



HABILIDAD VERBAL

ANTONIMÍA CONTEXTUAL

La antonimia contextual se refiere a la identificación de antónimos en un contexto específico o en relación con un texto determinado. A diferencia de los antónimos generales, que son palabras que tienen significados opuestos en cualquier contexto, los antónimos contextuales pueden variar dependiendo de la situación, el tema o la intención del hablante o escritor.

En otras palabras, la antonimia contextual implica analizar las palabras opuestas en el contexto particular en el que se utilizan, considerando cómo afectan el significado y la interpretación del mensaje global. Este enfoque reconoce que las palabras pueden adquirir matices adicionales o cambiar sus connotaciones según el entorno lingüístico en el que se encuentren.

SECCIÓN A

TEXTO 1

Se nos dice diariamente que vivimos en la Edad de la Ciencia. Pero ¿quién sabe a **ciencia cierta** lo que es la ciencia? El lego suele confundirla con la tecnología, y el filósofo tiende a aceptar opiniones formadas por personas que nunca hicieron investigación científica. Incluso los científicos tienen a veces ideas extrañas acerca de la ciencia. Por ejemplo, un botánico cree que hacer ciencia es recoger especímenes, describirlos y **clasificarlos**; un psicólogo, que es observar las respuestas de animales a ciertos estímulos; y un físico matemático, que es estudiar intrincados problemas formales. Evidentemente, estas y otras opiniones son visiones parciales del elusivo animal, que recuerdan las descripciones que del elefante dieran los cinco sabios ciegos de la fábula india.

La ciencia **contemporánea** es una empresa demasiado compleja para que le convenga alguna de las fórmulas simples imaginadas por filósofos tradicionales o por especialistas científicos. Solo un generalista puede esperar captar los rasgos esenciales de la ciencia, pero es imposible que lo logre si se limita a algunos resultados de la investigación, que es lo que puede aprender en libros de texto. Análogamente, una visita a una exposición de artefactos no da una idea adecuada del proceso de investigación, diseño y ensayo tecnológico: para **enterarse** de lo que es la tecnología es preciso acercarse más al proceso que al producto. Y para dar cuenta adecuadamente de la ciencia es preciso acercarse a la investigación científica original adoptando una actitud filosófica, es decir, con ánimo de descubrir los componentes filosóficos de dicha actividad y de ubicar a esta en el sistema total de ella.

Bunge, M. (1985). Seudociencia e ideología. Alianza Editorial.

1. La intención del autor del texto es

- A) polemizar sobre la ideología científica que presenta el mundo occidental.
- B) dar una definición sobre tecnología a partir de la investigación científica.
- C) diferenciar entre ciencia y tecnología a partir del análisis científico actual.
- D) definir la ciencia a partir de la comprensión de la investigación científica.
- E) distinguir entre ciencia y tecnología en el mundo contemporáneo acrítico.



Solución:

En efecto, el autor del texto argumenta que para conocer a ciencia cierta lo que es la ciencia debemos partir de la investigación científica y su análisis respectivo; esto desde una actitud filosófica.

Rpta.: D

2. El antónimo contextual de la frase CIENCIA CIERTA es

A) vacilación. B) hermetismo. C) retórica.
D) dogmatismo. E) elocuencia.

Solución:

En el contexto, un antónimo adecuado para CIENCIA CIERTA es VACILACIÓN. Esto se debe a que CIENCIA CIERTA refiere la noción de “sin duda alguna”.

Rpta.: A

3. El término que se opone a CLASIFICAR es

A) categorizar. B) desordenar. C) dictaminar.
D) afrentar. E) congojar.

Solución:

En efecto, CLASIFICAR refiere a la acción de categorizar los elementos; por esta razón, DESORDENAR es una noción opuesta.

Rpta.: B

4. El antónimo contextual de CONTEMPORÁNEA es

A) coetánea. B) espabilada. C) timado.
D) coeva. E) pasado.

Solución:

CONTEMPORANÉA hace alusión al tiempo actual, en efecto, PASADO es un antónimo preciso.

Rpta.: E

5. El término que se opone al verbo ENTERAR es

A) aprender. B) ignorar. C) gratificar.
D) barruntar. E) enjugar.

Solución:

ENTERAR refiere al conocimiento profundo sobre la tecnología; en efecto, IGNORAR es una noción contrapuesta.

Rpta.: B



SECCIÓN B
COMPRENSIÓN LECTORA
TEXTO 1

A nivel mundial, los trabajadores y profesionales peruanos destacan por múltiples habilidades técnicas y aptitudes que resultan bastante atractivas para los mercados de Latinoamérica, Europa y África, así lo afirmó Rodolfo León, Gerente General de Downing Teal Perú, reclutadora australiana con filial en nuestro país dedicada a la búsqueda, selección y colocación de profesionales en el mundo.

León precisó que, según los empleadores extranjeros, los profesionales peruanos logran cumplir a cabalidad las funciones que se les delega en un empleo y tienen gran capacidad de buscar los recursos necesarios para poder lograrlo. Asimismo, el experto enumeró los rasgos diferenciales que hacen brillar al talento peruano a nivel mundial.

Capacidad de solución de problemas: el talento peruano es aplaudido a nivel global por ser bastante ingenioso, el mundo reconoce que los peruanos tienen muchas habilidades técnicas y conocimientos, pero lo que realmente admiran es que son extremadamente “recurseros”, pues exploran diversas maneras de lograr el objetivo.

Pasión por lo que hace: a diferencia de otras partes del mundo, el trabajador peruano no se ciñe a un horario de trabajo establecido, su jornada laboral culmina al concretar el último pendiente. El perfil del trabajador nacional posee mucha vocación, autodisciplina, perseverancia y una diligencia innata.

Competente: en el ámbito técnico, el peruano es bastante reconocido, ya que entre las décadas 90 y 2000 muchos profesionales nacionales ocupaban los primeros puestos en grandes universidades como Harvard, y esto no era por pura casualidad, sino por el empuje, la capacidad de adaptación y los deseos de superación que posee.

Adaptabilidad: el trabajador peruano tiene la capacidad de ajustarse y amoldarse a las necesidades y capacidades de su entorno.

Lealtad: esta característica se debe a que predomina su compromiso con la empresa en la que labora, así como con sus jefes y compañeros de actividades con los cuales comparte conocimiento.

En efecto, para el especialista, los profesionales peruanos logran cumplir a cabalidad las funciones que se les delega y tienen gran capacidad de **buscar** los recursos necesarios para poder lograrlo.



Perú21. (25 de agosto de 2019). Las cinco características del trabajador peruano más requeridas a nivel mundial. En Perú21. <https://peru21.pe/economia/cinco-caracteristicas-trabajador-peruano-requeridas-nivel-mundial-482841-noticia>. [Texto editado]

RPP. (01 de mayo de 2017). Infografía | Conoce el perfil del trabajador peruano. <https://rpp.pe/economia/estilo-de-vida/infografia-conoce-el-perfil-del-trabajador-peruano-noticia-1047502?ref=rpp>.



1. El texto mixto, principalmente, versa sobre

- A) los rasgos diferenciales del trabajador competente, legal y eficaz.
- B) un análisis entre el perfil del trabajador peruano y el internacional.
- C) el perfil económico que ostenta el trabajador peruano en el mundo.
- D) las características esclavizantes que presenta el trabajador peruano.
- E) el perfil y los rasgos diferenciales que posee el trabajador peruano.

Solución:

El texto se enfoca en describir dos aspectos del trabajador peruano: la prosa aborda los rasgos diferenciales que posee el trabajador peruano y la imagen expone su perfil.

Rpta.: E

2. En el texto, el antónimo del verbo BUSCAR es

- A) soslayar.
- B) investigar.
- C) indagar.
- D) manumitir.
- E) subyugar.

Solución:

El verbo BUSCAR refiere a la capacidad de encontrar los recursos necesarios para realizar su labor; así, SOSLAYAR “pasar por alto” es un buen término antonímico.

Rpta.: A

3. A partir del texto y la imagen, es incompatible aseverar que

- A) un 60 % de los trabajadores peruanos carecen de tarjetas de crédito o débito.
- B) los rasgos diferenciales hacen brillar al talento peruano laboral a nivel mundial.
- C) los trabajadores peruanos destacan en el mundo debido a sus rasgos positivos.
- D) un gran porcentaje de los trabajadores peruanos posee secundaria completa.
- E) la mayoría de los trabajadores peruanos trabaja en una empresa formalizada.

Solución:

En la imagen se señala que el 75 % de los trabajadores peruanos labora en una empresa informal.

Rpta.: E

4. Se colige del texto y la imagen que

- A) los rasgos diferenciales pueden ser estimulados por el nivel educativo.
- B) dentro de los rasgos diferenciales destacan la abnegación y la lealtad.
- C) el perfil de los trabajadores peruanos es muy variopinto en ocasiones.
- D) una descripción holística del trabajador peruano podría ser polémica.
- E) el perfil del trabajador peruano puede ser homogéneo y muy diverso.

Solución:

Tanto el perfil como los rasgos diferenciales del trabajador peruano son muy heterogéneos; por lo tanto, desarrollar una descripción total sobre el mismo podría ser polémico.

Rpta.: D



5. Si los trabajadores peruanos no tuvieran la capacidad de buscar los recursos necesarios para cumplir sus labores,
- A) desarrollarían otras capacidades que puedan cubrir la capacidad frustrada.
 - B) todos los peruanos trabajarían necesariamente dentro del territorio nacional.
 - C) absolutamente ninguna empresa contrataría a un peruano en todo el mundo.
 - D) de igual manera serían contratados por recibir menos paga que otros obreros.
 - E) los empleadores extranjeros no tendrían una valoración positiva sobre ellos.

Solución:

Los trabajadores peruanos son valorados positivamente en el extranjero por su capacidad de búsqueda de los recursos necesarios para desarrollar sus actividades.

Rpta.: E

SECCIÓN B

Texto 1

Hasta ahora, de la «lingüística cartesiana» hemos extraído ciertas doctrinas características y muy importantes en relación con la naturaleza del lenguaje y hemos trazado su desarrollo, muy someramente, durante el período que va de Descartes a Humboldt. Como subproducto de este estudio de la *langue*, y con el fondo de la teoría racionalista de la mente, han surgido ciertos puntos de vista en relación a cómo se adquiere y se utiliza el lenguaje. Tras un largo intermedio, estos puntos de vista comienzan una vez más a recibir la atención que merecen, aunque su aparición (como la reaparición de las ideas centrales de la gramática transformacional) fuera el resultado de tendencias casi por entero independientes.

La doctrina central de la lingüística cartesiana es que las características generales de la estructura gramatical son comunes a todas las lenguas y reflejan ciertas propiedades fundamentales de la mente. Esta hipótesis fue la que condujo a los gramáticos filósofos a concentrarse en la gramática general antes que en la gramática particular y se expresa en la creencia de Humboldt de que el análisis profundo mostrará una «forma de lenguaje» común que sirve de base a la variedad nacional e individual. Hay, pues, ciertos universales del lenguaje que establecen límites a la variedad del lenguaje humano. El estudio de las condiciones universales que prescriben la forma de cualquier lenguaje humano es la «gramática general». Tales condiciones universales no se aprenden, más bien proporcionan los principios organizadores que hacen posible el aprendizaje del lenguaje, que han de existir si los datos han de conducir al conocimiento. Al atribuir tales principios a la mente, como propiedad innata, es posible explicar el hecho clarísimo de que quien habla una lengua sabe mucho más de lo que ha aprendido.

Al aproximarse de este modo a la cuestión de la adquisición del lenguaje y de los universales lingüísticos, la lingüística cartesiana refleja la preocupación de la psicología racionalista del siglo xvii con la contribución de la mente al conocimiento humano. Quizá la más antigua exposición de lo que se iba a convertir en un tema importante a lo largo de la mayor parte de este siglo es *De Veritate* de Herbert de Cherbury (1624) (pág. 109), donde desarrolla el punto de vista de que hay ciertos «principios o nociones implantados en la mente» que «llevamos a los objetos desde nosotros mismos... [como]... don directo de la naturaleza, como mandamiento del instinto natural» (pág. 133). Aunque estas nociones comunes «son estimuladas por los objetos», sin embargo, «nadie, por extraños que sean sus puntos de vista, imagina que las llevan los propios objetos» (pág. 126). Antes bien, son esenciales a la identificación de los objetos y a la comprensión de sus propiedades y relaciones. Aunque las «verdades intelectuales» comprendidas entre las nociones comunes «parecen desvanecerse



ante la ausencia de objetos, sin embargo, no pueden permanecer enteramente pasivas y ociosas viendo que son esenciales a los objetos y los objetos a ellas... Solo con su ayuda se hace posible dirigir al intelecto, ya sea con tipos de cosas familiares o nuevas, a que decida si nuestras facultades subjetivas tienen un conocimiento preciso de los hechos» (pág. 105). Por aplicación de estas verdades intelectuales que están «impresas en el alma por los dictados de la propia naturaleza», podemos comparar y combinar sensaciones individuales e interpretar la experiencia en función de los objetos, de sus propiedades y de los acontecimientos en los que participan. Evidentemente, estos principios interpretativos no se pueden aprender por completo a partir de la experiencia y además pueden ser independientes de la misma.

Según Herbert: «Están tan lejos de ser extraídos de la experiencia o de la observación que, sin algunos o, al menos, uno de ellos, ni podríamos tener experiencia alguna ni ser capaces de observación. Ya que, si no hubiese estado escrito en nuestra alma que deberíamos examinar la naturaleza de las cosas (y este imperativo no lo derivamos de las cosas), y si no hubiésemos estado dotados de las nociones comunes a tal objeto, jamás habríamos llegado a distinguir entre las cosas o a captar ninguna naturaleza general. Formas vagas, prodigios, imágenes terribles, pasarían sin sentido e incluso peligrosamente delante de nuestras mentes, a menos que existiese dentro de nosotros, en forma de nociones impresas en la mente, esa facultad análoga con la que distinguimos el bien del mal. ¿De qué otro sitio podríamos haber recibido el conocimiento? En consecuencia, cualquiera que considere hasta qué grado contribuyen los objetos, en su relación externa, a la acertada percepción; quien busque estimar en qué contribuimos nosotros, o descubrir lo que se debe a fuentes ajenas o accidentales o, una vez más, a influencias innatas o a factores que surgen de la naturaleza, tendrá que referirse a estos principios. Escuchamos a la voz de la naturaleza no solo en nuestra elección entre lo que es bueno o malo, beneficioso o perjudicial, sino también en esa correspondencia externa por la que distinguimos la verdad de la mentira, poseemos facultades ocultas que cuando están estimuladas por los objetos rápidamente les responden».

Solo por medio del uso de estas «facultades innatas o nociones comunes» el intelecto puede determinar «si nuestras facultades subjetivas han ejercitado bien o mal sus percepciones» (pág. 87). Este «instinto natural» nos instruye así en «la naturaleza, manera y amplitud de lo que hay que oír, esperar o desear» (pág. 132).

Chomsky, Noam (s.a.) Lingüística Cartesiana. Un capítulo de la historia del pensamiento racionalista. Madrid, Gredos.

1. El texto trata fundamentalmente sobre

- | | |
|-----------------------------------|------------------------------------|
| A) el innatismo y la experiencia. | B) el asidero innato del lenguaje. |
| C) la base corpórea del lenguaje. | D) la experiencia y los estímulos. |
| E) la lingüística y Noam Chomsky. | |

Solución:

A partir de las condiciones universales y los universales lingüísticos, el texto defiende la base innata que presenta el lenguaje.

Rpta.: B

2. En el texto, CUESTIÓN implica un(a)

- | | | |
|-------------------------|------------------------|-----------------------|
| A) problema científico. | B) dilema muy banal. | C) conjetura certera. |
| D) fenómeno complejo. | E) problema semántico. | |



Solución:

CUESTIÓN alude a un problema desarrollado en la lingüística. De esta manera, implica un PROBLEMA CIENTÍFICO.

Rpta.: A

3. Sobre la *gramática general* es compatible decir que

A) es un módulo intelectual que se forma sobre la base de las diferentes experiencias.
B) fue soslayada como tema por los distintos filósofos que han existido en el mundo.
C) en un análisis profundo y sistemático sería lo mismo que la gramática particular.
D) es una abstracción de los principios que comparten todas las lenguas del mundo.
E) es una inferencia deductiva derivada a partir del estudio de algunos lenguajes.

Solución:

“El estudio de las condiciones universales que prescriben la forma de cualquier lenguaje humano es la «gramática general»”.

Rpta.: D

4. Se colige del texto que la tesis del innatismo propugna que el lenguaje tiene una base

A) científica. B) filosófica. C) arbitraria.
D) biológica. E) social.

Solución:

El texto señala que los principios del lenguaje están implantados en la mente y que son un don directo de la naturaleza, como un instinto natural. Así, el lenguaje se desarrollaría a partir de la maquinaria biológica y no a partir de las herramientas sociales.

Rpta.: D

5. Sobre los objetos que fungen de estímulos, se puede deducir que

A) presentan una base biológica y, en efecto, una base innata.
B) son totalmente determinantes para el desarrollo del lenguaje.
C) tienen como propiedad inherente a las nociones comunes.
D) nos permiten conocer los principios universales lingüísticos.
E) son desarrollados a partir de varias experiencias universales.

Solución:

Las nociones comunes son estimuladas por los objetos. Esta idea nos permite entender que a través de los objetos o estímulos podemos abstraer y conocer a los principios universales lingüísticos.

Rpta.: D

6. Si los principios universales fueran inherentes a la experiencia

A) podríamos identificar, de forma clara, a los objetos.
B) no podríamos discriminar y categorizar a los objetos.
C) las diferentes experiencias serían leyes científicas.
D) la base innata del lenguaje sería más consistente.
E) los principios particulares tendrían una base innata.



Solución:

Nosotros podemos distinguir a los objetos porque tenemos los principios implantados en nuestra mente. Si los principios fueran parte de la experiencia y no de nuestra mente, sería imposible discriminar a los objetos.

Rpta.: B

7. Respecto de la «lingüística cartesiana» es incompatible señalar que

- A) elude toda idea filosófica en sus investigaciones.
- B) analiza el problema de la adquisición del lenguaje.
- C) se sustenta en la nombrada corriente racionalista.
- D) analiza las propiedades comunes de las lenguas.
- E) se sustenta en las ideas filosóficas de Descartes.

Solución:

La «lingüística cartesiana» se fundamenta en el sistema filosófico de René Descartes.

Rpta.: A

8. Si una investigación determinara que los principios universales se pueden aprender

- A) la tesis innata se corroboraría firmemente.
- B) el lenguaje podría tener una base social.
- C) todos podríamos postular leyes científicas.
- D) los universales lingüísticos no existirían.
- E) los principios particulares serían falsos.

Solución:

Los principios universales son innatos, esto es, se desarrollan naturalmente. Si fueran aprendidos se necesitaría un contexto social.

Rpta.: B

Texto A

El viral video de TikTok en el que la activista Olga Izquierdo denunció los baños inclusivos del Aeropuerto Internacional Jorge Chávez abrió la discusión acerca de los posibles peligros del uso de baños mixtos, especialmente para niñas, adolescentes y mujeres. Esta denuncia no solo generó revuelo para los actores políticos de derecha, como en el congresista Alejandro Muñante quien presentó una denuncia preventiva contra Lima Airport Partners (LAP), sino que la izquierda se ha visto ofendida (cuándo no) ante una supuesta “transfobia” y discriminación.

Tomemos el ejemplo americano. Los gobiernos demócratas han insistido en la obligatoriedad de los baños inclusivos en lugares públicos e incluso instando a las empresas privadas, colegios y universidades a acatar dicha medida. Todos callaron y las mujeres comenzaron a perder espacios en la sociedad. En marzo de 2022, el caso de la nadadora transgénero Lia Thomas vio la luz y ayudó a que algunos legisladores abrieran los ojos con respecto a las injustas ventajas que tiene la población LGBT.

En aras de una supuesta inclusión, las nadadoras del equipo de la Universidad de Pensilvania se vieron **obligadas** a desnudarse frente a este hombre biológico 18 veces a la semana y cuando se quejaron ante la evidente incomodidad se les dijo que se “reeducaran”.



La situación en los colegios es aún más espeluznante. Los números de violaciones y acoso sexual en baños escolares han aumentado y más personas están alzando su voz frente a este atropello contra la privacidad y la dignidad. Si bien, en su mayoría, los perpetradores no son transgénero, sí son personas que se han aprovechado de esta medida “inclusiva” para hacer daño a mujeres y niñas, y eso debe detenerse.

Craig, C. (2023). “Baños inclusivos”: la vía de entrada del progresismo. Dilad Media.

Texto B

El abogado penalista Aaron Aleman destacó que en el Perú existe un desconocimiento generalizado sobre los derechos fundamentales, especialmente en lo que respecta a los tratados internacionales que vinculan al Estado peruano. Entre estos tratados se encuentra el Pacto de San José o la Convención Americana sobre Derechos Humanos, los cuales, según la Constitución peruana, forman parte del ordenamiento jurídico vigente. Aleman explicó que estos instrumentos internacionales son fundamentales para garantizar el respeto a los derechos humanos, incluyendo los de las personas trans en relación a su identidad de género.

En ese sentido, el abogado argumentó que lo que sucedió en el aeropuerto, en el que una persona hizo un reclamo sobre el baño inclusivo, sería ilegal, incluso llegando a cometer el delito de discriminación. “La queja de la usuaria es errónea e incluso ilegal porque estaríamos ante la posible comisión del delito de incitación a la discriminación, el cual está estipulado en el artículo 323 del Código Penal”, señaló en aquella ocasión para *El Comercio*.

Juan Carlos Ruiz, abogado especialista en derechos humanos y coordinador en el Instituto de Defensa Legal (IDL), respaldó esta postura, recordando que la Corte Interamericana de Derechos Humanos prohíbe la discriminación por razones de identidad sexual, y sus fallos son vinculantes para el Perú.

Además, Ruiz citó el inciso 2 del artículo 2 de la Constitución Política, que establece que nadie debe ser discriminado por su sexo o cualquier otra índole. “Cuando hay una razón objetiva, se puede dar un trato diferenciado que, a la vez, sea legítimo. Es decir, no todo trato diferenciado es discriminatorio, siempre y cuando existan razones objetivas, como es el caso de las personas gestantes”, explicó.

Noriega, P. (2012). Giacomo Bocchio en contra de los baños inclusivos y lanza advertencia: “Estoy dispuesto a ir preso”. Infobae.

1. La controversia entre ambos textos gira en torno a

- A) la seguridad y la legalidad de los baños inclusivos del aeropuerto Jorge Chávez.
- B) los casos de racismo sexual ocurridos en el baño del aeropuerto Jorge Chávez.
- C) la identidad de género de personas transgéneros en el aeropuerto Jorge Chávez.
- D) las políticas de género planteadas por grupos de izquierda y grupos demócratas.
- E) las normas de inclusión plasmadas por la gerencia del aeropuerto Jorge Chávez.

Solución:

En el texto A, se hace un llamado a revisar los baños inclusivos del aeropuerto Jorge Chávez por una cuestión de seguridad; en tanto que en el texto B, se expone que los baños inclusivos del aeropuerto Jorge Chávez tienen una base legal.

Rpta.: A



2. En el texto B, el antónimo del adjetivo OBLIGADA es

- A) constreñida. B) injuriada. C) amoratada.
D) señalada. E) facultada.

Solución:

El adjetivo refiere al nulo poder o derecho de elegir por parte de las nadadoras para sentirse cómodas; por lo tanto, el antónimo es FACULTADA.

Rpta.: E

3. Respecto a lo sostenido en el texto A sobre los baños inclusivos, es incompatible señalar que

- A) para implementarlos se toma en cuenta la opinión de la mayoría.
B) pueden generar episodios de incomodidad para algunas mujeres.
C) en Estados Unidos fueron promovidos por gobiernos demócratas.
D) la crítica hacia ellos genera que políticos de izquierda se ofendan.
E) representan un atropello a la privacidad y dignidad de las mujeres.

Solución:

Según el texto A, los gobiernos son los que han implementado este tipo de baños; no obstante, no se ha indagado sobre las implicancias entre los usuarios de estos baños.

Rpta.: A

4. De acuerdo con el texto B, se infiere que cualquier reclamo sobre los baños inclusivos

- A) suma a las principales políticas de género.
B) lo desarrollan puros hombres homofóbicos.
C) podría incluso categorizarse como un delito.
D) podría llevar a procesos legales muy arduos.
E) evidencia que no hay una reeducación cabal.

Solución:

Según el texto B, los reclamos sobre los baños inclusivos podrían representar casos de discriminación, el cual es un delito en territorio peruano.

Rpta.: C

5. Si la naturaleza biológica fuera respaldada por todos los grupos políticos,

- A) la propuesta de baños inclusivos no tendría asidero.
B) las políticas de género tendrían más respaldo social.
C) la autopercepción quedaría amparada socialmente.
D) los baños inclusivos se usarían en lugares apolíticos.
E) la autopercepción sería una teoría social, no política.

Solución:

La propuesta de los baños inclusivos se fundamenta en la autopercepción del género; si por el contrario la naturaleza biológica sería respaldada, no se propondría baños de dicha naturaleza.

Rpta.: A



READING

When we examine the Scriptures, we find not one name for God, but many names. Why is this so? It is necessary for God to give Himself many names because of the infiniteness of God's nature and the finiteness of human understanding. We cannot grasp the wonder and diversity of God in one simple name, but we need many names to provide us a fuller, more comprehensive, revelation of God. Even if He were to give himself ten thousand names, we could not grasp Him fully, but with each name we are given progressive revelation of God's nature.

We may also say that God has not **obscured** the unity of His divine nature in an excessive multiplication of names, but has assigned Himself just those which would make Himself adequately known among His people throughout the earth. Although possessing many attributes, God is one God, and too many names would have confused His unity with the plurality of pagan gods. The ancient Babylonians had thousands of divine names for their gods, fifty for the god, Marduk, alone. Re, the Egyptian god, was the "god of many names". In many ancient religions, the true name for god was left a mystery to be shared by only a small number of elite worshippers. By way of contrast, every Israelite knew the name of God, and it was his duty to call upon the name of God and to make His name known among the heathen.

McNeill, D. (2012). Systematic Theology: The Doctrine of God. Christ's Community Study Center.

1. What is the central topic of the passage?

- A) Pagan names of God in different ancient polytheistic cultures.
- B) The attributes of God manifested from his different names.
- C) The polysemic name of God used in different recent times.
- D) The importance of religiosity in different ancient societies.
- E) The presence of God in ancient pagan religious ideologies.

Solution:

The text exposes the need for God to manifest himself through various names to recognize his attributes.

Key: B

2. In the passage, the adjective OBSCURED most nearly means

- | | | |
|----------------|--------------|------------|
| A) discharged. | B) darkened. | C) erased. |
| D) hidden. | E) killed. | |

Solution:

In the text, it is understood that God has not HIDDEN his nature.

Key: D

3. It can be inferred from the passage that the Israelites

- | | |
|--|------------------------------------|
| A) didn't remember the name of God. | B) were more pagan than religious. |
| C) used the name of God recurrently. | D) defended God until their death. |
| E) weren't experts in religious matters. | |



Solution:

All Israelites knew the name of God and had to invoke Him among the pagans. So, it is inferred that they used the name of God recurrently.

Key: C

4. The phrase "GOD OF MANY NAMES" implies

A) dogmatism. B) significance. C) policy.
D) homonymy. E) sanity.

Solution:

God of many names refers to a god known in different ways, this implies different conceptualizations or meanings.

Key: B

5. If God had not manifested himself through several names

A) we could develop a semantic analysis on his divine name and nature.
B) faith in him would have been lost and He would not be remembered.
C) the Israelites would not invoke his great name in front of the pagans.
D) we could know the attributes of his greatness in a very precise way.
E) we would not be able to know the different attributes of his greatness.

Solution:

The different names of God allow us to understand the attributes of his nature and greatness; if he had only one name, this would not be possible.

Key: E



HABILIDAD LÓGICO MATEMÁTICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Determine la suma de cifras del valor de E, luego de simplificar la expresión

$$E = \sqrt{\frac{\overbrace{44 \dots 44}^{1000 \text{ cifras}} - \overbrace{88 \dots 88}^{500 \text{ cifras}}}{9}}$$

- A) 1000 B) 1600 C) 2400 D) 1200 E) 3000

Solución:

$$E = 2 \sqrt{\frac{\overbrace{11 \dots 11}^{1000 \text{ cifras}} - \overbrace{22 \dots 22}^{500 \text{ cifras}}}{9}}$$

Para 1 cifra en el sustraendo:

$$E = 2 \sqrt{\frac{11 - 2}{9}} = 2(1) \rightarrow \sum \text{cif}(E) = 1(2)$$

Para 2 cifras en el sustraendo:

$$E = 2 \sqrt{\frac{1111 - 22}{9}} = 2 \sqrt{\frac{1089}{9}} = 2\sqrt{121} = 2(11) \rightarrow \sum \text{cif}(E) = 2(2)$$

Para 3 cifras en el sustraendo:

$$E = 2 \sqrt{\frac{111111 - 222}{9}} = 2 \sqrt{\frac{110889}{9}} = 2\sqrt{12321} = 2(111) \rightarrow \sum \text{cif}(E) = 3(2)$$

Para 500 cifras en el sustraendo:

$$E = 2 \sqrt{\frac{\overbrace{11 \dots 11}^{1000 \text{ cifras}} - \overbrace{22 \dots 22}^{500 \text{ cifras}}}{9}} \rightarrow \sum \text{cif}(E) = 500(2) = 1000$$

Rpta.: A

2. Encuentra la suma de todos los números en el siguiente arreglo numérico:

1	3	5	7	...	45
3	5	7	9	...	47
5	7	9	11	...	49
7	9	11	13	...	51
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮
45	47	49	51	...	89

- A) 22 805 B) 23 805 C) 24 508 D) 45 540 E) 30 605



Solución:

$$\begin{array}{l} \text{C1: } 1 \quad \quad \quad 1 = 1 \times 1 = 1 \times 1^2 \\ \text{C2: } 13 \quad \quad \quad 12 = 3 \times 4 = 3 \times 2^2 \\ \quad \quad 35 \\ \text{C3: } 135 \quad \quad \quad 45 = 5 \times 9 = 5 \times 3^2 \\ \quad \quad 357 \\ \quad \quad 579 \\ \text{Caso general: } 45 \times (23)^2 = 23\,805 \end{array}$$

Rpta.: B

3. En el siguiente arreglo de letras, ¿de cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra ALIADA, considerando la misma distancia mínima de una letra a otra en todas las lecturas?

- A) 35
B) 40
C) 56
D) 52
E) 65

A L L L A
L I I I I L
A D A D A
A A A A

Solución:

1 1 1 1 1
A L L L A
2 3 1 1 3 2
L I I I I L
5 1 7 2 7 5
A D A D A
7 7 14 7 7
A A A A

Luego, en total hay 56 formas de leer la palabra ALIADA.

Rpta.: C

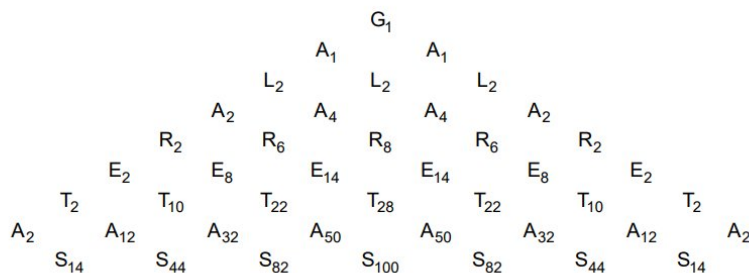
4. En el siguiente arreglo de letras, ¿de cuántas maneras distintas se puede leer la palabra GALLARETAS a igual distancia mínima uniendo letras vecinas en el siguiente arreglo?

- A) 382
B) 380
C) 385
D) 387
E) 388

G
A A
L L L
A A A A
R R R R R
E E E E E
T T T T T T T
A A A A A A A A
S S S S S S S



Solución:



Nro de maneras leer GALLARETAS: $2(14 + 44 + 82) + 100 = 380$

Rpta.: B

5. En el siguiente arreglo de letras, ¿de cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra RECONOCER considerando igual distancia mínima de una letra a otra en cada lectura?

A) 1520

B) 1024

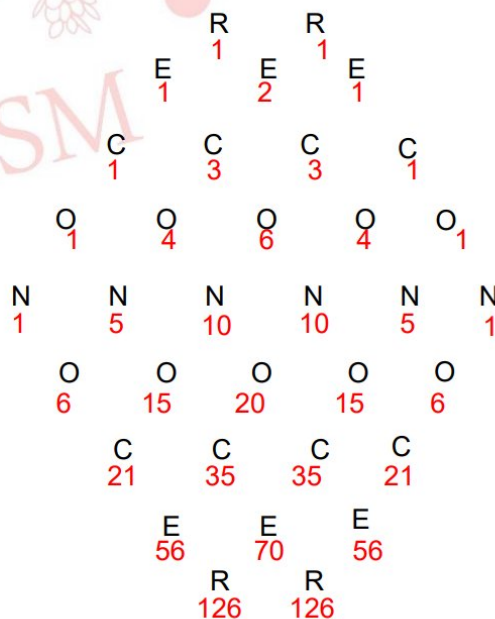
C) 1240

D) 560

E) 1210

Solución:

- Usamos el método de Pascal



Nº de lecturas de RECONOCER (De arriba para abajo) = $126 + 126 = 252$

Nº de lecturas de en total = $252 \times 4 = 1024$

Rpta.: B



6. En una exposición de cristalería fina, se formó una torre con un total de 378 vasos, tal como muestra la figura adjunta. Los vasos fueron ordenados por filas: la fila número 1 está sobre la mesa; la fila número 2 sobre la primera fila, con 1 vaso menos; así sucesivamente hasta llegar a la última fila con 1 solo vaso. ¿Cuántos vasos hay en la fila número 13?

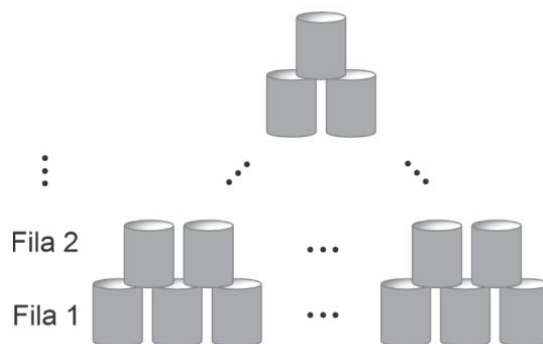
A) 17

B) 14

C) 13

D) 15

E) 16



Solución:

Por hallar el número de vasos en la fila 12.

