 \vee \sec \theta \geq 1$$

Luego se tiene que:

$$\Rightarrow \frac{7m-3}{4} \leq -1 \vee \frac{7m-3}{4} \geq 1$$

$$\Rightarrow 7m-3 \leq -4 \vee 7m-3 \geq 4 \Rightarrow m \leq -\frac{1}{7} \vee m \geq 1$$

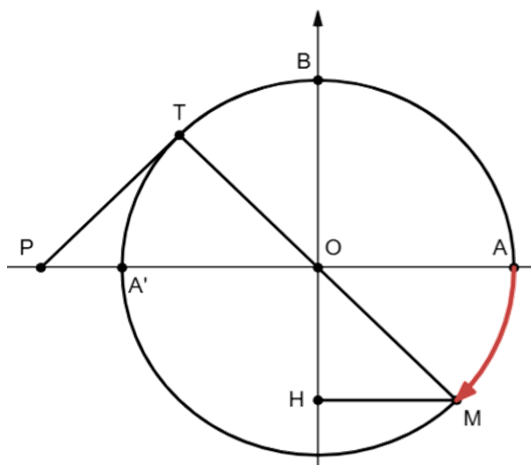
$$\Rightarrow m \in < -\infty; -\frac{1}{7}] \cup [1; +\infty > \Rightarrow m \notin < -\frac{1}{7}; 1]$$

Por lo tanto, el intervalo de valores de m para el cual $\sec \theta$ no existe es $< -\frac{1}{7}; 1]$.

Rpta.: A

2. Un paisajista diseña un jardín circular para un terreno, utilizando como modelo una circunferencia trigonométrica donde $PA' = HM$, $m\widehat{AM} = \beta$, T es punto de tangencia y $OH \perp HM$. El área libre para colocar baldosas de piedra alrededor del jardín equivale a $\cos \beta$ metros cuadrados. Determine dicha área.

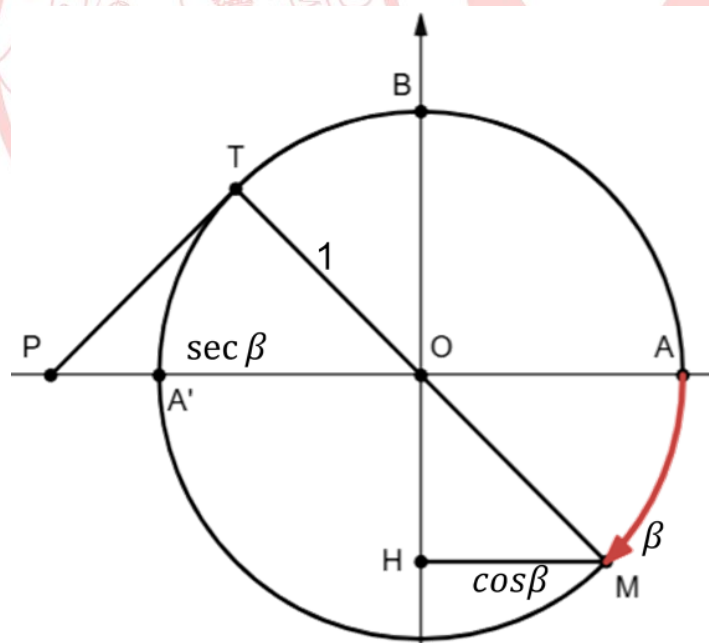
- A) $\frac{\sqrt{5}+1}{2} \text{ m}^2$
B) $\frac{2\sqrt{5}+1}{5} \text{ m}^2$
C) $\frac{2\sqrt{5}-1}{2} \text{ m}^2$
D) $\frac{\sqrt{5}-1}{2} \text{ m}^2$
E) $\frac{\sqrt{5}-1}{5} \text{ m}^2$.



Solución:

Tenemos del gráfico que:

$$PO = \sec \beta \wedge HM = \cos \beta$$



Luego como:

$$PA' = HM \Rightarrow \cos \beta = \sec \beta - 1$$

$$\Rightarrow \cos^2 \beta = 1 - \cos \beta$$

$$\Rightarrow \cos^2 \beta + \cos \beta - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \cos \beta = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \cos \beta = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

, pues $\cos \beta > 0$

Por lo tanto, área libre para colocar baldosas de piedra es igual a $\frac{\sqrt{5}-1}{2} \text{ m}^2$.

Rpta.: D

3. Un arquitecto diseña una claraboya con forma de circunferencia trigonométrica para iluminar un pasillo. En su interior delimita una región triangular APQ como zona de vidrio emplomado, donde $m\widehat{AM} = \theta$, T es punto de tangencia y $TM \perp QO$. Para calcular la cantidad de vidrio necesario, determinar el área de la región triangular APQ.

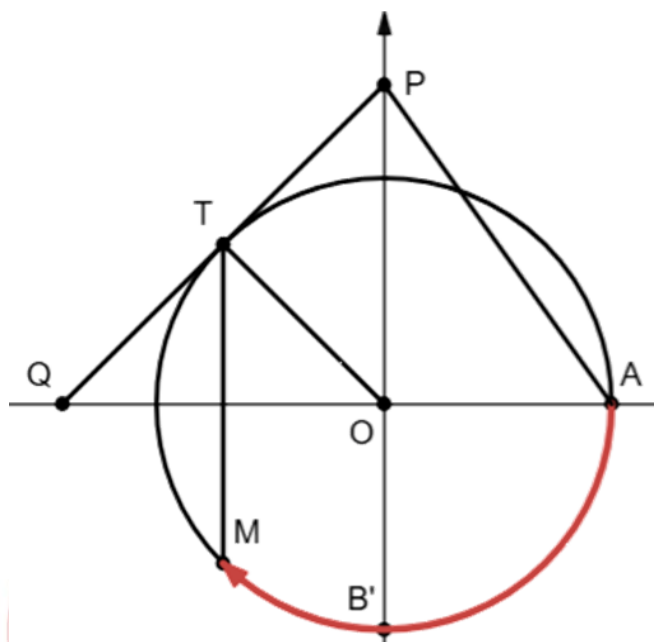
A) $\frac{(\sec^2 \theta - 1)}{3 \operatorname{sen} \theta} u^2$

B) $\frac{(\sec \theta + 2)}{\operatorname{sen} \theta} u^2$

C) $\frac{(\sec \theta - 1)}{\operatorname{sen} \theta} u^2$

D) $\frac{(\sec \theta + 1)}{2 \operatorname{sen} \theta} u^2$

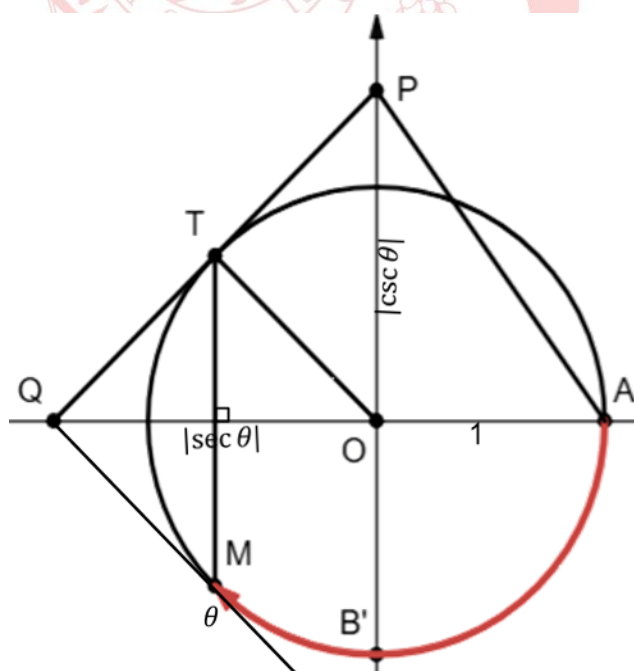
E) $\frac{(\sec \theta - 1)}{2 \operatorname{sen} \theta} u^2$



Solución:

Tenemos del gráfico que:

$$QO = |\sec \theta| \wedge PO = |\csc \theta|$$



Luego piden área:

$$\Rightarrow S_{APQ} = \frac{(|\sec \theta| + 1)|\csc \theta|}{2}$$

sabemos:

$$|\sec \theta| = -\sec \theta$$

$$|\csc \theta| = -\csc \theta$$

Reemplazando:

$$\Rightarrow S_{APQ} = \frac{-(-\sec \theta + 1)\csc \theta}{2} = \frac{(\sec \theta - 1)}{2 \operatorname{sen} \theta}$$

Por lo tanto, el área de la región triangular APQ es $\frac{(\sec \theta - 1)}{2 \operatorname{sen} \theta} u^2$.

Rpta.: D

4. Un arquitecto diseña una ventana decorativa cuya forma sigue el modelo de una circunferencia trigonométrica, donde $m\widehat{ABM} = \theta$, B es punto de tangencia, y N, M, O y P son puntos colineales. El área de vidrio templado necesario para cubrir la ventana corresponde al área de la región NBP. Para calcular el costo del material, determine dicha área en función de θ .

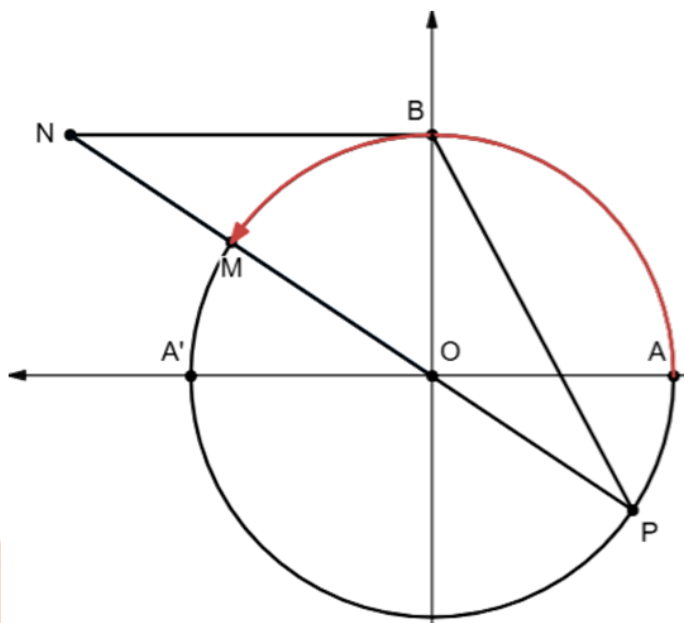
A) $\frac{1}{2}(\cot \theta - \cos \theta) u^2$

B) $-\frac{1}{2}(\cot \theta + \cos \theta) u^2$

C) $-\frac{1}{2}(\cot \theta + \sec \theta) u^2$

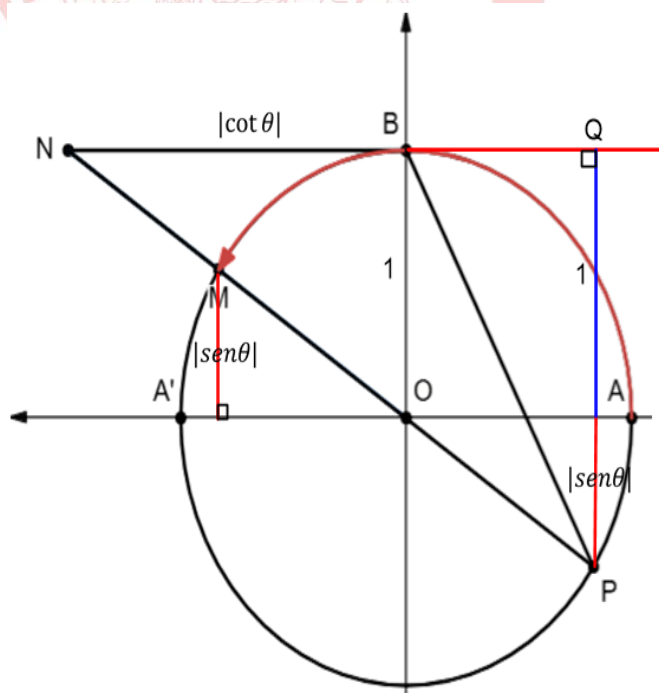
D) $\frac{1}{2}(\tan \theta + \cos \theta) u^2$

E) $-\frac{1}{2}(\tan \theta + \cos \theta) u^2$



Solución:

Tenemos del gráfico:



Luego piden:

$$S_{OQA} = \frac{NB \cdot QP}{2} = \frac{|\cot \theta| \cdot (|\sen \theta| + 1)}{2}$$

Sabemos:

$$|\cot \theta| = -\cot \theta$$

$$|\sen \theta| = \sen \theta$$

Reemplazando:

$$S_{OQA} = \frac{-\cot \theta \cdot (\sen \theta + 1)}{2}$$

$$\Rightarrow S_{OQA} = -\frac{(\cot \theta + \cos \theta)}{2}$$

Por lo tanto, el área de la región NBP es $-\frac{(\cot \theta + \cos \theta)}{2} m^2$.

Rpta.: B

5. Una empresa de calzado necesita fabricar cajas de cartón optimizando el material. La base circular de cada caja sigue el modelo de una circunferencia trigonométrica, donde $m\angle A'N = \theta$, $OM = AM$ y B, M y N son puntos colineales. El área total de cartón necesaria para fabricar cada caja equivale a $E = -450(\tan \theta - \sec \theta)$ centímetros cuadrados. Determine dicha área.

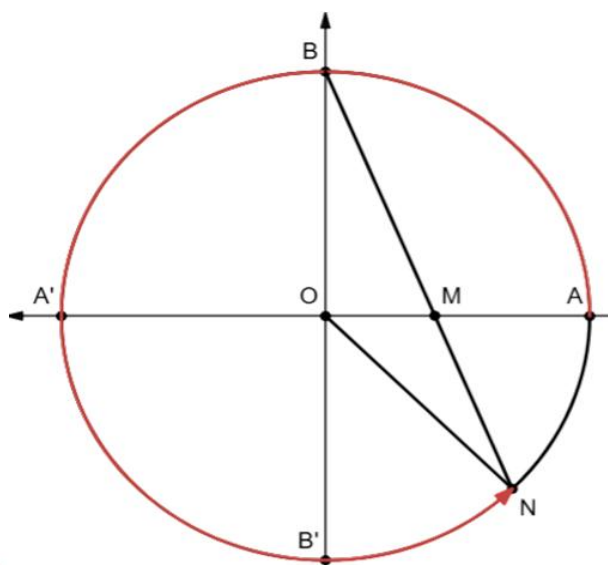
A) 450 cm^2

B) 775 cm^2

C) 725 cm^2

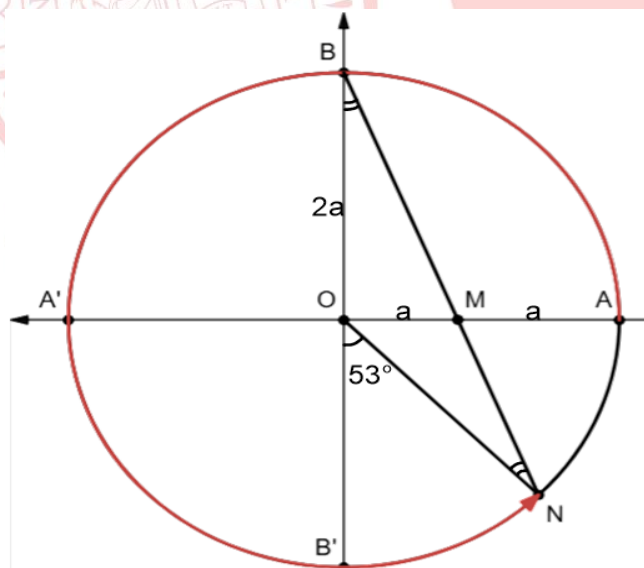
D) 860 cm^2

E) 900 cm^2

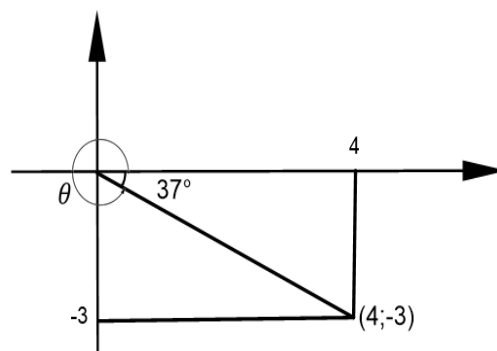


Solución:

Tenemos del gráfico



se tiene que:



Luego tenemos que:

$$E = -450(\tan \theta - \sec \theta) = -450\left(\left(\frac{-3}{4}\right) - \left(\frac{5}{4}\right)\right) = -450(-2) = 900$$

Por lo tanto, el área total de cartón necesaria para fabricar cada caja es igual a 900 cm^2 .

Rpta.: E

6. La luz de un faro barre una superficie marítima formando un cono de iluminación. La zona iluminada se modela mediante una circunferencia trigonométrica, donde $m\widehat{AB'P} = \theta$ y P es punto de tangencia. El área de la superficie del mar iluminada en un instante dado es equivalente al área de la región PQA'. Determinar dicha área en términos de θ .

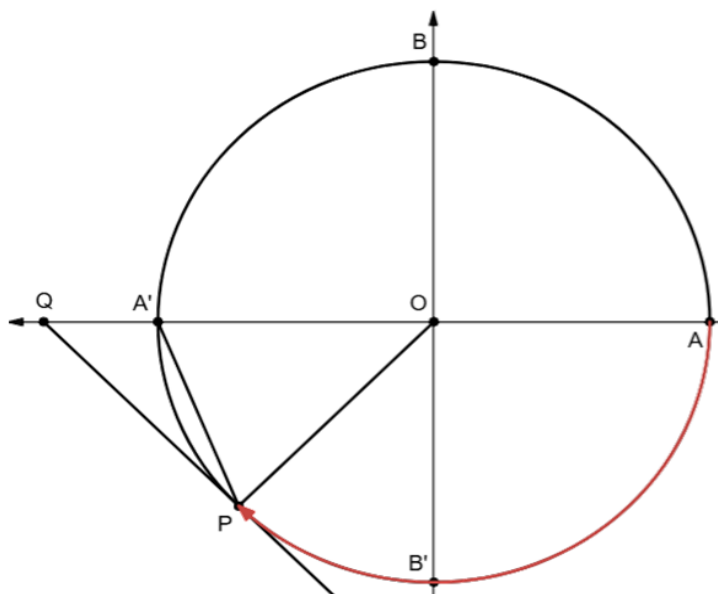
A) $-\frac{\tan\theta - \sec\theta}{2} u^2$

B) $\frac{\tan\theta + \sec\theta}{2} u^2$

C) $\frac{\sec\theta}{2} u^2$

D) $\frac{\tan\theta + 2}{2} u^2$

E) $-\frac{\tan\theta - 2}{2} u^2$



Solución:

Tenemos del gráfico que:

$$QO = |\sec\theta|$$

Luego se tiene que:

$$S_{PQA'} = \frac{(|\sec\theta| - 1)|\sin\theta|}{2}$$

sabemos:

$$|\sec\theta| = -\sec\theta$$

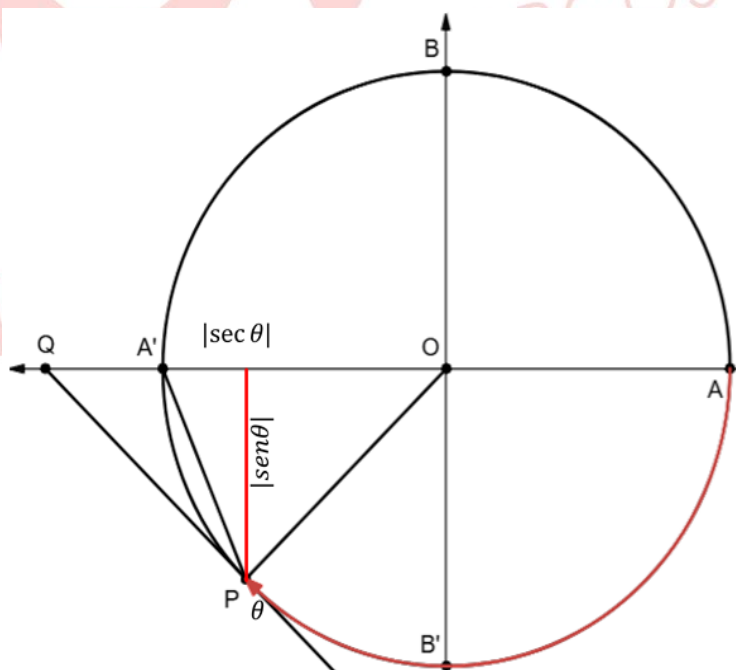
$$|\sin\theta| = -\sin\theta$$

Reemplazando:

$$S_{PQA'} = \frac{-(-\sec\theta - 1)\sin\theta}{2}$$

$$S_{PQA'} = \frac{\tan\theta + \sec\theta}{2}$$

Por lo tanto, el área de la superficie del mar iluminada es igual a $\frac{\tan\theta + \sec\theta}{2} u^2$.



Rpta.: B

7. Un técnico de mantenimiento observa que, a una hora específica de la mañana, un poste de luz de 6 metros proyecta una sombra sobre el pavimento. La zona de sombra se modela mediante una circunferencia trigonométrica, donde $m\widehat{ABT} = \theta$, A y T son puntos de tangencia, y T, O y Q son puntos colineales. El área de la sombra proyectada sobre el pavimento es equivalente al área del cuadrilátero TQAP. Determine dicha área en función de θ .

