



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA
CENTRO PREUNIVERSITARIO

SEMANA N.º 6

Habilidad Verbal



(VIDEOS)
TEORÍA Y
EJERCICIOS

RELACIONES LÉXICO-SEMÁNTICAS EN EL TEXTO 1

SINONIMIA CONTEXTUAL

SECCIÓN A

En el caso de la sinonimia contextual, las palabras presentan significados equivalentes o idénticos solo determinados por el tramado del texto.

Ejemplo:

El fin del Imperio incaico era ineluctable. En esta oración, debido al contexto oracional, los sinónimos del término «fin» son «ruina, decadencia».

ACTIVIDAD. Determine los sinónimos contextuales de los términos que aparecen en negrita en el texto.

TEXTO

La imagen de Edgar Allan Poe como **mórbido** cultivador de la literatura de terror ha **entorpecido** en ocasiones la justa **apreciación** de su trascendencia literaria. Ciertamente fue el gran maestro del género, e inauguró además el relato policial y la ciencia ficción; pero, sobre todo, revalorizó y **revitalizó** el cuento tanto desde sus escritos teóricos como en su **praxis** literaria, demostrando que su **potencial** expresivo nada tenía que envidiar a la novela y otorgando al relato breve la dignidad y el prestigio que modernamente posee.

1. MÓRBIDO

- A) Delicado B) Obsesivo C) Trivial D) Tenaz E) Hético

Solución: B. *Mórbido*= loco, demente, insano

2. ENTORPECER

- A) Propiciar B) Recusar C) Obstaculizar
D) Menguar E) Lenificar

Solución: C. *Entorpecer* = obstaculizar

3. APRECIACIÓN

A) Deferencia B) Veneración C) Apego D) Respaldo E) Valoración

Solución: E. Apreciación = consideración

4. REVITALIZAR

A) Reformular B) Prescribir C) Reivindicar D) Renovar E) Preponderar

Solución: D. Revitalizar = renovar

5. PRAXIS

A) Dinamismo B) Utilidad C) Destreza D) Experiencia E) Práctica

Solución: E. Praxis = práctica

6. POTENCIAL

A) Idoneidad B) Capacidad C) Trascendencia
D) Vitalidad E) Contingencia

Solución: B. Potencial = capacidad

SINONIMIA CONTEXTUAL CON TÉRMINOS DEL IDIOMA INGLÉS

Lea el siguiente texto y determine los sinónimos contextuales de las palabras resaltadas en negrita.

Sometimes, after coming home thus late in a dark and **muggy** night, when my feet felt the **path** which my eyes could not **see**, dreaming and absent-minded all the way, until I was aroused by having to raise my hand to lift the latch, I have not been able to recall a single step on my walk, and I have thought that perhaps my body would find its way home if its **master** should forsake it, as the hand finds its way to the mouth without **assistance**.

A veces, después de llegar a casa tan tarde en una noche oscura y bochornosa, cuando mis pies sentían el camino que mis ojos no podían ver, soñando y distraído todo el camino, hasta que me despertaba al tener que levantar la mano para levantar el pestillo. No he podido recordar un solo paso de mi paseo, y he pensado que tal vez mi cuerpo encontraría el camino a casa si su amo lo abandonara, como la mano llega a la boca sin ayuda.

Muggy _____
Path _____
See _____
Master _____
Assistance _____

COMPRENSIÓN DE LECTURA

Las investigaciones de Richard Lynn, un profesor emérito de Psicología de la Universidad del Ulster, Irlanda del Norte, se conocen desde hace varios años. Ahora, en su libro *Race Differences in Intelligence*, dice haber probado que el CI de los alemanes es el mayor de Europa. Lynn ya causó sensación en 2005 con una investigación en la que atribuyó un CI superior al hombre frente al de la mujer.

Algunos lo critican por contribuir al renacer de la eugenesia, doctrina de los «genes buenos», que dio lugar a y fue sustentada por la ideología nazi. En su libro *Eugenics*, Lynn considera qué medidas deberían tomarse para rectificar el «deterioro genético» que, según él, sufre la humanidad. Predice que se producirá una selección genética de embriones in vitro.

«Las afirmaciones de Lynn son absolutamente arbitrarias y responden a intereses sociopolíticos de ciertos sectores, además de causar sensacionalismo en los medios, de los cuales muchos ni siquiera cuestionan su seriedad científica», piensa el Dr. Winderl, psicólogo y asesor en la cadena alemana NDR (Norddeutscher Rundfunk).

Según Lynn, los alemanes, junto con los holandeses, cuentan con un CI de 107, superando a polacos (106), suecos (104) e italianos (102). Atrás quedan los británicos con un CI de 100, antes de los franceses (94), y por último la naturaleza dotó, según Lynn, a rumanos, turcos y serbios con menos de eso. A escala mundial, los asiáticos tendrían 105, los europeos 100, los sudasiáticos 90, los indígenas americanos y los aborígenes australianos 90, y los africanos del sub-Sahara, 75, rozando casi la animalidad.

No obstante, el Dr. Winderl sostiene que el CI o la masa cerebral no determinan la inteligencia de una persona. «Es solo el resultado de una serie de test relativos al medio y a la experiencia de diferentes individuos. No pueden aplicarse los mismos ejercicios a todos los seres humanos, ni siquiera a un grupo de personas que habitan el mismo país». «La inteligencia de una comunidad se mide por su nivel educativo, que a su vez depende de los factores económicos y sociales a su alcance», agrega. En efecto, para Winderl, no es lo mismo la inteligencia de un groenlandés que la de un alemán. «En Groenlandia, un alemán tal vez no podría sobrevivir, ya que carece de los conocimientos necesarios para, por ejemplo, diferenciar los 30 tipos distintos de hielo que existen allí», advierte Winderl.

«Los africanos del Sub-Sahara conocen cientos de tipos distintos de nubes y de calidad del viento, lo que les permite saber si contarán con agua», continúa. Esto es, cuentan con inteligencia perceptiva en un contexto determinado. «La inteligencia solo se puede medir y determinar en forma práctica y concreta y el entorno influye en ella», concluye el Dr. Winderl.

Tomado de <http://www.dw.com/es/la-inteligencia-no-es-una-cuesti%C3%B3n-de-raza/a-1951075>

1. En última instancia, el autor tiene la intención de presentar
 - A) el desarrollo paralelo entre la inteligencia, el CI o la masa cerebral y la raza humana.
 - B) la tesis de Richard Lynn sobre la preponderancia de la inteligencia en los europeos.
 - C) dos enfoques disímiles en torno a la superioridad de la inteligencia de la raza alemana.
 - D) la demostración de que ciertas etnias tienen un CI o una inteligencia inferior a otras.
 - E) la refutación de la tesis del psicólogo Richard Lynn sobre la inteligencia según la raza.

Solución:

El texto gira en torno a la refutación que hace el Dr. Winderl a las tesis sobre la preponderancia de la inteligencia según la raza del psicólogo Lynn.

Rpta.: E

2. En el texto, el término SENSACIÓN connota

- A) controversia. B) admiración. C) consenso.
D) indiferencia. E) zozobra.

Solución:

En el texto se sostiene que el profesor Lynn dice haber probado que los alemanes son los más inteligentes de Europa, pero en el 2005 ya había causado sensación (controversia) al atribuir un CI superior al hombre frente al de la mujer.

Rpta.: A

- 3.** No se condice con el texto afirmar que Richard Lynn

- A) ha publicado libros e investigaciones sumamente polémicos.
- B) sostiene la viabilidad de poder corregir el deterioro genético.
- C) establece un CI determinado para una población según la raza.
- D) relaciona 4 factores: inteligencia, educación, economía y sociedad.
- E) ha sido criticado por su evidente simpatía con ideas eugenésicas.

Solución:

Según el texto, es el Dr. Winderl quien sostiene que la inteligencia de una comunidad se mide por su nivel educativo, que a su vez depende de los factores económicos y sociales a su alcance.

Rpta.: D

4. Del texto se colige que la inteligencia, según el Dr. Winderl,

- A) solo puede ser medida y determinada de manera teórica a través de test bien elaborados.
- B) debe ser analizada al margen de factores educativos o sociales de una población específica.
- C) revela la superioridad de poblaciones, según las razas dispersas en un continente o país
- D) es el resultado de muchos test elaborados para medir el CI de diversos grupos humanos.
- E) presenta diferencias según la capacidad del individuo y el entorno donde se desenvuelve.

Solución:

En el texto se sostiene que, para el Dr. Winderl, la inteligencia solo se puede medir y determinar en forma práctica y concreta, y el entorno influye en ella. De lo cual es posible inferir que la inteligencia presenta diferencias según la capacidad del individuo y el entorno donde se desenvuelve.

Rpta.: E

5. Si un equipo de psicólogos, luego de arduas investigaciones, concluyera que el CI determina la inteligencia de un individuo, entonces
- A) el Dr. Winderl vería refrendada su postura sobre la inteligencia humana.
 - B) los resultados de los test o pruebas psicológicas perderían credibilidad.
 - C) la postura del psicólogo R. Lynn sobre la inteligencia se vería fortalecida.
 - D) se podría concluir que la inteligencia es una facultad innata incommensurable.
 - E) sería evidente la relación inversamente proporcional entre CI e inteligencia.

Solución:

Según el texto, El CI es el resultado de test aplicados a personas de manera general para medir la inteligencia. De esta manera el profesor Richard Lynn establece una clasificación de personas inteligentes según los resultados de CI.

Rpta.: C

TEXTO 1 A

Respecto de la eutanasia, considero que deberíamos tener sumo cuidado, ya que esta es una pendiente peligrosa, es decir, se comienza por despenalizar situaciones límite y se va avanzando hasta convertir el morir en un derecho, de modo que el individuo pueda llegar a elegir cuándo y cómo morir, incrementando alarmantemente el número de muertes asistidas, como se observa en los países donde la eutanasia está legalizada. Además, con la eutanasia se promueve la falsa autodeterminación, es decir, decidir sobre su vida es un derecho que solo le atañe al paciente, cuando en realidad no es así, ya que la vida es un don divino, esto es, algo que ha sido regalado por Dios. Asimismo, consideramos que con la eutanasia se pervierte la ética médica, en tanto los médicos deben procurar la sanación o tratamiento del paciente para que venza la enfermedad o la alivie si esta no tiene cura, a fin de lograr su bienestar. Por último, tengamos en cuenta que cuando el paciente solicita la eutanasia, no actúa libremente, sino perturbado en su raciocinio por el sufrimiento ocasionado por los dolores que padece que le impiden tomar decisiones racionales. Por todo esto, sostenemos que la legalización de la eutanasia, lejos de ser **proficua**, por el contrario, suscitaría daños irreparables en la sociedad.

MOLINA, ISABEL. (S.A). «7 Argumentos en contra de la eutanasia». En *Misión*. Recuperado de <https://www.revistamision.com/7-argumentos-en-contra-de-la-eutanasia/>. (Texto editado)

TEXTO 1 B

¿Por qué respaldar el proyecto de ley sobre el derecho a la muerte digna? Hay buenas razones para que una mayoría dentro y fuera del parlamento esté de acuerdo con la ley, incluyendo a creyentes. La primera es que el proyecto es bastante prudente porque tiene un procedimiento exigente para certificar la libre voluntad y la condición médica de los pacientes que pidan la terminación de su vida en situaciones extremas de enfermedades terminales o lesiones irreversibles, además que ningún médico puede ser obligado a practicar la eutanasia. Los pacientes y los médicos que entiendan que la muerte digna es la que llega después de hacer hasta el último esfuerzo para alargar la vida, pueden optar por hacerlo. Así que no es cierto que la ley vaya a obligar a los médicos a convertirse en «verdugos», por el contrario, les permite seguir los dictados de su conciencia, que es justamente lo que

pregonan las jerarquías católicas y cristianas. Adicionalmente, hay una tercera razón: los pacientes tienen derecho a pedir que no se les alargue la vida artificialmente con tratamientos invasivos y costosos, como son las diálisis renales, los tratamientos agresivos para mantener el corazón latiendo, aunque se sepa que todo es en vano.

RODRÍGUEZ, CÉSAR. (16/10/2012). «3 Argumentos a favor de la eutanasia». En *Dejusticia*. Recuperado de <https://www.dejusticia.org/tres-razones-a-favor-de-la-eutanasia/>. (Texto editado)

1. El tema central de discusión gira en torno a

- | | |
|--|---------------------------------------|
| A) la legalización de la eutanasia. | B) la ética médica en la eutanasia. |
| C) la legitimidad de la muerte digna. | D) en qué casos aplicar la eutanasia. |
| E) la impicancia de una vida dolorosa. | |

Solución:

Ambos textos discuten sobre si la eutanasia debe ser legalizada o no. Para el texto A no porque es contraproducente; para el texto B sí porque aliviaría del sufrimiento al paciente.

Rpta.: A

2. En el texto A, el término PROFICUA se entiende como

- | | | |
|------------|---------------|--------------|
| A) legal. | B) efectiva. | C) benéfica. |
| D) lógica. | E) necesaria. | |

Solución:

En el texto, el término PROFICUA se entiende como lo que causa un bien.

Rpta.: C

3. Respecto a la falsa autodeterminación expuesta en el texto A, podemos colegir que este argumento carece de evidencias fácticas, puesto que

- A) los pacientes están alterados por su mal.
- B) se caracteriza por ser de índole religiosa.
- C) la medicina debe tener un aspecto moral.
- D) trastoca la libertad de decisión del paciente.
- E) muchos enfermos terminales desean morir.

Solución:

En el texto A se señala que la falsa autodeterminación se da cuando el paciente cree, equivocadamente, que puede decidir sobre su vida, cuando en realidad no puede hacerlo, porque la vida es un don otorgado por una divinidad, algo que no puede comprobarse; de tal modo que es un argumento de carácter religioso y no científico.

