



HABILIDAD VERBAL

Nada es tan insoportable para el hombre como estar en pleno reposo, sin pasiones, sin quehaceres, sin divertimento, sin aplicación. Siente entonces su nada, su abandono, su insuficiencia, su dependencia, su impotencia, su vacío. Inmediatamente, surgirán del fondo de su alma el aburrimiento, la melancolía, la tristeza, la pena, el despecho, la desesperación.

Blaise Pascal

RELACIONES LÉXICO-SEMÁNTICAS EN EL TEXTO

1 SINONIMIA CONTEXTUAL

SECCIÓN A

La sinonimia contextual es un fenómeno lingüístico que ocurre cuando dos o más palabras adquieren significados equivalentes o intercambiables dentro de un marco textual específico, aunque en otros contextos puedan tener usos o connotaciones diferentes. A diferencia de la sinonimia absoluta —que es rara en el lenguaje—, la sinonimia contextual depende de la red de relaciones semánticas y pragmáticas establecidas en el discurso. Así, el valor sinonímico no es inherente a las palabras, sino que se construye en función de la intención comunicativa, el registro y la coherencia del texto.

Por ejemplo, en la oración:

«El fin del Imperio incaico era ineluctable»

La palabra *fin* puede ser reemplazada por *ruina* o *decadencia* sin alterar el sentido del enunciado, ya que el contexto histórico y el adjetivo *ineluctable* ('inevitable') orientan la interpretación hacia una connotación negativa y terminal. Fuera de este contexto, *fin* podría ser sinónimo de *objetivo* o *meta*, pero el marco oracional restringe sus posibles sustitutos.

Este tipo de sinonimia es fundamental para la cohesión textual, pues permite enriquecer el discurso evitando repeticiones innecesarias y matizando significados según las necesidades expresivas.

COMPRENSIÓN DE LECTURA

Texto 0

La decadencia de la civilización maya ha sido objeto de numerosas investigaciones arqueológicas e históricas. Aunque no existe un consenso absoluto sobre las causas de su **ocaso**, se manejan hipótesis que incluyen factores climáticos, guerras internas y agotamiento de recursos naturales. La desaparición de esta cultura milenaria no fue abrupta, sino un proceso gradual de **declive** que se extendió por siglos. Muchas de sus ciudades fueron abandonadas y la compleja estructura social y política que las sostenía se **derrumbó**. Este colapso no significó la **extinción** total del pueblo maya, pero sí implicó la pérdida de conocimientos, tradiciones y un poder regional que nunca volvería a recuperarse. El estudio de su fracaso como civilización ofrece lecciones valiosas sobre la fragilidad de las sociedades humanas frente a cambios ambientales y crisis internas.

Fuente: Adaptado de *Collapse: How Societies Choose to Fail or Succeed* de Jared Diamond.



Preguntas:

1. ¿Cuál es el tema central del texto?

- A) El éxodo cultural de la civilización maya y su progresiva pérdida de poder.
- B) Las posibles causas y el proceso de decadencia de la cultura maya.
- C) Los problemas ambientales que tuvieron que enfrentar los mayas.
- D) Las contribuciones tecnológicas de los mayas al mundo moderno.
- E) La fundación, expansión y declive espectacular del Imperio maya.

Solución:

El texto se enfoca en las hipótesis sobre la decadencia y el colapso maya.

Rpta.: B

2. En el texto, ¿qué término podría reemplazar a OCASO sin alterar el sentido?

- A) agotamiento
- B) decadencia
- C) decaimiento
- D) prosperidad
- E) innovación

Solución:

"Ocaso" comparte la connotación de declive y pérdida en este contexto.

Rpta.: B

3. ¿Qué palabra es sinónimo de DERRUMBE en el marco del texto?

- A) retroceso
- B) colapso
- C) fortalecimiento
- D) alianza
- E) transformación

Solución:

"Derrumbe" aparece en el texto como equivalente contextual de "colapso".

Rpta.: B

4. En el contexto del texto, ¿qué término podría sustituir a DECLIVE?

- A) frustración
- B) desgracia
- C) fracaso
- D) bancarrota
- E) descalabro

Solución:

"Declive" mantiene la idea de pérdida y decadencia presente en "fracaso" aquí.

Rpta.: C

5. ¿Qué palabra NO es sinónimo de EXTINCIÓN en este texto?

- A) ocaso
- B) desaparición
- C) fin
- D) resurgimiento
- E) colapso

Solución:

"Resurgimiento" implica reaparición, lo contrario a "desaparición".

Rpta.: D



Texto 1

Treinta años después de que 189 países aprobaran la Declaración y Plataforma de Acción de Pekín, el plan más ambicioso jamás adoptado para lograr la igualdad entre hombres y mujeres, el balance es de claros avances, pero también de brechas persistentes que podrían aumentar como consecuencia de los recortes en la ayuda al desarrollo. Esta es la principal conclusión del informe *Gender Snapshot 2025 (Panorama sobre el género 2025)*, un análisis basado en más de 100 fuentes de datos, que ONU Mujeres hizo público el lunes por la noche con una advertencia: sin medidas urgentes, los Objetivos de Desarrollo Sostenible 2030 en materia de igualdad de género quedarán muy lejos de cumplirse.

La radiografía que arroja el análisis de la institución desvela que la desigualdad entre hombres y mujeres se sigue produciendo prácticamente en todas las áreas. Por ejemplo, un total de 64 millones más de mujeres adultas que de hombres sufren inseguridad alimentaria y el 9,2 % de mujeres y niñas (376 millones) vive en la actualidad en pobreza extrema, frente al 8,6 % de hombres y niños. Además, en 2024, el 46,4 % de las mujeres en edad de trabajar tenían empleo, frente al 69,5 % de hombres. Ellas viven más, pero pasan más años de su vida con mala salud que ellos (10,9 frente a 8). Y aunque cada vez hay más diputadas y senadoras, todavía solo ocupan el 27,2 % de los escaños parlamentarios, mientras que 102 países nunca han tenido una jefa de Estado o de Gobierno.

Tasa de empleo entre personas en edad de trabajar

Hombres	69,5 %
Mujeres	46,4 %

Las mujeres llevan a cabo al menos 2,5 veces más trabajo de hogar y de cuidado no remunerado que los hombres

Trabajo no remunerado

Países desarrollados

251

91

Países en desarrollo

210

114

Trabajo remunerado

Países desarrollados

309

396

Países en desarrollo

279

342

Puestos directivos ocupados por hombres y mujeres

70 %

30 %

ONU Mujeres / EL PAÍS



1. ¿Cuál es la principal advertencia del informe *Gender Snapshot 2025* presentado por ONU Mujeres?
- A) Los avances en igualdad de género son irreversibles y no requieren medidas adicionales.
 - B) Las brechas de género persistirán o aumentarán sin acciones urgentes, alejando el cumplimiento de los ODS 2030.
 - C) La ayuda al desarrollo ha sido insuficiente para cerrar las brechas de género, sobre todo en países en desarrollo.
 - D) La Declaración de Pekín ha logrado cumplir todos sus objetivos originales.
 - E) Los hombres ahora, igual que en el pasado, tienen mayores ventajas económicas que las mujeres a nivel global.

Solución:

El texto destaca que, pese a algunos avances, las brechas persisten y podrían agravarse sin medidas urgentes, poniendo en riesgo el logro de los ODS 2030.

Rpta.: B

2. A partir de la información textual y gráfica, ¿qué se puede concluir sobre la relación entre el trabajo remunerado y no remunerado por género en países en desarrollo?
- A) Las mujeres realizan menos trabajo no remunerado que los hombres, pero más trabajo remunerado.
 - B) Los hombres dedican más tiempo al trabajo no remunerado que las mujeres en todos los contextos.
 - C) Las mujeres realizan significativamente más trabajo no remunerado, mientras que los hombres superan en trabajo remunerado.
 - D) La carga total de trabajo (remunerado + no remunerado) es equitativa entre hombres y mujeres.
 - E) El trabajo remunerado de las mujeres supera al de los hombres en países desarrollados, pero no en países en desarrollo.

Solución:

El texto señala que las mujeres realizan "al menos 2.5 veces más trabajo de hogar y cuidado no remunerado". El gráfico muestra que, en países en desarrollo, las mujeres dedican 210 minutos al trabajo no remunerado frente a 114 de los hombres, y 279 minutos al trabajo remunerado frente a 342 de los hombres. Esto confirma que las mujeres realizan más trabajo no remunerado, pero los hombres superan en trabajo remunerado.

Rpta.: C

3. Es incompatible con la información del texto y el gráfico afirmar que
- A) las mujeres realizan significativamente más trabajo no remunerado que los hombres.
 - B) los hombres ocupan la mayoría de los puestos directivos a nivel global.
 - C) la representación política de las mujeres supera el 50 % en la mayoría de los parlamentos.
 - D) existe una brecha de género en la tasa de empleo entre personas en edad de trabajar.
 - E) la pobreza extrema afecta en mayor proporción a mujeres y niñas que a hombres y niños.



Solución:

El texto señala que las mujeres ocupan solo el 27,2 % de los escaños parlamentarios, por lo que afirmar que superan el 50 % es incompatible.

Rpta.: C

4. A partir de los datos sobre trabajo remunerado y no remunerado en el gráfico, se puede inferir que
- A) las mujeres en países en desarrollo dedican menos tiempo al trabajo no remunerado que las de países desarrollados.
 - B) la carga total de trabajo (remunerado + no remunerado) es mayor para las mujeres que para los hombres en ambos tipos de países.
 - C) los hombres en países desarrollados realizan más trabajo no remunerado que las mujeres en países en desarrollo.
 - D) el trabajo remunerado de las mujeres supera al de los hombres en todos los contextos.
 - E) las diferencias significativas en la distribución del trabajo entre géneros se deben, principalmente, al patriarcado imperante.

Solución:

Sumando las horas de trabajo remunerado y no remunerado, las mujeres tienen una carga total mayor que los hombres en ambos contextos.

Rpta.: B

5. Si los recortes en ayuda al desarrollo continúan como tendencia actual, ¿cuál sería la consecuencia más probable según el informe?
- A) Las brechas de género se reducirán debido a la eficiencia de los mercados.
 - B) Los avances en igualdad de género se estancarán o revertirán, alejando el logro de los ODS 2030.
 - C) Los hombres asumirán naturalmente una mayor proporción del trabajo no remunerado.
 - D) La representación política de las mujeres alcanzará paridad en la mayoría de países para 2030.
 - E) La pobreza extrema afectará por igual a hombres y mujeres en todo el mundo.

Solución:

El texto advierte expresamente que sin medidas urgentes (que requieren recursos) los ODS 2030 no se cumplirán, y que los recortes podrían aumentar las brechas.

Rpta.: B

TEXTO 2

El cambio climático constituye la amenaza medioambiental más grave a la que se enfrenta la humanidad en el siglo XXI. Sus efectos, lejos de ser una proyección futura, son ya **palpables** en todos los rincones del planeta: desde el aumento global de las temperaturas y el derretimiento acelerado de los casquetes polares hasta la mayor frecuencia e intensidad de eventos climáticos extremos, como huracanes, sequías e inundaciones. Frente a esta realidad abrumadora, resulta desconcertante la persistente negación o minimización del problema por parte de ciertos sectores políticos y económicos, cuyos intereses a menudo chocan con las medidas necesarias para frenarlo.



La comunidad científica es clara: las actividades humanas, particularmente la quema de combustibles fósiles y la deforestación, son el principal motor del calentamiento global. Enfrentar este desafío requiere una transición hacia un modelo de desarrollo sostenible, lo que implica dos tipos de acciones complementarias: la mitigación, dirigida a reducir drásticamente las emisiones de gases de efecto invernadero, y la adaptación, encaminada a ajustar nuestros sistemas socioeconómicos a los impactos que ya son inevitables. Sin embargo, la respuesta global ha sido hasta ahora insuficiente y marcada por la descoordinación.

El concepto de justicia climática surge para destacar una cruel paradoja: los países y comunidades que menos han contribuido al problema son a menudo los más vulnerables a sus efectos y los que cuentan con menos recursos para adaptarse. La lucha contra el cambio climático no es solo una cuestión técnica o ambiental, sino profundamente ética y política. Exige una transformación radical de nuestros sistemas energéticos, económicos y de consumo, así como un nuevo pacto social global que priorice la supervivencia del planeta y el bienestar de las generaciones futuras sobre los intereses a corto plazo. El tiempo de actuar se agota rápidamente, y cada tonelada de CO₂ que dejemos de emitir, cada ecosistema que logremos conservar marcará la diferencia entre un futuro viable y uno catastrófico.

Fuente: Adaptado de IPCC (2022). *Climate Change 2022: Impacts, Adaptation and Vulnerability*.

1. ¿Cuál es la postura central del texto respecto al cambio climático?

- A) Es un fenómeno natural que ha sido acelerado por la quema de combustibles fósiles.
- B) Representa un desafío complejo que demanda acciones urgentes y coordinadas a nivel global.
- C) Su impacto es mínimo y no justifica cambios drásticos en el modelo económico actual.
- D) Es un problema exclusivamente técnico que debe resolverse con innovación tecnológica.
- E) Afecta por igual a todos los países, sin distinción de responsabilidad o vulnerabilidad.

Solución:

El texto presenta el cambio climático como una amenaza grave que requiere una respuesta multifacética (mitigación, adaptación, justicia climática) y coordinada a nivel global.

Rpta.: B

2. En el contexto del texto, el término **PALPABLE** implica que los efectos del cambio climático son

- A) discutibles y sujetos a interpretación.
- B) perceptibles y evidentes en la realidad actual.
- C) exclusivos de las regiones polares.
- D) indubitables para la mayoría de la población.
- E) atribuibles únicamente a causas naturales.

Solución:

"Palpable" se utiliza para enfatizar que los efectos del cambio climático ya son perceptibles y evidentes, no son una mera proyección a futuro.

Rpta.: B



3. Es incompatible con lo planteado en el texto afirmar que
- A) la negación del cambio climático obstaculiza la implementación de medidas necesarias.
 - B) la mitigación y la adaptación son estrategias complementarias para enfrentar el problema.
 - C) los países más pobres son los principales responsables históricos de las emisiones de gases de efecto invernadero.
 - D) la justicia climática busca destacar la desigualdad en la responsabilidad y vulnerabilidad frente al cambio climático.
 - E) el cambio climático exige una transformación de los sistemas energéticos y económicos.

Solución:

El texto señala que los países y comunidades que menos han contribuido al problema (a menudo los más pobres) son los más vulnerables, lo que contradice la idea de que sean los principales responsables.

Rpta.: C

4. A partir del texto, se puede inferir que la insuficiente respuesta global al cambio climático se debe principalmente a la
- A) falta de consenso científico sobre las causas del fenómeno.
 - B) priorización de intereses económicos y políticos a corto plazo.
 - C) ausencia de tecnologías capaces de reducir emisiones de gases.
 - D) creencia generalizada de que los impactos son aún distantes en el tiempo.
 - E) distribución equitativa de los costos de adaptación entre todos los países.

Solución:

El texto menciona que ciertos sectores políticos y económicos niegan o minimizan el problema, porque sus intereses chocan con las medidas necesarias, lo que sugiere que los intereses a corto plazo obstaculizan una acción efectiva.

Rpta.: B

5. Si los líderes globales decidieran postergar por una década las acciones drásticas de mitigación
- A) los conceptos de adaptación y justicia climática perderían toda relevancia.
 - B) los costos económicos y humanos de adaptarse a los impactos serían significativamente mayores.
 - C) los eventos climáticos extremos disminuirían de frecuencia e intensidad de forma natural.
 - D) la responsabilidad histórica de los países industrializados se vería automáticamente reducida.
 - E) la negación del cambio climático se volvería científica y socialmente aceptable.

Solución:

Dado que el texto enfatiza la urgencia de actuar y que cada tonelada de CO₂ no emitida marca la diferencia, postergar acciones agravaría los impactos, haciendo que la adaptación futura sea más difícil y costosa.

Rpta.: B

SECCIÓN B

Texto 1

No es difícil encontrar drogas y, a veces, puede parecer como si todo el mundo las fabricara o quisiera que las probaras. Pero, como ocurre con todo lo que parece demasiado bueno para ser verdad, hay desventajas (y peligros) asociados al consumo de drogas.

Las drogas son sustancias químicas que modifican el funcionamiento de nuestro cuerpo. Algunas son medicamentos que ayudan a la gente cuando los médicos se los recetan. Pero muchas de ellas carecen de utilidad médica.

Cuando se toman (generalmente tragándolas, inhalándolas o inyectándose las), las drogas encuentran la forma de llegar al torrente sanguíneo. Desde allí, llegan al cerebro y a otras partes del cuerpo. En el cerebro, las drogas pueden intensificar o bien adormecer los sentidos, modificar el nivel de alerta de la persona y, a veces, reducir el dolor físico.

Por la forma en que las drogas actúan en el cerebro, repercuten negativamente en la capacidad de tomar decisiones acertadas y de hacer elecciones saludables. Hasta beber alcohol hace que la gente se implique en situaciones peligrosas, como conducir bajo sus efectos o mantener relaciones sexuales sin protección.

Aunque las drogas pueden hacerte sentir bien al principio, te pueden provocar daños importantes en el cuerpo y en el cerebro. Beber alcohol, fumar o mascar tabaco, consumir drogas ilegales y hasta esnifar pegamento son actividades que dañan el cuerpo humano.



1. ¿Cuál es la postura central del texto respecto al consumo de drogas?

- A) Las drogas son, en cualquier circunstancia, nocivas para la vida.
- B) El consumo de drogas siempre tiene efectos médicos beneficiosos.
- C) Las drogas implican riesgos y peligros para la salud física y mental.
- D) Solo las drogas ilegales son perjudiciales; las legales son seguras.
- E) El consumo de drogas disminuye la capacidad de tomar decisiones.

Solución:

El texto enfatiza los peligros y desventajas del consumo de drogas, destacando sus efectos negativos en el cuerpo y el cerebro.

Rpta.: C



2. Según el enunciado en el texto y la infografía, ¿qué mecanismo neuroadaptativo se desencadena como consecuencia directa del exceso de dopamina liberado por las drogas?
- A) Aumento permanente de la sensibilidad de los receptores de dopamina.
 - B) Incremento de la capacidad para experimentar placer con estímulos naturales.
 - C) Destrucción neuronal y reducción de receptores, generando tolerancia y dependencia.
 - D) Neutralización inmediata de los efectos placenteros de las drogas.
 - E) Estimulación de la producción natural de dopamina a largo plazo.

Solución:

El texto señala que las drogas alteran el funcionamiento químico cerebral liberando exceso de dopamina. La infografía especifica que el cerebro se adapta al exceso de estimulación, destruyendo neuronas y disminuyendo receptores, lo que lleva a necesitar más droga para el mismo efecto (tolerancia) y reduce la capacidad de sentir placer con estímulos naturales (dependencia). La opción C describe con precisión este proceso de neuroadaptación.

Rpta.: C

3. Es incompatible con la información del texto y la infografía afirmar que
- A) las drogas pueden adormecer los sentidos y reducir el dolor físico de los pacientes.
 - B) el consumo de drogas mejora la capacidad de tomar decisiones saludables a largo plazo.
 - C) algunas drogas son medicamentos recetados por médicos con utilidad médica.
 - D) las drogas llegan al cerebro a través del torrente sanguíneo y desde ahí intoxican el cuerpo entero.
 - E) el exceso de dopamina puede destruir neuronas y reducir receptores cerebrales.

Solución:

El texto señala que las drogas "repercuten negativamente en la capacidad de tomar decisiones acertadas", lo que contradice la idea de que mejoren esta capacidad.

Rpta.: B

4. A partir de la infografía, se puede inferir que la adicción a las drogas es progresiva porque
- A) el cerebro se adapta al exceso de estimulación, requiriendo dosis mayores para lograr el mismo efecto.
 - B) las drogas solo afectan temporalmente el circuito de recompensa sin consecuencias a largo plazo.
 - C) la dopamina liberada por las drogas es idéntica a la producida en actividades placenteras naturales.
 - D) el consumo ocasional de drogas no genera cambios significativos en la estructura cerebral.
 - E) todas las actividades placenteras se intensifican con el consumo inicial de drogas.

Solución:

La infografía explica que el cerebro se adapta al exceso de dopamina, destruyendo neuronas y reduciendo receptores, lo que lleva a necesitar más droga para sentir placer.

Rpta.: A



5. Si una persona consume drogas de forma prolongada, según la infografía, ¿cuál sería la consecuencia más probable en su cerebro?
- A) Aumento permanente de los receptores de dopamina y mayor sensibilidad al placer natural.
 - B) Eliminación completa de la capacidad de sentir placer mediante actividades no relacionadas con drogas.
 - C) Mejora en la capacidad de tomar decisiones y elecciones saludables debido a la adaptación cerebral.
 - D) Reducción del daño neuronal y recuperación automática del circuito de recompensa sin tratamiento.
 - E) Desarrollo de resistencia a todas las sustancias químicas, incluyendo medicamentos recetados.

Solución:

La infografía indica que el cerebro se adapta al exceso de dopamina, destruyendo neuronas y reduciendo receptores, lo que puede llevar a que solo la droga genere placer, anulando otras fuentes de satisfacción.

Rpta.: B

TEXTO 2A

La creciente saturación de vehículos en las áreas metropolitanas evidencia una crisis de movilidad que demanda una intervención estatal decidida. El transporte público colapsa, los tiempos de desplazamiento se multiplican y la contaminación ambiental alcanza niveles perjudiciales para la salud. Frente a este escenario, resulta imperativo establecer mecanismos de control en la adquisición de vehículos particulares. La planificación centralizada permitiría adecuar el parque automotor a la real capacidad de las vías, priorizando el interés colectivo. Además, facilitaría una transición ordenada hacia sistemas de transporte masivo eficientes y ecológicos, incentivando el uso de combustibles menos contaminantes y la multimodalidad. La experiencia internacional demuestra que ciudades con políticas restrictivas han logrado mejorar significativamente la calidad de vida urbana. La libre competencia no puede primar sobre el derecho a un ambiente sano y a una movilidad eficiente. El Estado tiene la obligación de actuar con visión estratégica, impidiendo que el beneficio individual comprometa el bienestar común. La regulación no es sinónimo de prohibición, sino de racionalización necesaria para un desarrollo sostenible.

Fuente: Adaptado de estudios de la CEPAL sobre políticas urbanas.

TEXTO 2B

Imponer restricciones a la compra de vehículos particulares representa una **afectación** grave a las libertades individuales y al dinamismo económico. Los ciudadanos tienen derecho a elegir su medio de transporte según sus necesidades y posibilidades, sin imposiciones arbitrarias. La industria automotriz, que genera empleo directo e indirecto masivo, se vería severamente perjudicada por medidas restrictivas, afectando a miles de familias y frenando la innovación tecnológica. El problema de la congestión vial no se resuelve limitando el acceso al automóvil, sino invirtiendo en infraestructura moderna y eficiente: más y mejores carreteras, sistemas de transporte público de calidad y soluciones inteligentes de gestión del tráfico. La historia muestra que las regulaciones excesivas generan mercados paralelos informales y corrupción. La verdadera solución pasa por incentivar la competencia y la oferta de alternativas atractivas, no por coartar derechos. El rol del Estado debe ser facilitador, no obstructivo.

Fuente: Adaptado de análisis del Instituto Cato sobre liberalismo económico.



1. Según el Texto A respecto el Estado debe

- A) intervenir y regular el mercado de autos de forma permanente.
- B) prohibir toda venta de vehículos particulares.
- C) controlar la venta para garantizar bienestar colectivo.
- D) subsidiar la compra de transporte público.
- E) fiscalizar al mercado pues esto no se autorregula.

Solución:

El Texto A argumenta que el Estado debe controlar la venta para priorizar el interés colectivo y la sostenibilidad.

Rpta.: C

2. En el Texto B, la palabra AFECTACIÓN sugiere que la intervención estatal es

- A) perniciosa para el país.
- B) antitécnica y abusiva.
- C) perjudicial y dañina.
- D) temporal y circunstancial.
- E) antidemocrática y colectivista.

Solución:

"Afectación" implica un impacto negativo sobre las libertades y la economía.

Rpta.: C

3. ¿Qué argumento presenta el Texto B que el Texto A no considera?

- A) La saturación vehicular requiere medidas urgentes.
- B) El transporte público debe ser prioritario.
- C) La industria automotriz genera empleo que se perdería.
- D) La contaminación ambiental es un problema grave.
- E) El Estado debe planificar el desarrollo urbano.

Solución:

El Texto B menciona el impacto negativo en el empleo de la industria automotriz, un punto no abordado por el Texto A.

Rpta.: C

4. Del Texto A se infiere que, sin control estatal:

- A) La innovación tecnológica se aceleraría.
- B) El caos vehicular y la contaminación empeorarían.
- C) El transporte público se volvería más eficiente.
- D) Los derechos individuales se fortalecerían.
- E) La industria automotriz crecería saludablemente.

Solución:

El Texto A sostiene que la saturación ya es crítica y que sin intervención los problemas se agravarían.

Rpta.: B



5. Si se aplicara el control estatal propuesto en el Texto A, según el Texto B:

- A) Aumentaría el empleo en el sector automotriz.
- B) Surgirían mercados informales y corrupción.
- C) Mejoraría inmediatamente la infraestructura vial.
- D) Se coaptaría la suprema libertad de elección.
- E) No se resolverían los problemas de congestión vehicular.

Solución:

El Texto B advierte que las regulaciones excesivas generan informalidad y corrupción.

Rpta.: B

TEXTO 3

La democracia peruana se ha caracterizado por su volatilidad institucional y una constante inestabilidad política que ha impedido la consolidación de un proyecto nacional a largo plazo. Esta fragilidad se manifiesta en la frecuente rotación de gobiernos, la desconfianza ciudadana hacia las instituciones y la perpetuación de prácticas corruptas que minan la legitimidad del sistema. La ciudadanía peruana, no obstante, ha demostrado una notable **resiliencia** cívica, ejerciendo una vigilancia activa a través de movilizaciones sociales y demandas concretas de transparencia y responsabilidad. La prensa libre, pese a enfrentar hostigamientos y presiones, ha jugado un papel fundamental en la exposición de escándalos de corrupción, actuando como contrapeso al poder. Sin embargo, los desafíos persisten: la profundización de las desigualdades socioeconómicas, la falta de acceso a servicios básicos de calidad y la percepción de impunidad entre las élites políticas y económicas alimentan el descontento social. La consolidación democrática requiere, por tanto, no solo de reformas institucionales que fortalezcan la independencia de los organismos de control y la administración de justicia, sino también de un compromiso colectivo con la ética pública y la participación informada. La educación cívica emerge como una herramienta clave para formar ciudadanos críticos y comprometidos con el bien común. El futuro de la democracia en el Perú dependerá de su capacidad para transformar la indignación en propuestas, la protesta en construcción de consenso, y la desconfianza en una ciudadanía organizada y vigilante. Solo mediante la profundización de los valores democráticos y el fortalecimiento de las instituciones será posible edificar un sistema político estable, inclusivo y legítimo que responda a las aspiraciones de toda la población.

Fuente: Adaptado de informes de IDEA Internacional y Transparencia Internacional sobre la gobernabilidad democrática en el Perú.

1. ¿Cuál es la postura central del texto respecto a la democracia peruana?

- A) Es un sistema fallido que requiere de una profunda transformación de todos sus actores sociales.
- B) Presenta graves debilidades, pero cuenta con potencial de fortalecimiento mediante la participación ciudadana y reformas institucionales.
- C) Su inestabilidad es producto de factores económicos y políticos que han privilegiado, durante mucho tiempo, la corrupción.
- D) Ha alcanzado un nivel de inmadurez que impide que los sucesivos gobiernos puedan emprender modificaciones de calado.
- E) Actualmente cuenta únicamente de la labor de la prensa para su supervivencia como tal.



Solución:

El texto reconoce la fragilidad y los problemas estructurales, pero también destaca la resiliencia ciudadana y la necesidad de reformas para consolidar el sistema.

Rpta.: B

2. En el contexto del texto, el término **RESILIENCIA** se refiere a la

- A) capacidad de la ciudadanía para adaptarse y resistir ante las crisis políticas.
- B) rigidez de las instituciones peruanas frente a los cambios sociales.
- C) facilidad con la que los gobiernos peruanos implementan reformas.
- D) dependencia del Perú respecto a organismos internacionales.
- E) volatilidad de los mercados económicos en el país.

Solución:

"Resiliencia" alude a la capacidad de la sociedad para sobreponerse a las adversidades y mantener su compromiso cívico.

Rpta.: A

3. Es incompatible con el texto afirmar que la

- A) prensa libre ha enfrentado presiones en el ejercicio de su labor.
- B) corrupción es uno de los factores que debilita la legitimidad democrática.
- C) desconfianza ciudadana hacia las instituciones es un fenómeno inexistente.
- D) desigualdad socioeconómica alimenta el descontento social.
- E) educación cívica es relevante para la formación de ciudadanos críticos.

Solución:

El texto señala explícitamente que existe una "desconfianza ciudadana hacia las instituciones", por lo que afirmar que es inexistente resulta incompatible.

Rpta.: C

4. Se puede inferir que, para el autor, la estabilidad democrática en el Perú depende crucialmente de la

- A) protesta social como fuerza transformadora del país y sus instituciones.
- B) supresión del poder en el ejecutivo para agilizar decisiones.
- C) construcción de consenso y el fortalecimiento institucional.
- D) ampliación del rol de la prensa en la vigilancia del poder.
- E) priorización exclusiva del crecimiento económico sobre la equidad.

Solución:

El texto enfatiza la necesidad de transformar la protesta en construcción de consenso y fortalecer las instituciones para lograr estabilidad.

Rpta.: C

5. Si la educación cívica y la participación informada decayeran notablemente en el Perú

- A) la legitimidad de las instituciones se vería fortalecida.
- B) la capacidad de vigilancia ciudadana y control al poder se debilitaría.
- C) la prensa libre ganaría mayor independencia y reconocimiento.
- D) la volatilidad política disminuiría por falta de demandas sociales.
- E) las desigualdades socioeconómicas se reducirían automáticamente.



Solución:

El texto presenta la educación cívica y la participación como bases para la vigilancia ciudadana. Su decaimiento afectaría negativamente este rol.

Rpta.: B

SECCIÓN C

PASSAGE 1

The global transition towards renewable energy is accelerating, driven by the urgent need to combat climate change and reduce dependence on fossil fuels. Solar, wind, and hydropower are at the forefront of this shift, offering sustainable alternatives that minimize environmental impact. Technological advancements have significantly lowered the costs of renewable energy infrastructure, making it increasingly accessible worldwide. However, challenges remain, such as energy storage limitations and the intermittent nature of sources like solar and wind. Governments and private sectors are investing in innovative solutions, including battery storage systems and smart grids, to ensure a stable and reliable energy supply. Despite these hurdles, the benefits of renewables are undeniable: they reduce greenhouse gas emissions, create jobs, and enhance energy security. Countries like Iceland and Costa Rica already generate nearly 100% of their electricity from renewable sources, serving as models for others. Public awareness and policy support are crucial to sustaining this momentum. Individuals can contribute by adopting energy-efficient practices and supporting clean energy initiatives. The path to a fully renewable future is complex, but with collective effort, it is achievable.

(Word count: 160)

Questions:

1. What is the main purpose of the text?

- A) To criticize the use of fossil fuels without offering alternatives.
- B) To explain the challenges and benefits of transitioning to renewable energy.
- C) To promote the exclusive use of solar energy in developing countries.
- D) To highlight the history of energy consumption over the past century.
- E) To argue that renewable energy is impractical for large-scale use.

Solution:

The text discusses both the advantages (e.g., sustainability, job creation) and challenges (e.g., storage issues) of renewable energy.

Answer: B

Solución:

El texto analiza tanto las ventajas (por ejemplo, la sostenibilidad, la creación de empleo) como los desafíos (por ejemplo, los problemas de almacenamiento) de la energía renovable.



2. Which of the following is NOT mentioned as a renewable energy source?

- A) Solar
D) Natural gas
- B) Wind
E) All are mentioned
- C) Hydropower

Solution:

Natural gas is a fossil fuel, not a renewable energy source. The text explicitly lists solar, wind, and hydropower.

Answer: D

Solución:

El gas natural es un combustible fósil, no una fuente de energía renovable. El texto menciona explícitamente la energía solar, eólica e hidroeléctrica.

3. What does the word "intermittent" imply about solar and wind energy?

- A) They are consistently reliable.
B) They depend on weather conditions and are not constant.
C) They are too expensive to maintain.
D) They are only suitable for small-scale use.
E) They produce more energy than fossil fuels.

Solution:

"Intermittent" means not continuous; solar and wind energy rely on sun and wind availability.

Answer: B

Solución:

"Intermitente" significa no continuo; la energía solar y eólica dependen de la disponibilidad del sol y del viento.

4. How do countries like Iceland and Costa Rica contribute to the text's argument?

- A) They prove that renewable energy is impractical.
B) They show that renewable energy can fully power nations.
C) They highlight the failures of renewable energy policies.
D) They emphasize the need for more fossil fuel usage.
E) They demonstrate that only developed countries can use renewables.

Solution:

These countries are cited as successful examples of nearly 100% renewable electricity generation.

Answer: B

Solución:

Se citan a estos países como ejemplos exitosos de generación de electricidad casi al 100% renovable.



5. What is suggested as a way for individuals to support renewable energy?

- A) Investing solely in fossil fuel companies.
- B) Ignoring energy consumption habits.
- C) Adopting energy-efficient practices and supporting clean energy initiatives.
- D) Opposing government policies on renewables.
- E) Relocating to countries like Iceland.

Solution:

The text explicitly states that individuals can help by adopting efficient practices and supporting clean energy.

Answer: C

Solución:

El texto establece explícitamente que las personas pueden ayudar adoptando prácticas eficientes y apoyando la energía limpia.



El gran filósofo y hombre de ciencia René Descartes nació en La Haye en Touraine el 31 de marzo de 1596. Abandonó este mundo el 11 de febrero de 1650 en Estocolmo (Suecia). Es considerado el padre de la geometría analítica y el fundador de la filosofía moderna. En gran medida, por sus aportes diversos, es un gran protagonista de la revolución científica que venció al pensamiento escolástico de raigambre medieval.

El método cartesiano se expone en *Reglas para la dirección del espíritu* (1628) y, sobre todo, en el célebre *Discurso del método* (1637). El discurso es un ensayo general que precede a tres obras científicas: *Dióptrica*, *Meteoros* y *Geometría*. El método sobresale por su sello personal y por su lozana simplicidad. En virtud de la duda hiperbólica, Descartes arriba a una proposición indubitable: *Cogito, ergo sum* (*Pienso, luego existo*). Y, gracias a esa evidencia, prueba la existencia de la divinidad y la del mundo objetivo, presupuesto ontológico de toda la ciencia.

Todo indica que por un resquemor algo infundado, luego del caso Galileo, Descartes quiso refugiarse en Suecia en aras de huir de una eventual persecución inquisitorial. De lo que no pudo huir fue del frío inclemente, deletéreo para su alicaída salud, y murió mientras enseñaba su sistema filosófico a la reina de Suecia.



