



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA
CENTRO PREUNIVERSITARIO

SEMANA N.º 9

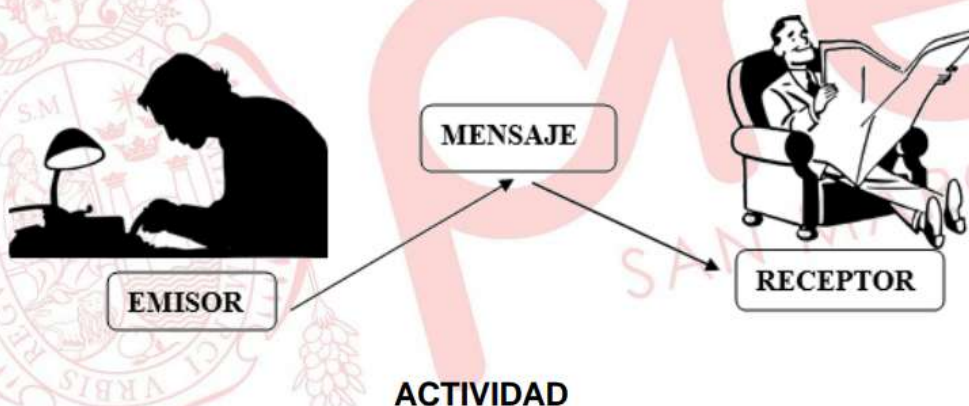
Habilidad Verbal

FUNDAMENTOS DE LA COMPRENSIÓN LECTORA 1

SITUACIÓN COMUNICATIVA

SECCIÓN A

La situación comunicativa abarca un conjunto de elementos (emisor, receptor, mensaje, etc.) que orientan al lector para lograr la comprensión e interpretación de un texto de manera pertinente.



Determine el emisor, receptor, el mensaje y el tema central de cada texto.

TEXTO A

China es el mayor inversor en minería en el Perú (entre otros, Las Bambas, Chinalco) y controla el 99% del hierro producido en el país. Inversiones con pasivos sociales y ambientales. Y en el caso de Chinalco, con una investigación de la fiscalía por el presunto pago irregular de 15 millones de dólares a Vladimir Cerrón y su entorno.

Dos empresas de propiedad del Estado chino, China Three Gorges Corporation (Luz del Sur) y China Southern Power Grid (Enel Lima), tienen el monopolio (100%) de la electricidad que se consume en Lima. La primera empresa controla además la central hidroeléctrica de Chaglla.

¿Qué exportamos a China? Fundamentalmente materias primas: el cobre, el hierro, el zinc, el plomo y la plata constituyen el 88% de nuestras exportaciones a ese país (Cooperación). La infraestructura portuaria, otro paso en las inversiones china en el Perú permite la salida de esas materias primas a un menor costo y de forma más fluida. Pero también el ingreso de manufacturas chinas.

Nuestra industria textil en Gamarra y la industria del calzado en Trujillo languidecen,

incapaces de competir con los productos chinos más baratos y que, denuncian los productores nacionales, ingresan al Perú con dumping, a precios por debajo del precio de mercado.

Los puertos administrados por corporaciones chinas preocupan también a los pescadores de todo el litoral. En Marcona y en el norte peruano. Solo entre el 1 de junio y el 18 de agosto de 2023, se detectaron 56 embarcaciones chinas en puertos peruanos que no contaban con los dispositivos satelitales exigidos y que “hicieron uso de las instalaciones portuarias” y “al menos 10 pertenecen a empresas que tienen antecedentes por pesca ilegal o trabajo forzoso” (Mongabay). Agrega “para los especialistas se trata de un problema ‘grave’, puesto que se estaría violando la normativa portuaria con el consentimiento de las autoridades” (Mongabay). ¿Puede el Estado peruano abdicar tanto de sus obligaciones elementales? Sí.

1. Emisor: _____
2. Receptor: _____
3. Mensaje: _____

¿Cuál es el tema central del texto?

- A) El carácter inequitativo de las relaciones comerciales entre Perú y China
- B) La agresiva política comercial china en el Perú y la inoperancia del Estado
- C) Los perjuicios que causan las corporaciones chinas a nuestro medioambiente
- D) La trascendencia de la política comercial china para los intereses peruanos
- E) Las empresas chinas y su impacto negativo en la balanza comercial peruana

Solución:

El texto remarca que, en la actualidad, el intercambio comercial entre Perú y China favorece claramente en mayor medida a los chinos.

Rpta.: A

PASSAGE 2

As many parents know, sometimes the secret to getting children to relax is simply handing them an iPad. Apparently, that move has a scientific basis. According to a small recent study, giving children who were about to undergo surgery an iPad on which to play video games was as effective at calming them down as giving them a sedative.

In the report, researchers compared the effect of using an iPad with taking a sedative called midazolam on children's anxiety before anesthesia and surgery. The researchers measured the children's anxiety at several different points throughout the day of surgery, including arrival at the hospital and when they were separated from their parents. They found that parents' and children's anxiety levels were similar between both groups, and parents were more satisfied with the experience when their child was given an iPad.

The study authors suggest that using electronic tablets could be a way to reduce stress in children without medication.

1. Sender: _____
2. Receiver: _____
3. Message: _____

The central theme of the text is about

- A) iPads in the medical treatment of children with chronic diseases
- B) The advantages of using iPads instead of sedatives like midazolam
- C) The medical uses that iPads could have in the care of children
- D) The great interest of children in electronic devices and their effects
- E) The sedative effect of using iPads in children, according to a study

Solution:

The author reports that a small study seems to indicate that children's use of iPads is beneficial to them in that it relieves pain and stress.

Key.: E

COMPRENSIÓN LECTORA

La ciencia es mucho más una determinada manera de pensar que un cuerpo de conocimientos. Su objetivo es descubrir cómo funciona el mundo, detectar las regularidades que puedan existir, captar las vinculaciones que se dan entre las cosas.

Nuestras percepciones pueden ser falseadas por la educación previa y los prejuicios, o simplemente por las limitaciones de nuestros órganos sensoriales que, por descontado, solo pueden percibir directamente una pequeña fracción de los fenómenos producidos en el mundo. Incluso una cuestión tan directa como la de si, en ausencia de fricción, cae más rápidamente una libra de plomo que un gramo de lana, fue resuelta incorrectamente por casi todo el mundo hasta llegar a Galileo, y entre los equivocados se hallaba el propio Aristóteles. La ciencia se fundamenta en la experimentación, en una ansia permanente de someter a prueba los viejos dogmas, en una apertura de espíritu que nos permita contemplar el universo tal como realmente es.

El principal rasgo definitorio de la ciencia es pensar de verdad toda cosa: la formación de una gota de rocío sobre una hoja; el origen de un nombre o una palabra; la razón de una determinada costumbre social humana, como por ejemplo el tabú del incesto. Toda cultura se ha planteado, de una u otra forma, tales cuestiones. Las respuestas propuestas casi siempre han sido de categoría «narrativa» o «fabulada», con explicaciones divorciadas de toda tarea experimental, e incluso de toda observación comparativa cuidadosa.

Carl Sagan, El cerebro de Broca (adaptación)

1. ¿Cuál es el tema principal del texto?

- A) El desafío de los viejos dogmas
- B) Los errores de la ciencia
- C) El carácter defectuoso de los sentidos
- D) La naturaleza de la ciencia
- E) Los conocimientos que forman la ciencia

Solución:

El texto nos explica en qué consiste la ciencia, cuál es su esencia, su rasgo fundamental. En ese sentido, su naturaleza.

Rpta.: D

2. Se infiere que el autor menciona a Aristóteles como un ejemplo de que

- A) el conocimiento humano es pasible de error.
- B) los científicos confían demasiado en sus sentidos.
- C) en la Antigüedad la ciencia carecía de desarrollo.
- D) el conocimiento verdadero no existe en la realidad.
- E) los científicos hasta Galileo eran muy dogmáticos

Solución:

El autor sugiere que incluso los intelectuales más reputados, pueden tener ideas erróneas, por lo que la ciencia exige observación cuidadosa y experimentación.

Rpta.: A

3. La expresión DIVORCIADAS tiene como sinónimo contextual a

- A) separadas.
- B) rotas.
- C) ausentes.
- D) cuestionadas.
- E) prohibidas.

Solución:

El término DIVORCIADAS en el texto califica a las explicaciones de los fenómenos en las que no se ha tomado en cuenta ni la experimentación ni la contrastación con la observación de la realidad.

Rpta.: A

4. Resulta compatible con el texto decir que la ciencia busca

- A) elaborar respuestas narrativas o fabuladas para las preguntas.
- B) descubrir cómo funciona el mundo y los vínculos entre las cosas.
- C) probar las hipótesis a través del testimonio de los sentidos.
- D) elaborar explicaciones que no necesiten confirmación empírica.
- E) confirmar experimentalmente los dogmas ya establecidos.

Solución:

En el texto se señala que la ciencia busca descubrir cómo funciona el mundo, detectar las regularidades que puedan existir, captar los nexos que se dan entre las cosas.

Rpta.: B

5. Si en el Perú la explicación acerca de cómo se produce una “cura milagrosa” usando ciertas plantas se sometiera al riguroso control experimental,

- A) se estaría elaborando una respuesta “narrativa” a un problema.
- B) se demostraría que la supuesta cura es un caso de sugestión.
- C) la medicina occidental tradicional dejaría de tener validez.
- D) podría decirse que se está usando un enfoque científico.
- E) los científicos estarían cayendo en un error de percepción.

Solución:

En el último párrafo se dice que la ciencia se caracteriza por buscar la verdad a través de la experimentación y la observación cuidadosa de los fenómenos.

Rpta.: D**SECCIÓN B****TEXTO 1**

Un aprendizaje es valioso o significativo en la medida que parte de conceptos ya introyectados por el sujeto, de ahí, se puede decir que los encadena o completa para reflexionarlos, incluirlos o ampliarlos (Bruner, 2001; Gardner, 2001). En consecuencia, son conceptos no arbitrarios, sino más bien apreciables y que se relacionan con aprendizajes, experiencias y porque no, sentimientos previos (Novak, 2002; Getha-Eby, Beery, Xy & O'Brien, 2014). En la cotidianidad de la escuela se presentan a diario situaciones de las que parten continuamente experiencias de aprendizaje y que al agudizar los sentidos se pueden convertir en actividades propicias y valiosas de enseñanzas académicas y para la vida (Isaza, 2014; Henao y Londoño-Vásquez, 2017).

Es por ello que no necesariamente se tiene que seguir un contenido de área o asignatura al pie de la letra, sino más bien aprovechar situaciones valiosas para incluirlos. "No todo lo que está en los programas y en los libros y otros materiales educativos del currículum es importante" (Area-Moreira, 1997, p.18). En otras palabras, la percepción, experticia y conocimientos del docente está en todo instante atento a seleccionar o hacer énfasis en conceptos valiosos para sus estudiantes, en cada momento de la rutina de aula ampliando los contenidos, transformándolos o creando opciones nuevas de conocimientos valiosos.

Gómez, Muriel y Londoño-Vásquez (2019). El papel del docente para el logro de un aprendizaje significativo apoyado en las TIC. En Encuentros, vol. 17, núm. 02.



1. El autor del texto afirma principalmente que el docente
 - A) debe aprovechar los conceptos que resulten valiosos para sus estudiantes para a partir de ellos lograr un aprendizaje significativo
 - B) actúa equivocadamente al seguir al pie de la letra los programas oficiales y los materiales educativos proporcionados por el gobierno.
 - C) posee una percepción, experticia y conocimientos que le permiten crear conceptos que los alumnos puedan comprender fácilmente.
 - D) debe aprovechar las situaciones de la vida cotidiana para que sus clases resulten más atractivas y dinámicas para los alumnos.
 - E) prioriza en sus clases los contenidos del currículum; sin embargo, le está permitido incluir algunas situaciones de la vida cotidiana.

Solución:

El aprendizaje resulta significativo cuando parte de los conceptos que el estudiante ya lleva dentro de sí como resultado de su experiencia. El docente debe aprovechar las situaciones de la vida cotidiana para rescatar aquellos y tomarlos como punto de partida para introducir los contenidos del currículum.

Rpta.: A

2. El sinónimo contextual de INTROYECTADOS es

- A) configurados. B) incorporados. C) expulsados.
D) planteados. E) planeados.

Solución:

En el psicoanálisis, INTROYECCIÓN es el proceso inconsciente por el cual un sujeto incorpora actitudes, ideas, creencias, etc., de un individuo o grupo de individuos.

Rpta.: B

3. A partir de relacionar la tira cómica de Mafalda con el texto se puede inferir que

- A) los estudiantes muchas veces vienen de hogares desestructurados en los que los padres no les dan el afecto que necesitan.
B) los programas y materiales educativos empleados en la escuela solo toman en cuenta la realidad de los alumnos privilegiados.
C) algunos estudiantes no han introyectado conceptos como familia o amor maternal, por lo que no logran aprendizajes significativos.
D) la profesora privilegia el programa curricular sin intentar partir de las experiencias reales y conceptos que los alumnos ya poseen.
E) los alumnos poseen un espíritu crítico y contestatario que continuamente es ignorado por los profesores dentro del salón de clases.

Solución:

En el gráfico se aprecia que la profesora utiliza para la enseñanza de la lectoescritura un ejercicio que, según la observación de Mafalda, no guarda relación con las experiencias significativas de los estudiantes.

Rpta.: D

4. Es incompatible con lo afirmado en el texto con respecto a la labor docente que.

- A) debe saber aprovechar las situaciones cotidianas.
B) exige creatividad y sentido crítico frente al currículum.
C) se apoya en los conocimientos previos del estudiante.
D) busca que lo aprendido sea útil para la vida cotidiana.
E) se centra en los contenidos y programas educativos.

Solución:

Se desprende que el objetivo del docente es producir aprendizajes significativos en los estudiantes, y para ello debe aprovechar las situaciones cotidianas y significativas.

Rpta.: E

5. Si en una clase de historia universal, el docente toma como punto de partida los restos arqueológicos de los que los estudiantes disponen en su comunidad
- A) produciría una gran confusión entre los alumnos.
 - B) sería amonestado por no seguir el currículum.
 - C) posiblemente logre un aprendizaje significativo.
 - D) habría seguido las instrucciones de Gardner y Bruner.
 - E) estos alcanzarían mejores puntajes en la evaluación.

Solución:

Partir de lo que conocen los estudiantes previamente es un principio del aprendizaje significativo.

Rpta.: C**TEXTO 2****TEXTO A**

En el 2009, una investigación de Wesley Hartmann, profesor de la Escuela de Negocios de Stanford, encontró que cobrar altos precios en las concesiones de alimentos y bebidas ubicadas dentro de los cines permite a las empresas mantener los precios de las entradas más bajos, e incluso exhibir películas menos comerciales. Es un modelo de negocio basado en un subsidio que beneficia a quienes tienen menor capacidad o disposición para pagar por entrar al cine, a expensas de quienes están dispuestos a pagar precios más altos por toda la experiencia.

Así, según este estudio, a pesar de que las concesiones de alimentos solo representan el 20% de los ingresos, otorgan el 40% de las utilidades a las empresas. Ello porque mientras los ingresos de las entradas se deben repartir con los distribuidores de las películas, los de las concesiones van directamente a las empresas.

El modelo estudiado por Hartmann es más o menos el mismo que se aplica en el Perú. Por eso, el reciente fallo del Indecopi que sanciona a los cines por prohibir el ingreso de alimentos y bebidas traídos de afuera del establecimiento no es un problema de canchita. Es uno de límites a la propiedad privada que, haríamos bien en recordar, también es un derecho humano.

Fernando Cáceres Freyre (28/02/2018). El Comercio.

TEXTO B

Bravo, Indecopi. Su resolución prohibiendo prohibir que lleves al cine tu canchita o snack comprado en otra parte es valiente. Pudo ser menos controversial e ir por el lado de la concertación de precios antes que objetar un modelo de negocios; pero, vamos, busca corregir un abuso. Había que ser contundente.

Indecopi no habla de extorsión, pero sí de 'cláusula abusiva' y limitaciones a la 'libre elección' del consumidor. Y respeta la libertad de precios. Que cobren lo que les dé la gana por la canchita, pero no impidan el ingreso con snack comprado en otra parte. Por eso, no entiendo bien a mis colegas liberales que se arañan por esto. Será que les importan más las libertades de las empresas que las de los consumidores. Yo no creo que una empresa que vende A, que es su producto esencial, a un precio razonable y te embosca con el sobreprecio

de B, que es conexo, sea más digna de protección que un consumidor que quiere A y B a precios razonables.

¿Qué tal si apostamos a un equilibrio, ah? Es cierto que la sentencia parece amenazante contra negocios complejos donde sea difícil determinar qué es lo esencial y lo conexo, pero en este caso, Indecopi consideró correctamente que lo esencial es la película. Es lo que se promueve, se proclama y define la asistencia a las salas.

Fernando Vivas (28/2/2018). El Comercio

1. El tema controversial que se debate en ambos textos es si
- A) los cines deberían poder prohibir a los asistentes ingresar a las salas con sus propios snacks.
 - B) Indecopi atenta contra la libertad de empresa al interferir con el tipo de negocio implantado por los cines.
 - C) prohibir al espectador entrar con sus propios snacks a las salas de cine perjudicará a las empresas.
 - D) cobrar altos precios por la gaseosa y la canchita en los cines constituye un chantaje o extorsión.
 - E) La resolución de Indecopi sobre el ingreso a los cines con snacks se habría planteado adecuadamente.

Solución:

Los textos se muestran a favor y en contra de que los cines impidan a los espectadores la entrada a las salas con sus propios snacks.

Rpta.: A

2. El término ARAÑAN en el texto B implica

- A) vulgaridad.
- B) agresión.
- C) violencia.
- D) objeción.
- E) molestia.

Solución:

El término ARAÑAN a nivel coloquial alude al acto de molestarse o fastidiarse.

Rpta.: E

3. Es compatible decir que ambos textos coinciden en

- A) censurar la actitud de los cines de prohibir la entrada a sus salas con snacks.
- B) considerar la resolución de Indecopi como un potencial peligro para la economía.
- C) reconocer que los cines tienen derecho a decidir cuánto cobrar por sus snacks.
- D) identificar como de necesidad pública los precios bajos de las entradas a los cines.
- E) concebir la entrada a las salas de cine con snacks como una cuestión política.

Solución:

En ambos textos se señala que las entradas baratas y los snacks caros son un modelo de negocio legítimo, en lo que no están de acuerdo es si el cine puede prohibir al espectador entrar con sus propios snacks.

Rpta.: C

4. A partir del texto A, se infiere que el modelo de negocio constituido por “entradas baratas y snacks caros”

- A) permite que la oferta cinematográfica sea más variada.
- B) proporciona el 20 % de las utilidades a las empresas.
- C) es un subsidio a expensas de los que pueden pagar ambos.
- D) es imposible que se mantenga tras la resolución de Indecopi.
- E) fue creado en el 2009 por Wesley Hartmann en Standford.

Solución:

Este modelo de negocio, según el texto, permite incluso a las empresas exhibir películas menos comerciales. Es decir, permite que haya más diversidad de películas en exhibición.

Rpta.: A

5. Si en los cines el negocio esencial fuese la venta de snacks y el conexo la exhibición de películas

- A) solo se podría ver en ellos películas comerciales.
- B) Indecopi estaría emitiendo una resolución errónea.
- C) se haría peligrar el derecho a la propiedad privada.
- D) se podría hablar de una extorsión al consumidor.
- E) las salas de cine serían más dignas de protección.

Solución:

Al final del texto B se dice que Indecopi resolvió adecuadamente que el negocio esencial era la exhibición de películas y el conexo la venta de snacks, por lo que, si este modelo de negocio se planteara a la inversa, la resolución de Indecopi no tendría asidero.

Rpta.: B**TEXTO 3**

Los niños en riesgo de exclusión social y que son acogidos por padres homosexuales experimentan el mismo aumento en el desarrollo cognitivo y en coeficiente intelectual que aquellos acogidos por parejas heterosexuales, según un estudio publicado en *American Journal of Orthopsychiatry*. El trabajo demuestra que no hay base científica para discriminar a los padres por su orientación sexual.

Los investigadores, de la Universidad de California (EE. UU) realizaron un seguimiento de 82 niños de entre 4 y 8 años en situación de acogida familiar. Antes de insertarse en las familias, estuvieron sometidos a múltiples factores de riesgo, como la exposición prenatal a drogas, el abuso físico y las negligencias por parte de los padres biológicos. Algunos fueron acogidos por progenitores heterosexuales, y el resto por progenitores homosexuales, tanto mujeres como hombres. Además, cerca del 70 por ciento de los padres estaban casados o

vivían en pareja. A lo largo de dos primeros años después de la acogida, los niños realizaron pruebas psicológicas periódicas para evaluar el desarrollo cognitivo, y los padres completaron cuestionarios sobre el comportamiento de los hijos.

Los psicólogos encontraron muy pocas diferencias entre los niños durante el tiempo que duró el estudio. En general, tanto los niños acogidos por heterosexuales como por gays y lesbianas aumentaron su desarrollo cognitivo, y sus problemas de conducta se mantuvieron estables. Además, los coeficientes intelectuales subieron en una media de 10 puntos.

La adopción por homosexuales es motivo de controversia en muchos países. Sin embargo, este estudio demuestra que "no hay base científica para discriminar a los padres homosexuales", afirma Letitia Anne Plepau, una de las autoras. "Los chicos necesitan personas que les quieran, independientemente de su género u orientación sexual", ha **matizado** Jill Waterman, psicólogo de la Universidad de California.

Victoria González (9/12/12). ¿Es malo tener padres homosexuales? Descargado de <http://www.muyinteresante.es/ies-malo-tener-padres-homosexuales> (adaptación)

1. ¿Cuál es la idea principal del texto?

- A) La orientación sexual de los padres no debería tomarse en cuenta por los sistemas de adopción, pues la ciencia demuestra que el amor es lo más importante.
- B) Un estudio demuestra que la crianza de niños por parte de padres homosexuales no presenta diferencias apreciables con la de padres heterosexuales.
- C) El desarrollo psicológico y el rendimiento académico de los niños en acogida son afectados de manera apreciable por el sexo de los progenitores.
- D) La adopción de niños por parte de padres homosexuales ha generado controversia en muchos países, sin que se haya evaluado la evidencia científica.
- E) Un estudio realizado por la Universidad de California concluyó que para criar hijos es fundamental el amor paterno, no el género u orientación sexual.

Solución:

El texto nos informa de los resultados de un estudio científico sobre el efecto en los niños de acogida de la crianza por padres homosexuales.

Rpta.: B

2. El sinónimo contextual de MATIZAR es

- A) realizar. B) colorear. C) declarar. D) aclarar. E) graduar.

Solución:

El término MATIZAR se usa para indicar el acto de expresar una precisión, detalle o aspecto específico de una afirmación.

Rpta.: D

3. Se puede inferir que las parejas homosexuales
- A) generan recelo en muchos sistemas de acogida.
 - B) emiten la mayor parte de los pedidos de adopción.
 - C) dan más amor a sus hijos que los heterosexuales.
 - D) conforman hogares más estables para los niños.
 - E) son vetadas para la adopción en todos los países.

Solución:

En el texto se señala que la adopción por homosexuales es motivo de controversia en muchos países, por lo que se puede inferir que las instituciones encargadas de ello mostrarán cierta resistencia.

Rpta.: A

4. Es compatible sobre los niños en riesgo de exclusión social que participaron en el estudio decir que
- A) todos fueron acogidos por parejas homosexuales de hombres y mujeres.
 - B) mostraron problemas de conducta graves en sus instituciones educativas.
 - C) se expusieron a múltiples situaciones de riesgo antes de ser acogidos.
 - D) fueron sometidos con sus padres a pruebas psicológicas y físicas periódicas
 - E) mostraron ventajas emocionales frente a los acogidos por heterosexuales.

Solución:

En el texto se afirma lo siguiente: "Antes de insertarse en las familias, estos niños estuvieron sometidos a múltiples factores de riesgo, como la exposición prenatal a drogas, el abuso físico y las negligencias por parte de los padres biológicos".

Rpta.: C

5. Si en el Perú el Estado determinara que las parejas homosexuales no tienen permiso de adoptar niños
- A) se estaría soslayando la evidencia científica.
 - B) se podría recibir una sanción internacional.
 - C) muchos niños no obtendrían un hogar de acogida.
 - D) obstaculizaría la consolidación de las familias.
 - E) estaría tomando en cuenta el bienestar de estos.

Solución:

El texto presenta información obtenida en un estudio científico.

Rpta.: A

SECCIÓN C

PASSAGE 1

Do you like chocolate? It's popular all over the world, but why? Scientists have been trying to discover its secrets.

The main thing is that chocolate makes us happy. This may have something to do with the 380 known chemicals found in it. The **problem** is that many of these chemicals appear in other types of food too. So, it's difficult to know why the ones in chocolate make us feel good. But we aren't all lost. Adam Drewnowski at the University of Michigan found that chocolate makes the human brain produce natural opiates, called opiods. These can stop pain and make us feel good.

Others think that we feel good after eating chocolate because of a chemical called anandamide. This occurs naturally in the brain and seems to give us a feeling of happiness. Normally, our levels of anandamide are very low and our body uses it quickly. But two scientists, Emmanuelle di Tomaso of Harvard University and Daniele Piomelli of the University of California believe that the anandamide in chocolate raises levels of the chemical in our brain. And other substances in chocolate slow down the speed at which we use the chemical. So, chocolate helps us feel happier for longer! Great!

1. What is the author's intention of the text?

- A) Highlight the similarity between chocolate and some opioids
- B) Clarify the role of chocolate consumption in our happiness
- C) Recommend the consumption of chocolate for our well-being
- D) Inform about the physiological process of chocolate consumption
- E) Elucidate the reasons why we like chocolate so much

Solution:

The text raises the problem about our taste for chocolate and proposes some possible answers.

Key.: E

2. The contextual synonym of the word PROBLEM is

- | | | |
|--------------|-------------------|----------------|
| A) issue. | B) competition. | C) questioning |
| D) obstacle. | E) inconvenience. | |

Solution:

The term refers to an issue that needs to be resolved.

Key.: A

3. It is incompatible with the content of the text to state that the chemical components of chocolate

- A) have been identified in their entirety.
- B) they also appear in other foods.
- C) they can produce a feeling of well-being.
- D) include a substance called anandamide.
- E) they can prolong the feeling of well-being.

Solution:

The text says: "This may have something to do with the 380 **known** chemicals...".

Key.: A

4. It is inferred from what is stated in the text that the consumption of chocolate

- A) provides well-being for all people.
- B) can have an addictive nature.
- C) it is recommended to treat depression.
- D) makes people happier and more empathetic.
- E) raises anandamide levels in the brain.

Solution:

Chocolate contains opiates, which are potentially addictive substances.

Key.: B

5. If the consumption of chocolate did not affect the levels of anandamide in our brain

- A) We would process this substance much more slowly.
- B) We would be much more likely to fall into depression.
- C) painful stimuli would affect us more deeply.
- D) still, it could provide us with a feeling of well-being.
- E) understanding why we love it would no longer be a problem.

Solution:

If the consumption of chocolate did not affect our anandamide levels, there would still be other substances in that product that would generate feelings of well-being.

Key.: D

Habilidad Lógico-Matemática

EJERCICIOS DE CLASE

1. Clara tiene 17 bolos idénticos, en peso y tamaño, en una urna no transparente; cada bolo está numerado con un número desde 11 hasta el 27. ¿Cuántos bolos debe extraer, al azar y como mínimo, para tener la certeza de haber extraído, dos bolos cuya diferencia en sus números sea 8?

- A) 8 B) 11 C) 9 D) 7 E) 10

Solución:

- Pares de bolos cuya diferencia sea 8:
27 y 19, 26 y 18, 25 y 17, 24 y 16, 23 y 15, 22 y 14, 21 y 13, 20 y 12, 19 y 11
- Peor Caso = {11,20,21,22,23,24,25,26,27} + uno bolo más = $9+1=10$

Rpta.: E

2. La boxeadora Kina tiene en su casillero 4 pares de guantes de box útiles de color rojo y 6 pares de guantes útiles de color azul. Hallar el número de guantes que, como mínimo, debe sacar al azar para tener la certeza de haber extraído:

- Un par útil de guantes rojos para boxear.
- Un par útil de guantes para boxear.

De como respuesta la suma de los dos resultados.

- A) 28 B) 26 C) 27 D) 29 E) 25

Solución:

- (I) Se desea un par útil de guantes rojos para boxear.

$$\begin{aligned}\text{Peor caso} &= 12 \text{ azules} + 4 \text{ guantes rojos derechos} + 1 \\ &= 17\end{aligned}$$

- (II) Se desea un par de guantes para boxear.

$$\begin{aligned}\text{Peor caso} &= 6 \text{ guantes azules izquierdos} + 4 \text{ guantes rojos izquierdos} + 1 \\ &= 11\end{aligned}$$

Luego, la suma de ambos resultados es: $17 + 11 = 28$.

Rpta.: A

3. Mariana tiene 44 fichas idénticas, en peso y tamaño en una urna no transparente; de las cuales 13 fichas tienen impreso el número 2; 8 fichas, el número 5; 10 fichas, el 3, y 13 fichas que tienen impreso el número 7. ¿Cuántas fichas debe extraer, al azar y como mínimo, para tener la certeza de haber extraído, tres fichas impresas y que sumen 10?

- A) 34 B) 35 C) 38 D) 37 E) 36

Solución:

Se tiene: 13 (2); 8 (5); 10 (3); 13 (7)

Se quiere 3 fichas que sumen 10: (2) + (5) + (3)

En el peor de los casos:

$$\text{Nro. de extracciones} = 13 \text{ (7)} + 13 \text{ (2)} + 10 \text{ (3)} + 1 \text{ (5)}$$

$$\text{Nro. de extracciones} = 37$$

Rpta.: D

4. En una caja, Nina tiene 16 fichas circulares, de igual tamaño, numeradas con números enteros desde 13 hasta 28, sin repetir. De esta caja, se extrae las fichas con los números 15 y 20 y las dispone como se muestra en la figura.

$$\bigcirc + 15 - \bigcirc = 20$$

¿Cuántas fichas más debe extraer Nina al azar, como mínimo, para tener con certeza dos fichas que, al ser colocadas en las casillas punteadas permitan cumplir con la igualdad indicada?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 12 E) 11

Solución:

Se muestran todas las posibilidades:

$$\begin{array}{c} \bigcirc \\ 28 \\ 27 \\ 26 \\ 24 \\ 23 \\ 22 \\ 21 \\ 19 \\ 18 \end{array} + 15 - \begin{array}{c} \bigcirc \\ 23 \\ 22 \\ 21 \\ 19 \\ 18 \\ 17 \\ 16 \\ 14 \\ 13 \end{array} = 20$$

$$\text{Peor caso} = \{25, 28, 27, 26, 24, 18, 17, 16, 14\} + 1 \text{ ficha más} = 10$$

Rpta.: A

5. Ana colocó en una caja vacía cuatro esferas azules, tres rojas y cuatro negras; en otra caja vacía colocó cinco cubos azules, cuatro rojos y tres negros. ¿Cuántos objetos, como mínimo, tendrá que sacar Ana, de uno en uno y sin mirar, para tener la seguridad de haber extraído dos cubos y dos esferas, todos del mismo color?

- A) 15 B) 14 C) 13 D) 16 E) 12

Solución:

Problema de mínimo con seguridad:

Si extraemos primero esferas, el peor caso sería

(1azul+1roja+2negras) esferas + (5azul+4rojos+2negros) cubos = 15

Si extraemos primero cubos, el peor caso sería

(1azul+1negro+2rojos) cubos + (4azul+4negros+2rojos) esferas = 14

Número de objetos que se debe extraer como mínimo: 14.

Rpta.: B

6. El reloj mostrado indica la hora correcta cuando Laura llega a su hogar, en la madrugada, después de una fiesta. ¿Qué hora era, en ese instante?

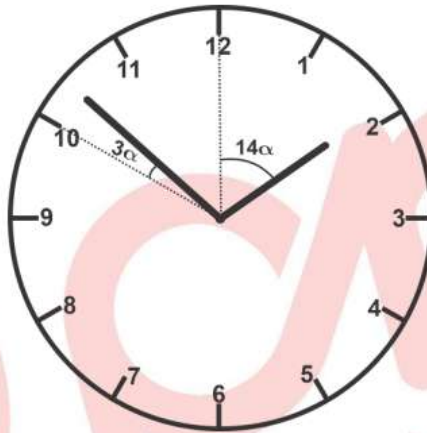
A) 1h 51 min

B) 1h 53 min 20 s

C) 1h 51 min 20 s

D) 1h 53 min

E) 1h 52 min

**Solución:**

Sean las 1h "m" min

Del gráfico tenemos que:

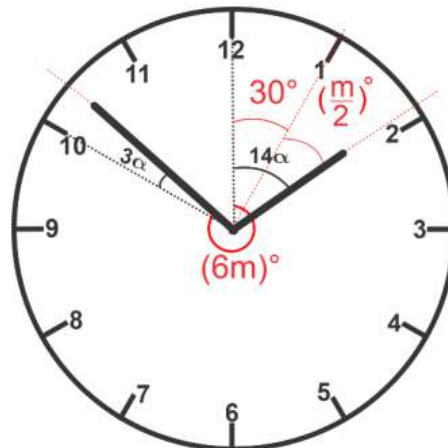
$$14\alpha = 30^\circ + \left(\frac{m}{2}\right)^\circ \text{ ----(1)}$$

$$(6m)^\circ = 300^\circ + 3\alpha \text{ ----(2)}$$

Resolviendo tenemos que

$$m = 52$$

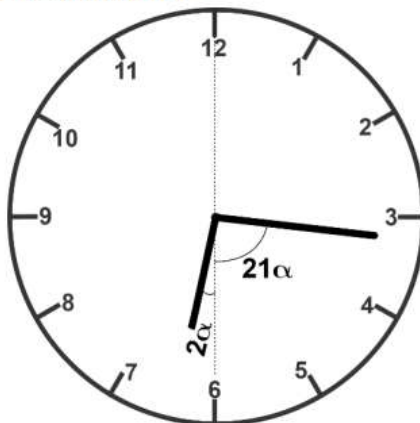
Luego, el reloj marca la 1h 52 min.