Rpta.: B

4. Respecto de la argumentación del texto B, resulta incompatible aseverar que se sustenta en
- A) el libre albedrío. B) el criterio de consciencia.
C) un asunto institucional. D) una patente coerción.
E) una condición volitiva.

Solución:

En el texto B se sostiene que ningún médico puede ser obligado a practicar la eutanasia; por el contrario, les permite seguir los dictados de su conciencia.

Rpta.: D

5. Si se determinara sólidamente que la eutanasia solo podría aplicarse en situaciones límite,
- A) la causa por la eutanasia tendría serios reparos.
 - B) la medicina abandonaría el juramento hipocrático.
 - C) la noción de vida digna podría verse cuestionada.
 - D) la oposición a la eutanasia perdería mucha fuerza.
 - E) los pacientes podrían solicitarla voluntariamente.

Solución:

En el texto A, la oposición a la eutanasia se sustenta en la peligrosa pendiente de ir más allá de los casos límite.

Rpta.: D

TEXTO 2

Las quejas y lamentos por el **declive** de las lenguas se remontan, como poco, hasta la invención de la imprenta. Poco después de que William Caxton instalara un taller de prensa en Inglaterra, en 1478, se lamentaba: «Ciertísimamente, la lengua que nosotros usamos difiere en mucho de la aquella que fue usada y hablada cuando yo fui nacido». En realidad, el pánico moral frente al declive en el modo de escribir seguramente será tan antiguo como la misma escritura.



La viñeta no es tan exagerada como podría parecer. Según el erudito británico Richard Lloyd-Jones, algunas de las tablillas de arcilla procedentes de la Sumeria antigua que se han descifrado recientemente contienen quejas por la decadencia en el modo de escribir de los jóvenes.

Mis reticencias para con los manuales de estilo clásicos me han acabado de convencer de que necesitamos una guía de escritura para el siglo XXI. Y no es que yo tenga la intención de sustituir o suplantar *The Elements of Style*, por no hablar de la capacidad que pudiera tener o no para llevar a cabo ese trabajo. Los escritores pueden mejorar sus textos leyendo más de una guía de estilo, y buena parte del Strunk y White (que es como se denomina comúnmente) resulta tan intemporal como encantadora. Pero otra buena parte no. Strunk nació en 1869 y los escritores actuales no pueden basar su arte exclusivamente en los consejos de un hombre que desarrolló su idea de estilo antes de la invención del teléfono (por no hablar de internet), antes de la aparición de los lingüistas modernos y las ciencias cognitivas, y antes de la oleada de desestructuración lingüística que barrió el mundo en la segunda mitad del siglo XX.

Pinker, S. (2019) *El sentido del estilo*. Capitán Swing

1. En esencia, el texto trata sobre

- A) la importancia de los manuales de estilo.
- B) la influencia de la imprenta en la escritura.
- C) el rechazo a la degeneración del lenguaje.
- D) el estilo de la escritura en épocas antiguas.
- E) la necesidad de una guía de escritura actual.

Solución:

En esencia, Pinker sostiene la necesidad de una guía de escritura actual.

Rpta.: E

2. En el texto, el sinónimo contextual del término DECLIVE es

- A) debilitamiento.
- B) superficialidad.
- C) deterioro.
- D) inclinación.
- E) irrelevancia.

Solución:

Según el contexto oracional, el término DECLIVE es equivalente a la palabra DETERIORO.

Rpta.: C

3. No se condice con el texto, sostener que la escritura

- A) fue empleada al margen de la reglamentación desde la Antigüedad.
- B) requiere de una guía de escritura para mantener su calidad textual.
- C) necesita mantenerse vigente con el tiempo que corresponde su uso.
- D) refleja la trivialización de la moral respecto del lenguaje científico.
- E) gozaba de pureza y buen uso antes de la invención de la imprenta.

Solución:

En el texto se sostiene que, desde la Antigüedad, ya había quejas por el mal uso de la escritura que hacían los jóvenes.

Rpta.: E

4. De la imagen, se puede inferir que en la Antigüedad
- A) la escritura carecía de valor comunicativo y social.
 - B) había un afán imperioso por transgredir la lengua.
 - C) se exhortaba a las personas a escribir correctamente.
 - D) la escritura sufrió modificaciones debido a la imprenta.
 - E) los escritores eran muy creativos al usar el lenguaje.

Solución:

En la viñeta se observa que quien está escribiendo transgrede una norma de escritura y, enseguida, es amonestado por ello.

Rpta.: C

5. Si un lingüista sostuviera que los manuales de estilo clásico son las guías idóneas para redactar, entonces
- A) todos escribirían sin cometer errores ortográficos.
 - B) Pinker rechazaría categóricamente tal afirmación.
 - C) el autor del texto respaldaría ese punto de vista.
 - D) se desestimaría usar una escritura para el s. XXI.
 - E) los correctores de estilo se mostrarían en contra.

Solución:

Pinker desconfía de los manuales de estilo clásico, pues resultan anacrónicos para nuestra época. Si alguien recomendase ceñir su redacción a estos, el autor lo rechazaría sin lugar a duda.

Rpta.: B**SEMANA 6 C****PASSAGE 1**

George Berkeley defends idealism by attacking the materialist alternative. What exactly is the doctrine that he's attacking? Readers should first note that "materialism" is used to mean "the doctrine that material things exist". This is in contrast with another use, more standard in contemporary discussions, according to which materialism is the doctrine that *only* material things exist. Berkeley contends that *no* material things exist, not just that some material things exist. Thus, he attacks Cartesian and Lockean *dualism*, not just the considerably popular (in Berkeley's time) *view*, held by Hobbes, that only material things exist. But what exactly is a material thing? Interestingly, of Berkeley's attack on matter is to argue that this question cannot be satisfactorily answered by the materialists, that they cannot characterize their supposed material things. However, an answer that captures what exactly it is that Berkeley rejects is that material things are *mind-independent* things or substances. Berkeley holds that there are no such mind-independent things, that, in the famous phrase, *esse est percipi (aut percipere)* — «to be is to be perceived (or to perceive)».

Stanford Encyclopedia of Philosophy. [September 10, 2004]

TRADUCCIÓN

George Berkeley defiende el idealismo atacando la alternativa materialista. ¿Cuál es exactamente la doctrina que está atacando? Los lectores deben notar primero que aquí se utiliza «materialismo» para significar «la doctrina de que las cosas materiales existen». Esto contrasta con otro uso, más estándar en las discusiones contemporáneas, según el cual el materialismo es la doctrina de que solo existen cosas materiales. Berkeley sostiene que no existen cosas materiales, no solo que existen algunas cosas inmateriales. Por lo tanto, ataca el dualismo cartesiano y lockeano, no solo la visión considerablemente menos popular (en la época de Berkeley), sostenida por Hobbes, de que solo existen cosas materiales. Pero ¿qué es exactamente una cosa material? Curiosamente, parte del ataque de Berkeley a la materia consiste en argumentar que los materialistas no pueden responder satisfactoriamente a esta pregunta, que no pueden caracterizar sus supuestas cosas materiales. Sin embargo, una respuesta que capta exactamente qué es lo que Berkeley rechaza es que las cosas materiales son cosas o sustancias independientes de la mente. Berkeley sostiene que no existen tales cosas independientes de la mente, que, en la famosa frase, *esse est percipi* (aut *percipere*) – «ser es ser percibido (o percibir)».

1. As used in the passage, VIEW can be replaced by

A) judgment. B) pattern. C) value. D) doctrine. E) tale.

Solution:

Given that it is about a philosophical approach (Hobbes), it can be inferred that it refers to a doctrine.

KEY.: D

2. The main purpose of the author is to

A) advocate the dualism of Berkeley.
B) illustrate the materialism of Berkeley.
C) explain the idealism of Berkeley.
D) highlight the notion of perception.
E) refute Berkeley's materialism.

Solution:

Mainly, the author seeks to elucidated the essence of Berkeleyan idealism: to be is to be perceived or to perceive.

KEY.: C

3. Which of the following statements is not compatible with the development of the passage?

A) Berkeley agrees with Hobbes's thinking.
B) Berkeley's point of view is polemical.
C) Locke agrees something with Descartes.
D) Berkeley demolishes the materialist position.
E) there are no material things for Berkeley.

Solution:

While Berkeley is idealistic, Hobbes is materialistic: they both are in the antipodes.

KEY.: A

4. From the passage it is inferred that, according to Berkeley, an entity mind-independent is
- A) precarious. B) impossible. C) plausible.
D) unlikely. E) logical.

Solution:

According to the formula of Berkeley, an entity mind-independent is not possible. Indeed, to be is to be perceived or to perceive.

KEY.: B

5. If a thinker could clearly characterize what matter is,
- A) he could validly refute Berkeley.
B) he would be a radical Cartesian.
C) he would refute Locke's thesis.
D) he would object to the Hobbes's view.
E) he would coincide with Berkeley.

Solution:

According to Berkeley, matter is a concept that no one can understand and from there Berkeley deduces his idealism. So, Berkeley would be refuted with a good characterization of the matter.

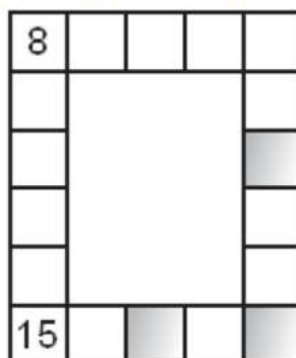
KEY.: A

Habilidad Lógico-Matemática

EJERCICIOS DE CLASE

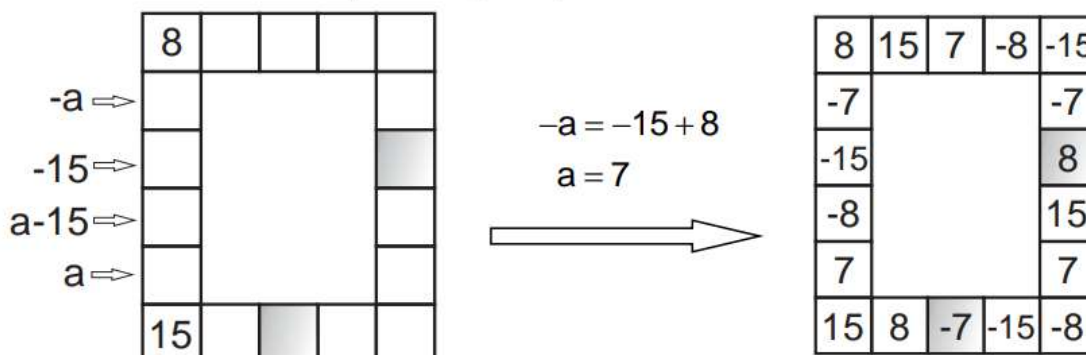
1. En la siguiente figura, escriba un número entero en cada cuadradito vacío, de tal manera que el número escrito en cada cuadradito sea igual a la suma de los dos números escritos en los cuadraditos adyacentes a este con las que comparte un lado. Como se observa, dos de los números ya se escribieron. Determine la suma de los números que se escribirán en los casilleros sombreados.

- A) 1
B) 0
C) -8
D) 7
E) -7



Solución:

De acuerdo a los datos y de la figura, podemos hallar el valor de a .



Luego, la suma de los números en los casilleros sombreados será -7.

Rpta.: E

2. En la siguiente cuadrícula, escriba un número entero positivo en cada cuadrado, de tal manera que los cinco números escritos sean todos diferentes; además, de izquierda a derecha se cumpla que:

- La suma de los tres primeros números sea 19.
- El producto de los tres últimos números sea 15.
- La suma del primer y penúltimo número sea 11.
- Los números deben estar ordenados de mayor a menor.

¿Cuál es la diferencia positiva de los números escritos en los extremos de la cuadrícula?

A) 9

B) 11

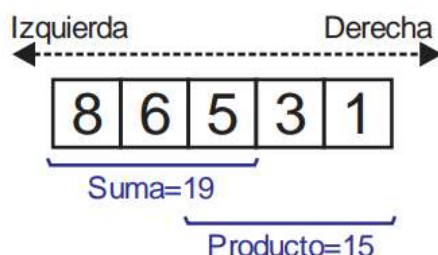
C) 8

D) 7

E) 12

**Solución:**

En la figura, se muestra los números que cumplen con la condición pedida.



Luego, la diferencia positiva de los números escritos en los extremos es 7.

Rpta.: D

3. Ana debe escribir números enteros y positivos en cada uno de los casilleros, de modo que en cada fila y en cada columna haya solo un número que aparezca exactamente 2 veces. Si la suma de los números distribuidos en cada fila y cada columna es la misma y la mínima posible, ¿cuál será la suma de los números en los casilleros sombreados que escribió Ana?

A) 5

B) 8

C) 4

D) 7

E) 2

		5
8		

Solución:

Para que la suma sea mínima en la horizontal y vertical que contiene al número 8 lo mínimo es 2 y debe repetirse:

2	5	5
8	2	2
2	5	5

La suma de los números de los casilleros sombreados: $2 + 5 = 7$.

Rpta.: D

4. En el arreglo numérico que se muestra en la figura, se cumple que, al sumar los números de las filas o columnas formadas por cuatro casillas, se obtiene siempre el mismo resultado. Halle el valor de $\frac{bc}{z-a}$.