Por dato, en la primera fila hay un número de vasos en la base; en la segunda fila hay un vaso menos, y así sucesivamente hasta que en la fila n hay 1 vaso.

Podemos inducir que la cantidad de copas son números consecutivos en forma descendente hasta 1.

Así, tenemos

$$\frac{\text{Fila 1}}{x}, \frac{\text{Fila 2}}{x-1}, \frac{\text{Fila 3}}{x-2}, \dots, \frac{\text{Fila 13}}{x-12}, \dots, \frac{\text{Fila } n}{1}$$

Por dato, el total de copas es 378.

Luego

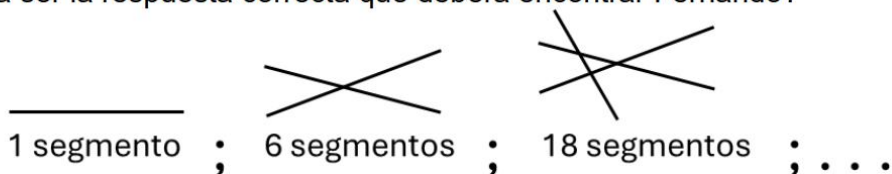
$$1 + \dots + (x-1) + x = 378 \Rightarrow \frac{x(x+1)}{2} = 378$$

De donde se obtiene: $x(x+1) = 756 = 27 \times 28 \Rightarrow x = 27$

Por tanto, fila 13: $x - 12 = 15$

Rpta.: D

7. Fernando dibuja líneas rectas en la hoja de su cuaderno, deseando contar la cantidad de segmentos que se pueden contar, como se muestra en la figura. Él se pregunta cuántos segmentos como máximo se podrían contar si traza 10 líneas rectas. ¿Cuál deberá ser la respuesta correcta que deberá encontrar Fernando?



A) 230

B) 210

C) 240

D) 600

E) 550



Solución:

Caso 1: $n = 1$ línea



Nº de segmentos:

$$1 = 1$$

Caso 2: $n = 2$ líneas



Nº de segmentos:

$$3 \times 2 = 6$$

Caso 3: $n = 3$ líneas



Nº de segmentos:

$$6 \times 3 = 18$$

Caso 4: $n = 4$ líneas



Nº de segmentos:

$$10 \times 4 = 40$$

- Para la figura en la cual hay “ n ” líneas el número máximo de segmentos que se puede obtener está determinado por:

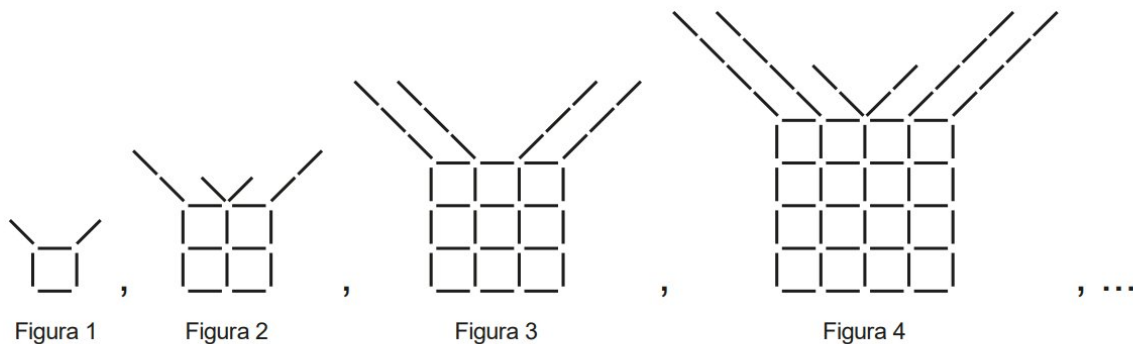
$$\frac{n(n+1)}{2} \times n$$

- Para el problema: $n = 10$

- $\frac{10(11)}{2} \times 10 = 550$

Rpta.: E

8. En la secuencia de figuras mostradas, cada figura está formada por palitos idénticos. Sea m el número de palitos en la figura 2025, y n el número de palitos en la figura 2024, halle $(m - n) / 2025$.



A) 3

B) 5

C) 6

D) 7

E) 8



Solución:

Figura 1 = 6 palitos = $3(1)(2)$

Figura 2 = 18 palitos = $3(2)(3)$

Figura 3 = 36 palitos = $3(3)(4)$

Figura 4 = 60 palitos = $3(4)(5)$

....

$$\begin{aligned}\Rightarrow (m - n) / 2025 &= (3(2025)(2026) - 3(2024)(2025)) / 2025 \\ &= 3(2026 - 2024) \\ &= 6\end{aligned}$$

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Calcule la suma de cifras de

$$R = \left(\underbrace{3333 \dots 334}_{500 \text{ cifras}} \right)^2$$

A) 3001

B) 3004

C) 2901

D) 2991

E) 3101

Solución:

Caso 1 cifra: $\Rightarrow 4^2 = 16 \Rightarrow \sum \text{cifras} = 7 = 1 + 6$

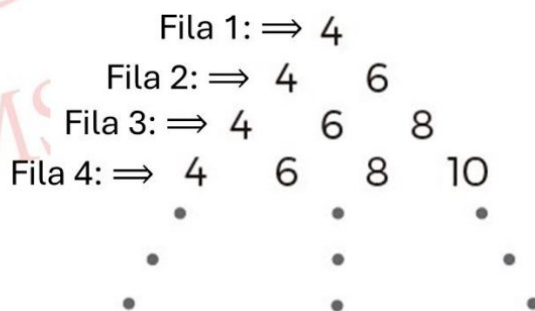
Caso 2 cifras: $\Rightarrow 34^2 = 1156 \Rightarrow \sum \text{cifras} = 13 = 1 + 6(2)$

Caso 3 cifras: $\Rightarrow 334^2 = 111556 \Rightarrow \sum \text{cifras} = 19 = 1 + 6(3) \dots$

Para el caso de 500 cifras $\Rightarrow \sum \text{cifras} = 1 + 6(500) = 3001$

Rpta.: A

2. En el arreglo mostrado en la figura, calcule la suma de todos los términos de la fila 20.



A) 456

B) 460

C) 475

D) 325

E) 450

Solución:

Analizamos casos particulares

Fila 1: $\Rightarrow 4 = 1^2 + 3(1)$

Fila 2: $\Rightarrow 4 + 6 = 2^2 + 3(2)$

Fila 3: $\Rightarrow 4 + 6 + 8 = 3^2 + 3(3)$

...

Fila 20: $\Rightarrow 4 + 6 + \dots = 20^2 + 3(20)$

Rpta.: B



Solución:

```

      G
    1 1
  A  A
    1 2 1
  R  R R
    1 3 3 1
  E  E E E
1 5 4 10 6 10 4 5 1
T  T  T  T  T
    1 10 10 1
  E  T  E  E  T  E

```

Numero de maneras: $3(1 + 10 + 10 + 1 + 5 + 10 + 10 + 5) = 156$

Rpta.: A

5. En arreglo de letras, si en cada lectura la distancia entre las letras debe ser igual y mínima, ¿de cuántas formas diferentes se puede leer ESTUDIA?

A) 396

B) 392

C) 394

D) 198

E) 196

```

      E E E E      E E E E
    S S S S S S  S S S S S
  T T T T T T T T T T T T
U U U U U U U U U U U U U
D D D D D D D D D D D D D
I I I I I I      I I I I I
A A A A          A A A A

```

Solución:

Aplicaremos el método de Pascal

```

      E E E E
    1 1 1 1
  S S S S S
    1 2 2 2 1
  T T T T T T
    1 3 4 4 3 1
U U U U U U U
    1 4 7 8 7 4 1
  D D D D D D
    5 11 15 15 11 5
  I I I I I
    16 26 30 26 16
  A A A A
    42 56 56 42

```

Tenemos total de formas: $4(42 + 56) + 2 = 394$

Rpta.: C



6. En la siguiente secuencia de figuras, ¿cuántos puntos habrá en la figura 533? Dé como respuesta la suma de cifras del resultado.

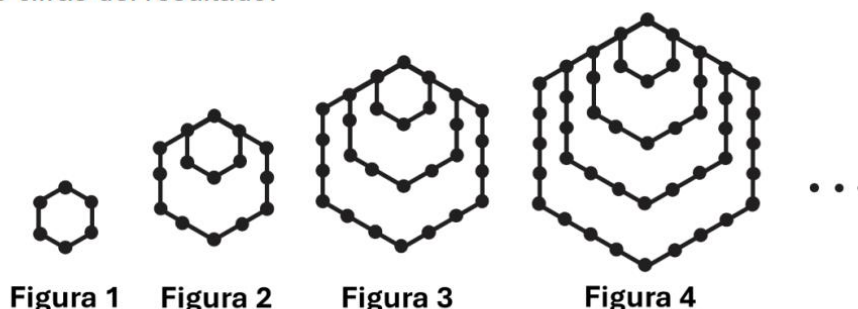
A) 27

B) 32

C) 30

D) 28

E) 26



Solución:

Analizando:

Figura 1: $6 = 2 \times 3 = 2 \times (2 + 1)$

Figura 2: $15 = 3 \times 5 = 3 \times (3 + 2)$

Figura 3: $28 = 4 \times 7 = 4 \times (4 + 3)$

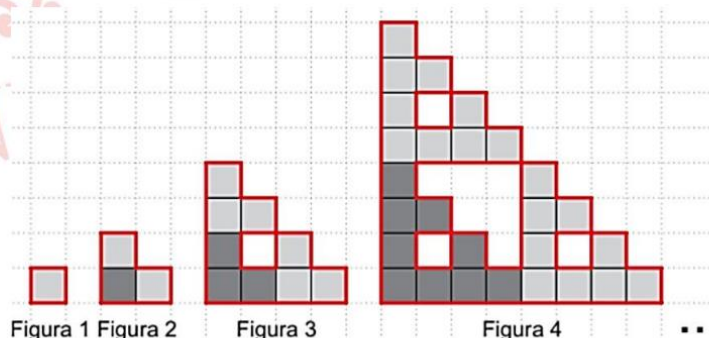
⋮

Figura 194: $195 \times (195 + 194)$

Por tanto, en la figura 194 habrá 75855 puntitos, donde la suma de cifras es 30.

Rpta.: C

7. Partiendo de un cuadrado de 1 cm de lado, formamos una secuencia de figuras, como en la figura mostrada. Cada figura, a partir de la segunda, se forma uniendo tres copias de la anterior. Los contornos de las figuras en los cuatro primeros términos de la secuencia miden, respectivamente, 4 cm, 8 cm, 20 cm y 56 cm. ¿Qué longitud tiene el contorno de la Figura 6?



A) 88 cm

B) 164 cm

C) 172 cm

D) 488 cm

E) 492 cm

Solución:

Cada figura está formada por 3 copias de la figura anterior, colocadas de tal manera que sólo quedan dos pares de cuadrados de las copias de las figuras en contacto. En consecuencia, la longitud del contorno de la nueva figura es igual a 3 veces la longitud del contorno de la anterior, menos 4 cm (correspondientes a los lados en contacto). La siguiente tabla muestra la longitud del contorno de figuras sucesivas.

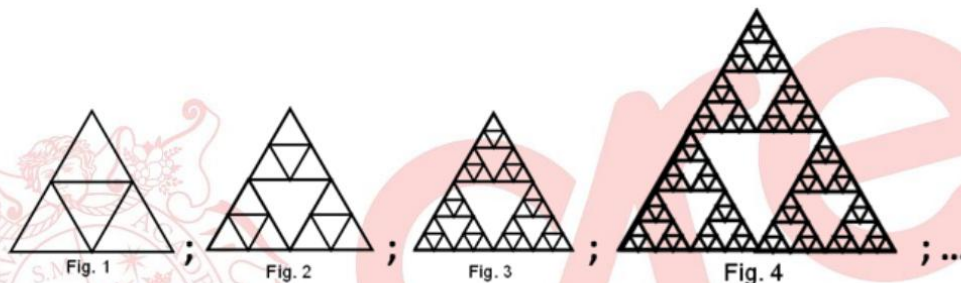


Figura	Contorno (cm)
1	4
2	$3 \times 4 - 4 = 8$
3	$3 \times 8 - 4 = 20$
4	$3 \times 20 - 4 = 56$
5	$3 \times 56 - 4 = 164$
6	$3 \times 164 - 4 = 488$

Por lo tanto, el contorno de la figura 6 mide 488 cm.

Rpta.: D

8. En la siguiente secuencia de figuras mostrada, ¿cuántos triángulos habrá en la figura 10?



- A) 100001 B) 3071 C) 354294 D) 118097 E) 39365

Solución:

En la figura 1 hay $5 = 3^1(2)$ triángulos

En la figura 2 hay $3(5) + 2 = 3^2(2) - 1$ triángulos

En la figura 3 hay $3(3(5) + 2) + 2 = 3^2(5) + 3(2) + 2 = 3^2(5) + 2(3 + 1) = 3^2(2) - 1$ triángulos

En la figura 4 hay $3(3^3(2) - 1) + 2 = 3^4(2) - 1$ triángulos

Luego, en la figura 10 habrá $3^{10}(2) - 1 = 118\,097$ triángulos

Rpta.: D

ARITMÉTICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Una pregunta del examen de Matemática Básica que rindió Sebastián decía lo siguiente:

- Sean $A = 45^2$ y $B = 3 \times 25^n$. Si el $MCM(A, B) = 2025$, entonces $n = 2$
- Si p y q son números primos entre sí (PESI), entonces $MCD(p^2, q^2) = pq$
- $MCM(a + b; a - b) \times MCD(a + b; a - b) = a^2 - b^2; \forall a, b \in \mathbb{Z}^+$

Si Sebastián respondió de manera correcta a la pregunta, ¿cuál fue su respuesta?

- A) VVF B) FVF C) VVV D) FFV E) VFV



Solución:

- I. $MCM(A, B) = 3^4 \times 5^{2n} = 2025 = 81 \times 25$, entonces $n = 1$ (Falsa)
II. Si $p = 2$ y $q = 3$ son números PESI, entonces $MCD(2^2, 3^2) = 1 \neq 2 \times 3$ (Falsa)
III. $MCM(a + b; a - b) \times MCD(a + b; a - b) = (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ (Verdadera)

Rpta.: D

2. Un agricultor tiene un terreno rectangular de 2185 m de largo y 943 m de ancho, el cual lo divide en parcelas cuadradas del mismo tamaño y de dimensiones enteras en metros, de tal manera que la cantidad de parcelas obtenidas sea lo mínimo posible. Si colocó un poste en los vértices de cada parcela, ¿cuántos postes empleó en total?

A) 3895 B) 3936 C) 4032 D) 3990 E) 4128

Solución:

Sea L : longitud del lado de cada parcela

$$L = MCD(2185; 943) = MCD[23(95); 23(41)] = 23$$

$$\text{Por lo tanto, \# postes empleados} = (95 + 1)(41 + 1) = 4032$$

Rpta.: C

3. María tiene cuatro millares de adornos en cajas, cuyas dimensiones son: 10 cm, 8 cm y 6 cm. Si las guarda en contenedores cúbicos, llenándolos completamente, y las cajas sobrantes las vende por separado, ¿cuánto dinero obtuvo, como máximo, al vender a S/ 7200 cada contenedor y a S/ 3 cada caja sobrante?

A) 8400 B) 6200 C) 7220 D) 5800 E) 7800

Solución:

La longitud L de la arista del contenedor $L = MCM(10, 8, 6) = 120$

Cantidad de adornos por cada contenedor $(120/10)(120/8)(120/6) = 3600$, por lo que utilizará 1 contenedor y sobrarán 400 adornos.

La recaudación será $1(7200) + 3(400) = 8400$

Rpta.: A

4. Se están estudiando dos cepas de un virus (Cepa A y Cepa B) para identificar mutaciones en su genoma. Se observa que la Cepa A tiene mutaciones que ocurren cada 18 posiciones en su secuencia genética, mientras que la Cepa B tiene mutaciones que ocurren cada 24 posiciones en su secuencia genética. Determine la suma de cada cuántas posiciones en el genoma coincidirán las mutaciones de ambas cepas, con la cantidad de veces que coincidirán las mutaciones de ambas cepas dentro de la secuencia genética de 360 pares de bases

A) 78 B) 86 C) 72 D) 56 E) 77

Solución:

Las mutaciones de ambas cepas coincidirán cada $MCM(18, 24) = 72$ posiciones en el genoma; las mutaciones de ambas cepas coincidirán $360/72 = 5$ veces dentro de la secuencia genética de 360 pares de bases.

Rpta.: E



5. Paola compró el álbum de la Eurocopa Femenina 2025 con espacios numerados del 1 al 420 para pegar las figuritas de las jugadoras de fútbol. Si Paola ya pegó todas las figuritas que son múltiplos de 2; 3; 5 y 7, ¿cuántas le falta pegar para llenar su álbum?

A) 120 B) 96 C) 48 D) 80 E) 72

Solución:

Numeración de las figuritas: 1; 2; 3; ...; 420 ; $420 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \cdot 7^1$

Pegó las figuritas: $\overset{0}{2}; \overset{0}{3}; \overset{0}{5}; \overset{0}{7} \rightarrow$ Le falta pegar los que no son: $\overset{0}{2}; \overset{0}{3}; \overset{0}{5}; \overset{0}{7}$

Le falta: Las menores que 420 y PESI con 420 [Función de Euler]

Cantidad de figuritas que le falta pegar = $\Phi(420)$

$$\Phi(420) = 2^1(2-1) \cdot 3^0(3-1) \cdot 5^0(5-1) \cdot 7^0(7-1)$$

$$= 2(1)(1)(2)(1)(4)(1)(6) = 96$$

$\therefore$ Le falta pegar 96 figuritas.

Rpta.: B

6. Un inversionista tiene una cartera compuesta por tres tipos de acciones con diferentes valores; 50 acciones de 480 dólares cada una, 35 acciones de 720 dólares y 15 acciones de 960 dólares. Él quiere dividir estas acciones en paquetes de igual valor, sin dejar restos, de modo que cada paquete tenga el mayor valor posible, pero no exceda 200 dólares. Además, cada paquete debe ser un múltiplo exacto del valor de una acción básica de 60 dólares, para facilitar la gestión y la venta de los paquetes. ¿Cuántos paquetes de acciones obtuvo el inversionista?

A) 460 B) 480 C) 530 D) 360 E) 540

Solución:

Calculamos el MCD de los valores de cada acción

$$MCD(480, 720, 960) = 240$$

Como el tamaño de los paquetes de acciones no debe ser mayor a 200, buscamos el mayor divisor de 240 y que es múltiplo de 60, el cual es 120

Luego, calculamos el número de paquetes

$$\frac{480}{120} \times 50 + \frac{720}{120} \times 35 + \frac{960}{120} \times 15 = 530$$

Rpta.: C

7. En una orquesta, dos músicos practican patrones rítmicos repetitivos en sus instrumentos de percusión; el percusionista A toca 19 golpes en 14 segundos, mientras que el percusionista B toca 25 golpes en 20 segundos. Si ambos comienzan a tocar al mismo tiempo, ¿cuántos golpes de tambor se habrán dado en total cuando coinciden por segunda vez tocando al unísono?

A) 38 B) 32 C) 28 D) 31 E) 29



Solución:

Calculamos: $MCM(7/9; 5/6) = 35/3$

Número de golpes

$$\frac{35/3}{7/9} + \frac{35/3}{5/6} + 2 = 31$$

Rpta.: D

8. En el ámbito de las tecnologías de computación, las velocidades de transmisión de datos se miden en diferentes unidades y bases, dependiendo del sistema o protocolo utilizado. En el sistema A la velocidad de transmisión (en bytes por segundo) queda representada por el máximo número de 6 cifras expresado en base 81 y en el sistema B por el máximo número de 7 cifras expresado en base 27. Si, para garantizar la interoperabilidad entre ambos sistemas y evitar pérdidas de datos en la conversión, se busca encontrar la mayor velocidad común posible que pueda dividir exactamente ambas velocidades, ¿cuál será dicho valor, expresado en el sistema decimal?

A) 20 B) 26 C) 21 D) 28 E) 32

Solución:

$$A = \underbrace{(80)(80) \dots (80)}_{6 \text{ cifras}}_{(81)} = (3)^{24} - 1; B = \underbrace{(26)(26) \dots (26)}_{7 \text{ cifras}}_{(27)} = (3)^{21} - 1$$

$$MCD(A; B) = MCD[(3)^{24} - 1; (3)^{21} - 1] = (3)^{MCD(24; 21)} - 1$$

$$MCD(A; B) = (3)^3 - 1 = \underbrace{222}_{3 \text{ cifras}}_{(3)} \quad \text{el valor es 26}$$

Rpta.: B

9. Un electricista trabaja en una instalación y tiene dos cables de diferentes longitudes que necesita cortarlos. Al calcular el MCD de las longitudes de los cables, utilizando el algoritmo de Euclides, obtuvo los cocientes sucesivos 2; 3; 1; 1 y 2, respectivamente, siendo las dos primeras divisiones realizadas por exceso. Si el cable más corto mide menos de 50 metros y el cable más largo mide más de 60 metros, ¿cuál es la diferencia de longitudes de los cables?

A) 18 B) 28 C) 24 D) 16 E) 12

Solución:

	2	3	1	1	2
19d	12d	5d	3d	2d	d
	5d	3d	2d	d	0

Entonces

$$12(4) = 48 \text{ y } 19(4) = 76$$

La diferencia es 28.

Rpta.: B



10. Un padre le dará de propina a su hijo tantos soles como el MCD (12A, 8B, 20C) Si este encuentra acertadamente su valor el MCD (9A, 6B) = 300 y el MCD (4B, 10C) = 80. De resolverlo correctamente, ¿cuánto sería, en soles, el valor de la propina?

A) 40 B) 80 C) 20 D) 25 E) 50

Solución:

$$\text{MCD}(9A, 6B) = 300, \text{ entonces } \text{MCD}(3A, 2B) = 100$$

$$\text{MCD}(4B, 10C) = 80, \text{ entonces } \text{MCD}(2B, 5C) = 40$$

$$\text{MCD}(12A, 8B, 20C) = 4. \text{ MCD}(3A, 2B, 5C) = 4. \text{ MCD}(100; 40) = 4. (20) = 80$$

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Sofía y Leo diseñan jardines de la siguiente manera: el de Sofía tendrá 14 grupos de 8^n plantas mientras que el diseño de Leo tendrá 8 grupos de 14^n plantas. Para coordinar la ejecución de estos diseños analizan el mínimo común múltiplo y observan que resulta un número entero con 68 divisores positivos no primos. ¿Cuántas formas distintas hay de dividir las plantas en grupos de igual tamaño que sirvan para ambos jardines a la vez?

A) 44 B) 16 C) 25 D) 18 E) 22

Solución:

$$A = 7 \times 2^{3n+1}$$

$$B = 7^n \times 2^{n+3}$$

$$\text{MCM}(A, B) = 7^n \times 2^{3n+1}$$

$$\text{CD}(\text{MCM}) = 68 + 2 = (n + 1)(3n + 2), \text{ entonces } n = 4$$

$$\text{MCD}(A, B) = 7 \times 2^7$$

$$\text{CD}(\text{MCD}) = 2(8) = 16$$

Rpta.: B

2. Un agricultor desea almacenar 1200 cajas de frutas en contenedores cúbicos. Cada caja de frutas tiene la forma de un paralelepípedo con dimensiones de 20 cm, 15 cm y 12 cm. ¿Cuántos contenedores cúbicos como máximo podrá utilizar, si estos deben estar completamente llenos?

A) 35 B) 25 C) 39 D) 42 E) 20

Solución:

Para que la cantidad de cajas sea máxima, la arista "a" debe ser mínima.

$$a = \text{MCM}(20; 15; 12) = 60$$

$$\# \text{ de cajas de frutas: } \frac{60}{20} \times \frac{60}{15} \times \frac{60}{12} = 60$$



de contenedores $1200/60 = 20$

Rpta.: E

3. Un banco de alimentos recibió un envío de más de 5000 paquetes de comida. Al organizar los paquetes en cajas de 8 paquetes, sobraron 5 paquetes; al empacarlos en cajas de 10 paquetes, sobraron 7 paquetes; al intentar empacarlos en cajas de 15 paquetes, faltaron 8 paquetes para completar la última caja. Determine la suma de las cifras del mínimo número de paquetes que recibió el banco de alimentos.

A) 13 B) 15 C) 10 D) 19 E) 22

Solución:

Sea N la cantidad de paquetes de comida

Luego

$$N = \overset{0}{8} + 5 \rightarrow N = \overset{0}{8} + 37$$

$$N = \overset{0}{10} + 7 \rightarrow N = \overset{0}{10} + 7 \rightarrow N = \overset{0}{120} + 37 = 5077$$

$$N = \overset{0}{15} - 8 \rightarrow N = \overset{0}{15} + 7$$

Suma de cifras 19

Rpta.: D

4. Al calcular el MCD de dos números primos entre sí mediante el algoritmo de Euclides, se obtuvo los cocientes sucesivos: n ; n ; n y 3. Si la diferencia de esos dos números es 24, determine la suma de dichos números.

A) 60 B) 58 C) 54 D) 52 E) 48

Solución:

Se tiene que:

	n	n	n	3	
$3n^3 + n^2 + 6n + 1$	$3n^2 + n + 3$	$3n + 1$	3	1	
	$3n + 1$	3	1	0	

Luego,

$$A = 3n^3 + n^2 + 6n + 1$$

$$B = 3n^2 + n + 3$$

Además, $A - B = 24$ entonces $n = 2$.

Se tiene: $A = 41$; $B = 17$

Luego, $A + B = 58$

Rpta.: B



5. María está organizando una reunión con amigos y decide comprar bebidas. En la tienda, encuentra botellas de agua a S/ 6 cada una, refrescos a S/ 18 cada uno, y jugos de dos tipos: unos a S/ 8 y otros a S/ 9. Si María compró botellas de agua, de refresco y de solo un tipo de jugos, además gastó la misma cantidad de dinero en cada tipo de bebida y pagó lo mínimo posible, ¿cuántas bebidas compró en total?

A) 25 B) 12 C) 6 D) 8 E) 17

Solución:

Dinero = MCM (6; 18; 8) = 72 Total de bebidas = $(72/6) + (72/18) + (72/8) = 25$

Dinero = MCM (6; 18; 9) = 18 Total de bebidas = $(18/6) + (18/18) + (18/9) = 6$

Pago mínimo = 18 soles. Por lo tanto, María compró 6 bebidas.

Rpta.: C

6. Se desea cercar un terreno rectangular de 1890 m de largo, por 780 m de ancho, utilizando para ello estacas equiespaciadas y alambre de púas, además se debe colocar necesariamente una estaca, en cada vértice como en cada uno de los puntos medios de los lados pequeños y en cada uno de los puntos que dividen los lados grandes en tres partes iguales. Si el número total de estacas debe ser múltiplo de 10 y lo menor posible, determine la distancia, en metros, entre 2 estacas adyacentes.

A) 4 B) 5 C) 6 D) 1 E) 3

Solución:

d es un divisor del MCD de 630 y 390

MCD (630; 390) = 30

mínimo de estacas = 10

mín. de estacas = $\frac{\text{Perímetro}}{d} = \frac{2(1890 + 780)}{d}$

Máx. $d = 6$

Rpta.: C

7. Yandí dispone de S/ 2025 para comprar cierta cantidad de juguetes de un mismo precio; además, el número de soles que cuesta cada juguete no debe ser múltiplo de 3 ni de 5. Si al realizar la compra puede ser que le sobre o no le sobre dinero, ¿de cuántas formas diferentes podrá comprar los juguetes Yandí?

A) 540 B) 1350 C) 675 D) 1080 E) 72

Solución:

Dinero disponible: 2025 ; $2025 = .3^4.5^2$.

Precio de cada juguete no es: ; $3; 5$

Precio: Es menor que 2025 y PESI con 2025 [Función de Euler]

Formas de comprar = $\Phi(2025)$

$\Phi(2025) = 3^3(3 - 1).5^1(5 - 1)$

$= 27(2)(5)(4) = 1080$

$\therefore$ # Podrá comprar de 1080 formas diferentes.

Rpta.: D



8. Se requiere llenar exactamente tres tanques de 224, 320 y 448 litros de capacidad utilizando un mismo balde que debe usarse siempre a su máxima capacidad. ¿Cuál es la capacidad, entre 4 y 10 litros, que debe tener el balde para que no sobre agua y los tanques queden completamente llenos?

A) 6 litros B) 7 litros C) 8 litros D) 9 litros E) 5 litros

Solución:

Tomamos MCD (224; 320; 448) = 32 $\Rightarrow$ La capacidad de balde debe ser divisor de 32, comprendida entre 4 y 10; y este será 8 litros.

Rpta.: C

9. Tres amigos que trabajan en distintos restaurantes coincidieron en el día que les tocó salir a descansar. El primero descansa 7 días y trabaja 21 días; el segundo descansa 3 días y trabaja 18 días; y el tercero descansa 10 días y trabaja 26 días. ¿Cada cuánto tiempo volverán a coincidir en su día de descanso los tres amigos?

A) 180 B) 240 C) 252 D) 260 E) 360

Solución:

Sea t el tiempo en que coincidirán

Se observa que t es un múltiplo común y mínimo.

Entonces $t = \text{MCM}(28; 21; 36) = 252$

Por lo tanto, los tres trabajadores saldrán juntos a descansar cada 252 días.

Rpta.: C

10. En un almacén de productos electrónicos, dos modelos de dispositivos tienen cantidades en stock que suman 170 unidades en total. El gerente necesita organizarlos en lotes para su distribución, y observa que el tamaño mínimo de lote que puede contener ambos modelos sin mezclarlos (es decir, el menor número donde caben exactamente las cantidades de ambos) es de 600 unidades. ¿Cuál es la diferencia positiva entre las cantidades de estos dos modelos en inventario?

A) 51 B) 63 C) 57 D) 70 E) 62

Solución:

$$a + b = 170 \text{ y } \text{MCD}(a, b) = d \text{ entonces } \begin{matrix} a = d \cdot p \\ b = d \cdot q \end{matrix}$$

$$170 = d(p + q) \dots (I)$$

$$600 = d \cdot p \cdot q \dots (II)$$

$$(I) \div (II): \frac{17}{60} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \text{ luego: } p = 12 \text{ y } q = 5 \text{ entonces: } a = 120 \text{ y } b = 50.$$

Por lo tanto, $120 - 50 = 70$.

Rpta.: D

GEOMETRÍA

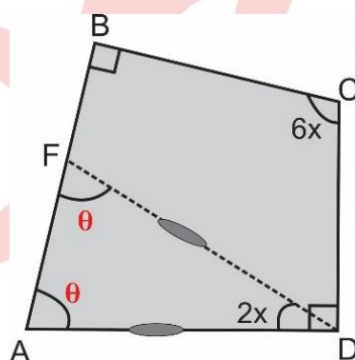
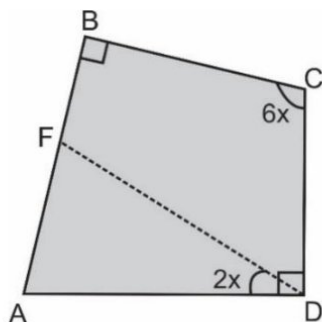
EJERCICIOS DE CLASE

1. En la figura se muestra una plancha metálica, donde se realizará un corte a través de la línea discontinua $\overline{DF}$. Si $DF = AD$, halle la medida del ángulo determinado por la línea de corte y el lado $\overline{AD}$ de la plancha.

- A) 38°
B) 32°
C) 30°
D) 36°
E) 37°

Solución:

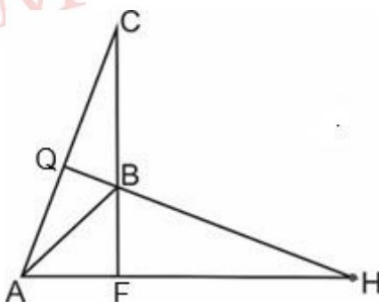
- $\triangle ADF$: teorema
 $\theta + \theta + 2x = 180^\circ$
 $\Rightarrow \theta = 90^\circ - x \dots (1)$
- $ABCD$: cuadrilátero inscriptible
 $\Rightarrow \theta + 6x = 180^\circ \dots (2)$
- Reemplazando (1) en (2):
 $90^\circ - x + 6x = 180^\circ$
 $\Rightarrow x = 18^\circ$
 $\therefore m\angle ADF = 2x = 36^\circ$



Rpta.: D

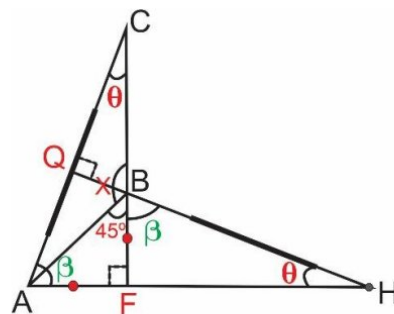
2. En la figura, H es ortocentro del triángulo ABC. Si $BH = AC$, halle $m\angle ABC$.

- A) 132°
B) 133°
C) 130°
D) 125°
E) 135°



Solución:

- $\triangle ABC$: H ortocentro
 $\Rightarrow \overline{BQ}$ y $\overline{AF}$ son alturas
- $\triangle BFH \cong \triangle AFC$ (ALA)
 $\Rightarrow BF = AF$





- En B: par lineal
 $\Rightarrow x + 45^\circ = 180^\circ$
 $\therefore x = 135^\circ$

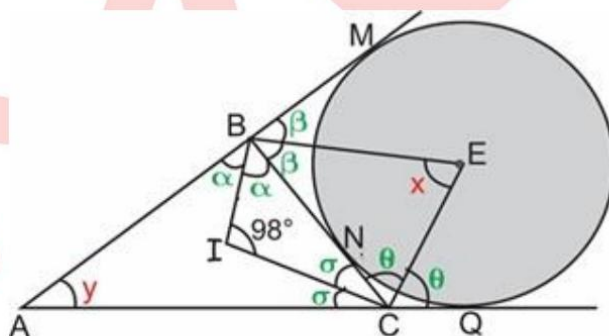
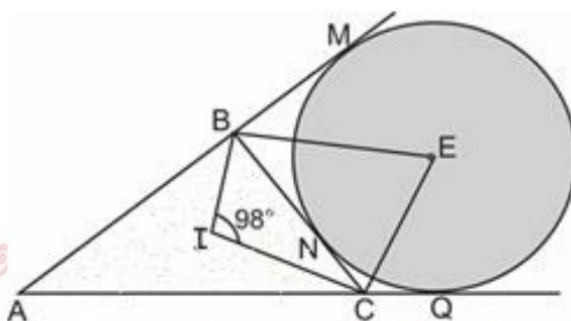
Rpta.: E

3. En la figura, $\overline{BE}$ y $\overline{CE}$ representan alambres tensados, utilizados para reforzar la estabilidad de una lámina circular de centro E. Si I es incentro del triángulo ABC y M, N y Q son puntos de tangencia, halle la medida del ángulo determinado por los alambres utilizados $\overline{BE}$ y $\overline{CE}$. (Los puntos A, B, C y E son coplanares).

