



HABILIDAD VERBAL

SECCIÓN A

INFERENCIA

En un texto hay información explícita y otra que no aparece directamente. Esta última se comprende mediante la inferencia, un proceso mental que permite obtener **conclusiones a partir de lo que el texto dice**.

Inferir implica relacionar **las pistas del texto con los conocimientos previos**, para entender significados no escritos de forma literal. Así, el lector logra interpretar mejor el contenido.

La inferencia cumple dos funciones principales: vincular la información nueva con lo que ya se sabe y completar ideas que el texto omite para ser más breve. Por ejemplo, si se dice «Aprobé el examen de conducir», se puede deducir que esa persona practicó para rendir la prueba con éxito.

En síntesis, inferir es recuperar información de manera lógica y coherente. Otras formulaciones respecto de las inferencias pueden ser **se concluye** o **se sigue de las premisas**.

FUNCIONES DE LAS INFERENCIAS

Propósito	Función	Ejemplos
Conectar información	Relaciona lo nuevo con conocimientos previos.	«Invierno» → frío
Completar información	Llena o recupera lo que el texto no dice.	«Salió con paraguas» → Lluvia
Dar sentido global	Organiza las ideas para visualizar la información como un todo.	Concluir a partir del conjunto de ideas o premisas.

TIPOLOGÍA DE LA INFERENCIA

SEGÚN EL ORIGEN TEXTUAL DE LA INFERENCIA

TEXTO A

Aunque es muy normal que lloremos, hay ocasiones en las que todavía seguimos negando esta actividad por verla como una debilidad o, incluso, como un hecho infantil. La realidad es que todos los seres humanos lloramos a lo largo de toda nuestra vida. De hecho, el consenso científico sigue siendo que somos los únicos animales que producimos lágrimas emocionales. Si bien hay varias especies de animales que poseen glándulas lagrimales y producen secreciones, estas cumplen funciones estrictamente biológicas.

La ciencia ha categorizado las lágrimas en tres dimensiones distintas, cada una con un propósito y una arquitectura específica: basales, reflejas y emocionales, las cuales poseen una composición química sumamente compleja. Mientras que la concentración de las dos primeras es 98 % agua, estudios han detectado en las lágrimas emocionales altas concentraciones de manganeso y potasio, cuya acumulación excesiva en el cuerpo puede generar ansiedad o fatiga; también, cortisol y adrenalina, que son las hormonas del estrés; asimismo, la hormona adrenocorticotropa (ACTH), una sustancia vinculada a los niveles elevados de estrés; y la prolactina, hormona que regula el sistema inmunológico.

Cuando lloramos, no solo expresamos un sentimiento, sino que físicamente estamos expulsando marcadores biológicos del estrés. En lugar de solo agua, podríamos decir que expulsamos una «cascada neuroquímica» con efectos analgésicos, pues estamos liberando hormonas del estrés y otras toxinas de nuestro sistema.

Como respuesta al llanto, así mismo, se activa la producción de serotonina (el regulador del bienestar) dentro del cerebro. Este aumento, ayuda a estabilizar el ánimo, mejora la oxigenación cerebral y permite que te recuperes más fácilmente tras la tormenta emocional. En resumen, llorar es un proceso biológico altamente eficiente: sacas lo que te tensa (cortisol/adrenalina) y generas lo que te cura (serotonina/endorfinas).



Caramillo, A. (2026, 18 de enero). Una lloradita y a seguirle: por qué llorar es bueno. *Yahoo! Vida y estilo*.

I. Inferencia de marco

Es un tipo de inferencia mediante el cual el lector puede establecer el tema general de la lectura cuando este no es presentado explícitamente en el texto.

1. Se infiere que el tema desarrollado aborda principalmente

- A) la tipología de las lágrimas según estudios médicos.
- B) los beneficios psicofísicos de llorar para las personas.
- C) las ocasiones en que las personas suelen llorar más.
- D) los elementos neuroquímicos en el proceso del llanto.
- E) la capacidad humana para producir lágrimas afectivas.

Solución:

El texto explica que llorar elimina sustancias del estrés y activa hormonas que mejoran el bienestar. Y en la infografía se refuerza este tópico.

Rpta.: B

II. Inferencia holística

Es un tipo de inferencia mediante el cual el lector modela una macrocomposición de acuerdo con el principio de jerarquía, de manera que mediante una abstracción se obtiene un esquema general que vincula cada acontecimiento que acaece con un razonamiento más global.

2. Se colige que la autora

- A) se presenta como experta en temas neurobiológicos complejos.
- B) se preocupa por las personas con problemas emocionales.
- C) considera a la ciencia como una actividad más insensible.
- D) padece las consecuencias de negarse a llorar por prejuicios.
- E) busca que se comprenda correctamente los efectos del llanto.

Solución:

Al proponer una explicación clara sobre lo que produce en el cuerpo el llanto y mostrar los provechos de llorar, se entiende que la autora tiene la intención de hacer comprensible esos beneficios.

Rpta.: E

III. Inferencia de datos

Es un tipo de inferencia mediante el cual el lector obtiene un dato oculto en el texto, pero que se puede obtener sobre la base de otros datos explícitos.

3. De la infografía, se infiere que el llanto y las emociones que lo detonan

- A) poseen una base biológica compleja que afecta al cuerpo de una manera sistemática.
- B) expresan únicamente los momentos de profunda tristeza y congoja de cualquier persona.
- C) son los causantes de que una persona se sienta fatigado o extasiado en varias situaciones.
- D) permiten que las personas se puedan expresar de un modo más directo y comprensible.
- E) se activan cuando las personas sienten estrés u otros estados similares ante los problemas.

Solución:

Tanto en el texto como en la infografía se describen los órganos y las hormonas involucrados en el proceso del llanto y la manera en que afecta a todo el cuerpo.

Rpta.: A**IV. Inferencia de la intención**

Es un tipo de inferencia mediante el cual el lector establece la intención del autor sobre la base de algunas claves presentes en el texto. Las intenciones son variadas: elogiar, criticar, informar, redargüir, etc.

4. Se infiere que la intención la autora es

- A) ilustrar los casos en que las personas deben llorar para alcanzar estados de ánimo más saludables.
- B) defender el llanto humano como una práctica saludable que puede reemplazar otras terapias más perjudiciales.
- C) desacreditar acremente a todo aquellos que sostienen que expresar las emociones mediante el llanto es negativo.
- D) explicar el significado del llanto y todos los mecanismos biológicos que están involucrados en su desarrollo.
- E) mostrar el proceso del llanto para explicar que no es una debilidad, sino un proceso con beneficios psicofísicos.

Solución:

La autora, en principio, explica la forma en que lleva a cabo el llanto y, luego, sus diversos beneficios, como reducir el estrés y estabilizar el organismo.

Rpta.: E**TEXTO B**

La lactancia materna es mucho más que un acto para alimentar al bebé. A través del pecho de su madre, el niño obtiene cercanía, consuelo, tranquilidad... Por eso, es frecuente que, precisamente en la calle, cuando se enfrenta a situaciones nuevas y estresantes para él, pida mamar con más **intensidad**.

En algunos lugares hay salas de lactancia, pero en otros no disponen de este servicio, del mismo modo que hay mujeres que prefieren amamantar en soledad y otras a las que no les importa hacerlo en público. La cuestión sería que cada una pudiera elegir lo que le resulta más cómodo sin verse cuestionada. Pero no siempre es así; y dar el pecho en la calle, en un transporte público o en una tienda, a veces, es motivo de situaciones muy incómodas para la madre, ya sea porque recibe miradas de desaprobación o porque directamente es invitada a cubrirse o a marcharse.

Una de cada dos madres ha tenido que esconderse para dar el pecho en público y más de la mitad (un 63,5 %) se han sentido juzgadas por ello. Son datos de un estudio realizado por LOLA MullenLowe y LinQ Market Research España con datos de finales de 2022.

La situación es más grave cuando hablamos de aquellas mujeres que han sido invitadas a taparse, a irse a otro lugar, y que incluso han sido increpadas por amamantar delante de otros. Se estima que un 15 % de ellas han sufrido esta situación, que ya está en retroceso gracias a programas de concientización.

Para Marina García, portavoz de la ONG teta&teta, que lucha por normalizar la lactancia en lugares públicos, el origen del problema «es una cuestión de sexualización. El pecho, a pesar de no ser un órgano sexual, todavía está sometido a esa mirada masculina, sexualizante, entonces es una parte del cuerpo que debe reservarse a la intimidad», explica.

V. Inferencia léxica

A partir de las pistas textuales o de un determinado entorno textual, se infiere plausiblemente el sentido de un vocablo o de una expresión.

1. Se infiere que el término INTENSIDAD connota

- A) desasosiego.
- B) insaciabilidad.
- C) desconsideración.
- D) abundancia.
- E) intemperancia.

Solución:

La solicitud intensa de lactancia, por parte del bebé que se encuentra en la calle, es consecuencia del estrés y de nuevas situaciones que le incomodan.

Rpta.: A

VI. Inferencia de causalidad

Es un tipo de inferencia mediante la cual el lector establece la causa probable de un acontecimiento o fenómeno que se describe en el texto.

2. Se infiere que las personas que desaprueban o amonestan a las mujeres que dan de lactar en espacios públicos se debe a que

- A) ostentan un pensamiento retrógrado que, poco a poco, está siendo expulsado.
- B) evidencian que ellos no han podido consolidar una familia para tener hijos.
- C) son todos hombres que quieren sojuzgar a las mujeres como amas de casa.
- D) piensan que la exposición del seno para la lactancia es un hecho obscuro.
- E) tienen un pensamiento marcadamente motivado por una ignorancia supina.

Solución:

Las personas que no están de acuerdo con que las mujeres den de mamar a sus hijos en espacios públicos se debe a que están influenciadas por una sexualización de los senos, que consecuentemente se entiende como un órgano sexual que debe ser expuesto de manera íntima. Hacer lo contrario sería impúdico.

Rpta.: D

VII. Inferencia prospectiva

Es un tipo de inferencia mediante el cual el lector obtiene un dato futuro a partir de la información proporcionada en la lectura.

3. Se infiere de la lectura que la oposición a la lactancia en espacios públicos
- A) incrementará preocupantemente debido a que hay un aumento del machismo a nivel mundial.
 - B) seguirá disminuyendo de continuar con los esfuerzos educativos que se están ejecutando.
 - C) es una consecuencia funesta del machismo que impera en todas partes del globo terráqueo.
 - D) tiene que desaparecer como consecuencia de la construcción de lactarios a nivel nacional.
 - E) es un comportamiento sumamente natural que debiera ser apoyado por el grueso de la sociedad.

Solución:

Se indica en la lectura que hay esfuerzos que buscan concientizar sobre la naturalidad y necesidad de que las madres den de lactar a sus bebés en espacios públicos.

Rpta.: B

VIII. Inferencia retrospectiva

Es un tipo de inferencia mediante el cual el lector obtiene un dato del pasado a partir de la información proporcionada en la lectura.

4. Se colige de la lectura que la lactancia materna
- A) es una necesidad porque alimenta al neonato y, a la vez, forma su carácter futuro.
 - B) viene siendo combatido por el grueso de la sociedad, porque es impúdico hacerlo.
 - C) es de naturaleza ambivalente, pues alimenta y protege de la muerte a los bebés.
 - D) es un hecho que debería reservarse a espacios privados erigidos por el Estado.
 - E) fue criticada posiblemente más cuando no existían programas de concientización.

Solución:

Se infiere del texto que los programas de concientización que promueven la lactancia materna en público son esfuerzos recientes.

Rpta.: E

TEXTO 1

Perú se ha convertido en el país hispanohablante donde más se utiliza TikTok como fuente de noticias, según el Digital News Report 2025 del Instituto Reuters. El 33 % de los usuarios peruanos afirma recurrir a esta red social para informarse, superando ampliamente a Colombia, el segundo país de habla hispana en el ranking, con un 27 %. Este dato refleja una transformación acelerada en los hábitos de consumo informativo, especialmente entre los más jóvenes. La plataforma china, originalmente enfocada en entretenimiento, ha evolucionado para convertirse en una herramienta clave de acceso a la información en varios países del Sur Global, con un impacto notable en Perú.

Pese al auge de TikTok, Facebook se mantiene como la red social más utilizada en el país para consumir noticias, con un 52 % de preferencia entre los peruanos. Sin embargo, esta cifra representa una caída respecto del 2024, cuando alcanzaba un 53 %. A nivel de uso general, esta plataforma continúa siendo la más popular con un 75 %, aunque su influencia se diluye progresivamente entre los segmentos más jóvenes. YouTube ocupa el segundo lugar en consumo de noticias con un 34 %, y es utilizada por el 69 % de usuarios peruanos para todo tipo de contenidos. TikTok aparece en tercer lugar con el 33 % de las preferencias para noticias, pero ya supera a WhatsApp (29 %) e Instagram (21 %) en este ámbito. X (antes Twitter), tradicionalmente asociado a la actualidad informativa, se ubica en sexto lugar, con solo un 10 % de usuarios que la utilizan para enterarse de lo que ocurre.

A nivel global, el Digital News Report 2025 señala que las redes sociales y las plataformas de video se han consolidado como la principal fuente de noticias para los jóvenes. El 44 % de los usuarios de entre 18 y 24 años y el 38 % de los de 25 a 34 años se informa principalmente a través de estas herramientas digitales, superando a los medios tradicionales. Este fenómeno se repite en Perú, donde TikTok y YouTube se han posicionado como alternativas informativas relevantes, sobre todo entre la generación Z. La inmediatez, el formato audiovisual y el algoritmo personalizado de estas plataformas explican gran parte de su atractivo entre este público.

A nivel mundial, TikTok continúa su expansión como fuente informativa. En promedio, un 16% de los usuarios en los países analizados por el Instituto Reuters usó la plataforma para informarse en la última semana, un aumento de tres puntos porcentuales respecto al año anterior. El 31 % la utiliza para cualquier fin, consolidando su rol multifacético. Tailandia (49 %) y Malasia (40 %) encabezan la lista de países con mayor proporción de usuarios que recurren a TikTok para informarse. América Latina también destaca, con Perú como líder regional y global en el mundo hispanohablante. En contraste, países como Estados Unidos (12 %) y Reino Unido (6 %) muestran niveles considerablemente más bajos de uso informativo de la red social.

El auge de TikTok como fuente de noticias viene acompañado de inquietudes sobre la veracidad del contenido que circula en la plataforma. El informe de Reuters indica que, en varios países del Sur Global, incluyendo los que más consumen noticias por esta vía, TikTok es percibida como una amenaza en términos de desinformación. Facebook también figura como una de las redes más asociadas con la difusión de noticias falsas, especialmente en contextos electorales o de crisis. Este reto plantea la necesidad de fortalecer las prácticas de alfabetización digital y fomentar la verificación de fuentes entre los usuarios, en un **ecosistema informativo** cada vez más fragmentado y acelerado por los algoritmos. El caso peruano evidencia cómo el ecosistema de medios está evolucionando rápidamente hacia entornos digitales y móviles. Las nuevas generaciones demandan formatos breves, visuales y personalizables, en donde plataformas como TikTok y YouTube encuentran terreno fértil para crecer.

Meza, E. (2025). Perú es el país que más usa TikTok para informarse, según un estudio global.
<https://www.infobae.com/peru/2025/06/19/peru-es-el-pais-que-mas-usa-tiktok-para-informarse-segun-un-estudio-global/>

1. ¿Cuál es la idea principal del texto?

- A) El crecimiento tecnológico de las distintas plataformas digitales responde principalmente a la innovación de los algoritmos de recomendación.
- B) La superioridad de Facebook en el consumo de noticias demuestra la estabilidad del sistema informativo basado en redes sociales tradicionales.
- C) La expansión global de las redes sociales confirma la desaparición inevitable de los medios de comunicación tradicionales en la realidad peruana.
- D) El uso de TikTok como fuente de noticias en el Perú evidencia la transformación del ecosistema informativo digital y del comportamiento juvenil.
- E) El incremento del consumo audiovisual en redes sociales obedece exclusivamente a la influencia cultural de varios de los países asiáticos.

Solución:

La idea principal del texto habla del crecimiento de TikTok como fuente informativa en Perú, el cambio en el ecosistema mediático y la transformación de los hábitos informativos de los jóvenes.

Rpta.: D

2. Según el texto, ECOSISTEMA INFORMATIVO connota

- A) un modelo económico de plataformas digitales y físicas que prioriza la publicidad por encima del contenido informativo.
- B) un conjunto de instituciones periodísticas tradicionales encargadas de regular la circulación de noticias en los medios impresos.
- C) un mecanismo tecnológico basado exclusivamente en algoritmos que determinan la producción de contenidos digitales.
- D) un espacio comunicativo restringido únicamente a redes sociales utilizadas con fines casuales de entretenimiento.
- E) un sistema de medios y dinámicas digitales donde circula la información y se configuran los hábitos de consumo noticioso.

Solución:

El texto habla de un «ecosistema informativo cada vez más fragmentado y acelerado por los algoritmos», lo que implica un sistema amplio donde interactúan múltiples plataformas, medios y usuarios.

Rpta.: E

3. Acerca de las redes sociales, es consistente afirmar que

- A) el predominio de Facebook en el consumo informativo peruano coexiste con el crecimiento de plataformas audiovisuales entre los jóvenes.
- B) la preferencia de los usuarios peruanos por TikTok ha provocado la desaparición del uso informativo de otras redes sociales.
- C) el uso informativo de TikTok en los países desarrollados supera ampliamente al registrado en los países del Sur Global de Asia y Oceanía.
- D) el incremento del consumo de noticias digitales ha reducido significativamente el interés por contenidos audiovisuales breves el último año.
- E) la plataforma X continúa siendo el principal espacio digital de difusión informativa entre los usuarios peruanos de cualquier edad.

Solución:

El texto señala que Facebook sigue siendo la red más usada para noticias, pero también muestra el crecimiento de TikTok y YouTube, especialmente entre jóvenes. Esto indica coexistencia entre plataformas tradicionales y emergentes.

Rpta.: A

4. Se puede inferir acerca de las redes sociales que

- A) el uso de estas redes para noticias eliminará completamente la influencia de los medios periodísticos tradicionales.
- B) el crecimiento de TikTok garantiza automáticamente la veracidad de la información difundida en Internet.
- C) la popularidad de Facebook entre los usuarios peruanos se debe exclusivamente a su carácter informativo veraz.
- D) la expansión del consumo informativo en plataformas digitales exige fortalecer la alfabetización mediática de los usuarios.
- E) la personalización algorítmica asegura que todos los usuarios reciban información objetiva, actual y verificada.

Solución:

El texto advierte que el auge de TikTok y otras redes plantea preocupaciones sobre la desinformación y menciona la necesidad de fortalecer la alfabetización digital y la verificación de fuentes. De ello se infiere que un mayor uso de estas plataformas requiere mejores habilidades críticas en los usuarios.

Rpta.: D

5. Si Facebook redujera significativamente su porcentaje de uso informativo en el Perú,

- A) las redes sociales dejarían de ser utilizadas como canales informativos en el entorno digital peruano.
- B) TikTok y YouTube podrían consolidarse como plataformas predominantes para noticias entre los peruanos.
- C) los usuarios jóvenes abandonarían el consumo de contenidos audiovisuales en plataformas digitales.
- D) el consumo de noticias en internet disminuiría drásticamente en todos los grupos etarios del país.
- E) las plataformas digitales eliminarían los algoritmos de personalización en sus sistemas de recomendación.

Solución:

Si Facebook disminuyera significativamente su uso informativo, las plataformas que ya están creciendo (TikTok y YouTube) tendrían mayores posibilidades de ocupar el espacio dominante en el consumo de noticias.

Rpta.: B

TEXTO 2

A veces, en ciencia, los grandes descubrimientos no empiezan con una idea brillante, sino con algo raro que aparece en el laboratorio y nadie logra explicar del todo. Eso fue lo que pasó con un equipo liderado por la Universidad Flinders, en Australia. Lo que parecía una curiosidad terminó convirtiéndose en una reacción química completamente nueva. El hallazgo fue descrito en un estudio publicado en *Nature Chemistry*, donde los investigadores presentaron lo que llaman una reacción de metátesis de trisulfuros. Dicho así suena técnico, pero la idea es bastante simple: descubrieron una nueva manera en que ciertos enlaces entre átomos de azufre pueden romperse y reorganizarse solos.

Lo sorprendente es que este tipo de enlaces normalmente necesita ayuda externa. En general, hace falta calor, luz o catalizadores para convencerlos de cambiar de forma. Aquí pasó algo distinto. En las condiciones adecuadas, el intercambio ocurrió espontáneamente, a temperatura ambiente, sin añadir reactivos extra ni aplicar energía desde afuera. Eso llamó mucho la atención porque no es común descubrir una reacción realmente nueva. Y menos todavía una que además parezca útil en varias áreas al mismo tiempo. Los enlaces azufre-azufre son importantes en muchas moléculas, desde proteínas y péptidos hasta polímeros y algunos medicamentos. Por eso entender cómo se comportan tiene bastante valor práctico. Hasta ahora, los químicos trabajaban sobre todo con disulfuros, es decir, cadenas de dos átomos de azufre. Los trisulfuros, con tres átomos seguidos, habían sido menos explorados. Aun así, esos trisulfuros ya aparecían en materiales y compuestos importantes, como el caucho vulcanizado y ciertos fármacos contra el cáncer, así que no eran una rareza irrelevante.

El problema era que hacerlos intercambiar partes resultaba difícil. En estudios anteriores, ese tipo de reorganización exigía temperaturas altas, entre 80 y 150 grados Celsius. Y ni siquiera así era rápido. A veces la mezcla tardaba horas o incluso días en alcanzar equilibrio, así que no era precisamente un proceso cómodo ni eficiente. La sorpresa llegó cuando el equipo estudiaba polímeros con azufre. Al disolver ciertas moléculas trisulfuro en solventes como dimetilformamida, vieron que se reorganizaban enseguida. No hubo que calentar nada. No hizo falta luz. Tampoco añadieron catalizadores. Las cadenas de azufre simplemente empezaron a intercambiar sus extremos químicos por sí solas. Ese intercambio funciona como un cambio de pareja molecular. Dos trisulfuros que antes estaban unidos a ciertos fragmentos cambian esos fragmentos y forman nuevas combinaciones. Los químicos llaman a eso metátesis. Lo importante aquí es que sucede muy rápido, puede llegar al equilibrio en segundos y además el proceso es reversible.

Eso abre posibilidades interesantes. El equipo ya mostró que esta química sirve para modificar selectivamente la calicheamicina, un compuesto conocido por su actividad antitumoral. También la usaron para fabricar un plástico nuevo cuyas cadenas están conectadas por enlaces trisulfuro. Ese material puede moldearse, usarse y luego desmontarse para reciclarlo. Como la reacción es rápida, selectiva y reversible, podría servir para diseñar moléculas que se reorganicen en condiciones suaves, algo muy atractivo para medicamentos y materiales avanzados. Por ahora, lo que enseñaron parece apenas el comienzo. Cuando aparece una reacción nueva que funciona tan bien y sin tanta complicación, suele abrir más puertas de las esperadas.

Robotitus. (2026). Tras años de investigación, científicos han encontrado una nueva reacción química. <https://robotitus.com/tras-anos-de-investigacion-cientificos-han-encontrado-una-nueva-reaccion-quimica>

1. El tema central del texto es

- A) la importancia de los trisulfuros en proteínas y polímeros bajo un asombroso descubrimiento.
- B) el descubrimiento de una reacción química espontánea de trisulfuros y sus posibles aplicaciones.
- C) las dificultades históricas de trabajar con enlaces de azufre a altas temperaturas.
- D) cómo los polímeros pueden reciclarse al utilizar enlaces químicos comunes creando trisulfuros.
- E) la publicación de un estudio científico en Nature Chemistry acerca de las reacciones químicas.

Solución:

El texto se centra en el hallazgo de una reacción de metátesis de trisulfuros que ocurre de manera espontánea y sus posibles usos prácticos en medicamentos y materiales.

Rpta.: B

2. En el texto, el término METÁTESIS connota

- A) una reacción química en la que los enlaces azufre-azufre se reorganizan espontáneamente.
- B) un proceso lento de calentamiento de moléculas de azufre para alcanzar equilibrio constante.
- C) la síntesis de nuevos polímeros hechos en base de moléculas de azufre para modificar proteínas.
- D) la aplicación de catalizadores de diverso tipo para reacciones químicas complejas de azufre.
- E) la descomposición de trisulfuros en presencia de luz y bajo condiciones muy especiales.

Solución:

En el texto, metátesis se usa específicamente para describir el intercambio espontáneo de fragmentos entre trisulfuros, como un «cambio de pareja molecular».

Rpta.: A

3. Acerca de los trisulfuros, es compatible decir que

- A) muchos de los llamados trisulfuros reaccionan solo con calor y poca luz.
- B) la calicheamicina solamente se puede modificar mediante calor intenso.
- C) las moléculas de disulfuros nunca pueden reorganizarse espontáneamente.
- D) los polímeros de azufre son incompatibles con muchos solventes orgánicos.
- E) la metátesis de trisulfuros se da a temperatura ambiente y sin catalizadores.

Solución:

El texto indica que la reacción de metátesis de trisulfuros ocurre espontáneamente a temperatura ambiente y sin necesidad de catalizadores, lo que muestra compatibilidad con condiciones suaves.

Rpta.: E

4. Con respecto a los trisulfuros, es incompatible afirmar que
- A) su reacción requiere condiciones adecuadas y sin presiones.
 - B) estos pueden reorganizarse sin la necesidad de calor ni de luz.
 - C) antes se necesitaban altas temperaturas para que reaccionaran.
 - D) la reacción de metátesis de trisulfuros es reversible y rápida.
 - E) no intercambian fragmentos al disolverse en dimetilformamida.

Solución:

El texto señala claramente que al disolver trisulfuros en dimetilformamida se produce la reorganización espontánea.

Rpta.: E

5. Si la temperatura ambiente fuera de condiciones extremas,
- A) la reacción seguiría ocurriendo rápida y espontáneamente como antes.
 - B) sería necesario aplicar calor o luz para que los trisulfuros reaccionaran.
 - C) la metátesis de los trisulfuros dejaría de ser una reacción reversible.
 - D) algunos de los polímeros podrían dejar de contener enlaces trisulfuro.
 - E) la calicheamicina tendría otras propiedades además de la antitumoral.

Solución:

El texto resalta que la espontaneidad de la reacción depende de que ocurra a temperatura ambiente. Si se cambiara este dato (por ejemplo, aumentando o disminuyendo la temperatura fuera de condiciones adecuadas), la reacción probablemente requeriría ayuda externa (calor o luz), que es lo que ocurría históricamente con los trisulfuros.

Rpta.: B

SECCIÓN B

TEXTO 1

La puntuación **Elo** de un ajedrecista está representada mediante un número basado en la actuación de ese jugador en partidas evaluadas disputadas previamente. Después de cada partida evaluada, el Elo de ambos jugadores varía en función del resultado del encuentro. Uno de los aspectos más fascinantes de este sistema de puntuación es precisamente el cálculo del resultado probable de las partidas de ajedrez; para ello, se tienen también en cuenta las posibles fluctuaciones en el rendimiento de un jugador. De vez en cuando, podemos tener un mal día en el que jugamos a un nivel bajo. Incluso si estamos en plena forma, existe la posibilidad de cometer un error grave que nos haga perder la partida. Un ajedrecista con un Elo inferior al de su adversario puede por supuesto derrotar a ese oponente, y el sistema de puntuación Elo calcula precisamente la probabilidad de que eso ocurra. Sin embargo, si ambos jugadores se enfrentan en un match a varias partidas, lo esperado es que el jugador de mayor Elo gane la mayoría de ellas.

Otra característica de modo de puntuar es que la diferencia de Elo entre ambos oponentes determina cuántas partidas puede ganar y perder cada uno de ellos. Dado que lo lógico es que el jugador de nivel superior salga victorioso, este no recibe muchos puntos Elo en caso de conseguir el triunfo contra un ajedrecista de una categoría bastante inferior a la suya. Asimismo, su adversario no pierde muchos puntos Elo por la derrota, ya que sigue siendo el resultado esperado. Una victoria esperada contra un rival muy inferior puede reportar pocos puntos Elo o incluso cero al ganador. Por otro lado, si es el jugador de nivel

inferior el que gana la partida, este resultado cobra una relevancia mucho mayor, ya que no es lo esperado, y como recompensa suma una buena cantidad de puntos Elo a su Elo actual. El ajedrecista de mayor puntuación, por el contrario, recibe una penalización más notable, perdiendo unos valiosos puntos Elo por la derrota. Una derrota contra un oponente de Elo muy inferior supone la pérdida de una buena cantidad de puntos. Se requieren varios cálculos matemáticos complejos para determinar la cantidad exacta de puntos Elo que un jugador gana o pierde tras una partida.



ELO?
QUÉ ES Y CÓMO SE USA

El sistema de puntuación Elo es un método matemático de comparación basado en cálculo estadístico. Creado por Árpád Emrick Élo. Implementado por FIDE en 1970 y en CR en 1974

La expectativa
Cuando dos jugadores de ajedrez se enfrentan podemos calcular basados en su rating Elo el resultado de ese encuentro.

La corrección
Es la diferencia que obtenemos entre la expectativa que se tenía antes del encuentro y el resultado del mismo.

La realidad
Es el resultado del encuentro, ya sea que alguno de ellos ganó o hicieron tablas.

El factor K
Es el peso que va a tener la corrección sobre el rating de un jugador, o sea, un factor K pequeño genera un cambio menor, mientras que uno grande afectará en mayor medida el rating Elo del jugador.

K

K

FCA

Sistema de puntuación Elo. <https://www.chess.com/es/terms/sistema-puntuacion-elo-ajedrez>

1. ¿Cuál es el tema central del texto?

- A) El Elo como la regla más compleja del ajedrez moderno y su uso
- B) Estrategias para ganar partidas de ajedrez de alto nivel usando Elo
- C) El funcionamiento y cálculo del sistema de puntuación Elo en ajedrez
- D) La influencia del estrés por Elo en el rendimiento de los ajedrecistas
- E) La organización de torneos de ajedrez con el uso del sistema Elo

Solución:

El texto describe cómo se calcula la puntuación Elo, cómo varía según el resultado de las partidas y cómo la diferencia de Elo entre jugadores afecta las ganancias y pérdidas de puntos.

Rpta.: C

2. En el texto, el término ELO connota la

- A) destreza o habilidad relativa de un jugador de ajedrez.
- B) cantidad de torneos ganados por cualquier ajedrecista.
- C) duración promedio de las partidas rápidas de ajedrez.
- D) técnica de apertura y cierre puntuados en el ajedrez.
- E) capacidad internacional de los ajedrecistas por puntos.

Solución:

El texto define el Elo como un número que refleja la actuación pasada de un jugador y que sirve para calcular probabilidades de victoria.

Rpta.: A

3. Se puede inferir de la imagen que

- A) el nombre del puntaje Elo proviene de los nombres del creador.
- B) el factor K es de valor intrascendente para cualquier jugador.
- C) hay posibilidad de llegar a un empate en las partidas de ajedrez.
- D) solo los caballos, en el ajedrez, pueden luchar y matarse entre sí.
- E) nunca se puede calcular el resultado de un juego de ajedrez.

Solución:

La realidad es que alguno de los jugadores puede ganar o ambos hacer tablas, es decir, quedar empates.

Rpta.: C

4. Con respecto al Elo, se puede inferir que

- A) la victoria se calcula solo por el número de piezas capturadas.
- B) todos los jugadores de ajedrez reciben el mismo Elo al iniciar.
- C) las partidas amistosas no afectan la puntuación Elo en absoluto.
- D) el rendimiento de un jugador en un único día puede afectar su Elo.
- E) la diferencia de Elo no influye en las probabilidades de la victoria.

Solución:

El texto menciona que “de vez en cuando, podemos tener un mal día” y que esto influye en el resultado, afectando la puntuación Elo. Esto permite inferir que el rendimiento diario impacta el Elo.

Rpta.: D

5. Si el creador del sistema de puntuación se hubiera llamado Ranking,

- A) se seguiría calculando las posibilidades de victoria, pero con otro nombre.
- B) los cálculos no serían necesarios y se basarían en un orden de mérito.
- C) los jugadores nunca perderían puntos por derrotas y todo se acumularía.
- D) la diferencia entre los jugadores dejaría de influir en el número de victorias.
- E) la forma de realizar los cálculos probabilísticos podría cambiar totalmente.

Solución:

Cambiar la palabra «Elo» por «Ranking» solo altera la denominación; el concepto del sistema de puntuación y los cálculos matemáticos permanecen.

Rpta.: A

TEXTO 2**TEXTO A**

La dieta BARF presenta varias ventajas o beneficios en comparación con el alimento concentrado. Uno de los primeros beneficios que se observan cuando se hace la transición de un tipo de alimentación con procesados o concentrado a la dieta BARF es un pelaje más sano, fuerte y brillante; las dietas BARF tendrían una digestibilidad significativamente mayor para la proteína cruda (pero no para la grasa, la energía o la materia seca). De otro lado, la Federación Europea de Fabricantes de Alimentos para Animales de Compañía (Fediaf) elaboró y publicó en el año 2017 un libro en el que reunía una serie de Guías nutricionales para alimentos completos y complementarios para perros y gatos en el que señalaba que la dieta BARF proporciona un alimento de buen olor y sabor, por lo que estimula el apetito de las mascotas en general, y especialmente el de aquellas que tienen un apetito caprichoso al hacer que prueben nuevos sabores. Si bien este es un importante beneficio de la dieta BARF, no es el único pues al ser un alimento cuyo principal ingrediente es la carne cruda tiene un buen aporte de agua, lo cual favorece el funcionamiento de los riñones de la mascota. A estos beneficios se suma, en el caso de las dietas frescas suplementadas con hueso, la posibilidad que brinda este alimento de controlar la placa dental y el desarrollo de la enfermedad periodontal mediante una acción mecánica que elimina el sarro y el cálculo.

De otra parte, se observa que las mascotas son más sanas y longevas, porque la ingesta de alimentos que no contienen **químicos** ni son procesados reduce o retrasan las posibilidades de desarrollar artritis o problemas en los huesos por pérdida mineral; asimismo, las mascotas que se alimentan con una dieta evolutiva viven mucho más porque tienen menos posibilidades de desarrollar cáncer o cualquier enfermedad degenerativa que sus homólogos que son alimentados con alimentos industrializados.

TEXTO B

La dieta BARF, así como otras dietas preparadas a mano, también corren el riesgo de provocar desequilibrios nutricionales, especialmente cuando no han sido supervisadas por nutricionistas veterinarios y/o cuando no se es riguroso con las cantidades y control de ingredientes. Las dietas BARF suelen ser propensas a tener desbalances de calcio/fósforo y deficiencias/toxicidades en ciertas vitaminas, como deficiencia en vitamina E o hipervitaminosis A. Además, la poca cantidad de fibra y el consumo de huesos puede generar estreñimiento. Otro hecho preocupante de esta dieta es el riesgo de infección e infestación por patógenos y parásitos, especialmente cuando no hay un manejo adecuado y cuando los gatos no tienen un sistema inmune competente. Frecuentemente, la carne y productos animales crudos llevan cantidades importantes de patógenos o potencialmente patógenos, como podrían ser E. coli, Salmonella, Listeria, Toxoplasma o Sarcocystis. A pesar de que los alimentos secos y comida húmeda también puedan llevar carne y productos animales, el tratamiento térmico elimina la mayoría de estas amenazas. Además del riesgo que estas posibles contaminaciones pueden representar para los perros, las personas convivientes también pueden verse afectadas mediante el lamido o el contacto con superficies en contacto con las heces del perro o la comida cruda. Esto se debe a que los patógenos pueden quedar temporalmente en la boca o ser excretados por las heces, y es de especial cuidado en personas inmunocomprometidas, gente mayor, mujeres embarazadas o niños pequeños.

Otras preocupaciones con estas dietas, aunque infrecuentes, son los posibles riesgos asociados al consumo de huesos como fracturas de dientes o perforaciones en el tracto gastrointestinal. También hay que considerar los posibles componentes antinutritivos de algunos ingredientes crudos, como la avidina del huevo o las tiaminasas del pescado. Además, existe el riesgo de sufrir toxicidades por consumir tejido tiroideo presente en carne cruda del cuello/cabeza que pueda provocar tirotoxicosis, aunque aún no existen casos reportados. Una última consideración, es que la dieta BARF no es recomendable para perros que sufren enfermedad renal crónica, debido al alto contenido de proteína y fósforo.

1. El eje temático que relaciona a ambos textos es

- A) la explicación exclusiva de los beneficios nutricionales que aporta la carne cruda en perros y gatos domésticos.
- B) el análisis de las ventajas y riesgos asociados al uso de la dieta BARF en la alimentación de mascotas domésticas.
- C) la descripción histórica del origen de las dietas naturales utilizadas por los animales domésticos en Europa.
- D) la comparación científica entre el sistema digestivo humano y el de los animales domésticos alimentados con carne cruda.
- E) el estudio general de las ventajas y desventajas de la dieta BARF con respecto a la alimentación de los perros.

Solución:

Ambos textos tratan sobre la dieta BARF, pero desde perspectivas distintas. El texto A destaca sus beneficios, como mejor pelaje, mayor digestibilidad de proteínas y posible reducción de enfermedades. El texto B, en cambio, expone riesgos y problemas potenciales, como desequilibrios nutricionales o infecciones por patógenos.

Rpta.: B

2. En el texto, el término QUÍMICOS connota

- A) sustancias artificiales presentes en alimentos industrializados que se asocian con efectos negativos para la salud.
- B) elementos naturales que forman parte del metabolismo de los animales y permiten una digestión más eficiente.
- C) nutrientes esenciales como vitaminas y minerales que deben añadirse a los alimentos caninos de forma obligatoria.
- D) sustancias medicinales curativas utilizadas para tratar enfermedades frecuentes en perros y gatos domésticos.
- E) componentes naturales de la carne cruda que aportan sabor, olor, textura y estimulan el apetito de las mascotas.