A) 15

B) 14

C) 13

D) 16

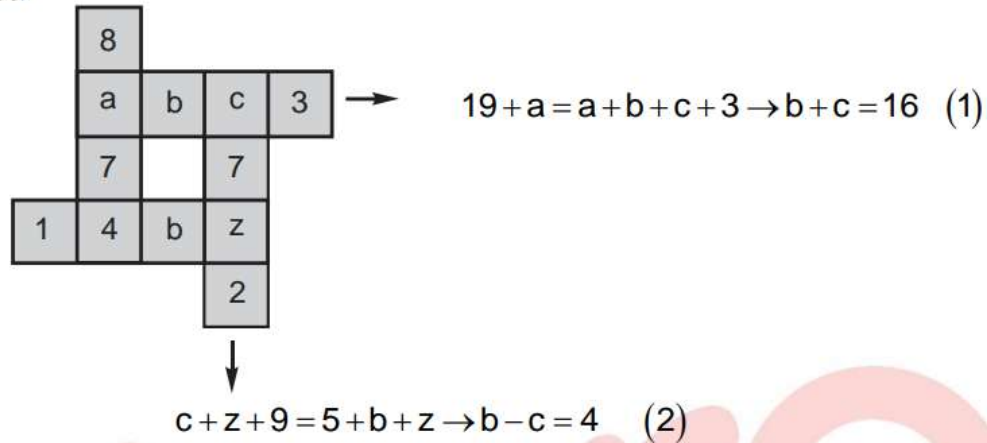
E) 12

	8			
	a	b	c	3
	7		7	
1	4	b	z	
			2	

Solución:

Por determinar el valor de $\frac{bc}{z-a}$

De la gráfica



De (1) y (2): $b = 10$ y $c = 6$

Dado que $S = 19 + a = 15 + z$ se tiene que $z - a = 4$

Luego, $\frac{bc}{z-a} = \frac{(10)(6)}{4} = 15$

Rpta.: A

5. En cada una de las nueve casillas circulares de la figura, escriba los números enteros desde 1 hasta 9, sin repetir, de tal manera que la suma de los números ubicados en las casillas circulares correspondientes a los vértices de un triángulo simple, sumen la cantidad escrita en el interior de dicha región. Calcule la suma de los números escritos en las casillas sombreadas.

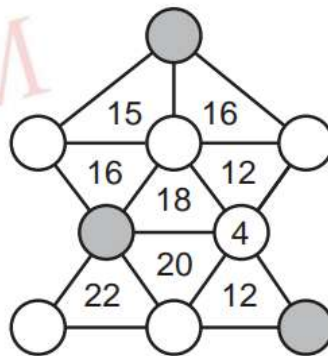
A) 20

B) 19

C) 18

D) 16

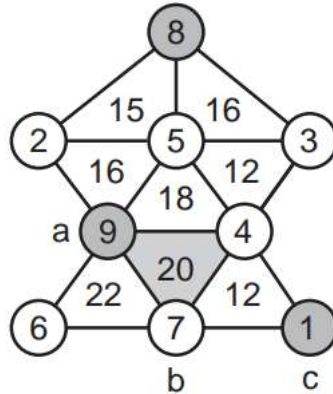
E) 21

**Solución:**

De la suma de los dos números ubicados en los vértices del triángulo sombreado se obtiene que: $a + b = 16$, de forma similar obtenemos $b + c = 8$.

Luego $a = 9$, $b = 7$ y $c = 1$.

Distribuyendo el resto de los números $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ se tiene



Por tanto, la suma de las casillas circulares sombreadas es: $8 + 9 + 1 = 18$

Rpta.: C

6. En cada una de las casillas de la figura mostrada, se debe escribir números de una sola cifra, de manera que al realizar las operaciones horizontales y verticales produzcan los resultados mostrados. ¿Cuál es la suma de los números escritos en las casillas sombreadas de gris?

A) 8

B) 5

C) 2

D) 4

E) 6

	-		+		=8
÷		+		+	
	+	7	x		=9
x		÷		-	
	+		-		=6
=9		=2		=0	

Solución:

Por tanto, la suma de los números escritos en las casillas sombreadas es 5

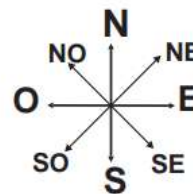
6	-	1	+	3	=8
÷		+		+	
2	+	7	x	1	=9
x		÷		-	
3	+	7	-	4	=6
=9		=2		=0	

Rpta.: B

7. La siguiente figura muestra los botones circulares de una caja fuerte, cada botón tiene escrito una letra y un número. La caja solo se abre apretando la máxima cantidad de botones uno por vez siguiendo una determinada secuencia, por ejemplo: el botón  de la esquina superior izquierda indica que el próximo botón que debe apretarse debe estar dos botones en dirección este. Si se debe llegar a la casilla de donde dice "último" ¿cuál es el primer botón que debe apretarse?

A) B) C) D) E) 

				
			último	
				
				
				
				

**Solución:**

Tenemos:

Por tanto, el primer botón que debe apretarse es

**Rpta.: E**

8. Clara comienza escribiendo el número 12 y sigue las flechas usando las reglas que se muestran en la parte izquierda de la imagen. ¿Qué número estará escrito en el signo de interrogación?

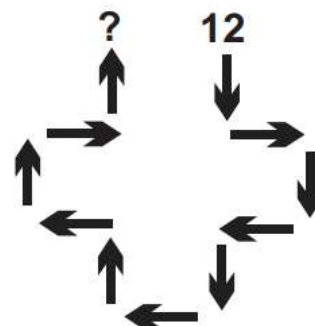
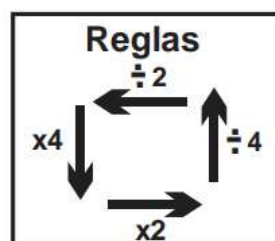
A) 3

B) 6

C) 12

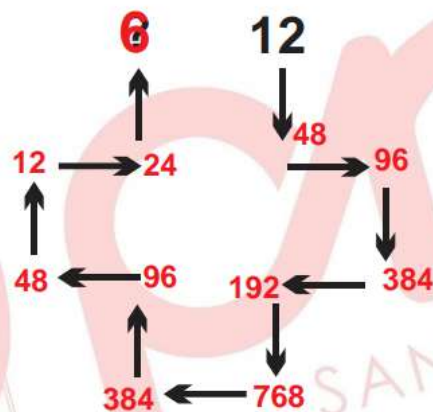
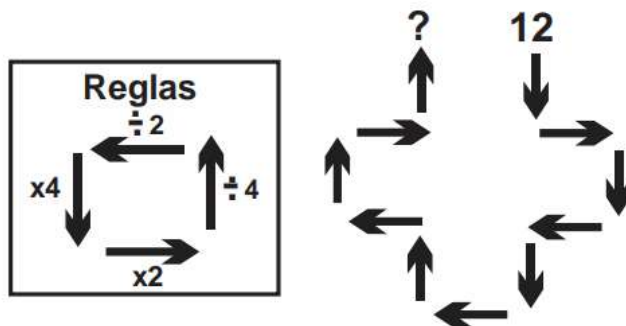
D) 24

E) 48



Solución:

Veamos:



Por tanto, el número escrito en el signo de interrogación es 6.

Rpta.: B

9. La siguiente figura muestra un cuadrado mágico multiplicativo de 3×3 , es decir, el producto de los tres números escritos en las tres casillas de cada fila, columna y diagonal de cada cuadrado mágico es siempre la misma. Determine la suma de cifras del valor de $V - A + C + P - S$.

- A) 7
B) 11
C) 10
D) 8
E) 9

V	A	-2
-4	10	-25
C	P	S

Solución:

Aplicando convenientemente las propiedades de cuadrado mágico multiplicativo.

Cte mágica multiplicativa: $k = -4(10)(-25) = 1000$

V	A	-2
-4	10	-25
C	P	S

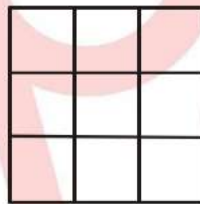
$$\begin{aligned} S &= 20 \\ V &= 5 \\ A &= -100 \\ C &= -50 \\ P &= -1 \end{aligned}$$

$$V - A + C + P - S = 5 - (-100) - 50 - 1 - 20 = 34$$

$$\text{Suma de cifras}(34) = 7$$

Rpta.: A

10. En la figura se muestra una cuadrícula, en la cual se debe escribir los números $1, 3, 3^2, 3^3, 3^4, \dots, 3^8$, de tal manera que el producto de los números ubicados en cada fila, columna y diagonal sea el mismo. Halle el valor de dicho producto.



- A) 3^{12} B) 3^{10} C) 3^8 D) 3^{11} E) 3^{13}

Solución:

Se tiene: $3^0, 3^1, 3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 3^6, 3^7, 3^8$ (Producto)

Exponentes: $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ (Suma)

1	8	3
6	4	2
5	0	7

3^1	3^8	3^3
3^6	3^4	3^2
3^5	3^0	3^7

Por tanto, el producto será: $3^1 \times 3^4 \times 3^7 = 3^{12}$

Rpta.: A

11. En la siguiente cuadrícula, Karim debe escribir los 16 primeros números enteros positivos, sin repetir, con la condición de que la suma de los cuatro números de forma vertical, horizontal y diagonal sea la misma. Halle la suma de «a + b + c + d».

	a	b	
	c	d	

- A) 32 B) 34 C) 36 D) 38 E) 30

Solución:

$$\text{Nro.mágico } S_n = \frac{n(n^2 + 1)}{2}$$

$$\rightarrow S_4 = \frac{4(4^2 + 1)}{2} = 34$$

Por propiedad de cuadrados mágicos aditivos de 4x4 se verifica:

$$a + b + c + d = 34$$

Rpta.: B

12. Con los números pares del 2 al 32, sin repetir, se forma el siguiente cuadrado mágico aditivo, esto es, la suma de los cuatro números que forman las filas, columnas y diagonales sea la misma. Determine la suma de cifras del valor de (p + b) c.

- A) 9
B) 7
C) 12
D) 15
E) 16

2	30	28	b
24	g	q	c
16	p	n	a
26	m	4	32

Solución:

Escribiendo los números del 2 al 32 de la forma siguiente e intercambiando como se muestra en la figura, tenemos:

32	30	28	26
24	22	20	18
16	14	12	10
8	6	4	2

2	30	28	8
24	12	14	18
16	20	22	10
26	6	4	32

2	30	28	b
24	g	q	c
16	p	n	a
26	m	4	32

De aquí, se tiene que: $p = 20$; $b = 8$; $c = 18$

Por tanto, $(20+8)18=504$. Suma de cifras $5+0+4=9$

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Escriba los números enteros del -7 al -1 tal que la suma de los números escritos en tres casillas colineales sea siempre -12 . Determine el número que se debe escribir en la casilla sombreada.

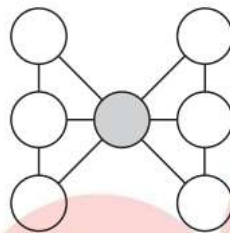
A) -2

B) -5

C) -4

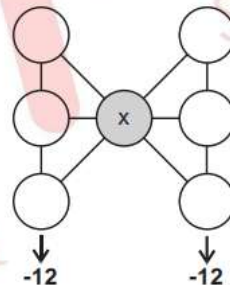
D) -3

E) -1



Solución:

Por la suma de las casillas colineales siempre es -12 , tenemos



Por lo tanto, $x = -\frac{7 \times 8}{2} - (-12 - 12) = -4$.

Rpta.: C

2. En la siguiente cuadrícula de 4×4 , x , y , z son números enteros positivos. Si la suma de los números escritos en las filas y columnas son las que se muestran en la figura, ¿cuál es el valor de $x + y - z$?

x	y	x	x	→ 102
23	x	z	y	
y	y	23	z	
x	z	x	z	→ 122
↓				91

A) 12

B) 10

C) 11

D) 13

E) 14

Solución:

Tenemos la cuadrícula:

x	y	x	x	→ 102
23	x	z	y	
y	y	23	z	
x	z	x	z	→ 122

↓
91

$$2x + 2z = 122 \Rightarrow x + z = 61 \dots (I)$$

$$2y + x + z = 91 \Rightarrow y = 15 \dots (II)$$

$$3x + 15 = 102 \Rightarrow x = 29, \text{ reemplazando en (I) } z = 32$$

$$\text{De aquí } x + y - z = 29 + 15 - 32 = 12$$

Rpta.: A

3. Elena desea escribir un número entero en cada casilla del tablero triangular, tal como indica la figura. Si la suma de los números escritos en cada par de casillas con un lado común debe ser la misma y ella ya escribió algunos números, ¿cuál será la suma de todos los números escritos en el tablero?

A) 39

B) 42

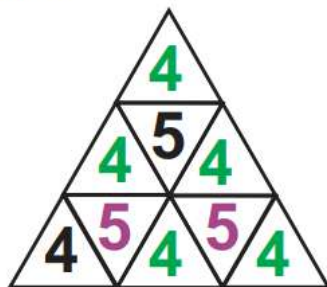
C) 40

D) 38

E) 37

**Solución:**

Según las condiciones del problema



Por lo tanto, la suma de todos los números escritos en el tablero es 39:

Rpta.: A

4. En la gráfica, escriba en cada círculo los números del 1 al 9, sin repetirlos, de modo que la suma de los números correspondientes a los círculos conectados por un segmento dé como resultado el número que está indicado en dicho segmento. Halle el producto de los números escritos que están en los casilleros sombreados.