Rpta.: E

7. El reloj mostrado indica la hora correcta cuando Dina salió de su casa, en la mañana, a trabajar. ¿Qué hora era en ese instante?

- A) 6h 16 min 5 s
 B) 6h 16 min
 C) 6h 16 min 12 s
 D) 6h 17 min
 E) 6h 17 min 12 s



Solución:

Sean las 6h "m" min

Del gráfico tenemos que:

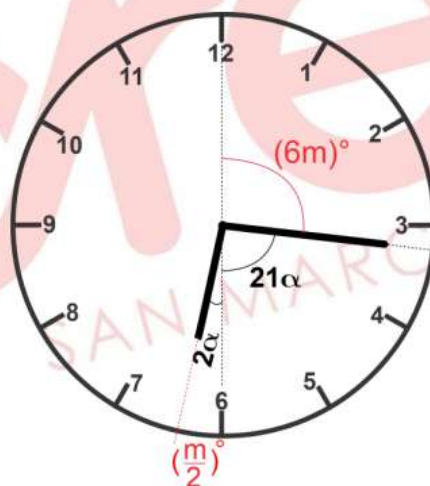
$$2\alpha = \left(\frac{m}{2}\right)^\circ \text{ -----(1)}$$

$$(6m)^\circ + 21\alpha = 180^\circ \text{ -----(2)}$$

Resolviendo tenemos que

$$m = 16$$

Luego, el reloj marca las 6h 16 min.



Rpta.: B

8. En un reloj de manecillas, ¿a qué hora, entre las 5 horas y las 6 horas, el horario adelanta a la marca de las 4, tanto como el minutero adelanta a la marca de las 7?

- A) 5h 42 min
 B) 5h 44 min
 C) 5h 43 $\frac{3}{11}$ min
 D) 5h 42 min 5 s
 E) 5h 43 $\frac{7}{11}$ min

Solución:

Sean las 5h "m" min

Del gráfico tenemos que:

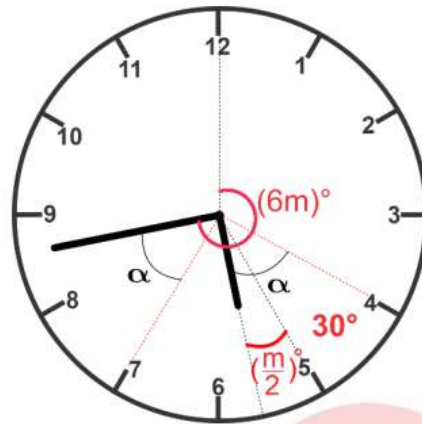
$$\alpha = 30^\circ + \left(\frac{m}{2}\right)^\circ \text{ -----(1)}$$

$$(6m)^\circ = 210^\circ + \alpha \text{ -----(2)}$$

Resolviendo tenemos que

$$m = \frac{480}{11} = 43\frac{7}{11}$$

Luego, el reloj marca las 5h $43\frac{7}{11}$ min



Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Se tiene un juego de 18 tarjetas numeradas del 1 al 18, sin repetir, todas con las caras que indican su valor contra la superficie de una mesa. Saúl voltea una tarjeta de la mesa, como se muestra en la figura. ¿Cuántas cartas adicionales, como mínimo, se deben voltear al azar para tener la certeza de que la suma de los valores de los números impresos en todas las cartas volteadas sea mayor que 36?



- A) 8 B) 7 C) 9 D) 11 E) 10

Solución:

En el peor de los casos se voltearán las cartas con valores mínimos para abarcar el mayor número de cartas: $1+2+3+4+5+6+7=28$, más la carta 12, suman más de 36

Luego, el número de cartas adicionales volteadas es: 7

Rpta.: B

2. Hernán, por el cumpleaños de su amigo Nicolás, compró un envase lleno de pequeños alfajores idénticos entre sí, pero en el camino se le cayó uno de ellos, así que lo recogió, lo limpió levemente y lo volvió a meter en el envase (el alfajor mantuvo su forma a pesar de la caída). Al llegar a casa de Nicolás, Hernán les contó toda la situación a sus amigos. Uno de ellos, Álex, le pregunta cuántos alfajores había originalmente en el envase, y Hernán le responde lo siguiente:

«Es un número primo que es mayor que ochenta y tres y menor que la cantidad de letras de todo lo que acabo de decir».

Si la única forma de reconocer el alfajor defectuoso es comiéndolo, ¿cuántos alfajores del envase deberá comer Álex, al azar y como mínimo, para determinar con certeza cuál es el alfajor defectuoso?

- A) 88 B) 89 C) 90 D) 91 E) 92

Solución:

En la frase «Es un número primo que es mayor que ochenta y tres y menor que la cantidad de letras de todo lo que acabo de decir» existe un total de 90 letras.

Entonces el número de alfajores es un número primo mayor que 83 y menor que 90, por lo tanto 89.

Luego, en el peor de los casos: Álex comerá 88 alfajores.

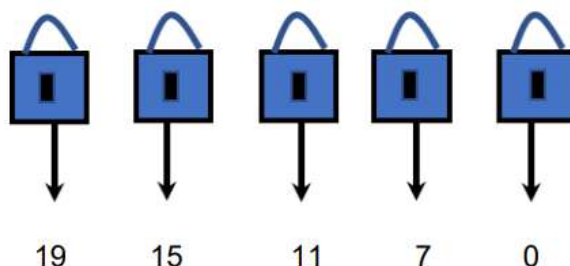
Rpta.: A

3. Filomeno tiene 20 llaves parecidas de 5 candados distintos. Si a cada candado le corresponde solamente 4 llaves, ¿cuántas veces, como mínimo, tendrá que probar las llaves para determinar con certeza cuáles de ellas corresponden a su respectivo candado?

- A) 54 B) 40 C) 44 D) 52 E) 70

Solución:

- 1) Candados y número de pruebas con las llaves: a cada candado le corresponde 4 llaves.



- 2) En el peor de los casos, así:
se encuentra las 3 llaves en las tres primeras probadas y para encontrar la cuarta llave se prueban 16 veces más, en total para encontrar las cuatro llaves se han probado 19 veces, de la misma manera para las demás llaves
- 3) Por tanto, se prueban un número mínimo de pruebas

$$19 + 15 + 11 + 7 = 52.$$

Rpta.: D

4. Jadir tiene 18 fichas idénticas, en peso y tamaño, en una urna no transparente. Tres de las fichas llevan impreso el número 3, otras tres fichas llevan impreso el número 4, otras tres fichas llevan impreso el número 5, y así sucesivamente hasta las últimas tres fichas que llevan impreso el número 8. ¿Cuántas fichas debe extraer al azar, como mínimo, y sin reposición para tener la certeza de haber extraído dos fichas cuyos números impresos en ellas sumen 12?

A) 12 B) 11 C) 15 D) 14 E) 13

Solución:

Peor de los casos = $(3,3,3,4,4,4,5,5,5, 6) + 1 \text{ ficha} = 11$

Rpta.: B

5. En una caja se tiene 47 canicas idénticas en peso y tamaño; de las cuales, 13 son rojas, 15 son blancas, 10 son azules y 9 son verdes. Halle la cantidad de canicas que, como mínimo, se deben extraer, al azar, para tener la certeza de haber extraído:

- I. Tres canicas de diferentes colores.
II. Cinco canicas de un solo color.
III. Una canica de cada color.

Dé como respuesta la suma de los tres resultados.

A) 81 B) 88 C) 87 D) 85 E) 82

Solución:

- I. Para tener la certeza de tener tres canicas de diferentes colores debemos analizar el peor de los casos: que salgan fichas de un mismo color (las de mayor cantidad)

Al extraer:

$$13 \textcircled{R} + 15 \textcircled{B} + 1 = 29$$

↑
será azul o verde

- II. Para tener con certeza cinco canicas de un solo color, primero deben salir 4 canicas de cada color

Al extraer:

$$4(\text{R}) + 4(\text{B}) + 4(\text{A}) + 4(\text{V}) + 1 = 17$$

↑ se completó los 5
del mismo color

- III. Para tener con certeza una canica de cada color, primero debemos asegurarnos que ya salió cada color por completo (las de mayor cantidad)

Al extraer:

$$13(\text{R}) + 15(\text{B}) + 10(\text{A}) + 1(\text{V}) = 39$$

$$\text{Piden: } 29 + 17 + 39 = 85$$

Rpta.: D

6. En una caja se tienen 9 pirámides blancas, 9 pirámides negras, 9 pirámides rojas, 9 cilindros blancos y 9 cilindros negros. ¿Cuántos objetos deben extraerse, como mínimo, de uno en uno y sin mirar, para tener la certeza de que entre los objetos extraídos haya un par de pirámides y un par de cilindros, todos del mismo color?

A) 23 B) 22 C) 21 D) 24 E) 20

Solución:

Si primero extrae pirámides: $9\text{PR} + 1\text{PB} + 1\text{PN} + 1\text{PB} + 9\text{CN} + 2\text{CB} = 23$

Si primero extrae cilindros: $1\text{CB} + 1\text{CN} + 1\text{CB} + 9\text{PR} + 9\text{PN} + 2\text{PB} = 23$

Por tanto, número mínimo de objetos que se deben extraer es 23.

Rpta.: A

7. Entre las 13 horas y las 18 horas de un día lunes, ¿cada cuánto tiempo y cuántas veces las agujas de un reloj de manecillas se superponen?

A) 1 h $5\frac{5}{11}$ min y 4 veces

B) 1 h $5\frac{5}{11}$ min y 6 veces

C) 1 h $5\frac{6}{11}$ min y 5 veces

D) 1 h $5\frac{3}{11}$ min y 5 veces

E) 1 h $5\frac{5}{11}$ min y 5 veces

Solución:

Queremos $1 \text{ p.m.} < \text{Hora} < 6 \text{ p.m.}$ tal que el horario y minuterio se superpongan.

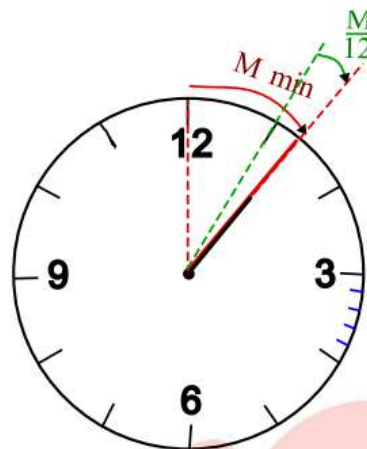
De acuerdo con la figura:

$$M - \frac{M}{12} = 5 \text{ min}$$

$$M = \frac{60}{11} = 5 \frac{5}{11} \text{ min}$$

Se superponen las agujas del reloj

cada $1 \text{ h } 5 \frac{5}{11} \text{ min}$, y ocurre



5 veces entre las 13 h y 18 h

$$\left\{ \begin{array}{l} 1(1\text{h} + 5 \frac{5}{11} \text{ min}) = 1:5 \frac{5}{11} \text{ PM} \\ 2(1\text{h} + 5 \frac{5}{11} \text{ min}) = 2:10 \frac{10}{11} \text{ PM} \\ 3(1\text{h} + 5 \frac{5}{11} \text{ min}) = 3:16 \frac{4}{11} \text{ PM} \\ 4(1\text{h} + 5 \frac{5}{11} \text{ min}) = 4:21 \frac{9}{11} \text{ PM} \\ 5(1\text{h} + 5 \frac{5}{11} \text{ min}) = 5:27 \frac{3}{11} \text{ PM} \end{array} \right.$$

Rpta.: E

8. Raquel llegó a su casa entre las 7 y 8 de la noche, justo en la hora correcta que indica el reloj que muestra la figura. ¿A qué hora llegó Raquel a su casa?

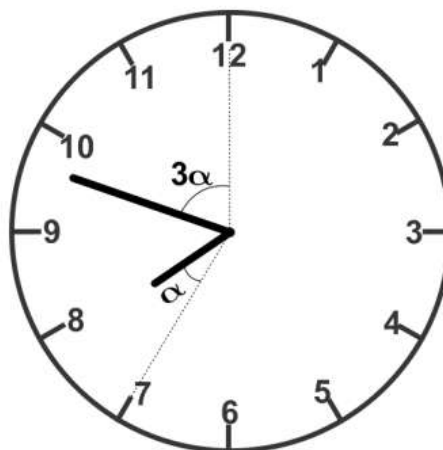
A) $7:48 \frac{31}{37} \text{ p. m.}$

B) $7:49 \text{ p. m.}$

C) $7:47 \frac{21}{37} \text{ p. m.}$

D) $7:48 \text{ p. m.}$

E) $7:47 \frac{31}{37} \text{ p. m.}$



Solución:

Sean las 7h "m" min

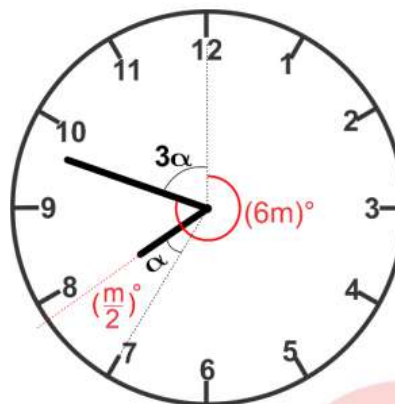
Del gráfico tenemos que:

$$\alpha = \left(\frac{m}{2}\right)^\circ \text{ -----(1)}$$

$$(6m)^\circ + 3\alpha = 360^\circ \text{ -----(2)}$$

Resolviendo tenemos que

$$m = 48$$



Luego, Raquel llegó a las 7:48 p.m.

Rpta.: D

Aritmética

EJERCICIOS DE CLASE

1. En una conversación entre Darío, Jairo y Belinda, quienes se encontraban estudiando el curso de Aritmética, afirmaron respectivamente lo siguiente:

$$0,22_{(4)} = \frac{5}{8} ; 0,9_{(13)} = \frac{3}{4} ; \frac{3}{5} + \frac{2}{5^2} + \frac{2}{5^3} + \frac{2}{5^4} + \dots = \frac{9}{10}.$$

¿Quién o quiénes se equivocaron?

- A) Solo Darío B) Solo Jairo C) Solo Belinda
D) Darío y Jairo E) Jairo y Belinda

Solución:

Darío: $0,22_{(4)} = \frac{22_{(4)}}{100_{(4)}} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8} \dots$ (No se equivocó)

Jairo: $0,9_{(13)} = \frac{9_{(13)}}{(12)(12)_{(13)}} = \frac{9}{168} = \frac{3}{56} \dots$ (Se equivocó)

Belinda: $\frac{3}{5} + \frac{2}{5^2} + \frac{2}{5^3} + \frac{2}{5^4} + \dots = 0,3\hat{2}_{(5)} = \frac{32_{(5)} - 3_{(5)}}{40_{(5)}} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10} \dots$ (Se equivocó)

Rpta.: E

2. Alexa divide el número que representa la cantidad de varones por el número que representa la cantidad de mujeres que asistieron a una fiesta de promoción obteniendo una fracción tal que luego de hacerla irreductible esta excede a su inversa en $1,7\overline{45}$. Si a dicha fiesta asistieron 112 personas en total, ¿cuántos varones más que mujeres asistieron?

A) 38 B) 40 C) 42 D) 45 E) 48

Solución:

Sea $V = \text{Nro. de varones}$, $M = \text{Nro. de mujeres}$, $V + M = 112$

Por dato: $\frac{V}{M} - \frac{M}{V} = 1,7\overline{45} \rightarrow \frac{V^2 - M^2}{VM} = \frac{1745 - 17}{990} = \frac{1728}{990} = \frac{96}{55} = \frac{11^2 - 5^2}{11 \times 5} \rightarrow V = 11k, M = 5k$

Luego por dato $11k + 5k = 112 \rightarrow k = 7 \rightarrow V = 77 \wedge M = 35$

Por lo tanto, asistieron $77 - 35 = 42$ varones más que mujeres.

Rpta.: C

3. Jaime, les pide a sus alumnos sumar todos los números de la forma $0,\overline{ab}_{(8)}$ con $a < b$ que verifiquen la condición: $0,\overline{ab}_{(8)} + 0,\overline{ba}_{(8)} = 1,21_{(8)}$. Si él nota que dicha suma es de la forma $m,\overline{np}_{(8)}$ además que, de los $\overline{np}$ alumnos que estaban presentes sólo $\overline{pm}$ respondieron correctamente, ¿cuántos no respondieron correctamente?

A) 7 B) 11 C) 13 D) 14 E) 10

Solución:

Por dato

$$0,\overline{ab}_{(8)} + 0,\overline{ba}_{(8)} = 1,21_{(8)} \rightarrow \frac{\overline{ab}_{(8)}}{100_{(8)}} + \frac{\overline{ba}_{(8)}}{100_{(8)}} = \frac{81}{100_{(8)}} \rightarrow \overline{ab}_{(8)} + \overline{ba}_{(8)} = 81$$

$$a + b = 9; \quad 1 \leq a, b \leq 7$$

Luego

$$a = 2 \wedge b = 7 \rightarrow 0,\overline{ab}_{(8)} = 0,27_{(8)}$$

$$a = 3 \wedge b = 6 \rightarrow 0,\overline{ab}_{(8)} = 0,36_{(8)}$$

$$a = 4 \wedge b = 5 \rightarrow 0,\overline{ab}_{(8)} = 0,45_{(8)}$$

De este modo $0,27_{(8)} + 0,36_{(8)} + 0,45_{(8)} = 1,32_{(8)} = m,\overline{np}_{(8)} \rightarrow m = 1, n = 3, p = 2$

Así, $\overline{np} = 32$ alumnos estaban presentes, $\overline{pm} = 21$ respondieron correctamente.

Por lo tanto, $32 - 21 = 11$ no respondieron correctamente.

Rpta.: B

4. Las edades de mi padre y de mi tío Raúl son $\overline{ab}$ y $\overline{(b+1)(a-1)}$ años respectivamente, siendo mi padre mayor que mi tío por 18 años. Si ambas edades son números primos y la edad de Romina, hija de mi tío Raúl es tanto como la suma del número de cifras del periodo y de la parte no periódica del número decimal generado por la fracción $\frac{(a+2)(b+3)}{ba(a+b)(b+1)^9}$, ¿cuántos años tiene mi prima Romina?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 11 E) 9

Solución:

$$\overline{(b+1)(a-1)}, \overline{ab} \text{ son números primos luego } a \text{ es par y } b \text{ es impar}$$

$$\overline{ab} - \overline{(b+1)(a-1)} = 18 \rightarrow 10a + b - 10b - 10 - a + 1 = 18$$

$$\rightarrow 9a - 9b = 27 \rightarrow a = b + 3$$

luego $b = 1, a = 4 \rightarrow \overline{ab} = 41, \overline{(b+1)(a-1)} = 23$ ambos son primos (cumple)

$b = 3, a = 6 \rightarrow \overline{ab} = 63$ no es primo

$b = 5, a = 8 \rightarrow \overline{ab} = 85$ no es primo

de este modo

$$f = \frac{\overline{(a+2)(b+3)}}{\overline{ba(a+b)(b+1)^9}} = \frac{64}{14(5)(2)^9}$$

$$f = \frac{1}{2^4(5)(7)} \text{ genera un número decimal periódico mixto}$$

Nro. cifras periódicas = 6 (Nivel 6), Nro. cifras no periódicas = 4

Por lo tanto, la edad de Romina es $6+4=10$ años

Rpta.: B

5. Luego de ir de compras Raquel se da cuenta que, al dividir la cantidad de soles que gastó S/ $\overline{abc}$ entre la cantidad de soles que llevó S/ $\overline{bma}$ obtiene un número de la forma $0, \overline{(2b)4(3b)d(d+5)}$. ¿Cuántos soles le quedó?

A) 157 B) 143 C) 150 D) 171 E) 144

Solución:

Por dato,

$$\frac{\overline{abc}}{\overline{bma}} = 0, \overline{(2b)4(3b)d(d+5)} = \frac{\overline{(2b)4(3b)d(d+5)}}{99999} \rightarrow \overline{bma} = 271 \text{ (nivel 5)}$$

de este modo

$$\frac{\overline{12c}}{271} = \frac{\overline{446d(d+5)}}{3^2 \times 41 \times 271} \rightarrow \overline{12c} \times 9 \times 41 = \overline{446d(d+5)}$$

$$\rightarrow 4 + 4 + 6 + d + d + 5 = \overset{0}{9} \rightarrow 2d = \overset{0}{9} - 1 \rightarrow d = 4$$

$$\text{Así } \overline{12c} \times 9 \times 41 = 44649 \rightarrow \overline{12c} = 121 \rightarrow c = 1$$

Por lo tanto, le quedó $271 - 121 = 150$

Rpta.: C

6. Si al dividir mi edad, en años, disminuida en 6, por 36 obtengo un número decimal que al ser escrito en base 8 es de la forma $0, a \overline{(a+1)(a+2)}_{(8)}$, ¿cuántos años tendré dentro de diez años?

A) 27 B) 20 C) 24 D) 12 E) 19

Solución:

Sea N la edad que tengo

$$\frac{N-6}{36} = 0, a \overline{(a+1)(a+2)}_{(8)} = \frac{a(a+1)(a+2)_{(8)} - a_{(8)}}{770_{(8)}} = \frac{72a+10}{504}$$

$$\rightarrow N = \frac{36a+5}{7} + 6$$

de donde $a = 2$ y $N = 17$

Por lo tanto, dentro de 10 años tendré $17 + 10 = 27$ años

Rpta.: A

7. Gabriela, quien se está preparando para su examen, necesita cortar una soga de cierta longitud en pedazos de 5 metros cada uno. Antes de realizar los cortes observó en un ejercicio resuelto que la cantidad de metros de soga que va a cortar coincide con la suma de todos los valores $\overline{ab}$ que cuando fueron divididos por $\overline{cd}$ generaron números decimales de la forma $0, d \overline{efghi}$. ¿Cuántos cortes realizará Gabriela en dicha soga?

A) 16 B) 18 C) 15 D) 17 E) 14

Solución:

Por dato $\frac{\overline{ab}}{\overline{cd}} = 0, d \overline{efghi}$ luego $\overline{cd}$ contiene un factor del nivel 5 en este caso sería 41 y un factor 2 o 5, de este modo $\overline{cd} = 41 \times 2 = 82 \rightarrow d = 2$

De este modo $\frac{\overline{ab}}{82} = 0,2 \overline{efghi} \rightarrow 0,2 < \frac{\overline{ab}}{82} < 0,3 \rightarrow 16,4 < \overline{ab} < 24,6$ y $\overline{ab}$ no es par
 $\rightarrow \overline{ab} = 17 \vee \overline{ab} = 19 \vee \overline{ab} = 21 \vee \overline{ab} = 23$

$\rightarrow$ Suma de todos los valores $\overline{ab} = 17 + 19 + 21 + 23 = 80$

Por lo tanto, Nro. de cortes a realizar $= \frac{80}{5} - 1 = 15$.

Rpta.: C

8. Alonso, al dividir la menor cantidad de dinero (en soles) que tiene ahorrado entre el producto de los quince primeros números enteros positivos, obtiene un número decimal periódico mixto con cinco cifras no periódicas y seis cifras periódicas. Si de dichos ahorros, gasta los $\frac{5}{8}$ en la adquisición de una laptop, ¿cuántos soles le queda?

A) 4536 B) 4556 C) 4526 D) 4540 E) 4520

Solución:

Sea N : dinero en soles ahorrado

$$\frac{N}{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 15} = \frac{N}{15!} = \frac{N}{2^{11} \times 3^6 \times 5^3 \times 7^2 \times 11 \times 13} = 0,\overline{a_1 \dots a_5} \overline{b_1 \dots b_6}_{(7)}$$

Como 7 y 13 están en el nivel 6, luego: el menor numerador es

$$N = 2^6 \times 7 \times 3^3 = 12096$$

Precio de la laptop $\frac{5}{8}(12096) = 5(1512) = 7560$

Por lo tanto, le queda $12096 - 7560 = 4536$

Rpta.: A

9. Rolando le pregunta al profesor de matemática por la calificación obtenida en su examen final. Si el profesor le dijo «Tu nota es igual a la suma de las cifras de los términos de la fracción irreducible equivalente a la suma infinita:

$$\frac{8}{7} + \frac{16}{7^2} + \frac{24}{7^3} + \frac{16}{7^4} + \frac{24}{7^5} + \frac{16}{7^6} + \frac{24}{7^7} + \frac{16}{7^8} + \dots$$

¿Qué nota obtuvo Rolando en dicho examen?

- A) 12 B) 17 C) 15 D) 19 E) 13

Solución:

$$S = \frac{8}{7} + \frac{16}{7^2} + \frac{24}{7^3} + \frac{16}{7^4} + \frac{24}{7^5} + \frac{16}{7^6} + \frac{24}{7^7} + \frac{16}{7^8} + \dots = 8 \left(\frac{1}{7} + \frac{2}{7^2} + \frac{3}{7^3} + \frac{2}{7^4} + \frac{3}{7^5} + \frac{2}{7^6} + \frac{3}{7^7} + \frac{2}{7^8} + \dots \right)$$

$$S = 8(0,12323232 \dots_{(7)}) = 8(0,1\overline{23}_{(7)}) = 8 \left(\frac{123_{(7)} - 1_{(7)}}{660_{(7)}} \right) = \frac{8(65)}{336} = \frac{65}{42} \text{ irreducible}$$

Por lo tanto, la nota de Rolando es $6 + 5 + 4 + 2 = 17$

Rpta.: B

10. Sandro repartió cierta cantidad de dinero en soles entre sus dos hijos: Arturo y Micaela. Arturo recibió la menor cantidad y Micaela el resto. Luego del reparto, Arturo observó que al dividir la cantidad que le tocó a él entre la cantidad que recibió Micaela, se obtiene el número Midy de la forma $0,\overline{b(b-2)ac(4a)(a+5)}$. Si las cantidades recibidas por Arturo y Micaela son dos números primos entre sí, ¿cuánto dinero en soles repartió Sandro?

- A) 1362 B) 1345 C) 1314 D) 1324 E) 1312

Solución:

Por dato, el número decimal $0,\overline{b(b-2)ac(4a)(a+5)}$ es Midy luego:

$$\overline{b(b-2)a} + \overline{c(4a)(a+5)} = 999 \rightarrow \begin{cases} a + a + 5 = 9 \rightarrow a = 2 \\ b - 2 + 4a = 9 \rightarrow b = 3 \\ b + c = 9 \rightarrow c = 6 \end{cases}$$

De este modo la fracción irreducible que genera el número Midy es

$$0,\overline{b(b-2)ac(4a)(a+5)} = 0,\overline{312687} = \frac{312687}{999999} = \frac{3^3 \times 37 \times 313}{3^3 \times 7 \times 11 \times 13 \times 37} = \frac{313}{7 \times 11 \times 13} \text{ irreducible}$$

Luego Arturo recibió S/ 313 y Micaela S/ 1001

Por lo tanto, Sandro repartió S/ 313+ S/ 1001=S/ 1314

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. El profesor del curso de Aritmética, durante el desarrollo de su clase, pidió al alumno Mateo que determine el valor de verdad de los siguientes enunciados, en ese orden:

I. $\frac{3}{5} + \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} + \frac{2}{5^4} + \frac{3}{5^5} + \frac{2}{5^6} + \dots = \frac{17}{25}$

II. $0,172_{(8)} = \frac{31}{256}$

III. La fracción $\frac{27}{8118}$ genera un número decimal de la forma $0,a\overline{b_1b_2\dots b_{10}}$

IV. $0,\overline{12}_{(13)} = \frac{5}{56}$

Si Mateo respondió VFVF, ¿en cuántos se equivocó?

- A) 1 B) 2 C) 0 D) 4 E) 3

Solución:

$$\frac{3}{5} + \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} + \frac{2}{5^4} + \frac{3}{5^5} + \frac{2}{5^6} + \dots = 0,\overline{32}_{(5)} = \frac{32_{(5)}}{44_{(5)}} = \frac{17}{24} \neq \frac{17}{25} \text{ (F)}$$

$$0,172_{(8)} = \frac{172_{(8)}}{1000_{(8)}} = \frac{122}{512} = \frac{61}{256} \neq \frac{31}{256} \text{ (F)}$$

$$\frac{27}{8118} = \frac{3^3}{3^2 \times 2 \times 11 \times 41} = \frac{3}{2 \times 11 \times 41} = 0,a\overline{b_1b_2\dots b_{10}} \text{ (V)}$$

$$0,\overline{12}_{(13)} = \frac{12_{(13)}}{(12)(12)_{(13)}} = \frac{15}{168} = \frac{5}{56} \text{ (V)}$$

Rpta.: B

2. El profesor de matemática al ver tantos desaprobados en el examen final de su curso decidió otorgar una cantidad de puntos adicionales equivalente a la suma de la cantidad de cifras periódicas y no periódicas del número decimal que genera la fracción $\frac{4n}{9(n^2-n+6)}$, donde n es un número entero positivo que verifica:

$$\frac{7}{12} = \frac{4}{n} + \frac{4}{n^3} + \frac{4}{n^5} + \frac{4}{n^7} + \frac{4}{n^9} + \dots$$

Si Andrés fue uno de los beneficiados con dichos puntos, ¿cuántos puntos adicionales recibió?

- A) 7 B) 4 C) 3 D) 6 E) 5

Solución:

Del dato,

$$\begin{aligned}\frac{7}{12} &= \frac{4}{n} + \frac{4}{n^3} + \frac{4}{n^5} + \frac{4}{n^7} + \frac{4}{n^9} + \dots \\ \rightarrow \frac{7}{12} &= 4 \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n^3} + \frac{1}{n^5} + \frac{1}{n^7} + \frac{1}{n^9} + \dots \right) \rightarrow \frac{7}{12} = 4(0,101010101 \dots_{(n)}) \\ \rightarrow \frac{7}{12} &= 4(0, \overline{10}_{(n)}) = 4 \left(\frac{\overline{10}_{(n)}}{(n-1)(n-1)_{(n)}} \right) = 4 \left(\frac{n}{n^2-1} \right) \rightarrow n = 7\end{aligned}$$

De este modo

$$\frac{4n}{9(n^2-n+6)} = \frac{4(7)}{9(7^2-7+6)} = \frac{2^2(7)}{3^2(2^4 \times 3)} = \frac{7}{2^2 \times 3^3} \rightarrow \begin{cases} \text{Nro. cifras no per.} = 2 \\ \text{Nro. cifras per.} = 3 \end{cases}$$

Por lo tanto, Andrés fue beneficiado con $2 + 3 = 5$ puntos.

Rpta.: E

3. Fabricio le pregunta a Rómulo por las dimensiones del terreno rectangular que va a cercar; este, ante la inquietud de Fabricio, le dice que dichas medidas en metros son dos números enteros a y b que verifican la igualdad $\frac{b}{37} = 0, \overline{\left(\frac{a-1}{2}\right)(a-4)a}$. Si Fabricio cobrará 180 soles por metro lineal de cerco, ¿cuántos soles tendrá que pagar Rómulo por dicho cerco?

A) 9375 B) 9372 C) 9354 D) 9360 E) 9310

Solución:

Por dato,

$$\frac{b}{37} = 0, \overline{\left(\frac{a-1}{2}\right)(a-4)a} \rightarrow \frac{b}{37} = \frac{\left(\frac{a-1}{2}\right)(a-4)a}{999} \rightarrow 27b = \overline{\left(\frac{a-1}{2}\right)(a-4)a}$$

$$\text{luego, } \overline{\left(\frac{a-1}{2}\right)(a-4)a} = \overset{0}{3} \rightarrow \frac{a-1}{2} + a - 4 + a = \overset{0}{3} \rightarrow 5a = \overset{0}{3} \rightarrow a = \overset{0}{3} \text{ y } a \geq 4 \text{ e impar}$$

$$\text{Si } a = 5 \rightarrow 0, \overline{\left(\frac{a-1}{2}\right)(a-4)a} = 0, \overline{215} = \frac{215}{999} \neq \frac{b}{37}$$

$$\text{Si } a = 7 \rightarrow 0, \overline{\left(\frac{a-1}{2}\right)(a-4)a} = 0, \overline{337} = \frac{337}{999} \neq \frac{b}{37}$$

$$\text{Si } a = 9 \rightarrow 0, \overline{\left(\frac{a-1}{2}\right)(a-4)a} = 0, \overline{459} = \frac{459}{999} = \frac{17}{37} = \frac{b}{37} \text{ verifica}$$

Luego, las dimensiones del terreno son $l = 17 \text{ m}$, $a = 9 \text{ m}$.

Por lo tanto, Costo del cerco = $2(17 + 9)180 = 9360$

Rpta.: D

4. Pilar al escribir el número aval $0, \overline{24}_{(6)}$ en base 9, observa que el resultado es un número aval periódico puro. ¿Cuánto suman las cifras de dicho periodo?