- A) 75°
B) 70°
C) 80°
D) 82°
E) 78°

Solución:

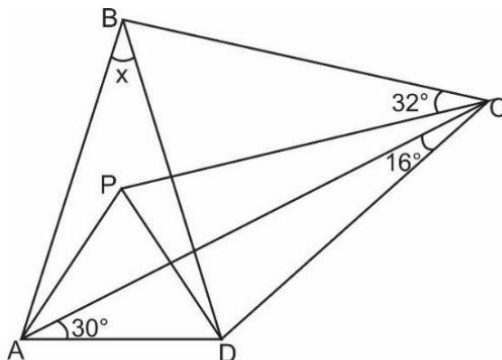
- $\triangle ABC$: por ángulo entre bisectrices
 $\Rightarrow 98^\circ = 90^\circ + y/2$
 $16^\circ = y \dots (1)$
- $\triangle ABC$: por ángulo entre bisectrices
 $\Rightarrow x = 90^\circ - y/2 \dots (2)$
- De (1) y (2):
 $x = 90^\circ - 8^\circ$
 $\therefore x = 82^\circ$



Rpta.: D

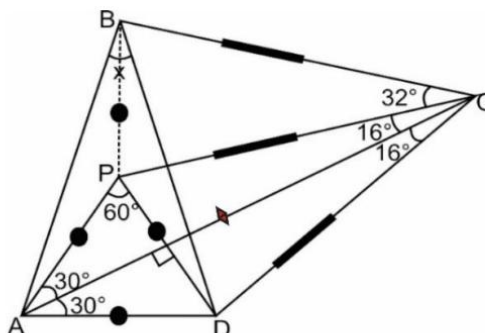
4. En la figura, el triángulo APD es equilátero. Si $BC = CD$, halle x.

- A) 35°
B) 33°
C) 32°
D) 30°
E) 34°



Solución:

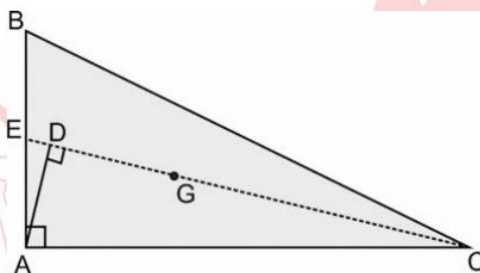
- $\triangle APC \cong \triangle ADC$ (LAL)
 $\Rightarrow PC = DC$ y $m\angle PCA = 16^\circ$
- $\triangle BCP \cong \triangle PCD$ (LAL)
 $\Rightarrow BP = PD$
- $\triangle ABD$: P es circuncentro
 $\Rightarrow 60^\circ = 2x$
 $\therefore x = 30^\circ$



Rpta.: D

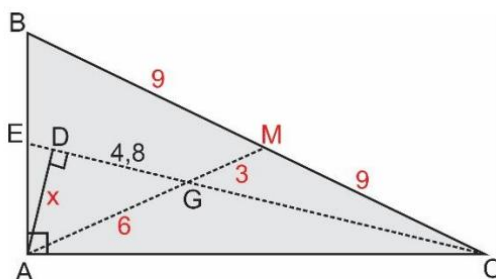
5. En la figura se muestra una lámina triangular BAC, la cual será cortada a través de la línea discontinua $\overline{CE}$. Si G es el centro de gravedad de la lámina, $BC = 18$ cm y $DG = 4,8$ cm, halle la distancia del punto A a la línea de corte.

- A) 2,4 cm
B) 3,2 cm
C) 3,8 cm
D) 3,6 cm
E) 3,7 cm



Solución:

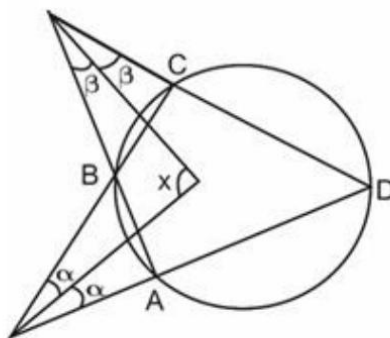
- $\triangle BAC$: $\overline{AM}$ mediana
 $\Rightarrow AM = BM = MC = 9$
- $\triangle BAC$: G es baricentro
 $\Rightarrow AG = 2GM$
 $\Rightarrow AG = 6$ y $GM = 3$
- $\triangle ADG$: notable de 37° y 53°
 $\Rightarrow x = 3,6$ cm



Rpta.: D

6. En la figura, halle x.

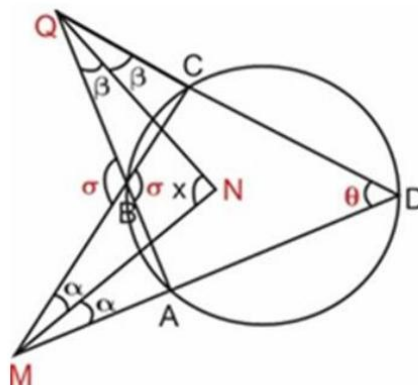
- A) 88°
B) 89°
C) 90°
D) 91°
E) 92°





Solución:

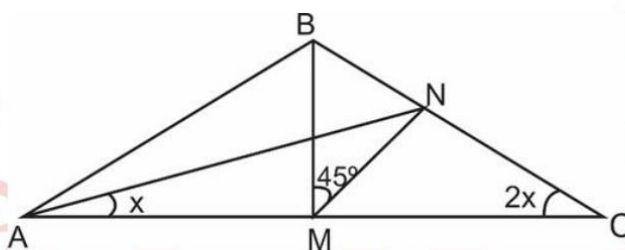
- ABCD: cuadrilátero inscrito
 $\Rightarrow \sigma + \theta = 180^\circ \dots (1)$
- MNQB y MDQN, por teorema ($\hat{A}$)
 $\sigma = x + \alpha + \beta \dots (2)$
 $\theta + \alpha + \beta = x \dots (3)$
- De (2) + (3) y (1): $180^\circ = 2x$
 $\therefore x = 90^\circ$



Rpta.: C

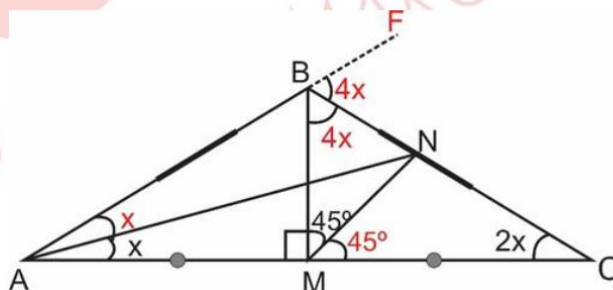
7. En la figura, $AB = BC$ y $AM = MC$. Halle x .

- A) 16°
B) 15°
C) 17°
D) 18°
E) 21°



Solución:

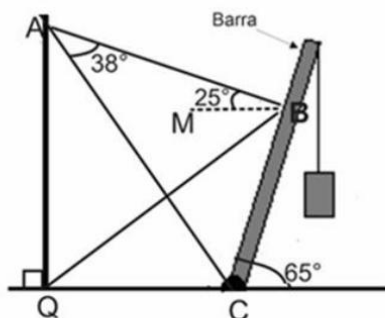
- $\triangle ABC$: isósceles
 $\Rightarrow m\angle BAC = 2x$ y $m\angle AMB = 90^\circ$
- $\triangle AMB$: N es excentro
 $\Rightarrow m\angle FBN = m\angle MBN \dots (1)$
- $\triangle ABC$: por ángulo exterior
 $m\angle FBN = 2x + 2x = 4x \dots (2)$
- De (1) y (2): $m\angle MBN = 4x$
- $\triangle BMC$: $4x + 2x = 90^\circ$
 $\therefore x = 15^\circ$



Rpta.: B

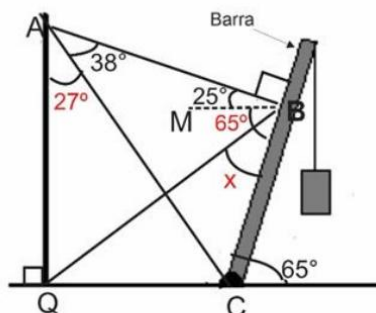
8. En la figura, la barra está sujeta por los cables tensados $\overline{AB}$ y $\overline{QB}$. Si $\overline{MB} \parallel \overline{QC}$, halle la medida del ángulo determinado por el cable $\overline{QB}$ y la barra.

- A) 24°
B) 26°
C) 23°
D) 25°
E) 27°



Solución:

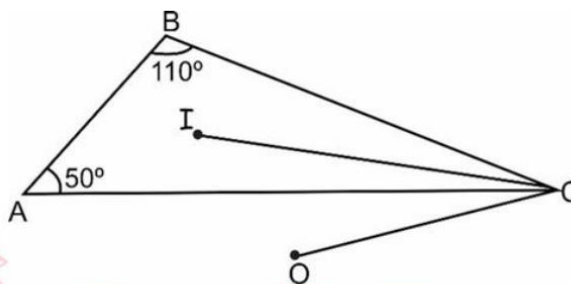
- Por ángulos alternos internos:
 $m\angle MBC = 65^\circ$
- ABCQ: cuadrilátero inscriptible
 $\Rightarrow m\angle QAB = 65^\circ$
 $\Rightarrow m\angle QAC = 27^\circ$
- ABCQ: cuadrilátero inscriptible
 $\therefore x = 27^\circ$



Rpta.: E

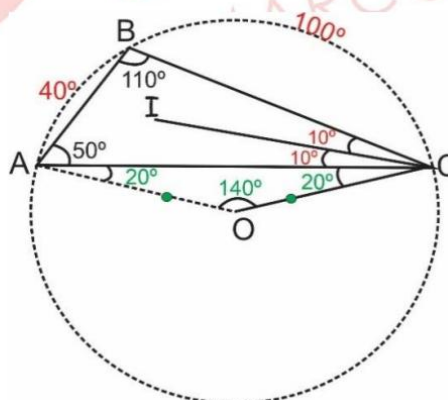
9. En la figura, I es incentro y O circuncentro del triángulo ABC. Halle $m\angle OCI$.

- A) 37°
B) 35°
C) 32°
D) 30°
E) 31°



Solución:

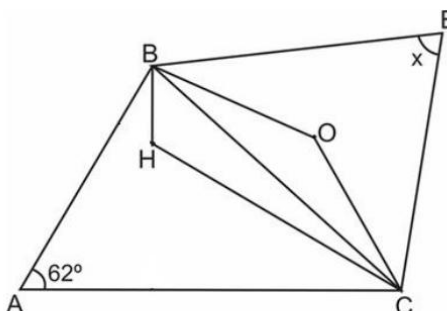
- $\triangle ABC$: I es incentro
 $\Rightarrow m\angle BCI = m\angle ACI = 10^\circ$
- $\triangle ABC$: "O" es circuncentro
 $\Rightarrow AO = OC$
- $\angle AOC$: ángulo central $\Rightarrow m\angle AOC = 140^\circ$
- $\triangle AOC$: isósceles
 $\Rightarrow m\angle OAC = m\angle OCA = 20^\circ$
- $m\angle OCI = 20^\circ + 10^\circ$
 $\therefore m\angle OCI = 30^\circ$



Rpta.: D

10. En la figura, H es ortocentro del triángulo ABC y O circuncentro del triángulo BEC. Si $m\angle HCO = 32^\circ$ y $m\angle OBH = 68^\circ$, halle x.

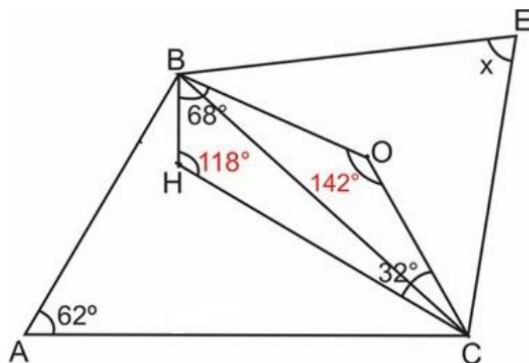
- A) 69°
B) 70°
C) 71°
D) 73°
E) 75°





Solución:

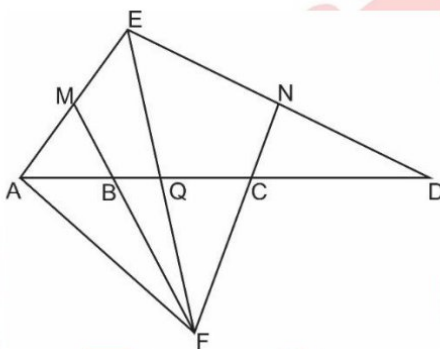
- $\triangle ABC$: H ortocentro
 $\Rightarrow m\angle BHC + 62^\circ = 180^\circ$
 $m\angle BHC = 118^\circ$
- HBOC: cuadrilátero
 $\Rightarrow m\angle BOC + 118^\circ + 32^\circ + 68^\circ = 360^\circ$
 $m\angle BOC = 142^\circ$
- $\triangle BEC$: O circuncentro
 $\Rightarrow 142^\circ = 2x$
 $\therefore x = 71^\circ$



Rpta.: C

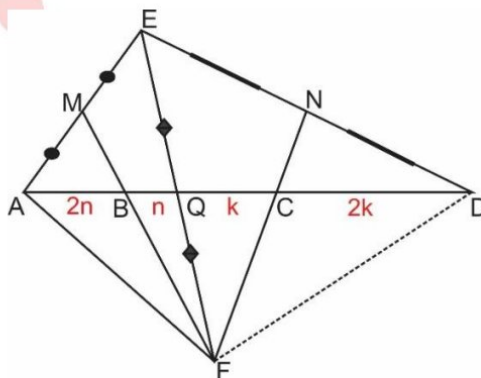
11. En la figura, $AM = ME$, $ND = EN$ y $EQ = QF$. Si $AD = 30$ cm, halle BC .

- A) 15 cm
- B) 13 cm
- C) 12 cm
- D) 11 cm
- E) 10 cm



Solución:

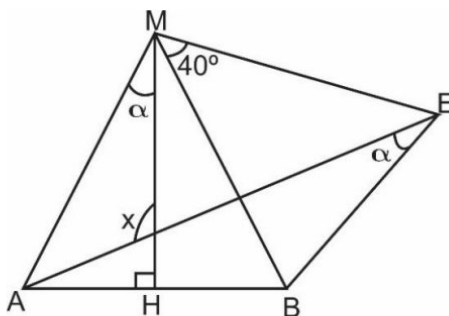
- $\triangle AEF$: B es baricentro
 $\Rightarrow AB = 2BQ$
- $\triangle DEF$: C es baricentro
 $\Rightarrow CD = 2QC$
- Dato: $AD = 30$
 $\Rightarrow 3n + 3k = 30$
- $BC = n + k = 10$ cm



Rpta.: E

12. En la figura, $AH = HB$. Halle x .

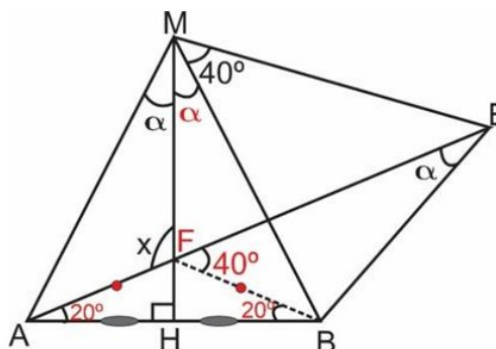
- A) 110°
- B) 112°
- C) 115°
- D) 118°
- E) 120°





Solución:

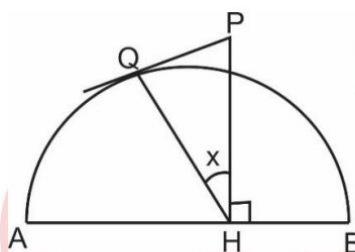
- BFME: cuadrilátero inscriptible
 $\Rightarrow m\angle BFE = m\angle BME = 40^\circ$
- $\triangle AFB$: isósceles y por ángulo exterior
 $m\angle FAH = m\angle FBH = 20^\circ$
- $\triangle AHF$: por ángulo exterior
 $x = 20^\circ + 90^\circ$
 $\therefore x = 110^\circ$



Rpta.: A

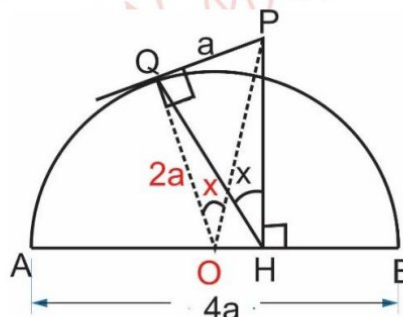
13. En la figura, $\overline{AB}$ es diámetro y Q punto de tangencia. Si $AB = 4PQ$, halle $2x$.

- A) 30°
B) 37°
C) 53°
D) 74°
E) 28°



Solución:

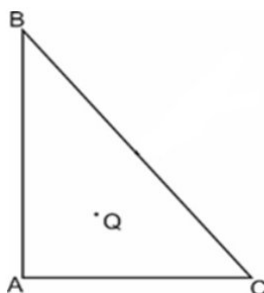
- Sea O punto medio de $\overline{AB}$
 $\Rightarrow \overline{OQ}$ es radio
- Dato: Q punto de tangencia
 $\Rightarrow \overline{OQ} \perp \overline{QP}$
- OQPH: cuadrilátero inscriptible
 $\Rightarrow m\angle QOP = x$
- $\triangle OQP$: notable de $53^\circ/2$
 $\Rightarrow x = 53^\circ/2$
 $\therefore 2x = 53^\circ$



Rpta.: C

14. En la figura, Q es incentro del triángulo rectángulo BAC. Si $AB = 8$ m y $AC = 6$ m, halle la distancia del incentro al ortocentro.

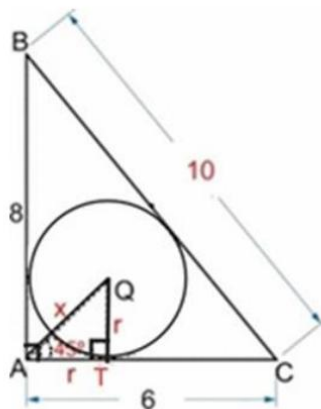
- A) $3\sqrt{2}$ m
B) $2\sqrt{3}$ m
C) $2\sqrt{2}$ m
D) $\sqrt{2}$ m
E) $3\sqrt{3}$ m





Solución:

- $\triangle BAC$: notable de 37° y 53°
 $\Rightarrow BC = 10$
- $\triangle BAC$: teorema de Poncelet
 $8 + 6 = 10 + 2r$
 $r = 2$
- $\triangle ATQ$: notable de 45°
 $\therefore x = 2\sqrt{2} \text{ m}$

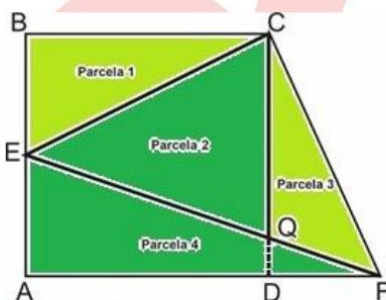


Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

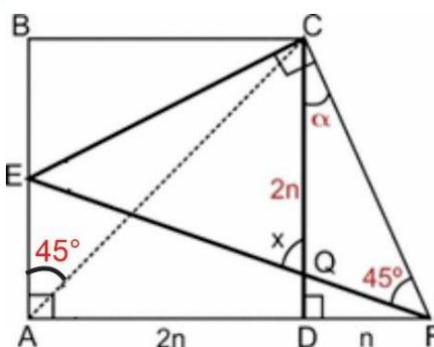
- En la figura, la región cuadrangular ABCF representa un campo de cultivo en el cual se ha realizado una parcelación, con la finalidad de optimizar el control de plagas. Si ABCD es un cuadrado, $AD = 2DF$ y $m\angle ECF = 90^\circ$, halle la medida del ángulo determinado por linderos $\overline{EF}$ y $\overline{CQ}$.

- A) $53^\circ/2$
B) $37^\circ/2$
C) 45°
D) $127^\circ/2$
E) $143^\circ/2$



Solución:

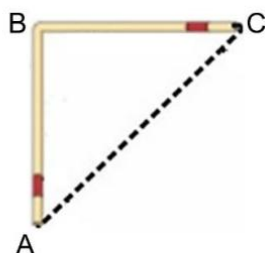
- $\triangle CDF$: notable de $53^\circ/2$
 $\Rightarrow \alpha = 53^\circ/2$
- AECF: cuadrilátero inscriptible
 $\Rightarrow m\angle CAB = m\angle CFE = 45^\circ$
- $\triangle CFQ$: teorema ángulo exterior
 $x = 45^\circ + 53^\circ/2$
 $\therefore x = 143^\circ/2$



Rpta.: E

- Un alambre se dobla determinando el ángulo recto en B, tal como muestra la figura. Si la distancia del baricentro al circuncentro del triángulo ABC es 30 cm, halle la distancia entre los extremos (puntos A y C) del alambre.

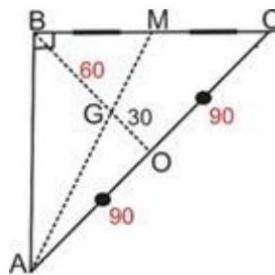
- A) 150 cm
B) 160 cm
C) 180 cm
D) 185 cm
E) 170 cm





Solución:

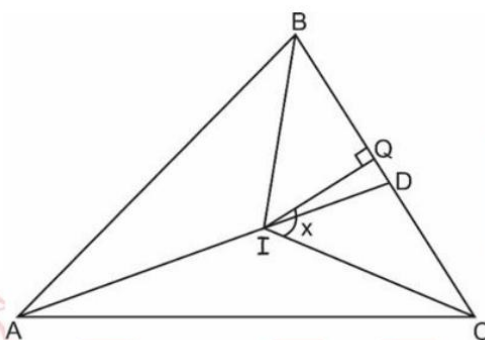
- $\triangle ABC$: G baricentro y O circuncentro
 $BG = 2GO$
- Dato: $GO = 30 \Rightarrow BG = 60$
- $\triangle ABC$: $AC = 2BO$
 $\therefore AC = 2(90) = 180 \text{ cm}$



Rpta.: C

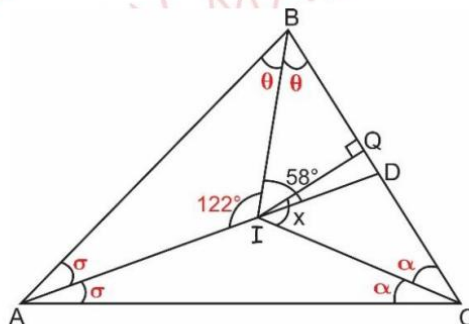
3. En la figura, I es incentro del triángulo ABC. Si $m\angle BID = 58^\circ$, halle x. (Los puntos A, I y D son colineales).

- A) 55°
B) 56°
C) 57°
D) 58°
E) 60°



Solución:

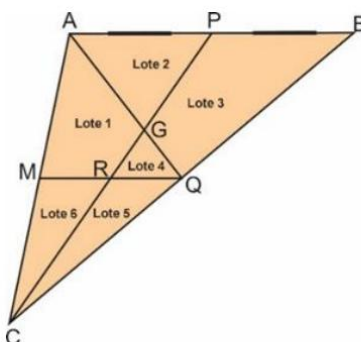
- I: par lineal
 $m\angle AIB + 58^\circ = 180^\circ \Rightarrow m\angle AIB = 122^\circ$
- $\triangle ABC$: por ángulo entre bisectrices
 $122^\circ = 90^\circ + (2\alpha)/2$
 $32^\circ = \alpha \dots (1)$
- $\triangle CQI$: $x + \alpha = 90^\circ \dots (2)$
- De (1) y (2):
 $x = 58^\circ$



Rpta.: D

4. En la figura se muestra la lotización de un terreno triangular ABC. Si $AM = MC$, $CQ = QB$ y $CP = 630 \text{ m}$, halle la longitud del lindero común correspondiente a los lotes 1 y 4.

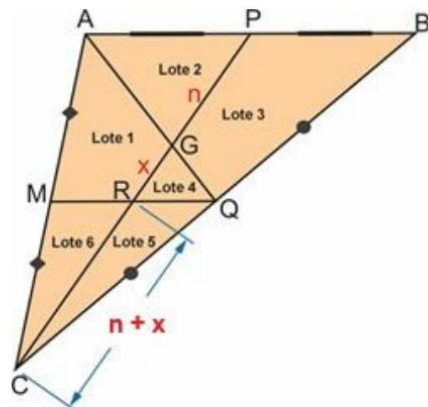
- A) 100 m
B) 102 m
C) 105 m
D) 106 m
E) 108 m





Solución:

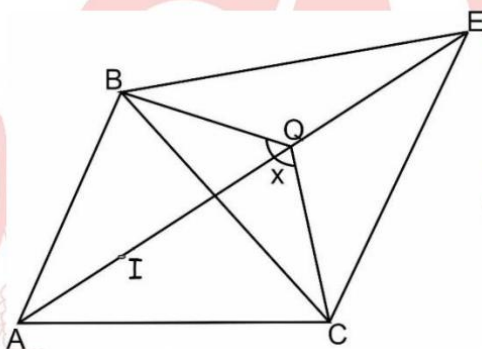
- $\triangle ABC$: $\overline{MQ}$ es base media.
 $\Rightarrow \overline{MQ} \parallel \overline{AB}$
- $\triangle BPC$: teorema de los puntos medios
 $CR = RP = x + n$
- $\triangle ABC$: G es baricentro
 $\Rightarrow (n + x) + x = 2n \Rightarrow 2x = n \Rightarrow CP = 6x \dots (1)$
- Dato: $CP = 630 \dots (2)$
- De (1) y (2): $6x = 630$
 $\therefore x = 105 \text{ m}$



Rpta.: C

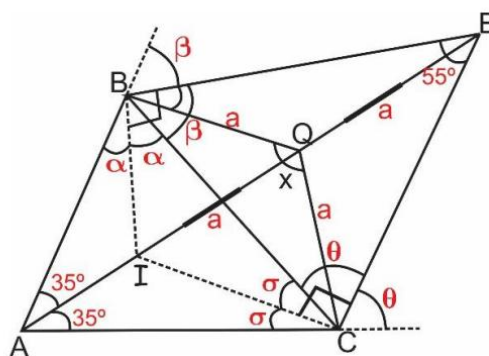
5. En la figura, I es incentro y E un excentro del triángulo ABC. Si $m\angle BAC = 70^\circ$ y $QI = QE$, halle x.

- A) 110°
B) 105°
C) 100°
D) 112°
E) 109°



Solución:

- $\triangle ABC$: por ángulo entre bisectrices
 $\Rightarrow m\angle BEC = 90^\circ - 70^\circ/2 = 55^\circ$
- $\triangle IBE$: $\overline{BQ}$ mediana
 $\Rightarrow BQ = IQ = QE = a \dots (1)$
- $\triangle ICE$: $\overline{CQ}$ mediana
 $\Rightarrow CQ = IQ = QE = a \dots (2)$
- De (1) y (2): $BQ = QC = QE$
- $\triangle BEC$: Q es circuncentro
 $\Rightarrow x = 2(55^\circ)$
 $\therefore x = 110^\circ$



Rpta.: A



6. En la figura, $AB = BD$ y $BC = CD$. Si $x + \theta = 45^\circ$, halle x .

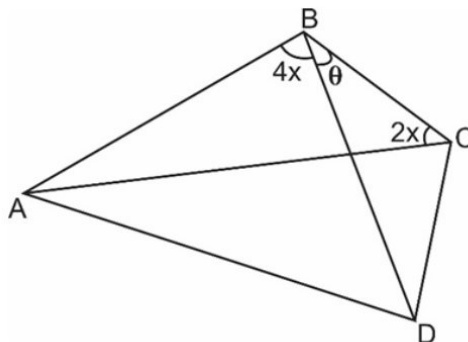
A) $37^\circ/2$

B) $53^\circ/2$

C) $45^\circ/2$

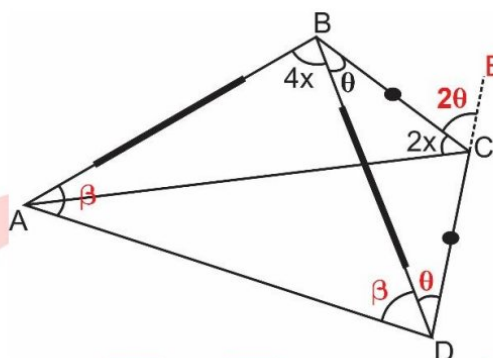
D) $15^\circ/2$

E) $75^\circ/2$



Solución:

- Dato: $x + \theta = 45^\circ$
 $\Rightarrow 2x + 2\theta = 90^\circ \dots (1)$
- $\triangle ABD$: $4x + \beta + \beta = 180^\circ$
 $2x + \beta = 90^\circ \dots (2)$
- De (1) y (2): $\beta = 2\theta$
- ABCD: cuadrilátero inscriptible
 $\Rightarrow \beta = 2x \dots (3)$
- Reemplazando (3) en (2):
 $2x + 2x = 90^\circ$
 $\therefore x = 45^\circ/2$



Rpta.: C



ÁLGEBRA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Determine la diferencia positiva de la suma de coeficientes del cociente y la suma de coeficientes del residuo que se obtienen en la división
- $$\frac{12x^5 - 22x^4 + 37x^3 - 34x^2 + 40x - 24}{3x^2 - 4x + 5}.$$

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Solución:

3	12	-22	37	-34	40	-24
4		16	-20			
-5		-6	-8	10		
	↓	↓	9	12	-15	
			↓	-12	-16	20
			↓			
	4	-2	3	-4	9	-4

Entonces $\begin{cases} q(x) = 4x^3 - 2x^2 + 3x - 4 \\ r(x) = 9x - 4 \end{cases}$

Piden $|q(1) - r(1)| = |(1) - (5)| = 4$

Rpta.: C

2. Al efectuar la siguiente división $\frac{6x^5 - 2x^4 + 8x^3 + 11x^2 - 7x - 4}{3x + 2}$, determine la suma del coeficiente del término lineal del cociente con el residuo que se obtiene.

A) 3 B) -2 C) 4 D) -5 E) 6

Solución:

Usando el método de Ruffini con divisor no mónico

	6	-2	8	11	-7	-4
$-\frac{2}{3}$	↓	-4	4	-8	-2	6
÷3	6	-6	12	3	-9	2
	2	-2	4	1	-3	

Entonces $\begin{cases} q(x) = 2x^4 - 2x^3 + 4x^2 + x - 3 \\ r = 2 \end{cases}$

Piden $(1) + (2) = 3$

Rpta.: A

3. Calcule el resto de la división $\frac{(x-3)^4(x+1) + (x-2)^3(2x-1)}{x^2 - 5x + 6}$.

A) $3x - 2$ B) $2x - 3$ C) $2x + 3$ D) $2x - 1$ E) $3x - 1$



Solución:

Utilizando el algoritmo de la división, tenemos

$$(x-3)^4(x+1) + (x-2)^3(2x-1) = (x-3)(x-2)q(x) + ax + b$$

$$\text{Si } x=3: (0)(4) + (1)(5) = 3a + b \Rightarrow 3a + b = 5 \dots (1)$$

$$\text{Si } x=2: (1)(3) + (0)(3) = 2a + b \Rightarrow 2a + b = 3 \dots (2)$$

De (1) y (2): $a=2, b=-1$

El resto es $r(x) = 2x - 1$

Rpta.: D

4. Nicolás trabaja en un minimarket y recibe un pedido de su amiga Frida que consta de $10a^3 - a^2 - 8a + 4$ huevos de codorniz. Si, para la entrega, Nicolás utilizó $(2a-1)$ bolsas de igual tamaño y cada una de ellas con capacidad para 48 huevos exactamente, ¿cuántos huevos del pedido de Frida pudieron ser embolsados?

A) 208 B) 259 C) 241 D) 258 E) 240

Solución:

Debemos hallar el cociente de $\frac{10a^3 - a^2 - 8a + 4}{2a - 1}$

	10	-1	-8	4
$\frac{1}{2}$	↓	5	2	-3
÷2	10	4	-6	1
	5	2	-3	

Entonces $\begin{cases} \text{cociente: } 5a^2 + 2a - 3 \\ \text{resto: } 1 \end{cases}$

$$\text{Dato: } 5a^2 + 2a - 3 = 48 \Rightarrow 5a^2 + 2a - 51 = 0 \Rightarrow (5a+17)(a-3) = 0 \\ \Rightarrow a = 3$$

Número de huevos comprados por Frida:

$$10(3)^3 - (3)^2 - 8(3) + 4 = 270 - 9 - 24 + 4 = 270 - 29 = 241$$

Se pudo embolsar 240 huevos.

Rpta.: E

5. Un muro de forma rectangular tiene "a" metros de alto y "b" metros de largo; si el resto de la división $\frac{24x^4 + 23x^3 - 10x^2 - ax - b}{8x^2 + 5x + 3}$ es $r(x) = 10x + 3$, determine el área que tiene dicho muro.

A) 10 m^2 B) 8 m^2 C) 12 m^2 D) 15 m^2 E) $7,5 \text{ m}^2$



Solución:

8	24	23	-10	-a	-b
-5	↓	-15	-9		
-3		8	-5	-3	
		↓	-24	15	9
			↓		
	3	1	-3	10	3

Entonces $\begin{cases} -a - 3 + 15 = 10 \Rightarrow a = 2 \\ -b + 9 = 3 \Rightarrow b = 6 \end{cases}$

El muro tiene $(2)(6) = 12 \text{ m}^2$ de área.