HABILIDAD LÓGICO MATEMÁTICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. En la expresión mostrada determine la suma de cifras del valor de E, luego de simplificar la expresión.

$$E = \sqrt{\frac{\overbrace{33\dots33}^{500 \text{ cifras}} - \overbrace{66\dots66}^{250 \text{ cifras}}}{3}}$$

- A) 750 B) 1 500 C) 747 D) 1 494 E) 650

Solución:

Para 1 cifra en el sustraendo:

$$E = \sqrt{\frac{33-6}{3}} = \sqrt{\frac{27}{3}} = \sqrt{9} = 3$$

Para 2 cifras en el sustraendo:

$$E = \sqrt{\frac{3333-66}{3}} = \sqrt{\frac{3267}{3}} = \sqrt{1089} = 33$$

Para 3 cifras en el sustraendo:

$$E = \sqrt{\frac{333333-666}{3}} = \sqrt{\frac{332667}{3}} = \sqrt{110889} = 333$$

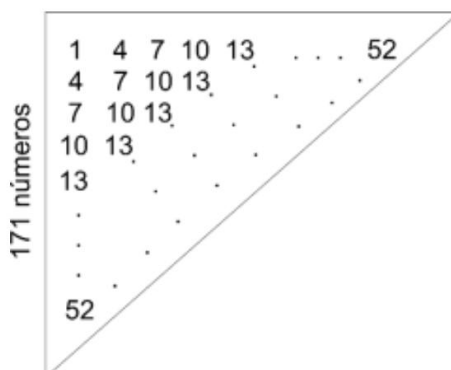
Para 250 cifras en el sustraendo:

$$E = \sqrt{\frac{\overbrace{33\dots33}^{500 \text{ cifras}} - \overbrace{66\dots66}^{250 \text{ cifras}}}{3}} = \overbrace{33\dots33}^{250 \text{ cifras}} \rightarrow \sum \text{cifras} = 250(3) = 750$$

Rpta.: A

2. Artem escribe los números: 1, 4, 7, 10, 13, . . . , 52 en una hoja, como se muestra en la figura y se percata que ha escrito en total 171 números. Su padre observa dicha distribución numérica y le propone un reto, que calcule la suma de todos los números escritos. Si Artem responde correctamente, ¿cuál fue la respuesta?

- A) 5 895
B) 5 985
C) 5 785
D) 5 875
E) 5 765



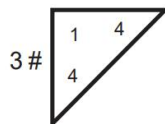


Solución:

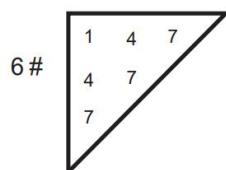
1) Suma: $1 = 1(1) = 1(2(1) - 1)$



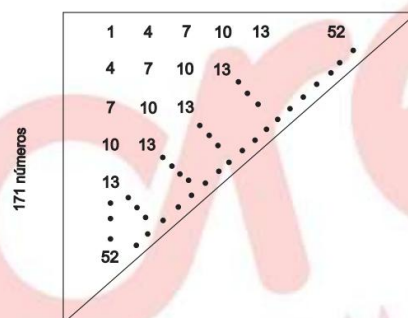
2) Suma: $9 = 3(3) = 3(2(2) - 1)$



3) Suma: $30 = 6(5) = 6(2(3) - 1)$



4) Suma: $171(2(18)-1) = 5\ 985$



Rpta.: B

3. En el siguiente arreglo de letras, ¿de cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra LOGICO, considerando la misma distancia mínima de una letra a otra en cada lectura o uniendo únicamente letras vecinas?

A) 20

B) 16

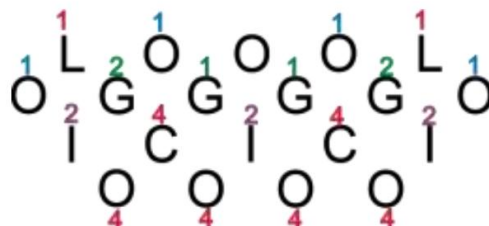
C) 24

D) 26

E) 18



Solución:



Luego, en total hay 16 formas de leer la palabra LOGICO.

Rpta.: B



4. En el siguiente arreglo de letras, ¿de cuántas maneras distintas se puede leer la palabra PALLARES considerando igual distancia mínima de una letra a otra en cada lectura o uniéndolo únicamente letras vecinas?

- A) 82
B) 80
C) 85
D) 87
E) 88

P
A A
L L L
A A A A
R R R R R
E E E E E
S S S S S

Solución:

1
1 A 2 A 1
1 L 2 L 1
2 A 4 A 2
2 R 6 R 2
2 E 8 E 2
8 S 22 S 8

Maneras de leer PALLARES: $2(8 + 22) + 28 = 88$.

Rpta.: E

5. En el siguiente arreglo de letras, ¿de cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra SOMETEMOS considerando igual distancia mínima de una letra a otra en cada lectura?

- A) 136
B) 68
C) 120
D) 56
E) 170

S O M E T
O M E T E
M E E M
E T E M O
T E M O S

Solución:

Usamos el método de Pascal

1 1 1 1 1
1 2 3 4 5
1 3 4 9
1 4 4 8 17
1 5 9 17 34
34 ← → 34
S O M E T E M O S
34 ← → 34

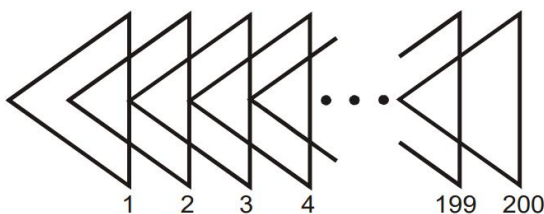


Maneras diferentes de leer = $4(34) = 136$

Rpta.: A

6. En la figura se tiene 200 triángulos, halle el máximo número de puntos de intersección que hay entre ellos.

- A) 346
B) 600
C) 499
D) 596
E) 450



Solución:

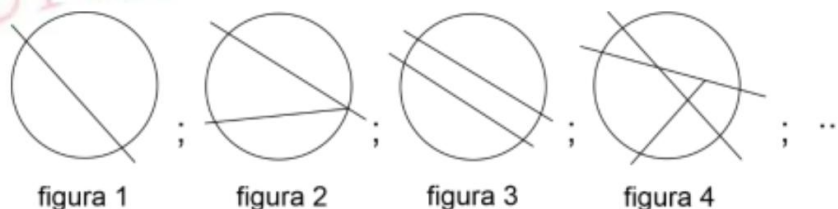
Por inducción:



1 triángulo: puntos de intersección = 0
2 triángulos: puntos de intersección = 2
3 triángulos: puntos de intersección = $2 + 3 = 5$
4 triángulos: puntos de intersección = $2 + 3(2) = 8$
:
200 triángulos: puntos de intersección = $2 + 3(198) = 596$

Rpta.: D

7. En la siguiente secuencia, en la figura 1 se tienen 2 puntos sobre su circunferencia, en la figura 2 se tienen 3 puntos sobre su circunferencia, en la figura 3 se tiene 4 puntos, en la figura 4 se tienen 5 puntos y así sucesivamente. Halle el número total de arcos menores de 360° que tendrá la figura 20.



- A) 120 B) 210 C) 240 D) 300 E) 420

Solución:

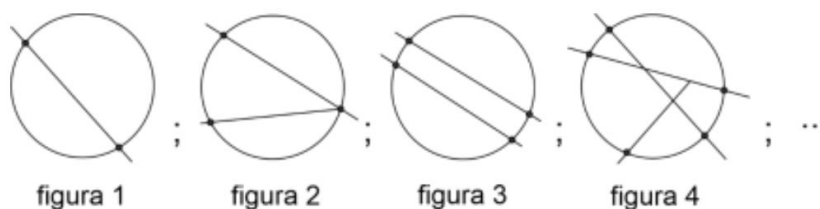
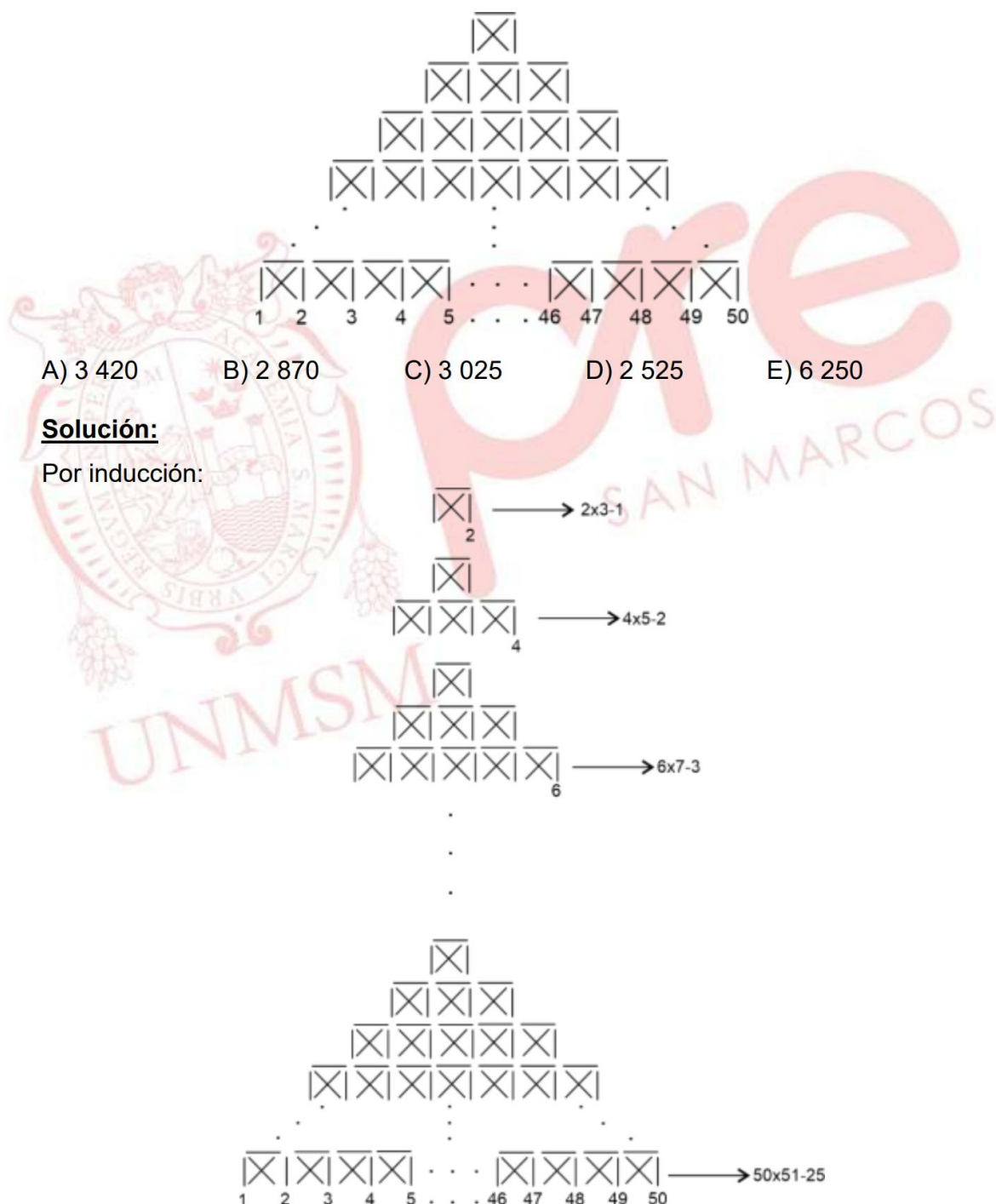




Figura 1: 2 puntos, 1×2 arcos
Figura 2: 3 puntos, 2×3 arcos
Figura 3: 4 puntos, 3×4 arcos
Figura 4: 5 puntos, 4×5 arcos
 $\vdots$
Figura 20: 21 puntos, 20×21 arcos = 420 arcos

Rpta.: E

8. En la siguiente figura, ¿cuántos palitos en total conforman la torre?

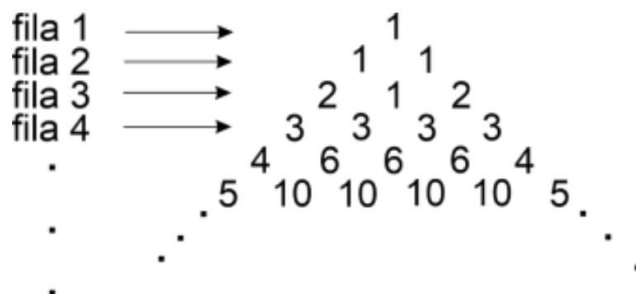


Rpta.: D



EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En el arreglo mostrado en la figura, calcule la suma de todos los números de la fila 20.



- A) 3 245 B) 3 116 C) 3 475 D) 3 250 E) 3 120

Solución:

Analizamos casos particulares

$$\text{Fila 3: } 2(2) + \left(\frac{1 \times 2}{2}\right) 1$$

$$\text{Fila 4: } 2(3) + \left(\frac{2 \times 3}{2}\right) 2$$

$$\text{Fila 5: } 2(4) + \left(\frac{3 \times 4}{2}\right) 3$$

⋮

$$\text{Fila 20: } 2(19) + \left(\frac{18 \times 19}{2}\right) 18 = 3116$$

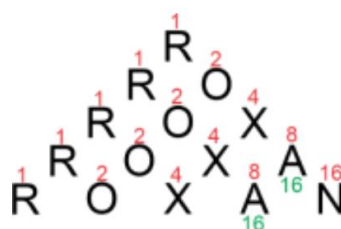
Rpta.: B

2. En el siguiente arreglo de letras, ¿de cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra ROXANA considerando igual distancia mínima de una letra a otra en cada lectura?

- A) 32
B) 64
C) 16
D) 24
E) 15



Solución:



Luego, maneras diferentes = $16 + 16 = 32$.

Rpta.: A



3. En el siguiente arreglo de letras, ¿de cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra INDUCTIVO considerando igual distancia mínima de una letra a otra en cada lectura?

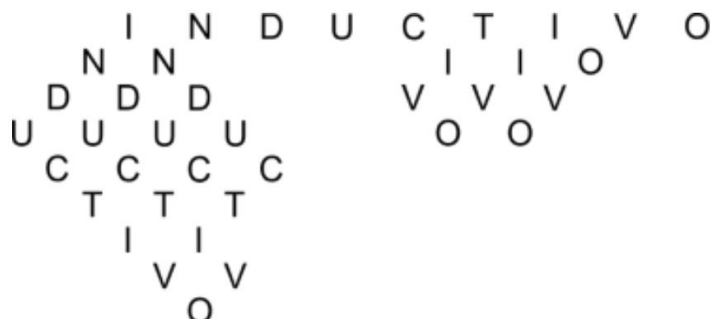
A) 59

B) 76

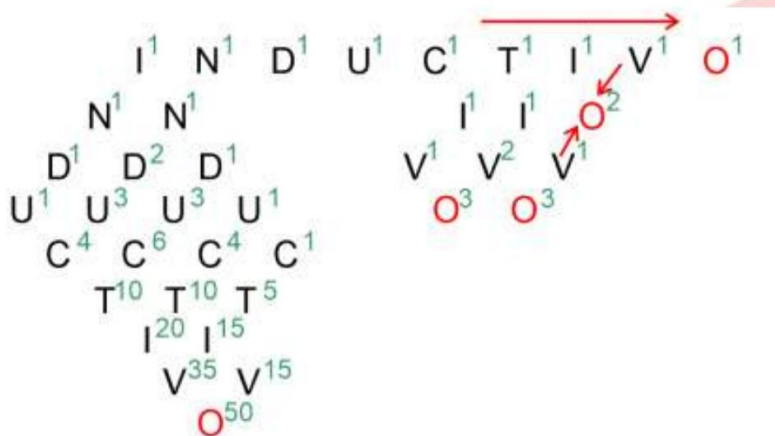
C) 64

D) 44

E) 58



Solución:



Luego, maneras diferentes = $50 + 3 + 3 + 2 + 1 = 59$

Rpta.: A

4. En el siguiente arreglo de letras, ¿de cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra LLAMENME a igual distancia mínima de una letra a otra en cada lectura? Dé como respuesta la suma de cifras.



A) 5

B) 11

C) 10

D) 13

E) 9



Solución:

Veamos las formas de leer LLA

$$\begin{array}{c} \boxed{L} \\ L \quad L \Rightarrow \boxed{L} = 2 + 2 = 4 \\ A \quad A \quad A \end{array}$$

$$\begin{array}{c} L \\ [L] \quad \langle L \rangle \Rightarrow [L] + \langle L \rangle = 2 + 2 = 4 \\ A \quad A \quad A \end{array}$$

Entonces total de formas de leer LLA = 8

Utilizando el principio de pascal en las demás letras: $8 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

Luego, maneras diferentes = 256

Suma de cifras = $2 + 5 + 6 = 13$.

Rpta.: D

5. En la siguiente secuencia de figuras, halle la suma de los números de la figura 20.

A) 5050

B) 6524

C) 4500

D) 6601

E) 6610



Solución:

Por inducción:



Figura 1: $2(1^2 + 2^2) - 2$

Figura 2: $2(1^2 + 2^2 + 3^2) - 3$

Figura 3: $2(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2) - 4$

Figura 4: $2(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2) - 5$

⋮

Figura 20: $2(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 21^2) - 21 = 6601$

Rpta.: D



6. En la siguiente secuencia de figuras, ¿cuántos triángulos y círculos hay respectivamente en la figura 38?

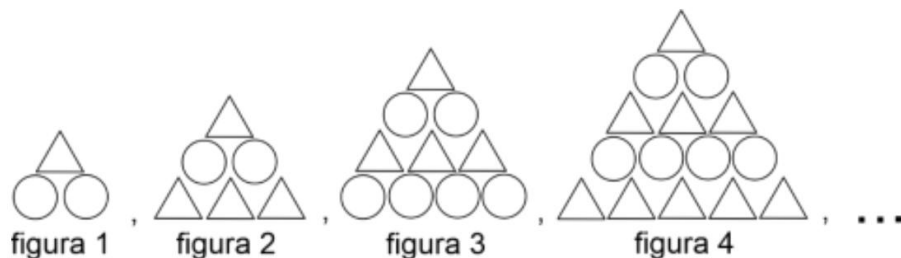
A) 361-399

B) 441-324

C) 400-380

D) 324-342

E) 380-340



Solución:

#Triángulos:

$$F(1) = 1$$

$$F(2) = 1 + 3 = 4$$

$$F(3) = 1 + 3 = 4$$

$$F(4) = 1 + 3 + 5 = 9$$

$$F(5) = 1 + 3 + 5 = 9$$

$$\text{Usando: } 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 2n-1 = n^2$$

$$2n - 1 = 39$$

$$n = 20$$

$$F(38) = 20^2 = 400$$

#Círculos:

$$F(1) = 2$$

$$F(2) = 2$$

$$F(3) = 2 + 4 = 6$$

$$F(4) = 2 + 4 = 6$$

$$F(5) = 2 + 4 + 6 = 12$$

$$\text{Usando: } 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2n = n(n + 1)$$

$$2n = 38$$

$$n = 19$$

$$F(38) = 19(20) = 380$$

Rpta.: C

7. En la siguiente secuencia de figuras, ¿qué número va en el casillero central de la figura vigesimoquinta?

A) 325

B) 330

C) 313

D) 258

E) 335





Solución:



Calculando el último número en cada figura.

$$\text{figura 1: } 1 = \frac{1 \times 2}{2}$$

$$\text{figura 2: } 3 = \frac{2 \times 3}{2}$$

$$\text{figura 3: } 6 = \frac{3 \times 4}{2}$$

⋮

$$\text{figura 25: } b = \frac{25 \times 26}{2} = 325$$

$$a = 325 - 24 = 301$$

Luego, el término central de la figura 25: 313

Rpta.: C

8. En la siguiente secuencia de figuras, halle la diferencia positiva entre la cantidad de círculos grises y la cantidad de círculos blancos que hay en la figura 31.

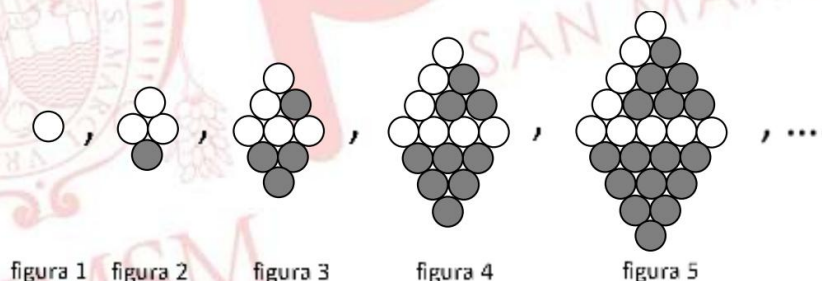
A) 839

B) 727

C) 898

D) 782

E) 822



Solución:

Fig.	Nro. círculos grises	Nro. círculos blancos	diferencia
1	$0 = (1 - 1)2$	$1 = 2(1) - 1$	
2	$1 = (2 - 1)2$	$3 = 2(2) - 1$	
3	$4 = (3 - 1)2$	$5 = 2(3) - 1$	
4	$9 = (4 - 1)2$	$7 = 2(4) - 1$	
5	$16 = (5 - 1)2$	$9 = 2(5) - 1$	
...			
31	$(31 - 1)2 = 900$	$2(31) - 1 = 61$	839

Rpta.: A



ARITMÉTICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Una empresa tiene tres carretes enrollados con cables eléctricos cuyas longitudes son 525, 405 y 360 metros respectivamente. Si se cortan los tres cables en trozos de la misma longitud, en número entero de metros, de modo que cada trozo sea lo más largo posible, y que no sobre material alguno, ¿cuántos trozos se obtendrán en total?

A) 82 B) 84 C) 86 D) 88 E) 90

Solución:

$$\text{Cables} \begin{cases} 1^\circ \text{ cable de } 525 \text{ m.} \\ 2^\circ \text{ cable de } 405 \text{ m.} \\ 3^\circ \text{ cable de } 360 \text{ m.} \end{cases}$$

Si d metros es la longitud de cada trozo y siendo d el mayor valor posible luego

$$d = \text{MCD}(525, 405, 360) = \text{MCD}(3 \times 5^2 \times 7; 3^4 \times 5; 2^3 \times 3^2 \times 5) = 3 \times 5 = 15$$

Por lo tanto,

$$\text{cantidad de trozos} = \frac{525}{15} + \frac{405}{15} + \frac{360}{15} = 35 + 27 + 24 = 86$$

∴ Se obtendrán 86 trozos.

Rpta.: C

2. Con respecto a la cantidad de polos que vendió Mauro ente ayer y hoy se sabe que, el número de polos que vendió ayer multiplicado por los que vendió hoy es 7776. Además, el triple del mínimo común múltiplo de esas cantidades vendidas es igual al cuádruplo del cuadrado del máximo común divisor de las mismas. ¿Cuántos polos más, como mínimo, vendió un día con respecto al otro?

A) 86 B) 90 C) 92 D) 85 E) 112

Solución:

Sean A : número de polos vendidos ayer, B : número de polos vendidos hoy

Por dato, $A \times B = 7776$, $3 \cdot \text{MCM}(A, B) = 4 \cdot \text{MCD}^2(A, B)$, $|A - B| = ?$

Siendo $\text{MCD}(A, B) = d \rightarrow A = dp, B = dq$, $p, q \text{ PESI} \rightarrow \text{MCM}(A, B) = dpq$

En los datos $d^2 pq = 7776$, $3dpq = 4d^2 \rightarrow 3(7776) = 4d^3 \rightarrow d = 18$

$$\rightarrow 3pq = 4(18) \rightarrow pq = 24, p, q \text{ PESI}$$

Casos: $(p = 24 \text{ y } q = 1)$ o $(p = 8 \text{ y } q = 3)$

$$p = 24 \text{ y } q = 1 \rightarrow A - B = 24(18) - 18 = 23(18) = 414$$

$$p = 8 \text{ y } q = 3 \rightarrow A - B = 8(18) - 3(18) = 5(18) = 90$$

∴ Vendió 90 polos más como mínimo.

Rpta.: B

3. En la academia deportiva LOS CHOCOLATEROS, se inscribió cierta cantidad, mínima, de alumnos en el taller de fulbito y con ellos en el primer día de clases se formaron grupos de 15. Al día siguiente se formaron grupos de 18 y al tercer día, grupos de 24. Si en cada día no sobraron ni faltaron alumnos al formar estos grupos y la cantidad de alumnos inscritos permaneció constante, ¿cuántos grupos se formaron en total en los tres días?

A) 46 B) 50 C) 59 D) 60 E) 62



Solución:

Sea N : número de alumnos inscritos en el taller de fútbol (menor cantidad)

Por dato $N = 15$, $N = 18$, $N = 24 \rightarrow N = MCM(15, 18, 24) = 360$

Por lo tanto,

$$\text{número de grupos en total} = \frac{360}{15} + \frac{360}{18} + \frac{360}{24} = 24 + 20 + 15 = 59$$

$\therefore$ Se formaron 59 grupos en total en los 3 días.

Rpta.: C

4. Al calcular el máximo común divisor de las cantidades de manzanas, que cosecharon dos agricultores, utilizando el algoritmo de Euclides, se obtuvieron los cocientes sucesivos 1; 3; 1; 1 y 2 respectivamente. Si la segunda división se realizó por exceso; además, el mínimo común múltiplo de dichas cantidades es 10 404, ¿cuántas manzanas menos cosechó uno que otro de los agricultores?

A) 258 B) 255 C) 240 D) 260 E) 265

Solución:

Sean

A, B : cantidades de manzanas que cosecharon los agricultores, con $A > B$
 $d = MCD(A, B)$

Por dato

	1	3	1	1	2
$A = 17d$	$B = 12d$	$5d$	$3d$	$2d$	d
	$5d$	$3d$	$2d$	d	0

$$\rightarrow A = 17d, B = 12d \rightarrow MCM(A, B) = 17(12)d$$

Por dato, $10\,404 = 17(12)d \rightarrow d = 51$

De este modo $A - B = 5d = 5(51) = 255$

$\therefore$ Uno de ellos cosechó 255 manzanas menos que el otro.

Rpta.: B

5. A un estudio jurídico se le encarga cierta cantidad de expedientes judiciales para su revisión, siendo esta cantidad la máxima posible, múltiplo de siete y menor que 500. Además, al distribuir todos esos expedientes de forma equitativa, para su revisión, entre los 13 mejores abogados de dicho estudio, se observa que quedan 11 expedientes por revisar. Determine la suma de las cifras del número total de expedientes que le encargaron a ese estudio para su revisión.

A) 10 B) 13 C) 15 D) 16 E) 17



Solución:

Sea N : cantidad total de expedientes

Por dato, $N = \overset{0}{7}$, $N < 500$, $N = \overset{0}{13} + 11$

De manera que: $N = \overset{0}{13} + 11 = \overset{0}{13} + 52 + 11 = \overset{0}{13} + 63$, $N = \overset{0}{7} = \overset{0}{7} + 63$

$$\rightarrow N = MCM(\overset{0}{13}; \overset{0}{7}) + 63 = \overset{0}{91} + 63 < 500$$

$$N = 91(4) + 63 = 427$$

$\therefore$ La suma de cifras es 13.

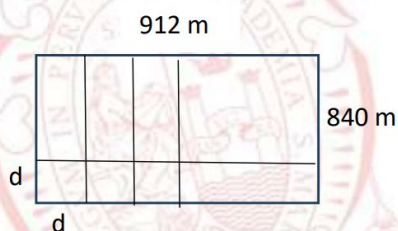
Rpta.: B

6. Un terreno rectangular cuyas medidas son 912 metros de largo y 840 metros de ancho, se divide en parcelas cuadradas iguales, cuyos lados miden un número entero de metros, de modo que todas las parcelas ocupan íntegramente dicho terreno. Si el número total de parcelas es el menor posible y se colocará un poste en los vértices de cada parcela, ¿cuántos postes se colocarán en total?

A) 1215 B) 1404 C) 1360 D) 1392 E) 1532

Solución:

Sea d : medida de cada lado de la parcela cuadrada.



Como se quiere el menor número de parcelas:

$$d = MCD(912; 840) = 24 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \text{Número de postes} &= \left(\frac{912}{24} + 1\right) \left(\frac{840}{24} + 1\right) \\ &= 39(36) = 1404 \end{aligned}$$

$\therefore$ Se colocarán en total 1404 postes.

Rpta.: B

7. Un maestro anunció a sus estudiantes que les dará una bonificación de n puntos sobre su nota obtenida en la práctica calificada que rindieron, si determinan correctamente el valor de n , en este ejercicio: “El $MCD(A; B) = \overline{x \dots n}$, donde A es el mayor número de 504 cifras en base 4 y B el mayor número de 224 cifras en base 8”. Si Ricardo obtiene en la práctica calificada la nota de 08, pero al resolver correctamente este ejercicio recibe dicha bonificación, ¿cuál será finalmente su nueva nota?

A) 12 B) 15 C) 13 D) 11 E) 14

Solución:

$$A = \underbrace{3333 \dots 333}_{504 \text{ cifras}}_{(4)} = 4^{504} - 1 \quad ; \quad B = \underbrace{7777 \dots 777}_{224 \text{ cifras}}_{(8)} = 8^{224} - 1 = 4^{336} - 1$$

$$MCD(A, B) = 4^{MCD(504; 336)} - 1 = 4^{168} - 1 = \dots 6 - 1 = \dots 5 \quad \rightarrow \quad n = 5$$

$\therefore$ La nueva nota de Ricardo es $8 + 5 = 13$.

Rpta.: C



8. Dos grupos de bacterias, estarán en observación en un laboratorio durante n días, los cuales tienen asociados los códigos de ingreso $G = 48 \times 63^n$ y $H = 48^n \times 63$ respectivamente. Si el máximo común divisor de G y H tiene 106 divisores positivos compuestos, ¿durante cuántos días estarán en observación dichas bacterias?

A) 8 B) 5 C) 10 D) 7 E) 9

Solución:

Descomponiendo en factores primos

$$G = 48 \times 63^n = (2^4 \times 3) \times (3^2 \times 7)^n = 2^4 \times 3^{2n+1} \times 7^n$$

$$H = 48^n \times 63 = (2^4 \times 3)^n \times (7 \times 3^2) = 2^{4n} \times 3^{n+2} \times 7$$

$$\text{De esto } MCD(G, H) = 2^4 \times 3^{n+2} \times 7 \rightarrow CD(MCD(G, H)) = 5 \times (n+3) \times 2$$

$$\text{Por dato } CD_{\text{compuestos}}(MCD(G, H)) = 106 \rightarrow CD(MCD(G, H)) = 3 + 106 + 1 = 110$$

$$\rightarrow 5 \times (n+3) \times 2 = 110 \rightarrow n = 8$$

∴ Las bacterias estarán 8 días en observación.

Rpta.: A

9. Ana y Beatriz tienen A y B soles respectivamente (cantidades enteras), donde se cumple que $MCD(21A; 3B) = 12$ y $MCM(91A; 13B) = 10\,920$. Si entre las dos tienen un total de 68 soles, ¿cuántos soles más tiene una con respecto a la otra?

A) 48 B) 35 C) 42 D) 52 E) 45

Solución:

$$12 = MCD(21A, 3B) \rightarrow MCD(7A, B) = 4$$

$$10\,920 = MCM(91A, 13B) \rightarrow MCM(7A, B) = 840$$

$$MCD(7A, B) \times MCM(7A, B) = 7A \times B \rightarrow 4 \times 840 = 7A \times B \rightarrow A \times B = 480$$

$$\text{Como: } A + B = 68 \rightarrow A = 8 ; B = 60$$

∴ Una tiene 52 soles más que la otra.

Rpta.: D

10. Debido a un programa de mantenimiento en una empresa de transporte, los técnicos Andrés, Carlos y Diego, revisan los vehículos cada 6; 8 y 10 días respectivamente. Si el 5 de mayo de 2025, los tres juntos hicieron la revisión de vehículos, ¿en qué fecha próxima los tres juntos volverán a revisar los vehículos de esa empresa?

A) 1 de setiembre B) 2 de setiembre C) 31 de agosto
D) 4 de julio E) 3 de julio

Solución:

Los tres coincidieron el 05 de mayo de 2025.

n = número de días que deben pasar para que coincidan los tres próximamente.

$$n = MCM(6; 8; 10) = 120$$

Fecha en que coincidirán los tres próximamente:

$$5 \text{ de mayo} + \underbrace{26 \text{ días}(\text{may}) + 30 \text{ días}(\text{jun}) + 31 \text{ días}(\text{jul}) + 31 \text{ días}(\text{ag}) + 2 \text{ días}(\text{set})}_{120 \text{ días}}$$

∴ Los tres coincidirán, en revisar los vehículos próximamente, el 2 de setiembre.

Rpta.: B



EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Se tienen tres rollos de cinta que miden 63; 88,2 y 71,4 metros de longitud. Si se cortan las cintas de cada rullo en trozos, de igual longitud con un número exacto de centímetros, y con ellos se forman rollos más pequeños, sin que sobre cinta, ¿cuántos rollos como mínimo se podrán obtener en total?

A) 56 B) 52 C) 54 D) 53 E) 51

Solución:

$$\text{Rollo} \begin{cases} 1^\circ \text{ rullo } 6300 \text{ cm.} \\ 2^\circ \text{ rullo } 8820 \text{ cm.} \\ 3^\circ \text{ rullo } 7140 \text{ cm.} \end{cases}$$

Si d centímetros es la longitud de cada trozo y siendo d el mayor valor posible luego

$$d = \text{MCD}(6300, 8820, 7140) = 420$$

Por lo tanto,

$$\text{Mínimo \#de rollos pequeños} = \frac{6300}{420} + \frac{8820}{420} + \frac{7140}{420} = 15 + 21 + 17 = 53$$

∴ Se podrán obtener 53 rollos pequeños.

Rpta.: D

2. En una fábrica de juguetes hay tres áreas de producción, la sección A, B y C, que ensamblan diariamente 2400, 3600 y 2700 juguetes iguales respectivamente. Para el empaquetado, todas las secciones deben colocar cierta cantidad de juguetes en cajas idénticas y completas, sin que sobre o falte juguetes. ¿Cuántos tipos diferentes de cajas, según su capacidad, se podrán utilizar en total?

A) 14 B) 15 C) 18 D) 24 E) 20

Solución:

Del problema podemos intuir que los diferentes tipos de caja se darán en función de la cantidad de juguetes que pueda contener. De este modo si x juguetes serán colocados en cada caja luego x debe ser divisor común de 2400, 3600 y 2700. Luego,

$$\text{número de tipos de cajas} = \text{CD}(\text{MCD}(2400, 3600, 2700)) = \text{CD}(300)$$

$$\text{número de tipos de cajas} = \text{CD}(2^2 \times 3 \times 5^2) = 3(2)(3) = 18$$

∴ Se podrán utilizar 18 tipos de cajas diferentes.

Rpta.: C

3. Ada y su hija Fernanda, al multiplicar por 7 sus edades respectivas, en años, observan que, el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de ambas edades aumentaron en 72 y 1080 respectivamente. ¿Cuántos años tenía Ada cuando nació Fernanda?

A) 18 B) 20 C) 21 D) 24 E) 27



Solución:

Sea A : edad de Ada, F : edad de Fernanda, $d = \text{MCD}(A, F)$

Luego por propiedad $A = dp$, $F = dq$, p, q PESI. Además, $\text{MCM}(A, F) = dpq$

Por dato, $\text{MCD}(7A, 7F) = d + 72$, $\text{MCM}(7A, 7F) = dpq + 1080$

$$7d = d + 72 \quad ; \quad 7dpq = dpq + 1080$$

$$d = 12 \rightarrow pq = 15 \quad ; \quad p, q: \text{PESI}$$

Si $p = 1, q = 15 \rightarrow$ las edades son 12 y 180 (imposible)

Si $p = 3, q = 5 \rightarrow$ las edades son 36 y 60

Por lo tanto, cuando nació Fernanda Ada tenía $60 - 36 = 24$ años.

Rpta.: D

4. En un taller de carpintería, Wilson tiene un lote de bloques de madera en forma de paralelepípedo cuyas dimensiones son 6; 9 y 4 cm, los cuales almacenará en cajas cúbicas idénticas, completamente llenas. Además, la longitud de la arista de cada caja, en centímetros, es un número entero comprendido entre 60 y 100. Si Wilson observa que empleará exactamente tres cajas y le sobrarán 16 bloques, ¿cuántos bloques de madera tiene en total?