Solución:

El término *químicos* tiene una connotación negativa, asociada a aditivos artificiales o sustancias propias de alimentos industrializados.

Rpta.: A

3. Es compatible con ambos textos decir que

- A) la dieta BARF garantiza que todos los animales tengan una nutrición perfectamente equilibrada, ya sea gato o perro.
- B) la dieta BARF elimina los riesgos de enfermedades en los animales domésticos gracias a su proceso industrializado.
- C) las dietas industrializadas contienen necesariamente microorganismos patógenos perjudiciales para las mascotas.
- D) la dieta BARF incluye carne cruda y otros ingredientes naturales como base principal de la alimentación de mascotas.
- E) los alimentos secos siempre son más peligrosos que los alimentos preparados con ingredientes crudos como carnes o huesos.

Solución:

En el texto A, se afirma claramente que el principal ingrediente de la dieta BARF es la carne cruda, mientras que el texto B también reconoce que esta dieta se basa en productos animales crudos.

Rpta.: D

4. Es incompatible con respecto a los riesgos de la dieta BARF sostener que

- A) el consumo de huesos puede contribuir al control de placa dental mediante una acción mecánica.
- B) esta dieta puede estimular el apetito de mascotas que presentan comportamiento alimentario selectivo.
- C) la dieta BARF siempre evita la presencia de microorganismos peligrosos en la carne cruda.
- D) algunas dietas BARF pueden provocar desequilibrios nutricionales si no están bien supervisadas.
- E) el consumo de carne cruda puede implicar exposición a patógenos como Salmonella o E. coli.

Solución:

El Texto B señala que la carne cruda puede contener patógenos como Salmonella o E. coli.

Rpta.: C

5. Si la dieta BARF tuviera un bajo contenido de proteínas, probablemente

- A) la carne cruda dejaría automáticamente de contener microorganismos.
- B) aumentaría necesariamente algún riesgo de infecciones bacterianas.
- C) desaparecerían con rapidez los posibles desequilibrios nutricionales.
- D) el consumo de huesos podría producir muchas más fracturas dentales.
- E) no representaría un riesgo para perros con enfermedad renal crónica.

Solución:

El Texto B afirma que la dieta BARF no es recomendable para perros con enfermedad renal crónica debido a su alto contenido de proteína y fósforo.

Rpta.: E

TEXTO 3

El legado de Schopenhauer no se limita a la filosofía. Es maravilloso que en los artistas haya dejado una profunda huella. Schopenhauer fue el maestro filosófico de músicos, poetas y narradores. Incluso, los artistas se tomaron con más seriedad las obras de este autor que la misma academia de filósofos; estos últimos más volcados a Hegel y Marx. Por ejemplo, el libro *El mundo como voluntad y representación* fue leído con entusiasmo por el célebre poeta Goethe. También, influyó a otros autores en las letras como Tolstoi, Turguénev, Nietzsche, Mann, Unamuno, Baroja y Borges. En la música, fue más determinante que cualquier filósofo. Influyó a muchos de los más grandiosos músicos y compositores de la historia: Wagner, Schönberg, Tchaikovsky y Mahler.

Entre estos, el músico más reconocido, por su devoción a la obra del filósofo, es Wagner. Dice Safranski «todavía en tiempos de Schopenhauer, Richard Wagner se había apropiado con entusiasmo de lo que esta filosofía de la música tiene de halagador para un músico. Por otra parte, hasta había pretendido mejorar a Schopenhauer: quería –¿a quién puede asombrarle?– redimir la voluntad por medio del amor». El entusiasmo de Wagner por la filosofía de Schopenhauer se evidencia en lo sublime y conmovedor de sus composiciones. A un oyente que profundice en la música de Wagner lo invade un sentimiento **dionisiaco**. Esto también puede describirse como un sentimiento oceánico, en la terminología de Freud, quien usó dicho término para describir una experiencia religiosa. En Wagner, los tonos tienden a elevarse a lo más alto posible, a liberar sentimientos dionisiacos. Intenta que el oyente monte con las valquirias y entre a la instancia de los dioses. Aun así, con toda la admiración y dedicación al estudio del filósofo, Wagner no logró ser muy cercano a Schopenhauer. Safranski dijo que Wagner admiró a Schopenhauer por el resto de su vida. Un ejemplo de esto es que Nietzsche lo criticó por la influencia schopenhaueriana en sus obras de arte. Lo que pretendía hacer en su obra, incorporando el pensamiento de Schopenhauer, se fundamenta en la experiencia estética como redentora de la humanidad y como afirmadora del amor. El biógrafo de Wagner, Penella, afirma que «leyó con entusiasmo la obra de Schopenhauer y siguió adelante. Acaso el nirvana del filósofo guardaba algún parentesco con su propio anhelo de redención por el amor». Lo cual era cierto y radicaba en la redención de la humanidad en la ascesis estética.

En la historia de la filosofía sus más grandes discípulos fueron Mainländer y Nietzsche, también muchos otros, como Hartman, Freud, Wittgenstein y Cioran. En especial, Nietzsche seguiría con un inmensurable aprecio a la música. Dice el autor «¡Qué poco se requiere para ser feliz! El sonido de una gaita. –Sin música la vida sería un error. ¡El alemán se imagina a Dios mismo cantando canciones!». Nietzsche hereda de Schopenhauer el sentimiento dionisiaco de la música. Concibe la existencia como una experiencia estética. Lo dionisiaco es la fuerza ciega de la naturaleza, que es una sinfonía sin fin. Aunque Nietzsche rompe con los fundamentos pesimistas de Schopenhauer y niega toda la metafísica tradicional, conserva la concepción de la naturaleza como una fuerza ciega y pulsional, a la que se afirma. Si Schopenhauer niega la voluntad y su principio de individuación, Nietzsche afirma la voluntad y el principio de individuo, de aquí nace la voluntad de poder. De esta manera, para Nietzsche, la música emana de la naturaleza como una fuerza afirmadora. La música no sería una experiencia metafísica, sino que, siendo immanente, es un puro sentimiento dionisiaco.

Alvarado, O. y García, H. (2025). La música como experiencia filosófica en Schopenhauer.
<https://revistas.uniguajira.edu.co/rev/index.php/entre/article/view/e15161462>

1. ¿Cuál es el tema central del texto?

- A) La crítica filosófica de Nietzsche hacia Wagner y su ruptura definitiva con toda tradición metafísica musical de Schopenhauer
- B) El desarrollo histórico de la música romántica europea y su independencia respecto de los planteamientos filosóficos del siglo XIX
- C) La influencia de Schopenhauer, especialmente en música, en diversos artistas y filósofos, como R. Wagner y F. Nietzsche
- D) El predominio de la academia filosófica alemana en el estudio de Hegel y Marx frente a las corrientes estéticas de Schopenhauer
- E) La evolución del concepto musical de voluntad en la filosofía moderna y su aplicación en la teoría estética contemporánea

Solución:

El texto gira en torno a la influencia de Schopenhauer en diferentes ámbitos culturales, sobre todo en artistas, músicos y algunos filósofos, destacando casos como Wagner y Nietzsche.

Rpta.: C

2. En el texto, el término DIONISIACO connota

- A) una doctrina religiosa organizada que busca explicar la epifanía de la relación entre la divinidad y la creación artística humana.
- B) un sentimiento intenso y desbordante vinculado a la música y a la fuerza natural que provoca experiencias estéticas profundas.
- C) un método racional de interpretación filosófica destinado a comprender la metafísica tradicional europea por medios estéticos.
- D) una escuela musical técnica nacida en Grecia que se caracteriza por la precisión formal y el rechazo a la emoción estética.
- E) una tradición filosófico-literaria clásica dedicada a la exaltación del orden moral y del sentimiento de la música decimonónica.

Solución:

El texto describe lo dionisiaco como una fuerza natural intensa, emocional y estética, vinculada a la música y a una experiencia profunda que invade al oyente; incluso lo relaciona con el sentimiento oceánico y con una fuerza ciega de la naturaleza.

Rpta.: B

3. Es compatible con respecto a Schopenhauer señalar que

- A) él propone negar la voluntad, mientras que Nietzsche la afirma y desarrolla la idea de voluntad de poder.
- B) Wagner rechaza la influencia de Schopenhauer en su obra artística y en toda su concepción musical.
- C) la música carece de valor filosófico trascendental dentro de la experiencia ecuménica y estética humana.
- D) acepta, como Freud, la inexistencia de un sentimiento oceánico en las experiencias religiosas evangélicas.
- E) considera, como Mahler, que la música debe separarse de toda dimensión emocional por considerarla amoral.

Solución:

El texto afirma explícitamente la oposición entre Schopenhauer y Nietzsche: el primero niega la voluntad, mientras el segundo la afirma, lo que da origen a la voluntad de poder.

Rpta.: A

4. Con respecto a la filosofía, se puede inferir que

- A) la estética musical depende únicamente de las innovaciones técnicas en la composición sonora nacidas en ámbitos filosóficos.
- B) la filosofía de la música adquiere importancia histórica cuando se desarrolla exclusivamente dentro de universidades europeas.
- C) la música es incapaz de transmitir ideas filosóficas o experiencias relacionadas con la naturaleza humana por ser irracional.
- D) los artistas del siglo XIX rechazaban sistemáticamente cualquier influencia de pensadores filosóficos si estos contradecían a Hegel.
- E) las ideas filosóficas pueden influir profundamente en la creación artística incluso más que en la reflexión académica formal.

Solución:

El texto menciona que los artistas tomaron más en serio a Schopenhauer que la propia academia filosófica, lo que permite inferir que las ideas filosóficas pueden impactar profundamente en la creación artística.

Rpta.: E

5. Si Wagner no hubiera leído con entusiasmo a Schopenhauer, probablemente

- A) la academia filosófica habría adoptado de inmediato el pensamiento de Schopenhauer como doctrina dominante.
- B) Nietzsche habría abandonado completamente su interés musical y filosófico por la música wagneriana.
- C) Goethe habría dejado de considerar relevante para el arte el libro *El mundo como voluntad y representación*.
- D) la influencia de la filosofía de Schopenhauer en la obra musical de Wagner habría sido menor o inexistente.
- E) la obra musical de Wagner habría dejado de tener un contenido profundamente filosófico en sus bases.

Solución:

El texto establece una relación directa entre el entusiasmo de Wagner por Schopenhauer y la influencia de esta filosofía en su música. Si ese dato cambiara, la influencia filosófica de este autor en su producción artística probablemente se reduciría o desaparecería.

Rpta.: D

SECCIÓN C

PASSAGE 1

The search for the wreckage of Malaysia Airlines flight MH370 will resume on 30 December, over a decade after the aircraft with 239 people on board vanished, Malaysian authorities have said. This fresh search, which will run for 55 days, had begun in March but was suspended shortly after because of 21re weather conditions. “The latest development underscores the [Malaysia’s] commitment to providing closure to the families affected by this tragedy,” the transport ministry said on Wednesday, according to local media.

Flight MH370, a Boeing 777, disappeared in 2014 while travelling from Kuala Lumpur to Beijing and sparked the largest search in aviation history. Exploration firm Ocean Infinity is leading the current search under a “**no find, no fee**” arrangement. It will receive \$70m (£56m) if the wreckage is found, Transport Minister Loke Siew Fook earlier said. Previous attempts include a multinational search involving 60 ships and 50 aircraft from 26 countries, which ended in 2017, and a 2018 effort by Ocean Infinity ended after three months. Flight MH370 lost contact with air traffic control 21re 21re an hour after take-off on 8 March 2014, and radar showed it had deviated from its original flight path.

It remains one of the greatest aviation mysteries, which continues to haunt the families of those on board. Over the years, many had called for a new search, noting their struggle to find closure. The incident has also given rise to a host of conspiracy theories, including speculation that the pilot had deliberately brought the plane down or that it had been hijacked. An investigation in 2018 found that the plane’s controls were likely deliberately manipulated to take it off course, but 21rew no conclusions behind it. Investigators said at the time that “the answer can only be conclusive if the wreckage is found”.

Kelly Ng. (2025). Search for long-missing Malaysia Airlines flight MH370 to resume.
<https://www.bbc.com/news/articles/cy7v077dm0po>

1. What is the central topic of the text?
 - A) The competition among private underwater exploration companies for international rescue contracts
 - B) The economic impact caused by the disappearance of flight MH370 on international airlines and Asian tourism
 - C) The technological innovations developed by maritime companies to locate aircraft wreckage in the ocean
 - D) The training of Malaysia Airlines pilots and the safety protocols used on long-distance flights
 - E) The resumption of the search for flight MH370 in hopes of finding the missing aircraft and providing closure to the families

Solution:

The text mainly focuses on the resumption of the search for flight MH370 after more than ten years, as well as the intention of finding the aircraft and providing closure to the families of the victims.

Answer: E

2. In the text the expression NO FIND, NO FEE connote that
- A) the search company will only receive payment if it manages to find the wreckage of the missing aircraft.
 - B) the company may suspend the search at any time without informing the Malaysian government.
 - C) the families of the victims must pay the exploration costs if the aircraft is discovered.
 - D) the Malaysian government will pay the total cost of the search before the operation begins.
 - E) the exploration company will receive a smaller compensation if only parts of the aircraft are found.

Solution:

The text states that Ocean Infinity will receive 70 million dollars only if the wreckage is found, which reflects the meaning of the expression “no find, no fee” (if nothing is found, no payment is made).

Answer: A

3. Identify a statement that is compatible with the text.
- A) The official investigation definitively confirmed that the pilot intentionally crashed the aircraft.
 - B) The new search aims to help families find closure regarding the disappearance of flight MH370.
 - C) The aircraft was found a few months after its disappearance thanks to a multinational operation.
 - D) Investigators completely ruled out every conspiracy theory related to the case.
 - E) Flight MH370 disappeared after making an emergency landing in another Asian country.

Solution:

The text states that the search aims to provide closure to the families affected by the tragedy.

Answer: B

4. Identify an inference that can be drawn from the text.
- A) The aircraft wreckage had already been previously identified by international investigators.
 - B) The Malaysian government already knows the exact cause of the aircraft's disappearance.
 - C) All theories about the disappearance have been scientifically proven to be true.
 - D) The investigation concluded that the aircraft crashed due to a confirmed mechanical failure.
 - E) Finding the aircraft wreckage could finally help determine what happened to flight MH370.

Solution:

The text states that the answer about what happened can only be conclusive if the wreckage is found.

Answer: E



5. If the search will lasted 55 days,
- A) all conspiracy theories would disappear in those days.
 - B) the aircraft would disappear again from the ocean.
 - C) flight MH370 would never have taken off from Kuala Lumpur.
 - D) there would be less time to explore the area.
 - E) countries involved would permanently cancel the investigation.

Solution:

Reducing the duration of the search would reduce the time available to explore the possible location of the aircraft, which could decrease the chances of finding the wreckage.

Answer: D

PASSAGE 2

You might have noticed the word Therian popping up on your social media. The trend quickly went viral in countries in Latin America, with young people sharing videos and memes of their identification with animals, with these videos quickly spreading throughout the internet and reaching the phones of anyone who consumes Spanish-speaking content. In dozens of videos shared on platforms, young adults are seen wearing tails and masks of animals as they recreate their actions in parks and streets. Therians appear to be an identity.

According to people who adopt it, they share a **deep connection** with a specific animal that forms throughout their lives. Some of the most popular examples are wolves, dogs, felines, and even llamas, with videos online showing young men and women imitating or mimicking the behaviors of their chosen animals. People who identify as therians know that they are not biologically these animals, making it clear that they simply identify with them psychologically and spiritually. While it may be new to see videos on TikTok, Instagram, and YouTube of teens sharing their allegiance to a specific animal, the therian identity is not new. The term comes from therianthropy, which can be interpreted as the union of the words therion, standing for beast or savage animal, and anthropos, which stands for human. The overall word represents the ability to spiritually embody an animal and its traits.

While therians are easily confused with furies, another popular online trend, there are some marked differences between the two. The furry fandom is a subculture that elevates anthropomorphic animals, so animal characters with human characteristics, like the characters from "Zootopia," who walk on two feet and act like humans. Therians are all about the psychological and internal aspects of their chosen animal. And while people seem to be very concerned with this new development and the adoption of a new identity, a quick scroll through social media suggests that while it may be serious for some, for others, it's simply another trend that makes a young demographic laugh, leaving older generations puzzled as to something they don't understand.

1. What is the central theme of the text?

- A) The spread on social media of the therian identity and the explanation of identifying psychologically and spiritually with an animal
- B) A scientific analysis of whether young people can physically transform into animals through biological changes
- C) A social criticism of digital platforms for allowing viral trends related to animals
- D) A historical comparison between the furry culture and ancient myths about humans turning into beasts
- E) A description of parks and streets where young people perform recreational activities related to animals

Solution:

The text explains what the therian identity is, how it has become viral on social media, and how it involves a psychological and spiritual identification with a specific animal. It also mentions examples, its etymology, and the difference from furies.

Answer: A

2. The expression DEEP CONNECTION connote

- A) a biological bond that allows humans to develop physical traits similar to certain animals.
- B) a lasting psychological and spiritual relationship that makes a person strongly identify with a specific animal.
- C) a temporary preference for popular animals that appears mainly in humorous videos.
- D) a marketing strategy used by influencers to attract followers interested in pets.
- E) advanced scientific knowledge about animal behavior acquired through academic study.

Solution:

The text states that therians know they are not biologically animals, but they feel a strong psychological and spiritual bond with one. Therefore, "deep connection" refers to this internal identification rather than any biological transformation or marketing strategy.

Answer: B

3. Provide a compatibility derived from the text about therians.

- A) Social media platforms have banned videos of young people imitating animals in public spaces.
- B) Therians believe their bodies physically transform into the animal they represent in videos.
- C) Both furies and therians believe animals should replace humans in modern society.
- D) Therians recognize that they remain biologically human while maintaining a spiritual identification with an animal.
- E) All young people in Latin America have adopted the therian identity as a dominant culture.

Solution:

The text explicitly states that therians know they are not biologically animals, but identify psychologically and spiritually with them. This coexistence between human biology and animal identification is consistent with the text.

Answer: D

4. Provide an inference that can be drawn from the text.
- A) Educational authorities are officially promoting the therian identity in schools.
 - B) All social media users believe the therian identity is only entertainment without personal meaning.
 - C) Viral social media trends can spread identities or subcultures that some generations do not fully understand.
 - D) Most adults actively participate in therian communities online.
 - E) The animals appearing in the videos were trained to imitate human behavior.

Solution:

The text notes that the trend spreads among young people while older generations remain puzzled, allowing the inference that social media spreads cultural trends that not everyone fully understands.

Answer: C

5. If therians didn't know they are not biologically animals
- A) It could lead to the belief that some people think they actually transform into animals.
 - B) Social media platforms would immediately stop spreading any animal-related content.
 - C) Young people would stop posting videos imitating animal behavior online.
 - D) Movies with anthropomorphic animals would completely disappear from cinema.
 - E) Older generations would suddenly understand all digital trends without confusion.

Solution:

The text clarifies that therians do not believe they are biologically animals. If that information changed, it could logically lead to the interpretation that some people believe in a real physical transformation into animals.

Answer: A

HABILIDAD LÓGICO MATEMÁTICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Luis le dice a su hijo Gonzalo que le dará 10 veces el mínimo valor de M en soles,

$$M = \frac{a + \sqrt{a} + 1}{\sqrt{a}}, \quad a > 0.$$

¿Qué cantidad de dinero recibió Gonzalo si encontró el valor pedido?

- A) S/ 30 B) S/ 20 C) S/ 10 D) S/ 40 E) S/ 50

Solución:

$$M = \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}} + 1 \geq 2 + 1 = 3 \rightarrow M_{\min} = 3$$

Luego, Gonzalo recibe S/ 30.

Rpta.: A

2. Una empresa tiene k tiendas, donde trabajan en total 10k empleados. En ninguna de las tiendas trabaja menos de $k+2$ empleados ni más de $3(k+1)$. Si el mayor número de empleados que hay en cuatro tiendas es 43, halle el mayor valor de k .

- A) 6 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

Solución:

Para tener el mayor número de empleados en 4 tiendas se debe tener el menor número de empleados en $(K-4)$ tiendas, por lo tanto, se tiene

$$10K - (K+2)(K-4) = 43, \text{ entonces } k = 7 \text{ o } k = 5.$$

Rpta.: C

3. Ciro desea iniciar un negocio de venta de camisas. Él sabe que podrá venderlas a razón de dos por S/ 100 o a tres por S/ 120. Él puede comprarlas a razón de tres por S/ 100 o a cuatro por S/ 120; además, solo puede comprar dos decenas o dos docenas de camisas. ¿Cuál sería la máxima ganancia que podría obtener, asumiendo que vende toda su mercadería?

- A) S/ 480 B) S/ 420 C) S/ 360 D) S/ 380 E) S/ 400

Solución:

Ganancia = Ingreso total de dinero – Costo total

Ganancia = (precio de venta).(cantidad) – (precio de costo).(cantidad)

Para tener ganancia máxima, el precio de venta debe ser máximo y el precio de costo lo menor posible. La cantidad de camisas conviene que sea lo mayor posible.

Luego:

Precio de venta máximo: dos por S/ 100 $\rightarrow$ c. u. S/ 50

Precio de costo mínimo: 4 por S/ 120 $\rightarrow$ c. u. S/ 30

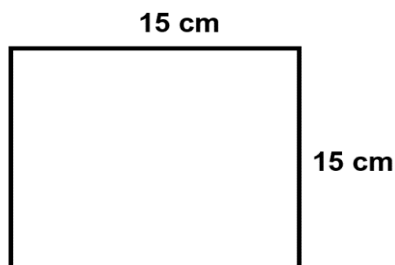
Cantidad: 2 docenas $\rightarrow$ 24 camisas

Así: Ganancia máxima = $50 \times 24 - 30 \times 24 = \text{S/ } 480$

Rpta.: A

4. Carlos tiene una estructura hecha de alambre de forma cuadrada, tal como se muestra en la figura, y con dicho alambre desea construir dos objetos: uno en forma de hexágono regular y el otro en forma de triángulo equilátero, sin que sobre alambre y de modo que la suma de las áreas que encierran dichos objetos poligonales sea la mínima posible. ¿Cuánto mide el lado del hexágono regular?

- A) 5 cm
B) 3,2 cm
C) 5,1 cm
D) 4 cm
E) 4,3 cm



Solución:

Sean x : medida del lado del hexágono regular

m : medida del lado del triángulo equilátero

Como debe usar todo el alambre para construir esos dos polígonos entonces

$$6x + 3m = 60 \rightarrow m = 20 - 2x \text{ pero } 20 - 2x > 0 \rightarrow 0 < x < 10$$

$$\text{También } A_{\text{HEXAGONO}} = \frac{3\sqrt{3} x^2}{2} \text{ y } A_{\text{TRIANGULO}} = \frac{3\sqrt{3} m^2}{4}$$

$$A_{\text{TRIANGULO}} = \frac{3\sqrt{3} (20-2x)^2}{4} = \sqrt{3} (10-x)^2$$

$$\text{Luego } A(x) = A_{\text{HEXAGONO}} + A_{\text{TRIANGULO}} = \sqrt{3} \left[\frac{3x^2}{2} + (10-x)^2 \right]$$

$$\rightarrow A(x) = \left[\frac{5\sqrt{3}x^2}{2} - 20\sqrt{3}x + 100\sqrt{3} \right]$$

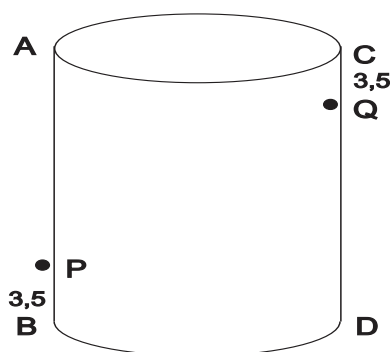
$$\rightarrow A(x) \text{ es mínimo cuando } x = -\frac{b}{2a} = \frac{-20\sqrt{3}}{2(\frac{5\sqrt{3}}{2})}$$

$\therefore$ La longitud del lado del hexágono es 4 cm.

Rpta.: D

5. Una hormiga se halla en el punto exterior P de un recipiente con forma de un cilindro circular recto sin tapa, a 3,5 cm de la base inferior, y en el punto interior Q hay una gota de miel, a 3,5 cm de la base superior. Además, $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son generatrices opuestas. Si la altura del cilindro es 12 cm y el radio de la base es $\frac{16}{\pi}$ cm, halle el recorrido mínimo que realiza la hormiga para alcanzar la miel.

- A) 22 cm
B) 21 cm
C) 20 cm
D) 19 cm
E) 18 cm



Solución:

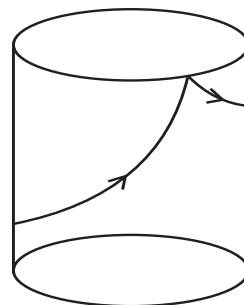
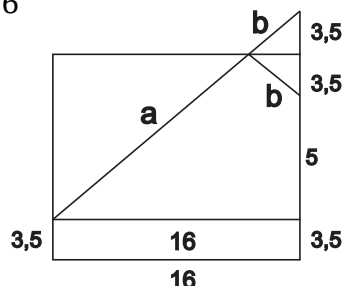
1) En la figura se muestra el recorrido sobre la superficie cilíndrica.

2) De la figura: $x = a + b$

3) El radio de la base es: $\pi r = \pi \left(\frac{16}{\pi} \right) = 16$

4) Por Pitágoras: $x^2 = 16^2 + 12^2$

Luego: $x = 20$



Rpta.: C

6. En la figura, ABC es un triángulo en un plano cartesiano cuyas coordenadas son A (-10, -7), B (-3, -1), C(-1,-5). Si A'B'C' es el triángulo simétrico del triángulo ABC con respecto a la recta $x = 6$, halle la suma de las abscisas de los vértices A' y C'.

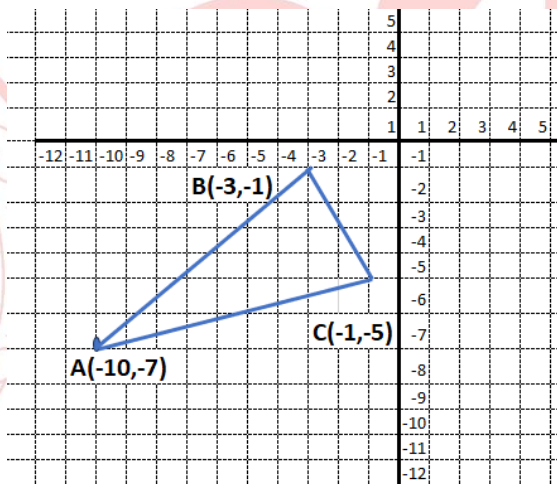
A) 35

B) 40

C) 28

D) 30

E) 45



Solución:

1er paso:

$$-(-10) + 2(6) = 22$$

$$A'(22, -7)$$

2do paso:

$$-(-3) + 2(6) = 15$$

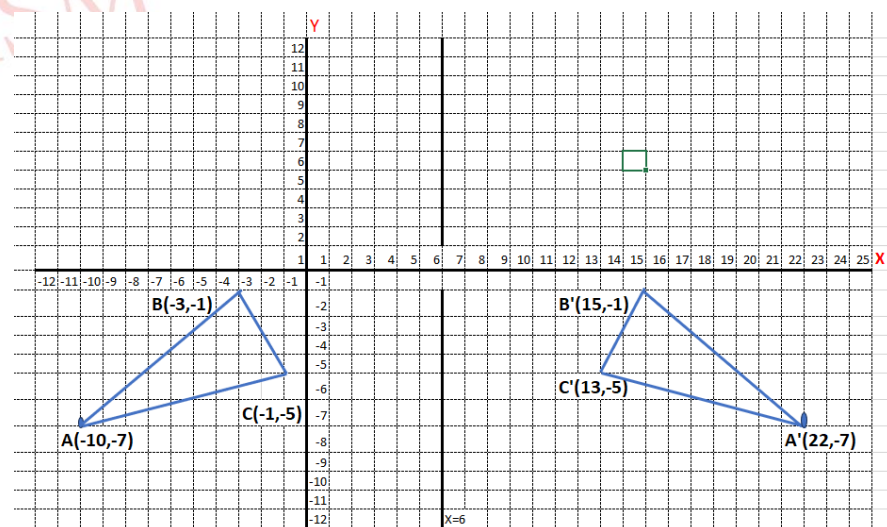
$$B'(15, -1)$$

3er paso:

$$-(-1) + 2(6) = 13$$

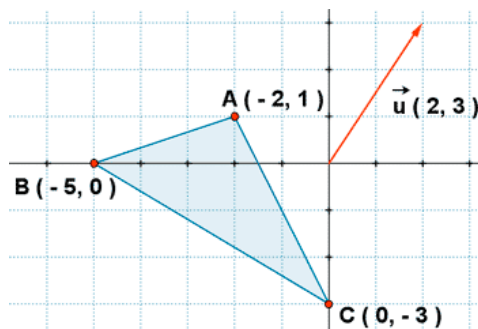
$$C'(13, -5)$$

La suma de las abscisas de los vértices A'C' = $22 + 13 = 35$



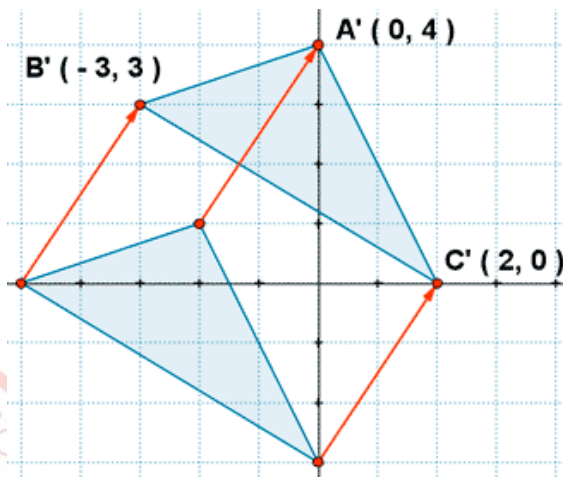
Rpta.: A

7. En la siguiente figura, se traslada el triángulo ABC, según la dirección y sentido del vector $\vec{u}$, una longitud de $\sqrt{13}$ unidades, por lo cual los vértices A, B y C se ubicarán en A', B' y C' respectivamente. Calcule la suma de las abscisas de los vértices A', B' y C'.



- A) -1 B) 2 C) -3
D) 1 E) 4

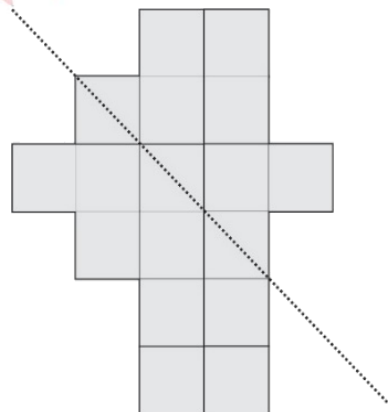
Solución:



$$\text{Suma} = -3 + 0 + 2 = -1$$

Rpta.: A

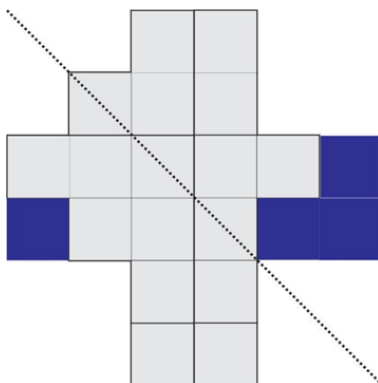
8. Sofia, con 21 fichas cuadradas adquiridas, ha formado una figura como la que se muestra. Si por cada ficha cuadrada que agrega paga S/ 5 soles, sin mover las fichas ya colocadas, ¿cuánto gastará en soles, como mínimo, para agregar fichas cuadradas, de modo que la línea que se indica sea un eje de simetría de la figura resultante?



- A) 10 B) 20 C) 15
D) 35 E) 25

Solución:

- 1) En la figura se indican las fichas necesarias que se deben de agregar para que la figura resultante sea simétrica con respecto del eje de simetría.



2) Debe pagar como mínimo = $4(5) = 20$ soles.

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. El número de billetes de S/ 50 que tiene Camila es 60 veces el número de billetes de S/ 50 que tiene Daniel, menos el triple del cuadrado del número de billetes de Daniel. ¿Cuál es la máxima cantidad de dinero en soles que podría tener Camila?

A) S/ 15 000 B) S/ 12 500 C) S/ 14 000 D) S/ 16 000 E) S/10 000

Solución:

Sea y el número de billetes de Daniel.

Sea x el número de billetes de Camila.

$$x = 60y - 3y^2$$

$$x = -3(y^2 - 20y)$$

$$x = -3(y - 10)^2 + 300$$

$$x = 300 - 3(y - 10)^2$$

$$x_{\text{máx}} = 300 \text{ billetes}$$

$$\text{monto en soles: } 300 \times 50 = \text{S/ } 15\,000.$$

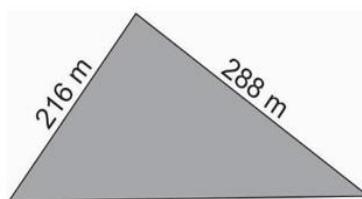
Rpta.: A

2. Iván tiene un terreno, como el que se muestra en la figura, cuyo borde tiene la forma de un triángulo rectángulo. Él desea cercar dicho terreno, para lo cual debe colocar postes igualmente espaciados con uno en cada vértice. Si cada poste cuesta S/ 15, y la distancia entre postes consecutivos debe ser de entre 10 y 20 m, ¿cuál es la inversión mínima en postes?

A) S/ 580 B) S/ 960

C) S/ 720 D) S/ 1020

E) S/ 840



Solución:

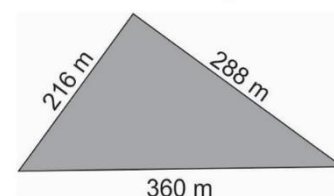
1. $\text{MCD}(216, 288, 360) = 72$

2. Distancia entre postes consecutivos es el mayor divisor de 72 entre 10 y 20

3. Distancia entre postes consecutivos es 18

4. Luego, el # de postes = $\frac{\text{PERIMETRO TRIANGULO}}{18} = \frac{864}{18} = 48$

5. Costo en postes = $15 \times 48 = \text{S/ } 720$



Rpta.: C

3. En una tienda, cada cliente puede comprar de 1 a 30 artículos; además, el costo de cada artículo es tantos soles como 30, menos el número de artículos comprados. Halle la venta máxima, en soles, que podría obtener el comerciante por la compra de un cliente.

A) S/ 225 B) S/ 311 C) S/ 315 D) S/ 325 E) S/ 320

Solución:

Nro artículos que puede comprar cada cliente: x

Costo cada artículo: $30 - x$

Costo total = $x(30 - x)$

Venta máxima: si $x = 30 - x \rightarrow x = 15$

Venta máxima = $15(15) = 225$

Rpta.: A

4. Arturito recibe una propina de S/ 10,80 en monedas de S/ 1, S/ 2, S/ 0,50, S/ 0,20 y S/ 0,10. ¿Cuál será la mayor cantidad de monedas que puede recibir utilizando los cinco tipos de monedas? Dé como respuesta la suma de cifras de dicho resultado.

A) 15 B) 9 C) 12 D) 13 E) 14

Solución:

Propina = S/ 10,80

Nro de monedas de S/ 1 = x

Nro de monedas de S/ 2 = y

Nro de monedas de S/ 0,5 = z

Nro de monedas de S/ 0,2 = v

Nro de monedas de S/ 0,1 = w

$$1x + 2y + (0,5)z + (0,2)v + (0,1)w = 10,80$$

$$x = 1; y = 1; z = 1; v = 1; w_{\text{máximo}} = 71$$

$$x + y + z + v + w = 75 \rightarrow 7 + 5 = 12$$

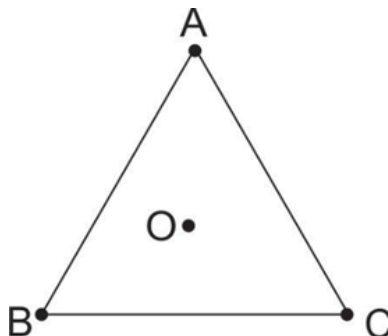
Rpta.: C

5. En la figura se muestra la ubicación de cuatro ciudades, tres de ellas determinan un triángulo equilátero cuyo lado mide 1 km, y la ciudad O se ubica en el centro de dicha región triangular. Desde la ciudad O se desea construir un camino que pase por un punto de los lados AB, AC y BC, en ese orden, hasta alcanzar la ciudad A. ¿Cuál será la longitud mínima de dicho camino?

A) $\sqrt{\frac{13}{3}}$ km B) 2,5 km

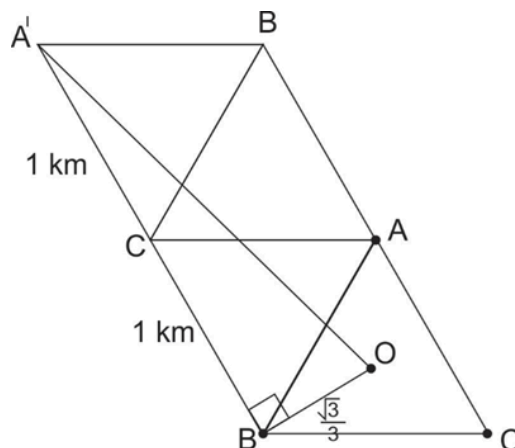
C) $\sqrt{\frac{21}{5}}$ km D) 1,9 km

E) $\sqrt{\frac{15}{2}}$ km



Solucion:

El recorrido debemos de transformar en una línea, como se muestra en la figura:



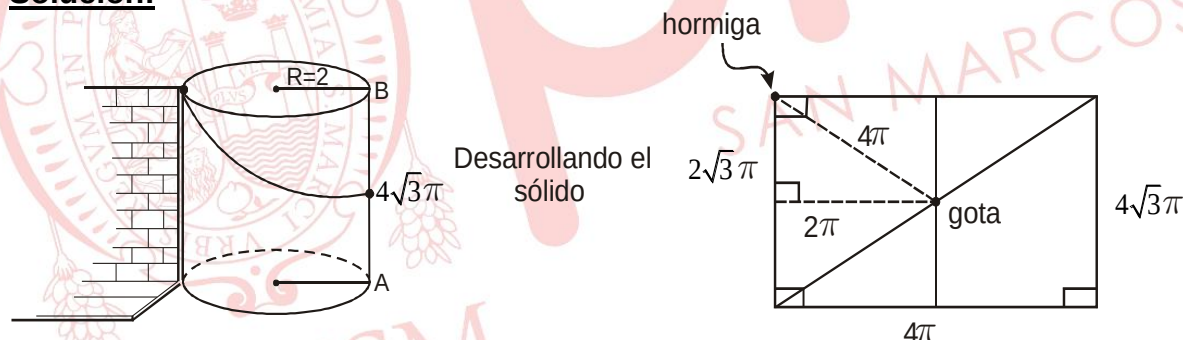
Luego, la longitud del trayecto A'O es $\sqrt{\frac{13}{3}}$ km.