Rpta.: C

6. El cumpleaños de Luis es el día "a.b" del mes número "a.c + b + 1" del año; si el residuo de la división $\frac{x^{36} + 3x^{25} - 2x^8 + 2}{x^5 + x}$ tiene la siguiente forma polinómica $r(x) = ax^4 + bx + c$, ¿en qué fecha cumple años Luis?
- A) 3 de octubre B) 1 de junio C) 9 de octubre
D) 10 de diciembre E) 20 de setiembre

Solución:

Tenemos $\frac{x^{36} + 3x^{25} - 2x^8 + 2}{x^5 + x}$

Por teorema del resto: $x^5 + x = 0 \Rightarrow x^5 = -x$

$x^{36} = (x^5)^7 x = (-x)^7 x = -x^8 = -(x^5)^5 \cdot x^3 = -(-x)x^3 = x^4$

$x^{25} = (x^5)^5 = (-x)^5 = -(x^5) = -(-x) = x$

$x^8 = (x^5)x^3 = (-x)x^3 = -x^4$

$r(x) = x^{36} + 3x^{25} - 2x^8 + 2 = x^4 + 3x - 2(-x^4) + 2$

$r(x) = 3x^4 + 3x + 2$

Haciendo la identificación: $a = 3, b = 3, c = 2 \Rightarrow \begin{cases} a.b = 9 \\ a.c + b + 1 = 6 + 3 + 1 = 10 \end{cases}$

Fecha de cumpleaños de Luis: 9 de octubre

Rpta.: C

7. Una familia sale de viaje por vacaciones y llega a su destino cuando el reloj marcaba "16 + r" horas del día. Si el vuelo duró exactamente 7 horas y r es el residuo de la división $\frac{x^{22} + x^{18} + x^8 - 1}{x^2 - x + 1}$, ¿a qué hora del día partió el avión llevando a la familia por viaje de vacaciones?
- A) 14 horas B) 23 horas C) 12 horas D) 8 horas E) 5 horas



Solución:

$$\frac{x^{22} + x^{18} + x^8 - 1}{x^2 - x + 1} = \frac{(x^{22} + x^{18} + x^8 - 1)(x+1)}{(x^2 - x + 1)(x+1)} = \frac{((x^3)^7 x + (x^3)^6 + (x^3)^2 x^2 - 1)(x+1)}{x^3 + 1}$$

Por el teorema del resto, $x^3 + 1 = 0$ entonces $x^3 = -1$:

$$r_f(x) = ((x^3)^7 x + (x^3)^6 + (x^3)^2 x^2 - 1)(x+1)$$

$$r_f(x) = (-x + 1 + x^2 - 1)(x+1) = (x^2 - x)(x+1)$$

Entonces el resto verdadero es $r(x) = x^2 - x = -1 \Rightarrow r = -1$.

Tiempo de vuelo: 7 horas

Hora de llegada: $16 + (-1)$ horas = 15 horas.

El avión partió en vuelo: $(15 - 7)$ pm = 8 horas

Rpta.: D

8. Determine el polinomio $p(x) \in \mathbb{Z}[x]$ de cuarto grado cuya suma de coeficientes sea igual a 4, que sea divisible por $(2x^2 - 3)$, que el número 2 sea una raíz simple y que al dividirlo por $(x + 3)$ se obtenga un residuo que sea igual a 300.

A) $p(x) = 2(2x^2 - 3)(x - 2)(x + 2)$

B) $p(x) = 2(2x^2 - 3)(x - 2)(2x - 1)$

C) $p(x) = 2(2x^2 - 3)(x - 2)(2x + 1)$

D) $p(x) = (2x^2 - 3)(x - 2)(2x + 2)$

E) $p(x) = (2x^2 - 3)(x - 2)(2x + 4)$

Solución:

Si $p(x)$ es divisible por $(2x^2 - 3)$ entonces $(2x^2 - 3)$ es factor de $p(x)$.

Si $p(2) = 0$ entonces $(x - 2)$ es factor de $p(x)$

Tenemos $p(x) = (2x^2 - 3)(x - 2)(ax + b)$

Si $p(1) = 4$ entonces $(-1)(-1)(a + b) = 4 \Rightarrow a + b = 4 \dots (1)$

Si $\frac{p(x)}{x+3}$ tiene residuo = 300 entonces $p(-3) = 300$

$\Rightarrow (2(-3)^2 - 3)((-3) - 2)(a(-3) + b) = 300 \Rightarrow 3a - b = 4 \dots (2)$

De (1) y (2): $a = 2, b = 2$

Tenemos $p(x) = (2x^2 - 3)(x - 2)(2x + 2)$

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Un padre de familia compra "a" helados de cono, "b" helados de vasito y "c" helados de palito que los distribuirá uno para cada uno de los miembros de su familia. Si se satisface la división $\frac{8x^5 + 4x^4 + 10x^3 + ax^2 + bx + c}{2x^3 + 3x - 2}$ con $r(x) = 6x^2 + 10x + 3$, ¿cuántos helados de palito compró más que los helados de vasito?

A) 3

B) 1

C) 2

D) 5

E) 4



Solución:

Por el método de Horner

2	8	4	10	a	b	c
0		0	-12	8		
-3	↓	4	0	-6	4	
2		↓	-2	0	3	-2
			↓	↓	↓	↓
	4	2	-1	6	10	3

Entonces $\begin{cases} a + 8 - 6 = 6 \Rightarrow a = 4 \\ b + 4 + 3 = 10 \Rightarrow b = 3 \\ c - 2 = 3 \Rightarrow c = 5 \end{cases}$

(Helados de palito) - (helados de vasito) = $5 - 3 = 2$

Rpta.: C

2. Cansado de caminar bajo el sol, Fabrizio sube al tren eléctrico para llegar a su casa que dista a " $10 + a$ " estaciones del lugar donde se encuentra él. Si el promedio de ir de estación en estación es de 3 minutos y se satisface la división cúbica $\frac{(a-2)x^3 - (a^2-5)x^2 - 2x + 1}{x-a-2}$ con resto igual a 9, determine cuánto tiempo como mínimo estará Fabrizio dentro del vagón del tren eléctrico hasta llegar a la estación donde debe bajar.

A) 15 minutos

B) 18 minutos

C) 27 minutos

D) 20 minutos

E) 24 minutos

Solución:

Tenemos $\frac{(a-2)x^3 - (a^2-5)x^2 - 2x + 1}{x-a-2}$

Por el método de Ruffini

$$\begin{array}{r|rrrr} a-2 & a-2 & -a^2+5 & -2 & 1 \\ a+2 & \downarrow & a^2-4 & a+2 & a^2+2a \\ \hline & a-2 & 1 & a & a^2+2a+1 \end{array}$$

Por dato: $a^2 + 2a + 1 = 9 \Rightarrow (a+1)^2 = 9 \Rightarrow a+1 = \pm 3$

Si $a = 2$, el dividendo no sería de grado 3.

Si $a = -4$, el número de estaciones de tren es $10 + a = 6$.

Tiempo en el vagón, 18 minutos como mínimo.

Rpta.: B

3. Un polinomio mónico $p(x)$ de cuarto grado al ser dividido con $(x+3)$ deja un residuo igual a 56, además dicho polinomio es divisible separadamente por (x^2-1) y $(x-4)$. Halle el resto de dividir $p(x)$ con $(x-2)$.

A) 8

B) -48

C) 24

D) -24

E) 12



Solución:

$p(x)$ es divisible por $(x^2 - 1) \Rightarrow (x^2 - 1)$ es factor de $p(x)$

$p(x)$ es divisible por $(x - 4) \Rightarrow (x - 4)$ es factor de $p(x)$

Entonces $p(x) = (x^2 - 1)(x - 4)(x + a)$

Dato: $\frac{p(x)}{x + 3}$ tiene resto = 56 $\Rightarrow p(-3) = 56 \Rightarrow (8)(-7)(-3 + a) = 56$

$$\Rightarrow 3 - a = 1 \Rightarrow a = 2$$

Tenemos $p(x) = (x^2 - 1)(x - 4)(x + 2)$

Piden $p(2) = (3)(-2)(4) = -24$

Rpta.: D

4. Halle el residuo de la división $\frac{x^{17} - 8x^{14} + x^4 - x^3 + 3}{x^2 + 2x + 4}$.

A) $4x - 5$ B) $5x - 1$ C) $8x + 5$ D) $8x - 5$ E) $5x - 8$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{x^{17} - 8x^{14} + x^4 - x^3 + 3}{x^2 + 2x + 4} &= \frac{x^{17} - 8x^{14} + x^4 - x^3 + 3}{x^2 + 2x + 4} \times \frac{x - 2}{x - 2} \\ &= \frac{((x^3)^5 x^2 - 8(x^3)^4 x^2 + (x^3)x - (x^3) + 3)(x - 2)}{x^3 - 8} \end{aligned}$$

Por el teorema del resto, $x^3 - 8 = 0 \Rightarrow x^3 = 8$:

$$r_f(x) = ((8)^5 x^2 - 8(8)^4 x^2 + (8)x - (8) + 3)(x - 2)$$

$$r_f(x) = (8^5 x^2 - (8^5)x^2 + 8x - 8 + 3)(x - 2) = (8x - 5)(x - 2)$$

$$\therefore r(x) = 8x - 5$$

Rpta.: D

5. Una casa de estudios tiene tres jardines de forma cuadrada cuyos lados miden "a", "b" y "c" metros. Calcule el área total que ocupan los tres jardines dentro de la casa de estudios, si se satisface que al efectuar la división $\frac{9x^5 + 5x^3 + ax^2 + bx + c}{3x^3 + x^2 - 1}$ el residuo es $r(x) = 3x^2 + 3x + 5$.

A) 29 m^2 B) 15 m^2 C) 26 m^2 D) 24 m^2 E) 39 m^2



Solución:

Utilizando el método de Horner $\frac{9x^5 + 5x^3 + ax^2 + bx + c}{3x^3 + x^2 - 1}$

3	9	0	5	a	b	c
-1	↓	-3	0	3		
0		-3	1	0	-1	
1		↓	6	-2	0	2
			↓			
	3	-1	2	3	3	5

Entonces $\begin{cases} a + 3 - 2 = 3 \Rightarrow a = 2 \\ b - 1 = 3 \Rightarrow b = 4 \\ c + 2 = 5 \Rightarrow c = 3 \end{cases}$

Plden $a^2 + b^2 + c^2 = 4 + 16 + 9 = 29$

Rpta.: A

6. Un grupo de amigos universitarios, "a" chicos y "b" chicas se reunieron por motivo del reencuentro anual del colegio donde estudiaron la secundaria; si el resto de la división $\frac{x^{26} - 16x^{14} + 3x^4 + x^3 - x + 4}{x^3 - 2}$ es de la forma $r(x) = ax + b$ ¿cuántos excompañeros del colegio faltaron si tenían planeado encontrarse 14 de ellos?

- A) 5 B) 8 C) 4 D) 3 E) 6

Solución:

$$\frac{x^{26} - 16x^{14} + 3x^4 + x^3 - x + 4}{x^3 - 2}$$

Por teorema del resto $x^3 - 2 = 0 \Rightarrow x^3 = 2$

$$x^{26} - 16x^{14} + 3x^4 + x^3 - x + 4 = (x^3)^8 x^2 - 16(x^3)^4 x^2 + 3(x^3)x + (x^3) - x + 4$$

$$r(x) = (2)^8 x^2 - 16(2)^4 x^2 + 3(2)x + (2) - x + 4 = (2)^8 x^2 - (2^4)(2^4)x^2 + 6x + 2 - x + 4$$

$$r(x) = 5x + 6$$

Identificando: $a = 5$ y $b = 6$

Faltaron a la reunión: $14 - 11 = 3$ ex compañeros de colegio.

Rpta.: D

7. Dada la división $\frac{3ax^3 + (2a - 3b)x^2 + (a^3 - 2b)x - ab^2}{ax - b}$ con $a + b = 8$, calcule la suma de coeficientes del cociente si el residuo que se obtuvo es $-2ab$

- A) 20 B) 12 C) 14 D) 11 E) 17



Solución:

Utilizando el método de Ruffini

$$\begin{array}{r|rrrr} & 3a & 2a-3b & a^3-2b & -ab^2 \\ \hline ax-b & \downarrow & 3b & 2b & a^2b \\ \hline \div a & 3a & 2a & a^3 & a^2b-ab^2 \\ \hline & 3 & 2 & a^2 & \end{array}$$

$$\text{Dato: } a^2b - ab^2 = -2ab \Rightarrow ab(a-b) = -2ab \Rightarrow \begin{cases} a-b = -2 \\ a+b = 8 \end{cases} \Rightarrow (a=3 \wedge b=5)$$

$$\text{Piden } 3+2+a^2 = 5+9 = 14$$

Rpta.: C

8. Si el residuo de la división $\frac{ax^4 + bx^3 + 2x^2 - 10x + 7}{3x^2 - 5x + 2}$ es $r(x) = 9x - 3$, halle $a + b$.

- A) 2 B) 6 C) 4 D) 9 E) 7

Solución:

Tenemos que la división $\frac{ax^4 + bx^3 + 2x^2 - 10x + 7 - (9x - 3)}{3x^2 - 5x + 2}$ es exacta

es decir, la división $\frac{ax^4 + bx^3 + 2x^2 - 19x + 10}{3x^2 - 5x + 2}$ es exacta

Por Horner invertido

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 10 & -19 & 2 & b & a \\ \hline 5 & & 25 & -15 & & \\ -3 & \downarrow & \bar{6} & 15 & -9 & \\ & & \downarrow & \bar{2} & 5 & -3 \\ & & & \downarrow & & \\ \hline & 5 & 3 & 1 & b-4 & a-3 \end{array}$$

$$\text{Entonces } \begin{cases} b-4 = 0 \Rightarrow b = 4 \\ a-3 = 0 \Rightarrow a = 3 \end{cases}$$

$$\text{Piden } a + b = (3) + (4) = 7$$

Rpta.: E



TRIGONOMETRÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Si x es un ángulo no cuadrantal, simplifique la expresión

$$\csc^4 x - \left(\frac{1}{1 - \cos^2 x} + \frac{1}{\csc^2 x - 1} - \frac{1}{1 - \sin^2 x} \right)^2 - 1$$

- A) $2 \tan^2 x$ B) $\sec^2 x$ C) $\csc^2 x$ D) $2 \cot^2 x$ E) $2 \sec^2 x$

Solución:

$$M = \csc^4 x - \left(\frac{1}{1 - \cos^2 x} + \frac{1}{\csc^2 x - 1} - \frac{1}{1 - \sin^2 x} \right)^2 - 1$$

$$M = \sec^4 x - \left(\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cot^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} \right)^2 - 1$$

$$M = \csc^4 x - (\csc^2 x + \tan^2 x - \sec^2 x)^2 - 1$$

$$M = \csc^4 x - (\csc^2 x - 1)^2 - 1$$

$$M = \csc^4 x - \cot^4 x - 1$$

$$M = \csc^2 x + \cot^2 x - 1$$

$$M = 2 \cot^2 x$$

Rpta.: D

2. El costo de una laptop es 100M soles. Si M es el menor valor entero de la expresión

$$2 \csc^2 x + 9 \sec^2 x + 30 \sec x + 2 \cos \pi \cot^2 x + 31$$

donde x es un ángulo agudo, ¿cuánto se pagará por dos laptops del mismo costo?

- A) 15 000 soles B) 14 000 soles C) 14 600 soles
D) 13 400 soles E) 14 200 soles

Solución:

$$\text{Sea } K = 2 \csc^2 x + 9 \sec^2 x + 30 \sec x + 2 \cos \pi \cot^2 x + 31$$

$$K = 2(1 + \cot^2 x)^2 + 9 \sec^2 x + 30 \sec x - 2 \cot^2 x + 31$$

$$\Rightarrow K = 9 \sec^2 x + 30 \sec x + 33 \Rightarrow K = (3 \sec x + 5)^2 + 8$$

Por otro lado,

$$0 < x < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sec x > 1 \Rightarrow 3 \sec x + 5 > 8 \Rightarrow K > 72 \Rightarrow M = 73.$$

Por tanto, por dos laptops se pagará 14 600 soles.

Rpta.: C

3. Si $\frac{\pi}{2} < 2\theta < \pi$, simplifique la expresión $\sqrt{\tan^2 \theta + \cot^2 \theta + 2} - \sqrt{\tan^2 \theta + \cot^2 \theta - 2}$.

- A) $2 \cot \theta$ B) $-2 \cot \theta$ C) $2 \sec \theta$ D) $-2 \sec \theta$ E) $\tan \theta - \cot \theta$



Solución:

Sea

$$K = \sqrt{\tan^2 \theta + \cot^2 \theta + 2} - \sqrt{\tan^2 \theta + \cot^2 \theta - 2}$$

$$K = \sqrt{(\tan \theta + \cot \theta)^2} - \sqrt{(\tan \theta - \cot \theta)^2}$$

$$K = |\tan \theta + \cot \theta| - |\tan \theta - \cot \theta|$$

$$\text{Como } \frac{\pi}{2} < 2\theta < \pi \Rightarrow \frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$$

Luego se tiene que:

$$K = \tan \theta + \cot \theta - \tan \theta + \cot \theta$$

$$K = 2 \cot \theta$$

Rpta.: A

4. Si $\theta \in \left(\frac{3\pi}{4}, \pi\right)$, simplifique $\sqrt{\frac{\sec \theta \csc \theta + 2}{\tan \theta + \cot \theta}} - \sqrt{\frac{\sec \theta \csc \theta - 2}{\tan \theta + \cot \theta}}$.

A) $2 \sin \theta$

B) $-2 \cos \theta$

C) $-\tan \theta$

D) $2 \cos \theta$

E) $-2 \tan \theta$

Solución:

$$\text{Sea } M = \sqrt{\frac{\sec \theta \csc \theta + 2}{\tan \theta + \cot \theta}} - \sqrt{\frac{\sec \theta \csc \theta - 2}{\tan \theta + \cot \theta}}$$

$$M = \sqrt{1 + \frac{2}{\tan \theta + \cot \theta}} - \sqrt{1 - \frac{2}{\tan \theta + \cot \theta}}$$

$$M = \sqrt{1 + 2 \sin \theta \cos \theta} - \sqrt{1 - 2 \sin \theta \cos \theta}$$

$$M = \sqrt{(\sin \theta + \cos \theta)^2} - \sqrt{(\sin \theta - \cos \theta)^2}$$

$$M = |\sin \theta + \cos \theta| - |\sin \theta - \cos \theta|$$

$$\text{Como } \theta \in \left(\frac{3\pi}{4}, \pi\right) \Rightarrow \begin{cases} |\sin \theta + \cos \theta| = -\sin \theta - \cos \theta \\ |\sin \theta - \cos \theta| = \sin \theta - \cos \theta \end{cases}$$

$$\therefore M = 2 \cos \theta$$

Rpta.: D

5. El largo y ancho de un terreno de cultivo de forma rectangular miden $250(1 - \sin^6 \alpha - \cos^6 \alpha)$ metros y $240(4 - 3 \sin^4 \alpha - 3 \cos^4 \alpha)$ metros, respectivamente. Si la razón entre el ancho y el largo es $\frac{5}{12}$, determine el perímetro de dicho terreno.

A) 3400 m

B) 2600 m

C) 3600 m

D) 5200 m

E) 4200 m



Solución:

Del dato:

$$\frac{250(1 - \overbrace{(\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha)}^{1-3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha})}{240(4 - \overbrace{3(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha)}^{1-2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha})} = \frac{5}{12} \rightarrow \frac{3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{1+6\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow 15\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - 12\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 2$$

$$\Rightarrow 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 2 \Rightarrow \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \frac{2}{3}$$

Luego:

$$\text{Perímetro} = \left[2(250(3 \times \frac{2}{3})) + 2(240(1 + 6 \times \frac{2}{3})) \right] m = [1000 + 2400] m = 3400 m$$

Rpta.: A

6. La utilidad diaria de la empresa VINOS RICOS dedicada a la producción y venta de vinos está dada por la expresión $12\csc^2 x + 48\cot x + 36$ en cientos de soles, donde x es la medida de un ángulo agudo. Si la utilidad de la empresa está expresada por un número entero de soles, determine la menor utilidad de dicha empresa.

- A) S/ 4805 B) S/ 4801 C) S/ 4849 D) S/ 4999 E) S/ 4809

Solución:

$$U(x) = 12\csc^2 x + 48\cot x + 36 \Rightarrow U(x) = 12(1 + \cot^2 x) + 48\cot x + 36$$

$$\Rightarrow U(x) = 12\cot^2 x + 48\cot x + 48 \Rightarrow U(x) = 12(\cot^2 x + 4\cot x + 4) = 12(\cot x + 2)^2$$

como $0 < x < \frac{\pi}{2} \Rightarrow 2 < \cot x + 2 \Rightarrow 4 < (\cot x + 2)^2$

$$\Rightarrow 48 < 12(\cot x + 2)^2 \Rightarrow 4800 < U$$

$\therefore U = \text{S/} 4801.$

Rpta.: B

7. Si la edad de Doris en el 2020 fue $17 \left(\sqrt{\left[\frac{\sec^2 x + \csc^2 x + \sec^2 x \csc^2 x}{2\sec^2 x \csc^2 x} \right]^4} \right)$ años,

donde x es la medida de un ángulo agudo, halle su edad en el año 2055.

- A) 55 años B) 44 años C) 52 años D) 50 años E) 69 años



Solución:

Sea E la edad de Doris en el año 2020

$$E = 17 \left(\sqrt{\left[\frac{\sec^2 x + \csc^2 x + \sec^2 x \csc^2 x}{2 \sec^2 x \csc^2 x} \right]^4} \right)$$

$$E = 17 \left(\sqrt{\left[\frac{2 \sec^2 x \csc^2 x}{2 \sec^2 x \csc^2 x} \right]^4} \right) = 17$$

Entonces, la edad de Doris en el 2020 fue 17 años. Por lo tanto, su edad en el año 2055 será 52 años.

Rpta.: C

8. Determine el mínimo valor entero de la expresión

$$\sqrt{\left(\cot x + \frac{\csc^2 x + \cot^4 x}{\csc^2 x + \cot x} + \tan x + \frac{\sec^2 x + \tan^4 x}{\sec^2 x + \tan x} \right)^4}, \quad \frac{3\pi}{2} < x < 2\pi.$$

- A) 15 B) 12 C) 16 D) 13 E) 14

Solución:

Sea:

$$M = \sqrt{\left(\cot x + \frac{\csc^2 x + \cot^4 x}{\csc^2 x + \cot x} + \tan x + \frac{\sec^2 x + \tan^4 x}{\sec^2 x + \tan x} \right)^4}$$

$$M = \sqrt{\left(\cot x + \frac{\csc^2 x + \cot^4 x}{\csc^2 x + \cot x} + \tan x + \frac{\sec^2 x + \tan^4 x}{\sec^2 x + \tan x} \right)^4}$$

$$= \sqrt{\left(\cot x + \frac{\cot^4 x + \cot^2 x + 1}{\cot^2 x + \cot x + 1} + \tan x + \frac{\tan^4 x + \tan^2 x + 1}{\tan^2 x + \tan x + 1} \right)^4}$$

$$= \sqrt{\left(\cot x + \frac{(\cot^2 x + 1)^2 - \cot^2 x}{\cot^2 x + \cot x + 1} + \tan x + \frac{(\tan^2 x + 1)^2 - \tan^2 x}{\tan^2 x + \tan x + 1} \right)^4}$$

$$M = \sqrt{\left(\cot x + \frac{(\cot^2 x + \cot x + 1)(\cot^2 x - \cot x + 1)}{\cot^2 x + \cot x + 1} + \tan x + \frac{(\tan^2 x + \tan x + 1)(\tan^2 x - \tan x + 1)}{\tan^2 x + \tan x + 1} \right)^4}$$

$$M = (\cot^2 x + 1 + \tan^2 x + 1)^2$$

$$M = (\cot^2 x + \tan^2 x + 2)^2$$

$$M = (\tan x + \cot x)^4$$

$$\text{Como, } \frac{3\pi}{2} < x < 2\pi \Rightarrow \tan x + \cot x \leq -2 \Rightarrow (\tan x + \cot x)^4 \geq 16.$$



Luego, $M \geq 16$

Por lo tanto, el mínimo valor entero de la expresión es 16.

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. El número de asignaturas que le falta a Julio para egresar de la Escuela Académico Profesional de Arquitectura es $M+A+B$, donde $M = \csc^5 x - \cot^2 x - \csc^4 x$. Si $\sin^3 x + \sin x = 1$ y $\frac{\sin^6 x - \cos^6 x}{2\sin^2 x - 1} = A - \sin^B x \cos^2 x$, ¿cuántos cursos le falta a Julio para egresar?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 5 E) 6

Solución:

$$M = \frac{1}{\sin^5 x} - \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} - \frac{1}{\sin^4 x} = \frac{1 - \sin^3 x \cos^2 x - \sin x}{\sin^5 x} = \frac{1 - \sin^3 x (1 - \sin^2 x) - \sin x}{\sin^5 x}$$

$$M = \frac{1 - \sin^3 x (1 - \sin^2 x) - \sin x}{\sin^5 x} = \frac{1 - \sin^3 x + \sin^5 x - \sin x}{\sin^5 x} = \frac{\sin^5 x}{\sin^5 x} = 1 \Rightarrow M = 1$$

$$\frac{\sin^6 x - \cos^6 x}{2\sin^2 x - 1} = A - \sin^B x \cos^2 x$$

$$\frac{(\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^4 x + \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x)}{2\sin^2 x - 1} = A - \sin^B x \cos^2 x$$

$$\frac{(\sin^2 x - (1 - \sin^2 x))(1 - 2\sin^2 x \cos^2 x + \sin^2 x \cos^2 x)}{2\sin^2 x - 1} = A - \sin^B x \cos^2 x$$

$$\frac{(2\sin^2 x - 1)(1 - \sin^2 x \cos^2 x)}{2\sin^2 x - 1} = A - \sin^B x \cos^2 x$$

$$\Rightarrow 1 - \sin^2 x \cos^2 x = A - \sin^B x \cos^2 x \Rightarrow A = 1, B = 2 \Rightarrow M + A + B = 4$$

Rpta.: A

2. El costo de un crucero está determinado por la expresión $2500 \sec^4 \alpha \csc^4 \alpha$ en soles, donde α agudo. Si $\tan^4 \alpha + \cot^4 \alpha = 194$, halle el costo del crucero.

A) S/ 680 000 B) S/ 660 000 C) S/ 670 000
D) S/ 640 000 E) S/ 540 000



Solución:

Costo: $C = 2500 \sec^4 \alpha \csc^4 \alpha$ soles

$$\tan^4 \alpha + \cot^4 \alpha = 194 \Rightarrow (\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha)^2 = 196$$

$$\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 14 \Rightarrow (\tan \alpha + \cot \alpha)^2 = 16$$

$$\tan \alpha + \cot \alpha = 4 \Rightarrow \sec \alpha \csc \alpha = 4 \Rightarrow \sec^4 \alpha \csc^4 \alpha = 256$$

$$C = 2500(256) \text{ soles} \Rightarrow C = S / 640000$$

Luego, el costo del torneo es de S/ 640 000

Rpta.: D

3. Si el valor máximo de la expresión $\frac{8(\sec^4 x - \tan^4 x)(\sin^8 x - \cos^8 x)}{(1 - 2\cos^2 x)(\sec^2 x - 2\sin^2 x)(\sec^2 x + \tan^2 x)}$ con $\sin x \neq \cos x$ representa el premio de una lotería en millones de dólares, halle a cuánto asciende dicho premio.

A) \$ 8 000 000
D) \$ 12 400 000

B) \$ 7 500 000
E) \$ 7 100 000

C) \$ 9 800 000

Solución:

$$L = \frac{8(\sec^4 x - \tan^4 x)(\sin^8 x - \cos^8 x)}{(1 - 2\cos^2 x)(\sec^2 x - 2\sin^2 x)(\sec^2 x + \tan^2 x)} = \frac{8(\sec^2 x + \tan^2 x)(\sin^4 x + \cos^4 x)(\sin^4 x - \cos^4 x)}{(\sin^2 x - \cos^2 x) \left(\frac{1 - 2\sin^2 x \cos^2 x}{\cos^2 x} \right) (\sec^2 x + \tan^2 x)}$$

$$L = \frac{8(\sin^4 x + \cos^4 x)(\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x)\cos^2 x}{(\sin^2 x - \cos^2 x)(1 - 2\sin^2 x \cos^2 x)}$$

$$L = 8\cos^2 x \Rightarrow L_{\max} = 8$$

Luego, el costo de dicho premio es \$ 8 000 000.

Rpta.: A

4. Si $\sqrt{\sin x + \tan x + \sec x} = \tan \theta$, donde θ es un ángulo agudo, determine el valor de la expresión $\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x} \sqrt{\tan x} + \sqrt{\sec x}$ en términos de θ .

A) $\sec \theta$

B) $\csc \theta$

C) $\sqrt{2} \sec \theta$

D) $\sqrt{2} \csc \theta$

E) $2 \cos \theta$

Solución:

Sea:

$$P = \sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x} \sqrt{\tan x} + \sqrt{\sec x}$$



$$P = \sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x} \sqrt{\frac{\sin x}{\cos x}} + \sqrt{\frac{1}{\cos x}}$$

$$P = \frac{\cos x + \sin x + 1}{\sqrt{\cos x}}$$

$$\Rightarrow P^2 = \frac{(\cos x + \sin x + 1)^2}{\cos x} = \frac{2(1 + \sin x)(1 + \cos x)}{\cos x}$$

$$\Rightarrow P^2 = \frac{2(1 + \cos x + \sin x + \sin x \cos x)}{\cos x} = 2(1 + \sin x + \tan x + \sec x)$$

$$\Rightarrow P^2 = 2(1 + \tan^2 \theta) = 2\sec^2 \theta, \text{ pues } \sin x + \tan x + \sec x = \tan^2 \theta$$

$$\therefore P = \sqrt{2} \sec \theta.$$

Rpta.: C

5. En la figura se muestra una caja rectangular. Calcule el valor de la expresión

$$4 \left(\frac{\sin \theta \csc \theta}{1 + \cos \theta} + \sqrt{\frac{\sec^2 \theta - \tan^2 \theta}{\sec^2 \theta - 1}} \right).$$

A) $\sqrt{35}$

B) $\sqrt{34}$

C) $\sqrt{44}$

D) $\sqrt{15}$

E) $\sqrt{74}$

Solución:

$$a = 3\sqrt{2} \Rightarrow x = \sqrt{4^2 + (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{34}$$

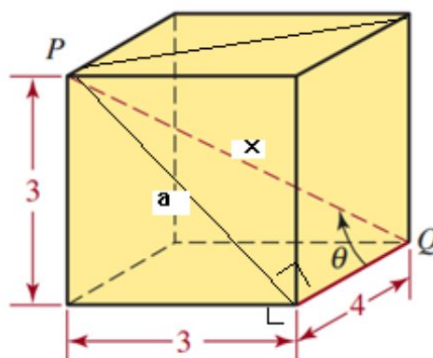
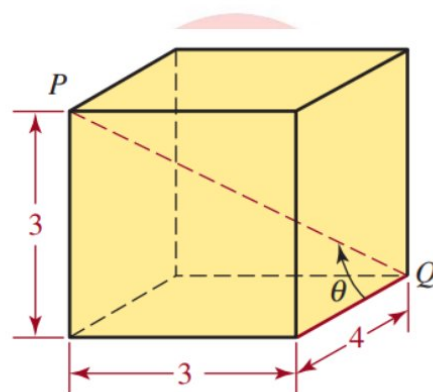
Sea:

$$R = \frac{\sin^2 \theta \csc \theta}{1 + \cos \theta} + \sqrt{\frac{\sec^2 \theta - \tan^2 \theta}{\sec^2 \theta - 1}}$$

$$R = \frac{\sin^2 \theta \csc \theta}{1 + \cos \theta} \left(\frac{1 - \cos \theta}{1 - \cos \theta} \right) + \sqrt{\frac{1}{\tan^2 \theta}}$$

$$R = \csc \theta - \cot \theta + \cot \theta \Rightarrow R = \csc \theta$$

$$\text{Luego, } R = \frac{\sqrt{34}}{4} \Rightarrow 4R = \sqrt{34}$$



Rpta.: B

6. Durante la campaña escolar, un padre de familia compra $N = \sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x + 9$ cuadernos al precio de $M = \sin^2 x + \cos^2 x + \sec \frac{\pi}{3} + \csc \frac{\pi}{6}$ soles cada uno. ¿Cuánto paga por los N cuadernos?

A) S/ 45

B) S/ 50

C) S/ 55

D) S/ 40

E) S/ 60



Solución:

$$\begin{aligned} NM &= (\sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x + 9)(\sin^2 x + \cos^2 x + \sec \frac{\pi}{3} + \csc \frac{\pi}{6}) \\ &= (10)(5) \\ \therefore S/50 \end{aligned}$$

Rpta.: B

7. Si $\csc^3 \theta - \sec^5 \theta = 0$ y el ingreso trimestral de una empresa, en dólares, está dado por la expresión $60000(\tan^{10} \theta + 2 \tan^8 \theta + \tan^6 \theta)$, donde θ es un ángulo agudo. Calcule el ingreso anual de la empresa.

A) \$ 40 000 B) \$ 100 000 C) \$ 150 000 D) \$ 240 000 E) \$ 260 000

Solución:

De la condición:

$$\csc^3 \theta - \sec^5 \theta = 0$$

$$\csc^3 \theta = \sec^5 \theta$$

$$\sin^3 \theta = \cos^5 \theta \quad \dots (1)$$

Sea I el ingreso trimestral de la empresa

$$\begin{aligned} I &= 60000(\tan^{10} \theta + 2 \tan^8 \theta + \tan^6 \theta) = 60000 \tan^6 \theta (\tan^4 \theta + 2 \tan^2 \theta + 1) = 60000 \tan^6 \theta (\tan^2 \theta + 1)^2 \\ &= 60000 \tan^6 \theta \cdot \sec^4 \theta = 60000 \cdot \frac{\sin^6 \theta}{\cos^{10} \theta} = 6000 \left(\frac{\sin^3 \theta}{\cos^5 \theta} \right)^2 \\ \therefore I &= 60000 \end{aligned}$$

Luego, el ingreso anual de la empresa es 240 000 dólares.

