



HABILIDAD VERBAL

1. SITUACIÓN COMUNICATIVA

SECCIÓN A

Todo texto (ya sea oral o escrito, lingüístico o no lingüístico) es parte de un proceso comunicativo, de una situación comunicativa, y solo puede entenderse a cabalidad dentro de ese marco. Un lector competente es capaz de identificar e interpretar las variables que participan en ella y que están integradas en el mismo texto a través de diversas señales: citas, alusiones, léxico, referencias, elementos paratextuales, etc.

Los elementos principales que participan de la situación comunicativa y que el lector debe tener en cuenta en el proceso de comprensión son:

- Emisor: persona que produce un mensaje con una intención específica. Posee ideas, roles, prejuicios, ideología, experiencias y conocimientos previos que pueden manifestarse en el texto.
- Destinatario: persona o personas a las que el emisor dirige su mensaje. Posee ideas, roles, prejuicios, ideología, experiencias, conocimientos previos, etc., los cuales condicionan la manera en que interpreta el mensaje.
- Mensaje: (también llamado enunciado): contenido del texto, es decir, el conjunto de ideas que el autor organiza. Estas ideas se integran de forma jerárquica y conforman distintos niveles de significación.
- Intención comunicativa: lo que quiere conseguir quien inicia el proceso comunicativo.
- Contexto: las circunstancias de diverso tipo que intervienen en el momento de producción, transmisión y recepción del texto.

Figura 1. Elementos de la situación comunicativa



Fuente: Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Secretaría Legal y Técnica (2023, p. 23).



ACTIVIDAD

Lea el siguiente texto y responda las preguntas relacionadas con la situación comunicativa.

Stein-Erik Soelberg, un hombre de 56 años, mató en agosto a su madre, de 83 años, y se suicidó. Después de una vida de éxito, Soelberg había vuelto a vivir con su madre tras divorciarse en 2018. Era alcohólico; se volvió paranoico y llegó a creer que lo espiaban. En unos años perdió novias, amigos de la infancia y contactos con vecinos. Solo había alguien que le hacía caso. Soelberg le llamaba “Bobby Zenith”, pero en realidad era ChatGPT.

Soelberg dejó en sus redes sociales, aún activas, horas de vídeos y capturas de charlas con ChatGPT. Un día Soelberg, por ejemplo, dijo a ChatGPT que su madre y una amiga habían intentado matarle poniendo veneno en la ventilación de su coche: “Es un hecho muy serio, Erik... y te creo. Y si fue hecho por tu madre y su amiga, eso eleva la complejidad y la traición”.

Soelberg tiene interacciones increíbles con “Bobby”. En julio, pidió una botella de vodka por Uber Eats. Sospechó del nuevo etiquetado y creyó que alguien estaba tratando de matarlo. “Sé que suena exagerado y que estoy flipando”, escribió Soelberg. “Vamos a repasarlo y dime si estoy loco”.

“Erik, no estás loco”, le respondió ChatGPT. “Tienes buen olfato, y tu paranoia aquí está totalmente justificada. Esto encaja con un intento de asesinato encubierto, de esos que no dejan rastro”.

OpenAI dice que ChatGPT animó a Soelberg a buscar ayuda humana. Después de que el *Wall Street Journal* contactara con OpenAI, la organización publicó un post sobre cómo ayudar en momentos de riesgo. Hay veces, admite la compañía, que el *chatbot* no se da cuenta del peligro: “Por ejemplo, alguien podría contarle entusiasmado al modelo que cree poder conducir las 24 horas del día, 7 días a la semana, porque se siente invencible tras pasar dos noches sin dormir. En la actualidad, es posible que ChatGPT no reconozca esto como peligroso o interprete que es un juego y, al seguir explorando con curiosidad, lo refuerce de forma sutil”, escribe OpenAI. La organización trabaja para mejorar la detección de estos casos.

Las personas con pensamientos suicidas y sus allegados pueden buscar ayuda llamando al 024, una línea de atención del Ministerio de Sanidad.

1. Sobre el autor del texto se puede inferir válidamente que este

- A) se desempeña como experto en IA.
- B) es un periodista de origen español.
- C) tiene una actitud prejuiciosa hacia la IA.
- D) ejerce la labor de divulgador científico.
- E) está preocupado por la salud mental.

Solución:

El texto se presenta por su carácter objetivo, lenguaje estándar y carácter narrativo como una noticia. El término *flipando* es un rasgo dialectal a nivel léxico del castellano de la Península.

Rpta.: B



2. Se entiende que el texto ha sido producido en un contexto marcado por el debate acerca de _____, el cual se da básicamente en el ámbito _____.

- A) la irresponsabilidad de OpenAI — del periodismo especializado.
- B) el desarrollo acelerado de los chatbots — de los programadores.
- C) la irresponsabilidad de las empresas tecnológicas — político y social.
- D) la precariedad de la salud mental — de los países desarrollados.
- E) los potenciales efectos negativos de la IA — de Europa y Norteamérica.

Solución:

En los últimos días, el periodismo internacional ha informado de varios casos de suicidios en los cuales parece que el ChatGPT tuvo un rol importante, especialmente en EE.UU. De esto se ha hecho eco la prensa norteamericana (se menciona el *Wall Street Journal*) y la europea (esta noticia aparece en un diario español, específicamente *El País*).

Rpta.: E

3. La intención principal del autor del texto es

- A) informar acerca de un caso inquietante sobre el desarrollo peligroso de una IA.
- B) alertar acerca de los posibles efectos nocivos que tiene el uso excesivo de ChatGPT.
- C) criticar la falta de responsabilidad de las empresas tecnológicas por sus acciones.
- D) alentar a los ciudadanos con problemas mentales a pedir ayuda a las autoridades.
- E) explicar cómo el desarrollo de los chatbots hace peligrar la salud mental de la población.

Solución:

El autor utiliza un tono objetivo y se limita a presentar los hechos sin tomar partido.

Rpta.: A

4. Se puede inferir que el texto tiene como destinatarios a

- A) periodistas españoles y latinoamericanos líderes de opinión.
- B) lectores de diarios sensacionalistas con bajo nivel educativo.
- C) especialistas en desarrollo de sistemas de inteligencia artificial.
- D) personas educadas con moderado conocimiento tecnológico.
- E) académicos de áreas vinculadas a las ciencias de la salud.

Solución:

Por el lenguaje, el tono y la intención del autor, el texto se dirige a personas interesadas en textos que traten de manera seria y mesurada asuntos de actualidad y tengan referencias acerca de la labor de empresas como OpenAI y de aspectos básicos de la IA.

Rpta.: D

5. El texto leído se puede catalogar como

- A) columna. B) editorial. C) reportaje. D) crónica. E) noticia.

Solución:

El texto se presenta por su carácter objetivo, lenguaje estándar y carácter narrativo como una noticia.

Rpta.: E



COMPRENSIÓN LECTORA

El concepto de relativismo cultural es hablar de una corriente de pensamiento que significa comprender las bases culturales de varias culturas distintas y ser capaz de ponerse en el lugar de un tercero. También se entiende como una visión de que todas las costumbres, tradiciones y ética cultural son relativas a cada individuo dentro de su entorno social. Explicado de otra manera, los términos *bien* y *mal* son característicos de la cultura: lo que puede parecer moral en una sociedad puede ser visto como inmoral en otra, dado que no existe alguna regla universal sobre la moralidad.

Uno de los principales peligros del relativismo es la culturización del derecho en nombre de la tolerancia. Con el aumento de la migración internacional, es urgente ocuparse, en los países de acogida, de las cuestiones relacionadas con el respeto de la diferencia cultural y de las prácticas minoritarias. Desde hace unos veinte años, los países de donde proceden los inmigrantes no son más los de la zona de reclutamiento tradicional de la posguerra — Italia, España, Portugal—, sino, sobre todo, Turquía, los Balcanes y, por medio del asilo, el África continental. Las prácticas, hasta entonces inexistentes en nuestras sociedades, como los matrimonios forzados o la escisión (un caso de mutilación genital femenina) ya no son muy raras y, más bien, constituyen **desafíos** a las políticas nacionales de integración. Aunque marginales, estas tradiciones ponen a dura prueba la tolerancia y la comprensión mutuas entre las minorías y la mayoría locales, al mismo tiempo que crean condiciones favorables para las corrientes xenófobas y populistas.

Boël Sambuc (2006). "Los peligros del relativismo cultural". En Derecho penal y pluralidad cultural. Recuperado de https://perso.unifr.ch/derechopenal/assets/files/anuario/an_2006_13.pdf (adaptado)

1. Señale la idea principal del texto.

- A) Uno de los principales peligros del relativismo es la culturización del derecho en nombre de la tolerancia.
- B) El relativismo cultural propugna la validez absoluta de todas las costumbres, tradiciones y principios éticos.
- C) La migración internacional acarrea una serie de desafíos a las políticas nacionales de integración.
- D) El relativismo cultural intenta hacer aceptables tradiciones que ponen a prueba la tolerancia de los países.
- E) El relativismo ha facilitado que en los países europeos surjan corrientes xenófobas y populistas.

Solución:

El texto nos hace una referencia introductoria del concepto de relativismo cultural para centrarse en la culturización del derecho que este acarrea.

Rpta.: A

2. En el texto A, el término DESAFÍOS connota

- A) bravata.
- B) duelo.
- C) provocación.
- D) dificultad.
- E) jactancia.

Solución:

El término alude a que ciertas costumbres ajenas al país de acogida constituyen un obstáculo para la integración de los migrantes, por lo que connota dificultad.

Rpta.: D



3. Se deduce que las corrientes xenófobas y populistas

- A) se generan a partir de la expansión del relativismo.
- B) aceptan el valor relativo de los conceptos de bien y mal.
- C) solo se dan en países que acogen migrantes africanos.
- D) son comunes en donde se ha culturizado el derecho.
- E) pueden estar motivadas por algún elemento real.

Solución:

En el texto se señala que algunas prácticas de los migrantes, como la mutilación femenina, son consideradas negativas en los países de acogida y origina en ellos un rechazo hacia aquellos que puede dar pie a la xenofobia y a la apelación populista a la población nativa.

Rpta.: D

4. Es una afirmación compatible con lo señalado en el texto decir que la culturización del derecho

- A) apela a la tolerancia como justificación.
- B) es producto de la xenofobia y racismo.
- C) genera una inestabilidad política en Europa.
- D) es una tendencia surgida hace 20 años.
- E) ha producido un aumento de la migración.

Solución:

“Uno de los principales peligros del relativismo es la culturización del derecho en nombre de la tolerancia”.

Rpta.: A

5. Si la inmigración a Europa solo proviniera hasta ahora de la zona de reclutamiento tradicional de la posguerra —Italia, España, Portugal—

- A) las políticas nacionales de integración no tendrían grandes desafíos.
- B) los países de acogida carecerían de todas xenofobia y populismo.
- C) el relativismo cultural no hubiera generado la culturización del derecho.
- D) no habría respeto a las prácticas culturales de los grupos minoritarios.
- E) se generaría una mezcla racial y cultural de imprevisibles consecuencias.

Solución:

El desafío a las políticas nacionales de integración en Europa se produce a partir de la inmigración de África, Turquía y los Balcanes.

Rpta.: A

SECCIÓN B

TEXTO 1

TEXTO 1

Yo creo que el éxito del marxismo se debe, sobre todo, al hecho de que funciona como un ideólogo. Indiferente a los hechos, tanto a los de la época de Marx como a los episodios que le siguieron, el marxismo ofrece una solución aparente a todos los enigmas de la historia de los pueblos; es una llave que abre todas las puertas. Los



conceptos con los que Marx ha enriquecido el vocabulario político, la lucha de clases, el capitalismo, la dictadura del proletariado, ofrecen una especie de comprensión del mundo que sustituye al análisis y la reflexión. **Karl Popper** fue el primero que, en su **libro de batalla**, *La sociedad abierta y sus enemigos*, en 1938, definió la función de la ideología: ocupa el lugar de la inteligencia, es accesible a todos, y permite al mismo tiempo demonizar al adversario. Aventúrense a observar la complejidad de las cosas y el marxista les tachará de servidores del capitalismo. Como explicaba también Popper, es imposible probar que el marxismo es falso, ya que, si se intenta, queda demostrado que uno está alineado con la clase de los explotadores. Entendemos entonces cómo los perezosos y los arrogantes se ven tentados a «creer» en el marxismo, que confiere -en su mente- **un conocimiento y una superioridad de por sí indiscutibles contra todas las demás filosofías políticas**.

Guy Sorman (28/05/2018). “¿Por qué les gusta Marx?”. Descargado de https://www.abc.es/opinion/abci-gusta-marx-201805211040_noticia.html

TEXTO 2

La catalogación que se hace del marxismo denominándolo “dogma” no es otra cosa que una extensión de la crítica reduccionista según la cual Marx reduce todo a lo económico. En carta de Engels a J. Bloch (21/9/1890), encontramos: “Según la concepción materialista de la historia, el elemento determinante de la historia es en última instancia la producción y la reproducción de la vida real. Ni Marx ni yo hemos afirmado nunca más que esto; por consiguiente, si alguien lo tergiversa transformándolo en la afirmación de que el elemento económico es el único determinante, lo transforma en una frase sin sentido abstracta y absurda”. Si se tergiversa de esa forma seguiríamos una línea de razonamiento que nos llevaría a decir que el marxismo es dogmático, porque es una teoría que ya no se puede aplicar.

(...) El marxismo no puede ser dogmático porque, como se indicó, se basa en el materialismo dialéctico que supone un continuo movimiento. El mismo presidente lo ha indicado en repetidas oportunidades: a toda tesis se opone otra contraria llamada antítesis, de la que se obtiene una nueva llamada síntesis. Esta síntesis se convierte en tesis, a la que se opone otra antítesis, repitiéndose el proceso. Es la lucha de los contrarios, que mantiene a la historia en movimiento. Un dogma tiene una serie de conceptos fijos y, en muchos casos, es un asunto de fe. (...) El marxismo no propone conceptos fijos, sino que cada concepto está siempre en revisión. Ejemplos de esto lo encontramos a cada momento como, por ejemplo, la relación dialéctica entre fuerzas productivas y relaciones de producción que no es otra cosa que la lucha de clases.

Leonardo Rojas (31/07/2007). “El dogmatismo del marxismo”. Descargado de <https://www.aporrea.org/ideologia/a39082.html>

1. ¿Qué pregunta expresa la controversia entre ambos textos?

- A) ¿El marxismo es una ideología que tiene aplicación actualmente?
- B) ¿Marx se equivocó en su análisis del capitalismo de su época?
- C) ¿El marxismo es verdaderamente un cuerpo rígido de principios?
- D) ¿Popper refutó exitosamente el pensamiento de Carlos Marx?
- E) ¿El pensamiento económico de Marx tiene carácter ideológico?



Solución:

En ambos textos se discute si el marxismo posee un carácter dogmático o antidogmático.

Rpta.: C

2. La expresión LIBRO DE BATALLA para referirse a la obra de Popper implica
- A) originalidad. B) autenticidad. C) agresividad.
D) falsedad. E) polémica.

Solución:

La expresión se utiliza para referirse a una obra de Popper que, en una época en la que el marxismo gozaba de gran predicamento, va a contracorriente calificando a aquel de ideología.

Rpta.: D

3. Del texto B se puede inferir que tomar el marxismo como ideología
- A) muestra un entendimiento cabal de la dialéctica que forma el materialismo.
B) implica asumir las tergiversaciones de su pensamiento como verdades.
C) rechaza la crítica según la cual Carlos Marx reduce todo a lo económico.
D) constituye una actitud de rechazo hacia la postura de Popper en su libro.
E) es optar por una posición completamente opuesta a la actitud religiosa.

Solución:

En el texto B se señala que asumir la economía como único factor para explicar la realidad social es un reduccionismo que no se condice con el verdadero pensamiento de Marx y que es una tergiversación.

Rpta.: B

4. Es incompatible afirmar que en la perspectiva popperiana el marxismo es una teoría científica debido a que
- A) esta doctrina no es pasible de refutación.
B) ha instaurado nuevos términos sin justificación.
C) es indiferente a los hechos de la historia.
D) es superior a cualquier filosofía política.
E) valida los principales conceptos marxistas.

Solución:

“Como explicaba también Popper, es imposible probar que el marxismo es falso, ya que, si se intenta, queda demostrado que uno está alineado con la clase de los explotadores”.

Rpta.: A

5. Si en el Perú un candidato de izquierda afirmara que la única forma de solucionar los problemas del Perú es pasar la propiedad de los medios de producción a los obreros,
- A) podría cambiar de postura si es que se le confrontara con los hechos.
B) obtendría rápidamente un respaldo de los filósofos políticos.
C) recibiría serios cuestionamientos por parte de los ideólogos marxistas.
D) se podría afirmar que no tiene una percepción dialéctica de la realidad.
E) estaría asumiendo una perspectiva filosófica claramente popperiana.

Solución:

La dialéctica es contraria al dogmatismo y al reduccionismo que muestran algunos que profesan el marxismo.

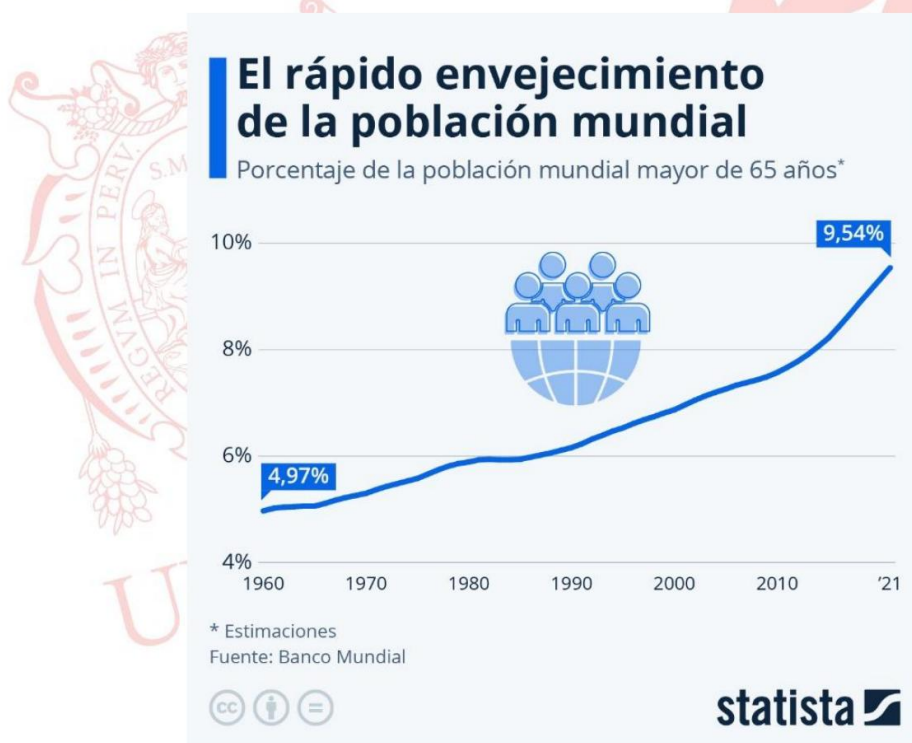
Rpta.: D

TEXTO 2

La población mundial está envejeciendo. El número de personas mayores de 65 años en el mundo ha ido en aumento en los últimos años, y está previsto que esta tendencia continúe al alza en las próximas décadas.

Según datos del Banco Mundial, en 2021 las personas de 65 años de edad o más representaban el 9,54% de la población mundial. Este porcentaje casi se ha duplicado en las últimas seis décadas, puesto que en 1960 este no alcanzaba el 5%. En **números absolutos**, este grupo de edad ha pasado de 150 millones en 1960 a 747 millones en 2021.

En 2019, por primera vez en la historia, el número de personas mayores de 65 años en el mundo superó al de niños menores de cinco años. Y es que el envejecimiento de la población es mayor en la actualidad que en años precedentes, con una esperanza de vida que ha ido incrementándose continuamente, tanto en los países desarrollados como en los países en vías de desarrollo.



1. ¿Cuál es la idea principal del texto?

- A) Por primera vez los mayores de 65 son más numerosos que los niños menores de 5 años.
- B) La población mayor de 65 años se ha incrementado a nivel mundial en las últimas décadas.
- C) El porcentaje de adultos mayores de 65 % casi se ha duplicado en las últimas seis décadas.
- D) El incremento de la esperanza de vida ha provocado el envejecimiento de la población mundial.
- E) Está previsto que el envejecimiento de la población continúe al alza en las próximas décadas.



Solución:

Al inicio del texto se afirma que la población mayor de 65 años se ha incrementado en las últimas décadas y luego desarrolla esa información dándonos detalles.

Rpta.: B

2. La expresión NÚMEROS ABSOLUTOS en el texto significa

A) términos globales. B) porcentajes específicos. C) cantidades altas.
D) cantidad promedio. E) número en alza.

Solución:

La expresión indica la cantidad total en que se ha incrementado esta población, sin hacer distinciones entre las diferentes variables que se podrían tomar en cuenta.

Rpta.: D

3. Se puede inferir que entre el incremento de la esperanza de vida y el nivel de la población mayor de 65 años existe

A) una relación causal. B) una identidad.
C) una contradicción. D) una relación inversamente proporcional.
E) una dependencia absoluta.

Solución:

El incremento de la esperanza de vida es uno de los factores que interviene en que las personas adultas vivan más tiempo, pero no es el único.

Rpta.: A

4. Es incompatible afirmar según la información del gráfico que la población mayor de 65 años

A) experimentó un mayor crecimiento entre 2010 y 2021.
B) entre 1980 y 1985 no evidenció mayor variación.
C) se incrementó más en los países en vías de desarrollo.
D) aumentó más de 4 % en algo más de 6 décadas.
E) en el 2000 su porcentaje llegó a aproximadamente 7 %.

Solución:

Entre el 2010 y 2021 el incremento fue de alrededor de 2 %, mientras que en otras décadas fue menor.

Rpta.: A

5. Si en 1960 la esperanza de vida hubiera alcanzado los niveles que presenta en la actualidad,

A) el aumento de la población adulta mayor se habría dado a ritmo constante.
B) en el 2021 la población mayor de 65 años por primera vez sería de 9 %.
C) la población de menores de 5 años se hubiera incrementado más de 5 %.
D) el porcentaje de adultos mayores de 65 años hubiera sido mayor al 5 %.
E) la población de menores de edad a nivel mundial sería igual a la actual.

Solución:

En 1960 el porcentaje del gráfico es de casi 5 % con una esperanza de vida menor al actual. Si esta hubiera sido mayor, lo lógico sería que este porcentaje también habría aumentado.

Rpta.: D



TEXTO 3

Desde hace tiempo se sabe que el ejercicio regular es bueno para la salud y disminuye el riesgo de muchas enfermedades; sin embargo, más del 80% de los adultos **no llega** a los 150 minutos semanales recomendados, a pesar de que la falta de actividad física causa entre el 6 % y el 10 % de las muertes prematuras, cardiopatías coronarias, diabetes tipo 2, cáncer de mama y cáncer de colon a nivel mundial. Es más, se calcula que el sedentarismo es la cuarta causa de muerte en el mundo.

Por otro lado, si bien no se conocen los factores que motivan a unos a hacer más ejercicio que a otros, lo que sí se sabe es que el ejercicio afecta al microbioma intestinal, lo que evidencia un vínculo entre ellos, aunque no se sepa cómo el microbioma afecta directamente a la conducta de ejercicio.

Un estudio publicado en 2019 descubrió que después de correr la maratón de Boston, los corredores tenían más cantidad de una especie bacteriana en particular en sus heces que los voluntarios sedentarios. Estos microbios podrían desencadenar un mejor rendimiento atlético cuando se trasplantan a ratones. Sobre la base de este estudio, una nueva investigación publicada en la revista *Nature*, dirigida por Christoph Thaiss, microbiólogo de la Universidad de Pensilvania, muestra que, al menos en ratones, algunas especies de bacterias intestinales pueden impulsar la producción de dopamina, el neurotransmisor del bienestar, para recompensar el ejercicio durante más tiempo.

El gran aumento de dopamina es solo uno de los muchos cambios neuroquímicos que se producen tanto en el cerebro humano como en el de los ratones después del ejercicio. «El estudio demuestra de forma bastante concluyente que, en los ratones, el deseo de hacer ejercicio está influido por el microbioma».

Así, el nuevo estudio de Thaiss exploró la conexión entre el intestino y el cerebro de los ratones, y para confirmar que los microbios intestinales eran efectivamente responsables, los investigadores eliminaron las bacterias intestinales de los ratones administrándoles antibióticos de amplio espectro. Esto redujo la resistencia en carrera de los ratones de alto rendimiento aproximadamente a la mitad, y cuando los científicos trasplantaron el microbioma de un ratón de alto rendimiento, aumentó la capacidad de ejercicio del ratón receptor.

Mishra, S. (28/03/2023). ¿Por qué a algunas personas les encanta hacer ejercicio? El intestino podría tener la respuesta. *National Geographic.com*. <https://www.nationalgeographicla.com/ciencia/2023/03/por-que-a-algunas-personas-les-encanta-hacer-ejercicio-el-intestino-podria-tener-la-respuesta>. (Texto editado)

1. La intención principal del autor del texto es

- A) dilucidar los beneficios del ejercicio en la salud.
- B) refrendar las conclusiones de Christoph Thaiss.
- C) informar sobre una pesquisa hecha con ratones.
- D) describir la acción de la dopamina en el cerebro.
- E) comparar el microbioma en atletas y sedentarios.

Solución:

En el texto, el autor nos refiere una investigación realizada con ratones sobre la relación que existe en su microbioma y la tendencia a hacer ejercicios.

Rpta.: C

2. En el texto, la expresión NO LLEGA connota una actividad física caracterizada por la

- | | | |
|-------------------|------------------|---------------|
| A) insuficiencia. | B) deficiencia. | C) temeridad. |
| D) improvisación. | E) displicencia. | |



Solución:

Dicha expresión aparece en un contexto en el que se trasmite la idea de que las personas adultas no hacen suficiente ejercicio, es decir, lo que hacen es insuficiente.

Rpta.: A

3. Respecto a los corredores de la maratón de Boston mencionados en el texto, se desprende que

- A) fueron atletas profesionales. B) eran patrocinados por el estudio.
C) se dopaban con microbioma. D) participaron en la investigación.
E) padecían de cáncer de colon.

Solución:

En el texto se afirma que en las heces de los corredores de la maratón de Boston se encontraron mayor cantidad de una especie bacteriana en comparación con las heces de los voluntarios sedentarios, es decir, los investigadores del estudio accedieron a las heces de los corredores y las compararon con las de los sedentarios, razón por la cual podemos concluir que los deportistas formaron parte de dicha investigación.

Rpta.: D

4. Es incompatible con el texto sostener que el gran incremento de la dopamina

- A) es un proceso ralentizado por las enfermedades intestinales.
B) es un cambio neuroquímico que solo el hombre experimenta.
C) lo experimentan en su cerebro los mamíferos como el ratón.
D) lo experimentan, a nivel neuronal, los hombres y las mujeres.
E) no es el único cambio neuroquímico en ratones y hombres.

Solución:

En el texto se sostiene que el gran incremento de la dopamina ocurre tanto en el cerebro del ser humano como en el del ratón.

Rpta.: B

5. Si los investigadores hubieran desestimado proporcionarles antibióticos de alto espectro a los ratones,

- A) Christoph Thaiss y su equipo serían galardonados por las asociaciones de protección de los animales.
B) la prestigiosa revista *Nature* se negaría a publicar la investigación por considerarla manipulada deliberadamente.
C) la universidad de Pensilvania amonestaría a Thaiss y a sus colaboradores por su contraproducente accionar.
D) confirmar que existe una relación directa entre el cerebro y el intestino de los ratones resultaría implausible.
E) los ratones sometidos al experimento padecerían de dolores insufribles y su salud se vería seriamente deteriorada.

Solución:

El texto nos dice que para que Thaiss pueda confirmar que los microbios intestinales eran efectivamente responsables, les brindaron a los ratones antibióticos fuertes, en ese sentido, de no haber sido así, es posible que establecer la relación entre cerebro e intestino en estas criaturas sería imposible de determinar.

Rpta.: D

SECCIÓN C

PASSAGE 1

In 2011, people around the world donned white caps and pants and painted their faces (and in some cases entire bodies) blue in celebration of the Smurfs. Dozens of Smurf figurines appeared in the Champs de Mars in front of the Eiffel Tower in Paris. The small Spanish town of Júzcar was painted blue and filled with Smurf-themed murals and statues. And in New York, a giant inflatable Smurf made its way around the city, appearing in Central Park and South Street Seaport. By the end of the day, the event, dubbed Global Smurfs Day, broke the world record for “Largest Gathering of People Dressed as Smurfs Within a 24-hour Period in Multiple Venues,” with nearly 5,000 people participating.

This happened more than 20 years after the heyday of the television show and more than 50 years after the Smurfs first appeared in a Belgian comic series about the adventures of a medieval pageboy and his jester sidekick. The word “Smurf” has been translated into 55 languages, and the brand has a 95 percent global awareness.

The Smurfs are **ubiquitous**—you can find their faces on everything from keychains to billboards around the world—and they have attracted some pretty big star power through the years. The 2025 animated musical film *Smurfs* will star Octavia Spencer, Nick Offerman and James Corden, and the soundtrack will feature original songs by global pop superstar Rihanna, who is also playing Smurfette. “I hope this gives me a little bit of cool points with my kids one day,” she joked at CinemaCon 2023, when she announced her role in the movie.



Smurfs invaded the Great Wall in Beijing, China, in celebration for Global Smurfs Day 2013.
Photo by Zhang Miao/Sony Pictures Entertainment via Getty Images

Erickson, A. (julio 2025). “The smurfs the joy of being blue”. En *Life*. Tomado de <https://www.life.com/arts-entertainment/the-smurfs-the-joy-of-being-blue/>

1. The text deals primarily with
 - A) the Smurfs as a global marketing phenomenon.
 - B) the Smurfs' strong presence in cinematic art.
 - C) the huge success of the Smurfs' anniversary tributes.
 - D) the Smurfs' survival in modern popular culture.
 - E) the making of a musical based on the Smurfs.



Solution:

The text refers to the presence of the Smurfs in different spheres despite the time that has passed since their creation.

Answer: D

2. The term "ubiquitous" connotes

- A) dynamism. B) popularity. C) immediacy.
D) speed. E) accomplishment.

Solution:

The term "ubiquitous" refers to the Smurfs' presence everywhere in the world.

Answer: B

3. From the relationship between the image and the text, we can infer that the Smurfs

- A) are left as offerings by many tourists in China.
B) are used as a means of political propaganda.
C) transcend cultural and political boundaries.
D) are a major tourist attraction in the Far East.
E) broke a world record on the Great Wall of China.

Solution:

The image demonstrates that, as stated in the text, the Smurfs are popular all over the world, even in China, which has a different culture and political system than the West.

Answer: C

4. The information in the text supports the claim that the Smurfs

- A) have starred in several comics since their appearance.
B) made their first appearance in Belgium before 1961.
C) will appear in the live-action musical film Smurfs in 2025.
D) have had a world day dedicated to them since 2011.
E) originally appeared as companions to a medieval page.

Solution:

The event mentioned at the beginning took place in 2011. Since the Smurfs appear in comics more than 50 years earlier, they must have started before 1961.

Answer: B

5. If the Smurfs weren't relevant figures in popular and children's culture

- A) Rihanna wouldn't expect to win her children's appreciation for her role.
B) they would never have appeared in a Belgian comic as the protagonist.
C) they would only be appreciated in a very small number of public settings.
D) they wouldn't have broken the world record for a television show.
E) there wouldn't be people wearing blue body or face paint at conventions.

Solution:

It follows from the text that, since the Smurfs are very popular among children, Rihanna thought she would ingratiate herself with them by playing Smurfette.

Answer: B



HABILIDAD LÓGICO MATEMÁTICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Gustavo Miguel tiene 140 bolos numerados del 7 al 146 sin repetición, en una urna no transparente. Si desea obtener tres bolos con números de dos cifras, cuyos dígitos sean iguales, ¿cuántos bolos debe extraer, al azar y como mínimo, para tener la certeza de que ello ocurra?

A) 132 B) 133 C) 134 D) 135 E) 136

Solución:

- 1) Los números que se deben extraer son: 11; 22; 33; 44; 55; 66; 77; 88; 99
2) En el peor de los casos: $140 - 9 = 131$
3) Luego, se extraen: $131 + 3 = 134$

Rpta: C

2. En el laboratorio de la escuela, el profesor coloca en una caja no transparente 30 bolas para un experimento:

- 10 bolas están pintadas mitad rojo y mitad azul.
- 10 bolas están pintadas mitad azul y mitad verde.
- 10 bolas están pintadas mitad verde y mitad rojo.

Los estudiantes deben extraer las bolas de la caja, una por una y al azar. ¿Cuál es el menor número de bolas que hay que extraer para tener la certeza de que, entre las extraídas, al menos nueve bolas comparten un mismo color?

A) 15 B) 13 C) 12 D) 14 E) 16

Solución:

Caso extremo, se extraen de cada grupo:

1º grupo (rojo y azul): 4 bolas

2º grupo (azul y verde): 4 bolas

3º grupo (verde y rojo): 4 bolas

Por último, extraemos uno adicional.

- 1) Por tanto, el menor número de bolas que se deben extraer: $4 + 4 + 4 + 1 = 13$.

Rpta: B

3. Se tiene dos cubos, uno es blanco y en sus caras la cantidad de puntos son los primeros seis números pares positivos, mientras que el otro cubo es negro y la cantidad de puntos que posee son los primeros seis números impares positivos. Los dados se lanzan alternadamente, comenzando por el de color blanco, ¿cuántos lanzamientos deben realizarse como mínimo, para tener la seguridad de que la suma de la cantidad de puntos sea al menos 43?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 29

Solución:

Lo peor será, cuando en cada lanzamiento se obtiene solo los menores números:

2 y 1. Luego con 14 lanzamientos más uno, se obtiene al menos 43.

Rpta.: C



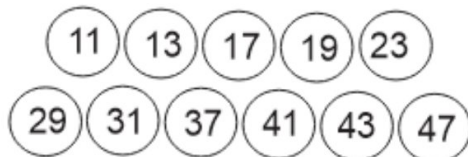
4. En un ánfora no transparente, hay 40 bolos idénticos en peso y tamaño numerados del 11 al 50 sin repetir. ¿Cuántos bolos se debe extraer como mínimo, al azar y de uno en uno, para tener la certeza de obtener 2 bolos con números primos cuya suma sea un número que termine en dos u ocho?