A) 5200 B) 5246 C) 5000 D) 4888 E) 4951

Solución:

Sea L : medida de la arista de cada caja.

$$L = \text{MCM}(6, 9, 4) = 36 \text{ cm} = 36k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Por dato, $60 < 36k < 100 \rightarrow k = 2 \rightarrow L = 36(2) = 72 \text{ cm}$

De esta manera,

$$\# \text{ bloques (cada caja)} = \frac{72}{6} \times \frac{72}{9} \times \frac{72}{4} = 12 \times 8 \times 18 = 1728$$

Por lo tanto, número total de bloques $= 3(1728) + 16 = 5200$

Rpta.: A

5. Al calcular el máximo común divisor de las cantidades de soles que tienen Heidi y Rosario usando el algoritmo de Euclides, se obtuvo como cocientes sucesivos los números 2; 2; 3 y 2, donde la segunda división fue realizada por exceso. Además, la suma del dinero que tienen entre ambas es el mayor número posible de tres cifras que termina en 9. Si Heidi tiene más dinero que Rosario, calcule la suma de las cifras del número de soles que tiene Heidi.

A) 12 B) 7 C) 11 D) 13 E) 9

Solución:

Sean H y R : las cantidades de soles que tienen Heidi y Rosario respectivamente

Trabajaremos para $H > R$.

Por dato,

	2	2	3	2
$H = 31d$	$R = 12d$	$7d$	$2d$	d
	$7d$	$2d$	d	0

$$H + R = 31d + 12d = 43d$$

Por dato,

$$43d = \overline{ab9} \rightarrow d = 3; 13; 23$$

Mayor: $d = 23$



De este modo : $H = 31(23) = 713$

Por lo tanto, la suma de cifras de lo que tiene Heidi es 11.

Rpta.: C

6. Cinco amigos practican juntos para su examen de matemática, en cierto momento se proponen calcular el último dígito del mínimo común múltiplo entre el mayor número de 65 cifras escrito en base 8 y el mayor número de 39 cifras escrito en base 16. Si los resultados obtenidos por ellos fueron: Mateo, 3; Daniel, 5; Manuel, 7; Exon, 1; y Ariana, 2, ¿quién respondió correctamente?

A) Ariana B) Daniel C) Exon D) Manuel E) Mateo

Solución:

Por dato,

$$A = \underbrace{7777 \dots 777}_{65 \text{ cifras}}_{(8)} = 8^{65} - 1 = 2^{195} - 1,$$

$$B = \underbrace{(15)(15)(15) \dots (15)(15)(15)}_{39 \text{ cifras}}_{(16)} = 16^{39} - 1 = 2^{156} - 1$$

$$MCD(A; B) = MCD(2^{195} - 1, 2^{156} - 1) = 2^{M.C.D.(195, 156)} - 1 = 2^{39} - 1$$

$$MCD(A; B) = 2^{4+3} - 1 = \dots 8 - 1 = \dots 7$$

Además, por propiedad

$$MCD(A, B) \times MCM(A, B) = A \times B$$

$$\rightarrow \dots 7 \times MCM(A, B) = (2^{195} - 1) \times (2^{156} - 1) = (2^{4+3} - 1) \times (2^4 - 1)$$

$$\rightarrow \dots 7 \times MCM(A, B) = (\dots 8 - 1) \times (\dots 6 - 1) = (\dots 7) \times (\dots 5)$$

$$\rightarrow MCM(A; B) = \dots 5$$

Por lo tanto, Daniel dio la respuesta correcta.

Rpta.: B

7. Dos empresas de tecnología, Alpha y Beta, producen en n semanas A y B unidades de un componente electrónico, respectivamente, donde $A = 18 \times 30^n$ y $B = 45 \times 20^n$. Si el mínimo común múltiplo de ambas cantidades es 19 440 veces su máximo común divisor, ¿durante cuántas semanas produjeron dichas cantidades?

A) 4 B) 7 C) 6 D) 8 E) 5

Solución:

De los datos,

$$A = 18 \times 30^n = 2^{n+1} \times 3^{n+2} \times 5^n, \quad B = 45 \times 20^n = 2^{2n} \times 3^2 \times 5^{n+1}$$

De este modo

$$MCD(A; B) = 2^{n+1} \times 3^2 \times 5^n, \quad MCM(A; B) = 2^{2n} \times 3^{n+2} \times 5^{n+1}$$

Por dato

$$MCM(A, B) = 19\,440 \times MCD(A; B)$$

$$\rightarrow 2^{2n} \times 3^{n+2} \times 5^{n+1} = 19\,440 \times 2^{n+1} \times 3^2 \times 5^n \rightarrow n = 5$$

∴ Se produjeron dichas cantidades en 5 semanas.

Rpta.: E



8. Tres atletas, Anaí, Bertha y Camila, compiten en una pista circular y parten simultáneamente desde la línea de partida, corriendo en el mismo sentido. Anaí completa una vuelta en 4 minutos, Bertha en 2 minutos con 30 segundos, y Camila en 3 minutos. Si la próxima vez que volvieron a pasar juntos por la línea de partida ocurrió n minutos después de iniciada la carrera, y el número de vueltas que dio cada una hasta ese momento fue a , b y c respectivamente, halle el valor de $a + b + c + n$.

A) 114 B) 117 C) 115 D) 119 E) 121

Solución:

$$\text{Tiempo en dar una vuelta} \begin{cases} \text{Anaí: } 4 \text{ min} = 240 \text{ s} \\ \text{Bertha: } 2 \text{ min, } 30 \text{ s} = 150 \text{ s} \\ \text{Camila: } 3 \text{ min} = 180 \text{ s} \end{cases}$$

n : menor tiempo en minutos para que vuelvan a coincidir en la línea de partida

$$n = \text{MCM}(240, 150, 180) = 3600 \text{ segundos} = 60 \text{ min.}$$

$$a = \frac{3600}{240} = 15, \quad b = \frac{3600}{150} = 24, \quad c = \frac{3600}{180} = 20$$

Por lo tanto, $a + b + c + n = 15 + 24 + 20 + 60 = 119$

Rpta.: D

9. Anselmo, el día de hoy, debe distribuir cierta cantidad de botellas de agua mineral de medio litro. Su ayudante Filomeno le comenta, al empaquetarlas de 18 en 18, sobran 6 botellas; al empaquetarlas de 15 en 15, faltan 3 botellas para completar el último paquete; y al empaquetarlas de 16 en 16, faltan 6 botellas para completar el último paquete. Si la cantidad total de botellas de agua mineral, que se van a distribuir el día de hoy, está comprendida entre 4000 y 5000, determine la suma de las cifras de dicha cantidad.

A) 12 B) 15 C) 17 D) 13 E) 18

Solución:

Sea $N =$ número total de botellas a distribuir hoy

$$n = \begin{cases} 18 + 6 = 18 + 36 + 6 = 18 + 42 \\ 15 - 3 = 15 + 45 - 3 = 15 + 42 \\ 16 - 6 = 16 + 48 - 6 = 16 + 42 \end{cases}$$

$$\rightarrow n = \text{MCM}(18, 15, 16) + 42 = 720 + 42 = 720k + 42, k \in \mathbb{Z}^+$$

Por dato: $4000 < 720k + 42 < 5000 \rightarrow k = 6$

$$N = 720(6) + 42 = 4320 + 42 = 4362$$

Por lo tanto, la suma de sus cifras es 15.

Rpta.: B

10. Cierta obra teatral tuvo funciones en tres días diferentes y recaudaron 23 400; 9828 y 11 700 soles, respectivamente. Si el precio único de cada entrada fue el mismo en los tres días y está comprendido entre 70 y 80 soles, ¿cuántas personas asistieron en total durante esos tres días?

A) 576 B) 584 C) 564 D) 554 E) 586



Solución:

Sea p el precio en soles de cada entrada.

$$\text{Y las recaudaciones} \begin{cases} \text{Primer día: } 23\,400 = 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 13 \\ \text{Segundo día: } 9\,828 = 2^2 \times 3^3 \times 7 \times 13 \\ \text{Tercer día: } 11\,700 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 13 \end{cases}$$

$\rightarrow p$ es divisor común de 23 400; 9828; 11 700

$\rightarrow p$ es divisor de $MCD(23\,400; 9828; 11\,700) = 2^2 \times 3^2 \times 13 = 468$

Como $70 < p < 80 \rightarrow p = 2(3)(13) = 78$ soles es el precio de cada entrada.

Por lo tanto,

$$\# \text{ asistentes} = \frac{23400}{78} + \frac{9828}{78} + \frac{11700}{78} = 300 + 126 + 150 = 576$$

Rpta.: A

GEOMETRÍA

"Puntos notables: intersecciones que definen equilibrio en la forma, esencia en la figura."

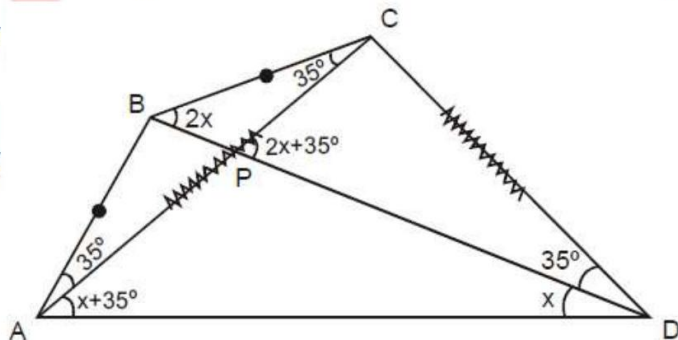
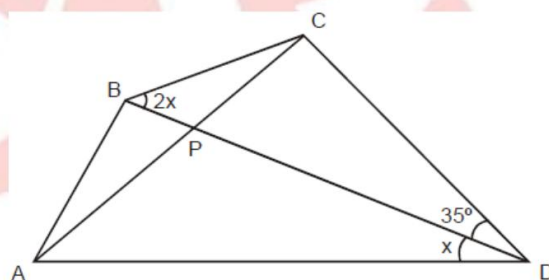
EJERCICIOS DE CLASE

1. En la figura, $AB = BC$ y $AC = CD$. Halle x .

- A) 45° B) 20°
C) 35° D) 25°
E) 40°

Solución:

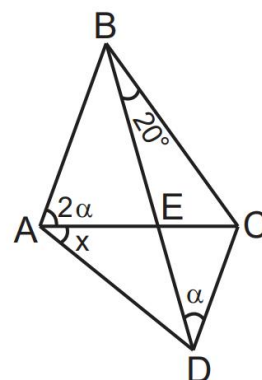
- $\triangle APD$: teorema ángulo exterior
 $m\angle CPD = 2x + 35^\circ$
- $\triangle BCP$: teorema ángulo exterior
 $\Rightarrow m\angle BCP = 35^\circ$
- $ABCD$: inscriptible
 $\therefore x = 35^\circ$



Rpta.: C

2. En la figura se muestra una estructura metálica. Si $AB = AC$, halle la medida del ángulo determinado por las varillas $\overline{AC}$ y $\overline{AD}$.

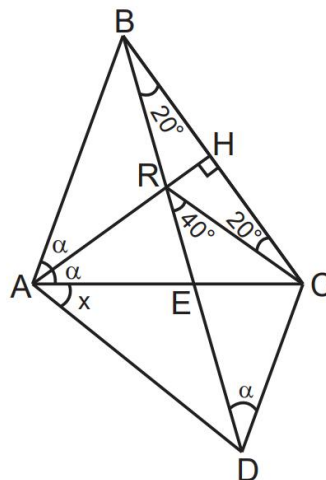
- A) 30° B) 40°
C) 50° D) 35°
E) 45°





Solución:

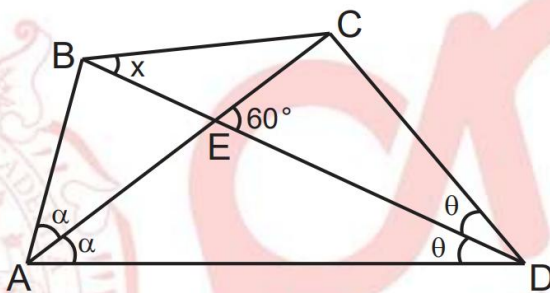
- Trazar $\overline{AH} \perp \overline{BC} \Rightarrow m\angle BAH = m\angle CAH = \alpha$
- $\triangle BRC$: es isósceles
 $\Rightarrow m\angle RBH = m\angle RCH = 20^\circ$
- $\triangle ARC$: teorema ángulo exterior
 $\Rightarrow m\angle ERC = 40^\circ$
- $ARCD$: inscriptible
 $\therefore x = 40^\circ$



Rpta.: B

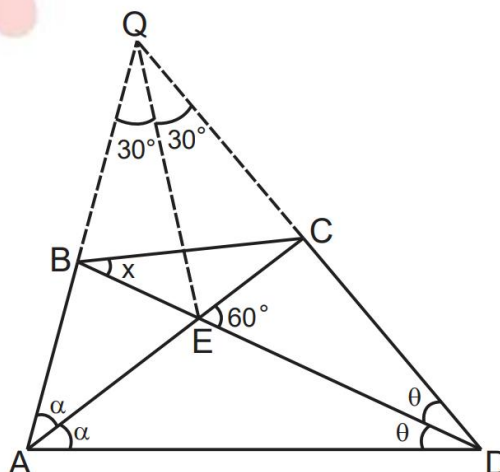
3. En la figura, halle x.

- A) 30°
- B) 20°
- C) 40°
- D) 25°
- E) 35°



Solución:

- Formar el $\triangle AQD$
- $\triangle AED$: por ángulo exterior
 $\alpha + \theta = 60^\circ$
 $\Rightarrow m\angle AQD = 60^\circ$
- $\triangle AQD$: E es incentro
 $\Rightarrow m\angle AQE = m\angle DQE = 30^\circ$
- $BQCE$ es inscriptible
 $\therefore x = 30^\circ$

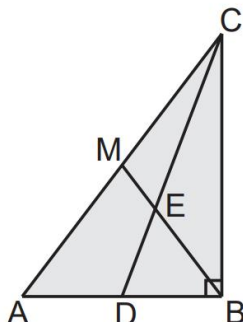


Rpta.: A



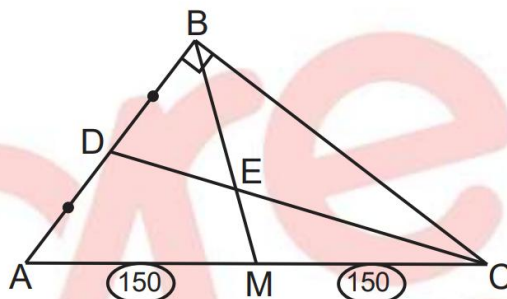
4. En la figura, se muestra un terreno determinado por el triángulo ABC, el cual se ha dividido en cuatro parcelas. Si $AM = MC$, $AD = DB$ y $AC = 300$ m, halle la diferencia de los linderos $\overline{BE}$ y $\overline{EM}$.

- A) 20 m
B) 30 m
C) 40 m
D) 60 m
E) 50 m



Solución:

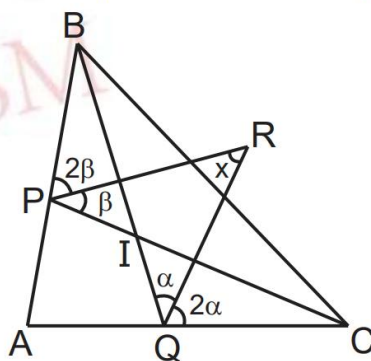
- $\triangle ABC$: $\overline{BM}$ y $\overline{CD}$ son medianas
 $\Rightarrow E$ es baricentro
- $\triangle ABC$: $\overline{BM}$ mediana
 $\Rightarrow BM = AM = MC = 150$
- $\triangle ABC$: E es baricentro
 $BE = 2EM \Rightarrow BE = 100$ y $EM = 50$
 $\therefore BE - EM = 50$ m



Rpta.: E

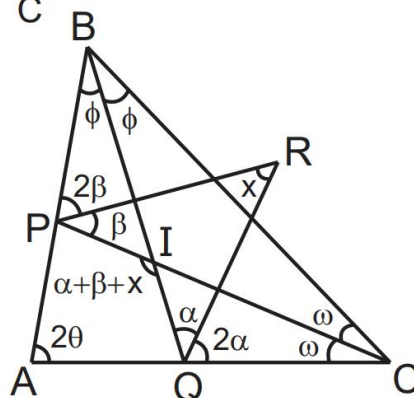
5. En la figura, se muestra una estructura metálica. Si I es incentro del triángulo ABC, halle la medida del ángulo determinado por las varillas $\overline{PR}$ y $\overline{QR}$.

- A) 70°
B) 50°
C) 60°
D) 40°
E) 30°



Solución:

- $\triangle PRQI$: teorema
 $m\angle PIQ = \alpha + \beta + x$
- $\triangle APC$: teorema ángulo exterior
 $3\beta = 2\theta + \omega \dots (I)$





- $\triangle ABQ$: teorema ángulo exterior
 $3\alpha = 2\theta + \phi \dots (II)$
- $\triangle ABC$: teorema
 $\theta + \phi + \omega = 90^\circ \dots (III)$
- $\triangle ABC$: I es incentro
 $\alpha + \beta + x = 90^\circ + \theta$
- De (I), (II) y (III) $\Rightarrow 90^\circ + 3x = 270^\circ$
 $\therefore x = 60^\circ$

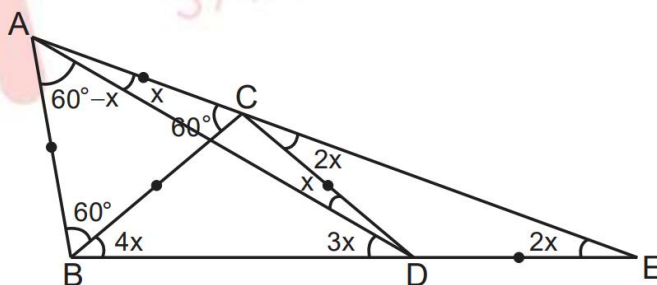
Rpta.: C

6. En la figura, C es circuncentro del triángulo ABD. Si $AB = DE$, halle x.

- A) 8°
B) 12°
C) 10°
D) 15°
E) 18°

Solución:

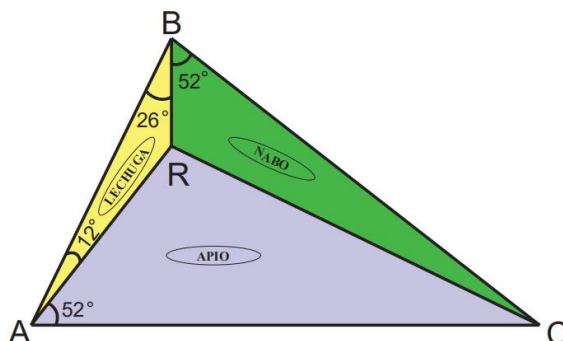
- $\triangle ABD$: C es circuncentro
 $\Rightarrow CA = CB = CD$
- $\triangle BCD$: isósceles
 $m\angle CBD = m\angle CDB = 4x$
- $\triangle ABC$: equilátero
 $4x + 2x = 60^\circ$
 $\therefore x = 10^\circ$



Rpta.: C

7. En la figura se muestra un terreno agrícola dividido en tres regiones triangulares. Halle la medida del ángulo determinado por los linderos $\overline{AR}$ y $\overline{RC}$.

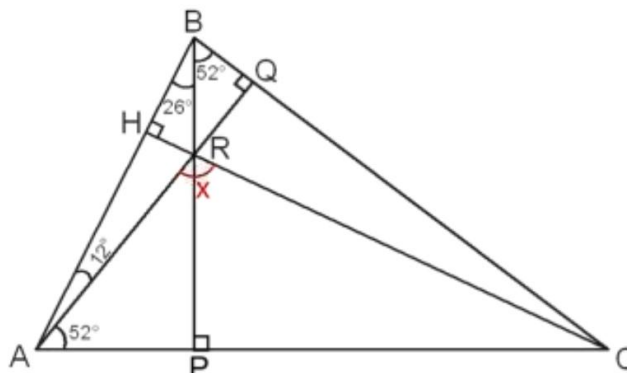
- A) 95°
B) 100°
C) 102°
D) 110°
E) 115°





Solución:

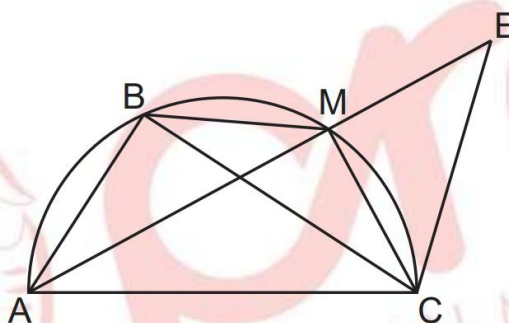
- $\triangle ABC$: $\overline{AQ} \perp \overline{BC}$ y $\overline{BP} \perp \overline{AC}$
 $\Rightarrow R$ es ortocentro
- $\triangle ABC$: teorema
 $x + 78^\circ = 180^\circ$
 $\therefore x = 102^\circ$



Rpta.: C

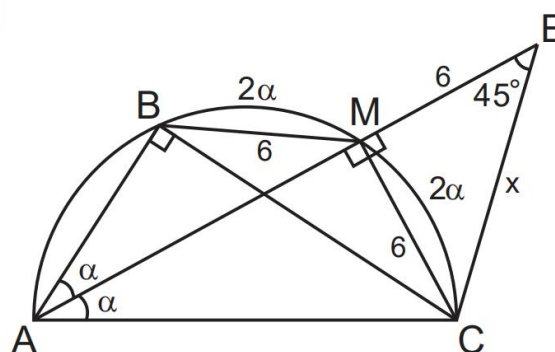
8. En la figura, $\overline{AC}$ es diámetro y E es excentro del triángulo ABC. Si $BM = 6$ m, halle EC.

- A) $3\sqrt{2}$ m
B) $6\sqrt{2}$ m
C) 5 m
D) $2\sqrt{3}$ m
E) $6\sqrt{3}$ m



Solución:

- Dato: E es excentro del $\triangle ABC$
 $\Rightarrow m\angle BAM = m\angle MAC = \alpha$
 $\Rightarrow MC = BM = 6$
- Dato: $\overline{AC}$ es diámetro
 $\Rightarrow m\angle ABC = m\angle AMC = 90^\circ$
- $\triangle ABC$: E es excentro
 $\Rightarrow m\angle AEC = \frac{1}{2} m\angle ABC = 45^\circ$
- $\triangle EMC$: notable de 45°
 $\therefore EC = 6\sqrt{2}$ m

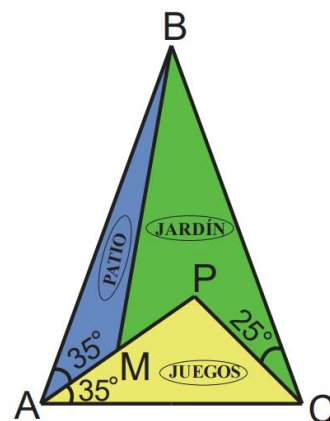


Rpta.: B



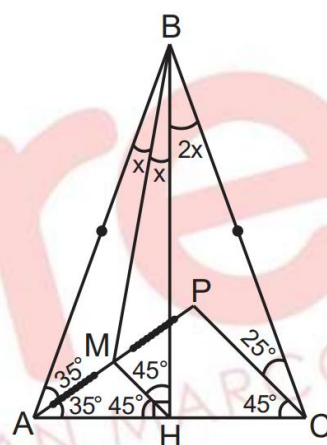
9. En la figura, se muestra el croquis de un parque de forma triangular. Si $AB = BC$ y $AM = MP$, halle la medida del ángulo que determina el borde del parque $\overline{AB}$ y el lindero $\overline{BM}$.

- A) 15°
B) 12°
C) 10°
D) 18°
E) 20°



Solución:

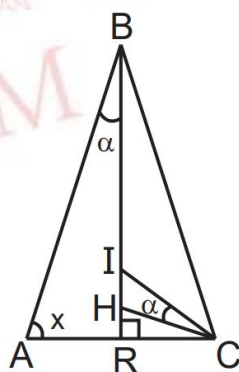
- $\triangle ABC$ isósceles
 $m\angle BAC = m\angle BCA = 70^\circ$ y $AB = AC$
- $\triangle APC$: $\overline{MH}$ base media
 $\Rightarrow m\angle AHM = 45^\circ$
- $\triangle ABH$: M es incentro $\Rightarrow m\angle ABM = m\angle MBH = x$
- $\triangle ABC$: teorema $\Rightarrow 4x + 70^\circ + 70^\circ = 180^\circ$
 $\therefore x = 10^\circ$



Rpta.: C

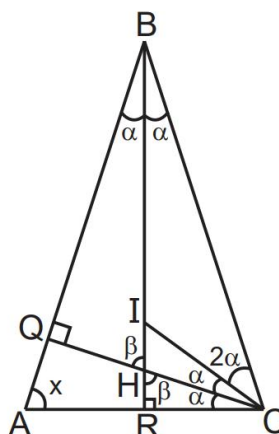
10. En la figura, I es incentro y H es ortocentro del triángulo ABC, halle x.

- A) 70°
B) 72°
C) 60°
D) 85°
E) 80°



Solución:

- $\triangle ABC$: teorema
 $\Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow m\angle HCR = \alpha$
- $\triangle ABC$: I es incentro
 $\Rightarrow m\angle RCI = m\angle CIB = 2\alpha$



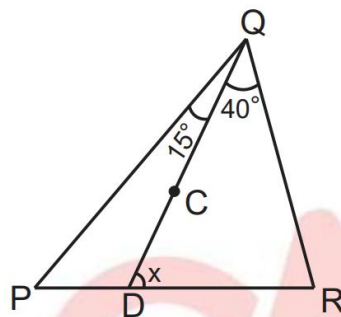


- $\triangle BRC$: teorema
 $5\alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 18^\circ$
- $\triangle AQC$: teorema
 $x + \alpha = 90^\circ$
 $\therefore x = 72^\circ$

Rpta.: B

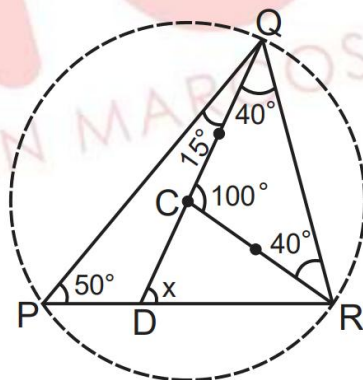
11. En la figura, C es circuncentro del triángulo PQR, halle x.

- A) 75°
B) 55°
C) 70°
D) 65°
E) 60°



Solución:

- $\triangle PQR$: C es circuncentro $\Rightarrow CQ = CR$
 $\Rightarrow m\angle CQR = m\angle CRQ = 40^\circ$
- $\triangle PQR$: por teorema
 $m\angle QPR = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ$
- $\triangle PQD$: por ángulo exterior
 $x = 50^\circ + 15^\circ$
 $\therefore x = 65^\circ$



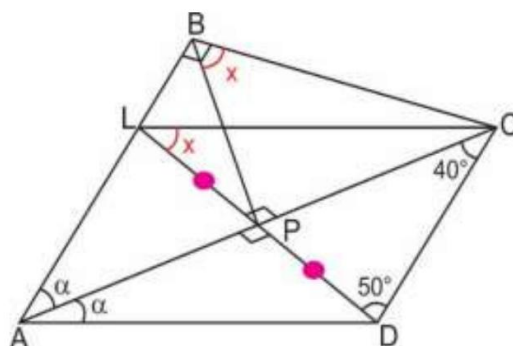
Rpta.: D

12. En un cuadrilátero convexo ABCD, $\overline{AC}$ es bisectriz del ángulo $\angle BAD$, $m\angle ACD = 40^\circ$ y $m\angle ABC = 90^\circ$. Si se traza $\overline{DP}$ perpendicular a $\overline{AC}$ (P en $\overline{AC}$), halle $m\angle PBC$.

- A) 45° B) 40° C) 50° D) 53° E) 55°

Solución:

- LBCP: inscriptible
 $\Rightarrow m\angle PLC = x$
- $\triangle LAD$: isosceles
 $\Rightarrow LP = PD$





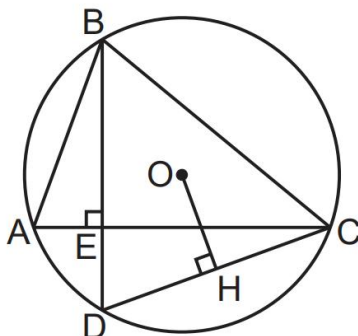
- $\triangle LCD$: isósceles

$$\Rightarrow x = 50^\circ$$

Rpta.: C

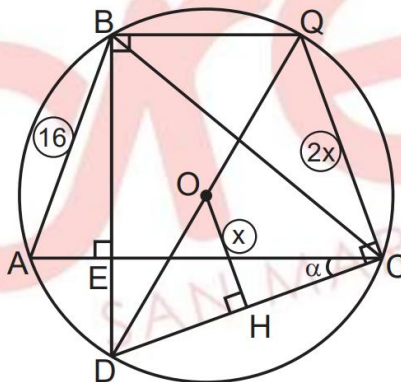
13. En la figura, $AB = 16$ m. Si O es circuncentro del triángulo ABC , halle OH .

- A) 12 m
B) 4 m
C) 6 m
D) 10 m
E) 8 m



Solución:

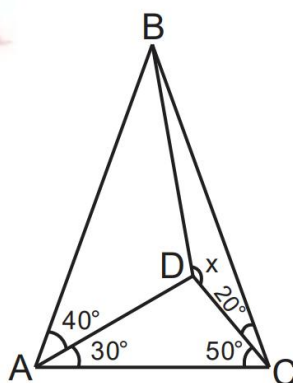
- Trazar $\overline{DQ}$ diámetro
 $\Rightarrow m\angle DCQ = 90^\circ$
- $\triangle DCQ$: base media $\Rightarrow QC = 2x$
- $ABQC$ es trapecio isósceles
 $\Rightarrow AB = QC = 2x = 16$
 $\therefore x = 8$ m



Rpta.: E

14. En la figura, halle x .

- A) 110°
B) 130°
C) 150°
D) 120°
E) 160°

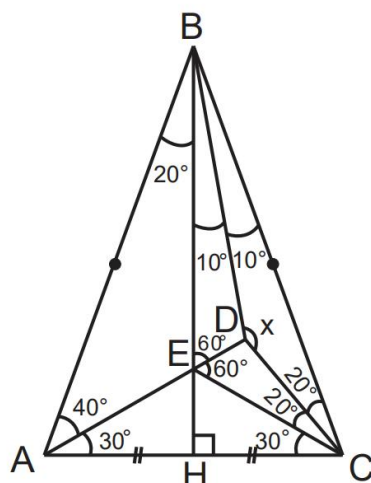


Solución:

- $\triangle ABC$ es isósceles:
Trazar la altura $\overline{BH}$
 $\Rightarrow AH = HC$
 $\Rightarrow m\angle ABH = m\angle HBC = 20^\circ$



- $\triangle AEC$ es isósceles
 $\Rightarrow AE = EC$ y $m\angle EAC = m\angle ECA = 30^\circ$
 $\Rightarrow m\angle ECD = m\angle DCB = 20^\circ$
- $\triangle BEC$: D es incentro
 $\Rightarrow m\angle EBD = m\angle DBC = 10^\circ$
- Cuadrilátero cóncavo BACD:
 $x = 30^\circ + 70^\circ + 50^\circ$
 $\therefore x = 150^\circ$

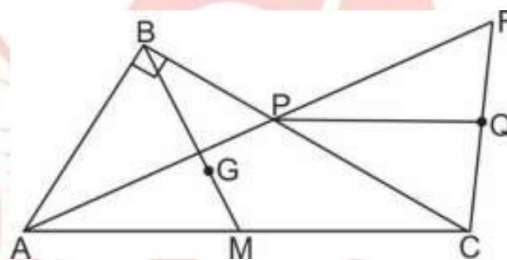


Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

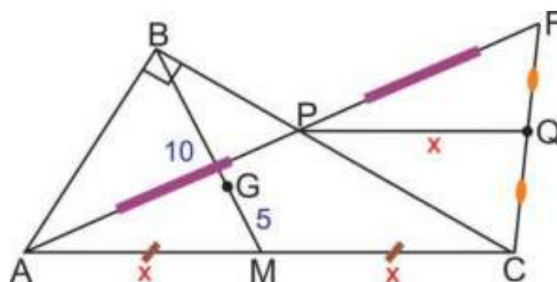
1. En la figura, G es baricentro del triángulo ABC y Q punto medio de $\overline{CF}$. Si $AP = PF$ y $GM = 5$ cm, halle PQ.

- A) 16 cm
B) 13 cm
C) 14 cm
D) 15 cm
E) 18 cm



Solución:

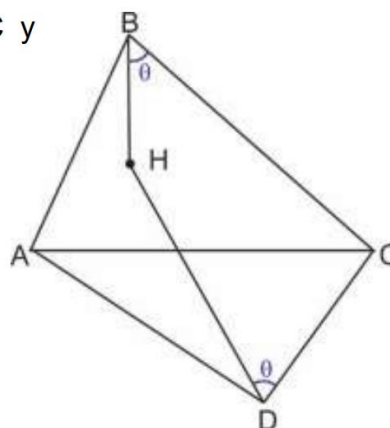
- G: baricentro $\Rightarrow BG = 2GM = 10$
- $\triangle AFC$: Teorema de base media
 $\Rightarrow AC = 2x$
- $\triangle ABC$: $\overline{BM}$ mediana
 $\Rightarrow AC = 2BM \Rightarrow 2x = 30$
 $\Rightarrow x = 15$ cm



Rpta.: D

2. En la figura, H es ortocentro del triángulo ABC y $m\angle BAC = 70^\circ$. Halle $m\angle ADH$.

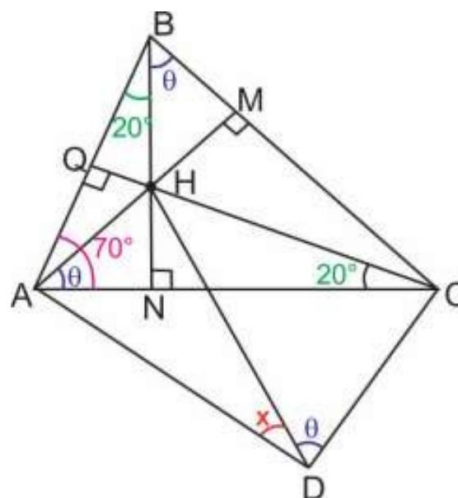
- A) 25°
B) 20°
C) 30°
D) 35°
E) 40°





Solución:

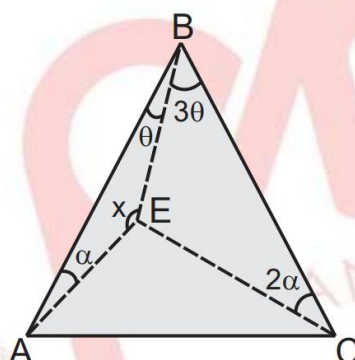
- Dato: H es ortocentro del $\triangle ABC$
 $\Rightarrow m\angle ABN = m\angle ACQ = 20^\circ$
y $m\angle MAC = m\angle NBC = \theta$
- AHCD: inscriptible
 $\Rightarrow x = 20^\circ$



Rpta.: B

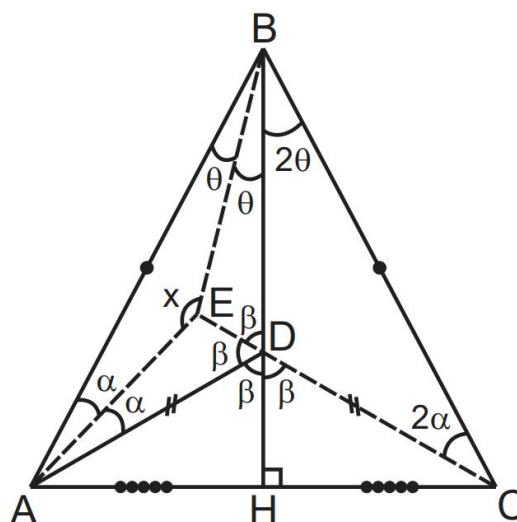
3. En la figura se muestra una plancha metálica donde se van a realizar los cortes $\overline{BE}$, $\overline{AE}$ y $\overline{EC}$. Si $AB = BC$, halle la medida del ángulo determinado por $\overline{AE}$ y $\overline{EB}$.

