



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA
CENTRO PREUNIVERSITARIO

SEMANA N.º 7

Habilidad Verbal

ANTONIMÍA CONTEXTUAL



(VIDEOS)
TEORÍA Y
EJERCICIOS

La antonimia contextual se refiere a la identificación de antónimos en un contexto específico o en relación con un texto determinado. A diferencia de los antónimos generales, que son palabras que tienen significados opuestos en cualquier contexto, los antónimos contextuales pueden variar dependiendo de la situación, el tema o la intención del hablante o escritor.

En otras palabras, la antonimia contextual implica analizar las palabras opuestas en el contexto particular en el que se utilizan, considerando cómo afectan el significado y la interpretación del mensaje global. Este enfoque reconoce que las palabras pueden adquirir matices adicionales o cambiar sus connotaciones según el entorno lingüístico en el que se encuentren.

SECCIÓN A

TEXTO 1

Desde tiempos antiguos, pero especialmente en la actualidad, el consumidor ha debido elegir entre el producto **genuino** y el falsificado. Esto vale tanto para los bienes materiales como para los culturales.

Podemos distinguir dos clases de falsificaciones: las copias y las caricaturas. Una copia puede ser tan perfecta que engañe a los expertos y dé tanta satisfacción como el original. Puede plantear problemas morales o legales, pero, lejos de atentar contra la cultura, contribuye a su difusión.

La **caricatura** de un bien cultural es otra cosa: es un fraude. La obra fraudulenta no es una buena copia de un bien original, sino un intento de hacer pasar gato por liebre; por ejemplo, ruido por música, garabato por pintura, un montón de palabras por poesía, fantasía desenfrenada por ciencia, procedimiento inoperante o nocivo por técnica fundada, dogma ideológico por ciencia social, o palabrerío oscuro por filosofía.

El copista es un obrero sin originalidad, pero diligente y que, aun cuando engaña, puede prestar algún servicio social. En cambio, el seudoartista, seudocientífico, seudotecnólogo o seudohumanista es un farsante. No solo se hace pagar por servicios que no presta, sino que **contamina** la cultura y obstruye los caminos del progreso. Aun cuando obre de buena fe y meramente por ignorancia, es un delincuente cultural.

Bunge, M. (1985). Seudociencia e ideología. Alianza Editorial.

1. El autor del texto se propone describir

- A) la delincuencia cultural y sus diversas manifestaciones en la actualidad.
- B) las diferentes clases de falsificaciones genuinas, antiguas y modernas.
- C) la solidez de la copia frente a la contaminación cultural de la caricatura.
- D) la diferencia entre dos clases de falsificaciones: la copia y la caricatura.
- E) la copia como una falsificación bien elaborada que debe ser respaldada.

Solución:

En efecto, el texto describe específicamente dos clases de falsificaciones: la copia y la caricatura. Aunque describe aspectos positivos de la copia, no así de la caricatura.

Rpta.: D

2. El antónimo contextual de GENUINO es

- A) fraudulento.
- B) mellado.
- C) aperlado.
- D) regulado.
- E) abigotado.

Solución:

En el contexto, un antónimo adecuado para GENUINO es FRAUDULENTO. Esto se debe a que se desarrolla una antítesis entre el producto real y el producto falso.

Rpta.: A

3. El término que se opone a CARICATURA es

- A) falsedad.
- B) objetividad.
- C) infundio.
- D) pesadumbre.
- E) congoja.

Solución:

En efecto, CARICATURA refiere a un fraude que no sigue la realidad del objeto en sí mismo; por esta razón, OBJETIVIDAD es una noción opuesta.

Rpta.: B

4. El antónimo contextual de CONTAMINAR es

- A) ensuciar.
- B) azorar.
- C) timar.
- D) limpiar.
- E) mejorar.

Solución:

CONTAMINAR hace alusión a un deterioro del conocimiento, en efecto, MEJORAR es un antónimo preciso.

Rpta.: E

SECCIÓN B
COMPREENSIÓN LECTORA
TEXTO 1

El Perú tiene una deuda y un reto muy grande con los niños y jóvenes: impulsar la educación de calidad en todo el país. Por ello, para enfrentar la crisis del sector educativo del país, el Ministerio de Educación ha anunciado una serie de medidas con miras al Bicentenario que buscarán potenciar las nuevas generaciones de maestros y aprovechar los avances tecnológicos. El reto requerirá, además, la **articulación** de diversas iniciativas privadas que han venido trabajando de manera dispersa.

«En el país hemos avanzado mucho en cobertura, pero no en calidad», explicó la ministra de Educación, Flor Pablo, en el encuentro Perú Sostenible. «Ahí es donde debemos poner más esfuerzos para lograr un ecosistema sostenible que trascienda la parte cognitiva y busque un país de mejores ciudadanos y ciudadanas».

Las brechas se encuentran en la mayoría de los eslabones de la cadena del sistema educativo, pero particularmente preocupan los indicadores de aprendizaje: el 90% de docentes no desarrolla el pensamiento crítico de sus alumnos y el 91 % no ejecuta dinámicas de retroalimentación que permitan a los estudiantes determinar dónde se encuentran sus deficiencias y habilidades.

De otro lado, los problemas también se hallan en la esfera tecnológica. Por esta razón, para el 2021 el Ministerio de Educación se ha propuesto empezar a cerrar la brecha de escuelas sin internet con el total de las escuelas urbanas conectas y con las rurales conectadas a núcleos que les permitan trabajar en red. Para el MINEDU —se aseguró en el evento de sostenibilidad— es indispensable el desarrollo tecnológico de la escuela para que el Estado llegue a los aproximadamente 400 mil docentes que tiene la educación pública y a los más de 7 millones de estudiantes de la educación básica regular.



Redacción Contentlab. (25 de septiembre de 2019). Educación de calidad: ¿Cómo avanza el Perú en este desafío? En *El comercio*. <https://especial.elcomercio.pe/perusostenible/educacion-de-calidad-como-avanza-el-peru-en-este-desafio/>
[Texto editado]

1. El texto mixto, principalmente, versa sobre

- A) los problemas de la educación en zonas rurales y urbanas.
- B) el impulso de la educación básica con pensamiento crítico.
- C) los problemas agudos que enfrentan los docentes peruanos.
- D) la falta de tecnología en las escuelas del territorio peruano.
- E) la brecha educativa en Perú como un problema a solucionar.

Solución:

El texto describe brechas educativas pedagógicas, conceptuales, de tecnología y de infraestructura en territorio peruano. Además, se plantean como problemas a resolver en un tiempo cercano.

Rpta.: E

2. En el texto, el término ARTICULACIÓN connota

- A) sinergia. B) morbo. C) corozo. D) dolencia. E) ayuda.

Solución:

La palabra ARTICULACIÓN refiere a acciones en conjunto con mejores resultados.

Rpta.: A

3. A partir del texto y la imagen, es incompatible aseverar que

- A) la brecha tecnológica es un óbice educativo en Perú.
- B) la educación en el Perú tiene aspectos que mejorar.
- C) hay brechas de pedagogía en los docentes peruanos.
- D) existen brechas de infraestructura educativa en Perú.
- E) los alumnos no tienen influjo en las brechas educativas.

Solución:

En la imagen se señala que 2 de cada 10 alumnos se oponen a estudiar con un compañero que hable una lengua nativa.

Rpta.: E

4. Se colige del texto y la imagen que

- A) la empresa privada no puede ayudar en las mejoras educativas del Perú.
- B) el gobierno no promueve la lectura en los diferentes colegios del Perú.
- C) los profesores no invierten en talleres o cursos sobre pedagogía crítica.
- D) la inversión económica es un factor determinante en el sector educativo.
- E) las brechas educativas serán eliminadas para el Bicentenario de 2024.

Solución:

Se infiere que es necesaria una inyección económica para el sector educativo, pues se necesita más tecnología, más infraestructura, más profesores y más capacitaciones.

Rpta.: D

5. Si todos los profesores peruanos ejecutaran dinámicas de retroalimentación,
- A) la educación peruana sería categorizada como la mejor de Sudamérica actualmente.
 - B) un menor grupo de estudiantes podría conocer sus técnicas y carencias educativas.
 - C) los alumnos dejarían de asistir a las escuelas, pues dicha actividad es muy aburrida.
 - D) se les tendría que pagar una suma adicional por una labor demandante y agobiante.
 - E) los estudiantes podrían reconocer sus habilidades y deficiencias sin mayor dificultad.

Solución:

Dicha actividad, según el texto, ayuda a que los alumnos puedan hallar sus habilidades y deficiencias educativas.

Rpta.: E

SECCIÓN B**Texto 1**

En el momento presente hay un cuerpo humano vivo que es mío. Este cuerpo ha nacido en una época pasada y desde entonces ha existido con continuidad, aunque no sin cambios subyacentes. Por ejemplo, al nacer (y algún tiempo después) era mucho más pequeño de lo que es ahora. Además, desde su nacimiento ha estado o en contacto o no muy lejos de la superficie de la tierra. Por otra parte, tras su nacimiento ha habido en todo momento muchas otras cosas con una forma y tamaño en tres dimensiones (en el sentido familiar que tiene esto), con las que ha mantenido diversas relaciones de distancia (en el mismo sentido en que mi cuerpo está ahora a cierta distancia de esa chimenea y de esa librería y, además, a mayor distancia de la librería que de la chimenea). También, muy a menudo y a todos los efectos, ha habido muchas otras cosas de este tipo con las que estuvo en contacto (del mismo modo que ahora está en contacto con la pluma que sostengo en la mano derecha y con algunas de las ropas que visto). Desde su nacimiento, muchos otros cuerpos humanos vivos han contado entre las cosas que componían su medio en este sentido; es decir, han estado en contacto con él o a cierta distancia mayor o menor. Al igual que él, estos cuerpos humanos (a) han nacido en algún momento (b), han continuado existiendo algún tiempo después del nacimiento (c), tras su nacimiento, han estado en todo momento en contacto o no muy lejos de la superficie de la tierra. Muchos de esos cuerpos ya han muerto, dejando así de existir. Pero también existía la tierra años antes de que mi cuerpo naciese. Durante bastantes de esos años ha vivido sobre ella continuamente una gran cantidad de cuerpos humanos. Muchos de esos cuerpos han muerto y han dejado de existir antes de que naciese el mío. Finalmente (para entrar en otra clase distinta de proposiciones) soy un ser humano y he tenido, en diversas ocasiones tras el nacimiento de mi cuerpo, diferentes experiencias de muchos tipos distintos: por ejemplo, he percibido con frecuencia tanto mi propio cuerpo como otras cosas que formaban parte de su medio, incluyendo otros cuerpos humanos. No solo he **percibido** cosas de este tipo, sino que además he observado ciertos hechos relativos a ella, como por ejemplo que en este momento estoy observando que esta chimenea está ahora más cerca de mi cuerpo que aquella librería. He sido consciente de otros hechos que no observaba en aquel mismo momento, como puede serlo el que ahora soy consciente de que mi cuerpo existió ayer y estuvo durante algún tiempo más cerca de la chimenea que de

la librería. He tenido expectativas cara al futuro y muchas creencias de otros tipos, fuesen verdaderas o falsas. He pensado cosas imaginarias, personas o sucesos, en cuya existencia real no creía. He tenido sueños y sentimientos de muy diversa índole. Puede decirse que los demás cuerpos humanos que han vivido sobre la tierra han sido el cuerpo de un ser humano diferente con distintas experiencias de estos y otros tipos, del mismo modo que el mío ha sido el cuerpo de un ser humano, yo mismo, que durante su vida ha tenido muchas experiencias de estos y muchos otros tipos.

Moore, G. (1959). Defensa del sentido común y otros ensayos. Hyspamerica Ediciones Argentinas S. A.

1. El texto trata sobre

- A) verdades racionales derivadas del sentido común.
- B) percepciones racionales derivadas de la realidad.
- C) experiencias subjetivas adquiridas de la realidad.
- D) experiencias relativas obtenidas del sentido común.
- E) valoraciones espaciales de librerías y chimeneas.

Solución:

El autor describe un conjunto de verdades derivadas del sentido común, las cuales, para él, no deberían generar una discusión profunda.

Rpta.: A

2. ¿Cuál es el antónimo de PERCIBIR?

- A) Execrar B) Observar C) Ignorar D) Estudiar E) Musitar

Solución:

PERCIBIR refiere al hecho de haber captado la presencia de los objetos. En este sentido, IGNORAR los objetos es una buena oposición semántica.

Rpta.: C

3. Es compatible con el texto señalar que

- A) la verdad es descrita como una noción fluctuante.
- B) el espacio es definido como un concepto subjetivo.
- C) se niega el estatus verdadero de la sociabilización.
- D) el tiempo se concibe como un fenómeno verdadero.
- E) se acepta la existencia del yo, pero se niega la del tú.

Solución:

Dentro de las verdades comunes, el autor describe su existencia en diferentes tiempos, así este concepto se interpreta como verdadero.

Rpta.: D

4. Sobre la argumentación del autor, se puede inferir que

- A) la verdad común puede variar mucho de cultura a cultura.
- B) el autor precisa su existencia como una verdad innegable.
- C) cada persona tiene su propia verdad personal y subjetiva.
- D) las verdades comunes pueden cambiar de época a época.
- E) se puede conocer las verdades de personas desconocidas.

Solución:

El autor explica parte de las verdades comunes del mundo a partir de describir su existencia; en efecto, se infiere que entiende su presencia como una verdad sólida.

Rpta.: B

5. Si no pudiéramos experimentar acciones a partir de nuestro cuerpo,

- A) toda nuestra existencia sería solo un sueño muy abstracto.
- B) sería imposible derivar verdades a partir del sentido común.
- C) las verdades del sentido común serían incluso más sólidas.
- D) las nociones de espacio y tiempo no existirían actualmente.
- E) las experiencias grupales serían las realmente verdaderas.

Solución:

Las experiencias forman nuestro sentido común; si aquellas no se desarrollaran, el sentido común tampoco. En efecto, no pudiéramos derivar verdades a partir del conocimiento convencional.

Rpta.: B

Texto A

Descartes pensaba que podía explicar en términos del principio mecánico cierto ámbito de fenómenos; y luego observó que había un ámbito de fenómenos que no podían explicarse en estos términos. Por lo tanto, postuló un principio creativo para describir ese ámbito de fenómenos: el principio de la mente con sus propiedades. Y luego los seguidores posteriores, muchos de quienes no se consideraban a sí mismos como cartesianos, por ejemplo, muchos que se consideraban fuertemente antirracionalistas, desarrollaron el concepto de creación en el marco de un sistema de reglas.

No voy a entrar en detalles, pero mi propia investigación sobre el tema me condujo, en última instancia, a Wilhelm von Humboldt, quien sin duda no se consideraba un cartesiano, pero que, aunque en otro contexto, en un período histórico diferente y con un entendimiento distinto, de un modo notable e ingenioso que considero de importancia duradera, también desarrolló el concepto de forma internalizada -sobre todo, el concepto de creación libre dentro de un sistema de reglas- en un intento por resolver algunas de las mismas dificultades y problemas que enfrentaron los cartesianos.

Katz. (2012). Noam Chomsky/Michel Foucault. La naturaleza humana: justicia versus poder. Discusiones.

Texto B

No puedo objetar la explicación que acaba de dar en su análisis histórico acerca de sus causas y modalidades. Sin embargo, hay algo que podría **añadir**: cuando usted se refiere a la creatividad tal como la concebía Descartes, me pregunto si no está atribuyéndole al filósofo una idea que se encuentra entre sus sucesores, o incluso en algunos de sus contemporáneos. Según Descartes, la mente no era tan creativa: veía, percibía y la evidencia la ilustraba. [...] No encuentro un acto creativo en el momento en que la mente comprende la verdad según Descartes, ni tampoco la creación real en el pasaje de una verdad a otra. Por el contrario, creo que se puede hallar al mismo tiempo en Pascal o en Leibniz algo que se acerca mucho más a lo que está buscando. En otras palabras, tanto en Pascal como en la corriente agustiniana del pensamiento cristiano se encuentra la idea de una mente en profundidad, de una mente replegada en la intimidad de sí misma rozada por una suerte de inconsciente, y que puede desarrollar sus potencialidades a través de la profundización del ser. Y esa es la razón por la cual la gramática de Port Royal, a la que usted hace referencia, es según mi visión mucho más agustiniana que cartesiana.

Katz. (2012). Noam Chomsky/Michel Foucault. La naturaleza humana: justicia versus poder. Discusiones.

1. La controversia entre ambos textos gira en torno a

- A) el supuesto principio creativo desarrollado por Descartes.
- B) los potenciales seguidores cartesianos y los racionalistas.
- C) la capacidad mental que Descartes atribuía a los sujetos.
- D) la filosofía de Descartes y la filosofía de Leibniz y Pascal.
- E) los principios mecánico y creativo que postulaba Foucault.

Solución:

En el texto A, se defiende que Descartes postulo un principio creativo para explicar fenómenos que no podían ser explicados en términos del principio mecánico; en tanto que en el texto B, se niega que Descartes haya postulado un principio creativo o una mente creativa.

Rpta.: A

2. En el texto B, el antónimo del verbo AÑADIR es

- A) rebatir. B) señalar. C) restar. D) conjeturar. E) soslayar.

Solución:

El verbo refiere al interés sobre un problema que implica dificultad; por lo tanto, el antónimo es SOSLAYAR.

Rpta.: E

3. Respecto a lo sostenido en el texto A sobre Descartes, es incompatible señalar que

- A) fue un filósofo meramente mecanicista.
- B) teorizaba sobre la filosofía de la mente.
- C) justificaba una mente creativa humana.
- D) su filosofía es denominada racionalista.
- E) Von Humboldt no era un partidario suyo.

Solución:

Según el texto A, Descartes no se limitó a la explicación de fenómenos mecánicos, sino también se interesó en los fenómenos mentales.

Rpta.: A

4. Para el texto B, se infiere que la mente creativa

- A) puede observarse solo en la primera fase filosófica de Descartes.
- B) es una hipótesis totalmente inexistente que nunca fue postulada.
- C) es un postulado filosófico polémico, pues no se precisa su autoría.
- D) es una conjetura carente de sustento técnico en la ciencia actual.
- E) es un principio universal que no puede ser aplicado a la gramática.

Solución:

Según el texto B, el principio de la mente creativa no pertenecería a Descartes, sino a otros filósofos.

Rpta.: C

5. Si Descartes hubiera podido explicar todos los fenómenos en términos del principio mecánico,

- A) no habría desarrollado una filosofía de la mente.
- B) sería considerado el mejor filósofo de la historia.
- C) la mente sería solo un concepto sin base fáctica.
- D) su aporte científico sería mejor que el de Newton.
- E) también habría postulado el principio automático.

Solución:

A partir de no poder explicar todos los fenómenos en términos del principio mecánico, Descartes postula el principio creativo de la mente, con lo cual comienza su filosofía de la mente.

Rpta.: A**READING 4**

Seven years after Berkowitz pleaded guilty in New York, an equally terrifying serial killer swept through Los Angeles. Unlike Berkowitz, however, this one preyed on victims in their homes, with a series of nighttime home invasions that left 14 victims dead and eight more seriously injured, and four girls and women raped.

Perhaps most terrifying of all, graffiti found at some crime scenes and mutilations suffered by some of the victims told police they were looking for a devil worshipper. Even the descriptions of the predator were terrifying. Survivors drew pictures of a long-faced man with curly hair, bulging eyes and widely spaced rotten teeth.

Newspapers dubbed him the "Night Stalker."

Mug shots of Ramirez appeared in newspapers on August 30, 1978. Residents of East Los Angeles **spotted** him the next day and nearly lynched him before police arrived. In custody, Ramirez boasted of worshipping Satan and told reporters, "I've killed 20 people, man. I love all that blood."

Newton, M. (2008). Criminal Investigations. Chelsea House.

1. What is the central topic of the passage?

- A) The description of two serial killers who had similar behaviors in the United States.
- B) The emergence of a new serial killer in the United States known as the Night Stalker.
- C) Richard Ramírez, a serial killer who believes in God, but worships the violent devil.
- D) The terrifying and demonic acts of Ramírez, a serial killer who was raped as a child.
- E) Two most famous serial killers from Los Angeles and New York in the United States.

Solution:

The text describes the appearance of a new serial killer in the United States: Richard Ramirez, known as the Night Stalker.

Key: B

2. In the passage, the verb SPOT most nearly means

- A) kill.
- B) lynch.
- C) hide.
- D) find.
- E) shoot.

Solution:

The verb SPOT refers to the fact that the residents FOUND Ramírez before he was captured by the Police.

Key: D

3. It can be inferred from the passage that Berkowitz

- A) was known as the Night Stalker.
- B) left demonic marks in his crimes.
- C) attacked his victims in the streets.
- D) knew R. Ramírez since childhood.
- E) died long after Richard Ramirez.

Solution:

Unlike Berkowitz, Richard Ramírez committed his crimes in the victims' homes. It is inferred that Berkowitz committed his crimes on the streets of New York.

Key: C

4. The phrase "I LOVE ALL THAT BLOOD" implies

- A) greed.
- B) craziness.
- C) sanity.
- D) love.
- E) calm.

Solution:

The phrase described refers to all of Ramírez's victims. In fact, loving those actions shows a lot of madness.

Key: B

5. If Ramírez's photo had not appeared in the newspapers

- A) he would not be one of the famous serial killers.
- B) he would continue murdering until these years.
- C) he would not have died fourteen years later.
- D) he would not have been sentenced to prison.
- E) he would not have been found by the residents.

Solution:

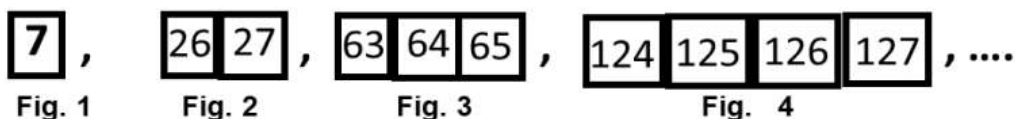
The residents found Ramírez thanks to his photo appearing in the newspapers the day before.

Key: E

Habilidad Lógico-Matemática

EJERCICIOS DE CLASE

1. En la siguiente secuencia determine la suma de cifras del número en la casilla central de la figura 15.



- A) 14 B) 9 C) 25 D) 18 E) 7

Solución:

1. Analizamos secuencia:

Fig. N°	Menor Término
1	$7 = 1 \times 2 \times 3 + 1$
2	$26 = 2 \times 3 \times 4 + 2$
3	$63 = 3 \times 4 \times 5 + 3$
4	$124 = 4 \times 5 \times 6 + 4$
5	$215 = 5 \times 6 \times 7 + 5$

 15 $15 \times 16 \times 17 + 15 = 4095$

El último término de la figura 15 es 4109

- 2) Luego, el número central en la figura 15 es $\frac{4095 + 4109}{2} = 4102$

Suma de cifras = $4 + 1 + 0 + 2 = 7$

Rpta.: E

2. Determine la suma de cifras, de la suma de cifras del valor de M , luego de simplificar la expresión

$$M = \sqrt{\underbrace{111\dots111}_{2024 \text{ cifras}} - \underbrace{222\dots222}_{1012 \text{ cifras}} + \underbrace{555\dots55}_{1012 \text{ cifras}}}$$

- A) 5 B) 16 C) 24 D) 12 E) 23

Solución:

$$M = \sqrt{11-2} + 5 = \sqrt{9} + 5 = 8 \dots \sum \text{cif} = 8(1) = 8 \Rightarrow \sum \text{cif} = 8$$

$$M = \sqrt{1111-22} + 55 = \sqrt{1089} + 55 = 88 \dots \sum \text{cif} = 8(2) = 16 \Rightarrow \sum \text{cif} = 7$$

$$M = \sqrt{111111-222} + 555 = \sqrt{110889} + 555 = 888 \dots \sum \text{cif} = 8(3) = 24 \Rightarrow \sum \text{cif} = 6$$

...

$$M = \sqrt{\underbrace{11\dots11}_{2024 \text{ cif}} - \underbrace{22\dots22}_{1012 \text{ cif}}} + \underbrace{555\dots55}_{1012 \text{ cif}} \dots \sum \text{cif} = 8(1012) = 8096 \Rightarrow \sum \text{cif} = 23$$

Rpta.: E

3. En el siguiente arreglo de letras, ¿de cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra ALIADA considerando igual distancia mínima de una letra a otra en cada lectura? Dé como respuesta la suma de cifras del resultado.

A) 11

B) 9

C) 8

D) 14

E) 10

A A A
A L L A D
A I I A
D A A A
D D

Solución:

De acuerdo a la figura, el número de maneras en que se puede leer ALIADA es

$$14 + 21 + 13 + 13 + 6 + 6 = 73$$

Rpta: E

4. En el siguiente arreglo mostrado, ¿de cuántas formas diferentes se puede leer RAZONA, teniendo en cuenta mínima e igual distancia de una letra a otra en cada lectura?

R R R R R R
A A A A A
R Z Z Z Z
A A O O O
Z Z Z N N
O O O O A
N N N N N
A A A A A A

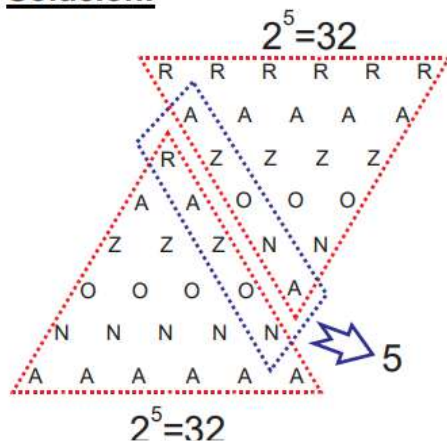
A) 64

B) 72

C) 126

D) 69

E) 132

Solución:

Total: $32 + 32 + 5 = 69$

Rpta.: D

5. En el siguiente arreglo de letras, ¿de cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra ANOTAR y la palabra RATONA considerando igual distancia mínima de una letra a otra en cada lectura? Dé como respuesta la suma de cifras del resultado.

A A A
 N N N N
 O O O O
 T T T T
 A A A A
 R R R R R

- A) 9 B) 11 C) 12 D) 13 E) 15

Solución:

Apliquemos la técnica de conteo de Pascal, para la palabra ANOTAR.

A^1 A^1 A^1
 N^1 N^2 N^2 N^1
 O^3 O^4 O^3 O^1
 T^3 T^7 T^7 T^4
 A^{10} A^{14} A^{11} A^4
 R^{10} R^{24} R^{25} R^{15} R^4

Formas de leer ANOTAR: $10 + 24 + 25 + 15 + 4 = 78$

Como leer ANOTAR, es lo mismo que leer RATONA

Formas de leer: $78 \times 2 = 156$

Suma de cifras: $1 + 5 + 6 = 12$

Rpta.: C

6. Un cerrajero cobra por cada estructura metálica de acuerdo con el número máximo de triángulos que se pueda contar en dicha estructura. Si por cada triángulo que se pueda contar en la estructura cobra S/ 1,50, ¿cuánto cobra por la estructura correspondiente a la figura 39?

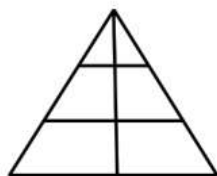


Figura 1

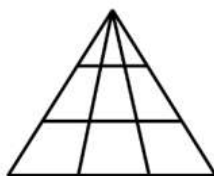


Figura 2

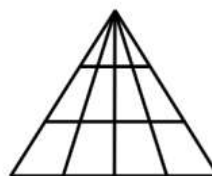


Figura 3

...

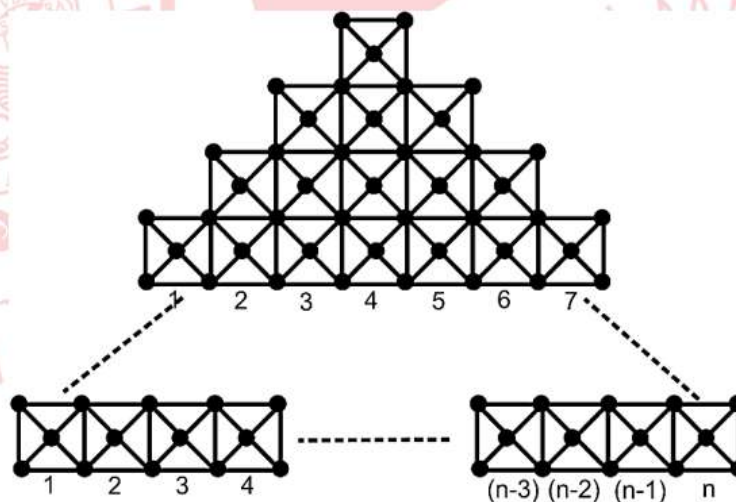
- A) S/ 3690 B) S/ 2340 C) S/ 1170 D) S/ 2370 E) S/ 1240

Solución:

$$3 \left(\frac{40 \times 41}{2} \right) \times 1,5 = 3690$$

Rpta.: A

7. Mathías le propone como reto a su hermano Fernando hallar la máxima cantidad de puntos resaltados que se pueden hallar en la siguiente figura. ¿Qué respuesta tendrá que dar Fernando de ser la correcta? Considere $n = 19$.



- A) 230 B) 189 C) 240 D) 275 E) 210

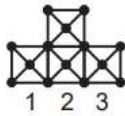
Solución:Caso 1: $n = 1$

N° de puntos de intersección:



→

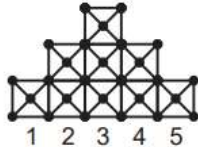
$$4 + 1 = 5$$

Caso 2: $n = 3$ 

→

N° de puntos de intersección:

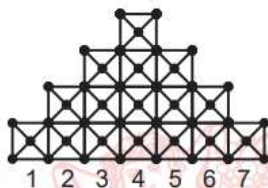
$$10 + 4 = 14$$

Caso 3: $n = 5$ 

→

N° de puntos de intersección:

$$18 + 9 = 27$$

Caso 4: $n = 7$ 

→

N° de puntos de intersección:

$$28 + 16 = 44$$

Para la figura en la cual hay «n» cuadrados en la base, el número de puntos de intersección totales está determinado por:

$$\left(\frac{n+1}{2}\right)\left(\frac{n+1}{2} + 1\right) + 2\left(\frac{n+1}{2}\right) + \left(\frac{n+1}{2}\right)^2$$

Para el problema: $n = 19$

$$(10)(11) + 2(10) + (10)^2 = 230$$

Otra forma sería:

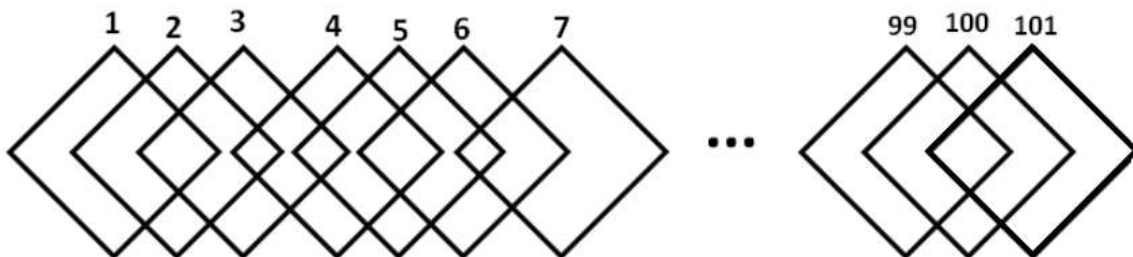
$$2\left(\frac{n+1}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{n+1}{2}\right)$$

Para el problema: $n = 19$

$$2(10)^2 + 3(10) = 230$$

Rpta.: A

8. En la figura hay 101 cuadrados idénticos. ¿Cuántos puntos de intersección hay entre ellos?



A) 398

B) 394

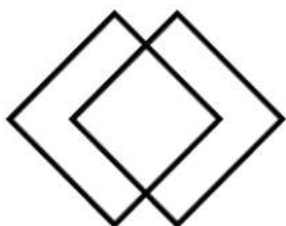
C) 402

D) 400

E) 404

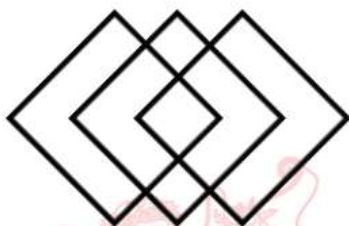
Solución:

Para 2 cuadrados



$$\# \text{ puntos de intersección} = 2 = 2 + 4(0)$$

Para 3 cuadrados



$$\# \text{ puntos de intersección} = 2 + 4(1)$$

Para 4 cuadrados



$$\# \text{ puntos de intersección} = 2 + 4(2)$$

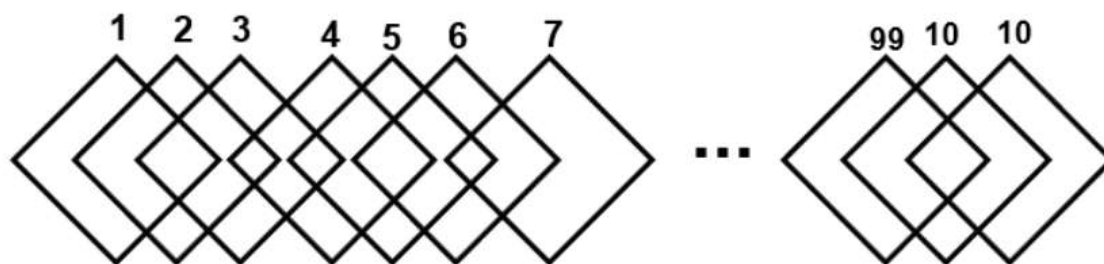
Para 5 cuadrados



$$\# \text{ puntos de intersección} = 2 + 4(3)$$

Para 101 cuadrados

$$\# \text{ puntos de intersección} = 2 + 4(99) = 398$$



Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En el siguiente arreglo, determine la suma de cifras de la suma del primer y último término de la fila 12.