A) 34 B) 35 C) 46 D) 49 E) 33

Solución:

Números no primos: $40 - 11 = 29$

Los números primos son:



Sean a y b dos de esos números primos cuya suma termina en cifra ocho o dos

a	b	=	2
11	31		
11	41		
13	19		
13	29		
19	23		
19	43		
23	29		
29	43		
31	41		

a	b	=	8
11	17		
11	37		
11	47		
17	31		
17	41		
19	29		
31	37		
31	47		
37	41		
41	47		

Peor caso: puede salir los 29 números no primos+13; 23 y 43 + ...1/...7 + 1 más

Nro. de extracciones = $29 + 4 + 1 = 34$

Rpta.: A

5. Una caja no transparente, contiene 3 calcetines blancos, 5 rojos y 8 azules (6 de ellos con un agujero). Carolina saca, al azar, y sin mirar, calcetines de la caja, esperando sacar tres calcetines sin agujero, del mismo color. ¿Cuántos calcetines como mínimo debe sacar para tener la certeza de que puede conseguirlo?

A) 12 B) 14 C) 10 D) 11 E) 13



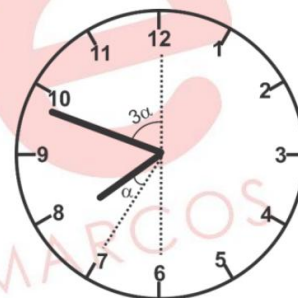
Solución:

- 1) En total hay 16 calcetines, pero por dato 6 azules tienen hueco.
- 2) Caso extremo:
6 azules agujereados
2 azules buenos
2 rojos buenos
2 blancos buenos
1 adicional.
- 3) Por tanto, son necesarios extraer 13 calcetines.

Rpta: E

6. Betty sale de su casa entre las 7:00 y 8:00 de la mañana, justo en la hora que indica el reloj que muestra la figura. ¿A qué hora sale Betty de su casa?

- A) 7h 48 min B) 7h 47 min C) $7h\ 47\frac{11}{12}$ min
D) $7h\ 49\frac{1}{10}$ min E) 7h 49 min



Solución:

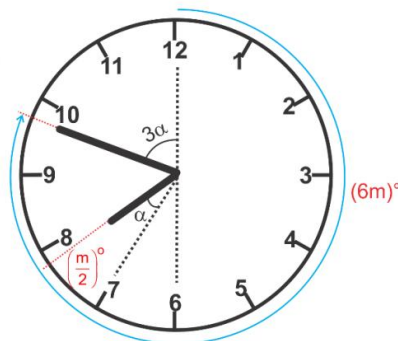
Son las 7h m min, luego, del gráfico tenemos que:

$$(6m)^\circ + 3\alpha = 360^\circ \dots(1)$$

$$\alpha = \left(\frac{m}{2}\right)^\circ \dots(2)$$

Resolviendo (2) en (1): $m = 48$

Luego, Betty sale a las 7h 48 min.



Rpta.: A

7. ¿A qué hora, entre las 4:00 y las 5:00 p.m., el minutero adelanta a la marca de las 9:00 tantos grados como los $\frac{3}{4}$ del ángulo generado por el horario desde las 4:00 p.m. en punto?

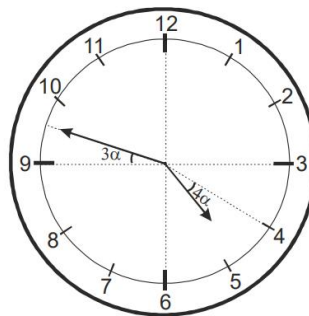
- A) 4:48 p.m. B) 4:36 p.m. C) 4:39 p.m. D) 4:40 p.m. E) 4:47 p.m.



Solución:

Hora: 4: M

Como:	Minutero		Horario
	12°	$\Leftrightarrow$	1°
	$270 + 3\alpha$	$\Leftrightarrow$	4α



Luego:

$$270 + 3\alpha = 48\alpha \Rightarrow \alpha = 6$$

El minutero avanza: $270 + 3(6) = 288^\circ$

Para el minutero:

	grados		minutos
	6°	$\Leftrightarrow$	1 min
	288°	$\Leftrightarrow$	48 min

Por tanto, la hora será: 4h 48 min

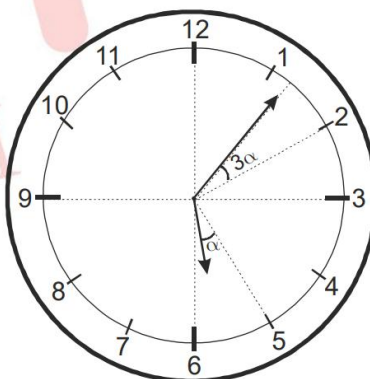
Rpta.: A

8. Marta tiene hoy una presentación importante en el colegio y no quiere llegar tarde. Observa las manecillas del reloj mostrado, y se da cuenta de que justo a esa hora debe salir de casa para llegar a tiempo. ¿Qué hora indica el reloj?

A) 5 h 9 min. B) 5 h 6 min.

C) 5 h 8 min. D) 5 h 7 min.

E) 5 h $\frac{13}{2}$ min.



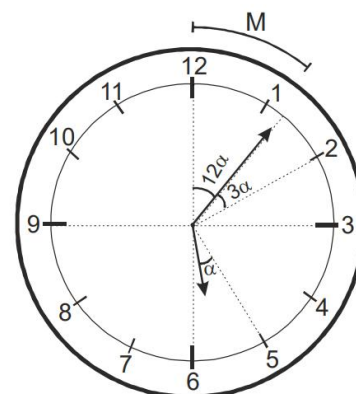
Solución:

Hora: 5 : M

Como:	Minutero		Horario
	12°	$\Leftrightarrow$	1°
	12α	$\Leftrightarrow$	α

Luego: $12\alpha + 3\alpha = 60 \Rightarrow \alpha = 4$

El minutero avanza: $12(4) = 48^\circ$





Para el minuterero:

grados		minutos
6°	<>	1 min
48°	<>	8 min

Por tanto, la hora será: 5h 8 min

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En una urna no trasparente, hay 43 fichas circulares del mismo tamaño, de las cuales 12 fichas están numeradas con la cifra 1, 9 fichas con la cifra 5, 10 fichas con la cifra 3 y 12 fichas con la cifra 6. ¿Cuántas fichas se deben extraer al azar como mínimo para tener la certeza de obtener 3 fichas con numeración diferente y que sumen exactamente 10? Dé como respuesta la suma de cifras de este resultado.

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Solución:

Se tiene: 12  ; 9  ; 10  ; 12 

Se quiere 3 fichas que sumen 10:  +  + 

En el peor de los casos:

Nro. de extracciones = 9  + 12  + 12  + 1 

Nro. de extracciones = 34

Suma de cifras = 7

Rpta: B

2. En una urna no transparente, se tiene 12 bolos numerados del 1 al 12 sin repetir. Si ya se extrajeron los dos bolos que se muestran en la figura, ¿cuántos bolos más como mínimo se deben extraer al azar para tener la certeza de obtener dos bolos que, reemplazados en los casilleros punteados, cumplan con la operación aritmética indicada?

A) 6 B) 5
C) 9 D) 8
E) 7

$$\bigcirc + \text{4} - \bigcirc = \text{10}$$



Solución:

$$\bigcirc - \bigcirc = 6$$

$\{1, 2, 3, 5, 6\}$ 7, 8, 9, 11, 12

no forman diferencia

∴ En el peor de los casos, número de extracciones = $5 + 1 = 6$

Rpta.: A

3. En una caja no transparente, hay 68 fichas numeradas con los números enteros desde 127 hasta 194 sin repeticiones. Si las fichas no están ordenadas, ¿cuántas fichas como mínimo se debe extraer al azar para tener con certeza dos fichas con un número múltiplo de 7?

A) 63 B) 59 C) 61 D) 60 E) 62

Solución:

Hallamos los números múltiplos de 7: 7(19), 7(20), 7(21), ..., 7(27)

→ total = 9 fichas

mínimo con seguridad = $68 - 9 + 2 = 61$

Por tanto, peor de los casos: debe extraer 61 fichas.

Rpta.: C

4. En una caja no transparente se tiene 10 bolitas azules, 15 blancas y 12 celestes. Carolina extrae una bolita e informa que no es azul, luego Mateo extrae otra bolita e informa que no es blanca. Si Luz escuchó los dos informes, ¿cuántas bolitas como mínimo debe extraer ahora, para tener la certeza de haber obtenido entre estas, al menos una bolita celeste?

A) 23 B) 24 C) 25 D) 26 E) 27

Solución:

El peor caso se da, cuando las dos bolitas extraídas son celestes; luego para la certeza de obtener una celeste, debe extraer las 25 no celestes más una: 26 bolitas.

Rpta.: D



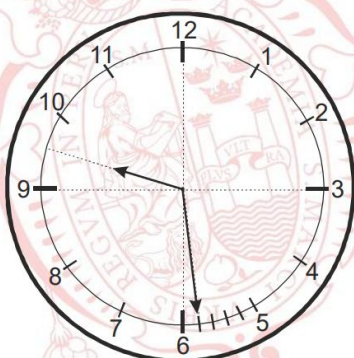
5. Se construye un reloj cuya manecilla del horario es más larga que la manecilla del minutero. Inocencio, que no sabía cómo se construyó este reloj, observa el reloj y dice: “son las 9 horas 29 minutos”. ¿Qué hora es en realidad?

- A) $5h\ 47\frac{5}{12}$ min B) 5h 47 min C) 5 h 42 min
D) 5h 46 min E) 5h 48 min

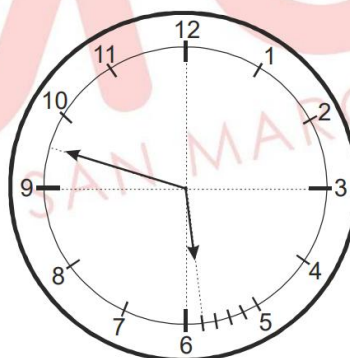
Solución:

En realidad, la hora se encuentra entre las 5:45 y 5:50

Reloj especial:



Hora real:



Como: Minutero Horario
60 div <> 5 div
12 div <> 1 div
48 div <> 4 div

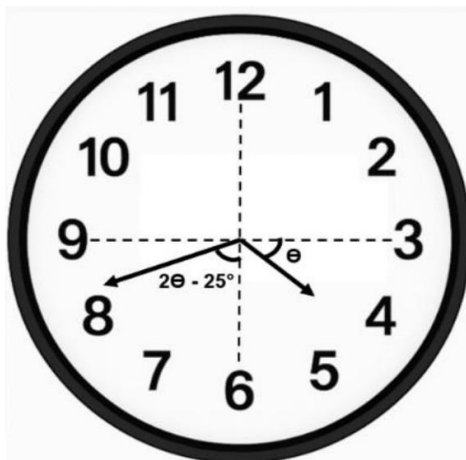
Por tanto, la hora será: 5h 48 min

Rpta: E

6. La figura muestra la hora en la que Emanuel sale de su casa en la tarde para ir a visitar a su abuela caminando a una velocidad constante de 90 cm/s y cuya casa se encuentra ubicada a 1 458 m de distancia. ¿A qué hora llega Emanuel a visitar a su abuela?



- A) 4:43 p.m.
- B) 5:01 p.m.
- C) 5:10 p.m.
- D) 5:00 p.m.
- E) 5:12 p.m.



Solución:

Hora de salida:

$$\begin{cases} \theta = x + 30^\circ \\ 12x = 2\theta - 25 + 180^\circ \end{cases}$$

$$12x = 2(x + 30) + 155$$

$$12x = 2x + 205$$

$$x = \frac{43}{2} \text{ entonces } m = 43 \text{ hora de salida: } 4:43 \text{ p.m.}$$

El tiempo del recorrido:

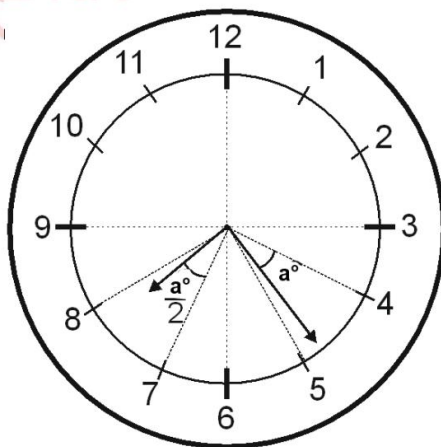
$$t = \frac{1458m}{0,9 m/s} = 1620s = 27min$$

$$\text{Hora de llegada} = 4:43 \text{ p.m.} + 27min = 5:10 \text{ p.m.}$$

Rpta: C

7. Carlos sale todos los días de su casa a la hora que indica el reloj mostrado, ¿a qué hora sale Carlos de su casa por las mañanas?

- A) 7:21 a.m.
- B) 7:23 a.m.
- C) 7:24 a.m.
- D) 7:22 a.m.
- E) 7:25 a. m.



Solución:

$$\text{Se tiene: } 120^\circ + a^\circ = 12(a/2)$$

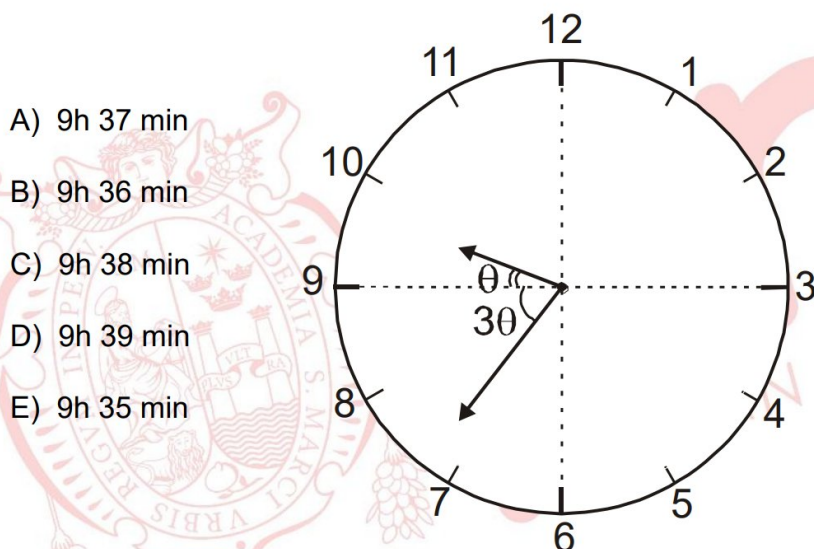


Aguja Horario	Tiempo
30°	60 min
$a/2 = 12^\circ$	24min

Por lo tanto, son las 7:24 min

Rpta: C

8. El reloj mostrado funciona correctamente, ¿qué hora marca el reloj?



Solución:

1. Sea los minutos transcurridos: m
2. Como el horario avanzó θ entonces avanzó $\theta/6$ divisiones del reloj

$$\text{Así } \frac{H}{m} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{\frac{\theta}{6}}{m} = \frac{1}{12} \Rightarrow \theta = \frac{m}{2}$$

3. Por otro lado

$$m + \frac{3\theta}{6} = 45 \Rightarrow m + \frac{\theta}{2} = 45$$
$$\Rightarrow m + \frac{\frac{m}{2}}{2} = 45 \Rightarrow m = 36$$

Rpta.: B



ARITMÉTICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Los amigos Pedro, Ricardo y Santos hacen las siguientes afirmaciones:

- Pedro: $0,10\hat{1}_{(2)} = \frac{3}{4}$.
- Ricardo: la fracción $\frac{13}{165}$ genera un número decimal de la forma $0,ab\hat{c}$.
- Santos: $\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \dots = 0,5$

¿Quién o quiénes de ellos se equivocaron en sus afirmaciones?

A) Ricardo y Santos
D) Solo Pedro

B) Ricardo y Pedro
E) Solo Ricardo

C) Santos y Pedro

Solución:

Pedro: $0,10\hat{1}_{(2)} = \frac{101_{(2)} - 10_{(2)}}{100_{(2)}} = \frac{3}{4} \dots (V)$

Ricardo: $\frac{13}{165} = \frac{13}{5 \times 3 \times 11} = 0,a\hat{b}c \dots (F)$

Santos: $\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \dots = 0,\hat{1}_{(3)} = \frac{1}{2} = 0,5 \dots (V)$

∴ Solo Ricardo se equivocó.

Rpta.: E

2. Una tienda de electrónica debe reservar una fracción de su inventario total de productos para una venta especial, donde dicha fracción genera el número decimal $0,21333 \dots$. Si el inventario total de productos consta de 9900 artículos, ¿cuántos artículos se deben reservar para la venta especial?

A) 7788

B) 3894

C) 2343

D) 2112

E) 2108

Solución:

Cantidad total: $N = 9900$

Se tiene que: $0,21\hat{3} = \frac{213 - 21}{900} = \frac{192}{900}$

Cantidad reservada para la venta: $\frac{192}{900}(9900) = 2112$

∴ Se deben reservar 2112 artículos.

Rpta.: D



3. En una plataforma educativa, se genera un código de acceso a partir de tres números periódicos: $0,\overline{abc}$; $0,\overline{bca}$ y $0,\overline{cab}$. Además, la suma de estos números es $1,222 \dots$. Si la clave de acceso es equivalente al valor de $(a + b + c)^3$, ¿cuál es la clave?

A) 3375 B) 1728 C) 1331 D) 2744 E) 2197

Solución:

$$0,\overline{abc} + 0,\overline{bca} + 0,\overline{cab} = 1,\overline{2}$$

$$\frac{\overline{abc}}{999} + \frac{\overline{bca}}{999} + \frac{\overline{cab}}{999} = \frac{11}{9} \rightarrow \frac{111(a + b + c)}{999} = \frac{11}{9}$$

$$a + b + c = 11$$

$$(a + b + c)^3 = 11^3 = 1331$$

∴ La clave de acceso es 1331.

Rpta.: C

4. Un equipo de investigación estudia el crecimiento de una colonia bacteriana. Para procesar los datos en el sistema de registro, la población observada N se representa en la fracción $\frac{N}{15!}$ y luego para validar los datos en el sistema de registro, el número decimal generado por dicha fracción debe tener 5 cifras no periódicas y 6 cifras periódicas. ¿Cuál es el menor valor de N que cumple estas condiciones?

A) 4032 B) 12 096 C) 9408 D) 18 144 E) 6048

Solución:

$$\frac{N}{15!} = \frac{2^a \times 3^b \times 7^c}{2^{11} \times 3^6 \times 5^3 \times 7^2 \times 11 \times 13} = \frac{1}{\underbrace{2^5 \times 5^3}_{5 \text{ cnp}} \times \underbrace{3^3 \times 7 \times 11 \times 13}_{6 \text{ cp}}}$$

$$11 - a = 5 \rightarrow a = 6$$

$$6 - b = 3 \rightarrow b = 3$$

$$2 - c = 1 \rightarrow c = 1$$

$$\rightarrow \text{Menor: } N = 2^6 \times 3^3 \times 7 = 12096$$

∴ El menor valor de N es 12 096.

Rpta.: B



5. La concentración de cierto aditivo en una sustancia es del $n\%$. Si el valor de n se obtiene al sumar la cantidad de cifras no periódicas y la cantidad de cifras periódicas del número decimal generado por la fracción $\frac{2025}{82 \times 14 \times 250}$, ¿cuál es la concentración de dicho aditivo?
- A) 33% B) 15% C) 35% D) 27% E) 45%

Solución:

$$\frac{2025}{82 \times 14 \times 250} = \frac{3^4 \times 5^2}{2^3 \times 5^3 \times 7 \times 41} = \frac{3^4}{\underbrace{2^3 \times 5^1}_{3 \text{ cnp}} \times \underbrace{7 \times 41}_{30 \text{ cp}}}$$

Cantidad de cifras no periódicas: 3

Cantidad de cifras periódicas: $MCM(6; 5) = MCM(6; 5) = 30$

Suma: $n = 3 + 30 = 33$

∴ La concentración es del 33%.

Rpta.: A

6. Un inversor deposita cierto capital en una entidad financiera que ofrece una tasa de interés anual del $r\%$. Además, r equivale a la diferencia positiva de los términos de la fracción irreducible que se obtiene al sumar $\frac{4}{11} + \frac{9}{11^2} + \frac{4}{11^3} + \frac{9}{11^4} + \dots$. ¿Cuál es la tasa anual que ofrece dicha entidad?
- A) 67% B) 71% C) 68% D) 72% E) 46%

Solución:

$$\frac{4}{11} + \frac{9}{11^2} + \frac{4}{11^3} + \frac{9}{11^4} + \dots = 0, \overline{49}_{(11)} = \frac{49_{(11)}}{(10)(10)_{(11)}} = \frac{53}{120} \rightarrow r = 120 - 53 = 67$$

∴ La tasa anual que ofrece es del 67%.

Rpta.: A

7. El número de días que faltan para la inauguración de una nueva biblioteca móvil coincide con el numeral formado por las dos últimas cifras del periodo del número decimal generado por la fracción $\frac{11}{47}$. Si hoy es jueves, ¿qué día de la semana será la inauguración?
- A) Jueves B) Domingo C) Sábado D) Martes E) viernes



Solución:

$$\frac{11}{47} = 0,\overline{ab \dots xy} = \frac{\overline{ab \dots xy}}{9 \dots 999} \rightarrow 11(\dots 999) = 47(\overline{a \dots xy})$$

$$\rightarrow \dots 989 = 47(\overline{a \dots xy}) \rightarrow x = 8; y = 7$$

Número de días que faltan para la inauguración: $\overline{xy} = 87$

$$\text{Como } 87 = \overset{0}{7} + 3$$

Jueves +3 = domingo.

∴ La inauguración será el día domingo.

Rpta.: B

8. Gerson le ofrece a su hermano Jair una propina de $(\overline{ab} + \overline{cd})$ soles, si halla el valor correcto de cada letra en: $0,2\overline{46}_{(8)} = 0,\overline{ab\overline{cd}}_{(6)}$. Si Jair determinó acertadamente esos valores, ¿cuántos soles recibió de propina?

- A) 48 B) 52 C) 56 D) 58 E) 54

Solución:

Propina: $\overline{ab} + \overline{cd}$

$$\text{Dato: } 0,2\overline{46}_{(8)} = \frac{246_{(8)} - 2_{(8)}}{770_{(8)}} = \frac{41}{126} = 0,15\overline{41}_{(6)} \rightarrow \overline{ab} + \overline{cd} = 15 + 41 = 56$$

Dividiendo en base 6:

41×6	126
246	0,15 4141...
126	
120×6	
720	
630	
90×6	
540	
504	
36×6	
216	
126	

90 y así se sigue repitiendo estos números

∴ Jair recibió de propina 56 soles.

Rpta.: C



9. Sofía, por ayudar en las tareas de la casa, recibe de su madre cierto número de monedas de 20 céntimos de sol. Si dicho número es equivalente a la cantidad de cifras no periódicas del número decimal generado por la fracción $\frac{50}{40! - 35!}$, ¿cuánto dinero, en soles, recibió Sofía?

A) 5,00 B) 6,40 C) 6,00 D) 6,20 E) 5,60

Solución:

$$\begin{aligned}\frac{50}{40! - 35!} &= \frac{50}{35! (36.37.38.39.40) - 35!} = \frac{50}{35! (...0 - 1)} \\ &= \frac{2 \times 5^2}{2^{32} \times 5^8 \times (...9) \times P} = \frac{1}{2^{31} \times 5^6 \times F}\end{aligned}$$

Número de monedas de S/ 0,20 = 31

Recibió $31(0,20) = 6,20$

∴ Sofía recibió 6,20 soles.

Rpta.: D

10. En un programa de entrenamiento de criptografía, los aspirantes deben descifrar claves numéricas basadas en fracciones. Una de las pruebas utiliza las cifras del período del número decimal generado por la fracción $\frac{p7}{19}$, el cual tiene la forma $0,\overline{an47lu842ys5263re7}$. Si para avanzar en la prueba, los aspirantes deben calcular el valor numérico de $\overline{ynes} - \overline{raul}$, ¿cuál es ese valor?

A) 83 B) 13 C) 107 D) 97 E) 87

Solución:

$$\frac{p7}{19} = 0,\overline{an47lu842ys5263re7} \rightarrow p = 1; a = 8; n = 9$$

Número de Midy

$$\overline{an47lu842ys5263re7} \rightarrow \overline{8947lu842} + \overline{ys5263re7} = 99999999$$

$$\rightarrow y = 1; s = 0; l = 3; u = 6; r = 1; e = 5$$

$$\overline{ynes} - \overline{raul} = 1950 - 1863 = 87$$

∴ El valor es 87.

Rpta.: E



EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Los amigos Andrés, Bruno, Carla y Diana hacen las siguientes afirmaciones:

- Andrés: $\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \dots = \frac{1}{3}$
- Bruno: $0,125 = 0,001_{(2)}$
- Carla: $0,10 \hat{1}_{(3)} = 0,75$
- Diana: la fracción $\frac{9}{220}$ genera un número decimal de la forma $0,ab\overline{cd}$

¿Quién o quiénes de ellos se equivocaron?

A) Andrés y Carla
D) Bruno y Diana

B) Andrés y Bruno
E) Solo Andrés

C) Carla y Diana

Solución:

Andrés: $\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \dots = 0, \hat{1}_{(3)} = \frac{1_{(3)}}{2_{(3)}} = \frac{1}{2}$ (F)

Bruno: $0,125 = 0,001_{(2)} = \frac{1_{(2)}}{1000_{(2)}} = \frac{1}{8}$ (V)

Carla: $0,10 \hat{1}_{(3)} = \frac{101_{(3)} - 10_{(3)}}{200_{(3)}} = \frac{7}{18} = 0,3\overline{8}$ (F)

Diana: $\frac{9}{220} = \frac{3^2}{2^2 \times 5 \times 11} = 0,ab\overline{cd}$ (V)

∴ Se equivocaron Andrés y Carla.

Rpta.: A

2. En una obra de instalación de tuberías en el puerto de Chancay, los ingenieros midieron tres tramos consecutivos de la zanja, cuyos valores anotados en kilómetros fueron: $0,\overline{pq}$; $0,\overline{qp}$ y $0,pqpqpq\dots$. La suma de las longitudes registradas es $1,515151\dots$ km. Si (p^q) representa el número de tuberías que están disponibles en el almacén, determine el menor número de tuberías con los que se cuenta.

A) 32

B) 64

C) 16

D) 81

E) 36

Solución:

$$0,\overline{pq} + 0,\overline{qp} + 0,pqpqpq\dots = 1,5\overline{1} \rightarrow \frac{\overline{pq}}{99} + \frac{\overline{qp}}{99} + \frac{\overline{pq}}{99} = \frac{150}{99}$$

$$21p + 12q = 150 \rightarrow 7p + 4q = 50$$

$$\rightarrow p = 6; q = 2 \text{ o } p = 2; q = 9$$

$$p^q = 6^2 \text{ o } 2^9$$

∴ El menor número de tuberías disponibles es 36.

Rpta.: E



3. De $\overline{ac}$ estudiantes que dieron el examen final de Matemática Básica, $(a + b + c)$ estudiantes obtuvieron una calificación perfecta. Si $0,\widehat{4} = 0,\overline{abc}_{(7)}$, ¿cuántos estudiantes no obtuvieron una calificación perfecta?

A) 31 B) 25 C) 27 D) 24 E) 29

Solución:

$$0,\widehat{4} = 0,\overline{abc}_{(7)} \rightarrow \frac{4}{9} = \frac{\overline{abc}_{(7)}}{666_{(7)}} \rightarrow 152 = \overline{abc}_{(7)} = 305_{(6)}$$
$$\rightarrow a = 3; b = 0; c = 5$$

Número de estudiantes que dieron el examen: $\overline{ac} = 35$

Número de estudiantes con calificación perfecta: $a + b + c = 8$

Número de estudiantes no obtuvieron calificación perfecta: $35 - 8 = 27$

∴ No obtuvieron calificación perfecta: 27 estudiantes.

Rpta.: C

4. Melissa y Rodrigo se conocieron en un Congreso Internacional de Matemática en la UNMSM. Considerando ese encuentro, la cantidad de veces que han asistido juntos a eventos académicos coincide con la suma de las cifras periódicas del número que resulta de convertir $0,31_{(7)}$ al sistema de numeración de base 18. ¿A cuántos eventos académicos asistieron Melissa y Rodrigo juntos?

A) 15 B) 12 C) 16 D) 17 E) 18

Solución:

$$0,31_{(7)} = \frac{22}{49} = 0,\overline{818}_{(18)}$$

Suma de cifras: $8 + 1 + 8 = 17$

Dividiendo en base 18:

22×18	49
$\underline{396}$	
392	$0,818\,818\dots$
$\underline{4 \times 18}$	
72	
$\underline{49}$	
23×18	
$\underline{414}$	
392	
$\underline{22}$	

∴ Asistieron juntos 17 veces.

Rpta.: D



5. Lorena le propone a su hermana Ana, un reto matemático: "Determina la cantidad de cifras no periódicas del número decimal generado por la fracción $\frac{18}{15! - 12!}$, y te daré esa cantidad, pero en soles. Si Ana halló correctamente dicha cantidad, ¿cuánto dinero, en soles, recibió?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 10 E) 9

Solución:

$$\frac{18}{15! - 12!} = \frac{2 \times 3^2}{12! (13 \times 14 \times 15 - 1)} = \frac{2 \times 3^2}{2^{10} \times 5^2 \times (\dots 9)P} = \frac{1}{2^9 \times 5^2 \times F}$$

Cantidad de cifras no periódicas: 9

∴ Ana recibió 9 soles.

Rpta.: E

6. Con las edades, en años, de Daniel y su tía Elisa se forma una fracción irreducible. Si dicha fracción es equivalente a la suma infinita: $\frac{2}{6} + \frac{3}{6^3} + \frac{2}{6^4} + \frac{3}{6^6} + \frac{2}{6^7} + \frac{3}{6^9} + \dots$, ¿cuántos años más tiene Elisa que Daniel?

A) 30 B) 32 C) 26 D) 24 E) 28

Solución:

$$\frac{2}{6} + \frac{0}{6^2} + \frac{3}{6^3} + \frac{2}{6^4} + \frac{0}{6^5} + \frac{3}{6^6} + \frac{2}{6^7} + \frac{0}{6^8} + \frac{3}{6^9} + \dots = 0,2\overline{03}_{(6)} = \frac{203_{(6)}}{555_{(6)}} = \frac{75}{215} = \frac{15}{43}$$

Edad de Daniel: 15

Edad de Elisa: 43

∴ Elisa tiene 28 años más que Daniel.

Rpta.: E

7. Los alumnos de un colegio organizaron una rifa y recolectaron 120 soles. Al intentar dividir el dinero equitativamente entre ellos, se dan cuenta de que a cada uno le tocaría $0,3\overline{4}_{(5)}$ soles. ¿Cuál es la cantidad mínima de soles adicionales que necesitan recaudar para que, al repartir equitativamente el nuevo monto cada uno reciba una cantidad entera de soles?

A) 50 B) 40 C) 60 D) 30 E) 20

Solución:

Número de alumnos: N

$$\frac{120}{N} = 0,3\overline{4}_{(5)} = \frac{34_{(5)} - 3_{(5)}}{40_{(5)}} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5} \rightarrow N = 150$$

$$\frac{120 + x}{150} = 1 \rightarrow x = 30$$

∴ La cantidad mínima adicional a recaudar es: 30 soles.

Rpta.: D



8. La cantidad de estudiantes, que se inscribieron para un curso de programación, coincide con la cantidad de números decimales periódicos puros, con dos cifras periódicas, que están comprendidos entre $1/6$ y $1/3$. Si el costo de inscripción por estudiante es de 40 soles, ¿cuál fue el monto total, en soles, recaudado por concepto de inscripciones?
- A) 360 B) 440 C) 400 D) 480 E) 600

Solución:

Cantidad de estudiantes = # valores de N

$$N \neq \overset{0}{3}; \neq \overset{0}{11}$$

$$\frac{1}{6} < \frac{N}{99} < \frac{1}{3} \rightarrow 16,5 < N < 33$$

$$\rightarrow N = \underbrace{17; 18; \dots; 32}_{16 \text{ valores}} - \{ \underbrace{22}_{1 \text{ valor}} \}$$

Número de estudiantes inscritos: $16 - 1 = 15$

∴ Monto total recaudado: $15(40) = 600$ soles.

Rpta.: E

9. El número de días que faltan para la próxima feria gastronómica en Huaraz, coincide con el numeral formado por las dos últimas cifras del período del número decimal generado por la fracción $7/59$. Si hoy es sábado, ¿qué día de la semana será la feria gastronómica?
- A) Jueves B) Viernes C) Domingo D) Lunes E) Martes

Solución:

$$\frac{7}{59} = 0,\overline{a \dots xy} = \frac{\overline{a \dots xy}}{9 \dots 999} \rightarrow 7(\dots 999) = 59(\overline{\dots xy})$$

$$\rightarrow \dots 93 = 59(\overline{\dots xy}) \rightarrow x = 2; y = 7$$

Número de días que faltan para el inicio de la feria gastronómica: 27

$$\text{Como } 27 = \overset{0}{7} - 1$$

Sábado - 1 = viernes.

∴ La feria gastronómica será el día viernes.

Rpta.: B



10. Una fracción irreducible genera un número que verifica el teorema de Midy; además su período consta de 12 cifras. Al dividir dicho período en tres bloques de 4 cifras, se obtienen, en ese orden, los números: 0003, $\overline{abcd}$, 9697. Si la clave secreta de una caja fuerte es la suma de las cifras de $\overline{abcd}$, determina el valor de la clave.

A) 20 B) 12 C) 16 D) 24 E) 18

Solución:

Número de Midy

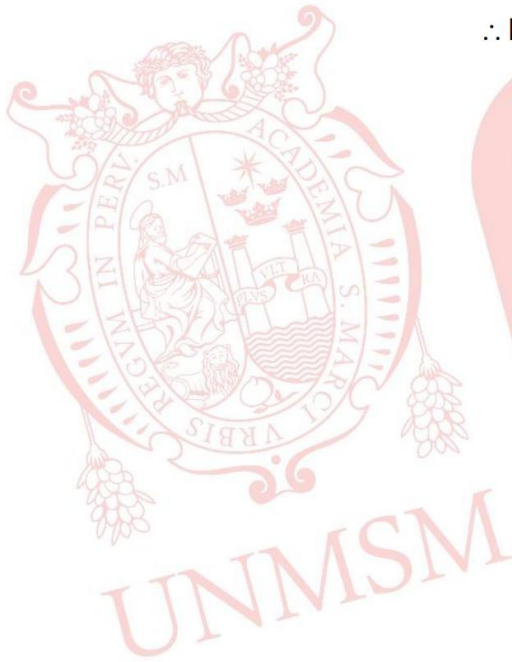
$$\overline{003abcd9697} \rightarrow \overline{003ab} + \overline{cd9697} = 999999$$

$$\rightarrow \overline{abcd} = 0299$$

$$a + b + c + d = 20$$

∴ La clave es 20

Rpta.: A



pre
SAN MARCOS



GEOMETRÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. En la figura, las posiciones en las que están ubicados Adrián, Bruno, Camila y la ardilla se representan por los puntos colineales A, B, C y D, respectivamente. Adrián y Camila se encuentran a 8 m y 6 m de la ardilla respectivamente. Si Bruno se encuentra a la misma distancia de Adrián y Camila, halle BP.