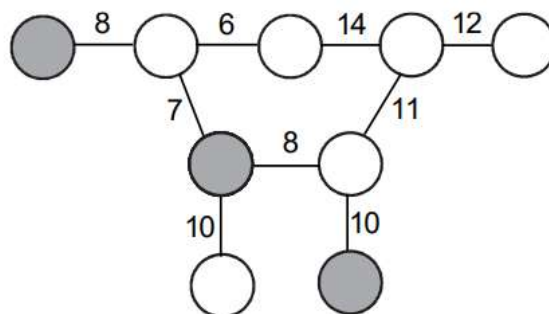
A) 220

B) 336

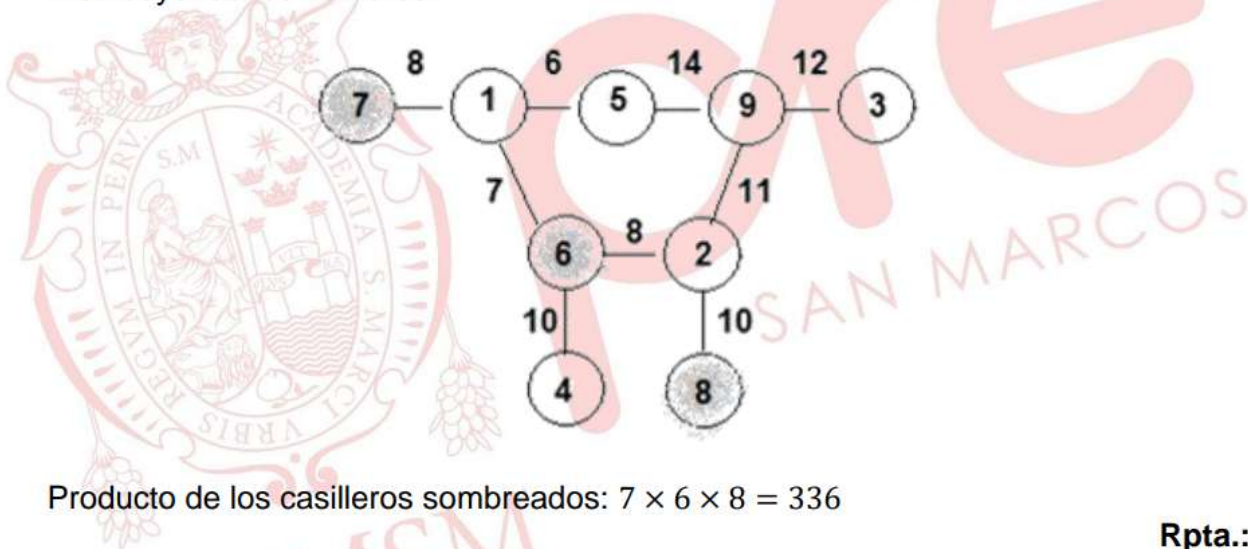
C) 250

D) 160

E) 306

**Solución:**

Distribuyendo los números:

Producto de los casilleros sombreados: $7 \times 6 \times 8 = 336$ **Rpta.: B**

5. Rodrigo es estudiante de informática y posee 4 tarjetas de crédito, a los cuales les coloca claves secretas distintas, pero que siguen una secuencia, solo por él conocida. A continuación, se muestra las claves de sus tarjetas:

- METRO $\Rightarrow$ 5 5 5 5
- BBVA $\Rightarrow$ 4 6 4 6
- BCP $\Rightarrow$ 3 4 6 4
- INTERBANK $\Rightarrow$ m n p q

Si $m \neq 2$, calcule $m+n+p+q$

A) 19

B) 28

C) 20

D) 24

E) 25

Solución:

COLUMNA 1	COLUMNA 2	COLUMNA 3	COLUMNA 4
# de letras de tarjeta	# de letras del número de columna 1	# de cifras del número de columna 2	# de cifras del número de columna 3
INTERBANK: 9	5	5	5

Suma = 24

Rpta.: D

6. María quiere colocar en un tablero de 5x5, varias fichas que se comportan con las reglas del «caballo» de un juego de ajedrez. Ella dice que si de una casilla se pueda llegar a otra casilla distinta con uno o con dos movimientos de caballo, lo llamará «compatible». Por ejemplo, en el tablero se ha colocado tres números X, Y, Z, ellos forman una terna compatible porque desde X podemos ir a Y mediante un movimiento del caballo, desde Y podemos ir a Z mediante un movimiento del caballo, y desde Z podemos ir a X mediante dos movimientos de caballo, por tanto, X, Y y Z forman una terna compatible.

			Y	
	X			
				Z

Inicialmente todas las casillas están pintadas de un mismo color, pero las casillas que formen «terna compatible», se volverán a pintar, pero con colores distintos. ¿Cuál es el menor número de colores distintos que habrá en el tablero, si María coloca una ficha en el centro del tablero?

- A) 7 B) 4 C) 6 D) 9 E) 8

Solución:

- 1) Tenemos una cuadrícula de tamaño 5x5, formamos todas las ternas posibles con uno o dos movimientos de caballo, iniciando en el centro del tablero

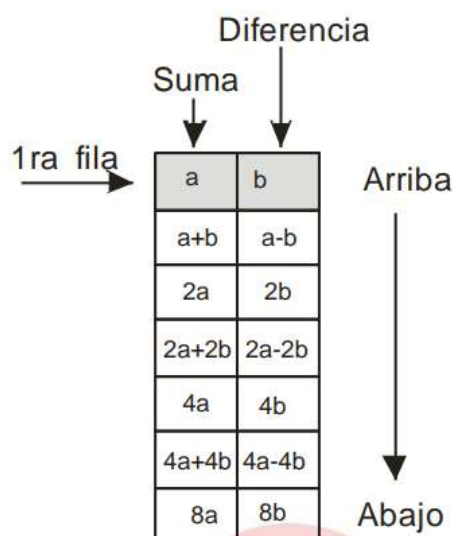
	B		C	
D				E
		A		
F				F
	H		G	

- 2) Por tanto, el número de colores distintos es 9.

Rpta.: D

7. En la siguiente tabla de 7×2 , Teresa escribió un número en cada uno de los cuadraditos sombreados de la primera fila; y en cada uno de los cuadraditos de las filas siguientes (de arriba hacia abajo) escribió la suma y la diferencia de los números de la fila anterior. Si Teresa escribió los números 168 y 104 en la última fila, ¿cuál es la suma de los números que escribió en la primera fila en esa tabla?

- A) 20 B) 32 C) 13
D) 26 E) 34



Solución:

Llenamos la tabla según los datos:

Luego:

i) $8a = 168 \Rightarrow a = 21$

$$\text{ii) } 8b = 104 \Rightarrow b = 13$$

Así, $a + b = 34$

Rpta.: E

8. Complete el siguiente arreglo numérico con los números enteros del -4 al -1 , de modo que no se repita ningún número en la misma fila, columna o cuadrícula 2×2 remarcada. Determine el valor de $xy - z$.

- A) 8
B) -2
C) -6
D) 4
E) -4

-1		x	-3
-2	-3		
-3		-1	
	y		z

Solución:

De acuerdo a las condiciones del arreglo numérico, resulta

-1	-4	-2	-3
-2	-3	-4	-1
-3	-2	-1	-4
-4	-1	-3	-2

Por lo tanto, $xy - z = 4$.

Rpta.: D

9. Escriba en las casillas de la cuadrícula algún número natural del 1 al 8 de manera conveniente tal que en cada fila, columna y diagonal sumen 33. Determine la cantidad de veces que aparece el número 2.

A) 2

B) 5

C) 6

D) 4

E) 3

				7
	1			
8				2

Solución:

De acuerdo a las condiciones del arreglo numérico, resulta

8	8	2	8	7
7	8	8	2	8
8	1	8	8	8
2	8	8	7	8
8	8	7	8	2

Por lo tanto, cantidad de veces que aparece el número 2 es 4.

Rpta.: D

10. En la figura, escribe los números 4; 5 o 6 en los casilleros vacíos de modo que el cuadrado resulte ser un cuadrado mágico de constante 20. Determine la suma de los números escritos en los casilleros sombreados.

A) 17

B) 15

C) 20

D) 18

E) 16

5			4
4			5
	4	5	
6			

Solución:

Escribamos algunos elementos:

5	a		4
4	5	6	5
5	4	5	c
6	b		

luego

1) $c = 6$ y $a + b = 11$

2) $a + b + c = 17$

Rpta.: A

Aritmética**EJERCICIOS DE CLASE**

1. El profesor Gerardo, en su clase de aritmética, solicita a sus alumnos que utilicen los dígitos significativos a y b , donde $a > b$ y obtengan todos los números de la forma $N = a^2 - b^2$. De acuerdo a lo anterior, indique la alternativa correcta.
- A) N siempre es un número primo.
 B) Si a y b son primos, entonces N siempre es un número primo.
 C) El menor valor de N no es un número primo ni compuesto.
 D) La suma de las cifras del mayor valor de N es 9.
 E) Por lo menos hay un valor de N que es número compuesto.

Solución:

$$N = a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$\text{Para: } a = 2 ; b = 1 \rightarrow N = (1)(3) = 3 \text{ (primo)}$$

$$a = 3 ; b = 2 \rightarrow N = (1)(3) = 5 \text{ (primo)}$$

$$a = 3 ; b = 1 \rightarrow N = (2)(4) = 8 \text{ (compuesto)}$$

$$a = 5 ; b = 2 \rightarrow N = (3)(7) = 21 \text{ (compuesto)}$$

$$a = 9 ; b = 1 \rightarrow N = (8)(10) = 80 \text{ (suma de cifras = 8)}$$

Rpta.: E

2. Ximena compra una pecera, que tiene la forma de un paralelepípedo rectangular, la cual contiene $\overline{(2c)000} \text{ cm}^3$ de agua. Las dimensiones de la pecera son los números primos $\overline{b(b+2)}$, $\overline{cb}$ y $\overline{dc}$ expresados en centímetros y los menores posibles; además su volumen es de $\overline{ad6a} \text{ cm}^3$. Si a , b y c son diferentes entre sí, ¿cuántos centímetros cúbicos de agua debe agregar Ximena para llenar dicha pecera?

- A) 3069 B) 3096 C) 3296 D) 3692 E) 3269

Solución:

$$\text{Volumen de la pecera: } \overline{ad6a} = [\overline{b(b+2)}] \cdot [\overline{cb}] \cdot [\overline{dc}]$$

$$\overline{ad6a} = 13(31)(23) = 9269$$

$$b = 1; c = 3; d = 2 \text{ y por consiguiente } a = 9$$

$$\text{Volumen agua: } \overline{(2c)000} = 6000$$

$$\therefore \text{ Ximena debe agregar: } 9269 - 6000 = 3269 \text{ cm}^3$$

Rpta.: E

3. Un comerciante recibió un pedido de 240 huevos de codorniz, los cuales debe empaquetar en cajas en las que entran exactamente una misma cantidad de huevos. Si cada tipo de caja debe contener más de 2, pero menos que 120 huevos, ¿en cuántos tipos de caja puede colocar el total de huevos pedidos?

- A) 18 B) 16 C) 14 D) 12 E) 10

Solución:

$$240 = 2^4 \times 3^1 \times 5^1$$

$$\text{Cantidad total de tipos de cajas} = CD(240) = 5 \times 2 \times 2 = 20$$

No hay tipos de cajas para 1 ; 2 ; 120 y 240 huevos : 4 tipos menos

$$\therefore \text{ Cantidad de tipos de cajas} = 20 - 4 = 16.$$

Rpta.: B

4. En una maderera solo tienen, en suficiente cantidad, planchas de triplay de 4mm de espesor, 244 cm de largo y 122 cm de ancho, para atender cualquier pedido. Un cliente pidió que le preparen todas las planchas posibles, sin repetición, cuyo largo y ancho tengan un número entero de centímetros, un espesor de 4mm y un área de 900 cm^2 . Si luego de los cortes respectivos, a dichas planchas y sin pegar parte alguna, el cliente quedó conforme con su pedido, ¿cuántas planchas de triplay recibió?
- A) 10 B) 14 C) 13 D) 11 E) 12

Solución:

$$900 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \quad \rightarrow \quad CD(900) = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$\text{Cantidad total de planchas de triplay diferentes} = \frac{27+1}{2} = 14$$

No hay planchas de: 1×900 ; 2×450 ; 3×300 : 3 planchas menos

$$\therefore \text{Cantidad de planchas de triplay que recibió} = 14 - 3 = 11.$$

Rpta.: D

5. Luciana acude a una boutique llevando $\overline{bab}$ soles y solo compra un vestido de $\overline{aba}$ soles. Si el número $N = p^{a+p} \cdot (p+1)^{bp}$, que está en forma canónica, tiene $(b+3)1$ divisores positivos, ¿cuánto dinero, en soles, le sobra a Luciana?

- A) 182 B) 191 C) 91 D) 273 E) 82

Solución:

$$N = 2^{a+2} \cdot 3^{2b} \quad \rightarrow \quad CD(N) = (a+3)(2b+1) = \overline{(b+3)1}$$

$$(4+3)(2 \times 6+1) = \overline{(6+3)1} \quad \rightarrow \quad a=4; \quad b=6$$

$$\therefore \text{A Luciana le sobra } 646 - 464 = 182 \text{ soles.}$$

Rpta.: A

6. Las hermanas Raquel y Norma tienen la menor cantidad posible de soles representados por dos números impares diferentes y con solo tres factores primos en su descomposición canónica. Ellas deciden comprarle un celular a su madre, por su cumpleaños. Si el precio, en soles, de dicho celular coincide con la suma de los divisores positivos del número de soles que tienen juntas, ¿cuánto dinero les falta para comprar ese celular?

- A) 320 B) 240 C) 250 D) 450 E) 350

Solución:

$$105 = 3(5)(7) \quad ; \quad 165 = 3(5)(11)$$

$$\text{Entre las dos tienen: } 105 + 165 = 270 \text{ soles}$$

$$N = 270 = 2^1 \cdot 3^3 \cdot 5^1$$

$$\text{Precio del celular: } SD(N) = \frac{2^2-1}{2-1} \cdot \frac{3^4-1}{3-1} \cdot \frac{5^2-1}{5-1} = 3(40)(6) = 720$$

$$\text{Diferencia: } 720 - 270 = 450$$

$\therefore$ Para comprar ese celular les falta 450 soles.

Rpta.: D

7. Los hermanos Boris y Falco aportaron cierta cantidad de dinero al comprar una PC de oferta. Si el número de soles que aportó Boris tiene 21 divisores positivos los cuales suman 1651 y Falco aportó tanto como el producto de las cifras del número de soles que aportó Boris, ¿cuántos soles les costó dicha PC?

A) 782 B) 786 C) 746 D) 728 E) 806

Solución:

Aporte de Boris: B

$$CD(B) = 21 = 3(7) \rightarrow B = p^2 \cdot q^6$$

$$SD(B) = \frac{p^3-1}{p-1} \times \frac{q^7-1}{q-1} = 1651$$

$$1651 = 13 \times 127 = \frac{3^3-1}{3-1} \times \frac{2^7-1}{2-1} \Rightarrow p = 3 ; q = 2$$

$$B = 3^2 \times 2^6 = 576.$$

Aporte de Falco: F

$$F = 5(7)(6) = 210 \rightarrow F + B = 786$$

$\therefore$ La PC costó 786 soles.