Fila 1	→	5	8				
Fila 2	→	11	14	17			
Fila 3	→	20	23	26	29		
Fila 4	→	32	35	38	41	44	
Fila 5	→	47	50	53	56	59	62
		•	•	•	•	•	•
		•	•	•	•	•	•
		•	•	•	•	•	•

A) 18

B) 21

C) 22

D) 17

E) 13

Solución:

<u>Fila n°</u>	<u>suma</u>
1	$5 + 8 = 13 = 3(2^2 - 1) + 4$
2	$11 + 17 = 28 = 3(3^2 - 1) + 4$
3	$20 + 29 = 49 = 3(4^2 - 1) + 4$
4	$32 + 44 = 76 = 3(5^2 - 1) + 4$
.....	
12	$3(13^2 - 1) + 4 = 508$

Suma de cifras = $5 + 0 + 8 = 13$ **Rpta.: E**

2. Si $P = (\underbrace{666\dots666}_{40 \text{ cifras}} + 2)^2$, determine la suma de cifras de P.

A) 244

B) 243

C) 226

D) 264

E) 248

Solución:

$$P = (6 + 2)^2 = 64 \rightarrow \text{Suma de cifras} = 1(4) + 0(2) + 6 = 10$$

$$P = (66 + 2)^2 = 4624 \rightarrow \text{Suma de cifras} = 2(4) + 2 + 6 = 16$$

$$P = (666 + 2)^2 = 446224 \rightarrow \text{Suma de cifras} = 3(4) + 2(2) + 6 = 22$$

$$P = (6666 + 2)^2 = 44462224 \rightarrow \text{Suma de cifras} = 4(4) + 3(2) + 6 = 28$$

⋮

$$P = (\underbrace{666\dots66}_{40 \text{ cifras}} + 2)^2 \rightarrow \text{Suma de cifras} = 40(4) + 39(2) + 6 = 244$$

Se pide 244

Rpta: A

3. En el siguiente arreglo de letras, ¿de cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra SAULPRE considerando igual distancia mínima de una letra a otra en cada lectura?

- A) 64 B) 40
C) 80 D) 72
E) 48

Solución:

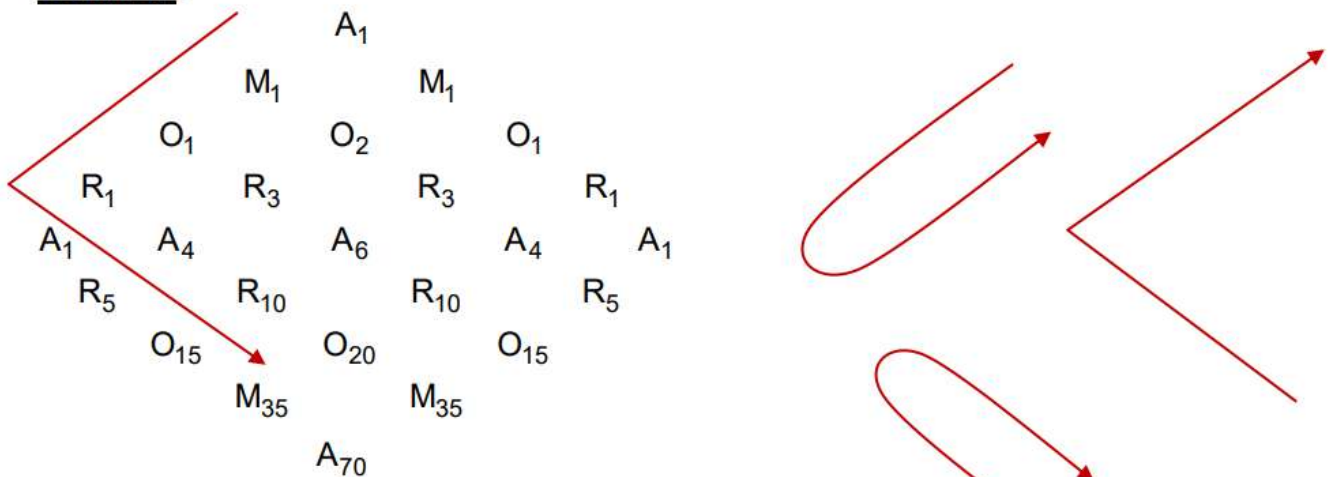
$$(3 + 5) \times 2^3 = 64$$

De acuerdo a la figura, el número de maneras en que se puede leer SAULPRE es 64.

Rpta: A

4. En el siguiente arreglo, ¿de cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra AMORAROMA considerando igual distancia mínima de una letra otra en cada lectura?

- A) 240 B) 260
C) 280 D) 100
E) 320

Solución:

Considerando los otros casos, tenemos $4 \times 70 = 280$

Rpta.: C

5. En el siguiente arreglo, ¿de cuántas formas distintas se puede leer la palabra «PRESM25», tal que las letras o números se encuentren a igual distancia mínima una(o) de otra(o) en cada lectura?

A) 383

B) 256

C) 384

D) 412

E) 438

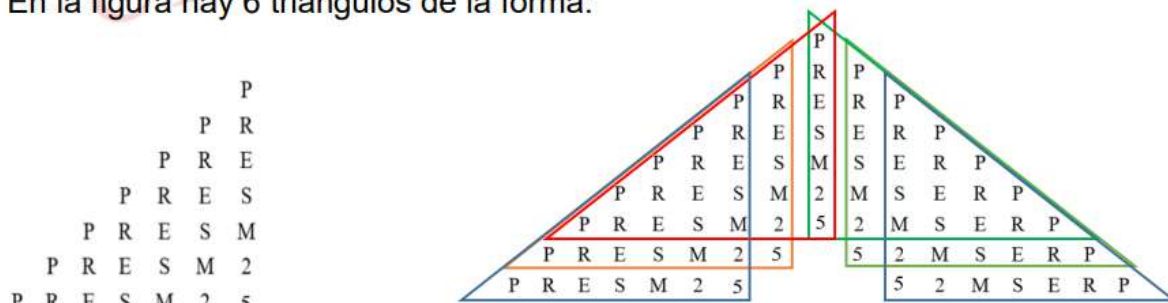
```

      P
    P R P
  P R E R P
P R E S E R P
  P R E S M S E R P
    P R E S M 2 M S E R P
      P R E S M 2 5 2 M S E R P
        P R E S M 2 5 5 2 M S E R P
          P R E S M 2 5 5 2 M S E R P

```

Solución:

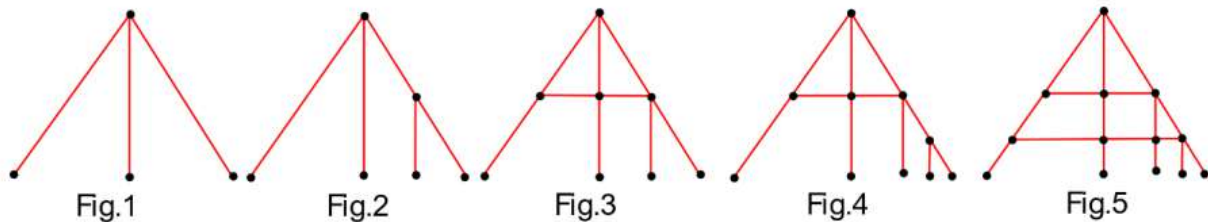
En la figura hay 6 triángulos de la forma:



#maneras = $6(2^6) - 1 = 381$, el menos uno, es debido a que hay una lectura vertical que se repite.

Rpta.: A

6. ¿Cuántos segmentos simples habrá en la figura 20?



- A) 139 B) 130 C) 129 D) 131 E) 201

Solución:

Fig. 1: 3

Fig. 2: 3+2

Fig. 3: 3+2+2.2

Fig. 4: 3+2+2.2+2

Fig. 5: 3+2+2.2+2+2.3

Fig. 6: 3+2+2.2+2+2.3+2

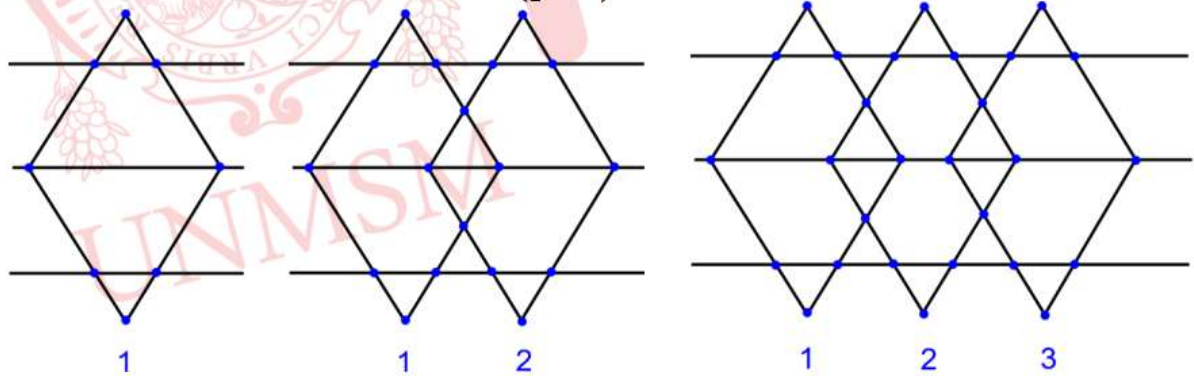
Fig. 7: 3+2+2.2+2+2.3+2+2.4

⋮

Fig. 19: $3+9.2+2(2+3+\dots+10) = 3+18+12.9 = 131$

Rpta.: D

7. En la figura n mostrada, de acuerdo con la secuencia, se tienen n rombos y 3 rectas paralelas. Si para una figura n, hay 198 puntos de intersección, halle el número de puntos de intersección de la figura $\left(\frac{n}{2} - 2\right)$



- A) 58 B) 86 C) 98 D) 90 E) 78

Solución:

El número de puntos de intersección de la figura n es:

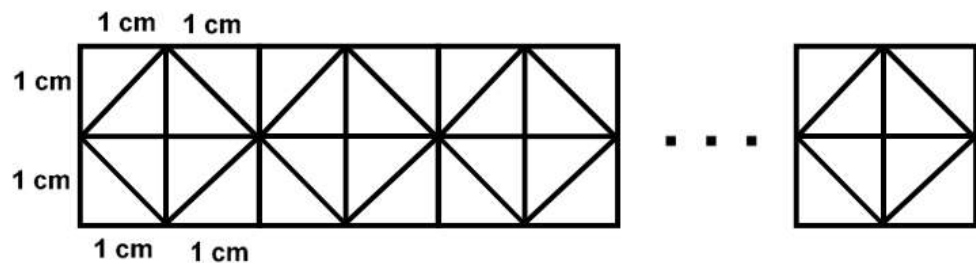
$$3(2 \times n) + 2 \times (n - 1) + 2 \times n = 198 \rightarrow n = 20 \rightarrow \frac{n}{2} - 2 = 8$$

$$\text{Figura 8: } 3(2 \times 8) + 2 \times (7) + 2 \times 8 = 78$$

Rpta.: B

8. La figura está formada por diez cuadrados idénticos cuyo lado mide 2 cm, en cada cuadrado hay ocho triángulos rectángulos isósceles congruentes de catetos paralelos a los lados del cuadrado, la longitud del cateto es 1 cm. ¿Cuál es la menor longitud en centímetros que debe recorrer la punta de un lápiz, sin levantarla del papel, para dibujar la figura?

- A) $120 + 41\sqrt{2}$
 B) $126 + 42\sqrt{2}$
 C) $122 + 43\sqrt{2}$
 D) $124 + 44\sqrt{2}$
 E) $140 + 41\sqrt{2}$



Solución:

Para 1 cuadrado



vértices impares=4

min. de líneas que se repiten= $(4-2)/2=1$

Longitud mínima= $((6(1)-0)(2)+4(1)\sqrt{2}) + (2(0)+\sqrt{2})$

Para 2 cuadrados

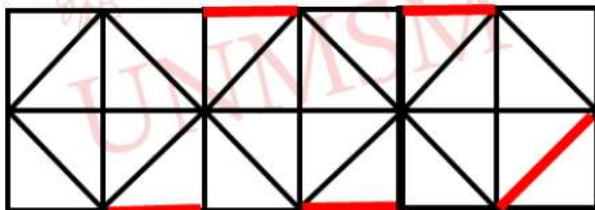


vértices impares=8

min. de líneas que se repiten= $(8-2)/2=3$

Longitud mínima= $((6(2)-1)(2)+4(2)\sqrt{2}) + (2(1)+\sqrt{2})$

Para 3 cuadrados

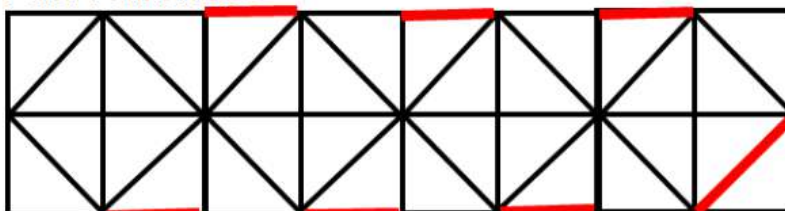


vértices impares=12

min. de líneas que se repiten= $(12-2)/2=5$

Longitud mínima= $((6(3)-2)(2)+4(3)\sqrt{2}) + (2(2)+\sqrt{2})$

Para 4 cuadrados



vértices impares=16

min. de líneas que se repiten= $(16-2)/2=7$

Longitud mínima= $((6(4)-3)(2)+4(4)\sqrt{2}) + (2(3)+\sqrt{2})$

Para 10 cuadrados

Longitud mínima = $((6(10)-9)(2)+4(10)\sqrt{2}) + (2(9)+\sqrt{2}) = (120+41\sqrt{2})$ cm

Rpta.: A

Aritmética

EJERCICIOS DE CLASE

1. La cuenta de TikTok de Marlon tiene $M = 36 \times 45^n$ seguidores, mientras que la cuenta de Luciano tiene $L = 36^n \times 45$ seguidores. Si el MCD de M y L tiene exactamente 54 divisores positivos, determine el valor de n .

A) 3 B) 5 C) 1 D) 2 E) 6

Solución:

Descomponiendo en factores primos, se tiene:

$$M = 36 \times 45^n = 2^2 \times 3^{2n+2} \times 5^n \text{ y } L = 36^n \times 45 = 2^{2n} \times 3^{2n+2} \times 5$$

$$\text{Entonces } MCD(M, L) = 2^2 \times 3^{2n+2} \times 5$$

$$\text{Luego } CD[MCD(M, L)] = (2 + 1) \times (2n + 2 + 1) \times (1 + 1) = 54$$

$$6(2n + 3) = 54$$

Por lo tanto, $n = 3$

Rpta.: A

2. Aníbal tiene en su librería 112 bolígrafos azules, 140 bolígrafos rojos y 168 bolígrafos negros. Para su venta desea organizarlos en paquetes de un solo color, de manera que cada paquete contenga la misma cantidad de bolígrafos y esa cantidad sea la mayor posible. ¿Cuántos paquetes, en total, se pueden formar y cuántos bolígrafos tendrá cada paquete?

A) 20 grupos de 28 bolígrafos B) 12 grupos de 26 bolígrafos
C) 28 grupos de 15 bolígrafos D) 15 grupos de 28 bolígrafos
E) 18 grupos de 24 bolígrafos

Solución:

Calculamos: $MCD(112; 140; 168) = 28$ es la cantidad de bolígrafos en cada paquete
Número de paquetes

$$\frac{112}{28} + \frac{140}{28} + \frac{168}{12} = 15$$

Rpta.: D

3. En una competencia de matemáticas, se ha encontrado dos números enteros positivos cuyo producto es 3024. Además, se sabe que estos números tienen exactamente 3 divisores positivos comunes. Con esta información, determine la cantidad total de divisores positivos del mayor de los dos números.

A) 8 B) 12 C) 6 D) 10 E) 15

Solución:

Sea $MCD(A; B) = d$

Entonces $A = dp$; $B = dq$ (p y q : pesi)

Además $MCM(A; B) = dpq$ y $A \cdot B = 3024$

Por propiedad

$$MCD(A; B) \cdot MCM(A; B) = 3024$$

Es decir: $d^2pq = 3024 = 4^2 \times 3^3 \times 7 \rightarrow d = 4$; $p = 3^3$; $q = 7$

Pues $MCD(A; B) = 4$ tiene exactamente tres divisores comunes de A y B

Entonces: $A = 2^2 \times 3^3$ y $B = 2^2 \times 7$

Luego A es mayor y tiene 12 divisores.

Rpta.: B

4. Una empresa de distribución de ropa deportiva necesita organizar su inventario en paquetes según las siguientes condiciones: al empaquetar en grupos de 18 unidades, le sobran 14 unidades; al empaquetar en grupos de 24 unidades, le faltan 4 unidades; y al empaquetar en grupos de 30 unidades, le sobran 8 unidades. Si el número total de unidades es mayor a 2000, ¿cuál es la cantidad mínima de unidades que podría tener?

A) 2264 B) 2230 C) 2228 D) 2126 E) 2328

Solución:

Sea N la cantidad de ropa a empaquetar

Luego

$$\left. \begin{aligned} N &= 18 + 14 \rightarrow N = 18 + 68 \\ N &= 24 - 4 = 24 + 20 \rightarrow N = 24 + 68 \\ N &= 30 + 8 \rightarrow N = 30 + 68 \end{aligned} \right\} \text{ Luego, } N = MCM(18, 24, 30) + 68 = 360 + 68$$

Como $N = 360k + 68$ es el menor mayor que 2000, para $k = 6$ $N = 2228$

Rpta.: C

5. Un arquitecto decide reutilizar las tablas retiradas de la casa que está renovando. Tiene disponibles 40 tablas de 540 cm, 30 de 810 cm y 10 de 1.080 cm, todas con el mismo ancho y grosor. El arquitecto pide a un carpintero que corte las tablas en piezas del mismo tamaño, sin dejar restos, y de modo que las nuevas piezas tengan el mayor tamaño posible, pero con una longitud menor a 2 metros. ¿Cuántas piezas obtuvo?

A) 360 B) 450 C) 420 D) 390 E) 440

Solución:

Calculamos el MCD de los tamaños para realizar los cortes

$$MCD(540, 810, 1080) = 270 = 2.7 \text{ metros}$$

Como el tamaño de las tablas no debe ser mayor a 2 metros, buscamos el mayor divisor de 270 y es 135 cm = 1.35 metros

Luego, calculamos el número de tablas

$$\frac{540}{135} \times 40 + \frac{810}{135} \times 30 + \frac{1080}{135} \times 10 = 420$$

Rpta.: C

6. En un concurso de matemáticas, el desafío es calcular el MCD entre el número más grande posible con 51 cifras en sistema hexadecimal (base 16) y el número más grande posible con 68 cifras en sistema de base 32. Si el MCD obtenido se convierte a base 4, ¿cuál es la suma de sus cifras expresada en base 4?

A) 120 B) 102 C) 210 D) 112 E) 132

Solución:

$$A = \underbrace{(15)(15) \dots (15)}_{51 \text{ cifras}}_{(16)} = (16)^{51} - 1 \quad ; \quad B = \underbrace{(31)(31) \dots (31)}_{68 \text{ cifras}}_{(32)} = (32)^{68} - 1$$

$$MCD(A; B) = MCD[(4)^{102} - 1; (4)^{170} - 1] = (4)^{MCD(102; 170)} - 1$$

$$MCD(A; B) = (4)^{34} - 1 = \underbrace{333 \dots 333}_{34 \text{ cifras}}_{(4)} \quad \therefore \text{Suma de cifras} = 34(3) = 102$$

Rpta.: B

7. En una tienda, el precio de dos productos tiene las siguientes características: el MCD de ambos precios es 74, el MCM de siete veces el precio del producto más barato y diez veces el precio del producto más caro es 2590. Si la suma de ambos precios es 888 dólares, calcular la suma de cifras del precio del producto más caro.

A) 12 B) 11 C) 13 D) 14 E) 10

Solución:

Sea A el precio del reactivo más barato y B el precio del reactivo más caro

$$MCD(A; B) = 74, \quad MCD(7A; 10B) = 2590 \quad \text{y} \quad A + B = 888$$

$$A = 74p \text{ y } B = 74q, \text{ siendo } p \text{ y } q \text{ PESI} \rightarrow 74p + 74q = 888 \rightarrow p + q = 12$$

$$MCM(7A; 5B) = 74MCD(7p; 10q) = 2590 \rightarrow MCD(7p; 10q) = 35$$

Entonces: $7p = 35n$ y $10q = 35m$, siendo m y n son PESI

Por tanto, $p = 5, q = 7, n = 1$ y $m = 2$.

$$B = 74(7) = 518$$

Rpta.: D

8. Un técnico de laboratorio utiliza el algoritmo de Euclides para determinar el MCD de dos volúmenes de líquidos representados por: $\overline{abc(a-1)}$ y $\overline{(a+1)c(c+3)}$. Durante el proceso, obtiene los siguientes cocientes sucesivos: 5, 4, 3, y 3. Calcule el valor de la suma $a + b + c$.

A) 12 B) 9 C) 14 D) 8 E) 10

Solución:

	5	4	3	3
$225d$	$43d$	$10d$	$3d$	d
	$10d$	$3d$	d	0

Entonces

$$\overline{abc(a-1)} = 225d \text{ y } \overline{(a+1)c(c+3)} = 43d$$

$a = 1 \vee a = 6$ para $a = 1$, $d = 6$ entonces $a = 1$, $b = 3$ y $c = 5$.

Rpta.: B

9. Cuatro nadadores atraviesan una piscina de 20 metros de largo en tiempos individuales de 12s, 15s, 18s y 25s. Los cuatro comienzan a nadar desde un mismo extremo de la piscina y nadan continuamente de un extremo al otro. Si después de cierto tiempo los cuatro coinciden por segunda vez en el mismo extremo de la piscina, determine la diferencia positiva de las distancias recorridas en metros por el nadador más rápido y el nadador más lento.

A) 720 B) 760 C) 800 D) 750 E) 780

Solución:

Calculamos el $MCM(12; 15; 18; 25) = 900$

Después de 900 segundos llegan a un mismo lado todos por primera vez

Distancia recorrida por el nadador más rápido: $\frac{900}{12} \times 20 = 1500 \text{ m}$

Distancia recorrida por el nadador más lento: $\frac{900}{25} \times 20 = 720 \text{ m}$

Diferencia positiva es 780 m.

Rpta.: E

10. En cierta calle, hay dos semáforos especiales que tienen solamente luces de colores verde y rojo. Uno se ubica al inicio y el otro al final de la calle. El semáforo ubicado al inicio de la calle, en cada ciclo de 120 segundos, se pone verde durante los primeros 110 segundos y rojo durante los 10 segundos restantes. El semáforo ubicado al final de la calle, en cada ciclo de 180 segundos, se pone verde durante los primeros 160 segundos y rojo durante los últimos 20 segundos. Si ambos semáforos se pusieron en verde empezando el mediodía de hoy, ¿durante cuánto tiempo, en el período de 24 horas, estarán los semáforos simultáneamente en rojo?

A) 40 minutos B) 80 minutos C) 30 minutos
D) 90 minutos E) 45 minutos

Solución:

Calculamos el MCM de 120 y 180

$$MCM(120,180) = 360$$

Cada 360 segundos se ponen verde juntos. Ahora analicemos cuantos segundos están en rojo juntos durante esos 360 segundos.

Solo coinciden al finalizar los últimos 10 segundos.

Número de ciclos de 360 segundos en 24h: $\frac{24 \times 60 \times 60}{360} = 240$ ciclos

Luego, el total de tiempo en que ambos semáforos estuvieron en rojo juntos

2400 segundos = 40 minutos.

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Mariana ha publicado dos videos en YouTube. El primer video tiene $K = 450 \times 75^n$ visitas, mientras que el segundo video tiene $L = 75 \times 18^n$ visitas. Si el MCD de K y L tiene exactamente 42 divisores positivos, determine el valor de n .

A) 3 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

Solución:

Como $K = 2 \times 3^{n+2} \times 5^{2n+2}$ y $L = 2^n \times 3^{2n+1} \times 5^2$

Entonces $MCD(K; L) = 2^n \times 3^{n+2} \times 5$

Luego, $CD[MCD(K; L)] = 2(n+3)(3) = 42$

entonces $n = 4$.

Rpta.: C

2. Dos vendedores desean guardar sus mercancías en un almacén con capacidad máxima para 2200 artículos. Ana tiene 40 paquetes con 30 artículos cada uno, y Luis tiene 20 paquetes con 70 artículos cada uno. Si ambos vendedores quieren almacenar la misma cantidad de artículos sin abrir los paquetes, ¿cuántos paquetes, como mínimo, quedarán fuera del almacén?

A) 10 B) 12 C) 11 D) 13 E) 15

Solución:

Calculamos el $MCM(30,70) = 210$

Luego pueden guardar juntos hasta 2100 artículos

Ana guardará $1050 \rightarrow \frac{1050}{30} = 35$ paquetes, le queda 5 paquetes

Luis guardará $1050 \rightarrow \frac{1050}{70} = 15$ paquetes, le queda 5 paquetes

Por tanto, quedan 10 paquetes.

Rpta.: A

3. En una carrera de autos, dos pilotos registraron diferentes tiempos para completar la pista. Al finalizar, se constató que la diferencia entre sus tiempos era de 44 segundos. Además, se descubrió que la diferencia entre el MCM y el MCD de sus tiempos es exactamente 500 segundos. Determine la suma de las cifras del tiempo más largo registrado por uno de los pilotos.

A) 7 B) 12 C) 8 D) 10 E) 9

Solución:

Sea $MCD(A; B) = d \rightarrow A = dp; B = dq$ (p y q : pesi)

Entonces: $MCM(A; B) = dpq$ y $A - B = 44 \rightarrow d(p - q) = 44$

$MCM - MCD = 500 \rightarrow dpq - d = 500 \rightarrow d(pq - 1) = 500$

Dividiendo: $\frac{125}{11} = \frac{pq-1}{p \cdot q} \rightarrow p = 18, q = 7, d = 4 \Rightarrow \# \text{mayor} = d \cdot p = 4(18) = 72$

$\therefore \Sigma \text{ cifras} = 7 + 2 = 9$

Rpta.: E

4. Al calcular el máximo común divisor de $\overline{abc}$ y $\overline{cba}$ mediante el algoritmo de Euclides, se obtuvieron los cocientes sucesivos 1; 1; 1; 3 y 2 en ese orden. Si $a - c = 3$, halle el valor de $a + b + c$.

A) 12 B) 15 C) 8 D) 20 E) 18

Solución:

Se tiene que:

	1	1	1	3	2
$25d$	$16d$	$9d$	$7d$	$2d$	d
	$9d$	$7d$	$2d$	d	0

Luego, $\overline{abc} = 25d$, $\overline{cba} = 16d$ y $\overline{abc} - \overline{cba} = 9d$

Además, $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{xyz}$ donde $x + z = 9, y = 9$.

Como $a > c$, $10 + c - a = z, a - 1 - c = x, a - c = 3x = 2, z = 7$

Se tiene: $9d = 297 \rightarrow d = 33$,

Luego, $\overline{abc} = 25(33) = 825$. Por lo tanto, $a + b + c = 15$.

Rpta.: B

5. En una reunión familiar, Sara decide tomar fotografías de sus tías y tíos, quienes están en igual cantidad, las tías se fotografían en grupos de 4 y los tíos en grupos de 6, y al final no sobra ningún tío ni tía. Si cada persona fue fotografiada exactamente una vez y en la reunión hay más de 20, pero menos de 30 tías de Sara, ¿cuál es el número mínimo de fotografías que tomó?

A) 5 B) 6 C) 10 D) 15 E) 12

Solución:

Calculamos el $MCM(4,6) = 12$

Luego Hay 24 tías y 24 tíos

$$\text{Número de fotografías} = \frac{24}{4} + \frac{24}{6} = 10$$

Rpta.: C

6. En un taller se fabrica solo tres tipos de artículos: mesas, sillas y estanterías. Con respecto a la cantidad de artículos fabricados en un mes, se ha determinado que el MCD de siete veces la cantidad de mesas y siete veces la cantidad de sillas es 504, y que el MCD de cuatro veces la cantidad de sillas y cuatro veces la cantidad de estanterías es 432. Con esta información, ¿cuál es el valor del MCD de las cantidades de mesas, sillas y estanterías fabricadas en un mes?

A) 72 B) 64 C) 56 D) 36 E) 24

Solución:

$$MCD(7M, 7S) = 504 \rightarrow 7 MCD(M, S) = 7 \times 72 \rightarrow MCD(M, S) = 72$$

$$MCD(4S, 4E) = 432 \rightarrow 4 MCD(S, E) = 4 \times 108 \rightarrow MCD(S, E) = 108$$

Luego:

$$MCD(M, S, E) = MCD(72, 108) = 36$$

Rpta.: D

7. En una planta de fabricación, el número $\overline{abcd}$ representa la cantidad de productos fabricados por día. Se sabe la planta tiene 90 empleados y que $MCD(\overline{abcd}; 90) = 45$. Si el número $\overline{abcd}$ debe ser lo más grande posible, ¿cuál es el producto de las cifras del MCM de los números $\overline{ab}$ y $\overline{cd}$?

A) 220 B) 160 C) 150 D) 180 E) 210

Solución:

Como $MCD(\overline{abcd}; 90) = 45$, $\overline{abcd} = 45 \times p$ y $90 = 45 \times 2$, donde p y 2 son pesi.

Luego buscamos el mayor posible: $45 \times 221 = 9945$ Si cumple y es el mayor.

Pues $45 \times 222 = 9990$ No cumple, ya que 222 y 2 no son pesi.

Entonces $MCM(\overline{ab}; \overline{cd}) = MCM(99, 45) = 495$ Producto de cifras es 180.

Rpta.: D

8. Un pasante debe organizar los siguientes documentos en carpetas: 42 contratos de arrendamiento, 30 contratos de compraventa y 18 informes. Cada carpeta debe contener la misma cantidad de documentos, sin mezclarlos, y debe utilizar la menor cantidad posible de carpetas. ¿Cuántas carpetas utilizó el pasante?