Rpta.: A

6. Alex observa una lata de leche vacía con la tapa superior abierta que se acerca una hormiga, posada desde lo más alto de la lata. Observa que, al frente, a la mitad de la altura de la lata hay una gota de leche seca. Si la lata tiene un diámetro de 4 cm y una altura de $4\sqrt{3}\pi$ cm, ¿cuál es la mínima distancia que debe recorrer la hormiga para llegar a la gota de leche?

- A) 2π cm B) 3π cm C) 4π cm D) 4cm E) π cm

Solución:



Rpta.: C

7. En un plano cartesiano XY, se representa un polígono ABCDE, donde A (-3,3), B (-6,1), C (-9,6), D (-1,8) y E (2,5). Si se construye el polígono A'B'C'D'E' simétrico al polígono ABCDE con respecto al punto P (7,1), ¿cuál es la suma de las ordenadas de los vértices del polígono A'B'C'D'E'?

- A) 14 B) -12 C) -10 D) -11 E) -13

Solución:

Con respecto al punto P(7,1) tenemos:

$$A(-3,3) \quad A'(2(7) - (-3), 2(1) - 3) = (17,-1)$$

$$B(-6,1) \quad B'(2(7) - (-6), 2(1) - 1) = (20,1)$$

$$C(-9,6) \quad C'(2(7) - (-9), 2(1) - 6) = (23,-4)$$

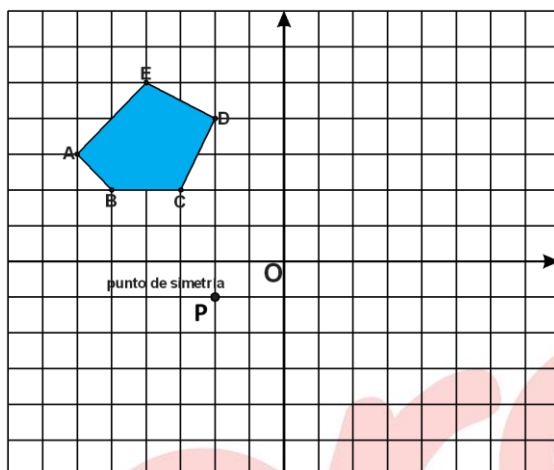
$$D(-1,8) \quad D'(2(7) - (-1), 2(1) - 8) = (15,-6)$$

$$E(2,5) \quad E'(2(7) - 2, 2(1) - 5) = (12,-3)$$

$$\text{Suma de coordenadas} = (-1) + 1 + (-4) + (-6) + (-3) = -13$$

Rpta.: A

8. Antonella ha dibujado en una hoja cuadriculada dos rectas perpendiculares y un polígono como se muestra en la figura. Se construye una figura simétrica usando a **P** como punto de simetría, siendo este el punto que se indica. Si la hoja se usa como un plano coordenado (en el cual cada cuadradito representa una unidad); y las rectas representan a los ejes coordenados, indique la suma de las abscisas de las coordenadas de los vértices de la figura construida.



- A) 0 B) 6 C) -7 D) -26 E) -13

Solución:

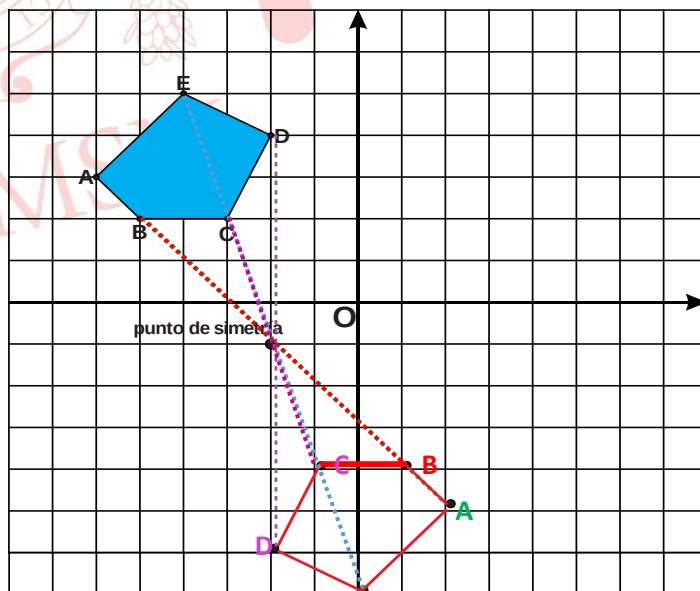
$$A = (-6, 3) \rightarrow A' = (2(-2) - (-6), 2(-1) - 3) = A'(2, -5)$$

$$B = (-5, 2) \rightarrow B' = (2(-2) - (-5), 2(-1) - 2) = B'(1, -4)$$

$$C = (-3, 2) \rightarrow C' = (2(-2) - (-3), 2(-1) - 2) = C'(-1, -4)$$

$$D = (-2, 4) \rightarrow D' = (2(-2) - (-2), 2(-1) - 4) = D'(-2, -6)$$

$$E = (-4, 5) \rightarrow E' = (2(-2) - (-4), 2(-1) - 5) = E'(0, -7)$$



$$suma = (2) + (1) + (-1) + (-2) + (0) = 0$$

Rpta.: A

ARITMÉTICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. En una comunidad rural, dos vecinos, Alejandro y Bernardo, trabajan en la siembra de sus terrenos, uno de 15 hectáreas y el otro de 20. Ambos avanzan por su cuenta hasta completar los $\frac{2}{5}$ de sus terrenos, y luego deciden contratar a un trabajador para terminar lo que falta. A partir de ese momento los tres colaboran y reparten el trabajo restante de manera equitativa. Al finalizar, el trabajador cobra 679 soles por su labor. Si desean repartir ese gasto de forma justa, según el beneficio que recibió cada uno, ¿cuánto dinero, en soles, debe aportar Bernardo del pago total?

A) 525 B) 555 C) 485 D) 585 E) 475

Solución:

$$\frac{A}{2} = \frac{B}{5} = k$$

$$A + B = 679 \Rightarrow A = 194, \quad B = 485$$

∴ a Bernardo le corresponde pagar 485 soles.

Rpta.: C

2. En la producción de paneles solares, su precio es fijado según el peso del material utilizado y la cantidad de celdas fotovoltaicas que contiene. El precio de cada panel es directamente proporcional al peso del material utilizado y al número de celdas fotovoltaicas que contiene. El mes anterior se fabricó un panel cuyo precio fue S/ 400, con un peso de 30 kilogramos y 20 celdas fotovoltaicas. Si para el siguiente mes se tiene un pedido de un panel con 10 kilogramos más que el anterior y con 24 celdas fotovoltaicas, ¿cuál será el precio, en soles, de este nuevo panel?

A) 600 B) 640 C) 520 D) 480 E) 680

Solución:

$$k = \frac{\text{Precio}}{\text{Peso} \times \text{Celdas}}$$

$$\frac{400}{30 \times 20} = \frac{x}{40 \times 24} \Rightarrow x = 640$$

∴ El precio del nuevo panel será 640 soles.

Rpta.: B

3. En una planta de energía eólica, el sistema de transmisión de un aerogenerador opera de la siguiente manera: el rotor principal M tiene 45 dientes y se engrana con un piñón secundario N de 36 dientes; fijado al eje del piñón N se encuentra un tercer engranaje P de 60 dientes, el cual se engrana con un piñón final Q de 10 dientes. Si el viento hace girar el rotor principal durante un tiempo determinado hasta que el engranaje M haya completado 480 vueltas, ¿cuántas vueltas habrá dado el piñón Q?

A) 3600 B) 3400 C) 3450 D) 3700 E) 3550



Solución:

$$480(45) = V_N(36), \quad V_P(60) = V_Q(10), \quad V_N = V_P$$

$$V_Q = 3600$$

∴ El piñón Q dará 3600 vueltas.

Rpta.: A

4. Una estación de investigación antártica dispone de provisiones para 250 personas durante 30 días, considerando un consumo de 3 raciones diarias por persona. Después de 18 días, un equipo de rescate encuentra e incorpora a 50 exploradores más a la estación. Desde el día siguiente, todos reducen su consumo a 2 raciones diarias para que las provisiones duren hasta completar los 30 días previstos. ¿Qué fracción del total inicial de provisiones quedará sin consumirse?

- A) $\frac{4}{25}$ B) $\frac{2}{25}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{8}{25}$

Solución:

$$k = \frac{(\# \text{ Personas}) \times (\# \text{ Días}) \times (\# \text{ Raciones})}{(\text{Cantidad a consumir})}$$

$$\frac{250(18)(3)}{\frac{3}{5}} = \frac{300(12)(2)}{x} \Rightarrow x = \frac{8}{25} \quad \therefore \frac{2}{5} - \frac{8}{25} = \frac{2}{25}$$

∴ Quedan $\frac{2}{25}$ de las provisiones.

Rpta.: B

5. En una empresa de desarrollo de software, un programador recibe la tarea de completar un proyecto en un plazo de 16 días. Trabaja solo durante los primeros 4 días, pero al notar que el tiempo disponible es insuficiente, el jefe decide asignarle otro programador con la misma velocidad de trabajo para que ambos continúen juntos hasta terminar el proyecto. Si ambos trabajan con el mismo rendimiento, ¿en cuántos días se completará el proyecto?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

Solución:

#prog.	Tiempo	proyecto
1	16	1
1	4	$\frac{1}{4}$
2	t	$\frac{3}{4}$

$$\frac{1 \times 16}{1} = \frac{2 \times t}{\frac{3}{4}} \rightarrow t = 6$$

∴ Se completará en 10 días.

Rpta.: E

6. En una familia, un abuelo decide repartir un fondo de dinero entre tres nietos según una regla especial: cuanto mayor es la edad, menor será la parte que reciben. Las edades de los tres nietos son 20, 24 y 32 años. Si al momento de hacer la repartición, el total disponible es de 17 700 dólares, ¿cuántos dólares recibirá el nieto de 24 años?

A) 6500 B) 4400 C) 5600 D) 5800 E) 6000

Solución:

$$RIP: A(20) = B(24) = C(32)$$

$$A(5) = B(6) = C(8) \rightarrow mcm(5, 6, 8) = 120$$

$$\frac{A(5)}{120} = \frac{B(6)}{120} = \frac{C(8)}{120}$$

$$\frac{A}{24} = \frac{B}{20} = \frac{C}{15} = \frac{17700}{59} = 300$$

$$B = 20(300)$$

∴ Le corresponde 6000 dólares.

Rpta.: E

7. En una empresa de eventos, se contrata a un equipo de trabajadores para organizar un gran espectáculo en un plazo fijo. El trabajo avanza según lo previsto, pero cuando faltaban 12 días para la fecha del evento, 10 trabajadores dejan el equipo. Seis días después, la empresa contrata a un nuevo grupo de trabajadores, quienes son más eficientes (trabajan al doble de ritmo que los iniciales). Gracias a esto, todos logran terminar la organización justo a tiempo. ¿Cuántos trabajadores nuevos fueron contratados?

A) 8 B) 10 C) 7 D) 16 E) 9

Solución:

x = número de obreros contratados de doble eficiencia.

Obreros	Días	Obra
n	t	1
n	t - 12	a
n - 10	6	b
n - 10 + 2x	6	c
$\frac{nt}{1} = \frac{(t - 12)}{a} = \frac{(n - 10)6}{b} = \frac{(n - 10 + 2x)6}{c}$		

$$x = 10$$

∴ Fueron 10 los obreros contratados.

Rpta.: B

8. Ochenta médicos voluntarios se comprometen a atender a todos los pacientes de una campaña de salud en 20 días. Después de 8 días de atención, 20 médicos se retiran del programa, y los que quedaron continuaron trabajando durante x días. Al notar el retraso en la atención, se incorporan 20 médicos especialistas adicionales con el doble de eficiencia que los primeros, logrando culminar la campaña en el plazo fijado. ¿Cuántos días trabajaron estos últimos médicos especialistas?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Solución:

médicos	Días	Obra
80	20	1
80	8	$\frac{2}{5}$
60	x	P_1
100	$12 - x$	P_2

$$\frac{80 \cdot 20}{1} = \frac{60x}{P_1} = \frac{100(12 - x)}{P_2}$$
$$\rightarrow 1600 = \frac{60x + 100(12 - x)}{\frac{3}{5}} \rightarrow x = 6$$

$\therefore$ trabajaron : $12 - 6 = 6$ días.

Rpta.: E

Lea el siguiente texto y resuelva los ejercicios 9 y 10.

Una *startup* tecnológica es fundada por Arlet con una inversión inicial de S/ 8000. A los tres meses de operación, Belén se une como socia aportando S/ 5000, y algunos meses después del ingreso de Belén, Caleb se incorpora como socio con un aporte de S/ 2000, permaneciendo hasta el cierre del proyecto.

9. Si de la utilidad total obtenida, el 60 % le correspondió a Arlet, mientras que la ganancia de Caleb fue la tercera parte de la obtenida por Belén. ¿Cuántos meses estuvo Caleb en el proyecto?

A) 14 B) 12 C) 11 D) 10 E) 5

Solución:

$$k = \frac{\text{Ganancia}}{\text{Aporte} \times \text{Tiempo}}$$
$$\frac{60}{(8000)(t + a + 3)} = \frac{30}{(5000)(t + a)} = \frac{10}{(2000)(a)} \Rightarrow t = 2, a = 10$$

$\therefore$ Caleb estuvo 10 meses.

Rpta.: D

10. Si el proyecto duró 15 meses, la utilidad total fue de S/ 18 000; además, Caleb ingresó 2 meses después del ingreso de Belén, ¿cuánto más de utilidad obtuvo Belén que Caleb?
- A) 5400 B) 3600 C) 2400 D) 4000 E) 4800

Solución:

$$k = \frac{\text{Ganancia}}{\text{Aporte} \times \text{Tiempo}}$$
$$\frac{A}{(8000)(15)} = \frac{B}{(5000)(12)} = \frac{C}{(2000)(10)} \Rightarrow A = 10\,800, B = 5400, C = 1800$$
$$B - C = 3600$$

∴ Belen obtuvo 3600 soles más de utilidad que Caleb

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En una pastelería, el chef dispone de un número fijo de horas para preparar tortas idénticas para un evento. Basándose en su experiencia, sabe que, si intenta hacer 10 tortas, le faltarían 2 horas para terminirlas todas. En cambio, si decide preparar solo 6 tortas, le sobrarían 4 horas de trabajo. Con esta información, quiere organizar mejor su tiempo para aprovecharlo al máximo. ¿Cuál es la mayor cantidad de tortas completas que puede preparar con el tiempo disponible?
- A) 4 B) 7 C) 6 D) 9 E) 8

Solución:

Nº de tortas	# horas
10	$t + 2$
6	$t - 4$
x	t

$$\frac{t+2}{10} = \frac{t-4}{6} = \frac{t}{x} \rightarrow t = 13, \quad x = \frac{26}{3} = 8,66 \dots$$

∴ Podrá preparar 8 tortas como máximo.

Rpta.: E

2. En un proyecto de consultoría realizado por cuatro especialistas, las ganancias obtenidas se reparten de forma inversamente proporcional según las horas dedicadas, que fueron 15, 12 y 10 horas respectivamente para tres de ellos, mientras que el cuarto especialista trabajó más horas que cualquiera de los otros tres. Si el que trabajó más horas hubiera trabajado 9 horas menos, aun así, trabajaría más que los demás y el que trabajó menos horas hubiera trabajado 5 horas más. Además, el reparto se hubiera realizado de manera directamente proporcional, entonces, al que trabajó más horas le habría correspondido S/ 1600, que es el doble de lo que recibió en el reparto anterior. ¿Cuántos soles fue la ganancia total repartida en el proyecto?
- A) 5800 B) 5200 C) 5700 D) 6000 E) 4800

Solución:

IP: Cantidad	# Horas	DP: Cantidad	# Horas
800	a	1600	$a - 9$
x	15	$15k$	15
y	12	$12k$	12
z	10	$15k$	15

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{15} + \frac{1}{12} + \frac{1}{10}\right)q = (a - 9 + 15 + 12 + 15)k,$$

$$\frac{1}{a}q = 800 = \frac{a - 9}{2}k \Rightarrow a = 25, k = 100$$

∴ La ganancia repartida: 5800 soles.

Rpta.: A

3. En un parque recreativo, se planifica sembrar césped en una zona cuadrada. Un equipo de 24 trabajadores comienza el trabajo y estima terminarlo en 12 días trabajando 6 horas diarias. Sin embargo, a mitad del proyecto, se decide ampliar el área, de modo que el nuevo terreno tenga el doble de lado que el original. Para cumplir con el nuevo objetivo, se contrata a 9 trabajadores adicionales, quienes tienen mayor experiencia y trabajan al doble de rendimiento. Además, todo el equipo extiende su jornada laboral en 2 horas más por día. Con estos cambios, ¿cuántos días en total tomó completar la siembra del césped?

- A) 24 B) 27 C) 25 D) 21 E) 30

Solución:

trabajadores	días	h/d	obra
24	12	6	1
24	6	6	1/2
42	x	8	7/2

$$\frac{24(6)(6)}{\frac{1}{2}} = \frac{42(x)(8)}{\frac{7}{2}} \Rightarrow x = 18$$

∴ duró 24 días

Rpta.: A

4. En un grupo de amigos, tres compañeros, Sebastián, Luis y Cornelio deciden repartirse un premio en efectivo que ganaron en una competencia. Al inicio, uno propone repartir el dinero en forma inversamente proporcional al número de tareas que cada uno realizó, que son 9, 12 y 18 tareas respectivamente. Sin embargo, después de pensarlo mejor, deciden repartir el dinero de manera más justa, es decir, directamente proporcional a la cantidad de tareas realizadas. Al hacer el nuevo reparto, Sebastián nota que ahora recibe 500 soles menos que en la propuesta inicial. ¿Cuánto dinero le corresponde a Cornelio en el reparto final?

- A) 1000 B) 1200 C) 1080 D) 1040 E) 1100

Solución:Dinero: T Reparto IP: $S \times 9 = L \times 12 = C \times 18$

$$\frac{S}{4} = \frac{L}{3} = \frac{C}{2} = k \rightarrow T = 9k$$

Reparto DP:

$$\frac{S}{9} = \frac{L}{12} = \frac{C}{18} \rightarrow \frac{S}{3} = \frac{L}{4} = \frac{C}{6} = q \rightarrow T = 13q$$

$$S: 4k - 3q = 500 \rightarrow q = 180$$

$$\rightarrow C = 6(180) = 1080$$

 $\therefore$ Cornelio recibió 1080 soles.**Rpta.: C**

5. En una empresa de telecomunicaciones, el gerente estableció que el bono mensual de sus vendedores, en soles, sería directamente proporcional a la cantidad de contratos cerrados durante el mes e inversamente proporcional a los minutos de llamadas no atendidas acumulados en dicho mes. Si Alejo cerró 20 contratos y acumuló 50 minutos de llamadas no atendidas, mientras que Braulio cerró 30 contratos y acumuló 30 minutos de llamadas no atendidas, y al culminar el mes entre ambos recibieron un bono total de S/ 1400, ¿cuántos soles de bono recibió Braulio?

A) 1000 B) 1250 C) 940 D) 875 E) 1120

Solución:

$$\frac{\text{Bono} \times \text{Minutos}}{\text{Contratos}} = \text{Constante}$$

$$\frac{A \times 50}{20} = \frac{B \times 30}{30} \rightarrow \frac{A}{2} = \frac{B}{5} = \frac{1400}{7} = 200$$

$$\rightarrow A = 400 ; B = 1000$$

 $\therefore$ Braulio recibió 1000 soles.**Rpta.: A**

6. En una empresa de mudanzas, se contrata a un equipo de trabajadores para trasladar todos los muebles de un edificio en un tiempo determinado. Todo avanza con normalidad, pero cuando faltaban 6 días para terminar, 6 trabajadores dejan el equipo. Dos días después, la empresa contrata a un nuevo grupo de trabajadores, quienes son más rápidos y trabajan al triple de eficiencia que los iniciales. Gracias a esto, el trabajo se logra completar justo dentro del tiempo previsto. ¿Cuántos trabajadores nuevos fueron contratados?

A) 5 B) 3 C) 7 D) 6 E) 9

Solución:

x = número de trabajadores contratados.

trabajadores	Días	Obra
n	t	1
n	$t - 6$	a
$n - 6$	2	b
$n - 6 + 3x$	4	c

$$\frac{nt}{1} = \frac{(t-6)n}{a} = \frac{(n-6)2}{b} = \frac{(n-6+3x)4}{c} \rightarrow x = 3$$

∴ Se contrató 3 trabajadores nuevos.

Rpta.: B

7. En una empresa de limpieza, existen dos equipos que pueden realizar el mismo trabajo, pero con distinta velocidad. El primer equipo, formado por 40 trabajadores, puede limpiar un edificio completo en 15 días, mientras que el segundo equipo, de 30 trabajadores, tarda 25 días en realizar el mismo trabajo. Para un nuevo servicio, la empresa decide formar un equipo mixto con 30 trabajadores del primer grupo y 25 del segundo, con el objetivo de terminar el trabajo lo más rápido posible. ¿En cuántos días podrán completar juntos un trabajo igual al anterior?

- A) 10 B) 11 C) 13 D) 12 E) 9

Solución:

Obreros	Eficiencia	Días	
40	a	15	$40(a)(15) = 30(b)(25)$
30	b	25	$a = 5k ; b = 4k$
Obreros	(Eficiencia)	Días	
$30(5k) + 25(4k)$	x		$(250k)x = (200k)(15)$
$40(5k)$	15		$x = 12$

∴ Se completará en 12 días.

Rpta.: D

8. Un empresario tiene tres empleados cuyas antigüedades en la empresa se diferencian en 2 años cada una. Decide repartir las ganancias obtenidas en un contrato especial entre sus empleados de forma directamente proporcional a los años de antigüedad de cada uno. Si el reparto se realizara dentro de 2 años, el empleado con menor antigüedad recibiría S/ 200, pero si el reparto se hubiese efectuado hace 2 años, el empleado con mayor antigüedad hubiera recibido S/ 300. ¿Cuántos soles obtuvo el empresario en el contrato especial?

- A) 720 B) 700 C) 640 D) 860 E) 540

Solución:

Sean $(x - 2)$, x y $(x + 2)$ las edades actuales de sus hijos

T : Cantidad de soles en el contrato especial.

$$\frac{T}{3a + 6} = \frac{200}{a}, \frac{T}{3a - 6} = \frac{300}{a} \Rightarrow T = 720, a = 10$$

$\therefore$ Obtuvo 720 soles.

Rpta.: A

Lea el siguiente texto y resuelva los ejercicios 9 y 10.

Una empresa minera decide repartir sus utilidades del trimestre entre sus tres áreas operativas: Exploración, Extracción y Procesamiento. Sin embargo, antes de realizar el reparto, la gerencia decide reservar \$ 200 para cubrir un gasto administrativo pendiente. En un primer escenario, el directorio propone distribuir el monto restante en cantidades directamente proporcionales a los índices de productividad de cada área, siendo 3, 4 y 6 respectivamente. Sin embargo, finalmente se decide realizar el reparto de forma inversamente proporcional a los índices de productividad 2, 3 y 4 respectivamente.

9. Si el reparto hubiera sido según el primer escenario, el área de Procesamiento hubiera recibido \$ 300 más de lo que recibió en el reparto final. ¿Cuál fue el monto total, en dólares, de utilidades que generó la empresa minera durante el trimestre?

A) 1605 B) 1500 C) 1380 D) 1700 E) 1905

Solución:

$$13p = x - 200, \quad \frac{13}{12}q = x - 200, \rightarrow q = 12p$$

$$6q - \frac{1}{4}p = 300$$

$$\Rightarrow p = 100 \quad x = 13(100) + 200 = 1500$$

$\therefore$ El monto total fue 1500

Rpta.: B

10. Si las utilidades totales del trimestre de la empresa fueron \$ 2800, ¿cuántos dólares recibió el área de Extracción en el reparto final?

A) 600 B) 800 C) 700 D) 780 E) 1200

Solución:

Cantidad	índice
----------	--------

x	2
-----	---

y	3
-----	---

z	4
-----	---

$$x \cdot 2 = y \cdot 3 = z \cdot 4 \Rightarrow x = 6k, y = 4k, z = 3k$$

$$13k = 2800 - 200 \Rightarrow k = 200$$

$\therefore$ Recibió $4(200) = \$ 800$.

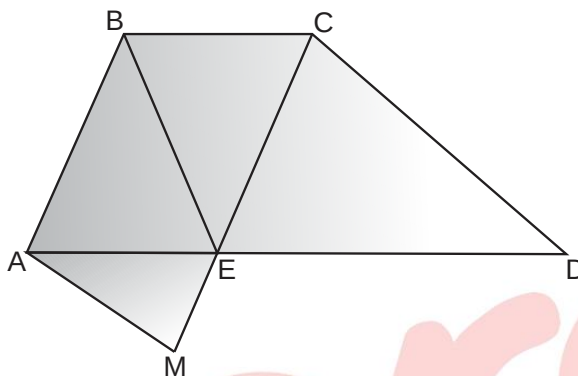
Rpta.: B

GEOMETRÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. En la figura se muestra una plancha metálica, el cual se desea cortar a través de las líneas de corte $\overline{AE}$, $\overline{BE}$ y $\overline{EC}$. Si $ABCD$ y $ABCM$ son trapecios ($\overline{AB} \parallel \overline{MC}$ y $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$), $AD = 8$ dm y el área de la región determinada por $EBCD$ es 16 dm^2 , halle la distancia entre $\overline{BC}$ y $\overline{AD}$.

- A) 3 dm
B) 3,5 dm
C) 4 dm
D) 4,5 dm
E) 5 dm

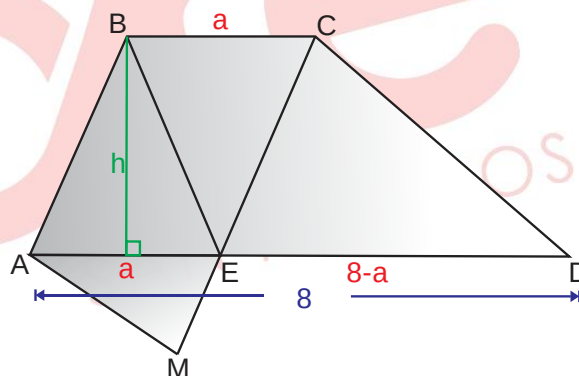


Solución:

- $ABCD$: trapezio $\Rightarrow \overline{AE} \parallel \overline{BC} \dots (I)$
- $ABCM$: trapezio $\Rightarrow \overline{AB} \parallel \overline{EC} \dots (II)$
- De (I) y (II): $ABCE$ es un paralelogramo
 $\Rightarrow AE = BC = a$

$$S_{EBCD} = \left(\frac{a + (8 - a)}{2} \right) (h) = 16 \Rightarrow h = 4$$

$\therefore$ La distancia entre $\overline{BC}$ y $\overline{AD}$ es 4 dm.



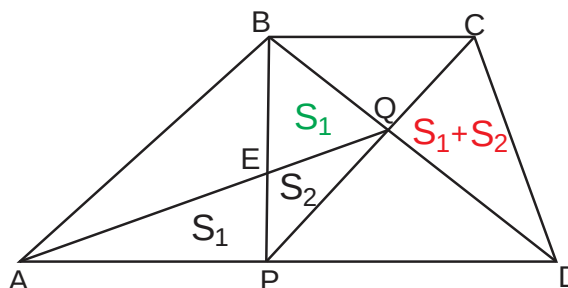
Rpta.: C

2. En un trapezio $ABCD$ ($\overline{AD} \parallel \overline{BC}$), en $\overline{AD}$ se ubica el punto P , tal que $\overline{AB} \parallel \overline{CP}$ y $\overline{PC} \cap \overline{BD} = \{Q\}$. Si el área de la región triangular AQP es 8 m^2 , halle el área de la región triangular CQD .

- A) 6 m^2 B) 8 m^2 C) 4 m^2 D) 5 m^2 E) 10 m^2

Solución:

- Dato: $S_1 + S_2 = 8$
- $ABQP$: trapezio
 $\Rightarrow S_{BEQ} = S_1$
- $PBCD$: trapezio
 $\Rightarrow S_{CQD} = S_1 + S_2$
 $\therefore S_{CQD} = 8 \text{ m}^2$



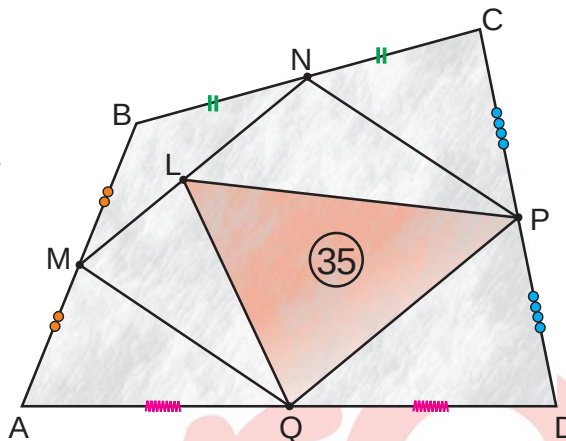
Rpta.: B

3. En un cuadrilátero ABCD, M, N, P y Q son puntos medios de $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ y $\overline{AD}$ respectivamente. Si L es un punto de $\overline{MN}$ y el área de la región triangular PLQ es 35 m^2 , halle el área de la región cuadrangular ABCD.

A) 160 m^2 B) 140 m^2 C) 170 m^2 D) 150 m^2 E) 130 m^2

Solución:

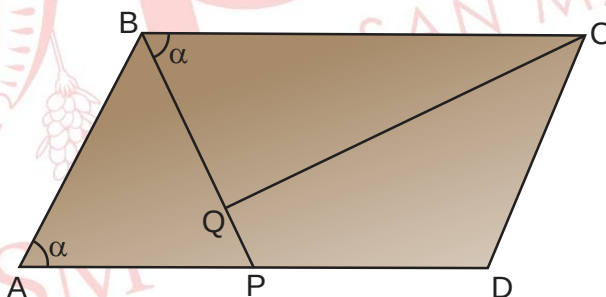
- Dato: $S_{PLQ} = 35$
- QMNP es paralelogramo: teorema
 $\Rightarrow S_{QMNP} = 2(35) = 70$
- ABCD: teorema
 $S_{ABCD} = 2(70)$
 $\therefore S_{ABCD} = 140 \text{ m}^2$



Rpta.: B

4. La figura muestra un terreno determinado por el romboide ABCD dividido en tres parcelas, donde CQ es la distancia de C a $\overline{BP}$. Si el área del terreno es 2000 m^2 , $AB = 40 \text{ m}$ y el costo para cercar el lindero $\overline{AB}$ es S/ 800, halle el costo para cercar el lindero $\overline{CQ}$.

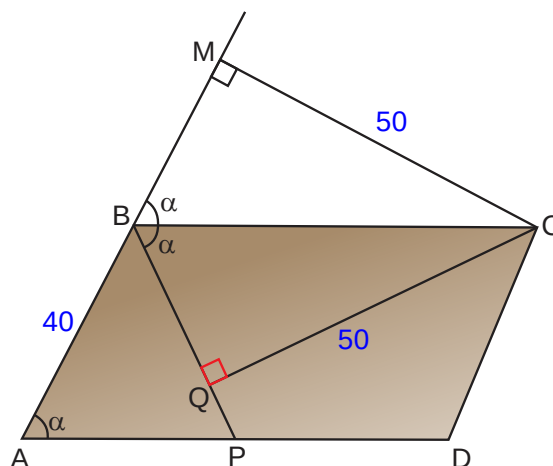
A) S/ 900
B) S/ 950
C) S/ 1000
D) S/ 1100
E) S/ 1200



Solución:

- Trazar $\overline{CM} \perp \overline{AM}$
- $\overline{BC} \parallel \overline{AD} \Rightarrow m\angle MBC = \alpha$
- Teorema de la bisectriz: $CM = CQ$
- $S_{ABCD} = 2000 \Rightarrow (40)(CM) = 2000$
 $\Rightarrow CM = 50$
- $40 \text{ m} \rightarrow \text{S/ } 800$
 $50 \text{ m} \rightarrow \text{S/ } 1000$

$\therefore$ El costo para cercar el lindero $\overline{CQ}$ es S/ 1000.



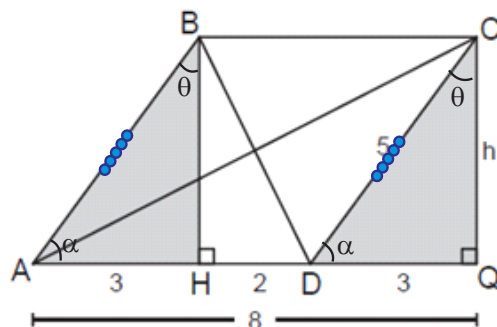
Rpta.: C

5. En un rombo ABCD, las proyecciones de las diagonales $\overline{BD}$ y $\overline{AC}$ sobre el lado $\overline{AD}$ miden 2 m y 8 m respectivamente. Halle el área de la región determinada por ABCD.

A) 16 m² B) 18 m² C) 19 m² D) 20 m² E) 22 m²

Solución:

- $\triangle AHB \cong \triangle DQC$ (ALA)
 $\Rightarrow AH = DQ = 3$
- ABCD: rombo
 $\Rightarrow AD = CD = 5$
- $\triangle DQC$: notable de 37° y 53°
 $h = 4$

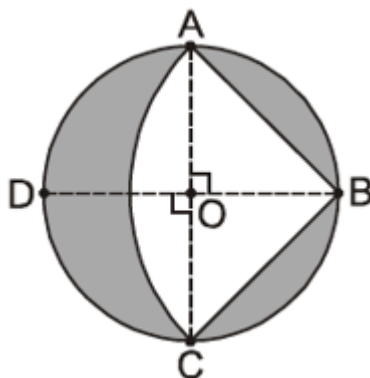


• $S_{ABCD} = (5)(4) = 20 \text{ m}^2$

Rpta.: D

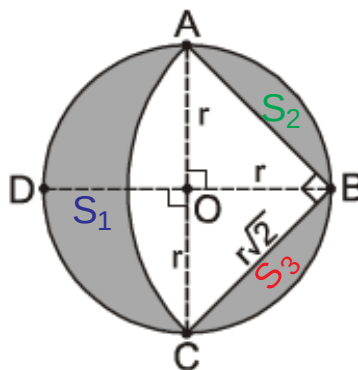
6. En la figura, O es centro y ABC es un sector circular. Si la suma de las áreas de las tres regiones sombreadas es $64\pi \text{ cm}^2$, halle la longitud del radio de la circunferencia.

A) 10 cm
B) 9 cm
C) $8\sqrt{3} \text{ cm}$
D) $8\sqrt{2} \text{ cm}$
E) 11 cm



Solución:

- $\triangle ABC$: notable de 45°
 $\Rightarrow AB = BC = r\sqrt{2} \wedge AC = 2r$
- Dato: $S_1 + S_2 + S_3 = 64\pi$
- $S_{\text{círculo}} = S_{\text{Sec.Cir}(ABC)} + (S_1 + S_2 + S_3)$
 $\pi r^2 = \frac{\pi(r\sqrt{2})^2}{4} + 64\pi$
 $\therefore r = 8\sqrt{2} \text{ cm}$



Rpta.: D

7. En la figura se muestra el corte transversal de dos troncos de madera, una circular y el otro semicircular, unidas por una varilla en los puntos O y F. Si O y Q son centros, P y T son puntos de tangencia, $m\widehat{FM} = 90^\circ$, $FQ = 2$ dm y la longitud de dicha varilla es $2\sqrt{6}$ dm, halle el área de la sección transversal de forma circular.

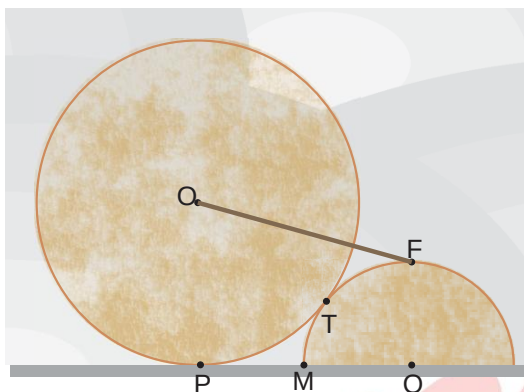
A) 12π dm²

B) 15π dm²

C) 16π dm²

D) 18π dm²

E) 20π dm²



Solución:

- POHQ: rectángulo

$$\Rightarrow HF = r - 2$$

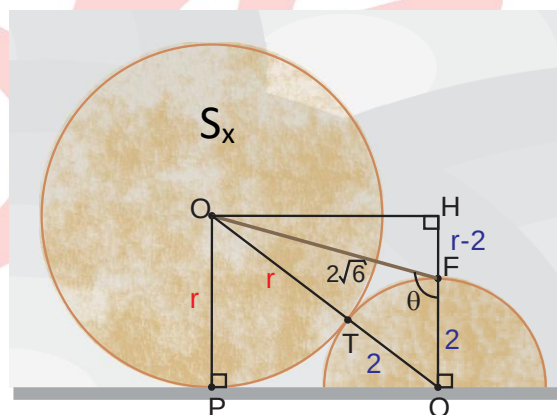
- ΔQOF : Teorema de Euclides ($\theta > 90^\circ$)

$$(r + 2)^2 = (2\sqrt{6})^2 + 2^2 + 2(2)(r - 2)$$

$$\Rightarrow r = 4$$

- $S_x = \pi(4)^2 = 16\pi$ dm²

$\therefore$ El área de la sección transversal es 16π dm².