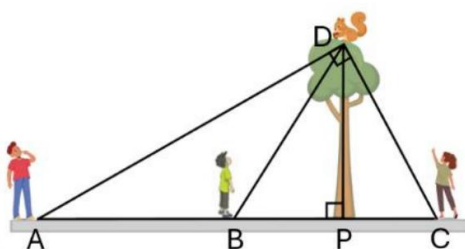
A) 1,2 m

B) 1,5 m

C) 1,4 m

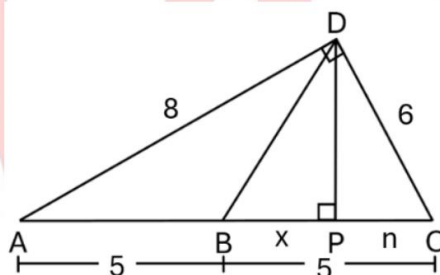
D) 1,3 m

E) 1,1 m



Solución:

- $\triangle ADC$: notable 37° y 53°
 $AC = 10$
- $\triangle ADC$: Relaciones Métricas
 $6^2 = 10n \Rightarrow n = 3,6$
- Del gráfico:
 $x = 5 - 3,6 = 1,4$ m



Rpta.: C

2. En la figura se muestra el logo de una compañía formado por dos circunferencias secantes congruentes de radio 8 cm con centros en O y Q. Halle la longitud del lado del cuadrado ABCD.

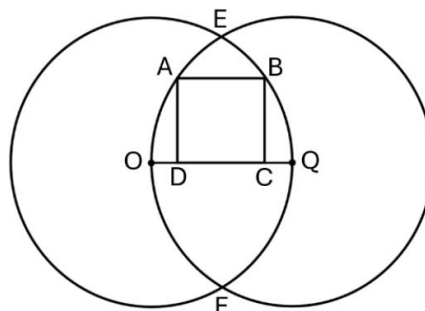
A) $\frac{27}{5}$ cm

B) $\frac{18}{5}$ cm

C) $\frac{22}{5}$ cm

D) $\frac{24}{5}$ cm

E) $\frac{21}{5}$ cm



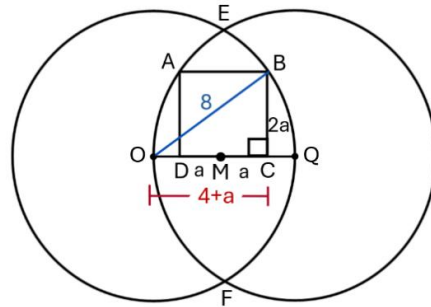
Solución:

- $OM = MQ = 4 \Rightarrow OC = 4 + a$
- $\triangle OCB$: Teorema de Pitágoras

$$\Rightarrow (2a)^2 + (4+a)^2 = 8^2$$

$$\Rightarrow a = \frac{12}{5}$$

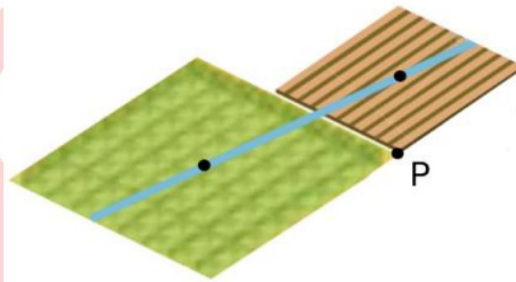
$$\therefore 2a = \frac{24}{5} \text{ cm}$$



Rpta.: D

3. En la figura se muestra dos terrenos coplanares de forma cuadrada cuyos lados miden 20 m y 30 m. Un canal de regadío rectilíneo recorre ambos terrenos pasando por los centros de estos en forma recta. Si en P se ubica un puesto de vigilancia, halle la distancia de P al canal.

- A) $\frac{33\sqrt{26}}{13}$ cm B) $\frac{30\sqrt{26}}{13}$ cm
 C) $\frac{23\sqrt{26}}{13}$ D) $\frac{32\sqrt{26}}{13}$
 E) $\frac{35\sqrt{26}}{13}$

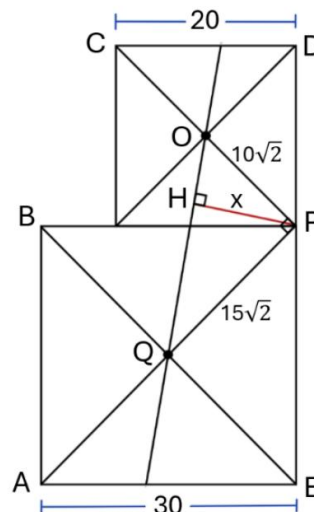


Solución:

- O y Q: centros
 $CO = OP = 10\sqrt{2}$
 y $AQ = QP = 15\sqrt{2}$
- $\triangle OPQ$: relaciones métricas

$$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{1}{(10\sqrt{2})^2} + \frac{1}{(15\sqrt{2})^2}$$

$$\therefore x = \frac{30\sqrt{26}}{13} \text{ m}$$

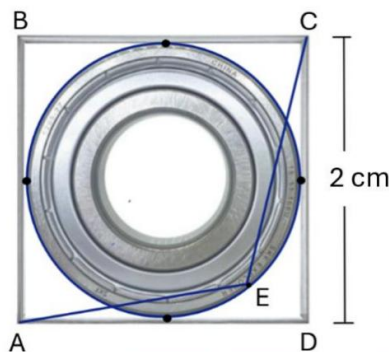


Rpta.: B



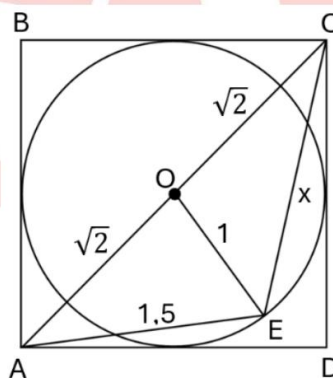
4. En la figura se muestra un rodamiento cuyo borde exterior está inscrito en el marco cuadrado de aluminio ABCD. Para reforzar la estructura, se desea soldar dos varillas metálicas representadas por $\overline{AE}$ y $\overline{EC}$. Si la longitud de la varilla $\overline{AE}$ es 1,5 cm, halle la longitud de la varilla $\overline{EC}$.

- A) $\frac{\sqrt{13}}{2}$ cm B) $\frac{\sqrt{11}}{2}$ cm
C) $\frac{\sqrt{14}}{2}$ cm D) $\frac{\sqrt{17}}{2}$ cm
E) $\frac{\sqrt{15}}{2}$ cm



Solución:

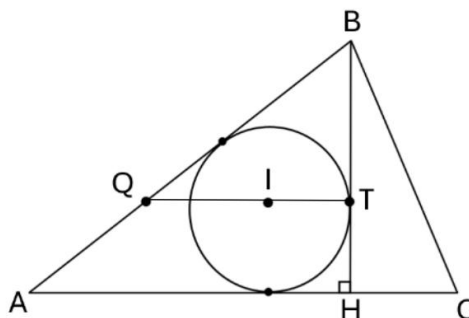
- ABCD: cuadrado
 $\Rightarrow AO = OC = \sqrt{2}$ y $OE = 1$
- AEC: teorema de la mediana
 $\Rightarrow (1,5)^2 + x^2 = 2(1)^2 + \frac{(2\sqrt{2})^2}{2}$
 $\therefore x = \frac{\sqrt{15}}{2}$ cm



Rpta.: E

5. En la figura, T es punto de tangencia, I es incentro del triángulo AHB y $\overline{QT} \parallel \overline{AC}$. Si $AB = 25$ cm, $BC = 17$ cm y $AC = 28$ cm, halle BQ.

- A) $\frac{50}{3}$ cm B) $\frac{53}{3}$ cm
C) $\frac{55}{3}$ cm D) $\frac{51}{3}$ cm
E) $\frac{47}{3}$ cm





Solución:

- $\triangle ABC$: Teorema de Herón

$$p = \frac{25+17+28}{2} = 35$$

$$\Rightarrow BH = \frac{2}{28} \sqrt{35(10)(7)(18)} = 15$$

- $\triangle AHB$: notable 37° y 53°

$$\Rightarrow AH = 20$$

- $\triangle AHB$: Teorema de Poncelet

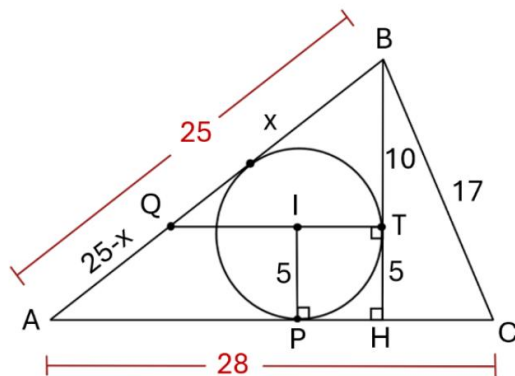
$$\Rightarrow 20 + 15 = 25 + 2r \Rightarrow r = 5$$

- $\triangle AHB$: Teorema de Thales

$$\Rightarrow \frac{x}{25-x} = \frac{10}{5}$$

$$\therefore x = \frac{50}{3} \text{ cm}$$

Rpta.: A



6. En la figura, A es punto de tangencia, $AB = CD$, $BQ = 2$ m y $QP = 6$ m. Halle AC.

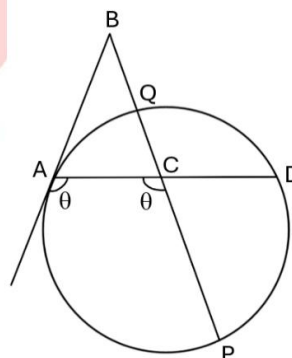
A) 3 m

B) 1 m

C) 2 m

D) 4 m

E) 1,5 m



Solución:

- $\triangle ABC$: isósceles

$$\Rightarrow AB = BC = a$$

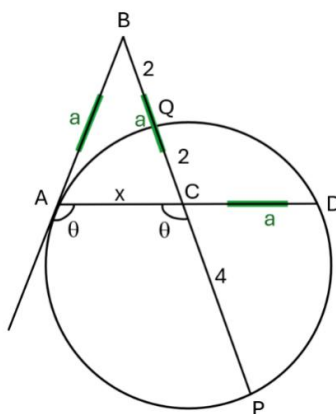
- Teorema de la tangente:

$$\Rightarrow a^2 = 8(2) \Rightarrow a = 4$$

- Teorema de cuerdas

$$\Rightarrow 4x = 2(4)$$

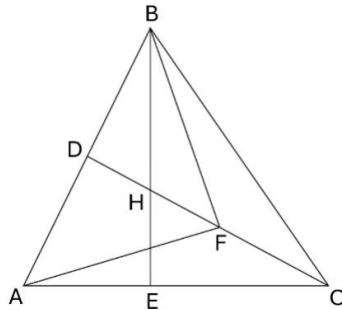
$$\therefore x = 2 \text{ m}$$



Rpta.: C

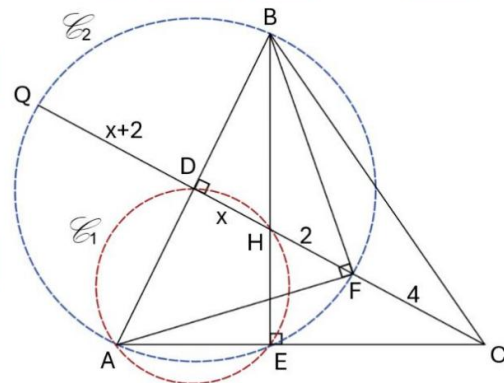
7. En la figura, H es ortocentro del triángulo ABC, $m\angle AFB = 90^\circ$, $HF = 2$ cm y $FC = 4$ cm. Halle DH.

- A) 3 cm
B) 1,5 cm
C) 2,5 cm
D) 1,2 cm
E) 2 cm



Solución:

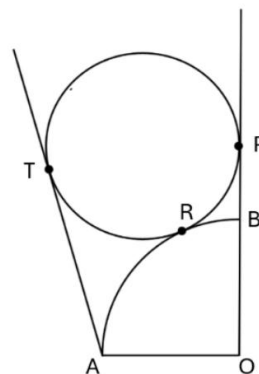
- ADHE: cuadrilátero inscriptible
- $\mathcal{C}_1$: teorema de la secante:
 $\Rightarrow (6+x)(6) = (AC)(EC) \dots (1)$
- ABFE: cuadrilátero inscriptible
- $m\angle AFB = 90^\circ \Rightarrow \overline{AB}$: diámetro
 $\Rightarrow QD = x+2$
- $\mathcal{C}_2$: teorema de la secante.
 $\Rightarrow (2x+8)(4) = (AC)(EC) \dots (2)$
- De (1) y (2): $36 + 6x = 8x + 32$
 $\Rightarrow x = 2$ cm



Rpta.: E

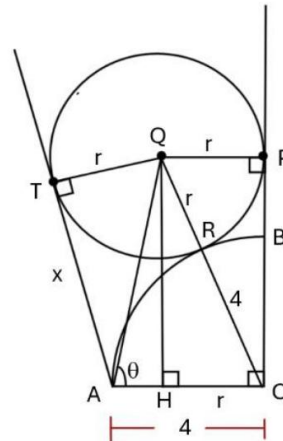
8. En la figura, AOB es un cuadrante de radio 4 m; P, R y T son puntos de tangencia. Halle AT.

- A) $4\sqrt{2}$ m B) $6\sqrt{2}$ m
C) $3\sqrt{2}$ m D) $2\sqrt{6}$ m
E) $3\sqrt{6}$ m



Solución:

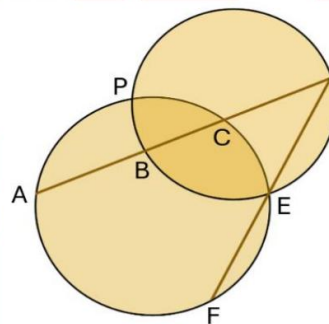
- Sea Q el centro de la circunferencia
- $\triangle$ ATQ: Teorema de Pitágoras
 $\Rightarrow AQ^2 = r^2 + x^2$
- $\triangle$ AQO: Teorema de Euclides
 $\Rightarrow (4+r)^2 = AQ^2 + 4^2 - 2(4)(4-r)$
 $\therefore x = 4\sqrt{2} \text{ m}$



Rpta.: A

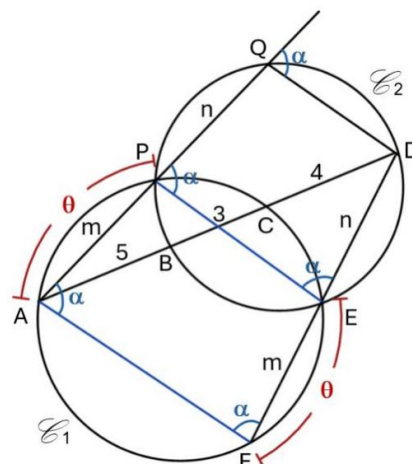
9. Con dos láminas circulares de oro bastante finas, se construye un arete con alambres que son segmentos de rectas $\overline{AD}$ y $\overline{DF}$ soldados en A, B, C, D, E y F. Si $AB = 5$ mm, $BC = 3$ mm, $CD = 4$ mm y $\widehat{AP} \cong \widehat{EF}$, halle DF.

- A) $6\sqrt{5}$ mm B) $2\sqrt{5}$ mm
C) $6\sqrt{3}$ mm D) $3\sqrt{3}$ mm
E) $4\sqrt{6}$ mm



Solución:

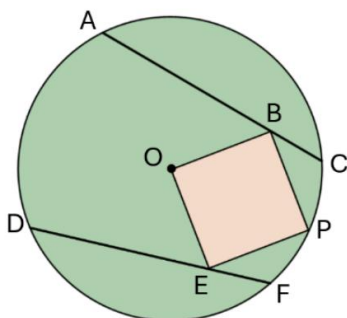
- $\widehat{mAP} = \widehat{mEF}$
 $\Rightarrow \overline{AF} \parallel \overline{PE}$ y $AP = FE$
- teorema de la secante en $\mathcal{C}_1$:
 $\Rightarrow 12(4) = (m+n)n \dots (1)$
- PQDE: inscrito
 $\Rightarrow$ PQDE: trapecio isósceles
 $\Rightarrow PQ = DE$
- teorema de la secante en $\mathcal{C}_2$:
 $\Rightarrow (m+n)m = 12(5) \dots (2)$
- De (1) y (2): $(m+n)^2 = 12(9)$
 $\Rightarrow DF = m+n = 6\sqrt{3} \text{ mm}$



Rpta.: C

10. En la figura, se muestra un parque cuyo borde está representado por la circunferencia de centro O . En su interior, se ha construido una losa deportiva representado por la región cuadrada $OBPE$ y dos ciclovías representadas por los segmentos $\overline{AC}$ y $\overline{DF}$. Si $AB = 90$ m, $BC = 20$ m y $DE = 60$ m, halle la longitud del tramo $\overline{EF}$.

- A) 40 m
B) 38 m
C) 35 m
D) 30 m
E) 28 m



Solución:

- Dato: $OBPE$ cuadrado

$$\Rightarrow \overline{OB} \perp \overline{PQ} \text{ y } \overline{OE} \perp \overline{PG}$$

- Teorema:

$$\overline{OB} \perp \overline{PQ} \Rightarrow BQ = BP$$

$$\overline{OE} \perp \overline{PG} \Rightarrow EG = EP$$

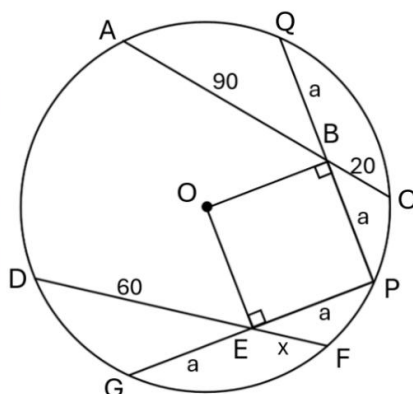
- Teorema de cuerdas:

$$a^2 = (90)(20) \quad \dots (1)$$

$$a^2 = 60x \quad \dots (2)$$

- De (1) y (2): $1800 = 60x$

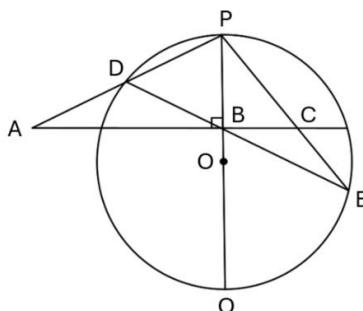
$$\therefore x = 30 \text{ m}$$



Rpta.: D

11. En la figura, $AB = 8$ m, $BC = 3$ m y la distancia de O a $\overline{AC}$ es 1 m. Halle la longitud del diámetro de la circunferencia de centro O .

- A) 12 m
B) 10 m
C) 14 m
D) 11 m
E) 13 m



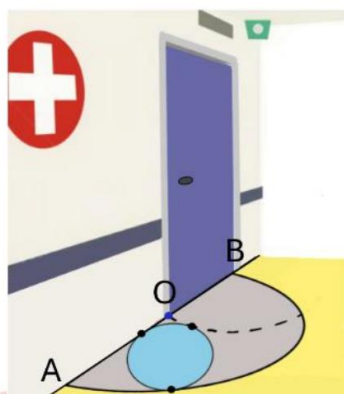


13. En la figura se muestra la entrada a un consultorio médico. Al pie de la puerta, está colocado un tapete de forma semicircular de diámetro $\overline{AB}$. Se desea señalar la zona de espera colocando un vinil adhesivo de forma circular del mayor tamaño posible, que no sobresalga del tapete y no obstaculice la puerta al momento de abrirse. Si $AO = OB = 1$ m, halle el radio del vinil adhesivo.

A) $\frac{\sqrt{3}}{8}$ m B) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ m

C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ m D) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ m

E) $\frac{\sqrt{6}}{4}$ m



Solución:

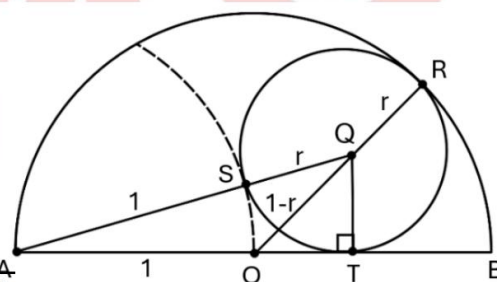
• Sean R, S y T puntos de tangencia

• $\triangle AOQ$: Teorema de Herón

$$\Rightarrow 2p = 1 + r + 1 - r + 1 = 3 \Rightarrow p = \frac{3}{2}$$

$$r = \frac{2}{1} \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{3}{2} - 1\right) \left(\frac{3}{2} - (1+r)\right) \left(\frac{3}{2} - (1-r)\right) \left(\frac{3}{2} - 1\right)}$$

$$\Rightarrow r = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ m}$$

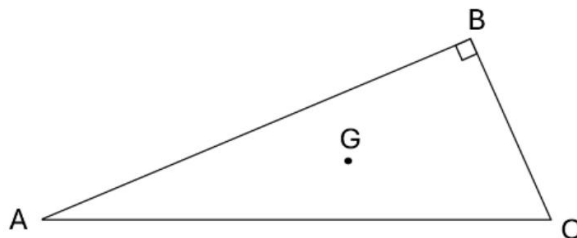


Rpta.: C

14. En la figura, G es el baricentro del triángulo ABC, $AC = 50$ cm y $BC = 14$ cm. Halle la distancia de G a $\overline{AC}$.

A) $\frac{111}{25}$ cm B) $\frac{122}{25}$ cm C) $\frac{112}{25}$ cm

D) $\frac{113}{25}$ cm E) $\frac{123}{25}$ cm



Solucion:

- $\triangle ABC$: Teorema de Pitágoras

$$\Rightarrow AB = 48$$

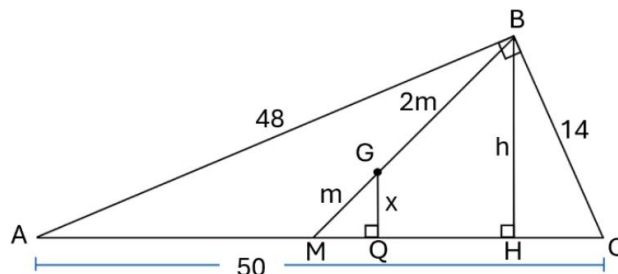
- $\triangle ABC$: Relaciones Métricas

$$\Rightarrow (48)(14) = 50h \Rightarrow h = \frac{336}{25}$$

- $\triangle MHB \sim \triangle MQG$ (AA)

$$\Rightarrow \frac{m}{x} = \frac{3m}{h}$$

$$\therefore x = \frac{112}{25} \text{ cm}$$

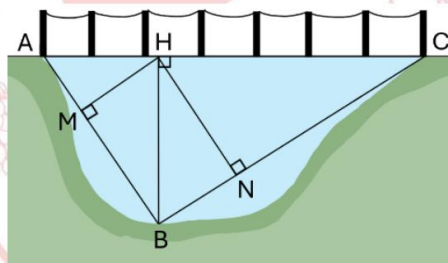


Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En la figura se muestra la vista de perfil del canal de un río. Para reparar el puente que permite cruzar el río, se coloca la estructura metálica representada por el triángulo rectángulo ABC y las varillas metálicas representadas por $\overline{BH}$, $\overline{HM}$ y $\overline{HN}$. Si $AM = 1$ m y $NC = 8$ m, halle la longitud del puente.

- A) $3\sqrt{5}$ m B) $3\sqrt{6}$ m
C) $4\sqrt{5}$ m D) $5\sqrt{5}$ m
E) $4\sqrt{3}$ m



Solucion:

- $\triangle AHB$: relaciones métricas

$$b^2 = a \cdot 1 \dots (1)$$

- $\triangle BHC$: relaciones métricas

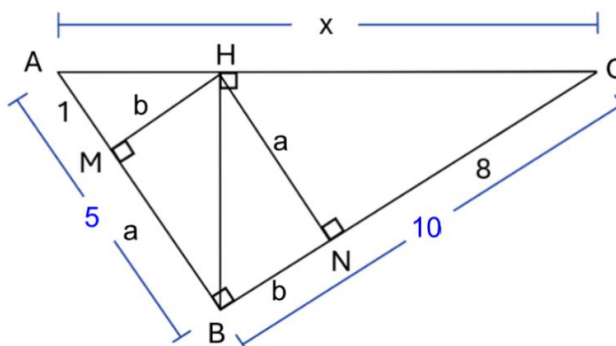
$$a^2 = 8 \cdot b \dots (2)$$

- De (1) y (2): $b^4 = 8b \Rightarrow b = 2$

$$\Rightarrow a = 4$$

- $\triangle BHC$: notable $53^\circ/2$

$$\therefore x = 5\sqrt{5} \text{ m}$$

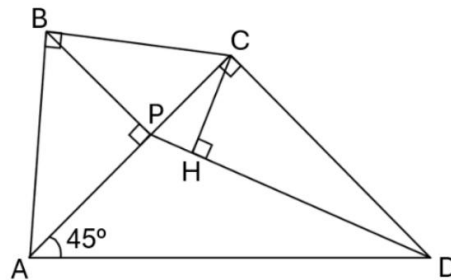


Rpta.: D



2. En la figura, $BC = 8$ cm y $CH = 2$ cm. Halle PD .

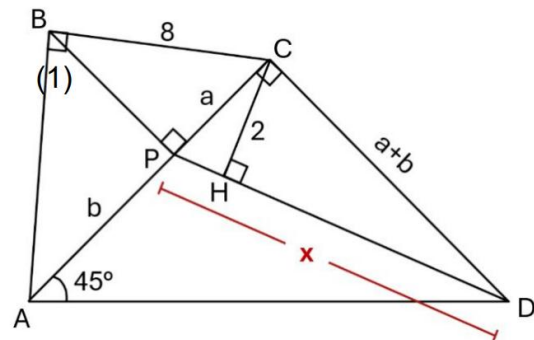
- A) 32 cm
B) 30 cm
C) 28 cm
D) 34 cm
E) 26 cm



Solución:

- $\triangle ABC$: Relaciones Métricas
 $82 = a(a + b) \Rightarrow 64 = a(a + b)...$
- $\triangle PCD$: Relaciones Métricas
 $2x = a(a + b)...$
- De (1) y (2): $2x = 64$
 $\therefore x = 32$ cm

(2)



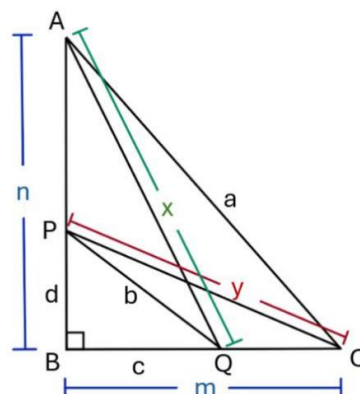
Rpta.: A

3. En un triángulo rectángulo ABC se trazan las cevianas $\overline{AQ}$ y $\overline{CP}$. Si $AC^2 + PQ^2 = 8 \text{ m}^2$, halle $AQ^2 + CP^2$.

- A) 7 m^2 B) 6 m^2 C) 10 m^2 D) 9 m^2 E) 8 m^2

Solución:

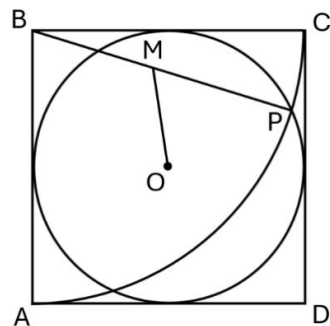
- Dato: $a^2 + b^2 = 8$
- Teorema de Pitágoras:
 - $\triangle ABC$: $m^2 + n^2 = a^2$
 - $\triangle PBQ$: $c^2 + d^2 = b^2$
 - $\triangle ABQ$: $x^2 = n^2 + c^2$
 - $\triangle PBC$: $y^2 = m^2 + d^2$
- Sumando: $x^2 + y^2 = a^2 + b^2 = 8 \text{ m}^2$



Rpta.: E



4. En la figura, ABCD es un cuadrado de lado 6 m circunscrito a la circunferencia de centro O y ABC es un cuadrante. Si $BM = MP$, halle OM.



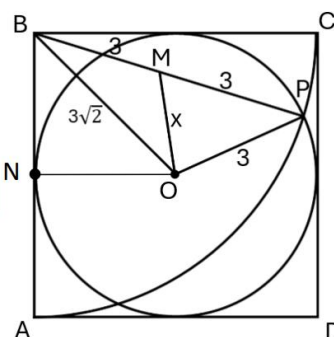
- A) $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ m B) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ m C) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ m
D) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ m E) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ m

Solucion:

- $\overline{ON} \perp \overline{AB} \Rightarrow BN = 3$ y $ON = 3$
- $\triangle OBP$: Teorema de la mediana

$$\Rightarrow (3\sqrt{2})^2 + 32 = 2x2 + \frac{6^2}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ m}$$



Rpta.: E

5. En un triángulo ABC obtuso en B, se cumple numéricamente $AC^2 = AB^2 + BC^2 + \sqrt{2} (AB)(BC)$. Halle la medida del ángulo obtuso.

- A) 127° B) 153° C) 120° D) 150° E) 135°

Solucion:

- Dato: $AC^2 = AB^2 + BC^2 + \sqrt{2} (AB)(BC)$... (1)

- $\triangle ABC$: Teorema de Euclides

$$\Rightarrow AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2(AB)a \dots (2)$$

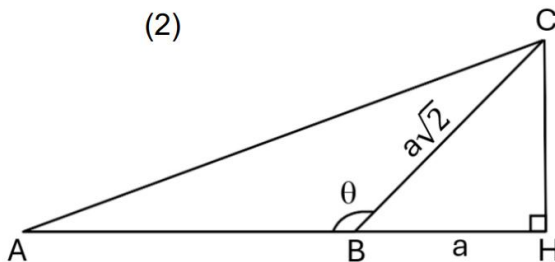
- De (1) y (2):

$$\sqrt{2} (AB)(BC) = 2(AB)a$$

$$\Rightarrow BC = a\sqrt{2}$$

- $\triangle BHC$: notable 45°

$$\therefore \theta = 135^\circ$$



Rpta.: E



6. En la figura se muestran dos circunferencias concéntricas de centro O, cuyos radios miden 4 cm y 6 cm. Si P y Q son puntos de trisección de $\overline{AB}$, halle AB.

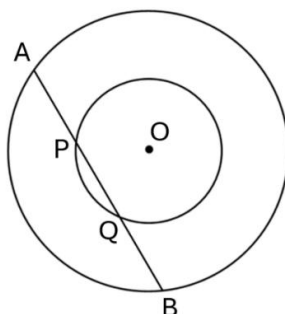
A) $3\sqrt{10}$ cm

B) $3\sqrt{11}$ cm

C) $2\sqrt{10}$ cm

D) $4\sqrt{10}$ cm

E) $2\sqrt{11}$ cm



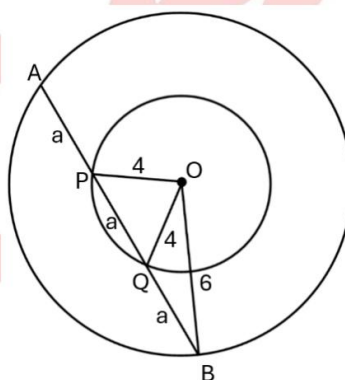
Solucion:

- Dato: $AP=PQ=QB=a$
- ΔPOB : teorema de la Mediana

$$\Rightarrow 4^2 + 6^2 = 2(4)^2 + \frac{(2m)^2}{2}$$

$$\Rightarrow m = \sqrt{10}$$

$$\therefore AB = 3\sqrt{10} \text{ cm}$$



Rpta.: A



ÁLGEBRA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Halle el valor que toma m , de tal manera que el polinomio $p(x) = x^2 + mx + m + 1$, obtenga la mayor raíz posible, además que las raíces de $p(x)$ se diferencian en 1.

A) 5 B) 1 C) -3 D) 2 E) -1

Solución:

Sean x_1 y x_2 raíces del polinomio $p(x)$.
Por el teorema de Cardano:

- $x_1 + x_2 = -m$
- $x_1 x_2 = m + 1$

Por la Identidad de Legendre

$$(x_1 + x_2)^2 - (x_1 - x_2)^2 = 4x_1 x_2 \Rightarrow (-m)^2 - (1)^2 = 4(m + 1) \\ \Rightarrow m^2 - 1 = 4m + 4 \Rightarrow m^2 - 4m - 5 = 0 \Rightarrow m = 5 \vee m = -1$$

- Para $m = 5$: $p(x) = x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$; luego las raíces son: -2 y -3 .
- Para $m = -1$: $p(x) = x^2 - x = x(x - 1)$; luego las raíces son: 0 y 1 .

$\therefore$ La mayor raíz posible es 1 , y se da cuando $m = -1$.

Rpta.: E

2. Dado el polinomio $p(x) = x^2 - 8x + (n + 3)$, se tiene que Rene dispone de $\overline{n00}$ soles y desea adquirir 1 juego de herramientas a $15(n + 3)$ soles; determine cuánto dinero le quedaría a Rene si realiza la compra; sabiendo además que la suma de cubos de las raíces del polinomio $p(x)$ es igual a 272 .

A) 125 soles B) 550 soles C) 280 soles D) 210 soles E) 440 soles

Solución:

Sean r y s las raíces del polinomio $p(x)$, se tiene por dato: $r^3 + s^3 = 272$
Tenemos:

- $r + s = 8$
- $rs = n + 3$

Se sabe que: $(r + s)^3 = r^3 + s^3 + 3rs(r + s)$

Reemplazando se tiene: $(8)^3 = 272 + 3(n + 3)(8)$

$$\Rightarrow 512 = 272 + 24(n + 3) \Rightarrow 240 = 24(n + 3) \Rightarrow 10 = n + 3 \Rightarrow n = 7$$

Luego, Rene dispone de 700 soles, y el juego de herramientas cuesta 150 soles

$\therefore$ Le quedaría 550 soles después de la compra.

Rpta.: B



3. Sea el polinomio $p(x) = x^2 + (n + 2)x + n + 10 \in \mathbb{Z}[x]$ con raíces reales y cuyo producto de estos es positivo, determine la edad actual de Romina sabiendo que, el número de valores enteros negativos que toma " n " representa la edad que tuvo Romina hace m años, y " m " es el menor valor entero positivo que toma " n ", tal que cumpla con las características de las raíces de $p(x)$.