A) 18 B) 16 C) 14 D) 12 E) 15

Solución:

Calculamos el MCD $(42,18,30) = 6$

Luego calculamos la cantidad de carpetas $= \frac{42}{6} + \frac{30}{6} + \frac{18}{6} = 15$

Rpta.: E

9. En una fábrica de pelotas, cierto día fabricaron N pelotas de fútbol y 2205 pelotas de voleibol. Para guardarlas Alberto colocó todas las pelotas en sacos de 245 pelotas cada uno, sin mezclarlas y sin que sobre pelota alguna. Si se sabe que, N tiene exactamente 10 divisores positivos, además que Alberto usó la menor cantidad de sacos y que todos los sacos estaban llenos, calcule la suma de cifras del valor de N .

A) 9 B) 12 C) 15 D) 10 E) 8

Solución:

Tenemos que: $\text{MCD}(N,2205) = 245$ luego $N = 245p$ y $2205 = 245q$ con p y q pesi

$$N = 5 \times 7^2 \times p$$

$$\text{Como } CD(N) = 10 = (4 + 1)(1 + 1)$$

Entonces $p = 7^2$ y $N = 12005$, suma de cifras 8

Rpta.: E

10. Clara, Miguel, Sara y Roberto, deportistas extremos, entrenan corriendo alrededor de un parque todos los días. Sus tiempos por vuelta son los siguientes: Clara, 1 vuelta en 3 minutos; Miguel, 3 vueltas en 8 minutos; Sara, 4 vueltas en 10 minutos y Roberto, 2 vueltas en 6 minutos con 40 segundos. Todos parten del mismo lugar y en el mismo instante. Si siempre terminan de entrenar cuando todos se encuentran nuevamente en el punto de partida, ¿cuántos minutos dura cada entrenamiento diario?

A) 150 B) 120 C) 60 D) 90 E) 80

Solución:

Clara da una vuelta en 180 segundos.

Miguel da una vuelta en 160 segundos.

Sara da una vuelta en 150 minutos.

Roberto da una vuelta en 200 segundos.

Para calcular el tiempo en que se encuentran de nuevo hallamos el MCM

$$\text{MCM}(180, 160, 150, 200) = 7200$$

7200 segundos = 120 minutos.

Rpta.: B

Geometría

EJERCICIOS DE CLASE

1. En un parque de forma triangular ABC, se colocan dos grifos de agua ubicadas en M y N, abastecidas por las tuberías $\overline{BN}$ y $\overline{MH}$ unidas en H como se muestra en la figura. Si H es ortocentro del triángulo ABC, $AB = 40$ m y $MH = HB = HN$, halle la longitud de la tubería $\overline{MH}$.

A) $12\sqrt{3}$ m

B) $13\sqrt{3}$ m

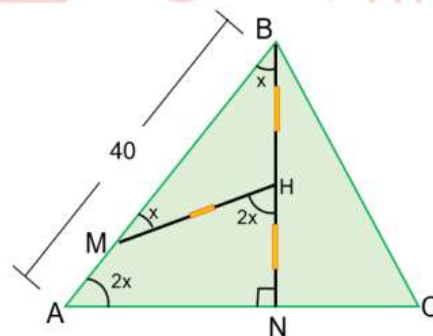
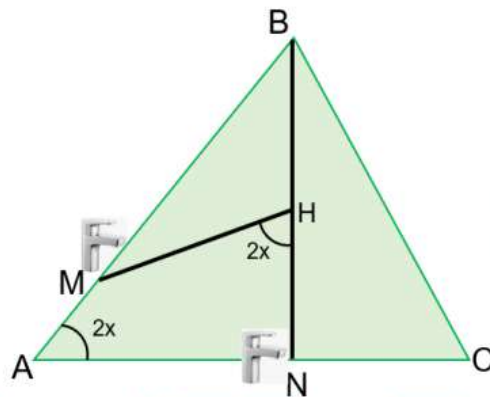
C) $15\sqrt{3}$ m

D) $11\sqrt{3}$ m

E) $10\sqrt{3}$ m

Solución:

- $\triangle MHB$ es isósceles
 $\Rightarrow m\angle BMH = m\angle MBH = x$
- $\triangle ANB$: teorema
 $x + 2x + 90^\circ = 180^\circ$
 $\Rightarrow x = 30^\circ$
- $\triangle ANB$: notable 30° y 60°
 $\Rightarrow BN = 20\sqrt{3}$
- $MH = HB = HN = 10\sqrt{3}$
 $\therefore MH = 10\sqrt{3}$ m



Rpta.: E

2. La figura representa el corte transversal de la base de una estatua hecha de concreto. Para soportar el peso de la estatua se han colocado los soportes de fierro $\overline{AD}$, $\overline{EC}$ y $\overline{BO}$. Si ACDE es un cuadrado, y el lado $\overline{AB}$ que sostiene a la estatua está inclinada 30° con respecto a $\overline{AC}$, halle la medida del ángulo entre los soportes $\overline{AD}$ y $\overline{OB}$.

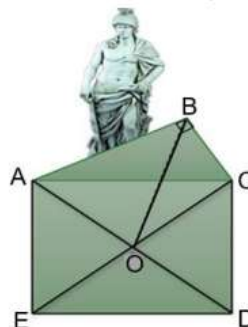
A) 60°

B) 37°

C) 53°

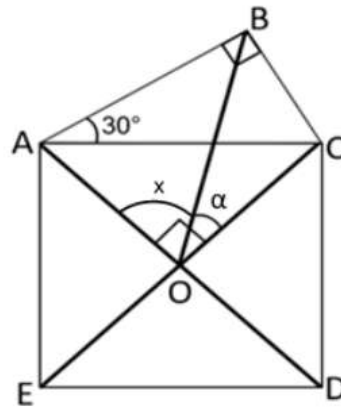
D) 45°

E) 48°



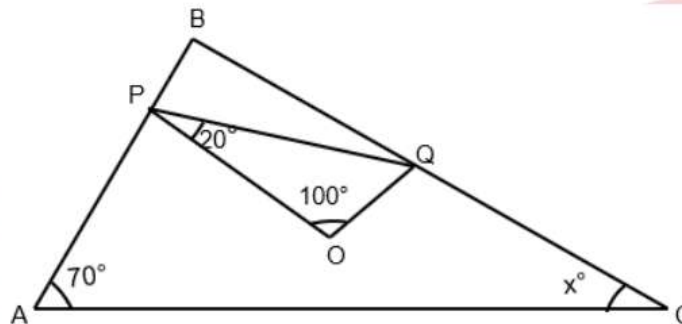
Solución:

- Dato: $m\angle BAC = 30^\circ$
- ACDE: Cuadrado
 $\Rightarrow \overline{AD} \perp \overline{EC}$
- ABCO es inscriptible
 $\Rightarrow \alpha = 30^\circ$
 $\therefore x = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

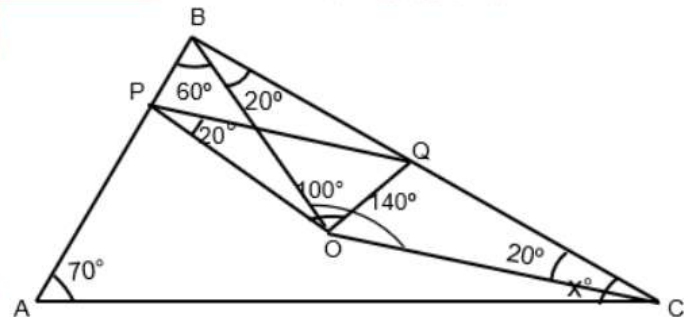
**Rpta.: A**

3. En la figura, O es circuncentro del triángulo ABC. Halle x.

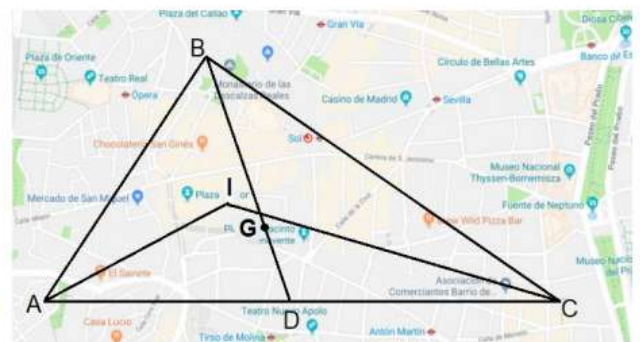
- A) 50°
 B) 35°
 C) 20°
 D) 40°
 E) 30°

**Solución:**

- O es circuncentro
 $\Rightarrow m\angle BOC = 140^\circ$
 $\Rightarrow m\angle OBC = 20^\circ$
- $\square PBQO$ es inscriptible:
 $\Rightarrow m\angle PBQ = 80^\circ$
- $\triangle ABC$:
 $\therefore x = 30^\circ$

**Rpta.: E**

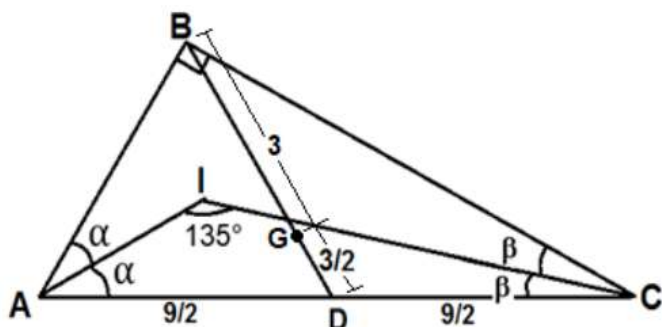
4. La figura muestra la ubicación de tres amigos: Ana, Bertha y Carlos en los puntos A, B y C de un distrito de Lima. En los puntos I y G están ubicados el colegio y la iglesia del distrito respectivamente. Si I es incentro y G baricentro del triángulo ABC, $m\angle AIC = 135^\circ$ y B se encuentra a 3 km de la iglesia, halle la distancia que separa a las personas situadas en A y C.



- A) 8 km B) 8,5 km C) 9 km D) 8,6 km E) 8,7 km

Solución:

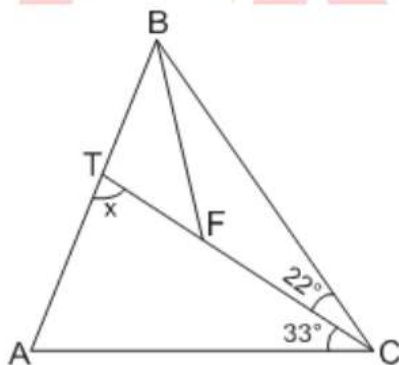
- $\triangle ABC$: I es incentro
 $\Rightarrow 135^\circ = 90^\circ + \frac{m\angle ABC}{2}$
 $\Rightarrow m\angle ABC = 90^\circ$
- $\triangle ABC$: G es baricentro
 $\Rightarrow BG = 3$
 $\Rightarrow GD = 3/2$
- $\triangle ABC$: $AD = DC = BD = 9/2$
 $\therefore AC = 9 \text{ km}$



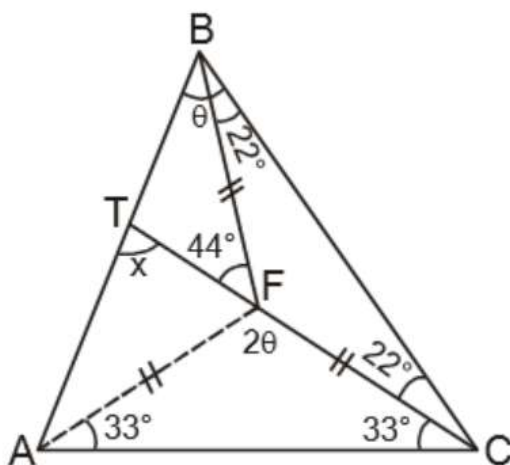
Rpta.: C

5. En la figura, F es circuncentro del triángulo ABC. Halle x.

- A) 76°
 B) 78°
 C) 79°
 D) 80°
 E) 82°

**Solución:**

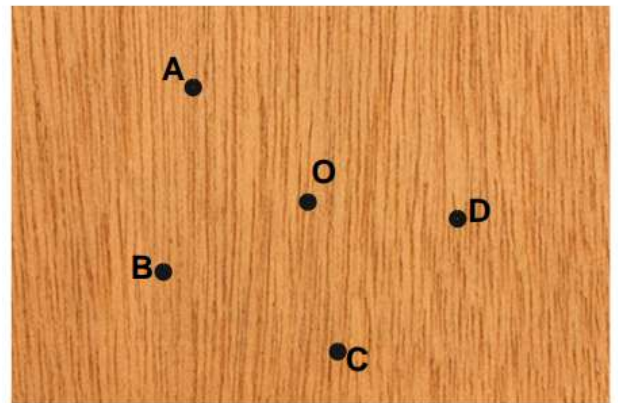
- Si F es circuncentro y $m\angle AFC = 2\theta$
 $\Rightarrow m\angle ABC = \theta$
 $\triangle FBC$: isósceles
 $m\angle FBC = m\angle FCB = 22^\circ$
- $\triangle AFC$: isósceles
 $m\angle FAC = m\angle FCA = 33^\circ$
 $\triangle AFC$: $33^\circ + 33^\circ + 2\theta = 180^\circ$
 $\Rightarrow \theta = 57^\circ$
- $\triangle TBC$: ángulo externo
 $x = 57^\circ + 22^\circ$
 $\therefore x = 79^\circ$



Rpta.: C

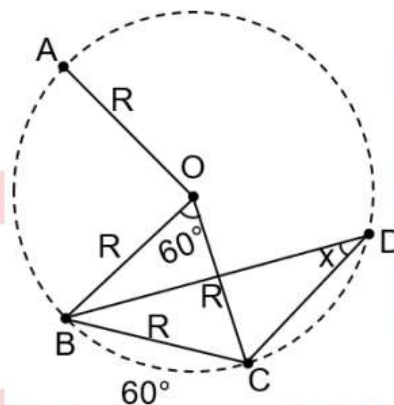
6. La figura muestra una plancha de triplay, en la cual se ubican los puntos A, B, C y D los cuales equidistan del punto O. Si $BC = AO$, halle la medida del ángulo formado por los trazos representados por $\overline{BD}$ y $\overline{DC}$.

- A) 32° B) 30°
C) 45° D) 53°
E) 60°



Solución:

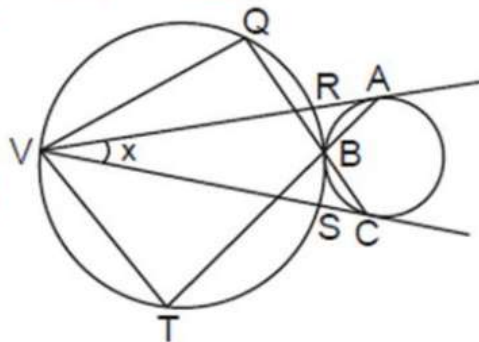
- Del dato: los puntos A, B, C y D pertenecen a la circunferencia de centro O.
- $\triangle BOC$: equilátero
 $\Rightarrow m\widehat{BC} = 60^\circ$
- $\angle BDC$: ángulo inscrito
 $\therefore x = 30^\circ$



Rpta.: B

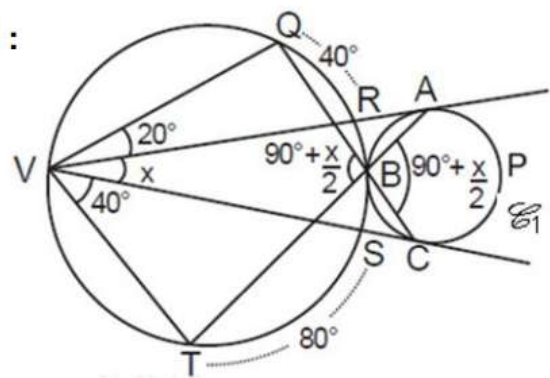
7. En la figura, A, B y C son puntos de tangencia. Si $m\widehat{QR} = 40^\circ$ y $m\widehat{ST} = 80^\circ$, halle x.

- A) 12°
B) 14°
C) 16°
D) 18°
E) 20°



Solución:

- Por propiedad del ángulo exterior en la $\mathcal{C}_1$:
 $m\widehat{ABC} = 180^\circ - x$
- Luego: $m\widehat{APC} = 180^\circ + x$
Ángulo inscrito
 $\Rightarrow m\angle ABC = 90^\circ + \frac{x}{2}$



- VQBT: Inscrito
 $\Rightarrow m\angle QVT + m\angle QBT = 180^\circ$
 $\therefore x = 20^\circ$

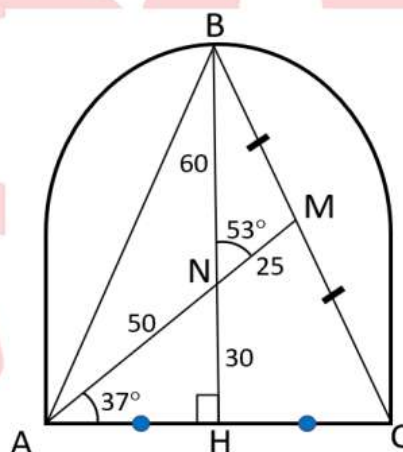
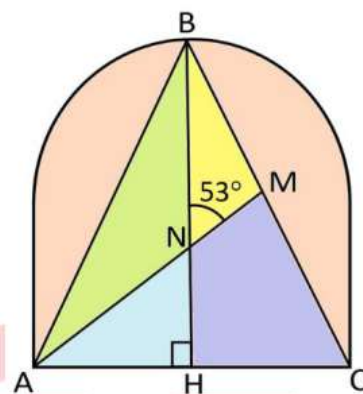
Rpta.: E

8. La figura muestra la ventana de una iglesia, en la cual se ha colocado una estructura de forma triangular ABC, formada por varillas de hierro y vidrio catedral de diferentes colores. Si la varilla $\overline{AM}$ mide 75 cm, $AB = BC$ y $BM = MC$, halle la longitud de la varilla $\overline{BH}$.

- A) 88 cm B) 92 cm C) 90 cm
 D) 98 cm E) 91 cm

Solución:

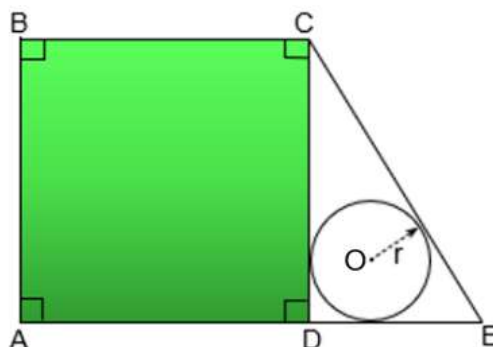
- $AB = BC$
 $\Rightarrow \triangle ABC$ es isósceles
 $\Rightarrow \overline{BH}$ Mediana
- $\triangle ABC$: N es baricentro
 $\Rightarrow AN = 2NM = 2(25) = 50$
 $\Rightarrow HN = 30$
- $\triangle ABC$: N baricentro
 $\Rightarrow NB = 2(30) = 60$
 $\therefore BH = 60 + 30 = 90 \text{ cm}$



Rpta.: C

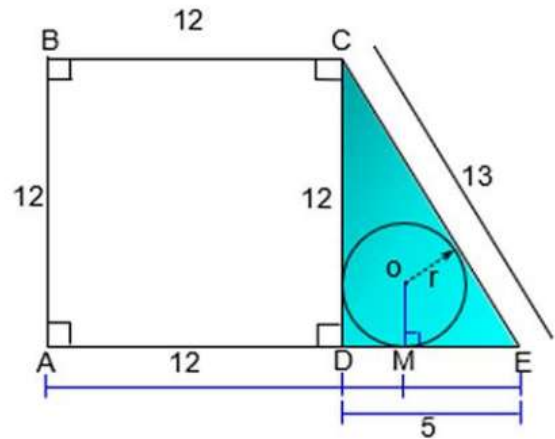
9. En la figura se tiene un parque determinado por el cuadrado ABCD, cuyo perímetro es 48 m, en el cual se ha realizado una extensión de terreno y para regar dicha extensión se ha colocado un grifo en el centro O de la circunferencia inscrita en el triángulo CDE. Si $CE = 13 \text{ m}$ y $AE = 17 \text{ m}$, halle la longitud del inradio.

- A) 2 m
 B) 3 m
 C) 1 m
 D) 1,5 m
 E) 2,5 m



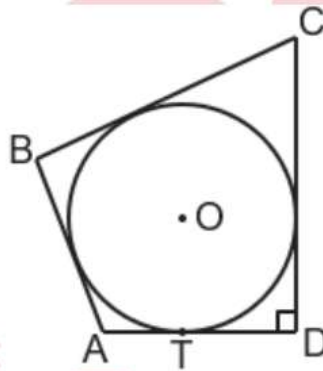
Solución:

- ABCD es un cuadrado
- Si $2p = 48 \Rightarrow AB = BC = CD = AD = 12 \text{ m}$
 $\Rightarrow DE = AE - AD = 17 - 12 = 5$
- $\triangle CDE$: teorema de Poncelet
 $DE + DC = CE + 2r$
 $5 + 12 = 13 + 2r$
 $\therefore r = 2 \text{ m}$

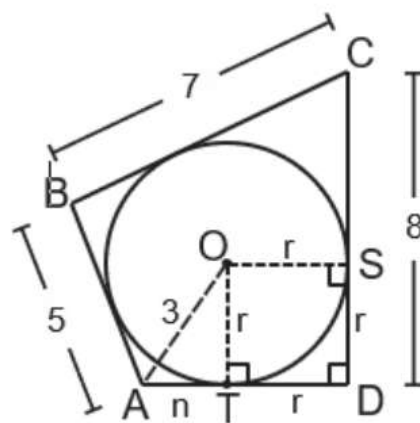
**Rpta.: A**

10. En la figura, la circunferencia de centro O está inscrita en el cuadrilátero ABCD. Si $AB = 5 \text{ cm}$, $BC = 7 \text{ cm}$, $CD = 8 \text{ cm}$ y $AO = 3 \text{ cm}$, halle la medida del inradio del triángulo ATO.

- A) 1,5 cm
- B) 2 cm
- C) 2,5 cm
- D) 3,5 cm
- E) 4 cm

**Solución:**

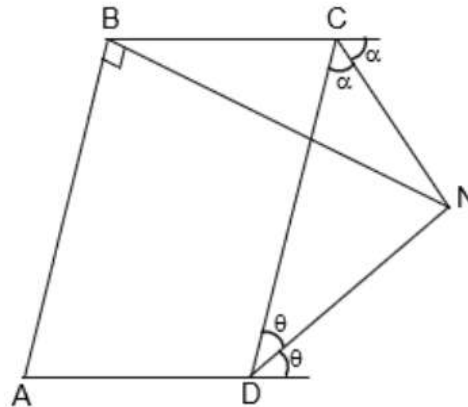
- TOSD: Cuadrado
 $\Rightarrow OT = TD = DS = SO = r$
- Teorema de Pitágoras:
 $(n + r) + 7 = 5 + 8$
 $\Rightarrow n + r = 6 \dots (1)$
- $\triangle ATO$: Teorema de Poncelet
 $n + r = 3 + 2x \dots (2)$
- Reemplazando (1) en (2):
 $\Rightarrow 6 = 3 + 2x$
 $\therefore x = 1,5 \text{ cm}$

**Rpta.: A**

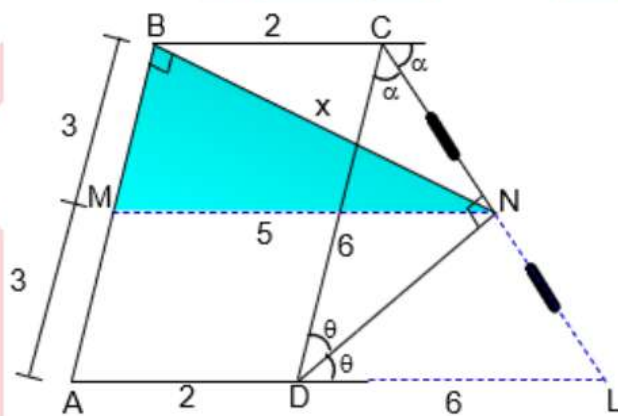
EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En la figura, ABCD es un romboide. Si $AB = 6$ m y $BC = 2$ m, halle BN.

- A) 4 m
B) 5 m
C) 6 m
D) 7 m
E) 8 m

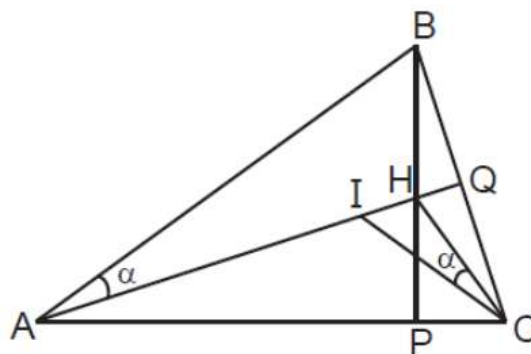
**Solución:**

- $\overrightarrow{BC} \parallel \overrightarrow{AD}$: Conjugados internos
 $2\alpha + 2\theta = 180^\circ$
 $\Rightarrow \alpha + \theta = 90^\circ$
 $m\angle DNC = 90^\circ$
- $\triangle CDL$ isósceles
 $\Rightarrow DC = DL = 6$
 $\Rightarrow N$ punto medio de $\overline{CL}$
- $ABCL$: $\overline{MN}$ es mediana
 $MN = 5$
- $\triangle MBN$: notable 37° y 53°
 $\therefore BN = 4$ m

**Rpta.: A**

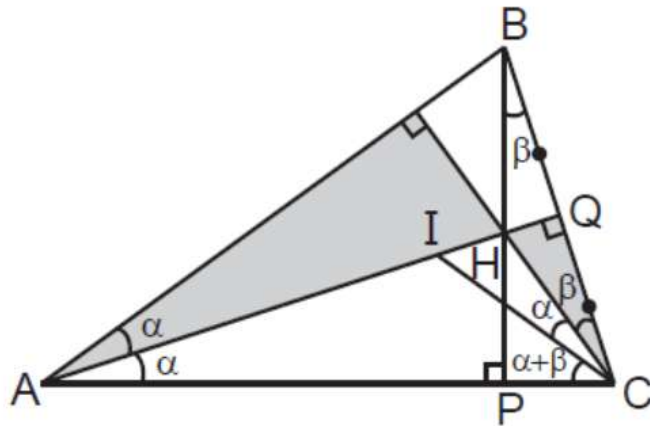
2. En la figura, I es incentro y H es ortocentro del triángulo ABC. Halle α .

- A) 16°
B) 18°
C) 20°
D) 22°
E) 24°



Solución:

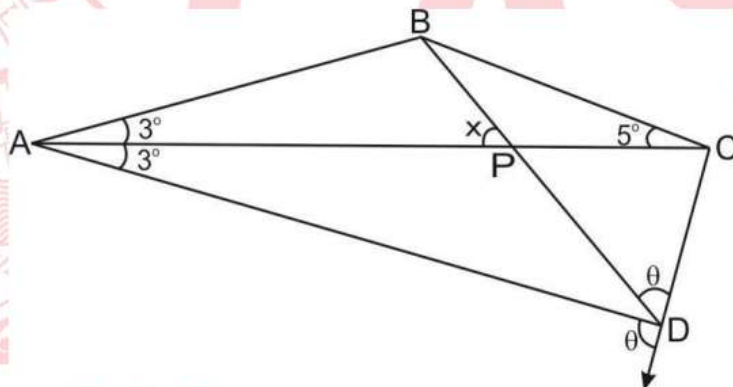
- $\triangle BHC$: Isósceles
 $m\angle HBC = m\angle HCB = \beta$
- I : Incentro $\triangle BAC$
 $m\angle ACI = m\angle ICQ = \alpha + \beta$
- Por propiedad ($\sphericalangle$):
 $\alpha + 90 = \beta + 90$
 $\alpha = \beta$
- $\triangle AQC$: Teorema
 $5\alpha = 90^\circ$
 $\therefore \alpha = 18^\circ$



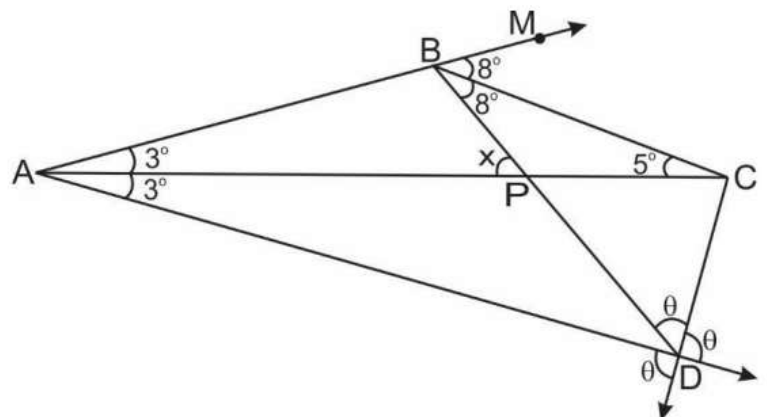
Rpta.: B

3. En la figura, halle x.

- A) 8°
 B) 13°
 C) 10°
 D) 9°
 E) 11°

**Solución:**

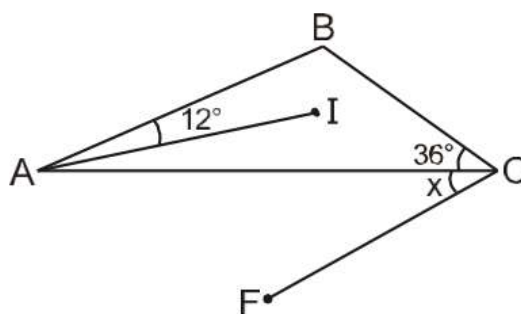
- Prolongamos $\overline{AB}$ hasta M
 Por ángulo exterior
 $\Rightarrow m\angle MBC = 8^\circ$
- $\triangle ABD$: $\overline{AP}$ es bisectriz interior
 y $\overline{DC}$ es bisectriz exterior
 $\Rightarrow C$ es excentro
 $\Rightarrow \overline{BC}$ es bisectriz exterior
- $\triangle PBC$: Por ángulo exterior
 $\therefore x = 13^\circ$



Rpta.: B

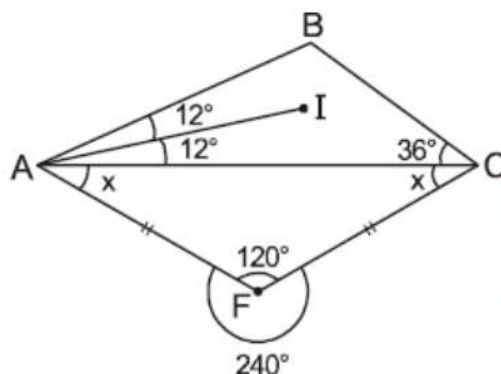
4. En la figura, I es incentro y F es el circuncentro del triángulo ABC. Halle x.

- A) 55° B) 60°
 C) 45° D) 40°
 E) 30°



Solución:

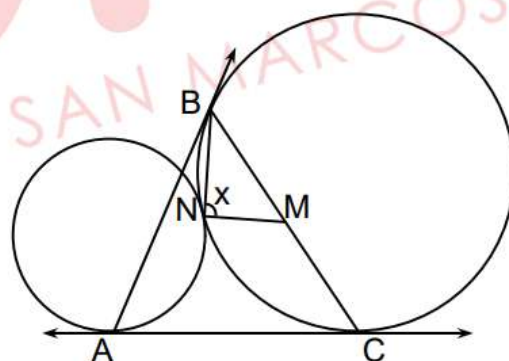
- $\triangle ABC$: I es incentro
 $\overline{AI}$ es bisectriz interior
- $\triangle ABC$: $m\angle ABC = 120^\circ$
- $\triangle AFC$: $x + x + 120^\circ = 180^\circ$
 $\therefore x = 30^\circ$



Rpta.: E

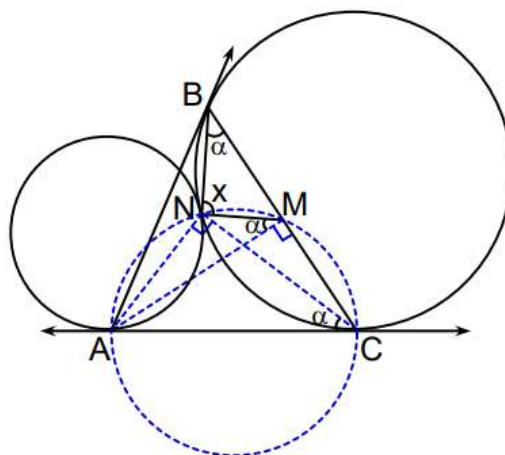
5. En la figura. $BM = MC$ y A, B, C y N puntos de tangencia. Halle x.