A) $\frac{\tan \theta - \csc \theta + \cot \theta}{2} m^2$

B) $\frac{2 \tan \theta + \cot \theta}{2} m^2$

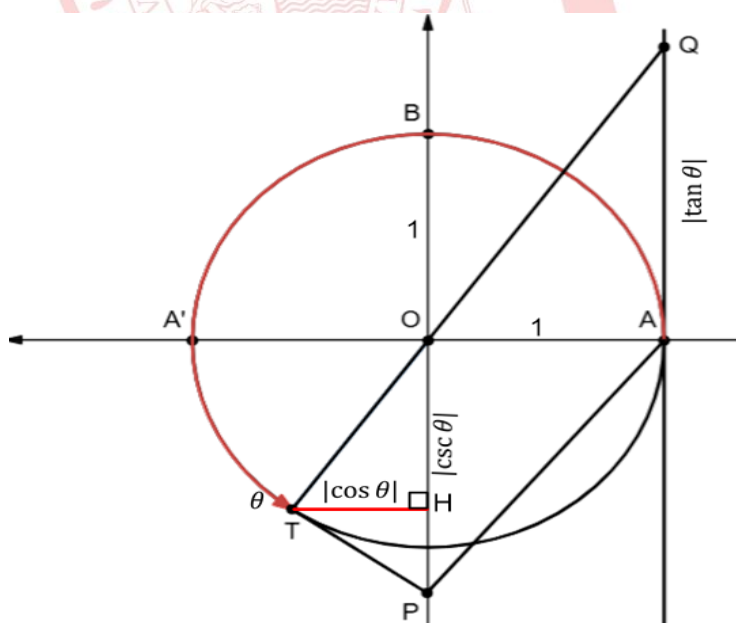
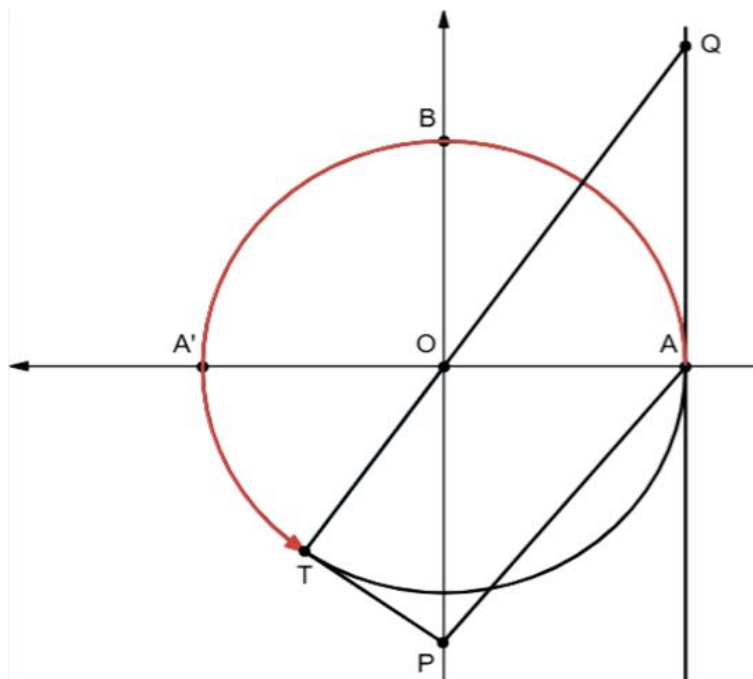
C) $\frac{\tan \theta + \csc \theta - \cot \theta}{2} m^2$

D) $\frac{2 \tan \theta - \cot \theta}{2} m^2$

E) $\frac{\tan \theta - \csc \theta}{2} m^2$

Solución:

Tenemos del gráfico:



Luego se tiene que:

$$S_{OQA} = \frac{QA \cdot OA}{2} = \frac{|\tan \theta| \cdot 1}{2}$$

$$S_{OAP} = \frac{OA \cdot OP}{2} = \frac{1 \cdot |\csc \theta|}{2}$$

$$S_{OTP} = \frac{OP \cdot TH}{2} = \frac{|\csc \theta| \cdot |\cos \theta|}{2}$$

Luego sabemos:

$$QA = |\tan \theta| = \tan \theta$$

$$OP = |\csc \theta| = -\csc \theta$$

$$TH = |\cos \theta| = -\cos \theta$$

Reemplazando: Entonces:

$$S_{OQA} = \frac{QA \cdot OA}{2} = \frac{\tan \theta}{2}$$

$$S_{OAP} = \frac{OA \cdot OP}{2} = -\frac{\csc \theta}{2}$$

$$S_{total} = \frac{\tan \theta}{2} - \frac{\csc \theta}{2} + \frac{\cot \theta}{2}$$

$$S_{total} = \frac{\tan \theta - \csc \theta + \cot \theta}{2}$$

$$S_{\text{OTP}} = \frac{OP \cdot TH}{2} = \frac{\csc \theta \cdot \cos \theta}{2} = \frac{\cot \theta}{2}$$

Por lo tanto, el área de la sombra proyectada sobre el pavimento es $\frac{\tan \theta - \csc \theta + \cot \theta}{2} \text{ m}^2$.

Rpta.: A

8. Un diseñador gráfico elabora un letrero circular para una empresa. La zona destacada del letrero forma una región A'MN, donde $m\angle AN = \theta$, B es punto de tangencia y A' y M son puntos colineales. Para presupuestar el material de impresión, determinar el área de la región A'MN en términos de θ .

A) $\frac{1 - \cos \theta}{2} u^2$

B) $\frac{1 + \sin \theta}{2} u^2$

C) $\frac{1 - \sin \theta}{2} u^2$

D) $\frac{1 + \cos \theta}{2} u^2$

E) $\frac{\sin \theta}{2} u^2$

Solución:

Tenemos del gráfico que:

$$PO = \csc \theta$$

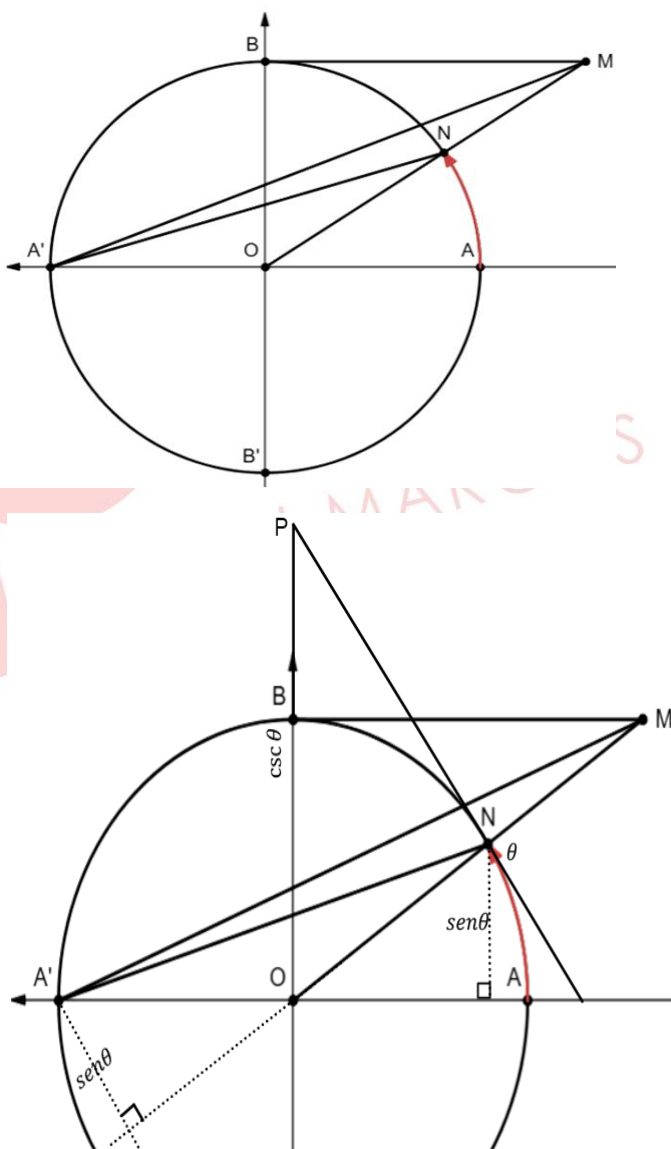
Luego como:

$$PO = OM \Rightarrow OM = \csc \theta$$

$$\Rightarrow S_{A'MN} = \frac{(\csc \theta - 1) \sin \theta}{2} = \frac{1 - \sin \theta}{2}$$

Por lo tanto, el área de la región A'MN

en términos de θ es $\frac{1 - \sin \theta}{2} u^2$.



Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. La pantalla de un radar en una torre de control se representa como una circunferencia trigonométrica. Un avión es detectado en una posición correspondiente a un ángulo θ , donde $m\angle ABM = \theta$, B y M son puntos de tangencia, y M, O y S son puntos colineales. El área de la zona de detección del avión corresponde al área de la región triangular OSR. Determinar dicha área en función de θ .

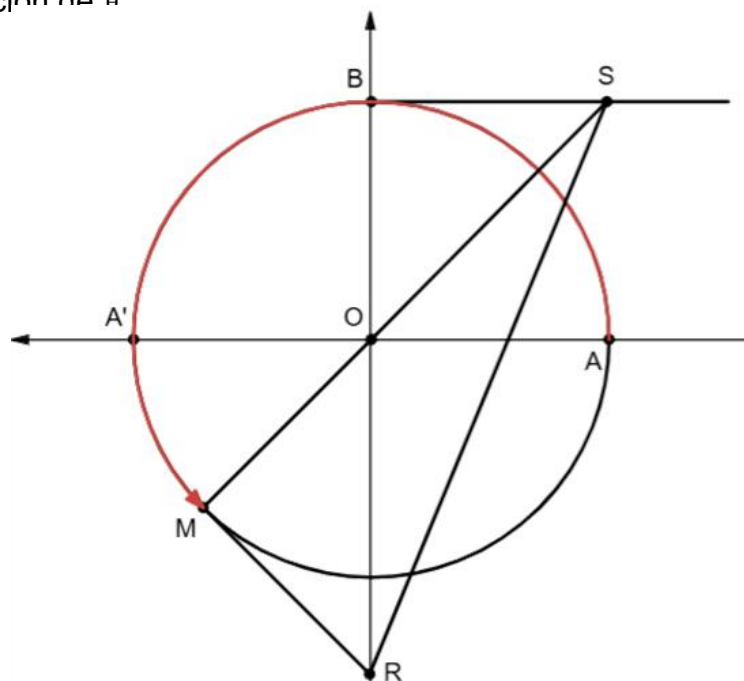
A) $\frac{\cot \theta + \csc \theta}{3} u^2$.

B) $-\frac{\cot \theta \csc \theta}{2} u^2$.

C) $\frac{\cot \theta \csc \theta}{2} u^2$.

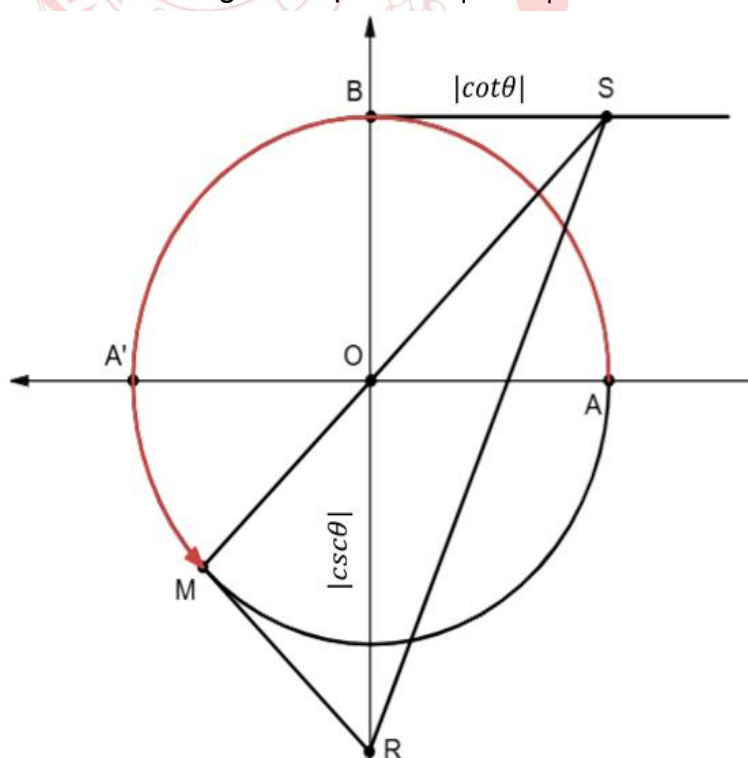
D) $\frac{\cot \theta - \csc \theta}{3} u^2$.

E) $-\frac{\csc \theta}{2} u^2$.



Solución:

Tenemos en el gráfico que $OR = |\csc \theta|$:



Luego como $\theta \in \text{III C}$:

$$|\csc \theta| = -\csc \theta$$

$$|\cot \theta| = \cot \theta$$

Es así que el área es:

$$S = -\frac{\cot \theta \csc \theta}{2}$$

Por lo tanto, el área de la zona de detección del avión es igual

$$\text{a } -\frac{\cot \theta \csc \theta}{2} u^2.$$

Rpta.: B

2. De la circunferencia trigonométrica mostrada, sabiendo que B' es punto de tangencia, $PM = MA$. Además, P , M y A son puntos colineales. Determine la coordenada del punto M .

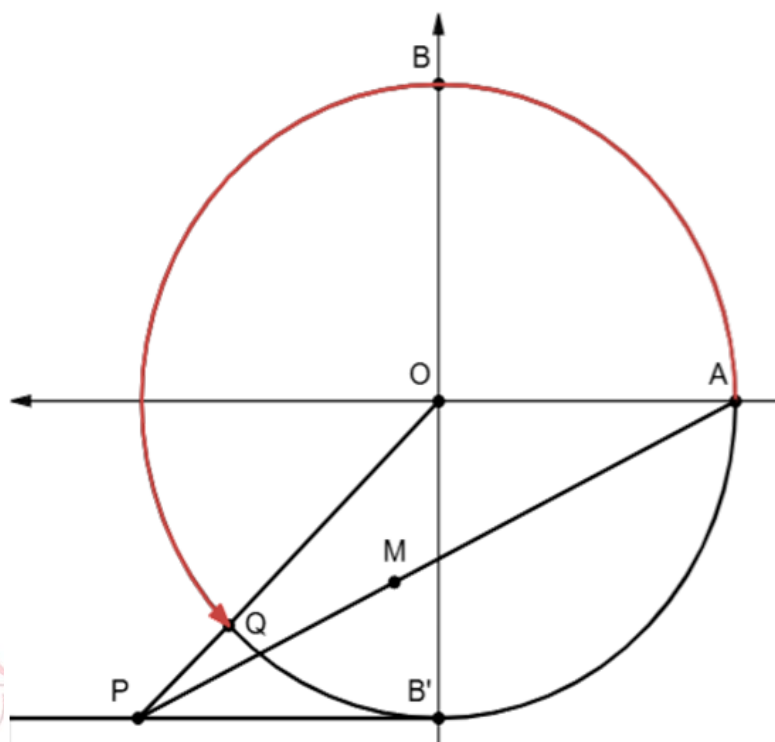
A) $\left(\frac{1 - \tan \theta}{2}; \frac{1}{2}\right)$

B) $\left(\frac{1 - \tan \theta}{2}; -\frac{1}{2}\right)$

C) $\left(\frac{1 - \cot \theta}{2}; \frac{1}{2}\right)$

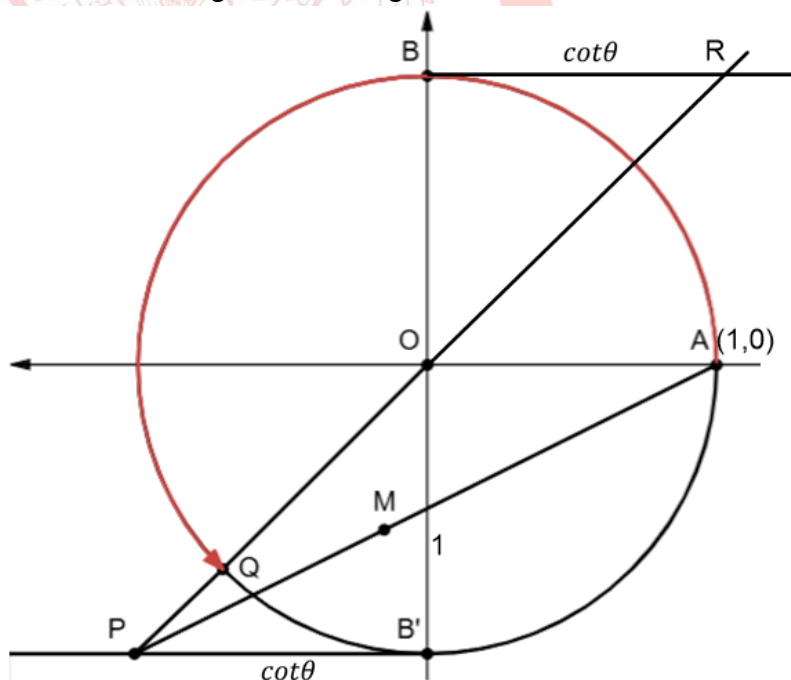
D) $\left(\frac{1 + \cot \theta}{2}; -\frac{1}{2}\right)$

E) $\left(\frac{1 - \cot \theta}{2}; -\frac{1}{2}\right)$



Solución:

Tenemos en el gráfico los siguiente:



Luego se observa:

$$A = (1; 0)$$

$$P = (-\cot \theta; -1)$$

Es así que:

$$M = \left(\frac{1 - \cot \theta}{2}; -\frac{1}{2}\right)$$

Por lo tanto, la coordenada del punto M es $\left(\frac{1 - \cot \theta}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.

Rpta.: D

3. En un experimento de astronomía, se usa un círculo trigonométrico para medir la posición de la sombra proyectada por un astro. La sombra se ubica en el punto $(x; y)$ sobre la circunferencia para un ángulo α , cumpliéndose que $k - \sqrt{2\alpha - 5} = \sqrt{\pi - \alpha}$, donde k es un número real. Determinar el máximo valor de $M = \sec \alpha - 1$.

A) -2 B) 2 C) -3 D) 4 E) 5

Solución:

Tenemos que:

$$k = \sqrt{\pi - \alpha} + \sqrt{2\alpha - 5}; k \in \mathbb{R}$$

Luego:

$$\Rightarrow \pi - \alpha \geq 0 \wedge 2\alpha - 5 \geq 0$$

$$\Rightarrow 2.5 \leq \alpha \leq \pi$$

Luego de la C.T. se tiene:

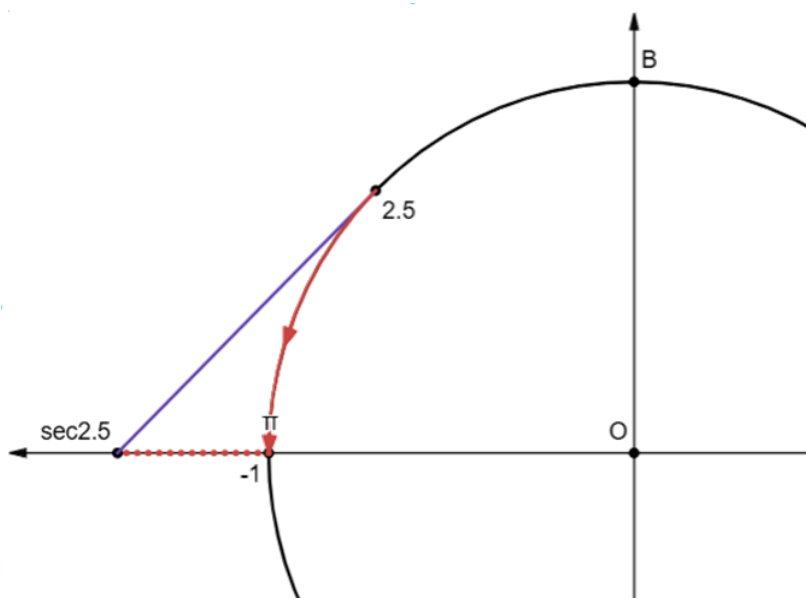
$$\Rightarrow \sec 2.5 \leq \sec \alpha \leq -1$$

$$\Rightarrow \sec 2.5 - 1 \leq k \leq -2$$

Luego el máximo valor de

M es -2.

Por lo tanto, el máximo valor que puede tomar M es -2.



Rpta.: A

4. La propagación de una onda electromagnética se modela en una circunferencia trigonométrica. El receptor capta la señal cuando los ángulos de fase α y θ se encuentran en los intervalos $7 < \alpha < 9$ y $5 < \theta < 7$ respectivamente, cumpliéndose que $\sqrt{-(1 - \sin \alpha)} = \sec \theta - 1$. Determine el valor de $2\alpha + \theta$.

A) 7π B) 6π C) π D) 3π E) 10π

Solución:

$$\text{Como: } 0 \leq \sqrt{-(1 - \sin \alpha)}$$

$$\Rightarrow -(1 - \sin \alpha) \geq 0 \Rightarrow \sin \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 2\pi + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{2}, \text{ pues } 7 < \alpha < 9$$

Luego se tiene que: $\sec \theta - 1 = 0$

$$\Rightarrow \sec \theta = 1 \Rightarrow \theta = 2\pi, \text{ pues } 5 < \theta < 7 \Rightarrow 2\alpha + \theta = 2 \times \frac{5\pi}{2} + 2\pi = 7\pi$$

Por lo tanto, el valor de $2\alpha + \theta$ es igual a 7π .

Rpta.: A

5. Un diseñador gráfico crea un logo circular centrado en el origen de coordenadas, modelado mediante una circunferencia trigonométrica donde $mABQ = \theta$ y N es punto de tangencia. Para una variante del diseño, sombrea la región triangular Q'QN. Determinar el área de dicha región en términos de θ .