A) 19 B) 10 C) 14 D) 18 E) 16

Solución:

$$0,\overline{24}_{(6)} = \frac{24_{(6)}}{55_{(6)}} = \frac{16}{35} = 0,\overline{410227}_{(9)}$$

Por lo tanto,

$$\text{Suma de cifras del periodo} = 4 + 1 + 2 + 2 + 7 = 16$$

Rpta.: E

5. Ramiro le dice a Josué, «mi edad coincide con la suma de cifras del periodo del número decimal que escrito en base 9 es $0,16_{(9)}$ ». Si Josué le responde: «el mío coincide con la suma de cifras decimales del número que escrito en base 9 es $0,\overline{16}_{(9)}$ », ¿cuál es la diferencia positiva de ambas edades?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 9 E) 5

Solución:

$$0,16_{(9)} = \frac{16_{(9)}}{100_{(9)}} = \frac{15}{81} = \frac{5}{27} = 0,\overline{185} \rightarrow \text{edad de Ramiro} = 1 + 8 + 5 = 14$$

$$0,\overline{16}_{(9)} = \frac{16_{(9)}}{88_{(9)}} = \frac{15}{80} = \frac{3}{16} = 0,\overline{1875} \rightarrow \text{edad de Josué} = 1 + 8 + 7 + 5 = 21$$

Por lo tanto, la diferencia positiva de ambas edades es: $21 - 14 = 7$

Rpta.: B

6. Al dividir 1160 por $2 \cdot 5^m \cdot 99^p$, Leandro obtiene el número decimal $0,m\overline{(p+2)4}$. Si luego divide 18 por $m(p+7)$, halle la diferencia entre la cantidad de cifras periódicas y no periódicas del número decimal obtenido en esta última división.

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Solución:

Por dato,

$$\frac{1160}{2 \cdot 5^m \cdot 99^p} = \frac{2^3 \cdot 5 \cdot 29}{2 \cdot 5^m \cdot (3^2 \cdot 11)^p} = \frac{2^2 \cdot 29}{5^{m-1} \cdot 3^{2p} \cdot 11^p} = 0,m\overline{(p+2)4}$$

Como el número decimal generado tiene:

una cifra no periódica luego $m = 2$, y dos cifras periódicas (nivel 2) luego $p = 1$.
De este modo

$$\frac{18}{m(p+7)} = \frac{18}{28} = \frac{3^2}{2 \cdot 7} = 0,q\overline{abcdef}$$

Por lo tanto, $Nro. cifras periódicas - Nro. cifras no periódicas = 6 - 1 = 5$

Rpta.: C

7. Luego de una reunión de amigos organizada por Augusto, él nota que, al dividir la edad de cada asistente por un número menor que 60, siempre obtiene un número decimal periódico mixto menor que uno, con una cifra no periódica y tres cifras periódicas. Si todos los asistentes tenían edades distintas y ninguno tenía menos de 25 años, ¿cuántos amigos asistieron a la reunión?

A) 11 B) 10 C) 12 D) 9 E) 13

Solución:

Sea N : la edad de uno de los asistentes, luego por dato $N \geq 25$

$$\frac{N}{D} = 0, a \overline{bcd} \rightarrow \text{como } D < 60 \text{ luego } D = 2 \times 27 = 54$$

Entonces $25 \leq N < 54 \rightarrow N = 25; 29; 31; 35; 37; 41; 43; 47; 49; 53$

Por lo tanto, Nro. de asistentes a la reunión = $10 + 1 = 11$.

Rpta.: A

8. Las propinas, en soles, de Norma y Sara forman una fracción irreducible que, escrita en dos bases diferentes, generan los números avalués $0, \overline{abb}_{(m)}$ y $0, \overline{(b+m)6}_{(m^2)}$. Si $a + b + m$ es la mayor suma posible, ¿cuántos soles suman ambas propinas?

A) 259 B) 244 C) 264 D) 227 E) 278

Solución:

$$\text{Por dato, } 0, \overline{abb}_{(m)} = 0, \overline{(b+m)6}_{(m^2)} \rightarrow \frac{\overline{abb}_{(m)}}{1000_{(m)}} = \frac{\overline{(b+m)6}_{(m^2)}}{100_{(m^2)}} \rightarrow \frac{\overline{abb}_{(m)}}{m^3} = \frac{\overline{(b+m)6}_{(m^2)}}{m^4}$$

$$\rightarrow \overline{abb0}_{(m)} = \overline{abb}_{(m)} \times m = \overline{(b+m)6}_{(m^2)}$$

$$\rightarrow \overline{ab}_{(m)} = (b+m)_{(m^2)} \dots (i) \quad \wedge \quad \overline{b0}_{(m)} = 6_{(m^2)} \dots (ii)$$

De (ii) $b \cdot m = 6 \rightarrow (b = 2 \wedge m = 3) \vee (b = 1 \wedge m = 6)$

Si $b = 2 \wedge m = 3$ en (i) $\overline{a2}_{(3)} = 5_{(9)} \rightarrow a = 1 \rightarrow a + b + m = 1 + 2 + 3 = 6$

Si $b = 1 \wedge m = 6$ en (i) $\overline{a1}_{(6)} = 7_{(9)} \rightarrow a = 1 \rightarrow a + b + m = 1 + 1 + 6 = 8$ (mayor)

Luego $0, \overline{abb}_{(m)} = 0, \overline{111}_{(6)} = \frac{\overline{111}_{(6)}}{1000_{(6)}} = \frac{43}{216}$, las propinas son S/ 43 y S/ 216.

Por lo tanto, ambas propinas suman $43 + 216 = 259$ soles.

Rpta.: A

9. Óscar tiene a monedas de S/ 5 y $\overline{bcd}$ monedas de S/ 2 y la relación entre esas cantidades de monedas que tiene es equivalente a una fracción propia e irreducible, que genera un número decimal periódico puro con cinco cifras periódicas. Si no tiene más de 30 monedas de S/ 5, y el total de soles que tiene es la mayor posible, ¿cuántos soles tiene Óscar?
- A) 1521 B) 1968 C) 692 D) 1771 E) 1776

Solución:

Por dato a y $\overline{bcd}$ son coprimos, además

$$\frac{a}{\overline{bcd}} = 0,\overline{pqrst} \rightarrow \text{Nivel 5} \rightarrow \text{representantes 41 y 271}$$

Como tiene la mayor cantidad de soles luego la cantidad de monedas debe ser lo mayor posible, luego $\overline{bcd} = 271 \times 3 = 813$ y $a = 29$

Por lo tanto, Oscar tiene: $29(5) + 813(2) = 145 + 1626 = 1771$

Rpta.: D

10. Felipe lee $a + 6$ páginas de un libro en cierta mañana y $(a - 2)b$ páginas del mismo libro por la tarde. En una de las páginas del libro que estaba leyendo Felipe encontró la representación de un número de Midy de la siguiente forma $0,\overline{(b-2)g(3a)(a+1)ccb(2a)h(3g+1)fed(b+1)(a-1)a}$. Si al día siguiente leyó $(a + b + c + d + e + f + g + h)$ páginas más de dicho libro, ¿cuántas páginas, en total, leyó en ambos días?
- A) 54 B) 56 C) 48 D) 52 E) 63

Solución:

Por dato

$$\frac{a+6}{(a-2)b} = 0,\overline{(b-2)g(3a)(a+1)ccb(2a)h(3g+1)fed(b+1)(a-1)a} \text{ número de Midy}$$

$$\text{Luego } \overline{(b-2)g(3a)(a+1)ccb(2a)h(3g+1)fed(b+1)(a-1)a} = 99999999$$

$$\text{Entonces } a + 2a = 9 \rightarrow a = 3, \quad b + a - 1 = 9 \rightarrow b = 7, \quad c + b + 1 = 9 \rightarrow c = 1$$

$$c + d = 9 \rightarrow d = 8, \quad a + 1 + e = 9 \rightarrow e = 5, \quad 3a + f = 9 \rightarrow f = 0,$$

$$g + 3g + 1 = 9 \rightarrow g = 2, \quad b - 2 + h = 9 \rightarrow h = 4$$

De este modo,

$$\text{Nro. de páginas leídas el primer día} = (3 + 6) + 17 = 26$$

$$\text{Nro. de páginas leídas el segundo día} = a + b + c + d + e + f + g + h = 30$$

Por lo tanto,

Nro. de páginas leídas en ambos días = $26 + 30 = 56$

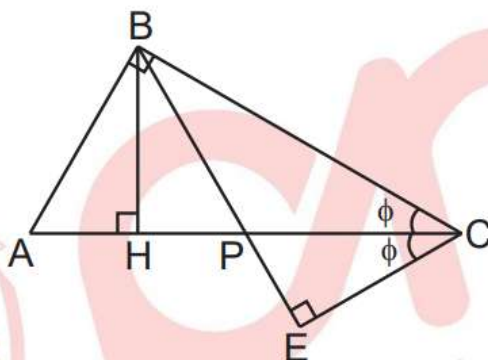
Rpta.: B

Geometría

EJERCICIOS DE CLASE

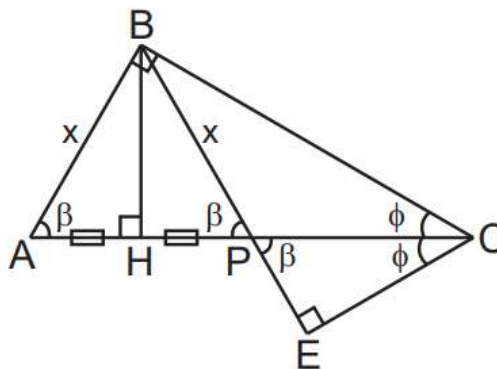
1. En la figura, $AC \cdot AP = 40 \text{ m}^2$. Halle BP.

- A) $\sqrt{5} \text{ m}$
- B) $2\sqrt{5} \text{ m}$
- C) $3\sqrt{5} \text{ m}$
- D) $4\sqrt{5} \text{ m}$
- E) $5\sqrt{5} \text{ m}$



Solución:

- $\triangle ABP$: isósceles
 $AB = BP = x$ y $AH = \frac{AP}{2}$
- $\triangle ABC$: Relaciones métricas
 $x^2 = AH \cdot AC$
 $x^2 = \frac{AP \cdot AC}{2} = 20$
 $\therefore x = 2\sqrt{5} \text{ m}$



Rpta.: B

2. En la figura se muestra un jardín determinado por el rombo ABCD, de modo que la distancia del centro del jardín al lado $\overline{AD}$ es 6 m y $ND = 4$ m. Si el metro lineal de malla metálica cuesta S/ 7, halle el costo para cerca todo el borde del jardín con malla.

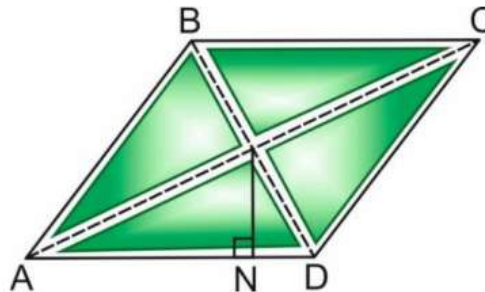
A) S/ 344

B) S/ 350

C) S/ 364

D) S/ 384

E) S/ 400

**Solución:**

- $\triangle AOD$: Relaciones métricas

$$6^2 = 4a$$

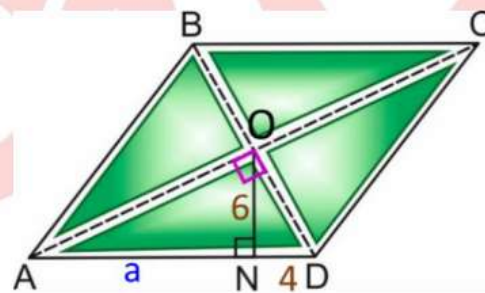
$$\Rightarrow 9 = a$$

$$\Rightarrow AD = 4 + 9 = 13$$

- $2p_{\triangle ABP} = 4(13) = 52$

- $1 \text{ m} \rightarrow \text{S/ } 7$

$$52 \text{ m} \rightarrow \text{S/ } 364$$



$\therefore$ El costo mínimo para cerca todo el borde del jardín con malla es S/ 364.

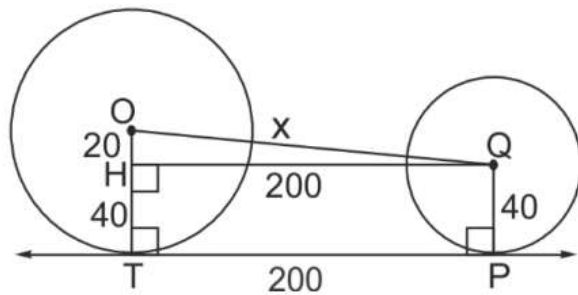
Rpta.: C

3. En la figura se muestra la vista perfil de las llantas del tractor donde los radios miden 60 cm y 40 cm. Si la distancia entre los puntos de contacto de las llantas con el suelo es 2 m, halle la distancia entre los ejes de las llantas.

A) $15\sqrt{101}$ cmB) $10\sqrt{101}$ cmC) $12\sqrt{101}$ cmD) $20\sqrt{101}$ cmE) $25\sqrt{101}$ cm

Solución:

- T y P puntos de tangencia
 $\Rightarrow PQ = 40$ y $OH = 20$
- $\triangle OHQ$: Teorema de Pitágoras
 $\Rightarrow x^2 = 20^2 + 200^2$
 $\therefore x = 20\sqrt{101}$ cm

**Rpta.: D**

4. Las ciudades representadas por los puntos A, B y C forman un triángulo obtusángulo cuyos lados miden $AB = 12$ km, $BC = 8$ km y $AC = 15$ km. ¿A qué distancia de A se construirá el paradero del tren en el tramo $\overline{AC}$ de tal manera que la distancia de B al paradero sea mínima?

- A) 11,5 km B) 12,3 km C) 10,5 km D) 10,1 km E) 10,2 km

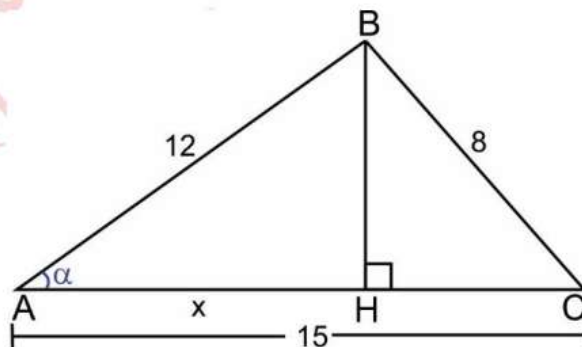
Solución:

- $\triangle ABC$: Teorema de Euclides ($\alpha < 90^\circ$)

$$8^2 = 12^2 + 15^2 - 2x(15)$$

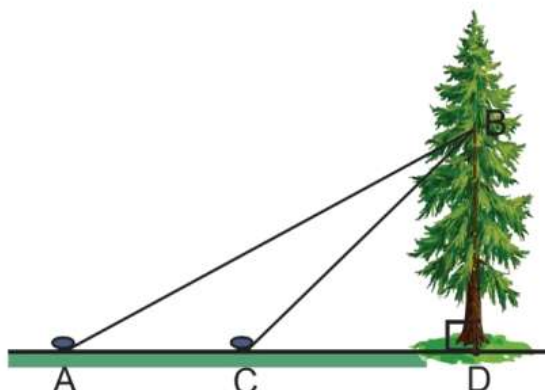
$$\Rightarrow x = 10,1 \text{ km}$$

$\therefore$ La distancia de A se construirá el paradero del tren es 10,1 km

**Rpta.: D**

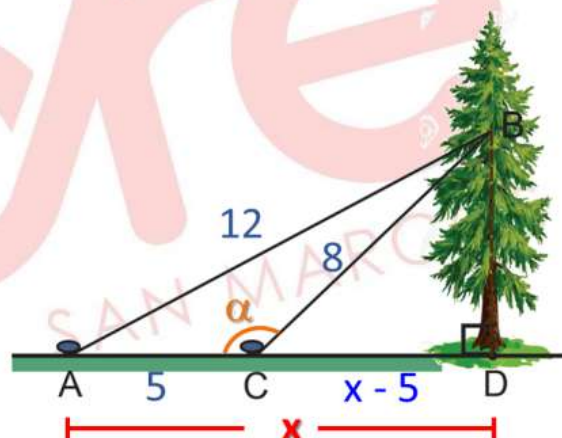
5. En una deforestación de árboles, el pino es sujetado con dos cables a dos estacas ubicadas en los puntos A y C como muestra la figura, tal que los cables miden 12 m y 8 m. Si la distancia entre las estacas es 5 m, halle la distancia del punto D del pino a la estaca ubicada en A.

- A) 8,5 m
B) 9 m
C) 10,5 m
D) 10 m
D) 11 m



Solución:

- $\triangle ACB$: Teorema de Euclides ($\alpha > 90^\circ$)
 $12^2 = 8^2 + 5^2 + 2(5)(x - 5)$
 $55 = 10(x - 5)$
 $\Rightarrow x = 10,5$

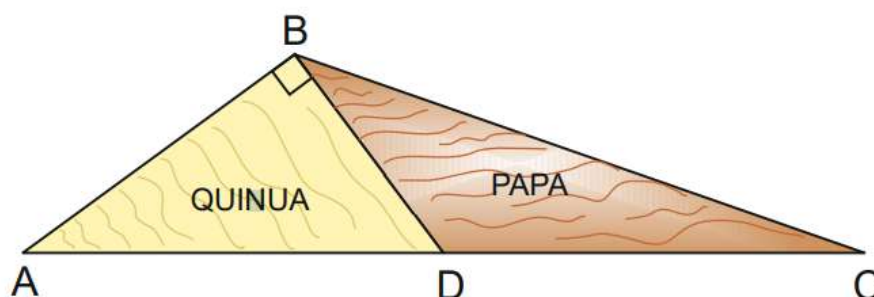


$\therefore$ La distancia del punto D del pino a la estaca ubicada en A es 10,5 m.

Rpta: C

6. La figura muestra un terreno triangular ABC dividido en dos parcelas sembrados de quinua y papa. Si el lado $\overline{BC}$ del terreno mide $10\sqrt{7}$ m, halle la longitud del lindero que divide a estas dos parcelas para que los lados $\overline{AD}$ y $\overline{DC}$ midan 20 m.

- A) $10\sqrt{3}$ m
B) 12 m
C) $8\sqrt{2}$ m
D) 10 m
E) 14 m



Solución:

- $\triangle ABD$: Teorema de Pitágoras
 $a^2 + b^2 = 400 \dots (1)$

- $\triangle ABC$: Teorema de la mediana
 $b^2 + (10\sqrt{7})^2 = 2a^2 + \frac{40^2}{2}$
 $b^2 - 2a^2 = 100 \dots (2)$

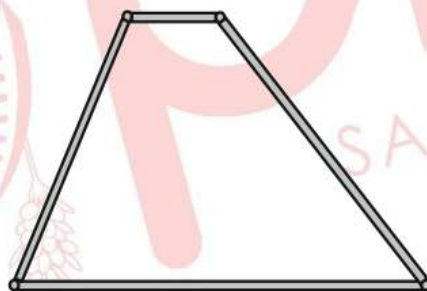
- De (1) y (2): $a = 10$, $b = 10\sqrt{3}$

$\therefore$ La longitud del lindero que divide a las dos parcelas mide 10 m.

Rpta.: D

7. Un soldador elabora una estructura metálica en forma de trapecio, como se muestra en la figura, donde las bases tienen 4 m y 18 m de longitud, los lados no paralelos miden 13 m y 15 m. Halle la altura de la estructura.

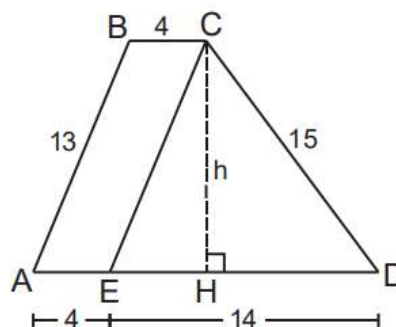
- A) 14 m
 B) 15 m
 C) 10 m
 D) 11 m
 E) 12 m

**Solución:**

- Trazar $\overline{CE} \parallel \overline{AB}$
 $\Rightarrow AB = CE = 13$ y
 $BC = AE = 4$

- $\triangle ECD$: Teorema de Herón
 $2p_{\triangle ECD} = 13 + 15 + 14$
 $\Rightarrow p_{\triangle ECD} = 21$
 $\Rightarrow h = \frac{2}{14} \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)}$
 $\Rightarrow h = 12$ m

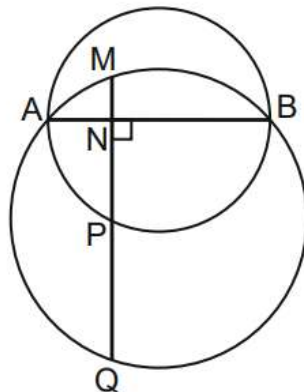
$\therefore$ La altura de la estructura es 12 m



Rpta.: E

8. Dos aros circulares están fijados por las varillas $\overline{AB}$ y $\overline{MQ}$ como se muestra en la figura, tal que $\overline{AB}$ es diámetro del aro menor. Si $MN = 1$ pulgada y $NP = 3$ pulgadas, halle la longitud de la varilla $\overline{MQ}$.

- A) 6 pulgadas
B) 8 pulgadas
C) 10 pulgadas
D) 12 pulgadas
E) 14 pulgadas



Solución:

- Propiedad: $CN = NP$
- $\mathcal{E}_1$: Teorema de cuerdas

$$ab = (3)(3)$$

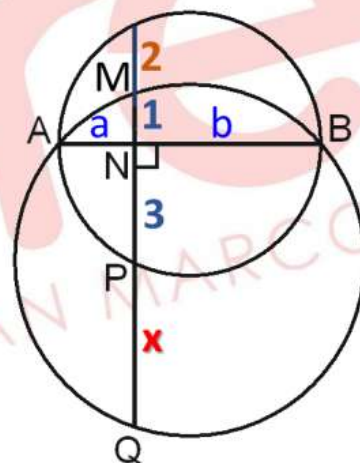
- $\mathcal{E}_2$: Teorema de cuerdas

$$1(3 + x) = ab$$

$$\Rightarrow 3 + x = 9$$

$$\Rightarrow x = 6 \text{ cm}$$

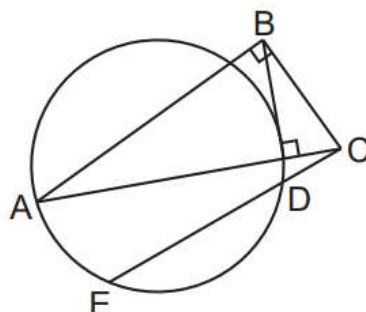
$\therefore$ La longitud de la varilla $\overline{MQ}$ es 10 pulgadas



Rpta.: C

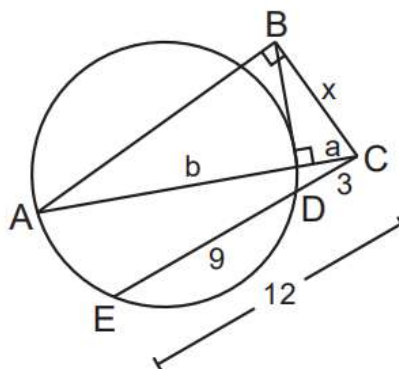
9. En la figura, $DE = 9$ m y $CE = 12$ m. Halle BC.

- A) 9 m
B) 8 m
C) 6 m
D) 4 m
E) 5 m



Solución:

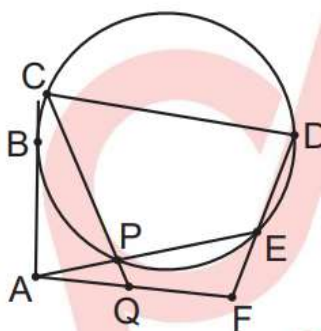
- $\triangle ABC$: Relaciones métricas
 $x^2 = (a + b) a \dots (1)$
- Teorema de las secantes:
 $(a + b) a = (12)(3) \dots (2)$
- De (1) y (2):
 $x = 6 \text{ m}$



Rpta.: C

- 10.** En la figura, B es punto de tangencia y $\overline{CD} \parallel \overline{AF}$. Si $AQ = 4$ m y $QF = 5$ m, halle AB.

- A) 6 m
B) 9 m
C) 5 m
D) 8 m
E) 7 m



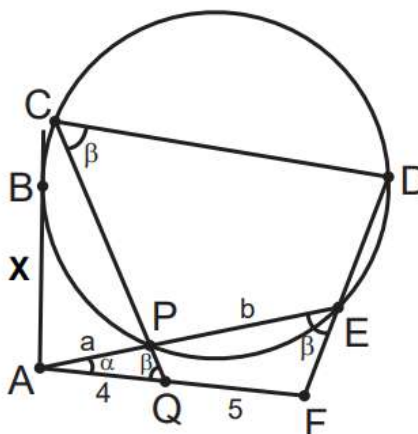
Solución:

- $\Delta APQ \sim \Delta AFE$ (A-A)

$$\frac{a}{9} = \frac{4}{a+b}$$

$$\Rightarrow a(a+b) = 36 \dots (1)$$
- Teorema de la tangente:

$$x^2 = a(a+b) \dots (2)$$
- De (1) y (2): $x = 6$ m



Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Para una estructura metálica, el herrero suelda un aro de metal a tres varillas con la finalidad de obtener una mayor estabilidad, como se muestra en la figura, mediante la soldadura por puntos (T, P y Q son puntos de tangencia). Si las varillas $\overline{AP}$ y $\overline{BQ}$ miden 9 y 16 pulgadas respectivamente, halle la distancia del centro O del aro a la varilla $\overline{AB}$.

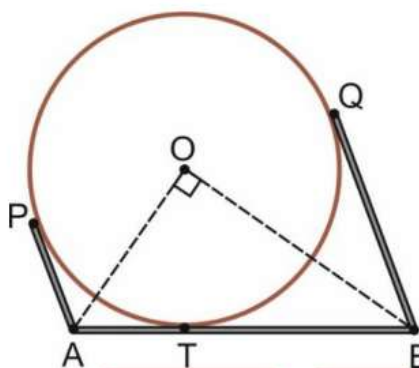
A) 20 pulgadas

B) 18 pulgadas

C) 16 pulgadas

D) 15 pulgadas

E) 10 pulgadas

**Solución:**

- Propiedad de circunferencia

$$AP = AT = 9$$

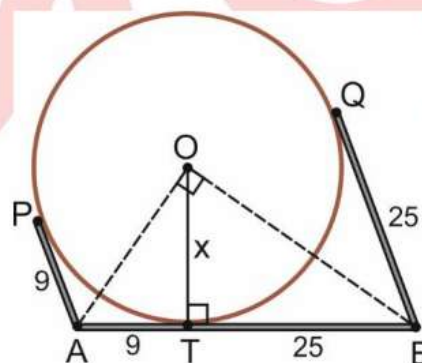
$$BQ = BT = 25$$

- $\triangle AOB$: Relaciones métricas

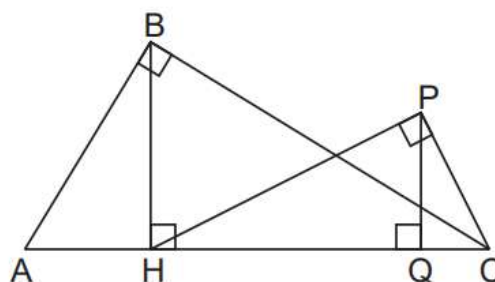
$$\Rightarrow x^2 = 9 \cdot 25$$

$$x = 15$$

$\therefore$ La distancia del centro O a la varilla $\overline{AB}$ es 15 pulgadas.

**Rpta.: D**

2. En la figura, $AH = 2QC$ y $BH = 8$ m. Halle PC.

A) $2\sqrt{2}$ mB) $4\sqrt{2}$ mC) $5\sqrt{2}$ mD) $6\sqrt{2}$ mE) $3\sqrt{2}$ m

Solución:

- $\triangle ABC$: Relaciones métricas

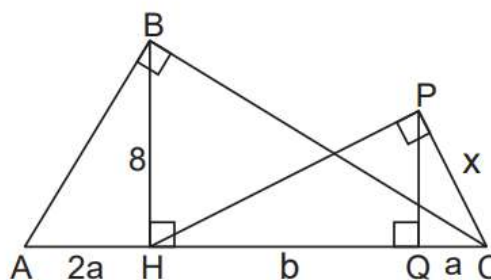
$$\Rightarrow 8^2 = (2a)(a + b)$$

$$\Rightarrow a(a + b) = 32$$

- $\triangle HPC$: Relaciones métricas

$$\Rightarrow x^2 = a(a+b)$$

$$\therefore x = 4\sqrt{2} \text{ m}$$

**Rpta.: B**

3. Debido a un accidente vehicular se sostiene un poste eléctrico con los soportes $\overline{AB}$ y $\overline{CB}$ como se muestra en la figura, tal que el soporte $\overline{AB}$ mide el doble del otro soporte. Si $AC = 8 \text{ m}$ y $CD = 2 \text{ m}$, halle la distancia del punto B al piso.

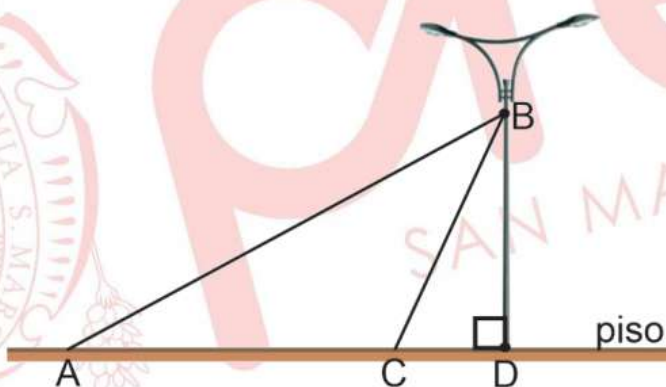
A) $2\sqrt{7} \text{ m}$

B) $2\sqrt{3} \text{ m}$

C) $3\sqrt{2} \text{ m}$

D) 4 m

E) $\sqrt{5} \text{ m}$

**Solución:**

- $\triangle ACB$: teorema de Euclides ($\alpha > 90^\circ$)

$$(2a)^2 = a^2 + 8^2 + 2(8)(2)$$

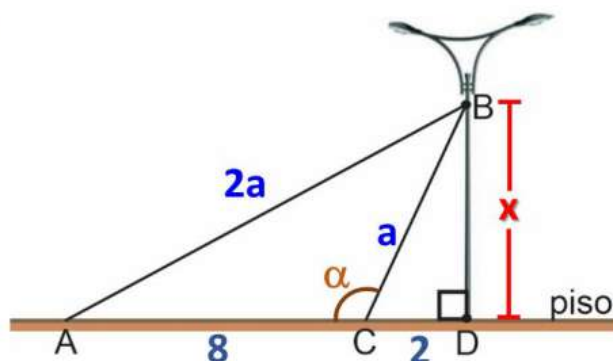
$$\Rightarrow a = 4\sqrt{2}$$

- $\triangle CDB$: teorema de Pitágoras

$$x^2 = (4\sqrt{2})^2 - 2^2$$

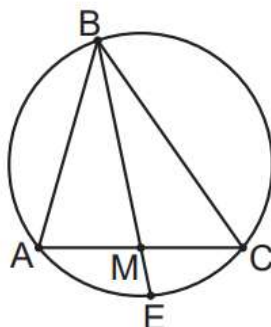
$$\Rightarrow x = 2\sqrt{7}$$

$\therefore$ La distancia del punto B al piso es $2\sqrt{7} \text{ m}$.

**Rpta.: A**

4. En la figura, M es punto medio de $\overline{AC}$. Si $BM = 4ME$, $AB = 9$ m y $BC = 13$ m, halle ME.

- A) 2 m
B) 2,5 m
C) 3 m
D) 1,5 m
E) 1 m



Solución:

- Teorema de cuerdas

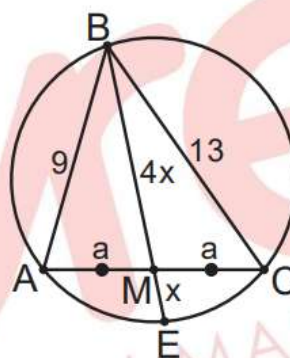
$$a \cdot a = x \cdot 4x$$

$$\Rightarrow a^2 = 4x^2 \dots (1)$$

- $\triangle ABC$: Teorema de la Mediana

$$9^2 + 13^2 = 2(4x)^2 + \frac{(2a)^2}{2} \dots (2)$$

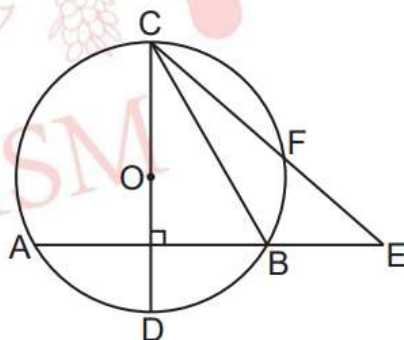
- De (1) y (2): $x = 2,5$ m



Rpta.: B

5. En la figura, O es centro, $CF = 9$ cm y $BC = 12$ cm. Halle EF.

- A) 7 cm
B) 9 cm
C) 8 cm
D) 6 cm
E) 5 cm



Solución:

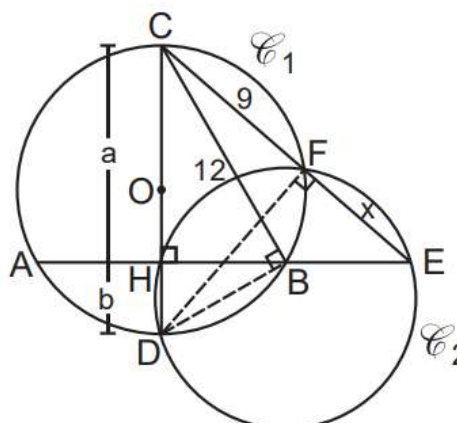
- $\triangle CBD$: Relaciones métricas

$$12^2 = (a + b) a \dots (1)$$

- $\mathcal{C}_2$: Teorema de la Secante

$$(9 + x) \cdot 9 = (a + b) \cdot a \dots (2)$$

- De (1) y (2): $x = 7$ cm



Rpta.: A

Álgebra

EJERCICIOS DE CLASE

1. En una tienda, todos los artículos tienen un descuento del $(m + 1)\%$, donde « m » es un número entero tal que el polinomio $p(x) = x^2 - mx + 2m$ tiene raíces reales y diferentes. El precio de lista de un polo, en soles, es igual a la suma de los cuadrados de las raíces de dicho polinomio. Determine cuánto se pagará por el polo si « m » toma su menor valor entero positivo.