Rpta.: D



LENGUAJE

EJERCICIOS DE CLASE

1. La gramática de la lengua española está constituida por cuatro componentes: fonológico, morfológico, sintáctico y semántico. Estos son estudiados, respectivamente, por las disciplinas fonología, morfología, sintaxis y semántica. Según esta aseveración, la morfología se encarga de estudiar

- A) el sistema de fonemas, su clasificación y los procesos fonológicos.
- B) el significado de los signos lingüísticos y las relaciones semánticas.
- C) la estructura interna y los procesos de formación de las palabras.
- D) la estructura, la clasificación y las funciones de frases y oraciones.
- E) la organización y el funcionamiento del sistema lexical de la lengua.

Solución:

La morfología es la disciplina lingüística que estudia la conformación interna de las palabras y los procedimientos de formación, tales como la derivación, la composición y la parasíntesis, entre otros.

Rpta.: C

2. Las palabras pueden presentar uno o varios morfemas, por lo que son clasificadas, respectivamente, como monomorfemáticas (p. e., *luz*, *pan*, *pez* y *plan*) y como polimorfemáticas (p. e., *amigos*, *perritos*, *agilísimos* y *marineros*). Según esta afirmación, en el enunciado *Visitar el litoral es una práctica realizada de manera tradicional por los peruanos, y más aún a partir de la temporada de fiestas donde acuden en masa buscando relajarse sobre mares limpios, y sin contaminación de por medio tras análisis llevado a cabo de manera gubernamental*, la cantidad de palabras monomorfemáticas es

- A) veintidós.
- B) diecinueve.
- C) veinte.
- D) veintitrés.
- E) veintiuna.

Solución:

Las palabras monomorfemáticas del fragmento son veintiuna: *el, de, por, y, más, aún, a, de, de, donde, en, sobre, y, sin, de, por, medio, tras, a, cabo, de*.

Rpta.: E

3. Morfológicamente, las palabras son clasificadas en variables e invariables. Las primeras admiten morfemas flexivos; las segundas no. Según esta aseveración, ¿cuántas palabras invariables hay en el enunciado *El Parque de las Leyendas, administrado por la Municipalidad Metropolitana de Lima (MML), anuncia el lanzamiento de varios talleres de verano mediante los cuales ofrecen actividades vivenciales inolvidables según la programación que contempla horarios diferenciados, edades determinadas, y también costos?*

- A) Trece
- B) Doce
- C) Once
- D) Diez
- E) Nueve



Solución:

Las palabras invariables no admiten morfemas flexivos de género y número. En el texto, las palabras invariables son diez: *de, por, de, de, de, mediante, según, que, y, también*.

Rpta.: D

4. Las palabras polimorfemáticas son aquellas que presentan varios morfemas, como *zapateros, velocísimos, blancuzcos y desleales*. Según esta aseveración, seleccione la alternativa en la que hay más palabras de esta clase.

- A) Tomás colocó las luces en el árbol. B) Isabel y David están en el malecón.
C) Traje estas nuevas zapatillas azules. D) Mañana compraré un par de polos.
E) El primo de Enrique retornó anoche.

Solución:

En la alternativa C), las palabras polimorfemáticas son *traje, estas, nuevas, zapatillas, azules*.

Rpta.: C

5. Los morfemas gramaticales se dividen en flexivos y derivativos. Los flexivos no cambian la categoría de la palabra. Los derivativos pueden cambiar la categoría de la palabra a la que se unen. Según ello, lea los siguientes enunciados y seleccione la opción en la que se incluye los que presentan palabras derivadas.

- I. Raúl colecciona llaveros metálicos y álbumes.
II. El relojero viajó anoche a la ciudad de Tacna.
III. José y Hugo participaron en la fiesta vecinal.
IV. El campesino nos dio manzanas y melones.
V. Ana compró una jabonera y una pasta dental.

- A) II y III B) I y IV C) II y IV D) I y V E) III y V

Solución:

En el enunciado I, tenemos las palabras derivadas *llaveros* y *metálicos*; en el enunciado V, las palabras derivadas son *jabonera* y *dental*.

Rpta.: D

6. Los alomorfos son las variantes de concretización de un morfema. Así, tenemos los alomorfos de negación *im-, -in-, -i-*, y los alomorfos de plural *-s* y *-es*. De acuerdo con esta aseveración, señale los enunciados que presentan alomorfos.

- I. Carolina es limeña; Rosario, iqueña.
II. Ese joven es indecente e irreflexivo.
III. Aquellos alumnos son mis sobrinos.
IV. Pedro trajo un conejito y un pajarillo

- A) I y III B) II y III C) II y IV D) III y IV E) I y II

Solución:

En el enunciado II, *in-* e *i-* son alomorfos de negación; en el enunciado IV, *-it-* e *-ill-* son alomorfos de diminutivo.

Rpta.: C



7. Los morfemas gramaticales son de dos clases: flexivos y derivativos. Los flexivos son simples y amalgama. Según ello, en relación con el enunciado *Elena, la hermana de Julio, presentó los resultados de su investigación sobre las oraciones subordinadas de relativo producidas por los alumnos ingresantes a la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos*, seleccione la opción que presenta enunciados correctos.
- I. Todos los morfemas gramaticales son derivativos.
 - II. Hay solo un morfema gramatical flexivo amalgama.
 - III. Hay solo morfemas gramaticales flexivos de género.
 - IV. Los morfemas gramaticales derivativos son cuatro.
 - V. Los morfemas flexivos son de género y número.
- A) I y II B) I y III C) II y V D) II y IV E) III y V

Solución:

El enunciado II es correcto porque tenemos el morfema gramatical flexivo amalgama -ó; el enunciado V es correcto porque los morfemas gramaticales son de género y número.

Rpta.: C

8. Las palabras poseen en su estructura uno o varios morfemas. Estos son separados adecuadamente en la segmentación morfológica, como en las palabras *anti-sísm-ic-a-s* y *des-ubic-ad-o-s*. Según esta afirmación, marque la alternativa donde hay adecuada segmentación morfológica.
- A) El niño-o recib-ió vari-os regalo-s ayer.
 - B) Mi herman-a tej-ió mucha-s chompa-s.
 - C) Inés com-ió dos melocoton-es helado-s.
 - D) Entreg-aré est-o-s pincel-es a mi prim-o.
 - E) Aquell-a gat-a blanca est-aba enferma.

Solución:

El enunciado de la alternativa D) presenta correcta segmentación morfológica de las palabras.

Las otras opciones deben ser segmentadas morfológicamente de la siguiente manera:

- A) El niño-o recibi-ó vari-o-s regal-o-s ayer.
- B) Mi herman-a tej-ió much-a-s chomp-a-s.
- C) Inés com-ió dos melocoton-es hel-ad-o-s.
- E) Aquell-a gat-a blanc-a est-aba enferm-a.

Rpta.: D

9. La flexión no cambia la categoría lexical, mientras la derivación puede cambiarla y, además, incrementa el léxico de la lengua. La composición es la unión de dos o más palabras. Según ello, seleccione la opción en la que hay palabras derivadas y compuestas.
- A) Papelera, marmolería, relojeros, portavasos
 - B) Venenoso, anormal, semicircular, rompeolas
 - C) Incómodo, musical, campesinos, sinnúmero
 - D) Idílico, terrorífico, maquinista, sobremanera
 - E) Ineficaz, docilidad, quitamanchas, sobretodo



Solución:

En esta alternativa, las palabras derivadas son *ineficaz* y *docilidad*; las palabras compuestas son *quitamanchas* y *sobretudo*.

Rpta.: E

10. La parasíntesis es el proceso de formación de palabras mediante el cual se combinan la composición y la derivación (*siete-mes-in-o*), o la prefijación y la sufijación de manera simultánea sobre el lexema base (*en-trist-ec-er*). Según esta afirmación, marque la alternativa en la que se presenta palabra formada mediante este procedimiento.

- A) Eduardo comprará un sacagrapas en esa librería.
- B) El tesorero del club archivó el informe económico.
- C) Compró un reloj y lo entregará a su hermana menor.
- D) Daniel realizó el embotellado del vino tinto el sábado.
- E) El zapatero de la esquina repara diversos calzados.

Solución:

En esta opción, la palabra *embotellado* está formada por parasíntesis.

Rpta.: D

11. Las palabras son formadas mediante los procedimientos de derivación, composición, parasíntesis y acronimia, entre otros. De acuerdo con esta afirmación, seleccione la alternativa en la que se presenta la correcta relación de la columna de las palabras con la de los respectivos procesos de formación:

- | | |
|---|-----------------|
| I. Irrelevante, vanidoso, niñez | a. Composición |
| II. Engrandecer, hojalatero, aguardentoso | b. Acronimia |
| III. Diecisiete, sacacorchos, camposanto | c. Parasíntesis |
| IV. Radar, Mercosur, Concytec | d. Derivación |
-
- | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| A) Ic, Ia, IIId, IVb | B) Ic, IId, IIId, IVa | C) Id, IIc, IIIa, IVb |
| D) Ia, IIc, IIId, IVd | E) Id, IIa, IIId, IVc | |

Solución:

La correlación correcta de las dos columnas es la siguiente:

- | | |
|---|-----------------|
| I. Irrelevante, vanidoso, niñez | d. Derivación |
| II. Engrandecer, hojalatero, aguardentoso | c. Parasíntesis |
| III. Diecisiete, sacacorchos, camposanto | a. Composición |
| IV. Radar, Mercosur, Concytec | b. Acronimia |

Rpta.: C

12. Las palabras de la lengua española se forman mediante los procesos de composición, derivación, parasíntesis, etc. Considerando lo mencionado, elija la opción en la que se presenta palabras formadas por parasíntesis y derivación, respectivamente.

- A) Los jugadores ya están en campo deportivo.
- B) El pordiosero recibió ropa, zapatos y panes.
- C) Dieron varios regalos al sietemesino el sábado.
- D) Van a empadronar a los pobladores de esta zona.
- E) El campesino podó las plantas de este huerto.



Solución:

La palabra *empadronar* está formada por parasíntesis; la palabra *pobladores*, por derivación.

Rpta.: D

LITERATURA

EJERCICIOS DE CLASE

1. En un lugar de la Mancha, de cuyo nombre no quiero acordarme, no ha mucho tiempo que vivía un hidalgo de los de lanza en astillero, adarga antigua, rocín flaco y galgo corredor. (...) Tenía en su casa una ama que pasaba de los cuarenta, y una sobrina que no llegaba a los veinte, y un mozo de campo y plaza que así ensillaba el rocín como tomaba la podadera. Frisaba la edad de nuestro hidalgo con los cincuenta años. Era de complexión recia, seco de carnes, enjuto de rostro, gran madrugador y amigo de la caza. Quieren decir que tenía el sobrenombre de Quijada, o Quesada, que en eso hay alguna diferencia en los autores que de este caso escriben, aunque por conjeturas verosímiles se deja entender que se llamaba Quijana. Pero esto importa poco a nuestro cuento: basta que en la narración de él no se salga un punto de la verdad.

A partir del fragmento citado de la novela *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*, de Miguel de Cervantes, marque la alternativa que contiene la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) de los siguientes enunciados.

- I. Presenta el entorno familiar de Alonso Quijano.
- II. Cuenta cómo el Quijote es armado caballero.
- III. Relata la locura que padece el protagonista.
- IV. Describe la fisonomía de quien será el Quijote.

A) FFVV B) VFVF C) FVVF D) VFFV E) VVFF

Solución:

I. Se enumera a la familia de Alonso Quijano (V). II. El Quijote es armado caballero por unos príncipes. (F). III. Relata los sobrenombres de Alonso Quijano, pero no hay alusión a la locura (F) IV. El narrador describe al hidalgo como un hombre "recio, seco de carnes, enjuto de rostro" dando al lector una idea de la fisonomía del Quijote (V).

Rpta.: D

2. Considerando la novela *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*, complete correctamente el siguiente enunciado: "En la locura de don Quijote se evidencia la intención del autor por _____ los libros de caballería; pero su contenido es más profundo, pues el protagonista se inspira en _____, ya que desea hacer justicia en el mundo".

- A) exaltar – sueños imposibles
- B) ridiculizar – una visión realista
- C) criticar – la fama y la codicia
- D) parodiar – ideales nobles
- E) valorar – un ideal pragmático



Solución:

En el fragmento citado de *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*, en la locura de don Quijote observamos la intención del autor por parodiar los libros de caballería, pero al mismo tiempo su contenido es más profundo, pues el protagonista está inspirado en ideales nobles, pues desea hacer justicia en el mundo.

Rpta.: D

3. Marque la alternativa que completa correctamente la siguiente afirmación: "Hacia el final de la novela *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*, de Miguel de Cervantes,

- A) Dulcinea del Toboso es capturada por el Caballero de la Blanca Luna"
- B) se produce el intercambio de psicologías entre los protagonistas".
- C) don Quijote y Sancho Panza se enfrentan a los molinos de viento".
- D) los ideales justicieros de don Quijote se imponen en el mundo".
- E) el narrador elogia las novelas de caballería de la Edad Media".

Solución:

Don Quijote y Sancho Panza sufren un intercambio de psicologías, proceso también conocido como quijotización de Sancho y sanchificación de Quijote. Es decir, Sancho se vuelve algo soñador, mientras Quijote recupera la razón y el buen sentido.

Rpta.: B

4. Con respecto a los siguientes enunciados sobre el argumento de *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*, de Miguel de Cervantes, marque la alternativa que contiene la secuencia correcta.

- I. En la primera salida, Quijote está acompañado por Sancho Panza.
- II. En la segunda parte de la novela aparece el bachiller Sansón Carrasco.
- III. Los ideales de paz, justicia y amor de Sancho triunfan en toda España.
- IV. En la tercera salida Quijote es armado caballero andante, en Montiel.
- V. Al final de la novela, Quijote dicta su testamento y muere en su casa.

- A) II y V B) I y II C) II, III y V D) III y IV E) I y IV

Solución:

I. Sancho Panza acompaña al Quijote a partir de la segunda salida. (F) II. El bachiller Sansón Carrasco aparece en la segunda parte de la novela. (V) III. El Quijote es el personaje idealista; en cambio, Sancho Panza expresa el pragmatismo. (F) IV. El personaje es armado caballero en la primera salida. (F) V. Al final de la novela, Quijote dicta su testamento y deja de existir en su casa. (V)

Rpta.: A

5. Marque la alternativa que contiene la característica formal de *Rimas*, de Gustavo Adolfo Bécquer, presente en los siguientes versos de la rima LXXVII.

*Dices que tienes corazón, y sólo
lo dices porque sientes sus latidos;
eso no es corazón..., es una máquina
que al compás que se mueve hace ruido.*

- A) Relación entre conceptos opuestos
- B) Empleo de la rima asonante
- C) Descripción de lo grotesco
- D) Uso de endecasílabos en cuartetos
- E) Brevedad y sencillez expresiva



Solución:

En estos versos de Gustavo Adolfo Bécquer se puede apreciar la sencillez formal y la brevedad, características de sus rimas.

Rpta.: E

6. ¿Cuál es el tema desarrollado en los siguientes versos de la rima XV, de Gustavo Adolfo Bécquer?

*Cendal flotante de leve bruma,
rizada cinta de blanca espuma,
rumor sonoro
de arpa de oro,
beso del aura, onda de luz:
eso eres tú.*

*Tú, sombra aérea, que cuantas veces
voy a tocarte te desvaneces
¡como la llama, como el sonido,
como la niebla, como el gemido
del lago azul!*

- A) Desconfianza de la razón
C) Idealización del amor
E) Individualismo romántico

- B) Pasión desenfrenada
D) Aparición súbita del amor

Solución:

En la rima citada, el poeta postula la idealización del amor, en tanto su existencia está más allá del mundo físico.

Rpta.: C

7. Con respecto a las primeras líneas de la leyenda “El rayo de luna”, de Gustavo Adolfo Bécquer, citadas a continuación, marque la alternativa que contiene la afirmación correcta.

“Yo no sé si esto es una historia que parece cuento o un cuento que parece historia; lo que puedo decir es que en su fondo hay una verdad, una verdad muy triste, de la que acaso yo seré uno de los últimos en aprovecharme, dadas mis condiciones de imaginación.”

- A) El personaje se muestra misterioso y sobrenatural.
B) El texto evidencia los hechos de orden sobrenatural.
C) El ambiente resalta la armonía y paz de la naturaleza.
D) El autor pretende brindar un sentido didáctico a la historia.
E) El narrador destaca el elemento legendario del relato.

Solución:

En la leyenda “El rayo de luna”, se aprecia el elemento legendario, misterioso y popular. Todos están interesados por encontrar al personaje Manrique, perdido en soledad.

Rpta.: E



8. Al fin abrió los ojos, tendió una mirada, y un grito agudo se escapó de sus labios.

La catedral estaba llena de estatuas, estatuas que, vestidas con luengos y no vistos ropajes, habían descendido de sus huecos y ocupaban todo el ámbito de la iglesia y le miraban con sus ojos sin pupila.

Santos, monjes, ángeles, demonios, guerreros, damas, pajes, cenobitas y villanos le rodeaban y confundían en las naves y en el altar. A sus pies oficiaban en presencia de los reyes, de hinojos sobre sus tumbas, los arzobispos de mármol que él había visto otras veces inmóviles sobre sus lechos mortuorios, mientras que, arrastrándose por las losas, trepando por los machones, acurrucados en los doseles, suspendidos en las bóvedas, pululaban, como los gusanos de un inmenso cadáver, todo un mundo de reptiles y alimañas de granito, quiméricos, deformes, horrorosos".

Respecto de lo grotesco, característica de las leyendas de Gustavo Adolfo Bécquer, en la leyenda "La ajorca de oro", se manifiesta cuando

- A) concibe lo grotesco mezclado con seres inanimados.
- B) aprecia el mundo de lo sobrenatural y lo extraordinario.
- C) encuentra en mundos lejanos, caóticos e inquietantes.
- D) fusiona con el amor en busca de la felicidad y el sacrificio.
- E) pone de manifiesto el tópico renacentista del lugar ameno.

Solución:

En el fragmento de la leyenda "La ajorca de oro", Bécquer nos expone lo grotesco, mezclado con una dosis de misterio en un mundo de seres inanimados: "santos, monjes, ángeles, demonios, etc.", "todo un mundo de reptiles y alimañas de granito".

Rpta.: A

PSICOLOGÍA

EJERCICIOS DE CLASE

Marque la respuesta correcta en los siguientes enunciados.

1. Investigaciones realizadas a nivel sensorial indican que es posible sentir el ala de una abeja en la mejilla cuando cae a 1 cm de distancia. En tal situación, se hace referencia al concepto denominado _____. Tal estímulo es procesado en el _____.
- A) adaptación sensorial – lóbulo temporal
 - B) umbral absoluto – lóbulo parietal
 - C) transducción – lóbulo parietal
 - D) umbral absoluto – lóbulo temporal
 - E) transducción – lóbulo frontal

Solución:

Los estímulos físicos para ser detectados por los receptores sensoriales requieren de un mínimo de intensidad lo cual se denomina umbral absoluto. En este caso la modalidad es cutánea, por ende, se procesa en el lóbulo parietal.

Rpta.: B



2. La percepción se construye a partir de ciertos principios organizativos sistematizados por la escuela gestáltica. Establezca la relación correcta entre las leyes seleccionadas y las proposiciones que las ejemplifican.

- | | |
|---------------------|---|
| I. Proximidad | a) Botón de emergencia en color rojo sobre fondo crema. |
| II. Semejanza | b) Asociar un slogan a una marca y luego emitir solo el slogan dejando que el usuario complete. |
| III. Figura - fondo | c) Ingresar a una habitación y ver como grupo todo lo que brilla. |
| IV. Cierre | d) Propaganda donde la ropa blanca muy limpia siempre está junto a la marca "X" de detergente. |

- A) Id, IIc, IIIa, IVb
D) Ib, IIc, IIId, IVa

- B) Ic, IId, IIIb, IVa
E) Id, IIa, IIIb, IVc

- C) Ia, IIb, IIId, IVd

Solución:

Id, IIc, IIIa, IVb

- I. Proximidad es la tendencia de agrupar aquello que esté cercano, la ropa y el detergente por ejemplo (d).
II. Semejanza se refiere a la tendencia de agrupar objetos que son similares en apariencia. En el ejemplo, lo brillante (c).
III. Figura-fondo: organizar el campo perceptual en dos, lo que destaca y lo que le rodea (a).
IV. Cierre: tendencia a completar o cerrar aquello que está incompleto (b)

Rpta.: A

3. Fernanda acude a un otorrinolaringólogo. En consulta, el médico le diagnostica que sus síntomas se deben a una infección en el oído interno. Relacionando las sensaciones al caso anterior infiera el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados:

- I. La infección en el oído interno puede causar incapacidad en la motilidad.
II. Ella puede perder la visión si se dañan los receptores del oído interno.
III. Fernanda puede presentar alteraciones en la modalidad sensorial laberíntica.

- A) FFF B) VVV C) VVF D) VFV E) FFV

Solución:

Los receptores de la modalidad sensorial vestibular o laberíntica están situados en la zona del oído interno y son los responsables de mantener el equilibrio y la ubicación espacial.

Rpta.: E

4. Gertrudis cuenta que anoche cuando apagó la televisión escuchó el llanto de un bebé por varios minutos, en las afueras de su casa. Miró por la ventana y hasta abrió la puerta, pero no encontró ni rastros de este. Al día siguiente preguntó a los vecinos y nadie coincidió con ella. Solo el vecino del piso superior le mencionó que escuchó un gato maullando. Considerando que había estado viendo una película sobre niños abandonados podemos afirmar que lo sucedido se explica con el concepto de

- | | | |
|---------------|----------------|--------------|
| A) pregnancy. | B) constancia. | C) paralaje. |
| D) ilusión. | E) adaptación. | |



Solución:

La ilusión es una percepción equivocada de algo que está sucediendo. Puede ser provocada por un estímulo ambiguo o creada por nuestro cerebro, como en el caso relatado.

Rpta.: D

5. Durante la estación de verano, Jorge suele ir semanalmente a la playa a refrescarse y despejarse de la rutina. La última vez que fue el día estaba nublado, a pesar de ello decidió ingresar al mar, inicialmente sintió la frialdad del agua con gran intensidad, pero luego de unos minutos, dicha sensación dejó de ser tan intensa. El enunciado anterior ejemplifica el concepto denominado

- A) figura - fondo. B) pregnancia. C) transducción.
D) umbral absoluto. E) adaptación sensorial.

Solución:

La adaptación sensorial permite la modificación temporal de la sensibilidad de los receptores sensoriales como resultado de una continua y repetida exposición a un estímulo.

Rpta.: E

6. Marieta cuenta a sus amigas que su pequeño hijo ha aprendido a reconocer las tazas por su forma "tubular" y el asa. Utilizando como referencia las teorías cognitivas del reconocimiento visual de formas, podríamos afirmar que esta explicación coincide con la teoría denominada

- A) igualación a una plantilla. B) de registro sensoperceptual.
C) análisis de características. D) componentes o geones.
E) principio de la buena forma.

Solución:

La teoría de los componentes o geones establece que se reconocen los objetos al descomponerlos en sus formas geométricas 3D básicas llamadas geones.

Rpta.: D

7. En la actividad mental hay varios procesos importantes. Dos procesos estrechamente vinculados son la sensación y la percepción. A diferencia de la percepción, la sensación

- A) se considera como un proceso cognitivo.
B) interpreta los estímulos provenientes del medio.
C) brinda significado a los estímulos que nos rodean.
D) permite un procesamiento ascendente de la información.
E) es considerada como un proceso afectivo.

Solución:

Las sensaciones registran ascendentemente la información que proviene del entorno, sin atribuirle significado. Al darle significado e interpretarse dicha información ya interviene el proceso de percepción.

Rpta.: D



8. Debido a que la _____ posee como una de sus características el ser _____ los publicistas deben tener en cuenta las reacciones socioculturales ante un estímulo determinado, para poder diseñar sus campañas publicitarias y lograr el _____ esperado con las mismas. Elige la alternativa que complete de manera válida la anterior aseveración.

- A) sensación – objetiva – resultado
B) percepción – indiscriminada – efecto
C) cognición – efímera – producto
D) percepción – subjetiva – éxito
E) sensación – intencional – desenlace

Solución:

La percepción es la interpretación de las sensaciones depende del contexto y la experiencia previa del sujeto, por lo tanto, es subjetivo y los publicistas tendrían que tomar en cuenta esta variante para garantizar el éxito deseado en sus campañas.

Rpta.: D

9. Son diferentes las modalidades sensoriales que permiten captar estímulos. A continuación, relacione los siguientes tipos de sensaciones con los ejemplos que los ilustran.

- | | |
|----------------|---|
| I. Cenestésica | a. Sentir sed luego de hacer ejercicios físicos. |
| II. Olfativa | b. Experimentar dolor ante un pelotazo en el muslo. |
| III. Cutánea | c. Sentir el aroma a café un día de invierno. |

- A) Ia, IIc, IIIb B) Ib, IIa, IIIc C) Ic, IIb, IIIa D) Ia, IIb, IIIc E) Ic, IIa, IIIb

Solución:

- I.a La cenestesia nos informa a cerca del estado orgánico interno, como la sed.
II.c La sensibilidad olfativa nos informa a cerca de los olores en nuestro ambiente.
III.b La sensibilidad cutánea, nos informa del dolor que captamos mediante la piel.

Rpta.: A

10. En un experimento en clase, la profesora pronuncia la frase «Uele la muela» mientras se produce un ruido interferente. Al pedirle a tres estudiantes presentes que anoten la frase dicha por la maestra, estos anotan: «duele la muela». Basándonos en nuestros conocimientos sobre procesos cognitivos, señale la verdad o falsedad de las proposiciones siguientes.

- I. Es evidente que los estudiantes copiaron su respuesta.
II. El error es resultado de una corrección perceptual.
III. Esto es un error auditivo causado por el ruido presente.
IV. Se evidencia la influencia del contexto en la percepción.

- A) VFVF B) FFVV C) FVFV D) VFFF E) VVFF

Solución:

FVFV

- II. La percepción es la interpretación que hacemos de los estímulos sensoriales (V).
IV. El contexto crea una expectativa sobre la forma de percibir las palabras (V).

Rpta.: C



EDUCACIÓN CÍVICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. La situación de pugna entre dos o más protagonistas, en donde existe incompatibilidad, motivada por una confrontación de intereses, es conocida como conflicto. Establezca la relación correcta entre los mecanismos democráticos para la solución de conflictos con el respectivo ejemplo.

- | | |
|----------------|--|
| I. Negociación | a. En un pueblo, los representantes solicitan la presencia del cura para ayudarlos a moderar el debate de las partes. |
| II. Arbitraje | b. Los trabajadores de una empresa están dispuestos a establecer una mesa de dialogo con los ejecutivos. |
| III. Mediación | c. Una compañía privada es contratada para resolver el conflicto contractual establecido entre una empresa y su proveedor por una deuda. |

A) Ia, IIb, IIIc B) Ib, IIc, IIIa C) Ib, IIa, IIIc D) Ic, IIa, IIIb E) Ic, IIb, IIIa

Solución:

Ib. La negociación es el proceso de solución de conflictos entre las personas implicadas, sin la intervención de terceros ajenos al problema. El éxito de toda negociación es lograr que ambas partes del conflicto salgan beneficiadas.

IIc. El arbitraje es un mecanismo de solución de conflictos, mediante el cual dos partes enfrentadas por una controversia de orden contractual deciden recurrir a un tercero llamado árbitro, quien dará la solución definitiva del conflicto. El laudo tiene los mismos efectos que una sentencia judicial firme

IIIa. La mediación es un procedimiento en que las partes recurren a una tercera persona neutral que hace de mediador, quien cumple un rol orientador, guiando y brindando a las partes consejos y sugerencias, pero no proponiéndoles fórmulas de solución. El mediador cumple principalmente, una función facilitadora del diálogo entre las partes.

Rpta.: B

2. Como medio alternativo de resolución de conflictos se tiene a la conciliación extrajudicial que promueve una cultura de paz mediante la intervención de un conciliador acreditado. Considerando el marco normativo peruano, analice críticamente cuáles de las siguientes características representan auténticas ventajas del proceso conciliatorio.

- I. La confidencialidad es una característica para las partes.
- II. Hay una reducción de costos y tiempos para los involucrados.
- III. El conciliador propone una solución que es inapelable.
- IV. El alcance de la resolución es a nivel nacional e internacional.

A) I y II B) I y III C) II y III D) II y IV E) III y IV



Solución:

- I. **Correcto.** Otra ventaja de la conciliación es que es un mecanismo confidencial y reservado para las partes
- II. **Correcto.** Entre las ventajas que ofrece la conciliación está la de ahorrar tiempos y costos en favor de las partes.
- III. **Incorrecto.** La conciliación es un acuerdo pacífico entre las partes enfrentadas, es un acuerdo consensuado ante el conciliador que no tiene carácter jurídico para ser apelable.
- IV. **Incorrecto.** El acuerdo establecido en la conciliación tiene reconocimiento por el estado y es válido solo al interior del país.

Rpta.: A

3. Las distintas formas en las que se manifiesta la violencia en el país no distinguen género, etapa de vida, nivel socioeconómico ni mucho menos procedencia; sin embargo, existen personas y grupos poblacionales que, por sus características, se encuentran en una mayor situación de riesgo y vulnerabilidad. Determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. El propinar insultos por parte de una señora a su expareja en la calle por celos es considerado violencia género.
- II. El agredir con golpes a un estudiante por parte de sus compañeros por usar su vestimenta típica es una muestra de violencia física.
- III. Los tocamientos indebidos a una mujer en el transporte público es considerado violencia sexual.
- II. Un jefe que se rehúsa a pagar a su secretaria por no salir con él, esto constituye un acto de violencia económica.

A) VVVV B) VVVF C) VFVV D) FVVV E) FFFV

Solución:

- I. **Falso.** Las acciones que buscan controlar o aislar a la persona contra su voluntad, a humillarla, avergonzarla, insultarla, estigmatizar o estereotipar (calumnias, gritos, insultos, desprecios, burlas y toda acción para dañar su autoestima), sin importar el tiempo que se requiera para su recuperación.
- II. **Verdadero.** El uso de la fuerza y la agresión con golpes a una persona implica un tipo de violencia física.
- III. **Verdadero.** La violencia sexual es la acción que se comete contra una persona sin su consentimiento o bajo coacción. Además de los delitos de violación sexual, actos contra el pudor y tocamientos indebidos, incluye actos que no implican penetración o contacto físico.
- IV. **Verdadero.** La limitación de la entrega de recursos económicos para satisfacer necesidades básicas (alimentación, vestido, salud y otros), así como la evasión en el cumplimiento de las obligaciones alimentarias, constituyen formas de violencia económica.

Rpta.: D



4. Entre los años posteriores a 1980 y hasta el 2000, en el Perú se vivió una época de violencia política debido a las acciones subversivas de movimientos terroristas que se manifiesta en el informe de la Comisión de la Verdad y Reconciliación. Respecto a las conclusiones del informe de la CVR, determine los enunciados correctos.
- I. Los actos subversivos se iniciaron en la zona rural y se trasladaron a la urbana.
 - II. La huida de la población de áreas rurales a urbanas fue una secuela notoria.
 - III. La población de las principales ciudades costeñas fue la más afectada.
 - IV. Los pueblos originarios de la Amazonia fueron los mayores afectados.
- A) I y II B) I y III C) II y IV D) II y III E) III y IV

Solución:

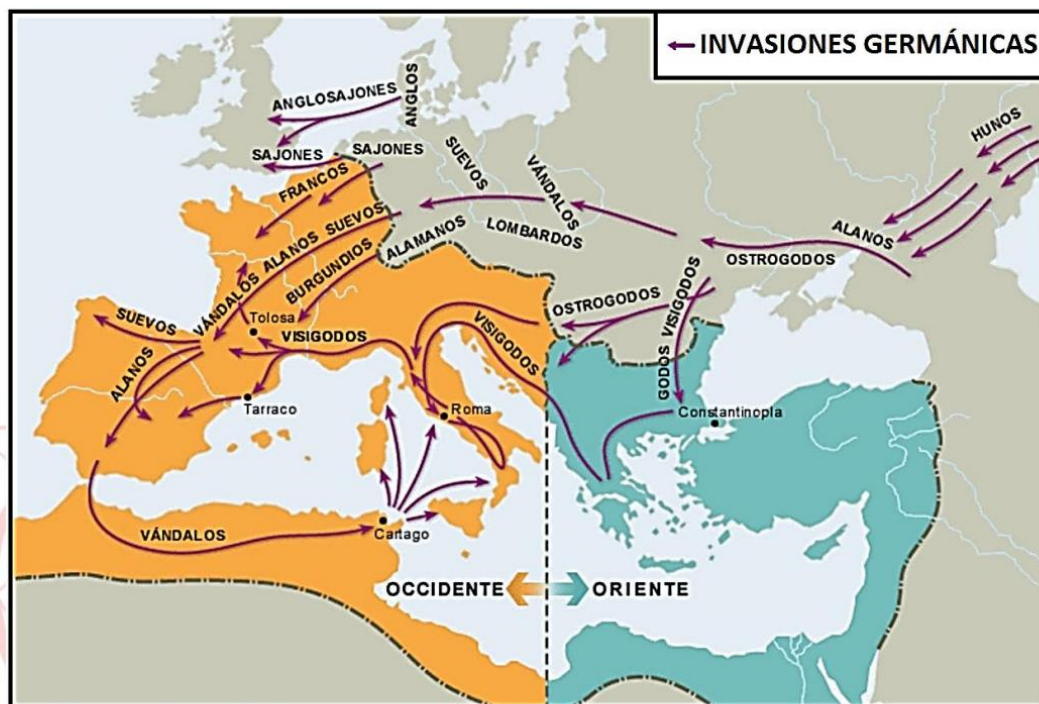
- I. **Correcto.** Según la CVR el conflicto se inició en zonas rurales de Ayacucho y se extendió a los centros urbanos, posteriormente a los territorios de las comunidades de la Selva.
- II. **Correcto.** Entre las secuelas que dejó esta época de violencia política en el país, están las enormes pérdidas económicas, así como la migración de la población del campo (zonas rurales) a las ciudades.
- III. **Incorrecto.** En el contexto de la violencia política en el Perú entre los años 1980 y 2000 la CVR señala que este conflicto armado produjo casi 70 mil víctimas mortales, el 75 % de ellas tenía al quechua como idioma materno.
- IV. **Incorrecto.** En el contexto de la violencia política en el Perú entre los años 1980 y 2000, la CVR señala que este conflicto armado produjo casi 70 mil víctimas mortales, en el cual más de la mitad eran campesinos, dedicados a labores agrícolas.