Rpta.: C

8. En la figura se muestra la vista transversal cuando un sólido esférico cae sobre un cemento fresco. Si al retirar el sólido se deja como huella un segmento circular que tiene en la parte superior un ancho de 18 cm y una profundidad de 3 cm en su punto más bajo, halle el área de dicho segmento circular.

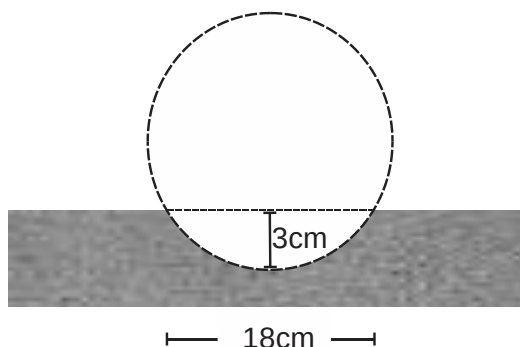
A) $(45,25\pi - 108)$ cm²

B) $(47,25\pi - 108)$ cm²

C) $(46,25\pi - 108)$ cm²

D) $(48,25\pi - 108)$ cm²

E) $(49,25\pi - 108)$ cm²



Solución:

- $\triangle ODB$: Teorema de Pitágoras

$$r^2 = (r-3)^2 + 9^2 \Rightarrow r = 15$$

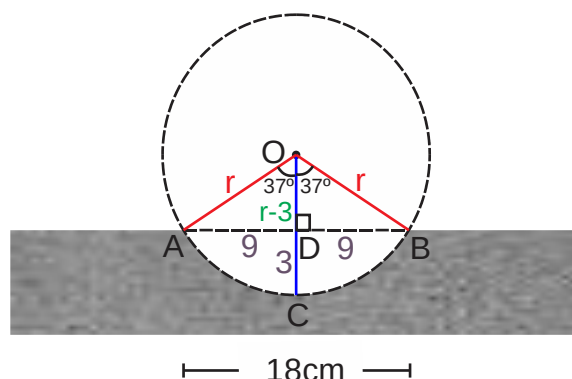
- $\triangle ODB$: notable de 37° y 53°

$$\Rightarrow m\angle DOB = 37^\circ$$

$$S_x = \frac{\pi(15)^2 (74^\circ)}{360^\circ} - \frac{(18)(12)}{2}$$

$$S_x = \left(\frac{185\pi}{4} - 108 \right) \text{ cm}^2$$

$$\therefore S_x = (46,25\pi - 108) \text{ cm}^2$$



Rpta.: C

9. En la figura, T es punto de tangencia y O es centro de las circunferencias concéntricas. Si $PT = 4\sqrt{2}$ cm, halle el área del trapecio circular sombreado.

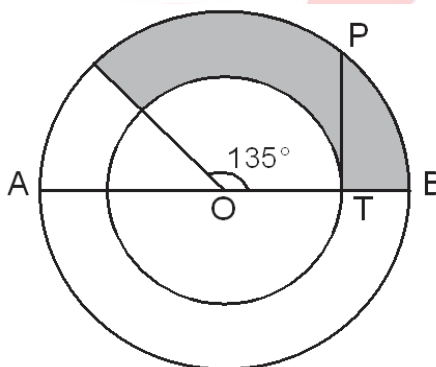
A) $8\pi \text{ cm}^2$

B) $9\pi \text{ cm}^2$

C) $10\pi \text{ cm}^2$

D) $12\pi \text{ cm}^2$

E) $16\pi \text{ cm}^2$



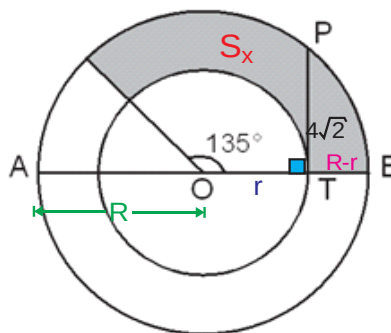
Solución:

- Teorema: $(4\sqrt{2})^2 = (R + r)(R - r)$

$$\Rightarrow R^2 - r^2 = 32$$

$$S_x = \frac{\pi(R^2 - r^2) (135^\circ)}{360^\circ} \Rightarrow S_x = \frac{\pi(32) (135^\circ)}{360^\circ}$$

$$\therefore S_x = 12\pi \text{ cm}^2$$



Rpta.: D

10. En la figura, las tres circunferencias son concéntricas. Si T y Q son puntos de tangencia, $AB = 8$ m y $CD = 6$ m, halle el área de la región sombreada.

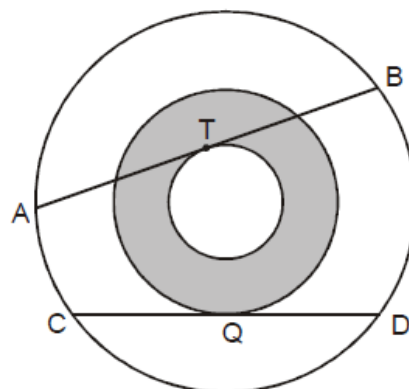
A) $6\pi \text{ m}^2$

B) $7\pi \text{ m}^2$

C) $8\pi \text{ m}^2$

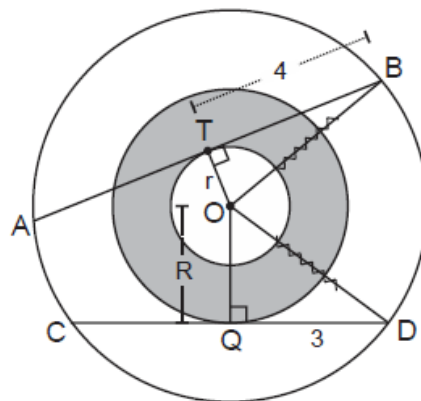
D) $10\pi \text{ m}^2$

E) $9\pi \text{ m}^2$



Solución:

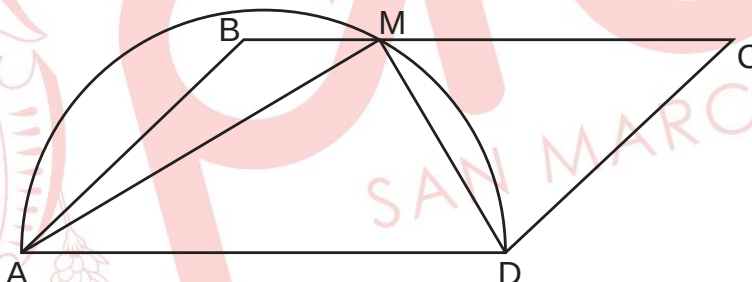
- Teorema: $AT = TB = 4 \wedge CQ = QD = 3$
- $\triangle OTB$: Teorema de Pitágoras
 $(OB)^2 = r^2 + 4^2 \dots (I)$
- $\triangle OQD$: Teorema de Pitágoras
 $(OD)^2 = R^2 + 3^2 \dots (II)$
- De (I) y (II): $R^2 - r^2 = 7$
- $A_{cc} = \pi(R^2 - r^2) = 7\pi \text{ m}^2$



Rpta.: B

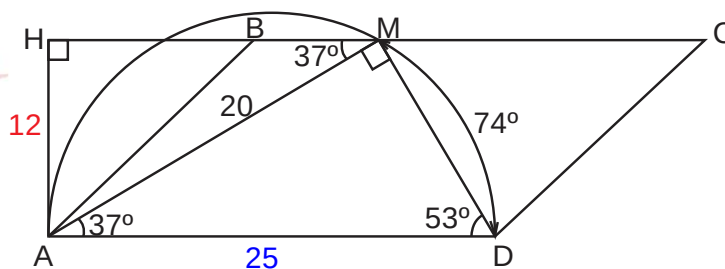
11. En la figura, $\overline{AD}$ es diámetro, $m\widehat{DM} = 74^\circ$ y $AM = 20 \text{ cm}$. Halle el área de la región determinada por el romboide ABCD.

- A) 260 cm^2
B) 280 cm^2
C) 320 cm^2
D) 350 cm^2
E) 300 cm^2



Solución:

- $\triangle AMD$: notable de 37° y 53°
 $\Rightarrow AD = 25$
- $\triangle AHM$: notable de 37° y 53°
 $\Rightarrow AH = 12$
- $S_{ABCD} = (25)(12) = 300 \text{ cm}^2$



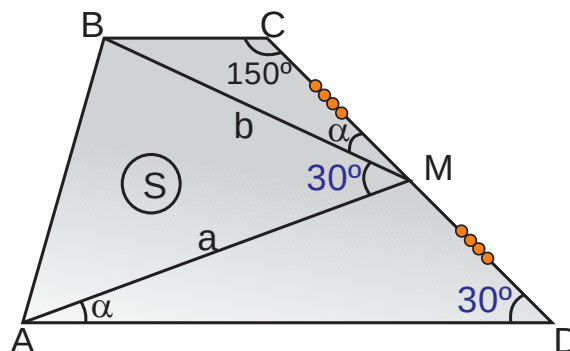
Rpta.: E

12. En un trapezio ABCD ($\overline{BC} \parallel \overline{AD}$), M es punto medio de $\overline{CD}$. Si $(BM)(AM) = 16 \text{ cm}^2$, $m\angle BCD = 150^\circ$ y $m\angle BMC = m\angle MAD$, halle el área de la región determinada por ABCD.

- A) 6 cm^2 B) 8 cm^2 C) 9 cm^2 D) 10 cm^2 E) 12 cm^2

Solución:

- Dato: $a \cdot b = 16$
- $\overline{BC} \parallel \overline{AD} \Rightarrow m\angle ADC = 30^\circ$
- $\triangle ADM$: ángulo exterior
 $\Rightarrow m\angle AMC = \alpha + 30^\circ$
 $\Rightarrow m\angle AMB = 30^\circ$
- $S = \frac{a \cdot b}{2} \sin 30^\circ = 4 \text{ cm}^2$
 $\therefore S_{ABCD} = 2S = 8 \text{ cm}^2$



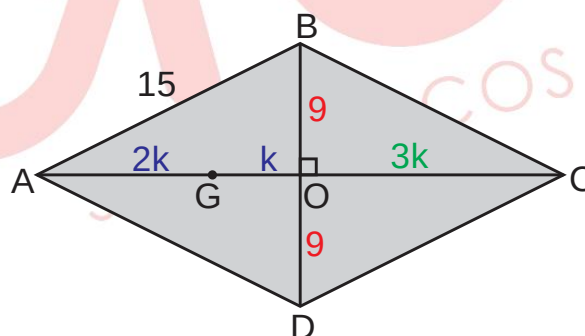
Rpta.: B

13. En un rombo ABCD, el punto G es baricentro del triángulo ABD. Si $AB = 15 \text{ cm}$ y $GC = 16 \text{ cm}$, halle el área de la región determinada por ABCD.

- A) 216 cm^2 B) 240 cm^2 C) 250 cm^2 D) 196 cm^2 E) 180 cm^2

Solución:

- $\triangle ABD$: G es baricentro
 $\Rightarrow AG = 2k \wedge GO = k$
 $\Rightarrow OC = 3k$
- Dato: $GC = 16 \Rightarrow 4k = 16$
 $\Rightarrow k = 4$
- $\triangle AOB$: notable de 37° y 53°
 $\Rightarrow OB = 9$
- $S_{ABCD} = \frac{18 \cdot 24}{2} = 216 \text{ cm}^2$



Rpta.: A

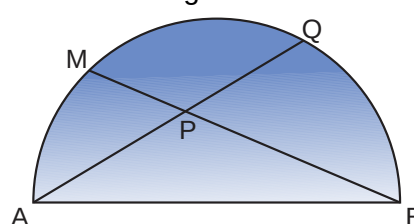
14. En la figura se muestra una mesa escolar cuyo tablero es de forma semicircular (figura 1), donde se han colocado las cintas decorativas $\overline{AQ}$ y $\overline{BM}$ (figura 2) tal que $AP = PQ$. Si $m\widehat{QB} = 60^\circ$ y $(MP)(PB) = 48 \text{ dm}^2$, halle el área de dicho tablero.

- A) $30\pi \text{ dm}^2$
 B) $32\pi \text{ dm}^2$
 C) $36\pi \text{ dm}^2$
 D) $34\pi \text{ dm}^2$
 E) $40\pi \text{ dm}^2$

Figura 1

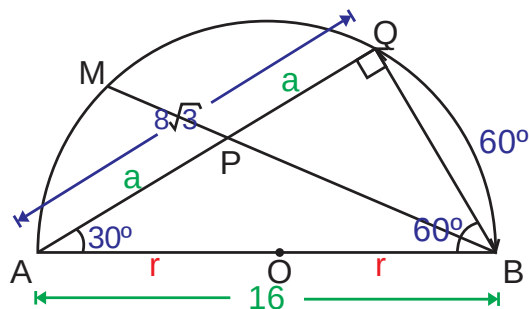


Figura 2



Solución:

- Dato: $MP \cdot PB = 48$
- Teorema de las cuerdas: $a \cdot a = MP \cdot PB$
 $\Rightarrow a^2 = 48 \Rightarrow a = 4\sqrt{3}$
- $\triangle AQB$: notable de 30° y 60°
 $\Rightarrow AB = 16$
- $\overline{AB}$ es diámetro $\Rightarrow AO = OB = r = 8$
 $\Rightarrow S_x = \frac{\pi(8)^2}{2} = 32\pi \text{ dm}^2$
 $\therefore$ El área del tablero es $32\pi \text{ dm}^2$.

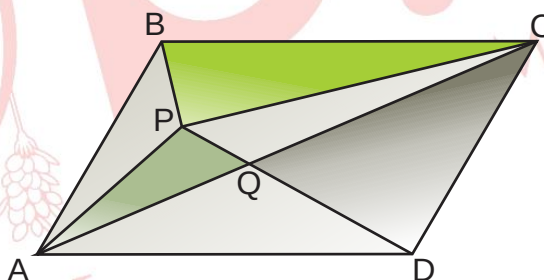


Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

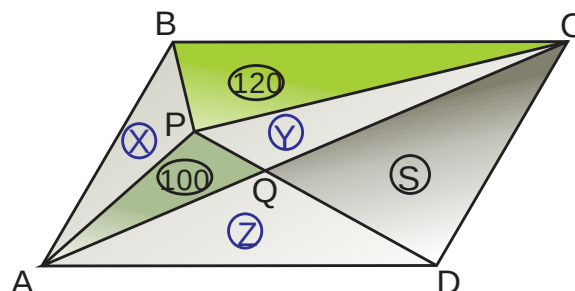
1. En la figura, la región determinada por el paralelogramo ABCD representa el terreno de un condominio. Si las áreas de los jardines determinados por BPC y APQ son 120 m^2 y 100 m^2 respectivamente, halle el área del estacionamiento determinado por CQD.

- A) 200 m^2
 B) 220 m^2
 C) 110 m^2
 D) 150 m^2
 E) 180 m^2



Solución:

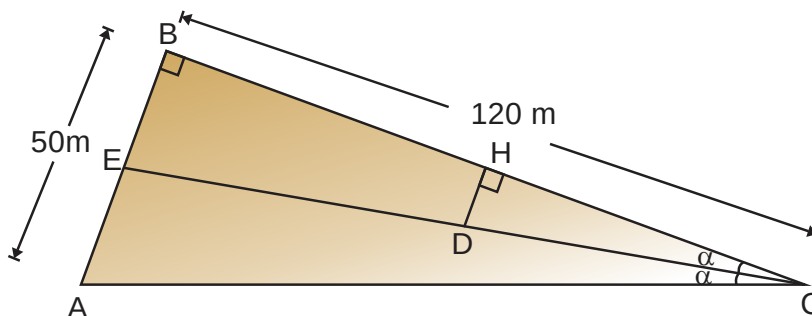
- ABCD: $\overline{AC}$ es diagonal
 $Z + S = X + Y + 100 + 120 \dots (I)$
- P punto interior de ABCD: teorema
 $X + Y + S = 120 + 100 + Z \dots (II)$
- Sumando (I) y (II): $2S = 2(100) + 2(120)$
 $\therefore S = 220 \text{ m}^2$
 $\therefore$ El área del estacionamiento determinado por CQD es 220 m^2 .



Rpta.: B

2. En la figura se muestra la vista aérea de un terreno de cultivo. Si el punto D equidista de los puntos E y C, para abonar 10 m^2 del terreno se utiliza un kilo de fertilizante, ¿cuántos kilogramos de fertilizante necesitamos para abonar el terreno EBHD?

- A) 110 kg
B) 105 kg
C) 100 kg
D) 120 kg
E) 108 kg



Solución:

- $\triangle EBC$: teorema de la base media

$$\Rightarrow DH = x$$

- $\triangle ABC$: teorema de la bisectriz interior

$$\Rightarrow \frac{120}{2x} = \frac{130}{50 - 2x}$$

$$\Rightarrow x = 12$$

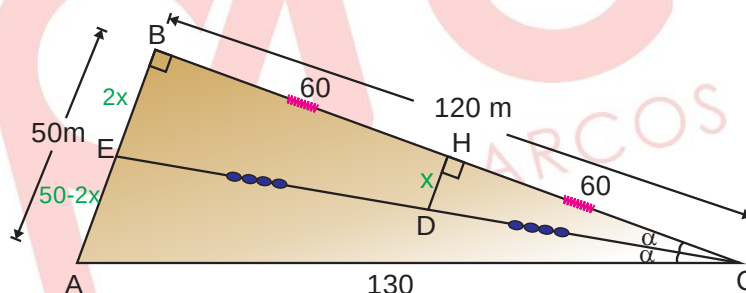
$$\bullet \quad S_{EBHD} = \frac{(x + 2x)(60)}{2} = 1080 \text{ m}^2$$

- Por regla de tres simple:

$$10 \text{ m}^2 \rightarrow 1 \text{ kg}$$

$$1080 \text{ m}^2 \rightarrow 108 \text{ kg}$$

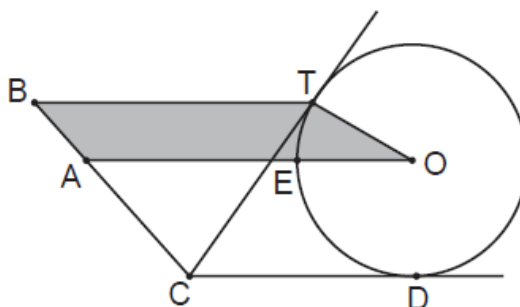
$\therefore$ La cantidad de fertilizante que se necesita es 108 kg.



Rpta.: E

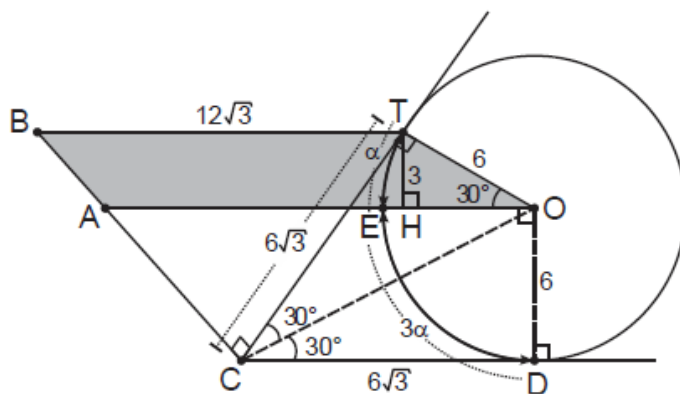
3. En la figura, O es centro de la circunferencia, T y D puntos de tangencia. Si $\overline{CD} \parallel \overline{AO}$, $OE = 6 \text{ m}$ y $\widehat{mDE} = 3\widehat{mET}$, halle el área de la región determinada por el romboide AOTB.

- A) $36\sqrt{3} \text{ m}^2$
B) $36\sqrt{2} \text{ m}^2$
C) $32\sqrt{3} \text{ m}^2$
D) $32\sqrt{2} \text{ m}^2$
E) $30\sqrt{2} \text{ m}^2$



Solución:

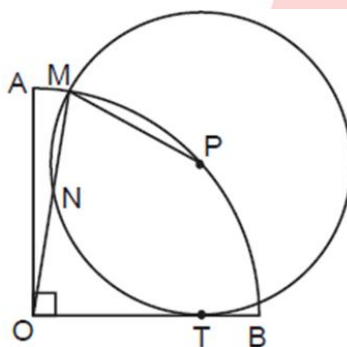
- $\nexists$ EOD: ángulo central
 $3\alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$
- $\triangle ODC$: notable de 30° y 60°
 $\Rightarrow CD = 6\sqrt{3}$
- $\triangle BCT$: notable de 30° y 60°
 $\Rightarrow BT = 12\sqrt{3}$
- $S_{ABTO} = (12\sqrt{3})(3) = 36\sqrt{3} \text{ m}^2$



Rpta.: A

4. En la figura, T punto de tangencia, P es centro y AOB un cuadrante. Si $OB = 9$ m y $ON = 5$ m, halle el área del círculo.

- A) $25\pi \text{ m}^2$
B) $30\pi \text{ m}^2$
C) $32\pi \text{ m}^2$
D) $36\pi \text{ m}^2$
E) $40\pi \text{ m}^2$

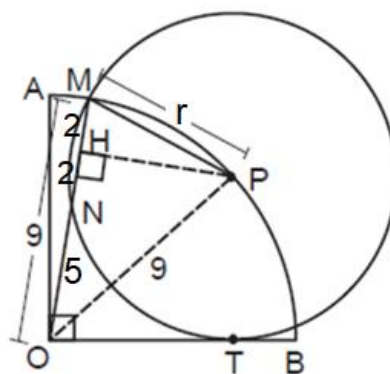


Solución:

- Teorema: $NH = HM = 2$
- ΔOPM : Teorema de Euclides

$$r^2 = 9^2 + 9^2 - 2(9)(7)$$

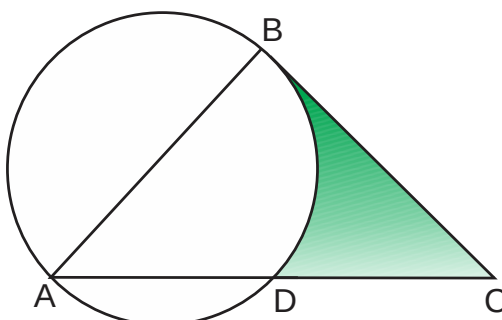
$$\Rightarrow r = 6$$
- $S_x = \pi(6)^2 = 36\pi \text{ m}^2$



Rpta.: D

5. En la figura, $\overline{AB}$ es diámetro y B es punto tangencia. Si $AB = BC$ y $AC = 40\sqrt{2}$ m, halle el área de la región sombreada.

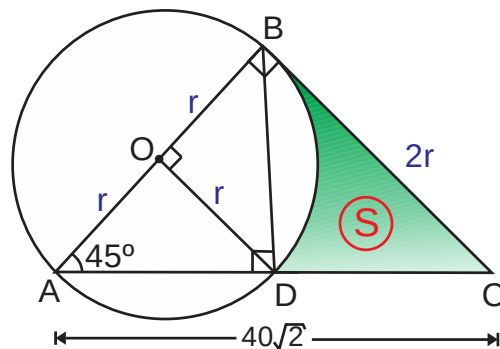
- A) $100(6 - \pi) \text{ m}^2$
B) $100(8 - \pi) \text{ m}^2$
C) $120(6 - \pi) \text{ m}^2$
D) $100(9 - \pi) \text{ m}^2$
E) $90(6 - \pi) \text{ m}^2$



Solución:

- $\triangle ABC$: notable de 45°
 $\Rightarrow AB = BC = 2r \wedge AC = 2r\sqrt{2}$
- Dato: $2r\sqrt{2} = 40\sqrt{2} \Rightarrow r = 20$
- $S_{ABC} = S_{AOD} + S_{\text{Sec.Cir}(BOD)} + S$
$$\frac{2r \cdot 2r}{2} = \frac{r \cdot r}{2} + \frac{\pi r^2}{4} + S$$

 $\therefore S = 100(6 - \pi) \text{ m}^2$



Rpta.: A

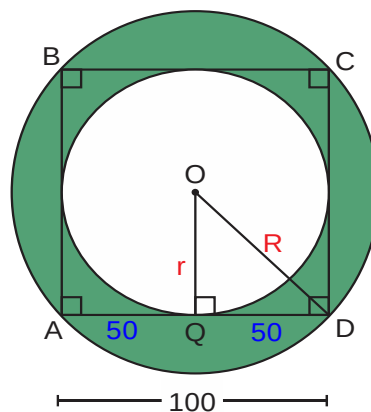
6. En la figura se muestra un espejo cuyo marco tiene la forma de corona circular, el cual se determina por las circunferencias inscrita y circunscrita a un cuadrado. Si el área de dicho marco es $2500\pi \text{ cm}^2$, halle el perímetro del cuadrado.

- A) 320 cm
- B) 360 cm
- C) 440 cm
- D) 480 cm
- E) 400 cm



Solución:

- ABCD: cuadrado
- Dato: $\pi(R^2 - r^2) = 2500\pi$
 $\Rightarrow R^2 - r^2 = 2500 \dots(I)$
- $\triangle OQD$: Teorema de Pitágoras
 $R^2 = r^2 + (QD)^2 \Rightarrow R^2 - r^2 = (QD)^2 \dots(II)$
- De (I) y (II): $QD = 50$
 $\Rightarrow AD = 100$
- $2p_{ABCD} = 4AD = 400 \text{ cm}$



Rpta.: E

ÁLGEBRA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Dada la ecuación en la variable x:

$$x^3 - nx = 21x^2 + 216; n \in \mathbb{Z}$$

Se sabe que sus soluciones forman una progresión geométrica. Determine el valor de la suma de los cuadrados de dichas soluciones.

- A) 73 B) 84 C) 336 D) 189 E) 121

Solución:

$$x^3 - 21x^2 - nx - 216 = 0$$

Soluciones: $\frac{a}{r}$; a; ar

$$1) \left(\frac{a}{r}\right)(a)(ar) = 216$$

$$\rightarrow a^3 = 216 \rightarrow \boxed{a = 6}$$

$$2) \frac{a}{r} + a + ar = 21$$

$$\rightarrow \frac{6}{r} + 6 + 6r = 21 \rightarrow \frac{2}{r} + 2r = 5$$

$$\rightarrow 2r^2 - 5r + 2 = 0 \rightarrow (2r - 1)(r - 2) = 0$$

$$\rightarrow r = \frac{1}{2} \vee r = 2$$

Soluciones: 3; 6; 12

$$\text{Piden: } 3^2 + 6^2 + 12^2 = 189$$

$\therefore$ La suma de cuadrados de las soluciones es 189.

Rpta.: D

2. Dada la ecuación polinomial en la variable x, de coeficientes reales:

$$2x^4 - mx^3 + nx^2 - x - 5 = 0$$

Si $2+i$ y 1 son soluciones de la ecuación mencionada, determine el valor de la expresión $(m+n)$.

- A) 25 B) 24 C) 18 D) 20 E) 22

Solución:

$$2x^4 - mx^3 + nx^2 - x - 5 = 0$$

1) Como $(2+i)$ es solución, por el teorema de paridad $(2-i)$ es solución.

2) Sea r la otra solución

Por el producto de soluciones se tiene $1(2+i)(2-i)(r) = \frac{-5}{2} \rightarrow \boxed{r = -\frac{1}{2}}$

Por la suma de soluciones se tiene $1+2+i+2-i-\frac{1}{2} = -\frac{m}{2} \rightarrow \boxed{m=9}$

3) Como 1 es la solución de la ecuación $2x^4 - 9x^3 + nx^2 - x - 5 = 0$

Entonces $2(1)^4 - 9(1)^3 + n(1)^2 - (1) - 5 = 0$, luego $\boxed{n=13}$

$\therefore$ El valor de $(m+n)$ es 22.

Rpta.: E

3. Dada la ecuación polinomial en la variable x :

$$x^5 - 6x^4 + 8x^3 + 4x^2 - 9x + n = 0; \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Si el producto de sus soluciones es -2 y $a + \sqrt{b}$ es una solución de dicha ecuación, donde $a \in \mathbb{Z}$ y $\sqrt{b} \in \mathbb{I}$, determine el valor de la expresión $(ab+1)$.

- A) 7 B) 3 C) -1 D) -2 E) -5

Solución:

Producto de soluciones $= -n \rightarrow \boxed{n=2}$

	1	-6	8	4	-9	2
1		1	-5	3	7	-2
	1	-5	3	7	-2	0
-1		-1	6	-9	2	
	1	-6	9	-2	0	
2		2	-8	2		
	1	-4	1	0		

Por la suma de soluciones se tiene: $a + \sqrt{b} + a - \sqrt{b} + 1 + 2 + -1 = 6 \rightarrow 2a + 2 = 6$

$\rightarrow \boxed{a=2}$

Por el producto de soluciones se tiene: $(2 + \sqrt{b})(2 - \sqrt{b})(1)(2)(-1) = -2$

$\rightarrow (2 + \sqrt{b})(2 - \sqrt{b}) = 1 \rightarrow 4 - b = 1 \rightarrow \boxed{b=3}$

∴ El valor de $(ab+1)$ es 7.

Rpta.: A

4. Dada la ecuación bicuadrada de coeficientes reales en la variable x :

$$16x^4 + mx^2 + 9 = 0$$

Si se sabe que sus soluciones están en progresión aritmética, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones en el orden indicado.

I) La suma de todas las soluciones de la ecuación es cero.

II) $\frac{1}{2}$ es solución de la ecuación.

III) $m = -4$

IV) La menor solución de la ecuación es $-\frac{3}{2}$.

A) VVFF

B) VVFF

C) FFFV

D) VVVV

E) VFVV

Solución:

Soluciones: $a-r$; a ; $a+r$; $a+2r$

Por ser ecuación bicuadrada se cumple que la suma de soluciones es cero

$$a-r+a+a+r+a+2r=0 \rightarrow \boxed{r=-2a}$$

Soluciones: $-3a$; $-a$; a ; $3a$

Por propiedad de ecuación bicuadrada

$$1) (3a)^2 + (a)^2 = -\frac{m}{16} \rightarrow 10a^2 = -\frac{m}{16} \dots (1)$$

$$2) (3a)^2 (a)^2 = \frac{9}{16} \rightarrow 9a^2 a^2 = \frac{9}{16} \dots (2)$$

$$\text{De (1) y (2): } \boxed{m=-40}$$

$$16x^4 - 40x^2 + 9 = 0 \rightarrow (4x^2 - 1)(4x^2 - 9) = 0 \rightarrow (2x - 1)(2x + 1)(2x + 3)(2x - 3) = 0$$

$$\rightarrow \text{soluciones: } -\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}$$

I) La suma de soluciones es cero. (V)

II) $\frac{1}{2}$ es solución (V)

III) $m = -4$ (F)

IV) La menor solución es $-\frac{3}{2}$ (V)

Rpta.: A

5. La utilidad $U(x)$ expresada en miles de soles de una empresa está modelada por

$$U(x) = -x^3 + 19x^2 - 118x + 240$$

donde x representa la cantidad de unidades producidas y vendidas. Si se sabe que la producción actual supera las 6 unidades, ¿cuántas unidades deberá producir y vender la empresa para no obtener ganancia ni pérdida?

- A) 10 B) 8 C) 12 D) 16 E) 15

Solución:

$$U(x) = -x^3 + 19x^2 - 118x + 240$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & -1 & 19 & -118 & 240 \\ 5 & & -5 & 70 & -240 \\ \hline & -1 & 14 & -48 & 0 \end{array}$$

$$U(x) = -(x-5)(x-6)(x-8)$$

Para no obtener ganancia ni pérdida, la $U(x) = 0$

$$-(x-5)(x-6)(x-8) = 0 \rightarrow x = 5 \vee x = 6 \vee x = 8$$

∴ Deberá producir 8 unidades.

Rpta.: B

6. Una persona compra un cuaderno y una mochila cuyos precios son $(m+8)$ soles y $(n+50)$ soles respectivamente. Si m es la suma de las soluciones reales y n es el producto de las soluciones no reales de la ecuación $x^6 = 64$. ¿Cuántos soles gastó en dicha compra?

- A) 58 B) 74 C) 60 D) 82 E) 72

Solución:

$$x^6 = 64$$

$$\rightarrow (x^3)^2 - (8)^2 = 0$$

$$\rightarrow (x^3 + 8)(x^3 - 8) = 0$$

$$\rightarrow (x+2)(x^2 - 2x + 4)(x-2)(x^2 + 2x + 4) = 0$$

$$\rightarrow x+2=0 \vee x^2 - 2x + 4=0 \vee x-2=0 \vee x^2 + 2x + 4=0$$

$$\rightarrow \boxed{x=-2} \vee \boxed{x=2} \vee x^2 - 2x + 4=0 \vee x^2 + 2x + 4=0$$

- $x+2=0 \vee x-2=0$ las ecuaciones tienen soluciones reales

La suma de soluciones reales es 0 luego $\boxed{m=0}$

- $x^2 - 2x + 4 = 0 \vee x^2 + 2x + 4 = 0$ las ecuaciones tienen soluciones no reales
El producto de las soluciones no reales es 16 luego $n=16$

Precio de un cuaderno y una mochila son 8 soles y 66 soles respectivamente.

∴ Gastó en la compra 74 soles.

Rpta.: B

7. Dada la ecuación:

$$\sqrt{x-3} + \sqrt{8-x} = 3$$

Determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones en el orden indicado.

- I) La ecuación admite dos soluciones.
- II) La suma de todos los elementos de su conjunto solución es igual a 11.
- III) $\frac{9}{2}$ es solución de la ecuación.

A) FFF B) VFF C) VVF D) VVV E) VFV

Solución:

1) Existencia

$$\begin{aligned}x-3 &\geq 0 \wedge 8-x \geq 0 \\&\rightarrow 8 \geq x \geq 3 \\&\rightarrow x \in [3;8]\end{aligned}$$

2) $\sqrt{x-3} + \sqrt{8-x} = 3$

$$\rightarrow \sqrt{x-3} = 3 - \sqrt{8-x}$$

Al cuadrado :

$$(\sqrt{x-3})^2 = (3 - \sqrt{8-x})^2$$

$$\rightarrow x-3 = 9 + 8 - x - 6\sqrt{8-x}$$

$$\rightarrow 6\sqrt{8-x} = 20 - 2x$$

$$\rightarrow 3\sqrt{8-x} = 10 - x$$

Al cuadrado :

$$(3\sqrt{8-x})^2 = (10-x)^2$$

$$\rightarrow x^2 - 11x + 28 = 0$$

$$(x-7)(x-4) = 0$$

$$x = 7 \vee x = 4$$

- I) La ecuación admite dos soluciones. (V)
- II) La suma de todos los elementos de su conjunto solución es igual a 11. (V)

III) $\frac{9}{2}$ es solución de la ecuación. (F)

Rpta.: C

8. Determine el C.S. de la ecuación $\sqrt{x-1} + \sqrt{6-x} = 3x-19$.

- A) $\{\sqrt{6}\}$ B) $[1;6]$ C) $\emptyset$ D) $\{2\sqrt{2}\}$ E) $\{7\}$

Solución:

1) Existencia

$$x-1 > 0 \wedge 6-x > 0$$

$$\rightarrow x > 1 \wedge 6 > x$$

$$\rightarrow 6 > x > 1$$

$$\rightarrow x \in \langle 1;6 \rangle$$

2) $1 < x < 6$

$$\rightarrow 3 < 3x < 18$$

$$\rightarrow -16 < 3x-19 < -1$$

3) $\underbrace{\sqrt{x-1} + \sqrt{6-x}}_{\text{positivo}} = \underbrace{3x-19}_{\text{negativo}}$

$$\therefore \text{C.S.} = \emptyset$$

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Si las soluciones de la ecuación:

$$x^3 - 15x^2 = d - cx$$

están en progresión aritmética y, además, se cumple que $c+d=176$, determine el producto de dichas soluciones.

- A) 105 B) 115 C) 108 D) 112 E) 110

Solución:

$$x^3 - 15x^2 + cx - d = 0$$

Soluciones: $a-r$; a ; $a+r$

$$1) a-r+a+a+r=15$$

$$\rightarrow 3a=15 \rightarrow a=5$$

$$2) (a-r)a + a(a+r) + (a-r)(a+r) = c$$

$$\rightarrow a^2 - ar + a^2 + ar + a^2 - r^2 = c$$

$$\rightarrow 3a^2 - r^2 = c$$

$$\text{Reemplazando: } 75 - r^2 = c \dots (1)$$

$$3) a(a-r)(a+r) = d$$

$$\rightarrow a(a^2 - r^2) = d$$

$$\text{Reemplazando: } 5(25 - r^2) = d$$

$$\rightarrow 125 - 5r^2 = d \dots (2)$$

4) De (1) y (2)

$$\begin{cases} 75 - r^2 = c \\ 125 - 5r^2 = d \end{cases}$$

$$200 - 6r^2 = c + d \dots (3)$$

Por dato: $c + d = 176$, reemplazando en (3) se tiene:

$$200 - 6r^2 = 176 \rightarrow r^2 = 4$$

$$\text{Reemplazando en (2): } d = 105.$$

$\therefore$ El producto de soluciones es 105.

Rpta.: A

2. Dada la ecuación polinomial:

$$ax^3 - bx^2 - bx + a = 0 \text{ donde } a \neq 0; b \neq 0$$

Si se sabe que 2 es la solución de dicha ecuación y c representa la menor solución positiva de la misma, determine el valor de la expresión: $\left(\frac{a}{b} + c\right)$.