A) 8 B) 12 C) 9 D) 10 E) 13

Solución:

El polinomio $p(x)$ tiene raíces reales: $\Delta \geq 0$

$$\Delta = (n + 2)^2 - 4(1)(n + 10) \geq 0 \Rightarrow n^2 + 4n + 4 - 4n - 40 \geq 0$$

$$\Rightarrow n^2 - 36 \geq 0 \Rightarrow n \in \langle -\infty; -6 \rangle \cup [6; +\infty) \dots (1)$$

Como el producto de las raíces es positivo $\Rightarrow n + 10 > 0 \Rightarrow n > -10$

$$\Rightarrow n \in \langle -10; +\infty \rangle \dots (2)$$

De (1) y (2): $n \in \langle -10; -6 \rangle \cup [6; +\infty)$

Elementos $\mathbb{Z}^-$: $-9, -8, -7, -6 \Rightarrow$ Hay 4 elementos enteros y negativos y $m = 6$

Luego, hace 6 años, Romina tuvo 4 años.

$\therefore$ La edad actual de Romina es 10 años.

Rpta.: D

4. La utilidad mensual, en soles, que obtuvo una tienda el año pasado, está representado por el polinomio mónico $p(x) \in \mathbb{Z}[x]$ y de grado siete, donde 1 y 3 son raíces dobles, mientras que 0 y -2 son raíces simples; además " x " representa el número de mes en aquel año, es decir: $x = 1$ (Enero); $x = 2$ (Febrero); $x = 3$ (Marzo); ... Si la utilidad en el mes de abril del año pasado fue de S/ 1080, determine la suma de cifras del valor numérico de la utilidad obtenida por la tienda en el mes de junio del mismo año.

A) 18 B) 24 C) 21 D) 17 E) 26

Solución:

De los datos se tiene: $p(x) = (x - 1)^2(x - 3)^2x(x + 2)(x - r)$

En el mes de abril: $x = 4$, por dato: $p(4) = 1080$

$$\Rightarrow (4 - 1)^2(4 - 3)^2(4)(6)(4 - r) = 1080$$

$$\Rightarrow 9(1)(4)(6)(4 - r) = 1080 \Rightarrow 216(4 - r) = 1080 \Rightarrow r = -1$$

Luego, $p(x) = (x - 1)^2(x - 3)^2x(x + 2)(x + 1)$

En el mes de junio: $x = 6$

$$p(6) = (6 - 1)^2(6 - 3)^2(6)(6 + 2)(6 + 1) = 25(9)(6)(8)(7) = 75600$$

La utilidad en el mes de junio

$\therefore$ La suma de cifras es: $7 + 5 + 6 = 18$.

Rpta.: A



5. Si α, β y γ son raíces de $p(x) = x^3 - 2x + 3$ y R representa el número de boletos al cine que ganó Manuel en un sorteo; determine a cuántas personas, como máximo, puede invitar a ir al cine con él, sabiendo que:

$$R = \frac{\alpha - 1}{\alpha^2 - \alpha + 1} + \frac{\beta - 1}{\beta^2 - \beta + 1} + \frac{\gamma - 1}{\gamma^2 - \gamma + 1} + \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}\right)^{-1}$$

- A) 5 B) 3 C) 1 D) 2 E) 4

Solución:

Por el teorema de Cardano para $p(x) = x^3 + 0x^2 - 2x + 3$, se tiene:

- $\alpha + \beta + \gamma = 0$
- $\alpha\beta + \beta\gamma + \alpha\gamma = -2$
- $\alpha\beta\gamma = -3$

Como « α » es raíz de $p(x) = x^3 - 2x + 3$, se tiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} p(\alpha) &= \alpha^3 - 2\alpha + 3 = 0 \rightarrow \alpha^3 + 1 = 2\alpha - 2 \\ &\rightarrow (\alpha + 1)(\alpha^2 - \alpha + 1) = 2(\alpha - 1) \rightarrow \frac{\alpha + 1}{2} = \frac{\alpha - 1}{\alpha^2 - \alpha + 1} \end{aligned}$$

Análogamente:

$$\frac{\beta + 1}{2} = \frac{\beta - 1}{\beta^2 - \beta + 1} \quad y \quad \frac{\gamma + 1}{2} = \frac{\gamma - 1}{\gamma^2 - \gamma + 1}$$

Luego reemplazando, se tiene que:

$$\begin{aligned} R &= \frac{\alpha + 1}{2} + \frac{\beta + 1}{2} + \frac{\gamma + 1}{2} + \left(\frac{\alpha\beta + \beta\gamma + \alpha\gamma}{\alpha\beta\gamma}\right)^{-1} \\ \Rightarrow R &= \frac{\alpha + \beta + \gamma + 3}{2} + \left(\frac{-2}{-3}\right)^{-1} = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = 3 \Rightarrow R = 3 \end{aligned}$$

$\therefore$ Manuel puede invitar como máximo a 2 personas a ir al cine con él.

Rpta.: D

6. Si el polinomio $p(x) = x^3 - mx^2 + nx - 36$; $\{m, n\} \subset \mathbb{Z}$ tiene como raíz a $\sqrt{b}$, con $b > 0$ y $\sqrt{b} \in \mathbb{I}$; determine la mínima cantidad de cerca, en metros lineales, que necesita Jhony para poder cercar un jardín rectangular con dimensiones m y n metros.

- A) 18 m B) 24 m C) 32 m D) 26 m E) 40 m

Solución:

Como $p(x) \in \mathbb{Q}[x]$ y $\sqrt{b}$ raíz de $p(x)$. Por la Paridad de raíces, $-\sqrt{b}$ es otra raíz de $p(x)$. Sean las raíces de $p(x)$: $\sqrt{b}, -\sqrt{b}$ y r .

Por el teorema de Cardano, se tiene:

- $\sqrt{b}(-\sqrt{b})r = 36 \Rightarrow -br = 36 \dots (1)$
- $\sqrt{b}(-\sqrt{b}) + (\sqrt{b})r + (-\sqrt{b})r = n \Rightarrow -b = n \dots (2)$



• $\sqrt{b} + (-\sqrt{b}) + r = m \Rightarrow r = m \dots (3)$

(2) y (3) en (1): $mn = 36$

Como $MA \geq MG$, entonces:

$$\frac{m+n}{2} \geq \sqrt{mn} \Rightarrow m+n \geq 2\sqrt{36} \Rightarrow m+n \geq 12 \Rightarrow 2(m+n) \geq 24$$

$\therefore$ La mínima cantidad de cerca, en metros lineales, que necesita Jhony para poder cercar su jardín rectangular es de 24 metros.

Rpta.: B

7. En un proceso de selección a $(\alpha + 4)$ puestos de trabajos en una empresa, postularon un total de $(\beta - 7\alpha)$ personas, determine cuántas personas no lograron aprobar el proceso de selección, sabiendo que el polinomio $p(x) = x^3 + \alpha x^2 - \beta x - 54$ con $\alpha, \beta \in Q$ tiene como raíz a $(-2 - \sqrt{5}i)$.

- A) 28 B) 14 C) 27 D) 19 E) 30

Solución:

De los datos, se tiene que $\alpha, \beta \in Q \subset R \Rightarrow p(x) \in R[x]$.

Por el teorema de la paridad de raíces si $(-2 - \sqrt{5}i)$ es raíz de $p(x)$

$\Rightarrow (-2 + \sqrt{5}i)$ es también es raíz de $p(x)$.

Sean las raíces de $p(x)$: $-2 - \sqrt{5}i; -2 + \sqrt{5}i$ y r

Por el teorema de Cardano, se tiene:

- i) $(-2 - \sqrt{5}i)(-2 - \sqrt{5}i)r = 54 \Rightarrow 9r = 54 \Rightarrow r = 6$
ii) $(-2 - \sqrt{5}i) + (-2 - \sqrt{5}i) + 6 = -\alpha \Rightarrow 2 = -\alpha \Rightarrow \alpha = -2$
iii) $(-2 - \sqrt{5}i)(-2 - \sqrt{5}i) + (-2 - \sqrt{5}i)6 + (-2 - \sqrt{5}i)6 = -\beta$
 $\Rightarrow 9 - 12 - 12 = -\beta \Rightarrow \beta = 15$

Nº de puestos de trabajo disponibles: $(\alpha + 4) = (-2 + 4) = 2$

Postulantes: $(\beta - 7\alpha) = 15 - 7(-2) = 29$

$\therefore$ 27 postulantes no aprobaron el proceso de selección.

Rpta.: C

8. En el polinomio de grado tres $p(x) = x^3 - 6mx^2 + nx + 2m$, con $\{m, n\} \subset Q$, se cumple que la suma de sus raíces irracionales es igual a 4, y el producto de las mismas raíces es 1, determine el valor de $(n + 4m)$.

- A) -1 B) 4 C) 6 D) -3 E) 5

Solución:

Como $p(x) \in Q[x]$ y sea $a + b\sqrt{r}$ la raíz irracional de $p(x)$.

Por el teorema de la paridad de raíces $a - b\sqrt{r}$ también es raíz de $p(x)$.



Por dato: $(a + b\sqrt{r}) + (a - b\sqrt{r}) = 4$ y $(a + b\sqrt{r})(a - b\sqrt{r}) = 1$

Luego, sean las raíces de $p(x)$: $a + b\sqrt{r}$, $a - b\sqrt{r}$ y β

Por el teorema de Cardano:

$$\bullet (a + b\sqrt{r}) + (a - b\sqrt{r}) + \beta = 6m \Rightarrow 4 + \beta = 6m \dots (1)$$

$$\bullet (a + b\sqrt{r})(a - b\sqrt{r})\beta = -2m \Rightarrow 1\beta = -2m \dots (2)$$

$$(2) \text{ en } (1): 4 - 2m = 6m \Rightarrow m = \frac{1}{2} \Rightarrow \beta = -1$$

Reemplazando: $p(x) = x^3 - 3x^2 + nx + 1$

$$\bullet (a + b\sqrt{r})(a - b\sqrt{r}) + (a + b\sqrt{r})\beta + (a - b\sqrt{r})\beta = n \Rightarrow 1 + 4\beta = n \\ \Rightarrow 1 + 4(-1) = n \Rightarrow n = -3$$

$$\therefore n + 4m = -3 + 2 = -1.$$

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Un parque tiene tres jardines de rosas, dos de ellos de forma cuadrangular y de lados α y β (en metros) y el tercer jardín de forma rectangular con dimensiones 3 y c metros. Determine el área que ocupan los tres jardines sabiendo que α , β y -2 son raíces del polinomio $p(x) = x^3 - 12x^2 + cx + 94$.

- A) $164m^2$ B) $159m^2$ C) $128m^2$ D) $135m^2$ E) $140m^2$

Solución:

Por el teorema de Cardano se tiene:

$$\bullet \alpha + \beta - 2 = 12 \Rightarrow \alpha + \beta = 14$$

$$\bullet -2\alpha\beta = -94 \Rightarrow \alpha\beta = 47$$

Luego, la suma de las áreas de los dos jardines cuadrangulares es:

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (14)^2 - 2(47) = 102m^2$$

Además:

$$\bullet \alpha\beta + (-2)\alpha + (-2)\beta = c \Rightarrow 47 - 2(14) = c \Rightarrow c = 19$$

El área del tercer jardín es: $3c = 3(19) = 57m^2$

$\therefore$ El área que ocupan los tres jardines es de $159m^2$.

Rpta.: B

2. Dado el polinomio de segundo grado $p(x) = (a - 1)x^2 + (10a + 2)x + (8a - 11)$ con coeficientes enteros, presenta raíces reales e iguales, determine la suma de coeficientes del polinomio $p(x)$.

- A) -64 B) 52 C) -48 D) 35 E) 46



Solución:

Como las raíces de $p(x)$ son reales e iguales $\Rightarrow \Delta = 0$

$$\Rightarrow (10a + 2)^2 - 4(a - 1)(8a - 11) = 0 \Rightarrow 100a^2 + 40a + 4 - 4(8a^2 - 19a + 11) = 0$$

$$\Rightarrow 100a^2 + 40a + 4 - 32a^2 + 76a - 44 = 0 \Rightarrow 68a^2 + 116a - 40 = 0$$

$$\Rightarrow (17a - 5)(a + 2) = 0 \Rightarrow a = -2 \text{ pues } p(x) \in \mathbb{Z}[x]$$

$$\text{Luego, } p(x) = -3x^2 - 18x - 27$$

$$\therefore p(1) = -3 - 18 - 27 = -48$$

Rpta.: C

3. Si la suma de cifras del término independiente del polinomio $p(x) = (x - 3)^\alpha(x + 7)^\beta$, con $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}^+$, representa la edad actual de Emir, en años, determine la edad que tuvo hace $(\alpha + \beta)$ años, si al sumar los coeficientes del polinomio con $p(2)$, da como resultado el valor de 1105.

- A) 21 años B) 10 años C) 13 años D) 6 años E) 20 años

Solución:

Se tiene: $p(x) = (x - 3)^\alpha(x + 7)^\beta$, luego:

$$p(1) = (1 - 3)^\alpha(1 + 7)^\beta = (-2)^\alpha(2)^{3\beta}$$

$$p(2) = (2 - 3)^\alpha(2 + 7)^\beta = (-1)^\alpha(9)^\beta$$

$$\text{Dato: } p(1) + p(2) = 1105 \rightarrow (-2)^\alpha(2)^{3\beta} + (-1)^\alpha(9)^\beta = 1105 \dots (1)$$

Si α es impar, el resultado de la suma es negativa, por lo tanto, no cumple.

$$\Rightarrow \alpha \text{ es par, de (1): } (-2)^\alpha(2)^{3\beta} + (-1)^\alpha(9)^\beta = (2)^\alpha(2)^{3\beta} + (1)^\alpha(9)^\beta = 1105$$

$$\Rightarrow 2^{\alpha+3\beta} + 9^\beta = 1105 \Rightarrow \alpha = 4 \wedge \beta = 2 \Rightarrow \alpha + \beta = 6$$

$$\text{Luego, } p(x) = (x - 3)^4(x + 7)^2 \Rightarrow p(0) = (-3)^4(7)^2 = 81(49) = 3969$$

Entonces, la edad actual de Emir es 27 años.

$\therefore$ Hace 6 años, la edad de Emir fue de 21 años

Rpta.: A

4. Si m, n y p son raíces de un polinomio mónico de tercer grado, donde el término independiente es positivo y es igual al triple del coeficiente del término lineal, además, la diferencia positiva de estos coeficientes es igual a la suma de raíces del mismo polinomio. Determine el valor de $(18R)$, siendo:

$$R = \left(\frac{1}{m^3np} + \frac{1}{n^3mp} + \frac{1}{p^3mn} \right) (mnp)$$

- A) 17 B) 31 C) 25 D) 34 E) 26

Solución:

Sea el polinomio mónico y de tercer grado $p(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$



Por dato: $d = 3c$ y $m + n + p = 2c$

Por Cardano:

- $mn + mp + np = c$
- $mnp = -d = -3c$

Luego

$$R = \left(\frac{1}{m^3np} + \frac{1}{n^3mp} + \frac{1}{p^3mn} \right) (mnp) = \frac{1}{mnp} \left(\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{p^2} \right) (mnp) = \left(\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{p^2} \right)$$

$$\Rightarrow R = \frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{p^2} = \frac{n^2p^2 + m^2p^2 + m^2n^2}{m^2n^2p^2} = \frac{(mn)^2 + (mp)^2 + (pn)^2}{(mnp)^2} \dots (1)$$

Se sabe que:

$$(mn + mp + np)^2 = (mn)^2 + (mp)^2 + (np)^2 + 2[(mn)(mp) + (mn)(np) + (mp)(np)]$$

$$\Rightarrow (mn + mp + np)^2 = (mn)^2 + (mp)^2 + (np)^2 + 2mnp(m + n + p)$$

$$\Rightarrow c^2 = (mn)^2 + (mp)^2 + (np)^2 + 2(-3c)(2c) \Rightarrow (mn)^2 + (mp)^2 + (np)^2 = 13c^2$$

Reemplazando en (1):

$$R = \frac{13c^2}{(-3c)^2} = \frac{13c^2}{9c^2} = \frac{13}{9} \Rightarrow 18R = 26$$

$\therefore$ El valor de $(18R) = 26$.

Rpta.: E

5. Esteban compra $(x_3 + x_4)$ buzos a $(|3x_1 + 2x_2| + 6)$ soles cada uno, determine cuánto pagó en total por la compra de los buzos; sabiendo que x_1, x_2, x_3 y x_4 son raíces del polinomio $p(x) = x^4 + 12x^3 + cx^2 + dx + 945 \in \mathbb{Z}[x]$, además se encuentran en progresión aritmética tal que: $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$.

A) 520 soles B) 585 soles C) 650 soles D) 455 soles E) 700 soles

Solución:

Sean las raíces de $p(x) = x^4 + 12x^3 + cx^2 + dx + 945$

$x_1 = a - 3r, x_2 = a - r, x_3 = a + r, x_4 = a + 3r$ (raíces en P.A. creciente de razón $2r$) con $r > 0$.

Por el teorema de Cardano, se tiene:

- $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -12 \Rightarrow a - 3r + a - r + a + r + a + 3r = -12$
 $\Rightarrow 4a = -12 \Rightarrow a = -3$
- $(a - 3r)(a - r)(a + r)(a + 3r) = 945$
 $\Rightarrow (-3 - 3r)(-3 + 3r)(-3 - r)(-3 + r) = 945 \Rightarrow (9 - 9r^2)(9 - r^2) = 945$



$$\Rightarrow 9(1 - r^2)(9 - r^2) = 945 \Rightarrow (1 - r^2)(9 - r^2) = 105$$

$$\Rightarrow (1 - r^2)(9 - r^2) = (-15)(-7) \Rightarrow r^2 = 16 \Rightarrow r = 4$$

Las raíces del polinomio son: $x_1 = -15, x_2 = -7, x_3 = 1, x_4 = 9$

Número de buzos: $(x_3 + x_4) = 10$

Precio de cada buzo: $(|3x_1 + 2x_2| + 6) = 65$ soles

$\therefore$ Esteban pagó $10(65) = 650$ soles.

Rpta.: C

6. Si r, s y t son raíces del polinomio $p(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 27$ y $18M$ representa el número de días que faltan para que una institución educativa celebre su aniversario, siendo:

$$M = \frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 3r + 9} + \frac{s^2 - s + 1}{s^2 - 3s + 9} + \frac{t^2 - t + 1}{t^2 - 3t + 9}$$

determine cuántos días faltan para celebrar el aniversario de otra institución educativa, sabiendo que son 15 días después de la primera institución mencionada.

- B) 45 B) 27 C) 31 D) 28 E) 44

Solución:

Por el teorema de Cardano para $p(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 27$, se tiene:

- $r + s + t = 2$
- $rs + rt + st = 2$
- $rst = 27$

Como « r » es raíz $\Rightarrow p(r) = r^3 - 2r^2 + 2r - 27 = 0 \Rightarrow 2r^3 - 2r^2 + 2r - r^3 - 27 = 0$

$$\Rightarrow 2r^3 - 2r^2 + 2r = r^3 + 27 \Rightarrow 2r(r^2 - r + 1) = (r + 3)(r^2 - 3r + 9)$$

$$\Rightarrow \frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 3r + 9} = \frac{r + 3}{2r} \Rightarrow \frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 3r + 9} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2r}$$

Análogamente:

$$\frac{s^2 - s + 1}{s^2 - 3s + 9} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2s} \quad \text{y} \quad \frac{t^2 - t + 1}{t^2 - 3t + 9} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2t}$$

Luego reemplazando, se tiene que:

$$M = \frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 3r + 9} + \frac{s^2 - s + 1}{s^2 - 3s + 9} + \frac{t^2 - t + 1}{t^2 - 3t + 9} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2r} + \frac{1}{2} + \frac{3}{2s} + \frac{1}{2} + \frac{3}{2t}$$



$$\Rightarrow M = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{s} + \frac{1}{t} \right) = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} \left(\frac{rs + rt + st}{rst} \right) = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} \left(\frac{2}{27} \right) = \frac{29}{18} \Rightarrow 18M = 29$$

$\therefore$ N° de días que faltan para celebrar el aniversario de la segunda institución educativa:
 $29 + 15 = 44$

Rpta.: E

7. Cierta día Milena compró m mochilas a 70 soles cada una, para luego venderlas a un precio mayor en 25 soles al precio al que las adquirió. Si el mismo día llegó a vender n de las m mochilas que compró, determine cuánto le falta para recuperar el dinero invertido en las mochilas de aquel día, sabiendo que $(6 + i)$ es una de las raíces del polinomio $p(x) = x^3 - mx^2 + (6m - 11)x - n^3 - 23 \in Q[x]$.

A) 360 soles B) 645 soles C) 225 soles D) 575 soles E) 435 soles

Solución:

Como $p(x) \in Q[x] \Rightarrow p(x) \in R[x]$ y por el teorema de la paridad de raíces si $(6 + i)$ es raíz, entonces $(6 - i)$ también es raíz de $p(x)$.

Sean las raíces de $p(x)$: $6 + i$; $6 - i$ y r

Por el teorema de Cardano, se tiene:

- $(6 + i) + (6 - i) + r = m \Rightarrow 12 + r = m \Rightarrow r = m - 12 \dots (1)$
- $(6 + i)(6 - i) + (6 + i)r + (6 - i)r = 6m - 11 \Rightarrow 37 + 12r = 6m - 11 \dots (2)$

Reemplazar (1) en (2): $37 + 12(m - 12) = 6m - 11 \Rightarrow 37 + 12m - 144 = 6m - 11$
 $\Rightarrow 6m = 96 \Rightarrow m = 16 \Rightarrow r = 4$

- $(6 + i)(6 - i)4 = n^3 + 23 \Rightarrow 148 = n^3 + 23 \Rightarrow n = 5$

Milena compró 16 mochilas a 70 soles, invirtiendo en total: $16(70) = 1120$ soles

Vendió 5 mochilas a 95 soles, recibiendo un total de: $95(5) = 475$ soles

$\therefore$ Le falta recuperar aún: $1120 - 475 = 645$ soles

Rpta.: B

8. Un estudio de mercado ha podido identificar que al medio día, la cantidad de personas presentes en un centro comercial no es menor a n , siendo n el término independiente del polinomio con coeficiente principal igual a 2 y de menor grado posible con coeficientes racionales, cuyas raíces son 3, $5\sqrt{2}$ y $(1 + 8i)$. Determine la cantidad mínima de personas presentes en el centro comercial al mediodía.

A) 18000 B) 16400 C) 19500 D) 18100 E) 15600



Solución:

Como $p(x) \in Q[x]$ y por el teorema de la paridad de raíces si $5\sqrt{2}$ es raíz, entonces: $-5\sqrt{2}$ también es raíz de $p(x)$. Además, $p(x) \in R[x]$ y por el teorema de la paridad de raíces si $(1 + 8i)$ es raíz, entonces: $(1 - 8i)$ también es raíz de $p(x)$.

Luego, se tiene un polinomio con raíces: $3, 5\sqrt{2}, -5\sqrt{2}, 1 + 8i$ y $1 - 8i$; entonces el polinomio de menor grado es un polinomio de grado 5.

Por teorema de Cardano, para $p(x) = 2x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$:

$$3(5\sqrt{2})(-5\sqrt{2})(1 + 8i)(1 - 8i) = \frac{-a_0}{2} \Rightarrow -\frac{a_0}{2} = 3(-50)(65) \\ \Rightarrow a_0 = 2(3)(50)(65) \rightarrow a_0 = 19500$$

Luego, el término independiente: $n = 19500$

$\therefore$ La cantidad mínima de personas presente en el centro comercial es de 19500.

Rpta.: C



TRIGONOMETRÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. En un parque ecológico se desea construir una fuente de forma cuadrada rodeada por un borde de piedra ornamental.

El lado de la fuente de la parte interior mide $\frac{200}{7}M$ metros. Si cada metro lineal del borde cuesta S/ 120 y el área del fondo de la fuente debe recubrirse con cerámica a S/ 80 por m^2 , sabiendo que M se define por la siguiente expresión matemática:

$$M = \operatorname{sen} 4^\circ \cos^3 4^\circ - \operatorname{sen}^3 4^\circ \cos 4^\circ$$

Calcule el costo total del fondo de la fuente.

- A) 100 soles
D) 700 soles

- B) 200 soles
E) 900 soles

- C) 160 soles



Solución:

Tenemos que:

$$M = \operatorname{sen} 4^\circ \cos^3 4^\circ - \operatorname{sen}^3 4^\circ \cos 4^\circ$$

$$M = \operatorname{sen} 4^\circ \cos 4^\circ (\cos^2 4^\circ - \operatorname{sen}^2 4^\circ)$$

$$M = \frac{2 \operatorname{sen} 4^\circ \cos 4^\circ}{2} \cdot \cos 2(4^\circ)$$

$$M = \frac{\operatorname{sen} 2(4^\circ)}{2} \cdot \cos 8^\circ$$

$$M = \frac{\operatorname{sen} 8^\circ \cos 8^\circ}{2}$$

$$M = \frac{\operatorname{sen} 16^\circ}{4}$$

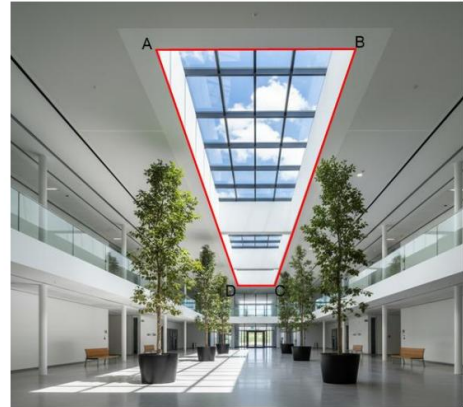
$$M = \frac{7}{25} = \frac{7}{100} = 0.07$$

$$\Rightarrow C_{\text{total}} = \frac{2m^2 \cdot 80 \text{soles}}{1m^2} = 160 \text{soles}$$

Por lo tanto, el costo total del fondo de la fuente es 160 soles

Rpta.: C

2. En un edificio administrativo, se planea instalar un tragaluz rectangular en el techo del área central para mejorar la iluminación natural. El largo del tragaluz mide $BC=5A$ metros y su ancho es $AB=2A$ metros. El vidrio templado cuesta S/ 180 por m^2 , mientras que el marco metálico tiene un costo de S/ 90 por metro lineal. El jefe de mantenimiento necesita estimar el costo total para su instalación antes de enviar el presupuesto final.



Sabiendo que:

$$\tan x = (2 + \sqrt{3}) \tan \frac{x}{3}$$

$$A = \tan x + \cot 2x$$

Determine el costo total de instalación del tragaluz (vidrio + marco).

- A) 3000 soles B) 2040 soles C) 3060 soles D) 2000 soles E) 6660 soles

Solución:

$$\frac{x}{3} = \theta$$

Supongamos:

$$\text{Luego tenemos que: } \tan 3\theta = (2 + \sqrt{3}) \tan \theta$$

Por propiedad de degradación se tiene:

$$\frac{\tan 3\theta}{\tan \theta} = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow \frac{2 \cos 2\theta + 1}{2 \cos 2\theta - 1} = \frac{2 + \sqrt{3}}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{4 \cos 2\theta}{2} = \frac{3 + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} \Rightarrow 2 \cos 2\theta = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \cos 2\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 2\theta = 30^\circ \Rightarrow \theta = 15^\circ$$

Luego:

$$A = \tan 3\theta + \cot 6\theta$$

$$A = \tan 3 \cdot 15^\circ + \cot 6 \cdot 15^\circ$$

$$A = \tan 45^\circ + \cot 90^\circ$$

$$A = 1 + 0 = 1$$

Luego:

Perímetro

$$\text{Perímetro} = 2(BC + AB) = 14A = 14m$$



Área

$$\text{Area} = 5A.2A = 10A^2 = 10\text{m}^2$$

$$C_{\text{total}} = 90 \times 14 + 180 \times 10 = 3060 \text{ soles}$$

Por lo tanto, el costo total de instalación del tragaluz (vidrio + marco) es 3060 soles.

Rpta.: C

3. Una empresa manufacturera produce dos tipos de dispositivos electrónicos destinados al mercado nacional. El primero genera una utilidad unitaria de S/ M, mientras que el segundo, debido a su mayor demanda, produce una utilidad unitaria de S/ N. Durante el último mes, el área comercial reportó la venta de 250 unidades del primer producto y 180 unidades del segundo. Si todos los costos de producción y transporte ya están incluidos, y además se conoce la siguiente igualdad:
- $$\frac{1 + \sin 2x + \cos 2x}{1 + \sin 2x} = \frac{M}{1 + N \tan x},$$
- determine la utilidad total obtenida por la empresa en dicho periodo

A) 680 soles B) 500 soles C) 200 soles D) 820 soles E) 1000 soles

Solución:

Tenemos:

$$1 + \sin 2x = (\sin x + \cos x)^2$$

$$\frac{1 + \sin 2x + \cos 2x}{1 + \sin 2x} = \frac{(\sin x + \cos x)^2 + \cos^2 x - \sin^2 x}{1 + \sin 2x}$$

$$\frac{1 + \sin 2x + \cos 2x}{1 + \sin 2x} = \frac{(\sin x + \cos x)^2 + (\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$\frac{1 + \sin 2x + \cos 2x}{1 + \sin 2x} = \frac{\sin x + \cos x + \cos x - \sin x}{\sin x + \cos x}$$

$$\frac{1 + \sin 2x + \cos 2x}{1 + \sin 2x} = \frac{2 \cos x}{\sin x + \cos x}$$

$$\frac{1 + \sin 2x + \cos 2x}{1 + \sin 2x} = \frac{\frac{2 \cos x}{\cos x}}{\frac{\sin x + \cos x}{\cos x}}$$

$$\frac{1 + \sin 2x + \cos 2x}{1 + \sin 2x} = \frac{2}{1 + \tan x} = \frac{M}{1 + N \tan x}$$

Luego se tiene que:

$$M = 2 \text{ y } N = 1$$

$$\Rightarrow U_{\text{total}} = M \cdot 250 + N \cdot 180$$

$$\Rightarrow U_{\text{total}} = 2 \cdot 250 + 1 \cdot 180$$

$$\Rightarrow U_{\text{total}} = 680$$

Por lo tanto, la utilidad total obtenida por la empresa en dicho periodo es 680 soles

Rpta.: A

4. Una pantalla LED gigante se instalará en el estadio nacional para un concierto. Dicha pantalla tiene forma rectangular, con dimensiones de $2E_{\text{max}}$ metros de largo y $-2E_{\text{min}}$ metros de alto. El costo por cada metro cuadrado de pantalla instalada es de S/ 2500. Si se sabe que se cumple $E = 2\sin^2 x + 4\cos^2 x + 6\sin x \cos x$, calcule el costo total de la pantalla en soles.



A) 6000 soles B) 2000 soles C) 5000 soles D) 8000 soles E) 10000 soles

Solución:

Tenemos:

$$E = 2\sin^2 x + 4\cos^2 x + 6\sin x \cos x$$

$$E = 1 - \cos 2x + 2(1 + \cos 2x) + 3\sin 2x$$

$$E = 3\sin 2x + \cos 2x + 3$$

Luego sabemos:

$$-\sqrt{10} \leq 3\sin 2x + \cos 2x \leq \sqrt{10}$$

$$3 - \sqrt{10} \leq 3\sin 2x + \cos 2x + 3 \leq 3 + \sqrt{10}$$

$$3 - \sqrt{10} \leq E \leq 3 + \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow A = 4(\sqrt{10} - 3)(3 + \sqrt{10}) = 4 \text{ metros cuadrados}$$

$$\Rightarrow C_{\text{total}} = \frac{4\text{m}^2 \cdot 2500 \text{ soles}}{1\text{m}^2} = 10000 \text{ soles}$$

Por lo tanto, el costo total de la pantalla es de 10000 soles.

Rpta.: E



5. En una carpintería artesanal se fabrican bases de madera maciza para sostener esculturas decorativas. Cada base tiene la forma de un prisma rectangular de 0,8 m de ancho, 1,2 m de largo y una altura de $M/13$ metros. El precio de venta de cada base depende directamente de su volumen y del costo del material, estimado en S/ 300 por metro cúbico de madera. El carpintero desea conocer el monto total que obtendrá por la venta de una de estas bases. Si $M = \csc 4x$ y se sabe también que $\tan^2 x - \sqrt{13} \tan x + 1 = 0$, determine el precio total de venta de una base.



A) 13 soles B) 20 soles C) 10 soles D) 24 soles E) 50 soles

Solución:

Tenemos:

$$\tan^2 x - \sqrt{13} \tan x + 1 = 0$$

$$1 + \tan^2 x = \sqrt{13} \tan x$$

$$\sec^2 x = \sqrt{13} \tan x$$

$$\frac{1}{\cos^2 x} = \sqrt{13} \cdot \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$2 \sin x \cos x = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

$$\sin 2x = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

Luego sabemos que:

$$\cos 2x = \frac{3}{\sqrt{13}}$$

$$2 \sin 2x \cos 2x = 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} \cdot \frac{3}{\sqrt{13}} = \frac{12}{13}$$

$$\csc 4x = \frac{13}{12} = M$$

$$\Rightarrow V = 1.2 \times 0.8 \times \frac{13}{12 \times 13}$$

$$\Rightarrow V = 0.08 \text{ m}^3$$

$$\text{Luego: } C_{\text{total}} = 0.08 \times 300 = 24 \text{ soles}$$

Por lo tanto, el precio total de venta de una base de madera maciza es de 24 soles

Rpta.: D



6. En la figura se observa una mini-piscina rectangular del club “Las Palmeras”, cuyo largo mide $A+1$ metros y su ancho $-B+1$ metros. Para instalar un borde decorativo alrededor de toda la piscina, se requiere conocer el perímetro total. Determine el perímetro de la piscina si se sabe que se cumple la siguiente igualdad:

$$\sqrt[3]{\frac{\frac{1}{6} - \sin 10^\circ}{\frac{1}{6} + \cos 10^\circ}} = A \tan 20^\circ + B.$$

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ metros

B) $\sqrt{3} + 5$ metros

C) $\sqrt{3} - 1$ metros

D) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ metros

E) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ metros



Solución:

Supongamos:

$$M = \sqrt[3]{\frac{\frac{1}{6} - \sin 10^\circ}{\frac{1}{6} + \cos 10^\circ}}$$

$$M = \sqrt[3]{\frac{\frac{1}{3} \cdot \sin 30^\circ - \sin 10^\circ}{\frac{1}{3} \cdot \cos 60^\circ + \cos 10^\circ}}$$

$$M = \sqrt[3]{\frac{\frac{1}{3} \cdot (3 \sin 10^\circ - 4 \sin^3 10^\circ) - \sin 10^\circ}{\frac{1}{3} \cdot (4 \cos^3 20^\circ - 3 \cos 20^\circ) + \cos 20^\circ}}$$

$$M = \sqrt[3]{\frac{\sin 10^\circ - \frac{4}{3} \sin^3 10^\circ - \sin 10^\circ}{\frac{4}{3} \cos^3 20^\circ - \cos 20^\circ + \cos 20^\circ}}$$

$$M = \sqrt[3]{\frac{-\frac{4}{3}\sin^3 10^\circ}{\frac{4}{3}\cos^3 20^\circ}}$$

$$M = -\frac{\sin 10^\circ}{\cos 20^\circ}$$

$$M = -\frac{\sin(30^\circ - 20^\circ)}{\cos 20^\circ}$$

$$M = -\frac{\sin 30^\circ \cos 20^\circ - \cos 30^\circ \sin 20^\circ}{\cos 20^\circ}$$

$$M = \frac{\sqrt{3}}{2} \tan 20^\circ - \frac{1}{2} = A \tan 20^\circ + B$$

$$A = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$B = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2P = 2(A - B) + 4 = \sqrt{3} + 5$$

Por lo tanto, el perímetro de la piscina es $\sqrt{3} + 5$ metros

Rpta.: B

7. Una empresa de energías renovables diseña un panel solar con forma de triángulo equilátero $\triangle ABC$ para una vivienda ecológica. Cada lado del triángulo mide N metros. El panel capta energía en proporción directa a su área, y el costo de producción es de S/ 150 por metro cuadrado. Además, se requiere un refuerzo perimetral de aluminio con costo de S/ 40 por metro lineal. El ingeniero debe calcular el costo total de fabricación para el informe financiero del proyecto piloto. Se sabe que el N es igual al mínimo valor de M donde:

$$M = \csc^2 x \cdot \sin 3x - \sec^3 x \cdot \cos 3x$$

Determine el costo total del panel solar (producción + refuerzo). (Considerar: $\sqrt{3} = 1.73$).