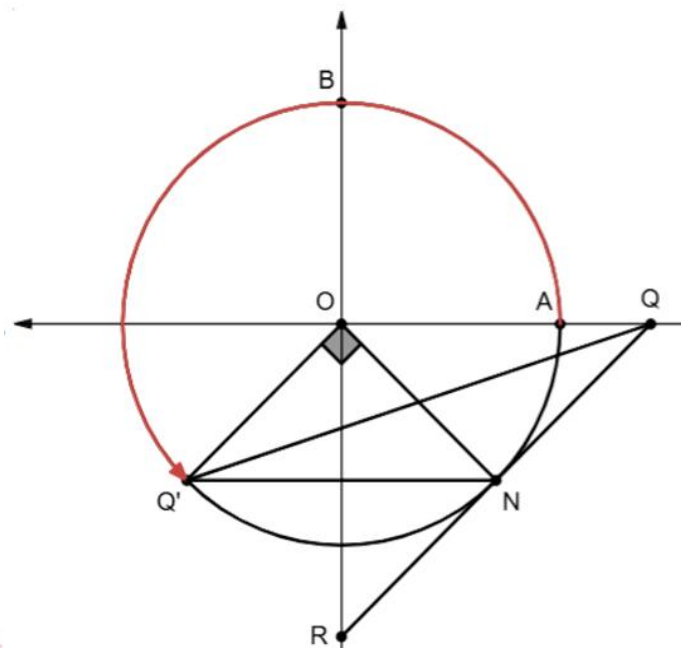
A) $\frac{\cos \theta}{3} u^2$

B) $\frac{\cot \theta - 1}{2} u^2$

C) $\frac{1 + \cot \theta}{2} u^2$

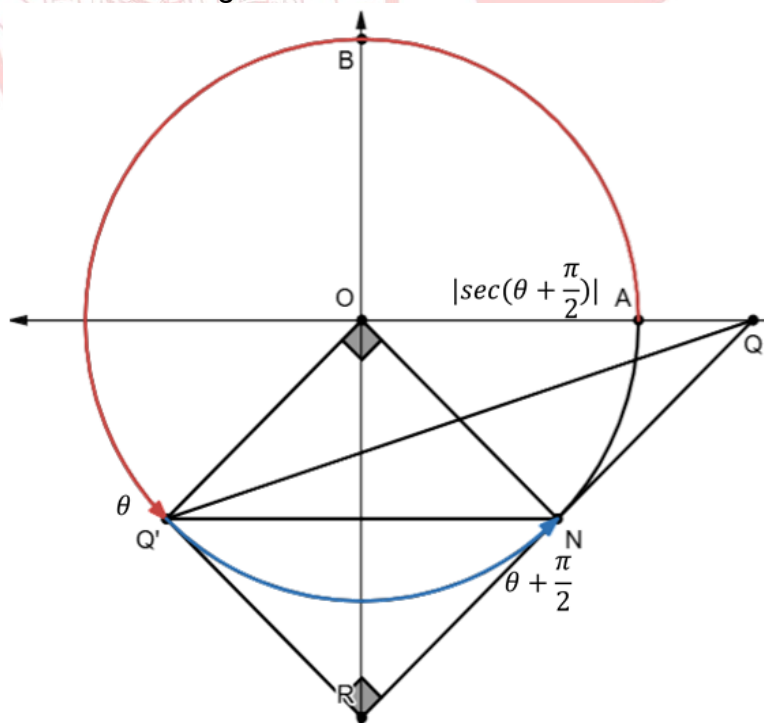
D) $\frac{\cot \theta}{2} u^2$

E) $\frac{\tan \theta}{2} u^2$



Solución:

Tenemos en el gráfico:



Luego obtenemos:

$$OQ = |\sec(\theta + \frac{\pi}{2})| = |\csc(\theta)|$$

Sabemos por teorema de Pitágoras: $OQ^2 = ON^2 + NQ^2$

$$\Rightarrow \csc^2(\theta) = 1 + NQ^2$$

$$\Rightarrow NQ = |\cot \theta|$$

Como:

$$\theta \in \text{IIIC} \Rightarrow |\cot \theta| = \cot \theta$$

$$\Rightarrow NQ = |\cot \theta| = \cot \theta$$

Es así que el área:

$$S = \frac{NQ \times 1}{2} = \frac{\cot \theta}{2}$$

Por lo tanto, el área de la región triangular Q'QN es igual $\frac{\cot \theta}{2} u^2$.

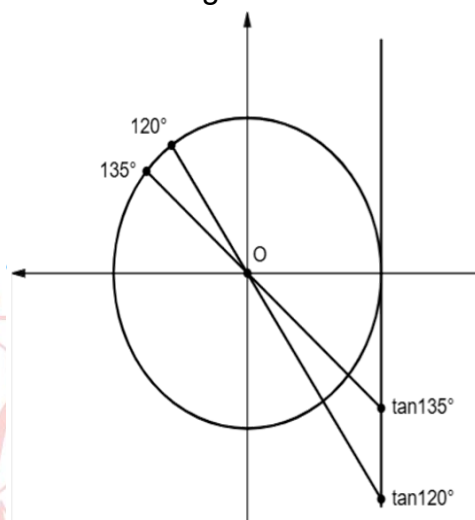
Rpta.: D

6. Un técnico analiza un dial circular, donde debe marcar una zona de seguridad definida por un triángulo equilátero. El ángulo de operación θ del dial se encuentra en el intervalo $[\frac{2\pi}{3}; \frac{3\pi}{4}]$, cumpliéndose que $k = \frac{\tan^2 \theta - 9}{\tan \theta + 3}$. Si el lado del triángulo equilátero equivale al valor absoluto de la suma de los valores enteros de k , expresado en centímetros, halle el área de la zona de seguridad.

A) $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$ B) $\sqrt{3} \text{ cm}^2$ C) $6\sqrt{3} \text{ cm}^2$ D) $4\sqrt{2} \text{ cm}^2$ E) $6\sqrt{2} \text{ cm}^2$

Solución:

Tenemos del gráfico:



$$\text{Luego si: } \frac{2\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{4} \Rightarrow -\sqrt{3} \leq \tan \theta \leq -1$$

$$\Rightarrow -\sqrt{3} - 3 \leq k \leq -4 \Rightarrow k \in [-\sqrt{3} - 3; -4]$$

pues:

$$\tan 120^\circ = \tan(180^\circ - 60^\circ) = -\tan 60^\circ = -\sqrt{3}$$

$$\tan 135^\circ = \tan(180^\circ - 45^\circ) = -\tan 45^\circ = -1$$

Entonces suma de valores enteros de k es -4 , entonces el valor absoluto será igual a 4 .

$$\Rightarrow A_{\Delta\text{-equilátero}} = \frac{4^2 \sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$$

Por lo tanto, el área de la zona de seguridad es igual a $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

Rpta.: A

7. Siendo $\theta \in [\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}]$; determine la suma del máximo y mínimo valor de $M = 1 + (\sec \theta - \tan \theta) \left(\frac{1}{\sec \theta \cos \theta} + \sec \theta \right)$.

A) 0 B) 1 C) 2 D) 5 E) 6

Solución:

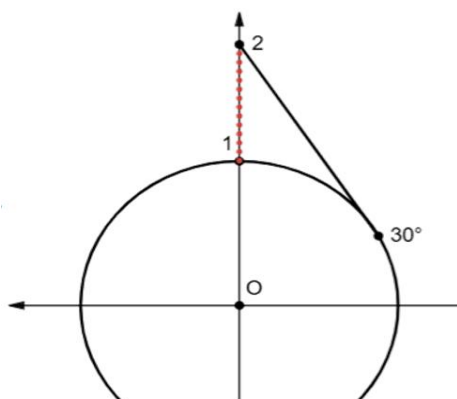
$$\text{Como: } M = 1 + (\sec \theta - \tan \theta) \left(\frac{1}{\sec \theta \cos \theta} + \sec \theta \right)$$

$$\Rightarrow M = 1 + \frac{(\sec \theta - \tan \theta)}{\sec \theta} \left(\frac{1}{\cos \theta} + \frac{\sec \theta}{\cos \theta} \right)$$

$$\Rightarrow M = 1 + \frac{(\sec \theta - \tan \theta)(\sec \theta + \tan \theta)}{\sec \theta}$$

$$\Rightarrow M = 1 + \frac{1}{\sec \theta} = 1 + \csc \theta$$

Luego del gráfico:



$$\text{Luego como: } \frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow 1 \leq \csc \theta \leq 2 \Rightarrow 2 \leq M \leq 3$$

$$\Rightarrow M_{\max} + M_{\min} = 3 + 2 = 5$$

Por lo tanto, la suma del máximo y mínimo de M es igual a 5.

Rpta.: D

LENGUAJE

EJERCICIOS DE CLASE

1. La oración es una unidad lingüística cuya estructura está constituida por el sujeto y el predicado, tiene autonomía sintáctica y presenta sentido completo. Según lo mencionado, en el enunciado *Víctor, ayer llegó el pedido que le hicimos la semana pasada a Julia* el sujeto es

- A) Víctor
- B) Julia
- C) el pedido que le hicimos
- D) el pedido que le hicimos la semana pasada
- E) el pedido que le hicimos la semana pasada a Julia

Solución:

En el enunciado, el sujeto es la frase nominal *el pedido que le hicimos la semana pasada a Julia* concuerda en número y persona con el verbo *llegó*.

Rpta.: E

2. El sujeto se clasifica como expreso, tácito, incomplejo, complejo, etc. De acuerdo con esta afirmación, seleccione la alternativa que relaciona adecuadamente la columna de los enunciados y la de las clases de sujeto.

- | | |
|---|---------------|
| I. La reciprocidad y el respeto son principios del mundo andino. | a. Complejo |
| II. La cosmovisión amazónica trasmite gran sabiduría ancestral. | b. Pasivo |
| III. Aquellos lienzos multicolores fueron diseñados por los shipibos. | c. Incomplejo |
| IV. La cosmovisión de los pueblos de Perú busca vivir en armonía. | d. Compuesto |

- A) Id, IIa, IIIc, IVb
- D) Ia, IId, IIIc, IVb

- B) Ic, IId, IIIb, IVa
- E) Ib, IIa, IIIId, IVc

- C) Id, IIc, IIIb, IVa

Solución:

La relación entre la columna de enunciados y la columna de clases de sujeto es la siguiente:



- | | |
|---|---------------|
| I. La reciprocidad y el respeto son principios del mundo andino. | d. Compuesto |
| II. La cosmovisión amazónica transmite gran sabiduría ancestral. | c. Incomplejo |
| III. Aquellos lienzos multicolores fueron diseñados por los shipibos. | b. Pasivo |
| IV. La cosmovisión de los pueblos de Perú busca vivir en armonía. | a. Complejo |

Rpta.: C

3. De acuerdo con los criterios de la clasificación del sujeto, marque la opción que presenta sujeto complejo y pasivo.

- I. Francisco, quien es mi mejor amigo, es primo de Susy.
- II. Juana, mi vecina, fue condecorada por su labor social.
- III. Pedro será convocado a la reunión por el coordinador.
- IV. El hijo del embajador va a ser examinado en la clínica.

- A) III y IV B) II y IV C) I y II D) II y III E) I y IV

Solución:

En los enunciados II y IV, los sujetos son complejos porque presentan modificador indirecto y pasivos porque designan a quienes son afectados por la acción verbal.

Rpta.: B

4. La oración bimembre está constituida por el sujeto y el predicado. De acuerdo con esta aseveración, en el enunciado *El estudiante de la Escuela de Turismo, que ha ganado el concurso, va a tener que volver a redactar un discurso de agradecimiento* el núcleo del predicado es

- | | |
|-------------------------------------|--------------------------|
| A) va | B) va a tener |
| C) que ha ganado | D) va a tener que volver |
| E) va a tener que volver a redactar | |

Solución:

En el enunciado, el núcleo del predicado es la perífrasis verbal *va a tener que volver a redactar*

Rpta.: E

5. El predicado nominal está formado por un verbo copulativo más un complemento atributo, que denota la propiedad o el estado que se atribuye al sujeto. Considerando lo expuesto, indique la alternativa que presenta predicado nominal.

- A) El chef Virgilio Martínez está preparando un suflé de coliflor.
- B) El equipo femenino de natación está empezando a entrenar.
- C) El lago Titicaca es considerado sagrado en la cultura andina.
- D) Los textiles andinos suelen ser coloridos y muy apreciados.
- E) Las obras de la cultura local fueron creadas por los artistas.

Solución:

En la referida oración, el núcleo verbal *suelen ser* es copulativo y el complemento *coloridos y muy apreciados* está en función de atributo, por lo tanto, el predicado es nominal.

Rpta.: D



6. El atributo es el complemento que describe cualidades, propiedades o estados del sujeto a través de un verbo copulativo como *ser*, *estar* y *parecer*. En tal sentido, señale los enunciados que presentan esta clase de complemento del verbo.

- I. La Amazonía sigue siendo el gran tesoro de la biodiversidad.
- II. La fiesta del Inti Raymi va a ser una gran celebración este año.
- III. Pía León fue nominada como la mejor chef de Perú por Kjolle.
- IV. Los restaurantes *gourmet* siempre están creando platos únicos.
- V. El cóndor de los Andes es un símbolo importante en la cultura.

A) II y IV B) II y III C) I, III y IV D) II, III y IV E) I, II y V

Solución:

En I, II y V las frases nominales *el gran tesoro de la biodiversidad*, *una gran celebración* y *un símbolo importante en la cultura* desempeñan la función de complemento atributo, ya que predicar sobre los sujetos a través de los verbos copulativos *sigue siendo*, *va a ser* y *es*, respectivamente.

Rpta.: E

7. El verbo predicativo es el constituyente principal del predicado verbal. Según lo mencionado, identifique las oraciones de predicado verbal y marque la alternativa correcta.

- I. Hijo, creo que la vida no exige tanto como estás pensando.
- II. Pronto estará listo el arroz con pollo que te prometí el lunes.
- III. Ese estudio de abogados tiene que ser el mejor de la ciudad.
- IV. Nuestros antepasados fueron a tierras lejanas para sobrevivir.

A) II y III B) I y IV C) II y IV D) I y III E) III y IV

Solución:

En I y IV los predicados son verbales, ya que sus núcleos están constituidos por los verbos predicativos *creer* e *ir*.

Rpta.: B

8. El objeto directo es un elemento sintáctico que señala sobre qué o quién recae la acción transitiva de manera directa; mientras que el objeto indirecto refiere al destinatario de la acción. Considerando todos los verbos del enunciado *En aquella reunión, exigieron al mandatario extranjero la reformulación de los aranceles para firmar el Pacto de Libre Comercio*, hay

- A) un objeto directo.
- B) dos objetos directos.
- C) un objeto directo y un objeto indirecto.
- D) dos objetos indirectos.
- E) dos objetos directos y un objeto indirecto.

Solución:

En el enunciado, hay dos verbos transitivos: *exigieron* y *firmar*. El verbo *exigieron* presenta como objeto directo *la reformulación de los aranceles* y como objeto indirecto *al mandatario extranjero*. Asimismo, el verbo *firmar* presenta como objeto directo *el Pacto de Libre Comercio*. Por ello, hay dos objetos directos y un objeto indirecto.

Rpta.: E



9. Según la naturaleza gramatical del predicado, las oraciones se clasifican en oraciones de predicado nominal y predicado verbal (transitivas, intransitivas, impersonales, recíprocas, reflexivas, activas, pasivas, pasivas reflejas). Por lo expuesto, correlacione las oraciones con su clasificación, luego seleccione la alternativa correcta.

- | | |
|---|-----------------|
| I. El nieto de mi sobrina se mira al espejo con admiración. | a. Recíproca |
| II. Rosa y Margarita se saludaron cordialmente en el tren. | b. Reflexiva |
| III. El ganador del premio viajará a varios países de África. | c. Transitiva |
| IV. Ayer en el concurso de actuación, hizo demasiado calor. | d. Intransitiva |
| V. Alejandro expresó hoy su voluntad de trabajar en equipo. | e. Impersonal |

A) Ib, Ila, IIId, IVe, Vc
D) Ia, IIb, IIId, IVd, Ve

B) Id, IIb, IIIa, IVe, Vc
E) Ie, IIb, IIId, IVa, Vc

C) Ia, IIb, IIId, IVe, Vd

Solución:

La relación correcta de las dos columnas es la siguiente:

- | | |
|---|-----------------|
| I. El nieto de mi sobrina se mira al espejo con admiración. | b. Reflexiva |
| II. Rosa y Margarita se saludaron cordialmente en el tren. | a. Recíproca |
| III. El ganador del premio viajará a varios países de África. | d. Intransitiva |
| IV. Ayer en el concurso de actuación, hizo demasiado calor. | e. Impersonal |
| V. Alejandro expresó hoy su voluntad de trabajar en equipo. | c. Transitiva |
| VI. | |

Rpta.: A

10. Según la naturaleza gramatical del predicado, las oraciones *Por las mañanas, se trabaja mucho en esa panadería; Luis se afeita siempre que va a trabajar; Mi mamá arribó a Cuba para un tratamiento médico; Se vendieron panes recién salidos del horno* son clasificadas, respectivamente, como

- A) impersonal, recíproca, pasiva refleja y reflexiva.
B) impersonal, reflexiva, intransitiva y pasiva refleja.
C) pasiva refleja, impersonal, reflexiva y transitiva.
D) impersonal, pasiva refleja, recíproca e intransitiva.
E) impersonal, recíproca, pasiva refleja e intransitiva.

Solución:

La primera es impersonal porque carece de sujeto; la segunda, reflexiva pues la acción recae sobre el sujeto de la oración, la tercera es intransitiva porque el verbo *arribar* no admite objeto directo; y la última es pasiva refleja, pues presenta *se* + verbo en plural + frase nominal en plural.

Rpta.: B

11. La clasificación de oraciones incluye el criterio de actitud del hablante; en tal sentido, las oraciones pueden ser desiderativas, enunciativas, interrogativas, dubitativas, imperativas y exclamativas. De acuerdo con lo expresado, correlacione la columna de oraciones con la de su clasificación correspondiente y marque la alternativa adecuada.

I. Mi hijo comprará los útiles escolares para estudiar.	a. Dubitativa	
II. Ojalá que el niño logre mantener el control cefálico.	b. Imperativa	
III. Señor, por favor, complete el formulario de la Sunat.	c. Enunciativa	
IV. A lo mejor vuelva a Japón para visitar el monte Fuji.	d. Desiderativa	
A) Ic, IIa, IIIb, IVd	B) Ib, IIa, IIIc, IVd	C) Ia, IIc, IIIb, IVd
D) Ic, IId, IIIb, IVa	E) Ib, IIa, IIId, IVc	

Solución:

I. Mi hijo comprará los útiles escolares para estudiar.	c. Enunciativa
II. Ojalá que el niño logre mantener el control cefálico.	d. Desiderativa
III. Señor, por favor, complete el formulario de la Sunat.	b. Imperativa
IV. A lo mejor vuelva a Japón para visitar el monte Fuji.	a. Dubitativa

Rpta.: D

12. Mediante las oraciones interrogativas, el hablante solicita al oyente algún tipo de información que hasta el momento se desconoce. Según su significación y estructura, ellas pueden ser directas e indirectas (parciales y totales). De acuerdo con ello, marque la alternativa que corresponde a una oración interrogativa indirecta total.

- A) ¿Obtuviste lo que esperabas de la vida, Pedro?
B) Por favor, dime cuál es la dirección del hospital.
C) No sé cuándo volverá a estudiar en ese instituto.
D) ¿Por qué no dijiste toda la verdad cuando pudiste?
E) Ignoro si completará sus sesiones de hidroterapia.

Solución:

La referida oración es clasificada como interrogativa indirecta total; indirecta porque no va entre signos de interrogación; total porque, característicamente, va encabezada por la conjunción completiva *si*.

Rpta.: E

LITERATURA

EJERCICIOS DE CLASE

1. *Tu bondad pintó el canto de los pájaros
y el mar venía lleno en tus palabras corazón
de puro blanca se abrirá aquella estrella
y ya no volarán nunca las dos golondrinas de tus cejas
el viento mueve las velas como flores
yo sé que tú estás esperándome detrás de la lluvia
y eres más que tu delantal y tu libro de letras
eres una sorpresa perenne*

DENTRO DE LA ROSA DEL DIA

En relación a la verdad (V o F) de los siguientes enunciados sobre las características del vanguardismo presentes en el fragmento anterior del «Poema del mar y de ella», de Carlos Oquendo de Amat, marque la alternativa que contiene la secuencia correcta.

- I. Aprovechamiento del nivel espacial
- II. Empleo de una métrica regular
- III. Experimentalismo de orden formal
- IV. Acercamiento a la estética realista

- A) FFVV B) FVVV C) FVVF D) VFVF E) VFFV

Solución:

En el fragmento citado del «Poema del mar y de ella», de Oquendo de Amat, se evidencia la utilización del nivel espacial del poema, el empleo del verso sin métrica fija, así como el experimentalismo formal (en el uso de mayúsculas, por ejemplo) que demuestra el total alejamiento de la estética realista.

Rpta.: D

2. ¿Qué característica del vanguardismo podemos identificar en los siguientes versos iniciales de «Visión de pianos apolillados cayendo en ruinas», de César Moro?

*El incesto representado por un señor de levita
recibe las felicitaciones del viento caliente del incesto
Una rosa fatigada soporta un cadáver de pájaro
Pájaro de plomo donde tienes el cesto del canto
Y las provisiones para tu cría de serpiente de reloj
Cuando acabes de estar muerto serás una brújula borracha
Un cabestro sobre el lecho esperando un caballero moribundo
De las islas del Pacífico que navega en una tortuga musical...*

- A) Presencia de un novedoso léxico, el cual refiere al área clerical
- B) Asociación de imágenes oníricas alusivas al mundo inconsciente
- C) Concepción del poema asumido como una construcción musical
- D) Representación verosímil de la cotidianidad ligada al mundo ideal
- E) Empleo del verso octosílabo pero con métrica regular uniforme

Solución:

En el poema de César Moro, apreciamos asociaciones de imágenes oníricas donde se aluden a un imaginario irreal característico del mundo inconsciente y bastión importante de la vanguardia europea.

Rpta.: B

3. Con respecto a la verdad (V o F) de los siguientes enunciados sobre el poemario *Los heraldos negros*, de César Vallejo, marque la alternativa que contiene la secuencia correcta.

- I. Es uno de los poemarios que escribió el poeta Vallejo en Europa.
- II. Destaca el poema «A mi hermano Miguel», el cual inicia el poemario.
- III. Sus versos manifiestan todavía la influencia del Posmodernismo.
- IV. La última sección comprende los poemas de mayor originalidad.

A) VVVV B) VVVF C) FFFV D) FFVV E) FFFF

Solución:

- I. **Falso.** El poemario fue publicado en 1918, en Lima, y es el primer poemario del poeta.
- II. **Falso.** Uno de los poemas que destaca es «A mi hermano Miguel», pero el primer poema del poemario es «Los heraldos negros».
- III. **Falso.** Sus versos manifiestan aún la influencia de autores modernistas como Rubén Darío y Julio Herrera y Reissig.
- IV. **Verdadero.** La última sección denominada «Canciones de hogar» comprende los poemas más originales.

Rpta.: C

4. ¿Qué tema del poemario *Los heraldos negros*, de César Vallejo, se aprecia en los siguientes versos pertenecientes al poema «Los pasos lejanos»?