Rpta.: B

8. La cantidad de profesores asistentes a un taller de ítems es un número que tiene 3 divisores primos de un total de 12 divisores positivos, los cuales suman 224. Si la cantidad total de profesores inscritos para ese taller es equivalente a la suma de divisores positivos múltiplos de 4 de la cantidad total de asistentes, ¿cuántos de los inscritos no asistieron a dicho taller?

A) 46 B) 44 C) 42 D) 48 E) 54

Solución:

Número de asistentes: A

$$A = p^a \cdot q^b \cdot r^c$$

$$CD(A) = 12 = 3(2)(2) \rightarrow A = p^2 \cdot q^1 \cdot r^1$$

$$SD(A) = (p^2 + p + 1) \cdot (q + 1) \cdot (r + 1) = 7(4)(8) = 224 \rightarrow p = 2 ; q = 3 ; r = 7$$

$$A = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 7^1 = 84$$

Total de inscritos: T $T = SD_{(4)} A = 2^2 \cdot [(3+1)(7+1)] = 128$

$$\therefore \text{No asistieron } 128 - 84 = 44.$$

Rpta.: B

9. Filomena deposita su capital en una caja de ahorros por cierta cantidad meses. Esta cantidad de meses coincide con la suma de las cifras de un número cuya descomposición canónica es $3^a(a+2)^b$ y tiene 17 divisores positivos compuestos. Si dicho capital no es divisible por 81, ¿por cuántos meses dejó su capital Filomena en dicha caja?

A) 29 B) 21 C) 23 D) 27 E) 25

Solución:

$N = 3^a(a+2)^b$, tiene 17 divisores compuestos y no es divisible por 81.

$$CD(N) = 1 + CD_{(Primos)} + CD_{(Compuestos)}$$

$$CD(N) = 1 + 2 + 17 = 20 = (a+1)(b+1)$$

Si N no es divisible por 81 entonces $a < 4$, $a \neq 1$; $a \neq 2 \rightarrow a = 3$; $b = 4$

$$N = 3^3 \times 5^4 = 16\,875 ; \text{ Suma de cifras} = 27$$

$\therefore$ Filomena dejó su capital por 27 meses.

Rpta.: D

10. Andrea y Daniela, de 16 y 18 años respectivamente, le preguntan al profesor de aritmética por su edad, y este les responde: «El número de años que tengo coincide con el total de divisores positivos que tiene la cantidad de divisores positivos de la suma de los factoriales de sus edades». ¿Qué edad tiene el profesor?

A) 40 B) 20 C) 30 D) 36 E) 54

Solución:

$$\text{Suma de factoriales: } F = 16! + 18! = 16! + 16!(17)(18)$$

$$F = 16!(307) = 2^{15} \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11^1 \cdot 13^1 \cdot 307^1$$

$$T = CD(F) = 16(7)(4)(3)(2)(2)(2) = 2^9 \cdot 3^1 \cdot 7^1$$

$$CD(T) = 10(2)(2) = 40$$

$\therefore$ El profesor tiene 40 años.

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. La profesora Ximena solicita a sus alumnos que utilicen los dígitos enteros positivos a y b , donde $a > b$ y obtengan números de la forma $N = a^3 - b^3$. De acuerdo a lo anterior, indique la alternativa correcta.
- A) N siempre es un número compuesto.
 B) Si a y b son primos, entonces N siempre es un número primo.
 C) El mayor valor de N es un número primo.
 D) La suma de las cifras del menor valor de N es 10.
 E) Por lo menos hay 2 valores de N que son número primos.

Solución:

$$N = a^3 - b^3$$

$$\text{Menor: } N = 2^3 - 1^3 = 7 ; N = 3^3 - 2^3 = 19 ; N = 3^3 - 1^3 = 26$$

$$N = 5^3 - 2^3 = 117 ; \text{ Mayor: } N = 9^3 - 1^3 = 728$$

Rpta.: E

2. Una abuelita compró cierta cantidad de chocolates para distribuirlos íntegramente y en partes iguales entre sus 28 nietos. Si esta cantidad está representada por el menor número que tiene 3 divisores positivos primos y 26 divisores positivos compuestos, ¿cuántos chocolates recibirá cada nieto?

- A) 36 B) 72 C) 9 D) 28 E) 18

Solución:

$$CD(N) = CD_{\text{primos}}(N) + CD_{\text{comp.}}(N) + 1$$

$$CD(N) = 3 + 26 + 1 = 30 = 5(3)(2) ; N = 2^0$$

$$\text{Menor: } N = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 7^1 \rightarrow N = 1008$$

$$\therefore \text{Cada nieto recibirá} = 1008 \div 28 = 36$$

Rpta.: A

3. En una granja hay N pavos listos para la venta. Si la descomposición canónica de N es $p^a \cdot (p+3)^b \cdot (p+5)^{a-b-1}$, siendo esta cantidad la mayor posible y menor que 4000, determine la suma de las cifras de N .

- A) 12 B) 10 C) 14 D) 21 E) 16

Solución:

Cantidad de pavos: $N = 2^a \cdot 5^b \cdot 7^{a-b-1}$ expresado en su forma canónica.

Por dato, N es el máximo posible; $N < 4000$.

$$N = 2^4 \cdot 5^1 \cdot 7^2 = 3920$$

$$\therefore \text{Suma de las cifras de } N = 14$$

Rpta.: C

4. Jacobo, en su caja fuerte, tiene N billetes, de los cuales $(b + 13)^{a+1}$ billetes son de 10 soles y el resto de 20 soles. Si la descomposición canónica del menor valor de N es $a \cdot (a + 1)^a \cdot b^a \cdot (b + 4)$, determine la suma de las cifras de la cantidad total de dinero que tiene Jacobo en dicha caja.

- A) 8 B) 10 C) 16 D) 9 E) 12

Solución:

$$N = a \cdot (a + 1)^a \cdot b^a \cdot (b + 4) \rightarrow a = 2 \text{ y } b = 7 \rightarrow N = 2 \cdot (3)^2 \cdot 7^2 \cdot (11) = 9702$$

$$\# \text{ Billetes de 10 soles} = 20^3 = 8000 \rightarrow \text{Tiene} = 8000(10) = 80\,000 \text{ soles}$$

$$\# \text{ Billetes de 20 soles} = 1702 \rightarrow \text{Tiene} = 1702(20) = 34\,040 \text{ soles}$$

$$\text{Dinero total} = 114\,040 \text{ soles} \therefore \text{Suma de las cifras} = 10.$$

Rpta.: B

5. Frida y Susana tienen la menor cantidad posible de soles representados por dos números impares diferentes, y cada uno de ellos solo tres factores primos en su descomposición canónica. Si Frida tiene más dinero que Susana, ¿cuántos soles debe darle Frida a Susana para que Susana tenga el doble de dinero que Frida?

- A) 55 B) 65 C) 75 D) 45 E) 85

Solución:

$$\text{Susana} = 3 \times 5 \times 7 = 105 ; \text{ Frida} = 3 \times 5 \times 11 = 165$$

$$105 + x = 2(165 - x) \rightarrow x = 75$$

$$\therefore \text{Debe darle 75 soles.}$$

Rpta.: C

6. La cantidad de nietos que tiene Nilton coincide con la cantidad de divisores positivos cuadrados perfectos de N , cuya descomposición canónica es $p^a \cdot b^{b+1} \cdot a^{p+1}$. Si N es el menor número posible y tiene 101 divisores positivos compuestos, ¿cuántos nietos tiene Nilton?

- A) 16 B) 14 C) 12 D) 18 E) 24

Solución:

$N = p^a \cdot b^{b+1} \cdot a^{p+1}$, tiene 101 divisores compuestos.

$$CD(N) = CD_{(Primos)} + CD_{(Compuestos)} + 1$$

$$CD(N) = 3 + 101 + 1 = 105 = (a+1)(b+2)(p+2) = 3(5)(7)$$

Como a, b y p son primos: $a = 2$; $b = 3$; $p = 5$

$$\text{Menor: } N = 5^2 \cdot 3^4 \cdot 2^6 = (5^2)^1 \cdot (3^2)^2 \cdot (2^2)^3$$

$$CD_{(k^2)}N = 2(3)(4) = 24$$

$\therefore$ Nilton tiene 24 nietos

Rpta.: E

7. Franco le pide a su hermano Marcio que le ayude a encontrar la suma de todos los divisores positivos múltiplos de 11 que tiene 2024. Marcio, luego de enseñar a su hermano a encontrar dicha suma, ahora le pide a Franco que halle la cantidad de divisores positivos múltiplos de 5, pero no de 8 que tiene la suma anterior encontrada. Si Franco cumplió dicho pedido, ¿cuál fue su respuesta?

A) 4 B) 12 C) 6 D) 18 E) 9

Solución:

$$2024 = 11[2^3 \times 23^1]$$

$$SD_{\left(\begin{smallmatrix} o \\ 11 \end{smallmatrix}\right)}(2024) = 11 \left[\frac{2^4 - 1}{2 - 1} \right] \left[\frac{23^2 - 1}{23 - 1} \right] = 11(15)(24) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1 \cdot 11^1$$

$$\text{Suma encontrada: } E = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1 \cdot 11^1 = 5 \cdot [2^2 \cdot 3^2 \cdot 11^1]$$

$$\therefore CD_{\left(\begin{smallmatrix} o \\ 5; \neq 8 \end{smallmatrix}\right)}(E) = 3(3)(2) = 18$$

Rpta.: D

8. Lucas y Gilda son estudiantes de la UNMSM, pero de distintas facultades. Ellos se encuentran en una verbena y en cierto momento de la conversación Lucas le pregunta a Gilda por su edad, y ella le responde: «El número de años que tengo coincide con la suma de las cifras distintas del menor número $(\overline{ab}) \cdot (\overline{ab} + 12) \cdot (\overline{ba})$, que está expresado en forma canónica». ¿Qué edad tiene Gilda?

A) 19 B) 20 C) 24 D) 22 E) 21

Solución:

$$N = (\overline{ab}) \cdot (\overline{ab} + 12) \cdot (\overline{ba})$$

$$N = (17)(29)(71) = 35\,003$$

$$N = (31)(43)(13) = 17\,329 \text{ (Menor)} \rightarrow \text{Suma de cifras de } N = 22$$

$\therefore$ Gilda tiene 22 años.

Rpta.: D

9. Sonia le obsequiará a su hermana Julieta una propina de J soles luego que resuelva correctamente el siguiente problema: «Si J es la cantidad de divisores positivos múltiplos de 6, pero no de 5, del mayor numeral de seis cifras múltiplo de mil, halle J ». ¿Cuánto recibió Julieta luego de cumplir el pedido de su hermana Sonia?

A) 27 B) 18 C) 8 D) 12 E) 36

Solución:

$$\text{Mayor: } M = 999000 = 3^3 \cdot 37 \cdot 2^3 \cdot 5^3$$

$$M = 2.3[2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 37^1]$$

$$J = CD_{\left(\begin{smallmatrix} 6 \\ 5 \end{smallmatrix}\right)}(M) = 3(3)(2) = 18$$

$\therefore$ Julieta recibió 18 soles.

Rpta.: C

10. Los hermanos Ana y Gerson, de 20 y 25 años de edad respectivamente, recibieron de propina cierta cantidad de soles equivalente a la cantidad de divisores positivos cubos perfectos que tiene el factorial de sus edades. ¿Cuánto más recibió Gerson que Ana?

A) 126 B) 150 C) 132 D) 142 E) 136

Solución:

$$20! = 2^{18} \cdot 3^8 \cdot 5^4 \cdot 7^2 \cdot 11^1 \cdot 13^1 \cdot 17^1 \cdot 19^1 = (2^3)^6 \cdot (3^3)^2 \cdot 3^2 \cdot (5^3)^1 \cdot 5^1 \cdot 7^2 \cdot 11^1 \cdot 13^1 \cdot 17^1 \cdot 19^1$$

$$25! = 2^{22} \cdot 3^{10} \cdot 5^6 \cdot 7^3 \cdot 11^2 \cdot 13^1 \cdot 17^1 \cdot 19^1 \cdot 23^1$$

$$25! = (2^3)^7 \cdot 2^1 \cdot (3^3)^3 \cdot 3^1 \cdot (5^3)^2 \cdot (7^3)^1 \cdot 11^2 \cdot 13^1 \cdot 17^1 \cdot 19^1 \cdot 23^1$$

$$CD_{(k^3)}(20!) = 7 \times 3 \times 2 = 42$$

$$CD_{(k^3)}(25!) = 8 \times 4 \times 3 \times 2 = 192$$

$$\text{Diferencia} = 192 - 42 = 150$$

$\therefore$ Gerson recibió 150 soles más que Ana.

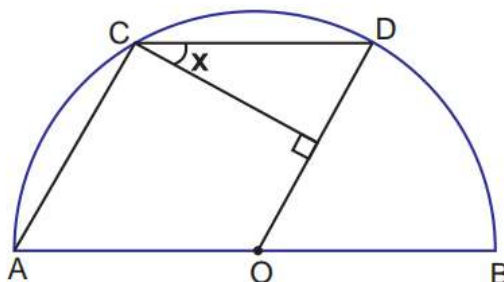
Rpta.: B

Geometría

EJERCICIOS DE CLASE

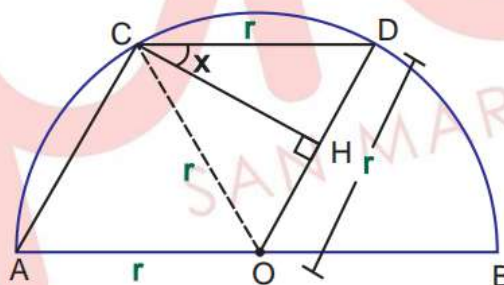
1. En la figura, $\overline{AB}$ es diámetro de la semicircunferencia y $ACDO$ es un rombo. Si $AO = OB$, halle x .