Rpta.: A

HISTORIA

EJERCICIOS DE CLASE

1. El gráfico mostrado a continuación presenta un proceso histórico realizado entre los siglos III y V d. C. Este proceso involucra las invasiones pacíficas realizadas por los pueblos bárbaros durante el Bajo Imperio Romano.



Al respecto, indique la alternativa que presente en forma correcta una de las consecuencias de dicho proceso.

- A) La consolidación político-administrativa del Imperio Romano de Occidente en el siglo V d. C.
- B) Se dio la unidad religiosa teniendo como culto oficial a los dioses bárbaros germánicos.
- C) Disminución de la demografía de los reinos ostrogodos, visigodos, vándalos, francos, etc.
- D) Surgimiento de los reinos bárbaros germánicos dirigidos por monarquías de carácter hereditario.
- E) Ausencia de sincretismo religioso cultural entre los pueblos bárbaros germanos y los romanos.

Solución:

Las invasiones de los pueblos bárbaros al Imperio Romano propiciaron su caída, provocando consecuencias como el surgimiento de los reinos germánicos entre los siglos V y VIII, como el visigodo, el ostrogodo, el vándalo, el franco, entre otros. Dado que estos reinos se fundaron sobre diferentes territorios del antiguo Imperio Romano, se dio un proceso de sincretismo entre los nuevos pueblos germanos y la cultura romana vigente.

Rpta.: D



2. En la figura se muestra un evento producido en la Europa carolingia a mediados del siglo IX. Este hecho fue la firma de un documento suscrito en la localidad francesa de Verdún.



Al respecto, indique la alternativa que contenga el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. Se dio fin al proyecto de Carlomagno de restaurar el Imperio Romano de Occidente.
- II. Se debilitó el poder central monárquico en beneficio de los señores locales.
- III. Una consecuencia fue posibilitar la emergencia del feudalismo en Europa.
- IV. El Tratado de Verdún fue firmado por Carlos el Calvo, Lotario y Luis el Germánico.

A) FFVV B) VVVV C) VFVF D) FVVV E) VFVV

Solución:

La firma del Tratado de Verdún puso fin al proyecto de Carlomagno de restablecer el Imperio Romano de Occidente, esto debido a la división de territorio en tres partes. El Tratado de Verdún fue firmado en el año 843 entre Carlos el Calvo, Lotario y Luis el Germánico, hijos de Ludovico Pío y nietos de Carlomagno. La situación europea posterior al Tratado de Verdún generó una inestabilidad política, económica y social que conllevó a conflictos bélicos y luchas por el dominio de los territorios, de esa forma predominó el feudalismo en Europa.

Rpta.: B

3. En el Imperio Romano de Oriente durante el siglo VI d. C. se trató de aclarar las leyes para todos los ciudadanos, reducir el número de casos presentados ante los tribunales (algunos se basaban en malentendidos y en una incorrecta interpretación de la ley) y aumentar la rapidez de la solución de los casos legales. Indique las proposiciones que correspondan a las características del imperio bizantino.

- I. En ese periodo el derecho bizantino introdujo el *Corpus Iuris Civilis*.
- II. Las normas bizantinas se fundamentan en el antiguo derecho romano.
- III. El más importante código fue compilado por patrocinio de Justiniano.
- IV. En ese periodo adjudicaron títulos en territorios de la costa mediterránea.

A) Solo I y II B) I, II y III C) Solo I D) Solo III E) II y IV

Solución:

El derecho bizantino introdujo el *Corpus Iuris Civilis*, patrocinado por el emperador Justiniano I para la reforma del derecho bizantino. Por este, se pudo conocer el contenido del antiguo derecho romano, lo que ha sido fundamental para los sistemas jurídicos modernos (uso de la jurisprudencia, entre otros).

El *Corpus Iuris Civilis* se compendió por orden directa del emperador bizantino Justiniano I a un grupo selecto de juristas, patrocinando la recopilación de leyes e interpretaciones jurídicas del derecho romano. También realizó la máxima expansión del Imperio Bizantino. Venció a vándalos, ostrogodos, entre otros, reconquistó gran parte de las costas del Mediterráneo.

Rpta.: B

4. Durante la Plena Edad Media ocurrieron una serie de guerras religiosas impulsadas por la Iglesia Católica. En la figura se presenta una campaña militar terrestre y marítima realizada durante los años 1189 a 1192 d. C.



Al respecto, indique la alternativa que contenga el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. Representa la tercera cruzada o Cruzada de los Reyes (Inglaterra, Sacro Imperio Romano Germánico-SIRG, Francia).
- II. La campaña tenía como objetivo recuperar la región de Oriente Próximo conocida como Tierra Santa bajo el dominio del islam.
- III. Federico I de Hohenstaufen o Federico I Barbarroja no llega a luchar con los demás cruzados en defensa de Tierra Santa.
- IV. Ricardo Corazón de León y Felipe II llegaron a Tierra Santa con el fin de recuperar las tierras ocupadas por los musulmanes.

A) VVVF B) FVVF C) FVVF D) VVVV E) VFVV



Solución:

En la figura se muestra la ruta que realizaron los diferentes líderes en la tercera cruzada, también es llamada Cruzada de los Reyes (Inglaterra, Sacro Imperio Romano Germánico-SIRG, Francia). Las cruzadas tenían como finalidad recuperar Tierra Santa, es decir, los territorios en los cuales nació y vivió Jesús, estos territorios estaban bajo la posesión del islam. Se puede observar que la ruta iniciada en el SIRG no llega a su destino, Federico I Barbarroja falleció en el trayecto. También muestra que los líderes de Inglaterra (Ricardo Corazón de León) y de Francia (Felipe II) llegan a Tierra Santa para intentar tomar posesión de dicho territorio.

Rpta.: D

5. La Baja Edad Media constituye el último periodo de la Edad Media, finalizando con la crisis del siglo XIV, debido a diversas causas. Con respecto a las características de este periodo, indique la alternativa que contenga el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. Ocurrió una pandemia (peste negra) en Europa debido a la transmisión de la bacteria *Yersinia pestis*.
- II. Para enfrentar la peste negra, los médicos se colocaban una vestimenta especial para evitar contagios.
- III. Se produjo la guerra de los Cien Años enfrentando militarmente a los reinos de Francia e Inglaterra.
- IV. Hubo un clima favorable que permitió el desarrollo de una economía mercantil favoreciendo a la burguesía.

A) VVVF B) FVVF C) VFFV D) FVFV E) VVVV

Solución:

Durante ese periodo ocurrió una pandemia en Europa siendo la bacteria *Yersinia pestis*, transmitida por las pulgas de las ratas, entre otras vías de contagio, lo cual disminuyó la población de Europa. Los médicos de la época se colocaban una vestimenta especial para evitar contagios, esto era la creencia debido a la falta de conocimiento de las vías de transmisión, incluso en las máscaras colocaban plantas medicinales para poder evitar los contagios. En el mismo periodo ocurrió la guerra de los Cien Años entre los reinos de Francia e Inglaterra (1337-1453). Por otro lado, se dio un clima adverso que involucró un fuerte impacto en la economía. Las malas cosechas por los fríos extremos, lluvias abundantes y otros, permitió que se dé una hambruna que se extendió en toda Europa.

Rpta.: A



GEOGRAFÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. En un estudio sobre meteorología peruana, analice cómo los factores geográficos del Perú determinan las características atmosféricas regionales. Considerando las leyes termodinámicas y la compleja orografía peruana, identifique los enunciados correctos.

- I. La altitud influye en la variación de elementos como la temperatura y la humedad.
- II. La amplitud térmica es mayor cerca al mar por influencia de la oceanidad.
- III. La variación de la presión atmosférica por altitud influye en la dirección del viento.
- IV. La presión atmosférica se manifiesta en mayor intensidad en zonas elevadas.

A) I y III B) I y II C) I, III y IV D) II y III E) II, III y IV

Solución:

- I. **Correcto.** La temperatura y la humedad varían con el factor altitud. Conforme se va incrementando la altitud en un territorio disminuyen tanto la temperatura como la humedad.
- II. **Incorrecto.** La oceanidad es el factor que influye en la amplitud térmica, generando que las zonas cercanas a la mar presente menor diferencia entre máxima y mínima temperatura.
- III. **Correcto.** El viento es entendido como flujos o masas de aire que se desplazan de zonas de alta presión a zonas de baja presión en la superficie terrestre.
- IV. **Incorrecto.** La presión atmosférica es entendida como el peso que ejerce el aire sobre un determinado lugar en la superficie. Siendo mayor en zonas de baja altitud.

Rpta.: A

2. Los factores geográficos del Perú determinan los patrones climáticos regionales. Considerando la interacción entre la Cordillera Andina, las corrientes marinas y los sistemas de circulación atmosférica, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones.

- I. La inversión térmica que se manifiesta en la Costa centro y sur de nuestro país es influenciada por la acción de la corriente del Niño.
- II. La influencia del Ciclón Ecuatorial influye en la condición del clima tanto en la Costa norte y Selva Baja.
- III. La Costa norte se ve influenciada por la escasez de precipitaciones generada por la corriente peruana.
- IV. La variedad climática es influenciada por la cordillera de los Andes, por los pisos altitudinales y exposición al viento alisios.

A) FFVV B) VVFF C) FVFF D) FVFF E) VFFV



Solución:

- I. **Falso.** La corriente peruana influye en la formación de nubes estratos que se extienden en la Costa central y también austral durante los meses de invierno.
- II. **Verdadero.** El ciclón ecuatorial, conformado por masas de aire tibio y húmedo provenientes de zonas de baja presión, responsable de las mayores lluvias y el clima cálido de la Selva baja y Costa norte del Perú.
- III. **Falso.** La contracorriente ecuatorial traslada aguas cálidas de norte a sur y genera lluvias durante el verano que afectan a la Costa norte.
- IV. **Verdadero.** La cordillera de los Andes es una barrera natural que limita el paso de vientos alisios provenientes del sureste e influye en la diversidad climática.

Rpta.: C

3. Considere la clasificación climática de Köppen aplicada al territorio peruano y sus ocho tipos de climas. Asimismo, considere la interrelación entre temperatura, precipitaciones y gradientes altitudinales que caracterizan la complejidad meteorológica del Perú. Sobre la base de lo anterior, determine la relación correcta entre el tipo de clima y su respectiva característica.

- | | |
|----------------------------|--|
| I. Cálido Muy seco | a. En el lado oriental presenta lluvias de verano y mayor humedad. |
| II. Templado Sub Húmedo | b. Se extiende en las regiones de Tumbes y Piura con lluvias de verano. |
| III. Gélido | c. Se da entre los 1000 a 400, de altitud, teniendo mayores precipitaciones. |
| VI. Semi cálido muy húmedo | d. Es el clima de alta montaña con precipitaciones sólidas en el año. |

- A) Ic, Iib, IIIa, IVd
D) Ia, Iic, IIId, IVb

- B) Ib, IId, IIIa, IVc
E) Ic, IIa, IIId, IVb

- C) Ib, IIa, IIId, IVc

Solución:

- Ib.** El clima cálido muy seco se extiende entre Tumbes y Piura caracterizado por elevadas temperaturas y lluvias de verano.
- IIa.** El clima templado subhúmedo es propio de estepas y valles interandinos con presencia de precipitaciones durante la estación de verano, siendo seco en la zona occidental y húmedo en la zona oriental.
- IIId.** El clima gelido se da por encima de los 5000 m de altitud, considerada como de alta montaña, con temperaturas bajo 0, fuerte insolación y precipitaciones sólidas.
- IVc.** El clima semi cálido muy húmedo, se extiende entre los 1000 a 400 m de altitud en el flanco oriental de los Andes, en lo que se conoce como Selva alta y caracterizado por las fuertes e intensas precipitaciones.

Rpta.: C



4. La eventualidad de fenómenos climáticos por la accidentada geografía de nuestro territorio y la influencia de la diversidad de factores climáticos, en algunos casos, generan gran impacto; como, por ejemplo, cuantiosas pérdidas económicas. De acuerdo a lo mencionado, determine el valor de verdad (V o F) de los enunciados.
- I. Los huaicos son flujos de lodo y detritos que se desplazan a lo largo de las quebradas por la fluidez de agua de lluvias en verano.
 - II. El friaje afecta el sector norte de la Selva y la Sierra con masas de aire seco provenientes del Atlántico Sur generando una variación de temperaturas.
 - III. Las heladas consiste en el descenso brusco de la temperatura, intensificado en los meses de enero a marzo y se manifiestan a partir de los 4500 m s. n. m.
 - IV. Las sequías, es la ausencia de precipitaciones que afectan la agricultura, originadas en algunos casos por el fenómeno de El Niño.
- A) FFVV B) VFFV C) FVFF D) VVFF E) FVVF

Solución:

- I. **Verdadero.** Los huaicos son flujos rápidos y turbulentos de lodo, rocas, vegetación y detritos con alta concentración de sólidos. Se originan en cuencas de montaña y quebradas por la saturación del suelo y movilización de material suelto debido a lluvias intensas o prolongadas, especialmente en verano en los Andes peruanos.
- II. **Falso.** El friaje es originado por masas de aire frías provenientes de la zona de convergencia del Atlántico sur, penetran al continente por la cuenca del río de La Plata para desplazarse hacia el Norte e ingresa a nuestro país por el sector sur de la Selva peruana.
- III. **Falso.** Las heladas generalmente se inician en abril, pero se intensifican entre los meses de junio - agosto por encima de los 3 500 m s. n. m. generando un descenso brusco de la temperatura en las noches
- IV. **Verdadero.** Las sequías que afectan el desarrollo agrícola se originan por temperaturas altas, humedad baja en el ambiente y vientos fuertes, así como la ausencia de lluvias.

Rpta.: B

ECONOMÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. La autoridad monetaria de un país decidió reducir la tasa de interés referencial. Esto provocó que las tasas de interés para créditos de capital de trabajo se redujeran en un 5 %, en comparación con el último trimestre del periodo. Esta situación ha impactado a diversos sectores productivos de la economía, uno de ellos, el sector textil, pues se genera
- A) un incremento de la oferta de textiles.
 - B) un desplazamiento de la curva de demanda de textiles.
 - C) un aumento en el precio de los textiles.
 - D) un deslizamiento sobre la curva de la oferta de textiles.
 - E) una disminución en la compra de textiles.



Solución:

De los factores que afectan a la oferta, está cambiando uno que se consideraba en “ceteris paribus” (Tasa de interés para las empresas).

Al reducirse la tasa de interés los préstamos se hacen más baratos, lo que facilita el acceso a financiamiento para las empresas, permitiéndoles producir más.

Esto provoca un cambio en la curva de la oferta, desplazándose hacia la derecha. Esto se traduce como un incremento de la oferta de textiles (más producción).

Rpta.: A

2. Un bien que está en observación por parte del Estado por generar externalidades negativas será gravado con el Impuesto Selectivo al Consumo para desincentivar su compra. El Estado lograría su objetivo si este bien presenta una demanda

- A) inelástica y mayor a 1.
- B) elástica igual a 1.
- C) inelástica y menor a 1.
- D) elástica y mayor a 1.
- E) unitaria igual a 1.

Solución:

Para que un aumento en el Impuesto Selectivo al Consumo (ISC) logre disminuir significativamente las compras de productos como cigarrillos y cervezas, estos productos deben tener una demanda elástica.

La demanda elástica se caracteriza porque la variación porcentual de la cantidad demandada es mayor que la variación porcentual del precio y su coeficiente es siempre un valor mayor a 1.

Rpta.: D

3. La elasticidad precio de la demanda de los huevos es de 0.9. Si el precio de dicho bien aumenta en un 20 %, entonces la cantidad demandada _____, es decir, el producto es de demanda _____.

- A) disminuirá en más del 20 % – inelástica
- B) disminuirá en menos del 20 % – inelástica
- C) no sufrirá variación – unitaria
- D) aumentará en más del 20 % – elástica
- E) aumentará en menos del 20 % – elástica

Solución:

Si la $E_p = 0.9$ y la $\Delta\%P = 0.2$ entonces la $\Delta\%Q_d = 0.18$.

Por ser la variación porcentual de la cantidad demandada inferior a la variación porcentual del precio, el bien es de demanda inelástica.

Rpta.: B



4. La carne de res es un bien clasificado como normal, muy apreciado por los consumidores. Debido a ciertos desequilibrios, su oferta sufre alteraciones continuas. Si la demanda se incrementa, considerando estas alteraciones en la oferta, identifique la situación que mejor refleje el cambio en el precio de equilibrio.
- A) Si la oferta se contrae, el precio aumenta, y si la oferta se expande, el precio no varía.
B) Si la oferta se contrae, el precio disminuye, y si la oferta se expande, el precio puede aumentar.
C) Si la oferta se contrae, el precio disminuye, y si la oferta se expande, el precio puede disminuir.
D) Si la oferta se contrae, el precio aumenta, y si la oferta se expande, el precio puede disminuir.
E) Si la oferta se contrae, el precio no varía, y si la oferta se expande, el precio no varía.

Solución:

Las variaciones simultáneas de la oferta y la demanda pueden determinar cambios en el precio de equilibrio.

A partir del enunciado, primero, considerando el incremento de la demanda como una situación de equilibrio y, posteriormente, analizando la expansión o contracción de la oferta, podemos observar que:

- Si la oferta se contrae, el precio siempre se incrementa.
- Si la oferta se expande, el nuevo precio de equilibrio puede aumentar, no variar o disminuir.

La opción que mejor se ajusta es aquella que muestra el incremento del precio ante la contracción de la oferta y la posibilidad de disminución del precio ante la expansión de la oferta.

Rpta.: D

5. Sea la ecuación de la curva de suministro: $P = 3Q - 8$. Si para un bien en estudio se observa que su precio se incrementa de \$4 a \$7, la elasticidad precio de la oferta es _____, y se trata de una _____.
- A) $1/3$ – oferta inelástica B) $7/15$ – oferta elástica C) $1/3$ – oferta elástica
D) $15/7$ – oferta elástica E) $7/15$ – oferta inelástica

Solución:

Al calcular las cantidades ofertadas con los precios dados:

Si $p = 4$: $4 = 3q_1 - 8 \rightarrow q_1 = 4$, si $p = 7$: $7 = 3q_2 - 8 \rightarrow q_2 = 5$.

$Epo = ((5-4) / 4) / ((7-4) / 4) = 1/3$.

Al ser la $Epo < 1$ se trata de una oferta inelástica.

Rpta.: A



6. Un mercado competitivo es aquel en el que conviven ilimitado número de productores y consumidores, y en el que las leyes de mercado funcionan de manera teórica, determinando un precio de equilibrio. De los siguientes enunciados, señale cuáles corresponden a las características de dicho modelo de mercado bajo las leyes de la oferta y la demanda:
- I. La curva de demanda con pendiente negativa en el mercado refleja el comportamiento de los consumidores, como sus gustos y preferencias.
 - II. La curva de oferta con pendiente positiva en el mercado refleja el comportamiento de los productores al considerar los costos de producción.
 - III. El equilibrio del mercado, que incluye el precio de equilibrio y la cantidad de equilibrio, es el punto donde coinciden los planes de los ofertantes y demandantes.
 - IV. Los cambios del equilibrio expresados por los movimientos de las curvas de oferta y demanda son producto de los factores que los determinan, antes considerados inactivos.

A) I, II y III B) II y IV C) I y II D) III y IV E) I, II y IV

Solución:

- I. Al estudiar a la oferta y la demanda, y el equilibrio entre ellos solo consideramos el precio y la cantidad ofertada o demandada. El resto de factores se encuentran en *ceteris paribus* (incluye los gustos y preferencias). (No corresponde)
- II. Al estudiar a la oferta y la demanda, y el equilibrio entre ellos solo consideramos al precio y la cantidad ofertada o demandada. El resto de factores se encuentran en *ceteris paribus* (incluye los costos de producción). (No corresponde)
- III. El punto donde se cruzan la oferta y la demanda determina el punto de equilibrio que definen el precio y la cantidad de equilibrio, donde coinciden los planes de compra y venta. (Corresponde)
- IV. Cuando cambian los factores previamente considerados constantes (*ceteris paribus*), se producen desplazamientos de las curvas de oferta y/o demanda, lo que genera nuevos equilibrios de mercado. (Corresponde)

Rpta.: D

7. La gasolina es un bien de importancia en el consumo en muchos países. Durante períodos de estabilidad económica, el precio de la gasolina puede mantenerse constante. Si el precio de la gasolina aumenta debido a un conflicto en una región productora de petróleo, afecta la oferta con la consecuente disminución de la cantidad demandada. Como respuesta al aumento de precios, los consumidores pueden reducir su consumo de gasolina, usando menos sus vehículos o buscando alternativas como el transporte público o la bicicleta. Lo ilustrado gráficamente se expresa como
- A) un desplazamiento hacia la derecha de la curva de la demanda.
 - B) un deslizamiento hacia la derecha en la curva de la demanda.
 - C) no se produce desplazamiento ni deslizamiento.
 - D) un desplazamiento hacia la izquierda de la curva de la demanda.
 - E) un deslizamiento hacia la izquierda en la curva de la demanda.



Solución:

- El aumento del precio de la gasolina se debe a un factor externo (conflicto en una región productora), lo que afecta la oferta y provoca un incremento en el precio.
- Cuando el precio sube, los consumidores reducen la cantidad demandada, pero sin que cambie la curva de demanda en sí.
- Esto genera un movimiento a lo largo de la misma curva de demanda, es decir, un deslizamiento (o movimiento sobre la curva) hacia la izquierda debido a la menor cantidad demandada por el mayor precio.
- Si en cambio hubiese ocurrido un cambio en los gustos, ingresos o la disponibilidad de sustitutos, entonces habría un desplazamiento de la curva de demanda.

Rpta.: E

8. Una panadería produce y vende únicamente pan francés y pan de yema. Al incrementarse el precio del pan de yema en el mercado, sin que se vean afectados sus costos de producción, decide producir una _____ cantidad de pan francés. De acuerdo a las leyes de la oferta y la demanda, esta decisión se da porque el pan de yema es _____ del pan francés en la _____ del bien.

- A) mayor – alternativo – oferta
- B) mayor – complementario – demanda
- C) menor – alternativo – oferta
- D) mayor – complementario – oferta
- E) menor – sustituto – demanda

Solución:

La ley de la oferta postula que existe una relación directa entre la cantidad ofertada y el precio del bien en el mercado. Es decir, si el precio del bien aumenta, el productor tiende a ofrecer más de ese bien porque le genera mayores beneficios.

En la oferta, el productor se enfrenta a la decisión de producir un bien entre otros, estos bienes se comportan como sustitutos o alternativos.

Si dos bienes son alternativos en la oferta, un aumento en el precio de uno hace que el productor se incline a fabricarlo en mayor cantidad, reduciendo la producción del otro.

En este caso, el pan de yema y el pan francés son bienes alternativos en la oferta, ya que la panadería usa los mismos recursos para producir ambos. Por lo tanto, al subir el precio del pan de yema, la panadería decidirá producir menos pan francés para aprovechar la mayor rentabilidad del primero.

Rpta.: C

9. Cierta bien tiene una curva con pendiente positiva y muestra un desplazamiento hacia la derecha. Según las leyes de la oferta y la demanda este cambio puede significar:

- A) Un incremento del precio de los bienes sustitutos elevó la demanda del bien.
- B) Un incremento de impuestos redujo la oferta del bien.
- C) La mejora de la tecnología expandió la oferta del bien.
- D) Un clima favorable incrementó la demanda del bien.
- E) Los costos de producción incrementaron el precio del bien.



Solución:

Dado que la curva tiene pendiente positiva, se trata de la función de oferta según las leyes de la oferta y la demanda.

Los cambios en la oferta ocurren cuando varían factores distintos al precio de venta del bien (*ceteris paribus*), como los costos de producción, impuestos, tecnología, clima, entre otros.

Al tratarse de un desplazamiento hacia la derecha de la curva de oferta, indica un incremento de esta.

Entre las opciones, el factor que provoca un incremento en la oferta es la mejora de la tecnología, ya que permite producir más con los mismos recursos.

Rpta.: C

10. Las impresoras de inyección y los cartuchos de tinta tienen una relación de dependencia en el consumo. Al producirse una variación en el precio de uno provocará que la curva de la _____ del otro también varíe. La correspondencia entre el precio y la curva en mención se manifiesta _____.

- A) demanda – con una relación inversa
- B) oferta – con una relación directa
- C) demanda – sin relación alguna
- D) oferta – con una relación inversa
- E) demanda – con una relación directa

Solución:

- Las impresoras de inyección y los cartuchos de tinta son bienes complementarios, lo que significa que el consumo de uno depende del otro.
- Si el precio de las impresoras sube, menos personas comprarán impresoras, lo que reducirá la demanda de cartuchos de tinta.
- Si el precio de los cartuchos de tinta sube, la gente podría evitar usar su impresora o comprar menos cartuchos, lo que también afectará la demanda de impresoras.
- En los bienes complementarios, cuando el precio de uno sube, la demanda del otro baja (relación inversa).
- Gráficamente, esto se representa como un desplazamiento hacia la izquierda de la curva de demanda del bien complementario.

Rpta.: A



FILOSOFÍA

LECTURA COMPLEMENTARIA

La lógica formal se mueve en el terreno de la necesidad. Un razonamiento lógico-deductivo o demostrativo implica que el paso de las premisas a la conclusión es necesario; si las premisas son verdaderas entonces también lo será, necesariamente, la conclusión. Por el contrario, la teoría de la argumentación, en sentido estricto, se mueve en el terreno de lo simplemente posible, afirmando que, por ejemplo, los argumentos retóricos no tratan de establecer verdades evidentes, pruebas demostrativas sino de mostrar el carácter razonable, plausible, de una determinada opinión o decisión.

Atienza, M. *Derecho y Argumentación*. Bogotá: Ediciones Universidad Externado de Colombia, 1997.

En concordancia con el fragmento citado, podemos concluir que la teoría de la argumentación

- A) está constituida por las formas mentales.
- B) es un encadenamiento de proposiciones.
- C) busca básicamente formular leyes y principios.
- D) es muy útil para alcanzar la auténtica verdad.
- E) tiene como objetivo persuadir a un auditorio.

Solución:

Tiene como objetivo persuadir a un auditorio. Sobre la base del fragmento, podemos concluir que la teoría de la argumentación busca persuadir a un auditorio; más bien, la lógica formal sigue un orden y reglas de correspondencia.

Rpta.: E

EJERCICIOS DE CLASE

1. Todo número o es primo o es compuesto. Si es compuesto, es un producto de factores primos, y si es un producto de factores primos, es divisible por ellos. Pero si un número entero es primo, no es compuesto, aunque es divisible por sí mismo y por la unidad, y consiguientemente, también divisible por números primos. Por tanto, todo número entero es divisible por números primos.

Con respecto al argumento presentado, es correcto señalar que

- A) es un tipo de argumentación deductiva.
- B) posee elementos de la lógica inductiva.
- C) tiene un carácter definitivamente retórico.
- D) influye mucho para lograr la persuasión.
- E) omite las premisas y las conclusiones.

Solución:

Es un tipo de argumentación deductiva. Aquí, la verdad de las premisas se transfiere a la conclusión con carácter de necesidad; es decir, no es posible que las premisas sean verdaderas y la conclusión sea falsa.

Rpta.: A



2. En su obra *Cómo hacer cosas con palabras*, el filósofo analítico John L. Austin (1911-1960) reconoció tres dimensiones fundamentales en el empleo del lenguaje: actos locucionarios (el decir algo de algo), actos ilocucionarios (lo que decimos cuando informamos, nos quejamos, amenazamos, arengamos) y actos perlocucionarios (la acción que provocamos en alguien al decirle algo).

En la línea de la teoría de la argumentación, los actos perlocucionarios son equiparables con

- A) discursos donde predominan las reglas de inferencia.
- B) argumentos que utilizan pruebas y demostraciones.
- C) recopilaciones que dan lugar a razonamientos inductivos.
- D) entimemas que suprimen la premisa o la conclusión.
- E) los argumentos pragmáticos, cuyo objetivo es persuadir.

Solución:

Los argumentos pragmáticos que buscan persuadir. El enfoque pragmático, busca lograr la interacción del intérprete para el logro de la persuasión o el acuerdo con un auditorio, respetando ciertas reglas. La persuasión, el convencimiento, el acuerdo y el consenso son las ideas finales que se persiguen con la misma.

Rpta.: E

3. Max Uhle, arqueólogo alemán, recopiló muchas y muy variadas pruebas como resultado de sus excavaciones en diferentes sitios sudamericanos. Aplicó los métodos de la antropología morfológica a un sinnúmero de cráneos y recuperó miles de artefactos que incluyen cerámica, conchas, textiles, metales, objetos de madera y otros materiales vegetales y objetos contruidos con materiales de origen animal como plumas, huesos y piel; todo ello, lo llevó a formular su famosa hipótesis inmigracionista, acometió, entonces, la ardua tarea de elaborar una síntesis de investigación inmigracionista del origen de la cultura andina, cuya conclusión sostenía que esta se originó de los aportes venidos de Mesoamérica (México y América central).

Sobre las conclusiones a las que arribó Max Uhle, es coherente afirmar que

- A) convenció a los especialistas en antropología.
- B) denota variados razonamientos pragmáticos.
- C) configuran una argumentación inductiva.
- D) su conclusión carece de premisas verdaderas.
- E) utiliza una variedad de figuras retóricas.

Solución:

Configuran una argumentación inductiva. La argumentación inductiva es producto del análisis de una serie de objetos y hechos que vienen a ser la variedad o secuencia de pruebas que van a desembocar en una síntesis que cobra la forma de un argumento inductivo.

Rpta.: C



4. «Es obvio hoy que Estados Unidos ha fallado en su promesa en lo que respecta a sus ciudadanos de color. **En vez de honrar su obligación sagrada, Estados Unidos dio al negro un cheque sin valor que fue devuelto con el sello de 'fondos insuficientes'**. Pero nos rehusamos a creer que el banco de la justicia está quebrado. Nos rehusamos a creer que no hay fondos en los grandes depósitos de oportunidad en esta nación. Por eso hemos venido a cobrar ese cheque, un cheque que nos dará las riquezas de la libertad y la seguridad de la justicia». Este es un extracto del discurso de Martin Luther King ante sus seguidores en su lucha por los derechos civiles en USA. Con respecto a la argumentación del discurso, es consistente señalar que
- A) utiliza recursos retóricos para persuadir a la audiencia.
 - B) conserva un ordenamiento perfecto de las ideas y la conclusión.
 - C) tiene un enfoque muy formal en su estructura argumentativa.
 - D) es la defensa de una tesis mediante la justificación racional.
 - E) se mezclan las refutaciones con los contraargumentos.

Solución:

Utiliza recursos retóricos para persuadir a la audiencia. Es la propia perspectiva pragmática que considera el razonamiento como un tipo de actividad; la realización de una serie de actos y recursos del lenguaje dirigida a lograr la persuasión de un auditorio (retórica) o a interactuar con otro u otros para llegar a algún acuerdo respecto a cualquier problema teórico o práctico.

Rpta.: A

5. Uno de los personajes más importantes que estudió los entimemas fue Aristóteles. El filósofo griego apreció la importancia de este recurso de la retórica para convencer al receptor del mensaje. Muy habitualmente las argumentaciones que se hacen apelando a lo moral y a lo ético poseen un entimema como herramienta de persuasión, aunque muchas veces no se advierte su uso. Por ejemplo, en el siguiente argumento: «Hacer daño a las personas está mal. Por lo tanto, conducir ebrio está mal»; es un entimema, ya que
- A) apela a la parte moral asumiendo que el receptor va a apoyar la idea.
 - B) solo cuenta con una proposición y la conclusión del argumento.
 - C) están explicitadas todas las premisas necesarias de un razonamiento.
 - D) el público no conoce la segunda premisa del argumento.
 - E) la secuencia del razonamiento refleja una estructura completa.

Solución:

Solo cuenta con una proposición y la conclusión del argumento; por este hecho, es un entimema, ya que estos son razonamientos en los que se omite o una de las premisas o, la conclusión, asumiendo que el receptor lo sabe.

Rpta.: B



6. Una consultora de moda explicó que tuvo mucho éxito con sus clientes luego de argumentarles lo siguiente: «Una vez, una mujer llamada Sara se puso en contacto conmigo porque tenía mucha dificultad para vestirse profesionalmente. Estaba casada, trabajaba como abogada y tenía dos hijos. Como puedes imaginar, tenía una rutina súper agitada y no tenía mucho tiempo para pensar en qué ponerse. Sin embargo, su trabajo requería que se presentara con elegancia todos los días. Lo que hicimos fue crear un armario cápsula: compramos algunas prendas sencillas y elegantes, que se pueden combinar fácilmente para crear nuevos looks. De esa manera, no tenía que gastar mucho dinero comprando artículos nuevos y tampoco tiempo pensando en las combinaciones de prendas». La exitosa acción comunicativa de la consultora de modas radicó en haber utilizado
- A) razonamientos que eran verificables.
 - B) argumentos iguales a los de la ciencia.
 - C) esquemas sin contenido material.
 - D) el ordenamiento lógico de sus ideas.
 - E) un enfoque pragmático con carácter social.

Solución:

Un enfoque pragmático con carácter social. El enfoque pragmático, busca lograr la interacción del intérprete para el logro de la persuasión o el acuerdo con un auditorio, respetando ciertas reglas. Se trata de una actividad final dirigida a un propósito; por tanto, ya no se trata de actividades individuales –como lo formal y material- sino de carácter social, que persiguen un fin específico o varios a la vez.

Rpta.: E

7. «El cambio climático es un proceso natural que siempre ha formado parte de la historia de la Tierra, por lo que no hay que preocuparse. ¿Cómo va a estar produciéndose un cambio climático si hace frío?». Estas argumentaciones son algunas de las más escuchadas por aquellos que niegan que exista una crisis climática. Sin embargo, el calentamiento global es un hecho sobre el que existe un sólido consenso científico. De hecho, el cambio climático es, probablemente, el reto más acuciante al que se enfrenta la humanidad.

www.nationalgeographic.com

La estructura argumentativa del texto responde a

- A) la estructura lógica de los entimemas.
- B) una discusión con figuras retóricas.
- C) un caso típico de contraargumentación.
- D) dos opiniones ambiguas sobre lo mismo.
- E) una refutación que señala falacias.