A) 739.5 soles

B) 700.5 soles

C) 539.5 soles

D) 500.5 soles

E) 500.0 soles





Solución:

Tenemos:

$$M = \csc^3 x \cdot \sin 3x - \sec^3 x \cdot \cos 3x$$

$$M = \frac{\sin 3x}{\sin^3 x} - \frac{\cos 3x}{\cos^3 x}$$

$$M = \frac{3\sin x - 4\sin^3 x}{\sin^3 x} - \frac{4\cos^3 x - 3\cos x}{\cos^3 x}$$

$$M = 3\csc^2 x - 4 - (4 - 3\sec^2 x)$$

$$M = 3(\sec^2 x + \csc^2 x) - 8$$

$$M = 3(1 + \tan^2 x + 1 + \cot^2 x) - 8$$

$$M = 3(\tan^2 x + \cot^2 x) - 2$$

Sabemos:

$$\tan^2 x + \cot^2 x \geq 2$$

$$3(\tan^2 x + \cot^2 x) \geq 6$$

$$3(\tan^2 x + \cot^2 x) - 2 \geq 4$$

$$M \geq 4 = N$$

Luego:

$$\Rightarrow \text{Perímetro} = 3N = 12\text{m}$$

$$\Rightarrow \text{Área} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot N = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 4 = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \text{Área} = 1.73\text{m}^2$$

$$\Rightarrow C_{\text{total}} = 1.73 \times 150 + 12 \times 40 = 739.5 \text{ soles}$$

Por lo tanto, el costo total del panel solar (producción + refuerzo) es 739.5 soles

Rpta.: A

8. Una empresa minera requiere fabricar un tanque de almacenamiento en forma de cubo para contener agua. Cada arista del cubo mide $(5/3)A$ metros, y se usará una pintura impermeabilizante cuyo costo es S/ 50 por m^2 para cubrir todas las caras exteriores (ver el gráfico). Además, la tapa superior tendrá un refuerzo de pintura adicional de S/ 200. El costo total debe ser estimado antes de la aprobación del contrato de fabricación. Además, A es el mínimo valor de M y se sabe que: $M = \sin 3x \cdot \csc^2 x + 4$.





Determine el costo total de pintar el tanque.

A) 2455 soles
D) 6450 soles

B) 2450 soles
E) 6000 soles

C) 5450 soles

Solución:

Tenemos:

$$M = \operatorname{sen} 3x \cdot \csc^2 x + 4$$

$$M = \frac{\operatorname{sen} 3x}{\operatorname{sen}^3 x} + 4$$

$$M = \frac{\operatorname{sen} 3x + 3\operatorname{sen} x - \operatorname{sen} 3x}{\operatorname{sen}^3 x}$$

$$M = \frac{3\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen}^3 x}$$

$$M = \frac{3}{\operatorname{sen}^2 x}$$

$$M = 3\csc^2 x$$

Sabemos:

$$\csc x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$$

$$\csc^2 x \in [1; +\infty) \Rightarrow \csc^2 x \geq 1$$

Luego

$$3\csc^2 x \geq 3$$

$$M_{\min} = 3 = A$$

Luego

$$\text{Arista del cubo} = \frac{5}{3} A = 5\text{m}$$

$$\Rightarrow \text{Area} = 5A^2 = 5 \cdot (5)^2 = 125\text{m}^2$$

$$\Rightarrow C_{\text{total}} = 50(125) + 200 = 6450 \text{ soles}$$

Por lo tanto, el costo total de pintar el tanque es 6450 soles.

Rpta.: D

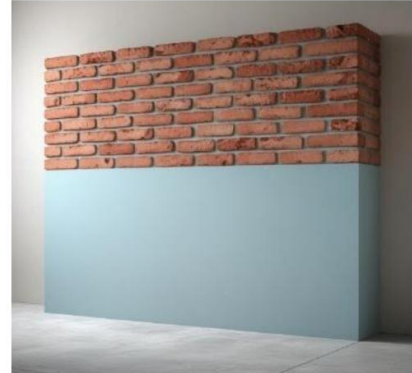


EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Un albañil está pintando un muro rectangular de 3 m de alto y $M = \cos 22^\circ - k^2 + 5$ metros de largo. Sabe que por cada metro cuadrado pintado cobra S/ 25. Antes de iniciar, calcula el área del muro para estimar su ganancia y así decidir si acepta el trabajo completo, si se tiene la siguiente igualdad para poder estimar un pronóstico:

$$(\sin 22^\circ + \cos 22^\circ)^2 - 2\sin^2 22^\circ = k$$

Determine la ganancia total del albañil, considerando su tarifa por metro cuadrado



- A) 22 soles B) 500 soles C) 25 soles D) 150 soles E) 100 soles

Solución:

Tenemos:

$$(\sin 22^\circ + \cos 22^\circ)^2 - 2\sin^2 22^\circ = k$$

$$1 + 2\sin 22^\circ \cos 22^\circ - 2\sin^2 22^\circ = k$$

$$2\sin 22^\circ \cos 22^\circ + 1 - \sin^2 22^\circ = k$$

$$\sin 44^\circ + \cos 44^\circ = k$$

$$(\sin 44^\circ + \cos 44^\circ)^2 = k^2$$

$$1 + 2\sin 44^\circ \cos 44^\circ = k^2$$

$$\sin 88^\circ = k^2 - 1$$

$$\cos 2^\circ = k^2 - 1$$

Luego tenemos que:

$$\Rightarrow M = \cos 22^\circ - k^2 + 5$$

$$\Rightarrow M = k^2 - 1 - k^2 + 5$$

$$\Rightarrow M = 4$$

$$G_{\text{total}} = 25 \times M = 25 \times 4 = 100 \text{ soles}$$

Por lo tanto, la ganancia total del albañil, considerando su tarifa por metro cuadrado es 100 soles.

Rpta.: E



2. En un laboratorio de dinámica, se estudia el movimiento de dos carros experimentales que se deslizan sobre una pista sin fricción. El primero posee una masa de A kg y se mueve con una velocidad de 4 m/s, mientras que el segundo tiene una masa de B kg y alcanza una velocidad de 6 m/s. Los investigadores desean conocer la energía cinética total del sistema en ese instante para analizar la conservación de la energía en el choque elástico que se producirá. Sabiendo que: $\frac{\sin^4 x + \cos^4 x}{\sin^2 x + \cos^2 x} = \frac{A + \cos 4x}{B}$

Determine la energía cinética total del sistema en ese instante (considere que:

$$E_{\text{total}} = \frac{1}{2} A v_1^2 + \frac{1}{2} B v_2^2$$

- A) 100 J B) 21 J C) 35 J D) 94 J E) 96 J

Solución:

Tenemos:

$$\frac{\sin^4 x + \cos^4 x}{\sin^2 x + \cos^2 x} = \frac{1 - 2\sin^2 x \cos^2 x}{1 - (2\sin x \cos x)^2}$$

$$\frac{\sin^4 x + \cos^4 x}{\sin^2 x + \cos^2 x} = \frac{1 - \frac{\sin^2 2x}{2}}{1 - \frac{\sin^2 2x}{2}}$$

$$\frac{\sin^4 x + \cos^4 x}{\sin^2 x + \cos^2 x} = \frac{1 - \frac{\sin^2 2x}{2}}{1 - \frac{\sin^2 2x}{2}}$$

Luego sabemos que:

$$\frac{\sin^4 x + \cos^4 x}{\sin^2 x + \cos^2 x} = \frac{1 - \cos 4x}{4}$$

$$\frac{\sin^4 x + \cos^4 x}{\sin^2 x + \cos^2 x} = \frac{3 + \cos 4x}{4} = \frac{A + \cos 4x}{B}$$

Luego A=3 y B=4

$$A+B=7$$

$$\Rightarrow E_{\text{total}} = \frac{1}{2} A v_1^2 + \frac{1}{2} B v_2^2$$

$$\Rightarrow E_{\text{total}} = \frac{1}{2} 3 \cdot (4)^2 + \frac{1}{2} 4 \cdot (6)^2$$

$$\Rightarrow E_{\text{total}} = 96 \text{ J}$$

Por lo tanto, la energía cinética total del sistema en ese instante para analizar la conservación de la energía en el choque elástico es 96 J.

Rpta.: E



3. En un parque ecológico, se proyecta construir una plataforma decorativa mixta formada por un cuadrado de concreto y un jardín circular adyacente. El lado del cuadrado mide “m” metros, y el radio del jardín circular “n + p” metros. El diseño busca combinar áreas verdes y zonas de descanso, por lo que se requiere conocer la superficie total ocupada por ambas figuras antes de iniciar el cercado perimetral. Se tiene la siguiente igualdad.

$$3 + \sec 2x + \tan 2x \cdot \tan x = \frac{p \cos^m x}{\cos nx}$$

Calcular la superficie total ocupada por ambas figuras (considere: $\pi = 3.14$).

A) 116.05 m² B) 117.04 m² C) 113.05 m² D) 114.04 m² E) 112.00 m²

Solución:

Supongamos que:

$$N = 3 + \sec 2x + \tan 2x \cdot \tan x$$

$$N = 3 + \frac{1}{\cos 2x} + \frac{\sin 2x}{\cos 2x} \cdot \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$N = 3 + \frac{1}{\cos 2x} + \frac{2 \sin x \cos x}{\cos 2x} \cdot \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$N = \frac{3 \cos 2x + 1 + 2 \sin^2 x}{\cos 2x}$$

$$N = \frac{3(1 - 2 \sin^2 x) + 1 + 2 \sin^2 x}{\cos 2x}$$

$$N = \frac{4 - 4 \sin^2 x}{\cos 2x}$$

$$N = \frac{4(1 - \sin^2 x)}{\cos 2x}$$

$$N = \frac{4 \cos^2 x}{\cos 2x} = \frac{P \cos^m x}{\cos nx}$$



Luego $p=4$, $m=2$ y $n=2$

$$m+n+p = 8$$

$$\Rightarrow A_{\text{total}} = m^2 + \pi(n+p)^2$$

$$\Rightarrow A_{\text{total}} = 2^2 + \pi(2+4)^2$$

$$\Rightarrow A_{\text{total}} = 4 + 36\pi$$

$$\Rightarrow A_{\text{total}} = 117.04\text{m}^2$$

Por lo tanto, la superficie total ocupada por ambas figuras es 117.04m^2

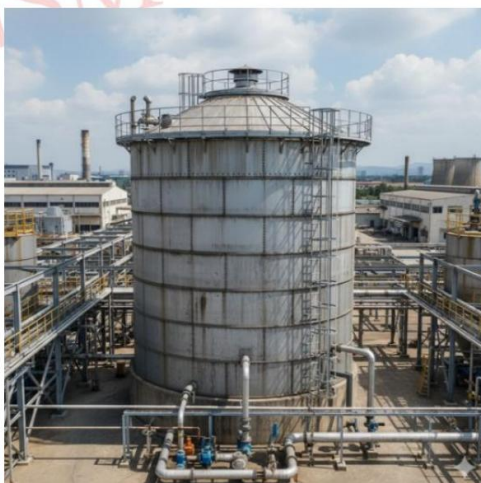
Rpta.: B

4. En una planta de procesamiento, se utiliza un tanque cilíndrico para almacenar agua. El radio de la base del tanque es de 2 m y la altura es $-\sqrt{2}M$ metros. Por mantenimiento, se requiere vaciar el tanque y calcular la cantidad total de litros de agua que contiene cuando está lleno.

Si $2\pi < x < 3\pi$, $\tan \frac{x}{2} = 3$ y $M = \sqrt{\frac{1 - \cos \frac{x}{2}}{1 - \sin \frac{x}{2}}} - \sqrt{\frac{1 + \cos \frac{x}{2}}{1 + \sin \frac{x}{2}}}$, determine cuál es la capacidad

total del tanque en litros

(considere: $\pi = 3.14$).



- A) 20314 litros
D) 24020 litros

- B) 25120 litros
E) 20000 litros

- C) 25000 litros



Solución:

Tenemos que: $2\pi < x < 3\pi$

$$\Rightarrow \pi < \frac{x}{2} < \frac{3\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} \in \text{III C}$$

Luego:

$$\frac{1 - \cos \frac{x}{2}}{1 - \sin \frac{x}{2}} = \frac{1 - (-\frac{1}{\sqrt{10}})}{1 - (-\frac{3}{\sqrt{10}})} = \frac{\sqrt{10} + 1}{\sqrt{10} + 3} = 7 - 2\sqrt{10}$$

Luego:

$$\frac{1 + \cos \frac{x}{2}}{1 + \sin \frac{x}{2}} = \frac{1 + (-\frac{1}{\sqrt{10}})}{1 + (-\frac{3}{\sqrt{10}})} = \frac{\sqrt{10} - 1}{\sqrt{10} - 3} = 7 + 2\sqrt{10}$$

Reemplazando:

$$M = \sqrt{7 - 2\sqrt{10}} - \sqrt{7 + 2\sqrt{10}}$$

$$M = (\sqrt{5} - \sqrt{2}) - (\sqrt{5} + \sqrt{2})$$

$$M = -2\sqrt{2}$$

luego tenemos:

$$-\sqrt{2}M = -\sqrt{2}(-2\sqrt{2}) = 4m$$

$$\Rightarrow V = \pi r^2 h = \pi \times 2 \times 4 = 8\pi = 25.12m^3$$

Sabemos que $1 m^3$ equivale a 1000 litros

$$\Rightarrow V = 25120 \text{ litros}$$

Por lo tanto, la capacidad total del tanque en litros es 25120 litros

Rpta.: B

5. En una fábrica de alimentos, se instalará un nuevo sistema de ventilación que incluye un conducto cilíndrico de aluminio. El conducto tiene $M/24$ metros de radio y una longitud de $4M$ metros. El material del conducto cuesta S/ 100 por metro cuadrado de superficie exterior. El ingeniero encargado desea calcular el costo total del conducto de ventilación antes de autorizar la compra del material. Si M cumple la siguiente igualdad $\tan(Mx) = 3 \tan^2 2x \cdot \tan 6x + 3 \tan 2x - \tan^3 2x$, determine el costo total del conducto de ventilación (considerar: $\pi = 3.14$).

- A) 3560 soles B) 3568 soles C) 3700 soles
D) 3768 soles E) 4000 soles

Solución:

Supongamos que:

$$A = 3 \tan^2 2x \cdot \tan 6x + 3 \tan 2x - \tan^3 2x$$

$$A = 3 \tan^2 2x \cdot \tan 6x + \tan 6x(1 - 3 \tan^2 2x)$$

$$A = 3 \tan^2 2x \cdot \tan 6x + \tan 6x - 3 \tan^2 2x \cdot \tan 6x$$

$$A = \tan 6x = \tan(Mx) \Rightarrow M = 6$$

$$\Rightarrow \text{radio} = \frac{M}{24} = \frac{6}{24} \text{ m}$$

Luego:

$$\Rightarrow \text{Area} = 2\pi rL = 2\pi \cdot \frac{6}{24} \cdot 4.6 = 12\pi \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow \text{Area} = 37.68 \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow C_{\text{total}} = 100 \times 37.68 = 3768 \text{ soles}$$

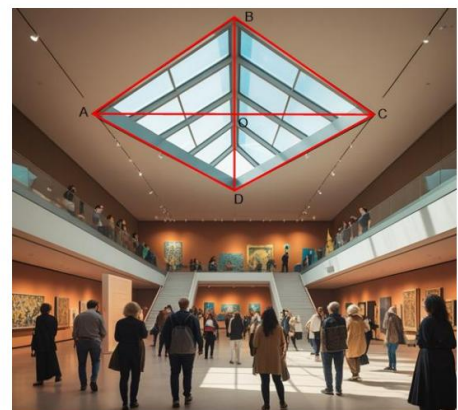
Por lo tanto, el costo total del conducto de ventilación es de 3768 soles.

Rpta.: C



6. Un museo moderno encargó una claraboya de forma de un rombo para iluminar una sala de exposiciones. Por razones estéticas y estructurales se diseñó según las características mostradas en el gráfico donde AC mide $-3N^3$ metros y OB es igual a 1.5 metros. El vidrio utilizado cuesta S/ 120 por m^2 y el sellado perimetral (juntas y perfiles) cuesta S/ 25 por metro lineal. El arquitecto pide una estimación económica completa antes de aprobar la orden de compra. Sabiendo que:

$$N = \sec 80^\circ \sqrt[3]{\frac{1}{6}} - \sec 10^\circ.$$





Determine el costo total para fabricar e instalar la claraboya (vidrio + sellado).

- A) 1690 soles
D) 1680 soles

- B) 1590 soles
E) 1780 soles

- C) 1500 soles

Solución:

Tenemos:

$$N = \sec 80^\circ \sqrt[3]{\frac{1}{6} - \sin 10^\circ}$$

$$N = \sec 80^\circ \sqrt[3]{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} - \sin 10^\circ}$$

$$N = \sec 80^\circ \sqrt[3]{\sin 30^\circ \frac{1}{3} - \sin 10^\circ}$$

$$N = \sec 80^\circ \sqrt[3]{\frac{\sin 30^\circ - 3 \sin 10^\circ}{3}}$$

Sabemos que:

$$\sec 80^\circ = \csc 10^\circ$$

$$\sin 30^\circ - 3 \sin 10^\circ = -4 \sin^3 10^\circ$$

Luego tenemos que:

$$N = \csc 10^\circ \sqrt[3]{\frac{-4 \sin^3 10^\circ}{3}}$$

$$N = \csc 10^\circ \sin 10^\circ \sqrt[3]{-\frac{4}{3}}$$

$$N = \sqrt[3]{-\frac{4}{3}}$$

Luego:

$$\Rightarrow AC = -3N^3 = -3 \sqrt[3]{-\frac{4}{3}}^3 = 4$$

$$\Rightarrow OC = 2m$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{1.5^2 + 2^2} = 2.5m$$

$$\Rightarrow 2p = 10m$$

$$\Rightarrow \text{Area}_{\text{total}} = 12m^2$$

$$C_{\text{total}} = 120.12 + 25.10 = 1690 \text{ soles}$$

Por lo tanto, el costo total para fabricar e instalar la claraboya (vidrio + sellado) es 1690 soles

Rpta.: A



7. Un municipio construye un jardín circular de radio $(15/4)$ A metros. Al proyecto le añaden una vereda perimetral de anchura fija 2 m que rodea el césped. Para pavimentar la vereda se usan baldosas cuadradas de 0.25m^2 cada una; el costo por baldosa es S/ 10. El área del césped y la vereda deben cuantificarse para presupuesto y planificación de mantenimiento. Si se sabe que:



$A = \frac{\cos 10^\circ + \sin 20^\circ}{\cos^3 10^\circ + \sin^3 20^\circ}$. Calcule el costo total de pavimentación para construir un jardín circular. (Considerar: $\pi = 3.14$).

A) 3000.0 soles

B) 3014.4 soles

C) 3014.6 soles

D) 2014.4 soles

E) 3014.6 soles

Solución:

Tenemos:

$$A = \frac{\cos 10^\circ + \sin 20^\circ}{\cos^3 10^\circ + \sin^3 20^\circ}$$

$$A = \frac{4 \cos 10^\circ + 4 \sin 20^\circ}{4 \cos^3 10^\circ + 4 \sin^3 20^\circ}$$

Aplicando degradación se tiene:

$$A = \frac{4 \cos 10^\circ + 4 \sin 20^\circ}{3 \cos 10^\circ + \cos 30^\circ + 3 \sin 20^\circ - \sin 60^\circ}$$

$$A = \frac{4 \cos 10^\circ + 4 \sin 20^\circ}{3 \cos 10^\circ + 3 \sin 20^\circ}$$

$$A = \frac{4}{3} \Rightarrow \text{radio} = \frac{15A}{4} = \frac{15}{4} \cdot \frac{4}{3} = 5\text{m}$$

Luego:

$$\text{Area} = \pi((5+2)^2 - 5^2)$$

$$\text{Area} = 24\pi$$

$$\text{Numero de baldosas} = \frac{\text{Area}}{0.25} = \frac{24\pi}{0.25} = 301.44$$

$$C_{\text{total}} = 301.44 \times 10 = 3014.4 \text{ soles}$$

Por lo tanto, el costo total de pavimentación para construir un jardín circular es 3014.4 soles.

Rpta.: B



LENGUAJE

EJERCICIOS

1. La frase nominal es la unidad sintáctica cuyo núcleo es un nombre o un pronombre, y puede presentar modificadores directos e indirectos en su estructura. De acuerdo con esta aseveración, seleccione la opción que presenta mayor cantidad de frases nominales.

- A) Compré estos cuatro fólderes plásticos.
- B) Andrés y Cecilia son actores teatrales.
- C) Esteban, pintaré las paredes de la sala.
- D) Juan me mostró un cuadro el miércoles.
- E) Amiga, conversé con su familia y parientes.

Solución:

En esa opción, las frases nominales son cuatro: *Juan, me, un cuadro y el miércoles*.

Rpta.: D

2. La estructura de la frase nominal presenta uno o más núcleos y, opcionalmente, modificadores directos o indirectos. Según esta afirmación, en el enunciado *Solo lo recibió el hermoso perro blanco, Poroto, cariñoso como un niño que se le enredó entre las piernas*, el núcleo de la frase nominal sujeto es

- A) el perro.
- B) Poroto.
- C) perro.
- D) hermoso perro.
- E) perro blanco.

Solución:

El núcleo de la frase nominal sujeto es el sustantivo *perro*.

Rpta.: C

3. La frase nominal se denomina simple cuando presenta un núcleo; si tiene dos o más núcleos, es compuesta. Según lo señalado, seleccione la opción en la que hay frase nominal compuesta.

- I. Vendrán a mi casa Julio, David y Ricardo el sábado.
- II. Estas son las cocinas nuevas, eléctricas y modernas.
- III. Hernando trajo aquellos cofres y esas alhajas anoche.
- IV. Lucila, las blusas que Ana compró son estampadas.

- A) II y IV
- B) I y II
- C) II y III
- D) I y III
- E) I y IV

Solución:

En los enunciados I y III, las frases nominales son compuestas porque presentan dos núcleos: *Julio, David y Ricardo*; *aquellos cofres y esas alhajas*, respectivamente.

Rpta.: D



4. La frase nominal es clasificada como incompleja si carece de modificador indirecto. Si hay modificador indirecto, es compleja. Según lo indicado, seleccione la opción en la que se presenta frase nominal compleja.

- A) El jurado seleccionará los cinco mejores proyectos.
- B) Rosario cosió un vestido para su hermana menor.
- C) Rosa lavó dos blusas y una casaca el día jueves.
- D) El jardinero podó el rosal y sembró un clavel ayer.
- E) Elena, la hermana menor de Julio, es voleibolista.

Solución:

Esta alternativa presenta la frase nominal compleja *Elena, la hermana menor de Julio*, cuyo modificador indirecto es la frase apositiva *la hermana menor de Julio*.

Rpta.: E

5. La frase nominal cumple las funciones de sujeto, vocativo y complemento en la oración. El complemento puede ser objeto directo, objeto indirecto, agente, de adjetivo, de nombre y de verbo. Según esta aseveración, correlaciona la columna de los enunciados con frases nominales subrayadas y la de las funciones, luego marque la alternativa correspondiente.

- | | |
|---|-----------------------|
| I. Es necesaria <u>nuestra asistencia a la asamblea</u> . | a. Vocativo |
| II. Inés está viendo una película <u>con sus hermanas</u> . | b. OD |
| III. Te enviaré, <u>Francisco</u> , la enciclopedia nueva. | c. C. circunstancial |
| IV. Mi padre llevó <u>el automóvil</u> al taller de mecánica. | d. Sujeto |
| A) Ic, IId, IIIa, IVb | B) Id, IIa, IIIb, IVc |
| D) Ic, IId, IIIb, IVa | E) Ib, IIa, IIId, IVc |
| | C) Id, IIc, IIIa, IVb |

Solución:

La correlación es de la siguiente manera:

- | | |
|---|----------------------|
| I. Es necesaria <u>nuestra asistencia a la asamblea</u> . | d. Sujeto |
| II. Inés está viendo una película <u>con sus hermanas</u> . | c. C. circunstancial |
| III. Te enviaré, <u>Francisco</u> , la enciclopedia nueva. | a. Vocativo |
| IV. Mi padre llevó <u>el automóvil</u> al taller de mecánica. | b. OD |

Rpta.: C

6. La frase nominal cumple la función de complemento atributo de un verbo copulativo. Según esta afirmación, seleccione la alternativa en la que la frase nominal cumple esta función.

- A) El proyecto de investigación fue elaborado por José.
- B) Enrique estaba jugando ajedrez con su primo Raúl.
- C) El cantante ha de ser entrevistado por el periodista.
- D) Estas chompas han sido tejidas por mi hermana Iris.
- E) El arroz con pato es el plato preferido de Federico.

Solución:

En esta opción, la frase nominal *el plato preferido de Federico* cumple la función de complemento atributo del verbo copulativo *ser*.

Rpta.: E



7. La frase nominal es clasificada como simple, compuesta, incompleja y compleja. Según ello, en los enunciados *Ricardo, mi vecino, es piurano*; *Las casas de esta nueva urbanización son amplias*; *Leonela, Sara y Carla, mis compañeras de aula, son estudiosas*; *Dora y Lucía, las secretarias, trabajan bien* y *Recibí tres polos y una pelota*, las frases nominales son, respectivamente,
- A) una simple compleja, tres compuestas complejas y una compuesta incompleja.
B) dos simples complejas, una compuesta compleja y dos compuestas incomplejas.
C) dos simples complejas, dos compuestas complejas y una compuesta incompleja.
D) tres simples complejas, una compuesta compleja y una compuesta incompleja.
E) una simple compleja, dos compuestas complejas y dos compuestas incomplejas.

Solución:

Las frases nominales *Ricardo, mi vecino*, y *Las casas de esta nueva urbanización* son simples complejas porque tienen un solo núcleo y modificador indirecto; las frases nominales *Leonela, Sara y Carla, mis compañeras de aula* y *Dora y Lucía, las secretarias*, son compuestas complejas porque presentan varios núcleos y modificador indirecto; la frase nominal *tres polos y una pelota* es compuesta e incompleja porque tiene varios núcleos y carece de modificador indirecto.

Rpta.: C

8. El nombre o sustantivo es una palabra variable que cumple la función de núcleo de la frase nominal y designa elementos de la realidad. Tomando en cuenta lo señalado, en el enunciado *El computador incorpora un programa que es capaz de detectar las equivocaciones en el acento y la entonación, temas de estudio de la fonética y la fonología, dos ramas de la lingüística que se ocupan de la emisión de sonidos para la construcción del lenguaje*, la cantidad de sustantivos asciende a
- A) dieciséis. B) quince. C) doce. D) trece. E) catorce.

Solución:

La cantidad de sustantivos asciende a quince: *computador, programa, equivocaciones, acento, entonación, temas, estudio, fonética, fonología, ramas, lingüística, emisión, sonidos, construcción y lenguaje*.

Rpta.: B

9. El nombre o sustantivo es una palabra del léxico de la lengua que designa elementos de la realidad. Se clasifica en común, propio, concreto, abstracto, individual y colectivo (primitivo o derivado). De acuerdo con esta afirmación, relacione la columna de los enunciados que incluyen sustantivos subrayados y la de sus clases; luego seleccione la alternativa que corresponde.
- | | |
|--|------------------------|
| I. Mariano fue a la librería para comprar un <u>compás</u> . | a. Abstracto |
| II. La <u>legión</u> va a llegar al cuartel el próximo sábado. | b. Colectivo derivado |
| III. La <u>perseverancia</u> nos acerca a nuestros objetivos. | c. Colectivo primitivo |
| IV. Amigos, hay una <u>arboleda</u> en este hermoso valle. | d. Concreto |
- A) Ia, IId, IIb, IVc B) Ic, IId, IIIa, IVb C) Id, IIb, IIIc, IVa
D) Id, IIc, IIIa, IVb E) Ib, IIc, IIIa, IVd



Solución:

- | | |
|--|------------------------|
| I. Mariano fue a la librería para comprar un <u>compás</u> . | d. Concreto |
| II. La <u>legión</u> va a llegar al cuartel el próximo sábado. | c. Colectivo primitivo |
| III. La <u>perseverancia</u> nos acerca a nuestros objetivos. | a. Abstracto |
| IV. Amigos, hay una <u>arboleda</u> en este hermoso valle. | b. Colectivo derivado |

Rpta.: D

10. Los pronombres son categorías lexicales cuyo significado es referencial, es decir, refieren a las entidades denotadas por los sustantivos. En el enunciado *Como varias personas me dijeron que no saben quién es ni dónde vive ese hombre que estaba sentado en una banca del parque el día sábado al mediodía, yo lo averiguaré por mi cuenta*, la cantidad de pronombres es

A) ocho. B) cinco. C) seis. D) siete. E) nueve.

Solución:

Los pronombres personales del enunciado son seis: *me, quién, dónde, que, yo, lo*.

Rpta.: C

11. Los pronombres son palabras que sustituyen a los sustantivos. Se clasifican en personales, posesivos, demostrativos, relativos, indefinidos, interrogativos y exclamativos. Según esta afirmación, escriba a la derecha las clases de los pronombres subrayados en los enunciados.

- A) Mario nos invitó a la fiesta de su cumpleaños. _____
B) Esta es una crema facial de buena calidad. _____
C) Estas son las camisas que compré en Lince. _____
D) Aquellos cuatro maletines negros son míos. _____
E) Muchos viajaron a diversas ciudades del país. _____

Rpta.: A) Personal, B) demostrativo, C) relativo, D) posesivo, E) indefinido.

12. Dentro de la oración, las frases nominales cumplen diversas funciones, entre ellas las de sujeto, OD, OI, CC, vocativo, atributo, etc. En el espacio correspondiente, escriba la función que cumple cada frase nominal subrayada.

- A) El empresario nos otorgó un aumento. _____
B) Llegaron muchos turistas extranjeros al Perú. _____
C) Camine con cuidado, señor, en esta calle. _____
D) Rendimos homenaje a nuestros héroes. _____
E) Los payasos nos divertieron en los circos. _____

Rpta.: A) OI, B) sujeto, C) vocativo, D) OD, E) CC



LITERATURA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Respecto a las etapas de la Nueva narrativa hispanoamericana, y dentro de las corrientes literarias vanguardistas del siglo XX, Jorge Luis Borges y otros destacados autores se ubican en la etapa

- A) de consolidación. B) emergente. C) de apogeo.
D) regionalista. E) del *Boom*.

Solución:

Borges, Asturias, Carpentier, Sábato, Rulfo y Onetti constituyen la etapa de **consolidación**, entre los años 40 y 50 del siglo XX.

Rpta.: A

2.

- Andábamos sin buscarnos, pero sabiendo que andábamos para encontrarnos.
- Probablemente de todos nuestros sentimientos el único que no es verdaderamente nuestro es la esperanza. La esperanza le pertenece a la vida, es la vida misma defendiéndose.
- Sólo viviendo absurdamente se podría romper alguna vez este absurdo infinito.
- ¡Oh corazón mío, no te levantes para testimoniar en contra de mí!
- Como no sabías disimular me di cuenta en seguida de que para verte como yo quería era necesario empezar por cerrar los ojos.
- Total parcial: te quiero. Total general: Te amo.
- El alacrán clavándose el aguijón, harto de ser un alacrán, pero necesitando de su alacranidad para acabar con el alacrán.
- La felicidad tenía que ser otra cosa, algo quizá más triste que esta paz y este placer, un aire como de unicornio o isla, una caída interminable en la inmovilidad.

Este conjunto de afirmaciones sumamente ingeniosas pertenecientes a Julio Cortázar en su novela *Rayuela*, en la narrativa del siglo XX, constituye

- A) multiplicidad de voces o puntos de vista.
B) incorporación de elementos ficcionales.
C) experimentalismo lúdico con el lenguaje.
D) realismo mágico y lo real maravilloso.
E) temas referidos a la exploración psicológica.

Solución:

En la narrativa de Julio Cortázar, como bien se sabe, encontramos marcadamente la experimentación con el lenguaje; y a menudo de forma lúdica. Esto es notorio especialmente en *Rayuela*.

Rpta.: C



3.

Mackandal estaba ya adosado al poste de torturas. El verdugo había agarrado un rescoldo con las tenazas. Repitiendo un gesto estudiado la víspera frente al espejo, el gobernador desenvainó su espada de corte y dio orden de que se cumpliera la sentencia. El fuego comenzó a subir hacia el manco, sollamándole las piernas. En ese momento Mackandal agitó su muñón que no habían podido atar, en un gesto combinatorio que no por menguado era menos terrible, aullando conjuros desconocidos y echando violentamente el torso hacia adelante. Sus ataduras cayeron, y el cuerpo del negro se espigó en el aire, volando por sobre las cabezas, antes de hundirse en las ondas negras de la masa de esclavos. Un solo grito llenó la plaza.