- A) 10°
 B) 15°
 C) 20°
 D) 30°
 E) 45°



Solución:

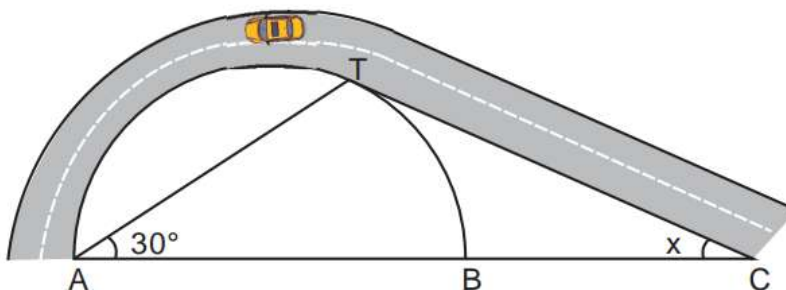
- Trazar $\overline{OC}$: radio
 $\Rightarrow OA = OC = OD = r$
- $ACDO$: rombo
 $\Rightarrow CD = r$
- $\triangle OCD$: equilátero
 $\Rightarrow \overline{OH}$ altura
 $\therefore x = 30^\circ$



Rpta.: D

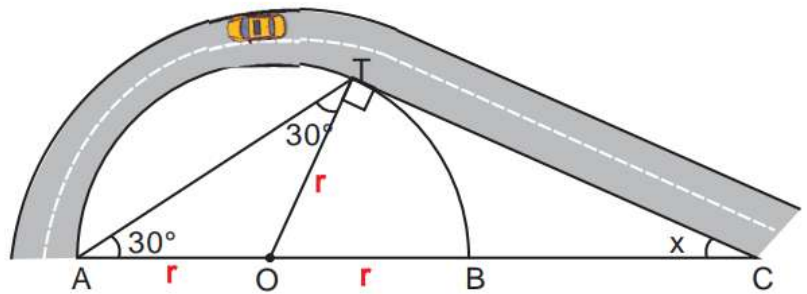
2. En la figura, se muestra la vista superior de una carretera formado por un tramo lineal $\overline{CT}$ y otro curvo $\widehat{AT}$ donde T es punto de tangencia. Si $\overline{AB}$ es diámetro, halle la medida del ángulo formado por el tramo lineal y la horizontal $\overline{AC}$.

- A) 20°
 B) 30°
 C) 45°
 D) 50°
 E) 60°



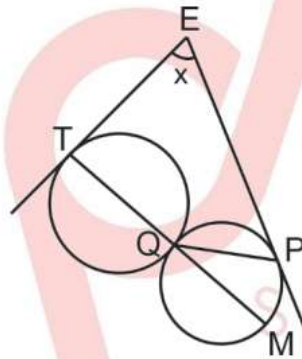
Solución:

- T: punto de tangencia
 $\Rightarrow m\angle OTC = 90^\circ$
- $\triangle AOT$: isósceles
 $\Rightarrow m\angle ATO = 30^\circ$
- $\triangle ATC$:
 $30^\circ + (30^\circ + 90^\circ) + x = 180^\circ$
 $\Rightarrow x = 30^\circ$

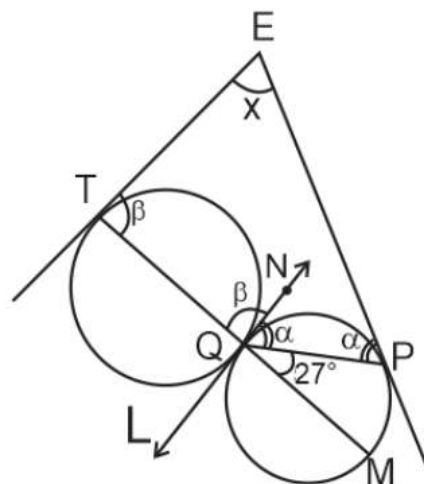
**Rpta.: B**

3. En la figura, T, P y Q son puntos de tangencia. Si $m\angle PQM = 27^\circ$, halle x.

- A) 27°
 B) 35°
 C) 42°
 D) 54°
 E) 60°

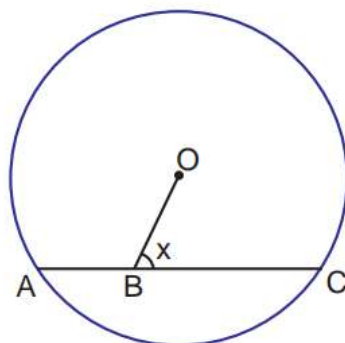
**Solución:**

- Trazar la recta tangente L
 $\Rightarrow m\angle ETQ = m\angle TQN = \beta$ y $m\angle NQP = m\angle EPQ = \alpha$
- En Q: Par lineal
 $\Rightarrow (\alpha + \beta) + 27^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 153^\circ$
- TEPQ:
 $\beta + x + \alpha + (\alpha + \beta) = 360^\circ$
 $\Rightarrow x + 2(\alpha + \beta) = 360^\circ$
 $\Rightarrow x + 306^\circ = 360^\circ$
 $\therefore x = 54^\circ$

**Rpta.: D**

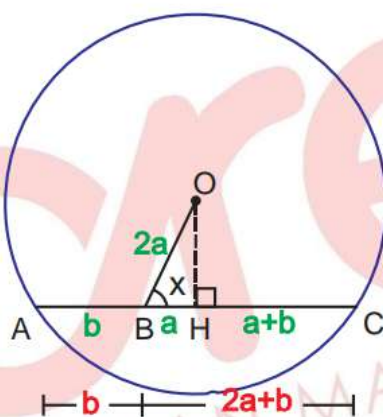
4. En la figura, O es centro de la circunferencia. Si $BC = AB + OB$, halle x .

- A) 15°
 B) 30°
 C) 37°
 D) 45°
 E) 60°



Solución:

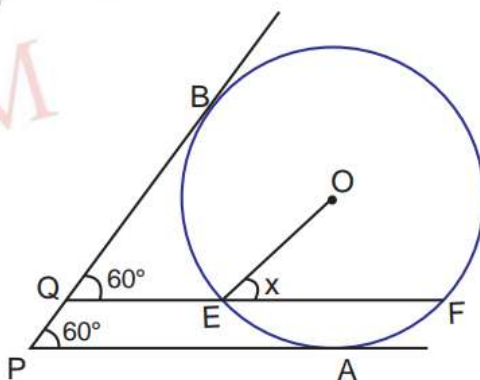
- $\overline{OH} \perp \overline{AC}$
 $\Rightarrow AH = HC$
 $\Rightarrow BH = a$
- $\triangle BHO$: notable de 30° y 60°
 $\Rightarrow x = 60^\circ$



Rpta.: E

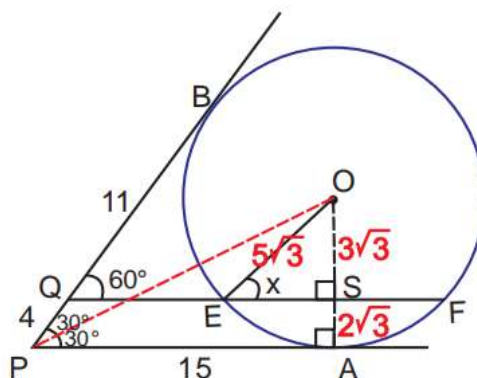
5. En la figura, A y B son puntos de tangencia. Si O es centro de la circunferencia, $PQ = 4$ m y $QB = 11$ m, halle x .

- A) 15°
 B) 30°
 C) 37°
 D) 45°
 E) 60°



Solución:

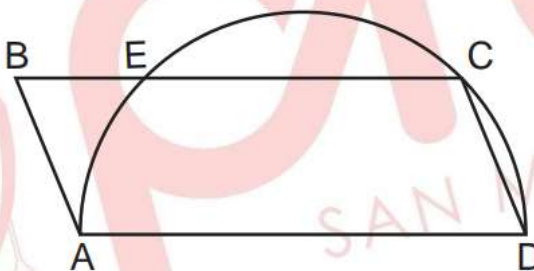
- A y B puntos de tangencia
 $\Rightarrow AP = PB = 15$
- $\overline{OA} \perp \overline{AP}$ y $\overline{OP}$ bisectriz
 $\triangle PAQ$ notable de 30° y 60°
 $\Rightarrow AO = 5\sqrt{3}$
 $\Rightarrow OE = 5\sqrt{3}$
- $\triangle PAQ$: notable de 37° y 53°
 $\Rightarrow x = 37^\circ$



Rpta.: C

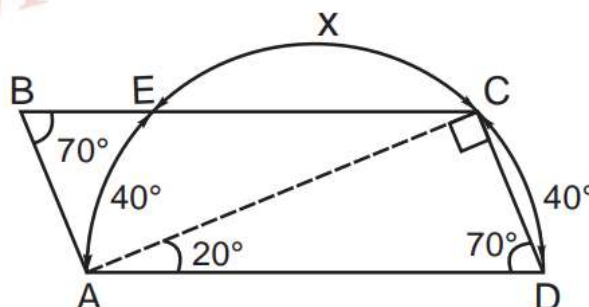
6. En la figura, ABCD es un romboide y $\overline{AD}$ es diámetro. Si $m\angle ABE = 70^\circ$, halle $m\widehat{EC}$.

- A) 100°
B) 80°
C) 90°
D) 70°
E) 60°



Solución:

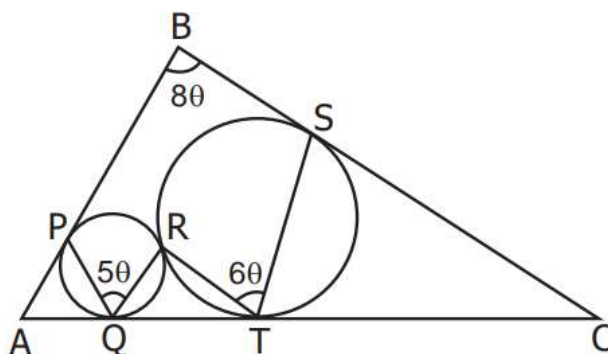
- ABCD: romboide
 $\Rightarrow m\angle ADC = 70^\circ$
- $\triangle ACD$:
 $\Rightarrow m\angle CAD = 20^\circ$
- $\angle CAD$: ángulo inscrito
 $\Rightarrow m\widehat{CD} = 40^\circ$
 $\Rightarrow m\widehat{AE} = 40^\circ$
- Luego
 $40^\circ + x + 40^\circ = 180^\circ$
 $\Rightarrow x = 100^\circ$



Rpta: A

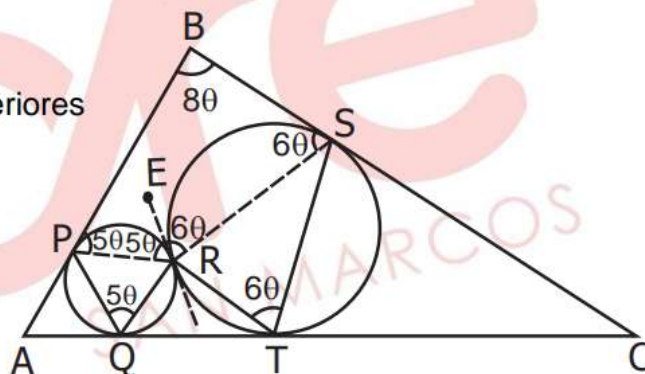
7. En la figura, P, Q, R, T y S son puntos de tangencia. Halle θ .

- A) 10°
- B) 12°
- C) 15°
- D) 18°
- E) 20°



Solución:

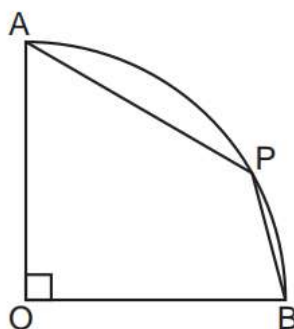
- P, R y S: puntos de tangencia
 $m\angle BPR = m\angle ERP = 5\theta$
 $m\angle ERS = m\angle ERS = 6\theta$
- PBSR: suma de medidas de ángulos interiores
 $5\theta + 5\theta + 6\theta + 6\theta + 8\theta = 360^\circ$
 $\Rightarrow 30\theta = 360^\circ$
 $\therefore \theta = 12^\circ$



Rpta.: B

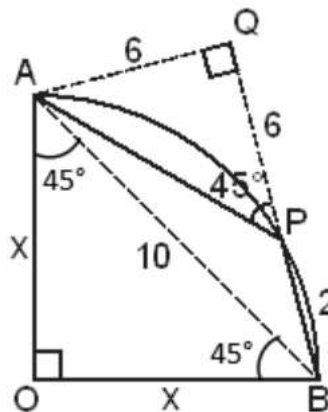
8. En la figura, AOB es un cuadrante, $AP = 6\sqrt{2}$ m y $PB = 2$ m. Halle AO.