- A) 130°
B) 160°
C) 140°
D) 150°
E) 120°



Solución:

- $\triangle ABD \cong \triangle CBD$ (LAL)
 $\Rightarrow m\angle EAD = \alpha$
- $\triangle ABD$: E es incentro
 $\Rightarrow m\angle BDE = m\angle EDA = \beta$
- $\triangle ADC$ es isósceles
 $\Rightarrow AD = DC$
- En D par lineal:
 $3\beta = 180^\circ \Rightarrow \beta = 60^\circ$
- $\triangle BDA$: E es incentro
 $\Rightarrow x = 90^\circ + \frac{2\beta}{2}$
 $\therefore x = 150^\circ$

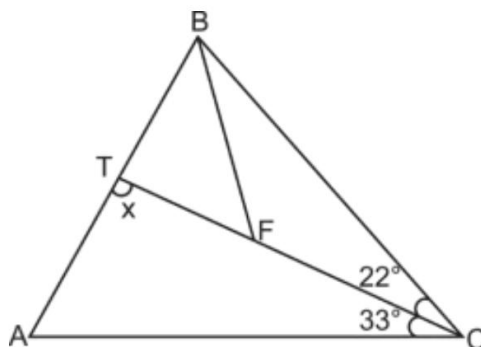


Rpta.: D



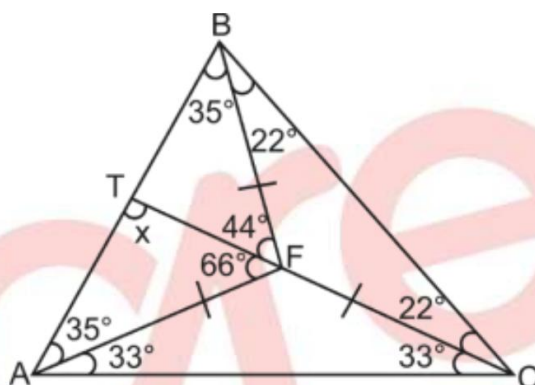
4. En la figura, F es circuncentro del triángulo ABC. Halle x.

- A) 78°
B) 80°
C) 81°
D) 79°
E) 77°



Solución:

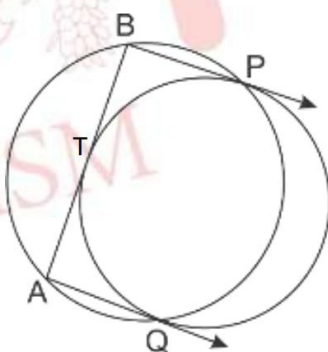
- Dato: F es circuncentro
 $\Rightarrow AF = BF = FC$
- $\triangle AFB$: isósceles
 $m\angle FAB = m\angle FBA = 35^\circ$
- $\triangle ATF$: teorema
 $x + 35^\circ + 66^\circ = 180^\circ$
 $\therefore x = 79^\circ$



Rpta.: D

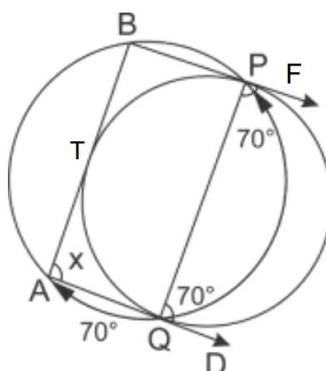
5. En la figura, T, P y Q son puntos de tangencia. Si $m\widehat{AQP} = 140^\circ$, halle $m\angle BAQ$.

- A) 40°
B) 60°
C) 50°
D) 70°
E) 80°



Solución:

- $\angle PQD$: ángulo exinscrito
 $m\angle PQD = \frac{140^\circ}{2} = 70^\circ$
- P y Q: puntos de tangencia
 $m\angle FPQ = 70^\circ$
- ABPQ: cuadrilátero inscrito
 $\therefore x = 70^\circ$



Rpta.: D

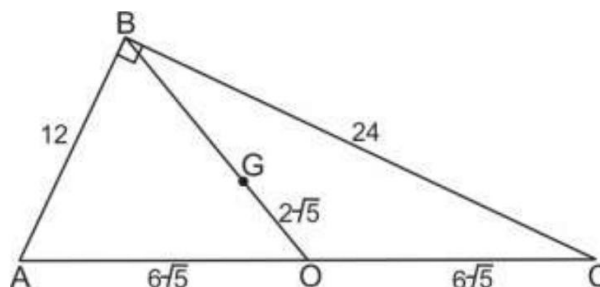


6. En un triángulo rectángulo ABC, G es baricentro y O circuncentro. Si $BC = 2AB = 24$ cm, halle OG.

A) $2\sqrt{3}$ cm B) $2\sqrt{5}$ cm C) $3\sqrt{3}$ cm D) $3\sqrt{2}$ cm E) $3\sqrt{5}$ cm

Solución:

- $\triangle ABC$: notable de $53^\circ/2$
 $\Rightarrow AC = 12\sqrt{5}$
- $\triangle ABC$: $\overline{BO}$ mediana
 $\Rightarrow AO = OC = BO = 6\sqrt{5}$
- $\triangle ABC$: G baricentro
 $\Rightarrow BG = 2GO$
 $\therefore GO = 2\sqrt{5}$ cm



Rpta.: B

ÁLGEBRA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Por aniversario de una I.E., los padres de familia de las distintas aulas se organizan para participar de los eventos recreativos programados. Si el aula de primero de primaria obtuvo una cantidad de medallas numéricamente igual a la suma del coeficiente del término lineal con el residuo de la división $\frac{6x^5 + 5x^4 - 4x^3 - 5x^2 - 22x - 5}{2x + 3}$, determine cuántas medallas de oro obtuvo el aula de cuarto de primaria que superaron en tres a las que obtuvo primero de primaria.

A) 8 B) 7 C) 5 D) 9 E) 6

Solución:

Usando el método de Ruffini con divisor no mónico

6	+5	-4	-5	-22	-5	Entonces $\begin{cases} q(x) = 3x^4 - 2x^3 + x^2 - 4x - 5 \\ r = 10 \end{cases}$
$-\frac{3}{2}$	↓	-9	+6	-3	+12	
+2	6	-4	+2	-8	-10	
	3	-2	+1	-4	-5	

Número de medallas de primero de primaria: $(-4) + (10) = 6$

Número de medallas de cuarto de primaria: $(6) + (3) = 9$

Rpta.: D



2. Luchito emprende en el negocio de estampado de polos y, para promocionar la apertura de su local, dispone de $10a^3 - 3a^2 + 5a + 2$ volantes publicitarios. El día de la inauguración, $(2a - 1)$ jóvenes se encargarán de repartirlos en lugares estratégicos de la localidad. Luchito distribuye los volantes en partes iguales entre ellos y, tras la repartición, sobran exactamente $(a^2 - 11)$ volantes sin entregar, que él guarda de recuerdo. ¿Cuántos volantes recibió cada joven?

A) 89 B) 92 C) 101 D) 78 E) 87

Solución:

Debemos hallar el cociente de $\frac{10a^3 - 3a^2 + 5a + 2}{2a - 1}$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 10 & -3 & +5 & +2 \\ \frac{1}{2} & \downarrow & +5 & +1 & +3 \\ \hline \div 2 & 10 & +2 & +6 & +5 \\ & 5 & +1 & +3 & \end{array} \quad \text{Entonces } \begin{cases} \text{cociente: } 5a^2 + a + 3 \\ \text{resto: } 5 \end{cases}$$

Dato: $5 = a^2 - 11 \Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow (a = 4 \vee a = -4) \Rightarrow a = 4$

$5a^2 + a + 3 = 5(4)^2 + (4) + 3 = 80 + 4 + 3 = 87$

Cada joven llevó 87 volantes de publicidad.

Rpta.: E

3. Determine el resto de dividir, la suma del cociente y del residuo obtenidos en la división $\frac{12x^5 - 30x^4 + 23x^3 - 22x^2 + 5x + 2}{4x^2 - 2x + 1}$, con $(x - 2)$.

A) -2 B) 0 C) 4 D) -4 E) 6

Solución:

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 4 & 12 & -30 & +23 & -22 & +5 & +2 \\ +2 & & +6 & -3 & & & \\ -1 & & -24 & -12 & +6 & & \\ & \downarrow & \downarrow & +8 & +4 & -2 & \\ & & & \downarrow & -12 & -6 & 3 \\ & & & & \downarrow & & \\ \hline & 3 & -6 & 2 & -3 & -3 & +5 \end{array} \quad \text{Entonces } \begin{cases} q(x) = 3x^3 - 6x^2 + 2x - 3 \\ r(x) = -3x + 5 \end{cases}$$

Piden $p(x) = (3x^3 - 6x^2 + 2x - 3) + (-3x + 5) = 3x^3 - 6x^2 - x + 2$

Por el teorema del resto, $p(2) = 3(2)^3 - 6(2)^2 - (2) + 2 = 24 - 24 - 2 + 2 = 0$

Rpta.: B



4. La señora Zoila va al mercado para comprarle a su casero, "a" kilogramos de manzana y "b" manos de plátanos. Si cada kilogramo de manzana cuesta 4 soles y cada mano de plátano cuesta 3,5 soles y la división $\frac{10x^4 - 31x^3 + 34x^2 - ax + b}{5x^2 - 3x + 2}$ tiene como residuo $r(x) = 15x - 4$, ¿cuánto debe pagar por ello la señora Zoila?

A) 20 soles B) 23 soles C) 18 soles D) 15 soles E) 14 soles

Solución:

5	10	-31	+34	-a	+b
+3	↓	+6	-4		
-2		-25	-15	+10	
		↓	+15	+9	-6
			↓		
	2	-5	+3	15	-4

Entonces $\begin{cases} -a + 10 + 9 = 15 \Rightarrow a = 4 \\ b - 6 = -4 \Rightarrow b = 2 \end{cases}$

La señora Zoila debe pagar $(4)(4) + (2)(3,5)$ soles = 23 soles.

Rpta.: B

5. Nicolás Lunié invitó a sus amigos para celebrar su cumpleaños. A las 12 de la noche le cantaron el "happy birthday" y se repartió "a + b" pedazos de torta entre sus amigos. Si cada amigo asistente recibió una y solo una tajada de torta y se satisface que el residuo de la división $\frac{3(x+2)^4(x+1) + 2(x+3)^3(2x+5)}{x^2 + 5x + 6}$ es $ax + b$, ¿cuántos amigos asistieron a la celebración del cumpleaños de Nicolás Lunié?

A) 32 B) 19 C) 23 D) 26 E) 21

Solución:

Utilizando el algoritmo de la división, tenemos

$$3(x+2)^4(x+1) + 2(x+3)^3(2x+5) = (x+3)(x+2)q(x) + ax + b$$

$$\text{Si } x = -3: 3(+1)(-2) + 2(0) = -3a + b \Rightarrow -3a + b = -6 \dots (1)$$

$$\text{Si } x = -2: 3(0) + 2(1)(1) = -2a + b \Rightarrow -2a + b = 2 \dots (2)$$

$$\text{De (1) y (2): } a = 8, b = 18$$

Número de amigos asistentes : 26.

Rpta.: D

6. Determine el residuo de la siguiente división $\frac{x^9 - 5x^7 + 3x^6 - 4x^2 + 1}{x^2 - 2}$.

A) $r(x) = -24x - 17$ B) $r(x) = -17x + 24$ C) $r(x) = -24x + 17$
D) $r(x) = 17x - 24$ E) $r(x) = 24x + 17$



Solución:

Tenemos $\frac{x^9 - 5x^7 + 3x^6 - 4x^2 + 1}{x^2 - 2}$

Por teorema del resto: $x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x^2 = 2$

$$x^9 - 5x^7 + 3x^6 - 4x^2 + 1 = (x^2)^4 x - 5(x^2)^3 x + 3(x^2)^3 - 4(x^2) + 1$$

$$r(x) = (2)^4 x - 5(2)^3 x + 3(2)^3 - 4(2) + 1 = 16x - 40x + 24 - 8 + 1$$

$$\Rightarrow r(x) = -24x + 17$$

Rpta.: C

7. Una familia de 8 miembros planea pasar el fin de semana en un club campestre, cuyo costo de servicio es de 100 soles por persona; sin embargo, ese mismo día, "r" miembros de la familia deciden no asistir. Si "r" es el residuo de la división $\frac{x^{14} - x^{11} + 3x^7 - 3x + 2}{x^2 + x + 1}$, ¿en cuántos soles se reduce el gasto respecto al monto previsto inicialmente?

A) 400 soles B) 500 soles C) 100 soles D) 200 soles E) 300 soles

Solución:

$$\frac{x^{14} - x^{11} + 3x^7 - 3x + 2}{x^2 + x + 1} = \frac{(x^{14} - x^{11} + 3x^7 - 3x + 2)(x - 1)}{(x^2 + x + 1)(x - 1)}$$
$$= \frac{((x^3)^4 x^2 - (x^3)^3 x^2 + 3(x^3)^2 x - 3x + 2)(x - 1)}{x^3 - 1}$$

Por el teorema del resto, $x^3 - 1 = 0$ entonces $x^3 = 1$

$$r_f(x) = ((x^3)^4 x^2 - (x^3)^3 x^2 + 3(x^3)^2 x - 3x + 2)(x - 1)$$

$$r_f(x) = (x^2 - x^2 + 3x - 3x + 2)(x - 1) = (2)(x - 1)$$

Entonces el resto verdadero es $r(x) = \frac{2(x - 1)}{(x - 1)} \Rightarrow r = 2$

Costo total por 8 personas : 800 soles

Costo total por 6 personas : 600 soles.

Se pagó 200 soles menos.

Rpta.: D

8. Un polinomio mónico $p(x) \in \mathbb{Z}[x]$ de cuarto grado al ser dividido con $(x + 3)$ deja un residuo igual a -35 , además dicho polinomio es divisible separadamente por $(x^2 - 2)$ y $(x + 4)$. Halle la raíz cuadrada del resto de dividir $p(x)$ con $(x - 3)$.

A) 8 B) 7 C) 9 D) 6 E) 5



Solución:

$p(x)$ es divisible por $(x^2 - 2) \Rightarrow (x^2 - 2)$ es factor de $p(x)$

$p(x)$ es divisible por $(x + 4) \Rightarrow (x + 4)$ es factor de $p(x)$

Entonces $p(x) = (x^2 - 2)(x + 4)(x + a)$

Dato: $\frac{p(x)}{x+3}$ tiene resto igual a $-35 \Rightarrow p(-3) = -35 \Rightarrow (7)(1)(-3+a) = -35$

$$\Rightarrow -3 + a = -5 \Rightarrow a = -2$$

Tenemos $p(x) = (x^2 - 2)(x + 4)(x - 2)$

Piden $\sqrt{p(3)} = \sqrt{(7)(1)(7)} = \sqrt{49} = 7$.

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

- Una delegación conformada por "2a" parejas de marinera ha sido invitada a presentarse en un festival cultural organizado por la colonia peruana residente en la ciudad de Nueva York. Para apoyar esta actividad, el Gobierno de la ciudad de Nueva York ha destinado 36 mil dólares que serán distribuidos equitativamente entre todas las parejas, para cubrir gasto de pasajes y estadía. Si la división $\frac{(a+3)x^3 - (a^2 - 10)x^2 + 3x + 4 - a}{x - a + 3}$ tiene resto igual a 16, ¿cuánto dinero le correspondiente a cada pareja de marinera?

A) \$ 4800 B) \$3300 C) \$ 4500 D) \$ 3000 E) \$ 4750

Solución:

Tenemos $\frac{(a+3)x^3 - (a^2 - 10)x^2 + 3x + 4 - a}{x - a + 3}$

Por el método de Ruffini

$$\begin{array}{r|rrrr} & a+3 & -a^2+10 & +3 & -a+4 \\ a-3 & \downarrow & a^2-9 & a-3 & a^2-3a \\ \hline & a+3 & 1 & a & a^2-4a+4 \end{array}$$

Por dato: $a^2 - 4a + 4 = 16 \Rightarrow (a - 2)^2 = 16 \Rightarrow a - 2 = \pm 4$

$\Rightarrow (a = 6 \vee a = -2)$

Apoyo económico para cada pareja: $\frac{36000}{2(6)} = 3000$ dólares.

Rpta.: D



2. Dada la división $\frac{4ax^3 + (3a - 4b)x^2 + (a - 3b)x - (2a + b)x + 4 + 2b}{ax - b}$, calcule el cociente y el residuo.

- A) $\begin{cases} q(x) = 4x^3 - 3x^2 - x - 2 \\ r = 4 \end{cases}$ B) $\begin{cases} q(x) = 4x^3 + 3x^2 + x - 2 \\ r = 4 \end{cases}$
C) $\begin{cases} q(x) = 4x^3 - 3x^2 + x + 2 \\ r = 4 \end{cases}$ D) $\begin{cases} q(x) = 4x^3 + 3x^2 - x - 2 \\ r = 4 \end{cases}$
E) $\begin{cases} q(x) = 4x^3 - 3x^2 - x + 2 \\ r = 4 \end{cases}$

Solución:

Utilizando el método de Ruffini

$$\frac{4ax^3 + (3a - 4b)x^2 + (a - 3b)x - (2a + b)x + 4 + 2b}{ax - b}$$

	4a	3a - 4b	a - 3b	-2a - b	4 + 2b
$\frac{b}{a}$	↓	4b	3b	b	-2b
÷a	4a	3a	a	-2a	4
	4	3	1	-2	

cociente: $q(x) = 4x^3 + 3x^2 + x - 2$

resto: $r = 4$

Rpta.: B

3. Tres canguros avanzan por un mismo camino recto dando saltos de "a", "b" y "c" metros respectivamente. Parten simultáneamente desde la misma línea de salida y se satisface la división $\frac{6x^5 - 10x^4 + 11x^3 + ax^2 + bx - c}{3x^3 + x^2 - 2}$ con $r(x) = 3x^2 - 5x + 5$. ¿A qué distancia mínima, desde la línea de partida, volverán a coincidir los saltos de los tres canguros?

- A) 48 m B) 72 m C) 60 m D) 50 m E) 64 m



Solución:

Por el método de Horner

3	6	-10	+11	+a	+b	-c
-1		<u>-2</u>	0	+4		
0	↓	-12	<u>+4</u>	0	-8	
+2		↓	+15	-5	0	+10
			↓	↓	↓	↓
	2	-4	+5	3	-5	+5

Entonces $\begin{cases} a + 4 - 5 = 3 \Rightarrow a = 4 \\ b - 8 + 0 = -5 \Rightarrow b = 3 \\ -c + 10 = 5 \Rightarrow c = 5 \end{cases}$

Los tres canguros se vuelven a encontrar después de recorrer
 $MCM(3,4,5) = 60$ metros del punto de partida.

Rpta.: C

4. La dirección del colegio de Aura mediante un comunicado informa a los padres de familia que la kermese anual de reencuentro de alumnos y exalumnos iniciará a las "2m" horas del día y que, por contrato del equipo de sonido, la actividad debe finalizar después de "n" horas. Si el residuo de la división $\frac{mx^4 - nx^3 + 18x^2 - 6x + 2}{2x^2 - x + 2}$ es $r(x) = 3x - 8$, ¿a qué hora está previsto que finalice la kermesse?

A) 15 horas B) 18 horas C) 16 horas D) 14 horas E) 19 horas

Solución:

Tenemos que la división $\frac{mx^4 - nx^3 + 18x^2 - 6x + 2 - (3x - 8)}{2x^2 - x + 2}$ es exacta

es decir, la división $\frac{mx^4 - nx^3 + 18x^2 - 9x + 10}{2x^2 - x + 2}$ es exacta

Por Horner invertido

2	10	-9	+18	-n	+m
+1		+5	-10		
-2	↓	<u>-4</u>	-2	+4	
		↓	<u>+6</u>	+3	-6
			↓		
	5	-2	+3	7-n	m-6

Entonces $\begin{cases} 7 - n = 0 \Rightarrow n = 7 \\ m - 6 = 0 \Rightarrow m = 6 \end{cases}$

La kermesse iniciará a 12 horas del día.

La kermesse debe finalizar a $(12 + 7)$ horas = 19 horas del día.

Rpta.: E



5. La diferencia positiva de los coeficientes del residuo de la división $\frac{4(x-3)^4(2x-3) + (x-2)^3(2x+1)}{x^2 - 5x + 6}$ es numéricamente igual a la cantidad de metros que tiene la longitud del lado de un jardín cuadrado. ¿Cuál es el área de otro jardín que también tiene forma cuadrada y que tiene 2 metros más de longitud de su lado?
- A) 81 m² B) 64 m² C) 36 m² D) 25 m² E) 49 m²

Solución:

Utilizando el algoritmo de la división, tenemos

$$4(x-3)^4(2x-3) + (x-2)^3(2x+1) = (x-3)(x-2)q(x) + ax + b$$

$$\text{Si } x = 2: 4(+1)(+1) + (0) = 2a + b \Rightarrow 2a + b = 4 \dots (1)$$

$$\text{Si } x = 3: 4(0) + (1)(7) = 3a + b \Rightarrow 3a + b = 7 \dots (2)$$

$$\text{De (1) y (2): } a = 3, b = -2$$

Longitud del lado del jardín pequeño: $(3) - (-2) = 5$ metros

Longitud del lado del jardín grande: $(5) + (2) = 7$ metros.

El área del jardín grande es 49 m².

Rpta.: E

6. Determine la suma de coeficientes del residuo de la división $\frac{x^{13} - 2x^{11} + 5x^5 - 4x^2 - 18x + 11}{x^2 - 2}$.
- A) 5 B) 8 C) 4 D) 3 E) 6

Solución:

$$\frac{x^{13} - 2x^{11} + 5x^5 - 4x^2 - 18x + 11}{x^2 - 2}$$

$$\text{Por teorema del resto } x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x^2 = 2$$

$$x^{13} - 2x^{11} + 5x^5 - 4x^2 - 18x + 11 = (x^2)^6 x - 2(x^2)^5 x + 5(x^2)^2 x - 4(x^2) - 18x + 11$$

$$r(x) = (2)^6 x - 2(2)^5 x + 5(2)^2 x - 4(2) - 18x + 11 = (2)^6 x - (2^6)x + 20x - 8 - 18x + 11$$

$$r(x) = 2x + 3$$

$$\text{Suma de coeficientes del residuo} = 2 + 3 = 5.$$

Rpta.: A

7. Halle el residuo de la división $\frac{x^{11} + 8x^8 + x^4 + 10x + 5}{x^2 - 2x + 4}$.

- A) $4x - 5$ B) $2x + 5$ C) $4x + 5$ D) $8x - 5$ E) $5x - 2$



Solución:

$$\frac{x^{11} + 8x^8 + x^4 + 8x + 5}{x^2 - 2x + 4} = \frac{x^{11} + 8x^8 + x^4 + 10x + 5}{x^2 - 2x + 4} \times \frac{x + 2}{x + 2}$$

$$= \frac{((x^3)^3 x^2 + 8(x^3)^2 x^2 + (x^3)x + 10x + 5)(x + 2)}{x^3 + 8}$$

Por el teorema del resto, $x^3 + 8 = 0 \Rightarrow x^3 = -8$:

$$r_f(x) = ((-8)^3 x^2 + 8(-8)^2 x^2 + (-8)x + 10x + 5)(x + 2)$$

$$r_f(x) = (-8^3 x^2 + 8^3 x^2 - 8x + 10x + 5)(x + 2) = (2x + 5)(x + 2)$$

$$\Rightarrow r(x) = \frac{(2x + 5)(x + 2)}{(x + 2)} = 2x + 5$$

Rpta.: B

8. Determine el polinomio $p(x) \in \mathbb{Z}[x]$ de cuarto grado, tal que:

- sea divisible por $2x^2 + 3$.
- el residuo de dividirlo con $(x - 2)$ sea igual a 0.
- la suma de sus coeficientes sea igual a -75 .
- el residuo de dividirlo con $(x + 2)$ sea igual a -264 .

A) $p(x) = 3(2x^2 + 3)(x - 2)(x - 4)$

B) $p(x) = 2(2x^2 + 3)(x - 2)(x - 4)$

C) $p(x) = 2(2x^2 + 3)(x - 2)(x + 4)$

D) $p(x) = 2(2x^2 + 3)(x - 2)(x + 4)$

E) $p(x) = 3(2x^2 + 3)(x - 2)(x + 4)$

Solución:

Si $p(x)$ es divisible por $(2x^2 + 3)$ entonces $(2x^2 + 3)$ es factor de $p(x)$.

Si $p(2) = 0$ entonces $(x - 2)$ es factor de $p(x)$

Tenemos $p(x) = (2x^2 + 3)(x - 2)(ax + b)$

Si $p(1) = -75$ entonces $(5)(-1)(a + b) = -75 \Rightarrow a + b = 15 \dots (1)$

Si $\frac{p(x)}{x + 2}$ el residuo es igual a -264 entonces $p(-2) = -264$

$\Rightarrow (11)(-4)(-2a + b) = -264 \Rightarrow -2a + b = 6 \dots (2)$

De (1) y (2): $a = 3, b = 12$

Tenemos $p(x) = (2x^2 + 3)(x - 2)(3x + 12)$

$\Rightarrow p(x) = 3(2x^2 + 3)(x - 2)(x + 4)$

Rpta.: E



TRIGONOMETRÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Si x es un ángulo no cuadrantal, simplifique la expresión

$$\cos x \left(\sqrt{\sec^2 x + \tan^2 x - \tan^4 x} \right) \left(\frac{\sen x}{\cos x} + \frac{\cos x}{1 + \sen x} \right)$$

- A) $2 \tan^2 x$ B) $\sec^2 x$ C) $\csc^2 x$ D) $2 \cot^2 x$ E) $2 \sec^2 x$

Solución:

$$M = \cos x \left(\sqrt{\sec^2 x + \tan^2 x + \tan^4 x} \right) \left(\frac{\sen x}{\cos x} + \frac{\cos x}{1 + \sen x} \right)$$

$$M = \cos x \sqrt{\sec^4 x - \tan^4 x + \tan^4 x} \left(\frac{\sen x + \sen^2 x + \cos^2 x}{(\cos x)(1 + \sen x)} \right)$$

$$M = \sec^2 x$$

Rpta.: B

2. El costo de una laptop es $100(M + 6N)$ soles. Si M es el mayor valor de la expresión $\cot^4 x \left(\frac{\sec^2 x - \cos^2 x}{\csc^2 x - \sen^2 x} \right) + 1$ y N es el mayor valor de $\frac{\csc^2 x - 1}{3 \csc^2 x}$, donde $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$, ¿cuánto se pagará por una docena de laptops del mismo costo?

- A) 48 000 soles B) 44 000 soles C) 36 600 soles
D) 60 400 soles E) 42 200 soles

Solución:

Sea

$$M = \cot^4 x \left(\frac{\sec^2 x - \cos^2 x}{\csc^2 x - \sen^2 x} \right) + 1 \Rightarrow M = \cot^4 x \left(\frac{\frac{1 - \cos^4 x}{\cos^2 x}}{\frac{1 - \sen^4 x}{\sen^2 x}} \right) + 1$$

$$\Rightarrow M = \cot^4 x \left(\tan^4 x \right) \left(\frac{1 + \cos^2 x}{1 + \sen^2 x} \right) + 1 \Rightarrow M = \frac{1 + \cos^2 x}{1 + \sen^2 x} + 1$$

$$\Rightarrow M = \frac{2}{1 + \sen^2 x}$$

Sea

$$N = \left(\frac{\csc^2 x - 1}{3 \csc^2 x} \right) \Rightarrow N = \frac{1 - \sen^2 x}{3} \Rightarrow N = \frac{\cos^2 x}{3}$$



$$\text{Como } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4} \Rightarrow \begin{cases} 1 \leq 1 + \sin^2 x \leq \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{4}{3} \leq \frac{2}{1 + \sin^2 x} \leq 2 \Rightarrow M = 2 \\ \frac{1}{2} \leq \cos^2 x \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{6} \leq \frac{\cos^2 x}{3} \leq \frac{1}{3} \Rightarrow N = \frac{1}{3} \Rightarrow 6N = 2 \end{cases}$$

Sea el costo de cada laptop: $P = S / 100(M + 6N)$, entonces $P = S / 4\,000$. Por lo tanto, por una docena de laptops se pagará $S / 48\,000$.

Rpta.: A

3. Si $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ y $\sec x \csc x + \frac{\sin x \cos x}{1 - \sin x \cos x} = 3$, calcule el valor $\tan^3 x + \cot^7 x$.

- A) 2 B) -2 C) 0 D) -8 E) 8

Solución:

Se tiene que:

$$\sec x \csc x + \frac{1}{\sec x \csc x - 1} = 3$$

$$\sec^2 x \csc^2 x - \sec x \csc x + 1 = 3 \sec x \csc x - 3$$

$$(\sec x \csc x)^2 - 4 \sec x \csc x + 4 = 0$$

$$(\sec x \csc x - 2)^2 = 0 \Rightarrow \sec x \csc x = 2$$

Luego:

$$\sec x \csc x = 2 \Rightarrow \tan^2 x + \cot^2 x = 2$$

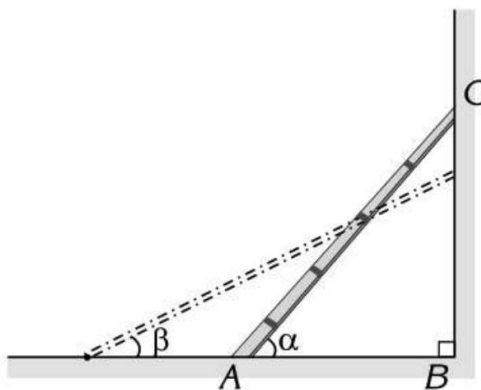
$$\Rightarrow (\tan x - \cot x)^2 = 0 \Rightarrow \tan x = -1$$

Por consiguiente, $\tan^3 x + \cot^7 x = -2$.

Rpta.: B

4. En la figura se muestra una escalera apoyada en la pared. Si $AB = 5$ m y $BC = 6$ m, halle $\tan^4 \alpha - \cot^4 \beta$.

- A) 2
B) 1
C) -1
D) 0
E) -2





Solución:

De la figura

$$\tan \alpha = \frac{6}{5} \text{ y } \tan \beta = \frac{6-x}{6}$$

Aplicando el teorema de Pitágoras:

$$(6-x)^2 + 6^2 = 61$$

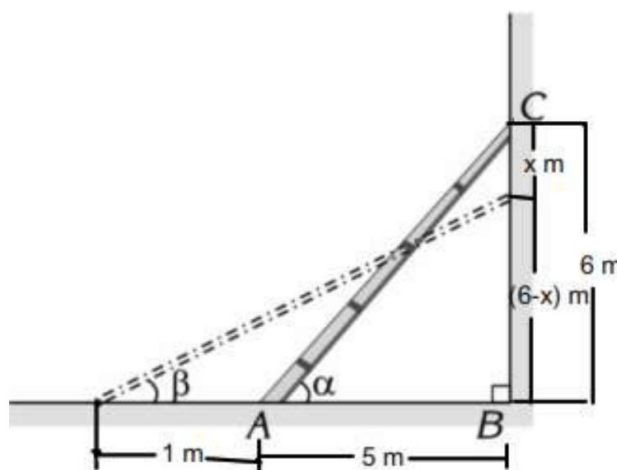
$$(6-x)^2 = 25 \Rightarrow x = 1$$

Luego:

$$\tan \beta = \frac{5}{6} \Rightarrow \cot \beta = \frac{6}{5}$$

Por consiguiente,

$$\tan^4 \alpha - \cot^4 \beta = 0.$$



Rpta.: D

5. El largo y ancho de un terreno de cultivo de forma rectangular miden $250\left(\sqrt{\frac{1}{1+\sin\theta}} + \frac{1}{1-\sin\theta}\right)$ metros y $240\left(\sqrt{\frac{1}{1+\cos\theta}} + \frac{1}{1-\cos\theta}\right)$ metros respectivamente. Si θ es agudo y la razón entre el ancho y el largo es $\frac{2}{5}$, determine el área de dicho terreno.

- A) 3380 m² B) 3584 m² C) 3584,8 m² D) 3585 m² E) 3582,4 m²

Solución:

Del dato:

L: largo del terreno

A: ancho del terreno

$$L = 250\left(\sqrt{\frac{1}{1+\sin\theta}} + \frac{1}{1-\sin\theta}\right) = 250\left(\sqrt{\frac{2}{1-\sin^2\theta}}\right) = 250\sqrt{2} \sec \theta \text{ m}$$

$$A = 240\left(\sqrt{\frac{1}{1+\cos\theta}} + \frac{1}{1-\cos\theta}\right) = 240\left(\sqrt{\frac{2}{1-\cos^2\theta}}\right) = 240\sqrt{2} \csc \theta \text{ m}$$

$$\frac{A}{L} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{240\sqrt{2} \csc \theta \text{ m}}{250\sqrt{2} \sec \theta \text{ m}} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{24 \csc \theta}{25 \sec \theta} = \frac{2}{5} \Rightarrow \cot \theta = \frac{5}{12}$$

Luego:

$$\text{Área} = (250\sqrt{2} \sec \theta)(240\sqrt{2} \csc \theta) \text{ m}^2$$

$$\text{Área} = 1200\left(\frac{5}{12} + \frac{12}{5}\right) \text{ m}^2 = 1200\left(\frac{169}{5 \times 12}\right) \text{ m}^2$$

$$\text{Área} = 3380 \text{ m}^2$$

Rpta.: A



6. La utilidad diaria de la empresa VINOS SABROSOS dedicada a la producción y venta de vinos está dada por la expresión $\sqrt{2(1-\sin^2\theta)(1+\tan^2\theta)} + \tan^4\theta + \cot^4\theta$ en cientos de miles de soles, donde θ es la medida de un ángulo agudo. Si la utilidad de la empresa es mínima, determine dicha utilidad de la empresa.
- A) S/ 225 000 B) S/ 200 000 C) S/ 224 000
D) S/ 240 000 E) S/ 280 000

Solución:

$$U(\theta) = \sqrt{2(1-\sin^2\theta)(1+\tan^2\theta)} + \tan^4\theta + \cot^4\theta$$

$$U(\theta) = \sqrt{2(\cos^2\theta)(\sec^2\theta)} + \tan^4\theta + \cot^4\theta$$

$$U(\theta) = \sqrt{(\tan^2\theta + \cot^2\theta)^2} = \tan^2\theta + \cot^2\theta$$

Luego, se tiene que:

$$\tan^2\theta + \cot^2\theta \geq 2 \Rightarrow U(\min) = \text{S/ } 200000$$

Rpta.: B

7. Si la edad de Ruth en el 2016 fue $24 \left(\sqrt{\frac{\sec^2\theta + \tan^2\theta + \tan^4\theta - \sec^4\theta + \sec\theta \csc\theta}{\csc^2\theta + \cot^2\theta + \cot^4\theta - \csc^4\theta + \tan\theta + \cot\theta}} \right)$ años, donde θ es la medida de un ángulo agudo, ¿cuántos años tendrá Ruth en el año 2060?
- A) 65 años B) 64 años C) 68 años D) 70 años E) 69 años

Solución:

Sea E la edad de Doris en el año 2020

$$E = 24 \left(\sqrt{\frac{\sec^2\theta + \tan^2\theta + \tan^4\theta - \sec^4\theta + \sec\theta \csc\theta}{\csc^2\theta + \cot^2\theta + \cot^4\theta - \csc^4\theta + \tan\theta + \cot\theta}} \right)$$

$$E = 24 \left(\sqrt{\frac{\sec^4\theta - \tan^4\theta + \tan^4\theta - \sec^4\theta + \sec\theta \csc\theta}{\csc^4\theta - \cot^4\theta + \cot^4\theta - \csc^4\theta + \sec\theta \csc\theta}} \right)$$

$$E = 24$$

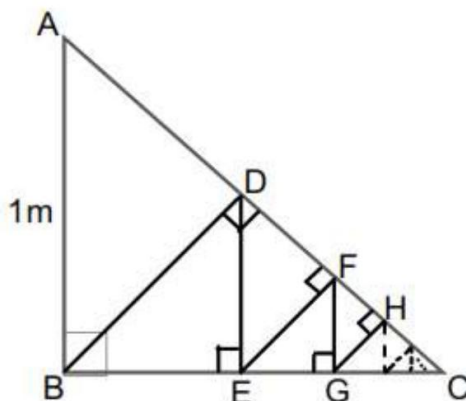
Entonces, la edad de Doris en el 2016 fue 24 años. Por lo tanto, su edad en el año 2060 será 68 años.