A) S/ 45 B) S/ 40.5 C) S/ 41.4 D) S/ 42 E) S/ 40

Solución:

El polinomio $p(x)$ tiene raíces reales y diferentes: $\Delta > 0$

$$\Delta = (-m)^2 - 4(2m) > 0 \rightarrow m^2 - 8m > 0 \\ \rightarrow m(m - 8) > 0 \rightarrow m \in \langle -\infty; 0 \rangle \cup \langle 8; +\infty \rangle$$

El menor valor de m es 9 (entero positivo), tenemos:

$$p(x) = x^2 - 9x + 18$$

factorizando:

$$p(x) = (x - 6)(x - 3) \rightarrow 3 \text{ y } 6 \text{ son raíces de } p(x)$$

Precio de lista del polo es S/ 45 y un descuento 10 %

$\therefore$ Se pagará 40.5 soles por un polo.

Rpta.: B

2. Sea $p(x)$ un polinomio mónico de segundo grado, donde 3 es una de sus raíces. Además, se cumple que $p(x + 2) - p(x - 1) = 6x + 15$. Determine la otra raíz de $p(x)$.

A) -7 B) 2 C) 3 D) 7 E) -1

Solución:

Se tiene el polinomio mónico de segundo grado:

$$p(x) = x^2 + bx + c$$

Como 3 es raíz de $p(x)$, entonces: $p(3) = 0$.

Además, se sabe que para $x = 1$:

$$p(3) - p(0) = 21 \rightarrow p(0) = -21 \rightarrow c = -21$$

Sean 3 y r las raíces de $p(x) = x^2 + bx - 21$, por teorema de Cardano:

$$3 \cdot r = -21 \rightarrow r = -7$$

∴ La otra raíz de $p(x)$ es -7 .

Rpta.: A

3. Sea el polinomio $p(x) = (x - 3)^n(x - 4)^m$, cuya suma de raíces igual a 29. Determine el grado del polinomio $p(x)$, dado que admite una raíz con multiplicidad par.

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

Solución:

Se tiene que: 3 es una raíz de multiplicidad n y 4 es una raíz de multiplicidad m .

Entonces, $3n + 4m = 29$ con $n, m \in \mathbb{Z}$. Sólo cumple: $(n = 3, m = 5) \vee (n = 7, m = 2)$

Como $p(x)$ admite multiplicidad par, tenemos:

$$p(x) = (x - 3)^7(x - 4)^2$$

∴ El grado de $p(x)$ es 9.

Rpta.: C

4. Ángel tiene « m » decena de soles y desea comprar la máxima cantidad de chocolates en una tienda. Si « m » es una raíz del polinomio $p(x) = x^3 - (m - 1)x^2 - x - 12$ y el producto de las otras raíces representan el precio, en soles, de cada chocolate, ¿cuántos chocolates podrá comprar Ángel?

A) 12 B) 13 C) 9 D) 8 E) 15

Solución:

Como « m » es una raíz de $p(x)$, se cumple que:

$$\begin{aligned} p(m) &= 0 \rightarrow m^3 - (m - 1)m^2 - m - 12 = 0 \\ &\rightarrow m^3 - m^3 + m^2 - m - 12 = 0 \\ &\rightarrow m^2 - m - 12 = 0 \\ &\rightarrow (m - 4)(m + 3) = 0 \\ &\rightarrow m = 4 \vee m = -3 \end{aligned}$$

Como « m » representa dinero: $m = 4$

$$\rightarrow p(x) = x^3 - 3x^2 - x - 12$$

Sean β y γ las otras raíces de $p(x)$, por el teorema de Cardano:

$$(4)(\beta)(\gamma) = 12 \rightarrow (\beta)(\gamma) = 3$$

Entonces, Ángel tiene 40 soles y cada chocolate cuesta 3 soles.

∴ Ángel, como máximo, puede comprar 13 chocolates.

Rpta.: B

5. Mateo es un año menor que Alondra y sus edades, en años, coinciden con dos de las raíces del polinomio $p(x) = 2x^3 - 30x^2 + kx + 720$. Determine la edad que tendrá Alondra dentro de « k » años.

A) 25 años B) 38 años C) 37 años D) 31 años E) 42 años

Solución:

Sea α edad en años de Mateo y $\alpha + 1$ edad de Alondra en años.

Las raíces son: α ; $\alpha + 1$; β (la otra raíz)

Aplicando teorema de Cardano:

- $\alpha + \alpha + 1 + \beta = 15 \rightarrow 2\alpha + \beta = 14$
- $\alpha(\alpha + 1)\beta = -360 \rightarrow \alpha(\alpha + 1)(14 - 2\alpha) = -360$
 $\rightarrow \alpha(\alpha + 1)(7 - \alpha) = -180 \rightarrow \alpha = 9$

De i. se obtiene: $\beta = -4$

- $9(10) + 9(-4) + 10(-4) = \frac{k}{2} \rightarrow k = 28$

∴ Alondra tiene 10 años y, dentro de 28 años, tendrá 38 años.

Rpta.: B

6. Juan participa de una maratón de 15 km. Si ha recorrido « $4Q$ » km, con:

$$Q = \frac{m^2 + m - 2}{m + 1} + \frac{n^2 + n - 2}{n + 1} + \frac{r^2 + r - 2}{r + 1}$$

donde m, n y r son las raíces del polinomio $p(x) = x^3 - x + 2$, determine cuántos kilómetros le falta recorrer a Juan.

A) 4 B) 9 C) 7 D) 5 E) 2

Solución:

Por el teorema de Cardano para $p(x)$, se tiene:

- i) $m + n + r = 0$
- ii) $mn + nr + mr = -1$
- iii) $mnr = -2$

Como « m » es la raíz de $p(x) = x^3 - x + 2$, se tiene lo siguiente:

$$p(m) = m^3 - m + 2 \rightarrow m^3 + m^2 - m^2 - m + 2 = 0$$

$$\rightarrow m^2(m + 1) = m^2 + m - 2 \rightarrow m^2 = \frac{m^2 + m - 2}{m + 1}$$

Análogamente:

$$n^2 = \frac{n^2 + n - 2}{n + 1} \quad \wedge \quad r^2 = \frac{r^2 + r - 2}{r + 1}$$

Reemplazando en Q

$$Q = m^2 + n^2 + r^2 = -2(mn + mr + nr) = -2(-1) = 2$$

Juan ha recorrido $4Q = 8$ km.

$\therefore$ Le falta recorrer 7 km.

Rpta.: C

7. Andrea compra $(7 - b)$ lapiceros a un precio de $(a - 2)$ soles cada uno, donde $3 - \sqrt{2}$ es raíz del polinomio $p(x) = x^3 - (a - 3b)x^2 + (7a + 2)x - 35$, con $a, b \in \mathbb{Z}$. Si Andrea pagó con 2 billetes de S/ 20, ¿cuánto recibió de vuelto?

A) S/ 10 B) S/ 2 C) S/ 15 D) S/ 1 E) S/ 13

Solución:

De los datos, se tiene que a y b son valores enteros, entonces $p(x) \in \mathbb{Q}[x]$ y por el teorema de la paridad de raíces si $r_1 = 3 - \sqrt{2}$ es raíz de $p(x)$, entonces $r_2 = 3 + \sqrt{2}$ también es raíz de $p(x)$. Además, por el teorema fundamental del álgebra (TFA) el grado del polinomio $p(x)$ es 3, por lo tanto se tiene 3 raíces: r_1, r_2 y r .

Por el teorema de Cardano, se tiene:

- i) $3 - \sqrt{2} + 3 + \sqrt{2} + r = a - 3b \rightarrow 6 + r = a - 3b$
 ii) $(3 - \sqrt{2})r + (3 + \sqrt{2})r + (3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2}) = 7a + 2 \rightarrow 6r + 7 = 7a + 2$
 iii) $(3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})r = 35 \rightarrow r = 5$

Tenemos:

$$11 = a - 3b \quad \wedge \quad 37 = 7a + 2$$

Resolviendo: $a = 5$ y $b = -2$.

Andrea compró 9 lapiceros a un precio de 3 soles.

$\therefore$ Recibió 13 soles de vuelto.

Rpta.: E

8. La utilidad de una empresa, en ciento de soles, está representada por el polinomio $U(x)$ de coeficientes reales y de menor grado posible, donde $1 - 2i$ es una raíz simple; y « x » representa la cantidad, en cientos, de artículos que produce y vende. Si la cantidad de equilibrio es 400 y pierde 4000 soles si no se vende ningún artículo, determine la ganancia obtenida por la venta de 600 artículos.

A) S/ 11 000 B) S/ 12 000 C) S/ 11 500 D) S/ 11 600 E) S/ 14 400

Solución:

- I. Como $U(x) \in \mathbb{R}[x]$ y por el teorema de la paridad de raíces, si $1 - 2i$ es raíz, entonces $1 + 2i$ también es raíz de $p(x)$.
 II. Por la cantidad de equilibrio ($x = 4$), se obtiene: $U(4) = 0 \rightarrow 4$ es una raíz de $U(x)$

III. Por el teorema fundamental del álgebra:

$$\rightarrow U(x) = a(x - 4)(x - 1 - 2i)(x - 1 + 2i) \quad (\text{menor grado posible})$$

$$\rightarrow U(x) = a(x - 4)(x^2 - 2x + 5)$$

Se pierde 4000 soles si no se vende ningún artículo: $U(0) = -40$ (en cientos)

$$\rightarrow a(-4)(0^2 - 2(0) + 5) = -40 \rightarrow a = 2 \rightarrow U(x) = 2(x - 4)(x^2 - 2x + 5)$$

Para 600 productos ($x = 6$):

$$U(6) = 2(6 - 4)(6^2 - 2(6) + 5) = 116$$

$\therefore$ La ganancia que se obtiene por 600 productos es de 11600 soles.

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Sea 2 una raíz común de los polinomios mónicos de segundo grado $p(x)$ y $q(x)$. Determine la diferencia positiva de las raíces no comunes de $p(x)$ y $q(x)$, dado que la suma de estas raíces es -3 y que $p(0)q(0) = -16$.

A) 5 B) 3 C) 7 D) 4 E) 2

Solución:

Sean r_1 y r_2 las raíces no comunes: $r_1 + r_2 = -3$

Como 2 es raíz común se tiene:

$$p(x) = (x - 2)(x - r_1) \rightarrow p(0) = 2r_1$$

$$q(x) = (x - 2)(x - r_2) \rightarrow q(0) = 2r_2$$

$$\text{Del dato: } p(0)q(0) = -16 \rightarrow 2r_1 \cdot 2r_2 = -16 \rightarrow r_1 \cdot r_2 = -4$$

$$\begin{aligned}\text{Aplicando identidad de Legendre: } (r_1 + r_2)^2 - (r_1 - r_2)^2 &= 4r_1 \cdot r_2 \\ \rightarrow 9 - (r_1 - r_2)^2 &= -16 \\ \rightarrow |r_1 - r_2| &= 5\end{aligned}$$

$\therefore$ La diferencia positiva de las raíces es 5.

Rpta.: A

2. Sea -4 una raíz de $p(x) = x^3 + (m+1)x^2 - 19x - (6m-2)$, donde las otras raíces de $p(x)$ representan las medidas, en metros, de los lados de dos cuadrados. Determine la suma de áreas de los cuadrados.

A) 14 m^2 B) 32 m^2 C) 18 m^2 D) 26 m^2 E) 30 m^2

Solución:

Como -4 es raíz de $p(x)$, entonces

$$\begin{aligned}p(-4) &= (-4)^3 + (m+1)(-4)^2 - 19(-4) - (6m-2) = 0 \\ \rightarrow -64 + 16m + 16 + 76 - 6m + 2 &= 0 \\ \rightarrow 10m &= -30 \\ \rightarrow m &= -3\end{aligned}$$

Tenemos $m = -3$, entonces: $p(x) = x^3 - 2x^2 - 19x + 20$

Sean a y b las otras raíces de $p(x)$, por teorema de Cardano:

- $a + b - 4 = 2 \rightarrow a + b = 6$
- $(a)(b)(-4) = -20 \rightarrow ab = 5$

$$\text{Se obtiene: } a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 36 - 10 = 26 \text{ m}^2$$

$\therefore$ La suma de áreas de los cuadrados es de 26 m^2 .

Rpta.: D

3. Dado el polinomio $p(x) = (x^2 + 1)(ax - 3)^2(x - 2)^n$, donde el término independiente es -72 y $p(-1) = -54$, con $a < -3$. Determine la suma de sus raíces reales.

A) 3,5 B) 5 C) 6,5 D) 3 E) 4,5

Solución:

Se tiene el polinomio: $p(x) = (x^2 + 1)(ax - 3)^2(x - 2)^n$, como el término independiente de $p(x)$ es -72 , entonces:

$$p(0) = (1)(-3)^2(-2)^n = -72 \rightarrow n = 3$$

$$\text{Luego: } p(-1) = (2)(-a-3)^2(-3)^3 = -54 \rightarrow (-a-3)^2 = 1$$

$$\rightarrow -a-3 = 1 \quad \vee \quad -a-3 = -1$$

$$\rightarrow a = -4 \quad \vee \quad a = -2$$

Como $a < -3$, se tiene que $a = -4$

Reemplazando, tenemos $p(x) = (x^2 + 1)(-4x - 3)^2(x - 2)^3$

$x = -\frac{3}{4}$ raíz con multiplicidad 2: $-\frac{3}{4}; -\frac{3}{4}$

$x = 2$ raíz con multiplicidad 3: 2, 2, 2

$\therefore$ La suma de las raíces reales es: $2 + 2 + 2 - \frac{3}{4} - \frac{3}{4} = \frac{9}{2} = 4,5$

Rpta.: E

4. El polinomio $p(x) = x^3 - 27x + 6k$ tiene una raíz doble, determine el mayor valor de $T = 2k - 1$.

A) 21 B) 13 C) -19 D) 17 E) -5

Solución:

Sean las raíces $\alpha; \alpha$ y r

Por el teorema de Cardano, se tiene:

i. $2\alpha + r = 0 \rightarrow r = -2\alpha$

ii. $\alpha(\alpha) + \alpha(-2\alpha) + \alpha(-2\alpha) = -27$

$$\begin{aligned} -3\alpha^2 &= -27 \\ \alpha^2 &= 9 \rightarrow \alpha = \pm 3 \end{aligned}$$

iii. $(\alpha)(\alpha)(-2\alpha) = -6k$

$$\alpha^3 = 3k$$

Si $\alpha = 3 \rightarrow 27 = 3k \rightarrow k = 9$

Si $\alpha = -3 \rightarrow -27 = 3k \rightarrow k = -9$

$\therefore$ El mayor valor de T es 17.

Rpta.: D

5. Sean m, n y r raíces del polinomio $p(x) = x^3 - bx^2 - 2b$ tal que:

$$\frac{1}{m-b} + \frac{1}{n-b} + \frac{1}{r-b} = 5$$

Determine la suma de raíces del polinomio $p(x)$.

A) -10 B) -5 C) 10 D) 20 E) -20

Solución:

Por el teorema de Cardano, se tiene:

i) $m + n + r = b$

ii) $mn + nr + mr = 0$

iii) $mnr = 2b$

Como «m» es la raíz de $p(x) = x^3 - bx^2 - 2b$, se tiene lo siguiente:

$$p(m) = m^3 - bm^2 - 2b = 0 \Rightarrow m^2(m - b) = 2b \rightarrow \frac{m^2}{2b} = \frac{1}{m - b}$$

Análogamente:

$$\frac{n^2}{2b} = \frac{1}{n - b} \quad \wedge \quad \frac{r^2}{2b} = \frac{1}{r - b}$$

Reemplazando en la ecuación:

$$\begin{aligned} \frac{m^2}{2b} + \frac{n^2}{2b} + \frac{r^2}{2b} &= 5 \rightarrow \frac{1}{2b} [(m + n + r)^2 - 2(mn + mr + nr)] = 5 \\ &\rightarrow \frac{1}{2b} [(b)^2 - 2(0)] = 5 \rightarrow b = 10 \end{aligned}$$

De i) como $m + n + r = b$

$\therefore$ La suma de raíces es 10.

Rpta.: C

6. Si $(2 - \sqrt{5})$ es una raíz de $p(x) = x^3 + (m + 4)x^2 - (2n - 3)x - 3$ donde $m, n \in \mathbb{Z}$; determine el valor de $q(m + n)$ donde $q(x) = ax^2 - x + a$; siendo «a» la raíz entera de $p(x)$.

A) -33 B) 40 C) 21 D) -42 E) -29

Solución:

De los datos se tiene que m y n son valores enteros, entonces $p(x) \in \mathbb{Q}[x]$ y por el teorema de la paridad de raíces si $r_1 = 2 - \sqrt{5}$ es raíz de $p(x)$, entonces $r_2 = 2 + \sqrt{5}$ también es raíz de $p(x)$.

Sea a la otra raíz, por el teorema de Cardano se tiene:

- i. $(2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5})a = 3 \rightarrow a = -3$
- ii. $2 - \sqrt{5} + 2 + \sqrt{5} + a = -(m + 4) \rightarrow 4 + a = -m - 4$
 $1 = -m - 4$

Entonces se tiene: $m = -5$

- iii. $(2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5}) + (2 - \sqrt{5})(-3) + (2 + \sqrt{5})(-3) = -2n + 3$
 $-1 - 6 - 6 = -2n + 3$
 $n = 8$

Luego $q(x) = -3x^2 - x - 3$

$$\therefore q(m + n) = q(3) = -3(3)^2 - (3) - 3 = -33$$

Rpta.: A

7. A un evento en un auditorio asistieron $\overline{1unu}$ personas, y el auditorio tiene $\overline{1nuu}$ butacas. Se sabe que $(3+i)$ es una raíz de $p(x) = x^3 - 5ux^2 + (n^2 - 2)x - 20u$. Determine cuantas butacas del auditorio quedaron sin ocupar.

A) 180 B) 360 C) 300 D) 450 E) 90

Solución:

De los datos se tiene que u y n son valores enteros positivos, entonces $p(x) \in \mathbb{R}[x]$ y por el teorema de la paridad de raíces si $r_1 = 3+i$ es raíz de $p(x)$, entonces $r_2 = 3-i$ también es raíz de $p(x)$.

Sea r la otra raíz de $p(x)$, por el teorema de Cardano se tiene:

- i) $3+i+3-i+r=5u \rightarrow 6+r=5u$
ii) $(3+i)(3-i)r=20u \rightarrow r=2u$

Entonces se tiene: $u=2$ y $r=4$

- iii) $(3+i)4 + (3-i)4 + (3+i)(3-i) = n^2 - 2 \rightarrow n=6$

Cantidad de personas que asistieron: 1262

Capacidad del auditorio: 1622

$\therefore$ En el auditorio quedaron 360 butacas sin ocupar.

Rpta.: B

8. En un estudio se registró el salto de un delfín, modelando su posición en metros con respecto a la superficie del agua mediante un polinomio $h(t)$ de cuarto grado y coeficientes reales; donde t es el tiempo transcurrido en segundos desde que el delfín se impulsa para saltar. Determine la posición del delfín a los 5 segundos, sabiendo que su posición inicial es 2,16 metros por debajo de la superficie del agua y que el polinomio $h(t)$ admite raíces simples a $-3i$, 3 y 8 .

- A) 2,04 m. sobre el agua B) 2 m. sobre el agua
C) 1,2 m. debajo del agua D) 2,01 m. debajo del agua
E) 2,24 m. sobre el agua

Solución:

- I. Como $h(t)$ tiene coeficientes reales, entonces $h(t) \in \mathbb{R}[t]$ y por el teorema de la paridad de raíces si $r_1 = -3i$ es raíz, $r_2 = 3i$ también es raíz de $h(t)$.
II. Se tiene un polinomio de grado 4 con raíces: 3 , 8 , $3i$ y $-3i$.
III. Por teorema del factor, tenemos:

$$\begin{aligned} h(t) &= a(t-3)(t-8)(t-3i)(t+3i) \\ &\rightarrow h(t) = a(t-3)(t-8)(t^2+9) \end{aligned}$$

Se inicia el salto a 2,16 metros por debajo del agua.

$$h(0) = -2.16 \rightarrow h(0) = a(0-3)(0-8)(0^2+9) = -2.16 \rightarrow a = -\frac{1}{100}$$

$$\rightarrow h(t) = -\frac{1}{100}(t-3)(t-8)(t^2+9)$$

Luego de 5 segundos:

$$h(5) = -\frac{1}{100}(5-3)(5-8)(5^2+9) = 2,04$$

∴ El delfín luego de 5 segundos se encuentra a 2,04 metros sobre el agua.

Rpta.: A

Trigonometría

EJERCICIOS DE CLASE

1. María, la hija mayor del Sr. Cárdenas, está muy entusiasmada pues dentro de E meses se celebrará su quinceañero. Si E viene dada por la siguiente expresión:

$$E = \frac{3\cos^2(2x) - \sin^2(2x)}{\cos\left(\frac{\pi}{6} + 2x\right)\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)},$$

determine cuántos meses aproximadamente faltan para que se lleve a cabo la fiesta tan esperada por María.

- A) 8 meses B) 6 meses C) 3 meses D) 5 meses E) 4 meses

Solución:

$$E = \frac{3\cos^2(2x) - \sin^2(2x)}{\sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)} = \frac{3\cos^2(2x) - \sin^2(2x)}{\sin^2\frac{\pi}{3} - \sin^2 2x}$$

$$= \frac{3 - 3\sin^2 2x - \sin^2 2x}{\frac{3}{4} - \sin^2 2x} = \frac{4(3 - 4\sin^2 2x)}{3 - 4\sin^2 2x}$$

$$= 4$$

Faltan 4 meses.

Rpta.: E

2. La altura h pies sobre el piso, que alcanza un cohete de juguete a los t segundos de haber sido disparado, está dada por $h = -16t^2 + 120t$. ¿Cuándo llegará el cohete a M pies donde $M = 180 \left[\frac{\sin 80^\circ + \sin 40^\circ}{2 + \cos 40^\circ - 2\sin^2 40^\circ} \right] \frac{\cos 40^\circ}{\sin 40^\circ}$ sobre el piso para $t > 5$?

A) $\frac{15+3\sqrt{5}}{4}$ seg

B) $\frac{15+2\sqrt{5}}{4}$ seg

C) $\frac{15+\sqrt{5}}{4}$ seg

D) $\frac{15+\sqrt{5}}{3}$ seg

E) $\frac{15-3\sqrt{5}}{4}$ seg

Solución:

$$\begin{aligned}
 M &= 180 \cot 40^\circ \left[\frac{2\sin 40^\circ \cos 40^\circ + \sin 40^\circ}{2(1 - \sin^2 40^\circ) + \cos 40^\circ} \right] \\
 &= 180 \cot 40^\circ \sin 40^\circ \left[\frac{2\cos 40^\circ + 1}{2\cos^2 40^\circ + \cos 40^\circ} \right] \\
 &= 180 \cot 40^\circ \frac{\sin 40^\circ}{\cos 40^\circ} \left[\frac{2\cos 40^\circ + 1}{2\cos 40^\circ + 1} \right] = 180 \cot 40^\circ \tan 40^\circ \\
 &= 180 \\
 h &= 180 \rightarrow 180 = -16t^2 + 120t \\
 16t^2 - 120t + 180 &= 0 \\
 4t^2 - 30t + 45 &= 0 \\
 t &= \frac{30 \pm \sqrt{180}}{8} = \frac{15 \pm 3\sqrt{5}}{4} > 5.
 \end{aligned}$$

Rpta.: A

3. Un topógrafo, usando un teodolito, anotó que el ancho y el largo de un terreno de forma rectangular miden $(4\cos 24^\circ \sin^3 8^\circ)$ km y $(4\sin 24^\circ \cos^3 8^\circ)$ km respectivamente. Si el perímetro de dicho terreno es $(M\cos 58^\circ)$ km, halle el valor de M .

A) 5

B) 4

C) 1

D) 2

E) 6

Solución:

$$\begin{aligned}
 \text{Perímetro} &= (8\cos 24^\circ \sin^3 8^\circ + 8\sin 24^\circ \cos^3 8^\circ) \\
 &= (2(3\sin 8^\circ - \sin 24^\circ)\cos 24^\circ + 2(\cos 24^\circ + 3\cos 8^\circ)\sin 24^\circ) \\
 &= 6\sin 8^\circ \cos 24^\circ - 2\sin 24^\circ \cos 24^\circ + 2\cos 24^\circ \sin 24^\circ + 6\cos 8^\circ \sin 24^\circ \\
 &= 6(\sin 8^\circ \cos 24^\circ + \cos 8^\circ \sin 24^\circ) \text{ km} \\
 &= 6\sin 32^\circ \text{ km}
 \end{aligned}$$

∴ El valor de $M = 6$

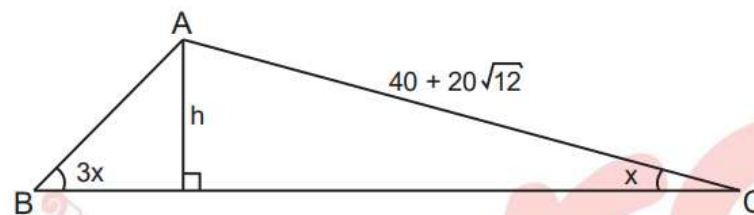
Rpta.: E

4. Un maestro carpintero desea enchapar una lámina triangular ABC, con los siguientes datos $AB = 40 \text{ cm}$, $AC = (40 + 20\sqrt{12}) \text{ cm}$ y la medida del ángulo B es el triple de C. Si el costo por 1 cm^2 de enchapado es $(3 - \sqrt{3})$ dólares, calcule el costo total de enchape que debe pagar el maestro.

A) \$ 2400 B) \$ 2460 C) \$ 3200 D) \$ 3600 E) \$ 2800

Solución:

$$h = 40\sin 3x = (40 + 20\sqrt{12})\sin x$$



$$40(3\sin x - 4\sin^3 x) = (40 + 20\sqrt{12})\sin x$$

$$40\sin x(3 - 2(2\sin^2 x)) = (40 + 20(2)\sqrt{3})\sin x$$

$$2\cos 2x + 1 = 1 + \sqrt{3}$$

$$\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow 2x = 30^\circ$$

$$x = 15^\circ \quad A = 120^\circ$$

$$A = \frac{1}{2} 40\sin 120^\circ (40 + 20\sqrt{12})$$

$$= \frac{1}{2} (40) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) 40(1 + \sqrt{3}) = 400(3 + \sqrt{3}) \text{ cm}^2$$

$$\text{Pago} = 400(3 - \sqrt{3})(3 - \sqrt{3}) \text{ dólares} = 2400 \text{ dólares}$$

Rpta.: A

5. Simplificar la expresión,

$$E = \left[\frac{\cos\left(\frac{x}{4}\right)}{\sqrt{1 + \sin\left(\frac{x}{2}\right)}} + \frac{\sin\left(\frac{x}{4}\right)}{\sqrt{1 - \sin\left(\frac{x}{2}\right)}} \right] \sin\left(\frac{x}{2}\right) - \cot\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$\text{para } 0 < x < \frac{\pi}{4}.$$

A) $\tan x$ B) $2\cot x$ C) $2\tan \frac{x}{2}$ D) $3\cot \frac{x}{2}$ E) $-2\cot x$

Solución:

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{\cos \frac{x}{4}}{\sqrt{\sin^2 \frac{x}{4} + \cos^2 \frac{x}{4} + 2\sin \frac{x}{4} \cos \frac{x}{4}}} + \frac{\sin \frac{x}{4}}{\sqrt{\sin^2 \frac{x}{4} + \cos^2 \frac{x}{4} - 2\sin \frac{x}{4} \cos \frac{x}{4}}} \right] \sin \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2} \\
 &= \left[\frac{\cos \frac{x}{4}}{\sin \frac{x}{4} + \cos \frac{x}{4}} + \frac{\sin \frac{x}{4}}{\cos \frac{x}{4} - \sin \frac{x}{4}} \right] \sin \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2} \\
 &= \left[\frac{\cos^2 \frac{x}{4} - \cancel{\sin \frac{x}{4} \cos \frac{x}{4}} + \sin^2 \frac{x}{4} + \cancel{\sin \frac{x}{4} \cos \frac{x}{4}}}{\cos^2 \frac{x}{4} - \sin^2 \frac{x}{4}} \right] \sin \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2} \\
 &= \left[\frac{1}{\cos \frac{x}{2}} \right] \sin \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2} \\
 &= \tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2} = -\left(\cot \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2} \right) = -2\cot x
 \end{aligned}$$

Rpta.: E

6. En la figura mostrada, desde los puntos B y D se observa la parte más alta de un edificio con ángulos de elevación 3θ y θ respectivamente. Si AC es la altura del edificio, $AB = 9\text{ m}$ y $AD = 23\text{ m}$, determinar la relación entre las distancias CD y BC.

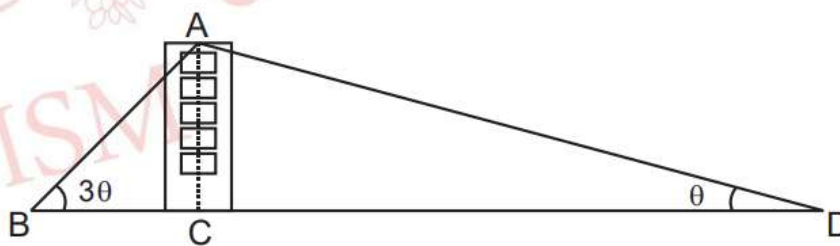
A) 4,6

B) 6,4

C) 4,4

D) 3,3

E) 5,5

**Solución:**

$$\Delta ACB: BC = 9\cos 3\theta$$

$$\Delta ACD: CD = 23\cos \theta$$

$$\frac{BC}{CD} = \frac{9\cos 3\theta}{23\cos \theta} = \frac{9}{23}(2\cos 2\theta - 1)$$

También

$$AC = 9\sin 3\theta = 23\sin \theta$$

$$\frac{\operatorname{sen} 3\theta}{\operatorname{sen} \theta} = \frac{23}{9} \text{ de la propiedad } 2\cos 2\theta + 1 = \frac{23}{9}$$

$$\cos 2\theta = \frac{7}{9}$$

$$\frac{BC}{CD} = \frac{9}{23} \left(2 \left(\frac{7}{9} \right) - 1 \right) = \frac{5}{23}$$

$$\frac{CD}{BC} = 4,6$$

Rpta.: A

7. Álex se encuentra ubicado a cierta distancia y en dirección $N(90^\circ - 3\theta)O$ respecto a María, quien a su vez se encuentra a 4 metros y al este de Rosario. Si Víctor está ubicado a 3 metros y al norte de Rosario, pero al sur de Álex y el ángulo que se forma entre Alex, María y Víctor es θ , determine la distancia entre Álex y Víctor.

- A) $\frac{25}{9} m$ B) $\frac{47}{9} m$ C) $\frac{52}{9} m$ D) $\frac{59}{9} m$ E) $\frac{44}{9} m$

Solución:

$$\tan 2\theta = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta} = \frac{3}{4}$$

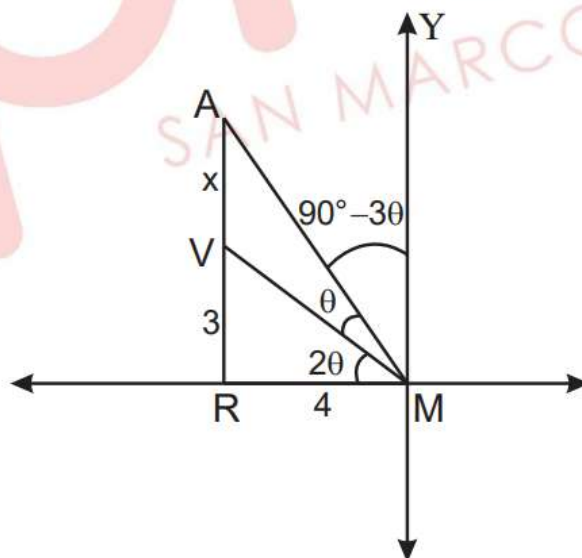
$$3\tan^2\theta + 8\tan\theta - 3 = 0$$

$$\tan\theta = \frac{1}{3} \vee \tan\theta = -3$$

$$\tan 3\theta = \frac{3\tan\theta - \tan^3\theta}{1 - 3\tan^2\theta}$$

$$\frac{x+3}{4} = \frac{3\left(\frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{3}\right)^3}{1 - 3\left(\frac{1}{3}\right)^2}$$

$$x = \frac{25}{9}$$



Rpta.: A

8. Una caja rectangular tiene dimensiones $a \text{ pulg} \times 6 \text{ pulg} \times b \text{ pulg}$; donde

$$a = 4 \left(\frac{\tan x \cdot \sec 2x - \csc 2x + \cot 2x}{\sin^2 x \cdot (\tan 2x - \tan x)} \right) \text{ y } b = \frac{30 \tan^2 2x \cdot \tan 6x + 30 \tan 2x - 10 \tan^3 2x}{\tan 6x}$$

determine el ángulo θ que forma una diagonal de la base y la diagonal de la caja, como se ve en la figura.