- A) 90° B) 85°
 C) 82° D) 75°
 E) 60°



Solución:

- $AB = AC$ (condición de tangencia)
 $\Rightarrow \overline{AM} \perp \overline{BC}$
- Trazamos: $\overline{CN}$
 $\Rightarrow ANMC$: Cuadrilátero inscriptible
 $\Rightarrow m\angle ACN = m\angle AMN = \alpha$
- $m\angle NCM = 2\widehat{NC} = m\angle ABN$
 $\Rightarrow m\angle ABN = \alpha$
- $\triangle BNC$ (Teorema del ángulo externo)
 $\alpha + 90^\circ = \alpha + x$
 $\Rightarrow x = 90^\circ$



Rpta.: A

Álgebra

EJERCICIOS DE CLASE

1. Rafael, Donatelo y Miguel Ángel son tres amigos aficionados al arte, así como a los negocios, y desean iniciar uno muy lucrativo; cuentan ellos, respectivamente, con a , b y c miles de soles y son parte de $p(x) = x^6 + 4x^4 - 3x^3 - ax^2 + bx - c$. Calcule el capital con que inician el negocio los socios si $p(x)$ es divisible por $d(x) = x^3 + x^2 + 1$.

A) 4 mil B) 15 mil C) 3 mil D) 29 mil E) 24 mil

Solución:

Dividiendo por Horner:

1	1	0	4	-3	-a	b	-c
-1		-1	0	-1			
0			1	0	1		
-1				-5	0	-5	
					9	0	9
	1	-1	5	-9	0	0	0

Luego, tenemos que:

• $a = 10$ $b = 5$ $c = 9$

Por tanto, $\therefore a + b + c = 24 \text{ mil}$

Rpta.: E

2. Al dividir el polinomio $p(x)$ entre $(x-1)(x-3)(x+1)$ da como resto $x^2 + x + 2$. Determine el residuo de dividir $p(x)$ entre $x^2 - 2x - 3$.

A) $3x + 5$ B) $x + 2$ C) $2x + 7$ D) $2x + 1$ E) $x - 130$

Solución:

Del algoritmo de la división

$$p(x) = (x-1)(x-3)(x+1)Q(x) + x^2 + x + 2$$

Además del enunciado

$$p(x) = (x+1)(x-3)q(x) + ax + b$$

Tenemos

$$\begin{aligned} p(-1) &= 2 & -a + b &= 2 \\ p(3) &= 14 & 3a + b &= 14 \end{aligned}$$

$$a = 3, \quad b = 5$$

Luego, el resto es

$$\therefore r(x) = 3x + 5$$

Rpta.: A

3. Firulay es un perro muy valiente que salvó a un niño de otros perros poco amigables y fue recompensado con $3a$ cajas de huesos de la marca DDT. Si en la división de $p(x) = x^3 - x^2 - x + 6$ entre $2x - a$, $a \in \mathbb{Z}$, se obtiene como residuo 8, determine cuántas cajas recibió nuestro héroe canino.

A) 4 B) 18 C) 2 D) 12 E) 5

Solución:

Del teorema del residuo tenemos

$$p\left(\frac{a}{2}\right) = \left(\frac{a}{2}\right)^3 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right) + 6 = 8$$

$$\frac{a^3}{8} - \frac{a^2}{4} - \frac{a}{2} + 6 = 8 \quad \rightarrow \quad a^3 - 2a^2 - 4a - 16 = 0$$

$$(a - 4)(a^2 + 2a + 4) = 0$$

La única solución entera es $a = 4$.

$$\therefore 3a = 12 \text{ cajas}$$

Rpta.: D

4. Khariton fue un astrónomo singular que, con sus métodos matemáticos, logró demostrar que el número de lunas del planeta XX de la constelación Orión estaba dado por el resto de dividir $p(x)$ entre $(x + 1)$. Cuando el polinomio $p(x)$ dividido entre $(x + 1)^2$ daba como residuo $-x + 1$. ¿Cuántas lunas tiene el planeta XX?

A) 8 B) 2 C) 6 D) 9 E) 4

Solución:

Del algoritmo de la división

$$p(x) = (x + 1)^2 Q(x) - x + 1$$

Por otro lado

$$p(x) = (x + 1)q(x) + R$$

Igualando y agrupando

$$(x + 1)^2 Q(x) - x + 1 = (x + 1)q(x) + R$$

$$(x + 1)[(x + 1)^1 Q(x) - q(x)] = x + R - 1$$

c

$$(x + 1)c = x + R - 1 \quad , \quad c = cte.$$

$$cx + c = x + R - 1 \quad \rightarrow \quad c = 1 \quad , \quad R = 2$$

$$\therefore \text{resto } R = 2 \quad \text{lunas.}$$

Rpta.: B

5. Se define $p_n(x) = (x + n + 2)^3 - (x + n + 1)^3$, calcule el resto de dividir $p_0(x)$ entre $p_{-1}(x)$.

A) $x + 1$ B) $6x - 4$ C) $6x + 6$ D) $6x + 5$ E) $x - 1$

Solución:

En los polinomios mencionados

$$p_0(x) = (x + 2)^3 - (x + 1)^3 = 3x^2 + 9x + 7$$

$$p_{-1}(x) = (x + 1)^3 - x^3 = 3x^2 + 3x + 1$$

Luego, el resto en la división

$$\frac{p_0(x)}{p_{-1}(x)} = \frac{3x^2 + 9x + 7}{3x^2 + 3x + 1}$$

$$3x^2 + 9x + 7 = (1)(3x^2 + 3x + 1) + 6x + 6$$

Está dado por $r(x) = 6x + 6$

$$\therefore r(x) = 6x + 6$$

Rpta.: C

6. Si asistieron 16^3 espectadores al concierto de la princesita Rossy que, a su vez, es el término independiente del polinomio $p(x) = (x + 4)(x + 16)(x + 64) \dots (x + 4^n)$. Si además el precio de cada entrada coincide con el resto de la división de $q(x) = x^n + 2^n$ por $d(x) = x - 2$, calcule la taquilla obtenida por el evento.

A) 16^4 B) 4^9 C) 16^5 D) 8^3 E) 8^5

Solución:

Se observa que el término independiente de $p(x)$ es

$$4 \cdot 4^2 \cdot 4^3 \dots 4^n = 16^3 = 4^6 \rightarrow 4^{1+2+3+\dots+n} = 4^6$$

$$\frac{n(n+1)}{2} = 6 \rightarrow n = 3$$

Calculando el resto de la división

$$\frac{x^3 + 2^3}{x - 2}$$

Del teorema del resto tenemos el precio de cada entrada

$$r(x) = 16$$

Luego, la taquilla es

$$\therefore \text{Taquilla} = 16^4$$

Rpta.: A

7. Calcule $(m+n)$ si el resto de la división de $p(x) = mx^{23} + nx + 10$ entre $d(x) = x^2 + x + 1$ es $2x + 4$.

A) 14 B) 8 C) 11 D) 12 E) 15

Solución:

Por el Algoritmo de la división, tenemos:

$$mx^{23} + nx + 10 = (x^2 + x + 1)q(x) + 2x + 4$$

$$(mx^{23} + nx + 10)(x - 1) = (x^3 - 1)q(x) + (x - 1)(2x + 4)$$

Por el teorema del resto hacemos $x^3 = 1$ queda

$$(mx^2 + nx + 10)(x - 1) = (x - 1)(2x + 4)$$

$$mx^3 + (n - m)x^2 + (10 - n)x - 10 = (x - 1)(2x + 4)$$

$$x^3 = 1$$

$$(n - m)x^2 + (10 - n)x + (m - 10) = 2x^2 + 2x - 4$$

$$m = 6, \quad n = 8$$

$$\therefore m + n = 14$$

Rpta.: A

8. Calcule el cociente de la división exacta

$$\frac{2mx^4 - nx^3 + 8x - 32}{2x^2 - x + 4}.$$

A) $x^2 - 8$ B) $2x^2 - 8$ C) $8x^2 - 8$ D) $4x^2 - 8$ E) $x - 8$

Solución:

Horner invertido

4	-32	8	0	-n	2m
		-8	16		
1			0	0	
				4	-8
-2					
	-8	0	4	0	0

Luego, el cociente es

$$\therefore q(x) = 4x^2 - 8$$

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Si un lado de un triángulo equilátero está dado por el resto de la división de

$$P(x) = (x^5 + 1)^{10} + 5(x^5 + 1)^6 + x^{10} + 2x^5 - 5$$

entre $x^{10} + 2x^5$. Calcule el cuádruplo del área limitado por el triángulo mencionado.

- A) $\sqrt{3} u^2$ B) $4\sqrt{3} u^2$ C) $2\sqrt{3} u^2$ D) $8\sqrt{3} u^2$ E) $3\sqrt{3} u^2$

Solución:

En la división indicada

$$\frac{(x^5 + 1)^{10} + 5(x^5 + 1)^6 + x^{10} + 2x^5 - 5}{x^{10} + 2x^5} = \frac{(x^5 + 1)^{10} + 5(x^5 + 1)^6 + (x^5 + 1)^2 - 6}{(x^5 + 1)^2 - 1}$$

Por el teorema del resto, hacemos

$$\begin{aligned} (x^5 + 1)^2 &= 1 \\ r(x) &= (1)^5 + 5(1)^3 + 1 - 6 = 1 \\ \therefore 4 \text{ área } \Delta &= \sqrt{3} u^2 \end{aligned}$$

Rpta.: A

2. Determine el resto de dividir el polinomio

$$p(x) = (8n - 1)x^{10n} - (6n - 3)x^{8n} + (4n - 5)x^{4n+1} - (3n - 7)x^5 + n$$

entre $d(x) = x + 1$.

- A) $n + 1$ B) $n - 1$ C) 4 D) $2n$ E) $n + 3$

Solución:

Por el teorema del resto

$$\begin{aligned} d(x) = x + 1 &\rightarrow x = -1 \\ r(x) &= (8n - 1)(-1)^{10n} - (6n - 3)(-1)^{8n} + (4n - 5)(-1)^{4n+1} - (3n - 7)(-1)^5 + n \\ &= (8n - 1) - (6n - 3) - (4n - 5) + (3n - 7) + n \\ &= 2n \\ \therefore r(x) &= 2n \end{aligned}$$

Rpta.: D

3. Eugenio tiene n hijos, además su edad está dada por el resto de la división mostrada

$$\frac{2x^n + 2x + n}{x - 2}$$

Si la suma de los coeficientes del cociente es 32, ¿cuántos años le faltan a Eugenio para ser un abuelo centenario?

- A) 40 B) 60 C) 32 D) 50 E) 38

Solución:

Usando Horner

2	2	0	0		0	2	n
2	4	8			2^{n-1}	2^n	$2(2^n + 2)$
2	2^2	2^3			2^{n-1}	$2^n + 2$	$2(2^n + 2) + n$

$$2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n + 2 = 32 \quad \rightarrow \quad n = 4$$

En el resto obtenido

$$r(x) = 2(2^n + 2) + n$$

Tenemos la edad de Eugenio

$$r(x) = 40 \text{ años}$$

Para ser centenario le faltan: 60 años

Rpta.: B

4. Calcule el resto de la división del polinomio $p(x) = 4x^{n+1} + 2x^n + x + 1$ entre $d(x) = 2x^2 + x + 1$ si el cociente es de segundo grado.

A) $10x + 4$ B) 4 C) $2x + 2$ D) $x + 90$ E) $x + 1$

Solución:Si $q(x)$ es el cociente tenemos que

$$\text{grad}[q(x)] = \text{grad}[p(x)] - \text{grad}[d(x)]$$

$$2 = (n + 1) - 2 \quad \rightarrow \quad n = 3$$

Reemplazando en la división tenemos por Horner

2	4			1	1
-1		2	0		
		-2	-2		
-1			0	0	
				1	1
	2	0	-1	2	2

$$\therefore r(x) = 2x + 2$$

Rpta.: C

5. Si $(n+2)^2$ representa el número de buses de la empresa EL GALLO y el cociente de la división

$$\frac{x^{n+2} + x^{n+1} + x + 6}{x^{2n-1} + x^n + x - 6}$$

es de grado máximo, calcule el número de buses que quedan si ayer se desbarrancó uno de ellos en el serpentín de Pasamayo.

- A) 10 B) 14 C) 20 D) 5 E) 8

Solución:

Comparando los grados del dividendo y del divisor

$$\text{grad}[p(x)] \geq \text{grad}[d(x)]$$

$$n+2 \geq 2n-1 \rightarrow 3 \geq n \quad n \in \mathbb{Z}^+ (n=1,2,3)$$

Grado del cociente es máximo

$$\begin{aligned} \text{grad}[q(x)] &= \text{grad}[p(x)] - \text{grad}[d(x)] \\ &= (n+2) - (2n-1) = 3-n \end{aligned}$$

$$\text{grad}[q(x)] = 2 \quad (\text{cuando } n=1)$$

$$\therefore n=1$$

Luego, el número de buses que quedan es $\therefore (n+2)^2 - 1 = (1+2)^2 - 1 = 8$

Rpta.: E

6. Si el resto de dividir $p(x) = x^5 + 8x - 1$ entre $x^2 - x - 5$ es $r(x) = 7^n(x+1) + 5$, calcule el valor de n .

- A) 3 B) 5 C) 6 D) 2 E) 0

Solución:

Usando Horner

1	1	0	0	0	8	-1
		1	5			
1			1	5		
				6	30	
5					11	55
	1	1	6	11	49	54

$$r(x) = 49x + 54 = 7^n(x+1) + 5$$

$$\therefore n=2$$

Rpta.: D

7. Calcule el perímetro del triángulo rectángulo de catetos m y n si se sabe que la siguiente división es exacta.

$$\frac{4x^3 + 2x^2 - (m+8)x + n}{x^2 + 2x - 1}$$

- A) 25 B) 24 C) 9 D) 5 E) 4

Solución:

Usando Horner

1	4	2	$-(m+8)$	n
-2		-8	4	
1			12	-6
	4	-6	0	0

Se observa que $m = 8$, $n = 6$

$$m^2 + n^2 = 100 \rightarrow \text{hipotenusa} = 10 \rightarrow \therefore \text{perímetro} = 24$$

Rpta.: B

8. Si $p(x)$ es un polinomio monico de tercer grado tal que satisface $p(n) = 8n$, donde $n = 1, 2, 3$, determine el coeficiente del término de grado 1.

- A) 28 B) 33 C) 12 D) 13 E) 19

Solución:

Hacemos

$$p(x) = q(x) + 8x \rightarrow q(x) = p(x) - 8x$$

$$q(n) = p(n) - 8n$$

$q(x)$ tiene tres raíces

$$q(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$$

Así tenemos

$$p(x) = (x-1)(x-2)(x-3) + 8x$$

Luego, el coeficiente del término de grado 1 de $p(x)$ es

$$\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) 3! + 8 = 19$$

$\therefore$ coeficiente de $x = 19$.

Rpta.: E

Trigonometría

EJERCICIOS DE CLASE

1. Durante una campaña escolar, un padre de familia compra $N = \sin^6 x + \cos^6 x + 3\sin^2 x \cos^2 x + 9$ cuadernos al precio de $M = \sin^2 x + \cos^2 x + \sec \frac{\pi}{3} + \csc \frac{\pi}{6}$ soles cada uno. ¿Cuánto paga por los N cuadernos?
- A) S/ 45 B) S/ 50 C) S/ 55 D) S/ 40 E) S/ 60

Solución:

$$NM = (\sin^6 x + \cos^6 x + 3\sin^2 x \cos^2 x + 9) \left(\sin^2 x + \cos^2 x + \sec \frac{\pi}{3} + \csc \frac{\pi}{6} \right)$$

$$= (10)(5)$$

$$\therefore S/50$$

Rpta.: B

2. El ancho de un terreno rectangular mide

$$\frac{4}{1+4\sin^2 x} + \frac{16}{4+\csc^2 x} + \frac{8}{1+8\cos^2 x} + \frac{64}{8+\sec^2 x} \text{ metros.}$$

Si el largo del terreno es el doble del ancho y cada metro cuadrado cuesta S/ 800, halle el costo del terreno.

- A) S/ 230 400 B) S/ 235 400 C) S/ 220 300
D) S/ 230 300 E) S/ 230 500

Solución:

$$A = \frac{4}{1+4\sin^2 x} + \frac{16}{4+\csc^2 x} + \frac{8}{1+8\cos^2 x} + \frac{64}{8+\sec^2 x}$$

$$= 4 \left(\frac{1}{1+4\sin^2 x} + \frac{4}{4+\csc^2 x} \right) + 8 \left(\frac{1}{1+8\cos^2 x} + \frac{8}{8+\sec^2 x} \right)$$

$$= 4 \left(\frac{1}{1+4\sin^2 x} + \frac{4\sin^2 x}{1+4\sin^2 x} \right) + 8 \left(\frac{1}{1+8\cos^2 x} + \frac{8\cos^2 x}{1+8\cos^2 x} \right)$$

$$= 4 + 8 = 12$$

$$S = 12(24) = 288\text{m}^2$$

$$\therefore \text{Costo del terreno} = S / (288)(800) = S / 230 400.$$

Rpta.: A

3. Un empresario invierte $\sqrt{10}(\csc^3 x + \sec^3 x)$ en millones de soles en la pesca de anchoveta. Si $\csc^3 x - \sec^3 x = 6$, halle la inversión del empresario.

A) 25 millones de soles
C) 18 millones de soles
E) 20 millones de soles

B) 22 millones de soles
D) 15 millones de soles

Solución:

$$\csc^3 x - \sec^3 x = 6 \Rightarrow (\csc^3 x - \sec^3 x)^2 = 36 \Rightarrow \csc^6 x + \sec^6 x = 38$$

$$\Rightarrow \csc^6 x + \sec^6 x + 2 = 40 \Rightarrow (\csc^3 x + \sec^3 x)^2 = 40$$

$$\Rightarrow \csc^3 x + \sec^3 x = 2\sqrt{10}$$

$$\therefore \sqrt{10}(\csc^3 x + \sec^3 x) = 20 \text{ millones de soles.}$$

Rpta.: E

4. En la figura está bosquejada las rutas de la carrera de Cross Country, cuya partida es el punto A y la meta es el punto B. Si $AC = BC$, entonces halle $10\sin\theta$.

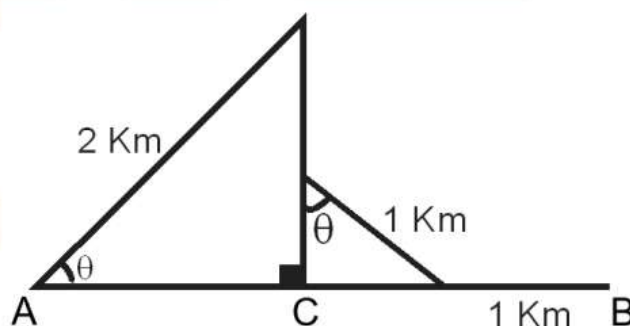
A) 12

B) 10

C) 3

D) 6

E) 5



Solución:

De la figura tenemos que

$$2\cos\theta = 1 + \sin\theta \text{ entonces } \sec\theta + \tan\theta = 2$$

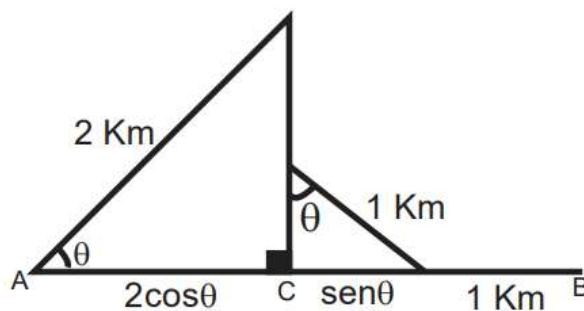
Así

$$\sec\theta + \tan\theta = 2$$

$$\sec\theta - \tan\theta = \frac{1}{2}$$

$$\text{Luego, } \sec\theta = \frac{5}{4} \text{ entonces } \sec\theta = \frac{3}{5}. \text{ Por consiguiente } 10 \sin\theta = 6.$$

Rpta.: D



5. Si $\csc^3 \theta - \sec^5 \theta = 0$ y el ingreso trimestral de una empresa está dada por $\$ 120000(\tan^{10} \theta + 2\tan^8 \theta + \tan^6 \theta)$, donde θ es la medida de un ángulo agudo. Calcule el ingreso anual de la empresa.

A) \$ 240 000

B) \$ 100 000

C) \$ 150 000

D) \$ 480 000

E) \$ 540 000

Solución:

De la condición: $\csc^3 \theta - \sec^5 \theta = 0$
 $\csc^3 \theta = \sec^5 \theta$
 $\sen^3 \theta = \cos^5 \theta \dots\dots\dots(1)$

Sea I el ingreso trimestral de la empresa

$$I = \$/.120000(\tan^{10} \theta + 2\tan^8 \theta + \tan^6 \theta)$$

$$I = \$/.120000 \tan^6 \theta (\tan^4 \theta + 2\tan^2 \theta + 1)$$

$$I = \$/.120000 \tan^6 \theta (\tan^2 \theta + 1)^2$$

$$I = \$/.120000 \tan^6 \theta \cdot \sec^4 \theta$$

$$I = \$/.120000 \cdot \frac{\sen^6 \theta}{\cos^{10} \theta}$$

$$I = \$/.120000 \left(\frac{\sen^3 \theta}{\cos^5 \theta} \right)^2 \rightarrow I = \$/.120000$$

Luego, el ingreso anual de la empresa es 480 000 dólares.

Rpta.: D

6. Dada la siguiente identidad $\frac{3}{1+\cos x} + \frac{3}{\sec x - 1} = A + B(\tan x)^C$, halle $A + B + C$.

A) 7 B) 8 C) 9 D) 1 E) 0

Solución:

El primer miembro de la identidad se reduce hasta que tenga la forma del segundo miembro, en efecto se tiene que:

$$\begin{aligned} \frac{3}{1+\cos x} + \frac{3}{\frac{1}{\cos x} - 1} &= \frac{3}{1+\cos x} + \frac{3\cos x}{1-\cos x} \\ &= \frac{3 - 3\cos x + 3\cos x + 3\cos^2 x}{(1+\cos x)(1-\cos x)} \\ &= \frac{3 + 3\cos^2 x}{\sen^2 x} \\ &= 3\csc^2 x + 3\cot^2 x \\ &= 3 + 6\cot^2 x = 3 + 6\left(\frac{1}{\tan x}\right)^2 \\ &= 3 + 6(\tan x)^{-2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 3 + 6(\tan x)^{-2} = A + B(\tan x)^C \Rightarrow \begin{cases} A = 3 \\ B = 6 \\ C = -2 \end{cases}$$

Por lo tanto, $A + B + C = 7$.

Rpta.: A

7. Si $R = \left\{ \frac{\sec \alpha - \tan \alpha - 1}{\sec \alpha + \tan \alpha + 1} + \frac{\sec \alpha + \tan \alpha - 1}{\sec \alpha - \tan \alpha + 1} ; \alpha \in \left[0, \frac{\pi}{4} \right] \right\}$, halle el mayor elemento que pertenece al conjunto R.

- A) $\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3} + 1$ D) $2(\sqrt{3} + 3)$ E) $2(\sqrt{2} - 1)$

Solución:

$$\begin{aligned} 1) \text{ Sea } R &= \frac{\sec \alpha - \tan \alpha - 1}{\sec \alpha + \tan \alpha + 1} + \frac{\sec \alpha + \tan \alpha - 1}{\sec \alpha - \tan \alpha + 1} \\ R &= \frac{(\sec \alpha - \tan \alpha - 1)(\sec \alpha - \tan \alpha + 1) + (\sec \alpha + \tan \alpha + 1)(\sec \alpha + \tan \alpha - 1)}{(\sec \alpha + \tan \alpha + 1)(\sec \alpha - \tan \alpha + 1)} \\ R &= \frac{(\sec \alpha - \tan \alpha)^2 - 1^2 + (\sec \alpha + \tan \alpha)^2 - 1^2}{(\sec \alpha + 1)^2 - \tan^2 \alpha} \\ R &= \frac{\sec^2 \alpha - 2\sec \alpha \tan \alpha + \tan^2 \alpha - 1 + \sec^2 \alpha + 2\sec \alpha \tan \alpha + \tan^2 \alpha - 1}{\sec^2 \alpha + 2\sec \alpha + 1 - \tan^2 \alpha} \\ R &= \frac{2\sec^2 \alpha + 2\tan^2 \alpha - 2}{2 + 2\sec \alpha} = \frac{\sec^2 \alpha + \tan^2 \alpha - 1}{1 + \sec \alpha} = \frac{2(\sec^2 \alpha - 1)}{1 + \sec \alpha} \\ R &= 2(\sec \alpha - 1) \end{aligned}$$

- 2) Así, cualquier elemento del conjunto tiene la forma $2(\sec \alpha - 1)$

$$\text{Como } 0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{4} \Rightarrow 1 \leq \sec \alpha \leq \sqrt{2} \Rightarrow 0 \leq \sec \alpha - 1 \leq \sqrt{2} - 1$$

$$\Rightarrow 0 \leq 2(\sec \alpha - 1) \leq 2(\sqrt{2} - 1)$$

$$\therefore \text{ mayor elemento del conjunto R es } 2(\sqrt{2} - 1).$$

Rpta.: E

8. Crisol ayuda a su padre que está pintando la fachada de su casa, de manera que sostiene la escalera sobre la pared que forma un ángulo de inclinación aguda de medida x con la superficie plana del suelo. Si $\tan x - \sec x = 1$, calcule $\sec x \cdot \cos x + 1$.

- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ D) $\sqrt{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Solución:

$$\operatorname{tg} x - \operatorname{sen} x = 1 \Rightarrow \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} - \operatorname{sen} x = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\operatorname{sen} x - \operatorname{sen} x \cos x}{\cos x} = 1 \Rightarrow \operatorname{sen} x - \operatorname{sen} x \cos x = \cos x$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen} x - \cos x = \operatorname{sen} x \cos x, \text{ al cuadrado}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x}_1 - 2\operatorname{sen} x \cos x = \operatorname{sen}^2 x \cos^2 x$$

$$\Rightarrow 1 = \operatorname{sen}^2 x \cos^2 x + 2\operatorname{sen} x \cos x$$

$$\Rightarrow 2 = \operatorname{sen}^2 x \cos^2 x + 2\operatorname{sen} x \cos x + 1$$

$$\Rightarrow 2 = (\operatorname{sen} x \cos x + 1)^2 \Rightarrow \operatorname{sen} x \cos x + 1 = \sqrt{2}$$

Rpta.: D**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. El costo y el ingreso de una empresa en determinado mes del año son $\frac{1}{\cos^2 \alpha} - M$ millones de dólares y $\left(\frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} + \frac{1 - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha} \right)$ millones de dólares respectivamente. Si $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{4} \right)$ y la empresa no ganó ni perdió, determine el valor de M.

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) 2 E) $\frac{5}{2}$

Solución:

Del enunciado:

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha - M} = \left(\frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} + \frac{1 - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha} \right)$$

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha - M} = \frac{2(1 + \tan^2 \alpha)}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2\sec^2 \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha - M} = \frac{2}{\cos^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha}$$

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha - M} = \frac{1}{\cos^2 \alpha - \frac{1}{2}}$$

$$\therefore M = \frac{1}{2}$$

Rpta.: A

2. La microempresa «Invierno» produce y vende chompas, su ingreso y costo diario están modeladas por $\frac{\sqrt{2}\sin x}{\tan x}$ y $\frac{\tan^2 x - 1}{1 - \tan^4 x} + 1$ miles de soles, donde $x \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$. ¿Cuánto es la mínima utilidad expresada en un número entero de soles de dicha microempresa?
- A) S/ 501,00 B) S/ 401,00 C) S/ 601,00 D) S/ 901,00 E) S/ 561,00

Solución:

$$U = \frac{\sqrt{2} \operatorname{sen} x}{\tan x} - \frac{\tan^2 x - 1}{1 - \tan^4 x} - 1$$

$$U = \sqrt{2} \cos x + \frac{\tan^2 x - 1}{(\tan^2 x - 1)(\tan^2 x + 1)} - 1$$

$$U = \sqrt{2} \cos x + \cos^2 x - 1$$

$$U = \left(\cos x + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 - \frac{3}{2}$$

como $0 < x < \frac{\pi}{4}$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} < \cos x < 1$$

$$\Rightarrow 2 < (\cos x + \frac{1}{\sqrt{2}})^2 < (1 + \frac{1}{\sqrt{2}})^2$$

$$\therefore \frac{1}{2} < \underbrace{\left(\cos x + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}_{\text{II}} - \frac{3}{2} < \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 - \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 500 < U < 1405$$

$$\therefore U_{\min}(\text{entero}) = S / 501,00$$

Rpta.: A

3. Una empresa dedicada al rubro de producción y venta de golosinas estima que sus ventas en el n -ésimo mes del año comercial 2024 ascenderán a $E(n)$ millones de soles.

Si $E(n) = \sqrt{1 + \frac{3 - \sec^2\left(\frac{3n\pi}{4}\right) - \csc^2\left(\frac{3n\pi}{4}\right)}{\tan^4\left(\frac{3n\pi}{4}\right) + \cot^2\left(\frac{3n\pi}{4}\right)}}$, ¿en qué meses se tendrá la máxima venta?

- A) Julio y agosto
B) Enero
C) Abril, setiembre y diciembre
D) Octubre y noviembre
E) Febrero, junio y octubre

Solución:

1) Por cuestiones de comodidad hagamos $u = \frac{3n\pi}{4}$

$$E(n) = \sqrt{1 + \frac{3 - \sec^2 u - \csc^2 u}{\tan^4 u + \cot^2 u}} = \sqrt{1 + \frac{3 - (1 + \tan^2 u) - (1 + \cot^2 u)}{\tan^4 u + \cot^2 u}}$$

$$E(n) = \sqrt{1 + \frac{1 - \tan^2 u - \cot^2 u}{\tan^4 u + \cot^2 u}} = \sqrt{\frac{\tan^4 u - \tan^2 u + 1}{\tan^4 u + \cot^2 u}} = \sqrt{\frac{\tan^4 u - \tan^2 u + 1}{\tan^4 u + \frac{1}{\tan^2 u}}}$$

$$E(n) = \sqrt{\frac{\tan^2 u (\tan^4 u - \tan^2 u + 1)}{\tan^6 u + 1}} =$$

$$E(n) = \sqrt{\frac{\tan^2 u}{\tan^2 u + 1}} = \sqrt{\frac{\tan^2 u}{\sec^2 u}} = \sqrt{\sin^2 u} = |\sin u|$$

$$\Rightarrow E(n) = \left| \sin\left(\frac{3n\pi}{4}\right) \right|, n \in \mathbb{Z}^+$$

2) $E(n) = 1 \Leftrightarrow \left| \sin\left(\frac{3n\pi}{4}\right) \right| = 1, n \in \mathbb{Z}^+$

Entonces $\frac{3n\pi}{4} = 3\frac{\pi}{2} \Rightarrow n = 2$

$\frac{3n\pi}{4} = \frac{9\pi}{2} \Rightarrow n = 6$

$\frac{3n\pi}{4} = \frac{15\pi}{2} \Rightarrow n = 10$

$\therefore$ Máximas ventas en febrero, junio y octubre.

$$1 \leq n \leq 12$$

$$\frac{3\pi}{4} \leq \frac{3n\pi}{4} \leq 12\left(\frac{3\pi}{4}\right)$$

$$\frac{3\pi}{4} \leq \frac{3n\pi}{4} \leq 9\pi$$

Rpta.: E

4. Hallar el valor mínimo de la expresión $(3 + \sin^2 x)^2 + (3 + \cos^2 x)^2$.

A) 25,5

B) 25,4

C) 24,6

D) 24,4

E) 24,5

Solución:

$$(3 + \sin^2 x)^2 + (3 + \cos^2 x)^2 = 18 + 6(\sin^2 x + \cos^2 x) + \sin^4 x + \cos^4 x$$

$$= 25 - 2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x \geq 25 - \frac{1}{2} = \frac{49}{2}$$

$\therefore$ El valor mínimo es 24,5.