Rpta.: C



8. En la figura se muestra un triángulo rectángulo isósceles ABC de catetos 1 m. Por B se traza una perpendicular a $\overline{AC}$; por D una perpendicular a $\overline{BC}$; por E una perpendicular a $\overline{AC}$; por F una perpendicular a $\overline{BC}$ y así sucesivamente. Calcule la suma $BD+DE+EF+FG+\dots$

- A) $(\sqrt{2}+2)$ m
B) $(\sqrt{2}-1)$ m
C) $(\sqrt{2}+1)$ m
D) $(2\sqrt{2}+1)$ m
E) $(2\sqrt{2}-1)$ m



Solución:

Sea:

$$S = BD + DE + EF + FG + \dots$$

$$S = \sin\theta + \sin^2\theta + \sin^3\theta + \sin^4\theta + \dots$$

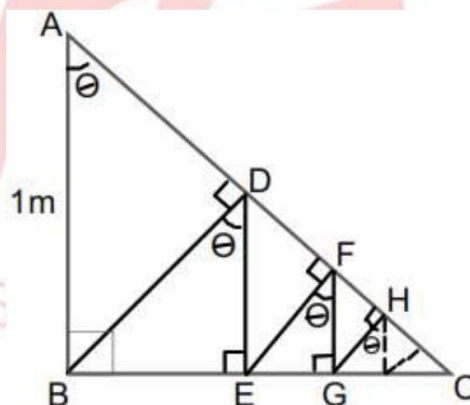
$$(\sin\theta)S = \sin^2\theta + \sin^3\theta + \sin^4\theta + \dots$$

Luego:

$$S(1 - \sin\theta) = \sin\theta \Rightarrow S = \frac{\sin\theta}{1 - \sin\theta}$$

$$\Rightarrow S = \frac{\sin 45^\circ}{1 - \sin 45^\circ} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$\Rightarrow S = \left(\frac{1}{\sqrt{2}-1}\right)\left(\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}\right) \Rightarrow S = \sqrt{2}+1$$

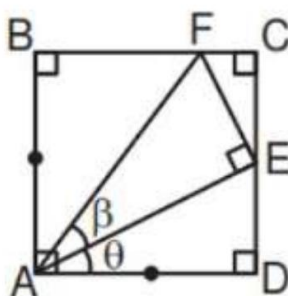


Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En la figura se muestra un cuadrado ABCD. Si $AD = a$ u, calcule $\tan\beta + \tan\theta$.

- A) 0,75
B) 0,25
C) 0,5
D) 2
E) 1





Solución:

De la figura, se tiene

$$ED = a \tan \theta \text{ u}; AE = a \sec \theta \text{ u}, EF = a \sec \theta \tan \beta \text{ u}, CE = a \tan \beta \text{ u}.$$

Por tanto,

$$\tan \beta + \tan \theta = 1.$$

Rpta.: E

2. En una feria escolar, una madre de familia compró N cuadernos a K soles cada uno, siendo $N = \cos^4 x - \sin^2 x \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} + x \right) + \csc \left(\frac{5\pi}{6} \right) \cos^2 x \sin^2 x - 6(\cot^2 x - \csc^2 x)$ y $K = \cos^2 x - \cos \pi \sin^2 x + \sec \left(\frac{\pi}{3} \right) + \cot^2 \left(\frac{\pi}{6} \right)$. ¿Cuánto pagó en total por los cuadernos?

- A) S/ 34 B) S/ 42 C) S/ 36 D) S/ 40 E) S/ 45

Solución:

$$\text{Sea } N = \cos^4 x - \sin^2 x \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} + x \right) + \csc \left(\frac{5\pi}{6} \right) \cos^2 x \sin^2 x - 6(\cot^2 x - \csc^2 x)$$

Como, $\cos^2 \left(\frac{\pi}{2} + x \right) = -\sin x$ y $\csc \left(\frac{5\pi}{6} \right) = 2$, se tiene

$$N = \cos^4 x + \sin^4 x + 2\cos^2 x \sin^2 x - 6(\cot^2 x - \csc^2 x)$$

$$\Rightarrow N = 1 - 2\cos^2 x \sin^2 x + 2\cos^2 x \sin^2 x - 6 \left(\frac{-\sin^2 x}{\sin^2 x} \right) \Rightarrow N = 7$$

$$K = \cos^2 x - \cos \pi \sin^2 x + \sec \left(\frac{\pi}{3} \right) + \cot^2 \left(\frac{\pi}{6} \right) = 1 + 2 + 3 = 6$$

Cada cuaderno cuesta, 6 soles. Por tanto, la madre de familia pagó 42 soles.

Rpta.: B

3. Una universidad invierte $150(\csc x + \cot^2 x)$ miles de soles en mejorar sus laboratorios de ciencias. Si $\csc x - \cot x = 5$, ¿cuál es el monto total invertido en soles?

- A) 1 251 000 B) 1 254 750 C) 1 254 000 D) 1 253 250 E) 1 255 500

Solución:

$$1 + \cot^2 x = \csc^2 x \Rightarrow (\csc x - \cot x)(\csc x + \cot x) = 1 \Rightarrow \csc x + \cot x = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \csc x - \cot x = 5 \\ \csc x + \cot x = \frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \csc x = \frac{13}{5} \\ \cot x = -\frac{12}{5} \end{cases} \Rightarrow 150(\csc x + \cot^2 x) = \frac{209}{25}$$

Por tanto, el monto invertido por dicha universidad es 1 254 000 soles.

Rpta.: C



4. Una empresa destina una inversión $6400 \left(\frac{\sec^2 x + \csc^2 x}{1 + \tan x \cot(\pi + x)} \right)$ soles para implementar un programa de seguridad. Si $\sec x + \tan x = 4$, ¿cuánto es el monto total en soles que invirtió la empresa?

A) 172 000 B) 160 000 C) 178 000 D) 167 042 E) 168 000

Solución:

Se tiene que:

$$\sec x + \tan x = 4 \Rightarrow \sec x - \tan x = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} \sec x = \frac{17}{8} \\ \tan x = \frac{15}{8} \end{cases}$$

$$I = 6400 \left(\frac{\sec^2 x + \csc^2 x}{1 + \tan x \cot x} \right) = 3200 \left(\frac{289}{64} \right) \left(\frac{289}{25} \right)$$

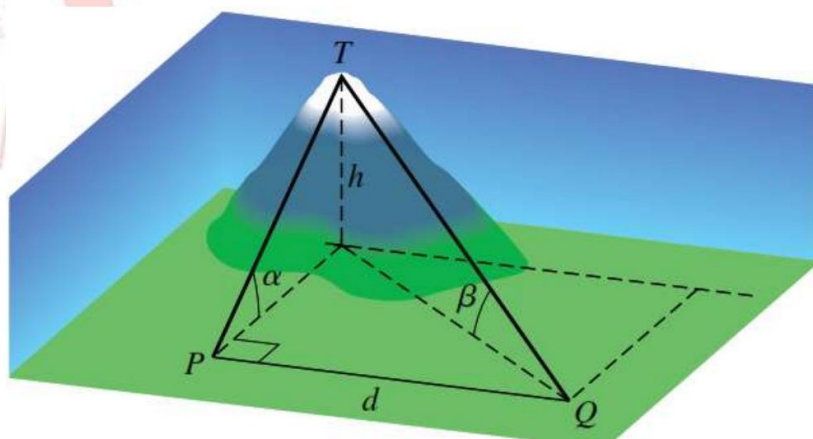
$$I = 167\,042$$

Por tanto, la empresa invirtió 167 042 soles.

Rpta.: D

5. Desde el punto P, se observa la cima de una montaña (punto T) con un ángulo de elevación α . Si el punto de observación cambia a Q, ubicado a una distancia de d kilómetros de P, y desde allí también se observa la cima de la montaña (punto T), con un ángulo de elevación β , ¿cuánto mide la altura de la montaña?

- A) $\frac{d \sin \alpha \sin \beta \text{ km}}{\sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \alpha}}$
B) $\frac{d \sin \alpha \sin \beta \text{ km}}{\sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \alpha}}$
C) $\frac{d \sin \alpha \sin \beta \text{ km}}{\sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \alpha}}$
D) $\frac{d \sin \alpha \sin \beta \text{ km}}{\sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \alpha}}$
E) $\frac{d \sin \alpha \sin \beta \text{ km}}{\sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \alpha}}$





Solución:

De la figura:

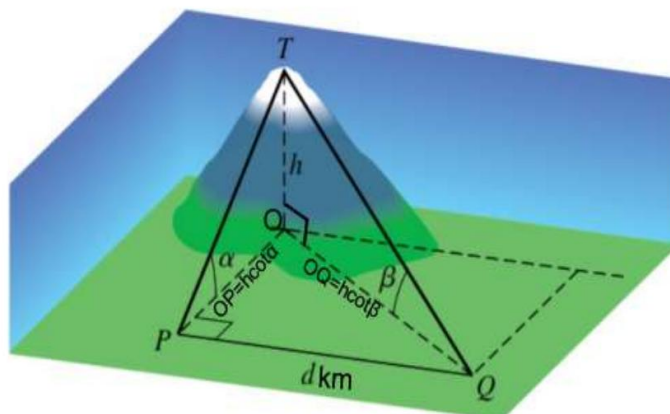
$$d \text{ km} = \sqrt{h^2 (\cot^2 \beta - \cot^2 \alpha)}$$

$$\Rightarrow h = \frac{d \text{ km}}{\sqrt{\cot^2 \beta - \cot^2 \alpha}}$$

$$\Rightarrow h = \frac{d \text{ km}}{\sqrt{\frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} - \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}}}$$

$$h = \frac{d \sin \alpha \sin \beta \text{ km}}{\sqrt{\sin^2 \alpha \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta}}$$

$$\Rightarrow h = \frac{d \sin \alpha \sin \beta \text{ km}}{\sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \alpha}}$$



Rpta.: D

6. El costo de un automóvil de alta gama está determinado por la expresión $(250) \sqrt{\frac{\sin^6 \alpha - \cos^6 \alpha}{2 \sin^2 \alpha - 1}} + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$ en miles de soles, donde α agudo. Halle el costo del automóvil.

A) S/ 240 000

B) S/ 248 000

C) S/ 250 000

D) S/ 260 000

E) S/ 245 000

Solución:

$$\text{Costo: } C = (250) \sqrt{\frac{\sin^6 \alpha - \cos^6 \alpha}{2 \sin^2 \alpha - 1}} + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \text{ miles soles}$$

$$C = (250) \sqrt{\frac{\sin^6 \alpha - \cos^6 \alpha}{2 \sin^2 \alpha - 1}} + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$C = (250) \sqrt{\frac{(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)(\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha)}{2 \sin^2 \alpha - 1}} + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$C = (250) \sqrt{\frac{(2 \sin^2 \alpha - 1)(1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha)}{2 \sin^2 \alpha - 1}} + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$C = 250 \text{ miles de soles} \Rightarrow C = \text{S/ } 250\,000$$

Luego, el costo del turno es de S/ 250 000.

Rpta.: C



7. Si $b = 4a$ y el valor de la expresión $\frac{(a \operatorname{sen} \theta + b \cos \theta)^2 + (a \cos \theta - b \operatorname{sen} \theta)^2}{(2a \operatorname{sen} \theta \cos \theta)^2 + a^2 (\cos^2 \theta - \operatorname{sen}^2 \theta)}$ representa el premio de una lotería en millones de dólares, halle a cuánto asciende dicho premio.
- A) \$ 17 000 000 B) \$ 17 500 000 C) \$ 18 800 000
D) \$ 16 400 000 E) \$ 16 100 000

Solución:

$$V = \frac{(a \operatorname{sen} \theta + b \cos \theta)^2 + (a \cos \theta - b \operatorname{sen} \theta)^2}{(2a \operatorname{sen} \theta \cos \theta)^2 + a^2 (\cos^2 \theta - \operatorname{sen}^2 \theta)^2}$$
$$V = \frac{a^2 \operatorname{sen}^2 \theta + 2ab \operatorname{sen} \theta \cos \theta + b^2 \cos^2 \theta + a^2 \cos^2 \theta - 2ab \operatorname{sen} \theta \cos \theta + b^2 \operatorname{sen}^2 \theta}{4a^2 \operatorname{sen}^2 \theta \cos^2 \theta + a^2 (\cos^4 \theta + \operatorname{sen}^4 \theta - 2 \cos^2 \theta \operatorname{sen}^2 \theta)}$$
$$V = \frac{a^2 (\operatorname{sen}^2 \theta + \cos^2 \theta) + b^2 (\operatorname{sen}^2 \theta + \cos^2 \theta)}{4a^2 \operatorname{sen}^2 \theta \cos^2 \theta + a^2 (1 - 4 \cos^2 \theta \operatorname{sen}^2 \theta)}$$
$$V = \frac{a^2 + b^2}{a^2} = \frac{17a^2}{a^2} \Rightarrow V = 17$$

Luego, el monto de dicho premio es \$ 17 000 000.

Rpta.: A

LENGUAJE

«No hay espejo que mejor refleje la imagen del hombre que sus palabras».
(Juan Luis Vives)

EJERCICIOS DE CLASE

1. La gramática de las lenguas está conformada por diferentes componentes. Uno de ellos es el morfológico, que es estudiado por la morfología. De esta disciplina lingüística, se puede afirmar correctamente lo siguiente:
- I. Describe cómo se estructuran internamente las palabras.
 - II. Se ocupa solo de los procesos de formación de palabras.
 - III. Su objeto de análisis es la unidad mínima significativa.
 - IV. Su unidad de estudio se caracteriza por ser distintiva.
- A) I y II B) II y III C) I y IV D) III y IV E) I y III

Solución:

El componente morfológico se encarga, básicamente, del estudio de la estructura interna de la palabra, la cual está conformada por unidades mínimas abstractas significativas denominadas morfemas.

Rpta.: E



2. Las palabras monomorfemáticas o simples constan de un solo morfema o raíz; es decir, no se pueden descomponer en otros morfemas o unidades mínimas con significado. Según lo mencionado, determine qué cantidad de estas palabras están presentes en el enunciado *Ayer, por la mañana, mis abuelos me regalaron un reloj de color azul.*

A) Cinco B) Seis C) Siete D) Ocho E) Nueve

Solución:

Las palabras monomorfemáticas son, respectivamente, *ayer, por, me, un, reloj, de, color, azul.*

Rpta.: D

3. Correlacione ambas columnas y marque la alternativa correcta respecto a la clasificación morfológica de las palabras subrayadas.

- | | |
|--|-------------------------------|
| I. Valeria, <u>di</u> la verdad ahora mismo. | a. Variable polimorfemática |
| II. Pintó la <u>pared</u> con mucho cuidado. | b. Invariable monomorfemática |
| III. Es un auto <u>sin</u> permiso de circulación. | c. Variable monomorfemática |

A) Ic, Iib, IIIa B) Ia, Iib, IIIc C) Ic, IIa, IIIb D) Ib, IIc, IIIa E) Ia, IIc, IIIb

Solución:

La correlación correcta de las dos columnas es la siguiente:

- | | |
|--|-------------------------------|
| I. Valeria, <u>di</u> la verdad ahora mismo. | a. Variable polimorfemática |
| II. Pintó la <u>pared</u> con mucho cuidado. | c. Variable monomorfemática |
| III. Es un auto <u>sin</u> permiso de circulación. | b. Invariable monomorfemática |

Rpta.: E

4. Los alomorfos son las variantes formales de un morfema. Teniendo en cuenta ello, en el enunciado *A la importante conferencia anual de Educación, asistieron profesores y estudiantes de innumerables nacionalidades: canadienses, mexicanos, brasileños, peruanos, nicaragüenses, etc.,* se reconoce que hay alomorfos de

A) negación y plural. B) plural y gentilicio. C) diminutivo y plural.
D) gentilicio y negación. E) género femenino y gentilicio.

Solución:

En las palabras *profesores, estudiantes, innumerables, nacionalidades, canadienses, mexicanos, brasileños, peruanos y nicaragüenses*, se presentan los alomorfos de plural -s y -es. Asimismo, en *canadienses, mexicanos, brasileños, peruanos y nicaragüenses* hay alomorfos de gentilicio -ense-, -an- y -eñ-.

Rpta.: B

5. Considerando que las unidades del análisis morfológico son el morfema y la palabra, los cuales se manifiestan en distintas clases, determine la verdad (V) o falsedad (F) de los enunciados; luego señale la opción correcta.

- I. Todas las palabras son invariables en *Aquí no hay nada de ti.*
II. Las palabras *cruces, fuimos* y *gato* exhiben morfemas flexivos.
III. En *amoroso* y *florista*, los morfemas -os- e -ista son derivativos.
IV. Los morfemas subrayados de *analfabeto* e *ineficaz* son alomorfos.

A) FVFV B) VVFF C) FVVF D) VVVV E) FVVV



Solución:

El enunciado I es falso, pues hay una palabra variable (*hay*). En cambio, los enunciados II, III y IV son verdaderos.

Rpta.: E

6. Los morfemas gramaticales flexivos se clasifican en simples y amalgama. Los simples indican género y número en los sustantivos, adjetivos, determinantes y algunos pronombres; el amalgama, en cambio, señala número, persona, tiempo, modo y aspecto en el verbo. Dicho esto, ¿qué alternativa contiene enunciados que presentan, respectivamente, morfema flexivo simple y morfema flexivo amalgama?

- I. No llegaron los pedidos a mi domicilio.
- II. Alumna, preséntenos su investigación.
- III. A lo lejos, alguien nos está llamando.
- IV. Luis, ¿cuántos trabajaron aquí ayer?

- A) I y IV B) I y III C) I y II D) II y III E) II y IV

Solución:

Las palabras *alumn-a* y *cuánt-o-s* contienen morfemas flexivos simples (género o número). En los verbos *present-e* y *trabaj-aron*, se presenta el morfema flexivo amalgama (número, persona, tiempo, modo, aspecto).

Rpta.: E

7. Los morfemas de la lengua española son clasificados en lexemas y gramaticales. Los gramaticales pueden ser derivativos y flexivos. Teniendo en cuenta esta afirmación, seleccione la opción en la que todas las palabras presentan solo morfemas flexivos.

- A) Hubo una presentación teatral.
- B) Mañana traerá muchos dulces.
- C) Los alumnos leen unos poemas.
- D) Ellas viajaron con sus mascotas.
- E) Esos cantantes son maravillosos.

Solución:

En esta opción, todas las palabras contienen morfemas gramaticales flexivos. Así, tenemos morfemas de género y número en los determinantes *los* y *unos*; así también, en los nombres *alumnos* y *poemas*. En el verbo *leen*, se presenta el morfema flexivo amalgama que expresa modo, tiempo, número, persona y aspecto.

Rpta.: C

8. Considerando que las palabras polimorfemáticas o complejas contienen más de un morfema en su estructura, por ejemplo, *chiqu-ill-o*, seleccione la opción donde se evidencia adecuada segmentación morfológica.

- A) Plane-amos un-a sal-id-a con todo-s.
- B) Aquell-a-s jóven-es son extra-njer-a-s.
- C) Est-o-s términ-o-s bi-sílab-o-s se tild-an.
- D) L-a quince-añer-a no bail-ó ningún vals.
- E) Abraz-aron a l-a-s asust-ad-iz-a-s niñ-as.

Solución:

El enunciado *Est-o-s términ-o-s bi-sílab-o-s se tild-an* presenta una adecuada segmentación de los morfemas flexivos y derivativos.



- A) Plane-amos un-a sal-id-a con tod-o-s.
- B) Aquell-a-s jóven-es son extranjer-a-s.
- D) L-a quince-añ-er-a no bail-ó ningún vals.
- E) Abraz-aron a l-a-s asust-ad-iz-a-s niñ-a-s.

Rpta.: C

9. La segmentación morfológica consiste en separar las unidades mínimas significativas de una palabra. De la segmentación morfológica de las palabras *tipejos* y *disconformidad*, es correcto mencionar que

- I. ambas presentan morfemas flexivos de género.
- II. contienen solo morfemas sufijos derivativos.
- III. los morfemas derivativos son *-ej-*, *dis-* e *-idad*.
- IV. en total hay cinco morfemas gramaticales.

- A) III y IV B) I, II y III C) Solo III D) II y III E) Solo IV

Solución:

Las palabras *tipejos* y *disconformidad* se segmentan morfológicamente de la siguiente manera: *tip-ej-o-s* y *dis-conform-idad*.

El enunciado I es incorrecto, pues solo *tipejos* presentan morfema flexivo de género. El enunciado II también lo es, porque hay dos morfemas sufijos derivativos: *-ej-* e *-idad* y un morfema derivativo prefijo: *dis-*.

Rpta.: A

10. Correlacione las palabras subrayadas de los enunciados con sus respectivos procesos de formación; luego marque la alternativa correcta.

- | | |
|--|-----------------|
| I. Mi abuelo aún no está <u>pelicano</u> . | a. Derivación |
| II. Ya no me voy a <u>enamorar</u> más. | b. Acortamiento |
| III. Llegó el <u>bus</u> media hora tarde. | c. Composición |
| IV. Hemos <u>desarmado</u> la máquina. | d. Parasíntesis |

- A) Id, IId, IIIa, IVc B) Ic, IId, IIIb, IVa C) Ia, IIb, IIIc, IVd
D) Ic, IIb, IIIa, IVd E) Ic, IIa, IIIb, IVd

Solución:

La correlación correcta de las dos columnas es la siguiente:

- | | |
|--|-----------------|
| I. Mi abuelo aún no está <u>pelicano</u> . | c. Composición |
| II. Ya no me voy a <u>enamorar</u> más. | d. Parasíntesis |
| III. Llegó el <u>bus</u> media hora tarde. | b. Acortamiento |
| IV. Hemos <u>desarmado</u> la máquina. | a. Derivación |

Rpta.: B

11. En la lengua española, las palabras se forman por los procesos de composición, derivación, parasíntesis, etc. Considerando lo mencionado, elija la alternativa que presenta palabras formadas por sigla y acronimia respectivamente.

- A) Mi primo creó una ONG con apoyo del BCP.
- B) El Senamhi no se ocupa de observar ovnis.
- C) La UNMSM ya cuenta con tecnología láser.
- D) Sé que el sida es causado por el virus VIH.
- E) Ellos planean negociar un TLC con EE. UU.



Solución:

En la referida alternativa, la sigla UNMSM se formó a partir de *Universidad Nacional Mayor de San Marcos*. El acrónimo *láser* proviene de inglés *light amplification by stimulated emission of radiation*.

Rpta.: C

12. Lea el enunciado *La joven pelirroja releía con alegría la carta que le había enviado, por su cumpleaños, su adorada madrina desde Centroamérica*; luego determine la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

- I. Contiene tres palabras formadas por composición.
- II. Se presentan dos morfemas gramaticales en *releía*.
- III. La palabra *pelirroja* se formó por parasíntesis.
- IV. Solamente hay cuatro palabras invariables.

A) VVFFV B) FFFV C) FFVV D) VFVV E) VVFF

Solución:

Las tres palabras compuestas son *pelirroja*, *Centroamérica* y *cumpleaños*. En *releía*, los dos morfemas gramaticales son de tipo derivativo (prefijo) y flexivo amalgama (sufijo). La palabra *pelirroja* está formada por composición. Sí hay cuatro palabras invariables: *con*, *que*, *por* y *desde*.

Rpta.: A

LITERATURA

EJERCICIOS DE CLASE

1. En esto, descubrieron treinta o cuarenta molinos de viento que hay en aquel campo, y así como don Quijote los vio, dijo a su escudero:
—La ventura va guiando nuestras cosas mejor de lo que acertáramos a desear; porque ves allí, amigo Sancho Panza, donde se descubren treinta o poco más desaforados gigantes con quien pienso hacer batalla y quitarles a todos las vidas [...]
—¿Qué gigantes? —dijo Sancho Panza.

Con respecto al fragmento anterior de *Don Quijote de la Mancha*, de Miguel de Cervantes Saavedra, es correcto afirmar que

- A) Sancho Panza comparte la visión de don Quijote y lo anima a la batalla.
- B) el pasaje es una alegoría de la lucha del protagonista por la justicia.
- C) el fragmento muestra la confusión entre la realidad y la imaginación.
- D) la escena corresponde a la tercera salida de don Quijote de la Mancha.
- E) el narrador afirma la existencia de seres sobrenaturales en la novela.

Solución:

En este episodio, uno de los más célebres de la obra, don Quijote confunde molinos de viento con gigantes, mientras Sancho Panza percibe la realidad tal cual es. Esta contraposición evidencia el choque entre el mundo imaginario del caballero y la objetividad de su escudero.

Rpta.: C



2. En *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*, de Miguel de Cervantes, la figura de Dulcinea del Toboso cumple la función de _____ el ideal amoroso que _____.

- A) representar – ha enloquecido a Alonso Quijano
- B) simbolizar – motiva la acción del caballero andante
- C) demostrar – perturba los pensamientos del protagonista
- D) ser – aparece en las novelas de caballería medievales.
- E) ridiculizar – corresponde al amor cortés del Barroco.

Solución:

Dulcinea no aparece físicamente, sino como una construcción idealizada de don Quijote, símbolo del amor perfecto que lo inspira.

Rpta.: B

3. En relación con el final de *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*, de Miguel de Cervantes, señale la secuencia correcta del valor de la verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. Don Quijote recupera la cordura al final y muere en su casa tras dictar testamento.
- II. Sancho Panza desarrolla su imaginación, influido por la convivencia con su amo.
- III. A partir de su «quijotización», Sancho recobra el uso de razón al final de la novela.

- A) VVF B) VFF C) FVV D) VFV E) FVF

Solución:

I. Don Quijote muere reconciliado con la realidad y dicta su testamento en paz. (V)
II. Sancho muestra rasgos de ensueño, fruto del contacto con su amo. (V) III. Sancho se torna soñador en la segunda parte de la obra a partir de su «quijotización». (F)

Rpta.: A

4. Luego de leer el siguiente fragmento, perteneciente a la novela *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*, de Miguel de Cervantes Saavedra, marque la alternativa que contiene los enunciados correctos relacionados con el argumento de la obra.

En resolución, él se enfrascó tanto en su lectura, que se le pasaban las noches leyendo de claro en claro y los días de turbio en turbio; y así, del poco dormir y del mucho leer, se le secó el cerebro, de manera que vino a perder el juicio. Llenósele la fantasía de todo aquello que leía en los libros, así de encantamientos como de pendencias, batallas, desafíos, heridas, requiebros, amores, tormentas y disparates imposibles; y asentósele de tal modo en la imaginación que era verdad toda aquella máquina de aquellas soñadas invenciones que leía, que para él no había otra historia más cierta en el mundo.

- I. El pasaje muestra el origen de la locura de uno de los protagonistas de la novela.
- II. La obsesión por leer provocó en el personaje confusión entre la realidad y la ficción.
- III. El narrador señala que los libros de caballerías transmiten historias verídicas.
- IV. El texto corresponde a un episodio de la segunda salida del caballero andante.

- A) I y III B) II y III C) I y IV D) III y IV E) I y II



Solución:

I. El fragmento explica cómo la lectura excesiva de libros de caballerías llevó al hidalgo a la locura. (V) II. El fragmento muestra el peligro de la obsesión por la lectura desenfrenada sin equilibrio, donde la imaginación domina hasta deformar la percepción del mundo real. (V) III. El narrador subraya la falsedad y disparates de los libros, no su veracidad. (F) IV. Este pasaje pertenece al inicio de la novela, antes de la primera salida. (F) Son correctos los enunciados I y II.

Rpta.: E

5. *Volverán las oscuras golondrinas
en tu balcón sus nidos a colgar,
y otra vez con el ala a sus cristales
jugando llamarán.
Pero aquellas que el vuelo refrenaban
tu hermosura y mi dicha a contemplar,
aquellas que aprendieron nuestros nombres...
¡esas... no volverán!*

Con respecto a las estrofas de la *Rima LIII*, de Gustavo Adolfo Bécquer, indique la secuencia correcta de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. Se manifiesta la imposibilidad de que el sentimiento amoroso vuelva a repetirse.
II. Se desarrolla una sátira del amor desde un tono irónico y burlesco hacia la mujer.
III. Predomina la brevedad y sencillez formal, rasgo propio de la lírica becqueriana.

A) VFV B) VFF C) FFV D) VVV E) FVV

Solución:

I. La rima expresa la imposibilidad de revivir un sentimiento. (V) II. No hay sátira, sino evocación seria y nostálgica. (F) III. Destaca la concisión y sencillez estilística típica de Bécquer. (V)

Rpta.: A

6. *Los invisibles átomos del aire
en derredor palpitan y se inflaman;
el cielo se deshace en rayos de oro;
la tierra se estremece alborozada;
oigo flotando en olas de armonía
rumor de besos y batir de alas;
mis párpados se cierran... ¿Qué sucede?
¡Es el amor que pasa!*

Con respecto a la *Rima X*, de Gustavo Adolfo Bécquer, señale la alternativa que contiene la afirmación correcta.

- A) Se caracteriza por la abundancia de elementos rítmicos y dramáticos.
B) Desarrolla el tema del amor idealizado, descrito como una fuerza súbita.
C) Se presenta el tono filosófico que reflexiona sobre la fugacidad del tiempo.
D) Representa la visión romántica de la mujer fatal, símbolo del amor infortunado.
E) Muestra el predominio de un estilo barroco, recargado de ornamentos retóricos.



Solución:

El fragmento pertenece al género lírico y, con sencillez formal, expresa la súbita irrupción del amor como fuerza idealizada e inasible que transforma la percepción del mundo. Se trata de un sentimiento platónico, intangible y espiritual.

Rpta.: B

7. En las *Leyendas* de Gustavo Adolfo Bécquer, se aprecia el carácter romántico por la preferencia de motivos que se apartan del realismo racionalista y se orientan hacia la
- A) defensa de lo grotesco como fuente de verdad.
 - B) exaltación de un progreso material y científico.
 - C) crítica de las tradiciones populares de España.
 - D) recreación objetiva de la vida burguesa urbana.
 - E) representación de lo misterioso y lo sobrenatural.

Solución:

El Romanticismo privilegia la imaginación y lo irracional, situando al lector en ámbitos donde prevalecen lo legendario, lo fantástico y lo misterioso. Las *Leyendas* de Bécquer son ejemplo de ello, pues desplazan el realismo hacia lo sobrenatural y lo simbólico.

Rpta: E

8. En *La ajorca de oro*, el destino de Pedro no se explica solo por el robo de la joya, sino por la tensión que el relato establece entre lo atractivo y lo funesto. A partir de esta afirmación, señale cuál de las siguientes interpretaciones resulta más coherente con el sentido de la leyenda.
- A) El relato muestra el choque entre lo sagrado y lo profano, donde Pedro sufre por su propia fascinación.
 - B) María representa una atracción seductora y peligrosa que conduce a Pedro a la locura y la caída.
 - C) Las estatuas de la catedral confirman el triunfo del orden divino sobre la debilidad humana.
 - D) El desenlace refleja la salvación de Pedro gracias a la fuerza redentora de la fe cristiana.
 - E) La historia transmite un mensaje de armonía entre el amor humano y lo divino tras la prueba.

Solución:

La leyenda muestra cómo la atracción ejercida por María encierra un poder destructivo: lo bello se convierte en fuerza fatal que arrastra a Pedro a la transgresión y a la locura.

Rpta.: B



PSICOLOGÍA

EJERCICIOS DE CLASE

Marque la respuesta correcta en los siguientes enunciados.

1. Adriana asiste a un concierto y, al ver la multitud reunida, comenta «todas las personas deben ser fanáticas de la banda». Sin embargo, su pareja le aclara que no necesariamente es así, pues quizás algunas asisten acompañando a alguien cercano y otras, porque ganaron la entrada en un sorteo. Según la Gestalt la percepción de Adriana ilustra el principio de

- A) cierre. B) semejanza. C) continuidad.
D) proximidad. E) figura y fondo.

Solución:

La ley de proximidad refiere que los elementos que se mantienen cercanos en el espacio tienden a ser percibidos como parte de un mismo conjunto. En el caso de Adriana, al observar la cercanía espacial de las personas en el concierto, ella generaliza y las percibe como un grupo homogéneo con la misma intención.

Rpta.: D

2. Sentir no es lo mismo que percibir. Dos personas que sienten la misma brisa pueden tener dos procesos perceptivos distintos. En ese sentido, no solo vemos el mundo como es, sino que nuestra mente influye. Por ello, a diferencia de la percepción, la sensación

- A) da significado a la información tomando como referencia las experiencias previas.
B) es un proceso psicológico descendente que surge a partir de captar un estímulo.
C) construye una apreciación partiendo de la información almacenada en la memoria.
D) permite detectar las características de un estímulo sin atribuirles un significado.
E) emplea los recuerdos y las emociones para darle sentido al estímulo captado.

Solución:

La sensación es un proceso fisiológico y ascendente que permite registrar las características de los estímulos provenientes del entorno como del propio cuerpo, sin atribuirles un significado.

Por otro lado, la percepción es un proceso psicológico y descendente que se encarga de organizar e interpretar esos estímulos, dándoles significado.

Rpta.: D

3. En el estudio de Barelds y Dijkstra (2008), sobre las percepciones del atractivo físico de la pareja, se descubrió que las personas suelen percibir a su pareja como más atractiva de lo que esta se percibe a sí misma, y que dicho percepto se mantiene en relaciones de largo plazo. En relación con las alteraciones perceptuales, identifique el/lo(s) enunciado(s) correcto(s):

- I. Ver a la pareja más atractiva de lo que realmente es implica necesariamente una alucinación.
II. Las ilusiones no divergen de la realidad, son una interpretación equivocada del estímulo.
III. En el amor, toda percepción idealizada debe entenderse como síntoma clínico alucinatorio.

- A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) Solo I y II E) Solo II y III



Solución:

- I. **Incorrecto.** Percibir a la pareja como más atractiva es una ilusión, no una alucinación. La alucinación implica percepción sin objeto real.
- II. **Correcto.** La ilusión sí parte de un estímulo real (la pareja), pero es interpretada de forma sesgada.
- III. **Incorrecto.** No toda percepción idealizada es alucinación ni síntoma clínico; muchas ilusiones en el amor son adaptativas.