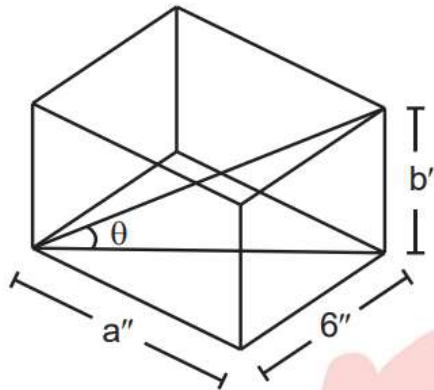
A) 45°

B) 30°

C) 60°

D) 75°

E) 63°



Solución:

$$a = 4 \left(\frac{\tan x \sec 2x - (\csc 2x - \cot 2x)}{\sin^2 x (\tan 2x - \tan x)} \right)$$

$$= \frac{4}{\sin^2 x} \left(\frac{\tan x (\sec 2x - 1)}{\frac{\sin 2x}{\cos 2x} - \frac{\sin x}{\cos x}} \right) = \frac{4}{\sin^2 x} \left(\frac{\tan x \left(\frac{1 - \cos 2x}{\cos 2x} \right)}{\frac{\sin x}{\cos 2x \cos x}} \right)$$

$$= \frac{4}{\sin^2 x} (1 - \cos 2x) = \frac{4}{\sin^2 x} (2 \sin^2 x) = 8$$

$$b = 10 \left[\frac{3 \tan^2 2x \tan 6x + 3 \tan 2x - \tan^3 2x}{\tan 6x} \right]$$

$$= 10 \left[\frac{3 \tan^2 2x \tan 6x + \tan 6x (1 - 3 \tan^3 2x)}{\tan 6x} \right]$$

$$= 10 [3 \tan^2 2x + 1 - 3 \tan^2 2x] = 10$$

Diagonal de la base d :

$$d^2 = 8^2 + 6^2 \rightarrow d = 10$$

$$\tan \theta = \frac{10}{10} = 1 \rightarrow \theta = 45^\circ$$

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Ha comenzado un incendio en un centro poblado de la Selva peruana y se propaga en forma de círculo. Si el radio de este círculo aumenta a una velocidad constante de $96\text{sent} \cdot \cos 2t \cdot \cos 8t \cdot \cos 4t$ pies/min, donde t es tiempo en minutos desde que comenzó el incendio, determine el área total incendiada cuando transcurrió $\frac{\pi}{30}$ min.

A) $\frac{\pi^3}{25}$ pies² B) $\frac{3\pi^3}{5}$ pies² C) $\frac{14\pi^3}{25}$ pies² D) $\frac{6\pi^3}{25}$ pies² E) $\frac{11\pi^3}{25}$ pies²

Solución:

$$\begin{aligned}
 V &= 96\text{sent} \cos 2t \cos 8t \cos 4t \\
 &= 48 \left(\frac{2\text{sent} \cos t}{\cos t} \right) \cos 2t \cos 4t \cos 8t \\
 &= 24 \frac{(2\text{sen} 2t \cos 2t)}{\cos t} \cos 4t \cos 8t \\
 &= 12 \frac{(2\text{sen} 4t \cos 4t)}{\cos t} \cos 8t \\
 &= 6 \frac{(2\text{sen} 8t \cos 8t)}{\cos t} = 6 \frac{\text{sen} 16t}{\cos t} \\
 &= 6 \frac{\text{sen} 8 \cdot \frac{\pi}{15}}{\cos \frac{\pi}{30}} = 6 \frac{\text{sen} 96^\circ}{\cos 6^\circ} = 6 \frac{\cos 6^\circ}{\cos 6^\circ}
 \end{aligned}$$

$$V = 6 \frac{\text{pies}}{\text{m}} \rightarrow r = \frac{\pi}{5} \text{ pies}$$

$$A = \frac{\pi^3}{25} \text{ pies}^2$$

Rpta.: A

2. Hace $336M$ años, donde

$$M = \frac{\tan 1^\circ}{(1 - \tan^2 1^\circ)(1 - \tan^2 2^\circ)(1 - \tan^2 4^\circ)}$$

una casa se compró en \$ 89 000 dólares. Este año fue valuada en \$ 125 000. Suponga que el valor V de la casa después de su compra es función lineal del tiempo t expresado en años. Expresé V en términos de t .

- A) $V = 6000t + 89\,000$ B) $V = 5000t + 89\,000$
 C) $V = 4000t + 89\,000$ D) $V = 6000t + 125\,000$
 E) $V = 6000t + 88\,000$

Solución:

$$M = \frac{\tan 1^\circ}{\left(\frac{2\tan 1^\circ}{\tan 2^\circ}\right)\left(\frac{2\tan 2^\circ}{\tan 4^\circ}\right)\left(\frac{2\tan 4^\circ}{\tan 8^\circ}\right)}$$

$$= \frac{\tan 8^\circ}{8} = \frac{\frac{1}{7}}{8} = \frac{1}{56}$$

$$336M = 6 \text{ años}$$

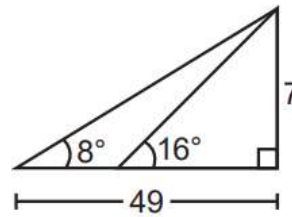
$$125\,000$$

$$89\,000$$

$$\hline 36\,000$$

Por año es 6000

$$V = 6000t + 89\,000$$



Rpta.: A

3. Calcule la temperatura promedio en °C de una ciudad del sur peruano cuyo valor es numéricamente igual al mínimo de la función f definida por

$$f(x) = \frac{\operatorname{sen} 3x + 2\operatorname{sen} 2x}{\operatorname{sen} x}$$

A) -3°C

B) -2°C

C) -4°C

D) -5°C

E) -6°C

Solución:

$$f(x) = \frac{3\operatorname{sen} x - 4\operatorname{sen}^3 x + 4\operatorname{sen} x \cos x}{\operatorname{sen} x}$$

$$= 3 - 4\operatorname{sen}^2 x + 4\cos x$$

$$= -1 + 4\cos^2 x + 4\cos x$$

$$= 4\left(\cos x + \frac{1}{2}\right)^2 - 2$$

$$-1 \leq \cos x \leq 1 \rightarrow -\frac{1}{2} \leq \cos x + \frac{1}{2} \leq \frac{3}{2}$$

$$0 \leq \left(\cos x + \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{9}{4}$$

$$-2 \leq \underbrace{\left(\cos x + \frac{1}{2}\right)^2 - 2}_{f(x)} \leq \frac{1}{4}$$

$$\min f = -2^\circ\text{C}$$

Rpta.: B

4. Un terreno de forma rectangular tiene de largo L km y ancho A km, donde:

$$L = \frac{\operatorname{sen}^8 \alpha - \cos^8 \alpha}{\operatorname{sen}^4 \alpha \cos^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha \cos^4 \alpha}; \quad \alpha = 22^\circ 30'$$

y

$$A = -\frac{3\operatorname{sen} \frac{\pi}{9} - 4\cos^2 \frac{\pi}{9} \operatorname{sen} \frac{\pi}{9}}{\tan \frac{\pi}{9}}.$$

Halle el área de dicho terreno.

- A) 3 km^2 B) 5 km^2 C) 6 km^2 D) 4 km^2 E) 2 km^2

Solución:

$$\begin{aligned} L(\alpha) &= \frac{(\operatorname{sen}^4 \alpha + \cos^4 \alpha)(\operatorname{sen}^4 \alpha - \cos^4 \alpha)}{\operatorname{sen}^2 \alpha \cos^2 \alpha (\operatorname{sen}^2 \alpha - \cos^2 \alpha)} \\ &= (1 - 2\operatorname{sen}^2 \alpha \cos^2 \alpha)(\operatorname{sen}^2 \alpha - \cos^2 \alpha)(\operatorname{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha) \\ &= \frac{1 - 2\operatorname{sen}^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\operatorname{sen}^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{1}{\operatorname{sen}^2 \alpha \cos^2 \alpha} - 2 \\ &= \frac{4}{\operatorname{sen}^2 \alpha} - 2 = \frac{4}{\operatorname{sen}^2 \alpha 45^\circ} - 2 = 6 \text{ km} \\ A &= -\frac{3\operatorname{sen} \frac{\pi}{9} - 2\operatorname{sen} \frac{\pi}{9} \cos \frac{\pi}{9} (2\cos \frac{\pi}{9})}{\frac{\operatorname{sen} \frac{\pi}{9}}{\cos \frac{\pi}{9}}} \\ &= \left[3 - 4\cos^2 \frac{\pi}{9} \right] \cos \frac{\pi}{9} = -\left[3\cos \frac{\pi}{9} - 4\cos^3 \frac{\pi}{9} \right] \\ &= 4\cos^3 \frac{\pi}{9} - 3\cos \frac{\pi}{9} = \cos^3 \frac{\pi}{9} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \text{ km} \\ S &= 6 \left(\frac{1}{2} \right) = 3 \text{ km}^2 \end{aligned}$$

Rpta.: A

5. En la procesión de la Cruz de Mayo, la cuadrilla encargada para levantar las andas de la imagen a lo largo de la procesión está conformada por

$$-40 \left(\frac{8\cos^2 \theta \operatorname{sen} 4\theta - \tan 4\theta \cos 4\theta - 8\cos^4 \theta \operatorname{sen} 4\theta}{\operatorname{sen} 8\theta} \right)$$

Personas. Indique cuántas personas integran la cuadrilla mencionada.

- A) 20 personas B) 24 personas C) 18 personas
D) 22 personas E) 28 personas

Solución:

$$\begin{aligned}
 \frac{8\cos^2\theta\sin 4\theta - \tan 4\theta\cos 4\theta - 8\cos^4\theta\sin 4\theta}{\sin 8\theta} &= \frac{-\sin 4\theta(8\cos^4\theta - 8\cos^2\theta + 1)}{2\sin 4\theta\cos 4\theta} \\
 &= -\frac{8\cos^2\theta(\cos^2\theta - 1) + 1}{2\cos 4\theta} \\
 &= -\frac{1 - 8\sin^2\theta\cos^2\theta}{2\cos 4\theta} \\
 &= -\frac{1 - 2\sin^2 2\theta}{2\cos 4\theta} \\
 &= -\frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$-40\left(-\frac{1}{2}\right) = 20$$

Rpta.: A

6. La temperatura de una ciudad de la Sierra del Perú en un día del mes de mayo del 2024, está modelada por la siguiente expresión

$$8\sin\left(\frac{\pi t}{24}\right)\cos\left(\frac{\pi t}{24}\right) + 13$$

en °C, donde t es el número de horas transcurridas desde la medianoche. Determine la temperatura de la ciudad a las 10 a.m.

- A) 10°C B) 15°C C) 11°C D) 14°C E) 16°C

Solución:

Sea $T^\circ\text{C}$ la temperatura de la ciudad

$$T = 8\sin\left(\frac{\pi t}{24}\right)\cos\left(\frac{\pi t}{24}\right) + 13 = 4\sin\left(\frac{\pi t}{12}\right) + 13$$

Nos piden la temperatura a las 10 a.m., reemplazando $t = 10$:

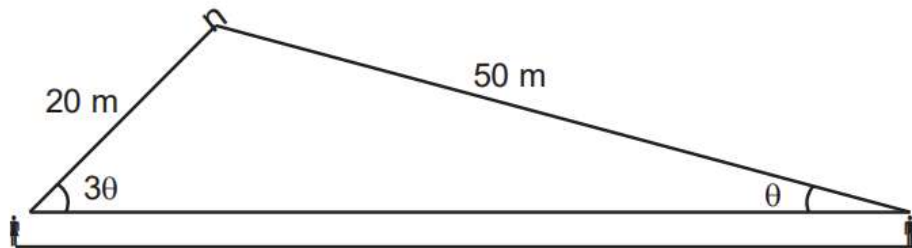
$$\Rightarrow T = 4\sin\left(\frac{\pi(10)}{12}\right) + 13 = 4\sin\frac{5\pi}{6} + 13 = 15$$

Por lo tanto, la temperatura de la ciudad a las 10 a.m. es 15°C.

Rpta.: B

7. Juan y María observan, en el mismo instante, un ave en el cielo con ángulos de elevación de θ y 3θ , respectivamente, como se muestra en la figura. Calcule $\cos 2\theta$.

- A) $3/8$
 B) $3/4$
 C) $3/5$
 D) $1/5$
 E) $4/5$



Solución:

Del gráfico

$$BH = 20\text{sen}3\theta\text{m} = 50\text{sen}\theta\text{m}$$

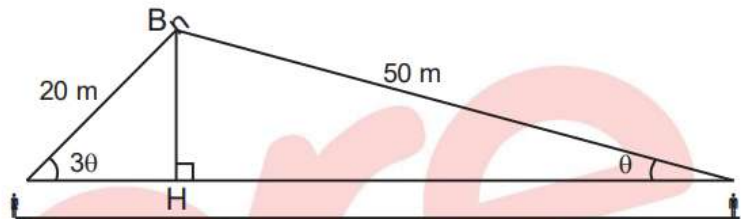
$$20(3\text{sen}\theta - 4\text{sen}^3\theta) = 50\text{sen}\theta$$

$$20(3 - 4\text{sen}^2\theta) = 50$$

$$\frac{1}{4} = 2\text{sen}^2\theta$$

$$1 - \cos 2\theta = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \cos 2\theta = \frac{3}{4}$$



Rpta.: B

Lenguaje

EJERCICIOS DE CLASE

1. Según su significado, los sustantivos se pueden clasificar en común, propio, concreto, abstracto, individual, colectivo. De acuerdo con ello, establezca la correlación correcta entre los sustantivos subrayados y sus clases.

- I. El amor a los libros lo acompañó toda su vida.
 II. Colocó los plumones en el borde de la pizarra.
 III. En Pucallpa, viven mis padres y mis sobrinos.
 IV. El poemario fue publicado el sábado pasado.

- a. Propio
 b. Concreto
 c. Colectivo
 d. Abstracto

- A) Id, Ila, IIIb, IVc
 D) Ib, Ilc, IIIa, IVd

- B) Ic, Ild, IIIa, IVb
 E) Id, Ilb, IIIa, IVc

- C) Ib, Ilc, IIIc, IVa

Solución:

El sustantivo *amor* es abstracto, pues no es perceptible mediante los sentidos; *plumones*, concreto, porque es un elemento perceptible; *Pucallpa* es un sustantivo propio; *poemario* es un colectivo.

Rpta.: E

2. El nombre o sustantivo propio tiene valor denominativo, lo que le permite asignar nombre a individuos particulares. Este se clasifica según la naturaleza y características del referente, entre los que destacan los nombres de personas (antropónimos), ya sean nombres de pila, hipocorísticos, apellidos o sobrenombres; nombres de animales (zoónimos) y nombres de lugares (topónimos). Considerando lo señalado, identifique la opción que relaciona cada sustantivo subrayado con su respectiva clase.

- | | |
|---|------------------|
| I. <u>Sánchez</u> realizó la exposición final en la noche. | a. Zoónimo |
| II. Vivieron en <u>Huancayo</u> durante toda su infancia. | b. Patronímico |
| III. <u>Mili</u> recibió muchos presentes en su cumpleaños. | c. Topónimo |
| IV. <u>Rocinante</u> es el nombre del caballo de Don Quijote. | d. Hipocorístico |

A) Ib, Ilc, IIIa, IVd

B) Id, Ilc, IIIb, IVa

C) Id, IIb, IIIa, IVc

D) Ib, Ilc, IIIb, IVa

E) Ib, IId, IIIa, IVc

Solución:

Sánchez es un patronímico; Huancayo, topónimo; Mili, hipocorístico y Rocinante, zoónimo.

Rpta.: D

3. Los pronombres son categorías lexicales con significado referencial, es decir, refieren a las entidades denotadas por los sustantivos. En el enunciado *Ellos les entregaron aquella encomienda que era nuestra porque se confundieron*, la cantidad de pronombres asciende a

- A) siete. B) cinco. C) tres. D) seis. E) cuatro.

Solución:

Los pronombres son cinco: *ellos* (personal), *les* (personal átono), *que* (relativo), *nuestra* (posesivo) y *se* (personal átono).

Rpta.: B

4. Los pronombres personales átonos pueden cumplir las funciones de objeto directo e indirecto. En ese sentido, marque la alternativa donde el pronombre subrayado cumple la función de objeto indirecto.

- | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| A) <u>Me</u> visitó en el hospital. | B) <u>Te</u> vimos ayer en el cine. |
| C) <u>Nos</u> encontró en el aula. | D) <u>Me</u> entregó el pedido hoy. |
| E) <u>Lo</u> saludó efusivamente. | |

Solución:

En esta alternativa, *me* cumple la función de objeto indirecto del verbo *entregar*.

Rpta.: D

5. Los pronombres sustituyen al sustantivo y pueden clasificarse según su función en personales, posesivos, demostrativos, relativos, indefinidos, interrogativos y exclamativos. Considerando ello, establezca la correlación correcta entre los pronombres subrayados y sus clases.

I. Nos dijo que <u>ese</u> era el mejor de todos.	a. Personal	
II. No pudo conversar <u>contigo</u> el miércoles.	b. Demostrativo	
III. La casa grande frente al parque era <u>suya</u> .	c. Indefinido	
IV. <u>Varios</u> asistieron tarde a la conferencia, Liz.	d. Posesivo	
A) Ic, IIa, IIId, IVb	B) Ic, IIa, IIId, IVd	C) Ia, IIc, IIId, IVb
D) Ib, IId, IIIa, IVc	E) Ib, IIa, IIId, IVc	

Solución:

Ese es un pronombre demostrativo; *contigo*, personal tónico; *suya*, posesivo; *varios*, indefinido.

Rpta.: E

6. La frase nominal es la unidad sintáctica cuyo núcleo es un nombre o un pronombre, y puede presentar modificadores directos e indirectos en su estructura. De acuerdo con esta aseveración, señale la opción que presenta mayor número de frases nominales.

- A) Los jóvenes estudiantes participaron en el concurso en enero.
- B) Gabriela se presentó puntualmente en su nuevo trabajo ayer.
- C) Nuestros sobrinos nos visitaron el día sábado en la mañana.
- D) El hijo de Ana obtuvo el puntaje más alto en el último examen.
- E) Los alumnos del centro preuniversitario son muy responsables.

Solución:

Esta opción presenta cuatro frases nominales: *nuestros sobrinos*, *nos*, *el día sábado* y *la mañana*.

Rpta.: C

7. La frase nominal puede llevar modificadores directos e indirectos. Aquellas que presentan modificador indirecto como frases preposicionales, frases apositivas o proposiciones subordinadas adjetivas se clasifican como complejas. Considerando lo anterior, identifique la alternativa que presenta una frase nominal compleja.

- A) Mariela tuvo que llevar al veterinario a su gata blanca anoche.
- B) Aaron y Emma viajarán juntos para investigar más sobre el tema.
- C) Los ensayos que redactaron fueron publicados en esa revista.
- D) Por las playas, caminaron todas las tardes Fernando y Rosario.
- E) Estefanía, el examen será evaluado el miércoles en la mañana.

Solución:

La frase nominal compleja es *los ensayos que redactaron*. Esta admite el modificador indirecto *que redactaron*, el cual es una proposición subordinada adjetiva.

Rpta.: C

8. Reconozca la clase de frase nominal que corresponde a la estructura subrayada: incompleja, compleja, simple o compuesta.

A) Aníbal, el esposo de María, es un excelente abogado. _____

B) Mi hermana y mi prima me prepararon un pastel, Luz. _____

C) La prima de Laura le dijo que debía viajar el sábado. _____

D) Isabel, debes realizarte los exámenes médicos hoy. _____

E) Le gustan las galletas, los bizcochos y las tortas. _____

Rpta.: A) compleja y simple, B) incompleja y compuesta, C) compleja y simple, D) incompleja y simple, E) incompleja y compuesta.

9. La frase nominal, cuyo núcleo es un nombre o un pronombre, cumple la función de sujeto cuando es el tema de la predicación verbal; es decir, el verbo habla de él, señalando actividad, estado, etc. Según ello, en el enunciado *Me preocupa la actual situación que enfrenta Luis*, Camila indique cuál es la alternativa que presenta el sujeto.

A) Me

B) Luis

C) La actual situación

D) Camila

E) La actual situación que enfrenta Luis

Solución:

En el referido enunciado, la frase nominal que funciona como sujeto es *la actual situación que enfrenta Luis*.

Rpta.: E

10. La frase nominal desempeña diferentes funciones sintácticas dentro de la oración. En ese sentido, relacione las frases subrayadas con sus respectivas funciones; luego señale la secuencia correcta.

I. Ramiro estudió en aquel colegio.

a. Sujeto

II. Diego me envió las herramientas.

b. OI

III. Cayeron muchas hojas del árbol.

c. OD

IV. A su tío le regaló aquellos relojes.

d. Circunstancial

A) Ib, IIa, IIIc, IVd

B) Ic, IId, IIIb, IVa

C) Id, IIb, IIIa, IVc

D) Ib, IIc, IIId, IVa

E) Id, IIc, IIIa, IVb

Solución:

La frase nominal *aquel colegio* funciona como complemento circunstancial de lugar; *las herramientas*, como objeto directo; *muchas hojas del árbol*, como sujeto; *su tío*, como objeto indirecto.

Rpta.: E

11. La frase nominal cumple las funciones de sujeto, vocativo y complemento (OD, OI, circunstancial, agente, de nombre, de adjetivo y de verbo). De acuerdo con esta aseveración, lea los enunciados y seleccione la alternativa que correlaciona correctamente la columna de las frases nominales subrayadas y la de las funciones que cumplen.

- | | |
|---|-----------------------|
| I. Carmela viajará <u>el domingo</u> , Amanda. | a. OD |
| II. <u>Nosotros</u> desarrollamos todos los ítems. | b. Sujeto |
| III. <u>Entrégalos</u> mañana por la tarde, Inés. | c. Vocativo |
| IV. <u>Estimada María</u> , se le envió el vóucher. | d. Circunstancial |
| A) Ib, Ila, IIId, IVc | B) Ia, IIc, IIIb, IVd |
| D) Ia, IIId, IIIb, IVc | E) Ic, IIb, IIIa, IVd |
| | C) Id, IIb, IIIa, IVc |

Solución:

En I, la FN *el domingo* cumple la función de complemento circunstancial; en II, la FN *nosotros* asume la función de sujeto; en III, la FN *los* cumple la función de OD del verbo *entregar*; en IV, la FN *estimada María* funciona como vocativo.

Rpta: C

12. Dentro de la oración, las frases nominales cumplen diversas funciones, como sujeto, OD, OI, CC, vocativo, atributo. En el espacio correspondiente, escriba el nombre de la función que cumple cada frase nominal subrayada.

- | | |
|---|-------|
| A) Maritza es <u>la nueva coordinadora</u> . | _____ |
| B) Esteban estudia en <u>la biblioteca</u> . | _____ |
| C) <u>Los asesores</u> contactaron a Luis. | _____ |
| D) <u>Te</u> recomendó corregir la redacción. | _____ |
| E) El joven artista pintó <u>esos cuadros</u> . | _____ |

Rpta.: A) Atributo, B) CC, C) sujeto, D) OI, E) OD.

Literatura

EJERCICIOS DE CLASE

1. Con respecto a las etapas de la Nueva narrativa hispanoamericana, marque la alternativa que completa, de manera correcta, el siguiente enunciado: «En la etapa de apogeo de la Nueva narrativa hispanoamericana, es decir, durante el *boom*, se aprecia
- A) la publicación de obras de gran calidad a partir de 1950».
 - B) un gran éxito editorial que se manifiesta a nivel mundial».
 - C) la influencia del regionalismo en las novelas de la época».
 - D) el contundente rechazo a la experimentación lingüística».
 - E) la producción cuentística del escritor Jorge Luis Borges».

Solución:

En la etapa del *boom* de la Nueva narrativa hispanoamericana, se percibe un gran éxito editorial que se manifiesta tanto a nivel continental como a nivel mundial. Es un periodo en el cual Vargas Llosa, Cortázar, García Márquez y Fuentes se consolidan como extraordinarios escritores.

Rpta.: B

2. Marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado sobre el contexto histórico – social de la Nueva narrativa hispanoamericana: «Esta nueva propuesta narrativa se desarrolló durante el periodo en el cual las sociedades dejan de ser rurales, es decir, durante la _____ de los países del continente gracias a la influencia que logró ejercer la _____».
- A) modernización – presencia de capitales foráneos
 - B) decadencia – Revolución cubana y sus ideales
 - C) militarización – ideología socialista en la región
 - D) inestabilidad – proliferación de las dictaduras
 - E) transformación – crisis política latinoamericana

Solución:

La Nueva narrativa hispanoamericana se desarrolló en un contexto en el que se aprecia la modernización y desarrollo de los países latinoamericanos debido al influjo del capitalismo, lo que posibilitó el progresivo cambio de las viejas estructuras sociales.

Rpta.: A

3. ¿Qué característica de la Nueva narrativa hispanoamericana se aprecia en el siguiente fragmento del cuento «Viaje a la semilla», de Alejo Carpentier?

Las aves volvieron al huevo en torbellino de plumas. Los peces cuajaron la hueva, dejando una nevada de escamas en el fondo del estanque. Las palmas doblaron las pencas, desapareciendo en la tierra como abanicos cerrados. Los tallos sorbían sus hojas y el suelo tiraba de todo lo que le perteneciera. El trueno retumbaba en los corredores. Crecían pelos en la gamuza de los guantes. Las mantas de lana se destejían, redondeando el vellón de carneros distantes. Los armarios, los vargueños, las camas, los crucifijos, las mesas, las persianas, salieron volando en la noche, buscando sus antiguas raíces al pie de las selvas. [...]. Todo se metamorfoseaba, regresando a la condición primera. El barro, volvió al barro, dejando un yermo en lugar de la casa.

- A) Diversidad de voces narrativas
- B) Abandono del relato lineal
- C) Incorporación de lo irracional
- D) Tendencia al cosmopolitismo
- E) Transculturación narrativa

Solución:

El fragmento citado narra cómo algunos seres vivos y las cosas de una casa vuelven a sus formas primigenias, cual si regresaran en el tiempo; esto es algo que escapa de toda explicación lógica. Por lo tanto, la característica de la Nueva narrativa hispanoamericana que se pone de manifiesto es la primacía de lo fantástico, como expresión de lo irracional e inaudito.

Rpta.: C

4. El hallazgo del galeón, indicio de la proximidad del mar, quebrantó el ímpetu de José Arcadio Buendía. Consideraba como una burla de su travieso destino haber buscado el mar sin encontrarlo, [...], atravesado en su camino como un obstáculo insalvable. Muchos años después, el coronel Aureliano Buendía, volvió a atravesar la región cuando era ya una ruta regular del correo, y lo único que encontró de la nave fue el costillar carbonizado en medio de un campo de amapolas. [...]. Pero José Arcadio Buendía no se planteó esa inquietud cuando encontró el mar, al cabo de otros cuatro días de viaje, a doce kilómetros de distancia del galeón.

Luego de leer el fragmento citado, perteneciente a la novela *Cien años de soledad*, de Gabriel García Márquez, se puede afirmar que la característica de la Nueva narrativa hispanoamericana que se puede identificar es

- A) la participación activa que realiza el lector del texto.
- B) el uso reiterado de la técnica del monólogo interior.
- C) el experimentalismo, perceptible a nivel lingüístico.
- D) la ruptura del orden lógico y cronológico del relato.
- E) el empleo del realismo mágico o lo real maravilloso.

Solución:

En el fragmento citado, perteneciente a *Cien años de soledad*, se aprecia la ruptura del orden lógico y cronológico del relato, puesto que la narración es interrumpida por un salto temporal hacia el futuro, para luego volver al presente.

Rpta.: D**5.**

Apoyé la mano izquierda sobre la portada y abrí con el dedo pulgar casi pegado al índice. Todo fue inútil: siempre se interponían varias hojas entre la portada y la mano. Era como si brotaran del libro.

—Ahora busque el final.

También fracasé; apenas logré balbucear con una voz que no era la mía:

—Esto no puede ser.

Siempre en voz baja el vendedor de biblias me dijo:

—No puede ser, pero es. El número de páginas de este libro es exactamente infinito. Ninguna es la primera; ninguna, la última. No sé por qué están numeradas de ese modo arbitrario.

¿Qué aspecto de la producción cuentística de Jorge Luis Borges se observa en el fragmento citado, perteneciente al cuento «El libro de arena»?

- A) Aparición de un enigma de tipo policial
- B) Inclusión de libros y autores apócrifos
- C) Evocación de anécdotas familiares
- D) Presencia de personajes misteriosos
- E) Desarrollo de una narrativa fantástica

Solución:

En el fragmento citado, perteneciente al cuento «El libro de arena», se evidencia nítidamente la tendencia hacia lo fantástico que caracteriza a los cuentos de Borges, pues el relato refiere la existencia de un libro que no tiene principio, ni fin.

Rpta.: E

6. Marque la alternativa que contiene la secuencia correcta de verdad (V o F) en relación a los siguientes enunciados relacionados con los temas desarrollados en los cuentos de Jorge Luis Borges.

- I. El tiempo se muestra como un elemento que puede fluir o detenerse.
- II. El revólver, que es un símbolo de violencia, aparece en algunas historias.
- III. Algunos relatos suelen expresar la ambigüedad entre la realidad y la ficción.
- IV. En ocasiones surge la imagen del laberinto como metáfora de la identidad.

- A) VFVF B) VVFF C) FVVF D) FVFF E) VFVV

Solución:

I. En los cuentos de Borges, el tiempo es un elemento que fluye o se inmoviliza. (V) II. En algunas historias aparece el cuchillo, objeto que simboliza la violencia. (F) III. Otras historias expresan la ambigüedad entre la realidad y la ficción. (V) IV. También hay relatos en los que se hace referencia al doble o a los espejos, los cuales son

interpretados como metáforas de la identidad, mientras que el laberinto es la expresión de una realidad sin sentido. (F).

Rpta.: A

7.

Quizá me engañen la vejez y el temor, pero sospecho que la especie humana -la única- está por extinguirse y que la Biblioteca perdurará: iluminada, solitaria, infinita, perfectamente inmóvil, armada de volúmenes preciosos, inútil, incorruptible, secreta. [...] Quienes lo imaginan sin límites, olvidan que los tiene el número posible de libros. Yo me atrevo a insinuar esta solución del antiguo problema: *La Biblioteca es ilimitada y periódica*. Si un eterno viajero la atravesara en cualquier dirección, comprobaría al cabo de los siglos que los mismos volúmenes se repiten en el mismo desorden (que, repetido, sería un orden: el Orden). Mi soledad se alegra con esa elegante esperanza.

Luego de leer el fragmento citado, perteneciente al cuento «La biblioteca de Babel», incluido en el libro *Ficciones*, de Jorge Luis Borges, se puede deducir que el narrador esboza la idea de que

- A) el azar ocasionará la extinción de las bibliotecas y de los hombres.
- B) la posibilidad de una biblioteca infinita depende del doble o del otro.
- C) la biblioteca es una expresión del caos y el orden al mismo tiempo.
- D) los libros afianzan la relación establecida entre pasado y presente.
- E) solamente un eterno viajero comprobaría que la biblioteca es finita.

Solución:

En el fragmento citado del cuento «La biblioteca de Babel», el narrador deja entrever la idea de que la biblioteca tiende a repetir un desorden, que para él sería un orden. Entonces, el tema del caos y el orden se pone en evidencia.

Rpta.: C

8. Teniendo en cuenta el comentario sobre el libro *Ficciones*, de Jorge Luis Borges, marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado: «En los cuentos de Borges, muchas veces la trama estará sometida a un exhaustivo análisis, puesto que cada suceso de la historia

- A) pretende mostrar nuevas facetas de la compleja realidad».
- B) adquiere un propósito gracias al juego de advertencias».
- C) prescinde de la ambigüedad y de los constantes errores».
- D) va a formar parte de un plan cuidadosamente elaborado».
- E) tiene como fin transformar lo fantástico en detectivesco».

Solución:

En los cuentos de Borges, cada suceso de la historia forma parte de un plan que ha sido concebido con mucho esfuerzo y cuidado, y de manera anticipada.

Rpta.: D

Psicología

EJERCICIOS DE CLASE

Lea atentamente el enunciado de cada pregunta y señale la respuesta correcta.

1. Lucila, luego de ver a sus tías preparando postres, de su caja de juguetes extrajo una cocina diminuta y una olla con los que reproduce lo que las vio hacer minutos antes. Considerando las actividades representacionales señaladas por Piaget, lo hecho por Lucila grafica el concepto de _____.

A) juego simbólico
C) imagen mental
E) lenguaje

B) representación gráfica
D) imitación diferida

Solución:

La imitación diferida consiste en la reproducción de una acción o acciones (significantes) en ausencia del modelo. Para poder imitar el comportamiento observado, la niña debe retener la representación mental del evento para luego ejecutar la imitación.

Rpta.: D

2. La función elaborativa del pensamiento nos permite resolver problemas. Para ello, el pensamiento desarrolla estrategias que se pueden agrupar considerando ciertas características. Relacione cada una de estas estrategias con los casos presentados:

I. Ensayo y error.

II. Algoritmo.

III. Heurística.

a. Gabriel visita una feria artesanal buscando un abrigo. Al ver la gran variedad de ellos, eligió el más costoso, pues pensó: «Lo barato sale caro»

b. Abigail no cree que las etiquetas en las prendas correspondan a las medidas, por lo que antes de comprarlas, se prueba la ropa.

c. Henry busca cambiar el disco duro de su laptop y revisa el contenido de un *youtuber* informático que suele ser preciso al indicar cómo hacerlo.