*Hay soledad en el hogar, se reza;
y no hay noticias de los hijos hoy,
mi padre se despierta, ausculta
la huida a Egipto, el restañante adiós.
Está ahora tan cerca;
si hay algo en él de lejos, seré yo.*

- A) La nostalgia por el ande
- B) El recuerdo de la familia
- C) La raíz andina del poeta
- D) El rechazo al cosmopolitismo
- E) El hogar provinciano

Solución:

El tema del poemario desarrollado en los versos citados es el hogar provinciano. El yo poético retrata la cotidianidad de su hogar teniendo como eje la figura paterna.

Rpta.: E

5. En la siguiente estrofa del poema XX de *Trilce*, de César Vallejo, ¿qué características de este poemario se pueden apreciar?

*Y he aquí se me cae la baba, soy
una bella persona cuando
el hombre guillermosecundario
puja y suda felicidad
a chorros, al dar lustre al calzado
de su pequeña de tres años.*

*Engállase el barbado y frota un lado.
La niña en tanto pónese el índice
en la lengua que empieza a deletrear
los enredos de enredos de los enredos,
y unta el otro zapato a escondidas
Con un poquito de saliva y tierra,
pero con un poquito
no má-
- s.*

- A) El uso de neologismos y de un lenguaje coloquial
B) El uso del verso libre y de la rima consonante
C) La preponderancia del oximorón y la antítesis
D) El empleo de paralelismos y paradojas
E) La alteración sintáctica y la ortografía caprichosa

Solución:

En los versos citados, César Vallejo quiebra la sintaxis convencional y usa una ortografía caprichosa, características del estilo en *Trilce*.

Rpta: E

6. Con respecto a la verdad (V o F) de los siguientes enunciados sobre *Trilce*, de César Vallejo, marque la alternativa que contiene la secuencia correcta.

- I. Evoca el hogar provinciano y la solidaridad con España.
II. Ofrece un discurso poético simple y sencillo, carente de hermetismo.
III. Posee poemas que resaltan por la presencia del elemento cromático.
IV. Desarrolla los temas de la cárcel, la soledad y la ausencia de la madre.

- A) FVFV B) VVVF C) FFFV D) FVVF E) VVVF

Solución:

- I. **Falso.** En algunos poemas de *Trilce* se evoca el hogar provinciano, pero no la solidaridad con el pueblo español.
II. **Falso.** Vallejo, en *Trilce*, quiebra la sintaxis y utiliza una ortografía caprichosa. Esto complica la lectura y la interpretación de sus poemas.
III. **Falso.** El cromatismo caracterizó a la poesía simbolista de Eguren.
IV. **Verdadero.** El poemario expone los temas de la cárcel, la soledad y la ausencia de la madre.

Rpta.: C

7. *En tu oreja el cartílago está hermoso,
y te escribo por eso, te medito:
No olvides en tu sueño de pensar que eres feliz,
que la dicha es un hecho profundo, cuando acaba
pero al llegar, asume
un caótico aroma de asta muerta.*

Respecto a los rasgos en el estilo presente en los versos del poema «Pero antes que se acabe...», de *Poemas humanos*, de César Vallejo, señale la afirmación correcta.

- A) Presencia de una comunicación de corte epistolar
- B) Inclusión de la figura del oxímoron en los versos
- C) Uso del lenguaje de la conversación cotidiana
- D) Carácter existencial y sentimental del fragmento
- E) Aprovechamiento del nivel espacial del poema

Solución:

En *Poemas humanos*, César Vallejo emplea el lenguaje de la conversación cotidiana, pues da la impresión de entablar una conversación con un amigo. Esto se evidencia en las palabras como «No olvides en tu sueño de pensar que eres feliz», «te medito», «asume».

Rpta.: C

8. Señale la alternativa que completa correctamente la siguiente afirmación: «Uno de los temas de *Poemas humanos*, de César Vallejo, es el
- A) futuro lleno de dicha colectiva de los indolentes».
 - B) compromiso con la solidaridad de los pueblos».
 - C) trabajo como factor que dignifica al ser humano».
 - D) hambre y la virtud de los más desposeídos».
 - E) cuerpo como espacio de dolor y de liberación».

Solución:

En *Poemas humanos*, Vallejo trata temas como el cuerpo como espacio de dolor y liberación, la pobreza y el hambre y la posibilidad de un futuro lleno de dicha colectiva.

Rpta.: E

PSICOLOGÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Camila refiere sentirse “extraña” desde hace varios días: no identifica una causa específica, pero experimenta una sensación constante de desánimo. Sin embargo, al recibir una llamada inesperada de un familiar que no veía hace años, experimenta una intensa reacción de alegría con cambios fisiológicos evidentes. El primer estado corresponde a _____, mientras que el segundo corresponde a _____.
- A) emoción – sentimiento
 - B) estado de ánimo – emoción
 - C) sentimiento – pasión
 - D) emoción – estado de ánimo
 - E) pasión – emoción

Solución:

El estado difuso, duradero y sin causa clara es un estado de ánimo. La reacción intensa y breve es una emoción.

Rpta.: B

2. Con relación a los componentes de las emociones, identifique el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. El componente fisiológico incluye cambios en la frecuencia cardíaca y respiración.
- II. El componente subjetivo se refiere exclusivamente a la expresión facial.
- III. El componente conductual incluye gestos y acciones observables.

A) VVF B) VFV C) VFF D) FVV E) FFF

Solución:

- I. **Verdadero.** Reacciones fisiológicas involuntarias.
- II. **Falso.** El subjetivo es la experiencia interna.
- III. **Verdadero.** Incluye expresión observable.

Rpta.: B

3. Relacione las funciones de las emociones con los ejemplos que corresponden:

- I. Función adaptativa a. Una persona expresa tristeza y recibe apoyo de su entorno.
- II. Función social b. El miedo permite evitar una situación peligrosa.
- III. Función motivacional c. La alegría impulsa a repetir una conducta placentera.

A) Ia, IIb, IIIc B) Ib, IIa, IIIc C) Ic, IIb, IIIa D) Ib, IIc, IIIa E) Ia, IIc, IIIb

Solución:

- I. b (adaptativa)
- II. a (social)
- III. c (motivacional)

Rpta.: B

4. Durante una exposición en el auditorio de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, un estudiante de primer ciclo siente que su corazón late aceleradamente, sus manos sudan y su respiración se agita. Al notar estas reacciones, interpreta que está sintiendo miedo frente al público. Este proceso corresponde a la teoría de _____.

A) Paul Ekman B) Charles Darwin C) Stanley Schachter
D) Sigmund Freud E) Ivan Pavlov

Solución:

El caso describe una activación fisiológica (taquicardia, sudoración) seguida de una interpretación cognitiva (miedo). Según Schachter, la emoción surge de una doble evaluación: fisiológica y cognitiva.

Rpta.: C

5. Con relación a la clasificación de las emociones, identifique el valor de verdad (V o F):
- I. Las emociones primarias son universales y de base biológica.
 - II. Las emociones secundarias dependen del aprendizaje social.
 - III. Las emociones primarias son más duraderas que los sentimientos.

A) VVF B) VVV C) VFF D) FVV E) FFV

Solución:

- I. **Verdadero.** *Las emociones primarias son universales y de base biológica.*
Emociones como alegría, tristeza, miedo, ira, sorpresa y asco son innatas y universales, presentes en todas las culturas, tal como lo evidencian estudios transculturales (por ejemplo, los de Paul Ekman).
- II. **Verdadero.** *Las emociones secundarias dependen del aprendizaje social.*
Emociones como la culpa, vergüenza, orgullo o celos requieren procesos cognitivos y sociales, ya que implican normas, valores y comparación social.
- III. **Falso.** *Las emociones primarias son más duraderas que los sentimientos.*
Las emociones (primarias o secundarias) son breves e intensas, mientras que los sentimientos son más duraderos y estables.

Rpta.: A

6. Respecto a la neurobiología de las emociones, señale la alternativa correcta:

- A) El hipocampo regula exclusivamente las respuestas hormonales.
- B) La amígdala participa en la memoria emocional.
- C) El hipotálamo controla únicamente funciones cognitivas superiores.
- D) El sistema límbico no se relaciona con la emoción.
- E) La corteza prefrontal genera emociones básicas.

Solución:

- A) **Falso.** El hipocampo está principalmente relacionado con la memoria (episódica y espacial), no con la regulación hormonal.
- B) **Verdadero.** La amígdala interviene en la memoria emocional, permitiendo que ciertas experiencias se recuerden con carga afectiva.
- C) **Falso.** El hipotálamo regula funciones fisiológicas (como hambre, temperatura y respuestas hormonales), no funciones cognitivas superiores.
- D) **Falso.** El sistema límbico está directamente implicado en las emociones.
- E) **Falso.** La corteza prefrontal regula e inhibe conductas, pero no genera emociones básicas.

Rpta.: B

7. Durante una reunión familiar por Navidad, Andrea participa en una conversación tensa sobre temas políticos vinculados a la reciente crisis social en el Perú. A medida que el intercambio se torna más acalorado, Andrea siente una intensa ira y el impulso inmediato de alzar la voz. Sin embargo, recuerda las posibles consecuencias de reaccionar impulsivamente, decide guardar silencio y retirarse momentáneamente para calmarse antes de continuar el diálogo. Este comportamiento evidencia la aptitud emocional denominada _____.

- A) adaptabilidad B) autodominio C) innovación
- D) confiabilidad E) escrupulosidad

Solución:

Andrea experimenta una emoción intensa (ira), pero logra inhibir la respuesta impulsiva, tomar distancia y evaluar las consecuencias de su conducta antes de actuar. Este proceso corresponde al autodomínio, entendido como la capacidad de regular estados emocionales e impulsos perjudiciales.

Rpta.: B

8. Con relación a la expresión emocional, identifique la alternativa correcta según los planteamientos de Paul Ekman:

- A) Las expresiones emocionales son completamente aprendidas.
- B) No existen emociones universales.
- C) Las expresiones faciales son similares entre culturas.
- D) Las emociones dependen del lenguaje.
- E) La cultura elimina la expresión emocional.

Solución:

- A) **Falso.** Las expresiones no son completamente aprendidas; tienen una base biológica.
- B) **Falso.** Sí existen emociones universales según Ekman.
- C) **Verdadero.** Las expresiones faciales son similares entre culturas.
- D) **Falso.** Las emociones no dependen del lenguaje para existir.
- E) **Falso.** La cultura puede modular la expresión, pero no la elimina.

Rpta.: C

9. Durante una discusión en el transporte público de Lima, José es insultado por otro pasajero. Aunque inicialmente siente una fuerte ira y deseos de responder agresivamente, recuerda las posibles consecuencias legales y decide retirarse sin confrontar. Este proceso evidencia principalmente la intervención de la _____.

- A) amígdala
- B) hipófisis
- C) corteza prefrontal
- D) cerebelo
- E) médula espinal

Solución:

José inhibe una respuesta impulsiva tras evaluar consecuencias, lo cual implica la corteza prefrontal, encargada del control ejecutivo y regulación emocional.

Rpta.: C

10. Relacione las aptitudes emocionales con los comportamientos descritos:

- | | |
|---------------------|--|
| I. Adaptabilidad | a. Durante un acalorado debate en redes sociales sobre la coyuntura política del país, un estudiante recibe comentarios ofensivos, pero decide no responder impulsivamente y mantener el control de su reacción. |
| II. Autodominio | b. Tras los cambios en la modalidad educativa durante la pandemia de COVID-19, una estudiante reorganiza su rutina, aprende a usar plataformas virtuales y ajusta sus estrategias de estudio. |
| III. Escrupulosidad | c. Un postulante a la Universidad Nacional Mayor de San Marcos organiza su tiempo de estudio, cumple con sus horarios y evita excusas para no realizar sus tareas diarias. |

A) Ia, IIb, IIIc B) Ib, IIa, IIIc C) Ic, IIb, IIIa D) Ib, IIc, IIIa E) Ia, IIc, IIIb

Solución:

Ib. Adaptabilidad: ajuste frente a cambios del entorno.

IIa. Autodominio: control de impulsos ante provocación.

IIIc. Escrupulosidad: responsabilidad y constancia.

Rpta.: B

EDUCACIÓN CÍVICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Según la Constitución Política del Perú, el Juez forma parte del Poder Judicial, administra justicia y se encuentra sujeto a principios. Respecto a estos fundamentos que rigen la función jurisdiccional, establezca la relación correcta con la característica que corresponda.

- | | |
|--------------------|---|
| I. Unidad | a. Resolver procesos sin ningún prejuicio o carga subjetiva. |
| II. Exclusividad | b. No recibir ningún tipo de presión externa al ejercer su función. |
| III. Independencia | c. Regirse por un mismo conjunto de derechos y deberes. |
| IV. Imparcialidad | d. Único órgano facultado para resolver conflictos jurídicos. |

A) Ib, IId, IIIa, IVc

B) Ic, IId, IIIb, IVa

C) Ib, IIc, IIId, IVa

D) Ib, IIc, IIIa, IVd

E) Ic, IIb, IIIa, IVd

Solución:

- I. **c.** Todos los jueces se rigen por un mismo conjunto de derechos y deberes que garantiza que todos los procesos se desarrollen bajo un mismo marco legal.
- II. **d.** El Poder Judicial es el único órgano capaz de ejercer la función jurisdiccional, con excepción en materia militar, electoral y la que pueda impartirse en las comunidades campesinas y nativas.
- III. **b.** El juez no debe recibir ningún tipo de presión interna o externa al momento de ejercer su función.
- IV. **a.** El juez deberá resolver los procesos que tenga a su cargo sin ningún prejuicio o carga subjetiva.

Rpta.: B

2. Los órganos jurisdiccionales son los entes del Poder Judicial facultados por la Constitución para administrar justicia y se encuentran organizados jerárquicamente. Uno de estos cuenta con salas especializadas en lo Civil, Penal, Laboral y de Familia. Está encargado de administrar justicia en los distritos judiciales y actúa también revisando recursos de apelación provenientes de procesos judiciales de los juzgados anteriores ¿A qué órgano jurisdiccional se refiere esta descripción?
- A) Juzgados de Paz
 - B) Juzgados de Paz Letrados
 - C) Cortes Superiores
 - D) Corte Suprema
 - E) Juzgados Especializados y Mixtos

Solución:

La Corte Superior de Justicia en el Perú es el segundo nivel jerárquico del Poder Judicial, encargado de administrar justicia en los distintos Distritos Judiciales del país. Funciona como órgano jurisdiccional superior, principalmente resolviendo recursos de apelación y supervisando a los Juzgados Especializados, Mixtos y de Paz Letrados.

Rpta.: C

3. Luis, un ciudadano ayacuchano quechuahablante, llega a Lima con la esperanza de encontrar un trabajo digno que le permita solventar sus estudios y apoyar económicamente a su familia. Durante un evento social, se ve involucrado en actos de violencia, por lo que luego de un largo proceso de investigación, será requerido por un juzgado. De acuerdo con la normativa vigente, en esta situación corresponde que:
- A) el ciudadano quede eximido de responsabilidad penal por hablar una lengua originaria.
 - B) las audiencias judiciales se realicen en la ciudad de origen del quechuahablante.
 - C) el ciudadano tenga derecho a expresarse en su propia lengua mediante un intérprete.
 - D) las autoridades judiciales estén obligadas a dominar la lengua originaria del ciudadano.
 - E) la audiencia sea suspendida hasta que el acusado aprenda el idioma castellano.

Solución:

Según el artículo 2º inciso 19 de la Constitución Política del Perú, uno de los principios y derechos de la función jurisdiccional es la facultad del justiciable de usar su propio idioma. Este principio garantiza que toda persona tiene derecho a expresarse en su lengua materna durante un proceso judicial, debiendo el Estado proporcionar un intérprete cuando sea necesario. Este derecho forma parte del debido proceso y garantiza una defensa efectiva, especialmente para poblaciones indígenas y comunidades nativas que tienen el quechua, aimara u otras lenguas como idioma principal.

Rpta.: C

4. Unos de los órganos jurisdiccionales son los Juzgados de Paz, que vienen a ser las instancias bases, enfocados en la justicia comunitaria y local, esta se encuentra conformada por los jueces de paz. Respecto a las características de estos actores que imparten justicia, identifique los enunciados correctos.
- I. Toman decisiones desde la realidad de la comunidad aplicando su leal saber y entender.
 - II. Resuelven conflictos de menor trascendencia social asumiendo un rol conciliador para las partes.
 - III. Son integrantes de la comunidad y elegidos por voluntad popular representando a organizaciones políticas.
 - IV. Son profesionales del derecho comprometidos a ejecutar todos los procedimientos legales.
- A) I y II B) I y III C) II y III D) II y IV E) III y IV

Solución:

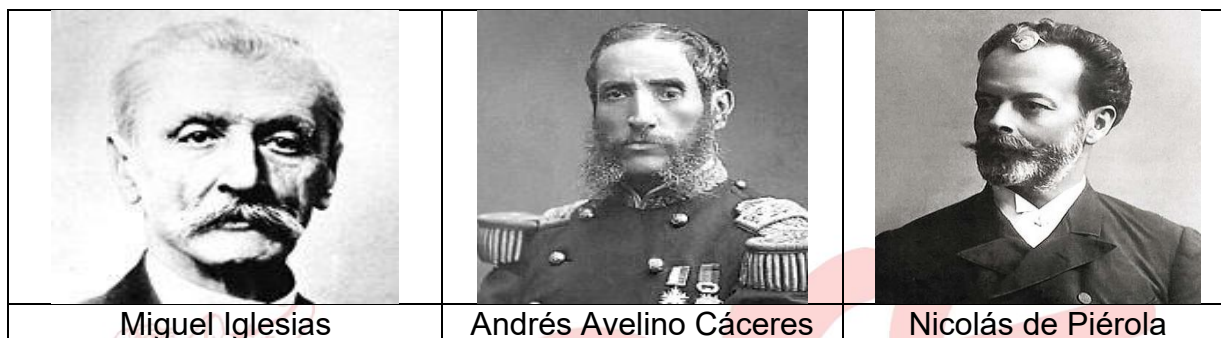
- I. **Verdadero.** El juez de paz ejerce sus funciones sin pertenecer a la Carrera Judicial, por lo que sus decisiones se fundamentan a su real saber y entender, no exclusivamente en jurisprudencia.
- II. **Verdadero.** Resuelven conflictos de menor trascendencia jurídica y social, priorizando la conciliación y de no ser posible esta, sentenciando con justicia y equidad.
- III. **Falso.** Los jueces de paz residen en la comunidad donde ejercen funciones, pero no pueden militar en organizaciones políticas mientras estén en el cargo.
- IV. **Falso.** Los jueces de paz necesariamente no son profesionales del derecho, por lo tanto, dentro de una instancia no formal, no ejecutan todos los procedimientos legales.

Rpta.: A

HISTORIA

EJERCICIOS DE CLASE

1. A continuación, se puede apreciar las imágenes de los principales representantes del periodo posterior a la guerra con Chile caracterizado por la implementación de un conjunto de reformas en el ámbito económico, administrativo y militar para lograr la recuperación económica del país. Indique el nombre con el que se denomina a esta etapa de la historia peruana.



- A) Gobierno de la Junta Militar
B) República Aristocrática
C) Reconstrucción Nacional
D) Primer Militarismo
E) Prosperidad Falaz

Solución:

Luego de la guerra contra Chile, Miguel Iglesias, Andrés Avelino Cáceres y Nicolás de Piérola, fueron presidentes en ese orden durante el periodo histórico llamado la Reconstrucción Nacional (1883 – 1899) caracterizado por la implementación de un conjunto de reformas en el ámbito educativo, administrativo y militar para lograr la recuperación económica del país.

Rpta.: C

2. Jorge Basadre denominó República Aristocrática al periodo del Segundo Civilismo desarrollado entre los años de 1899 a 1919 de la historia del Perú en que los hacendados de la costa a través del Partido Civil controlaron el poder político del Estado excluyendo a los sectores populares. Señale los enunciados correctos que corresponden a este periodo.
- I. Promovieron una economía proteccionista.
II. Hegemonía política del Partido Civil.
III. Economía agrominera exportadora.
IV. Predominio de la oligarquía terrateniente.
V. Hubo un amplio proyecto de inclusión social.
- A) II, III y IV B) I, IV y V C) III, IV y V D) I, III y V E) I, II y III

Solución:

Durante el Segundo Civilismo o la República Aristocrática no se desarrolló una economía nacionalista. La producción agrícola fue en función del mercado externo y no interno. El Partido Civil controlaba el gobierno, impulsando una economía agrominera exportadora. Los ricos terratenientes costeños (barones del azúcar) predominaron socialmente y carecieron de un proyecto de inclusión de los sectores populares.

Rpta.: A

3. El periodo denominado como Segundo Civilismo en la historia peruana significó no solo el predominio social de los barones del azúcar, sino el control del gobierno estatal por los civilistas con la excepción del gobierno de _____ con el apoyo del Partido _____ desarrolló una política _____ con los trabajadores.
- A) Benavides – Civil – represiva
 - B) Billinghurst – Civil – asistencialista
 - C) Billinghurst – Demócrata – populista
 - D) Candamo – Constitucional – socialista
 - E) Romaña – Unión Cívica – demagógica

Solución:

El Partido Civil gobernó el Perú durante 20 años, representando los intereses de los ricos hacendados de la costa dedicados al cultivo y exportación de la caña de azúcar. Sin embargo, hubo un gobierno de dos años donde Guillermo Billinghurst con el apoyo del Partido Demócrata, realizó una política respecto de los trabajadores de carácter marcadamente populista.

Rpta.: C

4. El segundo gobierno de Augusto B. Leguía conocido como el Oncenio, autodenominado también como la Patria Nueva, se caracterizó por someter financieramente al Perú al capitalismo de Estados Unidos; además en el campo social explotó el trabajo de los campesinos al someterlos a la conscripción vial, pero contradictoriamente en la Constitución de 1920 se
- A) creó el Patronato de la raza indígena.
 - B) legalizó a las comunidades indígenas.
 - C) instituyó el Día de la Dignidad Nacional.
 - D) implementó las cooperativas campesinas.
 - E) normó la Ley en contra del yanaconaje.

Solución:

A pesar de que se decretó el Día del Indio y en la Constitución de 1920 se legalizó la existencia de las comunidades indígenas, en la práctica esta gran masa poblacional del Perú era explotada por el régimen latifundista y por el mismo gobierno del Oncenio mediante la conscripción vial.