A) $\frac{2}{3}$

B) $\frac{7}{6}$

C) $\frac{3}{5}$

D) $\frac{5}{3}$

E) 2

Solución:

$$ax^3 - bx^2 - bx + a = 0$$

1) Como 2 es la solución de la ecuación $ax^3 - bx^2 - bx + a = 0$

$$\text{Entonces } a(2)^3 - b(2)^2 - 2b + a = 0 \rightarrow 3a = 2b \rightarrow \boxed{\frac{a}{b} = \frac{2}{3}}$$

2) Determinando una solución de la ecuación $ax^3 - bx^2 - bx + a = 0$

$$\rightarrow ax^3 + a - bx^2 - bx = 0 \rightarrow a(x^3 + 1) - bx(x + 1) = 0$$

$$\rightarrow a(x + 1)(x^2 - x + 1) - bx(x + 1) = 0 \rightarrow (x + 1)[ax^2 - ax + a - bx] = 0$$

-1 es una solución.

3) Sea n la otra solución

Por el producto de soluciones se tiene $2(-1)n = -1$

$$\rightarrow n = \frac{1}{2}$$

Soluciones: $2; -1; \frac{1}{2}$

Como c es la menor solución positiva $\rightarrow c = \frac{1}{2}$

$\therefore$ El valor de $\left(\frac{a}{b} + c\right)$ es $\frac{7}{6}$.

Rpta.: B

3. Si 1 y -1 son las soluciones de la ecuación polinomial de cuarto grado:

$$ax^4 - bx^3 - 4x^2 + 3x + a = 0; \{a, b\} \subset \mathbb{Z}^+$$

Determine la suma de las dos menores soluciones de dicha ecuación.

- A) -3 B) $\frac{1}{2}$ C) $-\frac{3}{2}$ D) -1 E) 0

Solución:

$$ax^4 - bx^3 - 4x^2 + 3x + a = 0$$

1) Como 1 es solución de la ecuación $ax^4 - bx^3 - 4x^2 + 3x + a = 0$

$$\text{Entonces } a(1)^4 - b(1)^3 - 4(1)^2 + 3(1) + a = 0$$

$$\text{Luego } 2a - b = 1 \dots (1)$$

2) Como -1 es solución de la ecuación $ax^4 - bx^3 - 4x^2 + 3x + a = 0$

$$\text{Entonces } a(-1)^4 - b(-1)^3 - 4(-1)^2 + 3(-1) + a = 0$$

$$\text{Luego } 2a + b = 7 \dots (2)$$

3) De (1) y (2): $a = 2$ $b = 3$

$$\text{Reemplazando } 2x^4 - 3x^3 - 4x^2 + 3x + 2 = 0$$



$$\begin{array}{c|ccccc} & 2 & -3 & -4 & 3 & 2 \\ 1 & & 2 & -1 & -5 & -2 \\ \hline & 2 & -1 & -5 & -2 & 0 \\ -1 & & -2 & 3 & 2 & \\ \hline & 2 & -3 & -2 & 0 & \end{array}$$

$$(x-1)(x+1)(2x^2-3x-2)=0 \rightarrow (x-1)(x+1)(2x+1)(x-2)=0$$

$$\text{soluciones: } 1, -1, -\frac{1}{2}, 2$$

$$\therefore \text{La suma de las dos menores soluciones es } -\frac{3}{2}.$$

Rpta.: C

4. Dada la ecuación:

$$x^4 - 6x^3 + 17x^2 - 38x - 10 = 0.$$

Se sabe que dos de sus soluciones son $2 + c\sqrt{b}$ y $a - 3i$, donde $\{a; b; c\} \subset \mathbb{Z}$ y $\sqrt{b} \in \mathbb{I}$.
Determine el mayor valor que puede tomar la expresión: $(a+b-c)$.

- A) 5 B) 8 C) 7 D) 6 E) 9

Solución:

Por la suma de soluciones se tiene: $2 + c\sqrt{b} + 2 - c\sqrt{b} + a + 3i + a - 3i = 6$

$$\rightarrow 4 + 2a = 6 \rightarrow \boxed{a=1}$$

Por el producto de soluciones se tiene: $(2 + c\sqrt{b})(2 - c\sqrt{b})(1 + 3i)(1 - 3i) = -10$

$$\rightarrow (4 - c^2b)(1 - (3i)^2) = -10 \rightarrow (4 - c^2b)10 = -10$$

$$\rightarrow 4 - c^2b = -1 \rightarrow c^2b = 5 \rightarrow \boxed{b=5} \wedge \boxed{c=\pm 1}$$

$\therefore$ El mayor valor de $(a+b-c)$ es 7.

Rpta.: C

5. Dada la ecuación polinomial:

$$x^6 + (b-1)x^3 - 729 = 0$$

Si se sabe que dicha ecuación es binómica, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones en el orden indicado:

- I) La ecuación tiene cuatro soluciones no reales.
II) El producto de todas las soluciones no reales es 9.
III) La suma de los cuadrados de las soluciones reales es 18.

- A) FFF B) VFF C) VVF D) VFV E) VVV

Solución:

Como la ecuación es binómica $x^6 + (b-1)x^3 - 729 = 0$ entonces $\boxed{b=1}$

$$x^6 - 729 = 0$$

$$\rightarrow (x^3)^2 - 27^2 = 0$$

$$\rightarrow (x^3 + 27)(x^3 - 27) = 0$$

$$\rightarrow (x^3 + 3^3)(x^3 - 3^3) = 0$$

$$\rightarrow (x+3)(x^2 - 3x + 9)(x-3)(x^2 + 3x + 9) = 0$$

$$\rightarrow x+3=0 \vee x-3=0 \vee x^2 - 3x + 9=0 \vee x^2 + 3x + 9=0$$

$$\rightarrow x = -3 \vee x = 3 \vee x^2 - 3x + 9=0 \vee x^2 + 3x + 9=0$$

- 3 y -3, son soluciones reales.

- $\underbrace{x^2 - 3x + 9 = 0}_{\Delta < 0}$, la ecuación tiene dos soluciones no reales

- $\underbrace{x^2 + 3x + 9 = 0}_{\Delta < 0}$, la ecuación tiene dos soluciones no reales

- I) La ecuación tiene cuatro soluciones no reales. (V)
- II) El producto de las soluciones no reales es 9. (F)
- III) La suma de los cuadrados de las soluciones reales es 18. (V)

Rpta.: D

6. Dada la ecuación polinomial:

$$x^4 + (m-2)x^3 - (m^2 + n^2)x^2 + (5-n)x + (mn)^2 = 0$$

Si se sabe que dicha expresión corresponde a una ecuación bicuadrada, determine la suma de sus soluciones positivas.

- A) 29 B) 10 C) 12 D) 7 E) 4

Solución:

Ecuación bicuadrada $x^4 + \underbrace{(m-2)}_{=0}x^3 - (m^2 + n^2)x^2 + \underbrace{(5-n)}_{=0}x + (mn)^2 = 0$

$$\rightarrow \boxed{x^4 - 29x^2 + 100 = 0}$$

Soluciones: 2; -2; 5; -5

∴ La suma de soluciones positivas 7.

Rpta.: D

7. Dada la ecuación bicuadrada:

$$x^4 - (k+3)x^2 + 2k + 2 = 0$$

Donde r es la solución doble y positiva. Si la temperatura de la ciudad P está dada por $T_P = (k+24)^\circ \text{C}$ y la de la ciudad N por $T_N = (r^2 + 21)^\circ \text{C}$, determine la diferencia de temperaturas entre ambas ciudades.

- A) 5°C B) 1°C C) 4°C D) 3°C E) 2°C

Solución:

$$x^4 - (k+3)x^2 + 2k + 2 = 0$$

Soluciones: r ; r ; $-r$; $-r$

Por propiedad de ecuación bicuadrada

$$1) \quad r^2 + r^2 = \frac{k+3}{1}$$

$$2r^2 = k + 3 \dots (1)$$

$$2) \quad r^2(r^2) = \frac{2k+2}{1}$$

$$r^4 = 2k + 2 \dots (2)$$

De (1) y (2):

$$\frac{(2r^2)^2}{r^4} = \frac{(k+3)^2}{2k+2}$$

$$\rightarrow 8k + 8 = k^2 + 6k + 9$$

$$\rightarrow k^2 - 2k + 1 = 0$$

$$\rightarrow k = 1$$

Reemplazando:

$$x^4 - 4x^2 + 4 = 0$$

$$\text{soluciones: } \sqrt{2}; \sqrt{2}; -\sqrt{2}; -\sqrt{2}$$

La ciudad P tiene una temperatura de $(1+24)^\circ \text{C}$.

La temperatura de la ciudad N es $(2+21)^\circ \text{C}$.

$\therefore$ La diferencia de temperaturas es 2°C .

Rpta.: E

8. Dada la ecuación:

$$\sqrt{x-1-a} + \sqrt{b-x+1} = \sqrt{b-a}$$

donde $b > a$, determine la suma de soluciones.

A) $2(a + b + 1)$

B) $a + b$

C) $b - a + 2$

D) $a + b + 1$

E) $a + b + 2$

Solución:

1) Existencia

$$x-1-a \geq 0 \wedge b-x+1 \geq 0$$

$$\rightarrow x \geq a+1 \wedge b+1 \geq x$$

$$\rightarrow b+1 \geq x \geq a+1$$

$$\rightarrow x \in [a+1; b+1]$$

2) $\sqrt{x-1-a} + \sqrt{b-x+1} = \sqrt{b-a}$

Al cuadrado:

$$\sqrt{x-1-a} + \sqrt{b-x+1} = \sqrt{b-a}$$

Al cuadrado:

$$(\sqrt{x-1-a} + \sqrt{b-x+1})^2 = (\sqrt{b-a})^2$$

$$(\sqrt{x-1-a} + \sqrt{b-x+1})^2 = (\sqrt{b-a})^2$$

$$\rightarrow x-1-a+b-x+1+2(\sqrt{x-1-a})(\sqrt{b-x+1}) = b-a$$

$$\rightarrow 2(\sqrt{x-1-a})(\sqrt{b-x+1}) = 0$$

$$x = a+1 \vee x = b+1$$

Soluciones: $a+1$; $b+1$

$\therefore$ Suma de soluciones $a + b + 2$.

Rpta.: E

TRIGONOMETRÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. En el estudio de las condiciones ambientales de una ciudad, la temperatura a lo largo de un día se modela mediante la expresión $40\sin\left(\frac{\pi t}{6}\right) + 5$ en °C, donde $t \in [0; 24]$ es el número de horas transcurridas a partir de la medianoche. Determine cuántas veces la temperatura fue de 25 °C durante ese día.

A) 3 B) 2 C) 4 D) 1 E) 5

Solución:

Como: $40\sin\left(\frac{\pi t}{6}\right) + 5 = 25$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi t}{6} = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}, \frac{17\pi}{6}, \dots \Rightarrow t = 1; 5; 13; 17; \dots$$

Por lo tanto, la temperatura fue de 25 °C cuatro veces durante ese día.

Rpta.: C

2. Una empresa exportadora envía $(960Q + 2)$ kg de cacao y lo vende a 15 soles por kilogramo. Si Q es la segunda solución positiva de la ecuación $[2\cos(20\pi x) - \sqrt{3}][\cos(x) - 3] = 0$, ¿cuánto dinero obtuvo la empresa por la venta de las $(960Q + 2)$ kg de cacao?

A) S/. 1250 B) S/. 1400 C) S/. 1350 D) S/. 1200 E) S/. 1550

Solución:

Como: $[2\cos(20\pi x) - \sqrt{3}][\cos(x) - 3] = 0$

$$\Rightarrow \cos(20\pi x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow 20\pi x = \frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}, \dots$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{120}, \frac{11}{120}, \dots$$

Por lo tanto, la empresa obtuvo 1350 soles por la venta de los 90 kg de cacao.

Rpta.: C

3. La nota que obtuvo Miguel en el examen parcial del curso de Cálculo Diferencial está representado por el valor de la expresión $\frac{8\pi}{Q} + 10$, donde Q es la suma de las dos menores soluciones positivas de la ecuación $\sin^2(x) - \cos^2(x) = 1$. Halle la nota que obtuvo Miguel en su examen.

A) 16 B) 10 C) 14 D) 13 E) 15

Solución:

Como: $\sin^2(x) - \cos^2(x) = 1$

$$\Rightarrow \cos^2(x) - \sin^2(x) = -1$$

$$\Rightarrow \cos(2x) = -1$$

$$\Rightarrow 2x = \pi; 3\pi; \dots$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; \dots$$

Luego: $Q = 2\pi$

Por lo tanto, la nota que obtuvo Miguel en su examen parcial es 14.

Rpta.: C

4. Debido a incendios forestales ocurridos en la sierra sur, el Gobierno Regional envió 100 camiones cisterna llenos de agua con capacidad de 8 m^3 . En el traslado del agua, desde el lugar de abastecimiento, cada camión perdió $\left(\frac{2M}{\pi}\right) \text{ m}^3$ de agua, donde M es la suma de las dos primeras soluciones positivas de la ecuación $8\sin^3(x) - 1 = 6\sin(x)$. Halle el volumen total que llegó en estos vehículos para combatir los incendios.

A) 600 m^3 B) 700 m^3 C) 400 m^3 D) 500 m^3 E) 450 m^3

Solución:

Como: $8\sin^3(x) - 1 = 6\sin(x)$

$$\Rightarrow 2(3\sin(x) - 4\sin^3(x)) = -1$$

$$\Rightarrow \sin(3x) = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 3x = \frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}; \dots$$

$$\Rightarrow x = \frac{7\pi}{18}; \frac{11\pi}{18}; \dots$$

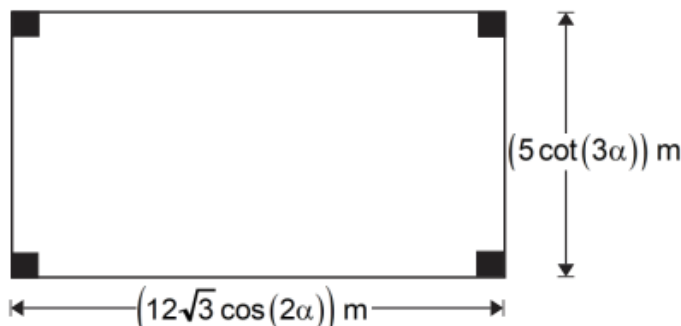
Luego: $M = \pi$

Por lo tanto, el volumen total que llegó en estos vehículos es 600 m^3 .

Rpta.: A

5. Carlos tiene un terreno rectangular (figura adjunta) destinado para la construcción de una casa de tres pisos. Si α es la menor solución positiva de la ecuación $\frac{\sin(2x) + \sin(4x) + \sin(6x)}{\cos(2x) + \cos(4x) + \cos(6x)} = \sqrt{3}$, halle el perímetro de dicho terreno.

- A) 30 m
B) 44 m
C) 41 m
D) 46 m
E) 35 m



Solución:

Como: $\frac{\sin(2x) + \sin(4x) + \sin(6x)}{\cos(2x) + \cos(4x) + \cos(6x)} = \sqrt{3}$,

$$\Rightarrow \frac{\sin(4x)(2\cos(2x)+1)}{\cos(4x)(2\cos(2x)+1)} = \sqrt{3},$$

$$\Rightarrow \tan(4x) = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 4x = \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \alpha = x_{\text{Min}} = \frac{\pi}{12}$$

Por lo tanto, el perímetro del terreno es de 46 m.

Rpta.: D

6. Halle el número de soluciones de la ecuación $7 - 2\sin(x) = 4(1 + \cos(2x))$, $x \in [0; 2\pi]$.

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 4 E) 1

Solución:

Como: $7 - 2\sin(x) = 4(1 + \cos(2x))$

$$\Rightarrow 7 - 2\sin(x) = 8\cos^2(x)$$

$$\Rightarrow 7 - 2\sin(x) = 8 - 8\sin^2(x)$$

$$\Rightarrow 8\sin^2(x) - 2\sin(x) - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (4\sin(x) + 1)(2\sin(x) - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \quad \text{sen}(x) = -\frac{1}{4} \quad \vee \quad \text{sen}(x) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \quad x = \pi + \alpha; 2\pi - \alpha; \dots \quad \vee \quad x = \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \dots$$

Por lo tanto, hay 4 soluciones en $[0; 2\pi]$.

Rpta.: D

7. En la figura, se representa a dos barcos A y B en un determinado instante. Si la distancia de separación entre ellos es de 30 millas y θ es la menor solución positiva de la ecuación $\text{sen}^2(x) \cdot \cot(x) + (1 - \text{sen}^2(x)) \cdot \tan(x) = \text{sen}(x)$, halle la distancia entre los puntos P y Q.

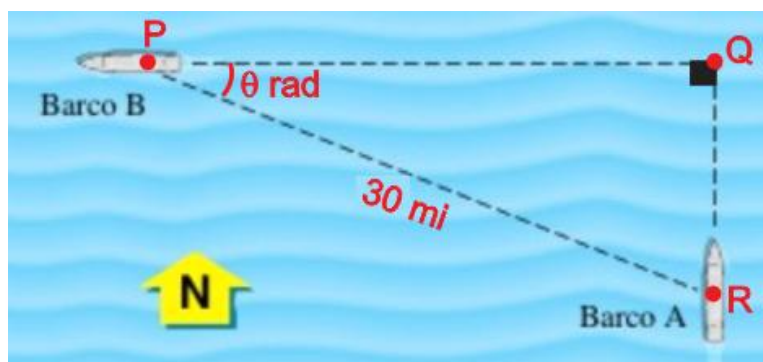
A) 10 mi

B) 18 mi

C) 15 mi

D) 17 mi

E) 16 mi



Solución:

$$x \neq \frac{k\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Como: } \text{sen}^2(x) \cdot \cot(x) + (1 - \text{sen}^2(x)) \cdot \tan(x) = \text{sen}(x)$$

$$\Rightarrow \quad \text{sen}^2(x) \cdot \frac{\cos(x)}{\text{sen}(x)} + \cos^2(x) \cdot \frac{\text{sen}(x)}{\cos(x)} = \text{sen}(x)$$

$$\Rightarrow \quad 2\text{sen}(x) \cdot \cos(x) = \text{sen}(x)$$

$$\Rightarrow \quad \text{sen}(x) = 0 \quad \vee \quad \cos(x) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \quad x = 0; \pi; \dots \quad \vee \quad x = \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}; \dots$$

$$\Rightarrow \quad \theta = \frac{\pi}{3}$$

Por lo tanto, la distancia entre los puntos P y Q es de 15 millas.

Rpta.: C

8. Halle el conjunto solución de la ecuación $\sec^2\left(\frac{x}{2}\right) + \csc^2\left(\frac{x}{2}\right) = 16 \cot(x)$.

A) $\left\{ \frac{n\pi}{2} + (-1)^n \frac{\pi}{4} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

B) $\left\{ \frac{n\pi}{4} + (-1)^n \frac{\pi}{3} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

C) $\left\{ n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

D) $\left\{ \frac{n\pi}{3} + (-1)^n \frac{\pi}{5} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

E) $\left\{ \frac{n\pi}{2} + (-1)^n \frac{\pi}{12} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

Solución:

$$x \neq k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Como: } \sec^2\left(\frac{x}{2}\right) + \csc^2\left(\frac{x}{2}\right) = 16 \cot(x)$$

$$\Rightarrow 4 \csc^2(x) = 16 \cot(x)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin^2(x)} = \frac{4 \cos(x)}{\sin(x)}$$

$$\Rightarrow \sin(2x) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2x = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x = \frac{n\pi}{2} + (-1)^n \frac{\pi}{12}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Por lo tanto, el conjunto solución es $\left\{ \frac{n\pi}{2} + (-1)^n \frac{\pi}{12} / n \in \mathbb{Z} \right\}$.

Rpta.: E**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. La corriente que fluye por un circuito de corriente alterna está modelada por la expresión $(4\cos^3(t) - 3\cos(t))(2\sin(t) - 1)$, donde $t \in [0; \pi]$ es el número de segundos transcurridos. ¿Cuántas veces la corriente se anula?

A) 4 veces

B) 5 veces

C) 2 veces

D) 3 veces

E) 6 veces

Solución:

$$\text{Como: } (4\cos^3(t) - 3\cos(t))(2\sin(t) - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \cos(3t) \cdot (2\sin(t) - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \cos(3t) = 0 \quad \vee \quad \sin(t) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 3t = \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}; \dots \quad \vee \quad t = \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \dots$$

$$\Rightarrow t = \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}; \dots \quad \vee \quad t = \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \dots$$

$$\Rightarrow t = \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6}$$

Por lo tanto, la corriente alterna se anula 3 veces.

Rpta.: D

2. Las edades de Miguel y Adolfo en años son $(60\theta + 20)$ y $(30\theta + 12)$. Si θ es la menor solución positiva de la ecuación $0,2\cos(20\pi x) + 8 = 7,9\tan\left(\frac{\pi}{4}\right)$, halle la diferencia de ambas edades.

A) 11 años B) 8 años C) 13 años D) 9 años E) 12 años

Solución:

$$\text{Como: } 0,2\cos(20\pi x) + 8 = 7,9\tan\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \cos(20\pi x) = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 20\pi x = \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; \dots$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{30}; \frac{1}{15}; \dots$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{1}{30}$$

Por lo tanto, la diferencia de ambas edades es 9 años.

Rpta.: D

3. En una ciudad, la temperatura del día es determinada por $T(t) = 8 + 6\left[2\sin\left(\frac{\pi t}{48}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi t}{48}\right)\right]$ en °C, donde t es el número de horas transcurridas.

Si el registro de la temperatura se inicia a partir de la medianoche, ¿a qué hora la temperatura alcanza los 11 °C por primera vez?

A) 1:00 a. m. B) 5:00 a. m. C) 4:00 a. m. D) 3:00 a. m. E) 6:00 a. m.

Solución:

$$\text{Como: } T(t) = 8 + 6 \left[2 \operatorname{sen} \left(\frac{\pi t}{48} \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi t}{48} \right) \right]$$

$$\Rightarrow T(t) = 8 + 6 \operatorname{sen} \left(\frac{\pi t}{24} \right) = 11$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen} \left(\frac{\pi t}{24} \right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi t}{24} = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \dots$$

$$\Rightarrow t = 4; 20; \dots$$

Por lo tanto, la temperatura alcanza los 11 °C por primera vez a las 4:00 a. m.

Rpta.: C

4. Un águila inicia su recorrido desde un punto A hasta un punto B empleando 8 minutos. Si la altura de vuelo de un águila es modelada por la expresión $\sec \left(\frac{\pi}{3} \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi t}{12} - \frac{\pi}{3} \right) \cos \left(\frac{\pi t}{12} \right)$ en kilómetros, donde t es el número de minutos transcurridos desde su punto de partida. ¿En cuántos minutos después del punto de partida el águila se encuentra a una altura de 1,5 kilómetros?

- A) 4 min B) 6 min C) 3 min D) 5 min E) 2 min

Solución:

$$\text{Como: } \sec \left(\frac{\pi}{3} \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi t}{12} - \frac{\pi}{3} \right) \cos \left(\frac{\pi t}{12} \right) = 1,5$$

$$\Rightarrow 2 \cos \left(\frac{\pi t}{12} \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi t}{12} - \frac{\pi}{3} \right) = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \cos \left(\frac{\pi t}{6} - \frac{\pi}{3} \right) + \cos \left(\frac{\pi}{3} \right) = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \cos \left(\frac{\pi t}{6} - \frac{\pi}{3} \right) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\pi t}{6} - \frac{\pi}{3} = 0$$

$$\Rightarrow t = 2$$

Por lo tanto, transcurridos dos minutos, el águila se encuentra a una altura de 1,5 km.

Rpta.: E

5. Halle la mayor solución negativa de la ecuación $8\cos^2(x) - 5 = -2\sin(x)$.

- A) $-\frac{\pi}{4}$ B) $-\frac{\pi}{8}$ C) $-\frac{\pi}{3}$ D) $-\frac{\pi}{6}$ E) $-\frac{\pi}{12}$

Solución:

Como: $8\cos^2(x) - 5 = -2\sin(x)$

$$\Rightarrow 8 - 8\sin^2(x) - 5 = -2\sin(x)$$

$$\Rightarrow 8\sin^2(x) - 2\sin(x) - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (4\sin(x) - 3) \cdot (2\sin(x) + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \sin(x) = \frac{3}{4} \quad \vee \quad \sin(x) = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{\pi}{6}$$

Por lo tanto, la mayor solución negativa es $-\frac{\pi}{6}$.

Rpta.: D

6. En la figura, se tiene una máquina que tira con una fuerza de 2200 libras de un cable que forma un ángulo de medida θ rad con la horizontal para mover una carreta. Si θ es la menor solución positiva de la ecuación $(\tan(x) + \cot(x)) \cdot \cos^2(x) = \sqrt{3}$, calcule θ rad.

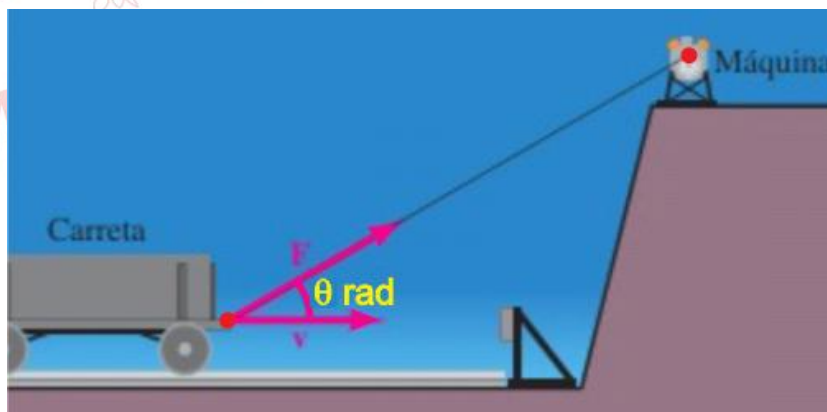
A) $\frac{\pi}{3}$ rad

B) $\frac{\pi}{4}$ rad

C) $\frac{\pi}{6}$ rad

D) $\frac{\pi}{5}$ rad

E) $\frac{\pi}{12}$ rad



Solución:

$$x \neq \frac{k\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Como: $(\tan(x) + \cot(x)) \cdot \cos^2(x) = \sqrt{3}$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{\sin(x) \cdot \cos(x)} \right) \cdot \cos^2(x) = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos(x)}{\sin(x)} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \cot(x) = \sqrt{3} \Rightarrow \tan(x) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow x = \theta = \frac{\pi}{6}$$

Por lo tanto, el valor de θ rad es $\frac{\pi}{6}$ rad.

Rpta.: C

7. Halle el conjunto solución de la ecuación $\cos(4x) \cdot \cot(2x) = -1 - \sin(4x)$.

A) $\left\{ \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{4} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

B) $\left\{ \frac{n\pi}{4} - \frac{\pi}{3} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

C) $\left\{ \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{8} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

D) $\left\{ n\pi - \frac{\pi}{3} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

E) $\left\{ \frac{n\pi}{3} - \frac{\pi}{6} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

Solución:

Como: $\cos(4x) \cdot \cot(2x) = -1 - \sin(4x)$

$$\Rightarrow \sin(4x) + \cos(4x) \cdot \cot(2x) = -1$$

$$\Rightarrow \sin(4x) + \cos(4x) \cdot \frac{\cos(2x)}{\sin(2x)} = -1$$

$$\Rightarrow \frac{\cos(4x) \cdot \cos(2x) + \sin(4x) \cdot \sin(2x)}{\sin(2x)} = -1$$

$$\Rightarrow \frac{\cos(2x)}{\sin(2x)} = -1 \Rightarrow \tan(2x) = -1$$

$$\Rightarrow 2x = n\pi + \left(-\frac{\pi}{4}\right), \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x = \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{8}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Por lo tanto, el conjunto solución es $\left\{ \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{8} / n \in \mathbb{Z} \right\}$.

Rpta.: C

LENGUAJE

EJERCICIOS DE CLASE

1. La frase nominal es la unidad sintáctica cuyo núcleo es un nombre o un pronombre, y puede presentar modificadores directos e indirectos en su estructura. De acuerdo con esta aseveración, señale la opción que presenta mayor número de frases nominales.
- A) Las chicas recibieron su diploma de participantes.
B) Los demandantes reclamaban daños y perjuicios.
C) Siempre son eficaces estos métodos de investigación.
D) Estimada señora, necesito los uniformes escolares hoy.
E) Nosotros les ofrecemos varias instalaciones y servicios.

Solución:

Esta opción presenta 3 frases nominales: *nosotros*, *les* y *varias instalaciones y servicios*.

Rpta.: E

2. La frase nominal puede llevar modificadores directos e indirectos. Aquellas que presentan modificador indirecto (frases preposicionales, frases apositivas o proposiciones subordinadas adjetivas) se clasifican como complejas. Considerando lo anterior, identifique la alternativa que presenta una frase nominal compleja.
- A) La tienda está ofreciendo descuentos esta semana.
B) Después de ese momento, saludó a los invitados.
C) Enviaré un cheque a mi hermana por la mañana.
D) La novela del escritor se publicará en noviembre.
E) Guillermina, nos recomendó varios documentales.

Solución:

La frase nominal compleja es *la novela del escritor*. Esta admite el modificador indirecto *del escritor* (frase preposicional), el cual modifica al núcleo *novela*.

Rpta.: D

3. La frase nominal desempeña diferentes funciones sintácticas dentro de la oración. En ese sentido, correlacione las frases nominales subrayadas con sus respectivas funciones; luego señale la secuencia correcta.

- I. Ellos hacen fortunas con sus transacciones.
II. Daniela, escribeme tu dirección domiciliaria.
III. Nos despertó a todos el estridente sonido.
IV. Les cambiaron los marcos a las ventanas ayer.

- a. Objeto indirecto
b. Circunstancial
c. Objeto directo
d. Sujeto

- A) Ib, IIa, IIIc, IVd
D) Ib, IIc, IIId, IVa

- B) Ic, IIId, IIId, IVa
E) Ic, IIa, IIId, IVb

- C) Ib, IIa, IIId, IVc

Solución:

La correlación adecuada es la siguiente:

- I. Ellos hacen fortunas con sus transacciones.
II. Daniela, escribeme tu dirección domiciliaria.
III. Nos despertó a todos el estridente sonido.
IV. Les cambiaron los marcos a las ventanas ayer.

- b. Circunstancial
a. Objeto indirecto
d. Sujeto
c. Objeto directo

Rpta.: C

4. Según su significado, los sustantivos se pueden clasificar en propios y comunes. Los nombres comunes pueden clasificarse en abstractos y concretos; los concretos, a su vez, en individuales y colectivos; los colectivos, en primitivos y derivados. Los nombres propios pueden clasificarse en antropónimos, patronímicos, topónimos, entre otros. De acuerdo con lo afirmado, establezca la correlación correcta entre los sustantivos subrayados y sus clases.

- | | |
|--|--------------|
| I. Todos nosotros necesitamos un destello de <u>esperanza</u> . | a. Propio |
| II. Su <u>aroma</u> es delicado, complejo y con mucha intensidad. | b. Concreto |
| III. Lucas, el séptimo país más poblado del mundo es <u>Brasil</u> . | c. Colectivo |
| IV. Aquel jardinero cuidaba el <u>rosedal</u> en medio de este jardín. | d. Abstracto |

A) Id, IIa, IIIb, IVc
D) Ib, IIc, IIIa, IVd

B) Ic, IId, IIIa, IVb
E) Id, IIb, IIIa, IVc

C) Ib, IIc, IIId, IVa

Solución:

El sustantivo *esperanza* es abstracto, pues no es perceptible mediante los sentidos; *aroma* es su sustantivo concreto, porque es un elemento perceptible; *Brasil* es un sustantivo propio; *rosedal* es un colectivo derivado (conjunto de rosales).

Rpta.: E

5. Los pronombres son categorías lexicales con significado referencial, es decir, refieren a las entidades denotadas por los sustantivos. Según ello, en el enunciado

*¿Qué es poesía?, dices mientras clavas
en mí pupila tu pupila azul.
¿Qué es poesía? ¿Y tú me lo preguntas?
Poesía... eres tú.
Gustavo Adolfo Bécquer*

El número de pronombres asciende a

- A) siete. B) cinco. C) tres. D) seis. E) cuatro.

Solución:

Los pronombres son seis: *qué* (interrogativo), *qué* (interrogativo), *tú* (personal tónico), *me* (personal átono), *lo* (personal átono), *tú* (personal tónico).

Rpta.: D

6. Los pronombres son un grupo variado de palabras que sustituyen al sustantivo y pueden clasificarse según su función en personales, posesivos, demostrativos, relativos, indefinidos, interrogativos y exclamativos. Considerando ello, establezca la correlación correcta entre los pronombres subrayados y sus clases.

- | | |
|--|-----------------|
| I. <u>Estas</u> pertenecen a la familia de mi padre. | a. Personal |
| II. Eso no tiene nada que ver <u>contigo</u> y conmigo. | b. Demostrativo |
| III. Los álbumes del estante de arriba son <u>míos</u> . | c. Indefinido |
| IV. <u>Pocos</u> creen que es verdad lo que tú dices. | d. Posesivo |

A) Ic, IIa, IIId, IVb
D) Ib, IId, IIIa, IVc

B) Ic, IIa, IIIb, IVd
E) Ib, IIa, IIId, IVc

C) Ia, IIc, IIId, IVb

Solución:

- | | |
|--|-----------------|
| I. <u>Estas</u> pertenecen a la familia de mi padre. | b. Demostrativo |
| II. Eso no tiene nada que ver <u>contigo</u> y conmigo. | a. Personal |
| III. Los álbumes del estante de arriba son <u>míos</u> . | d. Posesivo |
| IV. <u>Pocos</u> creen que es verdad lo que tú dices. | c. Indefinido |

Rpta.: E

7. El adjetivo es una categoría lexical variable que funciona como modificador directo del nombre. Según lo definido, cuantifique el número de adjetivos en el siguiente texto:

La flor de lis es una representación estilizada del lirio, utilizada históricamente como emblema de la realeza francesa, nobleza, pureza y poder. Su diseño de tres pétalos unidos simboliza fe, sabiduría y caballería, con profundas raíces en la heráldica, la religión y el arte desde la Edad Media.

- A) Cuatro B) Seis C) Siete D) Tres E) Cinco

Solución:

En esta alternativa, hay cuatro adjetivos: *estilizada, francesa, unidos y profundas*.

Rpta.: A

8. Las características o cualidades del nombre denotadas por el adjetivo pueden ser apreciadas en tres grados: positivo, comparativo y superlativo. De acuerdo con ello, establezca la correlación entre la columna con adjetivos y la de sus grados de calificación.

- | | |
|--|--------------------------------|
| I. Mi prima confecciona uniformes escolares. | a. Superlativo relativo |
| II. Este suéter es más bonito que el marrón. | b. Comparativo de igualdad |
| III. Natalie es tan inteligente como su madre. | c. Comparativo de superioridad |
| IV. Ese cuadro es el más valioso del museo. | d. Positivo |

A) Ic, IIb, IIIa, IVd

B) Ib, IIa, IIId, IVc

C) Id, IIc, IIIb, IVa

D) Ia, IIId, IIId, IVb

E) Id, IIa, IIId, IVb

Solución:

La correlación adecuada es la siguiente:

- | | |
|---|--------------------------------|
| I. Mi prima confecciona uniformes <u>escolares</u> . | d. Positivo |
| II. Este suéter es <u>más bonito que</u> el marrón. | c. Comparativo de superioridad |
| III. Natalie es <u>tan inteligente como</u> su madre. | b. Comparativo de igualdad |
| IV. Ese cuadro es <u>el más valioso del</u> museo. | a. Superlativo relativo |

Rpta.: C

9. El adjetivo puede cumplir las funciones de modificador directo, complemento atributo y complemento predicativo. En ese sentido, lea los enunciados y marque la alternativa que presenta al adjetivo como complemento atributo.

- A) Las flores de papel son símbolos de alegría.
B) Los atletas llegaron contentos al reencuentro.
C) El muro exterior de ladrillo se construirá pronto.
D) Estos efectos de sonido de video son muy ruidosos.
E) Mi madre, mi esposa y mis hijos están en ese avión.

Solución:

Esta es una oración de predicado nominal, el cual está conformado por el verbo copulativo *son* y el complemento atributo, representado formalmente por el adjetivo *ruidosos*.

Rpta.: D

10. Los determinantes pueden clasificarse en artículos, posesivos, demostrativos y cuantificadores. Teniendo en cuenta esta afirmación en el siguiente enunciado *La araña saltarina es un arácnido pequeño, diurno y curioso, famoso por su excelente visión de trescientos sesenta grados y su capacidad de saltar hasta cincuenta veces su tamaño para cazar, sin tejer redes*. El número de determinantes asciende a

A) ocho. B) seis. C) cinco. D) tres. E) siete.

Solución:

En el siguiente texto hay siete determinantes: *la, un, su, trescientos sesenta, su, cincuenta y su*.

Rpta.: E

11. En su función modificadora del nombre, el determinante se presenta formalmente como artículo, demostrativo, posesivo y cuantificador: indefinido y numeral. Desde esta perspectiva, establezca la correlación entre la columna de determinantes subrayados y la de su clasificación correspondiente.

- I. Profesora, esta es la historia de mi vida.
II. El dispositivo tiene una quíntuple función.
III. Este producto ofrece garantía de un año.
IV. Aconseja algunas medidas para el ahorro.
V. Te devuelvo tu medalla de bronce, Mateo.

- a. Demostrativo
b. Posesivo
c. Artículo
d. Indefinido
e. Numeral

A) Ib, IJe, IIId, IVc, Va
D) Ie, IIa, IIId, IVc, Vd

B) Ic, IJe, IIIa, IVd, Vb
E) Ib, IIc, IIId, IVe, Va

C) Ia, IJe, IIId, IVd, Vb

Solución:

La correlación adecuada entre la columna de determinantes y su clasificación correspondiente es la siguiente:

- I. Profesora, esta es la historia de mi vida.
II. El dispositivo tiene una quíntuple función.
III. Este producto ofrece garantía de un año.
IV. Aconseja algunas medidas para el ahorro.
V. Te devuelvo tu medalla de bronce, Mateo.