A) Ic, IIa, IIIb
D) Ib, IIa, IIIc

B) Ib, IIc, IIIa
E) Ic, IIb, IIIa

C) Ia, IIb, IIIc

Solución:

(Ib) En el ensayo y error se realizan acciones para descartar los incorrectos de manera azarosa; en el caso descrito, Abigail va probándose la ropa al margen de lo que diga la etiqueta y descarta la que no corresponde a su talla una vez que lo ha visto en su cuerpo.

(IIc) En la estrategia algoritmo se sigue una secuencia establecida, un conjunto de pasos claramente definidos y que permiten llegar al resultado. Esto es lo que busca hacer Henry, al revisar y seguir las instrucciones del youtuber informático.

(IIIa) La estrategia heurística constituye un atajo cognitivo, que puede estar basado en un estereotipo que no necesariamente es siempre cierto, pero que en la persona que lo utiliza constituye el criterio principal para su toma de decisiones, tal como lo evidencia Gabriel en el caso descrito.

Rpta.: B

3. Una niña de seis años cuenta con sus dedos al momento de sumar en la clase de matemática. Si la suma resultante es mayor a diez, se dice a sí misma «Tengo que usar otra vez mi mano» refiriendo que debe seguir contando con la mano inicial para lograr llegar al número deseado. Estas características permiten referir que esta niña se encuentra en la etapa denominada

A) habla telegráfica.
C) explosión de lenguaje.
E) holofrásica.

B) prelingüística.
D) lenguaje egocéntrico.

Solución:

De acuerdo con Lev S. Vigotsky, entre los tres y seis años de edad, el lenguaje expreso se va internalizando para asumir nuevas funciones mentales como la regulación, planificación de acciones y solución de problemas. Esta transición se denomina lenguaje egocéntrico.

Rpta: D

4. Joaquín le entregó a su esposa una bolsa que contenía camisas, blusas, un vestido rojo y una cartera pequeña compradas en el *mall*, dándole la instrucción que separe la «ropa para niña» y lo coloque en una bolsa de regalo, pues irán a la fiesta de su ahijada. Al abrir la ahijada la bolsa de regalo, sorprendida dijo: «Padrino, esto es una camisa, no una blusa». Considerando los atributos de los conceptos formados por abstracción, señale la alternativa correcta sobre el concepto «ropa para niña».

- A) el artículo que sorprendió a la ahijada es compatible con la intensión del concepto «ropa para niña» pero incompatible con la extensión del mismo concepto.
B) el concepto «ropa para niña» no fue formado por abstracción razón por la cual la esposa no eligió un ejemplar representativo.
C) se obsequió un artículo que no corresponde al concepto «ropa para niña», por tanto, hubo un error en la extensión del concepto.
D) la extensión del concepto «ropa para niña» está descrita de manera correcta en los artículos que entregó Joaquín a su esposa.
E) para enumerar la intensión del concepto «ropa para niña» se necesita abstraer el conjunto de cualidades comunes de sus elementos representativos.

Solución:

La extensión de un concepto comprende los ejemplares representativos del concepto. En el caso descrito, la bolsa de regalo contenía una prenda masculina (camisa) y no una blusa que es la que correspondía a la extensión del concepto «ropa para niña».

Rpta.: C

5. Piaget describió cinco actividades que se relacionan con la función representacional del pensamiento. A continuación, relacione cada actividad con su respectivo ejemplo.

- | | |
|--------------------|---|
| I. Juego simbólico | a. Raquel utiliza una zanahoria como si fuera una corneta de heladero y emite sonidos guturales para dar a entender que vende helados. |
| II. Imagen gráfica | b. Sarahí utiliza la plastilina para formar monigotes tridimensionales para representar los espantapájaros que vio en la chacra de su abuela. |
| III. Lenguaje | c. Gaby, se sienta a la mesa y dice: «por favor, quiero mis tostadas con mermelada; también me gustaría café con leche y endulzada con miel». |

- A) Ic, IIb, IIIa
D) Ib, IIa, IIIc

- B) Ia, IIb, IIIc
E) Ia, IIc, IIIb

- C) Ib, IIc, IIIa

Solución:

Ia. El juego simbólico introduce elementos que se usan como significantes que adquieren un significado distinto en la acción desarrollada; es la introducción de significantes «como si fueran» o desempeñando un rol nuevo asignado por el sujeto.
IIb. La imagen gráfica consiste en representar en un soporte físico un objeto, situación, acción, etc., que el sujeto puede relacionar o identificar en su entorno físico o mental.
IIIc. El lenguaje es el uso del signo lingüístico para comunicar un mensaje; es el uso de palabras (conceptos) con los cuales se puede transmitir un deseo, petición, orden, idea, etc. a otro individuo o a sí mismo.

Rpta.: B

6. Julio olvidó la llave del cuarto que alquila cerca de la universidad junto con las otras llaves de su casa en Huaral. Sin embargo, al fijarse bien en el candado, recordó que una vez su hermano logró abrir uno similar utilizando y moviendo de forma aleatoria un alambre similar al que usan como cordel para tender ropa. Por esto, subió a la azotea y cortó un segmento de un extremo del cordel, y tras replicar lo visto a su hermano, logró abrir el candado. La estrategia de solución de problemas usada por Julio se denomina _____.

- A) ensayo y error
C) imagen mental
E) algoritmo

- B) heurística
D) recuperación de la información

Solución:

En el caso descrito, tenemos una situación problemática reconocida como resuelta anteriormente por su hermano, y es precisamente aquello visto antes lo que se vuelve a usar, por tanto, corresponde a la estrategia de recuperación de la información.

Rpta.: D

7. A Diana le gusta crear cuentos con finales diferentes y contar a sus mejores amigos preguntas capciosas y acertijos divertidos. En tanto que su hermano Bartolomé suele responder a las preguntas con lo más tradicional o dando respuestas simples sin pensar en más alternativas posibles a cada pregunta. Basándonos en los tipos de pensamiento, indique los enunciados correctos en este caso.

- I. Diana presenta pensamiento vertical, mientras que su hermano evidencia pensamiento divergente.
- II. Mientras que Diana ilustra un pensamiento divergente, su hermano Bartolomé presenta pensamiento vertical.
- III. Diana evidencia pensamiento lateral ya que presenta características más creativas que el pensamiento divergente de su hermano.

A) Solo I B) Solo III C) II y III D) Solo II E) I y II

Solución:

Solo II. Según los tipos de pensamiento, Diana presenta respuestas propias de un pensamiento divergente o lateral, que tiende a la creatividad, mientras que su hermano Bartolomé, de un pensamiento vertical o convergente, por sus respuestas de alternativas comunes sin explorar otras posibilidades.

Rpta.: D

8. Estefanía menciona la palabra «ichi» cada vez que ve pasar al gato que vive en su casa, así como al gato del vecino e incluso cuando su mamá la pasea por el felinario del zoológico, señalando a cada felino mientras los nombra. Estas características que evidencia Estefanía son manifestaciones principales del estadio denominado _____ de la etapa _____.

- A) holofrásico – prelingüística
- B) habla telegráfica – lingüística
- C) holofrásico – lingüística
- D) egocéntrica – lingüística
- E) habla telegráfica – prelingüística

Solución:

Durante el estadio holofrásico de la etapa lingüística, el infante tiende a denominar varios objetos o acciones con las mismas palabras, así también desarrolla el lenguaje simpráxico por lo que acompaña la nominación con gestos o ademanes.

Rpta.: C

9. Los padres de Lucero están preparando con anticipación su fiesta de primer año. Cuando ella quiere pedirle algo a sus padres solo les dice «ba-ba-bá». Sin embargo, también repite eso mientras juega en su cuna o cuando ve a la mascota pasar. Respecto al desarrollo del lenguaje, indique el valor de verdad de los siguientes enunciados:
- I. Al hacer uso de una misma expresión para nominar diferentes referentes, Lucero muestra características de la etapa lingüística en la que se encuentra.
 - II. Las características de la etapa prelingüística se ilustran en la forma cómo se expresa Lucero al realizar estos balbuceos.
 - III. Es evidente que en esta infante habrá un retraso en el desarrollo del lenguaje, ya que a su edad debería decir más palabras.
- A) FVV B) VFV C) FFV D) VFF E) FVF

Solución:

FVF. Lucero, quien tiene menos de un año de edad, se encuentra en la etapa prelingüística. Una característica es el balbuceo en la que repite una sola sílaba constantemente. Asimismo, en este caso no se presentan evidencias para sospechar un retraso en el desarrollo del lenguaje.

Rpta.: E

10. Arturo le cuenta a su hijo menor: «Entre tu hermano y tú, eres quien empezó a hablar más pronto. Seguramente fue porque tu madre y yo estuvimos más pendiente de ello. Cada vez que señalabas un objeto, ella siempre te decía cómo se llamaba. Mientras que cada vez que yo regresaba del trabajo, te contaba todo mi día o te relataba algún cuento». Lo mencionado por Arturo alude a que la variable más enfatizada en la adquisición de lenguaje de su hijo menor fue la (de)
- A) respiratoria. B) aprendizaje. C) fonadora.
D) neurológica. E) maduracional.

Solución:

En este caso, se enfatiza en las características de las variables de aprendizaje, en las que los agentes sociales estimulan la adquisición de palabras en el niño.

Rpta.: B

Educación Cívica

EJERCICIOS DE CLASE

1. El Estado peruano reconoce a las comunidades campesinas y nativas. Este reconocimiento hace referencia a respetar los derechos de los pueblos originarios en lo que concierne a sus tradiciones, costumbres, historia, mitos, religiosidad popular, arte, teatro, folclore, tecnología, y naturalmente su idioma.

El párrafo planteado corresponde al Estado respetando la

- | | |
|--------------------------|------------------------|
| A) interculturalidad. | B) identidad nacional. |
| C) identidad cultural. | D) migración. |
| E) segregación cultural. | |

Solución:

La Constitución menciona en el artículo 89 lo siguiente:

Artículo 89°.- Las Comunidades Campesinas y Nativas tienen existencia legal y son personas jurídicas.

Son autónomas en su organización, en el trabajo comunal y en el uso y la libre disposición de sus tierras, así como en lo económico y administrativo, dentro del marco que la ley establece. La propiedad de sus tierras es imprescriptible, salvo en el caso de abandono previsto en el artículo anterior.

El Estado respeta la identidad cultural de las Comunidades Campesinas Nativas.

Siendo el último párrafo mención de la identidad cultural como reconocimiento a las comunidades campesinas y nativas.

Rpta.: C

2. El 22 de agosto se conmemora el Día Mundial del Folclore, como reconocimiento a los saberes, tradiciones, expresiones artísticas, culturales y la identidad de los pueblos. El folclore es una expresión de lo arraigado que están las tradiciones en nuestro país. Indique la alternativa que represente la valoración de dicha conmemoración.

- | | |
|--------------------------|-----------------------|
| A) Racismo segregacional | B) Identidad nacional |
| C) Diversidad cultural | D) Inmigración |
| E) Aislamiento cultural | |

Solución:

Cada 22 de agosto, se rinde homenaje a las manifestaciones culturales y artísticas de cada pueblo como conmemoración a la diversidad cultural.

Rpta.: C

3. En las oficinas de la Corte Superior de Justicia de Arequipa, un elevado número de población quechuahablante de la región (164,925) no accede a la justicia porque los procesos se realizan en castellano. Para ello, se ha realizado una convocatoria a todo el personal que conoce el quechua, con el fin de seleccionar a las personas más adecuadas para encargarles la traducción de los documentos oficiales de mayor uso en idioma quechua (Cusco-Collao). Con la implementación de este plan de acción, las personas de habla quechua están siendo atendidas para acceder a la justicia. Al respecto, identifique la alternativa que represente al caso mostrado.

- A) Disminuir la carga judicial en Arequipa
- B) Facilitar solo los expedientes de los quechuahablantes
- C) Contratar más quechuahablantes para incrementar el presupuesto
- D) Cambiar el idioma en determinadas regiones
- E) Respetar la diversidad cultural en el Perú

Solución:

Miles de quechuahablantes usuarias y usuarios del sistema judicial se ven con limitaciones porque los procesos jurisdiccionales y administrativos se realiza exclusivamente en castellano, situación que genera desconfianza en la administración de justicia.

Reconocer la diversidad cultural de un país es importante para que se gobierne y conviva de manera inclusiva y respetuosa; porque mediante políticas y programas que se fomenten atenderán a esta realidad y promoverán la valoración a las diferentes «identidades» que conforman un país.

Rpta.: E

4. En el año 2024, el Gobierno peruano, a través del Ministerio de Desarrollo Agrario y Riego entregó 5 títulos de propiedad a comunidades campesinas, en beneficio de más de 2 mil habitantes de la región Cusco.



De esta manera, tras 40 años de espera, los comuneros beneficiados podrán ejercer la defensa de sus territorios; debido a que ahora serán propietarios de sus tierras, y, además, podrán acceder a otros beneficios más que otorga el Estado peruano.

Con respecto al caso mostrado, identifique la alternativa que mejor represente la motivación de accionar del gobierno para dicho acontecimiento.

- A) La promoción de la caza ilegal en las tierras que tienen posesión por generaciones las comunidades campesinas como contraprestación a el título otorgado.
- B) La propiedad privada puede realizar actividades extractivas en tierras desconociendo a las comunidades campesinas.
- C) El reconocimiento de las comunidades campesinas con el fin de ganar votos y realizar negociaciones en las tierras que se les otorga como derecho.
- D) Las comunidades campesinas pueden realizar abuso del derecho en cualquier propiedad desconociendo al Estado.
- E) El reconocimiento constitucional de la existencia legal de las comunidades campesinas y nativas.

Solución:

La Constitución en su artículo 89, señala lo siguiente:

Artículo 89°.- Las Comunidades Campesinas y Nativas tienen existencia legal y son personas jurídicas.

Son autónomas en su organización, en el trabajo comunal y en el uso y la libre disposición de sus tierras, así como en lo económico y administrativo, dentro del marco que la ley establece.

Por ello, se hace el reconocimiento constitucional de la existencia legal de las comunidades campesinas y nativas.

Rpta.: E

Historia

EJERCICIOS DE CLASE

1. La caída del Tahuantinsuyo se vio facilitada por la guerra civil entre Huáscar y Atahualpa. Ocurrida la muerte de Huayna Cápac, la división interétnica se produjo, haciendo inviable todo tipo de cohesión o acuerdo. Las culturas que fueron incorporadas coactivamente al Imperio incaico padecieron su dominación, por lo que decidieron tomar partido por los españoles. Sobre el enunciado anterior, marque la respuesta correcta.

- A) La alianza hispano-huanca fue importante para la derrota de los incas.
- B) Los chachapoyas envenenaron al inca Huayna Cápac con apoyo de Quisquis.
- C) El segundo viaje de Pizarro convenció a los huaylas de la derrota inca.
- D) La coya tuvo un papel preponderante en la elección de Atahualpa como inca.
- E) Hernando de Soto conquistó la Florida durante el desarrollo del primer viaje.

Solución:

La muerte del inca Huayna Cápac aceleró la división interétnica de los pueblos y las regiones sometidas al Imperio de los incas. Durante la conquista, los españoles tuvieron un amplio respaldo de muchos de aquellos reinos. Sin embargo, el apoyo más importante en favor de los conquistadores fue el de los huancas. La alianza hispano-huanca hizo retroceder militarmente a las huestes del Incanato. Con estas fuerzas indígenas colaboracionistas los españoles consolidaron el proceso de conquista.

Rpta.: A

2. La captura del inca Atahualpa fue posible, en gran medida, gracias al factor sorpresa. Los conquistadores pudieron sorprender a los miles de guerreros incaicos utilizando sus armas tradicionales de fuego, canes amaestrados, espadas y partesanas. Otro factor que tomar en cuenta fue la falta de preparación de las fuerzas del inca Atahualpa, que no pudieron evaluar el carácter letal de las armas hispanas. A continuación, señale el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados:

- I. Luego de su captura, Atahualpa ordenó la muerte de su hermano Ninan Coyuchi.
- II. Para liberar al inca, se negoció entregar objetos hechos de metales preciosos.
- III. A pesar de la entrega del rescate, se procedió a la ejecución del inca.
- IV. La curaca de los huaylas envió un ejército para liberar al inca en Cajamarca.

- A) VFFV B) FVFF C) VFVF D) VVVF E) FVVF

Solución:

De las alternativas planteadas solo la II y la III son verdaderas. Durante ese segundo viaje, Pizarro, Almagro y los otros españoles experimentaron varias peripecias. Luego de su captura, el inca Atahualpa decidió negociar su libertad ofreciendo entregar a los españoles dos habitaciones repletas de plata y una habitación repleta de oro, en ambas hasta donde alcanzara su mano extendida hacia arriba. Los metales preciosos fueron traídos desde el santuario de Pachacámac; sin embargo, a pesar de entregar los objetos metálicos, Atahualpa fue sometido a juicio y ejecutado.

Rpta.: E

3. El gobierno del virrey Francisco de Toledo (1569-1581) logró consolidar el sistema colonial en el virreinato del Perú. Sus medidas políticas, religiosas y económicas permitieron afianzar el régimen mercantilista mediante el control definitivo de la monetización del tributo. En el aspecto político, la derrota de Túpac Amaru I determinó el fin de la resistencia de Vilcabamba, mientras que, en el aspecto religioso
- A) dirigió la campaña de extirpación de idolatrías.
 - B) realizó una visita general a la Capitanía general de Chile.
 - C) negoció con el Villaq Umo la paz de Acobamba.
 - D) estableció el Tribunal del Santo Oficio de la Inquisición.
 - E) ejerció la dirección del Regio Patronato Indiano.

Solución:

Francisco de Toledo fue el quinto virrey del Perú, cuyo mandato trascurrió entre los años 1569 y 1581. Es reconocido por consolidar la política colonial bajo el régimen de los Habsburgo. Entre sus logros tenemos la derrota del inca de Vilcabamba, Túpac Amaru I; la realización de la gran visita general del virreinato del Perú; el establecimiento de las reducciones de pueblos de indios; y –con los objetivos de controlar espiritualmente a la población y proteger la pureza de la fe católica– el establecimiento del Tribunal del Santo Oficio de la Inquisición.

Rpta.: D

4. El régimen marítimo comercial en el virreinato del Perú se desarrolló a través del sistema de flotas y galeones. Este sistema permitía traer desde la península ibérica las mercancías que se negociaban en la feria de Portobello. Las dos instituciones que regulaban el tráfico comercial fueron la Casa de Contratación y el Tribunal del Consulado. Sobre el enunciado anterior, marque la alternativa correcta.
- A) La Casa de Contratación de Sevilla fiscalizaba el comercio en Charcas.
 - B) El Tribunal del Consulado regulaba el comercio del virreinato peruano.
 - C) La armada del Norte (Sevilla-Lima) fue absorbida por la Armada Invencible.
 - D) El contrabando del virreinato del Río de la Plata afectó el sistema de monopolio.
 - E) El juez de arribadas se encargaba de investigar la piratería en el Callao.

Solución:

El régimen comercial fue esencial en el esquema colonial del Imperio hispánico, pues aseguraba el tráfico comercial entre España y sus colonias. La Armada del Norte y la Armada del Sur se encontraban en la feria de Portobello, donde se efectuaban los intercambios respectivos. Para controlar dicho tráfico se establecieron dos instituciones: la Casa de Contratación de Indias de Sevilla, encargada de regular el comercio entre España y sus colonias, y el Tribunal del Consulado de Lima, que regulaba el comercio en el Virreinato peruano.

Rpta.: B

5. La educación fue esencial en el Virreinato peruano. Las entidades educativas se encargaban de la formación de criollos e indígenas como súbditos leales al rey. Asimismo, su función pedagógica se orientaba hacia el adoctrinamiento escolástico. Los niveles educativos no estaban diferenciados, predominando el memorismo, la severidad y la rigurosidad. Respecto de la educación superior, una institución importante en la formación de la élite virreinal criolla fue
- A) el Colegio de Santa Cruz de niñas expósitas.
 - B) el Real Colegio de Principes de Lima.
 - C) la Real y Pontificia Universidad de Lima.
 - D) el Colegio San Francisco de Borja de Cusco.
 - E) el oratorio de San Felipe Neri.

Solución:

En el Virreinato del Perú, la educación carecía de niveles diferenciados, además de ser rigurosa, severa y memorista. Para educar a la sociedad colonial se instituyeron distintos colegios y universidades, cuyos estudiantes aprendían los conocimientos que les permitían desempeñar una actividad correspondiente a su estamento. La población no privilegiada accedía a educarse en talleres de artesanos para aprender un oficio. Por su parte, las élites indígenas se educaban en los colegios de caciques, mientras que los criollos podían estudiar en los colegios mayores. Sin embargo, la entidad universitaria más importante para la élite fue la Real y Pontificia Universidad de Lima, hoy Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

Rpta.: C

Geografía

EJERCICIOS DE CLASE

1. El Ministerio de Desarrollo Agrario y Riego (MIDAGRI) viene evaluando más de 3 mil variedades nativas de papa a través del Programa Nacional de la Papa con el fin de desarrollar nuevos cultivos a partir de esta gran diversidad de variedades. La misma institución ha registrado la autenticidad de más de 750 variedades nativas de papa, lo que ha beneficiado la comercialización de este cultivo en los mercados nacionales e internacionales.



Al respecto, indique la alternativa que represente el caso expuesto por la papa en el Perú.

- A) Pluriculturalidad ecológica
C) Desarrollo ambiental
E) Diversidad de ecosistemas
B) Diversidad de especies
D) Diversidad genética

Solución:

La diversidad genética representa la variación hereditaria dentro y entre las poblaciones de organismos, cuya base está en los cromosomas.

Rpta.: D

2. La empresa Metro Goldwyn Mayer en 1932 estrenó *Tarzán de los monos*. Con ella empezaría una saga de gran éxito que marcó a generaciones a base de secuelas y continuas proyecciones en matinales y televisiones. Para muchos conocedores, el único Tarzán de carne y hueso es y será siempre Johnny Weissmüller.

Al respecto, indique la alternativa que presente los biomas en las cuales se realizaban principalmente las aventuras de Tarzán.

- A) Bosque templado/sabana
B) Tundra/Taiga
C) Sabana /bosque tropical
D) Pradera/bosque templado
E) Taiga/sabana



Solución:

La sabana es un tipo de ecosistema formado por una llanura de gran extensión cubierta de pastizales y hierbas en la que hay escasos árboles dispersos. Las sabanas están ubicadas en áreas tropicales y subtropicales y se caracterizan por ser una zona de transición entre el semidesierto y la Selva. Podemos encontrar a los leones, los guepardos y los leopardos coexistiendo en las sabanas africanas.

El bosque tropical centroafricano tiene una importancia global. Conforman la segunda mayor superficie de bosque tropical después de la Amazonia, abarcando más de 172 millones de hectáreas.

Rpta.: C

3. Los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS), son un llamamiento universal para poner fin a la pobreza, proteger el planeta y garantizar que para el 2030 todas las personas disfruten de paz y prosperidad.

Los 17 ODS están integrados: reconocen que la acción en un área afectará los resultados en otras áreas y que el desarrollo debe equilibrar la sostenibilidad social, económica y ambiental. Los países se han comprometido a priorizar el progreso de los más rezagados. Al respecto, indique la alternativa en la cual se presenta la reunión internacional en la cual se fijaron dichos objetivos.

- A) Conferencia de las Naciones Unidas sobre Desarrollo Sostenible Río+20 (2012)
- B) Cumbre de la Tierra o Cumbre de Río, en Río de Janeiro – Brasil (1992)
- C) Comisión Mundial sobre el Medio Ambiente y el Desarrollo ONU (1987)
- D) Conferencia de las Naciones Unidas sobre el Medio Humano, Estocolmo (1972)
- E) Asamblea General de la Organización de las Naciones Unidas (2015)

Solución:

Los Estados miembros de la ONU reconocen que el mayor desafío del mundo actual es la erradicación de la pobreza y afirman que sin lograrla no puede haber desarrollo sostenible.

La Agenda plantea 17 Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) con 169 metas de carácter integrado e indivisible que abarcan las dimensiones económica, social y ambiental. Entraron en vigor el 01 de enero del 2016 y rigen hasta el 2030.

Rpta.: E

4. Estado. La Constitución Política contiene artículos referidos a la defensa del ambiente, al respecto, identifique la alternativa que contenga dichos artículos.
- I. Los recursos naturales renovables y no renovables son patrimonio de la Nación. El Estado es soberano en su aprovechamiento.
 - II. El Estado determina la política nacional del ambiente. Promueve el uso de sus recursos naturales a la mejor propuesta económica.
 - III. El Estado está obligado a promover la conservación de la diversidad biológica y de las áreas naturales protegidas.
 - IV. El Estado promueve el desarrollo sostenible de la Amazonía con una legislación acorde a los intereses de los poseedores de las tierras.
- A) I, II, III y IV B) Solo I y II C) Solo II y IV
D) Solo I y III E) Solo II, III y IV

Solución:

La conservación del patrimonio natural es también responsabilidad de todos los peruanos. Los artículos de la Constitución Política referidos a la defensa del ambiente son:

Artículo 66°. Los recursos naturales renovables y no renovables son patrimonio de la Nación. El Estado es soberano en su aprovechamiento.

Por ley orgánica se fijan las condiciones de su utilización y de su otorgamiento a particulares. La concesión otorga a su titular un derecho real, sujeto a dicha norma legal.

Artículo 67°. El Estado determina la política nacional del ambiente. Promueve el uso sostenible de sus recursos naturales.

Artículo 68°. El Estado está obligado a promover la conservación de la diversidad biológica y de las áreas naturales protegidas.

Artículo 69°. El Estado promueve el desarrollo sostenible de la Amazonía con una legislación adecuada.

Rpta.: D

Economía

EJERCICIOS DE CLASE

1. El Consejo Nacional de Trabajo y Promoción del Empleo (CNTPE) es el que recomienda el aumento del salario mínimo legal o remuneración mínima vital, este salario sirve principalmente para proteger a los trabajadores de poca productividad donde el salario es muy bajo. Este salario recomendado se podría considerar como

- A) un precio mínimo que protege a los ofertantes de trabajo.
- B) una forma de discriminar precios en el mercado laboral.
- C) un ejemplo de eficiencia en la distribución del ingreso.
- D) un precio máximo que protege a los demandantes de trabajo.
- C) una política laboral que reactive la economía.

Solución:

El salario mínimo es una forma de proteger a los trabajadores (ofertantes de trabajo) de poca productividad, en este segmento del mercado laboral, los salarios (precio del trabajo) son muy bajos. Por dicha razón el Estado establece un salario mínimo superior al del mercado, con la intención de favorecer a los trabajadores de poca productividad.

Rpta.: A

2. El monopolista puede ejercer un dominio de mercado, ya que no tiene competencia por lo que tiene la suficiente información de cada uno de sus clientes podría cobrarle a cada uno su máxima disposición a pagar, pudiendo maximizar su excedente. La medida que aplicaría sería

- A) establecer precios máximo mayor al de mercado.
- B) establecer precios máximo y mínimo. cada consumidor.
- C) aplicar una discriminación de precios de primer grado.
- D) segmentar el mercado y discriminar precios.
- E) establecer un precio que solo cubra sus costos.

Solución:

El monopolista es el único proveedor del mercado, él tiene la capacidad de imponer el precio, y si conoce la información sobre la disposición a pagar de cada consumidor podrá aplicar discriminación de precios de primer grado.

Rpta.: C

3. La notable desigualdad que existe en el mundo fue planteado por Thomas Piketty en su libro *El Capital en el Siglo XXI*, en otro de sus libros *Capital e ideología*, en base a la conclusión del primero, Piketty recomienda la intervención del Estado para disminuir la desigualdad, teniendo que redistribuir los ingresos, esto lo podría realizar
- A) más impuesto a los que tienen mayor patrimonio y más subsidios a los de menos ingresos.
 - B) más impuesto a los que tienen mayores patrimonio y también más impuestos a los de menos ingresos.
 - C) subsidios a los todos los agentes económicos, al margen de su situación patrimonial y nivel de ingresos.
 - D) triplicar todos los salarios de todos los empleados públicos y privado, aumentando los impuestos a las compras.
 - E) establecer precios máximos indiscriminadamente, así sean bienes de primera necesidad o bienes de lujo.

Solución:

El mercado no puede garantizar la igualdad en la distribución de los ingresos debido a que depende la participación y la propiedad de los factores productivos. El Estado tiene el rol de redistribuidor de la riqueza generada en un país y para cumplir con esa función tiene que obtener ingresos a través de los tributos que constituyen apropiaciones legítimas del patrimonio de los particulares; para transferirlos a otros mediante subsidios, subvención o programas sociales.

Rpta.: A

4. Existe el impuesto a la renta que grava o afecta al dinero que se recibe cada periodo, en cambio el impuesto al patrimonio con el impuesto predial, estos impuestos afectan respectivamente a los/las
- A) ingresos y riquezas.
 - B) riquezas e ingresos.
 - C) ingresos y ganancias.
 - D) ahorros e ingresos.
 - E) ganancias e ingresos.

Solución:

Ingreso: es el conjunto de todos los flujos de dinero que recibe una persona física o jurídica durante un periodo determinado. Los ingresos acumulados en el tiempo se convierten en riqueza.

Riqueza: es el *stock* de bienes económicos, activos o dinero que posee una persona física o jurídica en un momento del tiempo.

Rpta.: A

5. Una empresa que domina el mercado nacional ha dividido su mercado en segmentos el primero está compuesta por consumidores con mayor capacidad de pago y el segundo con menor capacidad de pago. En ambos mercados el costo unitario es el mismo, entonces la empresa
- A) aplicaría discriminación de segundo grado y cobrará un menor precio al primer segmento.
 - B) podría aplicar un precio mínimo por encima del mercado para aumentar su rentabilidad.
 - C) tendría que aumentar su ingreso por ventas cobra mayor precio por cantidad vendida.
 - D) aplicaría discriminación de tercer grado y cobrará un mayor precio al primer segmento.
 - E) podría aumentar su precio a cada consumidor que tiene mayor capacidad de pago ingreso.

Solución:

Discriminación de precios de tercer grado: sucede cuando se cobra un precio único en cada grupo de consumidores o segmento del mercado. Es una de las técnicas más utilizadas dentro de las políticas de precios de numerosas compañías.

Rpta.: D

6. Una empresa ofrece su producto a distintos consumidores no conociendo su disposición a pagar de cada uno, aplicara estrategias estableciendo el precio según la cantidad que se adquiere. Otra empresa tiene consumidores, pero las puede agrupar por similar capacidad de pago. De acuerdo a lo señalado
- A) ambas empresas tendrían que ponerse de acuerdo y cobrar un precio más alto a todos los consumidores.
 - B) las dos empresas tendrían que aplicar discriminación de tercer grado segmentando a sus clientes.
 - C) la primera empresa tendría que aplicar discriminación de primer grado y la segunda de tercer grado.
 - D) las empresas tendrían que aumentar sus beneficios cobrando un mayor precio por todas las unidades vendidas.
 - E) la primera empresa tendría que aplicar discriminación de segundo grado y la segunda de tercer grado.

Solución:

Discriminación de precios de segundo grado: se aplica cuando la empresa no puede identificar el precio máximo que está dispuesto a pagar cada consumidor. En este caso los precios difieren dependiendo del número de unidades que se adquieren

Discriminación de precios de tercer grado: sucede cuando se cobra un precio único en cada grupo de consumidores o segmento del mercado. Es una de las técnicas más utilizadas dentro de las políticas de precios de numerosas compañías.

Rpta.: E

7. En los últimos años, el Estado peruano ha ido sumando una serie de asistencias monetarias para personas de bajos recursos, para sectores golpeados por la inflación o para familias perjudicadas por los impactos de la naturaleza, muchas de las transferencias monetarias se mantienen vigentes como casos de

A) subvención. B) exoneración. C) subsidio.
D) contribución. E) obligación.

Solución:

Los subsidios son ayudas otorgadas por organizaciones oficiales, cuya finalidad es brindar auxilios sociales o fomentar la demanda de un bien o servicio determinado, como son las viviendas.

Rpta.: C

8. La difunta Diana de Gales, ex esposa del actual rey Carlos de Inglaterra, era un personaje que rompió estereotipos en el mundo de la realeza británica, fue considerada por la princesa del pueblo. En abril último, 27 años después de su fallecimiento, un lote de 50 productos utilizados por ella, han sido subastados, y la subasta fue todo un éxito, hubo personas que llegaron a pagar 850 000 dólares por un vestido usado una vez en una ceremonia muy recordada y exitosa en su momento, el precio fue cuatro veces mayor de lo que se pedía en un primer lote anterior, nos permite inferir que los precios se formaron de acuerdo al planteamiento de la teoría

A) keynesiana. B) clásica. C) neoclásica.
D) monetarista. E) socialista.

Solución:

Para la teoría neoclásica, el grado de utilidad (satisfacción) determina el precio a pagar por un producto en el mercado. A mayor nivel de satisfacción mayor precio y a menor nivel de satisfacción menor será el precio.

Rpta.: C

9. Una empresa del sector de la agro exportación ha decidido conquistar el mercado europeo, aplicar estrategias de mercado innovadoras, buscando lograr una gran rentabilidad y cubrir sus costos como terrenos alquilados, mano de obra, impuestos al estado e intereses por préstamos del banco. De acuerdo al texto, se hace referencia al concepto denominado

A) producción. B) distribución. E) ganancia mínima.
C) margen de ganancia. D) discriminación de precios.