Rpta.: E

5. Simplifique la expresión $\frac{(1-\sec^2 x)(1-\csc^2 x)}{(\tan^2 x - \sec^2 x)(\cot^2 x - \cos^2 x)} - \sec^2 x$.

A) $\sec^2 x$

B) $\csc^2 x$

C) $\csc^2 x \cdot \csc^2 x$

D) $\tan^2 x$

E) $\cot^2 x$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{(1-\sec^2 x)(1-\csc^2 x)}{(\tan^2 x - \sec^2 x)(\cot^2 x - \cos^2 x)} - \sec^2 x &= \frac{\sec^2 x(1-\cos^2 x)\csc^2 x(1-\sin^2 x)}{\tan^2 x(1-\cos^2 x)\cot^2 x(1-\sin^2 x)} - \sec^2 x \\ &= \sec^2 x \cdot \csc^2 x - \sec^2 x \\ &= \csc^2 x. \end{aligned}$$

Rpta.: B

6. En la siguiente identidad trigonométrica:

$$\frac{3\sin\theta + 2\cos\theta}{-3\cos^3\theta - 2\sin^3\theta + 5(\sin\theta + \cos\theta)} = \frac{M}{N + \sin\theta\cos\theta}, \text{ halle } M+N.$$

A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

E) 6

Solución:

Se reduce el primer miembro de la identidad. En efecto, se divide el numerador y denominador por $\cos^3\theta$

$$\frac{\frac{3\sin\theta + 2\cos\theta}{\cos^3\theta}}{\frac{-3\cos^3\theta - 2\sin^3\theta + 5(\sin\theta + \cos\theta)}{\cos^3\theta}} = \frac{\frac{1}{\cos^2\theta}(3\tan\theta + 2)}{-3 - 2\tan^3\theta + 5\frac{1}{\cos^2\theta}(\tan\theta + 1)}$$

$$\frac{\sec^2\theta(3\tan\theta + 2)}{-3 - 2\tan^3\theta + 5(\tan\theta + 1)(\tan\theta + 1)} = \frac{(\tan^2\theta + 1)(3\tan\theta + 2)}{3\tan^3\theta + 5\tan^2\theta + 5\tan\theta + 2}$$

$$= \frac{\sec^2\theta(3\tan\theta + 2)}{(3\tan\theta + 2)(\tan^2\theta + \tan\theta + 1)} = \frac{\sec^2\theta}{\sec^2\theta + \tan\theta} = \frac{1}{1 + \frac{\tan\theta}{\sec^2\theta}}$$

$$\frac{1}{1 + \sin\theta\cos\theta} = \frac{M}{N + \sin\theta\cos\theta} \Rightarrow \begin{cases} M = 1 \\ N = 1 \end{cases}$$

Por lo tanto, $M + N = 2$

Rpta.: A

7. El costo de una máquina de torno está determinada por la expresión

$$\frac{(1+\tan^2 x)^3}{\tan x} + \frac{(1+\cot^2 x)^3}{\cot x}$$

en miles de soles, x agudo. Si $\tan^2 x + \cot^2 x = 7$, halle el costo del torno.

- A) S/ 180 000 B) S/ 190 000 C) S/ 170 000 D) S/189 000 E) S/ 240 000

Solución:

$$\tan^2 x + \cot^2 x = 7 \Rightarrow (\tan^2 x + 1) + (\cot^2 x + 1) = 9 \Rightarrow \sec^2 x + \csc^2 x = 9$$

$$\Rightarrow \sec^2 x \cdot \csc^2 x = 9 \Rightarrow \sec x \cdot \csc x = 3 \dots (1)$$

$$\text{Por otro lado: } \frac{(1+\tan^2 x)^3}{\tan x} + \frac{(1+\cot^2 x)^3}{\cot x} = \frac{\sec^6 x}{\tan x} + \frac{\csc^6 x}{\cot x}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{\sec^6 x}{\tan x} + \frac{\csc^6 x}{\cot x} &= \frac{1}{\sin x \cdot \cos^5 x} + \frac{1}{\cos x \cdot \sin^5 x} \\ &= \frac{1}{\sin x \cdot \cos x} \left(\frac{1}{\cos^4 x} + \frac{1}{\sin^4 x} \right) \\ &= \frac{\sin^4 x + \cos^4 x}{\sin^5 x \cdot \cos^5 x} \\ &= \sec^5 x \cdot \csc^5 x (1 - 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x) \\ &= \sec^5 x \cdot \csc^5 x - 2\sec^3 x \cdot \csc^3 x \end{aligned}$$

$$\text{De (1)} \quad = (3)^5 - 2(3)^3 = 3^3(9-2) = 189$$

Luego, el costo del torno es de S/ 189 000.

Rpta.: D

Lenguaje

EJERCICIOS DE CLASE

- Los componentes de la gramática de la lengua española son cuatro: fonológico, morfológico, sintáctico y semántico, los cuales son estudiados, respectivamente, por las disciplinas fonología, morfología, sintaxis y semántica. Según ello, seleccione la alternativa en la que el enunciado corresponde al estudio de la morfología.
 - Relaciona los fonemas y su variación alofónica.
 - Estudia los significados de los signos lingüísticos.
 - Describe y explica la estructura de las oraciones.
 - Aborda la estructura y la formación de las palabras.
 - Se ocupa de la estructura del léxico de la lengua.

Solución:

La morfología es la disciplina lingüística que se encarga de estudiar la estructura interna y los procedimientos de formación de las palabras.

Rpta.: D

2. En la estructura interna, las palabras pueden tener uno o varios morfemas; es decir, pueden ser monomorfemáticas, como *pez*, *papel*, *azul* y *paz*, o polimorfemáticas, como *amigos*, *perritos*, *dulcísimo* y *ojazos*. De acuerdo con lo mencionado, en el enunciado *Mientras esos gatos blancos comieron poco ayer, esos perros negros comen mucho hoy*, la cantidad de palabras monomorfemáticas es

A) siete. B) cuatro. C) cinco. D) tres. E) seis.

Solución:

Las palabras monomorfemáticas son cinco: *mientras*, *poco*, *ayer*, *mucho*, *hoy*.

Rpta.: C

3. Morfológicamente, las palabras son clasificadas en variables e invariables. Las primeras admiten morfemas flexivos; las segundas no. Según esta aseveración, en el enunciado *Había muchos libros en aquella casa, tantos que nadie pudo contarlos, porque todos los días aparecían nuevos ejemplares que se alojaban en los anaqueles sin que supieran quién los traía ni dónde estarían*, el número de palabras invariables es

A) nueve. B) once. C) ocho. D) diez. E) doce.

Solución:

Las palabras invariables no admiten morfemas flexivos de género, número ni amalgama. En el enunciado, las palabras invariables son *en*, *que*, *nadie*, *porque*, *que*, *se*, *en*, *sin*, *que*, *ni*, *dónde*.

Rpta.: B

4. El morfema gramatical flexivo se clasifica en simple y amalgama. El flexivo simple indica género y número en los sustantivos, adjetivos, determinantes y algunos pronombres; por otro lado, el flexivo amalgama señala número, persona, tiempo, modo y aspecto en el verbo. De acuerdo con esta afirmación, seleccione la alternativa en la que se presentan las dos clases de morfemas flexivos.

- I. Luis usará estos dos pinceles.
- II. Enrique podará el árbol frutal.
- III. Anoche vimos esta película.
- IV. Maribel trajo un lápiz labial.

A) II y IV B) I y II C) I y IV D) I y III E) III y IV

Solución:

Las palabras *estos*, *pinceles*, *esta* y *película* contienen morfemas flexivos simples que expresan género y número. En los verbos *usará* y *vimos*, se presenta los morfemas gramaticales flexivos amalgama que indican número, persona, tiempo, modo, aspecto.

Rpta.: D

5. Los morfemas gramaticales se clasifican en flexivos y derivativos. Según esta aseveración, determine, respectivamente, la cantidad de palabras que presentan morfemas derivativos en el enunciado *El guitarrista compró un sacacorchos, un florero y un cenicero metálico en una nueva tienda comercial de Lince*.

A) Ocho B) Siete C) Cinco D) Cuatro E) Seis

Solución:

El enunciado, las palabras que presentan morfemas derivativos son *guitarrista, florero, cenicero, metálico y comercial*.

Rpta.: C

6. Los alomorfos son las variantes de concretización o realización de un morfema. Así, tenemos -s y -es, que expresan número plural. Según esta aseveración, marque la opción que incluye los enunciados en los cuales se presenta alomorfos.

- I. Mis amigos compraron estas casacas.
II. Esa gatita perseguía un pajarillo ayer.
III. David es trujillano; Ernesto, piurano.
IV. Escribiré las palabras indócil e ilegal.

A) I y III B) I y IV C) II y IV D) II y III E) I y II

Solución:

Los alomorfos del morfema de diminutivo son -it- e -ill-; -in e -i, de negación.

Rpta.: C

7. Los morfemas gramaticales son de dos clases: flexivos y derivativos. Los flexivos son simples o amalgama. Según ello, con respecto al enunciado *Mis primos coleccionan gorros azules y monederos negros*, seleccione la alternativa que incluye los enunciados correctos.

- I. Todos los morfemas gramaticales son flexivos.
II. Hay solo un morfema gramatical derivativo.
III. Todos los morfemas flexivos son simples.
IV. Hay un morfema gramatical flexivo amalgama.

A) II y III B) I y II C) I y III D) I y IV E) II y IV

Solución:

El morfema gramatical derivativo es -er- en la palabra *monedero*. Hay un morfema gramatical flexivo amalgama en el verbo *coleccionan*.

Rpta.: E

8. Las palabras polimorfemáticas o complejas son aquellas que contienen más de un morfema en su estructura, como ocurre en la palabra *semi-circul-ar-es*. De acuerdo con esta afirmación, marque la opción donde se presenta adecuada segmentación morfológica.
- A) Viaj-aré con mis herman-o-s pront-o. B) Es-as gat-as maúll-an demasiado.
C) Esto-s pantalon-es son muy ancho-s. D) Much-o-s jóven-es est-arán aquí.
E) Su tío pod-ará aquello-s árbol-es.

Solución:

El enunciado *Much-o-s joven-es est-arán aquí* presenta adecuada segmentación de los morfemas. Las segmentaciones morfológicas de las otras opciones deben ser las siguientes:

- A) Viaj-aré con mi-s herman-o-s pronto.
B) Es-a-s gat-a-s maúll-an demasiado.
C) Est-o-s pantalon-es son muy anch-o-s.
E) Su tí-o pod-ará aquell-o-s árbol-es.

Rpta.: D

9. La derivación es un procedimiento morfológico que agrega prefijos, infijos o sufijos; puede cambiar la categoría de la base e incrementar el léxico de la lengua. Según ello, seleccione la alternativa en la que hay solo palabras derivadas.
- A) Verdinegro, peligroso, galletas B) Agridulce, venenoso, imborrable
C) Jubiloso, nacional, dulcísimo D) Infeliz, portalibros, velocísimo
E) Ilógico, manotazo, rompeolas

Solución:

En esta alternativa, las palabras derivan, respectivamente, de *júbilo*, *nación* y *dulce*, ya que a estas se les ha agregado morfemas derivativos.

Rpta.: C

10. La parasíntesis es el proceso de formación de palabras en el que se combinan la composición y la derivación (*ropa-vej-er-o*), o se aplican la prefijación y la sufijación de manera simultánea sobre el lexema (*en-caden-ar*). De acuerdo con esta afirmación, seleccione la alternativa en la que hay palabras formadas mediante este proceso.
- A) El hermano menor de Guillermo es quinceañero.
B) El tío de Leonardo jugaba como centrocampista.
C) Van a ensacar las papas para venderlas mañana.
D) Los campesinos van a encajonar las manzanas.
E) Realizaré el entornillado y el encadenamiento.

Solución:

Las palabras *entornillado* y *encadenamiento* se clasifican como parasintéticas. Ambas se han formado por prefijación y sufijación simultáneas.

Rpta.: E

11. Las palabras son formadas mediante los procesos de derivación, composición, parasíntesis, acronimia y acortamiento, entre otros. Según esta aseveración, marque la alternativa en la que se relaciona la columna de las palabras con los respectivos procesos de formación; luego marque la alternativa correcta.

I. Dulzura, sabrosísimo	a. Composición
II. Camposanto, matamoscas	b. Acronimia
III. Mercosur, informática	c. Parasíntesis
IV. Empedrar, sudafricano	d. Derivación

A) Ic, IId, IIIa, IVb

B) Ib, IIa, IIIc, IVd

C) Ib, IIc, IIId, IVa

D) Id, IIa, IIId, IVc

E) Id, IIb, IIIc, IVa

Solución:

La correlación correcta de las dos columnas es la siguiente:

I. Dulzura, sabrosísimo	d. Derivación
II. Camposanto, matamoscas	a. Composición
III. Mercosur, informática	b. Acronimia
IV. Empedrar, sudafricano	c. Parasíntesis

Rpta.: D

12. Las palabras de la lengua española se forman mediante los procesos de composición, derivación, parasíntesis, etc. Considerando lo mencionado, elija la opción que presenta palabras formadas por composición y derivación respectivamente.

- A) Esos hombres se han encadenado en la reja.
B) Aquel sietemesino tiene un reloj hermosísimo.
C) Trae el portavasos para colocarlo en el comedor.
D) Gabriel compró un sacagrapas en esa tienda.
E) Mi hermano mayor usará un sobretodo negro.

Solución:

La palabra *portavasos* se formó por composición y *comedor* es derivada del verbo *comer*, al cual se han agregado los sufijos derivativos *-ed* y *-or*.

Rpta.: C

Literatura

EJERCICIOS DE CLASE

1. ¿Cuál de las siguientes alternativas contiene una afirmación que se relaciona con el estilo barroco presente en la novela *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*, de Miguel de Cervantes Saavedra?

- A) Dulcinea del Toboso solo existe en la imaginación del hidalgo don Quijote.
B) Fue escrita con la intención inicial de combatir la afición por los libros de caballerías.
C) La novela recurre a refranes y sentencias para recrear el habla de Sancho.
D) Quijote y Sancho, de rasgos opuestos, enfrentan sus puntos de vista todo el tiempo.
E) Se mencionan personajes de los diferentes estratos sociales de España.

Solución:

El estilo barroco en la obra se aprecia a través de la contradicción de los personajes principales, cuyas características opuestas llevan a enfrentar sus puntos de vista constantemente.

Rpta.: D

2. Con respecto al valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados sobre la primera salida del héroe de la novela *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*, de Miguel de Cervantes Saavedra, marque la alternativa que contiene la secuencia correcta.

- I. Don Quijote queda armado caballero en una venta.
- II. El Hidalgo socorre a un pastor que estaba siendo azotado.
- III. Don Quijote se enfrenta a los molinos de viento.
- IV. Ambos, el héroe y su fiel escudero arriban a El Toboso.

- A) FVVF B) VVFF C) VFFV D) VFVV E) FVVF

Solución:

I. En la primera salida, don Quijote queda armado caballero en una venta. (V) II. El Hidalgo socorre a un joven pastor que, colgado de un horcón, estaba siendo azotado. (V) III. Don Quijote se enfrenta a los molinos de viento en su segunda salida. (F) IV. La llegada de ambos personajes a El Toboso se produce en la tercera salida narrada en la segunda parte de la novela. (F)

Rpta.: B

3. Andan entre nosotros siempre una caterva de encantadores que todas nuestras cosas mudan y truecan y las vuelven según su gusto, y según tienen la gana de favorecernos o destruirnos; y así eso que a ti te parece bacía de barbero, me parece a mí el yelmo de Mambrino, y a otro le parecerá otra cosa.

En el fragmento citado de la novela *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*, de Miguel de Cervantes Saavedra, el narrador plantea el contraste entre

- A) la enajenación y la imaginación.
- B) el pragmatismo y el idealismo.
- C) el espiritualismo y el materialismo.
- D) la esperanza y el escepticismo.
- E) la ficción y la realidad.

Solución:

El Hidalgo hace una interpretación de su propia visión. Nos explica sobre una aparente ficción dentro de la realidad.

Rpta.: E

4. Al final de la obra *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*, don Quijote, el soñador, se ha contagiado del _____ de Sancho, recuperando la razón. Sancho, a su vez, se vuelve _____.

- A) idealismo – pragmático
- B) materialismo – romántico
- C) realismo – crédulo
- D) egocentrismo – valiente
- E) escepticismo – práctico

Solución:

Al final de la obra se ha producido una especie de ósmosis: don Quijote, el soñador, se ha contagiado del realismo de Sancho, este a su vez, se impregna de la filosofía de su amo, volviéndose crédulo.

Rpta.: C

5. *Mientras la ciencia a descubrir no alcance
las fuentes de la vida,
y en el mar o en el cielo haya un abismo
que al cálculo resista;
mientras la humanidad siempre avanzando
no sepa a do camina:
mientras haya un misterio para el hombre,
¡habrá poesía!*

¿Cuál es la característica del Romanticismo presente en los versos citados de la rima IV, de Gustavo Adolfo Bécquer?

- A) Predominio de la subjetividad
C) Idealismo y libertad creadora
E) Interés por el pasado legendario
B) Exaltación del yo íntimo del autor
D) Reivindicación de la imaginación

Solución:

En los versos citados, el poeta resalta la dimensión que se ubica más allá de la razón: el misterio es el espacio anhelado porque representa la fuente de la poesía.

Rpta.: A

6. *Pero mudo y absorto y de rodillas
como se adora a Dios ante su altar,
como yo te he querido...; desengáñate,
¡así... no te querrán!*

¿Cuál es el tema desarrollado en la rima LIII, de Gustavo Adolfo Bécquer?

- A) La visión repentina del sentimiento afectivo
B) El desencanto, frustración y despecho amoroso
C) La manifestación del amor platónico y espiritual
D) La existencia efímera del sujeto amoroso
E) El presentimiento de un destino funesto

Solución:

En los versos citados, primero, se describe una frustración que el mismo amante no justifica ya que veneró a su amada. Luego finaliza sus sentidas palabras con una advertencia: «¡así... no te querrán!»

Rpta.: B

7. *Cruza callada, y son sus movimientos
silenciosa armonía;
suenan sus pasos, y al sonar, recuerdan
del himno alado la cadencia rítmica.*

Con respecto a los versos citados de la rima XXXIV, de Gustavo Adolfo Bécquer, marque la alternativa que contiene la afirmación correcta.

- A) Refiere la intangibilidad de la mujer idealizada.
- B) Exalta la libertad y capacidad creadora del poeta.
- C) Manifiesta el carácter recóndito de la mujer fatal.
- D) Alude a la dificultad de lograr la dicha amorosa.
- E) Presenta a la mujer como símbolo de la poesía.

Solución:

Los versos describen a un sujeto femenino cuya presencia expresa la armonía, la cadencia rítmica y se presenta como un himno alado. Estos rasgos expresan la esencia de la poesía en la figura de la mujer.

Rpta.: E

8. *Ya la presea estaba en su poder; sus dedos crispados la oprimían con una fuerza sobrenatural; sólo restaba huir, huir con ella; pero para esto era preciso abrir los ojos, y Pedro tenía miedo de ver, de ver la imagen, de ver los reyes de las sepulturas, los demonios de las cornisas, los endriagos de los capiteles, las fajas de sombras y los rayos de luz que, semejantes a blancos y gigantes cos fantasmas, se movían lentamente en el fondo de las naves, pobladas de rumores temerosos y extraños.*

Con respecto al texto citado del relato «La ajorca de oro», de Gustavo Adolfo Bécquer, marque la alternativa que contiene un ejemplo de transgresión normativa, característica del Romanticismo presente en *Leyendas*.

- A) La nociva relación de pareja
- B) La incertidumbre de Pedro
- C) El deseo imposible de María
- D) La sustracción de la argolla de oro
- E) La lujosa catedral de Toledo

Solución:

En el fragmento citado, Pedro transgrede las normas por amor a María. Roba la ajorca, y recibe un castigo por ello.

Rpta.: D

Psicología

EJERCICIOS DE CLASE

Marque la respuesta correcta en los siguientes enunciados.

1. Al lavar los platos en una tarde de invierno, Flavia siente, inicialmente, la frialdad del agua con gran intensidad, pero luego de unos minutos, dicha sensación deja de ser tan intensa. El enunciado anterior ejemplifica el concepto denominado

A) figura-fondo. B) pregnancy. C) transducción.
D) umbral absoluto. E) adaptación sensorial.

Solución:

La adaptación sensorial permite la modificación temporal de la sensibilidad de los receptores sensoriales como resultado de una continua y repetida exposición a un estímulo.

Rpta.: E

2. «Dicha modalidad sensorial es responsable de que una escena que miremos se estabilice mientras vamos en coche o corriendo. Sus receptores están situados en la zona del oído interno y son los encargados de permitir que una imagen sobre la retina sea estable, debido a su actividad sobre el ojo. Esta estabilidad es fundamental» En relación al texto anterior infiera el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados:

- I. Los receptores situados en el oído interno permiten la audición.
II. Se perdería la visión si se dañan los receptores del oído interno.
III. El texto describe la importancia de la modalidad sensorial laberíntica.

A) FFF B) VVV C) VVF D) VFV E) FFV

Solución:

Los receptores de la modalidad sensorial vestibular o laberíntica están situados en la zona del oído interno y son los responsables de mantener la estabilidad de la imagen en la retina mientras vamos en coche o corriendo.

Rpta.: E

3. El conocido refrán: «Dime con quién andas y te diré quién eres» ilustra el principio organizativo de la percepción conocido como

A) proximidad. B) cierre. C) *insight*.
D) semejanza. E) pregnancy.

Solución:

El principio de proximidad se refiere a la tendencia perceptiva de agrupar aquellos elementos que se encuentran cercanos.

Rpta.: A

4. Dos procesos importantes para incorporar información del entorno son la sensación y la percepción. Identifique los enunciados compatibles con las investigaciones científicas respecto a dichos procesos.

- I. La sensación procesa la información de manera ascendente.
- II. Es posible percibir si previamente no hay sensación.
- III. Las sensaciones interpretan los estímulos que captamos del entorno.

A) I y II B) Solo III C) Solo I D) I, II y III E) Solo II

Solución:

Las sensaciones registran ascendentemente la información que proviene del entorno, sin atribuirle significado. Al interpretarse dicha información., ya interviene el proceso de percepción.

Rpta.: C

5. Estudios realizados a nivel sensorial indican que para lograr detectar el tic tac de un reloj, el oído humano requiere que dicho estímulo esté a seis metros de distancia. En tal situación, se está ejemplificando el concepto denominado _____. Tal estímulo es procesado en el _____.

- A) adaptación sensorial – lóbulo temporal
- B) umbral absoluto – lóbulo parietal
- C) transducción – lóbulo parietal
- D) umbral absoluto – lóbulo temporal
- E) transducción – lóbulo frontal

Solución:

Los estímulos físicos para ser detectados por los receptores sensoriales requieren de un mínimo de intensidad lo cual se denomina umbral absoluto. En este caso la modalidad es auditiva, por ende, se procesa en el lóbulo temporal.

Rpta.: D

6. Los estímulos son captados mediante diferentes modalidades sensoriales. A continuación, relacione los siguientes tipos de sensaciones con los ejemplos que los ilustran.

- | | |
|-----------------|--|
| I. Cenestésica | a. Sentir cansancio luego de hacer ejercicios físicos. |
| II. Cinestésica | b. Experimentar contracción muscular al trotar. |
| III. Háptica | c. Sentir mucho frío durante la estación de invierno. |

A) Ia, IIc, IIIb B) Ib, IIa, IIIc C) Ic, IIb, IIIa D) Ia, IIb, IIIc E) Ic, IIa, IIIb

Solución:

- I.a La sensibilidad orgánica o cenestesia nos informa a cerca del estado de los órganos internos, como el cansancio.
- II.b La sensibilidad cinestésica nos informa a cerca del movimiento de un segmento corporal.

III.c La sensibilidad háptica o cutánea, nos informa del dolor, presión y temperatura a la que se expone nuestra piel.

Rpta.: D

7. Rodolfo es un escrupuloso estudiante universitario, que está tan interesado en la conferencia académica que ha asistido, que puede entender la exposición a pesar del ruido que produce el ventilador que tiene al lado. Esto es posible gracias al principio perceptual denominado

A) ley del cierre.
D) figura-fondo.

B) atención dividida.
E) buena forma.

C) pregnancia.

Solución:

La Ley perceptual llamada Figura-fondo nos explica que los estímulos captados se organizan en dos: **figura**, que sobresale del contexto y **fondo**, que es el resto de estímulos de la misma modalidad sensorial.

Rpta.: D

8. El pequeño Cornelio todavía no cumple dos años; sin embargo, al ver una botella de gaseosa grita: «Coca Cola». Identifica el valor de verdad de los siguientes enunciados:

- I. El caso se explica por el principio perceptual llamado cierre.
II. Se trata de un fenómeno denominado reconocimiento de formas.
III. Sin duda, el pequeño Cornelio adelantó su conceptualización.
IV. El niño tiene un umbral sensorial con límites más sensibles que otros.

A) VFFF

B) FVFF

C) FFVF

D) FFFV

E) FFVV

Solución:

El reconocimiento de formas ocurre al detectar la equivalencia del estímulo con una representación existente en la memoria.

Rpta.: B

9. Luego de picar cebolla en su práctica de gastronomía, Martha se dirige a los servicios higiénicos. Al bajar las escaleras se encuentra con su amiga que estudia turismo, quien al verla con los ojos llorosos le dice: «¿Qué te ha puesto triste? ¿Has salido mal en tu evaluación?» Señale el principio perceptual que mejor explicaría por qué la amiga de Martha percibió que ella estaba triste.

A) Ley del cierre
D) Figura-fondo

B) Atención dividida
E) Pregnancia

C) Proximidad

Solución:

La ley de pregnancia explica que tendemos a darle coherencia y simplicidad a lo percibido; el cerebro prefiere las formas integradas, completas y estables. En este caso lo más simple de acuerdo al contexto, era percibir que lloraba de tristeza.

Rpta.: E

10. Cuando Casimiro abrió la puerta de su dormitorio, vislumbró a una persona sentada en su escritorio, su corazón se aceleró, se sintió helado y se paralizó. Después de unos segundos llegó su hermano, encendió la luz y al mirar la silla del escritorio vio que había ropa colgada sobre ella. Identifique el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones, respecto al caso narrado.

- I. La llegada del hermano ahuyentó al ente que había aparecido en su dormitorio.
- II. Casimiro ha sido víctima de una pseudopercepción porque vio lo que no había.
- III. Se produjo una percepción equivocada a causa de los estímulos ambiguos.

A) VFF B) FVF C) FFV D) FVV E) VFV

Solución:

La percepción equivocada de algo que está sucediendo se conoce como **ilusión** y es provocada por un estímulo ambiguo o creada por nuestro cerebro.

Rpta.: C

Educación Cívica

EJERCICIOS DE CLASE

1. El conflicto es una situación de pugna entre dos o más protagonistas, en donde existe incompatibilidad, motivada por una confrontación de intereses. Establezca la relación correcta entre los mecanismos democráticos para la solución de conflictos con su respectiva característica.

- I. Mediación a. Alternativa que brinda una solución definitiva, tiene los mismos efectos que una sentencia judicial firme.
- II. Negociación b. Las partes solicitan a un tercero que cumpla una función facilitadora del diálogo entre las partes.
- III. Arbitraje c. Es el mecanismo que busca entre las personas implicadas, sin la intervención de terceros ajenos al problema.

A) Ia, IIb, IIIc B) Ib, IIc, IIIa C) Ib, IIa, IIIc D) Ic, IIa, IIIb E) Ic, IIb, IIIa

Solución:

- Ib.** La mediación es un procedimiento en que las partes recurren a una tercera persona neutral que hace de mediador, quien cumple un rol orientador, guiando y brindando a las partes consejos y sugerencias, pero no proponiéndoles fórmulas de solución. El mediador cumple principalmente, una función facilitadora del diálogo entre las partes.
- IIc.** La negociación es el proceso de solución de conflictos entre las personas implicadas, sin la intervención de terceros ajenos al problema. El éxito de toda negociación es lograr que ambas partes del conflicto salgan beneficiadas.

IIIa. El arbitraje es un mecanismo de solución de conflictos, mediante el cual dos partes enfrentadas por una controversia de orden contractual deciden recurrir a un tercero llamado árbitro, quien dará la solución definitiva del conflicto. El laudo tiene los mismos efectos que una sentencia judicial firme.

Rpta.: B

2. La conciliación es un mecanismo alternativo de resolución de conflictos por el cual las partes en conflicto pueden llegar a una solución pacífica y está a cargo del conciliador elegido por las partes, quien debe proponer alternativas de solución, en relación a las ventajas que brinda, identifique los enunciados correctos.

- I. La resolución propuesta por el conciliador es inapelable.
- II. El resultado tiene alcance a nivel nacional e internacional.
- III. El proceso es confidencial y reservado para las partes.
- IV. El mecanismo permite a las partes reducir costos y tiempos.

A) I y II B) I y III C) II y III D) II y IV E) III y IV

Solución:

- I. **Incorrecto.** La conciliación es un acuerdo pacífico entre las partes enfrentadas, es un acuerdo consensuado ante el conciliador que no tiene carácter jurídico para ser apelable.
- II. **Incorrecto.** El acuerdo establecido en la conciliación tiene reconocimiento por el estado y es válido solo al interior del país.
- III. **Correcto.** Otra ventaja de la conciliación es que es un mecanismo confidencial y reservado para las partes.
- IV. **Correcto.** Entre las ventajas que ofrece la conciliación está la de ahorrar tiempos y costos en favor de las partes.

Rpta.: E

3. Respecto a los tipos de violencia en el país, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. Los tocamientos indebidos a una menor de edad por parte de un familiar es considerado violencia sexual.
- II. Un esposo se rehúsa a dar dinero para las necesidades de sus menores hijos, esto constituye un acto de violencia económica a la esposa.
- III. El insultar a su pareja en la calle por celos es considerado violencia psicológica.
- IV. El agredir con golpes a un estudiante por parte de sus compañeros por usar cabello largo es una muestra de violencia de género.

A) VVVV B) VVVF C) VFVV D) FFVV E) FFFV

Solución:

- I. **Verdadero.** La violencia sexual es la acción que se comete contra una persona sin su consentimiento o bajo coacción. Además de los delitos de violación sexual, actos contra el pudor y tocamientos indebidos, incluye actos que no implican penetración o contacto físico.
- II. **Verdadero.** La limitación de la entrega de recursos económicos para satisfacer necesidades básicas (alimentación, vestido, salud y otros), así como la evasión en el cumplimiento de las obligaciones alimentarias, constituyen formas de violencia económica.
- III. **Verdadero.** Las acciones que buscan controlar o aislar a la persona contra su voluntad, a humillarla, avergonzarla, insultarla, estigmatizar o estereotipar (calumnias, gritos, insultos, desprecios, burlas y toda acción para dañar su autoestima), sin importar el tiempo que se requiera para su recuperación.
- IV. **Falso.** El uso de la fuerza y la agresión con golpes a una persona implica un tipo de violencia física.

Rpta.: B

4. Respecto al informe de la Comisión de la Verdad y Reconciliación, entre los años posteriores a 1980 y hasta el 2000, en el Perú se vivió una época de violencia política debido a las acciones subversivas de movimientos terroristas. Respecto al informe de la CVR, determine los enunciados correctos sobre los efectos de este periodo de violencia.