- c. Artículo
e. Numeral
a. Demostrativo
d. Indefinido
b. Posesivo

Rpta.: B

12. La correcta escritura de las palabras exige el conocimiento de ciertas reglas establecidas en torno al empleo adecuado de los artículos definidos (el, la, los, las). De acuerdo con ellas, elija la alternativa que presenta el correcto empleo de este tipo de artículo.

- I. Halle la área del triángulo rectángulo.
II. Él trajo el hacha más filuda y pesada.
III. La ama de llaves no vendrá mañana.
IV. El Amazonas es un río muy caudaloso.

A) I y II B) I y III C) II y IV D) II y III E) III y IV

Solución:

Los enunciados II y IV están correctamente escritos.

En las demás alternativas, las formas correctas son como sigue:

- I. Halle el área del triángulo rectángulo.
- III. El ama de llaves no vendrá mañana.

Rpta.: C

LITERATURA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Con respecto al costumbrismo peruano, marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado: «Se define como _____ que se caracteriza por emplear _____ como arma de lucha ideológica y política».

- A) el primer movimiento literario de la era republicana – la sátira
- B) una propuesta estética de influencia neoclásica – la oratoria
- C) la corriente literaria más destacada del siglo XIX – el teatro
- D) una combinación de criollismo y anticriollismo – el didactismo
- E) un proyecto para consolidar la expresión nacional – el humor

Solución:

El costumbrismo es el primer movimiento de la época republicana. Entre sus características, destaca el empleo de la sátira, la cual se utilizó como una herramienta moralizante.

Rpta.: A

2. ¿Qué característica del costumbrismo se aprecia en los siguientes versos del poema «El ministro y el aspirante», de Felipe Pardo y Aliaga?

*«¡Da horror ver en su apogeo
A viciosos disolutos
Y que no se da un empleo
Sino á pícaros y á brutos!
La nación es el recreo
De estos dueños absolutos.
¿Quién sufre tal cautiverio?»
Este quiere un ministerio.*

- A) Exaltación de la clase aristócrata
- B) Actitud sumamente enjuiciadora
- C) Presencia de personajes típicos
- D) Crítica a las costumbres hispanas
- E) Descripción de las élites criollas

Solución:

En los versos citados, se aprecia una postura crítica (enjuiciadora) hacia el aparato estatal del Perú republicano.

Rpta.: B

3. Con respecto a la verdad (V o F) de los siguientes enunciados sobre la valoración de la producción literaria de Felipe Pardo y Aliaga, marque la alternativa correcta.
- I. Escribió comedias como *Frutos de la educación* y la novela *Un viaje*.
 - II. Empleó un estilo equilibrado y manifestó reflexión en los conceptos.
 - III. Realizó comparaciones subjetivas al describir costumbres y caracteres.
 - IV. Desarrolló poesía de tendencia satírica y varios artículos costumbristas.
- A) VFVF B) FVVF C) VFFV D) VFVV E) FVVF

Solución:

- I. Pardo y Aliaga escribió la comedia *Frutos de la educación* y el artículo costumbrista «Un viaje». (F)
- II. Empleó un estilo equilibrado y manifestó reflexión en los conceptos. (V)
- III. Al describir costumbres y caracteres trató de que sus comparaciones sean objetivas. (F)
- IV. Desarrolló poesía de tendencia satírica y destacados artículos costumbristas. (V)

Rpta.: B

4. MANUEL:
[...]
Como tú, Lima se jacta,
Que, aunque en su exterior parecen
Quizás demasiado francas,
Con toda su zamacueca
Sus manoteos y charla,
Son celosísimas madres
Y esposas inmaculadas.
Todo esto para nosotros
Es cosa sencilla y llana,
Pero un Inglés, hija mía,
No lo entiende ni lo traga. [...]

En el anterior fragmento de la obra teatral *Frutos de la educación*, de Felipe Pardo y Aliaga, se puede apreciar cómo el autor

- A) critica una arraigada costumbre limeña de carácter festivo.
- B) describe detalladamente los gustos criollos de fines del s. XIX.
- C) evidencia una ignorancia hacia las prácticas cosmopolitas.
- D) utiliza un lenguaje mordaz para burlarse de los bailes costeños.
- E) increpa al público los excesos de las posturas conservadoras.

Solución:

En el fragmento citado de la obra teatral *Frutos de la educación*, de Felipe Pardo y Aliaga, se puede apreciar cómo el autor cuestiona una arraigada costumbre limeña: el baile de la zamacueca, legado de la comunidad afrodescendiente en tierras americanas y peruanas, por ser una práctica liberal.

Rpta.: A

5. Indique la alternativa que completa adecuadamente el siguiente enunciado: «Entre los personajes que traza Felipe Pardo y Aliaga en su artículo costumbrista “Un viaje” resalta _____, perteneciente a la alta sociedad limeña. Además, en esta obra el autor emplea _____».

- A) el niño Goyito – modismos y populismos
- B) Sor María en Gracia – referencias religiosas
- C) la tía de Goyito – una prosa sobria y exquisita
- D) el personaje principal – un tono irónico y burlón
- E) el padre Florencio – un castellano muy refinado

Solución:

Entre los personajes que traza Felipe Pardo y Aliaga en su artículo costumbrista «Un viaje» resalta el niño Goyito, perteneciente a la alta sociedad limeña. Además, en esta obra el autor usa un tono irónico y burlón ya que el protagonista decide viajar a Chile después no solo de tres años de indecisión, sino de una serie de preparativos banales como si el viaje fuera un gran acontecimiento.

Rpta.: D

6. Con respecto a la verdad (V o F) de los siguientes enunciados relacionados con Manuel Ascensio Segura, marque la alternativa que contiene la secuencia correcta.

- I. Es el representante de la tendencia criollista.
- II. La obra *El Cacharpari* constituye una comedia.
- III. Es considerado como el padre del teatro nacional.
- IV. En su teatro, sus personajes son de la clase alta.

- A) VFFF B) FVVV C) VFFV D) VVFF E) VFVF

Solución:

- I. Manuel Ascensio Segura es el representante del criollismo. (V)
- II. La obra *El Cacharpari* constituye un sainete. (F)
- III. Es considerado como el padre del teatro nacional (V).
- IV. En sus obras teatrales, todos sus personajes pertenecen a la clase media y los estratos populares. (F)

Rpta.: E

7. ÑA CATITA:
Dice muy bien tu mamita;
y es mucho cuento la plata.
Hasta la peña más dura
se ablanda con el dan dan;
y como dice el refrán,
amor con hambre no dura.

En relación con el fragmento citado de la comedia *Ña Catita*, de Manuel Ascensio Segura, ¿qué recurso ha empleado el autor?

- A) Descripción detallada de costumbres limeñas
- B) Tono satírico para resaltar la realidad inmediata
- C) Uso de un lenguaje formal, refinado y elegante
- D) Empleo de palabras cultas y extranjerismos
- E) Inclusión de refranes y de términos coloquiales

Solución:

Los personajes de Segura son típicos criollos, propios de la Lima del periodo costumbrista. Como recurso de lenguaje, emplea los modismos, términos coloquiales y populares.

Rpta.: E

8. En relación con la temática de la comedia *Ña Catita*, de Manuel A. Segura, completa adecuadamente el siguiente enunciado: «Se trata de una obra teatral que representa _____ y que retrata en doña Rufina _____».

- A) el apogeo de la clase aristocrática – un estilo de vida bastante mesurado
- B) las vivencias de una familia de clase media – la imposición del matrimonio
- C) las costumbres de la sociedad criolla – la actitud rebelde de los hijos jóvenes
- D) la transgresión de las costumbres – el modo de vida de la población limeña
- E) las frustraciones de la clase media – el esplendor del noviazgo por interés

Solución:

La comedia costumbrista *Ña Catita* muestra las situaciones cotidianas de una familia limeña perteneciente a los sectores medios y desarrolla como uno de sus temas la imposición del matrimonio, debido a la actitud autoritaria de doña Rufina.

Rpta.: B

PSICOLOGÍA

EJERCICIOS DE CLASE

Lea atentamente las preguntas y conteste eligiendo la alternativa correcta.

1. Kentaro, es un niño de 8 años que no se estresa para dar un examen del colegio; su madre le pregunta: «¿Hijo ya estudiaste? Y le responde: “No te preocupes, yo ya atendí la explicación de mi maestra, he revisado los subtítulos de los temas y solamente sé que sé.”» Estos son indicadores con características de
- A) inteligencia.
 - B) proceso cognitivo básico.
 - C) atención selectiva.
 - D) competencia educativa.
 - E) aprendizaje eficiente.

Solución:

La inteligencia es un proceso cognitivo superior que se evidencia a través de capacidades que permiten al sujeto a solucionar dificultades de manera rápida, asertiva y en un tiempo corto.

Rpta.: A

2. Los psicólogos clínicos evalúan la inteligencia a través de sus pruebas psicométricas, pero también hacen uso de la _____, que presenta el sujeto y así corroborar el cociente intelectual.

- A) impresión intelectual
B) observación
C) hipótesis cognitiva
D) suposición cognitiva
E) pre diagnóstico intelectual

Solución:

Los psicólogos del área clínica utilizan la técnica de la observación que le permite realizar una primera suposición denominada Impresión intelectual, para después ser confirmada por el proceso mismo de la evaluación.

Rpta.: A

3. La inteligencia es un proceso cognitivo superior que explica la adquisición de conocimientos. En este sentido, identifique el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones sobre este constructo.

- I. La inteligencia busca comprender la capacidad que poseen las personas para resolver dificultades en el menor tiempo.
II. Es un mediador cognitivo básico que permite atender los problemas psicosociales.
III. Es una competencia sociocultural que permite transmitir el pensar y sentir sobre la esencia del ser humano.

- A) VFF B) VFV C) VVV D) FVV E) FFV

Solución:

- I: (V) La inteligencia si es un proceso cognitivo superior.
II (F) La inteligencia no es un proceso cognitivo básico.
III: (F) No es una competencia sociocultural.

Rpta.: A

4. «El desarrollo intelectual no siempre va paralelo con la edad del sujeto.» La afirmación anterior se relaciona con el siguiente concepto:

- A) Edad mental. B) Cociente intelectual. C) Madurez cognitiva.
D) Proceso mediador. E) Habilidad intelectual.

Solución:

La inteligencia es un constructo teórico que estudia la capacidad para razonar y permite explicar por qué algunas personas logran mejores resultados que otras y se distinguen dos términos edad cronológica (edad real) y edad mental (edad de desarrollo intelectual que puede dar a conocer mayores o menores logros intelectuales en relación a su edad cronológica).

Rpta.: A

5. La psicología para evaluar las capacidades y/o habilidades, utiliza materiales especializados denominadas pruebas psicométricas. Al respecto, identifique el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones.

- I. Responden de forma rápida y precisa.
- II. Siguen correctamente las instrucciones.
- III. Responden asumiendo su propio tiempo.

A) Solo I y II
D) Solo III

B) Solo I
E) I, II y III

C) Solo II y III

Solución:

- I. (V): Las personas inteligentes se caracterizan por responder ante situaciones difíciles cognitivamente, de manera rápida y con precisión.
- II. (V): Intelectualmente son capaces de seguir las instrucciones.
- III. (F): No es necesario extenderse en el tiempo e inclusive responder de manera en espiral para dar su respuesta.

Rpta.: A

6. Karl, es un joven que aprende idiomas de manera autodidacta como su padre; así aprendió el portugués, italiano, al final se inscribió en los institutos respectivos y obtuvo con sobresalientes calificaciones sus respectivos certificados. Al respecto, identifique el valor de verdad (V o F) si su nivel intelectual se debe

- I. a los factores hereditarios.
- II. al cociente intelectual eficiente.
- III. a su capacidad de atención y concentración.

A) Solo I y II
D) Solo III

B) Solo I
E) I, II y III

C) Solo II y III

Solución:

- I. (V): Las personas inteligentes si presentan una carga de herencia.
- II. (V): Intelectualmente son de desempeño con eficiente capacidad que los distingue de las demás personas.
- III. (F): Ante el caso mencionado la atención y concentración son procesos cognitivos básicos; mientras que la inteligencia es un proceso cognitivo superior.

Rpta.: A

7. «Característica básica que interviene y hace posible la diferencia entre los seres humanos.» La afirmación anterior se relaciona con el siguiente concepto:

A) Motivación.
D) Comportamiento.

B) Inteligencia.
E) Valores.

C) Personalidad.

Solución:

La motivación es una energía interna importante que posibilita lograr éxitos como también no alcanzar metas y dicha característica hace la gran diferencia entre los seres humanos en su realización personal.

Rpta.: A

EDUCACIÓN CÍVICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. La nacionalidad es la condición legal que identifica a una persona como integrante de un Estado, lo que permite su plena integración jurídica y política. De lo definido, identifique las situaciones en las que se obtiene esta condición por nacimiento en el Perú.

- I. Las personas nacidas en el territorio de la república, de padres argentinos.
- II. Los extranjeros que contrajeron matrimonio con peruanos o peruanas.
- III. Los hijos de extranjeros que opten ser peruanos al llegar a la mayoría de edad.
- IV. Los hijos nacidos en Chile, de una madre que es peruana de nacimiento.

- A) I y II B) II y III C) I y III D) II y IV E) I y IV

Solución:

- I. **Correcto.** Toda persona nacida en el territorio de la República es peruana por nacimiento, sin importar la nacionalidad de sus padres.
- II. **Incorrecto.** Esta es una forma de adquirir la nacionalidad por voluntad: naturalización o por opción (cumpliendo dos años de matrimonio y residencia), pero no es un derecho por nacimiento.
- III. **Incorrecto.** Esta situación se clasifica como nacionalidad por voluntad, modalidad por opción. No es automática ni originaria por el hecho del nacimiento, sino que depende de una manifestación de voluntad al cumplir los 18 años.
- IV. **Correcto.** Son peruanos por nacimiento los nacidos en el extranjero de padre o madre peruanos, siempre que sean inscritos en el registro correspondiente (Consulado) durante su minoría de edad.

Rpta.: E

2. El Estado se define como la sociedad jurídica y políticamente organizada que ejerce autoridad sobre su territorio. Es la máxima organización política de una nación. De lo expresado, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados, sobre los deberes primordiales del Estado peruano.

- I. Interpretar la Constitución para resolver diversas controversias sociales.
- II. Proteger a la población frente a las amenazas contra su seguridad.
- III. Defender la soberanía solamente en escenarios de conflicto bélico.
- IV. Promover el bienestar mediante el desarrollo equilibrado y armónico de la nación.

- A) FVFFV B) VFFV C) FFVV D) VFVF E) FVVV

Solución:

- I. **Falso.** Si bien el Estado en su conjunto se rige por la Constitución, la función específica de interpretar la Carta Magna para resolver controversias jurídicas o sociales recae en el Tribunal Constitucional (como órgano supremo de interpretación y control de la constitucionalidad) y en el Poder Judicial. El artículo 44° no enumera la interpretación como un "deber primordial del Estado", sino como una atribución de órganos específicos.

- II. **Verdadero.** Este es uno de los deberes fundamentales señalados literalmente en la Constitución. El Estado tiene la obligación de resguardar la integridad de los ciudadanos frente a peligros de diversa índole: delincuencia, terrorismo, crisis sanitarias o desastres naturales.
- III. **Falso.** La defensa de la soberanía nacional es un deber permanente e integral. El Estado debe velar por la independencia y la integridad del territorio (suelo, subsuelo, dominio marítimo y espacio aéreo) en todo momento, no únicamente cuando existe una guerra declarada.
- IV. **Verdadero.** El Estado debe promover el bienestar general fundamentado en la justicia y en el desarrollo equilibrado. Esto implica políticas de descentralización para asegurar que el progreso alcance a todas las regiones del país por igual.

Rpta.: A

3. De los siguientes enunciados, identifique las funciones de la Procuraduría General del Estado.

- I. Propone políticas públicas en materia de defensa jurídica del Estado.
II. Aprueba leyes relacionadas a la defensa del patrimonio del Estado.
III. Promueve la solución de controversias que afecten a los intereses del Estado.
IV. Coordina con entidades públicas en la solución de controversias referidas al Estado.

A) I, II y III B) I y IV C) II y III D) I, III y IV E) II y IV

Solución:

- I. **Correcto.** La Procuraduría General del Estado propone políticas públicas en materia de defensa jurídica del Estado.
II. **Incorrecto.** La Procuraduría General del Estado no aprueba leyes, lo hace el Congreso de la República.
III. **Correcto.** La Procuraduría General del Estado promueve la solución de controversias que afecten a los intereses del Estado.
IV. **Correcto.** La Procuraduría General del Estado coordina con las entidades públicas en llegar a una solución amistosa en controversias en las que el Estado es parte.

Rpta.: D

4. Un gobierno usurpador es aquel que asume el poder o las funciones públicas violando la Constitución y las leyes. El artículo 46 de la misma establece que nadie debe obediencia a un régimen de esta naturaleza y la población tiene derecho a la insurgencia. De lo mencionado, ¿en qué circunstancias se considera a un gobierno usurpador?

- I. Cuando el primer vicepresidente asume la presidencia al ser vacado el presidente de la República por el Congreso.
II. El presidente elegido democráticamente decide romper el orden legal y disolver los otros poderes del Estado.
III. Tras la vacancia del presidente de la República y los vicepresidentes que lo sucedieron, asume el gobierno el presidente del Congreso.

A) Solo II B) I y II C) II y III D) Solo III E) Solo I

Solución:

- I. **Incorrecto.** Esta es una situación de sucesión constitucional prevista en la Constitución. Mientras el proceso de vacancia se ajuste al reglamento y la ley, el ascenso del vicepresidente es legal y legítimo.
- II. **Correcto.** Este es el caso típico de un "autogolpe". Aunque el origen del mandato sea democrático (votos), al violar la Constitución para concentrar el poder y anular a los otros órganos (Legislativo, Judicial), el gobierno se convierte en usurpador.
- III. **Incorrecto.** Si el procedimiento de vacancia es conforme a la ley, el presidente del Congreso asume el cargo de forma interina para convocar a elecciones, por lo que no es un usurpador.

Rpta.: A

HISTORIA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Las reformas borbónicas fueron una serie de modificaciones impuestas en los diferentes virreynatos americanos que tuvieron impacto a nivel político, económico, social, territorial, religioso y cultural. Los objetivos para la metrópoli fueron centralizar y mejorar la estructura de gobierno, crear una maquinaria económico-financiera más eficiente y defender el imperio contra otras potencias. ¿Cuál de los siguientes enunciados son correctos respecto a las reformas borbónicas?
 - I. Implantar aduanas internas e incrementar la alcabala
 - II. Explotar las minas de Cerro de Pasco y Huarochirí
 - III. Fundar la Real y Pontificia Universidad de Lima
 - IV. Establecer las reducciones indígenas

A) Solo II y IV B) Solo I y III C) Solo I y II D) I, II y III E) I y IV

Solución:

Las reformas borbónicas fueron los cambios introducidos por los monarcas de la dinastía borbónica de la Corona española en el siglo XVIII. Entre ellas podemos mencionar que se implantó aduanas internas e incrementó la alcabala, se inició la explotación de las minas de Cerro de Pasco y Huarochirí. Posterior a la expulsión de los jesuitas se creó el Convictorio de San Carlos.

Rpta.: C

2. Juan Santos Atahualpa estableció su cuartel general en el Gran Pajonal, su rebelión fue causada por el abuso de los franciscanos, mita de la sal y epidemias. Luego de destruir las misiones franciscanas y expulsarlos de la Selva central, se expandió la región. Respecto a los hechos acontecidos, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.
 - I. La guerra de guerrillas fue utilizada como táctica para vencer a las tropas realistas enviadas.
 - II. Entre las victorias rebeldes destacaron la destrucción del fuerte Quimiri y la toma de Andamarca.
 - III. No fue derrotado militarmente, por ello prestó apoyo a la rebelión de José Gabriel Condorcanqui.

A) VVV B) VFF C) VVF D) FFF E) FFV

Solución:

La rebelión de Juan Santos Atahualpa tuvo lugar en la Selva central (Gran Pajonal) y estuvo causado por el abuso de misiones franciscanas, mita de la sal, entre otras. Realizó alianzas con diversas etnias amazónicas: ashánincas, piros, conibos, etc. Logró la victoria sobre las fuerzas enviadas por las autoridades a través del uso de guerrillas y mejor conocimiento del terreno consiguiendo la toma del fuerte de Quimiri y Andamarca. Finalmente, esta rebelión nunca fue develada en la región.

Rpta: C

3. Previo a la llegada de los libertadores San Martín y Bolívar en el Perú, destacaron criollos con planteamientos reformistas y separatistas. Los primeros buscaban corregir los defectos del régimen colonial a través de reformas moderadas y los segundos proponían la ruptura con España. Relacione los precursores destacados con la columna correspondiente.

- I. José Baquijano
- II. Hipólito Unanue
- III. José de la Riva Agüero
- IV. Toribio Rodríguez

- a. Real Convictorio de San Carlos
- b. Sociedad Amantes del País
- c. Escuela de Medicina de San Fernando
- d. 28 causas para la independencia

- A) Ib, Iic, IIIa, IVd
- D) Ic, IIb, IIId, IVa

- B) Ic, IIb, IIIa, IVd
- E) Ib, IIa, IIId, IVd

- C) Ib, Iic, IIId, IVa

Solución:

Los criollos reformistas criticaron de manera moderada al sistema político de dominación colonial, pero no buscaron la separación de España. Entre los que tenemos a Toribio Rodríguez de Mendoza, rector del Real Convictorio de San Carlos y a Hipólito Unanue quien impulsó la creación de la Escuela de Medicina de San Fernando. Entre los criollos separatistas tenemos que buscaron en todo momento la independencia de España. Proponían la ruptura con España a través de la guerra revolucionaria. Entre ellos tenemos a Juan Pablo Vizcardo y Guzmán quien escribió la *Carta a los españoles americanos* y José de la Riva Agüero quien escribió el *Manifiesto de las veintiocho causas para la independencia del Perú*.

Rpta.: C

4. Posterior al desembarco en Paracas del líder de la corriente libertadora del Sur, el representante de San Martín, tuvo una entrevista con el representante del virrey _____, sin llegar a ningún acuerdo ambos sectores terminaron enfrentándose. La derrota realista generó un motín entre sus filas en _____. Finalmente, en la conferencia de _____ se estableció una tregua, entre realistas y patriotas donde se acordó el retiro de las tropas realistas de Lima.

- A) José de La Serna – Balconcillo – Miraflores
- B) Joaquín de La Pezuela – Aznapuquio – Punchauca
- C) José de La Serna – Aznapuquio – Guayaquil
- D) Fernando de Abascal – Balconcillo – Miraflores
- E) Joaquín de La Pezuela – Aranjuez – Punchauca

Solución:

Al llegar San Martín se reunió, a través de representantes, con el virrey Joaquín de La Pezuela en la Conferencia de Miraflores. Después de la victoria en Cerro de Pasco, entre otras circunstancias, se desarrolló el motín de Aznapuquio donde asumió la dirección del virreinato José de La Serna. Posterior a ello, San Martín se reunió con el nuevo virrey en la Conferencia de Punchauca acordando una tregua y el retiro de las tropas realistas de Lima.

Rpta.: B

5. El Protectorado establecido por San Martín pretendió viabilizar un gobierno independiente del Perú para el establecimiento futuro de una monarquía constitucional. Como protector concentró en su persona las funciones ejecutivas y legislativas más no las judiciales, con ello buscaba evitar caer en excesos despóticos. ¿Cuál de los siguientes enunciados pertenece al periodo del Protectorado?

- I. Se reunió con Bolívar en Guayaquil para tratar su apoyo a la independencia
- II. Desarrollo de las campañas a Puertos Intermedios contra los realistas
- III. Victoria en la batalla de Ayacucho y firma de la capitulación con Canterac
- IV. La Ley de Vientres que liberó a hijos de esclavos de ascendencia africana

- A) Solo I y III B) I, III y IV C) II y III D) Solo I y IV E) I y II

Solución:

En los aspectos políticos del protectorado tenemos que promulgó el Estatuto Provisorio, estableció la libertad de imprenta y se reunió con Simón Bolívar en Guayaquil. A nivel social podríamos mencionar la Ley de Vientres donde los hijos de esclavos nacen libres, pero se mantienen como mano de obra y la abolición del tributo y la mita, para buscar apoyo de los indígenas.

Rpta: D

GEOGRAFÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. El Perú presenta una gran diversidad de ecosistemas y una geografía muy variada, lo que lo convierte en uno de los países megadiversos del mundo. Presenta una gran variedad de climas y destaca por su riqueza biológica, como numerosas especies de aves, plantas endémicas y una importante diversidad de peces. En este contexto, identifique los factores que han influido para que nuestro territorio tenga esta biodiversidad.

- I. Los vientos alisios
- II. La cordillera de los Andes
- III. El sistema acuífero Guaraní
- IV. Las corrientes marinas de Humboldt
- V. El desierto de Atacama

- A) II, III y IV B) Solo II y V C) I, II y IV D) Solo II y III E) I, II y III

Solución:

- I. **Correcto.** Los vientos alisios influyen en el régimen climático y las precipitaciones.
- II. **Correcto.** La cordillera de los Andes genera pisos ecológicos, climas y diversidad de hábitats.
- III. **Incorrecto.** El sistema acuífero Guaraní es una de las mayores reservas de agua dulce subterránea del continente situada entre los países de Brasil, Argentina, Paraguay y Uruguay.
- IV. **Correcto.** Estas corrientes de aguas frías ricas en nutrientes fluyen de sur a norte abarcando las costas de Chile y las costas peruanas.
- V. **Incorrecto.** Este desierto ubicado al norte de Chile, zona rica en recursos minerales metálicos.

Rpta.: C

2. El bosque seco ecuatorial es uno de los ecosistemas más amenazados del planeta debido a la deforestación y al cambio de uso de suelo. En relación con la distribución, el relieve y su biodiversidad, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

En nuestro país esta ecorregión abarca las regiones de Tumbes, Lambayeque, Amazonas, La libertad y Ancash.

- I. Presenta un relieve predominantemente llano en su sector sur y montañoso en el norte.
- II. Muchas de sus especies son de origen amazónico debido a la conexión del paso de Porculla y sus condiciones ecológicas.
- III. El algarrobo es una especie vegetal representativa, cuya sobreexplotación compromete su sostenibilidad.

A) FFVV B) FFFV C) VVVF D) FVVV E) FVVF

Solución:

- I. **FALSO.** Esta ecorregión abarca las regiones de Tumbes, Piura, Lambayeque, Cajamarca y La Libertad.
- II. **FALSO.** Esta ecorregión tiene un relieve llano en su sector norte y un relieve montañoso en su sector sur, con elevaciones que alcanzan los 2 000 m s. n. m. aproximadamente en la zona de Cajamarca y La Libertad.
- III. **VERDADERO.** Muchas de las especies de origen amazónico llegaron a la región a través del paso de Porculla (el punto de menor altitud de la cordillera de los Andes, a 2 145 m s. n. m.) y por el valle del Marañón. En los jagüeyes y ríos se encuentran: camarones y peces.
- IV. **VERDADERO.** El algarrobo es la especie vegetal más representativa del bosque seco ecuatorial. Está siendo sobreexplotado como leña y carbón vegetal, además de utilizarse para la elaboración de algarrobina y otros derivados alimenticios, lo que compromete su regeneración natural y pone en riesgo el equilibrio del ecosistema.

Rpta.: A

3. El territorio peruano también ha sido dividido en ocho regiones naturales según el geógrafo Javier Pulgar Vidal, considerando criterios ecológicos, climáticos, toponímicos, altitudinales y la presencia humana. De acuerdo a lo anterior, relacione las siguientes regiones con sus características geomorfológicas.

- | | |
|------------|--|
| I. Quechua | a. Montañas escarpadas cubiertas con hielo y nieve. |
| II. Janca | b. Llanos ligeramente onduladas con presencia de mesetas |
| III. Puna | c. Valles estrechos con zonas abruptas y empinadas |
| IV. Suni | d. Valles interandinos con flancos de suaves pendientes |

A) Ia, IIb, IIIc, IVd

B) Id, IIa, IIIb, IVc

C) Ic, IIb, IIIa, IVd

D) Id, IIa, IIIc, IVb

E) Ib, IId, IIIc, IVa

Solución:

Id La región Quechua ("valle templado") está conformada por valles interandinos con flancos de suaves pendientes y colinas.

Ila La región Janca ("cordillera") está conformada montañas escarpadas cubiertas con hielo y nieve, ubicadas por encima de los 4 800 m s. n. m.

IIIb La región Puna ("soroche") está conformada por superficies llanas, lagunas y mesetas, ubicadas entre los 4 000 y 4 800 m s. n. m., caracterizada por sus pastizales y la presencia de camélidos sudamericanos como la llama, la alpaca y la vicuña.

IVc La región Suni ("alto") está conformada por valles estrechos con laderas abruptas y escarpadas, ubicada entre los 3 500 y 4 000 m s. n. m., donde predomina el cultivo de tubérculos andinos como la papa, la oca y el olluco.

Rpta.: B

4. La región Rupa Rupa es una de las ocho regiones naturales del Perú. Según Javier Pulgar Vidal se ubica en el flanco oriental andino. Respecto a esta región, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. Presenta un relieve poco accidentado de escasa pendiente con una amplia llanura amazónica.
- II. Se ubica en el flanco oriental de la Cordillera de los Andes entre los 400 y 1000 m s. n. m.
- III. Presenta un clima muy cálido y húmedo con estación seca en invierno y lluvias de verano.
- IV. Posee una notable diversidad de especies vegetales y animales, como: orquídeas, palmeras, gallito de las rocas, otorongo y guacamayos.

A) VFVF

B) VVVF

C) VFFF

D) FVVF

E) FVVV

Solución:

I. **FALSO.** Tiene un relieve accidentado conformado por valles amazónicos, pongos, montañas escarpadas, cataratas.

II. **VERDADERO.** Se encuentra entre los 400 y 1000 m s. n. m. en el flanco oriental de los Andes.

III. **FALSO.** Tiene un clima tropical, cálido y lluvioso con temperaturas medias que oscilan entre 22°C a 25°C. Es la región más lluviosa del país.

IV. **VERDADERO.** Alberga una gran variedad de flora y fauna entre ellos, el gallito de las rocas o "Tunki", ave nacional del Perú.

Rpta.: D

ECONOMÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Un hogar de Lima Metropolitana está conformado por 4 integrantes. Al cierre del mes, el jefe de familia reporta un ingreso total de **S/ 1,750**. Bajo este escenario y considerando la teoría del consumo, se puede afirmar correctamente que:
- A) El hogar se encuentra en situación de pobreza extrema, ya que el ingreso real ha sido erosionado por el Nivel Agregado de Precios.
 - B) La familia pertenece al nivel de no pobres, pues su ingreso disponible les permite realizar un consumo humano indirecto de joyería y atesoramiento.
 - C) El hogar se encuentra en situación de pobreza monetaria, debido a que su ingreso no alcanza a cubrir la Canasta Básica de Consumo (CBC), que incluye rubros no alimentarios.
 - D) La situación es de holgura económica, dado que la Ley de Engel indica que el porcentaje de gasto en alimentos siempre es constante en este nivel de ingresos.
 - E) El hogar está en miseria, pues según Thomas Malthus, la población ha crecido en progresión aritmética superando sus medios de subsistencia.

Solución:

Diferenciación de umbrales: Para un hogar de 4 personas, el material establece dos límites críticos: S/ 968 (Pobreza Extrema) y S/ 1,816 (Pobreza Total).

Ubicación del caso: El ingreso de la familia (S/ 1,750) se ubica por encima de la línea de pobreza extrema, lo que significa que pueden cubrir sus necesidades calóricas mínimas.

Identificación de la carencia: Sin embargo, el ingreso está por debajo de la línea de Pobreza Monetaria (CBC). Esto implica que, aunque no pasan hambre extrema, no tienen ingresos suficientes para cubrir el conjunto total de bienes y servicios esenciales (transporte, vestido, educación, etc.) que componen la Canasta Básica de Consumo.

Descarte de opciones: La opción A es falsa porque superan la línea de miseria. La opción B es falsa porque no les sobra dinero para bienes de lujo (joyería). La D es falsa porque la Ley de Engel dice que el porcentaje de gasto en alimentos varía (disminuye si el ingreso sube) y no que es constante. La E es una interpretación errónea de las progresiones de Malthus.

Rpta.: C

2. En una economía abierta, se observa un incremento sostenido del consumo privado impulsado por el crédito, mientras que la tasa de ahorro interno se mantiene estancada. Según los fundamentos de la semana 11, ¿cuál es la consecuencia técnica más probable para la inversión productiva a largo plazo?
- A) La inversión se detendrá, ya que el ahorro interno es la única fuente de capital posible.
 - B) La inversión será sostenible gracias al ciclo virtuoso generado por el consumo excesivo.
 - C) La capacidad de financiar inversiones futuras se verá limitada o dependerá del ahorro externo.
 - D) El nivel agregado de precios (IPC) bajará automáticamente para equilibrar el mercado.
 - E) La función de consumo se volverá negativa al superar el ingreso disponible actual.

Solución:

El texto académico señala que, aunque el consumo estimula la producción, si es excesivo y no va acompañado de ahorro, puede **limitar la capacidad de financiar inversiones futuras**. En este escenario, la economía se vuelve vulnerable al depender del **ahorro externo (financiamiento extranjero)** para proyectos productivos.

Rpta.: C

3. Una familia de clase media alta experimenta un aumento del 50% en su renta disponible. Aplican un análisis de sus gastos y notan que el porcentaje destinado a educación de postgrado y seguros de salud prepagados pasó del 10% al 18% de sus ingresos. Simultáneamente, el porcentaje gastado en el alquiler de su vivienda se mantuvo en 15%. Este comportamiento confirma:

- A) Una violación a la ley fundamental de Engel sobre gastos de lujo.
- B) La validez de las extensiones de la ley de Engel sobre gastos de cultura, salud y vivienda.
- C) Que la familia ha caído en un nivel de consumo por eliminación de bienes infungibles.
- D) La teoría malthusiana sobre el crecimiento geométrico de los gastos de salud.
- E) Que el Índice de Precios al Consumidor (IPC) para educación es deflacionario.

Solución:

Justificación: El caso valida dos variaciones de la Ley de Engel: 1) La proporción del gasto en vivienda tiende a permanecer inalterable o constante ante cambios en el ingreso; y 2) La proporción gastada en educación y salud aumenta a medida que se incrementa el ingreso (bienes de lujo/bienestar).

Rpta.: B

4. Ante el auge del comercio electrónico, el Estado peruano promulgó el Decreto Legislativo N.º 1729 para modificar el Código de Protección y Defensa del Consumidor. Si una plataforma virtual utiliza "patrones oscuros" (interfaces diseñadas para engañar al usuario y forzar compras), ¿cuál es el objetivo principal de esta normativa?

- A) Fomentar la inversión bruta fija en servidores y tecnología de nube.
- B) Regular las tasas de interés de las tarjetas de crédito usadas en el e-commerce.
- C) Erradicar prácticas abusivas y proteger al consumidor contra métodos engañosos digitales.
- D) Transferir la competencia de supervisión de INDECOPI hacia OSIPTEL.
- E) Garantizar que el consumo sea siempre humano indirecto en entornos virtuales.

Solución:

El D.L. 1729 busca específicamente erradicar prácticas abusivas en el comercio electrónico y proteger al consumidor contra prácticas engañosas como los "patrones oscuros" que manipulan a los usuarios en el ámbito digital.

Rpta.: C

5. Una empresa minera vierte relaves en un río que alimenta una central hidroeléctrica, afectando la infraestructura de generación de energía y poniendo en riesgo el suministro eléctrico de una región. ¿Qué organismo es el encargado de supervisar el correcto abastecimiento y regular la seguridad en el sector energía?

- A) OSITRAN, por tratarse de infraestructura de uso público.
- B) SUNASS, debido a que se ha contaminado un recurso hídrico esencial.
- C) INDECOPI, para proteger la propiedad intelectual de la central eléctrica.
- D) OSINERGMIN, encargado de supervisar la inversión en energía y minería.
- E) Ministerio de Energía y Minas, ya que los reguladores no tienen autonomía técnica.

Solución:

OSINERGMIN tiene como misión supervisar el correcto abastecimiento de energía y regular los sectores de electricidad, hidrocarburos y minería. Su ámbito de acción incluye a las empresas generadoras de luz y comercializadoras de energía.

Rpta.: D

6. Un consumidor adquiere una computadora de última generación basándose en un catálogo que prometía un procesador de alto rendimiento. Al recibir el producto, nota que el procesador es de una versión inferior y más lenta. Según la Ley N.º 29571, ¿qué derecho fundamental ha sido vulnerado principalmente?

- A) Derecho a la salud y seguridad, por el estrés causado al usuario.
- B) Derecho a la información veraz y suficiente para la toma de decisiones.
- C) Derecho a la idoneidad, por la falta de correspondencia entre lo esperado y lo recibido.
- D) Derecho a la libre competencia, pues el fabricante es un monopolio.
- E) Derecho a la capitalización del ahorro a través de la inversión tecnológica.

Solución:

El Derecho a la Idoneidad (Art. 18) establece la correspondencia directa entre lo que el consumidor espera recibir (según la publicidad e información brindada) y lo que efectivamente recibe del proveedor.

Rpta.: C

7. Si en el año 2026 la producción de alimentos en el Perú crece a una tasa constante de 2 unidades por año, mientras que la población crece duplicándose cada periodo, el país estaría enfrentando el escenario previsto por:

- A) Alfred Marshall y su equilibrio de mercado de oferta y demanda.
- B) Friedrich Engels y su teoría sobre la caída del Estado y la propiedad privada.
- C) Thomas Malthus y su tesis sobre el hambre y la miseria por el crecimiento poblacional.
- D) El INEI en su reporte sobre la reducción de la pobreza monetaria por control de inflación.
- E) Ernst Engel en su curva de relación entre renta y consumo de bienes inferiores.