Rpta.: B

4. Carlos, al volver a su casa, percibe en el cuarto de su hijo, la música de su equipo de sonido en alta intensidad, lo que le genera molestia. Pero, tras decidir tomar un descanso de unos minutos en el sofá de la sala, comienza a sentir el ruido con menor incomodidad. Este caso ilustra la modalidad sensorial _____ y el fenómeno denominado _____.

- | | |
|-----------------------------------|------------------------------------|
| A) auditiva – transducción | B) vestibular – umbral absoluto |
| C) háptica – adaptación sensorial | D) auditiva – adaptación sensorial |
| E) háptica – transducción | |

Solución:

El sonido de la música ingresa por modalidad sensorial auditiva. En tanto que la adaptación sensorial es un proceso que ocurre cuando una persona permanece expuesta durante un tiempo prolongado a un mismo estímulo físico. Como resultado, se reduce progresivamente la intensidad de lo sentido, haciendo que la sensibilidad ante ese estímulo constante disminuya.

Rpta.: D

5. Fátima, cuando viajó a Italia, no dominaba el idioma. Cuando quiso comer un helado y el vendedor de la heladería no le entendía, ella le dibujo un cono y, encima, una esfera. La acción está en relación a la teoría de _____ al referirse a la capacidad de _____.

- A) igualación a una plantilla – reconocer un patrón
- B) componentes o geones – combinar moldes geométricos
- C) análisis de características – computar rasgos almacenados
- D) componentes o geones – reconocer en base a rasgos
- E) igualación a una plantilla – comparar códigos almacenados

Solución:

La teoría de componentes o geones plantea que los objetos se reconocen al descomponerse en figuras geométricas básicas (como cono y esfera), justo como el trabajador describió el helado.

Rpta.: B

6. Cada modalidad sensorial tiene umbrales absolutos que han sido estudiados en diversos experimentos a través de la historia de la psicología. Indique el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados respecto al concepto de umbral absoluto.

- I. Es el límite que diferencia los estímulos captables y no captables por los sentidos.
- II. Se requiere de un estímulo de máxima intensidad para superar este umbral.
- III. Se asocia a la permanencia de la energía normal del estímulo en señal nerviosa.

- | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| A) VFF | B) VFV | C) FVV | D) FFF | E) FVF |
|--------|--------|--------|--------|--------|



Solución:

- I. (V) El umbral absoluto es el límite para que la mínima intensidad de un estímulo sea captable por el receptor sensorial.
- II. (F) Se requiere de una mínima intensidad captable.
- III. (F) La transformación de energía normal a señal nerviosa es la transducción.

Rpta.: A

7. Las leyes de agrupación señalan que la percepción tiende a organizarse bajo ciertos principios. A continuación, relacione estas leyes con su respectivo ejemplo.

- | | |
|-----------------|--|
| I. Cierre | a. Akira ve a varios atletas con polo rojo y asume que son parte de un mismo equipo. |
| II. Semejanza | b. Jorge suele completar las frases de su mejor amiga Melissa. |
| III. Proximidad | c. Said camina con Micaela en el centro comercial y otros los perciben como pareja. |

A) Ia, IIb, IIIc B) Ib, IIa, IIIc C) Ic, IIa, IIIb D) Ia, IIc, IIIb E) Ic, IIb, IIIa

Solución:

Ib Cierre: Cuando Jorge completa las frases de Melissa, está “cerrando” lo que ella no terminó de decir. La percepción se organiza, de tal modo que, la mente une la parte incompleta con lo que falta, lo que genera un todo coherente.

IIa Semejanza: Akira percibe que varias personas llevan la misma prenda de color rojo y concluye que forman parte de un mismo grupo. La semejanza en el color es lo que le hace verlos como un conjunto.

IIIc Proximidad: Said y Micaela aparecen juntos físicamente (cercanía espacial), y las personas interpretan esa proximidad como signo de que son pareja, aunque no necesariamente sea así.

Rpta.: B

8. Nuestros sentidos están capacitados para captar diferentes cualidades de los estímulos. Cada órgano sensorial receptor las transforma en impulsos nerviosos que viajan hasta su respectivo destino encefálico. Relacione los siguientes lóbulos corticales con su respectivo enunciado.

- | | |
|---------------|---|
| I. Occipital | a. Destino de la modalidad sensorial que procesa la percepción para direccionar un carro. |
| II. Parietal | b. Zona perceptiva que se utiliza al escuchar la caída del agua. |
| III. Temporal | c. Estructura encefálica con la que se puede identificar la suavidad del pelo del gato. |

A) Ia, IIb, IIIc B) Ib, IIc, IIIa C) Ic, IIb, IIIa D) Ib, IIa, IIIb E) Ia, IIc, IIIb

Solución:

Ia. El destino encefálico de la modalidad sensorial visual se encuentra en el lóbulo occipital.

IIc. El lóbulo parietal es el destino encefálico de la modalidad sensorial táctil y gustativa.

IIIb. La modalidad sensorial auditiva tiene como destino encefálico el lóbulo temporal.

Rpta.: E



9. En una obra de arquitectura, la nueva estructura de cristal brillante y elevada de forma de un barco, emerge de la superficie de un edificio antiguo y parece «flotar». Para el turista, la estructura moderna del «barco» resalta de manera predominante sobre el edificio histórico, capturando la atención de quienes lo ven. Este caso ilustra el principio organizativo de la Gestalt denominado
- A) proximidad. B) semejanza. C) continuidad.
D) figura y fondo. E) cierre.

Solución:

En el principio de figura y fondo se explica la tendencia a diferenciar un elemento que destaca de su contexto. En este caso, la estructura de cristal, brillante y elevada en forma de un barco (figura), destaca sobre el edificio antiguo (fondo).

Rpta.: D

10. Gerardo sintió un dolor intenso en la región abdominal por consumir alimentos en mal estado. Esta alerta en su propio cuerpo está asociado a la modalidad sensorial
- A) háptica. B) cenestésica. C) cinestésica.
D) vestibular. E) gustativa.

Solución:

La cenestesia es una modalidad sensorial que se refiere a la detección de dolor interna o presión endógena. Gracias a esta modalidad, el individuo puede tener conciencia de su estado corporal, tal es este caso en el que Gerardo detecta que hay sustancias dañinas en su cuerpo.

Rpta.: B

EDUCACIÓN CÍVICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. La mediación es un procedimiento a través del cual dos personas involucradas en un conflicto al no alcanzar un acuerdo por negociación recurren a un mecanismo alternativo de solución que es la mediación. Para que este último proceso sea efectivo es necesario que
- A) el mediador promueva el diálogo entre ambas partes, proponiendo alternativas de solución.
B) el orientador brinde consejos y sugerencias ante el problema, facilitando el diálogo entre las partes.
C) las partes cuenten con la asesoría de un abogado para que vele por sus derechos durante el proceso.
D) el árbitro defienda los intereses de la persona que presente mayor vulnerabilidad en la situación de conflicto.
E) este presente una persona neutral capacitada y acreditada por el Ministerio de Justicia, facilitando la comunicación.

Solución:

Es un procedimiento que intenta, en forma pacífica, dar solución al problema cuando las partes en conflicto no logran ponerse de acuerdo. Estas recurren a una tercera persona neutral que hace de mediador, quien cumple un rol orientador, guiando y brindando a las partes consejos y sugerencias, pero no proponiéndoles fórmulas de solución. El mediador cumple principalmente, una función facilitadora del diálogo entre las partes.

Rpta.: B



2. Con la finalidad de ofrecer una vía accesible y eficaz para solucionar conflictos entre ciudadanos, el Ministerio de Justicia y Derechos Humanos promueve el arbitraje, un mecanismo que ha mostrado un notable incremento en casos atendidos y resueltos. Según lo expuesto, identifique los enunciados correctos en los que motivan a las personas a elegir este procedimiento.

- I. Ahorro de tiempo y dinero en comparación con un proceso judicial
- II. El árbitro conduce el proceso con alternativas de solución de terceros.
- III. La decisión posee la misma fuerza legal y validez que una sentencia judicial.
- IV. Cumple principalmente una función facilitadora del diálogo entre las partes.

- A) II y IV B) I y IV C) II y III D) III y IV E) I y III

Solución:

El arbitraje es un mecanismo de solución de conflictos, de carácter particular, mediante el cual dos partes enfrentadas por una controversia de orden contractual deciden recurrir a un tercero llamado árbitro, quien dará la solución definitiva del conflicto. Los árbitros son personas especializadas en el tema, materia del conflicto. Las ventajas de este mecanismo son:

- Ahorro de tiempo y dinero en comparación con un proceso judicial
- Los árbitros son profesionales calificados e imparciales.
- El laudo tiene los mismos efectos que una sentencia judicial firme, es decir, es de obligatorio cumplimiento para ambas partes.

Rpta.: E

3. La violencia representa uno de los desafíos más urgentes que el Estado peruano debe enfrentar diariamente. Este fenómeno implica el uso intencional contra uno mismo o hacia otros, lo que ocasiona daños psicológicos o físicos, además de manifestarse de diversas formas. A partir de lo descrito, establezca la relación correcta entre el tipo de violencia con su respectivo ejemplo.

- I. Psicológica a. Al comentarle que iría a visitar a su madre, su pareja se alteró negándole la salida, empujándola con fuerza contra la pared y hacerla caer al suelo, causándole lesiones en gran parte de su cuerpo.
- II. Sexual b. Al contarle a su pareja sobre asistir a una reunión con sus excompañeros de universidad, este reaccionó molesto y le dijo: «No sirves para nada, te quedas en casa, porque seguro harás el ridículo».
- III. De género c. Una trabajadora fue hostigada y discriminada en su centro de labores por su jefe y compañeros. La excluían de reuniones importantes, les asignaban tareas inferiores a sus capacidades y cuestionaban constantemente su desempeño. Además, recibió comentarios ofensivos por su condición, así como amenazas de despido si no cumplía ciertas exigencias.
- IV. Física d. Al pedirle su manifestación a la afectada ella declaró: «Se acercó por detrás de mi asiento en el bus, rozándome mientras me susurraba cosas obscenas al oído, a pesar que le pedí que se alejara».

- A) Ic, Ila, IIId, IVb B) Ic, IId, IIIa, IVb C) Ib, IId, IIId, IVa
D) Id, Ila, IIId, IVb E) Ib, IIc, IIIa, IVd



Solución:

- | | |
|----------------|--|
| I. Psicológica | b. Al contarle a su pareja sobre asistir a una reunión con sus antiguos compañeros de universidad, él reaccionó molesto y le dijo: «No sirves para nada, te quedas en casa, porque seguro harás el ridículo». |
| II. Sexual | d. Al pedirle su manifestación, ella declaró: «Se acercó por detrás de mi asiento en el bus, rozándome mientras me susurraba cosas obscenas al oído, a pesar que le pedí que se alejara». |
| III. De género | c. Una trabajadora fue hostigada y discriminada en su centro de labores por su jefe y compañeros. La excluían de reuniones importantes, les asignaban tareas inferiores a sus capacidades y cuestionaban constantemente su desempeño. Además, recibió comentarios ofensivos por su condición, así como amenazas de despido si no cumplía ciertas exigencias. |
| IV. Física | a. Al comentarle que iría a visitar a su madre, su pareja se alteró negándole la salida, empujándola con fuerza contra la pared y hacerla caer al suelo, causándole lesiones en gran parte de su cuerpo. |

Rpta.: C

4. La Comisión de la Verdad y Reconciliación (CVR), al presentar su informe final, planteó una serie de recomendaciones orientadas a fortalecer las acciones democráticas y promoción de reformas institucionales en el Perú. De lo expuesto, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados que garanticen la prevención de sucesos de violencia.

- I. Promover la enseñanza de habilidades socioemocionales dentro del aula que garantice una educación de calidad.
- II. Presencia activa y eventual del Estado, así como la provisión de servicios públicos esenciales en las urbes.
- III. Reconocer y respetar la organización popular, promoviendo de manera activa la inclusión del enfoque intercultural.
- IV. Fomentar la confianza ciudadana, reconstruyendo los vínculos deteriorados entre la población y las instituciones estatales.

A) I, III y IV B) I, II y III C) II, III y IV D) I, II y IV E) Solo II y IV

Solución:

- I. **Correcto.** La elaboración de una reforma que asegure una educación de calidad, que promueva valores democráticos.
- II. **Incorrecto.** La presencia de la autoridad democrática y de los servicios del Estado en todo el territorio, no solo en las urbes.
- III. **Correcto.** Recoger y respetar la organización popular, las identidades locales y la diversidad cultural, y promoviendo la participación ciudadana.
- IV. **Correcto.** Generar confianza cívica, restableciendo las relaciones dañadas entre los ciudadanos y el Estado, de modo que se consolide la transición y gobernabilidad democrática y se prevengan nuevos escenarios de violencia

Rpta.: A



HISTORIA

EJERCICIOS DE CLASE

1. La Edad Media duró aproximadamente un milenio, desde el año 476 con la caída del Imperio romano occidental y concluyó el año 1453 con la caída del Imperio romano oriental. Se caracterizó por la pérdida de la unidad política en Europa, debido a las constantes guerras, invasiones y epidemias. Por ello, la sociedad se organizó alrededor de una minoría de nobles dedicados, básicamente, a la guerra para proteger al resto de la población. Identifique el valor de verdad (V o F) en torno al desarrollo de la Edad Media en los siguientes enunciados.
- I. Entre los factores que permitieron el desarrollo del feudalismo se encuentra la desintegración del Imperio bizantino.
 - II. La sociedad medieval era estamental destacando los *oratores* encargados del control ideológico de la población.
 - III. La guerra de los Cien Años fue uno de los conflictos desarrollados al final de la Edad Media entre Francia y Alemania.
 - IV. Fe, limosna, ayuno, peregrinación y yihad fueron los pilares de la religión islámica establecidos por el profeta Mahoma.
- A) VFVF B) VFFV C) FVFV D) FVVV E) FVFF

Solución:

El feudalismo tuvo diversos factores para su desarrollo entre los que se encuentra la desintegración del Imperio carolingio y la nueva oleada de invasiones bárbaras donde destacaron los normandos. La guerra de los Cien Años duró 116 años desde 1337 hasta 1453 y fue un conflicto entre los reinos de Francia e Inglaterra por la disputa de territorios franceses. En la sociedad musulmana se practican cinco pilares religiosos entre los que destacan fe, limosna, ayuno, peregrinación y oración, la cual realizan cinco veces al día.

Rpta.: E

2. Los romanos llamaban bárbaros o extranjeros a aquellos pueblos extraños que vivían fuera de las fronteras del imperio (limes). No habían sido conquistados y tenían una cultura diferente a la de los romanos tanto en idioma, religión, arte, costumbres, instituciones, etc. Políticamente, eran federaciones de tribus nómadas en constante conflicto entre ellos y con otros pueblos, relativamente poco organizadas, cuya unión se basaba en el principio de la adhesión al rey. Identifique cuáles de los siguientes enunciados fueron consecuencias de las invasiones bárbaras.
- I. Produjeron el fin del Imperio romano de Oriente
 - II. Surgieron las lenguas romances del latín vulgar
 - III. Difundieron el cristianismo como culto oficial
 - IV. Ruralizaron la economía de las ciudades
- A) Solo I y II B) II y III C) I, II y III D) Solo I y III E) III y IV

Solución:

Las invasiones produjeron una contracción del comercio y hubo una ruralización de las actividades económicas. También habría que señalar los elementos de fusión que hubo



entre germanos y romanos como ocurrió con el derecho consuetudinario que tuvo que transformarse en derecho escrito, las lenguas germanas modificaron el latín que terminaría constituyendo en las lenguas romances (italiano, francés, español, etc.), el paganismo politeísta se adhirió al cristianismo, aunque mantuvo muchos elementos de su religión como las supersticiones, etc. Todo esto permitió finalmente la formación de los reinos bárbaros.

Rpta.: B

3. La importancia del Imperio bizantino radicó en que recogió la tradición heredada de los elementos cristianos, orientales y grecorromanos y se constituyó en un símbolo de la civilización cristiana, frente a los bárbaros, persas, árabes y turcos. Fue el guardián de los tesoros grecorromanos que se salvaron de la destrucción de las invasiones bárbaras y un obstáculo para el avance islámico en Europa. Respecto al Imperio bizantino, identifique el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. Surge de la división del Imperio romano hecha por el emperador Teodosio entre sus hijos Honorio y Arcadio en el año 395 d. C.
- II. La máxima autoridad de la Iglesia bizantina, era el Patriarca y durante el Cisma de Oriente se separó de la Iglesia católica romana.
- III. Destacó el cesaropapismo, donde el *basileus* controlaba políticamente el Estado como la Iglesia ortodoxa dentro del Imperio.

A) FVF B) FFV C) VVV D) FVV E) VFV

Solución:

El origen de Bizancio se encuentra en la división del Imperio romano hecha por el emperador Teodosio el año 395 d.C. entre sus dos hijos; a Honorio le correspondió la zona de Occidente con capital en Roma y a Arcadio la región del Oriente, con su capital Constantinopla, llamada antiguamente Bizancio. El Cisma de Oriente separó a la Iglesia bizantina de la Iglesia romana. La Iglesia bizantina decidió denominarse «ortodoxa», es decir, la única que seguía la verdadera doctrina. Finalmente, el término del cesaropapismo, consiste en que el *basileus* (emperador) controlaba tanto el Estado como la Iglesia dentro del Imperio.

Rpta.: C

4. El feudalismo es un régimen social económico y político que predominó durante la Edad Media europea y que se caracterizó fundamentalmente por la importancia que tuvo la propiedad de la tierra, por el cual hubo un predominio de la actividad agrícola, la que fue concentrada por los señores nobles. ¿Cuál de los siguientes enunciados podríamos afirmar como causas de su origen?

- I. La economía se dirigió al sector urbano, volviéndose agrícola y restringiéndose las actividades comerciales impulsadas desde las ciudades.
- II. La sociedad de este tiempo se tornó estamental, grupos cerrados diferenciándose principalmente por la riqueza de sus miembros.
- III. Las segundas invasiones llevadas por vikingos, magiares y otros generaron un clima de inseguridad que motivó la búsqueda de protección.
- IV. La ausencia de un poder centralizado otorgó un mayor protagonismo a los diversos poderes locales tras la caída del Imperio carolingio.

A) I, II, III y IV B) Solo III y IV C) Solo II, III y IV
D) Solo I y II E) Solo I, II y III



Solución:

Las causas que dieron origen al régimen feudal fueron diversas. Una de las más importantes fueron los efectos que generaron sobre Europa las invasiones bárbaras de los siglos IX y X. El clima de inseguridad creciente motivó la búsqueda de protección, por lo cual se fueron constituyendo las relaciones de dependencia. Otra de las causas en el origen del feudalismo está en la desintegración del Imperio carolingio (siglo IX). La ausencia de un poder centralizado creó las condiciones para que los diversos poderes locales cobraran protagonismo. Muchos de los feudos de esta época estaban circunscritos a las jurisdicciones territoriales que, por ejemplo, habían tenido las marcas en la época del Imperio carolingio.

Rpta.: B

5. Desde el siglo XI al XIII, Europa occidental se encontró en un proceso de crecimiento que dio origen al capitalismo mercantil en las zonas urbanas y en sus entornos productivos rurales. Los fundamentos de la economía feudal sucumben ante la fuerza de la economía urbana. En ese contexto se produjo una profunda crisis que afectó toda Europa, por sus grandes efectos en todas las manifestaciones de la vida del hombre a finales de la Edad Media. Identifique cuáles de los siguientes enunciados son consecuencias de la crisis del siglo XIV.

- I. Crisis de las creencias religiosas cristianas y depresión demográfica
- II. Desarrollo de la guerra de las Cruzadas contra los turcos selyúcidas
- III. Bloqueo comercial hacia Oriente como consecuencia del avance turco
- IV. Revueltas rurales y urbanas, producto de la elevación de los precios

- A) Solo I y IV
- D) Solo I y II

- B) I, II, III y IV
- E) Solo II y III

- C) Solo II y IV

Solución:

La crisis del siglo XIV influirá de dos maneras: a nivel institucional se manifiesta el dominio de los monarcas franceses al papado lo que generó el cisma de Occidente, y la segunda manera, fue en las creencias religiosas, con el surgimiento de un gran movimiento místico en los sectores populares, que, ante el terror a las epidemias, las guerras, etc., reinterpreta la muerte y las creencias en el más allá. Además, durante este siglo la producción agrícola europea se redujo por una serie de causas, que parten por el inicio de un cambio climático caracterizado por el mayor frío, que generó el empobrecimiento del suelo, que trajeron como consecuencias inmediatas la peste y la despoblación. La crisis en el mundo rural se manifestó en numerosas revueltas campesinas, originadas por el incremento de los impuestos, el pánico ante la peste, el ataque de los bandidos, entre otras.

Rpta.: A



GEOGRAFÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Nuestro país se caracteriza por presentar una gran variedad de climas, que van desde las zonas áridas en la costa, áreas frías en los Andes, hasta las regiones muy húmedas en la selva. De lo mencionado, identifique los enunciados correctos relacionados con los factores climáticos que generan la mencionada diversidad.

- I. El sistema orográfico andino actúa como una barrera natural que dificulta el avance de los vientos alisios provenientes del suroeste.
- II. La corriente peruana se desplaza de sur a norte a lo largo del litoral, influyendo en la formación de lomas por todo el sector costero.
- III. El Anticiclón del Pacífico Sur se caracteriza por ser una masa de aire fría, estable y seca que intensifica las garúas en la costa centro y sur.
- IV. Las nubes estratos se originan por influencia de la Corriente de El Niño, generando efectos climáticos en las regiones de Tumbes y Piura.

A) II, III y IV B) I y III C) II y IV D) I y IV E) Solo III

Solución:

- I. **Incorrecto.** La cordillera de los Andes actúa como una barrera natural que dificulta el avance de los vientos alisios provenientes del sureste.
- II. **Incorrecto.** La corriente peruana se desplaza de sur a norte a lo largo del litoral, influyendo en la formación de lomas por toda la costa meridional y central.
- III. **Correcto.** El Anticiclón del Pacífico Sur se caracteriza por ser una masa de aire fría, estable y seca que intensifica las garúas en la costa centro y sur.
- IV. **Incorrecto.** Las nubes estratos se originan por influencia de la Corriente Peruana, generando efectos climáticos en las regiones de la costa centro y sur.

Rpta.: E

2. Un grupo de estudiantes de último año de secundaria planifican un viaje a la selva alta del país, ubicada entre los 1000 y 400 metros sobre el nivel del mar. Antes de iniciar su trayecto, investigan sobre las condiciones meteorológicas del lugar e informan que el lugar presenta temperaturas inferiores a 22° C con precipitaciones que superan los 2000 mm al año, incluso que existen bolsones pluviales. Con base a esta descripción, el clima predominante en el lugar que visitarán los estudiantes corresponde a un

- A) templado subhúmedo.
- B) cálido muy seco.
- C) semicálido muy húmedo.
- D) cálido húmedo.
- E) semicálido muy seco.

Solución:

El clima semicálido muy húmedo es característico de la selva alta peruana, una región ubicada entre los 1000 a 400 m s. n. m., debido a la altitud, las temperaturas en esta zona suelen ser inferiores a los 22° C, aunque en el fondo de los valles se registran temperaturas más elevadas. Esta zona se distingue por su alta humedad con precipitaciones anuales que superan los 2000 mm, lo que favorece una exuberante biodiversidad y una densa vegetación durante todo el año.

Rpta.: C



3. Entre los meses de abril y agosto, diversos departamentos del Perú, enfrentan heladas, caracterizadas por un marcado descenso de temperatura durante la noche y la madrugada. De acuerdo con el Ministerio de Salud, los grupos humanos más expuestos a estas condiciones climáticas son los infantes, menores de 5 años, y los adultos mayores. Según la información y considerando la altitud, ¿qué regiones se verían afectadas por este fenómeno climático?
- A) Piura y Tumbes ubicadas por debajo de los 1000 m s. n. m.
B) Huancavelica y Pasco situadas a menos de 3500 m s. n. m.
C) Lima e Ica extendidas aproximadamente a unos 500 m s. n. m.
D) Ucayali y Madre de Dios situadas en torno a 400 m. s. n. m.
E) Ayacucho y Puno ubicadas a más de 3500 m s. n. m.

Solución:

Al finalizar la temporada de lluvias, las heladas meteorológicas generalmente inician en abril y terminan en setiembre, alcanzando su periodo más frío; y es más frecuente en los meses de junio y julio. El descenso es más intenso, pues se registra en las noches y en la madrugada antes de salir el sol con condiciones de cielo despejado o escasa nubosidad. La región afectada es la sierra sobre los 3500 m s. n. m.; sin embargo, se hace más frecuente y, con valores más bajos, en la sierra sur y a mayor altitud.

Rpta.: E

4. El fenómeno de El Niño es una alteración climática que provoca el calentamiento inusual de regiones del océano Pacífico, lo que afecta de manera significativa el clima del Perú. Con relación a las principales consecuencias que produce el mencionado fenómeno en nuestro país, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.
- I. Se genera un incremento en la temperatura atmosférica y una copiosa pluviosidad en la zona septentrional de la costa peruana.
II. La zona nerítica de todo nuestro mar se mantiene estable sin alterar su ecosistema, caracterizado por la abundancia de especies de aguas frías.
III. El fenómeno favorece el incremento del cultivo de arroz en la costa, y contribuye en la regeneración de bosque secos y acuíferos.
IV. La proliferación de mosquitos incrementa la vulnerabilidad de las personas al transmitir enfermedades.
- A) FV FV B) VF VV C) VV FF D) FF VV E) VV VF

Solución:

- I. **Verdadero.** En el Perú, se incrementa la temperatura del mar peruano, lo que origina a su vez el incremento de la temperatura del aire y de las precipitaciones en la costa norte.
II. **Falso.** A nivel biótico, los peces de agua fría como la sardina, anchoveta y merluza migran o se profundizan; sin embargo, aparecen especies propias de aguas cálidas.
III. **Verdadero.** El incremento de la temperatura del aire en la costa afecta a algunos cultivos como el algodón y beneficia a otros como el arroz.
IV. **Verdadero.** Se incrementa la vulnerabilidad de las personas con la presencia de mosquitos transmisores de males como el dengue y la chikungunya.

Rpta.: B



ECONOMÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. En un mercado de Lima Metropolitana se produce un incremento en el precio de la papa y la carne de ave, entre otros productos. Si se asume que, respecto al precio, la demanda de la papa es inelástica y la de carne de ave es elástica, ¿qué ocurre con el monto del gasto en estos productos por parte de las familias?

- A) Aumenta al comprar papa y disminuye al comprar carne de ave.
- B) Aumenta al comprar papa y al comprar carne de ave.
- C) Disminuye al comprar papa y al comprar carne de ave.
- D) Sube al comprar carne de ave y cae al comprar papa.
- E) Se mantiene constante al comprar papa.

Solución:

La demanda inelástica es aquella que se muestra poco sensible ante un cambio en el precio, es decir, las variaciones que se producen en el precio de un bien o servicio tienen un efecto de variación porcentual menor a la unidad en su cantidad demandada; en cambio, la demanda de un bien es elástica cuando tiene un efecto de variación mayor a la unidad, por lo tanto, según la pregunta, al ser la demanda de la papa inelástica el monto del gasto aumentará, en cambio, el gasto en carne de ave disminuirá al tener demanda elástica.

Rpta.: A

2. Con la llegada del verano 2026, muchas familias decidirán pasar la temporada en los balnearios de moda, para poder disfrutar del sol, de los deportes acuáticos y demás bondades de la calurosa estación, pero también se nota un considerado aumento en el precio de las habitaciones de dichos hoteles dado el(a) _____ de huéspedes.

- A) disminución en el precio
- B) disminución en la demanda
- C) aumento de la demanda
- D) congelamiento de la oferta
- E) caída de la oferta

Solución:

En las épocas de verano, las familias buscan pasar unos días o toda la temporada, en los balnearios de moda, recurriendo al alquiler de hoteles y hospedajes; por lo tanto, la demanda en dicho servicio aumenta.

Rpta.: C

3. En el mercado de frutas del distrito de San Luis, donde la interacción de ofertantes y demandantes determina de manera dinámica el precio de mercado, establezca el orden en que se producen los sucesivos cambios, suponiendo un aumento del sueldo de los trabajadores de la administración pública.

- I. Aumenta el precio de mercado.
- II. Aumenta el ingreso de los consumidores.
- III. Se incrementa la demanda de mercado.
- IV. El mercado vuelve al equilibrio

- A) I, V, II, III y IV
- B) II, III, I, V y VI
- C) II, I, V, III y IV
- D) I, II, III, IV y V
- E) I, III, II, IV y V



Solución:

El incremento del sueldo generará un aumento de la demanda y esto originará un aumento del precio; luego, debido al mayor precio del producto (fruta), se reducirá la cantidad demandada y el mercado tenderá al equilibrio.

Rpta.: B

4. El exceso de oferta en un mercado libre es originado por

A) la intervención del Gobierno. B) el aumento de los costos.
C) la reducción de la demanda. D) un precio mayor al de equilibrio.
E) la aparición de un mercado negro.

Solución:

En un mercado libre, el exceso de oferta se produce generalmente por el incremento del precio del producto por encima del equilibrio, lo cual incentiva el nivel de producción.

Rpta.: D

5. En general, la relación entre la variación del precio y la variación de la cantidad ofertada de un bien se da en razón

A) directa. B) inversa. C) constante. D) fluctuante. E) decreciente.

Solución:

Entre el precio y la cantidad ofrecida hay una relación directa.

Rpta.: A

6. Carlos es un fabricante de calzado. Su taller está ubicado en el distrito de Chorrillos. Resulta que se ha incrementado el precio del cuero, lo que trae como consecuencia que

A) aumente la oferta del bien. B) demande mayor del bien.
C) disminuya la oferta de calzado. D) incremente el nivel de producción.
E) se mantenga indiferente ante el mercado.

Solución:

Los costos de producción son un factor que influye en la oferta. Siendo que la cantidad ofertada varía en relación inversa a los costos de producción. Un incremento en el precio del cuero generará disminución de la oferta de calzado.

Rpta.: C

7. Suponga que los precios de los nuevos departamentos que se construyen en Lima Metropolitana se han elevado y las ventas también lo han hecho. Al respecto, podemos afirmar que

A) la demanda de casas aumentó.
B) se violó la ley de la demanda.
C) se violó la ley de la oferta.
D) nuevas empresas entraron en la industria de la construcción.
E) las empresas constructoras enfrentan costos más altos.



Solución:

La cantidad demandada de un bien o servicio es aquella que un consumidor está dispuesto a comprar a un precio en el mercado. La ley de la demanda establece que “la cantidad demandada varía en relación inversa a su precio”. Es decir, si los precios se elevan, la cantidad demandada disminuye. Sin embargo, en este caso, a pesar de que los precios de los nuevos departamentos se elevaron, las ventas también lo han hecho.

Rpta.: B

8. Un aumento o disminución de la función de la oferta se produce cuando ocurre una de las siguientes posibilidades

- A) los impuestos y la tecnología aumentan o disminuyen en el tiempo.
- B) los gustos y preferencias del consumidor cambian en el tiempo.
- C) no existe variación alguna ni de los impuestos ni de la tecnología.
- D) los bienes superiores sustituyen a los bienes inferiores.
- E) se produce cambios en los precios de los bienes o servicios relacionados.

Solución:

Tanto los impuestos y la tecnología, forman parte de la función de la oferta; por lo tanto, cuando dichas variables aumentan o disminuyen en el tiempo, afectan a la función de oferta y la oferta misma, los impuestos (a la renta o a los activos) afectarán de modo indirecto y la tecnología productiva afectará de modo directo.

Rpta.: B

9. Los modelos de celulares, que adquieren los consumidores, tendrá una demanda _____ ante la variación del precio.

- A) elástica
- B) inelástica
- C) unitaria
- D) perfectamente inelástica
- E) perfectamente elástica

Solución:

Si el precio de un modelo de celular aumenta y, dado el mercado de celulares actual, los consumidores pueden optar por otros modelos, cuyos precios sean accesibles a sus ingresos.

Rpta.: A

10. En la teoría del consumidor, la elasticidad, precio de la demanda, compara el cambio porcentual de la cantidad demandada con el cambio porcentual en el precio de un determinado bien o servicio. Es así que, ante las distintas posibilidades de comportamiento que presenta la demanda, se puede afirmar que es inelástica cuando la variación del precio del bien o servicio

- A) sí afecta significativamente la variación de la cantidad demandada de dicho bien o servicio.
- B) no afecta significativamente la variación de la cantidad demandada de dicho bien o servicio.
- C) desplaza a la derecha la función de demanda del consumidor de dicho bien o servicio.
- D) desplaza a la izquierda la función de demanda del consumidor de dicho bien o servicio.
- E) afecta significativamente la función de oferta del mayor productor de bienes y servicios.



Solución:

La demanda inelástica es aquella que se muestra poco sensible ante un cambio en el precio. Es decir, que las variaciones que se producen en el precio de un bien o servicio tienen un efecto relativamente pequeño en la cantidad demandada de aquel bien o servicio, es decir, no lo afecta significativamente.

Rpta.: B

FILOSOFÍA

LECTURA COMPLEMENTARIA

"El objeto de esta teoría [la argumentación] es el estudio de las técnicas discursivas que permiten provocar o aumentar la adhesión de las personas a las tesis que se presentan para su asentimiento.

Para que una argumentación se desarrolle es necesario, en efecto, que se produzca una comunidad efectiva de personas. Hay que notar que la noción de auditorio es central en el argumento. Podemos definirlo como el conjunto de aquellos sobre quienes el orador quiere influir con su argumentación. Toda argumentación se desarrolla en función de un auditorio."

Chaïm Perelman y Lucie Olbrechts-Tyteca (1989). Tratado de la Argumentación: La Nueva Retórica. Madrid: Gredos, p. 34

En concordancia con el fragmento citado, podemos concluir que la teoría de la argumentación

- A) está constituida por las formas mentales.
- B) es un encadenamiento de proposiciones.
- C) busca básicamente formular leyes y principios.
- D) tiene como objetivo persuadir a un auditorio.
- E) es muy útil para alcanzar la auténtica verdad.

Solución:

Tiene como objetivo persuadir a un auditorio. Sobre la base del fragmento, podemos concluir que la teoría de la argumentación busca persuadir a un auditorio.

Rpta.: D

EJERCICIOS DE CLASE

1. Toda persona nacida en el territorio de la República, o es hija de ciudadanos nacionales o es hija de extranjeros. Si es hija de ciudadanos nacionales (o al menos uno lo es), adquiere automáticamente la nacionalidad por derecho de suelo (ius soli), y si adquiere la nacionalidad, está sujeta a la Constitución Nacional. Pero si una persona es hija de extranjeros, aunque sus padres sean diplomáticos, el derecho de suelo aplica por encima de cualquier otro estatuto legal, y consiguientemente, también adquiere la nacionalidad y está sujeta a la Constitución. Por lo tanto, toda persona nacida en el territorio de la República está sujeta a la Constitución Nacional.

Con respecto al argumento presentado, es correcto señalar que

- A) carece de validez, porque sus premisas son controversiales.
- B) se basa en la adhesión de un auditorio particular (enfoque pragmático).
- C) la conclusión es una generalización probable, a partir de casos observados.
- D) es un tipo de argumentación deductiva.
- E) su validez depende del contenido material de las leyes extranjeras.



Solución:

Es un tipo de argumentación deductiva. Ello se debe a que la verdad de las premisas se transfiere a la conclusión con carácter de necesidad.