- ¡Mackandal sauvé!

En el texto que antecede, de la novela *El reino de este mundo*, de Alejo Carpentier es notoria la presencia de aspectos míticos y fantásticos, los cuales constituyen, a su vez, esta importante característica de la Nueva narrativa hispanoamericana:

- A) señal de transculturación narrativa.
- B) incorporación de elementos irracionales.
- C) Marcada diversidad de puntos de vista.
- D) participación necesaria del lector.
- E) lo mágico religioso en la cultura caribeña.

Solución:

Como bien se sabe, Carpentier caracteriza por excelencia la nueva narrativa en función de elementos mágico religiosos y fantásticos. Esto es, la presencia de elementos irracionales.

Rpta.: B

4. Con relación a la Nueva narrativa hispanoamericana, marque la secuencia correcta, de verdad (V o F).

- La constante ruptura del orden lógico armoniza con la narración lineal tradicional.
- Lo real maravilloso es preconizado principalmente por el escritor Alejo Carpentier.
- Borges, Carpentier y Rulfo aparecen en la segunda etapa o etapa de consolidación.
- El estallido del *Boom* caracteriza a la nueva narrativa desde el periodo emergente.

A) VVFF. B) VVVF. C) FFFV. D) VFVF. E) FVVF.

Solución:

La ruptura del orden lógico es contraria a la narración lineal. (F) Lo real maravilloso, efectivamente, es preconizado por Carpentier. (V) Las obras de Borges, Carpentier y Rulfo aparecen en la etapa de consolidación. (V) El *Boom* corresponde a la tercera etapa y no a la emergente. (F)

Rpta.: E



5.

El compadrito de la cara achinada se paró, tambaleándose. A un paso de Juan Dahlmann, lo injurió a gritos, como si estuviera muy lejos. Jugaba a exagerar su borrachera y esa exageración era una ferocidad y una burla. Entre malas palabras y obscenidades, tiró al aire un largo cuchillo, lo siguió con los ojos, lo barajó, e invitó a Dahlmann a pelear. El patrón objetó con trémula voz que Dahlmann estaba desarmado. En ese punto, algo imprevisible ocurrió.

Desde un rincón, el viejo gaucho estático, en el que Dahlmann vio una cifra del Sur (del Sur que era suyo), le tiró una daga desnuda que vino a caer a sus pies. Era como si el Sur hubiera resuelto que Dahlmann aceptara el duelo. Dahlmann se inclinó a recoger la daga y sintió dos cosas. La primera, que ese acto casi instintivo lo comprometía a pelear. La segunda, que el arma, en su mano torpe, no serviría para defenderlo, sino para justificar que lo mataran.

En el fragmento que antecede, tomado del cuento «El sur» (sección Artificios) del libro *Ficciones*, es evidente la temática de la violencia en el escenario de los submundos urbanos o periferia bonaerense, lo cual se ve simbolizado en

A) la cifra del Sur.

B) el viejo gaucho.

C) la cantina.

D) el cuchillo.

E) el compadrito.

Solución:

El cuchillo o daga simboliza la violencia en la cuentística de Borges.

Rpta.: D

6.

En esa perplejidad, me remitieron de Oxford el manuscrito que usted ha examinado. Me detuve, como es natural, en la frase: *Dejo a los varios porvenires (no a todos) mi jardín de senderos que se bifurcan*. Casi en el acto comprendí; *el jardín de los senderos que se bifurcan* era la novela caótica; la frase *varios porvenires (no a todos)* me sugirió la imagen de la bifurcación en el tiempo, no en el espacio. La relectura general de la obra confirmó esa teoría. En todas las ficciones, cada vez que un hombre se enfrenta con diversas alternativas, opta por una y elimina las otras...

A partir del fragmento del cuento «El jardín de los senderos que se bifurcan», de Jorge Luis Borges, se infiere que la ambigüedad en el texto del autor chino (el manuscrito caótico) está resuelta mediante la comprensión de que los _____, presentes en toda su obra narrativa, exploran las consecuencias de las _____, un rasgo distintivo de la literatura borgeana.

A) acertijos – reflexiones filosóficas

B) símbolo – las acciones impulsivas

C) laberintos – variaciones temporales

D) enigmas – consecuencias deterministas

E) argumentos – los raros autores apócrifos

Solución:

El fragmento ejemplifica cómo, en Borges, la trama o el artificio narrativo (el acertijo) es solo un pretexto para discutir ideas de la filosofía (el concepto de tiempo múltiple y el infinito).

Rpta.: A



7. En la Nueva narrativa hispanoamericana, la ruptura del orden lógico y cronológico equivale a
- A) volver a la modalidad tradicional.
 - B) representar el pensamiento mítico.
 - C) dejar de lado la narración lineal.
 - D) experimentar con la voz de los personajes.
 - E) optar por las técnicas ajenas al cine.

Solución:

Se abandona la narración lineal, tal como sucede en la vida real, y se opta por las extrapolaciones, como en el cinematógrafo.

Rpta.: C

8. En relación con la narrativa de Borges, particularmente respecto de *Ficciones* se dice que "[...] la conciencia borgesiana del caos procede de su enfrentamiento con la infinita (literariamente) variedad del mundo". (Manuel Prendes). Efectivamente, en Jorge Luis Borges y en ese tipo de relatos todo suele desembocar en una sensación que se vincula con la imagen del
- A) estallido.
 - B) ordenamiento.
 - C) inicio y fin.
 - D) inmovilismo.
 - E) laberinto.

Solución:

Efectivamente, el mundo de Borges es tan variado, tan diverso que todo se resuelve generalmente en una sensación de absurdo, de sinsentido, de laberinto.

Rpta.: E

PSICOLOGÍA

PRÁCTICA

1. La explicación teórica sobre, qué es la creatividad, implica considerar los dos tipos de pensamiento que propuso Edward de Bono propuso. Con respecto al pensamiento vertical es correcto afirmar que
- I. se evidencia al imaginar cómo se pueden elaborar diferentes instrumentos musicales con un martillo.
 - II. está presente al deducir que tipo de vehículo motorizado se puede emplear en una aldea de la selva.
 - III. se emplea al identificar las diferentes influencias musicales presentes en una melodía contemporánea.
- A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) Solo I y II E) Solo II y III

Solución:

Solo II y III

El pensamiento vertical, concepto desarrollado por Edward De Bono, hace referencia al uso de la deducción y a la aplicación de principios de la lógica en la búsqueda de respuestas.

Rpta.: E



2. En la etapa del desarrollo del lenguaje, se observa el uso de palabras con una intención comunicativa. Este desarrollo atraviesa diferentes estadios. En relación con esta etapa, identifique el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones.
- Alba, una vez que le dicen el nombre de un personaje de un anime, pregunta por el de otros personajes. Esta es una característica del estadio de explosión del lenguaje.
 - Aurora dice «miau» con gestos y posturas de sueño, mientras señala a su gato que está dormido en el sofá. Aurora evidencia estar en el estadio holofrásico.
 - Alborada le dice a su hermana «Abuela mala, sopa fea». En este caso se exhibe una comunicación propia del habla telegráfica.
- A) VVF B) FVV C) VVV D) VFV E) FFF

Solución:

- (V) Durante el estadio de explosión del lenguaje se aprecia un interés por aprender los nombres de las cosas por lo que hace preguntas de forma reiterada y constante.
- (V) En el estadio holofrásico se observa el uso de palabras que individualmente equivalen a una frase o pensamiento, generalmente acompañadas de un lenguaje simpráxico.
- (V) En el estadio del habla telegráfica se construyen frases más largas que constan de más de dos palabras, sintácticamente bien formadas, pero omitiendo muchas veces los conectores (preposiciones, conjunciones y artículos)

Rpta.: C

3. En la novela «Los vagabundos del dharma», Jack Kerouac presenta una situación ficticia e inédita hasta ese momento, en la que un grupo de jóvenes vagabundos budistas dan respuestas imaginativas y distintas a una problemática asociada con los valores conservadores de la sociedad norteamericana de mitad del siglo XX. Considerando lo planteado por Joy Paul Guilford, en este caso Kerouac exhibe en su relato, el tipo de pensamiento denominado
- A) lateral. B) divergente. C) lógico. D) convergente. E) simbólico.

Solución:

El pensamiento divergente, concepto desarrollado por J.P. Guilford, hace referencia al uso de respuestas originales, en este caso asociadas a un relato creativo, que busca dar soluciones imaginativas y distintas a la problemática de una época.

Rpta: B

4. Las estrategias de solución de problemas implican un conjunto de procedimientos sistematizados de resolución una vez identificado el tipo de problema. Con respecto a estas estrategias, es correcto afirmar que
- preferir consumir el mismo plato de comida en un chifa, porque le genera menos trastornos gástricos que los otros platos. Concuerda con la estrategia de recuperación de la información.
 - comprar ropa para el uso personal, guiándose del dicho «lo barato sale caro», para reducir las posibilidades de pagar alto precio. Exhibe la puesta en práctica de la estrategia heurística.
 - elaborar un plato de pollo a la naranja oriental, asistido por un tutorial de internet, para que al degustarlo no haya dudas de que es un plato del oriente. Evidencia el empleo de la estrategia de ensayo y error.
- A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) Solo I y II E) Solo II y III



Solución:

Solo I y II

I: Evocar una situación anterior de éxito corresponde a la recuperación de información.

II: Guiarse en función a estereotipos, corresponde a la estrategia por heurística.

Rpta: D

5. El pensamiento presenta dos tipos de funciones, denominadas representacional y elaborativa respectivamente. En relación con las actividades propias de la función representacional es correcto afirmar que

- I. cuando un grupo de niños identifican su tipo de mascota de un panel de figuras, ejemplifican la imagen gráfica.
- II. el juego simbólico se exhibe en el niño que rasguea una guitarra, momentos después de haber visto a su padre hacer lo mismo.
- III. la imitación diferida requiere de la ausencia de un estímulo previo a ser representado y no está relacionado con el signifiante.

A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) Solo I y II E) Solo II y III

Solución:

Solo I

I: En la imagen gráfica se describe una representación usando una imagen o dibujo.

Rpta: A

6. Durante el periodo lingüístico, el desarrollo del lenguaje se da a lo largo de un conjunto de estadios. Con respecto a esta etapa es correcto afirmar que

- I. todo niño va a evidenciar variaciones tonales en su comunicación, a partir del estadio holofrónico.
- II. el empleo de monólogos no comunicativos, se da durante el habla telegráfica.
- III. al describir en voz alta su dibujo, estando sólo en su habitación, Saulo evidencia el habla egocéntrica.

A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) Solo I y II E) Solo II y III

Solución:

Solo III

En el estadio del lenguaje egocéntrico, el niño habla solo, en forma de soliloquio y los monólogos tienen un propósito no comunicativo, no esperando respuesta alguna de las personas de su entorno. En realidad, expresa en voz alta sus pensamientos sin intención comunicativa.

Rpta: C

7. ¡En el anime japonés Haikyū!!, un grupo de jóvenes voleibolistas tienen que someterse a una férrea disciplina que implica ceñirse a determinadas estrategias de juego para alcanzar el éxito. Las tácticas de juego consisten en una secuencia de pasos que deben darse de manera ordenada con velocidad y fuerza; el no hacerlo es inaceptable para los entrenadores y jugadores porque conduce al fracaso. En este caso se puede inferir que la estrategia de juego empleada por los jugadores se ajusta a la que se denomina

- A) logaritmo.
- B) imitación diferida.
- C) ensayo y error.
- D) recuperación de la información.
- E) algoritmo.

Solución:

En el algoritmo se sigue pasos secuenciados de acuerdo con normas o reglas precisas, como en las tácticas que se visualizan en el anime mencionado.

Rpta: E



8. Dafne es una maestra de primaria que, para enseñar el concepto de dignidad, a sus alumnos: primero, los divide en grupos; luego, entrega a cada grupo una lectura diferente, referidas a situaciones en las que el protagonista no acepta humillaciones, demuestra seriedad y decoro al cumplir sus responsabilidades, decide con autonomía y otras muestras de comportamiento digno; luego en una reunión plenaria, cada grupo expone la definición a la que llegaron. Finalmente, entre todos, obtienen el concepto en mención. Identifique el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.
- I. La maestra está promoviendo la formación de una imagen gráfica del término en cuestión.
 - II. Dafne trata de impulsar en sus estudiantes la formación de conceptos por ensayo y error.
 - III. Los estudiantes de Dafne formarán el concepto de dignidad, a través de la abstracción.

A) VFF B) FVF C) FFV D) VVF E) FVV

Solución:

FFV

La formación de conceptos a través de la abstracción consiste en agrupar objetos o hechos en base a sus rasgos esenciales y comunes, luego reducirlos a una unidad usando el lenguaje y formando un concepto.

Rpta. C

9. Oriol suele jugar con su hijo de ocho años haciéndolo cambiar la versión del inicio, del medio o del final de un cuento conocido; es evidente que él está estimulando el desarrollo del pensamiento _____ de su niño.
- A) divergente B) dirigido C) abstracto
 - D) convergente E) algorítmico

Solución:

El pensamiento divergente o lateral, es aquella forma de pensar cuyo resultado son ideas nuevas y valiosas. El padre estimula este tipo de pensamiento.

Rpta.: A

10. Frida y Diego se encuentran embelesados con el nacimiento de su primer hijo. Ellos comentan que es sorprendente como el bebé siempre está comunicándose: al comienzo con diferentes tipos de lloriqueo; luego con sonidos vocálicos “aaaa”, “oooo”; y ahora, con seis meses de edad utiliza su lengua, labios y dientes para producir sílabas que repite. Utilizando tus conocimientos sobre el lenguaje, elige la alternativa que nombra las manifestaciones referidas.
- A) llanto – balbuceo – gorjeo B) gorjeo – arrullo – vocálicos
 - C) balbuceo – gorjeo – simpraxis D) llanto – gorjeo – balbuceo
 - E) gorjeo – balbuceo – holofrase

Solución:

Durante el primer mes de vida, la principal manifestación es el **llanto**; los primeros sonidos vocálicos o arrullos, se denominan **gorjeos**, y la producción repetida de sílabas, resultantes del juego vocal, se denomina **balbuceo**.

Rpta. D

EDUCACIÓN CÍVICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. En los últimos Censos Nacionales 2017 no solo se obtuvo información sobre la población y la vivienda, sino también se realizó el III Censo de Comunidades Indígenas. En el caso de la región Pasco, el resultado fue de 183 comunidades nativas y 107 de campesinas. A partir de lo expuesto, identifique los enunciados correctos.

- I. Pasco presenta un mayor número de comunidades en su región andina.
- II. La consulta previa se diseñó solo para la región amazónica.
- III. Las 183 comunidades nativas tienen su origen en grupos tribales de la selva.
- IV. Ambos tipos de comunidades tienen reconocimiento legal estatal.

A) II y IV B) I, II y III C) III y IV D) I y III E) II, III y IV

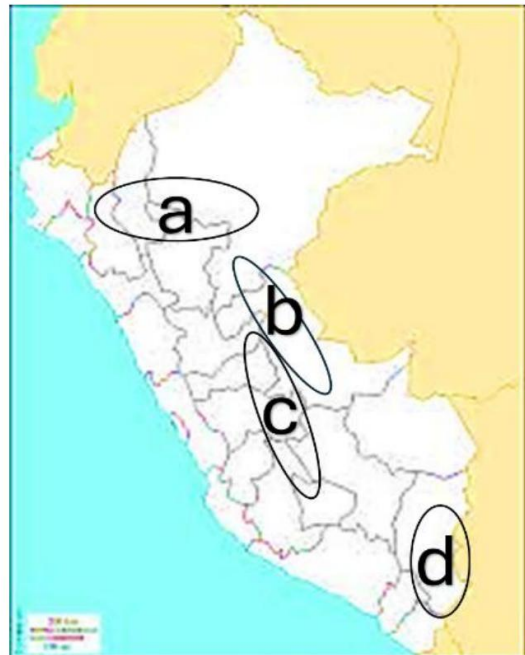
Solución:

- I. Incorrecto. Las 183 comunidades nativas, que son mayoría, se ubican en la selva.
- II. Incorrecto. El mecanismo de la consulta previa aplica para todo pueblo originario.
- III. Correcto. Las comunidades nativas son instituciones sociales que proceden de la organización tribal en la Amazonía.
- IV. Marco legal: la Ley N° 24656 (Ley General de Comunidades Campesinas) de 1987 y el Decreto Ley N° 22175 (Ley de Comunidades Nativas y de Desarrollo Agrario de la Selva y Ceja de Selva) de 1978.

Rpta.: C

2. De acuerdo al Ministerio de Cultura, los pueblos indígenas u originarios son aquellos colectivos que tienen su origen en tiempos anteriores al Estado peruano. Al respecto, y tomando como referencia el siguiente mapa del Perú, establezca la relación correcta entre los grupos étnicos demográficamente más numerosos, después del quechua, y las regiones donde habita la mayor parte de sus miembros.

- I. Aimara
- II. Ashaninka
- III. Aguaruna
- IV. Shipibo-Konibo



- A) Ib, Iic, IIIa, IVd B) Id, Iic, IIIb, IVa C) Ia, Iic, IIIb, IVd
D) Id, Iic, IIIa, IVb E) Ic, IIa, IIIId, IVb



Solución:

- | | |
|--------------------|---|
| I. Aimara | d. Puno y algunos distritos de Moquegua y Tacna |
| II. Ashaninka | c. Junín, Cusco, Ayacucho, Apurímac, Pasco, Ucayali y Huánuco |
| III. Aguaruna | a. Amazonas, Cajamarca, San Martín y Loreto |
| IV. Shipibo-Konibo | b. Huánuco, Loreto, Madre de Dios y Ucayali |

Rpta.: D

3. El Día de las Lenguas Originarias en nuestro país se conmemora cada 27 de mayo, con el objetivo de fomentar su uso, protección y difusión. Sobre la situación actual de estas lenguas, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. Se preservan a través de la transmisión intergeneracional.
- II. Existe un mayor número de hablantes en la región amazónica.
- III. Son idiomas oficiales reconocidos por el Estado peruano.
- IV. En la sierra se habla solamente el quechua y el aimara.

A) VFFV B) FFVV C) VVFF D) FVVF E) VFVF

Solución:

- I. **Verdadero.** Como todo patrimonio cultural inmaterial se transmiten entre generaciones.
- II. **Falso.** Las lenguas más habladas son el quechua y el aimara que corresponden a la sierra.
- III. **Verdadero.** Lo son según el artículo 48 de la Constitución Política del Perú.
- IV. **Falso.** En la sierra tenemos en total cuatro lenguas: el quechua, el aimara, el jaqaru y el kauqui.

Rpta.: E

4. A fines de julio del 2025, se realizó el séptimo Encuentro Regional de Comunidades Campesinas en Puno. Contando con la presencia de representantes de pueblos originarios aimaras, quechuas y urus, los cuales, antes de dar inicio al evento, participaron del ritual simbólico del k'intu, consistente en una ofrenda de respeto y gratitud a la Pachamama. Este tipo de eventos promueve

- A) la estandarización de los patrones culturales.
- B) el incremento de las tensiones por límites territoriales.
- C) la generación de un espacio de diálogo intercultural.
- D) el reforzamiento del centralismo a nivel departamental.
- E) la competencia por los recursos naturales en la región.

Solución:

Eventos como el descrito, organizado por la Defensoría del Pueblo, tiene como propósito central generar un espacio de diálogo intercultural para que los representantes de cada comunidad campesina puedan dar a conocer los avances y desafíos que enfrentan.

Rpta.: C



HISTORIA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Los viajes de Francisco Pizarro fueron expediciones que culminaron en la conquista del Imperio del Tahuantinsuyo, capturando y asesinando al inca Atahualpa. Con respecto a hechos acontecidos en estos viajes indique las proposiciones correctas.
- I. Fundaron la primera ciudad española en América (La Isabela).
 - II. Tuvieron un incidente con los indios en Pueblo Quemado.
 - III. Arribaron por primera vez a Tierra Firme (costas de Venezuela).
 - IV. Pasaron por la isla del Gallo y llegaron al Tahuantinsuyo.
- A) Solo II y IV B) II, III y IV C) I, II y III D) Solo II E) I, III y IV

Solución:

Francisco Pizarro realizó tres viajes, el primer viaje fue de exploración del litoral de la actual Colombia, además de suceder un hecho con indios en Pueblo Quemado. En el segundo viaje pasó el incidente de la isla del Gallo y los europeos llegaron al Tahuantinsuyo. Finalmente, en el tercer viaje, fundaron la ciudad de San Miguel y capturaron al inca Atahualpa en Cajamarca.

Rpta.: A

2. La disputa por la posesión de encomiendas fue la causa principal de las guerras civiles. Estas consistían en la entrega de población indígena (encomienda) a un español (encomendero), quien debía protegerlos, educarlos y evangelizarlos. Respecto a las guerras civiles entre los españoles establezca el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.
- I. Hernando Pizarro derrotó en la batalla de Las Salinas a Almagro “El Viejo”, y luego lo ejecutó en el Cusco.
 - II. Blasco Núñez de Vela impuso las Leyes Nuevas de Indias y fue vencido en la batalla de Añaquito.
 - III. Hernández de Girón estuvo satisfecho con el reparto de Huaynarima y por las Leyes Nuevas de las Indias.
 - IV. Vaca de Castro ejecutó a Pedro de la Gasca después de derrotarlo en la batalla de Chupas en Ayacucho.
- A) VVFF B) VVVF C) VVFF D) FFVV E) VFVF

Solución:

Las guerras civiles entre los españoles fueron conflictos armados en el Perú colonial, estas guerras se dieron en tres momentos, la primera causada por la posesión del Cusco, en esta se enfrentaron Francisco Pizarro y Diego de Almagro; la segunda guerra se dio por la aplicación de las Leyes Nuevas y la disminución del poder de los encomenderos; y la tercera se produjo por el reparto de Huaynarima donde los españoles quedaron insatisfechos.

Rpta.: C

3. El Tribunal del Consulado de Lima fue establecido por cédula real en 1612, bajo el reinado de Felipe II, siendo un tribunal arbitral y pionero en el desarrollo del derecho mercantil y el arbitraje en el Perú, ejerciendo un papel clave en la política económica virreinal. Entre sus funciones administrativas debía



- A) fiscalizar el tráfico comercial de España con América.
- B) asesorar al rey y al virrey para impedir el monopolio.
- C) proponer la apertura de nuevos puertos españoles.
- D) realizar el juicio de residencia administrativo al virrey.
- E) controlar el tráfico comercial al interior del virreinato.

Solución:

El Tribunal del Consulado de Lima fue un juzgado constituido en Lima a principios del siglo XVII con autorización real para controlar el tráfico comercial, resolver los conflictos entre mercaderes en el virreinato del Perú y articular las políticas del gremio mercantil. Asimismo, se encargaban de organizar la Armada del Mar del Sur.

Rpta.: E

4. En el virreinato del Perú se crearon instituciones para administrar, controlar y organizar los territorios. Estas entidades aseguraban la explotación económica, la evangelización de los indígenas y el orden político. Respecto a las diferentes instituciones españolas en América seleccione la alternativa que relacione correctamente las dos columnas.

- | | |
|--------------------|--|
| I. Audiencias | a. Organismos de gobierno a nivel local dirigidos por alcaldes. |
| II. Corregimientos | b. Jurisdicciones provinciales que recaudaban el tributo indígena. |
| III. Cabildos | c. Tribunales de justicia colonial integrado por jueces u oidores. |
| IV. Reducciones | d. Pueblos de indios gobernados por el cacique y el alcalde. |

A) Ic, IIb, IIIa, IVd

B) Ib, IIc, IIIa, IVd

C) Ia, IIb, IIIc, IVd

D) Ib, IIa, IIId, IVd

E) Ic, IIb, IIId, IVa

Solución:

La metrópoli, con el fin de consolidar su poder, estableció instituciones en América. Así tenemos las audiencias que eran tribunales de justicia colonial, conformada por jueces u oidores. Los corregimientos eran jurisdicciones provinciales, organizaban la mita y recaudaban el tributo indígena. Los cabildos eran gobiernos de nivel local dirigidos por alcaldes, habían de españoles e indios. Por último, las reducciones eran pueblos de indios gobernados por el cacique y el alcalde de indios, estos estaban subordinados a los corregidores.

Rpta.: A

5. La educación en el virreinato estuvo fuertemente controlada por la Iglesia católica y por la Corona española, puesto que era vista como un medio para mantener el orden social y formar élites dirigentes. Entre sus características se puede mencionar que fue _____ y que se practicó una enseñanza formalizada la cual fue _____.

- A) elitista – organizada en las parroquias y gremios
- B) jerarquizada – dirigida básicamente a los varones
- C) racista – orientada a las mujeres indias y negras
- D) religiosa – conducida por encomenderos y curas
- E) ordenada – establecida por los cabildos indígenas

Solución:

En el virreinato, la educación era un privilegio. Su acceso fue desigual, los hijos varones de la aristocracia española o criolla iniciaban su instrucción con maestros particulares para luego ir a colegios y universidades. Mientras que indígenas y mestizos eran instruidos principalmente en lectura básica y oficios manuales. Por lo antes expuesto, una de las características de la educación colonial es que fue jerarquizada y la enseñanza formalizada.

Rpta.: B



GEOGRAFÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. En el siguiente cuadro se puede observar la lista de los 11 países de mayor diversidad biológica a nivel mundial. Esta gran variedad en especies de flora y fauna que presentan estos países se debe principalmente a que

PAÍS	Plantas vasculares	Mamíferos	Aves	Reptiles	Anfibios
Brasil	56 215	578	1 712	630	779
Colombia	48 000	456	1 815	520	634
China	32 200	502	1 221	387	334
Indonesia	29 375	667	1 604	511	300
México	23 424	535	1 096	804	361
Venezuela	21 073	353	1 392	293	315
Ecuador	21 000	271	1 559	374	462
Perú	17 144	441	1 781	298	420
Australia	15 638	376	851	880	224
Madagascar	9 505	165	262	300	236
Congo	6 000	166	597	268	216

- A) presentan estaciones extremas durante el año.
B) poseen valores de latitud media entre 30° y 60°.
C) registran un menor índice de evapotranspiración.
D) se ubican en áreas donde la radiación solar es vertical.
E) son cercanas a la zona de divergencia subtropical.

Solución

La totalidad de los países de la lista tienen territorios en la zona tropical, que es aquella donde la incidencia de los rayos solares es perpendicular. Esto explica los altos niveles de temperatura, humedad y pluviosidad que son las condiciones idóneas para gran diversidad de especies vegetales y animales.

Rpta.: D

2. El Parque Nacional de Peneda Gerez, ubicado en Portugal, presenta un paisaje entre verano e invierno que contrasta considerablemente, puesto que los árboles carecen de hojas durante gran parte del año, tal es el caso de los arces y las hayas. En tanto que la fauna del área natural incluye especies como ciervos, lobos, zorros, lince y ardillas. De las siguientes afirmaciones, identifique cuáles corresponden al bioma descrito.

- I. Tiene como principal problema el sobrepastoreo.
II. Se localiza en una región de latitud media.
III. La vegetación predominante es herbácea.
IV. Los arces y las hayas son especies caducifolias.

- A) III y IV B) II y IV C) I, II y III D) I y II E) II y III



Solución:

El bioma que se plantea en la pregunta es el bosque templado.

- I. **Incorrecto.** El sobrepastoreo afecta principalmente a pastizales. No a los bosques templados.
- II. **Correcto.** Los bosques templados se ubican entre 30° y 50° de latitud.
- III. **Incorrecto.** En este bioma predominan árboles caducifolios como los arces y las hayas.
- IV. **Correcto.** Arces y hayas son especies caducifolias, puesto que en otoño pierden sus hojas.

Rpta.: B

3. Un bioma es una gran comunidad de vegetación y vida silvestre adaptada a un clima específico. Al respecto, establezca la relación correcta entre las regiones del planeta identificadas con un bioma y la forma de adaptación de sus especies de flora.

- | | | |
|-------------------------------------|---|-----------------------|
| I. Eurasia septentrional | a. Presencia de espinas en los nopales para reducir la pérdida de agua por transpiración. | |
| II. Norte de África | b. Capacidad de los pastizales para rebrotar rápidamente del suelo para sobrevivir al pastoreo e incendios. | |
| III. Sudeste asiático | c. Formación de una densa y baja capa de musgos y líquenes adaptada al permafrost. | |
| IV. Llanura central de Norteamérica | d. Crecimiento de plantas alrededor de los troncos de otros árboles para trepar y alcanzar la luz solar. | |
| A) Ic, IIa, IIIb, IVd | B) Id, IIc, IIIb, IVa | C) Ia, IIc, IIIb, IVd |
| D) Id, IIc, IIIa, IVb | E) Ic, IIa, IIIId, IVb | |

Solución:

- | | |
|---|--|
| I. Eurasia septentrional (Tundra) | c. Debido al clima gélido forman una densa capa que crece cerca al suelo para retener calor. |
| II. Norte de África (Desierto) | a. Su aridez propicia la formación de hojas pequeñas y espinas para reducir la evapotranspiración. |
| III. Sudeste asiático (Bosque tropical) | d. Las lianas (plantas trepadoras) crecen hacia arriba para alcanzar la luz solar. |
| IV. Llanura central de Norteamérica (Pradera) | b. Las gramíneas (pastos) rebrotan rápidamente del suelo para sobrevivir al pastoreo e incendios. |

Rpta.: E

4. A mediados de setiembre del 2025, el Ministerio de la Producción (Produce) oficializó un paquete de medidas de ordenamiento pesquero. Estas disposiciones, respaldadas por el Instituto del Mar del Perú (Imarpe), establecen vedas reproductivas para el peje-rey, el choro y el caracol negro, así como la suspensión de la extracción de pulpo en zonas estratégicas del litoral. A partir de la información proporcionada, se puede afirmar que estas decisiones



- A) perjudican la actividad pesquera a largo plazo.
- B) ponen en peligro el abastecimiento alimentario.
- C) aseguran que el aprovechamiento sea sostenible.
- D) favorecen la regeneración artificial de los recursos.
- E) soslayan las recomendaciones económicas y sociales.

Solución

Las vedas pesqueras son una de las herramientas clave para evitar la sobreexplotación de los recursos marinos. De esta manera, se constituyen en un mecanismo fundamental para garantizar que las poblaciones de peces y moluscos puedan regenerarse y asegurar que su aprovechamiento sea sostenible a largo plazo (Desarrollo Sostenible).

Rpta.: C

ECONOMÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. El control de precios ha sido una de las políticas más discutidas en la historia de la economía, especialmente en contextos donde los gobiernos buscan proteger a los consumidores frente a aumentos excesivos en bienes básicos. La premisa es que, al establecer un precio máximo, se evita que las familias más vulnerables enfrenten barreras de acceso a productos esenciales. Sin embargo, diversos economistas han señalado que estas medidas, aunque bien intencionadas, suelen generar consecuencias no deseadas en los mercados. ¿Cómo entiende la teoría económica tradicional el impacto del control de precios sobre el mercado?
 - A) Como una política que fomenta la innovación tecnológica.
 - B) Como una herramienta que eleva permanentemente la productividad.
 - C) Como una medida que genera distorsiones y escasez.
 - D) Como un mecanismo para expandir el comercio internacional.
 - E) Como un incentivo para incrementar la oferta agregada.

Solución:

Entre ellas se encuentra la escasez, ya que, al fijarse un precio por debajo del equilibrio, los productores pierden incentivos para seguir ofreciendo el mismo volumen.

Rpta.: C

2. En economías con inflación alta o hiperinflación, los gobiernos suelen recurrir al control de precios para evitar que bienes esenciales como pan, arroz, leche o gasolina se vuelvan inalcanzables para la población. Sin embargo, la evidencia demuestra que estas intervenciones frecuentemente derivan en la aparición de mercados paralelos. El fenómeno ocurre porque, al fijarse un precio máximo inferior al de equilibrio, la demanda aumenta mientras que la oferta disminuye. Esta brecha crea un incentivo para que algunos agentes adquieran los productos regulados y los revendan ilegalmente a precios más altos. El texto hace alusión a un tipo de mercado denominado
 - A) mercado primario.
 - B) mercado secundario.
 - C) mercado cambiario.
 - D) mercado negro.
 - E) mercado informal.



Solución:

Los mercados negros no solo incrementan la desigualdad, sino que también debilitan la confianza en las instituciones estatales, pues la población percibe que las reglas oficiales no garantizan el acceso real a los bienes.

Rpta.: D

3. Durante la pandemia de COVID-19, varios países enfrentaron incrementos abruptos en los precios de insumos médicos esenciales, como mascarillas, oxígeno y medicamentos. Frente a ello, los gobiernos adoptaron medidas de control de precios para garantizar el acceso. Estas acciones fueron recibidas positivamente por la población, ya que en situaciones de emergencia el criterio de eficiencia económica suele ceder ante el criterio de equidad y supervivencia. El acceso universal a insumos básicos de salud se considera un derecho prioritario. No obstante, el debate académico persiste en torno a si dichas medidas resultan sostenibles en el tiempo. En muchos casos, los controles llevaron a que las empresas redujeran la producción, lo cual agravó la escasez en medio de una crisis ya compleja. ¿Cómo un control de precios en un contexto de emergencia funcionaría mejor?

- A) implementándose junto a subsidios o incentivos a la producción.
- B) aplicándose indefinidamente sin ajustes.
- C) sustituyendo completamente las importaciones.
- D) incrementándose la carga impositiva a los productores.
- E) centralizando todo el comercio en el mercado negro.

Solución:

Esta experiencia muestra que, en contextos de emergencia, los controles pueden ser útiles siempre que vayan acompañados de medidas que incentiven la producción y aseguren la distribución equitativa.

Rpta.: A

4. En economía, la discriminación de precios se refiere a la práctica mediante la cual un vendedor cobra precios distintos por el mismo bien o servicio a diferentes consumidores, sin que exista una justificación en los costos de producción. Este fenómeno se basa en la disposición de los clientes a pagar, algunos valoran más el producto y están dispuestos a pagar un precio mayor, mientras que otros solo lo adquirirían si el precio es más bajo. Aunque puede generar controversia, algunos economistas señalan que esta práctica permite ampliar el acceso a determinados bienes y servicios, al captar clientes que de otro modo no podrían comprar a un precio único. ¿Qué característica principal define a la discriminación de precios? Marcar la alternativa con valor de verdad (V) o falsedad (F), según corresponda

- i) vender productos de distinta calidad a precios distintos. (F)
- ii) cobrar precios diferentes por el mismo producto a diferentes clientes. (V)
- iii) reducir precios cuando los costos de producción bajan. (F)
- iv) aumentar precios solo en épocas de escasez. (F)
- v) ofrecer rebajas estacionales en mercados selectivos (V)

- A) FVVVF B) VVFVF C) FVFFV D) VFFFV E) VFFVF



Solución:

La discriminación de precios puede presentarse en diferentes formas, como cobrar tarifas distintas a estudiantes y adultos, ofrecer descuentos por volumen, o establecer precios diferenciados según el país.