Solución:

Thomas Malthus sostuvo que la población crece en progresión geométrica (se duplica) mientras los medios de subsistencia lo hacen en progresión aritmética (crecimiento lineal constante), lo que genera miseria y hambre.

Rpta.: C

8. En un contexto de alta inflación de alimentos, el Gobierno decide subsidiar exclusivamente los productos que satisfacen los requerimientos nutricionales mínimos de calorías y proteínas. Esta medida impacta directamente en el costo de:

- A) El Nivel Agregado de Precios de lujo.
- B) La Canasta Básica de Consumo (CBC) en su totalidad.
- C) El Índice de Precios de la división "Recreación y Cultura".
- D) La Canasta Básica de Alimentos (CBA) y la línea de pobreza extrema.
- E) La inversión bruta fija de las empresas agroindustriales.

Solución:

La Canasta Básica de Alimentos (CBA) incluye únicamente productos que satisfacen requerimientos nutricionales mínimos y se utiliza específicamente para determinar la línea de pobreza extrema.

Rpta.: D

9. Una empresa de tecnología adquiere microchips y metales conductores para fabricar 10,000 tablets. Según las clases de consumo definidas en la Semana 11, esta adquisición de materias primas por parte del sector secundario se clasifica como:
- A) Consumo humano directo, pues satisface una necesidad de comunicación.
 - B) Consumo por eliminación, ya que los metales se extinguen al fundirse.
 - C) Consumo humano indirecto, destinado a la transformación industrial.
 - D) Consumo por uso de bienes infungibles en el hogar.
 - E) Ahorro macroeconómico destinado al atesoramiento de minerales.

Solución:

El consumo humano indirecto comprende la proporción de materias primas que tienen como destino el consumo industrial para ser transformadas (sector secundario) antes de llegar al consumidor final. El texto menciona explícitamente el uso de minerales en celulares o computadoras como ejemplo.

Rpta.: C

10. Si el Estado decide elevar el Impuesto a la Renta de Quinta Categoría para los trabajadores dependientes, la consecuencia inmediata en el modelo de la función de consumo será:
- A) Un aumento del ingreso disponible actual (Y_d).
 - B) Una reducción del consumo (C) debido a la disminución del ingreso disponible.
 - C) Una relación inversa entre el consumo y el ingreso después de impuestos.
 - D) Un incremento proporcional de la inversión para compensar la caída del gasto.
 - E) El desplazamiento de la curva de Engel hacia el sector de bienes de lujo.

Solución:

La función de consumo ($C = f(Y_d)$) establece una relación directa entre el consumo y el ingreso disponible (el ingreso después de impuestos). Si los impuestos suben, el ingreso disponible baja y, por ende, el nivel de consumo disminuye.

Rpta.: B

FILOSOFÍA

LECTURA COMPLEMENTARIA

Si se cuestiona a un filósofo crítico sobre la esencia del ser humano, casi siempre surgirán en su reflexión tres planos de conocimiento, difícilmente conciliables entre sí.

Primero, el plano de la fisiología: el hombre como organismo sometido a las leyes naturales. Segundo, el plano de la pragmática; aquí la conciencia que el hombre tiene de sí mismo se expresó en la tesis de que es hombre porque posee "libertad", "autonomía", donde autonomía significa tanto la capacidad de legislar como la facultad de actuar según el deber. El tercer plano son las forjadas por la historia y la cultura.

Según estas ideas, el hombre sería un producto de su propio aprendizaje, un ser que solo se distingue de sus predecesores por la capacidad de transmitir conocimientos acumulados. Estos tres planos carecen entre sí de toda sistematicidad. Poseemos pues una antropología fisiológica, otra pragmática y otra cultural, que no se preocupan una de otra. Pero no poseemos una idea unitaria del hombre. Si se considera, además, que los tres citados planos están hoy fuertemente cuestionados, se entiende mejor que en ninguna época de la historia el hombre ha resultado tan incierto para sí mismo como en la actualidad.

KANT, I. (1999). Antropología desde un punto de vista pragmático. Madrid, Alianza. pp. 45-46.

Se infiere del texto que para Kant cada plano de conocimiento ha

- A) justificado una visión completa acerca de la naturaleza del hombre.
- B) generalizado la noción de un hombre creador de la ciencia y la religión.
- C) explicado la espiritualidad del hombre que trasciende lo biológico.
- D) complejizado la procedencia sobre la originalidad del ser humano.
- E) tratado de explicar al hombre solo desde una parte de lo que es.

Solución:

Según el texto, no poseemos una concepción unitaria del hombre porque las distintas perspectivas (fisiológica, pragmática y cultural) explican dimensiones parciales de lo humano.

Rpta: E

EJERCICIOS DE CLASE

1. Si intentamos captar la esencia del hombre, encontraremos que este no se define por una propiedad estática ni por un instinto específico, sino por su capacidad para crear un universo de símbolos. A diferencia del animal, que vive en un mundo puramente sensible, el hombre habita en un entorno artificial de lenguaje, mito, arte y religión. No podemos ver las cosas directamente en su crudeza fáctica; estamos envueltos en una red de formas simbólicas que nos permiten dar sentido a la realidad. Por tanto, el hombre debe ser definido como un "animal simbólico". Su superación de la naturaleza proviene de su habilidad para transformar el caos de la experiencia en un cosmos ordenado a través de la expresión y el significado.

CASSIRER, E. (1945). Antropología filosófica. México, FCE.

Para Cassirer, la condición humana se distingue de la condición animal porque

- A) posee una única naturaleza biológica superior y evolucionada.
- B) vive instintivamente adaptado al medio ambiente físico natural.
- C) carece de instintos naturales y responde solo a la razón lógica.
- D) tiene la capacidad de crear un mundo cultural de significados.
- E) percibe la realidad objetiva de forma directa y sin mediaciones.

Solución:

Cassirer postula que el hombre no es un "animal racional" sino un "animal simbólico". El texto sostiene que, mientras el animal vive en un mundo sensible, el hombre habita en un universo artificial construido por símbolos (lenguaje, arte, mito), lo cual le permite dar sentido y orden a la realidad, trascendiendo así la simple naturaleza biológica.

Rpta.: D

2. En una reunión de exalumnos, Valeria afirma que ella ha logrado "encontrarse a sí misma" alejándose de toda influencia familiar y social, pues cree que su identidad es una creación puramente interna y solitaria. Por el contrario, Julián sostiene que él no podría entender quién es sin considerar las conversaciones con sus padres, el idioma que habla y los valores que comparte con su comunidad, ya que estos otros significativos le brindan el horizonte para definirse.

A partir de la situación descrita en el enunciado, Charles Taylor afirmaría que

- A) la identidad humana es un proceso aislado que ocurre exclusivamente en la mente interna.
- B) la identidad se define mediante una naturaleza dialógica en relación con los demás.
- C) los vínculos sociales son obstáculos que impiden al hombre alcanzar autenticidad.
- D) el autodescubrimiento es independiente de los marcos culturales de referencia.
- E) la sociedad impone identidades ficticias que el individuo debe rechazar para ser libre

Solución:

Para Charles Taylor, la identidad humana es esencialmente dialógica. El autor sostiene que solo podemos definir nuestra identidad a través del lenguaje y en intercambio con los "otros significativos" y los horizontes de significado que nos rodean. La postura de Julián refleja este principio, mientras que la de Valeria ignora la base social del yo.

Rpta.: B

3. En una conferencia, el filósofo Max Scheler planteó una cuestión que atravesaría toda la antropología filosófica del siglo XX: ¿qué es el hombre? Frente a las respuestas que ofrecían la tradición judeocristiana (el hombre como imagen de Dios), la antigüedad clásica (el hombre como animal racional) y la ciencia moderna (el hombre como resultado de la evolución biológica), Scheler advirtió que ninguna de estas visiones lograba integrarse con las otras. Cada una explicaba una dimensión del ser humano, pero ninguna alcanzaba a comprender al hombre en su totalidad. De allí surgía, según Scheler, una situación: por primera vez en la historia, el hombre se había vuelto problemático para sí mismo, pues ya no poseía una idea unitaria de su propia esencia.

La lectura muestra que, para Max Scheler, el hombre es un ser plural y que

- A) la biología ofrece una explicación completa sobre la naturaleza humana.
- B) la tradición religiosa debe ser abandonada por su carácter mitológico.
- C) ninguna concepción aislada logra abarcar la totalidad de lo humano.
- D) el hombre es exclusivamente producto de su entorno social.
- E) la filosofía clásica es superior a la antropología moderna.

Solución:

Según Scheler, coexisten tres círculos de ideas (teológico, filosófico y científico) que carecen de unidad entre sí, y de ello concluye que no poseemos una idea unitaria del hombre. Por lo tanto, la lectura muestra que Scheler asume al hombre como un ser plural en tanto ninguna concepción aislada agota su totalidad.

Rpta.: C

4. Para Luis, afirmar que el hombre desciende directamente del mono es una simplificación engañosa. El proceso de hominización – explica – no se redujo a una simple evolución biológica pasiva, sino que tuvo un desencadenante práctico: la adopción de la postura erguida liberó las manos de la función de locomoción. Esta liberación, a su vez, permitió la fabricación y el uso de herramientas. Cuanto más se desarrollaba el trabajo con herramientas, más se perfeccionaban las manos y, al mismo tiempo, surgía la necesidad de coordinar acciones colectivas, lo que impulsó el desarrollo del lenguaje articulado. Finalmente, la interacción entre trabajo, lenguaje y vida social transformó progresivamente la estructura cerebral y dio origen a la conciencia humana.

Según el texto, la postura de Luis coincide con las ideas de Engels, para quien

- A) el trabajo es la causa que articula todo el proceso de hominización.
- B) el lenguaje articulado es anterior al trabajo social y a la conciencia.
- C) la evolución biológica es ajena a las transformaciones sociales.
- D) la postura erguida fue un efecto de la fabricación de herramientas.
- E) la conciencia surgió como un don divino al margen de lo material.

Solución:

El texto plantea una secuencia causal clara: la postura erguida liberó las manos, lo que permitió la fabricación y uso de herramientas (trabajo). Este trabajo, a su vez, impulsó el desarrollo del lenguaje articulado y, mediante la interacción entre trabajo, lenguaje y vida social, se transformó la estructura cerebral y surgió la conciencia humana. De esta manera, el trabajo se presenta como el eje articulador de todo el proceso de hominización, coincidiendo con la postura de Engels.

Rpta.: A

5. En una región agrícola, la implementación de maquinaria industrial de alta tecnología y la privatización de las tierras provocaron que los campesinos locales perdieran su autonomía y se vieran obligados a vender su fuerza de trabajo por un salario de subsistencia, transformando así sus vínculos comunitarios en relaciones de subordinación jerárquica.

A partir de la situación descrita, Marx afirmaría que

- A) la conciencia moral de los campesinos genera el cambio en la base económica.
- B) el desarrollo tecnológico es el efecto de la libre elección y voluntad del sujeto.
- C) las condiciones materiales de producción determinan las relaciones sociales.
- D) la esencia humana inmutable causa que el hombre siempre busque beneficio.
- E) el pensamiento religioso de la comunidad es la causa de su organización.

Solución:

En la filosofía de Marx, existe una relación causal donde la base económica o infraestructura (medios de producción y fuerzas productivas) condiciona y determina la superestructura (relaciones sociales, leyes, política e ideología). En el caso expuesto, el cambio en los medios de producción (maquinaria industrial y privatización de tierras) actúa como la causa que altera las relaciones sociales de los campesinos: pierden su autonomía, se convierten en trabajadores asalariados y sus vínculos comunitarios se transforman en relaciones de subordinación jerárquica. Por lo tanto, la realidad social no es un producto de la voluntad o la conciencia, sino un efecto del modo en que se produce la vida material.

Rpta.: C

6. Un grupo de náufragos llega a una isla desierta y, tras satisfacer sus necesidades básicas, comienzan a utilizar su capacidad de lenguaje para discutir qué leyes son justas y cuáles injustas para organizar su convivencia. El hecho de poseer la palabra y la razón los empuja de manera natural a crear una comunidad organizada o *polis*, ya que no pueden alcanzar su perfeccionamiento viviendo en total aislamiento.

A partir de la situación descrita en el enunciado y considerando el pensamiento de Aristóteles, es correcto afirmar que

- A) el lenguaje y la razón determinan al hombre como un animal político.
- B) la vida en soledad permite al hombre alcanzar su esencia racional.
- C) la sociedad es creada para reprimir los instintos naturales del hombre.
- D) la falta de una esencia fija hace que deba inventar su propia política.
- E) el aislamiento es resultado de poseer solo una naturaleza biológica.

Solución:

Para Aristóteles, el ser humano es por naturaleza un *zōon politikón* (animal político). La causa de esta condición es que el hombre es el único animal que posee logos (razón y palabra), capacidad que le permite no solo expresar placer o dolor, sino distinguir entre lo justo y lo injusto. El texto ilustra esta idea al mostrar que los náufragos, al poseer lenguaje y razón, se ven empujados naturalmente a crear una comunidad política organizada (polis), pues no pueden alcanzar su perfeccionamiento en el aislamiento. Por lo tanto, el lenguaje y la razón son los rasgos que determinan al hombre como un animal político.

Rpta.: A

7. Mariana siente una fuerte ansiedad y el deseo compulsivo de comer picarones, un alimento dulce, debido a una reacción puramente fisiológica. Sin embargo, pone en duda ese impulso, utiliza su razón para evaluar las consecuencias para su salud y decide no ceder, controlando su comportamiento mediante el pensamiento. Mariana evidencia la distinción entre cuerpo y alma.

De acuerdo con la antropología racionalista de Descartes, se infiere que Mariana

- A) niega la realidad de su cuerpo para actuar en el mundo.
- B) confunde la extensión material con la acción de pensar.
- C) demuestra que su naturaleza se reduce a ser una máquina.
- D) permite que las pasiones del alma gobiernen su voluntad.
- E) ejerce el dominio de la sustancia pensante sobre la extensa.

Solución:

Para René Descartes, el ser humano está compuesto por dos sustancias distintas: la *res cogitans* (sustancia pensante, alma) y la *res extensa* (sustancia extensa, cuerpo material). La naturaleza humana se define por el pensamiento, el cual tiene primacía sobre el cuerpo. En el caso presentado, Mariana experimenta un impulso fisiológico (propio del cuerpo), pero utiliza su razón (propiedad del alma) para poner en duda ese deseo, evaluar sus consecuencias y decidir conscientemente no ceder. Este proceder evidencia el dominio o jerarquía de la sustancia pensante sobre la sustancia extensa, pues la razón es capaz de juzgar y controlar los movimientos corporales.

Rpta.: E

8. Ricardo ha crecido en un entorno donde se le enseña que la compasión, la humildad y la obediencia son las virtudes supremas que debe seguir para ser una "buena persona". No obstante, al analizar su vida, siente que estas normas solo reprimen su fuerza vital y su capacidad de crear. Por ello, decide rechazar esos valores heredados de la tradición y, asumiendo el riesgo de la soledad, comienza a legislar sus propias leyes y metas basadas únicamente en su voluntad.

De acuerdo con la filosofía de Friedrich Nietzsche, se infiere que Ricardo

- A) se mantiene dentro de la "moral de esclavos" para alcanzar la paz.
- B) busca refugio en una verdad absoluta, objetiva, racional y universal.
- C) transita el camino hacia la superación del hombre (superhombre).
- D) reconoce que su esencia está determinada por un orden divino.
- E) se somete al "instinto de rebaño" para garantizar su supervivencia.

Solución:

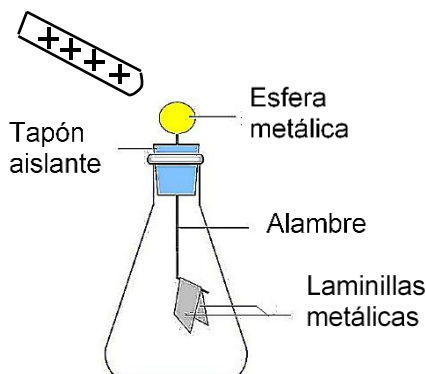
Para Friedrich Nietzsche, la moral tradicional (cristiana) representa una "moral de esclavos" porque niega la vida, reprime los instintos y promueve valores como la compasión y la humildad que debilitan la fuerza vital del individuo. Cuando alguien como Ricardo rompe con esos valores heredados —en un acto de nihilismo activo— y asume el riesgo de la soledad para crear sus propias leyes y metas basadas en su voluntad, está realizando una transición hacia la figura del Übermensch (superhombre). Este proceso implica que el hombre es el único creador de su sentido en un mundo sin verdades absolutas, afirmando la vida y su voluntad de poder.

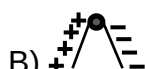
Rpta.: C

FÍSICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Un electroscopio es un instrumento sencillo que se utiliza para detectar la presencia de carga eléctrica en un cuerpo mediante la interacción electrostática. En la figura, una varilla cargada positivamente se aproxima a la esfera metálica sin entrar en contacto con ella. Con respecto a esta situación determina la disposición correcta de las laminillas y su signo correspondiente.



- A)  B)  C)  D)  E) 

Solución:

Al aproximarse la varilla cargada positivamente, se induce en el electroscopio una redistribución de la carga eléctrica. Los electrones de las laminillas se desplazan hacia la esfera metálica a través del alambre conductor, originando una distribución de carga eléctrica negativa en la esfera y dejando a las laminillas con una distribución de carga eléctrica positiva. Debido a que las laminillas adquieren cargas del mismo signo, estas se repelen y se separan.

Rpta.: C

2. Una canica de vidrio y un paño de seda inicialmente neutras se frotan. Si la canica adquiere una carga eléctrica de $+40 \mu\text{C}$, determine la masa total de electrones transferidos al paño de seda.

$$(e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}; m_{\text{electrón}} = 9 \times 10^{-31} \text{ kg})$$

A) $4,5 \times 10^{-16} \text{ kg}$

B) $2,25 \times 10^{-16} \text{ kg}$

C) $3,0 \times 10^{-16} \text{ kg}$

D) $22,5 \times 10^{-16} \text{ kg}$

E) $45,0 \times 10^{-16} \text{ kg}$

Solución:

Con dato de la carga eléctrica $Q = +40 \mu\text{C}$ que adquiere la esfera de vidrio, determinaremos el número de electrones que transfiere al paño de seda:

$$n = \frac{Q}{e} = \frac{+40 \times 10^{-6} \text{ C}}{1,6 \times 10^{-19} \text{ C}} = +2,5 \times 10^{14} \text{ electrones}$$

Los electrones tienen masa $m_e = 9 \times 10^{-31} \text{ kg}$ y con el número de electrones transferidos n , se determinará la masa transferida m_T al paño de seda:

$$m_T = |n| \cdot m_e = (2,5 \times 10^{14})(9 \times 10^{-31} \text{ kg}) = 2,25 \times 10^{-16} \text{ kg}$$

Rpta.: B

3. Se tienen dos partículas electrizadas, una con un exceso de 5×10^{13} electrones y otra con una deficiencia de 6×10^{13} electrones. Si la magnitud de la fuerza eléctrica entre ellas es 192 N. ¿Qué distancia se encuentran separadas?

$$(K = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2)$$

A) 2 cm

B) 4 cm

C) 6 cm

D) 5 cm

E) 9 cm

Solución:

$$n_A = -5 \times 10^{13} \text{ electrones en exceso}$$

$$n_B = +6 \times 10^{13} \text{ electrones por defecto}$$

Con el exceso y defecto de electrones, determinamos la carga eléctrica de las partículas. De la cuantización de la carga eléctrica obtenemos

$$Q_A = n_A \cdot e = (-5 \times 10^{13})(1,6 \times 10^{-19} \text{ C}) = -8 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$Q_B = n_B \cdot e = (+6 \times 10^{13})(1,6 \times 10^{-19} \text{ C}) = +9,6 \times 10^{-6} \text{ C}$$

La distancia que separa a las esferitas se determinará con ayuda de la ley de Coulomb:

$$F = k \frac{|Q_A||Q_B|}{d^2} \Rightarrow d = \sqrt{k \frac{|Q_A||Q_B|}{F}} = \sqrt{\frac{9 \times 10^9 (8 \times 10^{-6})(9,6 \times 10^{-6})}{192}}$$

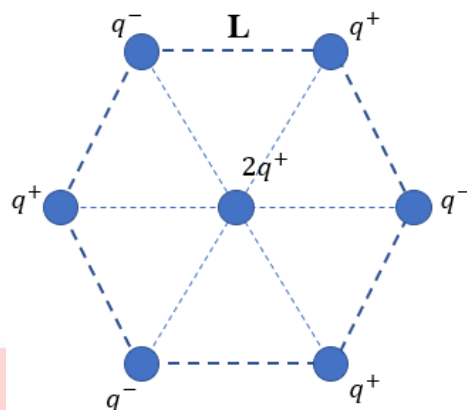
$$\therefore d = 6 \times 10^{-2} \text{ m} = 6 \text{ cm}$$

Rpta.: C

4. La figura muestra tres cargas positivas (q^+) y tres cargas negativas (q^-) ubicadas en los vértices de un hexágono regular de lado L . Determine la magnitud de la fuerza neta sobre la carga puntual ($2q^+$) ubicada en el centro del hexágono.

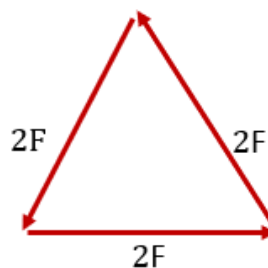
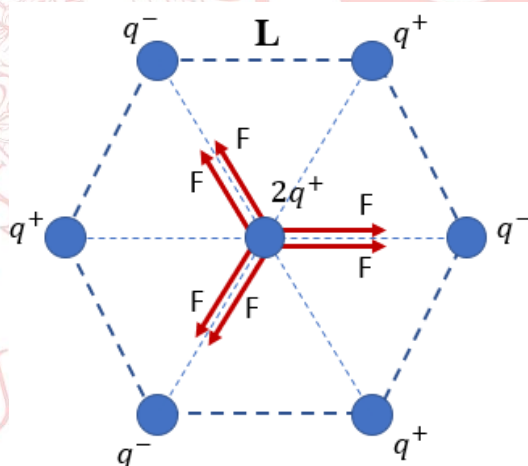
$$(K = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2)$$

- A) 1 N B) 0 N C) 2 N
D) 3 N E) 5 N



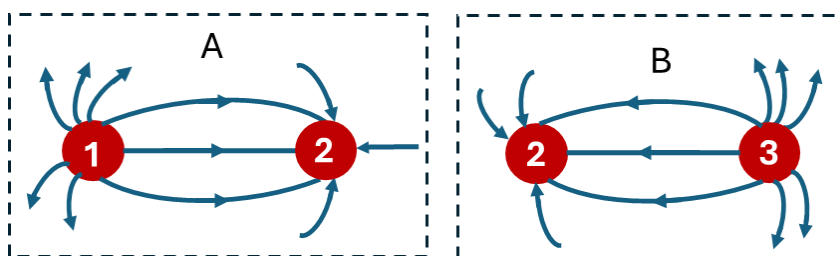
Solución:

Debido a la interacción presentada en el sistema, las magnitudes de las fuerzas son iguales y se puede generar un sistema cerrado de vectores fuerza, por lo que la fuerza neta sobre la carga solicitada es nula.



Rpta.: B

5. La figura muestra las líneas de fuerza para dos conjuntos A y B con las cargas 1, 2 y 3. Determine la relación entre las magnitudes de las cargas 1 y 3.



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Solución:

A partir de la figura, determinamos que la magnitud de la cantidad de carga eléctrica es proporcional al número de líneas, por lo que tenemos

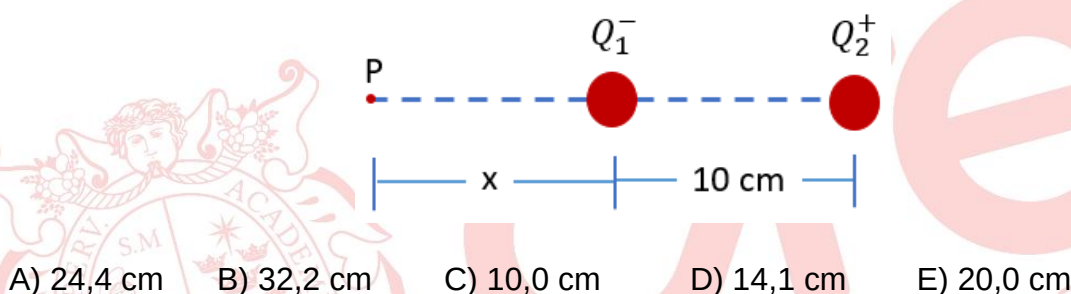
$$\frac{q_1}{8} = \frac{q_2}{6} = \frac{q_3}{8}$$

De donde

$$\frac{q_1}{q_3} = 1$$

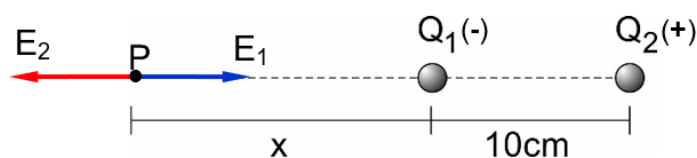
Rpta.: A

6. Se tiene dos partículas con carga eléctrica de $Q_1^- = 25\mu C$ y $Q_2^+ = 100\mu C$ separadas por una distancia de 10 cm, como muestra la figura. Si en el punto P, ubicado sobre la recta que une a las partículas, la intensidad de campo eléctrico resultante es nula, determine la distancia X.



Solución:

En el punto P, se superponen los campos eléctricos de las cargas puntuales, pero estas se anulan mutuamente, entonces,



$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{K|Q_1|}{x^2} = \frac{K|Q_2|}{(x+0,1)^2}$$

$$\frac{25}{x^2} = \frac{100}{(x+0,1)^2}$$

$$\therefore x = 10,0 \text{ cm}$$

Rpta.: C

7. Una gota de tinta en una impresora industrial de inyección porta una carga de $1,6 \times 10^{-10} C$ y se desvía sobre un papel con una fuerza eléctrica de magnitud $3,2 \times 10^{-4} N$. Determine la intensidad del campo eléctrico para producir esta fuerza.

- A) $1 \times 10^5 N/C$ B) $2 \times 10^5 N/C$ C) $1 \times 10^6 N/C$
D) $2 \times 10^6 N/C$ E) $1 \times 10^6 N/C$

Solución:

A partir de la relación:

$$F = qE$$

$$3,2 \times 10^{-4} = (1,6 \times 10^{-10})E$$

$$E = 2 \times 10^6 \text{ N/C}$$

Rpta.: D

8. Una esfera conductora de masa 50 g unida a hilo aislante de $L = 20 \text{ cm}$ gira uniformemente en un plano horizontal, como se muestra en la figura. Si la carga eléctrica de la esfera es $q_1^+ = 6 \mu\text{C}$ y se encuentra en un campo eléctrico uniforme de magnitud $E = 50 \text{ kN/C}$, determine la rapidez angular.

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

A) 1 rad/s

B) 2 rad/s

C) 3 rad/s

D) 4 rad/s

E) 5 rad/s

Solución:

Verticalmente existe equilibrio de la masa pendular que gira en el plano horizontal, entonces,

$$\sum \vec{F}_y = 0:$$

$$\frac{4}{5}T + qE = mg$$

$$\frac{4}{5}T + (6 \times 10^{-6})(50 \times 10^3) = (0,05)(10)$$

$$\therefore T = 0,25 \text{ N}$$

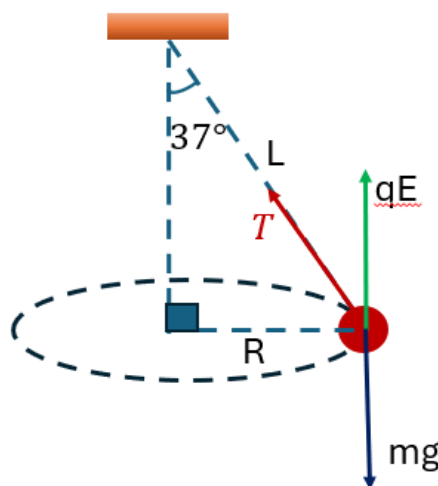
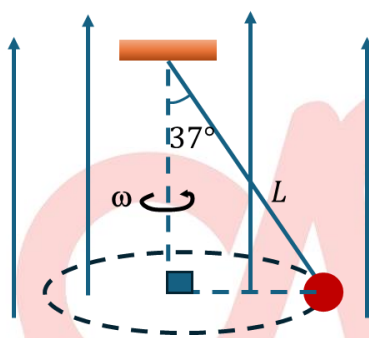
Radialmente existe una fuerza centrípeta que provoca el giro de la masa pendular, entonces,

$$F_{CP} = m \cdot a_{CP}:$$

$$\frac{3}{5}T = m\omega^2 R$$

$$\frac{3}{5}(0,25) = (0,05)\omega^2(0,12) \Rightarrow \omega = 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Rpta.: E



EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Dos esferas conductoras idénticas con cargas q y $3q$ se repelen con una fuerza de magnitud F . Si las esferas se ponen en contacto y luego se separan hasta alcanzar el doble de la distancia inicial, determine la nueva magnitud de la fuerza de repulsión.

A) $\frac{F}{3}$ B) $\frac{2F}{3}$ C) $\frac{3F}{2}$ D) $\frac{F}{4}$ E) $\frac{F}{5}$

Solución:

$$q_1 = 3Q$$

$$q_2 = Q$$

Antes del contacto, las canicas se repelen con una fuerza eléctrica de magnitud F igual a

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = k \frac{3Q \cdot Q}{r^2} = 3k \frac{Q^2}{r^2} \Rightarrow k \frac{Q^2}{r^2} = \frac{F}{3} \dots (1)$$

Tras el contacto, se redistribuyen su carga eléctrica. Al ser idénticas, cada una adquiere una carga del igual magnitud y signo, cumpliendo el principio de conservación de la carga eléctrica. Es decir,

$$Q_{\text{neta}_f} = Q_{\text{neta}_i} \Rightarrow q_1^f + q_2^f = q_1 + q_2$$

Como $q_1^f = q_2^f = q$ entonces sustituyendo valores:

$$2q = 3Q + Q \Rightarrow q = 2Q$$

Donde q es la carga final de las cargas después del contacto, y estas al separarse una distancia doble del inicial $2r$, la nueva magnitud de la fuerza eléctrica de repulsión F^I . Por ley de Coulomb, será

$$F^I = k \frac{|q||q|}{(2r)^2} = k \frac{q^2}{4r^2} = k \frac{(2Q)^2}{4r^2} = k \frac{Q^2}{r^2} \dots\dots (2)$$

Como (1) = (2), entonces,

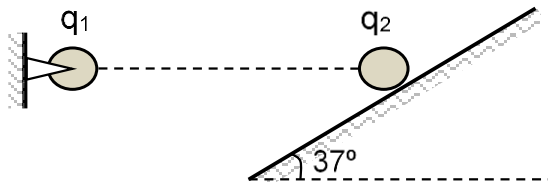
$$F^I = \frac{F}{3}$$

Rpta.: A

2. La figura muestra una esfera fija con carga eléctrica $q_1^+ = 5\mu C$ situada a 30 cm de otra esfera cargada eléctricamente con q_2^+ de masa 300 g apoyada en una superficie lisa y aislante. Determine la carga eléctrica q_2 .

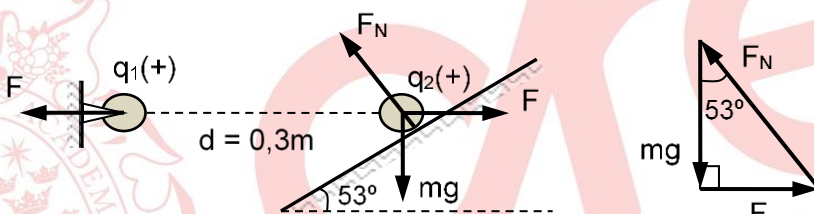
$$(k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2)$$

- A) $+8 \mu C$
B) $-6 \mu C$
C) $+12 \mu C$
D) $-10 \mu C$
E) $+16 \mu C$



Solución:

Existe equilibrio de la esfera 2 apoyada sobre la superficie inclinada, la figura muestra las fuerzas que actúan sobre ella.



Como las fuerzas son concurrentes en la esfera 2, se puede construir un triángulo de fuerzas y esta resulta ser notable. De dicho triángulo, notamos que

$$F = mg \operatorname{Tg} 53^\circ \Rightarrow k \frac{|q_1||q_2|}{d_1^2} = (0,3)(10) \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{9 \times 10^9 (5 \times 10^{-6}) |q_2|}{(0,3)^2} = 4$$

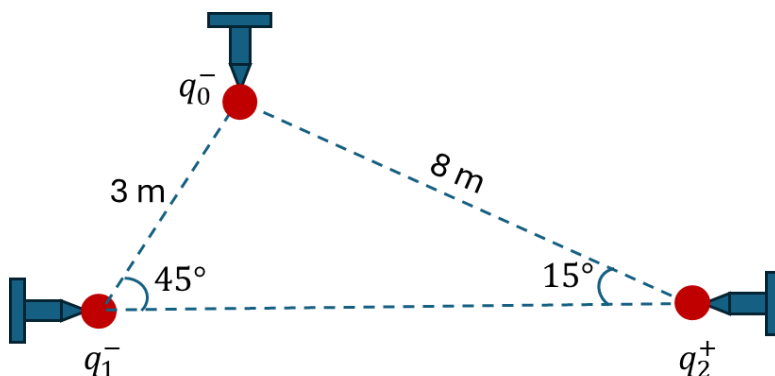
$$\therefore q_2 = +8 \mu C$$

Rpta.: A

3. La figura muestra tres partículas electrizadas ubicadas en los vértices de un triángulo sostenidas por soportes aislantes. Determine la magnitud de fuerza eléctrica neta sobre la carga q_0^- . ($q_0^- = 200 \mu C$; $q_1^- = 90 \mu C$; $q_2^+ = 320 \mu C$).

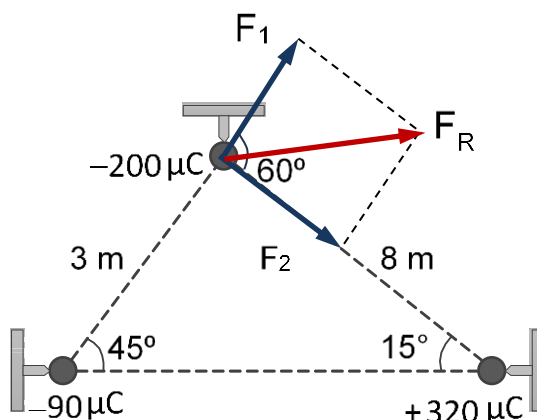
$$(k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2)$$

- A) $9\sqrt{5} \text{ N}$
B) 18 N
C) $20\sqrt{3} \text{ N}$
D) 15 N
E) $9\sqrt{7} \text{ N}$



Solución:

Por el principio de superposición, la carga eléctrica q_0 experimenta una fuerza eléctrica de repulsión F_1 ejercida por la carga q_1 y una fuerza de atracción F_2 ejercida por la carga q_2 .



Utilizando la ley de Coulomb:

$$F_1 = k \frac{|q_0||q_1|}{d_1^2} = \frac{9 \times 10^9 (200 \times 10^{-6})(90 \times 10^{-6})}{(3)^2} = 18 \text{ N}$$

$$F_2 = k \frac{|q_0||q_2|}{d_2^2} = \frac{9 \times 10^9 (200 \times 10^{-6})(320 \times 10^{-6})}{(8)^2} = 9 \text{ N}$$

Por teoría de vectores, la magnitud de la fuerza resultante F_R se determina aplicando la ley del paralelogramo:

$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos 60^\circ} = \sqrt{(18)^2 + (9)^2 + 2(18)(9)\left(\frac{1}{2}\right)}$$

$$\therefore F_R = 9\sqrt{7} \text{ N}$$

Rpta.: E

4. Respecto al campo eléctrico, indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. Es una propiedad vectorial del espacio alrededor de un cuerpo electrizado.
- II. El campo eléctrico asociado a una partícula cargada está dirigido radialmente.
- III. Se representa geoméricamente mediante líneas de fuerza, de modo que la intensidad de campo es proporcional a la densidad de líneas.

A) VVF B) VFF C) VVV D) FVV E) FFF

Solución:

I. (V)

El campo eléctrico es una forma de describir cómo una carga eléctrica modifica el espacio que la rodea, de modo que cualquier otra carga colocada allí experimenta una fuerza, mientras que la intensidad de campo eléctrico es una cantidad vectorial que permite medir dicha propiedad.

II. (V)

Así sea la carga positiva o negativa, estas se manifiestan a través del campo eléctrico representado por las líneas de campo. Si es positiva las líneas son salientes y si la carga es negativa las líneas son entrantes a la carga. En ambos casos las líneas son radiales.

III. (V)

Las líneas de fuerza o de campo son una representación gráfica del campo eléctrico, mientras que la densidad de líneas nos indica la magnitud del campo, puesto que es proporcional a la intensidad de campo, es decir, más líneas por unidad de área, entonces campo más intenso y viceversa.