Rpta.: B

5. El Oncenio de Augusto B. Leguía se desarrolló entre los años de 1919 a 1930, fue denominado retóricamente como Patria Nueva. A nivel económico se evidenció un crecimiento del sector primario exportador en los rubros agrícola y minero hasta la caída del régimen mediante un golpe de Estado. Indique cuál es la principal causa internacional que precipitó el final de este gobierno y el inicio del Tercer Militarismo.
- A) La firma del Tratado Salomón-Lozano y la entrega de Leticia.
B) El ascenso de los movimientos políticos de carácter fascista.
C) La firma del Tratado de límites Velarde-Rio Branco con Brasil.
D) El fin de la Primera Guerra Mundial y la caída de manufacturas.
E) El crac de 1929 en EE.UU. y la reducción de las exportaciones.

Solución:

La crisis económica de los EE.UU., conocido como el crac de la Bolsa de Valores de Nueva York en octubre de 1929, hizo que la economía de este país se contraiga, repatriando capitales y cortando los créditos y las importaciones de países como el Perú, cuyo presidente era en ese entonces Augusto B. Leguía, generando una crisis y acelerando la caída de su gobierno.

Rpta.: E

GEOGRAFÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. En el siguiente gráfico se muestra el trayecto de la nueva carretera central «Daniel Alcides Carrión» es un megaproyecto vial de 185 kilómetros diseñado para conectar de manera eficiente la provincia de Lima con la región Junín, reduciendo el tiempo de viaje hacia el centro del país a menos de tres horas. De lo mencionado, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados:



- I. Por su jerarquía e interconexión regional, se integra a la Red Vial Nacional.
II. Debido a la orientación oeste-este de su trazado, se clasifica como una vía longitudinal.
III. Su infraestructura dinamizará el flujo comercial entre la Costa norte, la Sierra y la Selva central.
IV. Su recorrido transversal implica el cruce de la cadena montañosa de los Andes centrales.

A) VVFF B) FVFF C) VFFV D) FVFV E) VFVF

Solución:

- I. **Verdadero.** Por su gran extensión y capacidad formaría parte de la Red Vial nacional.
- II. **Falso.** Por su recorrido trasandino, enlaza a la Costa, Sierra y Selva, por lo tanto, se le consideraría de tipo transversal.
- III. **Falso.** Esta vía recorrería la Costa, Sierra y Selva central del país
- IV. **Verdadero.** Esta vía tiene una dirección transversal a los Andes peruanos, por lo tanto, a lo largo de su recorrido los cruzará.

Rpta.: C

2. La industria ligera se caracteriza por un menor consumo energético, un moderado impacto ambiental y menor uso de capital que la industria pesada. Produciendo artículos de alta rotación, bienes de consumo medio y bienes duraderos, elaborando sus productos utilizando principalmente materias primas y productos semielaborados. Con respecto al desarrollo de esta actividad, identifique los enunciados correctos.

- I. Sus plantas de producción suelen localizarse próximas a los centros urbanos.
- II. La industria maderera se concentra en Piura y Lambayeque.
- III. Evidencia una ubicación centralizada, mayoritariamente en la costa.
- IV. La industria lechera se encuentra ubicada mayormente en Cajamarca y Arequipa.

- A) I y II B) I, II y III C) II y IV D) I, III y IV E) Solo III

Solución:

- I. **Verdadero.** Las industrias de consumo se encuentran cerca de las zonas urbanas.
- II. **Falso.** La industria maderera se encuentra desarrollada en la Selva.
- III. **Verdadero.** Las industrias de consumo se encuentran mayormente ubicadas en la Costa.
- IV. **Verdadero.** La industria lechera se encuentra desarrollada en Arequipa, Cajamarca y Lima.

Rpta.: D

3. El comercio exterior es un motor clave de la economía peruana, caracterizado por un fuerte superávit en el 2025 con ingresos económicos históricos. Según esta situación podemos afirmar que esta actividad es impulsada por las exportaciones

- I. hacia países como Ecuador, Noruega, Namibia.
- II. agroindustriales, principalmente paltas, uvas, cacao.
- III. mineras, principalmente cobre, oro, plata, zinc.
- IV. de productos farmacéuticos a Europa.

- A) I y III B) II y III C) I y IV D) III y IV E) solo III

Solución:

- I. **Falso.** Los países que mayormente importan nuestros productos son China, Estados Unidos, Unión Europea, India y Canadá" (datos MINCETUR 2024–2025).
- II. **Verdadero.** Las exportaciones agroindustriales tienen una gran demanda en el exterior, como: paltas, uvas, cacao, café, arándanos, mangos, etc.
- III. **Verdadero.** La minería es el principal pilar de las exportaciones tradicionales del país.
- IV. **Falso.** Perú a pesar de ser importador, exporta productos farmacéuticos a países latinoamericanos.

Rpta.: B

4. Una agencia de viajes ofrece paquetes turísticos regionales diseñados para ser desarrollados en el lapso de una semana. Si un grupo de jóvenes desea visitar la región Cusco y recorrer exclusivamente sus principales atractivos históricos y paisajísticos, ¿cuál de los siguientes circuitos integrados es el indicado para los intereses de estos turistas?
- A) Complejo de Choquequirao, Cañón del Colca y Bosque de Piedras de Imata
 - B) Parque Nacional del Manu, Complejo de Sacsayhuamán y Chullpas de Sillustani
 - C) Santuario de Machu Picchu, Cañón del Sonche y Nevado Ausangate
 - D) Complejo de Ollantaytambo, Parque Nacional de Bahuaja Sonene y Salineras de Maras
 - E) Red del Camino Inca, Valle Sagrado y la montaña de Vinicunca

Solución:

El turismo, la denominada, industria sin humo, es una actividad de gran demanda; impulsa la creación de negocios a su alrededor y genera empleos directos e indirectos. En cuanto a la región Cusco, de los circuitos planteados, el más factible de desarrollar es el de Camino Inca, Valle Sagrado y Vinicunca (también conocida como la Montaña de Siete Colores o Arcoíris).

Rpta.: E

FILOSOFÍA

LECTURA COMPLEMENTARIA

Conga (Cajamarca) es un paraje natural de gran belleza, conocido por sus siete lagunas de aguas cristalinas, donde habitan diversas especies como patillos, aves, vizcachas, vicuñas y cóndores. Además, hay familias campesinas de pastores y agricultores que dependen de este entorno para vivir. Sin embargo, bajo estas lagunas se encuentra una importante reserva de oro, valorizada en miles de millones de dólares. Mientras algunos consideran que este lugar debe conservarse intacto por su valor ambiental y cultural, otros sostienen que su explotación permitiría mejorar la economía del país y financiar obras necesarias. Esta situación ha generado un intenso debate, en el que no resulta sencillo decidir cuál es la mejor opción.

Tomado de la Revista Ideele, Año 2. No. 201 , Lima, 2017 ,p.16

¿Qué tipo de situación se presenta principalmente en el texto?

- A) La discusión sobre el desarrollo económico regional
- B) Un problema relacionado con la conciencia moral
- C) El conflicto entre los valores de la libertad y justicia
- D) Una comparación entre amoralidad e inmoralidad
- E) Un caso concreto de dilema ético contemporáneo.

Solución:

Un caso concreto de dilema ético contemporáneo. En un dilema ético se plantea una situación conflictiva a nivel moral; por regla general, la situación se presenta como una elección disyuntiva ante la cual solo existen dos opciones, siendo ambas soluciones factibles o defendibles. En este caso un dilema ético entre preservar la naturaleza o explotar sus recursos

Rpta.: E

EJERCICIOS DE CLASE

1. Durante una celebración, Carlos había consumido varias bebidas alcohólicas a lo largo de la noche. En un momento, tomó las llaves del auto de su amigo, sin pedir permiso, decidió conducir para “dar una vuelta”. Cuando su amigo notó la situación le reclamó, Carlos respondió entre risas que no tenía nada de malo, que él estaba en condiciones de manejar. A pesar de las advertencias y la preocupación de los demás, continuó minimizando lo ocurrido y no mostró arrepentimiento sobre su conducta. Al día siguiente, apenas recordaba lo sucedido.

La característica de la persona moral que explica mejor la conducta de Carlos es

- A) la presencia de una carencia de conciencia moral.
- B) una actitud con plena conciencia de los hechos.
- C) la influencia de otras personas a tomar las llaves.
- D) el incidente que confundió las llaves con las suyas.
- E) un acto planificado para poner en riesgo a su amigo.

Solución:

Carlos actuó sin conciencia moral debido a los efectos del licor; la conciencia moral es una característica que requiere toda persona para sus acciones sean morales.

Rpta.: A

2. Marcos llevaba varios días durmiendo poco y bajo una fuerte carga de estrés; además, había estado tomando unas pastillas que le habían recetado recientemente. Una tarde salió de su casa visiblemente alterado, hablando solo y reaccionando con temor ante personas que no parecían representar peligro alguno. En una tienda, tomó varios objetos y salió sin pagar, convencido de que alguien lo estaba vigilando y que debía actuar rápido para protegerse. Cuando el encargado intentó detenerlo, Marcos se mostró confundido, insistiendo en que todo era parte de una situación que no dependía de él, que no podía asumir los hechos. Sus palabras eran incoherentes y no lograba entender por qué los demás lo cuestionaban.

De acuerdo con los elementos de la persona moral, se infiere que Marcos

- A) fingió su comportamiento para evitar serias consecuencias.
- B) actuó con plena conciencia de que su conducta era incorrecta.
- C) decidió libremente infringir las normas para obtener un beneficio.
- D) fue influenciado por otras personas para actuar de esa manera.
- E) no puede asumir su responsabilidad moral debido a sus alteraciones.

Solución:

Marcos no puede asumir su responsabilidad moral debido a sus alteraciones. Responsabilidad moral es la capacidad para asumir las consecuencias de nuestros actos.

Rpta.: E

3. Durante un operativo militar en una zona rural, un soldado de bajo rango recibió la orden directa de su superior de ejecutar a un grupo de campesinos acusados de colaborar con el enemigo. Aunque dudó por un momento, su superior le impuso su autoridad y que sería considerado traidor y que enfrentaría un castigo severo. Bajo esa presión, el soldado cumplió la orden. Tiempo después, ante un tribunal, declaró que él no lo deseaba hacer, que nunca estuvo de acuerdo con lo ocurrido, pero que actuó por miedo y coacción ya que sentía que no tenía otra opción en ese momento.

Según las características de la persona moral, podemos afirmar que la conducta del soldado

- A) actuó con entera libertad moral, porque él disparó.
- B) careció de plena libertad para ejecutar la acción.
- C) actuó únicamente por convicción y razones personales.
- D) tomó la decisión sin ningún tipo de influencia externa.
- E) planificó voluntariamente la ejecución de los campesinos.

Solución:

El soldado careció de plena libertad moral para ejecutar la acción. Libertad moral es la capacidad que nos permite tomar decisiones autónomas, es decir, sin ninguna coacción externa.

Rpta.: B

4. En un país donde la ley establece que una persona solo puede tener un matrimonio legalmente reconocido, el señor Badani mantiene seis esposas simultáneamente, tal como lo ha hecho durante toda su vida en su comunidad de origen árabe, donde es costumbre que los hombres tengan varias esposas. Cuando las autoridades locales se enteran, él responde que no ve ningún problema, pues toda su vida ha seguido las normas de su cultura y considera que la ley del país no aplica a sus convicciones personales.

Del caso citado, deducimos que el señor Badani

- A) actúa inmoralmemente, no reconoce la costumbre de otro país.
- B) es tan amoral, porque conoce la prohibición legal y la ética.
- C) su comportamiento es deliberadamente ilegal y malicioso.
- D) actúa presionado por las reglas sociales de su comunidad.
- E) simplemente cometió un error involuntario e inconsciente.

Solución:

El señor Badani actúa inmoralmemente porque para las costumbres, incluso las leyes, del país en que vive son vistas no como buenas sino malas.

Rpta.: A

5. María trabaja en un barrio donde hay muchas familias de bajos ingresos. Cada día, al vender alimentos en su pequeño local, se asegura de dar productos frescos y en buen estado, incluso cuando podría vender productos cercanos a su fecha de caducidad y ganar más dinero. Explica a sus clientes que para ella lo más importante es no dañar a nadie y actuar con honestidad, aunque la ley no le exige ningún control adicional más allá de las normas básicas de higiene.

La pauta que guía la conducta de María es

- A) el interés económico como criterio de acción.
- B) jurídica, porque la ley le obliga a actuar.
- C) social, por la presión de sus clientes.
- D) moral, sus actos son por convicción.
- E) amoral, porque sigue toda norma.

Solución:

La norma que guía la conducta de María es la norma moral, lo hace por convicción. Los mandatos o normas morales se realizan por convicción personal, es interna.

Rpta.: D

6. Juan es propietario de una tienda de comestibles. La ley establece que todos los productos vendidos deben estar en condiciones aptas para el consumo. Cada día revisa que sus productos no estén vencidos y cumplen con las normas de higiene y seguridad alimentaria, principalmente para cumplir con la ley y evitar sanciones legales.

Se desprende del caso que Juan actúa

- A) por convicciones morales personales.
- B) siguiendo las normas legales o jurídicas.
- C) por miedo a la opinión de sus vecinos.
- D) por costumbre, sin conciencia de la ley.
- E) accidentalmente, sin saber las normas.

Solución:

Juan ha actuado en cumplimiento de la ley, porque está obligado por las normas jurídicas y legales.

Rpta.: B

7. En un país con altos niveles de desnutrición, el gobierno está considerando permitir la producción masiva de alimentos transgénicos para abaratar los precios y garantizar que las familias pobres tengan acceso a comida suficiente. Los defensores argumentan que es la única forma de combatir el hambre y reducir costos. Los opositores señalan riesgos para la salud a largo plazo, la biodiversidad y cuestionan la ética de modificar genéticamente los alimentos. Los legisladores deben decidir si aprueban la medida, equilibrando la urgencia de alimentar a la población con los posibles daños futuros.

La situación descrita es un caso típico de

- A) discusión para garantizar el acceso general a la comida y combatir el hambre.
- B) dilema hipotético porque el caso no existe en el actual mundo contemporáneo.
- C) polémica buscando un equilibrio entre seguridad y disponibilidad de alimentos.
- D) dilema real, porque hay pros y contras, y ninguna decisión es correcta o incorrecta.
- E) consulta a la población y expertos en ética y salud antes de tomar cualquier decisión.

Solución:

Es un caso típico de dilema real porque existe en el escenario del presente y porque ninguna decisión es completamente correcta o incorrecta.

Rpta.: D

8. Imagina que un científico descubre una vacuna que puede prevenir una pandemia mortal, pero para producirla rápidamente necesita realizar pruebas en un gran grupo de voluntarios de determinada raza, sabiendo que no existe un riesgo significativo de efectos graves o incluso muerte en algunas razas, se presenta la disyuntiva cuál de las razas tendría que elegirse. Escoger a cualquier raza podría retrasar la producción para hacer pruebas más seguras y podría provocar millones de muertes por la enfermedad. Los responsables deben decidir con qué argumentos a favor y en contra si priorizan la elección de una raza de voluntarios determinada y la rapidez para salvar vidas.

La situación descrita es un caso típico de

- A) dilema hipotético ya que es un planteamiento poco probable.
- B) discusión sobre la priorización de vacunas para pandemias.
- C) dilema real porque se puede llevar a cabo efectivamente.
- D) argumentación a favor y en contra de un hecho objetivo.
- E) diferencia entre la norma moral y las normas jurídicas.

Solución:

Es un caso típico de dilema hipotético que puede llevar a una conversación de tipo moral, pero que no puede darse en la realidad; ninguna opción es buena o mala, hay un conflicto moral real entre salvar muchos y proteger a una raza.

Rpta.: A

ECONOMÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. El dueño de una cadena de restaurantes observa que el Gobierno ha creado un nuevo tributo mediante un Decreto Supremo, sin pasar por la aprobación del Congreso de la República. Él decide asesorarse legalmente alegando que se ha vulnerado el principio de:

- A) no confiscatoriedad.
- B) capacidad contributiva.
- C) publicidad.
- D) legalidad.
- E) transparencia.

Solución:

Según el principio de legalidad, solo por ley (aprobada por el Congreso) o decreto legislativo se pueden crear, modificar o suprimir tributos.

Rpta.: D

2. Una ciudadana con ingresos mensuales mínimos nota que el porcentaje de impuestos que paga por sus alimentos es el mismo que paga una persona con ingresos millonarios. Ella siente que esto es injusto; sin embargo, el Estado argumenta que los tributos deben aplicarse de forma general. ¿Qué principio busca que el sacrificio sea proporcional a la riqueza del individuo?

A) Neutralidad B) Capacidad contributiva C) No confiscatoriedad
D) Beneficio directo E) Simplicidad

Solución:

El principio de capacidad contributiva señala que el sistema tributario debe estar basado en la riqueza de los contribuyentes, buscando que quien tiene más, aporte más.

Rpta.: B

3. Un joven profesional independiente emite recibos por honorarios cada mes por sus servicios de consultoría. Al finalizar el año, debe pagar un tributo a la SUNAT sobre sus ingresos netos. Este pago se clasifica como un:

A) impuesto indirecto. B) arbitrio municipal. C) impuesto directo.
D) derecho administrativo. E) arancel a la renta.

Solución:

El impuesto directo es aquel que se aplica directamente sobre los ingresos o el patrimonio de las personas, como ocurre con el Impuesto a la Renta.

Rpta.: C

4. Una familia limeña acude al cine y, al comprar sus entradas, paga un monto adicional por el concepto de "Impuesto de Alcabala". No obstante, se dan cuenta de que el impuesto que realmente grava el consumo de bienes y servicios de manera generalizada es el

A) Impuesto Selectivo al Consumo.
B) Impuesto General a las Ventas (IGV).
C) Impuesto Predial.
D) Impuesto a las Transacciones Financieras.
E) Arancel.

Solución:

El IGV es el principal impuesto indirecto que grava el valor agregado de todas las transacciones de venta de bienes y prestación de servicios.

Rpta.: B

5. El señor Pérez paga mensualmente una cantidad de dinero a la municipalidad de su distrito para que el camión recolector de basura pase por su casa y para el mantenimiento de los parques cercanos. Estos pagos son considerados

A) impuestos directos.
B) contribuciones especiales.
C) licencias de funcionamiento.
D) arbitrios.
E) aranceles.

Solución:

Los arbitrios son tasas que se pagan por la prestación o mantenimiento de un servicio público, como la limpieza pública o el mantenimiento de parques y jardines.

Rpta.: D

6. Una empresa dedicada a la fabricación de cigarrillos y bebidas alcohólicas debe pagar un impuesto adicional con el objetivo de desincentivar el consumo de estos productos que afectan la salud. Este impuesto se denomina

A) Impuesto a la Renta. B) Impuesto Selectivo al Consumo (ISC).
C) Impuesto Predial. D) Arancel de aduanas.
E) Impuesto a la Alcabala.

Solución:

El ISC es un impuesto específico que se aplica a bienes cuyo consumo se desea desincentivar (como tabaco o alcohol) o que son considerados de lujo.

Rpta.: B

7. Un comerciante que importa calzado de China debe pagar un tributo en la aduana antes de ingresar su mercancía al territorio nacional. Este tributo sobre la importación se conoce como

A) contribución de mejora. B) impuesto directo. C) arancel.
D) tasa de aduana. E) derecho de llave.

Solución:

El arancel es un impuesto que se aplica exclusivamente a los bienes que ingresan de otros países (importaciones).

Rpta.: C

8. Don José es un jubilado de 75 años. La ley establece que, debido a su edad y condición de pensionista, ya no tiene la obligación de pagar el Impuesto Predial por su única vivienda. En este caso, José se encuentra en una situación de

A) evasión tributaria. B) elusión tributaria.
C) exoneración tributaria. D) morosidad fiscal.
E) contrabando.

Solución:

La exoneración se da cuando la ley libera del pago de un tributo a ciertos sujetos o actividades que, en condiciones normales, estarían obligados a pagar.

Rpta.: C

9. Una empresa minera utiliza vacíos legales y artificios contables para evitar pagar el impuesto a la renta, sin llegar a violar directamente la ley, pero alejándose del espíritu de la misma. Esta conducta se define como

A) evasión tributaria.
B) elusión tributaria.
C) contrabando de capitales.
D) informalidad laboral.
E) presión tributaria.

Solución:

La elusión tributaria consiste en el uso de estrategias legales o vacíos en la norma para evitar o reducir el pago de tributos, a diferencia de la evasión, que es ilegal.

Rpta.: B

10. El Estado peruano necesita financiar la construcción de nuevas escuelas y hospitales. Para ello, utiliza la recaudación obtenida de los ciudadanos, la cual es administrada a nivel nacional principalmente por

- A) el Banco Central de Reserva (BCRP).
- B) las Municipalidades Provinciales.
- C) la Superintendencia Nacional de Aduanas y de Administración Tributaria (SUNAT).
- D) el Poder Judicial.
- E) el Ministerio de Educación.

Solución:

La SUNAT es el organismo encargado de la administración y recaudación de los tributos internos y aduaneros que corresponden al Gobierno Central.

Rpta.: C

FÍSICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. En relación al campo magnético, determine la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. La magnitud del campo magnético producido en el centro de una espira circular radio R es el doble que el producido por una espira circular de radio 2R.
- II. Las líneas de inducción magnética de un conductor recto muy largo son circunferencias concéntricas alrededor del conductor.
- III. El polo norte magnético de una brújula se orienta hacia el polo sur magnético terrestre.

- A) VVF B) VFF C) FFV D) VVV E) VFV

Solución:

- I. **Verdadero.**

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2R}$$
$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2(2R)}$$

- II. **Verdadero.**

Son circunferencias concéntricas alrededor del conductor.

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

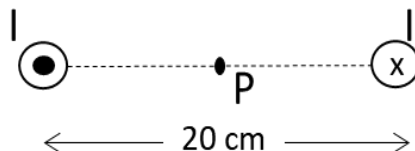
- III. **Verdadero.**

El polo norte de la brújula se orienta hacia el polo sur magnético terrestre debido a la atracción entre polos magnéticos.