Solución:

La distribución, ocupa un lugar muy importante en el proceso económico. En la distribución se trata de retribuir (asignar) a cada factor de la producción (trabajo, capital, naturaleza, Estado) la parte proporcional que le corresponde de las riquezas que ha contribuido a producir.

Rpta.: B

10. El Banco de la Nación decidió ampliar la transferencia de recurso a las micro y pequeñas empresas, a través de créditos a tasas de interés preferenciales (muy por debajo de la tasa de los bancos privados), llegando hasta los 2500 millones de soles. Hasta la fecha se ha beneficiado a más de 100 000 micro y pequeñas empresas a nivel nacional. Lo señalado sería un ejemplo de la _____ a través de _____.
- A) distribución – subvenciones
B) redistribución – subvenciones
C) riqueza – precio mínimo
D) redistribución – créditos
D) distribución – subsidios

Solución:

El Estado tiene el rol de redistribuidor de la riqueza generada en un país transfiriendo recursos a través mediante subsidios, subvención o programas sociales.

Rpta.: B

Filosofía

LECTURA COMPLEMENTARIA

Yo he acuñado el término «pseudoserendipia» para designar descubrimientos accidentales que logren culminar un camino de búsqueda, en contraste con el significado de la (verdadera) «serendipia», la cual describe descubrimientos accidentales de cosas no buscadas. Porejemplo, Charles Goodyear descubrió el proceso de vulcanización del caucho cuando por accidente dejó un trozo de caucho mezclado con azufre sobre una estufa caliente. Durante muchos años Goodyear había estado obsesionado con encontrar una manera útil de hacer el caucho. Debido a que fue una casualidad lo que le llevó al proceso exitoso tan diligentemente buscado, yo lo llamo un descubrimiento «pseudoserendípico». En contraste, George de Mestral no tenía ninguna intención de inventar un cierre (velcro) cuando miraba aver por qué algo se le pegaba estrechamente a su ropa.

Roberts, Royston M. (1992). *Serendipia. Descubrimientos accidentales en la ciencia*.

1. Mientras recorría una huaca, con el propósito de determinar hasta qué distancia física de dicho edificio arqueológico podían ser hallados, en la superficie, tiestos decorados, cierto arqueólogo tropezó, fortuitamente, y cayó a una fosa de casi 1m de profundidad. Posteriormente, el científico descubrió que había caído sobre el techo de una cámara funeraria que contenía valiosa información complementaria acerca del universo simbólico de la cultura que él venía estudiando. Aquel suceso, siguiendo la terminología acuñada por Roberts, configuró un descubrimiento de tipo _____, pues el arqueólogo _____.
- A) pseudoserendípico – buscaba localizar dicha cámara mortuoria
B) serendípico – en verdad deseaba acopiar otro tipo de información
C) pseudoserendípico – no pretendía encontrar más restos cerámicos
D) serendípico – andaba en procura de descubrimientos funerarios
E) pseudoserendípico – deseaba fijar una secuencia ceramográfica

Solución:

El hallazgo accidental hecho por este arqueólogo de la lectura corresponde, siguiendo a Roberts, al de un descubrimiento científico de tipo serendípico porque fue totalmente inesperado, producido mientras el arqueólogo buscaba esclarecer otro asunto. No encontró casualmente algo que buscaba, sino, más bien, algo que no buscaba.

Rpta.: B**EJERCICIOS DE CLASE**

1. Si la epistemología se interesa por la fundamentación filosófica de la ciencia; entonces, por ello mismo, es plausible esperar que sea ella quien nos brinde, por ejemplo, una
- A) versión nueva de la teoría cuántica en lugar de los propios físicos.
 - B) serie de experimentos y observaciones directas en un laboratorio.
 - C) distinción clara entre objetividad y subjetividad en las ciencias.
 - D) guía de investigación empírica en embriología y en genética.
 - E) descripción al microscopio de los rasgos de una célula eucariota.

Solución:

Como la epistemología busca una fundamentación filosófica de la ciencia, es más plausible esperar que ella ensaye, más que aquello que indican las demás alternativas, una distinción entre lo objetivo y aquello que no lo es en el campo de la investigación científica.

Rpta.: C

2. Si una proposición como «en el universo simbólico andino, el antiguo sistema ceque otorgaba un profundo carácter sagrado al Cusco» es científica, entonces tiene como característica ser _____, puesto que _____.
- A) falible – puede ser discutida, descartada, mejorada y/o reformulada
 - B) perfectible – es imposible reformularla o discutirla, aunque sí mejorarla
 - C) subjetiva – su verdad necesita confirmarse con más estudios de campo
 - D) infalible – ha sido establecida por la aplicación del método científico
 - E) falible – aunque parece ser incorrecta, encierra verdades indiscutibles

Solución:

La falibilidad es un atributo del conocimiento científico, por lo cual sus proposiciones están expuestas al error y a la posibilidad de ser mejoradas o incluso rechazadas.

Rpta.: A

3. Suele asumirse que el conocimiento científico es un producto logrado en base a la aplicación del método científico, esto es, siguiendo reglas básicas de investigación. Luego, al postularse y después confirmarse cierta hipótesis, presumiéndola un nuevo conocimiento, entonces es correcto esperar que tal hipótesis, necesariamente,
- A) contradiga y no confirme lo dicho por las teorías vigentes.
 - B) posibilite agotar el conocimiento del objeto que es investigado.
 - C) no se aventure a contrariar los dogmas de la fe religiosa.
 - D) se convierta en una teoría científica sobre el objeto estudiado.
 - E) permita la producción de una teoría científica irrefutable y definitiva.

Solución:

Si la hipótesis se convierte en conocimiento científico, gracias a la investigación, entonces ofrecerá una teoría que permitirá explicar sistemáticamente el problema o aspecto del objeto que era materia del estudio.

Rpta.: D

4. Sospechando que se estaban produciendo algunas anomalías en el mercado bursátil nacional, un grupo de economistas decidió realizar un cuidadoso estudio del mismo, el cual arrojó que, en los últimos diez meses, los precios de ciertas acciones venían depreciándose, debido al ruido político imperante, lo que propiciaba una creciente contracción en la cantidad demandada de las mismas en dicho mercado. En tal sentido, si la Economía es una ciencia fáctica; entonces, los estudiosos buscaron constatar cómo la magnitud microeconómica observable de aquel fenómeno, es decir, _____, repercutía en la estabilidad de ese mercado bursátil.
- A) los deseos del accionista que quiere vender
 - B) las acciones bursátiles que eran ofertadas
 - C) el deseo del gobierno de que eso no ocurra
 - D) la ansiedad de los demandantes por comprar
 - E) el precio decreciente que tales acciones tenían

Solución:

Realizando observaciones y constataciones empíricas, los economistas comprobaron la manera en que las fluctuaciones en los precios de esas acciones repercutían en dicho mercado bursátil, generando desasosiego e inestabilidad.

Rpta.: E

5. Al administrar cierta dosis de carbonato de litio a un paciente en un hospital, un médico psiquiatra no fue debidamente informado de que dicho paciente era alérgico a ese placebo, presentándose en este un cuadro neurológico de convulsiones. En este caso, si la reacción convulsiva se explica por la presencia de dicho carbonato en el organismo del paciente; entonces, queda claro que
- A) el precitado carbonato de litio debió ser administrado en una dosis mayor al 12 %.
 - B) fue cometida una falla en relación con la descripción del estado real del paciente.
 - C) la posología del carbonato de litio no tiene que ver en absoluto con el cuadro clínico.
 - D) el paciente, en su historial clínico, había consumido litio sin episodios traumáticos.
 - E) era imposible cualquier pronóstico médico acerca de posibles reacciones adversas.

Solución:

Una de las funciones básicas de la ciencia es describir las características del objeto estudiado. En este caso, uno de los rasgos no descrito ni informado era el rechazo que el organismo del paciente experimentaba a la presencia del litio.

Rpta.: B

6. En un texto de 1970, el epistemólogo austriaco Paul Feyerabend comenzaba señalando lo siguiente: «La idea de un método que contenga principios firmes, inalterables y absolutamente obligatorios que rijan el quehacer científico tropieza con dificultades considerables al ser confrontada con los resultados de la investigación histórica. Descubrimos entonces, que no hay una sola regla, por plausible que sea, y por firmemente basada que esté en la epistemología, que no sea infringida en una ocasión u otra» (Feyerabend, Paul. *Tratado contra el método*). Esto es, Feyerabend nos explica que los científicos, en el ámbito de su investigación, acerca del método científico,

- A) con frecuencia, no han venido ciñéndose a seguirlo de modo regular.
- B) siempre han seguido, sin discusión, todos los pasos conocidos.
- C) a menudo, han imitado exactamente el método seguido por otro colega.
- D) jamás han discutido la aplicabilidad estricta del mismo.
- E) muchas veces no se harán cuestión de estado sobre su necesidad.

Solución:

Es claro que, en su texto, Feyerabend señala que, con frecuencia, han sido varios los científicos que no necesariamente han seguido canónicamente los pasos del método científico y que, en el curso de sus investigaciones, han roto, o no han seguido, alguna que otra de sus reglas.

Rpta.: A

7. Henri Poincaré (1854-1912), un prestigioso filósofo de la ciencia francés, escribía, en 1902, que «la experiencia es la única fuente de la verdad: solo ella puede enseñarnos algo nuevo; solo ella puede darnos la certeza. He aquí dos afirmaciones que nadie puede discutir» (Poincaré, Henri. *La ciencia y la hipótesis*). Si estas consideraciones de Poincaré son correctas, entonces, cabe afirmar de él que

- A) para él la certeza también puede admitir un procedimiento solo racional.
- B) acertaríamos si pensásemos que Poincaré razonaba como un cartesiano.
- C) el concepto de ciencia que manejaba distaba de ser próximo al positivismo.
- D) estaba intelectualmente entroncado con el cartesianismo pese a ser científico.
- E) su pensamiento epistemológico muestra afinidad ideológica con el empirismo.

Solución:

Del texto de Poincaré fluye claramente su adhesión ideológica al empirismo, en la medida que concibe a la experiencia como «la única fuente de la verdad».

Rpta.: E

8. Indique usted el valor de verdad (V o F) de cada proposición siguiente referida al dominio de la epistemología:

- I. Un estudio etnográfico de la religiosidad entre los witoto es de carácter fáctico.
- II. Primero se formula una hipótesis, luego se ve a qué objeto se puede adecuar.
- III. La formalización lógica de una teoría científica extensa facilitará su evaluación.

A) FVV

B) VFF

C) VFV

D) FFF

E) VVV

Solución:

- I. es verdad (V)
- II. es falso (F)
- III. es verdad (V)

Rpta.: C

CLAVES	
Pregunta	Clave
1	C
2	A
3	D
4	E
5	B
6	A
7	E
8	C

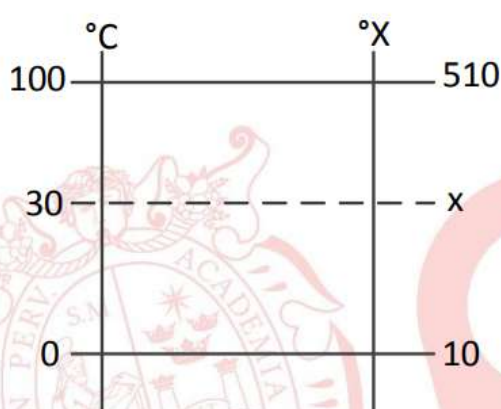
Física

EJERCICIOS DE CLASE

1. Cierta escala $^{\circ}X$ adopta los valores $10^{\circ}S$ y $510^{\circ}S$ que corresponden al punto de congelación y al punto de ebullición respectivamente, que lectura de temperatura en la escala $^{\circ}X$ corresponde a $30^{\circ}C$.

A) 150 B) 155 C) 160 D) 165 E) 170

Solución:



De la figura:

$$\frac{30}{100} = \frac{x - 10}{500}$$

$$\rightarrow 150 = x - 10$$

$$\therefore x = 160$$

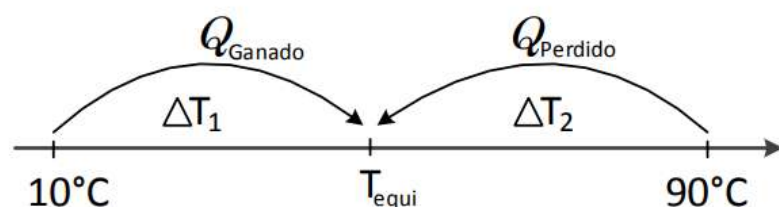
Rpta.: C

2. Se mezclan 40 g de agua a $10^{\circ}C$ con 60 g de agua a $90^{\circ}C$, todo en un recipiente de capacidad calorífica despreciable. ¿Cuál es la temperatura final de la mezcla?

($Ce_{\text{agua}} = 1 \text{ cal/g}^{\circ}C$)

A) $50^{\circ}C$ B) $52^{\circ}C$ C) $54^{\circ}C$ D) $56^{\circ}C$ E) $58^{\circ}C$

Solución:



Por conservación de la energía se cumple:

$$Q_{\text{Ganado}} = Q_{\text{Perdido}}$$

$$m_1 Ce_{\text{agua}} (\Delta T_1) = m_2 Ce_{\text{agua}} (\Delta T_2)$$

$$40(T_{\text{equi}} - 10) = 60(90 - T_{\text{equi}})$$

$$\therefore T_{\text{equi}} = 58^{\circ}C$$

Rpta.: E

3. Se mezcla 2 litros de agua a 90 °C con 8 litros de agua a 30 °C en un calorímetro de capacidad calorífica despreciable. Determine qué cantidad de calor se transfirió hasta alcanzar el equilibrio.

$$(C_{e_{agua}} = 1 \text{ cal/g}^\circ\text{C})$$

- A) 80 kcal B) 96 kcal C) 120 kcal D) 90 kcal E) 70 kcal

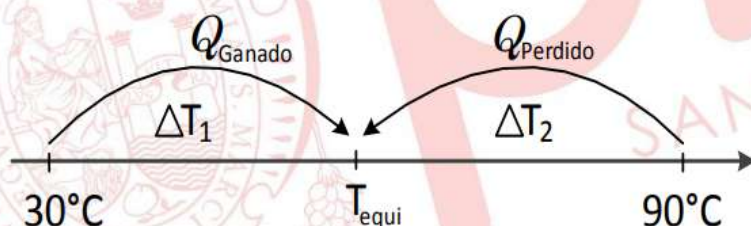
Solución:

Por conservación de la energía se cumple:

$$Q_{Ganado} = Q_{Perdido}$$

$$m_1 C_{e_{agua}} (\Delta T_1) = m_2 C_{e_{agua}} (\Delta T_2) \dots\dots\dots (*)$$

$$8000(T_{equi} - 30) = 2000(90 - T_{equi})$$



$$4(T_{equi} - 30) = 90 - T_{equi}$$

$$\rightarrow T_{equi} = 42^\circ\text{C}$$

En (*): $Q_{Ganado} = 800(1)(42 - 30)$

$$\therefore Q_{Ganado} = 96000 \text{ Cal} = 96 \text{ KCal}$$

Rpta.: B

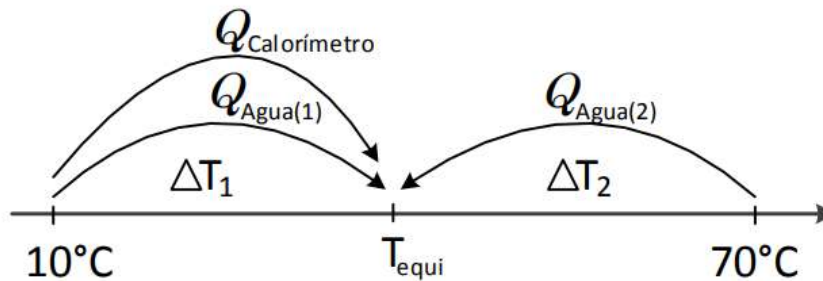
4. En un calorímetro cuyo equivalente en agua es igual a 100 g, se tiene, inicialmente, 400 g de agua a 10 °C. Si en el calorímetro se vierten 1 kg de agua a 70 °C, determine la temperatura de equilibrio.

$$(C_{e_{agua}} = 1 \text{ cal/g}^\circ\text{C})$$

- A) 50 °C B) 40 °C C) 20 °C D) 60 °C E) 63 °C

Solución:

Por conservación de la energía, se cumple:



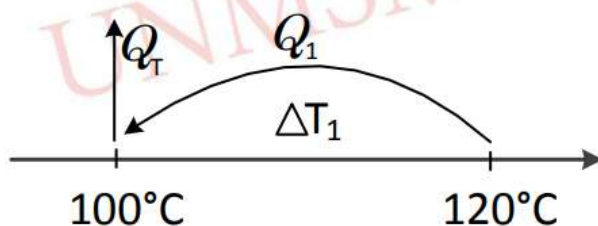
$$\begin{aligned}
 Q_{\text{Ganado}} &= Q_{\text{Perdido}} \\
 Q_{\text{Calorímetro}} + Q_{\text{Agua(1)}} &= Q_{\text{Agua(2)}} \\
 (T_{\text{equi}} - 10) \Delta T_1 + m_1 c_{\text{agua}} (\Delta T_1) &= m_2 c_{\text{agua}} (\Delta T_2) \\
 100(T_{\text{equi}} - 10) + 400(T_{\text{equi}} - 10) &= 1000(70 - T_{\text{equi}}) \\
 \therefore T_{\text{equi}} &= 50^\circ\text{C}
 \end{aligned}$$

Rpta.: A

5. Se tienen 14 g de masa de vapor de agua a 120°C , para que el vapor de agua se condense completamente, determine la cantidad del calor liberado.

$$(c_{\text{vapor}} = 0,5 \text{ cal/g}^\circ\text{C}; L_{\text{vapor}} = 540 \text{ Cal/g})$$

- A) 6,5 KCal B) 8,0 KCal C) 9,2 KCal D) 7,7 KCal E) 8,4 Kcal

Solución:

$$\begin{aligned}
 Q_{\text{Total}} &= Q_1 + Q_T \\
 Q_{\text{Total}} &= m c_{\text{agua}} \Delta T_1 + m L_c \\
 Q_{\text{Total}} &= m (c_{\text{agua}} \Delta T_1 + L_c) \\
 Q_{\text{Total}} &= 14(0,5 \times 20 + 540) \\
 \therefore Q_{\text{Total}} &= 7700 \text{ KCal} = 7,7 \text{ KCal}
 \end{aligned}$$

Rpta.: D

6. En un vaso de vidrio de 100 g térmicamente aislado contiene 200 g de agua a 20°C , se agrega 60 g de hielo a 0°C . Determine la cantidad de hielo que no se funde.

$$(c_{\text{vidrio}} = 0,14 \text{ cal/g}^\circ\text{C}, c_{\text{agua}} = 1 \text{ cal/g}^\circ\text{C}; L_{s(\text{agua})} = 80 \text{ Cal/g})$$

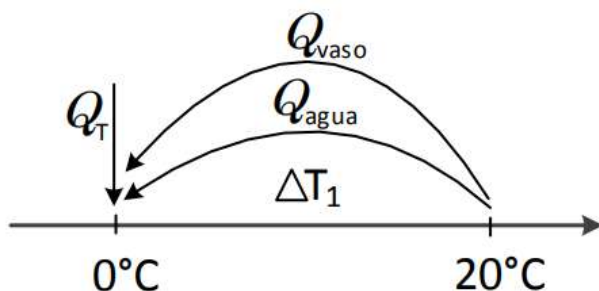
- A) 2,5 g B) 3,5 g C) 6,5 g D) 4,5 g E) 7,5 g

Solución:

$$m_{\text{Hielo}} = m_x + m_y \dots\dots\dots (*)$$

Donde:

m_x : masa del hielo que no se funde



m_y : masa del hielo que si se funde

Por conservación de la energía se cumple:

$$Q_{\text{Ganado}} = Q_{\text{Perdido}}$$

$$Q_T = Q_{\text{vaso}} + Q_{\text{agua}}$$

$$m_y L_f = m_{\text{vaso}} c_{e_{\text{vaso}}} \Delta T_1 + m_{\text{agua}} c_{e_{\text{agua}}} \Delta T_1$$

$$m_y 80 = 100(0,14)20 + 200(1)20$$

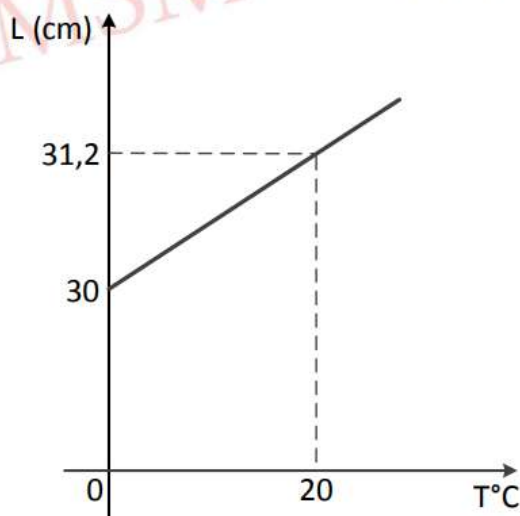
$$\rightarrow m_y = 53,5 \text{ g}$$

En (*): $60 = m_x + 53,5$

$$\therefore m_x = 6,5 \text{ g}$$

Rpta.: C

7. La gráfica muestra la variación de la longitud con respecto a la temperatura de una varilla, tal como se indica en la figura. Determine su coeficiente de dilatación lineal.



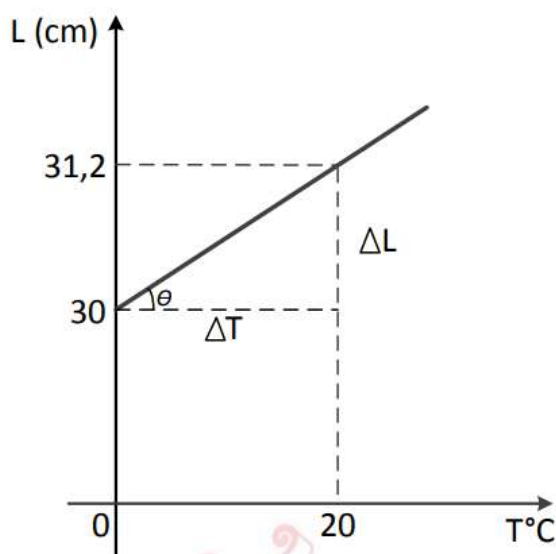
A) $4 \times 10^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

B) $2 \times 10^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

C) $2 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

D) $3 \times 10^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

E) $4 \times 10^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

Solución:

De la figura:

$$\begin{aligned}\Delta L &= L_0 \alpha \Delta T \\ \rightarrow \tan \theta &= \frac{\Delta L}{\Delta T} = L_0 \alpha \\ \frac{1,2}{20} &= 30 \alpha \\ \therefore \alpha &= 2 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}\end{aligned}$$

Rpta.: C

8. Una losa de concreto de área 1 m^2 a temperatura $30 \text{ } ^\circ\text{C}$ en un día soleado eleva su temperatura a $40 \text{ } ^\circ\text{C}$. Determine la variación de su área.

$$(\alpha_{\text{concreto}} = 12 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$$

- A) $21 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
D) $12 \times 10^{-2} \text{ m}^2$

- B) $24 \times 10^{-5} \text{ m}^2$
E) $31 \times 10^{-1} \text{ m}^2$

- C) $32 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

Solución:

$$\Delta A = A_0 2\alpha \Delta T \rightarrow \Delta A = (1)(2 \times 12 \times 10^{-6})(10) \\ \therefore \Delta A = 24 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

Rpta.: B**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Un cuerpo sólido uniforme se divide en dos partes de masas m_1 y m_2 . Si ambas partes de manera independiente absorben la misma cantidad de calor sin fundirse, indique la verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. si $m_1 > m_2$, el sólido de masa m_2 experimentará mayor variación de temperatura que el sólido de masa m_1 .
- II. La variación de la temperatura de cada cuerpo es directamente proporcional a su masa.
- III. Si el cuerpo de masa m_1 varía su temperatura en $1 \text{ } ^\circ\text{C}$ y el cuerpo de masa m_2 en $3 \text{ } ^\circ\text{C}$, la razón m_1/m_2 es $1/3$.

- A) FFF

- B) VFF

- C) VVF

- D) FVF

- E) VVV.

Solución:**I. Verdadero**

Si $m_1 > m_2 \rightarrow \Delta T_1 < \Delta T_2$

II. Falso

Porque entre la masa de una sustancia y el cambio de temperatura que experimentaría son inversamente proporcional.

III. Falso

$$Cte = \frac{Q}{Ce} = m\Delta T \rightarrow m_1\Delta T_1 = m_2\Delta T_2$$

$$\rightarrow m_1(1) = m_2(3)$$

$$\therefore \frac{m_1}{m_2} = 3$$

Rpta.: B

2. Un termómetro con una escala $^{\circ}X$ indica como punto de fusión del agua $-40^{\circ}X$ y como punto de ebullición del agua $160^{\circ}X$. ¿A qué temperatura, en la escala Kelvin, ambos termómetros indican los mismos valores?

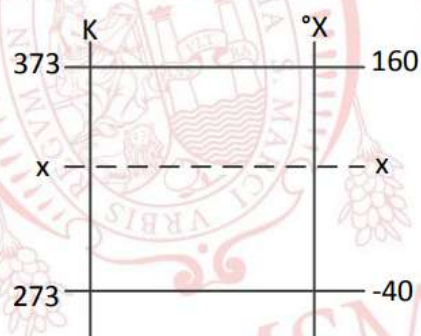
A) 190

B) 675

C) 340

D) 489

E) 586

Solución:

$$\frac{x - 273}{100} = \frac{x + 40}{200}$$

$$2x - 546 = x + 40$$

$$\therefore x = 586$$

Rpta.: E

3. A 200 g de una sustancia desconocida se le suministran 400 cal, de modo que su temperatura aumenta en $30^{\circ}C$. ¿Cuántas calorías se debe suministrar a 150 g de la misma sustancia para que su temperatura aumente en $5^{\circ}C$?

A) 6 cal

B) 50 cal

C) 100 cal

D) 180,2 cal

E) 200 cal

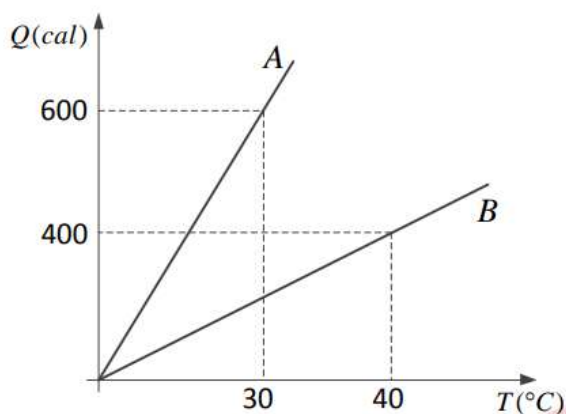
Solución:

$$Ce = \frac{Q}{m\Delta T} \rightarrow \frac{400}{200(30)} = \frac{Q_2}{150(5)}$$

$$\therefore Q_2 = 50 \text{ cal}$$

Rpta.: B

4. La gráfica representa la cantidad de calor absorbido por los cuerpos A y B, de masas iguales, en función de su temperatura. Determine la relación entre los calores específicos de los cuerpos A y B.



- A) 2 B) 1/2 C) 1/3 D) 3 E) 2/3

Solución:

$$m = \frac{Q}{Ce\Delta T} \rightarrow \frac{600}{Ce_A(30)} = \frac{400}{Ce_B(40)}$$

$$\therefore \frac{Ce_A}{Ce_B} = 2$$

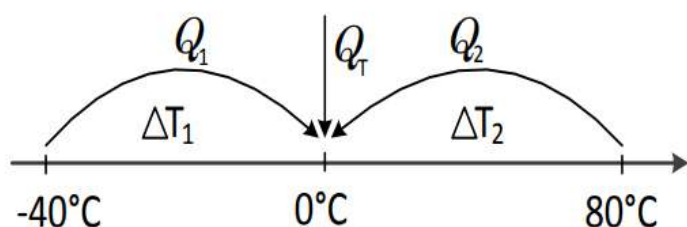
Rpta.: A

5. A un calorímetro que contiene 0,6 kg de hielo a -40°C se le agrega 0,4 kg de agua a 80°C . Si la capacidad calorífica del calorímetro es despreciable, ¿qué relación existe entre las masas de hielo y de agua cuando alcanzan la temperatura de equilibrio?

$$(Ce_{\text{hielo}} = 0,5 \text{ cal/g } ^{\circ}\text{C}, Ce_{\text{agua}} = 1 \text{ cal/g } ^{\circ}\text{C}; L_f(\text{hielo}) = 80 \text{ Cal/g})$$

- A) 2 B) 13/5 C) 9/14 D) 7/13 E) 3/17

Solución:



Por conservación de la energía se cumple:

$$Q_{\text{Ganado}} = Q_{\text{Perdido}}$$

Donde:

m_x : Cantidad de masa del hielo que se funde.

$$m_1 Ce_{\text{hielo}} \Delta T_1 + m_x L_f = m_2 Ce_{\text{agua}} \Delta T_2 \rightarrow 600 \left(\frac{1}{2} \right) (40) + m_x (80) = 400 (1) (80)$$

$$\rightarrow m_x = 250 \text{ g}$$

Al final la composición final sería:

350 g de hielo y 650 g de agua

$$\rightarrow \frac{m_{\text{hielo}}}{m_{\text{agua}}} = \frac{350 \text{ g}}{650 \text{ g}}$$

$$\therefore \frac{m_{\text{hielo}}}{m_{\text{agua}}} = \frac{7}{13}$$

Rpta.: D

6. En un recipiente de capacidad calorífica despreciable se tiene un bloque de hielo de masa 2 kg a la temperatura de 0 °C; Si se le suministra 40 kcal de calor, determine la cantidad de agua líquida en el recipiente.

$$(L_f(\text{hielo}) = 80 \text{ Cal/g})$$

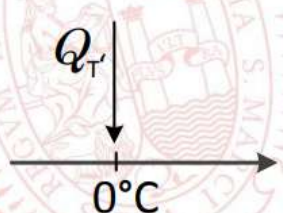
- A) 0,5 kg B) 0,8 kg C) 1,0 kg D) 1,2 kg E) 1,5 kg

Solución:

Calculemos primero la cantidad de calor requerido, para que todo el hielo se fusione:

$$Q_T = mL_f \rightarrow Q_T = 2000(80) \rightarrow Q_T = 160 \text{ KCal}$$

Esto significa que 40 kcal es insuficiente, entonces no todo el hielo se funde



$$Q_{T'} = m_x L_f$$

Donde:

m_x : Cantidad de masa que si se funde

$$Q_{T'} = 40000 = m_x(80)$$

$$\therefore m_x = 500 \text{ g}$$

Rpta.: A

7. Una lámina delgada de latón a 20°C tiene la misma área que una lámina delgada de acero a 30°C. ¿Cuál es la temperatura común para la cual ambas laminas volverán a tener la misma área?

$$(\gamma_{\text{laton}} = 1,9 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}; \gamma_{\text{acero}} = 1,1 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$$

- A) 2,25 °C B) 4,5 °C C) 6,25 °C D) 5 °C E) 8 °C

Solución:

$$\text{Por condición del problema: } A_{o(\text{laton})} = A_{o(\text{acero})} \rightarrow \Delta A_{\text{laton}} = \Delta A_{\text{acero}}$$

$$\gamma_{\text{laton}} A_{o(\text{laton})} \Delta T_{\text{laton}} = \gamma_{\text{acero}} A_{o(\text{acero})} \Delta T_{\text{acero}}$$

$$1,9 \times 10^{-5} (T - 20) = 1,1 \times 10^{-5} (T - 30)$$

$$\therefore T = 6,25 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Rpta.: C

Química

EJERCICIOS DE CLASE

1. Los sistemas dispersos o dispersiones son una mezcla de dos o más sustancias que se produce cuando una sustancia se distribuye en el seno de otra u otras. Por ejemplo: mezcla de agua con sal, de agua con harina y de gotas de grasa en agua. Al respecto seleccione la alternativa **incorrecta** sobre los sistemas dispersos.

- A) Se clasifican en suspensiones, coloides y soluciones.
- B) La mezcla denominada leche es un coloide.
- C) El vino corresponde a un ejemplo de solución.
- D) En las soluciones la fase dispersante se denomina solvente.
- E) La fase dispersa se encuentra en mayor proporción.

Solución:

- A) **Correcta:** Según el tamaño de la fase dispersa se clasifican en suspensiones, coloides y soluciones.
- B) **Correcta:** La leche es una mezcla heterogénea que contiene gotas de grasa dispersas en agua.
- C) **Correcta:** El vino es una mezcla homogénea que corresponde a una solución.
- D) **Correcta:** En las soluciones la fase dispersante se conoce como solvente.
- E) **Incorrecta:** La fase dispersa se encuentra en menor proporción.