Rpta.: D

2. En su obra *Cómo hacer cosas con palabras*, el filósofo analítico John L. Austin (1911-1960) reconoció tres dimensiones fundamentales en el empleo del lenguaje: actos locucionarios (el decir algo de algo), actos ilocucionarios (lo que decimos cuando informamos, nos quejamos, amenazamos, arengamos) y actos perlocucionarios (la acción que provocamos en alguien al decirle algo).

En la línea de la teoría de la argumentación, los actos perlocucionarios son equiparables con

- A) discursos donde predominan las reglas de inferencia.
- B) argumentos que utilizan pruebas y demostraciones.
- C) recopilaciones que dan lugar a razonamientos inductivos.
- D) entimemas que suprimen la premisa o la conclusión.
- E) los argumentos pragmáticos, cuyo objetivo es persuadir.

Solución:

Los argumentos pragmáticos que buscan persuadir. El enfoque pragmático busca lograr la interacción del intérprete, para el logro de la persuasión o el acuerdo con un auditorio, respetando ciertas reglas. La persuasión, el convencimiento, el acuerdo y el consenso son las ideas finales que se persiguen con la misma.

Rpta.: E

3. Un equipo de biólogos dedicó una década a estudiar los patrones migratorios de las aves playeras a lo largo de la costa del Pacífico. Recopilaron datos extensos, que incluyeron miles de mediciones de anillamiento, análisis genéticos de poblaciones en diferentes latitudes y el rastreo satelital de cientos de ejemplares. Analizaron la dieta de las aves a partir de muestras de excremento, observaron sus rutas de vuelo y registraron la temperatura del agua en sus zonas de alimentación. Esta vasta cantidad de evidencia, que abarcó comportamientos individuales y tendencias poblacionales en diversos puntos geográficos, los llevó a formular una teoría sobre los efectos del cambio climático en la biología de las aves. Dicha hipótesis general sostiene que el retraso en el deshielo ártico ha provocado un desfase temporal en el ciclo reproductivo de estas especies, poniendo en riesgo su supervivencia.

Sobre las conclusiones a las que arribó el equipo de biólogos, es coherente afirmar que

- A) convencieron a la mayoría de los biólogos marinos.
- B) solo atienden a la eficacia del discurso científico.
- C) configuran una argumentación inductiva.
- D) su conclusión es necesariamente verdadera.
- E) se basan en una estructura silogística.

Solución:

Configuran una argumentación inductiva. La argumentación inductiva opera al pasar de premisas a una conclusión altamente probable, aunque no necesaria. Premisa 1: El anillamiento de ejemplares mostró un retraso promedio de días en el inicio de la migración. Premisa 2: El análisis genético y de dieta mostró un aumento del estrés



nutricional. Premisa 3: El rastreo satelital confirmó que las aves llegaban a su destino reproductivo cuando el deshielo, y la disponibilidad de alimento, ya había ocurrido. Conclusión: El retraso en el deshielo ártico, debido al calentamiento global y el cambio climático, ha provocado un desfase temporal en el ciclo reproductivo de las especies.

Rpta.: C

4. «Es obvio hoy que Estados Unidos ha fallado en su promesa en lo que respecta a sus ciudadanos de color. En vez de honrar su obligación sagrada, Estados Unidos dio al negro un cheque sin valor que fue devuelto con el sello de 'fondos insuficientes'. Pero nos rehusamos a creer que el banco de la justicia está quebrado. Nos rehusamos a creer que no hay fondos en los grandes depósitos de oportunidad en esta nación. Por eso hemos venido a cobrar ese cheque, un cheque que nos dará las riquezas de la libertad y la seguridad de la justicia». Este es un extracto del discurso de Martin Luther King, ante sus seguidores, en su lucha por los derechos civiles en USA. Con respecto a la argumentación del discurso, es consistente señalar que

- A) utiliza recursos retóricos para persuadir a la audiencia.
- B) conserva un ordenamiento perfecto de las ideas y la conclusión.
- C) tiene un enfoque muy formal en su estructura argumentativa.
- D) es la defensa de una tesis mediante la justificación racional.
- E) se mezclan las refutaciones con los contraargumentos.

Solución:

Utiliza recursos retóricos para persuadir a la audiencia. Es la propia perspectiva pragmática que considera el razonamiento como un tipo de actividad; la realización de una serie de actos y recursos del lenguaje dirigida a lograr la persuasión de un auditorio (retórica) o a interactuar con otro u otros, para llegar a algún acuerdo respecto a cualquier problema teórico o práctico.

Rpta.: A

5. En el ámbito de la retórica pública y la persuasión, es común que los oradores empleen una forma de razonamiento abreviada, conocida como entimema, que se basa en el conocimiento compartido o las creencias de su audiencia. Este recurso, profundamente estudiado por Aristóteles en su Retórica, se usa para lograr una mayor eficacia argumentativa y generar una sensación de complicidad con el receptor. Es particularmente frecuente en debates políticos o publicitarios. Por ejemplo, en el siguiente mensaje publicitario: «Usted merece lo mejor. Compre el coche 'Luminus'»; es un entimema, ya que

- A) la estructura sintáctica del mensaje es simple y directa.
- B) apela directamente a los sentimientos y valores del consumidor.
- C) la conclusión es demasiado vaga para ser refutada con hechos.
- D) la secuencia lógica está completa y el silogismo es perfecto.
- E) se omite la premisa que une el valor (lo mejor) con el objeto (el coche).

Solución:

El argumento es un entimema, porque le falta una premisa clave, que el orador asume, que el público aceptará de inmediato: se omite la premisa que une el valor (lo mejor) con el objeto (el coche).

Rpta.: E



6. Una consultora de moda explicó que tuvo mucho éxito con sus clientes, luego de argumentarles lo siguiente: «Una vez, una mujer llamada Sara se puso en contacto conmigo, porque tenía mucha dificultad para vestirse profesionalmente. Estaba casada, trabajaba como abogada y tenía dos hijos. Como puedes imaginar, tenía una rutina súper agitada y no tenía mucho tiempo para pensar en qué ponerse. Sin embargo, su trabajo requería que se presentara con elegancia todos los días. Lo que hicimos fue crear un armario cápsula: compramos algunas prendas sencillas y elegantes, que se pueden combinar fácilmente para crear nuevos looks. De esa manera, no tenía que gastar mucho dinero comprando artículos nuevos y tampoco tiempo pensando en las combinaciones de prendas». La exitosa acción comunicativa de la consultora de modas radicó en haber utilizado
- A) razonamientos que eran verificables.
 - B) argumentos iguales a los de la ciencia.
 - C) esquemas sin contenido material.
 - D) el ordenamiento lógico de sus ideas.
 - E) un enfoque pragmático con carácter social.

Solución:

Un enfoque pragmático con carácter social. El enfoque pragmático busca lograr la interacción del intérprete, para el logro de la persuasión o el acuerdo con un auditorio, respetando ciertas reglas. Se trata de una actividad final dirigida a un propósito; por tanto, ya no se trata de actividades individuales –como lo formal y material– sino de carácter social que persiguen un fin específico o varios a la vez.

Rpta.: E

7. «El cambio climático es un proceso natural que siempre ha formado parte de la historia de la Tierra, por lo que no hay que preocuparse. ¿Cómo va a estar produciéndose un cambio climático si hace frío?». Estas argumentaciones son algunas de las más escuchadas por aquellos que niegan que exista una crisis climática. Sin embargo, el calentamiento global es un hecho sobre el que existe un sólido consenso científico. De hecho, el cambio climático es, probablemente, el reto más acuciante al que se enfrenta la humanidad.

www.nationalgeographic.com

La estructura argumentativa del texto responde a

- A) la estructura lógica de los entimemas.
- B) una discusión con figuras retóricas.
- C) un caso típico de contraargumentación.
- D) dos opiniones ambiguas sobre lo mismo.
- E) una refutación que señala falacias.

Solución:

Un caso típico de contraargumentación. Un contraargumento es un argumento utilizado a modo de respuesta frente a otro previo. Se trata de un razonamiento que resulta opuesto a un juicio precedente. A un argumento dado se le opone un nuevo o distinto argumento que permite esgrimir una razón contraria.

Rpta.: C



8. La justificación racional es un procedimiento intelectual que busca dar razones a través de argumentos verificables. En el caso de una tesis, la justificación requiere una o más premisas y las conclusiones; sin embargo, es imprescindible establecer

- A) las diversas falacias y refutaciones que encierra una tesis.
- B) la inferencia, que indica que la conclusión sigue de las premisas.
- C) las estrategias persuasivas, para lograr el convencimiento.
- D) los problemas de fundamentación inductiva y sus limitaciones.
- E) los propósitos y objetivos de la investigación científica.

Solución:

La inferencia, que indica que la conclusión sigue de las premisas. Toda defensa racional está premunida de premisas y conclusiones, pero un elemento fundamental es la conexión lógica o inferencia entre las premisas y las conclusiones.

Rpta.: B

FÍSICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. El bloque A de 200 kg de masa es desplazado sobre una superficie horizontal rugosa por acción de la fuerza horizontal F, con rapidez constante tal como se muestra en la figura. Determine el trabajo realizado por la fuerza F cuando el bloque se desplaza 5 m.

$(g = 10 \text{ m/s}^2, \mu_c = 0,4)$

- A) 1000 J
- B) 2000 J
- C) 3000 J
- D) 4000 J
- E) 6000 J



Solución:

Como se desplaza con rapidez constante:

$$F = f_c = \mu_c mg = (0,4)(200)(10) = 800 \text{ N}$$

Trabajo realizado:

$$W = 800 \times 5 = 4000 \text{ J}$$

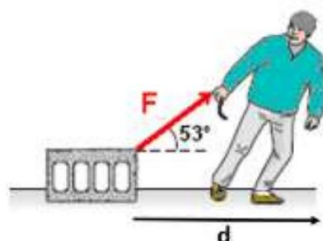
Rpta.: D



2. Un hombre desplaza rectilíneamente un cajón de masa 60 kg sobre una superficie horizontal rugosa ($\mu_c = 0,5$) una distancia de 3 m con una fuerza F de magnitud 500 N, tal como se muestra en la figura. Determine el trabajo neto.

($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A) 200 J
B) 300 J
C) 400 J
D) 500 J
E) 600 J



Solución:

Determinando la Normal:

$$N + F \sin 53^\circ = mg \Rightarrow N + 400 = 600 \Rightarrow N = 200 \text{ N}$$

$$\sum F = ma \rightarrow 300 - (0,5)(200) = 60(a) \quad a = 10/3 \text{ ms}^2$$

$$W_N = F_R d = mad = 60 \left(\frac{10}{3} \right) (3) = 600 \text{ J}$$

Rpta.: E

3. Se lanza un proyectil de masa 200 g con una velocidad de magnitud 100 m/s, formando un ángulo de 53° sobre la horizontal. Determine la energía potencial gravitatoria al cabo de 6 s de iniciado su movimiento, desprecie la resistencia del aire.

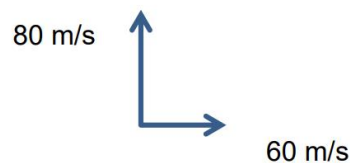
($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- 280 J B) 340 J C) 600 J D) 1000 J E) 1280 J

Solución:

$$E_M = \frac{1}{2} \cdot (0,2) \cdot 100^2 = 1000 \text{ J}$$

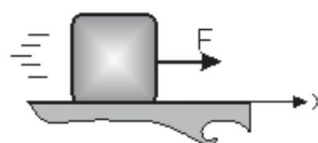
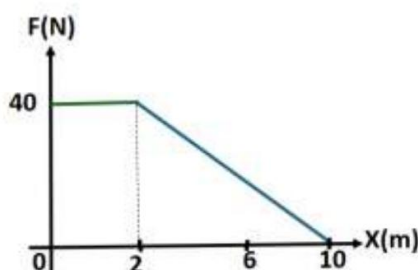
$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} (0,2) (60\sqrt{2})^2 = 720 \text{ J} \rightarrow E_p = 280 \text{ J}$$



Rpta.: A

4. Sobre un cuerpo de masa 4 kg actúa una fuerza neta F en la dirección del eje x que varía con la posición según la gráfica mostrada en la figura. Si el cuerpo parte del reposo en la posición $x = 0$, determine la energía cinética del cuerpo cuando pasa por la posición en $x = +10 \text{ m}$.

- A) 120 J
B) 240 J
C) 260 J
D) 300 J
E) 340 J





Solución:

Por el teorema del trabajo y energía:

$$W_{AB}^F = \frac{(2 + 10)}{2} 40 = E_c - 0 \rightarrow E_c = 240 J$$

Rpta.: B

5. Un bloque de masa 20 kg es desplazado verticalmente por una persona desde la posición 1 hasta la posición 2 con velocidad constante durante 4 s, tal como se muestra en la figura. Determine la potencia desarrollada por la persona.

($g = 10 \text{ m/s}^2$)

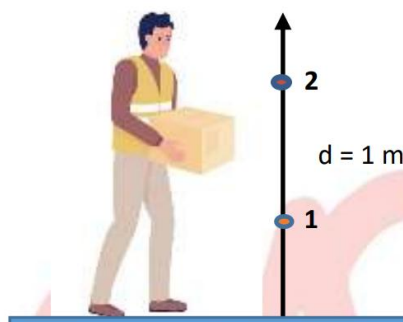
A) 50 W

B) 80 W

C) 90 W

D) 100 W

E) 200 W



Solución:

$$w = Fd = mgd = 20 \times 10 \times 1 = 200 J$$

$$P = \frac{w}{t} = \frac{200}{4} = 50 W$$

Rpta.: A

6. Se utiliza un resorte para detener la caída de un bloque de 4 kg de masa que es soltada desde la posición A tal como se muestra en la figura. Determine la constante elástica k del resorte, si la máxima compresión es $\Delta x = 0,2 \text{ m}$.

($g = 10 \text{ m/s}^2$)

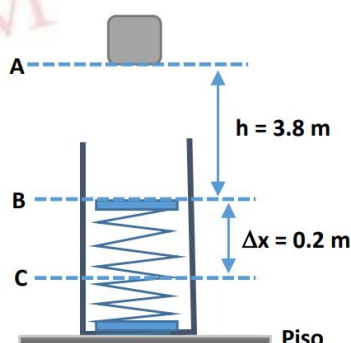
A) 2000 N/m

B) 4000 N/m

C) 6000 N/m

D) 8000 N/m

E) 9000 N/m



Solución:

Por conservación de la energía mecánica: $E_{MA} = E_{MC}$

$$mg(h + \Delta x) = \frac{1}{2} k \Delta x^2$$

$$4 \times 10 \times 4 = \frac{1}{2} k \cdot (0.2)^2 \Rightarrow k = 8000 \text{ N/m}$$

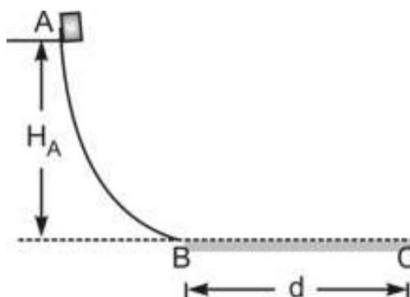
Rpta.: D



7. Un bloque de masa 200 g se suelta desde el punto A, de altura $H_A = 2$ m, desplazándose por una rampa lisa hasta el punto B; luego continúa su movimiento sobre una superficie horizontal rugosa ($\mu_c = 0,5$) deteniéndose en el punto C tal como se muestra en la figura. Determine la distancia entre los puntos B y C.

($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A) 1 m
B) 2 m
C) 3 m
D) 4 m
E) 8 m



Solución:

Aplicando el principio de conservación de la energía mecánica en los puntos A y B con respecto a la base de la figura:

$$E_{MA} = E_{MB} \quad mgh = E_c \quad \rightarrow \quad E_c = 0.2 \times 10 \times 2 = 4$$

Trabajo realizado por la fuerza de rozamiento:

$$W_{BC}^F = -f \cdot d = -\mu \cdot N \cdot d = -0.5 \times 2 \times d$$

Aplicando el Teorema de Trabajo-Energía:

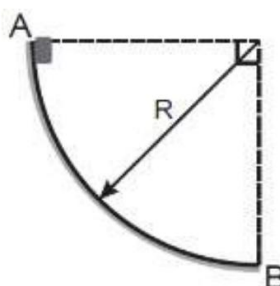
$$W_{BC}^F = 0 - E_c \quad \rightarrow \quad -1 \times d = -4 \quad \rightarrow \quad d = 4 \text{ m}$$

Rpta.: D

8. Se suelta un bloque de masa 2 kg desde el punto A deslizándose por la rampa AB de radio 1 m. Si en este tramo se pierden 4 J de energía en forma de calor debido a que actúan las fuerzas de rozamiento. Determine la magnitud de la fuerza normal sobre el bloque al pasar por el punto B.

($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A) 18 N
B) 20 N
C) 25 N
D) 28 N
E) 30 N





Solución:

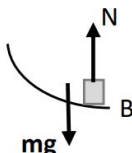
Aplicando de trabajo y energía:

$$W_{AB}^f = \Delta E_M \Rightarrow -4 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot v^2 - 2 \cdot 10 \cdot 1 \rightarrow v = 2 \frac{m}{s}$$

En la posición B se tiene:

$$F_c = m \cdot a_c \rightarrow N - 20 = 2 \cdot \frac{2^2}{1}$$

$$N = 28 \text{ N}$$



Rpta.: D

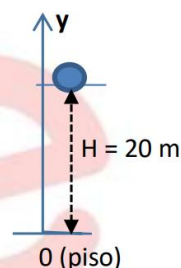
EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Se deja caer un cuerpo de masa $m = 1 \text{ kg}$ desde una altura $H = 20 \text{ m}$. Según esto, indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

$$[g = 10 \text{ m/s}^2]$$

- I. El trabajo realizado por la fuerza gravitacional es 200 J.
II. La energía mecánica a una altura $h = 10 \text{ m}$ es 100 J.
III. La energía cinética al llegar al piso es 200 J.

A) FVV B) VVF C) FFV D) VFV E) FFF



Solución:

- I) V II) F III) V

I : Trabajo realizado por la fuerza gravitacional: $W_{Fg}^f = 10 \times 20 = 200 \text{ J}$

II : La energía mecánica se conserva: $E_M = mgH = 10 \times 20 = 200 \text{ J}$

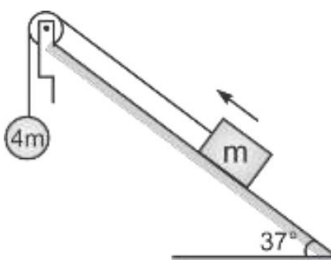
III: Por conservación de la energía mecánica: $EC = 200 \text{ J}$

Rpta.: D

2. En la figura se muestra un bloque de masa m unida a una esfera de masa $4m$ mediante una cuerda ideal que pasa por una polea sin fricción. Determine el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria que actúa sobre el bloque si la esfera se desplaza 5 m.

$$(m = 1 \text{ kg}, g = 10 \text{ m/s}^2)$$

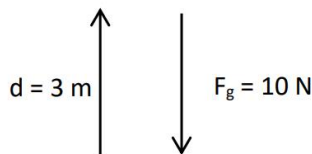
- A) - 30 J
B) - 40 J
C) - 50 J
D) + 30 J
E) + 50 J





Solución:

Para el bloque:



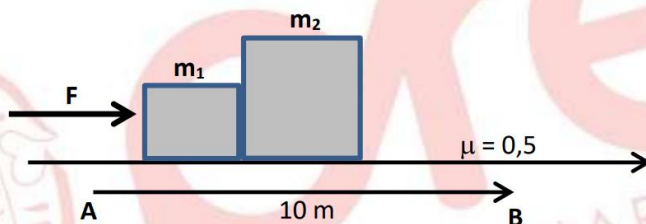
$$W_F = -(10) \times (3) = -30 \text{ J}$$

Rpta.: A

3. Se aplica una fuerza constante F de magnitud 100 N a un bloque de masa $m_1 = 5 \text{ kg}$, el cual está en contacto con otro cuerpo de masa $m_2 = 10 \text{ kg}$ como se muestra en la figura. Determine el trabajo realizado por la fuerza de contacto que actúa sobre el cuerpo de masa m_1 , cuando el bloque se ha desplazado 10 m con velocidad constante.

($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A) 250 J
B) -250 J
C) -750 J
D) 750 J
E) -1000 J



Solución:

Calculo de la fuerza de rozamiento:

$$f_r = \mu \cdot N = 0,5 \times 50 = 25 \text{ N}$$

Calculo de la fuerza de contacto F_c :

$$F = F_c + f_r \Rightarrow F_c = 100 - 25 = 75 \text{ N}$$

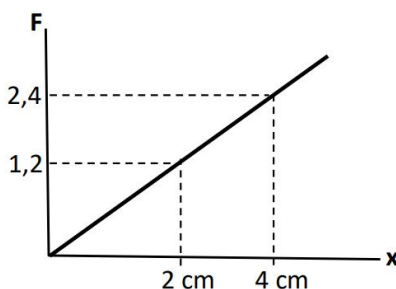
Trabajo realizado por F_c :

$$W = -75 \times 10 = -750 \text{ J}$$

Rpta.: C

4. Determine el trabajo realizado para estirar un resorte, de constante elástica $k = 60 \text{ N/m}$, desde la posición $x = 2 \text{ cm}$ hasta $x = 4 \text{ cm}$. ($x = 0$ es la posición de equilibrio).

- A) $360 \times 10^{-4} \text{ J}$
B) $300 \times 10^{-4} \text{ J}$
C) $120 \times 10^{-4} \text{ J}$
D) $480 \times 10^{-4} \text{ J}$
E) $100 \times 10^{-4} \text{ J}$

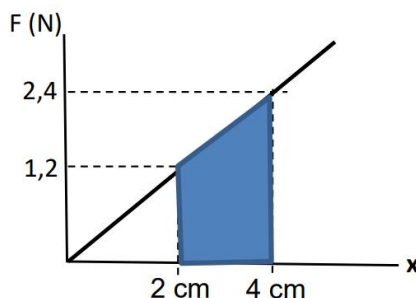




Solución:

El área sombreada representa el trabajo realizado por la fuerza externa:

$$360 \times 10^{-4} \text{ J}$$



Rpta.: A

5. Un bloque de masa 2 kg se desliza sobre una superficie rugosa. Cuando pasa por la posición A la rapidez es 10 m/s como se muestra en la figura. Si el bloque pierde en todo su recorrido 200 J de energía mecánica total, determine la energía cinética en el punto B.

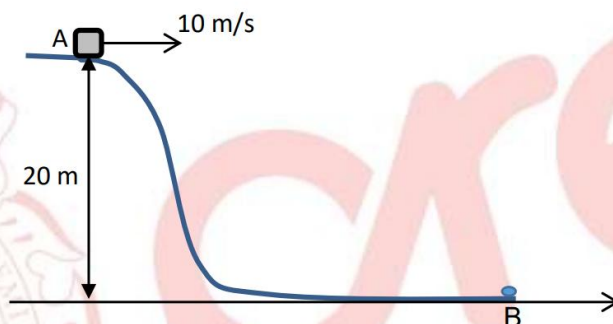
A) 100 J

B) 200 J

C) 250 J

D) 300 J

E) 500 J



Solución:

Energía mecánica en A:

$$E_M = 2 \times 10 \times 20 + \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 = 500 \text{ J}$$

Energía perdida entre A y B:

$$E = 200 \text{ J}$$

Energía cinética en B es:

$$E_c = 300 \text{ J}$$

Rpta.: D

6. Dos móviles A y B de masas 2 kg y 1 kg respectivamente se desplazan en dirección del eje X. Si sus ecuaciones de posición vs tiempo son $X_A = 5t + t^2$ y $X_B = 2t^2$, donde X se mide en metros y t en segundos. Determine la energía cinética de los móviles A y B respectivamente, cuando ellos se cruzan.

A) 225 J y 225 J

B) 200 J y 200 J

C) 200 J y 225 J

D) 225 J y 200 J

E) 125 J y 100 J

Solución:

$$A: x = X_A = 5t + t^2$$

$$B: x = X_B = 2t^2$$

$$\text{Cuando se cruzan: } 5t + t^2 = 2t^2 \Rightarrow t = 5 \text{ s}$$



Las ecuaciones de la velocidad asociada a los móviles A y B son:

$$A: v = 5 + 2t \Rightarrow v = 5 + 2(5) = 15 \text{ m/s}$$

$$B: v = 4t \Rightarrow v = 4(5) = 20 \text{ m/s}$$

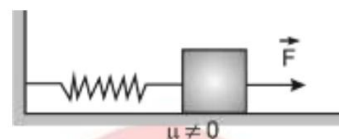
$$A: E_c = \frac{1}{2} \cdot (2) \cdot (15)^2 = 225 \text{ J}$$

$$B: E_c = \frac{1}{2} \cdot (1) \cdot (20)^2 = 200 \text{ J}$$

Rpta.: D

7. En la figura, la fuerza F desplaza al bloque sobre la superficie horizontal rugosa. Con relación al trabajo que realizan las fuerzas que actúan sobre el bloque; indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. La fuerza $\vec{F}$ realiza un trabajo positivo.
- II. La fuerza de rozamiento realiza un trabajo negativo.
- III. La fuerza del resorte realiza un trabajo positivo.



- A) VFF B) VFV C) VVF D) FVF E) FFV

Solución:

- I. La fuerza $\vec{F}$ realiza un trabajo positivo.
- II. La fuerza de rozamiento realiza un trabajo negativo.
- III. La fuerza del resorte realiza un trabajo positivo.

(V)
(V)
(F)

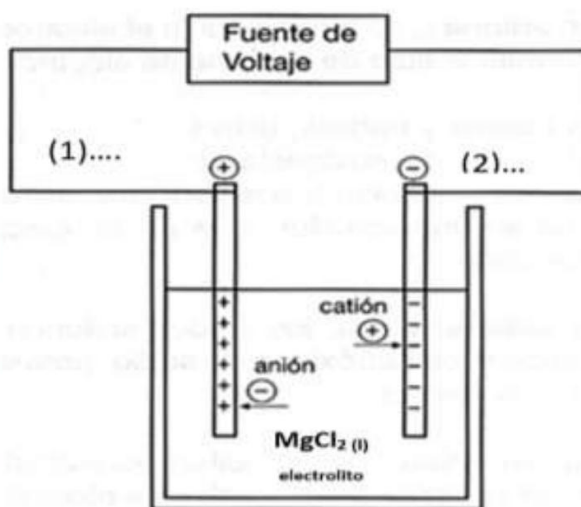
Rpta.: C



QUÍMICA

EJERCICIOS DE CLASE

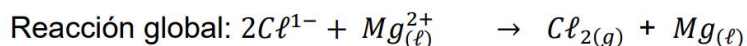
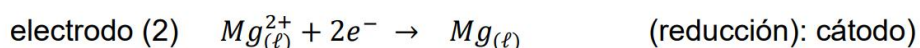
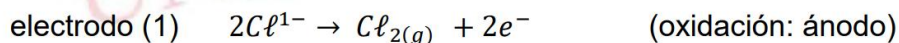
1. En una celda electroquímica, se transfieren los electrones en la reacción de óxido-reducción a las tiras de metal que los conducen al circuito externo. En la electrólisis se produce una reacción química no espontánea cuando los electrones de una fuente externa son forzados a fluir en sentido contrario al que tendrían si fluyeran espontáneamente. Se muestra el esquema de una celda, al respecto, seleccione la alternativa **incorrecta**.



Dato: Peso atómico Mg = 24, Cl = 35,5

- A) Al circular corriente eléctrica se produce una reacción redox.
B) El electrolito fundido es la sal haloidea cloruro de magnesio.
C) El flujo de electrones va desde el electrodo 1 hacia el electrodo 2.
D) En el cátodo se deposita magnesio y su peso equivalente es 12 g/eq-g.
E) El cloro se desplaza al ánodo, se oxida y su peso equivalente es 35,5 g/eq-g.

Solución:

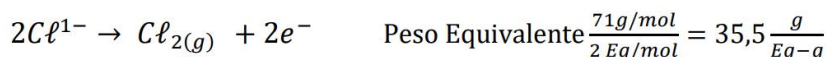


- A) **Correcto:** Al circular corriente eléctrica se produce una reacción redox.
B) **Correcto:** El electrolito fundido es la sal haloidea cloruro de magnesio.
C) **Correcto:** El flujo de electrones va desde el electrodo 1(ánodo) hacia el electrodo 2(cátodo).
D) **Correcto:** En el cátodo se deposita magnesio y su peso equivalente es

$$12 \text{ g/Eq-g} : \text{Mg}_{(l)}^{2+} + 2e^- \rightarrow \text{Mg}_{(l)} \quad \text{Peso Equivalente} \frac{24 \text{ g/mol}}{2 \text{ Eq/mol}} = 2 \frac{\text{g}}{\text{Eq-g}}$$

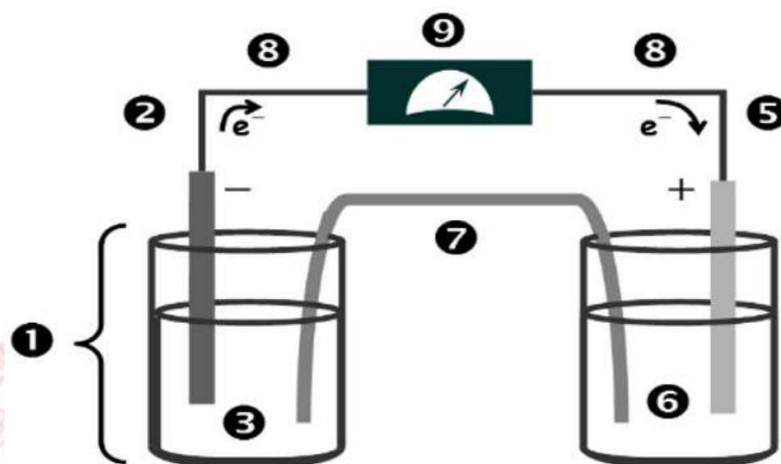


E) **Incorrecto:** El cloruro se dirige al ánodo, se oxida

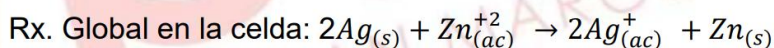


Rpta.: E

2. En una celda galvánica se produce electricidad a partir de una reacción de óxido-reducción espontánea. Se muestra el esquema de una celda, al respecto, seleccione la alternativa **incorrecta**.



Dato:



- A) (3) = solución anódica de $(\text{Ag}_{(ac)}^{+})$ (6) = solución catódica de $(\text{Zn}_{(ac)}^{2+})$.
B) En la media celda (1) ocurre la oxidación, simultáneamente en la media celda (4) ocurre la reducción.
C) (2) y (5) son electrodos metálicos de cinc y plata respectivamente.
D) (8) es el conductor metálico, los electrones fluyen desde el ánodo hacia el cátodo.
E) Se produce corriente eléctrica cuando la reacción redox es espontánea.

Solución:

(1) = semicelda anódica (2) = electrodo anódico (3) = solución anódica de $(\text{Ag}_{(ac)}^{+})$
(4) = semicelda catódica (5) = electrodo catódico (6) = solución catódica de $(\text{Zn}_{(ac)}^{2+})$
(7) = puente salino (8) = conductor metálico (9) = voltímetro.

- A) **Correcto:** (3) = solución anódica de $(\text{Ag}_{(ac)}^{+})$ (6) = solución catódica de $(\text{Zn}_{(ac)}^{2+})$
B) **Correcto:** en la media celda (1) ocurre la oxidación, simultáneamente en la media celda (4) ocurre la reducción.
C) **Incorrecto:** (2) y (5) son electrodos metálicos de plata y cinc, respectivamente.
D) **Correcto:** (8) es el conductor metálico, los electrones fluyen desde el ánodo hacia el cátodo.
E) **Correcto:** Se produce corriente eléctrica cuando la reacción redox es espontánea.

Rpta.: C



3. El bromuro de sodio (NaBr) es una de las sales muy empleadas como desinfectantes para las piscinas; y, por electrólisis, se pueden obtener sustancias muy importantes como el sodio (Na) y el dibromo (Br₂). Al respecto, si en un proceso electrolítico, se aplica una intensidad de corriente de 9,65 amperios durante 1 hora a esta sal fundida. Seleccione la secuencia de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

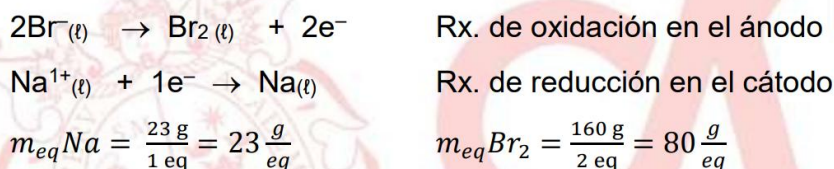
Datos: $\bar{M} \left(\frac{g}{mol} \right)$ Br = 80 Na = 23

- I. Se forman 8,28 gramos de sodio metálico en el cátodo.
II. En el ánodo se producen 28,8 gramos de bromo diatómico.
III. En ambos electrodos circulan 0,36 mol de electrones.

A) VVF B) VVV C) FVF D) VVF E) VFV

Solución:

En la electrólisis del NaBr fundido las semirreacciones que ocurren en los electrodos son:



Determinación de la masa empleando la ley de Faraday

$$m = \frac{m_{eq} \times I \times t}{96\,500} \Rightarrow I = \frac{m \times 96\,500 C}{m_{eq} \times t}$$

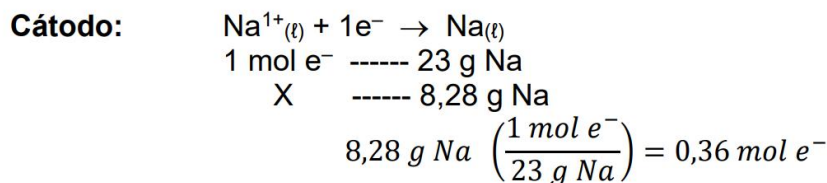
Determinamos los gramos de sodio metálico formado en el cátodo:

$$m Na = \frac{m_{eq} Na \times I \times t}{96\,500 C} = \frac{23 g \times 9,65 A \times 3\,600 s}{96\,500 C} \times \frac{1 C}{A.s} = 8,28 g Na$$

Determinamos los gramos de bromo formado en el ánodo:

$$m Br_2 = \frac{m_{eq} Br_2 \times I \times t}{96\,500 C} = \frac{80 g \times 9,65 A \times 3\,600 s}{96\,500 C} \times \frac{1 C}{A.s} = 28,8 g Br_2$$

Determinamos las moles de electrones que circulan en cátodo y ánodo:



- I. **Verdadero.** se obtiene 8,28 gramos de sodio metálico en el cátodo.
II. **Verdadero.** en el ánodo se producen 28,8 gramos de Br₂.
III. **Verdadero.** en ambos electrodos circulan 0,36 mol de electrones.

Rpta.: B



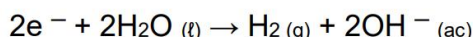
4. La electrólisis del agua tiene diferentes aplicaciones en la industria, por ejemplo, la producción de hidrógeno y oxígeno. Si se obtiene 640 gramos de gas oxígeno en uno de los electrodos, determine el volumen, en litros, de gas hidrógeno medido a condiciones normales producido en el otro electrodo.