Rpta.: D

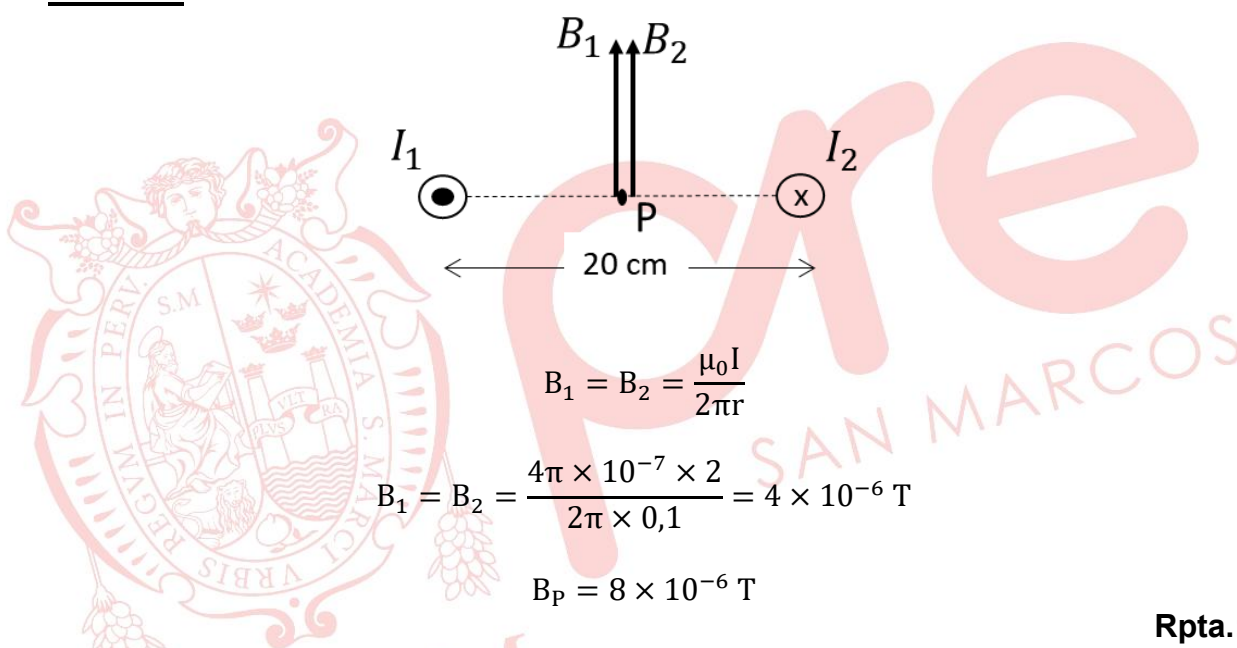
2. La figura muestra las secciones transversales de dos alambres conductores muy largos y paralelos separados 20 cm que conducen corriente eléctrica de intensidad $I = 2$ A en sentidos opuestos. Determine la magnitud del campo magnético resultante en el punto medio P.

$$(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A})$$



- A) $8 \mu\text{T}$ B) $4 \mu\text{T}$ C) $2 \mu\text{T}$ D) $6 \mu\text{T}$ E) 0 T

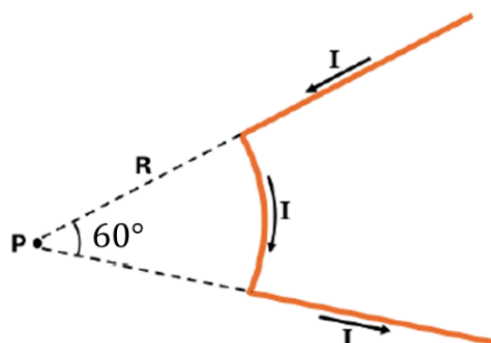
Solución:



Rpta.: A

3. El conductor mostrado en la figura transporta una corriente eléctrica de intensidad $I = 3$ A. Si el radio del arco de circunferencia es $R = 0,2\pi$ m, ¿cuál es la magnitud y dirección del campo magnético en el punto P?

$$(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A})$$



- A) $0,5 \mu\text{T}$; $\otimes$ B) $0,5 \mu\text{T}$; $\odot$ C) $0,4 \mu\text{T}$; $\odot$
D) $0,4 \mu\text{T}$; $\otimes$ E) $0,3 \mu\text{T}$; $\otimes$

Solución:

$$B = \left(\frac{\Delta\theta}{2\pi} \right) \frac{\mu_0 I}{2R}$$

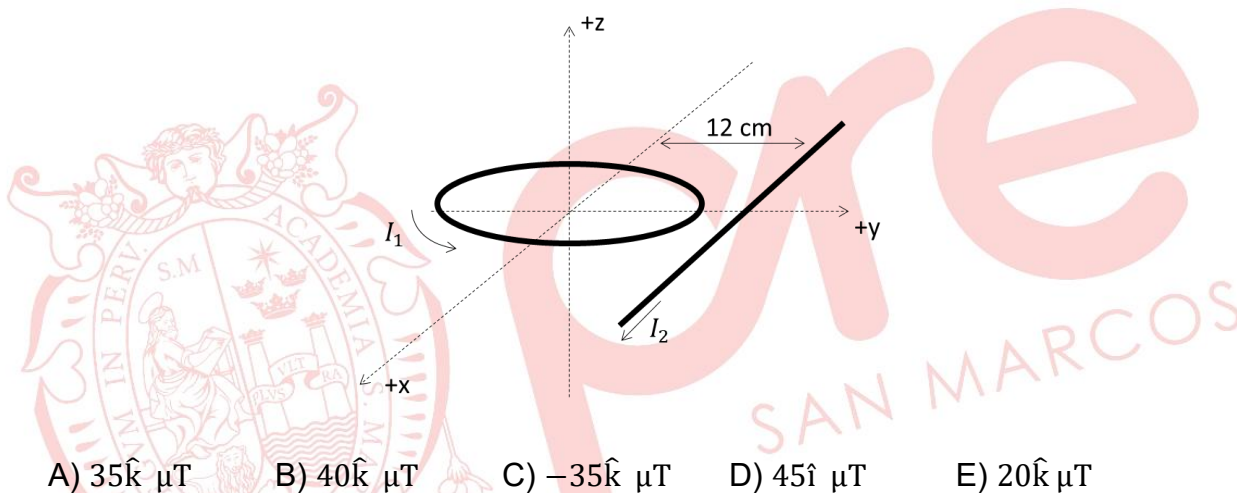
$$B = \left(\frac{\pi}{3 \times 2\pi} \right) \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 3}{2 \times 0,2\pi}$$

$$B = 0,5 \mu\text{T}$$

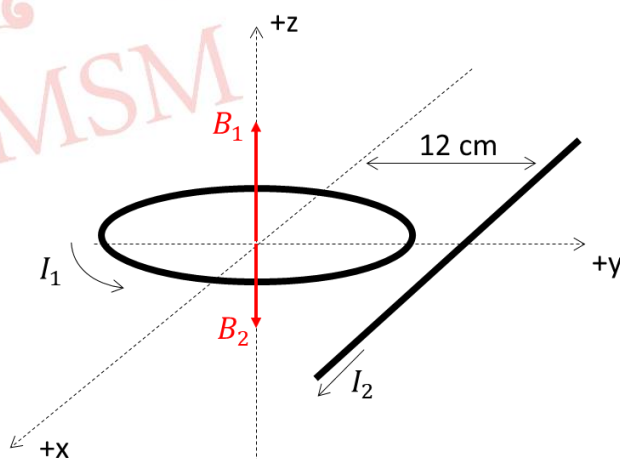
Rpta.: A

4. Se tiene un conductor rectilíneo muy largo paralelo al eje x y una espira conductora de forma circular de radio 3π cm, tal como muestra la figura. Si las corrientes eléctricas que circulan son de intensidades $I_1 = 6$ A e $I_2 = 3$ A, determine el campo magnético resultante en el origen de coordenadas.

$$(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A})$$



Solución:



$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 6}{2 \times 0,03\pi} = 4 \times 10^{-5} \text{ T} = 40 \mu\text{T}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 3}{2\pi \times 0,12} = 5 \times 10^{-6} \text{ T} = 5 \mu\text{T}$$

$$B_0 = 35\hat{k} \mu\text{T}$$

Rpta.: A

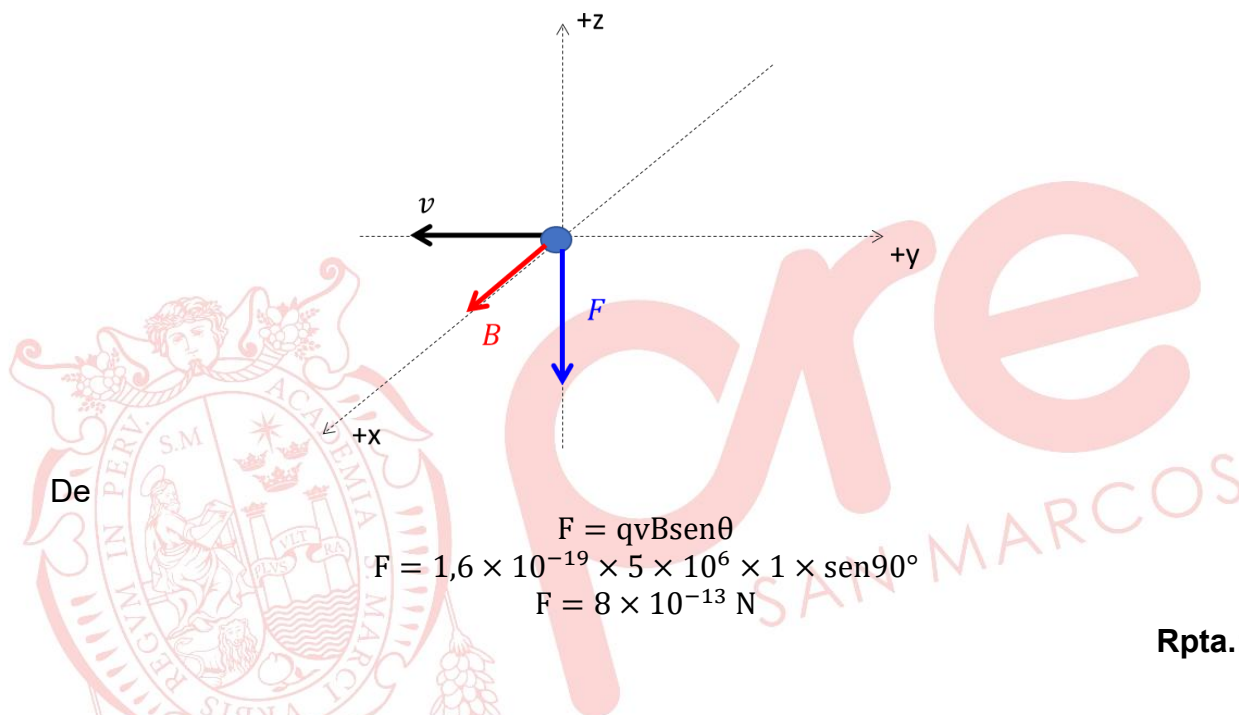
5. Un electrón ingresa a una región donde existe un campo magnético uniforme $\vec{B} = 1\hat{i}$ T con velocidad $\vec{v} = -5 \times 10^6\hat{j}$ m/s, determine la fuerza magnética que actúa sobre el electrón en el instante que ingresa al campo.

($e = 1,6 \times 10^{-19}$ C)

- A) $8 \times 10^{-13}\hat{k}$ N B) $-8 \times 10^{-13}\hat{k}$ N C) $4 \times 10^{-12}\hat{i}$ N
D) $-4 \times 10^{-13}\hat{i}$ N E) $8 \times 10^{-12}\hat{j}$ N

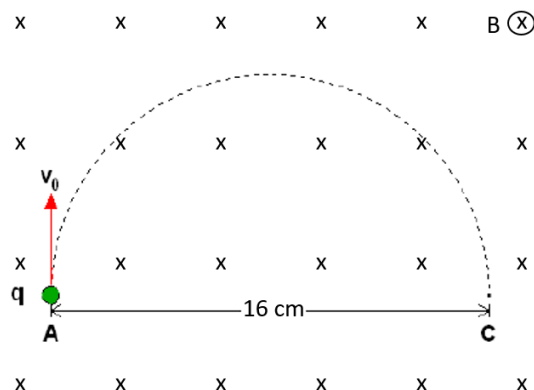
Solución:

De la regla de la mano derecha para una carga eléctrica negativa, tenemos



6. Una partícula con carga eléctrica, cuya razón entre masa/carga es $m/q = 10^{-12}$ kg/C ingresa por el punto A con una velocidad perpendicular a una región con campo magnético uniforme B de magnitud 0,1 mT. Debido a la acción del campo magnético, la partícula describe una trayectoria semicircular y sale por el punto C, tal como se muestra en la figura. Determine el tiempo que tarda en atravesar la región magnética.

($\pi \approx 3$)



- A) 30 ns B) 60 ns C) 15 ns D) 20 ns E) 40 ns

Solución:

$$qvB = m\omega^2 r$$

$$qB = m\omega$$

$$qB = m \frac{2\pi}{T}$$

$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$\frac{T}{2} = \frac{\pi m}{Bq}$$

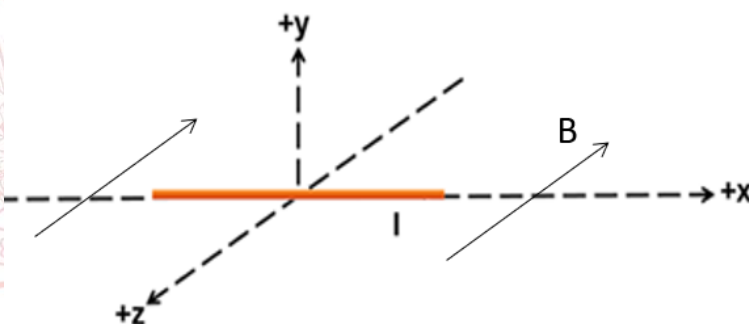
$$\frac{T}{2} = \frac{3 \times 10^{-12}}{0,1 \times 10^{-3}}$$

$$t = 3 \times 10^{-8} \text{ s}$$

Rpta.: A

7. Un alambre conductor recto, cuya masa por unidad de longitud es $0,04 \text{ kg/m}$, se ubica dentro de una región de un campo magnético paralelo al eje z de magnitud $0,4 \text{ T}$, tal como muestra la figura. Determine la intensidad y dirección de la corriente eléctrica que circula por el conductor para mantener en equilibrio al alambre.

($g = 10 \text{ m/s}^2$)



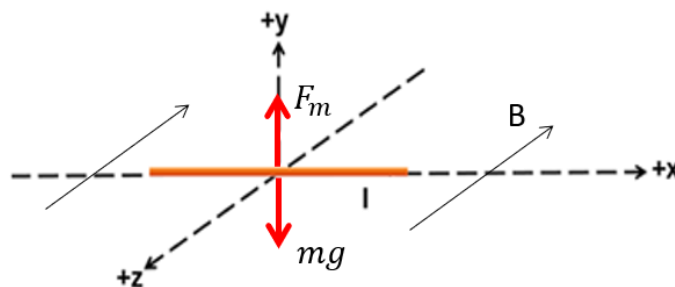
- A) 1 A; eje +x
D) 1 A; eje -x

- B) 2 A; eje -x
E) 2 A; eje -x

- C) 4 A; eje +x

Solución:

Del equilibrio



$$mg = ILB$$

$$I = \frac{mg}{LB}$$

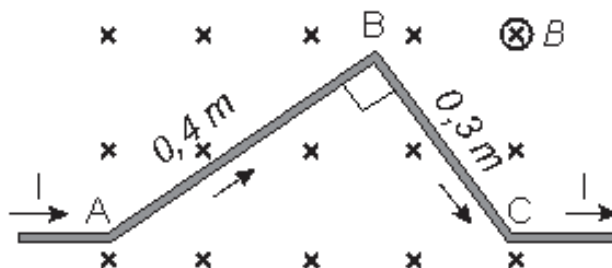
$$I = \frac{0,05 \times 10}{0,4}$$

$$I = \frac{0,04 \times 10}{0,4}$$

$$I = 1 \text{ A}$$

Rpta.: A

8. La figura muestra un cable conductor por el que fluye una corriente eléctrica de intensidad $I = 5 \text{ A}$. Si la magnitud del campo magnético $B = 2 \text{ mT}$, determine la magnitud de la fuerza magnética sobre el sector ABC del cable conductor.



A) 0,01 N

B) 0,05 N

C) 0,15 N

D) 0,02 N

E) 0,40 N

Solución:

$$F = ILB$$

$$F = 5 \times 0,4 \times 2 \times 10^{-2}$$

$$F = 0,04 \text{ N}$$

$$F = ILB$$

$$F = 5 \times 0,3 \times 2 \times 10^{-2}$$

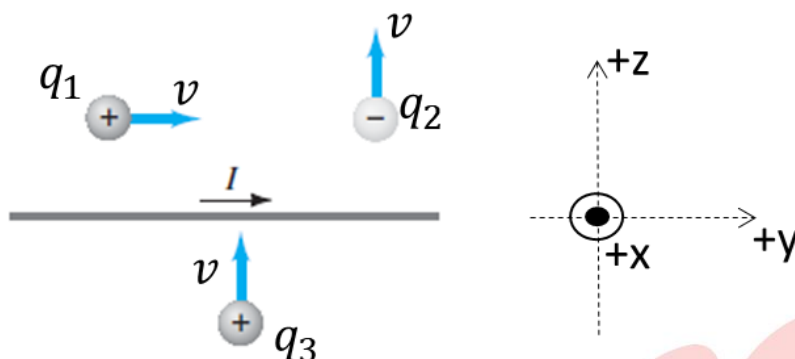
$$F = 0,03 \text{ N}$$

$$F_R = 0,05 \text{ N}$$

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. La figura muestra tres partículas cargadas eléctricamente q_1 , q_2 y q_3 que se mueven con la misma rapidez v cerca de un alambre conductor rectilíneo muy largo paralelo al eje $+y$. Si el conductor transporta corriente eléctrica de intensidad I , determine la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

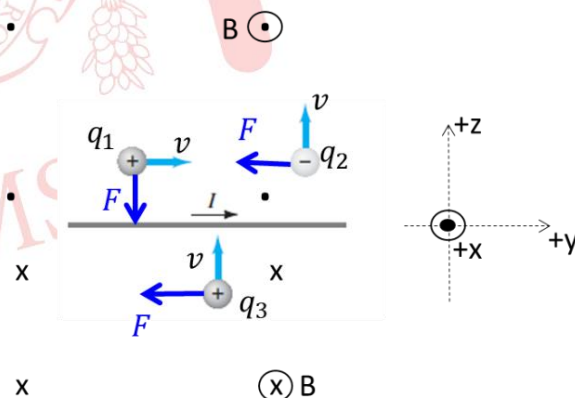


- I. La dirección de la fuerza magnética sobre q_1 es paralelo al eje $-z$
 II. La dirección de la fuerza magnética sobre q_2 es paralelo al eje $+y$.
 III. La dirección de la fuerza magnética sobre q_3 es paralelo al eje $-y$

- A) VFV B) VVV C) FVF D) VFF E) FVV

Solución:

De la regla de la mano derecha



- I. Verdadero
 II. Falso
 III. Verdadero

Rpta.: A

2. Un electrón ingresa a una región donde existe un campo magnético uniforme $B = 0,2 \text{ T}$ formando un ángulo de 90° con respecto a la dirección del campo magnético. Si la rapidez del electrón es $3,2 \times 10^7 \text{ m/s}$, determine el radio que describe.