- A) $5\sqrt{2}$ m
- B) $\sqrt{2}$ m
- C) $4\sqrt{2}$ m
- D) $6\sqrt{2}$ m
- E) $3\sqrt{2}$ m



Solución:

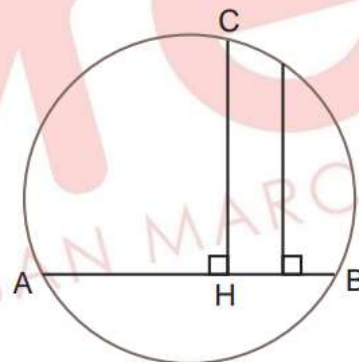
- $\triangle AQP$: notable de 45°
 $\Rightarrow AQ = QP = 6$
- $\triangle AQB$: notable de 53°
 $\Rightarrow AB = 10$
- $\triangle AOB$: notable de 45°
 $\therefore x = 5\sqrt{2} \text{ m}$



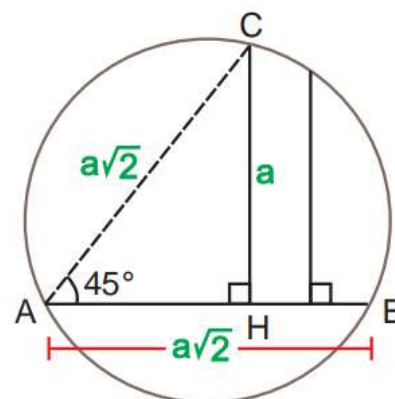
Rpta.: A

9. En la figura, se muestra una ventana circular. Si $\widehat{AC} \cong \widehat{AB}$ y $AB = \sqrt{2}CH$, halle la medida del arco $\widehat{CB}$.

- A) 60°
 B) 80°
 C) 90°
 D) 100°
 E) 120°

**Solución:**

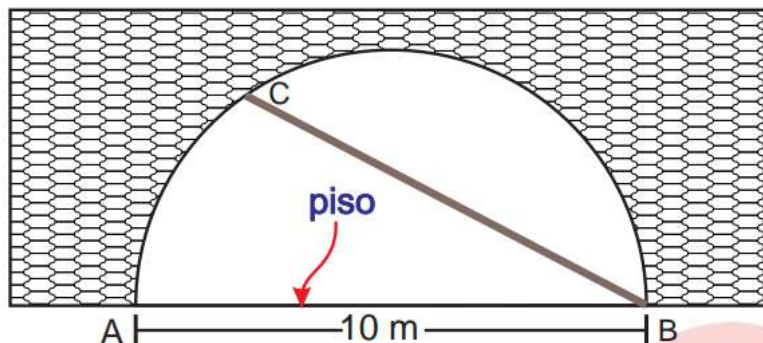
- Por Dato: $AB = \sqrt{2}CH$
 $\Rightarrow \widehat{CH} = a$ y $AB = a\sqrt{2}$
- $\widehat{AC} \cong \widehat{AB}$
 $\Rightarrow AC = a\sqrt{2}$
- $\triangle AHC$: notable de 45°
 $\Rightarrow m\angle CAH = 45^\circ$
- $\angle CAB$: ángulo inscrito
 $m\widehat{CB} = 90^\circ$



Rpta.: C

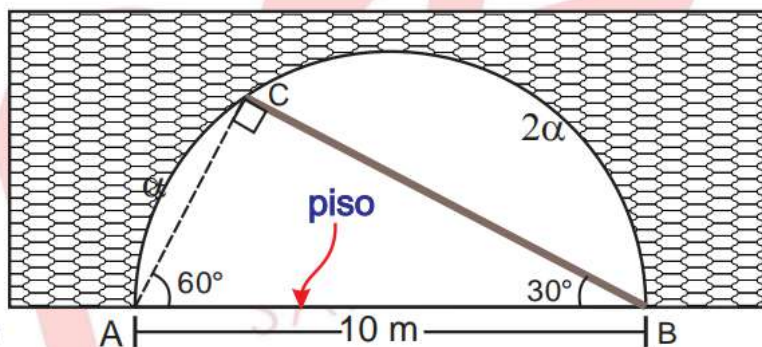
10. En la figura, se muestra la vista frontal de la entrada semicircular de un túnel en construcción; se coloca un tablón de madera que va de un extremo B del diámetro al punto C de la semicircunferencia. Si $m\widehat{BC} = 2m\widehat{AC}$, halle la longitud del tablón de madera.

- A) $2\sqrt{3}$ m
 B) $3\sqrt{3}$ m
 C) $4\sqrt{3}$ m
 D) $5\sqrt{3}$ m
 E) $6\sqrt{3}$ m



Solución:

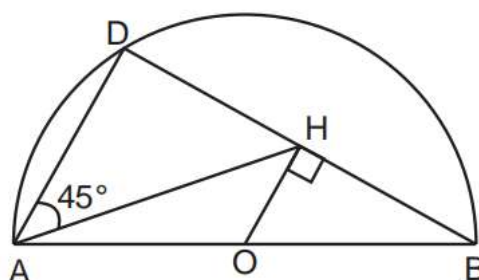
- Por dato:
 $\alpha + 2\alpha = 180^\circ$
 $\Rightarrow \alpha = 60^\circ$
- $\angle ABC$: ángulo inscrito
 $\Rightarrow m\angle ABC = 30^\circ$
- $\triangle ACB$: notable de 30° y 60°
 $\Rightarrow BC = 5\sqrt{3}$ m



Rpta.: D

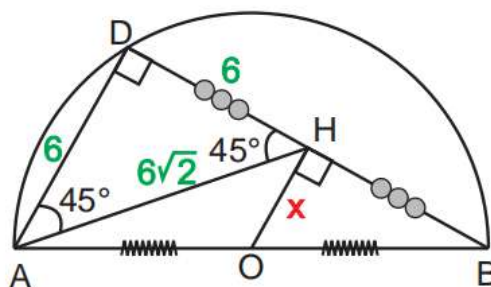
11. En la figura, O es punto medio del diámetro $\overline{AB}$. Si $AH = 6\sqrt{2}$ m, halle OH.

- A) 2 m
 B) 3 m
 C) 4 m
 D) 5 m
 E) 6 m



Solución:

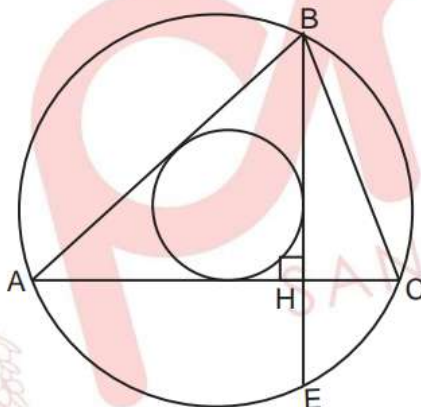
- $\triangle ADH$: notable de 45°
 $\Rightarrow AD = DH = 6$
- $\overline{OH} \perp \overline{DB}$
 $\Rightarrow DH = HB$
- $\triangle ADB$: $\overline{OH}$ base media
 $\Rightarrow OH = 3 \text{ m}$



Rpta.: B

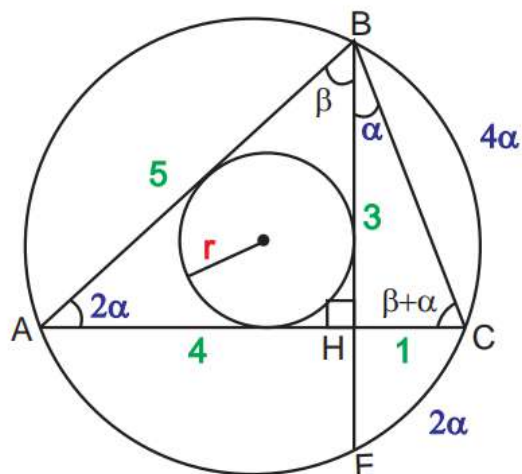
- 12.** En la figura, la $\widehat{m\text{BC}} = 2\widehat{m\text{EC}}$. Si $\text{HC} = 1 \text{ cm}$ y $\text{AH} = 4 \text{ cm}$, halle la longitud del radio de la circunferencia inscrita en el triángulo rectángulo AHB.

- A) 0,5 cm
B) 1 cm
C) 1,5 cm
D) 2 cm
E) 2,5 cm



Solución:

- $\angle EBC$ y $\angle BAC$: ángulos inscritos
 $\Rightarrow m\angle EBC = \alpha$ y $m\angle BAC = 2\alpha$
- $\triangle BAC$: isósceles
 $AB = 5$
- $\triangle AHB$: notable de 37° y 53°
 $\Rightarrow BH = 3$
- $\triangle AHB$: Teorema de Poncelet
 $\Rightarrow 4 + 3 = 5 + 2r$
 $\therefore r = 1$



Rpta.: B

13. En la figura, el cuadrilátero ABCD está circunscrito a la circunferencia cuyo radio mide R y el radio de la circunferencia inscrita en el triángulo rectángulo MND mide r . Si $CN = NM$ y $R + 2r = 8$ m, halle BC.

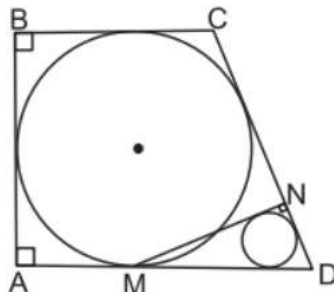
A) 5 m

B) 6 m

C) 7 m

D) 8 m

E) 4 m

**Solución:**

- ABCD: Teorema Pitot

$$2R + n + c = x + R + a$$

$$R + n + c = x + a \dots (I)$$

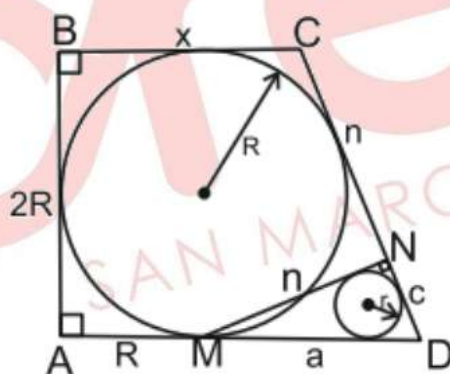
- $\triangle MND$: Teorema de Poncelet

$$n + c = a + 2r \dots (II)$$

- (II) en (I):

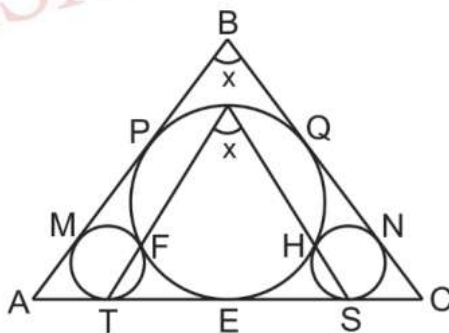
$$R + a + 2r = x + a$$

$$\therefore x = 8 \text{ m}$$



Rpta.: D

14. En la figura, M, P, Q, N, T, F, H, E y S son puntos de tangencia. Halle x .

A) 45° B) 60° C) 53° D) 75° E) 37° 

Solución:

- Se trazan las bisectrices $\overline{AO}$ y $\overline{CO}$

$\Rightarrow O$ incentro del $\triangle ABC$

- $\triangle ABC$: Teorema

$$m\angle AOC = 90^\circ + \frac{x}{2}$$

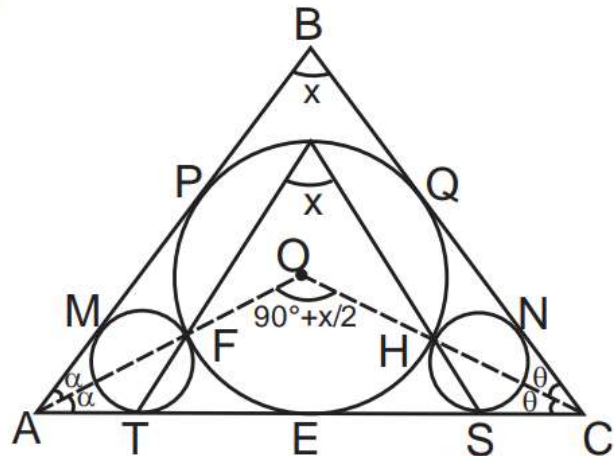
- Por ángulo inscrito:

$$m\widehat{FEH} = 2x$$

- $\angle FOH$: ángulo central

$$2x = 90^\circ + \frac{x}{2}$$

$$\therefore x = 60^\circ$$



Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

- En la figura 2, se muestra la vista superior del pozo (figura 1), el tablón de madera $\overline{AB}$ es diámetro de la circunferencia en la figura 2. Si $BH = 3AH$ y $MH = 6$ dm, halle la medida del radio la entrada del pozo.

- $\sqrt{3}$ dm
- $2\sqrt{3}$ dm
- $3\sqrt{3}$ dm
- $4\sqrt{3}$ dm
- $5\sqrt{3}$ dm

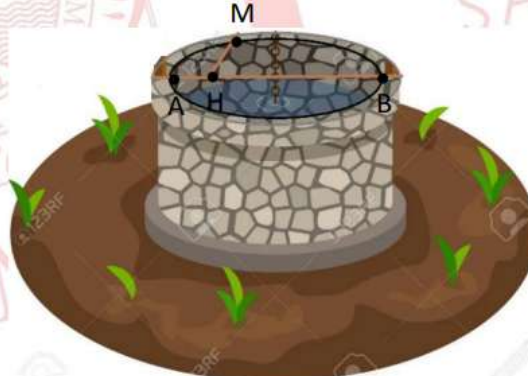


Figura 1

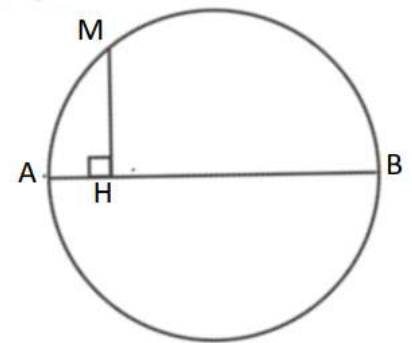
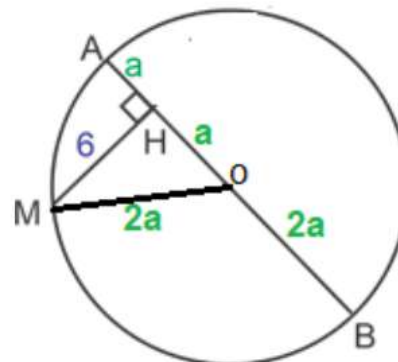


Figura 2

Solución:

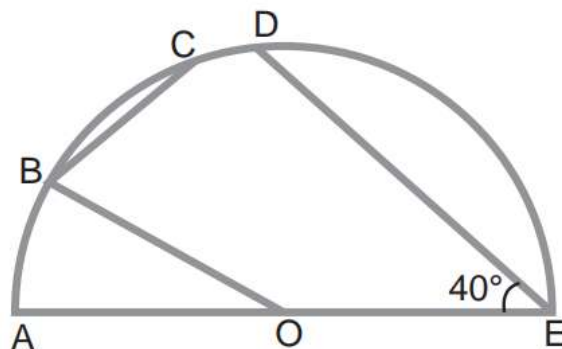
- Dato: $AH = a$ y $HB = 3a$
- O centro
 $\Rightarrow OM = 2a$
- $\triangle MHO$: notable de 30° y 60°
 $\Rightarrow a = 2\sqrt{3}$
 $\therefore 2a = 4\sqrt{3}$ dm



Rpta.: C

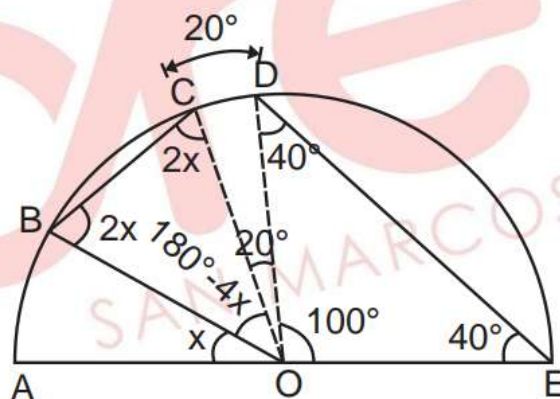
2. En la figura se muestra parte de una estructura semicircular hecha de varillas. Si $AO = OE$, $m\angle CBO = 2m\angle AOB$ y $m\widehat{CD} = 20^\circ$, halle la medida del ángulo que forman las varillas $\overline{OA}$ y $\overline{OB}$.