Dato: Masas molares (g/mol): O = 16; H = 1

A) $8,96 \times 10^1$ B) $6,72 \times 10^2$ C) $6,72 \times 10^1$ D) $8,96 \times 10^2$ E) $6,72 \times 10^3$

Solución:

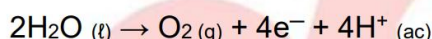
La semirreacción de reducción que ocurre en el cátodo es:



Determinamos la masa equivalente y el equivalente gramo de gas hidrógeno (H_2):

$$meq(H_2) = \frac{2g/mol}{2eqg/mol} = 1g/eqg \quad 1eqg H_2 = 1g H_2$$

La semirreacción de oxidación ocurre en el ánodo es:



Determinamos la masa equivalente y el equivalente gramo de gas oxígeno (O_2):

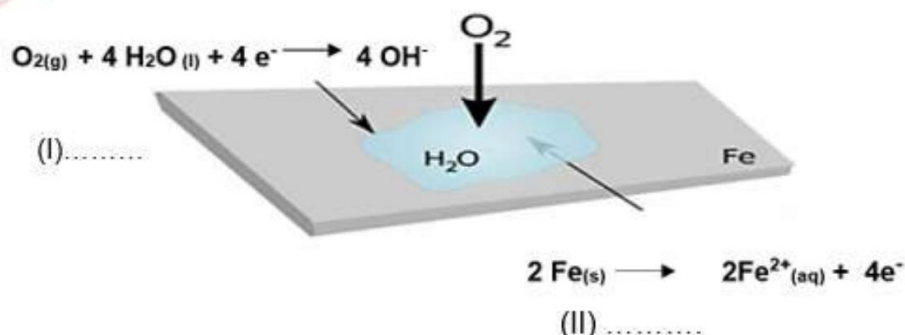
$$meq(O_2) = \frac{32g/mol}{4eqg/mol} = 8g/eqg \quad 1eqg O_2 = 8g O_2$$

Finalmente, determinamos los litros de gas hidrógeno a C.N:

$$640g O_2 \times \frac{1g H_2}{8g O_2} \times \frac{1mol H_2}{2g H_2} \times \frac{22,4L}{1mol H_2} = 8,96 \times 10^2 L H_2 \text{ a C.N.}$$

Rpta.: D

5. El proceso electroquímico de corrosión es natural, espontáneo y no deseado; se ocurre cuando en la superficie del metal se establece una diferencia de potencial en zonas muy próximas al estar en contacto con el oxígeno y la humedad del medio ambiente, formándose el óxido metálico respectivo. La reacción química que se lleva a cabo en la corrosión del hierro se representa según el siguiente esquema.



Al respecto, seleccione la alternativa correcta.

Dato:

$$Fe^{2+} / Fe \quad \mathcal{E}_{reducc}^0 = -0,44 \text{ v}$$

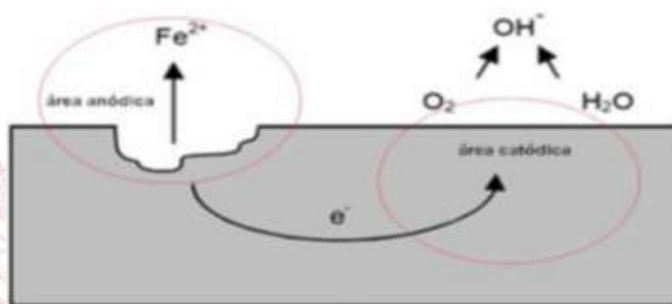
$$O_2 / OH^- \quad \mathcal{E}_{reducc}^0 = +0,401 \text{ v}$$



- A) (I) representa el cátodo donde se produce la semirreacción de oxidación.
B) El hierro expuesto al aire húmedo se reduce y su peso equivalente = $P \text{ at}/4$.
C) El potencial estándar de la celda es + 0.841 voltios.
D) El potencial del electrodo (I) es mayor que el potencial del electrodo (II).
E) El diagrama de celda es $O_{2(g)} / OH_{(ac)}^- // Fe_{(s)} / Fe_{(ac)}^{+2}$.

Solución:

- A) **Incorrecto** (I) representa el cátodo, ocurre reducción del oxígeno molecular (II) representa al ánodo donde el hierro elemental se oxida a hierro catión ferroso.
B) **Incorrecto:** El hierro expuesto al aire húmedo se oxida. El peso o masa equivalente del hierro es el peso atómico de Fe / 2 g/eq-g.



- C) **Correcto:** $\Delta \mathcal{E}^\circ_{\text{celda}} = \mathcal{E}^\circ_{\text{red. (cátodo)}} - \mathcal{E}^\circ_{\text{red. (ánodo)}}$
 $\Delta \mathcal{E}^\circ_{\text{celda}} = + 0,401\text{v} - (- 0,44 \text{ v}) = + 0,841 \text{ v}$
 $\Delta \mathcal{E}^\circ_{\text{celda}} > 0$ reacción espontánea
D) **Incorrecto:** el ánodo tiene mayor potencial de oxidación que el cátodo.
E) **Incorrecto:** el diagrama de celda : $Fe_{(s)} / Fe_{(ac)}^{+2} // O_{2(g)} / OH_{(ac)}^-$

Rpta.: C

6. Suponiendo un puente salino y un cátodo de platino, establecer la combinación de reacciones de media celda que haga que el potencial de celda sea mayor que cero. Respecto a los datos mostrados:

- (1) $Zn_{(ac)}^{+2} + 2e^- \rightarrow Zn_{(s)}$ $\mathcal{E}_1^0 = -0,763 \text{ V}$
(2) $Br_{2(l)} + 2e^- \rightarrow 2Br_{(ac)}^-$ $\mathcal{E}_1^0 = +1,065 \text{ V}$

Seleccione la secuencia de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. El potencial estándar de la celda es - 0,302 V.
II. El Diagrama de celda es $Zn_{(s)} / Zn_{(ac)}^{+2} // 2Br_{(ac)}^- / Br_{2(l)} / Pt$.
III. El flujo de electrones va del ánodo Zn al cátodo Pt.

- A) FFV B) VFV C) VVV D) VVF E) FFF



Solución:

- I. **Falso:** el potencial estándar de la celda es + 1,828 V.
El potencial de celda es la suma de potenciales de las semi reacciones de celda
 $\Delta \mathcal{E}^{\circ}_{\text{celda}} = \mathcal{E}^{\circ}_{\text{cátodo}} - \mathcal{E}^{\circ}_{\text{ánodo}}$
 $\Delta \mathcal{E}^{\circ}_{\text{celda}} = + 1,065 \text{ V} - (-0,763 \text{ V}) = + 1,828 \text{ V}$
- II. **Falso:** el diagrama de celda es $\text{Zn}_{(\text{s})}/\text{Zn}^{2+}_{(\text{ac})} // \text{Br}_{2(\text{l})}/2\text{Br}^{-}_{(\text{ac})}/\text{Pt}$
Se sabe que el cátodo de platino existe cuando en la celda galvánica no hay un metal sólido natural que actúe como electrodo.
- III. **Verdadero:** el flujo de electrones en el circuito externo va del ánodo Zn al cátodo Platino (Pt).

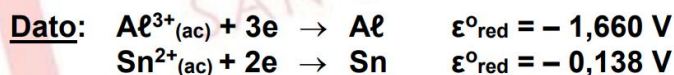
Rpta.: A

7. El valor del potencial de reducción permite conocer que reactante será el mejor agente oxidante o reductor de una reacción redox. Teniendo en cuenta la reacción mostrada a continuación



Seleccione la secuencia de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

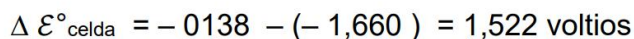
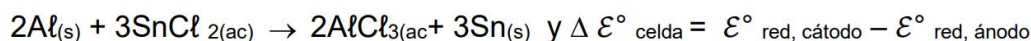
- I. El aluminio es el agente oxidante.
II. El SnCl_2 es el agente reductor.
III. El potencial estándar de la celda es 1,522 V.



- A) FFV B) FVF C) FVV D) VVF E) VFV

Solución:

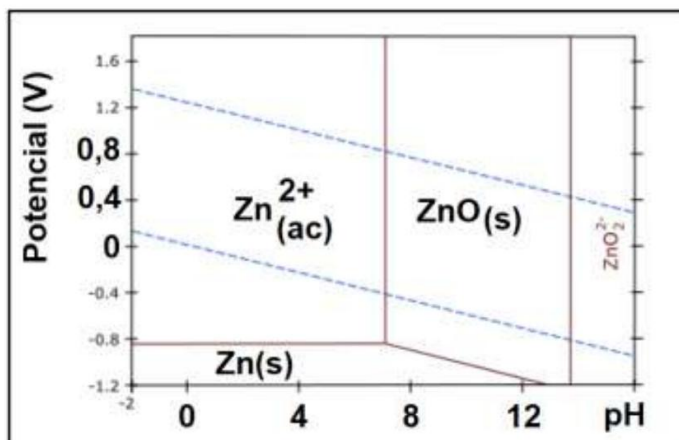
- I. **Falso:** el aluminio es agente reductor.
- II. **Falso:** cloruro de estaño (II) es el agente oxidante.
- III. **Verdadero:** según el proceso el aluminio es quien se oxida, y el estaño quien se reduce.



Rpta.: A



8. El diagrama de Pourbaix o diagramas de Eh (V)-pH, contiene un equilibrio estable en las fases de un sistema electroquímico acuoso.



Con respecto al gráfico y considerando el ZnO como poco soluble, seleccione la alternativa que contenga el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. Cuando el sistema tiene un potencial de 0,8V y a un pH igual a 12 se presenta un compuesto que precipita en el fondo.
- II. A un pH mayor a 12 hay mucha posibilidad de obtener un sistema que presente al zinc en su forma elemental.
- III. Si las condiciones son potenciales altos y un bajo pH, el sistema presenta al zinc en su forma oxidada.

A) VVV B) FVV C) FFV D) VVF E) VFV

Solución:

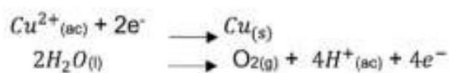
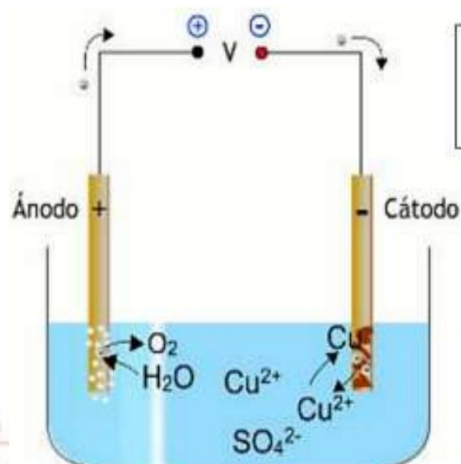
- I. **Verdadero.** Cuando el sistema tiene un potencial de 0,8V y a un pH igual a 12 se presenta un compuesto que precipita en el fondo (ZnO).
- II. **Falso.** A un pH menor a 12 y bajos potenciales hay mucha posibilidad de obtener un sistema que presente al zinc en su forma elemental.
- III. **Verdadero.** Si las condiciones son potenciales altos y un bajo pH, el sistema presenta al zinc en su forma oxidada (Zn^{+2}).

Rpta.: E



EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Se desea realizar la deposición electrolítica de cobre metálico a partir de una disolución acuosa que contiene 20 mol de sulfato cúprico; para ello se hace circular durante 5 horas una corriente eléctrica de 20 amperios. Se muestra el esquema de la celda. Las semirreacciones que tienen lugar, y la reacción global, se muestran a continuación. Observe el esquema de la celda electrolítica y seleccione la alternativa incorrecta:



Dato: Peso atómico: Cu = 63,5 O = 16

$$\frac{63,5}{96\,500} = 6,58 \times 10^{-4} \quad \frac{2 \times 36}{63,5} \times 8 = 29,7$$

- I. Se depositan 118 gramos de cobre metálico.
II. Al finalizar el proceso de la electrólisis quedan 1 152 gramos de cobre.
III. Se liberan $1,12 \times 10^{23}$ átomos de oxígeno en el ánodo.

A) VVV B) FVV C) VFV D) VVF E) FVF

Solución:

- I. **Verdadero:** se depositan 118 gramos de cobre.

$$20\text{A} \times \frac{\frac{C}{s}}{1\text{A}} \times \frac{3\,600\text{s}}{1\text{h}} \times 5\text{h} \times \frac{1\text{faraday}}{96\,500\text{C}} \times \frac{1\text{ mol Cu}}{2\text{F}} \times \frac{63,5\text{ g Cu}}{1\text{ mol Cu}} = 118,44 \approx \mathbf{118\text{ g de Cu}}$$

- II. **Verdadero:** queda 1 152 gramos de cobre

gramos de Cu quedan = g de Cu inicial – g de Cu depositado.

$$20\text{ mol de CuSO}_4 \times \frac{63,5\text{ g de Cu}}{1\text{ mol mol de CuSO}_4} = 1\,270 - 118 = 1\,152\text{ gramos Cu metálico}$$

- III. **Falso:** se liberan $1,12 \times 10^{16}$ átomos de O_2

$$\frac{118\text{ g Cu}}{\frac{63,5\text{ g}}{2\text{ eq/g}}} = \frac{m\text{ O}_2}{8\text{ g/eq}} = 29,7 \approx 30\text{g O}_2$$

$$\frac{118\text{ g Cu}}{\frac{63,5\text{ g}}{2\text{ eq/g}}} = \frac{m\text{ O}_2}{8\text{ g/eq}} \times \frac{1\text{ mol O}_2}{32\text{ g O}_2} \times \frac{2 \times 6 \times 10^{23}\text{ átomos de Oxígeno}}{1\text{ mol de O}_2} = 1,12 \times 10^{24}\text{ át. de O}_2$$

Rpta.: D



2. Michael Faraday fue un científico autodidacta y notable que realizó trabajos de investigación en química y física; y muy reconocido por su aporte fundamental en el campo de la electrólisis. Sus leyes y principios fueron propuestos a principios de 1833; razón por la cual una de las unidades de carga eléctrica se atribuye en honor a su apellido, el faradio (F). Si en un proceso electrolítico de una sal de yoduro de litio (LiI) fundido se depositaron 3,5 gramos de litio en el cátodo, seleccione el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

$$\text{Dato: } \bar{M} \text{ Li} \left(\frac{\text{g}}{\text{mol}} \right) = 7$$

- I. Se aplicó $5,0 \times 10^{-1}$ faradios de carga eléctrica.
II. Si el tiempo de electrólisis fue de 5 ks se empleó 9,65 A.
III. En el sistema circuló 1 mol de electrones.

A) VVF B) VFF C) FVV D) FFV E) VFV

Solución:

El litio se deposita en el cátodo según la siguiente semireacción:



Por primera ley de Faraday se cumple: $1F = 7 \text{ g Li} = 96\,500C = 1\text{mol de } e^{-}$

Determinamos los Faradios de corriente aplicada:

$$3,5 \text{ g Li} \left(\frac{1F}{7 \text{ g Li}} \right) = 5,0 \times 10^{-1} F$$

Determinamos los amperios de corriente en 5 kilosegundos:

$$I = \frac{q}{t} = 5,0 \times 10^{-1} F \left(\frac{96\,500C}{1F} \right) \left(\frac{1}{5ks} \right) \left(\frac{1ks}{10^3s} \right) = 9,65 \text{ A}$$

Determinamos las moles de electrones que circulan en el sistema:

$$3,5g \text{ Li} \left(\frac{1F}{7g \text{ Li}} \right) \left(\frac{1 \text{ mol } e^{-}}{1F} \right) = 5,0 \times 10^{-1} \text{ mol } e^{-}$$

- I. **Verdadero:** Se aplicó $5,0 \times 10^{-1}$ faradios de carga eléctrica.
II. **Verdadero:** En el tiempo de 5 kilosegundos circuló 9,65 amperios de corriente.
III. **Falso:** En el sistema circuló $5,0 \times 10^{-1}$ moles de electrones.

Rpta.: A

3. El sulfato de magnesio heptahidratado ($\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$), conocido como sal de Epson, es utilizado como baño relajante, Si en un proceso electroquímico de esta sal se obtuvo 3×10^{23} moles de hidrógeno, determine el volumen en litros del gas que se genera en el electrodo positivo, medidos a condiciones normales.

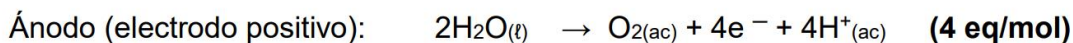
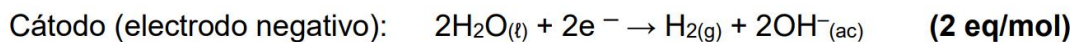
$$\text{Datos : } \bar{M} \left(\frac{\text{g}}{\text{mol}} \right) : \text{Mg} = 24 ; \text{S} = 32 ; \text{O} = 16 ; \text{H} = 1$$

A) 112,0 B) 5,6 C) 22,4 D) 11,2 E) 56,0



Solución:

En la electrólisis del sulfato de magnesio acuoso, las semirreacciones que ocurren son las siguientes:



Determinamos la masa equivalente de gas H_2 formado en el cátodo:

$$m_{eq}(\text{H}_2) = \frac{2 \text{ g/mol}}{2 \text{ eqg/mol}} = 1 \text{ eq-g/mol}$$

Determinamos la masa equivalente de gas oxígeno formado en el ánodo:

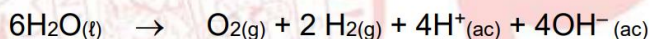
$$m_{eq}(\text{O}_2) = \frac{32 \text{ g/mol}}{4 \text{ eqg/mol}} = 8 \text{ g/eqg}$$

Por tanto, por segunda ley de Faraday se cumple: $1\text{eq-g}(\text{H}_2) = 1\text{eq-g}(\text{O}_2)$

Determinamos las moles de gas hidrógeno aplicando la ecuación general de gas ideal:

$$\text{Del dato } 3 \times 10^{23} \text{ mol de hidrógeno} = 0,5 \text{ mol } \text{H}_2$$

De acuerdo a la ecuación balanceada de la electrólisis del agua:



$$0,5 \text{ mol } \text{H}_2 \left(\frac{1 \text{ mol } \text{O}_2}{2 \text{ mol } \text{H}_2} \right) = 0,25 \text{ mol } \text{O}_2$$

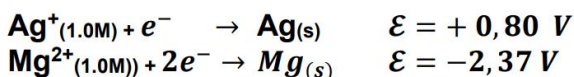
Finalmente, determinamos los litros de gas oxígeno a condiciones normales:

$$0,25 \text{ mol } \text{O}_2 \left(\frac{22,4 \text{ L}}{1 \text{ mol } \text{O}_2} \right) = 5,6 \text{ L } \text{O}_2 \text{ a C.N.}$$

Rpta.: B

4. Una celda galvánica está formado por un electrodo de Mg en una disolución de $\text{Mg}(\text{NO}_3)_2$ 1,0 M y un electrodo de Ag en una disolución de AgNO_3 1,0 M

Dato:



Respecto a esta celda seleccione la secuencia de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

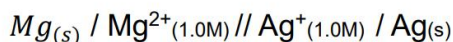
- I. La representación del diagrama de celda es $\text{Mg}_{(s)} / \text{Mg}^{2+}_{(1.0\text{M})} // \text{Ag}^+_{(1.0\text{M})} / \text{Ag}_{(s)}$.
- II. La *fem* estándar de la celda es 3,17 V.
- III. La reacción es espontánea.

- A) FVV B) VFV C) FVV **D) VVV** E) FFF



Solución:

I. **Verdadero:** la representación del diagrama de celda es



II. **Verdadero:** la *fem* estándar de la celda es 3,17 V.

$$\Delta \mathcal{E}^{\circ}_{\text{celda}} = \mathcal{E}^{\circ}_{\text{cátodo}} - \mathcal{E}^{\circ}_{\text{ánodo}}$$

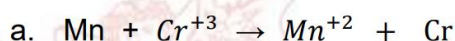
$$\Delta \mathcal{E}^{\circ}_{\text{celda}} = \mathcal{E}_{Ag^{+}(1.0M) / Ag(s)} - \mathcal{E}_{Mg^{2+}(1.0M) / Mg(s)}$$

$$\Delta \mathcal{E}^{\circ}_{\text{celda}} = 0,80 \text{ V} - (-2,37 \text{ V}) = 3,17 \text{ V}$$

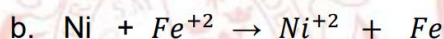
III. **Verdadero:** la reacción es espontánea $\Delta \mathcal{E}^{\circ}_{\text{celda}} > 0$.

Rpta.: D

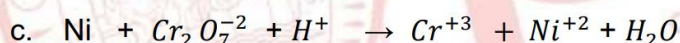
5. El valor de los potenciales estándar de reducción o de oxidación permiten armar celdas galvánicas para generar energía eléctrica. Al respecto considere las siguientes reacciones y seleccione la secuencia de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:



Dato $\mathcal{E}^{\circ} Mn / Mn^{+2} = +1,18 \text{ v}$ $\mathcal{E}^{\circ} Cr^{+3} / Cr = -0,74 \text{ v}$



Dato $\mathcal{E}^{\circ} Ni / Ni^{+2} = +0,25 \text{ v}$ $\mathcal{E}^{\circ} Fe^{+2} / Fe = -0,44 \text{ v}$



Dato $\mathcal{E}^{\circ} Cr^{+6} / Cr^{+3} = +1,33 \text{ v}$

La reacción (a) es espontánea, se realiza en una celda galvánica, y se representa por el diagrama de celda:



II. La reacción (b) es no espontánea y se realiza en una celda electrolítica.

III. En la reacción (c) el potencial de celda es negativo y se realiza en una celda galvánica.

A) VVF

B) FVV

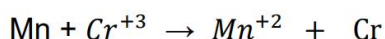
C) VFV

D) FFF

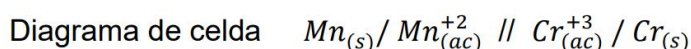
E) VVV

Solución:

I. **Verdadero**



Del dato: $\mathcal{E}^{\circ} Mn / Mn^{+2} = +1,18 \text{ v}$ $\mathcal{E}^{\circ} Cr^{+3} / Cr = -0,74 \text{ v}$



$$\Delta \mathcal{E}^{\circ}_{\text{celda}} = \mathcal{E}^{\circ}_{\text{red. cátodo}} - \mathcal{E}^{\circ}_{\text{red. ánodo}}$$

$$\Delta \mathcal{E}^{\circ}_{\text{celda}} = -0,74 \text{ v} - (-1,18 \text{ v}) = +0,44 \text{ v}$$

$\Delta \mathcal{E}^{\circ} > 0$ reacción espontánea se realiza en una celda galvánica.



II. Verdadero

Diagrama de celda $Ni_{(s)} / Ni_{(ac)}^{+2} // Fe_{(ac)}^{+2} / Fe_{(s)}$

$$\Delta \mathcal{E}^{\circ}_{\text{celda}} = \mathcal{E}^{\circ}_{\text{red. (cátodo)}} - \mathcal{E}^{\circ}_{\text{red. (ánodo)}}$$

$$\Delta \mathcal{E}^{\circ}_{\text{celda}} = -0,44 \text{ v} - (-0,25 \text{ v}) = -0,19 \text{ v} \quad \Delta \mathcal{E}^{\circ}_{\text{celda}} < 0$$

Reacción es no espontánea y se realiza en una celda electrolítica.

III. Falso: es una reacción espontánea. $\Delta \mathcal{E}^{\circ}_{\text{celda}} > 0$

Diagrama de celda $Pt / Ni_{(s)} / Ni_{(ac)}^{+2} // Cr_{(ac)}^{+6} / Cr_{(ac)}^{+3} / Pt$

$$\Delta \mathcal{E}^{\circ}_{\text{celda}} = \mathcal{E}^{\circ}_{\text{red. cátodo}} - \mathcal{E}^{\circ}_{\text{red. ánodo}}$$

$$\Delta \mathcal{E}^{\circ}_{\text{celda}} = +1,33 \text{ v} - (-0,25 \text{ v}) = +1,58 \text{ v} \quad \Delta \mathcal{E}^{\circ}_{\text{celda}} > 0$$

reacción es espontánea y se realiza en una celda galvánica.

Rpta.: A

BIOLOGÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Un experimento con cierto animal demuestra que este puede transportar diversas sustancias hacia todas las células de su cuerpo. Si al buscar el mecanismo de transporte, no se encuentra ningún órgano que impulse algún líquido que conduzca las sustancias por conductos, se puede concluir que este animal

- A) presenta circulación abierta.
- B) posee un sistema circulatorio simple.
- C) presenta corazón, pero no capilares.
- D) transporta las sustancias por difusión.
- E) carece de una circulación completa.

Solución:

Un sistema circulatorio está formado por uno o más corazones que impulsan a través de conductos algún líquido que transporte sustancias útiles y de desecho por todas las células. Los animales que no lo poseen, como poríferos, cnidarios, platelmintos y nemátodos, transportan las sustancias por difusión entre células.

Rpta.: D

2. En la lombriz de tierra la sangre circula hacia la región anterior por un gran vaso dorsal y luego se dirige hacia la región posterior por otro vaso ventral. Considerando que la sangre proveniente del vaso dorsal es bombeada hacia el vaso ventral, para observar a los órganos responsables del bombeo se debe diseccionar a la lombriz a la altura del

- A) intestino. B) apéndice. C) estómago. D) hemocèle. E) esófago.

Solución:

En la lombriz de tierra la sangre que viaja hacia la región anterior por el vaso dorsal es bombeada hacia el vaso ventral por 5 pares de arcos aórticos o corazones, ubicados a ambos lados del esófago.

Rpta.: E



3. Teniendo en cuenta la organización del sistema circulatorio, relacione la columna de vertebrados con su respectiva forma de circulación y marque la alternativa correcta.
- i. Caballo () cerrada, doble e incompleta
ii. Sapo () cerrada, simple y completa
iii. Merluza () cerrada, doble y completa
- A) ii-i-iii B) iii-ii-i C) iii-i-ii D) i-iii-ii E) ii-iii-i

Solución:

- El caballo es un mamífero con circulación cerrada, doble y completa.
- El sapo es un anfibio con circulación cerrada, doble e incompleta.
- La merluza es un pez con circulación cerrada, simple y completa.

Rpta.: E

4. En anfibios, la sangre que sale del corazón se distribuye adecuadamente de tal manera que la sangre oxigenada va hacia la cabeza y resto del cuerpo, mientras que la sangre desoxigenada se dirige hacia sacos pulmonares y piel vascularizada, a pesar de que ambos tipos de sangre pasaron al mismo tiempo y sin mezclarse totalmente por
- A) la aurícula derecha. B) el ventrículo. C) la vena cava.
D) la arteria pulmonar. E) la aurícula izquierda.

Solución:

Los anfibios tienen un corazón con solo un ventrículo donde confluyen la sangre oxigenada (arterial) y desoxigenada (venosa) provenientes de las aurículas. El ventrículo está acondicionado para evitar la mezcla total, así la sangre se distribuye por ramas de una arteria, dirigiéndose la sangre venosa hacia la piel y pulmones, y la sangre arterial hacia cabeza y resto del cuerpo.

Rpta.: B

5. La atresia pulmonar es un defecto del corazón en el cual la válvula que regula el flujo de sangre desde el corazón hacia los pulmones no funciona correctamente. En base a lo descrito, podemos afirmar que esta situación está relacionada directamente con
- A) el final de la circulación sistémica. B) el inicio de la circulación mayor.
C) la función de la válvula bicúspide. D) el inicio de la circulación menor.
E) el cambio de sangre arterial en venosa.

Solución:

El flujo de sangre de corazón a pulmones está regulado por la válvula sigmoidea de la arteria pulmonar, que da inicio a la circulación menor (pulmonar), donde la sangre viaja hacia los pulmones para oxigenarse y así retornar al corazón por las venas pulmonares.

Rpta.: D

6. Pedro acude al cardiólogo y es diagnosticado con una anomalía cardíaca que provoca una contracción ventricular de intensidad normal, pero no coordinada o se halla fuera de ritmo con respecto a la contracción auricular, que si es normal. Según lo descrito podemos afirmar que el problema puede estar en _____ del sistema nodal.
- A) el haz de His B) las fibras de Purkinje C) el nódulo sinusal
D) los haces internodales E) el nódulo auriculoventricular



Solución:

En el sistema nodal del corazón, sincronizar la contracción auricular y ventricular para un adecuado bombeo de la sangre es función del nódulo aurículoventricular (AV), que genera una pausa en la conducción de la señal eléctrica hacia los ventrículos para permitir que estos se llenen por completo, luego deja pasar la señal y ocurre la contracción o sístole ventricular.

Rpta.: E

7. El corazón posee 4 válvulas que regulan el flujo de sangre y todas tienen en común su apertura en un solo sentido, de tal manera que evitan el retorno de la sangre. Por lo tanto, la apertura de dos de ellas para la salida de la sangre del corazón requiere que las otras dos se encuentren _____ para que la sangre no ingrese a _____.

- | | |
|-------------------------------|----------------------------|
| A) cerradas – las aurículas | B) abiertas – las arterias |
| C) abiertas – los ventrículos | D) cerradas – las arterias |
| E) cerradas – los ventrículos | |

Solución:

Para la salida de la sangre del corazón durante la sístole ventricular se requiere que las válvulas sigmoideas estén abiertas, y al mismo tiempo, las válvulas aurículoventriculares (tricúspide y bicúspide) deben estar cerradas para evitar que la sangre retorne a las aurículas.

Rpta.: A

8. La presión arterial responde a la alta presión con la que sale la sangre del corazón por las arterias. Su valor depende de diversos factores como la resistencia periférica, la cual se incrementa cuando una arteria se contrae y reduce su diámetro, entonces, ¿qué podemos afirmar sobre la relación entre la presión arterial y el diámetro de la arteria?

- A) A mayor presión, se incrementa el diámetro.
B) No hay una relación entre presión y diámetro.
C) Hay una relación inversamente proporcional.
D) Al disminuir la presión, disminuye el diámetro.
E) Hay una relación directamente proporcional.

Solución:

La presión arterial es directamente proporcional a la fuerza de contracción cardiaca, el volumen de sangre y la resistencia periférica de la pared arterial al avance de la sangre. En una arteria contraída hay mayor contacto entre su pared y la sangre, también mayor resistencia y, en consecuencia, mayor presión arterial, así que la relación entre la presión arterial y el diámetro de la arteria es inversamente proporcional.

Rpta.: C

9. Si en el ciclo cardiaco ocurre una sístole y una diástole del corazón, tanto auricular como ventricular, de tal manera que al final la sangre sale del corazón por las arterias, entonces, ¿qué evento del ciclo será consecuencia directa de la sístole auricular?

- A) El cierre de las válvulas sigmoideas.
B) El ingreso de sangre hacia las aurículas.
C) El cierre de las válvulas aurículoventriculares.
D) Flujo de sangre hacia venas cavas y pulmonares.
E) La apertura de las válvulas tricúspide y mitral.



Solución:

Durante la sístole auricular la presión en las aurículas se incrementa provocando la apertura de las válvulas tricúspide y bicúspide para que la sangre fluya hacia los ventrículos, lo que corresponde a la primera fase del ciclo, el llenado ventricular.

Rpta.: E

10. En la coagulación sanguínea, la enzima tromboplastina corta una proteína de la que libera un segmento A, que luego actúa sobre una proteína plasmática B a la que convierte en una versión más grande e insoluble con forma de red. De lo descrito, podemos inferir que A y B son, respectivamente

- | | |
|----------------------------|---------------------------|
| A) protrombina y fibrina. | B) fibrina y trombina. |
| C) trombina y fibrina. | D) fibrina y protrombina. |
| E) trombina y fibrinógeno. | |

Solución:

Para la formación del coágulo la enzima tromboplastina corta una parte de la proteína protrombina y así genera a la trombina, la cual actúa sobre la proteína plasmática fibrinógeno provocando su polimerización hasta formar una versión insoluble con forma de red llamada fibrina.

Rpta.: C

11. La relación entre en el sistema linfático y el sistema digestivo está en que los productos de la digestión derivados de _____ empiezan a circular por el sistema linfático cuando son absorbidos a nivel de las vellosidades intestinales donde ingresan a un _____.

- | | |
|--|------------------------------|
| A) proteínas y lípidos – vaso quilífero | B) lípidos – vaso linfático |
| C) glúcidos – ganglio linfático | D) lípidos – órgano linfoide |
| E) glúcidos y proteínas – vaso quilífero | |

Solución:

En el intestino delgado, los productos de la digestión derivados de lípidos, como ácidos grasos, glicerol, colesterol y vitaminas liposolubles, son absorbidos por las vellosidades intestinales en cuyo interior se encuentra un vaso quilífero (linfático) por donde ingresan a la circulación linfática.

Rpta.: B

12. En el sistema excretor de lombriz de tierra, planaria, insecto, crustáceo y pez, los desechos son captados por una estructura especializada para luego viajar por conductos hacia fuera del cuerpo; sin embargo, solo en el/la _____, conducir los desechos fuera del cuerpo no es función exclusiva del sistema excretor.

- | | | |
|----------------------|--------------|------------|
| A) planaria | B) crustáceo | C) insecto |
| D) lombriz de tierra | E) pez | |

Solución:

En insectos, los túbulos de Malpighi captan desechos como el ácido úrico, desde el hemoceloma, pero nos los conducen al exterior, ya que luego se vierten al tubo digestivo que finalmente los conduce, junto con las heces, hacia el exterior del cuerpo.

Rpta.: C



13. En un corte transversal del riñón se observa una región periférica o de corteza con gran cantidad de pequeños gránulos. Si se sabe que en estos gránulos la sangre libera gran cantidad de sustancias útiles y de desecho, entonces, podemos afirmar que en estos gránulos se encuentran

A) el glomérulo y la cápsula de Bowman.
B) los tubos contorneados proximal y distal.
C) la cápsula de Bowman y el tubo proximal.
D) el tubo contorneado distal y el glomérulo.
E) la cápsula de Bowman y el tubo colector.

Solución:

Los gránulos de la corteza renal son los corpúsculos de Malpighi, formados por el glomérulo y la cápsula de Bowman. Aquí ocurre la filtración, donde la sangre del glomérulo libera hacia la cápsula de Bowman sustancias de desecho (urea y creatinina) y sustancias útiles (agua, glucosa, aminoácidos, etc.) que luego serán reabsorbidas.

Rpta.: A

14. Los peces de agua dulce poseen fluidos hipertónicos con respecto al medio acuático donde viven, esta condición les provoca _____ por las branquias con el riesgo de lisis celular, para evitarlo, deben eliminar el exceso de agua en forma de _____.

A) ingreso de agua – orina concentrada B) salida de sales – orina diluida
C) salida de agua – orina diluida D) ingreso de agua – orina diluida
E) ingreso de sales – orina concentrada

Solución:

Por sus fluidos hipertónicos, los peces de agua dulce sufren el problema de ingreso inevitable de agua por las branquias, con el riesgo de que sus células de hinchen y sufran lisis. Lo evitan eliminando el exceso de agua como abundante orina diluida.

Rpta.: D

15. El ascenso del agua por el xilema requiere mantener una adecuada continuidad y resistencia de la columna de agua que asciende. Esto se logra mediante una propiedad que permite propagar la fuerza de arrastre a través de la columna de agua hasta las moléculas de agua en los niveles más inferiores del xilema de la raíz, esta propiedad se denomina

A) adhesión. B) transpiración. C) cohesión.
D) flujo de masas. E) condensación.

Solución:

La propiedad que permite mantener durante el arrastre por transpiración una columna de agua resistente y continua durante su ascenso es la cohesión, entre las moléculas de agua, mediante puentes de hidrógeno.

Rpta.: C



16. En el transporte de sacarosa desde una hoja hacia un órgano subterráneo de almacenamiento, como una raíz, se genera una región del floema donde el flujo de agua y solutos mantiene una baja presión, esta región se encuentra a nivel de

A) la hoja. B) las cribas. C) el líber. D) el leño. E) la raíz.

Solución:

Según la teoría del flujo de masas, la región del floema en las hojas, por donde ingresa la sacarosa y el agua, adquiere una alta presión, la cual impulsa el contenido del floema hacia otra región ubicada en la raíz, donde la salida de sacarosa y agua genera una región de baja presión.

Rpta.: E