($m_e = 9 \times 10^{-31} \text{ kg}$, $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

- A) $9 \times 10^{-4} \text{ m}$ B) $3 \times 10^{-4} \text{ m}$ C) $6 \times 10^{-4} \text{ m}$
 D) $3 \times 10^{-5} \text{ m}$ E) $9 \times 10^{-5} \text{ m}$

Solución:

$$R = \frac{mv}{qB}$$

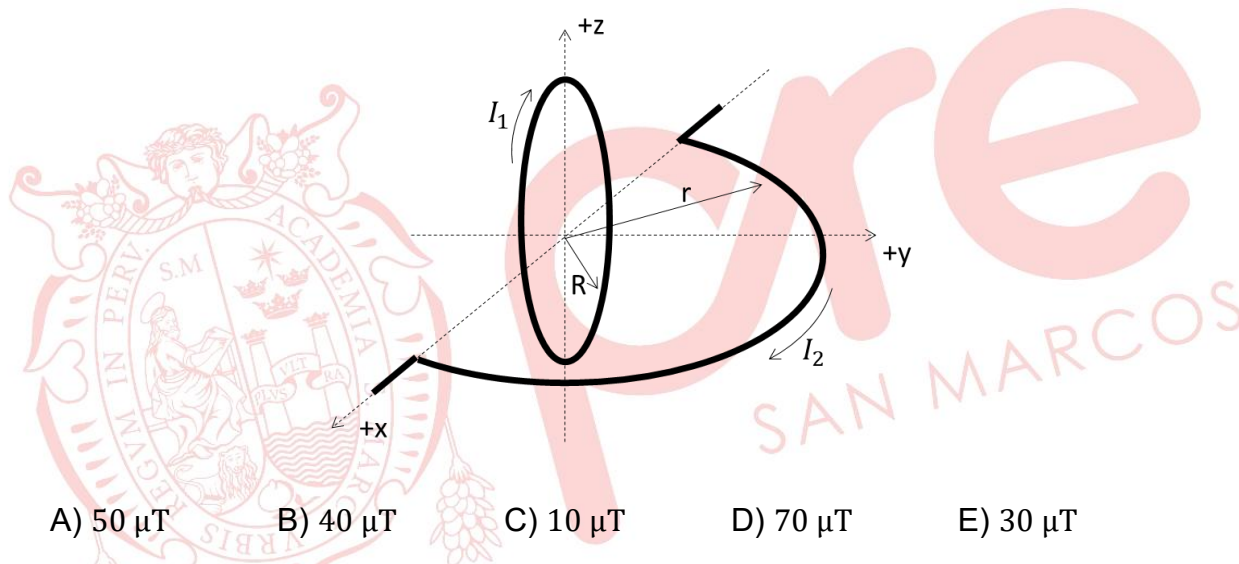
$$R = \frac{9 \times 10^{-31} \times 3,2 \times 10^7}{1,6 \times 10^{-19} \times 0,2}$$

$$R = 9 \times 10^{-4} \text{ m}$$

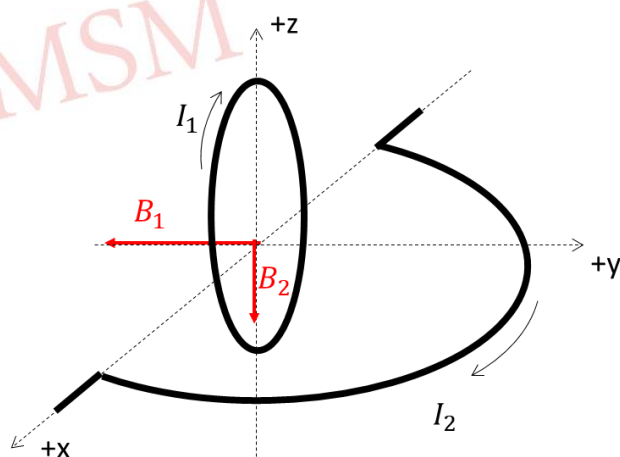
Rpta.: A

3. La figura muestra una espira circular y un conductor de forma semicircular que tienen de radio $R = 1\pi \text{ cm}$ y $r = 2\pi \text{ cm}$ respectivamente, circulan corrientes eléctricas de intensidades $I_1 = 2 \text{ A}$ e $I_2 = 6 \text{ A}$. Si sus planos son perpendiculares, determine la magnitud de campo magnético resultante en el origen de coordenadas.

$$(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A})$$



Solución:



$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2r} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 2}{2 \times 0,01\pi} = 4 \times 10^{-5} \text{ T} = 40 \mu\text{T}$$

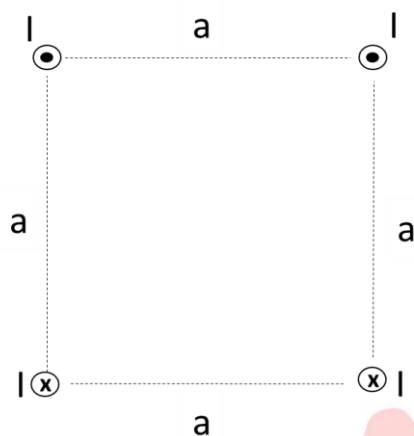
$$B_2 = \frac{1}{2} \times \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 6}{2 \times 0,02\pi} = 3 \times 10^{-5} = 30 \mu\text{T}$$

$$B_0 = 50 \mu\text{T}$$

Rpta.: A

4. La figura muestra las secciones transversales de cuatro conductores rectilíneos muy largos y paralelos ubicados en los vértices del cuadrado de lado a . Si por los conductores circulan corriente eléctrica de igual intensidad I . Determine la magnitud del campo magnético resultante en el centro del cuadrado.

$$(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A})$$



A) $\frac{2\mu_0 I}{a\pi}$

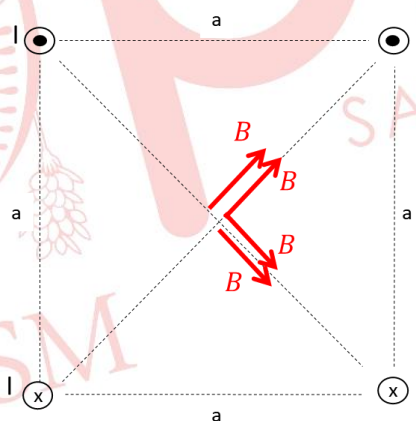
B) $\frac{\mu_0 I}{a\pi}$

C) $\frac{\sqrt{2}\mu_0 I}{a\pi}$

D) $\frac{\mu_0 I}{2a\pi}$

E) $\frac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{a\pi}$

Solución:



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

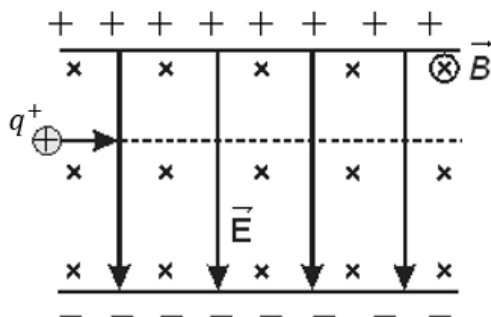
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)} = \frac{\mu_0 I}{a\pi\sqrt{2}}$$

$$B_R = 2 \left(\frac{\mu_0 I}{a\pi\sqrt{2}} \right) \sqrt{2}$$

$$B_R = \frac{2\mu_0 I}{a\pi}$$

Rpta.: A

5. En una región del espacio, existen un campo eléctrico de magnitud $E = 2 \text{ kN/C}$ y un campo magnético de magnitud $B = 0,4 \text{ mT}$ ambos uniformes y perpendiculares, tal como se muestra en la figura. Si una partícula con carga positiva q^+ ingresa a dicha región, determine la rapidez con la que debe desplazarse para que describa una trayectoria rectilínea.

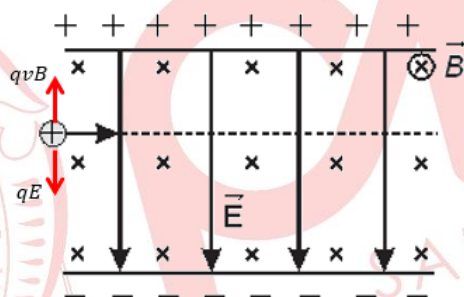


A) $4 \times 10^6 \text{ m/s}$
D) $6 \times 10^6 \text{ m/s}$

B) $5 \times 10^6 \text{ m/s}$
E) $5 \times 10^7 \text{ m/s}$

C) $4 \times 10^7 \text{ m/s}$

Solución:



$$qvB = qE$$

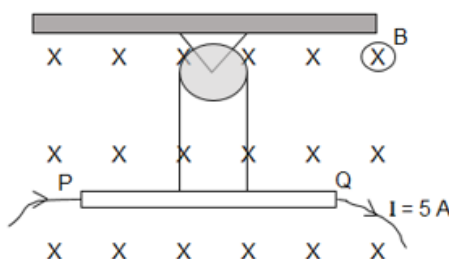
$$v = \frac{E}{B}$$

$$v = \frac{2 \times 10^3}{0,4 \times 10^{-3}} = 5 \times 10^6 \text{ m/s}$$

Rpta.: B

6. La figura muestra un conductor recto PQ de 50 g de masa y 20 cm de longitud sostenido por dos cables aislantes dentro de un campo magnético uniforme de 0,1 T. Si conduce una corriente eléctrica de intensidad 5 A, determine la magnitud de la tensión de los cables para que el conductor se mantenga en equilibrio.

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$



A) 0,2 N

B) 0,4 N

C) 0,3 N

D) 1,0 N

E) 0,5 N

Solución:

$$mg = ILB + 2T$$

$$T = \frac{mg - ILB}{2}$$

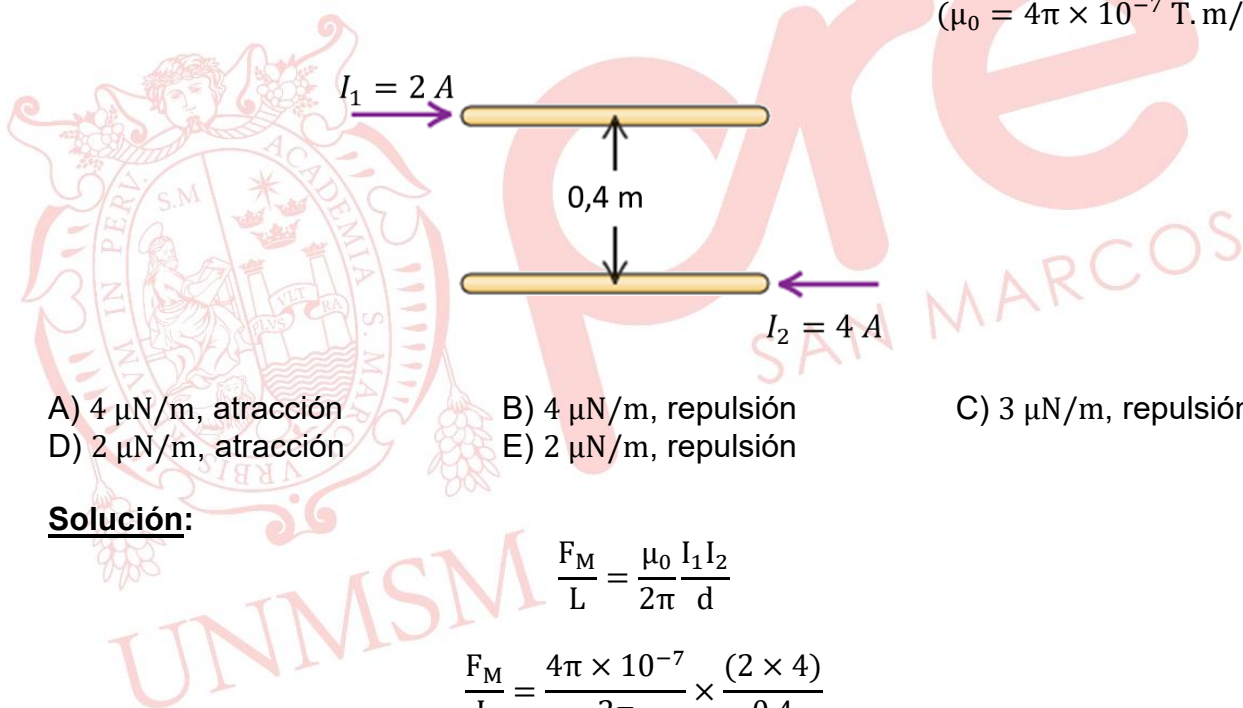
$$T = \frac{(50 \times 10^{-3} \times 10) - (5 \times 0,2 \times 0,1)}{2}$$

$$T = 0,2 \text{ N}$$

Rpta.: A

7. Dos alambres rectilíneos largos y paralelos que transportan corrientes I_1 e I_2 se encuentran separados por una distancia de 0,4 m, tal como muestran la figura. Determine la magnitud de la fuerza magnética por unidad de longitud que actúa entre los alambres e indique si dicha fuerza es de atracción o de repulsión.

$$(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})$$

A) 4 $\mu\text{N/m}$, atracciónB) 4 $\mu\text{N/m}$, repulsiónC) 3 $\mu\text{N/m}$, repulsiónD) 2 $\mu\text{N/m}$, atracciónE) 2 $\mu\text{N/m}$, repulsión**Solución:**

$$\frac{F_M}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$

$$\frac{F_M}{L} = \frac{4\pi \times 10^{-7}}{2\pi} \times \frac{(2 \times 4)}{0,4}$$

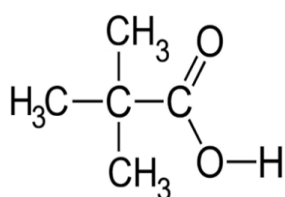
$$\frac{F_M}{L} = 4 \mu\text{N/m}$$

Rpta.: B

QUÍMICA

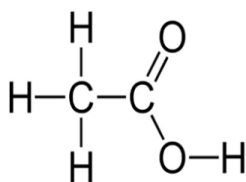
EJERCICIOS DE CLASE

1. La acidez del ácido acético (CH_3COOH) se define por su constante de disociación K_a . Esta acidez moderada está determinada directamente por factores estructurales. a) **Efecto inductivo**: el grupo carbonilo ($\text{C}=\text{O}$) es fuertemente electronegativo y atrae densidad electrónica. Esto debilita y polariza el enlace $\text{O}-\text{H}$, facilitando la liberación del protón (H^+); b) **Efecto de resonancia**: al liberar el protón, se forma el ion acetato (CH_3COO^-). La carga negativa se deslocaliza equitativamente entre los átomos de oxígeno. Esta estabilización por resonancia es la razón principal por la que es mucho más ácido. Respecto a los compuestos orgánicos, marque la secuencia de verdad (V) o falsedad (F) según corresponda.



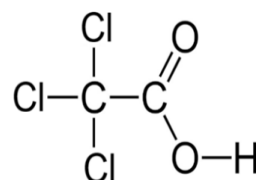
$$K_a = 9,4 \times 10^{-6}$$

(a)



$$K_a = 1,8 \times 10^{-5}$$

(b)



$$K_a = 2,0 \times 10^{-1}$$

(c)

- I. El nombre de la estructura (a) es ácido butírico.
II. El orden decreciente de la acidez es (c) > (b) > (a).
III. El nombre de la estructura (c) es ácido 2,2,2 – dicloroetanoico.

A) VFV B) FFV C) VVF D) FVF E) VVV

Solución:

- I. **Falso.** El nombre de la estructura (a) es **ácido 2,2-dimetilpropanoico** (en común ácido piválico), el ácido butírico es $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_2\text{COOH}$.
II. **Verdadero.** La estructura (a) es el ácido con menor acidez, la razón es el efecto inductivo los tres grupos metilo son donadores de densidad electrónica por efecto inductivo. Al donar densidad electrónica hacia el carbono carboxílico, intensifican la densidad de carga negativa en el ion carboxilato resultante, haciéndolo menos estable y dificultando la liberación del protón (H^+). El orden decreciente de la acidez es: (c) > (b) > (a).
III. **Falso.** El nombre de la estructura (c) es ácido 2,2,2 – **tr**icloroetanoico.

Rpta.: D

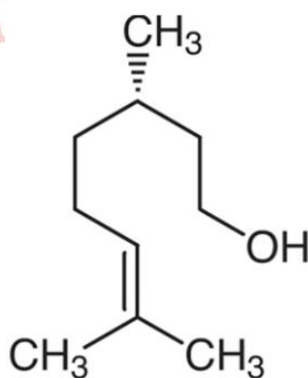
2. El histórico estudio con oxígeno – 18 (^{18}O) sobre el mecanismo de esterificación fue realizado en 1938 por los químicos Irving Roberts y Harold Urey en la Universidad de Columbia. Ellos demostraron y concluyeron que, en la esterificación de Fischer, el enlace que se rompe en el ácido carboxílico es el enlace carbono – oxígeno ($\text{C} - \text{OH}$), liberando su grupo hidroxilo para formar agua, mientras que el alcohol aporta el oxígeno del éster. Hasta antes de este estudio, el mecanismo de la reacción de esterificación entre un ácido carboxílico y un alcohol generaba un intenso debate en la química orgánica. Respecto a la reacción de esterificación y los esteres, marque la secuencia de verdad (V) o falsedad (F) según corresponda.
- El glicerol es un monol y el ácido graso es un ácido carboxílico.
 - En la reacción de esterificación, se produce una molécula de agua y el átomo de oxígeno que forma el agua proviene del alcohol.
 - La reacción del ácido benzoico y el isopropanol produce el benzoato de isopropilo.
- A) VFV B) FFV C) VVF D) VVV E) FVF

Solución:

- Falso.** El cuerpo humano almacena energía mediante la esterificación del glicerol con tres ácidos grasos. El glicerol o **glicerina es el propano – 1,2,3 - triol** y el ácido graso es un ácido carboxílico.
- Falso.** En la reacción de esterificación, se produce una molécula de agua y el átomo de oxígeno que forma el agua proviene del **ácido carboxílico**.
- Verdadero.** La reacción del ácido benzoico y el isopropanol produce el benzoato de isopropilo.

Rpta.: B

3. El principal componente del aceite esencial de rosas es el citronelol, $\text{C}_{10}\text{H}_{20}\text{O}$, la esterificación del citronelol es la reacción química mediante la cual este alcohol terpénico natural reacciona con un ácido, como el ácido acético, para formar un éster, por ejemplo, acetato de citronelilo, y agua. Estos esteres tienen intensos aromas florales y afrutados. Respecto al citronelol, marque la secuencia de verdad (V) o falsedad (F) según corresponda.

**Citronelol**

- La reacción química del citronelol y el ácido acético produce el acetato de citronelilo.
- La fórmula molecular del formiato de citronelilo es $\text{C}_{11}\text{H}_{20}\text{O}_2$.
- El butirato de citronelilo contiene seis carbonos primarios.

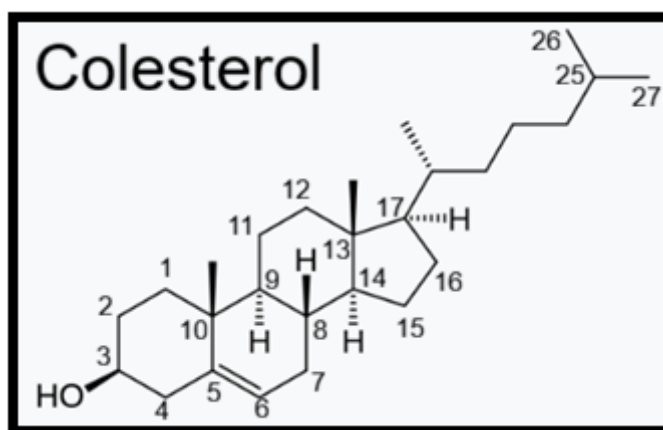
- A) VFV B) FFV C) VVF D) VVV E) FVV

Solución:

- I. **Verdadero.** La reacción química del citronelol y el ácido acético produce el acetato de citronelilo.
- II. **Verdadero.** La fórmula molecular del formiato de citronelilo es $C_{11}H_{20}O_2$.
- III. **Verdadero.** El butirato de citronelilo contiene seis carbonos primarios.

Rpta.: D

4. El colesterol $C_{27}H_{46}O$ tiene un núcleo tetracíclico de ciclopentanoperhidrofenantreno, dos grupos metilo (C-10 y C-13), un grupo hidroxilo en el carbono 3, un doble enlace entre los carbonos 5 y 6, y una cadena alifática en el C-17. Las reacciones químicas del colesterol pueden ser esterificación, oxidación, hidrogenación y halogenación. Marque la secuencia de verdad (V) o falsedad (F) con respecto al colesterol.



- I. El grupo hidroxilo que reacciona con ácidos grasos puede formar ésteres de colesterol.
- II. El doble enlace puede hidrogenarse y forma la colesteno.
- III. El alcohol primario puede oxidarse; forma una cetona.

A) VFV B) FFV C) VVF D) VVV E) VFF

Solución:

- I. **Verdadero.** Esterificación, el grupo hidroxilo en el carbono 3 que reacciona con ácidos grasos puede formar ésteres de colesterol.
- II. **Falso.** Hidrogenación, el doble enlace entre C_5 y C_6 puede hidrogenarse y forma la **colestanol** $C_{27}H_{48}O$.
- III. **Falso.** El alcohol **secundario** puede oxidarse, forma una cetona dando lugar a la **colesteno** $C_{27}H_{44}O$.

Rpta.: E

5. Michel Eugene Chevreul, químico francés, trabajó en la síntesis de ácidos grasos. Investigó sobre los cuerpos grasos de origen animal. Sus investigaciones sobre la composición de las grasas las aplicó en la fabricación de jabones. Fue también descubridor del colesterol, de los ácidos esteárico y oleico. La saponificación es una reacción de hidrólisis de un éster, generalmente un triglicérido o grasa, en medio alcalino, que rompe sus enlaces para producir una sal orgánica (jabón) y glicerina, la reacción química se representa mediante la siguiente ecuación general:



Respecto a la reacción de saponificación, marque la secuencia de verdad (V) o falsedad (F) según corresponda.

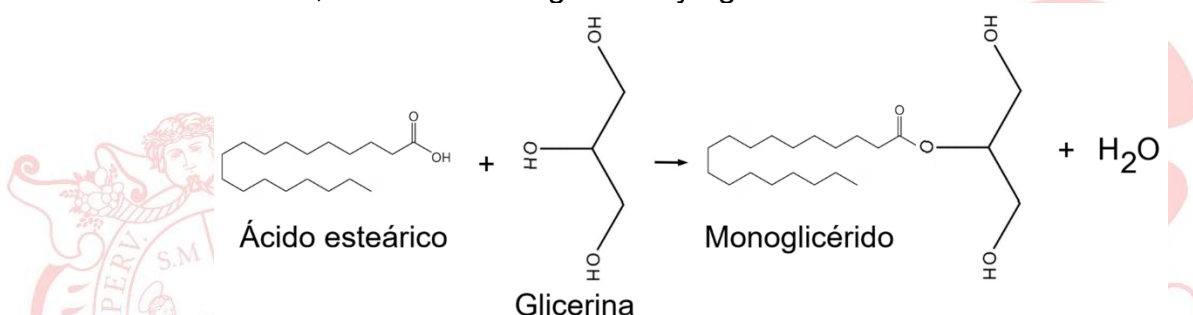
- I. El ácido esteárico ($C_{18}H_{36}O_2$) es un ácido graso que al reaccionar con la glicerina en relación 1:1, forma un monoglicérido y agua.
- II. Un mol de triestearato de glicerilo que reacciona con 3 moles de hidróxido de sodio produce 3 moles de estearato de sodio y un mol de glicerina.
- III. El estearato de sodio es una sal orgánica que contiene 2 carbonos primarios.

Dato: ácido esteárico: $CH_3(CH_2)_{16}COOH$

- A) VVV B) FFV C) VVF D) FVF E) VFV

Solución:

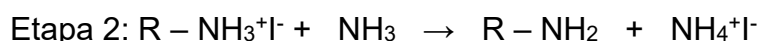
- I. **Verdadero.** El ácido esteárico es un ácido graso que al reaccionar con la glicerina en relación 1:1, forma un monoglicérido y agua.



- II. **Verdadero.** Un mol de triestearato de glicerilo que reacciona con 3 moles de hidróxido de sodio produce 3 moles de estearato de sodio y un mol de glicerina.
- III. **Verdadero.** El estearato de sodio es una sal orgánica que contiene 2 carbonos primarios.

Rpta.: A

6. El químico alemán August Wilhelm Von Hofmann logró preparar aminas directamente a partir del amoníaco utilizando yoduros de alquilo. A través de sus investigaciones, Hofmann estableció la clasificación fundamental de estas sustancias: aminas primarias, secundarias y terciarias. La alquilación de Hofmann transcurre a través de una serie de sustituciones nucleofílicas que convierte los haluros de alquilo en mezclas de aminas primarias, secundarias, terciarias y sales de amonio cuaternario. La reacción general para obtener una amina primaria utilizando yoduro de metilo (CH_3I) es la siguiente:



Respecto a las aminas, marque la secuencia de verdad (V) o falsedad (F) según corresponda.

- I. El yoduro de tetraetilamonio es una sal de amonio cuaternario.
- II. El bencildimetilamina contienen un carbono primario.
- III. El etildimetilamina es una amina terciaria y la fórmula general para una amina primaria es $R-NH_2$.