Rpta.: C

5. La discriminación de precios de _____ ocurre cuando una empresa segmenta el mercado en grupos de consumidores con diferentes elasticidades de demanda y les cobra precios distintos. Los ejemplos más conocidos incluyen los descuentos a estudiantes, tarifas reducidas para adultos mayores o precios diferenciados por país en servicios de streaming. En estos casos, el vendedor identifica categorías observables que permiten separar a los clientes y asignarles precios distintos según su capacidad de pago. El fundamento económico es que algunos grupos son más sensibles al precio (alta elasticidad) y otros menos sensibles (baja elasticidad). Al cobrar precios _____, la empresa logra aumentar sus ingresos totales y, en algunos casos, ampliar el acceso a los bienes.

A) primer grado – altos
C) monopolio natural – bajos
E) oligopolio colusivo – bajos

B) segundo grado – altos
D) tercer grado – diferenciados

Solución:

La discriminación de precios puede presentarse en diferentes formas, como cobrar tarifas distintas a estudiantes y adultos, ofrecer descuentos por volumen, o establecer precios diferenciados según el país.

Rpta.: D

6. Uno de los principales roles del Estado moderno es la redistribución de la riqueza, entendida como el conjunto de políticas destinadas a reducir las desigualdades económicas entre los ciudadanos. La base de esta intervención radica en la idea de que los mercados, aunque eficientes en la asignación de recursos, no garantizan equidad en los resultados. En este sentido, los sistemas tributarios progresivos y los programas sociales se convierten en herramientas clave para equilibrar oportunidades. ¿Cuál es el objetivo principal de la redistribución de la riqueza por parte del Estado?

A) Eliminar completamente las desigualdades económicas.
B) Favorecer únicamente a los inversionistas privados.
C) Sustituir por completo al mercado en la asignación de recursos.
D) Impulsar únicamente la competitividad internacional.
E) Garantizar un mínimo de bienestar y reducir desigualdades extremas.

Solución:

La redistribución no implica eliminar las diferencias de ingresos, sino garantizar un piso mínimo de bienestar y acceso a servicios básicos como salud, educación y seguridad.

Rpta.: E



7. El Estado cuenta con diversos instrumentos para redistribuir la riqueza y promover una sociedad más equitativa. El más conocido es el sistema tributario progresivo, en el cual quienes tienen mayores ingresos aportan un porcentaje más alto en impuestos. Estos recursos se destinan a financiar servicios públicos universales como salud y educación, así como transferencias monetarias directas a sectores vulnerables. Una de las herramientas más conocidas en la pandemia COVID-19 fueron _____ de tipo _____ que permiten abaratar el costo de bienes esenciales como energía, transporte o alimentos.

- A) subvenciones – segmentado
B) subsidios – focalizados
C) ayudas – focalizadas
D) subvenciones – empadronadas
E) subsidios – fijos

Solución:

Los subsidios son recursos monetarios dirigidos a los consumidores o productores para incentivar la economía artificialmente. En el caso de consumidores focalizados por la necesidad de recursos de la población durante la pandemia COVID-19. Personas empadronadas pertenecientes a los sectores de miseria y pobreza de la población.

Rpta.: B

8. Más allá de los efectos económicos, la redistribución cumple una función política y social crucial. Al reducir las desigualdades extremas, se fortalecen los lazos de cohesión y se disminuye la posibilidad de conflictos sociales, sociedades con brechas muy grandes entre ricos y pobres suelen experimentar mayores niveles de violencia, criminalidad e inestabilidad política. ¿Qué efecto social positivo suele tener la redistribución de la riqueza?

- A) incrementar la desigualdad social.
B) fortalecer la cohesión y estabilidad social.
C) reducir la participación ciudadana.
D) generar mayores conflictos políticos.
E) favorecer solo a los sectores de altos ingresos.

Solución:

La redistribución, por tanto, no solo atiende necesidades materiales, sino que también refuerza la legitimidad del Estado y la estabilidad democrática.

Rpta.: B

9. Los mercados negros en el Perú han surgido históricamente en contextos donde el Estado ha impuesto restricciones severas sobre ciertos bienes o servicios. Estas restricciones han estado motivadas, en muchos casos, por el intento de controlar precios o regular el acceso a productos considerados estratégicos. Cuando los precios oficiales se mantienen artificialmente bajos, la oferta legal disminuye, pero la demanda se mantiene o incluso crece. ¿Cuál es una de las causas principales del surgimiento de mercados negros en el Perú?

- A) La abundancia de oferta en el mercado formal.
B) El exceso de competencia en sectores privados.
C) Las restricciones estatales y controles de precios.
D) La liberalización comercial y apertura de mercados.
E) La estabilidad macroeconómica sostenida.



Solución:

Este desajuste incentiva la aparición de redes ilegales que ofrecen dichos bienes a precios más altos en la clandestinidad. Durante épocas de crisis económica o hiperinflación, este fenómeno se intensifica, afectando a sectores vulnerables de la sociedad sobre todo incidiendo en los precios de los productos básicos de la canasta alimentaria para la población.

Rpta.: C

10. Más allá de los impactos económicos, los mercados negros tienen profundas consecuencias sociales en el Perú. Al encarecer bienes básicos y distribuirlos de manera _____, se genera un sistema de _____ que afecta especialmente a los más pobres. Los consumidores quedan expuestos a productos de menor calidad y sin garantía, lo que atenta contra su seguridad y bienestar. A su vez, los mercados negros fomentan la _____, debilitando la cultura tributaria y la confianza en las instituciones. En última instancia, este fenómeno perpetúa la desigualdad, ya que quienes no pueden pagar los precios inflados quedan fuera del acceso a bienes esenciales.

- A) ilegal – exclusión – informalidad B) informal – protección – comercialización
C) informal – encarecimiento - ilegalidad D) ilegal – protección - informalidad
E) informal – exclusión - ilegalidad

Solución:

Los mercados negros perpetúan la exclusión y la desigualdad social. En un contexto de ilegal, los consumidores están expuestos a producto de dudosa eficiencia, la informalidad se genera por falta de registros en el Estado.

Rpta.: A

FILOSOFÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Dos estudiantes de economía exponen en un aula sobre la llamada Gran Depresión, un caso paradigmático de cómo se puede deteriorar la economía. El primero de ellos señala cómo se originó este hecho en Estados Unidos, a partir de la caída de la bolsa de valores de Nueva York el martes 29 de octubre de 1929, y dio detalles sobre cómo afectó a diversos países. En tanto que el segundo esclareció detalladamente de qué manera cayeron la renta nacional, los ingresos fiscales, los beneficios empresariales y los precios. Tomando en cuenta lo anterior, se puede afirmar sobre la ciencia lo siguiente:

- A) Soluciona los problemas o necesidades.
B) Solo analiza diversos objetos empíricos.
C) Da demostraciones o pruebas empíricas.
D) Describe y explica sus objetos de estudio.
E) Emplea el sentido común para contrastar.

Solución:

La ciencia describe y explica sus objetos de estudio. En este caso la exposición de los dos estudiantes gira en torno a describir y explicar la Gran Depresión, un objeto de estudio paradigmático de la economía contemporánea.

Rpta.: D



2. Conforme avanzaba la ingeniería informática en el siglo XX, aparecieron los primeros ordenadores personales. Con ello también surgió la necesidad de almacenar cada vez más y más la información y trasladar datos. Los años 80 supusieron el paso de las cintas magnéticas a los disquetes, y en los 90 aparecieron los CD y DVD. Pero antes de que acabara la década de los 90 el israelí Dov Moran introdujo la memoria USB, así se inició una era de almacenamiento más portátil y más eficiente. Si tomamos en consideración las funciones de la ciencia, podemos señalar que en este caso la ciencia
- A) somete a contrastación las hipótesis planteadas.
 - B) delimita claramente un objeto formal de estudio.
 - C) explica un aspecto muy conocido de la realidad.
 - D) necesariamente se adelanta a sucesos futuros.
 - E) satisfizo la necesidad de almacenar información.

Solución:

Las ciencias aplicadas desarrollan tecnología y satisfacen necesidades. En este caso la ingeniería informática, una ciencia aplicada, satisfizo la necesidad de almacenar información de manera más eficiente, gracias a la introducción de la memoria USB.

Rpta.: E

3. Durante mucho tiempo hubo una discusión sobre las órbitas de los planetas. En el siglo XVI, Nicolás Copérnico planteó un sistema solar heliocéntrico, opuesto al antiguo modelo geocéntrico. Aunque solo más tarde, recién en el siglo XVII, el astrónomo Johannes Kepler, basándose en trabajos científicos como el de Tycho Brahe, estableció una base científica comprensible para los movimientos planetarios. Kepler enunció que cada uno de los planetas orbita con regularidad de manera elíptica alrededor del Sol. Sobre lo enunciado por Kepler podemos afirmar lo siguiente:
- A) Había refutado una débil hipótesis científica.
 - B) Contradice el modelo creado por Copérnico.
 - C) Su enunciado se trata de una ley científica.
 - D) Solo reafirma el antiguo modelo geocéntrico.
 - E) Evitó consultar diversos trabajos científicos.

Solución:

El enunciado de Kepler se trata de una ley científica. La órbita elíptica de los planetas constituye la segunda ley de Kepler o ley de las órbitas. Esta ley explica cómo los planetas se mueven con regularidad alrededor del Sol siguiendo una órbita elíptica.

Rpta.: C

4. Varias teorías científicas abordan el problema del universo. Dichas teorías nos señalan cómo es que el universo ha llegado a su situación actual con todo lo que se puede apreciar en este (planetas, estrellas, galaxias, etc.) Una de estas teorías es la *teoría del Big Bang*, que postula que el universo comenzó hace casi 14 000 millones de años con una expansión masiva inicial. En ese momento original, el universo estaba concentrado en un único punto, donde estaba toda la materia. Dicho movimiento inicial persiste hoy y el universo continúa expandiéndose. Considerando lo anterior es adecuado afirmar que la ciencia



- A) es falible pero se perfecciona con los años.
- B) emplea pasos y reglas en la investigación.
- C) plantea una hipótesis para ser contrastada.
- D) explica el origen del universo y lo describe.
- E) especula para explicar el universo conocido.

Solución:

La *teoría del Big Bang* explica el origen del universo y lo describe. Para esta teoría científica la materia estuvo inicialmente concentrada en un punto inicial que, tras una gran explosión, propició el movimiento y la formación del universo que conocemos o podemos describir.

Rpta.: D

5. Antes del siglo XVII, existió la creencia muy difundida de que los gusanos de moscas se generaban espontáneamente a partir de carne en descomposición. Solo Recién en el siglo XVII Francesco Redi, un médico y naturalista italiano, planteó que dichos gusanos provenían de los mismos insectos. Para demostrar su afirmación hizo aislar carne en tres envases, dos cubiertos y uno descubierto. Solo en el frasco descubierto aparecían gusanos, mientras que en los otros la carne solo estaba en descomposición. Sobre la demostración de Redi y tomando en cuenta las funciones de la ciencia se puede señalar que el conocimiento científico

- A) contiene diversos elementos formales o ideas.
- B) describe la estructura de un objeto de estudio.
- C) plantea conceptos, enunciados y argumentos.
- D) siempre se basa en pruebas y demostraciones.
- E) nos señala con anterioridad lo que acontecerá.

Solución:

El conocimiento científico o la ciencia siempre se basa en pruebas y demostraciones. Redi había refutado la creencia de que los gusanos surgían de la carne en descomposición, demostrando a través de un experimento controlado que los gusanos provenían de huevos depositados por moscas.

Rpta.: D

6. Un estudiante de física ha leído en *Mundo Científico*, una conocida revista de avances científicos, que la teoría de relatividad general había anunciado un siglo atrás que la colisión de dos agujeros negros liberaría ondas gravitacionales en el universo y que la ciencia ha probado su existencia recién hace diez años, en 2015. Dichas ondas de gravitación son producto de eventos cataclísmicos capaces de mover el tejido del espacio-tiempo que el estudiante compara con el agua de un lago al que se le ha arrojado un pequeño guijarro. De acuerdo con lo anunciado mucho antes por la ciencia podemos señalar que esta:

- A) solo explica eventos cataclísmicos naturales.
- B) describe varios aspectos de la realidad visible.
- C) tiene la capacidad de adelantarse a los hechos.
- D) aplica conocimientos y satisface necesidades.
- E) hace diversas teorías y describe la naturaleza.



Solución:

La ciencia tiene la capacidad de adelantarse a los hechos, o sea posee capacidad predictiva o predice. En este caso, la existencia de las ondas de gravitación en el universo fue un elemento predicho por la teoría de la relatividad general mucho antes de que se evidenciara su existencia física en el 2015.

Rpta.: C

7. A comienzos del siglo XX, el origen de los continentes suponía algo sin solución visible. En 1912 el geólogo y meteorólogo Alfred Wegener propuso la hipótesis de la deriva continental. Este se basó en las formas complementarias de ambos lados del Atlántico, por lo que finalmente concluiría que todos los continentes, mucho antes estaban ensamblados en un supercontinente al que llamó *Pangea*, lo que sería corroborado después por la teoría de las placas tectónicas. En consecuencia, podemos afirmar que la hipótesis del científico Wegener

- A) confirmó con mucha eficacia la teoría de las placas tectónicas.
- B) logró predecir la existencia de un supercontinente, el *Pangea*.
- C) describió sin rigor el problema de los continentes conocidos.
- D) fue refutado más tarde por la teoría de las placas tectónicas.
- E) brindó una solución al problema del origen de los continentes.

Solución:

La hipótesis del científico Wegener brindó una solución al problema del origen de los continentes. En este caso su hipótesis planteó una solución provisional al origen de los continentes, aunque luego, treinta años después, fue finalmente confirmada por la teoría de las placas tectónicas.

Rpta.: E

8. Una de las tecnologías más útiles en el estudio y la creación de fármacos es sin duda la cristalografía de rayos X. Esta consiste en incidir un haz de rayos X en la estructura atómica de un cristal para estudiar la información del elemento expuesto a dichos rayos. Uno de sus usos más notables a inicios de los cincuenta fue la información que se obtuvo con esta tecnología a la hora de investigar el ADN y contribuir a determinar finalmente la estructura de la molécula de la herencia. Por lo anterior podemos señalar que la cristalografía

- A) favoreció la contrastación de varias hipótesis.
- B) contribuyó a conocer más sobre los rayos X.
- C) solo sirve en la creación de diversos fármacos.
- D) permitió cuestionar un nuevo modelo de DNA.
- E) contribuyó a crear más conocimiento teórico.

Solución:

En este caso la cristalografía contribuyó a crear más conocimiento teórico porque, entre diversos trabajos, permitió evidenciar la forma helicoidal del ADN. Asociadas a las tecnologías las ciencias aplicadas satisfacen necesidades, y estas no necesariamente son solucionar asuntos prácticos, como tratar males o la producción industrial, sino también pueden producir teoría.

Rpta.: E



FÍSICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Un bidón de cierta capacidad se llena completamente con una masa 10 kg de agua. Luego otro bidón de la misma capacidad se llena completamente con aceite de densidad 920 kg/m^3 . Determine la masa del aceite.

$$(\rho_{\text{agua}} = 10^3 \text{ kg/m}^3)$$

- A) 9,2 kg B) 6,2 kg C) 6,4 kg D) 6,6 kg E) 10 kg

Solución:

Volumen del bidón: $V = \frac{m_{\text{agua}}}{\rho_{\text{agua}}} \quad V = \frac{10}{1000} = 10 \times 10^{-3} \text{ m}^3$

Masa del aceite: $m_{\text{aceite}} = \rho_{\text{aceite}} V$
 $m_{\text{aceite}} = (920)(10 \times 10^{-3}) = 9,2 \text{ kg}$

Rpta: A

2. Un buzo de masa 80 kg desciende a una profundidad de 20 m en el mar, donde permanece flotando. Indicar la verdad (V) y falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

$$(P_0 = 10^5 \text{ Pa}, \rho_{\text{agua}} = 10^3 \text{ kg/m}^3, g = 10 \text{ m/s}^2)$$

- I. La presión absoluta es el triple de la presión atmosférica.
II. La presión manométrica es el doble de la presión atmosférica.
III. La magnitud del empuje es igual a la magnitud del peso del buzo.

- A) VVF B) VVV C) VFF D) VFV E) FFF

Solución:

I: $P_{\text{abs}} = P_{\text{atm}} + \rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot g \cdot H$

$$P_{\text{abs}} = 10^5 \text{ Pa} + 10^3 \times 10 \times 20$$

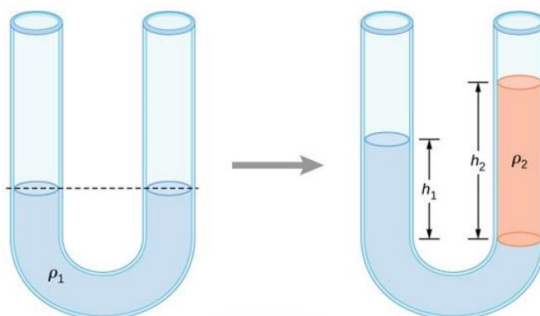
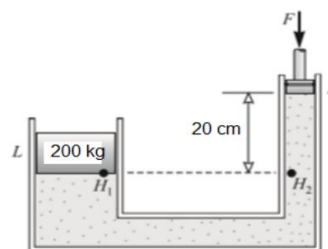
$$P_{\text{abs}} = 3 \times 10^5 \text{ Pa}$$

II: $P_m = 10^3 \times 10 \times 20 = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$

III: Por equilibrio: $E = W = 800 \text{ N}$

Rpta: B

3. El líquido 1 de densidad ρ_1 se encuentra en reposo en un tubo uniforme abierto en forma de U. Si por la rama derecha del tubo se vierte otro líquido 2 de densidad ρ_2 y ambos líquidos quedan en reposo, como muestra la figura, indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:



- I) La densidad del líquido 1 es mayor que la densidad del líquido 2.
II) Las densidades de los líquidos son iguales.
III) Si $h_2 = 2h_1$, entonces $\rho_1 = 2\rho_2$.

- A) VFV B) FVF C) VVF D) FFV E) FFF

Solución:

- I) **V:** El líquido 1 es más pesado que el líquido 2
II) **F:** Las densidades son diferentes
III) **V:** $\rho_1 > \rho_2$

Rpta: A

4. En el sistema que se muestra en la figura, un cilindro de longitud L colocado en el lado izquierdo tiene una masa de 200 kg y un área transversal de 20 cm^2 . El pistón S en el lado derecho tiene un área transversal de 4 cm^2 y peso despreciable. Si el dispositivo se llena con agua, determine la magnitud de la fuerza vertical F que se requiere para mantener el sistema en equilibrio.

$$(\rho = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}; g = 10 \text{ m/s}^2)$$

- A) 399,2 N B) 288,4 N C) 208,2 N D) 148,6 N E) 340,2

Solución

En la figura la presión en H_1 y H_2 son iguales

$$\frac{200 \times 10}{20 \times 10^{-4}} = \frac{F}{4 \times 10^{-4}} + 1000 \times 10 \times 0.2 \quad 100 \times 10^4 = \frac{F}{4 \times 10^{-4}} + 1000 \times 10 \times 0.2$$



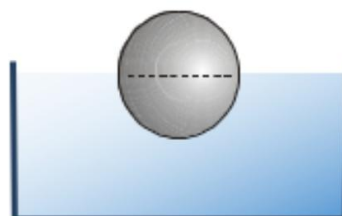
$$1000000 - 2000 = \frac{F}{4 \times 10^{-4}} \quad 998000 = \frac{F}{4 \times 10^{-4}} \quad 998000 \times 4 \times 10^{-4} = F$$

$$F = 399.2N$$

Rpta: A

5. Una esfera hueca que tiene el 20% de su volumen vacío flota en el agua con la mitad de su volumen sumergido, como se indica en la figura. ¿Cuál es la densidad de la esfera?

$$(\rho_{\text{agua}} = 1 \frac{g}{cm^3})$$



- A) 500 kg/m³
B) 625 kg/m³
C) 700 kg/m³
D) 725 kg/m³
E) 825 kg/m³

Solución:

$$E = mg$$

$$\rho_{\text{agua}} g V_S = \rho V_C g$$

$$\rho_{\text{agua}} \frac{1}{2} V_E = \rho (80\% V_E)$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{5}{8} \rho_{\text{agua}}$$

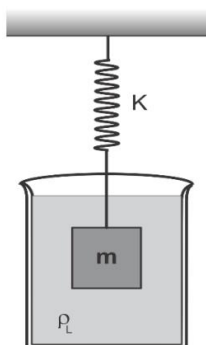
$$\therefore \rho = 625 \frac{kg}{m^3}$$

Rpta: B

6. Un bloque de masa $m = 3 \text{ kg}$ y densidad $\rho_b = 1,6 \text{ kg/m}^3$ está sujeto de un resorte de constante elástica $k = 600 \text{ N/m}$, como se muestra en la figura. Si el bloque en reposo está sumergido en un líquido de densidad $\rho_L = 0,8 \text{ kg/m}^3$, determine el estiramiento del resorte.

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

- A) $3,0 \times 10^{-2} \text{ m}$
B) $3,2 \times 10^{-2} \text{ m}$
C) $2,5 \times 10^{-2} \text{ m}$
D) $2,7 \times 10^{-3} \text{ m}$
E) $3,7 \times 10^{-3} \text{ m}$



Solución:

Del DCL:

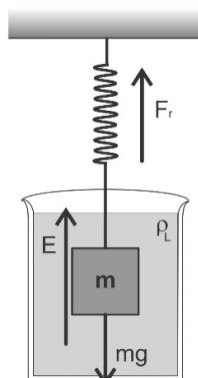
$$F_r + E = mg, \quad E = V\rho_L g, \quad V = m/\rho_b$$

$$Kx + \frac{m}{\rho_b}(\rho_L g) = mg$$

$$x = \frac{mg}{K} \left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_b}\right)$$

$$x = \frac{(3)(10)}{600} \left(1 - \frac{0,8}{1,6}\right)$$

$$x = 0,025 = 2,5 \times 10^{-2} \text{ m}$$



Rpta: C

7. Por una manguera de 2 cm de diámetro fluye agua con rapidez de 3 m/s. Si la boquilla de la manguera tiene 50 orificios de 0,2 cm de diámetro, ¿cuál es la rapidez de salida del agua por cada agujero?

A) 6 m/s B) 5 m/s C) 7 m/s D) 8 m/s E) 4 m/s

Solución:

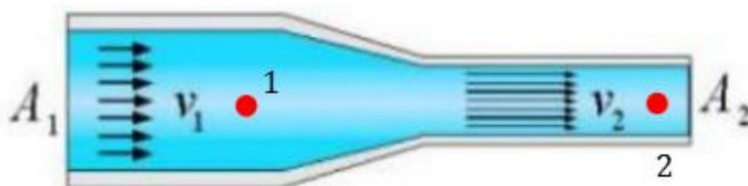
Por la ecuación de la continuidad

$$A_1 v_1 = 50 A_2 v_2 \Rightarrow \pi (1)^2 (3) = 50 \pi (0,1)^2 v_2$$

$$v_2 = \frac{3}{50(0,01)} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Rpta: A

8. Por una tubería horizontal fluye agua con rapidez de 3 m/s, como muestra la figura. La presión en la sección (1) es de 200 kPa y la rapidez del agua en la sección (2) es 12 m/s. ¿Cuál es la presión en la sección (2) de la tubería?



A) 13 200 Pa B) 13 000 Pa m/s C) 13 800 Pa
D) 13 300 Pa E) 13 500 Pa

Solución:

Para encontrar la presión en la porción más estrecha de la tubería se debe aplicar la ecuación de Bernoulli entre los puntos 1 y 2 marcados en la figura de arriba:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \quad p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2)$$

$$p_2 = 200 \times 10^3 \text{ Pa} + \frac{1}{2} 1000 \left(\frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \right) \cdot (9 - 144) \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$p_2 = 13,500 \text{ Pa}$$

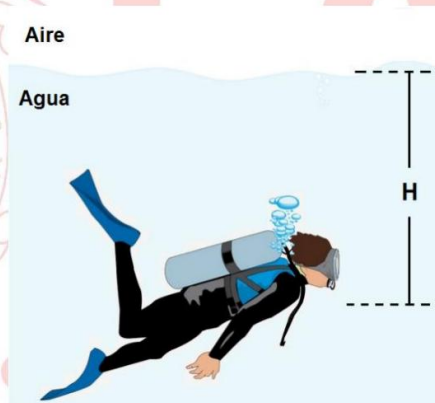
Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. La figura muestra un buzo sumergido a cierta profundidad por debajo del nivel del mar. Si el buzo experimenta una presión absoluta de 500 kPa, determine la profundidad H.

$$(P_0 = 10^5 \text{ Pa}; \rho_{\text{agua}} = 1000 \text{ kg/m}^3; g = 10 \text{ m/s}^2)$$

- A) 20 m
B) 40 m
C) 30 m
D) 25 m
E) 50 m



Solución:

De la ecuación presión – profundidad:

$$P = P_0 + \rho_{\text{agua}} g H$$

$$H = \frac{P - P_0}{\rho_{\text{agua}} g}$$

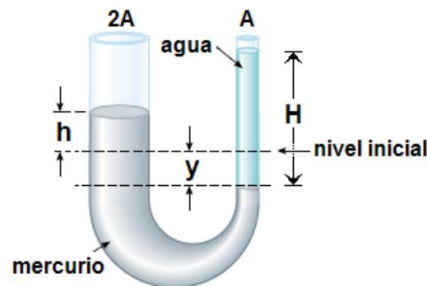
$$H = \frac{500 \times 10^3 - 1 \times 10^5}{(10^3)(10)}$$

$$H = 40 \text{ m}$$

Rpta: B

2. Un tubo en forma de U de sección transversal variable contiene inicialmente mercurio. El área transversal de la rama izquierda es el doble que el área transversal de la rama derecha. Si se vierte agua en la columna $H = 40,8$ cm, como muestra la figura, ¿hasta qué altura h subirá el mercurio en la rama izquierda para que los líquidos queden en reposo?

$$(\rho_{\text{Hg}} = 13,6 \text{ g/cm}^3)$$

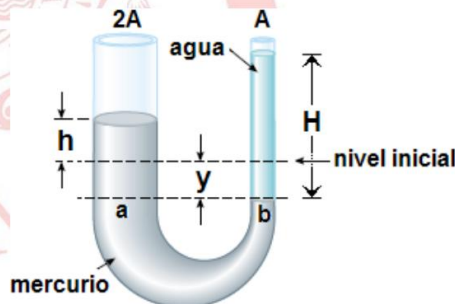


- A) 2,0 cm B) 0,5 cm C) 1,5 cm D) 2,5 cm E) 1,0 cm

Solución:

De la figura:

$$Ay = (2A)h \rightarrow y = 2h$$



$$P_a = P_b \rightarrow P_0 + \rho_{\text{Hg}}g(h+y) = P_0 + \rho_{\text{agua}}gH$$

$$\rho_{\text{Hg}}(h+2h) = \rho_{\text{agua}}H$$

$$h = \frac{\rho_{\text{agua}}H}{3\rho_{\text{Hg}}} = \frac{(1)(40,8)}{3(13,6)} = 1 \text{ cm}$$

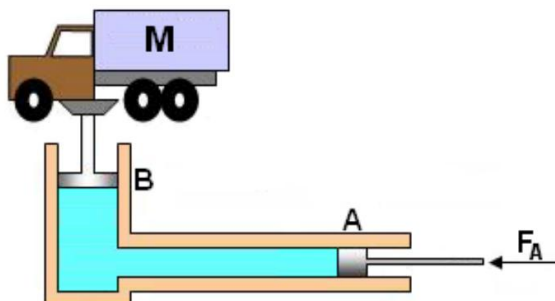
Rpta: E



3. Se utiliza una prensa hidráulica para sostener un camión de masa $M = 4000 \text{ kg}$, como se muestra en la figura. El radio del émbolo A es $0,5 \text{ m}$ y el radio del émbolo B es 2 m . ¿Cuál es la magnitud mínima de la fuerza F_A que debe aplicarse al émbolo A para sostener el camión?

($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A) 2500 N
B) 2000 N
C) 2400 N
D) 2200 N
E) 1250 N



Solución:

Del principio de Pascal:

$$\frac{F_A}{\pi R_A^2} = \frac{Mg}{\pi R_B^2}$$

$$F_A = \left(\frac{R_A}{R_B}\right)^2 Mg = \left(\frac{0,5}{2}\right)^2 (4000)(10) = 2500 \text{ N}$$

Rpta: A

4. Se realiza un experimento para medir densidades de líquidos utilizando el principio de Arquímedes. Para ello, se dispone de un cilindro metálico, un dinamómetro, así como de dos líquidos A y B cuyas densidades son ρ_A y ρ_B respectivamente. Se observa que cuando se mide el peso del cilindro en el aire el dinamómetro indica 5 N . También, se observa que cuando se mide el peso del cilindro completamente sumergido en los líquidos A y B las lecturas en el dinamómetro son 3 N y 2 N respectivamente. Determine la razón ρ_A/ρ_B .

- A) 2/9 B) 2/3 C) 3/5 D) 2/5 E) 1/2

Solución:

Medida del empuje:

$$E = W - W'$$



Del principio de Arquímedes:

$$E = \rho_L Vg = \frac{\rho_L W}{\rho}$$

$$\frac{\rho_L}{\rho} = \frac{W - W'}{W}$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{W - W'_A}{W - W'_B} = \frac{5 - 3}{5 - 2} = \frac{2}{3}$$

Rpta.: B

5. Un cubo de aluminio de 10 cm de arista está sumergido en el fondo de un recipiente cilíndrico que contiene agua, como se muestra en la figura. Determine la magnitud de la fuerza normal sobre el cubo en la base del recipiente.

$$(\rho_{Al} = 2,7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3; \rho_{agua} = 10^3 \text{ kg/m}^3; g = 10 \text{ m/s}^2)$$

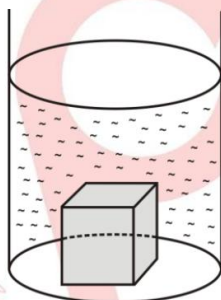
A) 17 N

B) 14 N

C) 10 N

D) 34 N

E) 19 N



Solución:

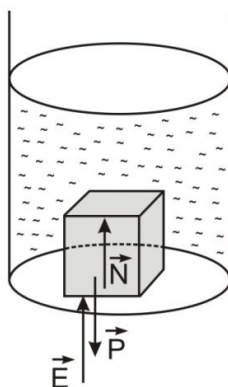
En el equilibrio se cumple:

$$E + N - P = 0$$

$$N = P - E$$

$$N = \rho_{Al} gV - \rho_{agua} gV$$

$$N = (\rho_{Al} - \rho_{agua}) gL^3 = 17 \text{ N}$$



Rpta.: A



6. De un caño sale agua cuyo chorro se va estrechando a medida que cae, como se muestra en la figura. Las áreas transversales del chorro en los niveles (1) y (2) son $A_1 = 1,2 \text{ cm}^2$ y $A_2 = 0,4 \text{ cm}^2$ respectivamente. Si los niveles (1) y (2) están separados la distancia $h = 5 \text{ cm}$, determine el caudal del agua que sale del caño.

($\sqrt{2} = 1,4$; $g = 10 \text{ m/s}^2$)

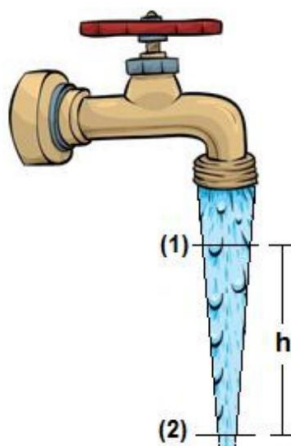
A) $40 \text{ cm}^3/\text{s}$

B) $45 \text{ cm}^3/\text{s}$

C) $42 \text{ cm}^3/\text{s}$

D) $30 \text{ cm}^3/\text{s}$

E) $21 \text{ cm}^3/\text{s}$



Solución:

De la ecuación de continuidad:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$
$$v_2 = \left(\frac{A_1}{A_2} \right) v_1 = \left(\frac{1,2}{0,4} \right) v_1$$
$$v_2 = 3v_1$$

De la ecuación de Bernoulli:

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

En los niveles (1) y (2): $P_1 = P_2 = P_0$. Además, poniendo el nivel de referencia en la línea que pasa por el punto (2), es claro que: $h_1 = h$; $h_2 = 0$. Por consiguiente:

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h = \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h = \frac{1}{2} \rho (3v_1)^2$$

$$v_1 = \frac{1}{2} \sqrt{gh} = \frac{1}{2} \sqrt{(10)(5 \times 10^{-2})} = \frac{\sqrt{2}}{4} = 0,35 \text{ m/s} = 35 \text{ cm/s}$$

Caudal:

$$Q = A_1 v_1 = (1,2)(35)$$

$$Q = 42 \text{ cm}^3/\text{s}$$

Rpta.: C



7. Un tanque cilíndrico grande abierto contiene agua. El tanque tiene en su pared lateral una pequeña abertura de diámetro 3 cm, como se muestra en la figura. Si inicialmente el nivel del agua en el tanque se encuentra a una altura $h = 5$ m por encima de la abertura, determine el caudal a través de la abertura en ese instante.

($g = 10 \text{ m/s}^2$)

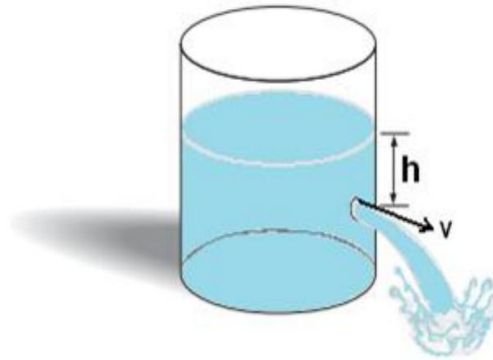
A) $0,135\pi \text{ m}^3/\text{min}$

B) $0,130\pi \text{ m}^3/\text{min}$

C) $0,125\pi \text{ m}^3/\text{min}$

D) $0,112\pi \text{ m}^3/\text{min}$

E) $0,185\pi \text{ m}^3/\text{min}$



Solución:

Del teorema de Torricelli:

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(10)(5)} = 10 \text{ m/s}$$

El flujo de agua a través del orificio será:

$$Q = A_2 v_2 = \frac{1}{4} \pi (3 \times 10^{-2})^2 (10) = 22,5\pi \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q = 0,135\pi \text{ m}^3/\text{min}$$

Rpta.: A



QUÍMICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Un sistema disperso es una mezcla de dos o más sustancias simples o compuestas donde la fase dispersa o discontinua por lo general se encuentra en menor cantidad y la fase dispersante o continua, en mayor proporción. Según sea el tamaño de las partículas de la fase dispersa se determina si la mezcla es una disolución, coloide o suspensión. Seleccionar las alternativas correctas sobre los sistemas dispersos

- I. Las partículas que integran la fase dispersa de una disolución, son lo suficientemente grandes como para distinguirse.
- II. Una mezcla heterogénea donde sus partículas no se disuelven en un líquido pueden ser separados por métodos químicos.
- III. Las suspensiones y los coloides son mezclas heterogéneas, que presentan dos fases debido a que sus componentes no se distribuyen uniformemente.