- I. El mayor número de víctimas tenían el quechua como idioma materno.
- II. Los más afectados fueron campesinos de la zona andina.
- III. Los actos subversivos se iniciaron en la zona urbana y se trasladaron a la rural.
- IV. Una de las secuelas, fue la huida de la población de áreas urbanas a rurales.

A) I y II B) I y III C) II y IV D) II y III E) III y IV

Solución:

- I. **Correcto.** En el contexto de la violencia política en el Perú entre los años 1980 y 2000 la CVR señala que este conflicto armado produjo casi 70 mil víctimas mortales, el 75 % de ellas tenía al quechua como idioma materno.
- II. **Correcto.** En el contexto de la violencia política en el Perú entre los años 1980 y 2000, la CVR señala que este conflicto armado produjo casi 70 mil víctimas mortales, en el cual más de la mitad eran campesinos, dedicados a labores agrícolas.
- III. **Incorrecto.** Según la CVR el conflicto se inició en zonas rurales de Ayacucho y se extendió a los centros urbanos, posteriormente a los territorios de las comunidades de la Selva.
- IV. **Incorrecto.** Entre las secuelas que dejó esta época de violencia política en el país, están las enormes pérdidas económicas, así como la migración de la población del campo (zonas rurales) a las ciudades.

Rpta.: A

Historia

EJERCICIOS DE CLASE

1. Los pueblos denominados «bárbaros», asentados al otro lado de las fronteras del Imperio romano, tuvieron una expresión cultural, organización política y estructura social diferentes a los romanos. No obstante, el crecimiento demográfico en Germania, el cambio climático y la presión de los hunos provocaron las progresivas invasiones al imperio, aprovechando la crisis general desde el siglo III. Una de las consecuencias de este proceso fue
- A) la decadencia del cristianismo como culto principal.
 - B) la proliferación de ciudades en Europa occidental.
 - C) la desaparición de las lenguas romances.
 - D) el surgimiento de los reinos germánicos.
 - E) el fortalecimiento del imperio producto del sincretismo.

Solución:

Las invasiones de los pueblos bárbaros a Roma propiciaron la caída del imperio, la cual trajo distintas consecuencias para el continente europeo. Una de ellas fue el surgimiento de los reinos germánicos entre los siglos V y VIII, como el visigodo, el ostrogodo, el vándalo, el franco, entre otros. Dado que estos reinos se fundaron sobre diferentes territorios del antiguo Imperio romano, se dio un proceso de sincretismo entre los nuevos pueblos germanos y la cultura romana vigente.

Rpta.: D

2. El Imperio carolingio fue un intento de reconstruir el viejo Imperio romano de Occidente, unificando sus antiguos territorios. Carlomagno, hijo de Pipino el Breve, fue coronado emperador el año 800 e inició un gobierno centralizado, burocratizado y semidivino, con una suprema autoridad en diversos ámbitos. Señale las alternativas correctas en relación al aspecto político del imperio.
- I. Aquisgrán fue la sede del poder político desde 795.
 - II. Se impulsó la escuela palatina y las escuelas monacales y parroquiales.
 - III. Estuvo divididos en ducados, condados y marcas.
 - IV. El *missi dominici* fue encargado solamente de los aspectos civiles.

A) I y II B) I y III C) II y IV D) I, II y III E) III y IV

Solución:

La organización política fue uno de los aspectos más destacados del Imperio carolingio, resaltando su burocracia centralizada y funcionarios especializados. Aquisgrán fue la sede del poder político, desde la cual el emperador gobernaba junto a su canciller y chambelán. Estuvo dividido en ducados (mayor jerarquía), condados (provincias) y marcas (fronteras). Entre sus funcionarios destacados estuvieron los *missi dominici*, encargados de supervisar tanto aspectos civiles como religiosos. Si bien el imperio

impulsó la educación con escuelas como las palatinas, las monacales y las parroquiales, tal impulso corresponde al aspecto cultural.

Rpta.: B

3. El Imperio bizantino fue la continuación de la parte oriental del Imperio romano, originado en la división dispuesta por el emperador Teodosio y concretada luego de su muerte (395 d.C.). Si bien destacó el emperador Justiniano por alcanzar la máxima expansión territorial, el imperio pudo sostenerse a lo largo de casi mil años gracias a su poderío económico. En relación con la economía bizantina, señale el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados:

- I. El *basileus* controlaba tanto el Estado como la Iglesia dentro del imperio.
- II. Tuvo una posición estratégica para el comercio entre Asia y Europa.
- III. Desde el Cisma de Oriente la iglesia bizantina decidió llamarse «ortodoxa».
- IV. La agricultura se organizó en latifundios en manos de la nobleza y del clero.

A) VFVF B) VVFF C) FFVV D) FVFF E) FVVV

Solución:

La economía bizantina destacó por la ubicación estratégica de su capital, Constantinopla, ciudad que era un paso obligado de las rutas comerciales entre Asia y Europa, por lo que fue sede de un gran comercio internacional. Por el lado de la economía interna, la agricultura tuvo un gran rendimiento gracias a cultivos como los cereales, frutos, hortalizas y otros, siendo esta producción controlada por la nobleza y el clero.

Rpta.: D

4. El feudalismo fue un tipo de organización política, económica y social que se desarrolló en Europa occidental producto de la caída del Imperio carolingio, el debilitamiento del poder monárquico y el fortalecimiento de la nobleza. Se caracterizó por ser una sociedad rígida, sin movilidad social y basada en relaciones de dependencia personal. Señale las afirmaciones correctas sobre el feudalismo.

- I. Se fortaleció el poder central de los monarcas.
- II. La economía fue de autoconsumo agropecuario.
- III. Predominó el espacio rural en lugar del urbano.
- IV. Se redujo el poder político de la Iglesia católica.

A) II, III y IV B) I, II y III C) II y III D) III y IV E) I, II y IV

Solución:

Durante el feudalismo el poder central se debilitó al punto que hubo una fragmentación política y territorial en casi toda Europa occidental. Sumado a ello, su economía fue de autoconsumo, de predominio agropecuario, dada la imposibilidad de comerciar en un contexto tan fragmentado. Por ello, el espacio rural fue predominante, siendo los focos urbanos pequeñas expresiones sociales. Finalmente, la Iglesia católica tuvo un rol fundamental para cimentar el poder feudal y la jerarquía social.

Rpta.: C

5. Si bien las cruzadas y el florecimiento urbano comercial en Occidente erosionaron las bases del sistema feudal, fue la crisis del siglo XIV, durante la Baja Edad Media, la que terminó socavando al feudalismo y dio paso a nuevas formas de organización política, económica, social y religiosa. Una de sus causas fundamentales fue
- A) la crisis climática conocida como la «Pequeña Edad Glaciación».
 - B) la intención de la Iglesia de recuperar Tierra Santa en Asia Menor.
 - C) el nuevo comercio interno en Europa occidental gracias a los burgos.
 - D) la irrupción de los gremios para establecer condiciones laborales.
 - E) la crisis de las creencias religiosas cristianas a lo largo del continente.

Solución:

Una de las razones fundamentales de la crisis del siglo XIV fue la «Pequeña Edad Glaciación», dado que generó malas cosechas, con una consecuente reducción de la producción agrícola y elevación de los precios. Las hambrunas derivadas de este proceso generaron revueltas rurales y urbanas. Este proceso, sumado a la propagación de la Peste Negra, generó en el largo plazo el fin del sistema feudal y del Medievo.

Rpta.: A

Geografía

EJERCICIOS DE CLASE

1. Las distintas manifestaciones atmosféricas en la troposfera determinan lo que se conoce como el tiempo meteorológico y el clima, condiciones que son alteradas por la influencia de distintos factores. Respecto a estas condiciones identifique los enunciados correctos.
- I. La latitud determina la estabilidad en la temperatura y la humedad atmosférica.
 - II. El tiempo atmosférico es variable y medible en breves periodos.
 - III. La dirección y velocidad de los vientos está condicionada por la presión del aire.
 - IV. La presión atmosférica es el peso que ejerce el aire sobre la superficie.
- A) I y III B) I y II C) I, III y IV D) II y III E) II, III y IV

Solución:

- I. **Incorrecto.** La temperatura y la humedad varían con el factor altitud. Conforme se va incrementando la altitud en un territorio disminuyen tanto la temperatura como la humedad.
- II. **Correcto.** El tiempo atmosférico es el estado variable en la parte baja de la atmósfera, que es fácilmente observable y puede registrarse o medirse en breves periodos.
- III. **Correcto.** El viento es entendido como flujos o masas de aire que se desplazan de zonas de alta presión a zonas de baja presión en la superficie terrestre.
- IV. **Correcto.** La presión atmosférica es entendida como el peso que ejerce el aire sobre un determinado lugar en la superficie.

Rpta.: E

2. El Perú es considerado como una de las síntesis climáticas mundiales, por contar con una gran diversidad climática como consecuencia de la convergencia de diferentes factores. En relación a lo mencionado, determine el valor de verdad (V o F) de los enunciados.
- La corriente peruana influye en la inversión térmica y la producción de nubes estratos en el sector centro y sur de la Costa.
 - El anticiclón del Pacífico Sur traslada masas de aire frío que influyen en la condición climática de la Costa norte y Selva baja.
 - El ciclón ecuatorial genera el desplazamiento de aguas cálidas y precipitaciones en la Costa sur.
 - La cordillera de los Andes constituye el factor más importante y limita el paso de vientos alisios del sureste.
- A) FFVV B) VVFF C) FVVF D) FVFF E) VFFV

Solución:

- Verdadero.** La corriente peruana influye en la formación de nubes estratos que se extienden en la Costa central y también austral durante los meses de invierno.
- Falso.** El ciclón ecuatorial, conformado por masas de aire tibio y húmedo provenientes de zonas de baja presión, responsable de las mayores lluvias y el clima cálido de la Selva baja y Costa norte del Perú.
- Falso.** La contracorriente ecuatorial traslada aguas cálidas de norte a sur y genera lluvias durante el verano que afectan a la Costa norte.
- Verdadero.** La cordillera de los Andes es una barrera natural que limita el paso de vientos alisios provenientes del sureste e influye en la diversidad climática.

Rpta.: E

3. Para la variedad climática del Perú, los factores de clasificación según Koppen, sería la temperatura y las precipitaciones por los cual se establece ocho tipos de climas, establezca la relación correcta entre el tipo de clima y sus respectivas características.
- | | |
|--------------------------|---|
| I. Frígido | a. Existe un periodo seco y uno lluvioso muy marcado en el sector suroriental del país. |
| II. Templado | b. Registra precipitaciones líquidas y sólidas en zonas de puna y alta montaña. |
| III. Semicálido muy seco | c. Presenta lluvias regulares en los meses de verano y muy típico de los valles interandinos. |
| VI. Cálido húmedo | d. Presenta nubes estratos y garúas invernales en la Costa central y sur. |
- A) Ic, IIb, IIIa, IVd B) Ib, IId, IIIa, IVc C) Ib, IIc, IIId, IVa
D) Ia, IIc, IIId, IVb E) Ic, IIa, IIId, IVb

Solución:

- Ib.** El clima frígido se caracteriza por presentar fuerte insolación, propio de alta montaña con temperaturas inferiores a 0°C en el año y precipitaciones sólidas en forma de nieve.
- Iic.** El clima templado subhúmedo es propio de estepas y valles interandinos con presencia de precipitaciones durante la estación de verano.
- IIId.** El clima semicálido muy seco presenta abundantes nubes estratos, escasas precipitaciones inferiores a 150 mm, influye en la Costa central y sur con garúas invernales.
- IVa.** El clima cálido húmedo, registra temperaturas mayores a los 24°C tanto en el sector nororiental del país como en sector de la sabana tropical presenta abundantes precipitaciones de enero a marzo y una estación seca de junio a septiembre.

Rpta.: C

4. En el Perú se da la ocurrencia de distintos fenómenos meteorológicos que generan un gran impacto socioeconómico, esto motivado por La accidentada geografía de nuestro territorio y a la influencia de la diversidad de factores climáticos generan. De acuerdo a lo mencionado, determine el valor de verdad (V o F) de los enunciados.

- I. Las heladas se manifiestan a partir de los 3500 m.s.n.m. y consiste en el descenso brusco de la temperatura, intensificado en los meses de junio a agosto.
- II. Las sequías, generan el desprendimiento de material glaciar que afectan la agricultura, se originan por la ausencia de lluvias del fenómeno de El Niño.
- III. Los huaicos se originan en las mesetas altoandinas por desprendimientos de material glaciar generado por la ausencia de precipitaciones.
- IV. El friaje afecta el sector sur de la Selva y la Sierra con masas de aire frío provenientes del Atlántico Sur y genera un descenso de temperaturas.

A) FFVV B) VVFF C) FVFF D) FVFF E) FVVF

Solución:

- I. **Verdadero.** Las heladas generalmente se inician en abril, pero se intensifican entre los meses de junio - agosto por encima de los 3 500 m s. n. m. generando un descenso brusco de la temperatura en las noches
- II. **Falso.** Las sequías que afectan el desarrollo agrícola se originan por temperaturas altas, humedad baja en el ambiente y vientos fuertes, así como la ausencia de lluvias.
- III. **Falso.** El huaico, es el deslizamiento de detritos inconsolidados, masas de roca producto de lluvias cortas y torrenciales, que se desplaza por una quebrada en una cuenca pequeña y con pendiente pronunciada, intensificados en el mes de marzo.
- IV. **Verdadero.** El friaje es originado por masas de aire frías provenientes de la zona de convergencia del Atlántico sur, penetran al continente por la cuenca del río de La Plata para desplazarse hacia el Norte e ingresa a nuestro país por el sector sur de la Selva peruana.

Rpta.: D

Economía

EJERCICIOS DE CLASE

1. En el mercado Limoncillo, del Rímac, el precio del pollo es de S/ 11,00. Hace una semana, costaba S/ 9,50, los comerciantes reconocen que las ventas han caído aproximadamente en 50 %, la elasticidad de la demanda es

A) 3.29 B) 3.57 C) 2.18 D) 2.95 E) 3.16

Solución:

La variación del precio es de 15.8 %, con lo cual la elasticidad es $50/15.8$ igual a 3.16

Rpta.: E

2. Los distritos más económicos para alquilar una vivienda en Lima son San Martín de Porres, Los Olivos y Ate. Estas zonas destacan por ofrecer alquileres más baratos, con precios promedio de S/ 1.292, S/ 1.468 y S/ 1.965, respectivamente. Son opciones atractivas para aquellos que buscan viviendas a precios más asequibles en la capital peruana, esto como consecuencia de la disminución de la

A) demanda. B) cantidad ofertada. C) oferta marginal.
D) oferta. E) cantidad demandada.

Solución:

Si los alquileres han disminuido en algunas zonas de Lima, es debido de han disminuido los precios, esto es disminuyó la cantidad ofertada.

Rpta.: B

3. Juliaca se ha visto gravemente impactada por el aumento en el precio del ajo. En los mercados de la ciudad, el kilo ha escalado hasta los S/ 40, un incremento abrupto desde los S/ 12 que se pagaban antes; los comerciantes están preocupados porque la demanda ha caído en 60 %, con lo cual la elasticidad precio es de

A) 0.76 B) 0.64 C) 0.25 D) 0.28 E) 1.14

Solución:

Al ser la variación del precio del ajo de 233 % y haber caído la demanda en 60%, la elasticidad precio de la demanda es de $60\%/233\%$ igual a 0.25.

Rpta.: C

4. En su último boletín, la Organización Internacional del Cacao considera que se prevé un déficit de producción de 462,000 toneladas para la temporada 2023/2024. Esto se produce en un contexto en el que las existencias totales al final de la campaña —la cantidad de cacao disponible después de contabilizar la producción y el consumo del año— serían solo de 1,3 millones de toneladas. Este escenario resulta en una relación entre existencias y demanda para la molienda industrial —proceso de triturar y pulverizar granos— de cacao de apenas 27,9 %, la más baja en 45 años. La disminución se atribuye a condiciones climáticas adversas, esto debido a la

A) demanda. B) cantidad ofertada. C) inversión.
D) cantidad demandada. E) oferta.

Solución:

La disminución se atribuye a condiciones climáticas adversas, árboles envejecidos, plagas y enfermedades en las principales regiones productoras, como Costa de Marfil y Ghana, por lo tanto, ha disminuido la oferta.

Rpta.: E

5. Durante agosto el grueso de las expectativas empresariales mejoró su performance: de 18 indicadores recogidos por el Banco Central de Reserva del Perú (BCRP), 16 son positivos. Tanto a corto plazo (3 meses) como a largo (12 meses) hubo mejoras. De la anterior información en el largo plazo se espera que _____ la _____ de bienes y servicios.

A) aumente – oferta B) disminuya – oferta
C) disminuya – demanda D) aumente – producción
E) aumente – demanda

Solución:

Si las expectativas son positivas como las ha estimado el BCR, aumentara en el futuro la demanda de bienes y servicios.

Rpta.: E

6. El cierre de las dos importantes tiendas de Ripley en Lima no solo afecta a la _____ habituales de estas sedes, sino también a _____ y a la economía local. Se estima que el cierre de estas tiendas podría dejar sin empleo a cientos de trabajadores, desde personal de ventas hasta aquellos encargados de la logística y administración.

A) oferta – los trabajadores B) demanda – las exportaciones
C) oferta – los clientes D) demanda – proveedores
E) oferta – las importaciones

Solución:

El cierre de las tiendas afecta la oferta de bienes y servicios a la población aledaña, así como a los trabajadores de la empresa y alrededores.

Rpta.: A

7. La construcción de Mar Azul marca un hito para los residentes del Callao, quienes pronto disfrutarán de su primer centro comercial en la zona. El mall tendrá una superficie de 30.000 metros cuadrados y albergará una variedad de tiendas, desde supermercados hasta galerías comerciales, con lo cual se incrementará la _____ de bienes y servicios en la zona.

A) demanda B) cantidad ofertada C) producción
D) cantidad demandada E) oferta

Solución:

Al abrirse un nuevo centro comercial en el Callao, lo que se incrementará la oferta de bienes y servicios.

Rpta.: E

8. El Ministerio de la Producción (Produce) asegura que la escasez de pota registrada en los últimos días se debe a las secuelas del _____ lo que ha elevado de hasta por encima de los S/ 20 el precio del kilo, ubicado habitualmente en la horquilla de S/ 2 a S/ 5,50 en los mercados minoristas; sin embargo la sociedad de pesquería considera que es debido a que embarcaciones industriales _____ están depredando la pota.

A) calor – nacionales B) frío – artesanales C) frío – extranjeras
D) clima – extranjeras E) clima – nacionales

Solución:

El Ministerio dice que la escasez es debido al clima y los pesqueros nacionales se debe a la depreciación que realizan las embarcaciones extranjeras pesqueras.

Rpta.: D

9. Según la Asociación de Administradoras de Fondos Mutuos (FMP), estos se han convertido en uno de los instrumentos financieros más rentables del mercado peruano, y si bien los fondos mutuos de renta fija son los que han generado _____ de _____ por los inversionistas debido a su predictibilidad en rentas, los rendimientos de la renta variable no escapan a la atención de aquellos que buscan mayores ganancias.

A) aumento – la oferta B) disminución – la oferta
C) disminución – la demanda D) aumento – la demanda
E) aumento – la cantidad demandada

Solución:

Al incrementarse las tasas de interés de los fondos mutuos que han incrementado su rentabilidad, por esa circunstancia han aumentado la demanda de los mismos.

Rpta.: D

10. La Asociación Peruana de Empresarios de Panadería y Pastelería (ASPAN) informó que la campaña de ventas de turrón ya ha comenzado, proyectando un crecimiento del 12,5 % este año. Este aumento se debe a que las temperaturas han sido más frías en comparación con 2023, lo que ha impulsado el consumo de productos con alto contenido de azúcar, lo que ha generado un aumento en la

- A) demanda. B) cantidad ofertada. C) oferta.
D) cantidad demandada. E) inversión.

Solución:

Según la Asociación Peruana de Empresarios de Panadería y Pastelería (ASPAN) las bajas temperaturas harán que la población consuma más turrónes, aumentando de esta forma la oferta.

Rpta.: C

Filosofía

LECTURA COMPLEMENTARIA

La nueva retórica, por oposición a la antigua, concierne a los discursos dirigidos a toda clase de auditorios, trátase de una masa reunida en la plaza pública o de una reunión de especialistas, trátase de un discurso dirigido a un solo individuo o a toda la humanidad, incluso, ella examinará los argumentos que uno se dirige a sí mismo cuando delibera íntimamente. Considerando que su objeto de estudio es el discurso no demostrativo, el análisis de los razonamientos que no se limitan a inferencias formalmente correctas, a cálculos más o menos mecanizados, la teoría de la argumentación –concebida como una nueva retórica o una nueva dialéctica–, cubre todo el campo del discurso que busca persuadir o convencer, cualquiera sea el auditorio al cual se dirige y cualquiera sea la materia sobre la cual versa. Se podrá completar, si eso parece útil, el estudio de la argumentación, con metodologías especializadas, según el tipo de auditorio y el género de disciplina.

Perelman, Chaim (1997) *El Imperio retórico. Retórica y Argumentación*. Editorial Norma, pp. 23 - 24

De acuerdo con el texto, es posible afirmar que el objetivo de la nueva retórica en relación al discurso y la audiencia es

- A) persuadir a los expertos en el tema usando argumentos que sean válidos
B) ajustarse según el tipo de audiencia, a través de argumentos persuasivos.
C) generar una conexión personal con el auditorio a través de anécdotas.
D) plantear los argumentos como fórmulas lógicas para que se acepten.
E) basarse en ciertas reglas preestablecidas para convencer a todo público.

Solución:

Del texto podemos sostener que la nueva retórica pretende analizar los discursos que busquen persuadir y convencer a cualquier tipo de auditorio, por lo que se debe adaptar el discurso al cambio de público que se tenga, más allá de seguir reglas específicas y rígidas.

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Hubo un tiempo en el que se asociaba la argumentación o el llamado argumento solo con la lógica formal, pero el desarrollo de materias como la *lingüística del texto* han evidenciado una distinción de la referida lógica con respecto a la argumentación donde esta última es solo un modo más de *acto de habla*, el cual involucra el auxilio de otras disciplinas.

Del enunciado podemos colegir que, con la argumentación, estamos frente a una

- A) teoría, la cual posee un estudio interdisciplinario.
- B) propuesta metodológica de tipo solo inductiva.
- C) sugerencia metodológica de tipo solo deductiva.
- D) tesis similar a la lógica formal sin diferencias.
- E) materia de estudios que no necesita de otras.

Solución:

Un asunto es la argumentación lógica y otro distinto la argumentación verbal, en esta última encontramos a la teoría de la argumentación, la cual implica un estudio interdisciplinario con materias como la lingüística del texto, la retórica y la filosofía del lenguaje.

Rpta.: A

2. Dado: $\{[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q\}$ considerar que un argumento procede bajo aquella forma es tener en cuenta un tipo de enfoque de razonamiento que alude a la/las

- A) propuesta de razonamientos retóricos que buscan la eficacia de un discurso.
- B) manifestación de los enunciados verdaderos que no le importa la sintaxis.
- C) realización de un conjunto de actos del lenguaje cuyo fin es la persuasión.
- D) concertación de ideas de una comunidad que investiga algo de la realidad.
- E) reglas de inferencia que constituyen un criterio fundamental de argumentación.

Solución:

Un tipo de enfoque argumentativo es el formal, aquí los criterios de corrección vienen dados por las reglas de inferencia. Lo importante en este enfoque es que a partir de determinadas premisas puede lógicamente derivarse la conclusión, teniendo en cuenta específicas reglas de inferencia las cuales constituyen los criterios de corrección del argumento.

Rpta.: E

3. Analizar el siguiente razonamiento:

Premisa 1. Todos los metales se dilatan con el calor

Premisa 2. El cobre es un metal

Conclusión: Por lo tanto, el cobre se dilata con el calor

Este es un argumento deductivo, por lo cual se puede colegir que

- A) se hace verdadero de acuerdo al contexto en que se hace referencia.
- B) su conclusión no está contenida en la información de las premisas.
- C) se hace válido por el alcance de la conclusión y no de las premisas.
- D) su conclusión está contenida en la información de las premisas.
- E) se relaciona adecuadamente con la realidad de toda la naturaleza.

Solución:

Lo que caracteriza a los razonamientos deductivos es que la verdad de las premisas se transfiere a la conclusión con carácter de necesidad; es decir, no es posible que las premisas sean verdaderas y la conclusión sea falsa. En este sentido, si las premisas del razonamiento que aparecen como 1 y 2 son verdaderas, la conclusión será *necesariamente* verdadera.

Rpta.: D

4. Ronald Castro es un joven lingüista que mediante la aplicación de encuestas indaga la lengua de los pueblos originarios de la selva de Madre de Dios. Esta forma de indagar que poseen los lingüistas corresponde a una de las cualidades de/del
- A) enfoque formal de la investigación científica.
 - B) las ciencias fácticas, como las ciencias naturales.
 - C) enfoque material de un campo de las ciencias.
 - D) la argumentación en la investigación científica.
 - E) enfoque pragmático de las ciencias de hechos.

Solución:

El uso del muestreo realizado a través de encuestas en lugar de anécdotas personales como evidencia empírica se corresponde a una de las cualidades de la argumentación de la investigación científica.

Rpta.: D

5. Los comerciales que vemos, leemos y escuchamos por las redes sociales siempre muestran personas que consumen un determinado producto, y buscan, de ese modo, persuadir a la audiencia de que el artículo que se está promocionando es excelente.

De acuerdo con los enfoques de razonamiento se infiere que se alude al enfoque

- A) conceptual, puesto que con ello se quiere alcanzar a la gente.
- B) estructural, pues se recurre a lo esencial del discurso.
- C) material, dado que un razonamiento prevalece sobre otro.
- D) formal de razonamiento porque se utiliza lenguaje formal.
- E) pragmático, ya que importa el logro de la persuasión.

Solución:

De acuerdo con los enfoques de razonamiento, el de tipo pragmático busca lograr la interacción del intérprete para persuadir al oyente.

Rpta.: E

6. Analiza el siguiente razonamiento:

Premisa 1: Hace tres semanas Arturo pasó por la avenida Tacna y se encontró dinero

Premisa 2: Hace dos semanas Carlos pasó por la avenida Tacna y se encontró dinero

Premisa 3: Hace una semana Iván pasó por la avenida Tacna y se encontró dinero

Conclusión: Es muy probable que todo aquel que pase por la avenida Tacna se encuentre dinero.

Se trata de un ejemplo de razonamiento inductivo, pues

- A) sus premisas son verdaderas, ya que la conclusión también es verdadera.
- B) su conclusión es válida incluso si las premisas de las que se vale son falsas.
- C) se basa en observaciones específicas para extraer posibles conclusiones generales.
- D) es muy fiable y certero incluso mejor que los falaces razonamientos deductivos.
- E) se basa en observaciones generales para extraer posibles conclusiones específicas.

Solución:

Un argumento inductivo se caracteriza porque la conclusión se desprende de las premisas solo probablemente o también con una alta probabilidad.

Rpta.: C

7. Aurelio manifiesta lo siguiente: «En los barrios que son peligrosos siempre se escuchan tiroteos por las noches. Frecuentemente escucho balas pasada las 11:00 pm.»

¿Cuál de las siguientes alternativas posee la premisa implícita del argumento referido en el enunciado?

- A) Aurelio vive en un barrio tranquilo.
- B) Aurelio vive en un barrio peligroso.
- C) Aurelio gusta de los *films* de acción.
- D) Aurelio tiene desórdenes mentales.
- E) Aurelio es un delincuente peligroso.

Solución:

La premisa implícita es aquella que cuando se muestra y se hace explícita, se evidencia que el argumento es válido. En este sentido, para que el argumento de Aurelio sea válido se necesita de la premisa implícita: «Aurelio vive en un barrio peligroso».

Rpta.: B

8. En una conversación común entre dos amigos, Leonardo no está convencido de la aplicación de la eutanasia. Él refiere que hay que respetar la vida independientemente del estado en que se encuentre la persona. Por otro lado, su amigo Alfredo no está de acuerdo con él y sostiene que los mismos pacientes o sus familiares más cercanos son los que deben decidir acerca de la aplicación de la eutanasia y el momento para realizarla.

Del enunciado se deduce que la réplica de Alfredo a Leonardo es

- A) un ejemplo falaz de argumento inductivo.
- B) un oscuro argumento de tipo deductivo.
- C) una manera probable de contrargumentar.
- D) un razonamiento de enfoque material.
- E) un caso de problematización filosófica.

Solución:

La tesis de Alfredo es un claro ejemplo de contrargumentación, ya que constituye un razonamiento opuesto al de Leonardo.

Rpta.: C

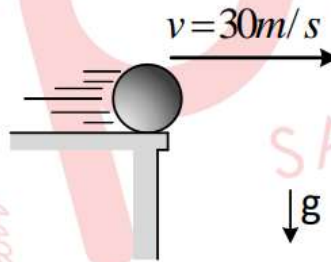
Física

EJERCICIOS DE CLASE

1. El gráfico muestra el instante en que se lanza horizontalmente una piedra de 0,5 kg. Si la piedra en su movimiento se encuentra en caída libre, calcule el módulo de su cantidad de movimiento luego de 4s.

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

- A) 70 kg·m/s
- B) 35 kg·m/s
- C) 25 kg·m/s
- D) 15 kg·m/s
- E) 45 kg·m/s

**Solución:**

En el instante 4 s nos piden:

$$P = mV \dots \dots \dots (*)$$

Como el movimiento es un MPCL:

La componente horizontal de la velocidad no cambia y su medida es 30 m/s en la vertical la componente si cambia:

$$V_{v(4s)} = V_{v(0s)} + gt$$

$$V_{v(4s)} = 0 + 10(4) \rightarrow V_{v(4s)} = 40 \text{ m/s}$$

Por ser notable se establece que la rapidez de la piedra luego de 4 s es:

$$V = 50 \text{ m/s}$$

En (*):

$$P = 0,5(50)$$

$$\therefore P = 25 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Rpta.: C

2. Una pelota de béisbol de 150 g de masa, es lanzada a 24 m/s y después de haber sido bateada su velocidad cambia a 36 m/s en dirección opuesta. Determine la magnitud de la fuerza media del golpe si la pelota permanece en contacto con el bate durante 2 milisegundos.

A) 3 kN B) 4 kN C) 3,5 kN D) 4,5 kN E) 5 kN

Solución:

$$\begin{aligned}\bar{F} \cdot t &= m(\bar{V}_F - \bar{V}_O) \\ \bar{F} \cdot 2 \cdot 10^{-3} &= 0,15(36 - (-24)) \\ F &= 4500 \text{ Pa} \\ F &= 4,5 \text{ KPa}\end{aligned}$$

Rpta.: D

3. Sobre una pista de hielo están patinando un niño de masa 40 kg y su padre de masa 60 kg. Cuando el niño lleva una velocidad de $(+3 \hat{i})$ m/s colisiona frontalmente quedando abrazado a su padre cuya velocidad es de $(-1,6 \hat{i})$ m/s. Determine la velocidad con la que seguirán patinando juntos.

A) $(-0,24 \hat{i})$ m/s
B) $(-0,12 \hat{i})$ m/s
C) $(+0,18 \hat{i})$ m/s
D) $(+0,12 \hat{i})$ m/s
E) $(-0,32 \hat{i})$ m/s



Solución:

$$\begin{aligned}\Sigma \bar{P}_A &= \Sigma \bar{P}_D \\ m_1 \bar{V}_1 + m_2 \bar{V}_2 &= (m_1 + m_2) \bar{V} \\ (40)(+3) + (60)(-1,6) &= 100 \bar{V} \\ \bar{V} &= -0,24 \hat{i} \text{ m/s}\end{aligned}$$

Rpta.: A

4. Una tabla de masa 20 kg se encuentra deslizando libremente por la superficie de un lago congelado con una rapidez de 5 m/s y en la dirección del eje +X. Sobre la tabla salta desde la orilla un hombre de masa 60 kg quien corre hacia la tabla con una velocidad de 1 m/s y en la misma dirección de la tabla. Determinar la velocidad de la tabla con el hombre, se desprecia la fricción entre la tabla y el hielo.