Rpta.: E

2. Las soluciones se pueden clasificar cualitativamente según la cantidad del soluto disuelto y de su naturaleza. Así tenemos soluciones iónicas y moleculares, además de diluidas, concentradas o saturadas. Al respecto, establezca la correspondencia correcta entre término – definición

- | | | |
|---------------------------|-----|--|
| a) Solubilidad | () | Solución que contiene exceso de soluto. |
| b) Solución iónica | () | Máxima cantidad de soluto en 100 g de solvente a una temperatura dada. |
| c) Solución sobresaturada | () | El soluto se encuentra disociado en iones. |

- A) abc B) bac C) bca D) cab E) cba

Solución:

- | | | |
|---------------------------|-----|--|
| a) Solubilidad | (c) | Solución que contiene exceso de soluto. |
| b) Solución iónica | (a) | Máxima cantidad de soluto en 100 g de solvente a una temperatura dada. |
| c) Solución sobresaturada | (b) | El soluto se encuentra disociado en iones. |

Rpta.: D

3. Bastet y Romano son unos gatitos que recibieron un tratamiento y determinar el efecto antiparasitario de dos sustancias, para ello, se hace el siguiente experimento, en función a la masa del gatito:

**ROMANO (6,5 kg)****BASTET (4,8 kg)**

Menor a 5 kg:	0,8 mL de solución de imidacloprid 0,31 M
Mayor a 5 kg:	0,5 mL de solución de propoxur 0,50 M

Se observó que ambos productos tienen un buen efecto antiparasitario. Al respecto, determine las mol de sustancia dosificada a Bastet y la masa en gramos de sustancia dosificada a Romano, respectivamente.

Datos: Peso molar de imidacloprid = 255 g/mol
 Peso molar de Propoxur = 210 g/mol

- A) $2,48 \times 10^{-4}$ – $5,25 \times 10^{-2}$
 B) $5,25 \times 10^{-2}$ – $2,48 \times 10^{-4}$
 C) $2,48 \times 10^{-2}$ – $5,25 \times 10^{-1}$
 D) $5,25 \times 10^{-1}$ – $2,48 \times 10^{-2}$
 E) $2,48 \times 10^{-3}$ – $5,25 \times 10^{-1}$

Solución:

Bastet (masa menor a 5 kg)

$$0,8 \times 10^{-3} \text{ L} \left(\frac{0,31 \text{ mol}}{1 \text{ L}} \right) = 2,48 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

Romano (masa mayor a 5 kg)

$$0,5 \times 10^{-3} \text{ L} \left(\frac{0,50 \text{ mol}}{1 \text{ L}} \right) \left(\frac{210 \text{ g}}{1 \text{ mol}} \right) = 5,25 \times 10^{-2} \text{ g}$$

Rpta.: A

4. El huevo es un alimento de alta cantidad proteica. Contiene ácidos grasos saturados, sodio, potasio, hierro, magnesio, calcio, vitamina B₆, vitamina B₁₂. La yema contiene 0,933% en masa de colesterol. Considerando que cada huevo contiene 20 gramos de yema, determine los miligramos y las moles de colesterol, contenidos en dos huevos, respectivamente.

Datos: Masa molar del colesterol = 386,6 g/mol

$$\frac{373}{386,6} = 0,964$$

- A) 373 – 9,64×10⁻⁴ B) 3,73 – 9,64×10⁻² C) 37,3 – 9,64×10⁻³
 D) 373 – 9,64×10⁻¹ E) 3,73 – 9,64×10⁻⁵

Solución:

0,933% colesterol yema
 1 huevo = 20g yema
 Para 2 huevos, tenemos:

$$2 \text{ huevos} \left(\frac{20 \text{ g yema}}{1 \text{ huevo}} \right) \left(\frac{0,933 \text{ g colesterol}}{100 \text{ g yema}} \right) = 0,373 \text{ g colesterol}$$

$$0,373 \text{ g} \left(\frac{1 \text{ mg}}{10^{-3} \text{ g}} \right) = 373 \text{ mg colesterol}$$

$$0,373 \text{ g colesterol} \left(\frac{1 \text{ mol colesterol}}{386,6 \text{ g colesterol}} \right) = 9,64 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

Rpta.: A

5. En un laboratorio se desea preparar soluciones de HCl, a partir de 800 mL de una solución concentrada de dicho ácido que tiene una densidad de 1,18 g/mL y una concentración al 36,5% en masa. Al respecto, determine la molaridad y la normalidad del HCl_(ac) concentrado

Dato: Masa molar del HCl = 36,5 g/mol

- A) 1,18 y 1,18 B) 11,8 y 36,5 C) 1,18 y 3,65
 D) 18,1 y 18,1 E) 11,8 y 11,8

Solución:

Si la densidad es 1,18 g/mL, entonces un litro de solución tiene una masa de 1180 g. Como la solución tiene 36,5 % de HCl, entonces la solución concentrada contiene

$$1180 \text{ g} \times 36,5\% = 430,7 \text{ g de HCl}$$

Calculando Molaridad

$$M_{HCl} = \frac{430,7 \text{ g}}{\frac{36,5 \text{ g/mol}}{1 \text{ L}}} = 11,8 \text{ M}$$

Calculando Normalidad

$$N \text{ HCl} = M \times 1 \text{ eq/L} = 11,8 \times 1 = 11,8 \text{ eq/L}$$

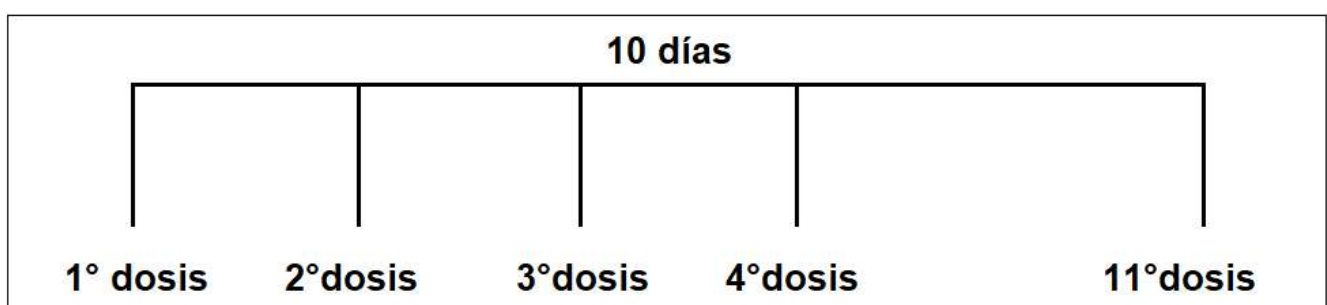
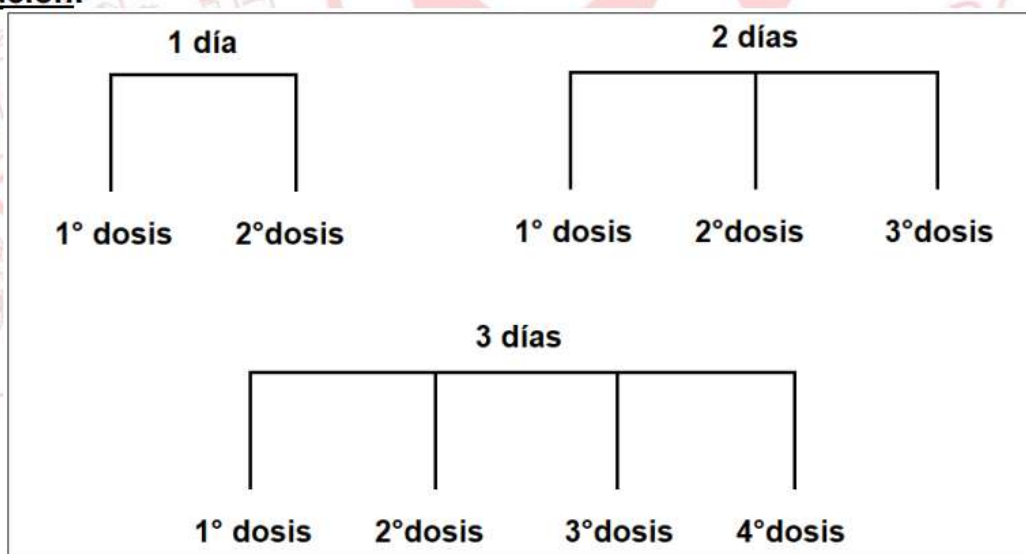
Rpta.: E

6. En un estudio farmacológico se evalúa la acción de la claritromicina en adultos. La dosis recomendada para dicho estudio es 500 miligramos al día (24 horas) por vía intravenosa. Para 10 días completos de tratamiento, determine la alternativa que contenga el volumen de los viales y las mol de claritromicina, consumidos en total durante el tratamiento, respectivamente.

Dato: P.F. claritromicina = 750 g/mol

Cada vial de 100 mL contiene 200 mg claritromicina

$$\frac{55}{75} = 0,733$$

A) 1375 mL – $7,33 \times 10^{-3}$ molB) 1375 mL – $2,45 \times 10^{-2}$ molC) 2750 mL – $7,33 \times 10^{-3}$ molD) 2750 mL – $3,66 \times 10^{-2}$ molE) 2750 mL – $3,66 \times 10^{-4}$ mol**Solución:**

$$11 \text{ dosis} \left(\frac{500 \text{ mg ciprofloxacino}}{1 \text{ dosis}} \right) = 5500 \text{ mg claritromicina}$$

Volumen: 1 vial = 100mL contiene 200 mg claritromicina

$$5500 \text{ mg} \left(\frac{1 \text{ vial}}{200 \text{ mg}} \right) \left(\frac{100 \text{ mL solución}}{1 \text{ vial}} \right) = 2750 \text{ mL solución}$$

1 mol claritromicina = 750 gramos claritromicina

$$11 \text{ dosis} \left(\frac{500 \text{ mg claritromicina}}{1 \text{ dosis}} \right) \left(\frac{10^{-3} \text{ g}}{1 \text{ mg}} \right) \left(\frac{1 \text{ mol}}{750 \text{ g}} \right) = 7,33 \times 10^{-3} \text{ mol claritromicina}$$

Rpta.: C

7. El permanganato de potasio (KMnO_4) es un sólido cristalino púrpura, soluble en agua. En un laboratorio de análisis químico se estudia la reacción realizada por el permanganato, la ecuación química es la siguiente:



Al respecto, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones

- I. En 2 litros de solución de KMnO_4 0,5 molar, hay 5 equivalentes.
- II. Por cada 20 equivalentes en el KMnO_4 se liberan a C.N. 224 litros de gas cloro.
- III. Una solución de 200 mL KMnO_4 0,5M presenta una concentración 2,5 normal.

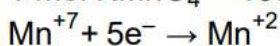
Dato: P.F. $\text{KMnO}_4 = 158 \text{ g/mol}$

- A) VVF B) VFV C) FFV D) FVF E) VVV

Solución:

I. Verdadero.

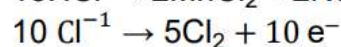
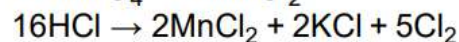
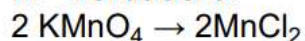
$$1 \text{ mol } \text{KMnO}_4 = 158 \text{ g } \text{KMnO}_4$$



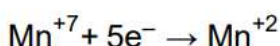
$$1 \text{ mol } \text{KMnO}_4 = 158 \text{ g } \text{KMnO}_4 = 5 \text{ equivalentes}$$

2litros 0,5 molar tiene 1 mol de KMnO_4 entonces tiene 5 equivalentes

II. Verdadero.



$$10 \text{ equivalentes} = 5 \text{ mol } \text{Cl}_2$$



$$1 \text{ mol } \text{KMnO}_4 = 158 \text{ g } \text{KMnO}_4 = 5 \text{ equivalentes}$$

10 equivalentes de $\text{KMnO}_4 = 5 \text{ mol Cl}_2$

20 equivalentes de $\text{KMnO}_4 = 10 \text{ mol Cl}_2 = 224 \text{ litros a C.N.}$

III. **Verdadero.**

200 mL = 0,2 L y 0,5 M (molar)

$$\left(\frac{0,5 \text{ mol KMnO}_4}{1 \text{ L}} \right) \left(\frac{5 \text{ eq}}{1 \text{ mol}} \right) = 2,5 \frac{\text{eq}}{\text{L}} = 2,5 \text{ N}$$

Rpta.: E

8. En los laboratorios las soluciones se preparan en un material de vidrio llamado fiola, las que miden un volumen exacto. Si en un laboratorio se cuenta con una fiola de 250 mL de capacidad y se agrega 15 mL de H_2SO_4 4 M y se completa su capacidad con agua destilada. Al respecto, determine el volumen de agua agregada, en litros, y la normalidad de la solución resultante, respectivamente.

A) 0,235 y 0,48

B) 0,240 y 0,48

C) 0,235 y 0,24

D) 0,250 y 0,24

E) 0,150 y 0,48

Solución:

Datos:

<u>Solución inicial (1)</u>	<u>Solución final (2)</u>
$M_1 = 4,0$	$N = ?$
$V_1 = 15 \text{ mL} = 0,015 \text{ L}$	$V_2 = 250 \text{ mL} = 0,25 \text{ L}$

V_2 = Volumen de la solución final contenida en el matraz de 250 mL.

$$V_2 = V_1 + V_{\text{agua}} = 250 \text{ mL}$$

Calculando el volumen de agua.

$$V_{\text{agua}} = V_2 - V_1 = 250 \text{ mL} - 15 \text{ mL} = 235 \text{ mL}$$

$$V_{\text{agua}} = 235 \text{ mL} = \mathbf{0,235 \text{ L}}$$

En la dilución:

$$N = M \times 2 \text{ eq/L} = 4 \times 2 = 8 \text{ eq/L}$$

$$N_1 \times V_1 = N_2 \times V_2$$

$$8 \text{ N} \times 0,015 \text{ L} = N_2 \times 0,25 \text{ L}$$

$$\mathbf{N_2 = 0,480 \text{ N}}$$

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. La masa equivalente, es un término que se ha utilizado en varios contextos en masa equivalente, es un término que se ha utilizado en varios contextos en química. Su valor depende de la sustancia que se trate. Al respecto seleccione la secuencia de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones

- I. El H_2SO_4 se puede considerar que tiene 2 equivalentes/mol.
 II. La masa equivalente del $\text{Ca}(\text{OH})_2$ (P.F. 74 g/mol) es 37 g/eq.
 III. La masa equivalente del $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$ (P.F. 342 g/mol) es 57 g/eq.

- A) VFV B) FVF C) VVV D) FVV E) FFV

Solución:

- I. **Verdadero.** El H_2SO_4 se puede considerar que tiene 2 equivalentes/mol.
 II. **Verdadero.**

$$\text{masa equivalente } \text{Ca}(\text{OH})_2 = \frac{\bar{M}_{\text{Ca}(\text{OH})_2}}{2 \text{ eq/mol}} = \frac{74 \text{ g/mol}}{2 \text{ eq/mol}} = 37 \text{ g/eq}$$

- III. **Verdadero.**

$$\text{masa equivalente } \text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 = \frac{\bar{M}_{\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3}}{6 \text{ mol/eq}} = \frac{342 \text{ g/mol}}{6 \text{ mol/eq}} = 57 \text{ g/eq}$$

Rpta.: C

2. Se cree que las cantidades muy pequeñas de plomo en los adultos no son dañinas. Sin embargo, incluso los niveles muy bajos de plomo pueden ser peligrosos para los bebés y los niños. Pueden causar intoxicación por plomo que puede llevar a problemas de desarrollo mental. Los rangos de referencia con frecuencia utilizados para los niveles de plomo en sangre son: Adultos: menos de 10 microgramos por decilitro ($\mu\text{g/dL}$) y niños: menos de 3,5 $\mu\text{g/dL}$. Al respecto, determine dichas cantidades en ppm

- A) 0,1 y 0,035 B) 0,1 y 0,35 C) 1,0 y 0,035
 D) 1,0 y 0,35 E) 0,01 y 0,35

Solución:

$$\text{ppm en adultos} = \frac{10 \mu\text{g}}{\text{dL}} \times \frac{10^{-6}\text{g}}{1 \mu\text{g}} \times \frac{1 \text{ mg}}{10^{-3}\text{g}} \times \frac{1 \text{ dL}}{10^{-1} \text{ L}} = \frac{10^{-1}\text{mg}}{\text{L}} = 0,1 \text{ ppm}$$

$$\text{ppm en niños} = \frac{3,5 \mu\text{g}}{\text{dL}} \times \frac{10^{-6}\text{g}}{1 \mu\text{g}} \times \frac{1 \text{ mg}}{10^{-3}\text{g}} \times \frac{1 \text{ dL}}{10^{-1} \text{ L}} = \frac{3,5 \times 10^{-1}\text{mg}}{\text{L}} = 0,035 \text{ ppm}$$

Rpta.: A

3. El pisco es una bebida destilada que se obtiene, a partir del vino fermentado de ciertas variedades de uvas. Se produce en el Perú desde finales del siglo XVI. Se tiene 800 mL de pisco al 40 %V de alcohol y se mezcla con 1000 mL de pisco al 18 %V de alcohol. Al respecto, determine el porcentaje en volumen final de la mezcla.

- A) 25 % B) 30 % C) 33 % D) 44 % E) 38 %

Solución:

Hallando los volúmenes de alcohol en cada botella primero:

$$\% V1 = \frac{V_{alcohol}}{V_{solución}} \times 100 \rightarrow 40 = \frac{V_{alcohol}}{800} \times 100 \rightarrow V_{alcohol} = 320 \text{ mL}$$

$$\% V2 = \frac{V_{alcohol}}{V_{solución}} \times 100 \rightarrow 28 = \frac{V_{alcohol}}{1000} \times 100 \rightarrow V_{alcohol} = 280 \text{ mL}$$

Luego V total de alcohol = 320 + 280 = 600 mL

V final de la solución = 800 + 1000 = 1800 mL

$$\% V_{final} = \frac{V_{total alcohol}}{V_{solución}} \times 100 \rightarrow V\% final = \frac{600}{1800} \times 100$$

$$V\% final = 33\%$$

Rpta.: C

4. La glicerina, que también se la llama glicerol, es un alcohol líquido que se usa en la fabricación de diversos productos cosméticos. Es en realidad un remedio natural muy **conocido y valorado por sus propiedades hidratantes y antibacterianas**. Se tiene una solución que contiene 400 mL de glicerina (glicerol) y 600 mL de agua. Al respecto, determine respectivamente el % V y % W/V de dicha solución.

Dato. ρ glicerol = 1,25 g/ mL

- A) 40 y 40 B) 75 y 75 C) 40 y 75 D) 25 y 60 E) 20 y 40

Solución:

V solución = V soluto + V solvente = 400 + 600 = 1000 mL

$$\%V = \frac{V_{soluto}}{V_{solución}} \times 100\% \rightarrow \frac{400 \text{ mL}}{1000 \text{ mL}} \times 100\% = 40\%$$

$$masa_{glicerol} = \rho_{glicerol} \times V_{glicerol} = 1,25 \frac{g}{mL} \times 600 \text{ mL} = 750 \text{ g}$$

$$\% \frac{W}{V} = \frac{masa_{glicerol}}{V_{solución}} \times 100\% \rightarrow \% \frac{W}{V} = \frac{750 \text{ g}}{1000 \text{ mL}} \times 100\% = 75\%$$

Rpta.: C

5. Las lejías son generalmente soluciones del ácido hipocloroso, que se obtienen al hacer reaccionar a éste con bases de sodio o de calcio. Una de las más conocidas es el hipoclorito de sodio (NaClO), la cual es frecuentemente utilizada como desinfectante o decolorante. Al respecto, determine la normalidad de una lejía que contiene 22,35 g de hipoclorito de sodio en 500 mL de solución.

Dato: masa molar NaClO = 74,5 u

- A) 6×10^{-2} B) 3×10^{-2} C) 6×10^{-1} D) 3×10^{-1} E) 6×10^0

Solución:

$$N = \frac{\frac{W_{sto}}{P_{eq}}}{V_{sol}} \quad PF_{NaHClO} = 74,5 \quad NaClO = 1eq/mol$$

$$N = \frac{\frac{22,35 g}{74,5}}{0,5L} = 0,6 \frac{equi-g}{L}$$

Rpta.: C

6. El ácido hipocloroso también conocido como $HClO$, es una sustancia de gran poder bactericida al matar los agentes patógenos mediante la oxidación y la cloración, es un agente de desinfección no tóxico. Al respecto, determine, la masa, en gramos, de soluto que contiene una solución que se obtiene al mezclar 100 y 400 mL de $HClO$ cuyas concentraciones son: 0,6 y 0,1 molar respectivamente?

Dato: masa molar $HClO_2 = 68,5$

- A) 17,2 B) 17,3 C) 17,7 **D) 13,7** E) 12,7

Solución:

$$M_{mezcla} = \frac{n_T}{V_T} \quad M_{mezcla} = \frac{V_1 M_1 + V_2 M_2}{V_1 + V_2}$$

$$M_{mezcla} = \frac{0,1 L \times \frac{0,6 mol}{L} + 0,4 L \times \frac{0,10 mol}{L}}{(0,1 + 0,4)L} = \frac{0,2 mol}{L}$$

$$g \text{ de Ácido} = 1,0 L \times \frac{0,2 mol}{L} \times \frac{68,5 g \text{ Ácido}}{mol} = 13,7 g$$

Rpta.: D

7. Se dispone de una solución madre que contiene $1,0 \times 10^{-4}$ mol de $KMnO_4$ aforado en 1,0 litro de solución. A partir de ella se extrae 5,0 mililitros de volumen y se coloca en otra fiola adicionándole agua hasta completar un volumen de 50 mililitros. Determinar la concentración en partes por millón (ppm) de la solución preparada.

Datos: $KMnO_4 \bar{M} \left(\frac{g}{mol} \right) = 158$
1 ppm = 1 mg/L

- A) 1,58** B) 3,16 C) 4,74 D) 3,58 E) 5,16

Solución:

$$1 \text{ mol KMnO}_4 = 158 \text{ g KMnO}_4$$

$$1 \times 10^{-4} \text{ mol} \left(\frac{158 \text{ g KMnO}_4}{1 \text{ mol}} \right) \left(\frac{1 \text{ mg KMnO}_4}{10^{-3} \text{ g KMnO}_4} \right) = 15,8 \text{ mg KMnO}_4$$

$$\left(\frac{15,8 \text{ mg KMnO}_4}{1 \text{ Litro}} \right) \times 5 \text{ mL} = \left(\frac{X \text{ mg KMnO}_4}{1 \text{ Litro}} \right) \times 50 \text{ mL}$$

$$X = \frac{1,58 \text{ mg KMnO}_4}{1 \text{ Litro}} = 1,58 \text{ ppm}$$

Rpta.: A

8. Los productos blanqueadores de ropa para lavanderías son una herramienta efectiva para eliminar manchas y blanquear la ropa. Estos blanqueadores son soluciones acuosas de hipoclorito de sodio o de calcio. Una marca conocida de lejía contiene 52 gramos de NaClO por cada litro de solución. Al respecto, determine la secuencia correcta de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones

Dato: Masa molar NaClO = 74,5 g/mol

- I) La molaridad y la normalidad de la solución es 0,69
 II) El NaClO es una sal que tiene un 1 equivalente /mol
 III) En 1000 mL de solución se presenta 0,69 moles de la sal.

A) VFV B) FVF C) FVV **D) VVV** E) FFV

Solución:

- I) **Verdadero.** La molaridad y la normalidad de la solución es 0,69

$$M_{\text{NaClO}} = \frac{\text{moles soluto}}{V(L)} = \frac{\frac{52 \text{ g}}{74,5 \text{ g/mol}}}{1 \text{ L}} = 0,69 \text{ mol/L}$$

$$N_{\text{NaClO}} = M \times 1 \text{ equivalente /mol} = 0,69 \times 1 = 0,69 \text{ eq/L}$$

- II) **Verdadero.** El NaClO es una sal que tiene un 1 equivalente /mol
 III) **Verdadero.** La solución contiene 0,69 moles de la sal en un litro.

Rpta.: D

Biología

EJERCICIOS DE CLASE

1. Durante una inmersión en una zona con fuertes corrientes, un buzo notó que las medusas, aunque eran llevadas por el agua, lograban mantener una orientación constante. ¿Qué estructura interna les permite esta capacidad de reorientarse?

A) Estatocisto. B) Nematocistos. C) Amebocitos.
D) Pinacodermo. E) Cnidocitos

Solución:

En los bordes de la umbrela de las medusas se ubican estructuras sensoriales conocidas como ropalios. Estos presentan un estatocisto (equilibrio) y un ocelo o mancha ocular (fotorreceptor); el primero se encarga de la estabilidad posicional de la medusa.

Rpta.: A

2. Un equipo de científicos se encontraba estudiando la diversidad de invertebrados marinos. Al analizar la anatomía interna de uno de los especímenes, se sorprendieron al encontrar un sistema nervioso ventral bastante complejo, con ganglios cerebroideos así como ganglios distribuidos a lo largo de todo el cuerpo y conectados por nervios. Además de presencia de vías aferentes y eferentes. ¿Qué tipo de criatura marina podría poseer tal sistema nervioso?

A) Libélula B) Poliqueto C) Anémona
D) Esponja de mar E) Pececito de plata

Solución:

Los poliquetos (anélidos) tienen un sistema nervioso ganglionar compuesto por un par de ganglios cerebroideos y pares de ganglios repartidos por todo el cuerpo e interconectados por cuerdas nerviosas transversales y longitudinales; además, poseen una doble vía nerviosa con la formación de nervios aferentes (sensitivos) y eferentes (motores). Los anélidos más conocidos son la lombriz de tierra, la sanguijuela y el poliqueto.

Rpta.: B

3. El sistema nervioso del erizo de mar, *Tetrapygus niger*, presenta una organización radial característica de los equinodermos. Sin embargo, una de las siguientes estructuras NO forma parte de este sistema.

A) Presenta simetría radial.
B) Presenta un anillo nervioso.
C) Hay presencia de nervios.
D) Presenta tres pares de ganglios.
E) Tiene nervios aferentes y eferentes.

Solución:

Los erizos de mar pertenecen al phylum Equinodermata, que desarrollaron un sistema nervioso ganglionar de tipo radial. Este sistema se caracteriza por un anillo nervioso en el centro del animal y nervios radiales que se extienden en simetría radial. En cambio, los moluscos presentan tres pares de ganglios.

Rpta.: D

4. Si durante la embriogénesis, un virus no permite el normal desarrollo del romboencéfalo, entonces se puede deducir que dicho patógeno afectará

- A) el desarrollo el bulbo raquídeo.
- B) los procesos de memoria y conciencia.
- C) el desarrollo del tálamo exclusivamente.
- D) la madurez del prosencéfalo en su infancia.
- E) el desarrollo de todo el sistema nervioso central.

Solución:

Si un virus no permite el correcto desarrollo normal del romboencéfalo el órgano afectado será bulbo raquídeo.

Rpta.: A

5. Indica los valores de verdad (V o F) de cada uno de los siguientes enunciados sobre el sistema nervioso.

- I. El sistema nervioso en los arácnidos es dorsal. ()
- II. El sistema nervioso reticular está presente en los equinodermos. ()
- III. Las aves presentan arco reflejo. ()
- IV. Los poríferos no presentan órganos nerviosos. ()

- A) VVFF B) FVVV C) VFFV D) FFVV E) FFVF

Solución:

FALSO. Los arácnidos presentan sistema nervioso de posición ventral.

FALSO. El sistema nervioso reticular está presente en los cnidarios.

VERDADERO. Los vertebrados presentan arco reflejo.

VERDADERO. Los poríferos no presentan órganos nerviosos.

Rpta.: D

6. Sobre los componentes del sistema nervioso central, relaciónelos con las consecuencias, que se darían, de recibir un daño en dichas áreas de manera respectiva.

- I. Cerebelo
- II. Tallo encefálico
- III. Hipotálamo

- a. Colapso del cuerpo por pérdida de contracción muscular
- b. Pérdida o alteración de movimientos peristálticos
- c. Cambios en la presión sanguínea y temperatura

- A) Ia, IIb, IIIc
- D) IIIa, Ib, IIc

- B) Ic, IIa, IIIb
- E) Ia, IIc, IIIb

- C) IIIa, IIb, Ic

Solución:

El cerebelo se encarga de coordinar las contracciones musculares, así como del equilibrio y la coordinación de los movimientos. El tallo encefálico actúa como un centro de control para la digestión y la respiración. Por su parte, el hipotálamo regula la presión sanguínea, la temperatura, el apetito, la sed, el impulso sexual, entre otros aspectos.

Rpta.: A

7. En relación con el sistema nervioso, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados y luego marque la alternativa correspondiente.

- I) En el arco reflejo polisináptico participan las interneuronas.
- II) El impulso nervioso viaja más rápido en axones con vainas de mielina.
- III) La sinapsis se puede dar entre un botón sináptico y el axón
- IV) El ingreso de K^+ inicia el impulso nervioso y la salida de Na^+ lo detiene.

- A) VVVV

- B) VVVF

- C) FFFV

- D) VVFF

- E) FFFF

Solución:

VERDADERO. En el arco reflejo poli sináptico participan las interneuronas.

VERDADERO. El impulso nervioso viaja más rápido en axones con vainas de mielina

VERDADERO. La sinapsis se puede dar entre un botón sináptico y el axón

FALSO. El impulso nervioso inicia con el ingreso de Na^+ y la salida de K^+ repolariza la membrana neuronal.

Rpta.: B

8. Un paciente acude a la consulta médica y menciona que, cada vez que tiene una infección y sus oídos se inflaman, al cerrar los ojos siente que su cuerpo se marea y se inclina hacia un lado. ¿Qué órgano está involucrado para generar esta condición?

- A) Tálamo

- B) Médula oblonga

- C) Cerebelo

- D) Puente de Varolio

- E) Cerebro

Solución:

El cerebelo es el responsable del equilibrio, y para ello recibe información tanto visual como auditiva. Al cerrar los ojos, el cerebelo solo puede percibir la posición de la endolinfa en los canales semicirculares del oído interno, lo que le permite intentar mantener el equilibrio.

Rpta.: C

9. Al pisar una tachuela, retiramos rápidamente el pie. Este acto reflejo involucra una serie de componentes que trabajan en conjunto. ¿Cuál es la secuencia correcta de estos componentes, desde el momento en que la tachuela punza la piel hasta que movemos el pie, considerando un arco reflejo polisináptico?
- A) Órgano efector, neurona de asociación, nervio sensorial, órgano sensitivo.
 - B) Órgano sensitivo, nervio motor, nervio sensorial, neurona de asociación, órgano efector.
 - C) Órgano receptor, neurona de asociación, nervio sensorial, nervio motor, órgano efector.
 - D) Órgano sensitivo, nervio sensorial, neurona de asociación, nervio motor, órgano efector.
 - E) Órgano efector, nervio sensorial, nervio motor, órgano receptor

Solución:

El arco reflejo inicia cuando los órganos receptores o sensitivos captan un estímulo. Este estímulo viaja a través de los nervios sensoriales (sensitivos o aferentes) hacia la médula espinal, donde realiza sinapsis con una neurona de asociación (interneurona). Luego, esta interneurona se conecta con una neurona motora (eferente), que finalmente activa a un órgano efector, completando así el arco reflejo.

Rpta.: D

10. Relacione adecuadamente entre áreas cerebrales, y luego marque la respuesta correcta.
- I. Lóbulo frontal
 - II. Lóbulo temporal
 - III. Lóbulo parietal
- a) Procesamiento de los movimientos voluntarios
 - b) Permite procesar ritmos y sonidos.
 - c) Procesa la información somatosensorial.
- | | | |
|------------------|------------------|------------------|
| A) IIa, IIIb, Ic | B) IIIa, Ib, IIc | C) Ia, IIb, IIIc |
| D) IIa, Ib, IIIc | E) Ia, IIIb, IIc | |

Solución:

El lóbulo frontal es importante para las funciones cognitivas y el control de la actividad o el movimiento voluntario. El lóbulo temporal integra la percepción auditiva, los componentes receptivos del lenguaje, la memoria visual y las emociones. El lóbulo

parietal está involucrado en la percepción de la sensibilidad, incluyendo el tacto, la temperatura, el dolor y la propiocepción.

Rpta.: C

11. Relacione adecuadamente el tipo de par craneal con su naturaleza funcional.

- | | | |
|-------------------|-----|-----------------|
| a. Sensitivos (S) | () | IV. Troclear |
| b. Motores (M) | () | V. Trigémino |
| c. Mixtos (X) | () | III. Oculomotor |
| | () | II. Óptico |
| | () | I Olfatorio |

A) M – M – S – S – S

B) X – M – M – S – M

C) M – X – M – S – S

D) S – X – S – M – M

E) X – S – M – M – S

Solución:

En orden, los primeros cinco pares serían: motor, mixto, motor, sensitivo, sensitivo.

Rpta.: C

12. Felipe sufre un accidente que le provoca una lesión en la médula espinal a nivel lumbar. Como consecuencia, pierde el reflejo patelar (reflejo de la rodilla). ¿En qué región del sistema nervioso central se localiza la lesión que impide que se produzca este reflejo?

- A) Sustancia blanca anterior
- B) Sustancia gris del cerebelo
- C) Sustancia gris del cerebro
- D) Sustancia gris de la médula espinal
- E) Sustancia blanca del cerebro

Solución:

El arco reflejo se procesa a nivel de la médula espinal. En ella, la sustancia blanca es superficial y está formada por los axones o fibras neuronales, mientras que la sustancia gris es central y está compuesta por los somas o cuerpos neuronales. La sinapsis entre las neuronas aferentes y eferentes ocurre en la sustancia gris.

Rpta.: D

13. Con relación al sistema nervioso simpático, determine el valor de verdad (V o F) respecto a sus funciones y marque la alternativa correspondiente.

- | | |
|-------------------------------------|-----|
| Aumenta la actividad peristáltica . | () |
| Aumenta la glucosa en sangre. | () |
| Relaja las vías respiratorias. | () |
| Se activa por la adrenalina. | () |
| Pomueve la bradicardia. | () |

A) VVFFV

B) FFVVF

C) VFVVF

D) VVVFV

E) FVVVF