Solución:

Un caso típico de contraargumentación. Un contraargumento es un argumento utilizado a modo de respuesta frente a otro previo. Se trata de un razonamiento que resulta **opuesto** a un juicio precedente. A un argumento dado se le opone un nuevo o distinto argumento que permite esgrimir una razón contraria.

Rpta.: C

8. La justificación racional es un procedimiento intelectual que busca dar razones a través de argumentos verificables. En el caso de una tesis, la justificación requiere una o más premisas y las conclusiones; sin embargo, es imprescindible establecer

- A) las diversas falacias y refutaciones que encierra una tesis.
- B) la inferencia, que indica que la conclusión sigue de las premisas.
- C) las estrategias persuasivas para lograr el convencimiento.
- D) los problemas de fundamentación inductiva y sus limitaciones.
- E) los propósitos y objetivos de la investigación científica.

Solución:

La inferencia, que indica que la conclusión sigue de las premisas. Toda defensa racional está premunida de premisas y conclusiones, pero un elemento fundamental es la conexión lógica o inferencia entre las premisas y conclusiones.

Rpta.: B

FÍSICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Con respecto a los conceptos de trabajo y energía, indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. El trabajo realizado por las fuerzas que se oponen al movimiento de un cuerpo es positivo.
- II. La energía cinética de un cuerpo que se mueve con MRU es constante.
- III. Un proyectil lanzado con un cierto ángulo de tiro posee solamente energía potencial gravitatoria cuando alcanza la altura máxima.

- A) FVF B) FFV C) FVV D) VVF E) FFF

Solución:

- I. **Falso.** Las fuerzas que se oponen al movimiento realizan un negativo.
- II. **Verdadero.** Si la rapidez es constante, entonces la energía cinética también lo será.
- III. **Falso.** Cuando el proyectil alcanza la altura máxima la velocidad tiene componente horizontal, por lo que también tendrá energía cinética.

Rpta.: A



2. Una caja de 45 kg de masa se desplaza 6 metros. bajo la acción de una fuerza F horizontal con rapidez constante sobre una superficie horizontal rugosa. Determine trabajo desarrollado por la fuerza F .

Dato: $\mu = \frac{1}{3}$ $g = 10 \text{ m/s}^2$

- A) 800 J B) 270 J C) - 900 J D) 900 J E) 450 J

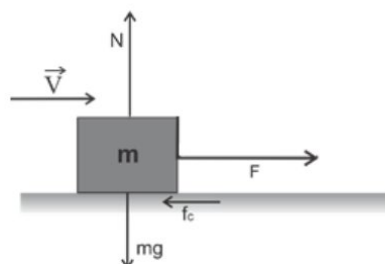
Solución:

Del diagrama

MRU: $\sum F_x = 0 \rightarrow F - fr = 0$
 $F = fr = 150 \text{ N}$

El trabajo realizado por la fuerza F es:

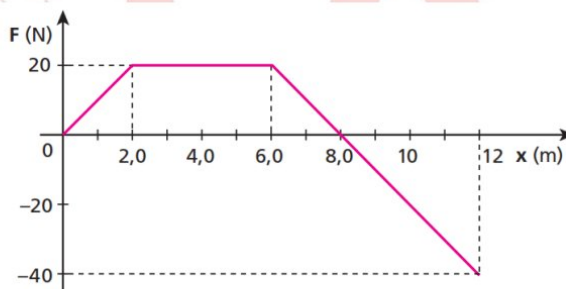
$W = F \times d = (150)(6) = 900 \text{ J}$



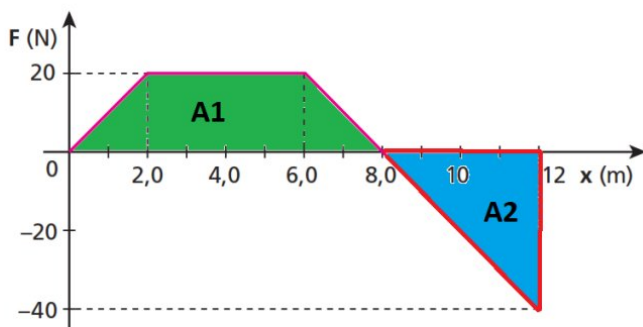
Rpta.: D

3. La figura muestra la gráfica de la fuerza $\vec{F}$ aplicada a un bloque en función de la posición x ; determine el trabajo realizado por $\vec{F}$, cuando el bloque se traslada entre las posiciones $x = 0$ y $x = 12 \text{ m}$.

- A) 120 J
B) 160 J
C) 200 J
D) -40 J
E) 40 J



Solución:



$W^F = A1 - A2$

$W^F = (20) \frac{(8+4)}{2} - \frac{4}{2} (40) = 40 \text{ J}$

Rpta.: E



4. Un joven desplaza un coche con una niña a bordo sobre una superficie horizontal ejerciendo una fuerza constante $F = 50 \text{ N}$ que forma un ángulo $\theta = 37^\circ$ sobre la horizontal, como muestra la figura. Si el coche se desplaza con rapidez constante una distancia $d = 40 \text{ m}$ durante 20 s , ¿cuál es la potencia que debe desarrollar el joven contra las fuerzas de rozamiento durante este tiempo?

- A) 40 W
B) 50 W
C) 60 W
D) 80 W
E) 100 W



Solución:

La rapidez es:

$$v = \frac{d}{t} = \frac{40}{20} = 2 \text{ m/s}$$

La potencia desarrollada es:

$$P = (F \cos \theta) v = (50)(4/5)(2) = 80 \text{ W}$$

Rpta.: D

5. Se lanza un proyectil de masa 100 g con una rapidez de 60 m/s con un ángulo de 53° sobre la horizontal. Determine la energía cinética al cabo de $4,8 \text{ s}$ de iniciado su movimiento, desprecie la resistencia del aire.

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

- A) 360 J B) 648 J C) $115,2 \text{ J}$ D) 180 J E) $64,8 \text{ J}$

Solución:

Datos: $m = 0,1 \text{ kg}$, $v = 60 \text{ m/s}$, $t = 4,8 \text{ s}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Descomponiendo:

$$V_x = 36 \text{ m/s}; \quad V_{y0} = 48 \text{ m/s}$$

$$t = 4,8 \text{ s}: V_{yf} = 48 - 10(4,8) = 0$$

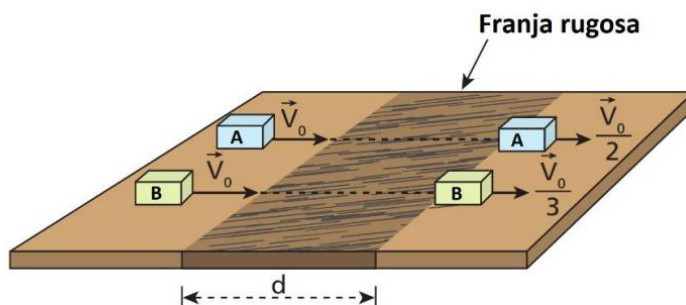
La energía cinética del cuerpo en el instante $t = 4,8 \text{ s}$, es

$$E_c = \frac{1}{2} m (v_x^2 + v_{yf}^2) = \frac{1}{2} \times (0,1)(36^2 + 0) = 64,8 \text{ J}$$

Rpta.: E

6. Dos bloques A y B se mueven en un plano horizontal en trayectorias paralelas, inicialmente con la misma velocidad $\vec{V}_0$. En un instante dado, los bloques pasan por una franja rugosa del plano, de longitud d , como muestra la figura. Los coeficientes de fricción entre el plano rugoso y los bloques A y B son μ_A y μ_B , respectivamente. Los bloques A y B salen de la franja con velocidades $\vec{V}_0/2$ y $\vec{V}_0/3$, respectivamente. En estas condiciones, la razón μ_A/μ_B es igual a:

- A) 2/3
B) 4/9
C) 27/32
D) 16/27
E) 1/2



Solución:

Aplicando el teorema del Trabajo y la Energía cinética:

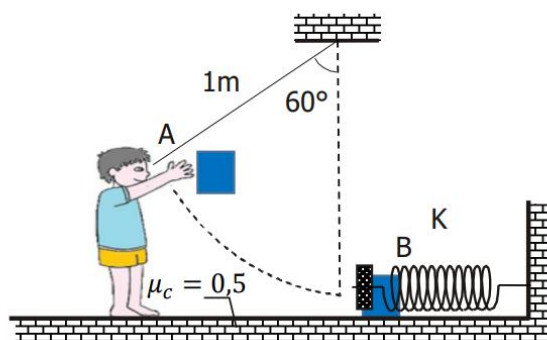
Bloque A	Bloque B
$W_A = \frac{1}{2} m_A v_{fA}^2 - \frac{1}{2} m_A v_{0A}^2$ $-\mu_A m_A g d = \frac{1}{2} (m_A) \left(\frac{v_0}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} (m_A) (v_0)^2$ $\mu_A = \frac{3 v_0^2}{8 g d}$	$W_B = \frac{1}{2} m_B v_{fB}^2 - \frac{1}{2} m_B v_{0B}^2$ $-\mu_B m_B g d = \frac{1}{2} (m_B) \left(\frac{v_0}{3}\right)^2 - \frac{1}{2} (m_B) (v_0)^2$ $\mu_B = \frac{4 v_0^2}{9 g d}$

Dividiendo las expresiones para μ_A y μ_B , se obtiene

$$\frac{\mu_A}{\mu_B} = \frac{\frac{3 v_0^2}{8 g d}}{\frac{4 v_0^2}{9 g d}} = \frac{27}{32}$$

Rpta.: C

7. Desde la posición A, un niño suelta un bloque de masa 1 kg que se encuentra sujeta a una cuerda ideal inextensible de longitud 1 m. Cuando el bloque llega a la posición más baja se rompe la cuerda, colisionando con el resorte de constante elástica $K = 60 \text{ N/m}$, que se encuentra fijo a la pared, tal como se muestra en la figura. Determine la máxima deformación del resorte, si el coeficiente de fricción entre el bloque y el suelo es 0,5.



($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A) 1/4 m B) 1/3 m C) 1/5 m D) 1/6 m E) 1/8 m

Solución:

Aplicando conservación de energía mecánica entre los puntos A y B

$$E_A = E_B = mgh = (1)(10)(0,5) = 5 \text{ J}$$

Aplicando teorema del trabajo y la energía mecánica entre los puntos B y C

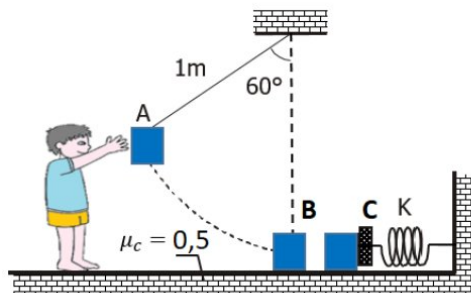
$$E_C - E_B = W_{fr}$$

$$\frac{1}{2} K x^2 - m g h = -\mu_c m g x$$

$$\frac{1}{2} (60) x^2 - (1)(10)(0,5) = -(0,5)(1)(10)x$$

$$6x^2 + x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{3} \text{ m}$$



Rpta.: B

8. Un bloque de masa $m = 250 \text{ g}$ se suelta desde el punto A a una altura $H_A = 2 \text{ m}$ desplazándose por rampa lisa hasta el punto B. Luego continúa su movimiento sobre la superficie horizontal rugosa ($\mu_c = 0,25$), deteniéndose en el punto C. Determine la distancia entre los puntos B y C.

($g = 10 \text{ m/s}^2$)

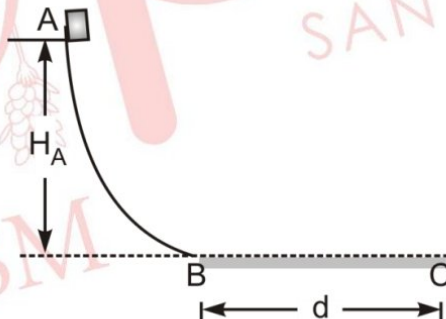
A) 16 m

B) 14 m

C) 12 m

D) 10 m

E) 8 m



Solución:

$$m = 0,25 \text{ kg}, H_A = 2 \text{ m}, \mu_c = 0,25$$

Por la ley de conservación de la energía es

$$EM_A = EM_B = mgh_A; \quad EM_C = 0$$

El trabajo de la fuerza de rozamiento entre los puntos B y C es

$$EM_C - EM_B = W_{fr}$$

$$0 - mgh_A = -f_r \times d = -\mu_c$$

$$0 - m.g.H = -f_r.d = -\mu_c.mg.d$$

$$d = H_A/\mu_c = 2/(0,25) = 8 \text{ m}$$

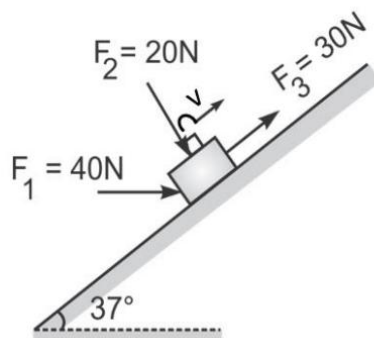
Rpta.: E



EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Un bloque se mueve por un plano inclinado 37° sobre la horizontal bajo la acción de las fuerzas que se muestran en la figura. Indicar la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. La fuerza horizontal $\vec{F}_1$ realiza trabajo de 32 J si el bloque se desplaza 1 m.
- II. La fuerza perpendicular al plano $\vec{F}_2$ no realiza trabajo.
- III. La fuerza paralela al plano $\vec{F}_3$ realiza trabajo de 20 J si el bloque se desplaza 1 m.



- A) VVV B) FVF C) VFV D) FVV E) VVF

Solución:

- I. **Verdadero**

$$W_{F1} = F_1(d_x) = 40\left(\frac{4}{5}\right) = 32 \text{ J}$$

- II. **Verdadero**

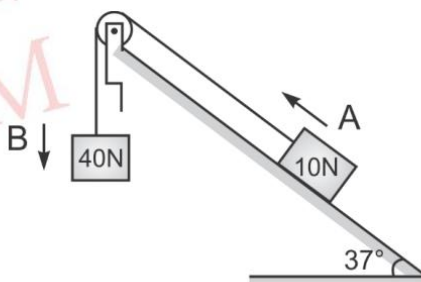
- III. **Falso**

$$W_{F3} = F_3(d) = 30(1) = 30 \text{ J}$$

Rpta.: E

2. En el sistema mostrado en la figura, el bloque B se desplaza 0,5 m verticalmente hacia abajo. Determine el trabajo realizado por la tensión de la cuerda sobre el bloque B. Desprecie todo tipo de fricción y considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- A) 6,4 J
- B) 4,5 J
- C) - 5,4 J
- D) - 4,6 J
- E) - 6,4 J



Solución:

Aplicando la segunda ley de Newton

$$a = \frac{40 - 10 \sin 37^\circ}{5} = \frac{34}{5} \text{ m/s}^2 \quad \rightarrow \quad T = 40 - 4\left(\frac{34}{5}\right) = \frac{64}{5}$$

$$W = -Td = -\frac{64}{5}(0,5) = -6,4 \text{ J}$$

$$W = -6,4 \text{ J}$$

Rpta.: E

3. La figura muestra la gráfica de una fuerza horizontal F que actúa sobre un bloque. Determine la potencia desarrollada por F entre las posiciones $x = 0$ y $x = 15$ m, si tarda 10 s en trasladarse entre estas posiciones.

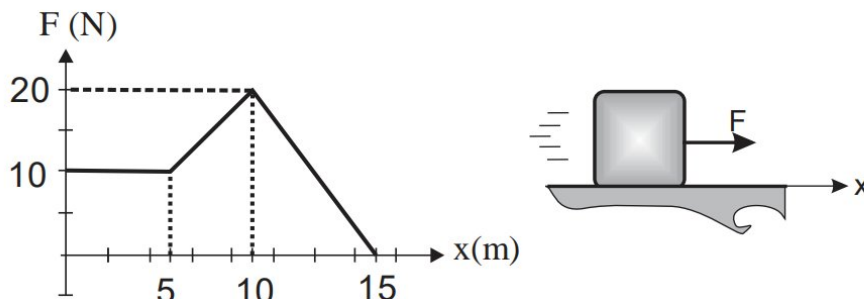
A) 10,2 W

B) 12,5 W

C) 15,5 W

D) 17,5 W

E) 22,5 W

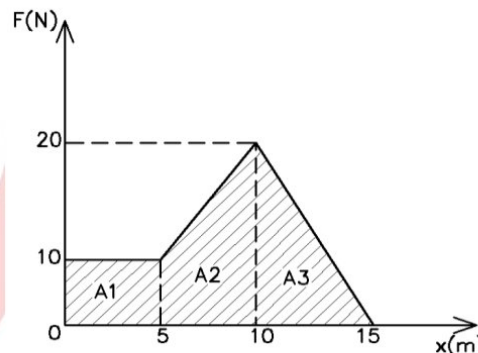


Solución:

$$W^F = A1 + A2 + A3$$

$$W^F = 10(5) + \frac{(10 + 20)}{2}(5) + \frac{20}{2}(5) = 175 \text{ J}$$

$$P = \frac{W^F}{t} = \frac{175}{10} = 17,5 \text{ W}$$



Rpta.: D

4. Un bloque de masa 0,50 kg se empuja contra un resorte horizontal de peso despreciable hasta que el resorte, de constante elástica 450 N/m, se comprime una distancia x como se muestra en la figura. Cuando se libera, el bloque viaja a lo largo de una superficie horizontal sin fricción hasta que llega al punto B con una rapidez de 12 m/s. Determine la deformación del resorte x .

A) 0,3 m

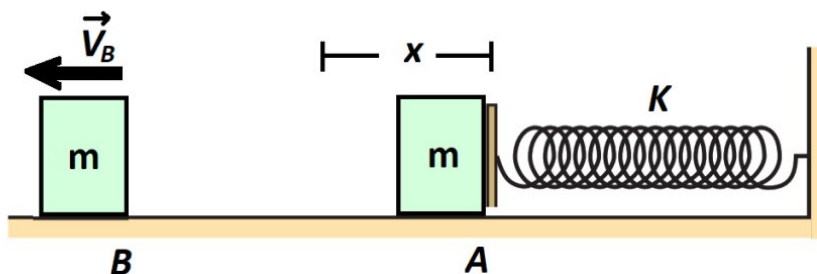
B) 0,4 m

C) 0,5 m

D) 0,6 m

E) 0,8 m

Solución:



Aplicando la conservación de la energía mecánica entre los puntos A y B

$$EM_A = EM_B$$

$$E_{PS} = E_C$$

$$\frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m v^2$$

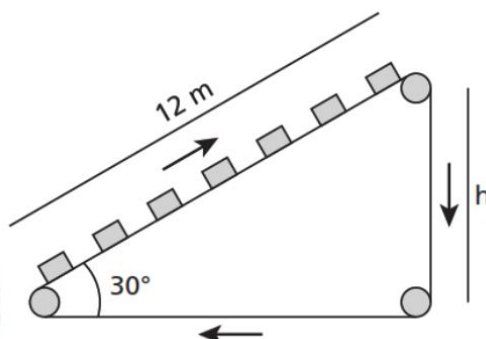
$$x = v \sqrt{\frac{m}{K}} \rightarrow x = 12 \sqrt{\frac{0,5}{450}} = 0,4 \text{ m}$$

Rpta.: B

5. Una cinta transportadora lleva 15 cajas de bebidas por minuto desde un almacén situado en el sótano hasta la planta baja. La cinta transportadora tiene 12 m de largo, está inclinada 30° con respecto a la horizontal y se mueve a una velocidad constante. Las cajas a transportar ya están colocadas a la misma velocidad que la cinta transportadora. Si cada caja pesa 200 N, el motor que acciona este mecanismo debe proporcionar la potencia media de:

($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A) 20 W
B) 40 W
C) 300 W
D) 600 W
E) 800 W



Solución:

Datos:

N (número de cajas) = 15,

$h = 12 \sin(30^\circ) \text{ m} = 6 \text{ m}$,

$mg = 200 \text{ N}$,

$\Delta t = 60 \text{ s}$

La potencia media está dada por:

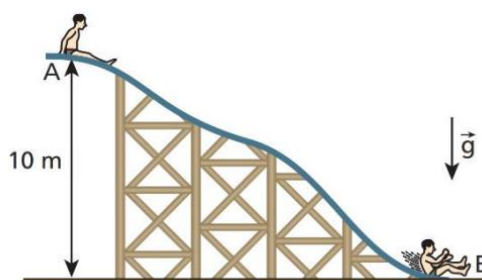
$$P_m = \frac{W_{total}}{\Delta t} = \frac{N \times W_{por\ caja}}{\Delta t} = \frac{N \times mg \times h}{\Delta t} = \frac{15 \times 200 \times 6}{60} = 300 \text{ W}$$

Rpta.: C

6. En la figura se muestra a un niño de masa 40 kg que parte del reposo en el punto A del tobogán y llega al punto B con una rapidez de 10 m/s. Determine el trabajo de la fuerza de fricción que ejerce la superficie del tobogán que está en contacto con el cuerpo del niño.

($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A) - 1 KJ
B) - 2 KJ
C) - 4 KJ
D) - 5 KJ
E) - 8 KJ





Solución:

Aplicando el teorema del trabajo y la energía mecánica

$$W_{fr} = EM_B - EM_A$$

$$W_{fr} = E_{C,B} - E_{PG,A}$$

$$W_{fr} = \frac{1}{2}mv_B^2 - mgh$$

$$W_{fr} = \frac{1}{2}(40)(10)^2 - (40)(10)(10)$$

$$W_{fr} = -2000 \text{ J} = -2 \text{ KJ}$$

Rpta.: B

7. Un bloque de masa 3 kg es soltada desde el punto A deslizándose por una rampa de cuarto de circunferencia AB de radio 2 m. Si en este tramo se pierde 10 J de energía en forma de calor debido a la fuerza de fricción. Determine la magnitud de la fuerza normal sobre la esfera al pasar por B.

($g = 10 \text{ m/s}^2$)

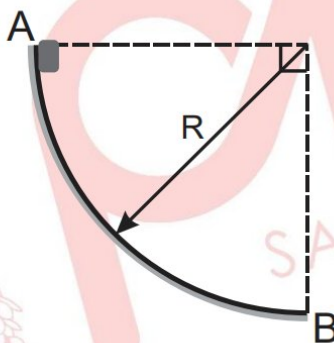
A) 30 N

B) 40 N

C) 50 N

D) 60 N

E) 80 N



Solución:

Aplicando el teorema del trabajo y la energía mecánica

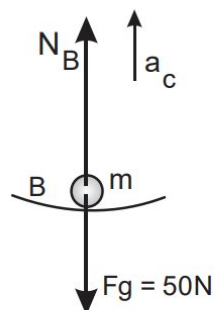
$$W_{fr} = E_{MB} - E_{MA} \Rightarrow -10 = \frac{1}{2}mv_B^2 - mgR$$

$$-10 = \frac{1}{2}(3)v_B^2 - 3(10)2 \Rightarrow v_B^2 = \frac{100}{3}$$

Por la segunda ley de Newton en el punto B:

$$F_c = \frac{mv_B^2}{R} = N_B - mg$$

$$\frac{3(\frac{100}{3})}{2} = N_B - 30 \Rightarrow N_B = 80 \text{ N}$$

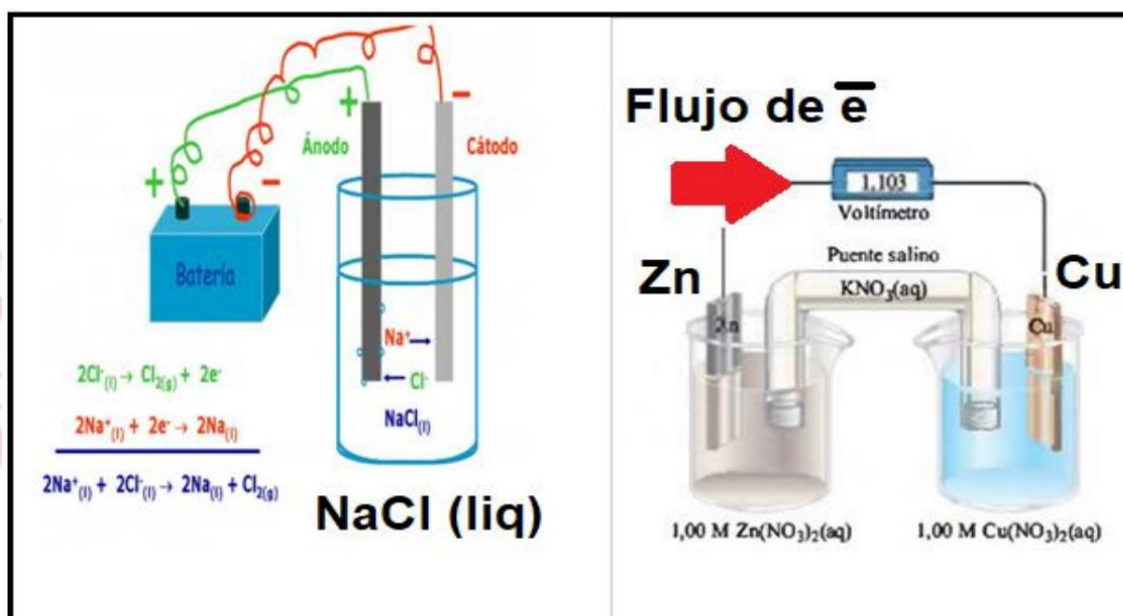


Rpta.: E

QUÍMICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. La electricidad puede provocar cambios químicos pero un cambio químico también puede producir electricidad; si al cloruro de sodio fundido se le hace pasar corriente eléctrica, se forma una sustancia gaseosa de color verde amarillento, es cloro gaseoso; y en el otro electrodo se forma sodio metálico plateado; por el contrario si se coloca una tira de Zn metálico en una solución de sulfato de cobre (II), el Zn metálico se recubre de Cu metálico, esta reacción ocurre espontáneamente porque el Zn es más reactivo que el Cu, sin embargo para producir corriente eléctrica, la reacción se debe llevar a cabo en una celda electroquímica, donde la corriente fluye a través de un alambre colocado entre las dos medias celdas, Según esquema:



Respecto al esquema seleccione la alternativa incorrecta.

- A) El cloruro de sodio fundido es un electrolito de segunda especie.
B) El cloro gaseoso se forma en el electrodo llamado ánodo.
C) El Zn metálico se reduce en la celda o pila voltaica (galvánica)
D) En la celda galvánica las tiras de Zn y de Cu metálico son el ánodo y cátodo, respectivamente.
E) En la celda galvánica los electrones fluyen desde el ánodo hacia el cátodo.

Solución:

- A) **Correcto:** el cloruro de sodio fundido es un electrolito de segunda especie.
B) **Correcto:** el cloro gaseoso se forma en el electrodo llamado ánodo.
C) **Incorrecto:** el Zn metálico se oxida (ánodo) en la celda voltaica.
D) **Correcto:** en la celda galvánica las tiras de Zn y de Cu metálico son el ánodo y cátodo respectivamente.
E) **Correcto:** en la celda galvánica los electrones fluyen desde el ánodo hacia el cátodo.

Rpta.: C



2. Las celdas electrolíticas permiten reducir iones metálicos a metales y depositar metales por galvanoplastia según el tipo de celda. Al respecto, relacione la secuencia correcta.

a) Ánodo	()	conductores de primera especie
b) Amperio	()	electrodo donde se produce la oxidación
c) Soluciones iónicas	()	carga por unidad de tiempo (C/s)
d) Metales	()	conductores de segunda especie

A) c a b d B) d c b a C) d a b c D) c d b a E) b c d a

Solución:

Los metales son conductores de primera especie. (d)
Ánodo electrodo donde se produce la oxidación. (a)
Ampere es la carga que circula en la unidad de tiempo (C/s). (b)
Las soluciones iónicas son conductores de segunda especie. (c)

Rpta.: C

3. De acuerdo a ley de Faraday, cuando en un proceso electroquímico circula la misma carga, se depositará igual número de equivalentes en ambos electrodos. Considere que la misma cantidad de electricidad que deposita 0,648 gramos de plata produce la deposición de 0,394 gramos de oro a partir de una solución determinada. Al respecto, seleccione la alternativa que contenga el valor del peso equivalente y del número de equivalentes del oro en la solución, respectivamente.

Datos: masa molar (g/mol): Au = 197; Ag = 108
1 mol Ag = 1 equivalente gramo

A) 19,71 – 1 B) 64,32 – 1 C) 12,82 – 2 D) 65,67 – 3 E) 19,74 – 3

Solución:

La semirreacción: $Ag^+ \rightarrow Ag^0$ se realiza en el cátodo

1 mol Ag = 1 equivalente = 108 g Ag

$$0,648 \text{ g Ag} \left(\frac{1 \text{ equivalente}}{108 \text{ g Ag}} \right) = 6 \times 10^{-3} \text{ equivalentes}$$

La semirreacción: $Au^{+n} \rightarrow Au^0$ se realiza en el otro cátodo

1 equivalente = (197/n) g Au

$$0,394 \text{ g Au} \left(\frac{n \text{ equivalente}}{197 \text{ g Au}} \right) = 6 \times 10^{-3} \text{ equivalentes}$$

Entonces: n = 3

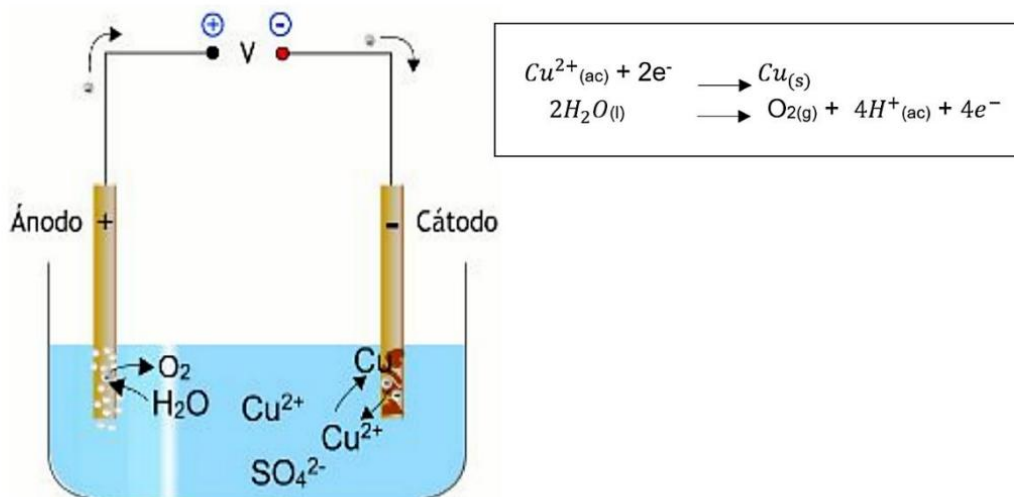
Peso equivalente: 1 mol de Au contiene 3 equivalentes = 197 g Au, entonces:

$$\frac{197 \text{ g Au}}{3 \text{ equivalentes}} = 65,67 \text{ g Au/eq}$$

Rpta.: D



4. Se desea realizar la deposición electrolítica de cobre metálico a partir de una disolución acuosa que contiene 20 mol de sulfato cúprico; para ello se hace circular durante 5 horas una corriente eléctrica de 20 amperios. Se muestra el esquema de la celda. Las semirreacciones que tienen lugar, y la reacción global, se muestran a continuación. Observe el esquema de la celda electrolítica y seleccione la alternativa incorrecta:



Datos: masa molar (g/mol): Cu = 63,5 ; O = 16

Considerar: $\frac{63,5}{96\,500} = 6,58 \times 10^{-4}$; $\frac{2\,36}{63,5} \times 8 = 29,7$

- I. Se deposita 118 gramos de cobre metálico.
II. Al finalizar el proceso de electrólisis quedan 1152 gramos de cobre.
III. Se liberan $1,12 \times 10^{23}$ átomos de oxígeno en el ánodo.

A) VVV B) FVV C) VFV D) VVF E) FVF

Solución:

- I. **Verdadero.** Se deposita 118 gramos de cobre.

$$20\text{A} \times \frac{\text{C}}{1\text{A}} \times \frac{3\,600\text{s}}{1\text{h}} \times 5\text{h} \times \frac{1\text{ faraday}}{96\,500\text{C}} \times \frac{1\text{ mol Cu}}{2\text{F}} \times \frac{63,5\text{ g Cu}}{1\text{ mol Cu}} = 118,44 \approx \mathbf{118\text{ g de Cu}}$$

- II. **Verdadero.** Queda 1 152 gramos de cobre

gramos de Cu quedan = g de Cu inicial – g de Cu depositado.

$$20\text{ mol de CuSO}_4 \times \frac{63,5\text{ g de Cu}}{1\text{ mol mol de CuSO}_4} = 1\,270 - 118 = 1\,152\text{ gramos Cu metálico}$$

- III. **Falso:** se liberan $1,12 \times 10^{16}$ átomos de oxígeno.

$$\frac{118\text{ g Cu}}{\frac{63,5\text{ g}}{2\text{ eq/g}}} = \frac{m\text{ O}_2}{8\text{ g/eq}} = 29,7 \approx \mathbf{30\text{ g oxígeno}}$$

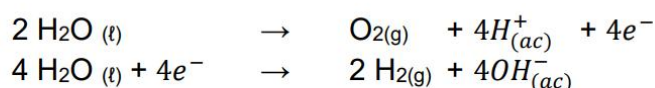


$$\frac{118 \text{ g Cu}}{\frac{63,5 \text{ g}}{2} \frac{eq}{g}} = \frac{m_{O_2}}{8 \frac{g}{eq}} \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32 \text{ g } O_2} \times \frac{1000 \text{ mmol}}{1 \text{ mol}} \times \frac{2 \times 6 \times 10^{20} \text{ átomos de oxígeno}}{1 \text{ mmol de } O_2}$$

$$= 1,12 \times 10^{16} \text{ át. de oxígeno.}$$

Rpta.: D

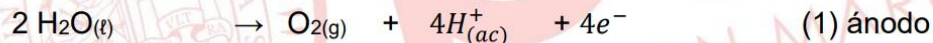
5. La electrólisis del agua permite obtener hidrógeno y oxígeno en los electrodos respectivos. Aplicando energía eléctrica, en procesos industriales permite obtener oxígeno e hidrógeno molecular. Las ecuaciones químicas se muestran a continuación:



Para una carga circulante que equivale a 10 faraday, seleccione la alternativa incorrecta:

- A) En el ánodo se libera 56 litros de oxígeno, medidos a condiciones normales.
B) En el cátodo se libera 112 litros de hidrógeno, medidos a condiciones normales.
C) Se producen $4,5 \times 10^{24}$ moléculas diatómicas.
D) El número de equivalente de oxígeno y de hidrógeno es 10.
E) Estequiométricamente ha reaccionado 10 mol de agua.