A) $(-5,25 \hat{i})$ m/s B) $(3,25 \hat{i})$ m/s C) $(-2,75 \hat{i})$ m/s
D) $(2,00 \hat{i})$ m/s E) $(4,25 \hat{i})$ m/s

Solución:

$$\begin{aligned}\overline{\Sigma P_{(x)}} &= \overline{\Sigma P_{(x)}} \\ (\text{Antes}) \quad (\text{Después}) \\ m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 &= m_{TO} \cdot \vec{U} \\ 20(5) + 60(1) &= 80 \cdot \vec{U} \\ \vec{U} &= 2,00 \hat{i} \text{ m/s}\end{aligned}$$

Rpta.: D

5. El cuerpo esférico mostrado se lanza horizontalmente con una rapidez de 20 m/s la cual impactará con una pared lisa. Determine la magnitud de la velocidad luego de impactar con la pared.

(e = 0,5; g = 10 m/s²)

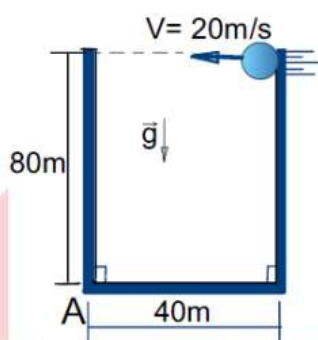
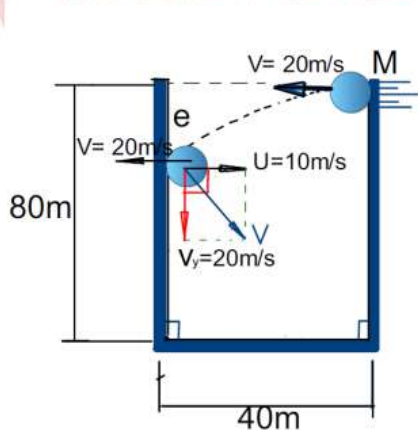
A) $10\sqrt{5}$ m/s

B) $2\sqrt{5}$ m/s

C) $5\sqrt{5}$ m/s

D) $5\sqrt{2}$ m/s

E) $10\sqrt{2}$ m/s

**Solución:**

En el choque (eje x):

$$\vec{U} = eV = (0,5)(20) = 10 \text{ m/s}$$

$$t_{MN} = \frac{d}{V} = \frac{40}{20} = 2 \text{ s}$$

Caída libre (eje y):

$$V_y = V_o + gt$$

$$V_y = 0 + 10(2)$$

$$V_y = 20 \text{ m/s}$$

Luego: La magnitud de la velocidad instantánea:

$$V = \sqrt{10^2 + 20^2}$$

$$V = 10\sqrt{5} \text{ m/s}$$

Rpta.: A

6. Dos cuerpos, en el vacío, se atraen con una fuerza de magnitud 160 N. Si la separación entre ellas se duplica y la masa de una de ellas es el triple de la anterior. ¿Cuál es la magnitud de la nueva fuerza entre los dos?

A) 150 N B) 130 N C) 120 N D) 100 N E) 80 N

Solución:

Primero:

$$F = \frac{G \cdot M_1 \cdot M_2}{d^2} = 160$$

Nuevo:

$$F' = \frac{GM_1(3M_2)}{4d^2}$$

$$F' = \frac{3}{4}(160) = 120N$$

Rpta.: C

7. En la superficie de un planeta de radio R_T se tiene una aceleración de la gravedad g . Determine a que altura "h" de la superficie del planeta la aceleración de la gravedad se reduce a la mitad.

A) R_T B) $2R_T$ C) $(\sqrt{2} - 1)R_T$ D) $4R_T$ E) $R_T/4$

Solución:

$$g_h = g_s \left(\frac{R_T}{R_T + h} \right)^2$$

$$\frac{g_s}{2} = g_s \left(\frac{R_T}{R_T + h} \right)^2$$

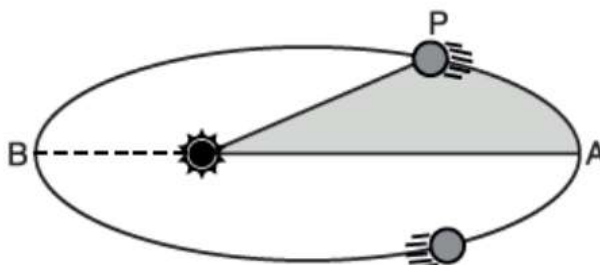
$$\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{R_T}{R_T + h}$$

$$h = (\sqrt{2} - 1)R_T$$

Rpta.: C

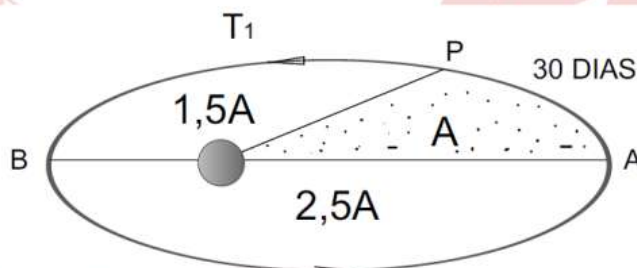
8. La figura muestra un planeta moviéndose alrededor de una estrella, si tarda 30 días en ir de la posición «A» hasta la posición «P» y su radio vector durante ese tiempo barre $1/5$ del área orbital total. Determine el tiempo que tarda el planeta en trasladarse de P hacia B.

- A) 30 días
B) 35 días
C) 40 días
D) 45 días
E) 60 días



Solución:

Suponemos que el área total es $5A$



$$\frac{t_1}{1,5A} = \frac{30}{A} \quad (2^\circ \text{ ley Kepler})$$

$$t_1 = 45 \text{ días}$$

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Un proyectil de masa m , es lanzado con una velocidad $\vec{v}_0 = (4\hat{i} + 3\hat{j}) \text{ m/s}$. Cuando se encuentra en el punto más alto de su trayectoria, explota dividiéndose en dos fragmentos, uno de ellos de masa $m/3$. Si el fragmento de mayor masa adquiere una velocidad de $8\hat{i} \text{ m/s}$ inmediatamente después de la explosión, determine la velocidad en m/s del fragmento de menor masa.

$$(\vec{g} = -10\hat{j} \text{ m/s}^2)$$

- A) $4\hat{i} + 3\hat{j}$ B) $6\hat{i} + 3\hat{j}$ C) $-4\hat{i}$ D) $6\hat{i}$ E) $8\hat{i}$

Solución:

Punto más alto del movimiento parabólico.

Sea la masa del cuerpo $3m$.

$$\Sigma P_A = \Sigma P_D$$

$$3m(4) = 2m(8) + m(\vec{V})$$

$$12 = 16 + \vec{V}$$

$$\vec{V} = -4\hat{i} \text{ m/s}$$

Rpta.: C

2. El bloque de la figura posee 15 kg de masa y es elevado por el plano inclinado rugoso $\mu_k = 0,2$. Si la fuerza es variable y paralela al plano inclinado; $F = 110 + 10t$, donde F se expresa en newton y t en segundos. Determine la magnitud del impulso neto comprendido entre los instantes, $t_1 = 1\text{ s}$ y $t_2 = 3\text{ s}$.

($g = 10 \text{ m/s}^2$)

A) 40 N.s

B) 18 N.s

C) 50 N.s

D) 25 N.s

E) 32 N.s

Solución:

Realizamos el D.C.L., descomponiendo el peso y determinamos la fuerza de rozamiento. ($\Delta t = 2\text{ s}$)

$$f_k = \mu_k N = (0.2)(120) = 24 \text{ N}$$

*Calculamos el impulso de F :

$$(F = 110 + 10t)$$

$$t_1 = 1\text{ s} \rightarrow F_1 = 120 \text{ N}$$

$$t_2 = 3\text{ s} \rightarrow F_2 = 140 \text{ N}$$

$$I^F = \text{Área de trapecio} = \frac{(120 + 140)}{2} \times 2$$

$$I^F = 260 \text{ N.s}$$

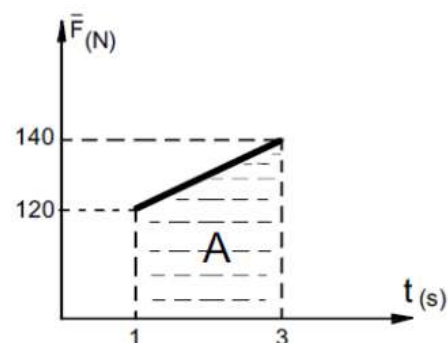
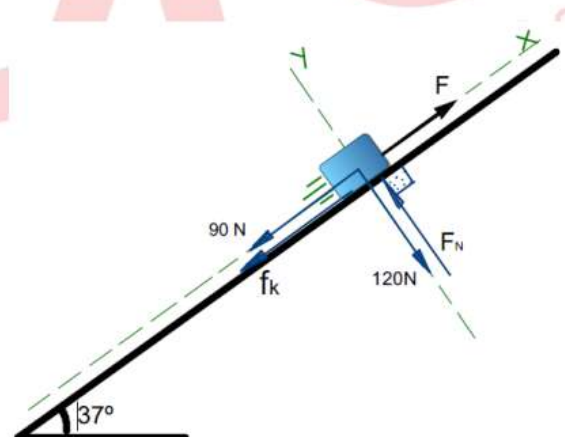
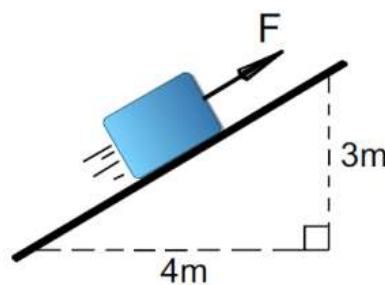
Luego:

$$*I^{\text{neto}} = I^{\text{gr}} + I^{\text{fric}} + I^F$$

$$I^{\text{neto}} = (-90)(2) + (-24)(2) + 260$$

$$I^{\text{neto}} = -180 - 48 + 260$$

$$I^{\text{neto}} = +32 \text{ N.s}$$



Rpta.: E

3. Un proyectil de 4 kg de masa se desplaza con una velocidad de $20\hat{i}$ m/s, colisionando plásticamente con un bloque en reposo de 16 kg colocado sobre la superficie horizontal rugosa $\mu_k = 0,1$. Determine la distancia que recorre el conjunto hasta detenerse.

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

- A) 2 m B) 4 m C) 6 m D) 8 m E) 12 m

Solución:

$$\Sigma P_A = \Sigma P_D$$

$$(4)(20) = (4 + 16) \cdot U$$

$$U = 4 \text{ m/s}$$

Luego:

$$W_{\text{neto}} = E_{\text{CF}} - E_{\text{CO}}$$

$$-\mu m g d = -\frac{1}{2} m v^2$$

$$(0,1)(10)d = \frac{1}{2}(4)^2$$

$$d = 8 \text{ m}$$

Rpta.: D

4. En la figura se muestra dos cuerpos esféricos 1 y 2 de 50 g y 100 g de masas respectivamente, determine la distancia que los separa cuando la bolita 2 toque la pared. Sabemos que la bolita 1 se acerca con una rapidez de 24 m/s y el choque es inelástico ($e = 0,25$). Considere las superficies lisas.

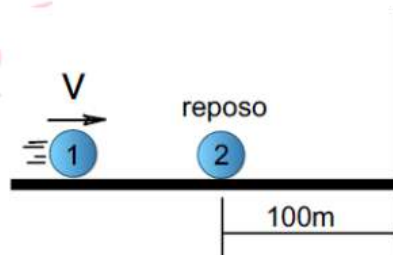
- A) 60 m

- B) 50 m

- C) 40 m

- D) 30 m

- E) 70 m



Solución:

$$\Sigma P_A = \Sigma P_D$$

$$50(24) = 50U_1 + 100U_2$$

$$24 = U_1 + 2U_2 \dots (1)$$

$$e = \frac{1}{4} = \frac{U_1 - U_2}{V_2 - V_1}$$

$$6 = -U_1 + U_2 \dots (2)$$

De (1) y (2):

$$U_1 = 4 \text{ m/s} \quad \text{y} \quad U_2 = 10 \text{ m/s}$$

Móvil (2):

$$t = \frac{d}{U_2} = \frac{100}{10} = 10 \text{ s}$$

Móvil (1):

$$d_1 = U_1 \cdot t = (4)(10) = 40 \text{ m}$$

Luego,

$$S = 100 - 40 = 60 \text{ m}$$

Rpta.: A

5. El bloque liso de 4 kg desliza sobre la superficie horizontal. Si sobre el actúa una fuerza horizontal cuyo modulo varía según la gráfica adjunta, determine la rapidez del bloque para el instante $t = 10 \text{ s}$.

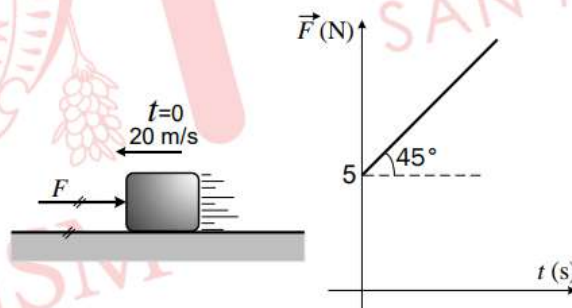
A) 5 m/s

B) 10 m/s

C) 8 m/s

D) 12 m/s

E) 4 m/s



Solución:

Sabemos que en una gráfica fuerza versus el tiempo el área es el impulso de la fuerza ($\vec{F}$), para un intervalo de 10 segundos:

$$\vec{I}^R = \vec{I}^F = m(\vec{V}_f - \vec{V}_o)$$

$$\vec{I}^F = + \text{Área} = m(\vec{V}_f - \vec{V}_o)$$

$$\rightarrow + \left(\frac{5 + 15}{2} \right) 10 = 4 (\vec{V}_f - (-20))$$

$$\rightarrow \vec{V}_f = +5 \text{ m/s}$$

En el instante 10 s: $\therefore V_f = 5 \text{ m/s}$

Rpta.: A

6. Una persona, cuyo peso en la superficie de la Tierra es P , se encuentra en la superficie de un planeta cuya masa es seis veces la masa de la Tierra y su radio es tres veces el radio terrestre. Determine su peso en la superficie de dicho planeta.

A) $P/2$ B) $P/3$ C) $2P/3$ D) $2P/4$ E) $2P/5$

Solución:

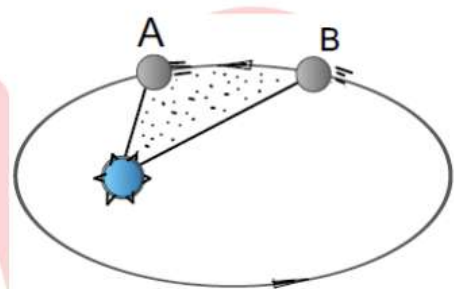
$$P = \frac{GM}{R^2} \cdot m \dots (1)$$

$$P_{\text{Planeta}} = \frac{G \cdot 6M}{9R^2} \cdot m = \frac{2}{3}P$$

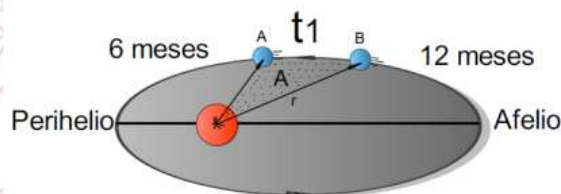
Rpta.: C

7. Se muestra la trayectoria de un planeta alrededor de una estrella. Si el planeta demora 6 meses en ir desde A hasta el perihelio, 2 años y 6 meses en ir desde B hasta el afelio y 1 año en ir del afelio hasta B, determine la razón del área sombreada respecto del área total de la elipse.

A) $1/7$ B) $1/6$ C) $1/17$
D) $1/14$ E) $1/12$



Solución:



$$t_{B \rightarrow \text{afelio}} = 2 \text{ años} + 6 \text{ meses} = 24 + 6 = 30 \text{ meses}$$

$$t_{\text{total}} = t_{B \rightarrow \text{afel}} + t_{\text{afel} \rightarrow B}$$

$$t_{\text{total}} = 30 + 12 = 42 \text{ meses}$$

Tomando la mitad de la trayectoria.

$$t_1 + 12 + 6 = \frac{42}{2}$$

$$t_1 = 3 \text{ meses}$$

Luego:

$$\frac{A_1}{3} = \frac{A_{\text{TO}}}{42} \rightarrow \frac{A_1}{A_{\text{TO}}} = \frac{3}{42} = \frac{1}{14}$$

Rpta.: D

Química

EJERCICIOS DE CLASE

1. En una celda electroquímica, se transfieren los electrones en la reacción de óxido-reducción a las tiras de metal que los conducen al circuito externo. En la electrólisis se produce una reacción química no espontánea cuando los electrones de una fuente externa son forzados a fluir en sentido contrario al que tendrían si fluyeran espontáneamente. Una celda galvánica produce electricidad a partir de una reacción de óxido-reducción espontánea. Con respecto a procesos electroquímicos relacione:

- | | | |
|-------------------------------|-----|--|
| a) Celda o cuba electrolítica | () | Diferencia en potencial entre los dos electrodos |
| b) Tiras de metal | () | Establece una conexión entre las medias celdas |
| c) Voltaje de celda | () | Electrodos |
| d) Puente salino | () | Donde se produce la electrólisis |

- A) abdc B) cdab C) dbac D) cdba E) cdab

Solución:

- | | |
|-------------------------------|--|
| a) Celda o cuba electrolítica | (c) Diferencia en potencial entre los dos electrodos |
| b) Tiras de metal | (d) Establece una conexión entre las medias celdas. |
| c) Voltaje de celda | (b) Electrodos |
| d) Puente salino | (a) Donde se produce la electrólisis |

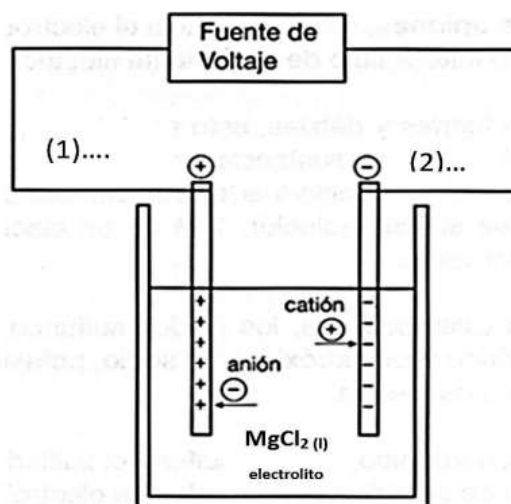
Rpta.: D

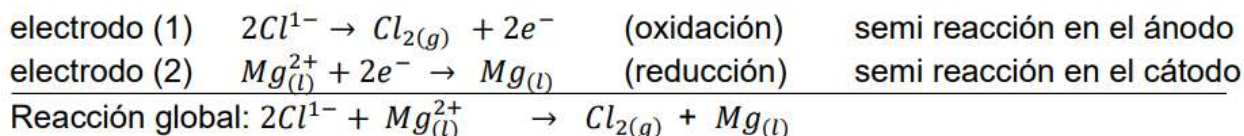
2. La electroquímica estudia las reacciones óxido-reducción con el paso de la corriente eléctrica. Al observar el esquema de la celda electrolítica y seleccione la alternativa incorrecta.

Dato Peso atómico:

Mg = 24 Cl = 31,5

- A) El cloruro de magnesio es un electrolito fundido.
 B) En el electrodo (2) se produce la semirreacción : $Mg_{(l)}^{2+} + 2e^- \rightarrow Mg_{(l)}$
 C) En el cátodo se deposita 48 gramos de metal si circula una carga de 4 Faraday.
 D) El electrodo (1) es el cátodo y se produce la semirreacción de oxidación.
 E) El peso equivalente del magnesio es 12g/Eq-g y del cloro es 35,5g/Eq-g.



Solución:

A) **Correcto.** Cloruro de magnesio es un electrolito fundido.

B) **Correcto.** En el electrodo (2) se produce semirreacción: $Mg_{(l)}^{2+} + 2e^- \rightarrow Mg_{(l)}$

C) **Correcto.** En el cátodo se deposita 48 gramos de metal con una carga de 4 faraday.

$$\begin{array}{l} 24 \text{ g de Mg} \text{ ----- } 2 \text{ Faraday} \\ X \text{ ----- } 4 \text{ Faraday} \end{array}$$

$$X = 48 \text{ g de Mg}$$

D) **Incorrecto.** El electrodo (1) es el ánodo y se produce la semirreacción de oxidación.

E) **Correcto.** El peso equivalente del magnesio es 12g/Eq-g y del cloro es 35,5g/Eq-g.

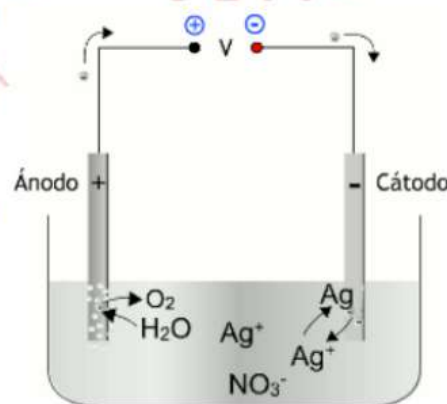
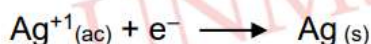
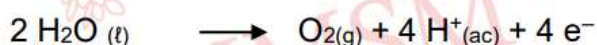
$$\text{PesoEq de Mg} = \frac{24 \text{ g}}{\frac{\text{mol de átomos}}{2 \text{ Eq-g/mol}}} = \frac{12 \text{ g}}{\text{Eq-g}}$$

$$\text{PesoEq de Cl}_2 = \frac{71 \text{ g}}{\frac{\text{mol}}{2 \text{ Eq-g/mol}}} = \frac{35,5 \text{ g}}{\text{Eq-g}}$$

Rpta.: D

3. Se somete a electrólisis 2,5 moles de nitrato de plata ($AgNO_3$). Para ello se dispone de electrodos de Pt(s), así como del resto del material necesario durante 5 horas con una intensidad de corriente de 10 amperios.

Las semirreacciones que tienen lugar, y la reacción global, son las siguientes:

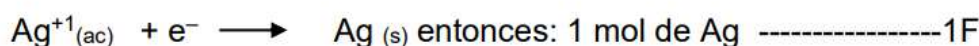


Al respecto seleccione la secuencia de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. Se deposita 201 gramos de Ag (considere que el volumen no varía).
- II. En la solución final, después de la electrólisis quedan 0,64 moles de Ag.
- III. Se liberan 0,46 mol de oxígeno gaseoso por oxidación del agua.
- IV. El número de equivalentes de plata en el cátodo es igual al número de equivalentes de oxígeno en el ánodo igual a 1,86 g/eq.

Dato: Peso atómico: Ag = 108 O = 16

- A) VVVF B) FVVF C) VFVF D) FFFV E) VVVV

Solución:**I. Verdadero:**

$$10A \times \frac{C/s}{1A} \times \frac{3600s}{1h} \times 5h \times \frac{1F}{96500C} \times \frac{1 \text{ mol Ag}}{1F} \times \frac{108 \text{ g Ag}}{1 \text{ mol Ag}} \approx 201 \text{ g de Ag}$$

II. Verdadero:

Δ moles de Ag que quedan = mol de Ag inicial – mol de Ag depositadas

$$= 2,5 \text{ mol} - 1,86 \text{ mol} = 0,64 \text{ mol}$$

III. Verdadero:

$$\frac{201 \text{ g Ag}}{108 \text{ g/eq}} = \frac{m_{O_2}}{8 \text{ g/eq}} = 14,88 \text{ g } O_2$$

$$\frac{201 \text{ g Ag}}{108 \frac{g}{eq}} = \frac{m_{O_2}}{8 \frac{g}{eq}} \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32 \text{ g } O_2} = 0,46 \text{ mol } O_2$$

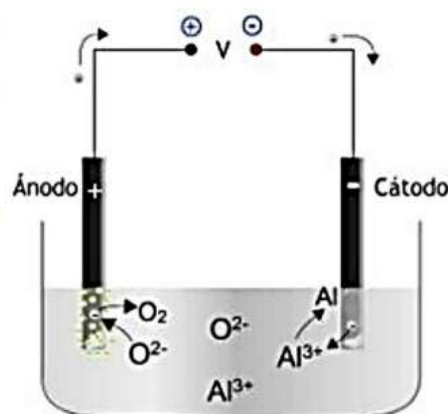
IV. Verdadero: n° Eq-g de Ag (cátodo) = n° Eq-g de O₂ (ánodo)

$$\frac{201 \text{ g Ag}}{108 \frac{g}{eq}} = \frac{14,88 \text{ g Ag}}{8 \text{ g/eq}} = 1,86 e$$

Rpta.: E

4. En forma industrial se obtiene aluminio metal por electrólisis del óxido de aluminio (Al₂O₃) fundido, utilizando electrodos de carbono. Si en esta célula electrolítica se carga con 200 g de Al₂O₃ y se hace pasar una corriente eléctrica de 3,5 amperios durante 3 horas, calcule los gramos de aluminio que quedan en la célula después de la electrólisis.

En el cátodo se produce la semirreacción:

**Dato:** Peso atómico: Al = 27 O = 16

- A) 322,54 B) 71,08 C) 10,58 D) 102,35 E) 412,53

Solución:

$$\text{Carga que ha circulado en 3 horas} = 3,5 \frac{C}{s} \times 10800 s = 3,78 \times 10^4 C$$

Masa de aluminio depositado:

$$3,78 \times 10^4 C \times \frac{1 \text{ mol de } e^{-}}{96500 C} \times \frac{1 \text{ mol Al}}{3 \text{ mol } e^{-}} \times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}} = 3,53 \text{ gramos de aluminio}$$

Masa de aluminio al inicio (a partir del dato 2 kg de Al_2O_3)

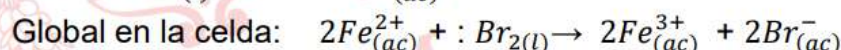
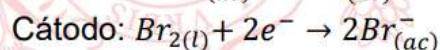
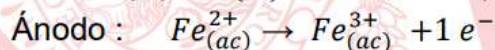
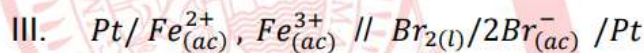
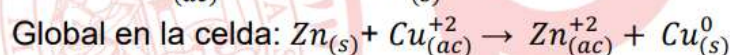
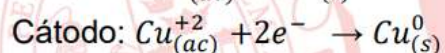
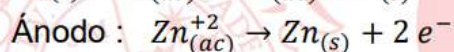
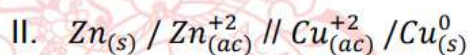
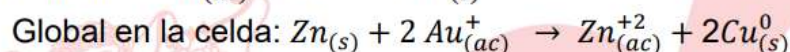
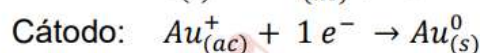
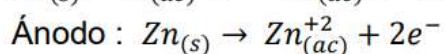
$$200 \text{ g } Al_2O_3 \frac{54 \text{ g } Al}{102 \text{ g } Al_2O_3} = 105,88 \text{ g de } Al$$

Gramos de aluminio que quedan al finalizar la electrolisis

$$105,88 \text{ g de } Al_{(inicial)} - 3,53 \text{ g de } Al_{(depositado)} = 102,35 \text{ g } Al_{(queda en forma de } Al^{3+})}$$

Rpta.: D

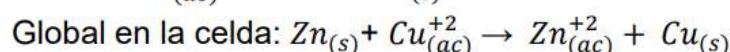
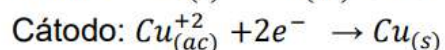
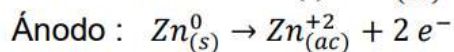
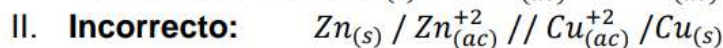
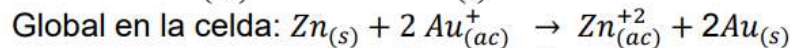
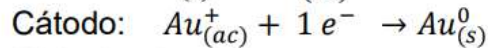
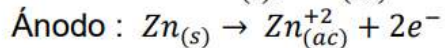
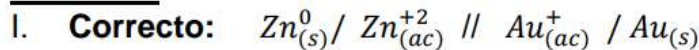
5. Se muestra tres casos de posibles diagramas de celda con reacciones del ánodo, del cátodo, su reacción global en la celda:



Respecto a la información mostrada con respecto a las semirreacciones de las semiceldas y la reacción global en la celda, seleccione la (s) alternativa(s) correctas:

- A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) I y II E) I y III

Solución:



III. **Correcto:** $Pt / Fe_{(ac)}^{2+}, Fe_{(ac)}^{3+} // Br_{2(l)} / 2Br_{(ac)}^{-} / Pt$

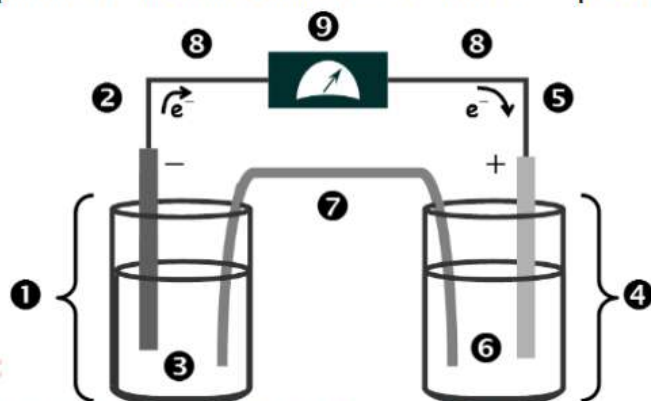
Ánodo: $Fe_{(ac)}^{2+} \rightarrow Fe_{(ac)}^{3+} + 1e^{-}$

Cátodo: $Br_{2(l)} + 2e^{-} \rightarrow 2Br_{(ac)}^{-}$

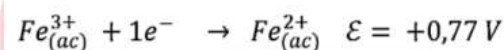
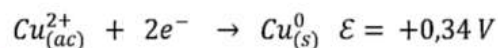
Global en la celda: $2Fe_{(ac)}^{2+} + Br_{2(l)} \rightarrow 2Fe_{(ac)}^{3+} + 2Br_{(ac)}^{-}$

Rpta.: E

6. Los procesos galvánicos son de tipo espontáneo, es decir, a partir de reacciones químicas circulan corriente eléctrica. Respecto al siguiente esquema:



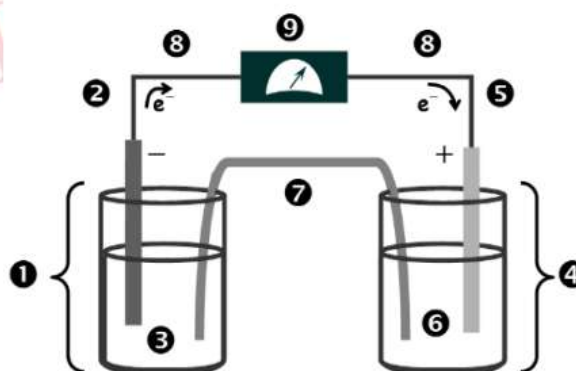
Datos:



Seleccione la alternativa incorrecta:

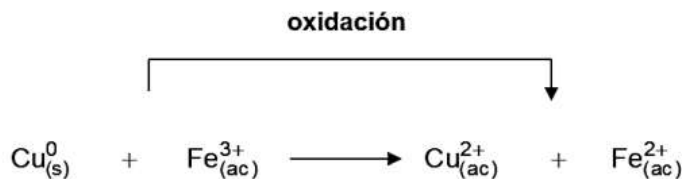
- A) (1) y (4) son semiceldas anódicas y catódicas, mientras que (7) es puente salino.
 B) (3) es solución de $Fe_{(ac)}^{2+}$ mientras que (6) es solución de $Cu_{(ac)}^{2+}$ respectivamente.
 C) (8) es el conductor metálico, los electrones fluyen desde el ánodo hacia el cátodo.
 D) El $Cu_{(ac)}^{+}$ es el agente reductor, mientras que el Fe^{3+} se reduce.
 E) El voltímetro indica +0,43 V y el diagrama de celda es $Cu_{(ac)}^{2+} / Cu_{(s)}^0 // Fe_{(ac)}^{3+} / Fe_{(ac)}^{2+}$.