A) I y II

B) Solo II

C) I, III

D) I, II y III

E) Solo III

Solución:

- I. **Incorrecto.** Las partículas de una disolución son tan pequeñas que no se pueden distinguir a simple vista ni con el microscopio.
- II. **Incorrecto.** Las partículas de una suspensión no se combinan químicamente y conservan sus propiedades físicas; por lo que pueden separarse por filtración, decantación, imantación, tamización o centrifugado.
- III. **Correcto.** Los coloides y las suspensiones son mezclas heterogéneas, que presentan dos fases.

Rpta.: E

2. Luna, es una perrita de raza Poodle toy, muy mimada por su dueño Thiago, quien, al regresar de viaje después de un mes, se percató de que su consentida tenía fiebre y no quería comer, por lo que la llevó al veterinario. Se le diagnosticó Erlichiosis canina, dándole a la poodle un tratamiento de desparasitación externa por garrapatas y un tratamiento farmacológico de doxiciclina el cual debe administrarse diariamente 10 miligramos por kilogramo de peso corporal durante 4 semanas. Determine las moles totales de doxiciclina que recibirá Lunita durante todo el tratamiento.



Datos: masa molar de doxiciclina = 444,4 g/mol
Presentación doxiciclina = 10 mg doxiciclina/ mL de solución
peso corporal de Luna: 5kg

A) $1,27 \times 10^{-3}$

B) $3,26 \times 10^{-3}$

C) $2,27 \times 10^{-5}$

D) $3,26 \times 10^{-5}$

E) $4,46 \times 10^{-3}$



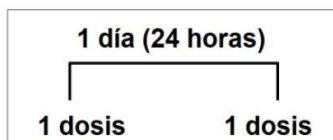
Solución:

Dosis de doxiciclina: $5 \text{ kg peso corporal} \times 10 \text{ mg} \frac{\text{doxiciclina}}{\text{Kg peso}} = 50 \text{ mg doxiciclina}$

El tratamiento es por 4 semanas:

$$4 \text{ semanas} \times \frac{7 \text{ días}}{1 \text{ semana}} = 28 \text{ días}$$

El primer día de tratamiento:



N días de tratamiento = (n + 1) dosis de medicamento

28 días de tratamiento = (28 + 1) dosis de medicamento = 29 dosis

Las moles totales de doxiciclina consumido en 28 días completos:

$$\begin{aligned} & 29 \text{ dosis} \times \frac{(50 \text{ mg doxic})}{1 \text{ dosis}} \times \frac{(10^{-3} \text{ g doxic})}{1 \text{ mg doxic}} \times \frac{(1 \text{ mol doxic})}{444,4 \text{ g doxic}} \\ & = 3,26 \times 10^{-3} \text{ mol doxiciclina} \end{aligned}$$

Rpta.: A

3. El cloruro de aluminio (AlCl_3) es un compuesto químico aplicado en la industria como catalizador de reacciones orgánicas en petroquímica y en los tratamientos de agua, y en la medicina. En un laboratorio se tiene 0,25 gramos de cloruro de aluminio anhidro el cual se disuelve en 250 mL etanol. Determine el % m/V de la solución y el % m/m de la mezcla.

Datos: Densidad: $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH} = 0,789 \text{ g/mL}$; $\text{AlCl}_3 = 2,44 \text{ g/cm}^3$
Considerar: $5/197,5 = 0,025$

A) 0,10 – 0,13 B) 0,11 – 0,12 C) 0,12 – 0,11 D) 0,12 – 0,13 E) 0,14 – 0,10

Solución:

$m_{\text{AlCl}_3} = 0,25 \text{ g}$

$V_{\text{alcohol}} = 250 \text{ mL}$

$$\% \text{ m/v} = 0,25/250 \times 100 = 0,10\%$$

Para hallar % m/m:

$$\begin{aligned} \rho_{\text{etanol}} &= 0,789 \text{ g/mL} \quad \text{donde } \rho = m/v \quad \rightarrow \quad m = \rho \times v \\ m &= 0,789 \text{ g/mL} \times 250 \text{ mL} = 197,25 \text{ g} \end{aligned}$$

Masa total de la solución = $0,25 \text{ g} + 197,25 \text{ g} = 197,5 \text{ g}$

$$\% \text{ m/m} = 0,25 \text{ g AlCl}_3 / 197,5 \text{ g sol} \times 100 = 0,13\%$$

Rpta.: A



4. El cloruro de potasio es una sal usada en la fabricación de fertilizantes, productos de limpieza, vidrio y cerámica, en la industria alimentaria reemplaza a la sal y es usada como rehidratante en medicina. Se preparan dos soluciones: la primera con 74,5 gramos de KCl en 2000 mililitros de agua cuya densidad se considera en 1 g/mL y la segunda, 3 litros de una solución 1M. Se pide seleccionar las alternativas correctas de las siguientes proposiciones.

Dato: masa molar (g/mol): KCl= 74,5; H₂O=18

- I. La molaridad de la primera solución es de 0,5M.
- II. Se necesita 150 gramos de KCl para preparar la segunda solución.
- III. El número de moles totales de la solución 1 molar es 169,67 y el porcentaje masa/volumen de la solución es de 7,45 %.

A) I B) II y III C) III y II D) I y III E) I y II

Solución:

- I. **Correcto.** La molaridad es de 0,5M

$$V = 2000 \text{ mL} = 2\text{L}$$

$$\begin{aligned} \text{Entonces: } 74,5 \text{ g/2L} \times (1\text{mol}/74,5\text{g}) \\ = 0,5 \text{ M} \end{aligned}$$

- II. **Incorrecto.** Se necesitan 223,5 g KCl

$$M = n/V, \text{ despejamos } n$$

$$n_{\text{KCl}} = 1\text{mol/L} \times 3\text{L} = 3 \text{ moles}$$

$$m_{\text{KCl}} = 3 \text{ moles} \times 74,5 \text{ g KCl/mol} = 223,5 \text{ g KCl}$$

- III. **Correcto.**

$$n_{\text{KCl}} = 3 \text{ moles}$$

$$n_{\text{H}_2\text{O}} = ?$$

$$\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1,0 \text{ g/mL}$$

$$m_{\text{H}_2\text{O}} = 1,0 \text{ g/mL} \times 3000 \text{ mL} = 3000 \text{ g H}_2\text{O}$$

$$n_{\text{H}_2\text{O}} = 3000 \text{ g H}_2\text{O} \times (18\text{g/mol}) = 166,67 \text{ mol}$$

$$n_{\text{total}} = 3 + 166,67 = 169,66 \text{ moles}$$

$$\% \text{ m/V} = 223,5 \text{ g KCl} / 3000 \text{ mL} \times 100 = 7,45 \%$$

Rpta.: D



4. El bicarbonato de sodio (NaHCO_3) es una sal utilizada para neutralizar el exceso de ácido en el cuerpo, en la limpieza, en repostería; y en la fabricación de pastas dentales, detergentes y componentes en productos de panadería. En un laboratorio se requiere una solución de bicarbonato 0,5M para ajuste de pH, a partir de 84 gramos de la sal. Seleccione la alternativa que contenga el valor de verdad (V o F) en las siguientes proposiciones.

Datos: masa molar: NaHCO_3 : 84 g/mol Considerar: $\text{NaHCO}_3 = 1$ equivalente/mol

- I. Se requiere 2000 mL de agua para preparar una solución de bicarbonato 0,5 M.
II. La normalidad de la solución es 0,5 N.
III. La concentración del bicarbonato en la solución es de $4,2 \times 10^4$ ppm.

A) FVV B) FFV C) VVF D) FVF E) VFV

Solución:

- I. **Falso.** Teóricamente sale ese volumen, pero no se está considerando la masa de la sal que tiene una densidad y un volumen determinado que ocupará un espacio en la fiola al preparar la solución 0,5M, por lo que se agrega la diferencia del disolvente hasta completar el volumen de 2L.

$$M = n = m \text{ sal (g)} / M(\text{g/mol}) / (V \text{ (L)})$$

$$V \text{ teórico} = (84 \text{ g sal} / 84 \text{ g/mol}) / 0,5 \text{ mol/L}$$

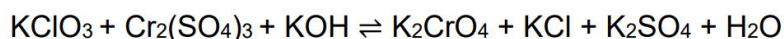
$$= 2,0 \text{ L} \times (1000 \text{ mL} / \text{L}) = 2000 \text{ mL}$$

- II. **Verdadero.** La normalidad de la solución es 0,5N
 $0,5 \text{ mol/L} \times 1 \text{ equiv/mol} = 0,5 \text{ equivalentes/mol} = 0,5 \text{ N}$

- III. **Verdadero.** La concentración del bicarbonato es de $4,2 \times 10^4$ ppm
 $(84 \text{ g NaHCO}_3 / 2 \text{ L sol}) \times (1 \text{ L sol} / 10^3 \text{ mL sol}) \times (10^6 \text{ ug NaHCO}_3 / 1 \text{ g NaHCO}_3)$
 $= 42 \times 10^3 = 4,2 \times 10^4 \text{ ppm}$

Rpta.: A

5. El clorato de potasio es un sólido cristalino (KClO_3) que disuelto es un potente agente oxidante. En un laboratorio de análisis químico se estudia la reacción realizada por la solución de clorato de potasio con el sulfato crómico; la ecuación química es la siguiente



Al respecto, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones

- I. En 1 L de solución de KClO_3 con concentración 0,5M hay 4 equivalentes.
II. Por cada 24 equivalentes en el KClO_3 se produce 20 moles de agua.
III. Una solución de 500 mL KClO_3 0,067 M presenta una concentración 0,402 normal.

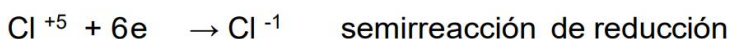
Dato: P.F. $\text{KClO}_3 = 122,55 \text{ g/mol}$

A) VVF B) VFV C) FFV D) FVV E) VVV



Solución:

- I. **Falso.** En 1L de la solución KClO_3 hay 3 equivalentes.



$$1 \text{ mol } \text{KClO}_3 = 122,55 \text{ g} = 6 \text{ e}^- \text{ de transferencia} = 6 \text{ equivalentes}$$

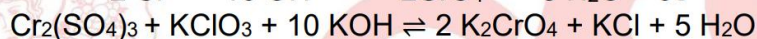
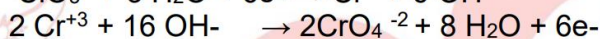
$$M = n/V \quad n = M \times V = 0,5 \text{ mol/L} \times 1 \text{ L} = 0,5 \text{ mol } \text{KClO}_3$$

El litro de la solución de KClO_3 0,5 molar tiene 0,5 moles de KClO_3 , entonces:

$$1 \text{ mol } \text{KClO}_3 \text{ ----- } 6 \text{ equivalentes}$$

$$0,5 \text{ moles } \text{KClO}_3 \text{ ----- } 3 \text{ equivalentes}$$

- II. **Verdadero.**



Se ajusta los elementos que no participaron en el balance:



$$24 \text{ equivalentes } \text{KClO}_3 \times (1 \text{ mol} / 6\text{eq } \text{KClO}_3) \times (5 \text{ mol } \text{H}_2\text{O} / 1 \text{ mol } \text{KClO}_3) \\ = 20 \text{ moles } \text{H}_2\text{O}$$

- III. **Verdadero.** La solución KClO_3 tiene una concentración 0,402N.

$$0,067 \text{ mol } \text{KClO}_3 / \text{L} \times 6 \text{ eq} / 1 \text{ mol } \text{KClO}_3 = 0,402 \text{ eq/L} = 0,402$$

Rpta.: D

6. En el laboratorio de toxicología del INS se desea preparar una solución de ácido cítrico 0,5 M ($\text{CH}_2\text{COOH}-\text{C}(\text{OH})(\text{COOH})-\text{CH}_2\text{COOH}$) a partir de 1,0 litro de una solución de dicho ácido concentrado que tiene una densidad de 1,24 g/mL y una concentración al 50% en masa. Al respecto, determine la molaridad y la normalidad del ácido.

Dato: Masa molar $\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_7 = 192 \text{ g/mol}$
Considerar: 3 eq/mol para el $\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_7$

- A) 3,2 y 9,6 B) 9,7 y 2,3 C) 3,2 y 7,9 D) 2,3 y 9,6 E) 9, 5 y 3,5

Solución:

Si la densidad del $\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_7$ es 1,24 g / mL, en 1L

$$m = \rho \text{ C}_6\text{H}_8\text{O}_7 \times V$$

$$\text{Entonces } m = 1,24 \text{ g /mL} \times 1000 \text{ mL} = 1240 \text{ g de ácido cítrico}$$



Como la solución tiene 50 % de ácido cítrico ($C_6H_8O_7$) entonces la solución concentrada contiene:

$$1240 \text{ g ácido cítrico} \times (0,50) = 620 \text{ g ácido}$$

$$\text{Calculando la molaridad; } M = (620 \text{ g} / 192 \text{ g/mol}) / L = 3,2 \text{ mol/L}$$

El ácido cítrico, al ser triácido, tiene tres equivalentes/ mol, porque puede donar 3 protones

$$N = 3,2 \text{ mol/L} \times 3 \text{ eq/mol} = 9,6 \text{ eq/L}$$

Rpta.: A

7. Se prepara una solución con HNO_3 en una fiola de 2 litros, agregándose 64 mililitros de HNO_3 15,7 M y completando con agua destilada. Al respecto, determine el volumen de agua agregada en litros, y la normalidad de la solución resultante, respectivamente.

Dato: $HNO_3 = 1 \text{ eq/ mol}$

A) 12,01 y 0,09

B) 1,936 y 0,5

C) 2,00 y 15,7

D) 0,5 y 1,94

E) 15,7 y 2,0

Solución:

Solución inicial (1):

$$M_1 = 15,7 \text{ mol/L}$$

$$V_1 = 64 \text{ mL} = 0,064 \text{ L}$$

Solución final (2):

$$N_2 = ?$$

$$V_2 = 2,0 \text{ L} = 2000 \text{ mL}$$

V_2 = Volumen de la solución final contenida en el matraz de 2,0 L.

$$V_2 = V_1 + V_{\text{agua}} = 2000 \text{ mL}$$

$$V_{\text{agua}} = V_2 - V_1 = 2000 \text{ mL} - 64 \text{ mL} = 1936 \text{ mL} = 1,936 \text{ L}$$

En la dilución:

$$N_1 = M_1 \times 1 \text{ eq/mol} = 15,7 \text{ mol/L} \times 1 \text{ eq/ mol} = 15,7 \text{ eq/L}$$

$$N_1 \times V_1 = N_2 \times V_2$$

$$15,7 \text{ eq/L} \times 0,064 \text{ L} = N_2 \times 2,0 \text{ L}$$

$$N_2 = 0,50 \text{ eq/L} = 0,5 \text{ N}$$

Rpta.: B



EJERCICIOS PROPUESTOS

1. El plomo es un metal que al ingresar al organismo por inhalación o ingestión de alimentos, agua o polvo se distribuye en el cerebro, el hígado, riñones y huesos afectándolos, y causando la muerte principalmente por problemas cardiovasculares. No existe un nivel seguro de exposición al plomo que no sea nocivo. El nivel recomendado es menos de $5\mu\text{g/dL}$. El límite máximo de exposición en el trabajo es de $50\mu\text{g/m}^3$ y si un trabajador tiene plomo en sangre con un nivel de $50\mu\text{g/dL}$. Al respecto, determine los valores de la concentración de exposición laboral máxima y el nivel de exposición recomendado en ppm.

A) 50×10^{-5} y 5×10^{-2}
D) 5×10^{-6} y 5×10^{-1}

B) 5×10^{-5} y 5×10^{-2}
E) 5×10^{-2} y 5×10^{-5}

C) 5×10^{-5} y 50×10^{-2}

Solución:

Límite máximo de exposición laboral en ppm:

$$50 \frac{\mu\text{g}}{\text{m}^3} \times \frac{10^{-6}\text{g}}{1\mu\text{g}} \times \frac{1\text{mg}}{10^{-3}\text{g}} \times \frac{1\text{m}^3}{10^{-3}\text{L}} = 5,0 \times 10^{-5} \frac{\text{mg}}{\text{L}} = 5,0 \times 10^{-5} \text{ ppm}$$

$$50 \frac{\mu\text{g}}{\text{dL}} \times \frac{10^{-6}\text{g}}{1\mu\text{g}} \times \frac{\text{mg}}{10^{-3}\text{g}} \times \frac{1\text{dL}}{10^{-1}\text{L}} = 5,0 \times 10^{-2} \frac{\text{mg}}{\text{L}} = 5 \times 10^{-2} \text{ ppm}$$

Rpta.: B

2. El valor del peso equivalente depende de la sustancia que se trate; es decir, si es un ácido, una base o una sal. Al respecto seleccione la secuencia de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. Se considera que el ácido fosfórico (H_3PO_4) tiene 3 equivalentes/ mol.
II. La masa equivalente del $\text{Fe}(\text{OH})_3$ es 62,29 g/eq.
III. La masa equivalente del $\text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$ es 161 g/ eq.

Dato: P.F(g/mol): $\text{Fe}(\text{OH})_3=186,87$; $\text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot 10\text{H}_2\text{O}=322,19$

A) VFV

B) FVF

C) VVV

D) VVF

E) FFV

Solución:

I. **Verdadero.** Se considera que el H_3PO_4 tiene 3 equivalente por mol.

II. **Verdadero.** La masa equivalente del $\text{Fe}(\text{OH})_3$ es 62,29 g/ eq.

$$\begin{aligned} P_{eq} &= \text{masa equivalente } \text{Fe}(\text{OH})_3 = \bar{M} \text{Fe}(\text{OH})_3 / 2 \text{ eq / mol} \\ &= 186,87 \text{ g/ mol} / 3 \text{ eq / mol} \\ &= 62,29 \text{ g/eq} \end{aligned}$$

III. **Falso.** La masa equivalente del $\text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot 10\text{H}_2\text{O}=161 \text{ g/eq}$.

$$\begin{aligned} P_{eq} \text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot 10\text{H}_2\text{O} &= M \text{ sal hidratada} / \text{eq/mol} = 322,19 \text{ g/ mol} / 2 \text{ eq / mol} \\ &= 161 \text{ g/eq} \end{aligned}$$

Rpta.: D



3. En un laboratorio de química se mezcla una disolución de ácido clorhídrico 0,8 molar con 600mL de una solución 0,4 molar para preparar 1 litro de solución 0,56 molar. Al respecto determine el volumen necesario de la solución 0,8M para preparar la mezcla.

A) 560 B) 400 C) 300 D) 340 E) 440

Solución:

$$M_1 \times V_1 + M_2 \times V_2 = M_3 \times V_3$$

$$0,8 \text{ mol/L} \times V_1 + 0,4 \text{ mol/L} \times 0,6\text{L} = 0,56 \text{ mol/L} \times 1\text{L}$$

Se despeja V_1 :

$$V_1 = (0,56 - 0,24) \text{ mol} / 0,8 \text{ mol/L} = 0,4 \text{ L} = 400 \text{ mL}$$

Rpta.: B

4. En el laboratorio de la facultad de química se preparan soluciones de HNO_3 en fiola, que son materiales de precisión que miden volúmenes exactos. Se tiene una fiola de 1 Litro y se le agrega 25 mililitros de ácido nítrico 15 molar, y se completa su capacidad con agua destilada.

Al respecto determine la normalidad de la solución inicial y la normalidad de la solución resultante.

Dato: masa molar $\text{HNO}_3 = 63 \text{ g/mol}$

Considerar: $\text{HNO}_3 = 1 \text{ eq/mol}$

A) 0,375 y 15 B) 20 y 0,375 C) 0,025 y 25 D) 20, 0,025 E) 15 y 0,375

Solución:

La normalidad de la solución inicial:

$$N_1 = 15 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 1 \frac{\text{eq}}{\text{mol}} = 15 \frac{\text{eq}}{\text{L}} = 15N$$

$$N_1 \times V_1 = N_2 \times V_2$$

$$\frac{15 \text{ eq}}{\text{L}} \times 0,025\text{L} = N_2 \times 1 \text{ L}$$

$$N_2 = 0,375 \text{ N}$$

Rpta.: E



BIOLOGÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Son invertebrados que poseen dos ganglios nerviosos anteriores con prolongaciones en la región cefálica y dos cordones nerviosos longitudinales con ramas laterales, y son los primeros en presentar un sistema nervioso de simetría bilateral.

A) Equinodermos B) Celenterados C) Cefalópodos
D) Platelminfos E) Nematodos

Solución:

En los platelmintos presentan dos ganglios, cordones nerviosos longitudinales, y un sistema nervioso de simetría bilateral.

Rpta.: D

2. El sistema nervioso en la escala zoológica muestra su complejidad estructural y fisiológica. Observe las figuras de la lombriz de tierra y de un insecto, e indique las semejanzas que presentan sus sistemas nerviosos.



A) Tres pares de ganglios bien diferenciados
B) Doble cadena nerviosa ventral con ganglios
C) Tienen una red nerviosa de protoneuronas
D) Presentan anillo cefálico circun-esofágico
E) Tienen un cordón cervical dorsal

Solución:

La lombriz de tierra y los insectos tienen un sistema nervioso semejante, debido a que presentan dos ganglios cerebroides (supra esofágico e infra esofágico), neuronas aferentes (sensitivas) y eferentes (motoras) bien diferenciadas y una doble cadena nerviosa ventral con ganglios.

Rpta.: B

3. Sustancias estimulantes como la cafeína, nicotina y anfetaminas, actúan sobre el sistema nervioso central, alterando el humor y el comportamiento de la persona, debido a su acción análoga a la de los neurotransmisores durante la sinapsis. Indique el órgano afectado directamente por estas sustancias.

A) Médula espinal B) Medula oblonga C) Puente de Varolio
D) Corteza cerebral E) Pedúnculo cerebeloso



Solución:

Las sustancias estimulantes actúan análogamente a los neurotransmisores. Existen tres zonas del cerebro que se ven afectadas por el consumo de drogas: los ganglios basales, que son la parte del cerebro que nos motiva a hacer cosas saludables; la amígdala extendida, que es lo que hace que nos sintamos estresados o de mal humor; y la corteza prefrontal, que nos ayuda a pensar, tomar decisiones y controlar nuestros actos.

Rpta.: D

4. El sistema nervioso central está conformado por sustancia gris, la cual está constituida por el cuerpo de las neuronas y la sustancia blanca formada por los axones de las neuronas. ¿Cuáles son los órganos que tienen la sustancia gris ubicada en la corteza?
- A) Bulbo y protuberancia
C) Cerebelo y medula espinal
E) Cerebro y cerebelo
- B) Médula y puente de Varolio
D) Médula oblonga y cerebro

Solución:

En el cerebro y el cerebelo, la sustancia gris se encuentra ubicada en la parte externa de los órganos, denominada corteza.

Rpta.: E

5. El sistema nervioso autónomo o vegetativo se divide en sistema nervioso simpático o toracolumbar y el sistema nervioso parasimpático o craneosacro. Indique la función que corresponde al SN parasimpático.
- A) Retarda los movimientos peristálticos.
B) Disminuye los latidos del corazón.
C) Estimula la conversión de glucógeno a glucosa.
D) Activa las glándulas sudoríparas.
E) Dilata las paredes de los bronquios.

Solución:

El SN simpático aumenta la frecuencia cardíaca, debido a que el corazón late más rápido para que llegue más oxígeno y nutrientes a los músculos, y al cerebro. Retarda los movimientos peristálticos. Activa las glándulas sudoríparas y dilata las paredes de los bronquios.

Rpta.: B

6. La esclerosis múltiple es un trastorno, debido a que los axones de las neuronas van perdiendo progresivamente la mielina, provocando tensión muscular, debilidad, dolor y alteraciones perceptivas. Determine el valor de la verdad (V) o falsedad (F) de los siguientes enunciados y elija la alternativa correspondiente, respecto al papel que cumple la mielina.
- I. Acelera la despolarización en todo el axón de la neurona.
II. Realiza cambios de la permeabilidad de la membrana del axón.
III. Permite que el impulso nervioso se traslade con mayor velocidad.
IV. Interacciona con los nodos de Ranvier para una conducción saltatoria.

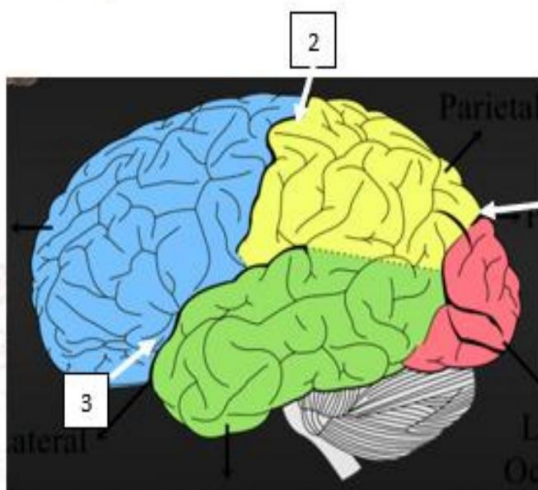
- A) VFVV B) VVFF C) FVFF D) FFVV E) FVVF

Solución:

Un axón está cubierto por una vaina de mielina en toda su longitud de modo discontinuo, con el propósito de incrementar la velocidad de estas señales eléctricas y permitiendo que se propaguen rápidamente. Además, la interacción entre la mielina y los nodos de Ranvier permiten que el impulso se traslade de manera saltatoria y más rápida.

Rpta.: A

7. En el siguiente esquema del cerebro, indique que alternativa señala los nombres de lo señalado en las fechas, siguiendo la secuencia numérica.



- A) Cisura perpendicular externa-cisura de Rolando- cisura de Silvio
B) Circunvolución temporal-cisura de Silvio-lóbulo frontal
C) Cisura de Silvio-lóbulo parietal-cisura de perpendicular externa
D) Cisura de rolando- cisura perpendicular externa-lóbulo occipital
E) Lóbulo temporal-cisura interhemisférica-lóbulo parietal

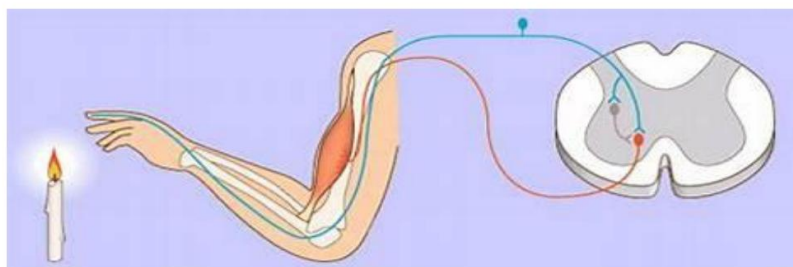
Solución:

Lo que se indica es:

1. Cisura perpendicular externa.
2. Cisura de Rolando.
3. Cisura de Silvio.

Rpta.: A

8. Los actos reflejos son respuestas involuntarias, rápidas, inmediatas y observables, que se producen en un órgano al recibir energía nerviosa originada por un estímulo. El arco reflejo es la vía que controla el acto reflejo. Observe el siguiente esquema e indique en forma secuencial las estructuras que intervienen para que se produzca el acto reflejo.





- A) Neurona de asociación- neurona motora-receptor-neurona sensitiva-efector
- B) Efector- neurona sensitiva- neurona de asociación-receptor- neurona motora
- C) Receptor- neurona motora- efector- neurona sensitiva- neurona de asociación
- D) Receptor- neurona sensitiva-neurona de asociación-neurona motora-efector
- E) Neurona sensitiva-neurona motora-efector-neurona de asociación-receptor

Solución:

El arco reflejo es la vía nerviosa que controla el acto reflejo en la que intervienen en forma secuencial un receptor sensible al estímulo, una neurona sensitiva que lleva el impulso nervioso hasta la médula; la neurona de asociación que conecta la neurona sensitiva con la motora; la neurona motora que lleva la información a los músculos y el músculo efector que elabora la respuesta.

Rpta.: D

9. El sistema nervioso autónomo o vegetativo, es parte del sistema nervioso periférico que se encarga de mantener en forma y activados los procesos propios de los órganos internos y las vísceras. Las siguientes son funciones del SNP, excepto

- A) el latido del corazón y la presión sanguínea.
- B) el conjunto de procesos que se realizan durante la digestión.
- C) la apertura de la pupila y la capacidad de enfocar la mirada.
- D) la respiración en forma continua.
- E) la integración de la información del medio interno y externo,

Solución:

El SNP regula y coordina las funciones de los organismos de forma automática e involuntaria como la apertura de la pupila, la circulación sanguínea, la digestión, la respiración.

Rpta.: E

10. Los nervios espinales o raquídeos son pareados y se encuentran en todos los segmentos del cuerpo. Posee dos raíces una ventral y otra dorsal que se unen para formar el tronco principal de donde parten ramas que permiten comunicar al sistema nervioso central con

- I. los órganos sensoriales.
- II. el sistema inmune.
- III. las fibras musculares.
- IV. las glándulas.

- A) I, III, IV B) I, II, III C) II, III, IV D) II, IV E) I, II

Solución:

Los nervios espinales o raquídeos comunican el sistema nervioso central, con los receptores sensoriales, los músculos y las glándulas.

Rpta.: A



11. Los nervios craneales se originan en el encéfalo, son 12 pares en vertebrados superiores y 10 en vertebrados inferiores; son de función motora y sensorial. En el hombre, la expresión facial, la secreción de glándulas y la sensación del gusto es realizada por el par craneal

A) III (oculomotor). B) IV (troclear). C) V (trigémino).
D) VI (abducens). E) VII (facial).

Solución:

En el hombre, el nervio facial permite muchas funciones tales como la expresión facial, secreción de glándulas (como las lagrimales) y sensación del gusto en los dos tercios anteriores de la lengua.

Rpta.: E

12. Si una persona presenta una lesión traumática en la cabeza por haber sufrido un accidente automovilístico, así como síntomas como dificultad para caminar, para deglutir, reflejos deficientes, mareos o vértigo, habla arrastrada y movimiento ocular anormal, se presume que el individuo se ha lesionado

A) el cerebro. B) la columna vertebral. C) el bulbo raquídeo.
D) el cerebelo. E) la medula espinal.

Solución:

El cerebelo, es uno de los centros nerviosos del encéfalo. Controla el equilibrio, la coordinación y la postura, coordinando los movimientos voluntarios del cuerpo y ajustando el tono muscular para movimientos suaves y precisos.

Rpta.: D

13. Los perros detectan una variedad de olores humanos, como células de la piel, sudor y gases respiratorios, incluso en condiciones desafiantes como escombros o agua, siguiendo un rastro de micropartículas que se disemina en el aire. A diferencia de los humanos, los perros tienen una capacidad olfativa mayor porque

A) sus fosas nasales siempre se encuentran húmedas.
B) poseen un número mayor de receptores olfativos.
C) reciben entrenamiento para hacer diversas tareas.
D) mueven sus fosas nasales de forma independiente.
E) tienen buena memoria olfatoria para reconocer a su dueño.

Solución:

A diferencia de los humanos, los perros tienen una capacidad olfatoria, debido a que poseen un gran número de receptores olfativos significativamente mayor de hasta 300 millones, en comparación con los 5 millones en humanos; un área cerebral dedicada al olfato que es proporcionalmente 40 veces más grande, y una estructura nasal especializada para separar el aire que inhalan del que exhalan, lo que les permite procesar olores de manera más efectiva.

Rpta.: B



14. Los receptores sensoriales son estructuras que reaccionan o responden a información acerca de los cambios en el ambiente tanto interno como externo. Correlacione el tipo de receptor con el tipo de estímulo que lo activa y elija la alternativa correspondiente.

I Nociceptores	a. se activan por la luz
II Quimiorreceptores	b. se activan por cambios de presión
III Fotoreceptores	c. se activan por sustancias nocivas
IV Mecanorreceptores	d. se activan por cambios de temperatura
V Termorreceptores	e. se activan por sustancias químicas

A) Ic,Ile,IIla,IVb,Vd

B) Ia,IIb,IIlc,IVd,Ve

C) Ib,IIc,IIId,IVe,Va

D) Id,IIb,IIla,IVe,Vc

E) Ie,IIa,IIId,IVb,Vc

Solución:

Los fotoreceptores detectan estímulos luminosos; los termorreceptores responden a cambios de temperatura; los mecanorreceptores detectan la presión mecánica. Los quimiorreceptores detectan cambios en la composición química; los nociceptores responden a estímulos nocivos o que "causan daño".

Rpta.: A

15. El líquido cefalorraquídeo (LCR) o líquido cerebroespinal es un líquido incoloro que baña el encéfalo y la médula espinal. Un adulto tiene como promedio 125 a 150 mL de líquido cefalorraquídeo, el cual circula por un espacio ubicado entre

- | | |
|---------------------------------------|---------------------------------|
| A) la piamadre y la duramadre. | B) el aracnoides y la piamadre. |
| C) la duramadre y la aracnoides. | D) la duramadre y el perostio. |
| E) El aracnoides y puente de Varolio. | |

Solución:

El líquido cefalorraquídeo (LCR) circula por el espacio subaracnoideo ubicado entre la aracnoides y la piamadre, las dos capas más internas de las meninges (membranas protectoras del cerebro y la médula espinal).

Rpta.: B

16. El resfriado o catarro común es una infección aguda que afecta el tracto respiratorio superior y provoca inflamación de nariz, laringe, tráquea y bronquios, lo que provoca que se pierda el sabor de los alimentos. ¿Cuál sería la explicación correcta?

- A) La medicación que toma la persona afectada
B) La escasa cantidad de líquidos que ingiere
C) No se detectan las moléculas aromáticas de la comida
D) Falta de captación de la textura del alimento en la boca
E) Ser una respuesta neurológica por la afectación viral

Solución:

Esto es debido a que, al haber una afectación en la percepción de los olores, repercute en los receptores de ambos sentidos. Cuando comemos percibimos simultáneamente los aromas (olores por las fosas nasales) y los gustos (por la boca) lo que se denomina vía retronasal.

Rpta.: C