Solución:



A) **Correcto:**

$$10 \text{ Faraday} \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{4 \text{ Faraday}} \times \frac{22,4 \text{ L}}{1 \text{ mol } O_2} = 56 \text{ L } O_2$$

B) **Correcto:**

$$10 \text{ Faraday} \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{2 \text{ Faraday}} \times \frac{22,4 \text{ L}}{1 \text{ mol } H_2} = 112 \text{ L } H_2$$

C) **Correcto:**

$$10 \text{ Faraday} \times \frac{3 \text{ mol moléculas diatómicas}}{4 \text{ Faraday}} \times \frac{6 \times 10^{23} \text{ moléculas diatómicas}}{1 \text{ mol moléculas diatómicas}}$$

$$4,5 \times 10^{24} \text{ moléculas diatómicas}$$

D) **Correcto:**

$$10 \text{ Faraday} \times \frac{32 \text{ g de } O_2}{4 \text{ Faraday}} = 80 \text{ g de } O_2$$

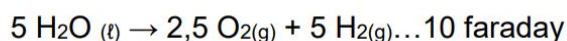
$$10 \text{ Faraday} \times \frac{4 \text{ g de } H_2}{4 \text{ Faraday}} = 10 \text{ g de } H_2$$



$$\frac{80 \text{ g } O_2}{8 \frac{\text{g}}{\text{eq/g}}} = \frac{10 \text{ g } H_2}{1 \text{ g/eq}} = 10 \text{ eq}$$

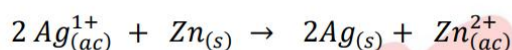
E) **Incorrecto:** Estequiométricamente reaccionan 5 mol de agua

$$10 \text{ faraday} \times \frac{2 \text{ mol de } H_2O}{4 \text{ faraday}} = 5;$$



Rpta.: E

6. La energía generada por una reacción espontánea, que ocurre en una celda electroquímica, se puede utilizar en baterías y similares, para ello el potencial estándar de celda debe ser positivo, caso contrario la reacción sería no espontánea, y para que se realice, necesitará energía al respecto para la reacción:



Datos: Zn^{2+} / Zn $\mathcal{E}_{reducc}^0 = -0,76 \text{ V}$
 Ag^+ / Ag $\mathcal{E}_{reducc}^0 = +0,80 \text{ V}$

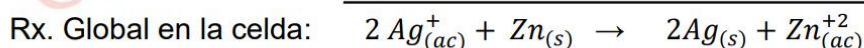
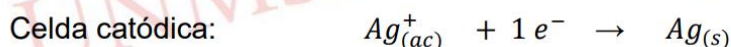
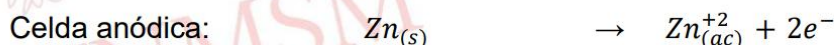
Seleccione la secuencia de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. En el ánodo se deposita plata metálica.
- II. Se representa por el diagrama de celda $Zn^{+2}_{(1.0M)} / Zn_{(s)} // Ag^{+}_{(1.0M)} / Ag_{(s)}$.
- III. La reacción genera 1,56 voltios, es espontánea.

A) VVV B) FVV C) FFV D) VVF E) FVF

Solución:

- I. **Falso:** en el ánodo se oxida el zinc metálico.



- II. **Falso:** El diagrama $Zn_{(s)} / Zn^{2+}_{(1.0M)} // Ag^{+}_{(1.0M)} / Ag_{(s)}$

- III. **Verdadero:** El potencial estándar de la celda es positivo, la reacción es espontánea y se genera 1,56 voltios.

$$\Delta \mathcal{E}^{\circ}_{\text{celda}} = \mathcal{E}^{\circ}_{\text{red. (cátodo)}} - \mathcal{E}^{\circ}_{\text{red. (ánodo)}}$$

$$\Delta \mathcal{E}^{\circ}_{\text{celda}} = +0,80 \text{ v} - (-0,76 \text{ v}) = +1,56 \text{ v}$$

$$\Delta \mathcal{E}^{\circ}_{\text{celda}} > 0$$

Rpta.: C



7. Respecto de los siguientes datos (se muestra la semirreacción con su respectivo potencial estándar)



Diseñar una celda que maximice el potencial de celda (suponiendo un puente salino y un cátodo de platino) y seleccione la alternativa que contenga el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. El potencial estándar de la celda es + 1,828 V.
- II. El diagrama de celda es $\text{Zn}_{(s)}/\text{Zn}_{(ac)}^{+2} // 2\text{Br}_{(ac)}^{-1}/\text{Br}_{2(l)}/\text{Pt}$.
- III. El flujo de electrones va del ánodo Zn al cátodo Pt.

A) FVV B) VFV C) VVV D) VVF E) FFF

Solución:

- I. **Verdadero.** El potencial estándar de la celda es + 1,828 V.

El potencial de celda es la suma de potenciales de las semi-reacciones de celda

$$\Delta \mathcal{E}^{\circ}_{\text{celda}} = \mathcal{E}^{\circ}_{\text{cátodo}} - \mathcal{E}^{\circ}_{\text{ánodo}}$$

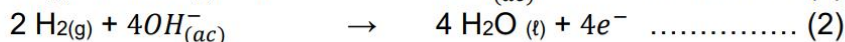
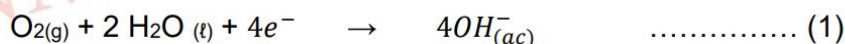
$$\Delta \mathcal{E}^{\circ}_{\text{celda}} = +1,065 \text{ V} - (-0,763) \text{ V} = +1,828 \text{ V}$$

- II. **Falso.** El Diagrama de celda es $\text{Zn}_{(s)}/\text{Zn}_{(ac)}^{+2} // 2\text{Br}_{(ac)}^{-1}/\text{Br}_{2(l)}/\text{Pt}$.

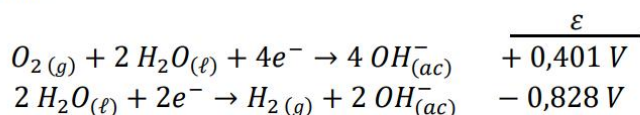
- III. **Verdadero.** El flujo de electrones en el circuito externo va del ánodo Zn al cátodo de platino (Pt).

Rpta.: B

8. La idea de convertir energía química de los combustibles en energía eléctrica se basa en un proceso esencial: combustible + oxígeno $\rightarrow$ productos de oxidación. Ello ocurre en una celda llamada celda de combustible, donde los electrodos son porosos, permitiendo que los reactivos gaseosos accedan fácilmente al electrolito. Las ecuaciones en donde el $\text{H}_{2(g)}$ y el $\text{O}_{2(g)}$ reaccionan en medio básico son las siguientes:



Dato: En medio básico



Respecto de la celda combustible y las ecuaciones mostradas, seleccione la secuencia que contenga el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. La reacción (1) ocurre en el cátodo.
- II. El potencial de celda es 1,229 V.
- III. La reacción global es: $2 \text{H}_{2(g)} + \text{O}_{2(g)} \rightarrow 2 \text{H}_2\text{O}_{(l)}$

A) VVF B) FVV C) VFV D) FFF E) VVV



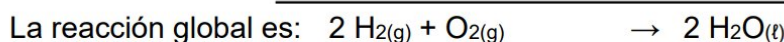
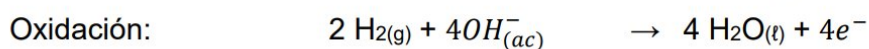
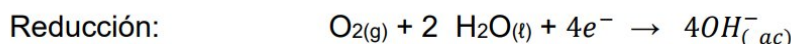
Solución:

I. **Verdadero.** La reacción (1) es de reducción, ocurre en el cátodo.

II. **Verdadero.** El potencial de celda es 1,229 V.

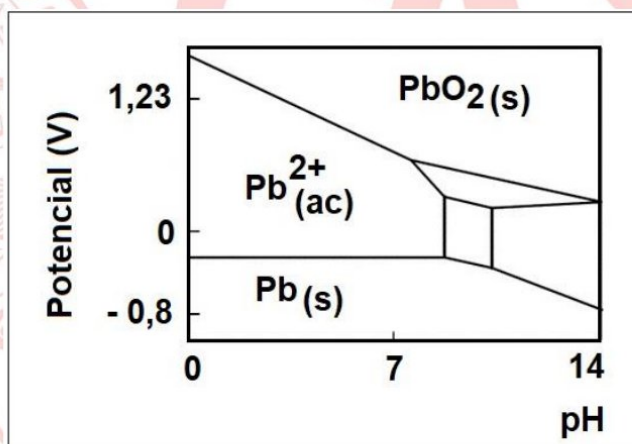
$$\begin{aligned}\Delta \mathcal{E}^{\circ} \text{ celda} &= \mathcal{E}^{\circ} \text{ red. cátodo} - \mathcal{E}^{\circ} \text{ red. ánodo} \\ &= \mathcal{E}^{\circ} \text{ O}_2/\text{OH}^- - \mathcal{E}^{\circ} \text{ H}_2\text{O}/\text{O}_2 \\ &= +0,401 - (-0,828) = 1,229 \text{ V}\end{aligned}$$

III. **Verdadero.** La reacción global es: $2 \text{H}_{2(g)} + \text{O}_{2(g)} \rightarrow 2 \text{H}_2\text{O}_{(l)}$



Rpta.: E

9. El diagrama de Pourbaix también son conocidos como los diagramas de Eh (V)-pH, debido a la rotulación de los dos ejes. Este diagrama traza un equilibrio estable en las fases de un sistema electroquímico acuoso.



Con respecto a la información mostrada, considerando que las condiciones iniciales son un pH = 1 y un potencial = 1,23 V. Seleccione la alternativa que contenga el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones

- Al modificar el pH hasta llegar al valor de 10, y manteniendo el potencial constante, entonces se obtiene el plomo como dióxido, un precipitado sólido.
- Disminuyendo el potencial hasta llegar a 0 V, manteniendo constante el pH, el ion presente en el sistema acuoso realiza su reducción química.
- Se disminuye el potencial hasta un valor igual - 0,8 V, a pH constante y posteriormente se incrementa los iones OH⁻ hasta un pH igual a 7, entonces, se obtiene plomo metálico por reducción.

A) VVV

B) FVV

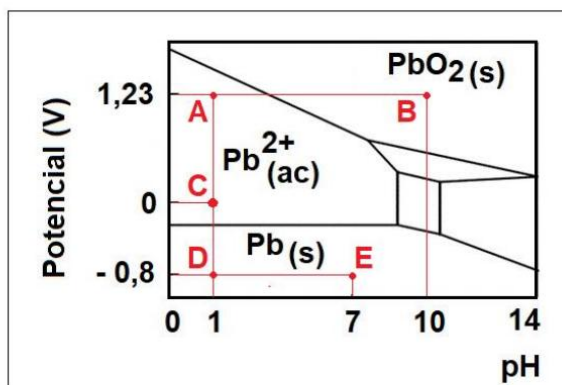
C) FFV

D) VVF

E) VFV



Solución:

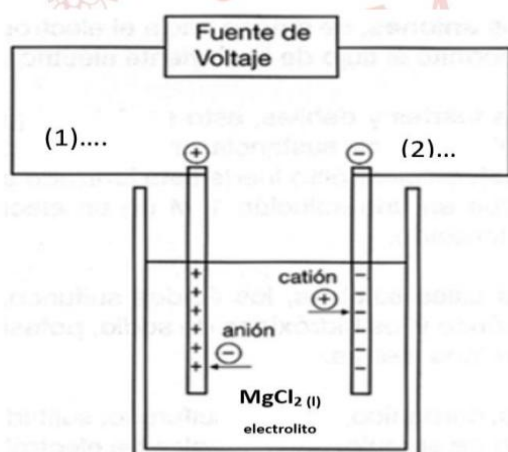


- I. **Verdadero.** Si el sistema está inicialmente a un $\text{pH} = 1$ y potencial = 1,23 V, y se modifica el pH hasta llegar al valor de 10, entonces se obtiene un precipitado sólido. Se pasa en el diagrama desde el punto A hacia el punto B, se obtiene el PbO_2 (sólido).
- II. **Falso.** Disminuyendo el potencial hasta llegar a 0 V, manteniendo constante el pH (desde el punto A hacia el punto C), el ion presente en el sistema acuoso se mantiene en forma iónica (disuelto en agua).
- III. **Verdadero.** Si el sistema disminuye hasta un potencial de $-0,8$ V a un pH constante y posteriormente se incrementa los iones OH^- hasta un pH igual a 7, entonces, se obtiene plomo metálico. Inicia en el punto A, posterior a D y finalmente hacia el punto E, se obtiene plomo metálico sólido (proceso de reducción).

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Considere el siguiente esquema de celda (MgCl_2 líquido) y, seleccione la alternativa que contenga el valor de (V o F) de las siguientes proposiciones:



Datos:

masa molar(g/mol): $\text{Mg} = 24$; $\text{Cl} = 35,5$

- I. El esquema representa la electrólisis de un electrolito acuoso.
- II. Al circular una carga de $3,86 \times 10^5$ coulombios, se deposita 48 gramos de magnesio.
- III. Simultáneamente se libera 44,8 litros de cloro, medidos a condiciones normales.

A) VVV
D) VVF

B) FVV
E) FVF

C) VFV



Solución:

electrodo (1) $2Cl^{1-} \rightarrow Cl_{2(g)} + 2e^-$ (oxidación) semi reacción en el ánodo

electrodo (2) $Mg_{(l)}^{2+} + 2e^- \rightarrow Mg_{(l)}$ (reducción) semi reacción en el cátodo

Reacción global: $2Cl^{1-} + Mg_{(l)}^{2+} \rightarrow Cl_{2(g)} + Mg_{(l)}$

I. **Falso:** el esquema representa la electrólisis de un electrolito fundido.

II. **Verdadero:**

$$3,86 \times 10^5 \text{ coulombios } \frac{24 \text{ g de magnesio}}{2 \times 96500 \text{ C}} = 48 \text{ gramos de magnesio}$$

III. **Verdadero:**

$$\frac{48 \text{ g Mg}}{12 \frac{\text{g}}{\text{eq/g}}} = \frac{\text{g } Cl_2}{35,5 \text{ g/eq}} = 142 \text{ g de } Cl_2 ; 142 \text{ g de } Cl_2 \times \frac{1 \text{ mol } Cl_2}{71 \text{ g } Cl_2} \times \frac{22,4 \text{ L (a CN)}}{1 \text{ mol de } Cl_2} = 44,8 \text{ L de } Cl_2$$

Rpta.: B

2. Utilizando una solución de níquel (II), se hace circular una corriente eléctrica de 5 amperios por una hora; para niquelar un cubo de 5 cm de arista a) ¿cuántos gramos de níquel se depositan en el cubo? b) ¿cuántos cm de espesor tendrá la capa de níquel depositado?

Datos: Ni = 59 (g/mol); densidad níquel = 8,90 g/cm³

Considerar: 11/89 = 0,123

A) 5,5 - 8,2 × 10⁻³ cm

B) 11 - 4,2 × 10⁻² cm

C) 5,5 - 8,2 × 10⁻² cm

D) 11 - 4,2 × 10⁻³ cm

E) 11 - 8,2 × 10⁻³ cm

Solución:

$$5 \text{ A} \times \frac{\text{C/s}}{\text{A}} \times \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} \times \frac{1 \text{ F}}{96500 \text{ C}} \times \frac{1 \text{ mol Ni}}{2 \text{ F}} \times \frac{59 \text{ g Ni}}{1 \text{ mol Ni}} = 11 \text{ g de níquel}$$

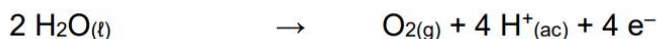
área del cubo es $6 \times 5^2 = 150 \text{ cm}^2$

El espesor de la capa de níquel:

$$\frac{11 \text{ g Ni}}{150 \text{ cm}^2} \times \frac{\text{cm}^3}{8,9 \text{ g Ni}} = 0,0082 \text{ cm} = 8,2 \times 10^{-3} \text{ cm}$$

Rpta.: E

3. La electrólisis del agua se representa según las semirreacciones:



Datos: $\mathcal{E}^\circ (\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}) = 1,23 \text{ V}$; $\mathcal{E}^\circ (\text{H}^+/\text{H}_2) = 0,0 \text{ V}$



Los datos de potencial estándar de la celda se obtuvieron utilizando electrodo estándar de hidrógeno (EEH) Al respecto seleccione la secuencia de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. El potencial estándar de la celda es menor que cero, es no espontánea.
- II. Con una carga equivalente a 8 faraday se desprenden 32 gramos de oxígeno.
- III. Con una carga de $3,86 \times 10^5$ colombios se forman una mol de oxígeno y 2 mol de hidrógeno.

A) FVV B) VFV C) FVV D) VVF E) FFF

Solución:

I. Verdadero:

$$\Delta \mathcal{E}^{\circ} \text{ celda} = \mathcal{E}^{\circ} \text{ cátodo} - \mathcal{E}^{\circ} \text{ ánodo}$$

$$\Delta \mathcal{E}^{\circ} \text{ celda} = 0.0 \text{ V} - (+ 1,23 \text{ V}) = - 1,23 \text{ V} \quad \mathcal{E}^{\circ} \text{ celda} < 0 \text{ reacción no espontanea}$$

II. Falso:

$$8 \text{ Faraday} \times \frac{32 \text{ g de } O_2}{4 \text{ Faraday}} = 64 \text{ g de } O_2$$

III. Verdadero:

$$3,86 \times 10^5 \text{ C} \times \frac{1 \text{ Faraday}}{96\,500 \text{ C}} \times \frac{1 \text{ mol de } O_2}{4 \text{ Faraday}} = 1 \text{ mol de } O_2$$

$$3,86 \times 10^5 \text{ C} \times \frac{1 \text{ Faraday}}{96\,500 \text{ C}} \times \frac{2 \text{ mol de } H_2}{4 \text{ Faraday}} = 2 \text{ mol de } H_2$$

Rpta.: B

4. En muchos procesos industriales se aprovecha el desprendimiento de sustancias gaseosas a partir de las reacciones que ocurren en las celdas electroquímicas a partir de condiciones adecuadas. Considere que se utiliza una carga de 5 faraday. Seleccione la alternativa correcta respecto al volumen medido a condiciones normales (C.N.) de los elementos: $O_{2(g)}$; $Cl_{2(g)}$ e $H_{2(g)}$ respectivamente.

A) 28 – 56 – 56 B) 14 – 28 – 28 C) 28 – 56 – 28
D) 56 – 28 – 56 E) 14 – 28 – 56

Solución:

La reacción más probable que libera $O_{2(g)}$ es $2H_2O \rightarrow O_{2(g)} + 4H^+ + 4e^-$

Se necesita 4F para liberar 1 mol de $O_{2(g)}$ y según dato se obtendrá:

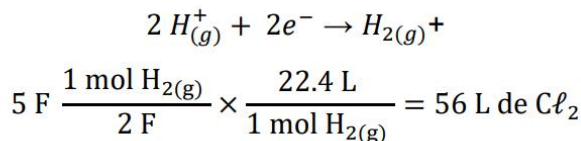
$$5 \text{ F} \times \frac{1 \text{ mol } O_{2(g)}}{4 \text{ F}} \times \frac{22.4 \text{ L}}{1 \text{ mol } O_{2(g)}} = 28 \text{ L de } O_2$$

Para la obtención de $Cl_{2(g)}$. La reacción será: $2 Cl^- \rightarrow Cl_{2(g)} + 2e^-$ (ánodo)

$$5 \text{ F} \times \frac{1 \text{ mol } Cl_{2(g)}}{2 \text{ F}} \times \frac{22.4 \text{ L}}{1 \text{ mol } O_{2(g)}} = 56 \text{ L de } Cl_2$$



Para la obtención de $H_{2(g)}$



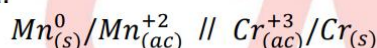
Rpta.: A

5. El valor de los potenciales estándar de reducción o de oxidación permiten armar celdas galvánicas para generar energía eléctrica, considere las siguientes y seleccione la secuencia de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- a. $Mn + Cr^{+3} \rightarrow Mn^{+2} + Cr$
b. $Ni + Fe^{+2} \rightarrow Ni^{+2} + Fe$
c. $Ni + Cr_2O_7^{-2} + H^{+} \rightarrow Cr^{+3} + Ni^{+2} + H_2O$

Dato $\mathcal{E}^{\circ} Mn / Mn^{+2} = +1,18 \text{ V}$; $\mathcal{E}^{\circ} Cr^{+3} / Cr = -0,74 \text{ V}$
 $\mathcal{E}^{\circ} Ni / Ni^{+2} = +0,25 \text{ V}$; $\mathcal{E}^{\circ} Fe^{+2} / Fe = -0,44 \text{ V}$
 $\mathcal{E}^{\circ} Cr^{+6} / Cr^{+3} = +1,33 \text{ V}$

- I. La reacción (a) es espontánea, se realiza en una celda galvánica, y se representa por el diagrama de celda:



- II. La reacción (b) es no espontánea y se realiza en una celda electrolítica.

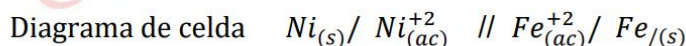
- III. En la reacción (c) el potencial de celda es negativo y se realiza en una celda galvánica.

- A) VVF B) FVV C) VFV D) FVF E) VVV

Solución:

- I. **Falso.** $Cr_{(s)} / Cr_{(ac)}^{+3} // Mn_{(ac)}^{+2} / Mn_{(s)}^0$

- II. **Verdadero**

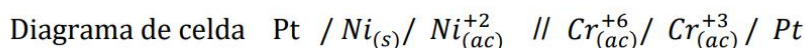


$$\Delta \mathcal{E}^{\circ} \text{ celda} = \mathcal{E}^{\circ} \text{ red. (cátodo)} - \mathcal{E}^{\circ} \text{ red. (ánodo)}$$

$$\Delta \mathcal{E}^{\circ} \text{ celda} = -0,44 \text{ V} - (-0,25 \text{ V}) = -0,19 \text{ V} \quad \Delta \mathcal{E}^{\circ} \text{ celda} < 0$$

Reacción es no espontánea y se realiza en una celda electrolítica.

- III. **Falso:** es una reacción espontánea. $\Delta \mathcal{E}^{\circ} \text{ celda} > 0$



$$\Delta \mathcal{E}^{\circ} \text{ celda} = \mathcal{E}^{\circ} \text{ red. cátodo} - \mathcal{E}^{\circ} \text{ red. ánodo}$$

$$\Delta \mathcal{E}^{\circ} \text{ celda} = +1,33 \text{ V} - (-0,25 \text{ V}) = +1,58 \text{ V} \quad \Delta \mathcal{E}^{\circ} \text{ celda} > 0$$

reacción es espontánea y se realiza en una celda galvánica.

Rpta.: D



BIOLOGÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. En la discusión de un artículo en un libro para postulantes sobre la circulación en animales, se pidió modificar el párrafo que afirmaba que “todos los animales presentan sistema circulatorio; el cual puede ser abierto o cerrado”. La modificación se basa en que

- A) todos los animales presentan solo el sistema circulatorio abierto.
- B) aquellos animales con diámetro menor a 1 mm carecen de sistema circulatorio.
- C) aquellos animales como los cnidarios y anélidos carecen de sistema circulatorio.
- D) todos los animales invertebrados presentan sistema circulatorio cerrado.
- E) existen animales con sistema circulatorio abierto y cerrado a la vez.

Solución:

Los animales cuyo diámetro es menor a 1 mm carecen de sistema circulatorio; en estos animales, los nutrientes y desechos se transportan por difusión, por lo tanto, la afirmación que propone el artículo es incorrecta.

Rpta.: B

2. En un examen de laboratorio sobre vasos sanguíneos, se puede distinguir que en una de las láminas se observa un vaso con una pared muscular gruesa, un diámetro pequeño y abundante tejido elástico. Los vasos observados corresponden a

- A) arterias.
- B) venas.
- C) capilares.
- D) fístulas.
- E) vénulas.

Solución:

Las arterias son un tipo de vasos sanguíneos que se caracterizan por tener una pared muscular gruesa, abundante tejido elástico, un diámetro pequeño y porque sacan la sangre del corazón.

Rpta.: A

3. En una junta médica se discute la disminución de las contracciones del miocardio a nivel de los ventrículos. Después de realizar los exámenes de diagnóstico, se confirmó la formación de los impulsos eléctricos; sin embargo, los ventrículos siguen disminuyendo sus contracciones. De lo expuesto, se podría deducir que la estructura afectada podría ser

- A) la válvula tricúspide.
- B) el nódulo de Aschoff-Tawara.
- C) el fascículo de Hiss.
- D) el fascículo de Bachman.
- E) las fibras de Purkinje.

Solución:

El sistema nodal es el encargado de formar el impulso eléctrico y contraer a los ventrículos para que salga la sangre. Dentro de este sistema, las fibras o redes de Purkinje son las estructuras responsables de contraer los ventrículos, permitiendo que la sangre sea expulsada.

Rpta.: E



4. Al describir un animal, se observa que presenta en la región dorsal un sistema circulatorio formado por tres corazones que bombean un fluido que baña directamente los tejidos en una cavidad. Posteriormente, el fluido retorna a los corazones a través de unos orificios denominados ostiolos. De la siguiente lista de animales, ¿cuál no podría tener relación con la especie en estudio?

A) Grillo B) Caracol C) Garrapata D) Pulpo E) Cangrejo

Solución:

Los artrópodos y los moluscos con excepción de los cefalópodos (pulpos y calamares) presentan sistema circulatorio abierto. Los cefalópodos tienen sistema circulatorio cerrado al igual que los anélidos y vertebrados.

Rpta.: D

5. Respecto del sistema circulatorio cerrado determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados y marque la alternativa correspondiente.

- Tiene un mayor control de la distribución de la hemolinfa.
- El fluido circulante mantiene una presión relativamente alta.
- Todos los animales con circulación cerrada tienen 1 corazón.
- Los vertebrados presentan el sistema circulatorio cerrado.

A) FVFV B) VVVV C) FFFF D) VVFF E) FFVV

Solución:

- FALSO. El fluido en un sistema circulatorio cerrado se denomina sangre.
- VERDADERO. El fluido bombeado por el corazón mantiene presión alta.
- FALSO. Los cefalópodos, que tienen circulación cerrada, poseen 3 corazones.
- VERDADERO. Los vertebrados presentan este tipo de sistema circulatorio.

Rpta.: A

6. Un paciente presenta una alteración en la válvula mitral como consecuencia de una infección viral; esta situación podría generar que

- A) esté ausente el primer ruido cardíaco.
- B) se vea alterado el cuarto ruido cardíaco.
- C) se afecte la fase de relajación isovolumétrica.
- D) fluya la sangre en la dirección incorrecta.
- E) solo se realice la diástole de manera pausada.

Solución:

La válvula mitral se localiza entre la aurícula izquierda y el ventrículo izquierdo. Esta válvula permite que la sangre fluya en la dirección correcta; es decir, de la aurícula izquierda al ventrículo izquierdo. Un mal funcionamiento de esta válvula puede provocar que la sangre fluya en el sentido contrario.

Rpta.: D



7. Si la hormona vasopresina no actúa correctamente, entonces en el proceso de formación de orina podría ocurrir

A) incremento de la filtración permitiendo el ingreso de células sanguíneas.
B) una disminución en la cantidad de urea secretada a nivel tubular.
C) una falta de reabsorción de iones Na^+ y HCO_3^- , permitiendo el ingreso de K^+ y H^+ .
D) que no se reabsorba agua a nivel tubular, produciéndose gran cantidad de orina.
E) un incremento desproporcional en la filtración de glóbulos rojos al miccionar.

Solución:

La hormona vasopresina (o HAD) permite la absorción de agua durante el proceso de reabsorción en la formación de orina. Por ello, si esta hormona no actúa de manera correcta, entonces no se reabsorberá agua a nivel tubular, produciéndose gran cantidad de orina.

Rpta.: D

8. Cuando un vaso sanguíneo se lesiona y se rompe, las plaquetas presentes en la sangre actúan liberando una proteína, lo que, en presencia de Ca^{++} y vitamina K, desencadena el proceso de coagulación. ¿Qué proteína es la involucrada?

A) Trombina
B) Protrombina
C) Tromboplastina
D) Fibrinógeno
E) Fibrina

Solución:

Cuando un vaso sanguíneo se rompe, para prevenir la pérdida de sangre las plaquetas empiezan a liberar tromboplastina, que en presencia de Ca^{++} y vitamina K, convierten la protrombina del plasma en trombina y ésta a la vez, al fibrinógeno soluble en fibrina insoluble. La fibrina forma una red de hilos que atrapa a los glóbulos rojos que forman un coágulo, el cual se repara la herida.

Rpta.: C

9. Respecto de la excreción, los peces de agua dulce responden de manera distinta a los peces marinos. Esto tiene que ver con el hecho de que los primeros habitan ambientes con menor concentración de sal; es decir, habitan en medios hipotónicos. Por esta razón, el agua ingresa constantemente a su cuerpo y en consecuencia para eliminar el exceso de agua, estos peces

A) pierden agua y sales por ósmosis.
B) producen gran cantidad de orina.
C) aumenta el volumen de su vejiga natatoria.
D) reabsorben mayor cantidad de sales.
E) realizan el transporte del calor metabólico.

Solución:

En los peces de agua dulce, al hallarse en ambientes hipotónicos, el agua ingresa constantemente a su cuerpo por ósmosis a través del epitelio branquial y, para eliminar el exceso de agua, hay una gran producción de orina y excreción de amonio por los riñones, y otros solutos a través de las branquias.

Rpta.: B



10. Existe un herbicida, que, al aplicarse sobre las plantas, provoca el cierre permanente de los estomas. El efecto de esta sustancia será principalmente

A) el bloqueo del transporte de la savia elaborada.
B) permitir el ingreso del agua vía apoplasto.
C) facilitar el ingreso de agua vía simplasto.
D) impedir el ascenso del agua por el xilema.
E) mantener la cohesión de las moléculas de agua.

Solución:

La transpiración que se da a través de los estomas, proporciona la energía necesaria que permite el movimiento ascendente del agua a través del xilema.

Rpta.: D

11. En los peces la circulación es completa, y esto es porque no hay mezcla de sangre arterial y venosa. ¿Cuál es el motivo fundamental de esta característica?

A) El corazón ventral de los peces solo conduce sangre arterial.
B) La sangre venosa y arterial en el corazón circulan bien separadas.
C) Por el corazón de los peces solo puede circular sangre venosa.
D) La sangre venosa y arterial no pasan al mismo tiempo por el corazón.
E) La sangre arterial pasa por la aurícula y la sangre venosa por el ventrículo.

Solución:

Los peces presentan circulación cerrada, simple y completa, su corazón ventral consta de una aurícula y un ventrículo por los cuales solo circula sangre venosa, no conduce sangre arterial, por lo que no es posible que ocurra una circulación incompleta.

Rpta.: C

12. El ser humano presenta circulación cerrada, doble y completa, con un corazón que posee cuatro cavidades: dos cavidades superiores llamadas aurículas y dos cavidades inferiores llamadas ventrículos. ¿Qué cavidad debe contraerse para que se realice el intercambio de gases en los alveolos pulmonares?

A) Ventrículo derecho B) Ventrículo izquierdo C) Aurícula izquierda
D) Aurícula derecha E) Nódulo sinusal

Solución:

Para que la sangre se dirija a realizar el intercambio de gases con los alveolos pulmonares (hematosis) debe ser impulsada por la contracción del ventrículo derecho, que es la cavidad inferior derecha de la cual sale la arteria pulmonar.

Rpta.: A

13. Considerando las cuatro válvulas que se encuentran en el interior del corazón, señale aquellas por las cuales solo circula sangre oxigenada.

A) Tricúspide y sigmoidea aórtica B) Bicúspide y sigmoidea pulmonar
C) Tricúspide y sigmoidea pulmonar D) Mitral y sigmoidea pulmonar
E) Bicúspide y sigmoidea aórtica



Solución:

La sangre oxigenada o arterial solo circula por el lado izquierdo del corazón, donde se encuentra la válvula bicúspide o mitral (entre la aurícula y el ventrículo) y la válvula sigmoidea aórtica (al inicio de la arteria aorta).

Rpta.: E

14. El marcapasos cardiaco es un dispositivo que se coloca en las personas cuyo corazón no pueden bombear suficiente sangre al cuerpo. Si se desea colocarlo, tendrían que hacerlo por una vena ubicada debajo de la clavícula izquierda para que lleguen a la aurícula y ventrículo derechos. De lo expuesto, ¿Cuál sería el vaso sanguíneo que permitiría el ingreso al corazón?

- A) Arteria pulmonar B) Vena cava inferior C) Vena cava superior
D) Aorta ascendente E) Aorta descendente

Solución:

La vena debajo de la clavícula izquierda es la vena subclavia izquierda, que conduce sangre venosa proveniente de la extremidad superior izquierda, esta sangre luego debe pasar por la vena cava superior para llegar al corazón; por lo tanto, los cables introducidos por la vena subclavia izquierda necesariamente deben pasar por la vena cava superior para ingresar al corazón.

Rpta.: C

15. Considerando la estructura interna del riñón, podemos afirmar que la orina descargada por el ápice (papila) de una pirámide renal o de Malpighi llega a la vejiga urinaria atravesando, en debido orden, los siguientes componentes:

- A) pelvis menor, pelvis mayor, cáliz y uréter.
B) pelvis renal, uretra, cáliz mayor y cáliz menor.
C) cáliz mayor, cáliz menor, uréter y pelvis renal.
D) pelvis renal, cáliz mayor, cáliz menor y uretra.
E) cáliz menor, cáliz mayor, pelvis renal y uréter.

Solución:

Los tubos colectores descargan la orina a nivel del ápice o papila de la pirámide renal o de Malpighi, esta orina es recibida por el cáliz menor, que al unirse a otras forman un cáliz mayor que conduce la orina hacia la pelvis renal que la envía hacia los uréteres para que se almacene en la vejiga urinaria.

Rpta.: E