Solución:



- 1 = semicelda anódica
 3 = solución anódica de $(Cu_{(ac)}^{2+})$
 5 = electrodo catódico
 7 = puente salino
 9 = voltímetro

- 2 = electrodo anódico
 4 = semicelda catódica
 6 = solución catódica de $(Fe_{(ac)}^{3+})$
 8 = conductor metálico



- A) **Correcto.** (1) y (4) son semiceldas anódicas y catódicas, mientras que (7) es puente salino.
- B) **Incorrecto.** (3) es solución de $\text{Cu}_{(ac)}^{2+}$ mientras que (6) es solución de $\text{Fe}_{(ac)}^{3+}$ respectivamente.
- C) **Correcto.** (8) es el conductor metálico, los electrones fluyen desde el ánodo hacia el cátodo.
- D) **Correcto.** (El $\text{Cu}_{(ac)}^+$ es el agente reductor, (se oxida) mientras que el Fe^{3+} se reduce.
- E) **Correcto.** El diagrama de celda es $\text{Cu}_{(ac)}/\text{Cu}_{(ac)}^{2+} // \text{Fe}_{(ac)}^{3+}/\text{Fe}_{(ac)}^{2+}$.

La fem de la celda es + 0,43 V

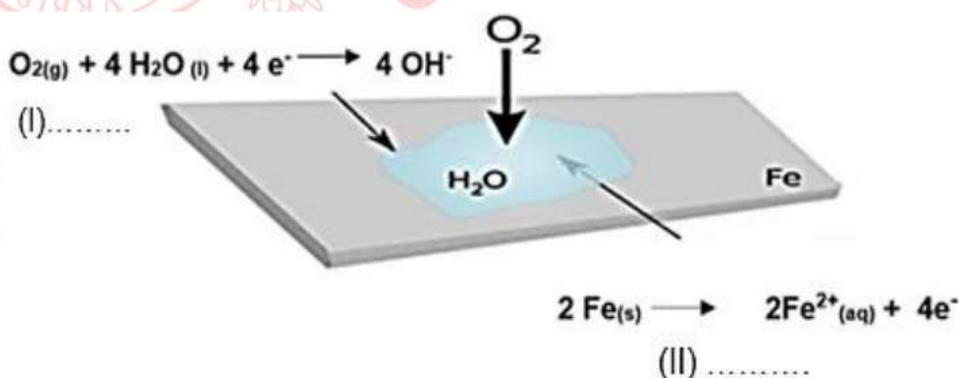
$$\varepsilon_{\text{Celda}}^{\circ} = \varepsilon_{\text{red(cátodo)}}^{\circ} - \varepsilon_{\text{red(ánodo)}}^{\circ}$$

$$\varepsilon_{\text{Celda}}^{\circ} = +0,77\text{V} - (+0,34\text{V})$$

$$\varepsilon_{\text{Celda}}^{\circ} = +0,43\text{V}$$

Rpta.: B

7. El proceso electroquímico de corrosión es natural y espontáneo, no deseado; se establece cuando en la superficie del metal se establece una diferencia de potencial en zonas muy próximas al estar en contacto con el oxígeno y la humedad del medio ambiente, formándose el óxido metálico respectivo. La reacción química que se lleva a cabo en la corrosión del hierro se representa según el siguiente esquema.

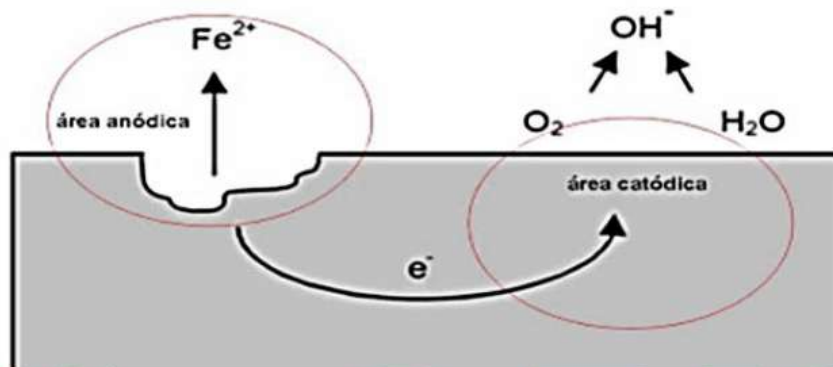


Al respecto, seleccione la alternativa correcta.

- A) (I) representa el cátodo donde se produce la semirreacción de oxidación.
- B) Los electrones fluyen desde el área catódica hacia el área anódica.
- C) El proceso electroquímico permite que se pierda hierro de la pieza metálica.
- D) El potencial de reducción del electrodo (II) es mayor que el potencial de reducción del electrodo (I).
- E) El peso o masa equivalente del hierro es el peso atómico de Fe / 4 (g/eq).

Solución:

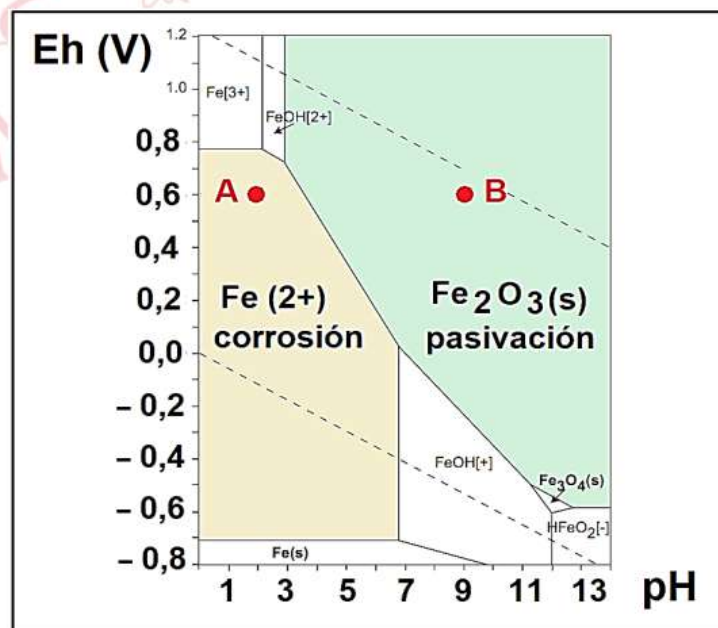
- A) **Incorrecto.** (I) representa el cátodo, ocurre reducción del oxígeno molecular. (II) representa al ánodo donde el hierro elemental se oxida a hierro catión ferroso.
- B) **Incorrecto.** Los electrones fluyen desde la zona de mayor potencial de oxidación (área anódica) a la zona de menor potencial de oxidación (área catódica).



- C) **Correcto.** El conjunto de las dos semirreacciones (oxidación-reducción) constituye una célula de corrosión electroquímica, donde el hierro del metal se va perdiendo.
- D) **Incorrecto.** El cátodo tiene mayor potencial de reducción que el ánodo.
- E) **Incorrecto.** $\text{Fe (s)} \longrightarrow \text{Fe}^{2+} \text{ (ac)}$
El peso o masa equivalente del hierro es el peso atómico de Fe / 2 (g/eq)

Rpta.: C

8. Los procesos óxido – reducción se realizan a diferentes potenciales. Se estudia un proceso electrolítico usando una gráfica tomando en cuenta el potencial y el pH (indica la acidez o basicidad del medio)



Adaptado de: https://www.researchgate.net/figure/Figura-2-Diagrama-de-Pourbaix-del-hierro-12-y-voltaje-en-funcion-del-pH-linea-azul_fig2_297759918

Al respecto, indique el valor de verdadero (V o F) de las siguientes proposiciones:

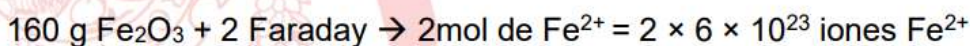
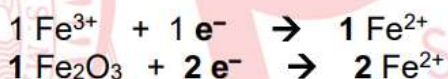
- I. El punto A, está presente a un potencial de 0,6 voltios presentando el hierro en su forma ferroso en un medio con baja concentración de iones H^+ .
- II. Si pasamos del punto B hacia el punto A, se procede a oxidar el hierro (II) convirtiéndose a hierro (III), de esa forma se realiza la corrosión.
- III. Si el proceso parte de B rumbo hacia el punto A, 8 gramos de óxido férrico producen 6×10^{22} iones ferroso, transfiriéndose $1,0 \times 10^{-1}$ Faraday.

Datos: $\bar{M}$ O = 16 ; Fe = 56

- A) FFV B) VFV C) FVV D) VFF E) VVV

Solución:

- I. **Falso.** El punto A, se presenta el hierro en su forma ferroso (Fe^{2+}), gráficamente se observa un potencial igual a 0,6 voltios, siendo en un pH bajo (medio con alta concentración de iones H^+ , pH igual a 2).
- II. **Falso.** Si pasamos del punto B hacia el punto A, se procede a reducir el hierro (III) (Fe^{3+}) a hierro (II) (Fe^{2+}).
- III. **Verdadero.** Si el proceso parte de B (Fe_2O_3) rumbo hacia el punto A (Fe^{2+}), 8 gramos de óxido férrico producen 6×10^{22} iones ferroso (Fe^{2+}), al ganar $1,0 \times 10^{-1}$ Faraday.



$$8 \text{ g } Fe_2O_3 \left(\frac{2 \times 6 \times 10^{23} \text{ iones } Fe^{2+}}{160 \text{ g } Fe_2O_3} \right) = 6 \times 10^{22} \text{ iones } Fe^{2+}$$

$$8 \text{ g } Fe_2O_3 \left(\frac{2 \text{ Faraday}}{160 \text{ g } Fe_2O_3} \right) = 1,0 \times 10^{-1} \text{ faraday}$$

Rpta.: A

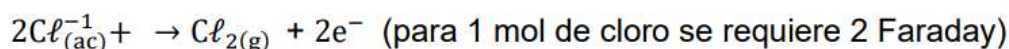
EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Se hace circular corriente eléctrica durante 5 horas para obtener a partir del cloruro de sodio acuoso 0,15 mol de cloro gaseoso, al respecto seleccione la secuencia correcta de verdadero (V o F) de las siguientes proposiciones:
 - I. La intensidad de la corriente necesaria es 1,6 A.
 - II. Se deposita 0,15 mol de sodio en el cátodo.
 - III. El volumen de cloro liberado medido a condiciones normales es 3,36 L.

- A) VFV B) VVF C) FVF D) FFF E) FFV

Solución:

I. **Verdadero.** La intensidad de la corriente necesaria es 1,6 A.



$$\frac{0,15 \text{ mol Cl}_2}{5 \text{ h}} \times \frac{2F}{1 \text{ mol Cl}_2} \times \frac{96500 \text{ C}}{1F} \times \frac{1A}{1C/s} \times \frac{1h}{3600 \text{ s}} = 1,61 \text{ A}$$

II. **Falso:** En el cátodo se libera H₂ gaseoso $2\text{H}_2\text{O}_{(\text{l})} + 2\text{e}^{-} \rightarrow \text{H}_{2(\text{g})} + 2 \text{OH}^{-}$.

III. **Verdadero.** El volumen de cloro medido a condiciones normales es 3,36 L.

$$0,15 \text{ mol Cl}_2 \times \frac{22,4 \text{ L}}{1 \text{ mol}} = 3,36 \text{ L}$$

Rpta.: A

2. Se utiliza una corriente de 15 amperios para depositar níquel en ambas caras de una lámina de acero cuadrada de 5 cm de lado. a) ¿Cuántos gramos de níquel se depositan en la lámina? b) ¿Cuántos centímetros de espesor tendrá la capa de níquel? (Considere solución de níquel (II))

Dato: D níquel = 8,90 g/cm³ peso atómico Ni = 59

A) 16,5 0,037

D) 16,5 0,012

B) 8,22 0,024

E) 16,5 0,024

C) 8,22 0,037

Solución:

$$15 \text{ A} \times \frac{\text{C/s}}{\text{A}} \times \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} \times \frac{1 F}{96500 \text{ C}} \times \frac{1 \text{ mol Ni}}{2F} \times \frac{59 \text{ g Ni}}{1 \text{ mol Ni}} = 16,5 \text{ g de níquel}$$

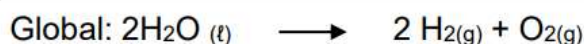
Área de la lámina 25 cm² en cada cara total en la lámina 50 cm².

El espesor de la capa de níquel:

$$\frac{16,5 \text{ g Ni}}{50 \text{ cm}^2} \times \frac{\text{cm}^3}{8,9 \text{ g Ni}} = 0,037 \text{ cm}$$

Rpta.: A

3. La electrolisis del agua se representa según las semirreacciones:



Suponiendo que los datos de potencial estándar de la celda se obtuvieron utilizando electrodo estándar de hidrógeno (EEH). Al respecto seleccione la alternativa correcta:

Datos: $\mathcal{E}^{\circ} (\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}) = 1,23 \text{ V}$ $\mathcal{E}^{\circ} \text{H}^{+}/\text{H}_2 = 0,0 \text{ V}$

- A) El potencial estándar de celda es de celda es 1,23 voltios.
 B) La descomposición del agua es un proceso espontáneo.
 C) Con una carga equivalente a 8 faraday se desprenden 4 gramos de hidrógeno gaseoso.
 D) En el ánodo se forma hidrógeno y en el cátodo oxígeno respectivamente.
 E) **La semirreacción que ocurre en el cátodo es:**

**Solución:****A) Incorrecto**

$$\Delta \mathcal{E}^\circ_{\text{celda}} = \mathcal{E}^\circ_{\text{cátodo}} - \mathcal{E}^\circ_{\text{ánodo}}$$

$\Delta \mathcal{E}^\circ_{\text{celda}} = 0.0 \text{ V} - 1,23 \text{ V} = -1,23 \text{ V}$ El proceso de descomposición del agua no es espontáneo se debe aplicar una diferencia de potencial mayor a 1,23 voltios.

B) Incorrecto. Es $-1,23 \text{ V}$ **C) Incorrecto.**

- D) **Incorrecto.** Ánodo: oxidación: $2 \text{H}_2\text{O}_{(l)} \longrightarrow \text{O}_{2(g)} + 4 \text{H}^+_{(ac)} + 4 \text{e}^-$
 Cátodo: reducción: $4 \text{H}_2\text{O}_{(l)} + 4 \text{e}^- \longrightarrow 2 \text{H}_{2(g)} + 4 \text{OH}^-$

- E) **Correcto.** $4 \text{H}_2\text{O}_{(l)} + 4 \text{e}^- \longrightarrow 2 \text{H}_{2(g)} + 4 \text{OH}^-$

Rpta.: E**4. Respecto a los datos mostrados:**

- (1) $\text{Zn}_{(s)} \rightarrow \text{Zn}^{+2}_{(ac)} + 2\text{e}^-$ $\mathcal{E}^\circ_1 = +0,763 \text{ V}$
 (2) $\text{Br}_{(ac)} \rightarrow \text{Br}_{2(l)} + 2\text{e}^-$ $\mathcal{E}^\circ_1 = -1,065 \text{ V}$

(Suponiendo un puente salino y un cátodo de platino). Seleccione la secuencia de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. El potencial estándar de la celda es $-0,302 \text{ V}$.
 II. El diagrama de celda es $\text{Zn}_{(s)} / \text{Zn}^{+2}_{(ac)} // 2\text{Br}^-_{(ac)} / \text{Br}_{2(l)} / \text{Pt}$
 III. El flujo de electrones va del ánodo Zn al cátodo Pt.

- A) FVV B) VFV C) FVV D) VVF E) FFF

Solución:

- I. **Falso.** El potencial estándar de la celda es $+1,828$.

El potencial de celda es la suma de potenciales de las semirreacciones de celda

$$\Delta \mathcal{E}^\circ_{\text{celda}} = \mathcal{E}^\circ_{\text{cátodo}} - \mathcal{E}^\circ_{\text{ánodo}}$$

$$\Delta \mathcal{E}^\circ_{\text{celda}} = +1,065 \text{ V} - (-0,763) \text{ V} = +1,828$$

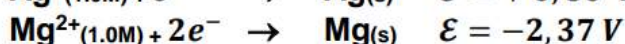
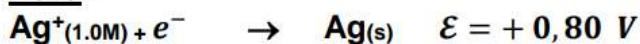
II. **Verdadero.** El diagrama de celda es $Zn_{(s)} / Zn^{+2}_{(ac)} // 2Br^{-}_{(ac)} / Br_{2(l)} / Pt$.

III. **Verdadero.** El flujo de electrones en el circuito externo va del ánodo Zn al cátodo Platino (Pt).

Rpta.: C

5. Una celda galvánica está formado por un electrodo de Mg en una disolución de $Mg(NO_3)_2$ 1,0M y un electrodo de Ag en una disolución de $AgNO_3$ 1,0 M.

Dato:



Respecto a esta celda seleccione la secuencia de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. La representación del diagrama de celda es $Mg_{(s)} / Mg^{2+}_{(1.0M)} // Ag^{+}_{(1.0M)} / Ag_{(s)}$.
 II. La *fem* estándar de la celda es 3,17.
 III. La reacción es espontánea.

A) FVV B) VVV C) FVF D) VVF E) FFF

Solución:

- I. **Verdadero.** La representación del diagrama de celda es



- II. **Verdadero.** La *fem* estándar de la celda es 3,17 V.

$$\Delta \mathcal{E}^{\circ} \text{ celda} = \mathcal{E}^{\circ} \text{ cátodo} - \mathcal{E}^{\circ} \text{ ánodo}$$

$$\Delta \mathcal{E}^{\circ} \text{ celda} = \mathcal{E}_{Ag^{+}_{(1.0M)} / Ag_{(s)}} - \mathcal{E}_{Mg^{2+}_{(1.0M)} / Mg_{(s)}}$$

$$\Delta \mathcal{E}^{\circ} \text{ celda} = 0,80 \text{ V} - (-2,37 \text{ V}) = 3,17 \text{ V}$$

- III. **Verdadero.** La reacción es espontánea $\Delta \mathcal{E}^{\circ} \text{ celda} > 0$.

Rpta.: B

Biología

EJERCICIOS DE CLASE

1. La teoría que explica el flujo de la savia a través del xilema se basa en los principios de capilaridad (cohesión, adhesión) y evapo-transpiración, los cuales permiten el ascenso de la savia. Al respecto al transporte en plantas, relacione y marque la alternativa correspondiente.

- | | |
|---|-----------------------|
| I. Las moléculas de agua se mantienen unidas entre sí formando una columna de agua que atraviesa el tejido xilema de la planta. | a. Ósmosis |
| II. A través de los estomas las moléculas de agua pasan a la atmósfera. | b. Evapotranspiración |
| III. Es el proceso por el cual el agua atraviesa las células de la endodermis. | c. Cohesión |

A) IIIa – IIb – Ic
D) IIIc – Ia – IIb

B) Ia – IIb – IIIc
E) Ic – IIIb – IIa

C) IIb – IIIa – Ic

Solución:

El agua atraviesa las células de la endodermis por ósmosis. Las fuerzas de cohesión permiten mantener unidas a las moléculas de agua, formando una columna de agua que ingresa al xilema. En la evapotranspiración, las plantas de un cultivo pierden agua a través de los estomas.

Rpta.: A

2. Respecto al movimiento de nutrientes en las plantas, identifique la verdad (V o F) y marque la alternativa correspondiente.

- En las raíces y tallos, la sacarosa se emplea como sustrato respiratorio o se almacena como almidón.
- Las hojas producen sacarosa que fluye mediante el xilema.
- Las zonas productoras de sustancias orgánicas se conectan con los tejidos que la emplean, a través de los tubos cribosos.

A) VVF

B) VFV

C) FVF

D) FFV

E) VVV

Solución:

VERDADERO. En las raíces y tallos, la sacarosa se emplea como sustrato respiratorio o se almacena como almidón.

FALSO. Las hojas producen sacarosa y esta fluye hacia los tejidos de utilización, mediante el floema.

VERDADERO. Las zonas productoras de sustancias orgánicas se conectan con los tejidos que la emplean, a través de los tubos cribosos.

Rpta.: B

3. El agua ingresa a las plantas por _____, esta se difunde por las paredes celulares y los espacios intercelulares (_____) y por un sistema continuo que comprende el citoplasma de las células (_____).

- A) la cofia de las raíces – apoplasto – simplasto
- B) las raíces – simplasto – apoplasto
- C) los pelos absorbentes – apoplasto – simplasto
- D) las hojas – apoplasto – simplasto
- E) pelos absorbentes – raíces – simplasto

Solución:

El agua ingresa a las plantas por los pelos absorbentes, esta se difunde por las paredes celulares y los espacios intercelulares (APOPLASTO) y por un sistema continuo que comprende el citoplasma de las células (SIMPLASTO).

Rpta.: C

4. Según el sistema circulatorio que presenten, agrupe correctamente las siguientes especies de animales y marque la alternativa correspondiente.

- I. «Fasciola»
- II. «Lombriz de tierra»
- III. «Vicuña»
- IV. «Anchoqueta»
- V. «Abeja»
- VI. «Caracol»

- A) I y V poseen sistema circulatorio abierto.
- B) II, III y IV poseen sistema circulatorio cerrado.
- C) V y VI no poseen corazón.
- D) I y V poseen sistema circulatorio.
- E) I, II y VI poseen sistema circulatorio cerrado.

Solución:

Fasciola hepática («Fasciola», platelminto, carece de sistema circulatorio), *Lumbricus terrestris* («Lombriz de tierra» anélido, sistema circulatorio cerrado), *Vicugna pacos* («Vicuña», vertebrado, sistema circulatorio cerrado), *Engraulis ringens* («Anchoqueta», vertebrado, sistema circulatorio cerrado), *Apis mellifera* («Abeja», artrópodo, sistema circulatorio cerrado), *Helix aspersa* («Caracol», molusco, sistema circulatorio abierto).

Rpta.: B

5. George es un zoólogo que ha encontrado un extraño ser vivo terrestre; al analizarlo detecta en su parte ventral una estructura muscular rodeada de tres grandes conductos que se conectan a tres cavidades internas pero estos conductos tienen terminaciones ciegas que desembocan a una gran cavidad interna, donde no puede identificar algo semejante a vasos sanguíneos. Según lo descrito, sería correcto afirmar que dicho ser vivo posee
- A) un hemocele semejante al que poseen los nemátodos.
 - B) una estructura muscular semejante al corazón de los reptiles y anfibios.
 - C) un sistema circulatorio abierto que posiblemente transporte hemolinfa.
 - D) un fluido muy parecido a la sangre venosa que sale de la cavidad ciega.
 - E) un sistema circulatorio con un corazón con cuatro cavidades.

Solución:

Dado a que este organismo posee una cavidad amplia y ciega a donde llegan los conductos, es muy probable que presente un sistema circulatorio del tipo abierto, por donde fluye la hemolinfa.

Rpta.: C

6. Relacione correctamente:

- () En su corazón la sangre venosa no se mezcla con la sangre arterial.
- () Por su corazón solo circula sangre venosa.
- () En su corazón se mezcla la sangre venosa con la arterial.
- () Su sistema circulatorio posee una serie de aberturas llamadas ostiolos.

- I. Mosca de la fruta
- II. Anchoveta
- III. Lagartija
- IV. Perro

- A) IV – II – III – I
- D) IV – I – II – III

- B) I – II – III – IV
- E) I – III – II – IV

- C) IV – III – II – I

Solución:

Drosophila melanogaster 'mosca de la fruta' es un artrópodo, que tiene sistema circulatorio abierto, provisto de un vaso dorsal con unas aberturas llamadas ostiolos. *Engraulis ringens* 'anchoveta' es un vertebrado de la clase peces, posee un sistema circulatorio cerrado simple por cuyo corazón solo circula sangre venosa. *Phyllodactylus* sp ('lagartija') es un reptil en cuyo corazón hay tres cavidades donde se produce la mezcla de la sangre venosa y arterial en su ventrículo. *Canis familiaris* ('perro'), es un mamífero caracterizado por tener circulación abierta doble y completa, es decir en su corazón no hay mezcla de la sangre arterial con la venosa.

Rpta.: A

7. El corazón humano posee cuatro cavidades y varias estructuras conocidas como válvulas que permiten controlar el flujo de sangre en su interior. De acuerdo con ello, relacione ambas columnas y marque la alternativa correcta.

I. Tricúspide	a. Permite la salida de la sangre del corazón.	
II. Válvula sigmoidea	b. Regula el flujo de la sangre venosa.	
III. Bicúspide	c. Regula el flujo de la sangre arterial.	
A) Ila – Ib – IIIc	B) Ib – IIc – IIIa	C) IIIa – IIc – Ib
D) Ila – IIIb – Ic	E) Ic – IIb – IIIa	

Solución:

La válvula tricúspide regula el paso de la sangre venosa (Ib), la válvula bicúspide, el flujo de la sangre arterial (IIIc) y las válvulas sigmoideas o semilunares, la salida de la sangre del corazón (IIa).

Rpta.: A

8. En las siguientes alternativas, se listan diferentes componentes del corazón humano. Ordénalos según el flujo de sangre.

- A) Vena cava – aurícula derecha – válvula tricúspide – arteria aorta
- B) Aurícula izquierda – válvula bicúspide – ventrículo izquierdo – arteria aorta
- C) Vena cava – aurícula izquierda – válvula tricúspide – ventrículo derecho
- D) Aurícula derecha – válvula bicúspide – ventrículo derecho – válvula sigmoidea
- E) Vena cava inferior – ventrículo izquierdo – válvula tricúspide – aurícula derecha

Solución:

La sangre venosa tiene la siguiente ruta en el corazón; ingresa por la vena cava – aurícula izquierda – válvula tricúspide – ventrículo izquierdo – válvula sigmoidea pulmonar – arteria pulmonar. La sangre arterial tiene la siguiente ruta en el corazón: vena pulmonar – aurícula derecha – válvula bicúspide – ventrículo derecho – válvula sigmoidea aórtica – arteria aorta.

Rpta.: B

9. Durante la formación de la orina se distingue la filtración, la reabsorción y la secreción. Al respecto, señala el enunciado correcto acerca del nombre de la estructura y la fase en la que está implicada.

- A) Glomérulo de Malpighi – filtración glomerular
- B) Tubo contorneado proximal – secreción de ácido úrico
- C) Tubo contorneado distal – filtración tubular
- D) Tubo colector – secreción de urea
- E) Cápsula de Bowman – Glomérulo de Malpighi

Solución:

El glomérulo de Malpighi lleva a cabo la filtración glomerular. Los túbulos contorneados distal y proximal, la reabsorción, y la parte final de la nefrona, la secreción.

Rpta.: A

10. Los organismos invertebrados poseen adaptaciones para llevar a cabo la función excretora. Relacione las siguientes columnas y marque la alternativa correcta.

I. Mosca	()	a. Nefridio
II. Hidras	()	b. Protonefridio
III. Taenia	()	c. Difusión
IV. Lombriz	()	d. Tubo de Malpighi

A) Id, IId, IIId, IVa
D) Ib, IIa, IIId, IVc

B) Ic, IIb, IIIa, IVd
E) Ia, IIc, IIId, IVb

C) Ia, IIb, IIId, IVd

Solución:

Los insectos como la mosca, poseen tubos de Malpighi; la lombriz de tierra como *Eisenia foetida* posee nefridios; los cnidarios lo realizan por difusión y los platelmintos como *Taenia sp.*, por protonefridios.

Rpta.: C

11. Un médico está examinando a un paciente y le mide la presión arterial con un esfigmomanómetro. Le explica que los valores normales para un adulto son alrededor de 120/80 mmHg. Después de realizar la medición, el médico le dice que, si la presión arterial supera esos valores, puede ser un signo de hipertensión. ¿Cuál de las siguientes lecturas indicaría que el paciente tiene hipertensión arterial?

A) 90/60 B) 125/85 C) 120/80 D) 100/70 E) 100/80

Solución:

Una persona que presenta una presión arterial por encima de 120/80 mmHg se considera hipertensa, ya que la presión ejercida por la sangre contra las arterias supera su resistencia natural y causa un deterioro progresivo de la función cardíaca y sanguínea.

Rpta.: B

12. Los ruidos cardíacos son sonidos breves y transitorios producidos por la intervención de las válvulas del corazón. Así se distinguen dos tipos de ruido, marque la alternativa incorrecta respecto a ello.

A) El cierre de la válvula bicúspide interviene en el primer ruido cardíaco.
B) La apertura de las válvulas sigmoideas es responsable del segundo ruido cardíaco.
C) Cuando las válvulas aurículo-ventriculares se cierran, provocan el primer ruido cardíaco.
D) El cierre de la válvula pulmonar y aórtica son responsables del segundo ruido cardíaco.
E) El cierre de las válvulas semilunares son responsables del primer ruido cardíaco.

Solución:

El primer ruido cardíaco corresponde al cierre de las válvulas aurículo-ventriculares y el segundo ruido al cierre de las válvulas sigmoideas.

Rpta.: B

13. El latido cardíaco es regulado por el sistema nervioso autónomo. El corazón posee un centro del cual se irradia el impulso nervioso que ocasiona la contracción y la relajación. Indique la alternativa correcta al respecto.
- A) El impulso se inicia en las fibras de Purkinge y de allí se desplaza al nódulo sinusal, el cual transmite la señal por el corazón.
 - B) La contracción cardíaca se conoce como diástole y la relajación como sístole.
 - C) El nodo sinusal envía la señal eléctrica al nodo aurículo-ventricular el cual mediante las fibras de Hiss y las fibras de Purkinge inerva al tejido cardíaco.
 - D) El impulso eléctrico se inicia en el Haz de Hiss y se distribuye al nodo sinusal.
 - E) El corazón es miogénico y en él se inicia la contracción.

Solución:

El impulso eléctrico que permite la contracción cardíaca se inicia con el nodo auricular o sinusal (marcapaso) – nodo aurículo-ventricular – haz de Hiss y fibras de Purkinge.

Rpta.: C

14. Identifique si la característica es de una vena (V) o una arteria (A).

- () Sus paredes vasculares son delgadas.
- () Poseen válvulas.
- () Sus paredes vasculares son anchas y elásticas.
- () Devuelven la sangre de los órganos al corazón.

A) V – V – A – V

B) A – A – V – A

C) V – V – V – A

D) A – V – A – V

E) A – A – A – A

Solución:

Las arterias extraen la sangre del corazón y la distribuyen a los órganos, sus paredes son gruesas y elásticas, carecen de válvulas. En cambio, las venas transportan la sangre de los órganos hacia el corazón poseen paredes delgadas con válvulas.

Rpta.: A

15. Un biólogo que estudia anfibios está explicando a un grupo de estudiantes cómo estos animales sobreviven en condiciones de altas temperaturas y sequías. Menciona que muchos anfibios utilizan un proceso llamado estivación para conservar agua. Para evaluar el conocimiento de los estudiantes, les pregunta ¿cuál de las siguientes estrategias utilizan los anfibios durante la estivación?
- A) Almacenar gran cantidad de agua en la vejiga natatoria
 - B) Captar agua por ósmosis a nivel de la piel y almacenarla en la cloaca
 - C) Almacenar orina diluida en la vejiga urinaria como reservorio de agua
 - D) Sus riñones producen gran cantidad de orina que pierden por ósmosis
 - E) Sus riñones producen poca cantidad de orina que recircula en su cuerpo

Solución:

Los anfibios que habitan ambientes terrestres secos, han reducido la permeabilidad de la piel al agua, poseen grandes vejigas urinarias que se llenan de orina diluida antes de entrar al período de estivación (época de sequía, donde reducen su actividad metabólica) y esta orina la utilizan como reservorio de agua durante ese período.

Rpta.: C

pre
SAN MARCOS