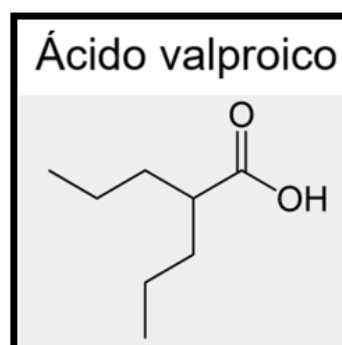
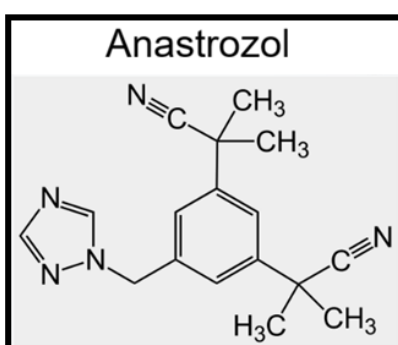
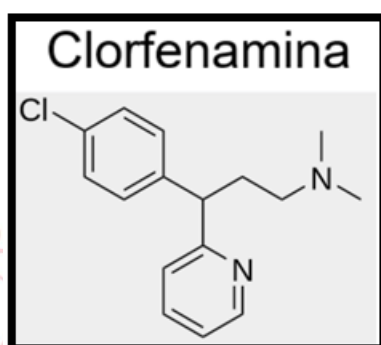
- A) FVF B) FFV C) VFV D) FVV E) VVV

Solución:

- I. **Verdadero.** El yoduro de tetraetilamonio es una sal de amonio cuaternario utilizado en química orgánica como reactivo de síntesis y en estudios fisiológicos.
- II. **Verdadero.** El bencildimetilamina $C_6H_5N(CH_3)_2$ contienen un carbono primario, se emplea comúnmente como catalizador en la producción de resinas.
- III. **Verdadero.** El etildimetilamina $CH_3-N(CH_2CH_3)-CH_3$ es una amina terciaria y la fórmula general para una amina primaria es $R-NH_2$.

Rpta.: E

7. La clorfenamina es un antihistamínico utilizado en el tratamiento de los síntomas de alergias. El anastrozol se recomienda para tratar cáncer de mama en mujeres posmenopáusicas y el ácido valproico es un antiepiléptico. Con respecto a las siguientes estructuras



seleccione la alternativa con la relación correcta.

- | | |
|---------------------|-----------------------|
| (a) Anastrazol | () ácido carboxílico |
| (b) Clorfenamina | () amina terciaria |
| (c) Ácido valproico | () nitrilo |

A) abc B) bca C) cba D) acb E) cab

Solución:

- | | |
|---------------------|-----------------------|
| (a) Anastrazol | (c) ácido carboxílico |
| (b) Clorfenamina | (b) amina terciaria |
| (c) Ácido valproico | (a) nitrilo |

Rpta.: C

8. Las fórmulas químicas describen la composición y estructura de un compuesto. Son representaciones graficas o simbólicas, por ejemplo, la fórmula molecular o global y la fórmula estructural como la desarrollada y semidesarrollada. Seleccione la alternativa con la relación correcta nombre del compuesto orgánico y fórmula química.

- | | |
|---|--------------------|
| (a) N-metiletanamina | () C_7H_5N |
| (b) Benzonitrilo | () $C_8H_{20}BrN$ |
| (c) Bromuro de tetraetilamonio | () $C_8H_{19}N$ |
| (d) N- (2-metilpropil)butan – 2 – amina | () C_3H_9N |

A) cabd B) bcda C) cbda D) bdac E) abcd

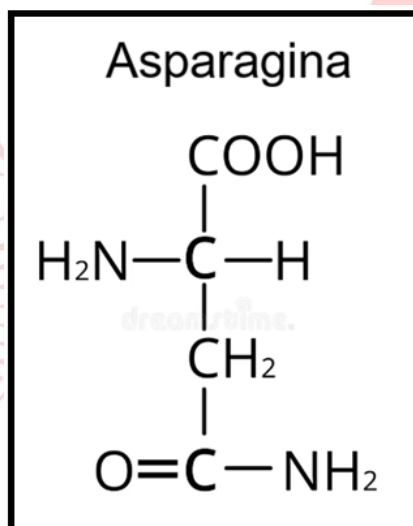
Solución:

- | | |
|---|--------------------|
| (a) N-metiletanamina | (b) C_7H_5N |
| (b) Benzonitrilo | (c) $C_8H_{20}BrN$ |
| (c) Bromuro de tetraetilamonio | (d) $C_8H_{19}N$ |
| (d) N- (2-metilpropil)butan – 2 – amina | (a) C_3H_9N |

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Los químicos franceses Louis – Nicolas Vauquelin y Pierre -Jean Robiquet lograron aislar, a partir del jugo de espárragos, la asparagina. La asparagina se convirtió en el primer aminoácido descubierto en la historia de la ciencia. Aunque el cuerpo la produce de manera natural, la asparagina juega un rol crítico en el control metabólico de las células del sistema nervioso y cerebral. Por ello, se incorpora en mezclas de nutrición parenteral (soluciones intravenosas) para asegurar el equilibrio de aminoácidos en pacientes hospitalizados que no pueden alimentarse por vía oral. Al respecto, seleccione la proposición correcta para la asparagina.



- I. La función de mayor jerarquía en la estructura es la amina.
II. La asparagina es un aminoácido que contiene un carbono quiral en su estructura.
III. El nombre sistemático de la asparagina es ácido 2-amina-4-carbamoilpentanoico.

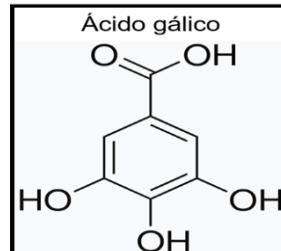
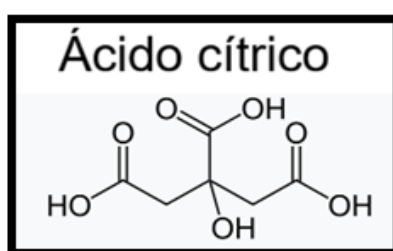
A) I y II B) I y III C) Solo III D) II y III E) Solo II

Solución:

- I. **Falso.** La función de mayor jerarquía en la estructura es el ácido carboxílico.
II. **Verdadero.** La asparagina es un aminoácido que contiene un carbono quiral en su estructura.
III. **Falso.** El nombre sistemático de la asparagina es ácido 2-amina-3-carbamoilpropanoico.

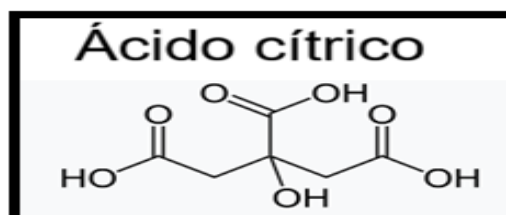
Rpta.: E

2. Los ácidos carboxílicos se clasifican de acuerdo con el sustituyente enlazado al grupo carboxilo. Un ácido alifático tiene un grupo alquilo enlazado al grupo carboxilo mientras que un ácido aromático tiene un grupo arilo. Seleccione la alternativa que contiene, respectivamente, el nombre un ácido alifático.



- A) Ácido 2 – hidroxibenzoico.
B) Ácido 2 – hidroxí – 1,2,3 propanocarboxílico.
C) Ácido 3,4,5 – trihidroxibenzoico.
D) Ácido 2,3,4 – trihidroxibencenocarboxílico
E) Ácido 2 – hidroxipropano - 1,3,5 - tricarboxílico.

Solución:



Ácido alifático: Ácido 2 – hidroxipropano – 1,3,5 - tricarboxílico.

Rpta.: E

3. El aroma de la manzana no proviene de una sola molécula, sino de una compleja mezcla de compuestos volátiles, dominada principalmente de ésteres. Los principales responsables de su olor característico son 2-metilbutanoato de etilo, considerado el compuesto principal y más representativo del olor típico de la manzana madura; acetato de butilo, acetato de hexilo y acetato de 2 – metilbutilo. Estos compuestos se forman naturalmente durante el proceso de maduración de la fruta, producto de la reacción entre alcoholes y ácidos. Al respecto, seleccione la proposición correcta para estos compuestos.
- I. El 2-metilbutanoato de etilo se obtiene de la reacción del alcohol etílico con el ácido 2-metilbutanoico.
II. La fórmula global del acetato de butilo es $C_6H_{12}O_2$.
III. El acetato de hexilo y el acetato de 2 – metilbutilo contiene cada uno un carbono quiral.

- A) I y II B) I y III C) Solo III D) Solo I E) Solo II

Solución:

- I. **Verdadero.** El 2-metilbutanoato de etilo se obtiene de la reacción del alcohol etílico con el ácido 2-metilbutanoico.
II. **Verdadero.** La fórmula global del acetato de butilo es $C_6H_{12}O_2$.

III. **Falso.** El acetato de hexilo y el acetato de 2 – metilbutilo contiene cada uno un carbono quiral.

Rpta.: A

4. En síntesis orgánica, un grupo protector es un reactivo o sustituyente que se introduce temporalmente en una molécula para bloquear un grupo funcional específico. Esto evita que sufra reacciones indeseables durante etapas químicas posteriores, permitiendo la modificación selectiva de otras partes de la molécula. Para ser útil un grupo protector debe pasar por un ciclo de tres pasos: 1) protección 2) estabilidad 3) desprotección. Por ejemplo, el grupo funcional ácido carboxílico, su grupo protector es formar ésteres de metilo. Al respecto, seleccione la alternativa correcta.

Tipo de grupo protector	Tipo de enlace	Reactivo de protección
a) Éster metílico	Éster	$\text{CH}_3\text{OH} / \text{H}^+$
b) Éster tert-butílico	Éster	Isobutileno, H_2SO_4

- I. Para proteger el ácido pentanoico, se usa alcohol metílico en medio ácido y produce un éster, el pentanoato de metilo.
II. Los ácidos carboxílicos (RCOOH) se pueden proteger mediante esterificación de Fischer.
III. El acetato de metilo es un ácido carboxílico de 2 carbonos en la cadena principal.

A) I y II B) I y III C) Solo III D) II y III E) Solo I

Solución:

- I. **Verdadero.** Para proteger el ácido pentanoico se usa alcohol metílico en medio ácido y produce un éster, el pentanoato de metilo.
II. **Verdadero.** Los ácidos carboxílicos (RCOOH) se pueden proteger mediante esterificación de Fischer haciendo reaccionar el ácido con metanol en exceso bajo condiciones ácidas.
III. **Falso.** El acetato de metilo es un éster de 2 carbonos en la cadena principal.
IV.

Rpta.: A

BIOLOGÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Durante una expedición oceanográfica, se observan dos organismos gelatinosos. El primero se desplaza mediante pulsaciones corporales y captura presas con numerosos tentáculos. El segundo utiliza estructuras locomotoras especializadas y posee solo dos tentáculos adhesivos. Estos organismos corresponden respectivamente a

A) actinia y anfibio. B) ctenóforo y cnidario.
C) medusa y ctenóforo. D) esponja y medusa.
E) coral y ascidia.

Solución:

Las **medusas** son cnidarios marinos que nadan mediante contracciones de su cuerpo y capturan a sus presas utilizando numerosos tentáculos con nematocistos, mientras que los **ctenóforos** son invertebrados marinos que nadan utilizando paletas natatorias y muchas especies presentan dos tentáculos, con células adhesivas llamadas coloblastos, a los cuales se adhieren pequeñas presas.

Rpta.: C

2. Al analizar mecanismos de defensa en animales marinos, se observa una estructura microscópica que se dispara rápidamente, perfora a la presa e inyecta sustancias tóxicas paralizantes. Esta estructura corresponde a

- A) una organela urticante de los cnidarios.
- B) una vacuola digestiva especializada.
- C) un filamento locomotor retráctil.
- D) una célula adhesiva de los ctenóforos.
- E) un cilio sensorial especializado.

Solución:

El nematocisto es una **organela urticante que los cnidarios** utilizan para defensa y captura de presas; se ubica dentro de una célula de la epidermis denominada cnidocito. Por estímulos mecánicos y químicos en los tentáculos, se genera una señal bioeléctrica mediada por calcio, que provoca en muchos cnidocitos cercanos salida de su nematocisto el cual penetra en la presa, liberando proteínas tóxicas que le provocan parálisis o la muerte.

Rpta.: A

3. En un cultivo agrícola, se detectan organismos parásitos con cuerpo cilíndrico, no segmentado, recubierto por una cutícula resistente y con sistema digestivo completo. Estos organismos pertenecen al grupo de los

- A) platelmintos.
- B) anélidos.
- C) artrópodos.
- D) nemátodos.
- E) rotíferos.

Solución:

Los **nemátodos** (*Phylum Nematoda*) pueden ser de vida libre o parásitos (de vegetales o animales). Presentan un cuerpo alargado, cilíndrico, simetría bilateral, sin segmentación, con boca y ano (sistema digestivo completo), dioicos (sexos separados) con dimorfismo sexual (hembras y machos de distinto tamaño) y carecen de un sistema circulatorio.

Rpta.: D

4. Respecto a diversos representantes del *Phylum Arthropoda*, determine la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F).

- I. Los escorpiones poseen cuatro pares de patas y cuerpo dividido en cefalotórax y abdomen.
- II. Los insectos muestran una amplia diversidad de aparatos bucales.
- III. Los cangrejos poseen apéndices articulados y cefalotórax.

- A) VFF
- B) FFV
- C) VFV
- D) VVV
- E) FVF

Solución:

- I. **Verdadero.** Los arácnidos presentan 4 pares de patas, cefalotórax y abdomen.
- II. **Verdadero.** Los insectos presentan diferentes tipos de aparato bucal (masticador, lamedor, picador-chupador, y chupador).
- III. **Verdadero.** Un cangrejo presenta cefalotórax, abdomen y apéndices articulados.

Rpta.: D

5. Un animal marino presenta cuerpo alargado, consistencia blanda, simetría bilateral y una región cefálica provista de brazos y tentáculos con ventosas. ¿A qué grupo pertenece?

- A) Echinodermata – Asteroidea
- B) Mollusca – Cephalopoda
- C) Mollusca – Gastropoda
- D) Arthropoda – Crustácea
- E) Annelida – Polychaeta

Solución:

La descripción corresponde a un **calamar**, animal que pertenece al *phylum* **Mollusca** y a la clase **Cefalópoda**. Los calamares tienen el cuerpo alargado, carnoso, con un par de aletas, y una región cefálica con dos ojos y una boca rodeada de 8 brazos y 2 tentáculos, todos con ventosas. Presentan una concha interna delgada y longitudinal denominada pluma.

Rpta.: B

6. Al estudiar equinodermos, se observa que algunas especies presentan espinas evidentes y otras poseen únicamente osículos microscópicos, alimentándose mediante filtración. ¿Qué ejemplos representan respectivamente estas características?

- A) Estrella de mar y pepino de mar
- B) Erizo de mar y estrella frágil
- C) Pepino de mar y erizo de mar
- D) Cohombro de mar y estrella de mar
- E) Lirio de mar y erizo de mar

Solución:

Los equinodermos son invertebrados marinos cuya gran mayoría presenta espinas de tamaño variado en su superficie, como **las estrellas de mar**, estrellas frágiles y erizos de mar, donde la dieta de los dos primeros es carnívora y de los últimos herbívora. Un grupo particular son los **pepinos o cohombros de mar**, ya que presentan placas calcáreas microscópicas (osículos) en lugar de espinas, y una boca rodeada de tentáculos para una alimentación por filtración.

Rpta.: A

7. Durante una observación microscópica de agua dulce, se identifica un pequeño animal transparente que presenta discos ciliares retractiles y cuya estructura faríngea se contrae intensamente mientras tritura alimento. Esta estructura corresponde a

- A) el mástax de un rotífero.
- B) la faringe de un anélido.
- C) la boca de un nematodo.
- D) el esófago de un cnidario.
- E) el intestino de un platelminto.

Solución:

El *phylum Rotifera* está constituido por animales microscópicos que viven principalmente en agua dulce, alimentándose de otros organismos microscópicos y materia orgánica en suspensión. El alimento ingresa por la boca y pasa a una faringe contráctil o **mástax** donde es triturado.

Rpta.: A

8. El organismo modelo *Caenorhabditis elegans* posee cuerpo cilíndrico, no segmentado, simetría bilateral y tubo digestivo completo. De acuerdo con estas características, pertenece al *phylum*

- A) Annelida. B) Platyhelminthes. C) Cnidaria.
D) Nematoda. E) Rotifera.

Solución:

Caenorhabditis elegans es un pequeño **nemátodo** de cuerpo cilíndrico no segmentado con simetría bilateral y sistema digestivo completo; es uno de los pocos nemátodos hermafroditas, lo que contribuye con su valor como organismo modelo en estudios de genética del desarrollo.

Rpta.: D

9. La destrucción de hábitats naturales amenaza a numerosas especies peruanas. ¿Cuál de las siguientes alternativas incluye organismos que comparten una misma categoría de conservación?

- A) Armadillo gigante, pelícano peruano, vicuña y taricaya
B) Chinchilla, suri, guanaco y llama
C) Taricaya, alpaca, pingüino de Humboldt y vizcacha
D) Boa, charapa, cóndor y pato silvestre
E) Guanay, alpaca, oso hormiguero y sajino

Solución:

Especies como el gallito de las rocas, **el armadillo gigante, el pelícano peruano, la vicuña, la taricaya**, el frailecillo, el guanay y la boa, entre otros, se encuentran en situación vulnerable por exceso de caza, tala, pesca, destrucción del hábitat u otros factores, lo que los pone en riesgo de pasar a una categoría mayor como en peligro de extinción.

Rpta.: A

10. Determine la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) respecto a las características generales de los animales.

- I. Son exclusivamente pluricelulares.
II. Todos son heterótrofos.
III. Presentan nutrición holozoica.
IV. La mayoría de especies pertenecen a los vertebrados.

- A) VVFF B) FFVV C) VVVV D) FFVF E) VVVF

Solución:

- I. **Verdadero:** Los animales **solo** incluyen organismos **pluricelulares**.
- II. **Verdadero:** Todos los animales son organismos **heterótrofos**.
- III. **Verdadero:** Todos los animales son organismos **holozoicos**.
- IV. **Verdadero:** La mayoría son organismos **invertebrados**.

Rpta.: C

11. A pesar de ser ovíparo y poseer características poco comunes entre los mamíferos, el ornitorrinco fue finalmente incluido en esta clase debido a la presencia de

- A) cloaca funcional.
- B) glándulas mamarias.
- C) útero desarrollado.
- D) escamas epidérmicas.
- E) sacos aéreos.

Solución:

El ornitorrinco es un mamífero monotrema, endémico del este de Australia y la isla de Tasmania, considerado uno de los animales más extraños del mundo, pues presenta pico de pato, cola de castor, patas de nutria, es ovíparo y aunque presentan pelos y **glándulas mamarias**, carecen de mamas y pezones en el vientre, así que la leche sale por una zona aplanada o areola de la piel.

Rpta.: B

12. Los peripatos son organismos terrestres de cuerpo alargado que presentan patas lobuladas, respiración traqueal y una fina cubierta quitinosa. Estos organismos pertenecen al *phylum*

- A) Onychophora.
- B) Chilopoda.
- C) Diplopoda.
- D) Myriapoda.
- E) Hexapoda.

Solución:

Los peripatos pertenecen al *phylum* **Onychophora** y son parecidos a gusanos ya que su cuerpo es alargado y cilíndrico, con apéndices carnosos como dos antenas en la cabeza y un par de patas por segmento. Muchos científicos les atribuyen características de anélidos por su segmentación interna, y de artrópodos por su respiración traqueal, circulación abierta y una cubierta de quitina que, en este caso, es delgada y no articulada.

Rpta.: A

13. Aunque actualmente los balanoglosos no son considerados cordados verdaderos, comparten con ellos algunas características anatómicas importantes. Entre estas destacan

- A) estomocorda y columna vertebral.
- B) túnica celulósica y filtración.
- C) hendiduras branquiales y cordón nervioso dorsal.
- D) notocorda y vértebras.
- E) endostilo y caparazón quitinoso.

Solución:

Los gusanos balanoglosos pertenecen al *phylum* Hemichordata y fueron excluidos del *phylum* Chordata al demostrarse que su aparente notocorda era en realidad una prolongación de la cavidad oral, por lo que hoy se le llama estomocorda. Sin embargo, mantienen algunas características de los cordados como un **cordón nervioso dorsal**, **hendiduras branquiales**, simetría bilateral y tubo digestivo completo.

Rpta.: C

14. Durante una práctica de Zoología, un estudiante observa un animal marino con cuerpo cilíndrico, cubierto por numerosas placas calcáreas y provisto de pies ambulacrales utilizados para la locomoción. Además, presenta simetría radial en el estado adulto. Este organismo pertenece al *phylum*

A) Mollusca. B) Arthropoda. C) Annelida.
D) Echinodermata. E) Hemichordata.

Solución:

Los **equinodermos** son animales exclusivamente marinos, celomados, deuteróstomos, con endoesqueleto calcáreo y sistema ambulacral formado por pies ambulacrales. Los adultos presentan simetría radial pentámera.

Rpta.: D

15. En una colección biológica, se encuentra un organismo marino sésil que posee una cubierta externa denominada túnica, formada por una sustancia semejante a la celulosa. Durante su desarrollo, presenta notocorda únicamente en la fase larvaria. Este organismo corresponde a

A) un anfioxo.
B) una ascidia.
C) un balanogloso.
D) una esponja.
E) un ctenóforo.

Solución:

Las **ascidias** pertenecen al *Subphylum* Urochordata. Presentan una túnica protectora y poseen notocorda únicamente durante la fase larvaria.

Rpta.: B

16. Con respecto a los vertebrados, determine la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F).

I. Las aves poseen sacos aéreos asociados al sistema respiratorio.
II. Los anfibios presentan metamorfosis durante su desarrollo.
III. Todos los reptiles poseen fecundación externa.

A) VVF B) FVV C) VVV D) FFV E) VFV

Solución:

- **Verdadero:** Las aves poseen sacos aéreos que optimizan la ventilación pulmonar.
- **Verdadero:** Los anfibios atraviesan procesos de metamorfosis.
- **Falso:** Los reptiles presentan fecundación interna.

Rpta.: A