Rpta.: C

5. La figura muestra dos partículas electrizadas y fijas en los dos vértices de un triángulo equilátero. Determine la intensidad de campo eléctrico resultante en el punto A.

$$(q_1^+ = 5 \mu\text{C}; q_2^- = 8 \mu\text{C})$$

A) 3 kN/C B) 5 kN/C

C) 7 kN/C D) 8 kN/C

E) 10 kN/C

Solución:

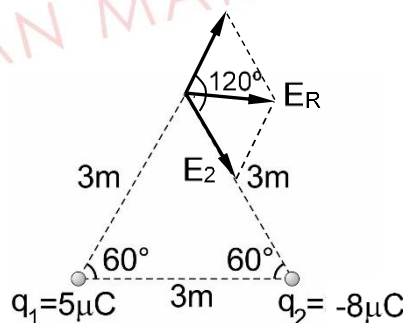
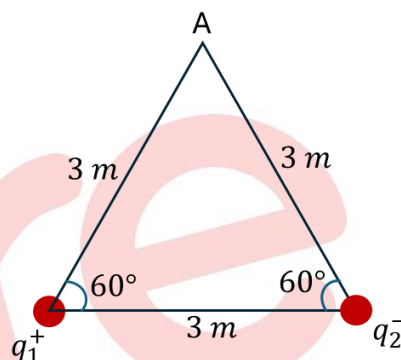
Por principio de superposición de campos:

$$E_1 = \frac{K|q_1|}{(3)^2} = \frac{9 \times 10^9 (5 \times 10^{-6})}{9} = 5 \times 10^3 = 5 \frac{\text{kN}}{\text{C}}$$

$$E_2 = \frac{K|q_2|}{(3)^2} = \frac{9 \times 10^9 (8 \times 10^{-6})}{9} = 8 \times 10^3 = 8 \frac{\text{kN}}{\text{C}}$$

Luego

$$E_R = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos 120^\circ} = 7 \frac{\text{kN}}{\text{C}}$$



Rpta.: C

6. La figura muestra tres partículas electrizadas cuyas cargas son $q_1^+ = q_2^+ = 3q$ y q_0^- , ubicadas en los tres vértices de un cuadrado de lado L. Si la intensidad del campo eléctrico en el vértice P es nulo, determine la intensidad de campo generada por q_0^- .

(K: constante de Coulomb)

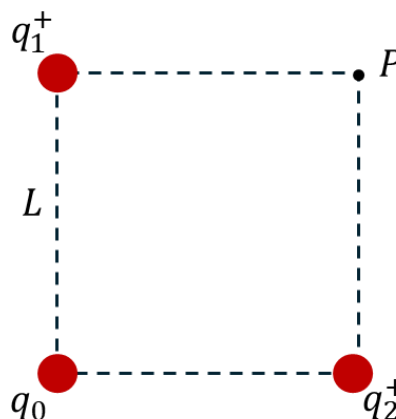
A) $3\sqrt{2} (K \frac{q}{L^2})$

B) $3 K \frac{q}{L^2}$

C) $\sqrt{2} K \frac{q}{L^2}$

D) $6\sqrt{2} K \frac{q}{L^2}$

E) $6 K \frac{q}{L^2}$



Solución:

Gratificando el campo eléctrico que ejercen las cargas q_1^+ y q_2^+ sobre q_0 , se tiene

- La intensidad del campo debido a q_1^+ :

$$E_1 = K \frac{3q}{L^2} = 3 \left(K \frac{q}{L^2} \right) = 3E$$

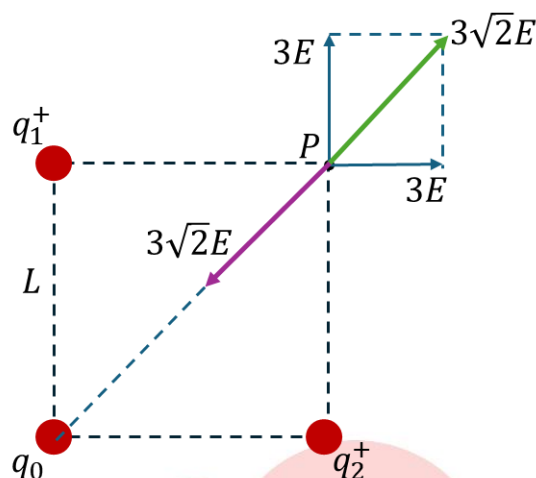
- La intensidad del campo debido a q_2^+ :

$$E_2 = K \frac{3q}{L^2} = 3 \left(K \frac{q}{L^2} \right) = 3E$$

- La intensidad del campo resultante de E_1 y E_2 es $3\sqrt{2}E$.

- Por condición, en el punto P el campo resultante es nulo, por lo que q_0 debe ser negativa y establecer un campo resultante opuesto igual a

$$E_0 = 3\sqrt{2} \left(K \frac{q}{L^2} \right)$$



Rpta.: A

7. Una partícula con carga eléctrica de $+8 \mu\text{C}$ se encuentra en la posición $\vec{r}_1 = (4\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k})$ m. Determine la intensidad de campo eléctrico en la posición $\vec{r}_2 = (2\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$ m.

$$(k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2)$$

- A) 1 kN/C B) 2 kN/C C) 3 kN/C D) 4 kN E) 5 kN

Solución:

$$Q = +8 \mu\text{C}$$

$$k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$$

La magnitud de la intensidad de campo eléctrico E debido a una carga puntual Q a una distancia r de dicha partícula se determina así:

$$E = \frac{k|Q|}{r^2} \dots (1)$$

La carga puntual se ubica en la posición $\vec{r}_1$ y el punto donde se evalúa la intensidad de campo en la posición $\vec{r}_2$, por tanto, la posición $\vec{r}$ de dicho punto respecto de la carga puntual es

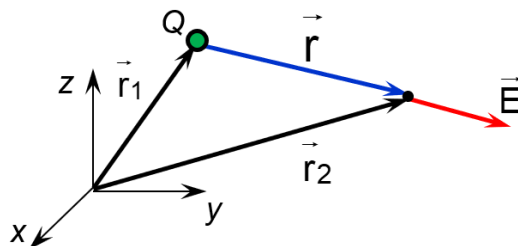
$$\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (-2\hat{i} + 4\hat{j} - 4\hat{k}) \text{ m}$$

La magnitud de $\vec{r}$ es la distancia del punto a la carga puntual:

$$r = \sqrt{(-2)^2 + (4)^2 + (-4)^2} = 6 \text{ m}$$

Sustituyendo (1) en (2):

$$E = \frac{9 \times 10^9 (8 \times 10^{-6})}{(6)^2} = 2000 \frac{\text{N}}{\text{C}} = 2 \frac{\text{kN}}{\text{C}}$$



Rpta.: B

QUÍMICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Los ácidos y las bases son sustancias que se encuentran en nuestras actividades diarias comunes. Ambos son antagonistas y reaccionan entre sí, neutralizándose. De manera intuitiva conocemos que los cítricos son ácidos y que la soda es una base. Al respecto, seleccione la alternativa **incorrecta** con respecto a los ácidos y las bases.

- A) Al contacto con la piel, los ácidos y las bases generan lesiones.
- B) Los ácidos reaccionan con metales activos como el Zn o el Mg, liberando $\text{H}_2(\text{g})$.
- C) Los ácidos muy diluidos tienen pH muy bajo.
- D) Las reacciones de neutralización son exotérmicas.
- E) Las soluciones de amoníaco tienen carácter ácido.

Solución:

- A) **Correcto.** Al contacto con la piel, los ácidos y las bases generan lesiones.
- B) **Correcto.** Los ácidos reaccionan con metales activos como el Zn o el Mg, liberando $\text{H}_2(\text{g})$.
- C) **Correcto.** Los ácidos muy diluidos tienen pH muy bajo.
- D) **Correcto.** Las reacciones de neutralización son exotérmicas.
- E) **Incorrecto.** Las soluciones de amoníaco tienen carácter básico.

Rpta.: E

2. La teoría de Arrhenius establece que un ácido es toda sustancia que en agua libera iones H^+ , mientras que una base es aquella que libera iones OH^- . Esta definición explica solamente el comportamiento ácido-base en soluciones acuosas y fundamenta procesos como la neutralización, donde ambos reaccionan formando sal y agua. Al respecto, seleccione la alternativa que contiene la(s) proposición(es) correcta(s).

- I. La teoría de Arrhenius es la más completa y compleja.
- II. Según Arrhenius, HCl es un ácido y NaOH es una base.
- III. La teoría de Arrhenius se basa en los pares ácido-base conjugados.

- A) I, II y III B) I y III C) Solo II D) Solo I E) II y III

Solución:

- I. **Incorrecto.** La teoría de Arrhenius es la **más simple** y se limita solo a solvente acuoso.
- II. **Correcto.** Según Arrhenius, HCl es un ácido y NaOH es una base.
- III. **Incorrecto:** La teoría de **Brønsted-Lowry** se basa en los pares ácido-base conjugados.

Rpta.: C

3. La teoría de Brønsted-Lowry define a los ácidos como donadores de protones (H^+) y a las bases como aceptores de protones. Esta visión amplía la de Arrhenius, pues no se limita a soluciones acuosas, permitiendo explicar reacciones ácido-base en diversos medios y mostrando la importancia del intercambio de protones en la química y bioquímica. Al respecto, seleccione la alternativa que contenga el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. Cuando se disuelve HF en agua, su base conjugada es el OH^- .
- II. Las especies H_3PO_4 y PO_4^{3-} forman un par ácido-base conjugado.
- III. El agua puede actuar como un ácido o como una base.

A) VFF B) VVF C) VFV D) FVF E) FFV

Solución:

- I. **Falso.** Cuando se disuelve HF en agua, su base conjugada es el F^- .
- II. **Falso.** Las especies H_3PO_4 y PO_4^{3-} NO forman un par ácido-base conjugado ya que no difieren en $1 H^+$.
- III. **Verdadero.** El agua puede actuar como un ácido o como una base.

Rpta.: E

4. La escala de pH es un indicador de la acidez o basicidad de una solución en una escala típicamente de 0 a 14. Cuanto más ácida sea la solución, su valor de pH será menor y cuanto más básico, mayor. Al respecto, un alumno del curso de Química Analítica prepara 1 litro de una solución 0,080 M de NaOH y 2 litros de una solución 0,060 M de $Ba(OH)_2$. Determine el pH de la solución que resulta de mezclar 500 mL de la primera solución con 500 mL de la segunda.

A) 13 B) 12 C) 11 D) 10 E) 9

Solución:

Por ser soluciones básicas, primero se debe determinar la $[OH^-]$:

$$[OH^-]_{NaOH} = 0,080 M$$

$$[OH^-]_{Ba(OH)_2} = 0,060 \times 2 = 0,120 M$$

Por lo tanto, utilizando la fórmula de la dilución:

$$[OH^-]_{NaOH} V_{NaOH} + [OH^-]_{Ba(OH)_2} V_{Ba(OH)_2} = [OH^-]_f V_f$$

$$0,080(500) + 0,120(500) = [OH^-]_f (1000)$$

$$[OH^-]_f = 0,1 M$$

Por lo tanto, $pOH = 1 \rightarrow pH = 13$

Rpta.: A

5. El ácido sulfuroso (H_2SO_3) es un ácido diprótico débil, formado al disolver dióxido de azufre en agua. Sus pK_a son 1,8 y 7,2, lo que refleja dos etapas de ionización. Es inestable, se oxida fácilmente a ácido sulfúrico y participa en procesos atmosféricos como la lluvia ácida. Al respecto, seleccione la alternativa que contenga el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:
- I. A $\text{pH} = 5$, la especie HSO_3^{-1} es la que se encuentra en mayor concentración.
 - II. Si se basifica una solución de este ácido con un exceso de NaOH , la forma predominante es H_2SO_3 .
 - III. A $\text{pH} = 7,2$, la forma predominante es HSO_3^{-1} .
- A) VFF B) VVF C) VFV D) FVF E) FVV

Solución:

- I. **Verdadero.** A $\text{pH} = 5$, la especie HSO_3^{-1} es la que se encuentra en mayor concentración.
- II. **Falso.** Si se basifica una solución de este ácido con un exceso de NaOH , la forma predominante es NO PUEDE SER H_2SO_3 , ya que esta solo lo es a pH por debajo de 1,8. Las formas predominantes serían sus formas desprotonadas, dependiendo del exceso de base utilizado.
- III. **Falso.** A $\text{pH} = 7,2$, las 2 formas predominantes son SO_3^{-2} y HSO_3^{-1} , ya que se encuentran en la misma proporción.

Rpta.: A

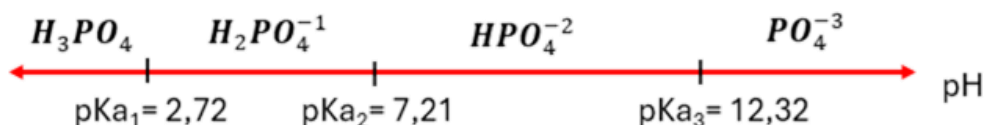
6. Un estudiante desea preparar un buffer fosfato con pH fisiológico (7,30) para aplicaciones de medicamentos anticancerígenos *in vitro*. Para ello, posee 125mL de solución 20mM de K_2HPO_4 como materia prima. Al respecto, determine la masa de KH_2PO_4 que se debe añadir al sistema para alcanzar dicho pH . Desprecie el cambio de volumen que generaría el agregado del sólido.

Datos: $\text{pK}_{a1} = 2,72$; $\text{pK}_{a2} = 7,21$; $\text{pK}_{a3} = 12,32$
 $20/10^{0,09} = 16$; $\text{KH}_2\text{PO}_4 = 136 \text{ g/mol}$

- A) 0,272 B) 0,250 C) 0,222 D) 0,200 E) 0,182

Solución:

Si consideramos las zonas de predominio de las especies derivadas del ácido fosfórico



Para alcanzar el pH solicitado, se debe realizar una mezcla de KH_2PO_4 y K_2HPO_4 . Según la ecuación de H-H,

$$\text{pH} = \text{pK}_{a2} + \log \frac{[\text{A}^-]}{[\text{HA}]} = \text{pK}_{a2} + \log \frac{[\text{K}_2\text{HPO}_4]}{[\text{KH}_2\text{PO}_4]}$$

$$7,30 = 7,21 + \log \left(\frac{20}{[\text{KH}_2\text{PO}_4]} \right)$$

$$[\text{KH}_2\text{PO}_4] = 16 \text{ mM}$$



Por lo tanto, la masa necesaria será

$$m = M \cdot V \cdot \bar{M} = (16 \times 10^{-3})(125 \times 10^{-3})(136) = 0,272 \text{ g}$$

Rpta.: A

7. Las retrovaloraciones, o titulaciones por retroceso, consisten en añadir un exceso conocido de reactivo valorante a la muestra y luego titular el exceso no reaccionado con otro reactivo. Este método se emplea cuando la reacción directa es lenta, incompleta o difícil de detectar. Se sabe que este procedimiento es utilizado para determinar la pureza de la aspirina ($C_9H_8O_4$, monoprótica), por ser de lenta disolución. Se dispone de una muestra de 0,20 g de aspirina impura, la cual se trata con 50 mL de solución 0,1 M de NaOH hasta disolución completa y posteriormente se titula con 20 mL de solución 0,2 M de HCl. Al respecto, determine el % pureza de la aspirina, asumiendo que las impurezas no poseen características ácido-base.

Dato: aspirina = 180 g/mol

- A) 99 % B) 95 % C) 92 % D) 90 % E) 80 %

Solución:

Por tratarse de una reacción con dos ácidos y una base:

$$\#eq_{base} = \#eq_{ácido}$$

Todas las sustancias involucradas poseen 1eq/mol, por lo tanto, se puede cambiar eq por moles:

$$n_{HCl} + n_{asp} = eq_{NaOH}$$

$$M_{HCl}V_{HCl} + n_{asp} = M_{NaOH}V_{NaOH}$$

$$(0,2M)(20mL) + n_{asp} = (0,1M)(50mL)$$

$$n_{asp} = 1mmol$$

$$m_{asp} = 180mg = 0,18 \text{ g}$$

Por lo tanto,

$$\%pureza = \frac{0,18}{0,20} \times 100\% = 90 \%$$

Rpta.: D

8. Los ácidos débiles se disocian parcialmente en agua, liberando una fracción limitada de iones H^+ . Su grado de ionización depende de la constante de acidez (K_a) y del pH del medio. Presentan valores de pK_a moderados o altos y su fuerza es menor que la de los ácidos fuertes. Si se dispone de 1358 mL de una solución 0,01 M de HF ($pK_a = 3,18$), determine el pH de dicha solución.

- A) 2,99 B) 2,59 C) 2,39 D) 2,19 E) 1,99

Solución:

Utilizando la fórmula para el pH de un ácido débil:

$$pH = \frac{1}{2}pK_a - \frac{1}{2}\log C_0$$

$$pH = \frac{1}{2}(3,18) - \frac{1}{2}\log(10^{-2}) = 2,59$$

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Los principales aportes en el campo de los ácidos y bases provienen de las teorías de Arrhenius, Bronsted-Lowry y Lewis. En cada una, se exploran las especies liberadas o intercambiadas que definen el comportamiento de las sustancias. Al respecto, seleccione la alternativa con la relación correcta.

- | | | |
|------------------------|-----|--|
| a) BF_3 | () | especie anfótera |
| b) OH^- | () | base conjugada del agua |
| c) HCl | () | ácido de Lewis, especie deficiente de electrones |
| d) HSO_4^{-1} | () | ácido de Arrhenius, libera H^+ |

- A) abcd B) acbd C) bcad D) dbac E) cbad

Solución:

- | | | |
|------------------------|-----|--|
| a) BF_3 | (d) | especie anfótera |
| b) OH^- | (b) | base conjugada del agua |
| c) HCl | (a) | ácido de Lewis, especie deficiente de electrones |
| d) HSO_4^{-1} | (c) | ácido de Arrhenius, libera H^+ |

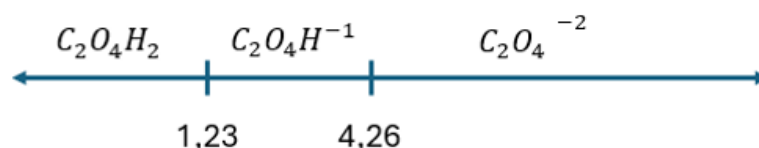
Rpta.: D

2. El ácido oxálico (HOOCCOOH) tiene aplicaciones en la industria textil como blanqueador, en la limpieza de metales como removedor de óxido, y en la fabricación de productos químicos. Se trata de un ácido diprótico orgánico débil. Al respecto, seleccione la alternativa que contenga el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. A $\text{pH} = 1,23$, la especie predominante es el anión -2 .
II. Al acidificar fuertemente una solución de ácido oxálico, la especie predominante es la forma totalmente desprotonada.
III. Las especies HOOCCOOH y HOOCCOO^- son conjugadas.

Datos: $\text{pK}_{a1} = 1,23$; $\text{pK}_{a2} = 4,26$

- A) VFF B) VVF C) FFV D) FVF E) FVV

Solución:

- I. **Falso.** A $\text{pH} = 1,23$, las especies sin desprotonar y el anión -1 son las predominantes.
II. **Falso.** Al acidificar fuertemente una solución de ácido oxálico, la especie predominante es la forma totalmente protonada.
III. **Verdadero.** Las especies HOOCCOOH y HOOCCOO^- son conjugadas, ya que se diferencian en 1 H^+ .

Rpta.: C

3. El KHP (ftalato ácido de potasio, 204 g/mol) se utiliza como patrón primario para valorar soluciones de NaOH porque es estable, puro, no higroscópico y monoprótico. Al reaccionar estequiométricamente con el hidróxido de sodio, permite determinar con gran precisión la concentración de sus soluciones. Al respecto, se realiza una titulación poniendo 204 mg de KHP en un Erlenmeyer y agregando un chorro de agua desionizada hasta disolución completa. Si al agregarle gota a gota una solución de NaOH de concentración desconocida, se obtiene un volumen de gasto de 12,5 mL cuando la fenolftaleína vira a rosada, determine la concentración de la solución de NaOH, en mM.
- A) 120 B) 100 C) 80 D) 60 E) 40

Solución:

En la neutralización, se igualan los eq de ácido y base. Como en este caso ambos tienen 1eq/mol, basta con igualar sus moles:

$$\begin{aligned}n_{KHP} &= eq_{NaOH} \\ \frac{m_{KHP}}{\bar{M}_{KHP}} &= M_{NaOH} V_{NaOH} \\ \frac{0,204}{204} &= (M_{NaOH})(12,5 \times 10^{-3}) \\ M_{NaOH} &= 0,080 M = 80 mM\end{aligned}$$

Rpta.: C

4. Los ácidos y las bases se pueden clasificar en fuertes si presentan una disociación completa, o débiles si presentan una disociación parcial. Esto influye en la conductividad eléctrica de sus soluciones, así como en la cantidad de especies liberadas al medio, teniendo una fuerte repercusión en su pH. Al respecto, seleccione la alternativa que contenga el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:
- Los ácidos fenólicos y el oxálico (ácidos orgánicos) son débiles.
 - Luego de la disociación de un ácido fuerte, aún quedan especies moleculares disueltas.
 - Las soluciones de ácido bromhídrico y metanoico de la misma concentración poseen la misma conductividad.
- A) VFV B) VFF C) FFV D) FVF E) FVV

Solución:

- Verdadero.** Los ácidos orgánicos son débiles.
- Falso.** Luego de la disociación de un ácido fuerte, NO quedan especies moleculares disueltas, ya que la disociación ocurre al 100%.
- Falso.** Las soluciones de ácido bromhídrico y metanoico de la misma concentración no poseen la misma conductividad; la de HBr posee una mayor conductividad, por ser un ácido fuerte.

Rpta.: B

BIOLOGÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. La genética es considerada como la ciencia de la herencia y la variación. Se considera que nace oficialmente como disciplina científica a partir de

- A) la publicación de los trabajos de Mendel.
- B) el descubrimiento de la estructura del ADN.
- C) los cruzamientos realizados por Mendel.
- D) el redescubrimiento de los trabajos de Mendel.
- E) el descubrimiento de los genes.

Solución:

La genética surge oficialmente como una disciplina científica a partir de los redescubrimientos de los trabajos de Mendel en 1900 por Carl Correns, Hugo de Vries y Erich Von Tschermak.

Rpta.: D

2. Mendel llegó a sus conclusiones, sin conocer al ADN ni el proceso de mitosis y meiosis, lo que hace más valioso su trabajo. Asumiendo que pudo conocer la mitosis, y que logra observar dos eventos: en el primero, los cromosomas se encuentran alineados en el plano ecuatorial formando una estructura ordenada; en el segundo, las cromátidas hermanas se separan y migran hacia polos opuestos de la célula. A partir de esta situación, ¿cuál de las siguientes afirmaciones identifica correctamente las fases observadas?

- A) La primera corresponde a anafase y la segunda a metafase, debido a la disposición de los cromosomas.
- B) La primera corresponde a metafase y la segunda a anafase, por la alineación y posterior separación de cromátidas.
- C) Ambas corresponden a profase, ya que en ambas se observa condensación cromosómica.
- D) La primera corresponde a telofase y la segunda a anafase, debido a la reorganización nuclear.
- E) Ambas corresponden a metafase, porque los cromosomas son visibles en ambas etapas.

Solución:

En la metafase, los cromosomas se alinean en el plano ecuatorial formando la llamada placa metafásica. En la anafase, ocurre la separación de las cromátidas hermanas, que migran hacia polos opuestos gracias al acortamiento de las fibras del huso.

Rpta.: B

3. En un estudio de genética, se analiza el carácter “color de flor” en una planta. Se identifica un segmento de ADN responsable de este rasgo, pero en la población existen variantes que producen flores rojas o blancas. A partir de esta situación, ¿cuál de las siguientes afirmaciones explica correctamente la relación entre gen y alelo?
- A) El gen es una variante del ADN, mientras que los alelos son caracteres observables en la planta.
 - B) El gen corresponde al rasgo visible, mientras que los alelos son las proteínas que lo determinan.
 - C) El gen es el segmento de ADN que determina el carácter, mientras que los alelos son sus diferentes versiones.
 - D) Los alelos son segmentos de ADN independientes, mientras que el gen es la combinación de ellos.
 - E) El gen y el alelo son equivalentes, ya que ambos determinan directamente el mismo rasgo sin variación.

Solución:

Un gen es un segmento de ADN que contiene la información para un carácter (por ejemplo, color de flor). Los alelos son las variantes de ese mismo gen (por ejemplo, alelo para rojo o para blanco), que explican la variabilidad en la población.

Rpta.: C

4. En un análisis molecular, se estudia un fragmento de ADN asociado al color de semilla en una planta. Se identifican las siguientes secuencias en distintos individuos:

Secuencia 1: ATG–GCT–TAC–GGA

Secuencia 2: ATG–GCT–TAT–GGA

Ambas secuencias ocupan la misma posición en el cromosoma, pero difieren en un triplete. A partir de esta información, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- A) Cada secuencia representa un gen distinto porque difieren en su composición de nucleótidos.
- B) Ambas secuencias corresponden a alelos de un mismo gen, ya que son variantes en la misma región cromosómica.
- C) Ambas secuencias, como corresponden al mismo carácter, deben transcribir exactamente la misma secuencia de ARNm.
- D) Ambas secuencias representan proteínas diferentes, por lo que no pueden corresponder al mismo gen.
- E) Al ser variantes para un mismo carácter, dichas secuencias deben ocupar *loci* diferentes en el cromosoma.

Solución:

Un gen es una región específica del ADN que ocupa un locus determinado y codifica un producto funcional. Los alelos son variantes de ese mismo gen, que pueden diferir en uno o más nucleótidos, como ocurre en las secuencias presentadas. Aquí, ambas secuencias están en la misma posición cromosómica, pero presentan una variación puntual, lo que indica que son alelos del mismo gen.

Rpta.: B



5. En un estudio genético, un investigador describe sus resultados indicando: “Se identificaron varios locus asociados a diferentes caracteres en el cromosoma 3, mientras que un *loci* específico determina el color de ojos”. A partir de esta afirmación, ¿cuál de las siguientes opciones identifica correctamente el error en el uso de los términos?
- A) El investigador usa correctamente ambos términos, ya que *locus* y *loci* son equivalentes.
 - B) El error radica en que *locus* debe usarse en plural y *loci* en singular.
 - C) El error consiste en invertir los términos, ya que *locus* es singular y *loci* es plural.
 - D) El error está en asociar *loci* con caracteres, ya que solo se aplica a genes.
 - E) No hay error, porque ambos términos pueden referirse tanto a genes como a cromosomas.

Solución:

El investigador invierte el uso correcto de los términos:

Locus → singular (una posición específica en el cromosoma)

Loci → plural (varias posiciones)

En su afirmación, utiliza *locus* como plural y *loci* como singular, lo cual constituye el error conceptual.

Rpta.: C

6. Durante una práctica de biología, Carlos observa que dos plantas presentan flores del mismo color, por lo que concluye que ambas tienen la misma información genética. Sin embargo, su compañera Lucía le indica que podrían diferir a nivel genético a pesar de verse iguales. A partir de esta situación, ¿cuál de las siguientes afirmaciones explica correctamente la diferencia entre genotipo y fenotipo?
- A) Carlos tiene razón, ya que el fenotipo siempre refleja directamente un único genotipo.
 - B) Lucía tiene razón, porque el fenotipo es la expresión observable y el genotipo es la información genética que puede variar.
 - C) Carlos tiene razón, porque el genotipo depende exclusivamente del ambiente y no de los genes.
 - D) Lucía se equivoca, ya que el genotipo y el fenotipo siempre son idénticos.
 - E) Carlos tiene razón, ya que el fenotipo tiene correspondencia con un único genotipo.

Solución:

El fenotipo corresponde a las características observables (como el color de flor), mientras que el genotipo es la información genética que las determina.

Dos organismos pueden tener el mismo fenotipo, pero distinto genotipo (por ejemplo, en casos de dominancia), lo que respalda la afirmación de Lucía.

Rpta.: B

7. En un análisis genético, se estudia un gen asociado a la pigmentación en plantas de maíz. En la planta Inti, se obtienen las siguientes secuencias en el mismo *locus* de cromosomas homólogos:

- Cromosoma 1 de origen paterno: ATG–CCT–GAA–TGG
- Cromosoma 1 de origen materno: ATG–CCT–GAA–TGG

En otra planta de la misma especie, llamada Killa, se registran

- Cromosoma 1 de origen paterno: ATG–CCT–GAA–TGG
- Cromosoma 1 de origen materno: ATG–CAT–GAA–TGG

A partir de esta información, ¿cuál de las siguientes afirmaciones interpreta correctamente la condición genética de ambas plantas?

- A) Ambas plantas son heterocigotas, ya que presentan secuencias de ADN variables.
- B) Inti es homocigota y Killa es heterocigota, debido a lo identificado en sus secuencias.
- C) Inti es heterocigota y Killa es homocigota, por la presencia de cromosomas de distinto origen.
- D) Ambas plantas son homocigotas, ya que pertenecen a la misma especie.
- E) Se trata de genes diferentes que provienen del progenitor masculino y otro del femenino.

Solución:

En la planta Inti, las secuencias en ambos cromosomas homólogos son idénticas, por lo que es homocigota. En la planta Killa, existe una diferencia en un triplete entre los cromosomas homólogos, lo que indica que posee alelos distintos, siendo heterocigota.

Rpta.: B

8. En un estudio de genética, se analiza la capacidad de formación de gametos en dos plantas de arveja. La planta María presenta el genotipo AaBb, mientras que la planta José tiene el genotipo AABb. Ambos genes son de segregación independiente. A partir de esta situación, ¿cuál de las siguientes afirmaciones determina correctamente el número de gametos distintos que puede producir cada individuo?

- A) María produce 2 gametos distintos y José 4, debido a la presencia de alelos dominantes.
- B) María produce 4 gametos distintos y José 2, por la cantidad de pares heterocigotos.
- C) Ambos producen 4 gametos distintos, ya que tienen dos genes en estudio.
- D) Ambos producen 2 gametos distintos, porque cada gen aporta un solo tipo de alelo.
- E) María produce 8 gametos distintos y José 4, debido a la combinación de genes.

Solución:

El número de gametos distintos se calcula con la fórmula: 2 a la potencia n (2^n), donde n es el número de pares heterocigotos.

- María (AaBb) $\rightarrow$ 2 pares heterocigotos $\rightarrow 2^2 = 4$ gametos
- José (AABb) $\rightarrow$ 1 par heterocigoto $\rightarrow 2^1 = 2$ gametos

Por ello, María produce más variabilidad genética que José.

Rpta.: B

9. En una especie de flores, el color está determinado por un gen con dos alelos: uno da color rojo y otro color blanco; sin embargo, se identifican tres fenotipos. Un estudiante cruza dos plantas de flores rosadas. A partir de este cruce, ¿cuál de las siguientes alternativas describe correctamente la proporción fenotípica esperada en la descendencia?

- A) 100% flores rosadas
- B) 75% flores rojas y 25% blancas
- C) 50% flores rosadas y 50% blancas
- D) 25% flores rojas, 50% flores rosadas y 25% flores blancas
- E) 50% flores rojas y 50% flores rosadas

Solución:

Cruce: $R_1.R_2 \times R_1.R_2 \rightarrow$ Proporción genotípica: 1 R_1R_2 : 2 $R_1.R_2$: 1 $R_2.R_2$

Como hay dominancia intermedia: $R_1R_1 \rightarrow$ rojo ; $R_1R_2 \rightarrow$ rosado; $R_2R_2 \rightarrow$ blanco

Proporción fenotípica: 1 rojo : 2 rosado : 1 blanco (25% rojo, 50% rosado, 25% blanco)

Rpta.: D

10. Se cruzan dos plantas dihíbridas de *Pisum sativum*, ambas de semilla lisa amarilla. Si se obtienen 1600 semillas descendientes, ¿cuántas se esperan que sean de semilla rugosa amarilla?

- A) 1600
- B) 800
- C) 100
- D) 900
- E) 300

Solución:

El carácter liso y amarillo son dominantes. Al ser plantas dihíbridas su genotipo es $AaBb$. Al cruzar dos dihíbridos entre sí se espera una proporción 9:3:3:1, por lo que se esperan 900 lisas amarillas, 300 lisas rugosas, 300 rugosas amarillas y 100 rugosas verdes.

Rpta.: E

11. En un experimento, el estudiante Max analiza la descendencia de dos cruces de líneas puras. En el primero, estudia un solo carácter y obtiene una proporción fenotípica 3:1 en la F_2 . En el segundo, analiza simultáneamente dos caracteres y observa una proporción 9:3:3:1 en la F_2 . A partir de estos resultados, su compañera Luciana plantea que se están evidenciando dos principios distintos de la herencia. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones interpreta correctamente la situación?

- A) Ambos resultados corresponden a la misma ley, de distribución independiente de caracteres.
- B) El primer caso corresponde a la ley de segregación y el segundo a la ley de distribución independiente.
- C) El primer caso corresponde a la ley de distribución independiente y el segundo a la ley de segregación.
- D) Ambos casos corresponden a la ley de distribución independiente, porque involucran genes.
- E) El primer caso corresponde a la segregación independiente y el segundo al principio de la uniformidad.

Solución:

La proporción 3:1 en un cruce monohíbrido evidencia la primera ley de Mendel (ley de segregación), donde los alelos de un gen se separan durante la formación de gametos. La proporción 9:3:3:1 en un cruce dihíbrido evidencia la segunda ley de Mendel (ley de distribución independiente), donde los alelos de diferentes genes se combinan de manera independiente (si no están ligados).

Rpta.: B

12. El albinismo en humanos es una condición genética autosómica recesiva. Una pareja, María y José, ambos de fenotipo normal, tienen un hijo con albinismo. A partir de esta información, ¿cuál es la probabilidad de que su siguiente hijo también presente albinismo?

A) 0% B) 25% C) 50% D) 75% E) 100%

Solución:

El albinismo es un rasgo recesivo (aa). Si ambos padres tienen fenotipo normal, pero tienen un hijo albino, entonces necesariamente son heterocigotos (Aa). Cruce: Aa × Aa
AA (normal) Aa (normal portador) Aa (normal portador) aa (albino)
Probabilidad de hijo albino: 1 de 4 = 25%

Rpta.: B

13. En un hospital, la estudiante María José analiza el caso de un niño con grupo sanguíneo AB. Sus padres presentan grupos sanguíneos A y B, respectivamente. A partir de esta información, su compañero Johann plantea distintas interpretaciones sobre la herencia del sistema ABO. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones explica correctamente esta situación?

- A) El grupo AB se produce porque los alelos A y B se dominan mutuamente.
B) El grupo AB resulta de la codominancia entre los alelos A y B, que se expresan simultáneamente.
C) Uno de ellos no es el progenitor, debido a que el grupo AB solo puede aparecer si uno de los padres también es AB.
D) El grupo AB es un caso de dominancia intermedia entre A y B.
E) La herencia del sistema sanguíneo AB sigue los patrones mendelianos, por lo que se espera una proporción de 3:1 en la descendencia.

Solución:

El sistema ABO presenta alelos múltiples (IA, IB, i) y un patrón de codominancia entre IA e IB. Cuando un individuo tiene genotipo IA IB, expresan ambos antígenos en la superficie de los glóbulos rojos, dando lugar al grupo AB. Por ello, un hijo AB puede provenir de padres con grupos A (IA IA o IA i) y B (IB IB o IB i).

Rpta.: B

14. En un experimento con plantas, el estudiante **Johann** analiza dos caracteres: color de semilla (amarillo dominante sobre verde) y textura (lisa dominante sobre rugosa). Al cruzar dos individuos con el mismo genotipo para ambos caracteres, obtiene en la F2 una proporción fenotípica de 9:3:3:1. Su compañera **Aixa** propone distintas interpretaciones sobre este resultado. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones explica correctamente la situación?
- A) Ambos caracteres están ligados y se heredan juntos, produciendo la proporción observada.
 - B) Los individuos parentales son homocigotos dominantes para ambos caracteres.
 - C) Se trata de un cruce dihíbrido entre heterocigotos, con genes que se distribuyen independientemente.
 - D) La proporción se debe a dominancia incompleta en ambos caracteres.
 - E) El resultado indica que solo uno de los genes presenta variación genética.

Solución:

La proporción 9:3:3:1 es característica de un cruce dihíbrido ($AaBb \times AaBb$) donde los genes presentan dominancia completa y se distribuyen de manera independiente (no están ligados)

Rpta.: C

15. En un hospital, la estudiante Greta analiza el caso de una pareja: la madre es Rh negativa y el padre es Rh positivo. Tras el nacimiento de su primer hijo Rh positivo, el médico advierte sobre posibles complicaciones en futuros embarazos. Su compañero Lukas propone distintas explicaciones sobre la herencia del factor Rh y sus implicancias. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones interpreta correctamente la situación?
- A) Todos los hijos serán Rh positivos, ya que este rasgo siempre es dominante.
 - B) Existe la posibilidad de hijos Rh negativos si el padre es heterocigoto para el factor Rh.
 - C) El factor Rh no sigue un patrón mendeliano, por lo que no se puede predecir.
 - D) Todos los hijos serán Rh negativos, ya que la madre determina el grupo sanguíneo.
 - E) El factor Rh se hereda únicamente por vía materna.

Solución:

El factor Rh sigue un patrón mendeliano con dominancia completa:

- R (Rh+) dominante
- r (Rh-) recesivo

La madre (rr) solo aporta alelos r. Si el padre es heterocigoto (Rr), puede aportar R o r, generando hijos Rh positivos o negativos.

Rpta.: B

16. En una especie de ratones, el color del pelaje está determinado por un gen donde el alelo A produce pelaje amarillo y el alelo a pelaje oscuro. Sin embargo, se observa que los individuos AA no sobreviven durante el desarrollo embrionario. Al cruzar dos ratones amarillos, la estudiante Heidi registra una proporción fenotípica de 2:1 (amarillos:oscuros) en la descendencia viable. Su compañero Klaus propone distintas explicaciones. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones interpreta correctamente este resultado?

- A) El alelo A es recesivo y solo se expresa en homocigosis.
- B) El alelo A es dominante para el color, pero letal en homocigosis.
- C) Ambos alelos son letales en cualquier combinación genética.
- D) La proporción se debe a dominancia incompleta entre A y a.
- E) El alelo a es letal en homocigosis, lo que reduce la proporción.

Solución:

El cruce es: $Aa \times Aa$

Genotipos esperados: $AA \rightarrow$ letal (no viable); $Aa \rightarrow$ amarillo; $aa \rightarrow$ oscuro

Al eliminar los individuos **AA**, la proporción observable es: **2 amarillos: 1 oscuro**

Esto indica que el alelo **A**: es **dominante** para el color amarillo y es **letal en homocigosis (AA)**

Rpta.: B



PRE
SAN MARCOS