- A) 30°
 B) 40°
 C) 45°
 D) 50°
 E) 60°



Solución:

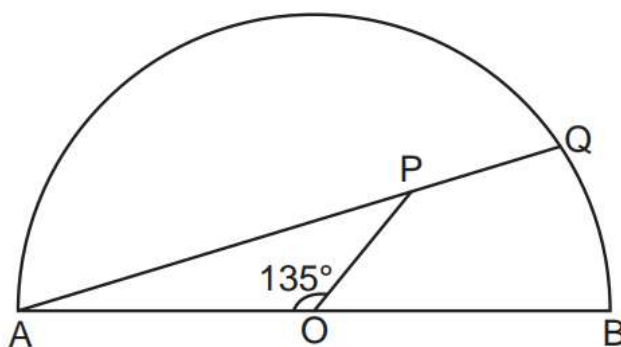
- $\angle COD$: ángulo central
 $\Rightarrow m\angle COD = 20^\circ$
- $\triangle BOC$: isósceles
 $\Rightarrow m\angle BOC = 180^\circ - 4x$
- $\triangle DOE$: isósceles
 $\Rightarrow m\angle DOE = 100^\circ$
- En O:
 $x + (180^\circ - 4x) + 20^\circ + 100^\circ = 180^\circ$
 $\Rightarrow x + 180^\circ - 4x + 120^\circ = 180^\circ$
 $\Rightarrow 3x = 120^\circ$
 $\therefore x = 40^\circ$



Rpta.: B

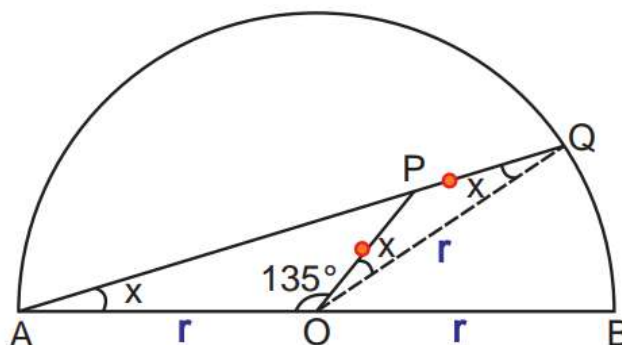
3. En la figura, O es punto medio del diámetro $\overline{AB}$ de la semicircunferencia. Si $OP = PQ$, halle $m\angle PAO$.

- A) 12°
 B) 15°
 C) 20°
 D) 25°
 E) 30°



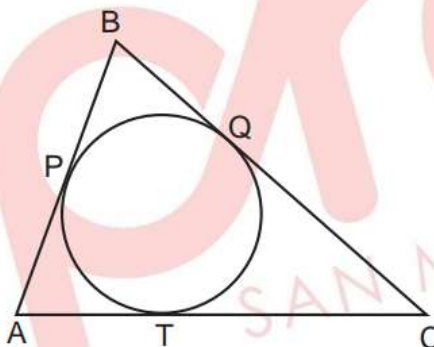
Solución:

- $\triangle AOQ$: isósceles
 $m\angle QAC = m\angle OQA = x$
- $\triangle OPQ$: isósceles
 $m\angle POQ = m\angle OQP = x$
- $\triangle AOQ$
 $x + 135^\circ + x + x = 180^\circ$
 $\Rightarrow 3x = 45^\circ$
 $\therefore x = 15^\circ$

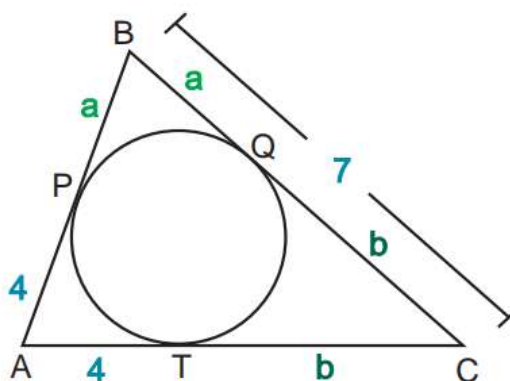
**Rpta.: B**

4. En la figura, P, Q y T son puntos de tangencia. Si $AT = 4$ m y $BC = 7$ m, halle el perímetro del triángulo ABC.

- A) 15 m
 B) 17 m
 C) 18 m
 D) 20 m
 E) 22 m

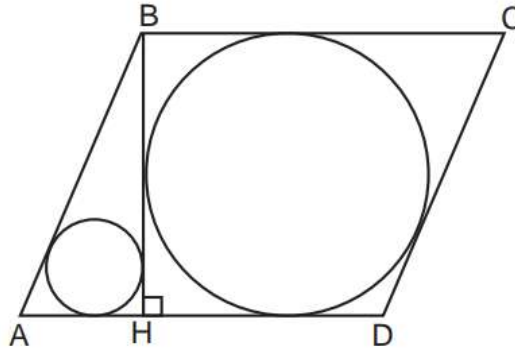
**Solución:**

- P, Q y T puntos de tangencia
 $\Rightarrow AP = AT = 4$
 $\Rightarrow PB = QB = a$
 $\Rightarrow CQ = CT = b$
- Dato:
 $\Rightarrow a + b = 7$
- $\triangle ABC$:
 $\Rightarrow 2p = (4 + a) + (a + b) + (4 + b)$
 $\Rightarrow 2p = 8 + 2(a + b)$
 $\Rightarrow 2p = 22$ m

**Rpta.: E**

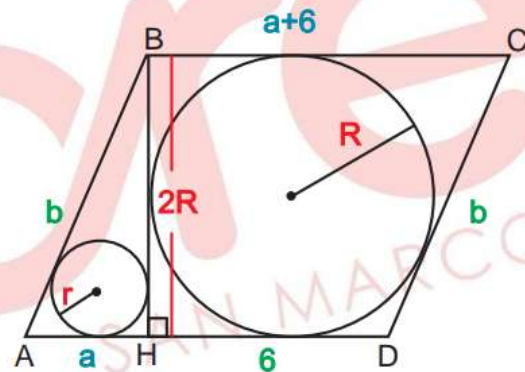
5. En la figura, ABCD es un romboide y las circunferencias están inscritas en el triángulo AHB y el cuadrilátero HBCD. Si $HD = 6$ m, halle la diferencia entre las longitudes del diámetro de la circunferencia mayor y el radio de la circunferencia menor.

- A) 5 m
B) 6 m
C) 7 m
D) 8 m
E) 4 m



Solución:

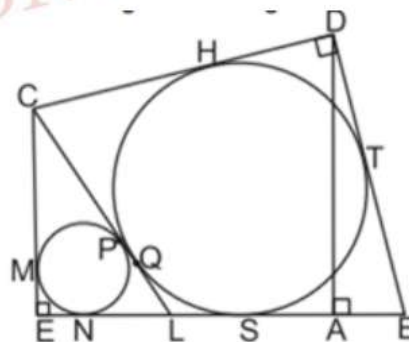
- HBCD: Teorema de Pitot
 $\Rightarrow 2R + b = a + 6 + 6$
 $\Rightarrow 2R + b = a + 12 \dots (I)$
- $\triangle AHB$: Teorema de Poncelet
 $a + 2R = b + 2r \dots (II)$
- (II) en (I):
 $2R - r = 6 \text{ m}$



Rpta.: B

6. En la figura, M, N, P, Q, S, T y H son puntos de tangencia. Si $CD = DB$, $LA = 4$ m y $DA - AB = 6$ m, halle la longitud del inradio del triángulo rectángulo CEL.

- A) 3 m
B) 1,5 m
C) 2 m
D) 1 m
E) 2,5 m



Solución:

- Traçar $\overline{CF} \perp \overline{DA}$

$$\Rightarrow m_4 DCF = m_4 BDA = \alpha$$

- $\triangle CFD \cong \triangle DAB$ (ALA)

$$\Rightarrow DA = CF = 6 + a$$

$$\Rightarrow FA = 6$$

- CDBL: Teorema de Pitot

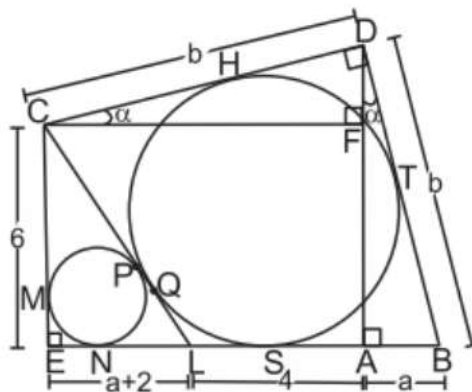
$$\Rightarrow a + b + 4 = CL + b$$

$$\Rightarrow CL = a + 4$$

-  CEL: Teorema de Poncelet

$$\Rightarrow 6 + a + 2 = a + 4 + 2r$$

$$\therefore r = 2 \text{ m}$$



Rpta.: C

Álgebra

EJERCICIOS DE CLASE

1. La suma de coeficientes del polinomio $p(x) = (n-1)x^{3n-2} - 2x^{4n-6} - 4x^2 + (n^2 - 20)x + 3$ es el séxtuple de su término independiente. Halle el grado del polinomio $p(x)$.

A) 22

B) 26

C) 16

D) 20

E) 18

Solución:

Sea $p(x) = (n-1)x^{3n-2} - 2x^{4n-6} - 4x^2 + (n^2-20)x + 3$

Por dato:

La suma de coeficientes del polinomio = el séxtuple de su término independiente

$$(n-1) - 2 - 4 + (n^2 - 20) + 3 = 6(3)$$

$$\rightarrow n^2 + n - 42 = 0$$

→ $n = 6$

$$p(x) = (6-1)x^{3(6)-2} - 2x^{4(6)-6} - 4x^2 + (6^2 - 20)x + 3$$

$$p(x) = 5x^{16} - 2x^{18} - 4x^2 + 16x + 3$$

$$\therefore \text{grad}[p(x)] = 18$$

Rpta.: E

2. Noelia tiene una pieza rectangular de cartulina cuyas medidas son 10 cm de ancho y 20 cm de largo. Ella desea elaborar una caja en forma de un paralelepípedo rectangular, para ello corta en las esquinas cuadrados de «x» cm de lado, para finalmente hacer un doblez en los cuatro lados, de tal forma que la altura de la caja sea «x» cm. Si el área de la base de dicha caja esta representado por $(a(x-b)^2 + (c-2))$, determine el valor de $(ab+c)$.

A) - 8 B) 5 C) 12 D) - 6 E) 7

Solución:

Se tiene



Del gráfico se observa que el área de la base es:

$$(20-2x)(10-2x) = 4x^2 - 60x + 200 = 4 \left(x^2 - 15x + \left(\frac{15}{2} \right)^2 \right) + 200 - 225 = 4 \left(x - \frac{15}{2} \right)^2 - 25$$

Y debe ser idéntico a: $(a(x-b)^2 + (c-2)) \Rightarrow a = 4, b = \frac{15}{2}, c = -23$

$$(ab+c) = 4 \left(\frac{15}{2} \right) - 23$$

$$(ab+c) = 7.$$

Rpta.: E

3. Los grados relativos del polinomio $P(x,y) = 2x^{m+2n}y^{8-n} + x^{m+n}y^{11-n} + x^{m+3n}y^{10-n} + 3x^n$ representan las edades actuales, en años, de los hermanos Miguel y Sebastian. Si hace dos años sus edades eran de 4 y 17 años, determine la edad actual de su hermana Mireia si dicha edad coincide con el grado absoluto del polinomio.

A) 21 años B) 15 años C) 24 años D) 26 años E) 17 años

Solución:

Del polinomio

$$P(x,y) = 2x^{m+2n}y^{8-n} + x^{m+n}y^{11-n} + x^{m+3n}y^{10-n} + 3x^n$$

$$\Rightarrow GR(x) = m + 3n, \quad GR(y) = 11 - n$$

Por dato las edades actuales de Miguel y Sebastian coinciden con los grados relativos, entonces hace 2 años sus edades eran:

$$[m + 3n - 2 = 4 \wedge 11 - n - 2 = 17] \vee [m + 3n - 2 = 17 \wedge 11 - n - 2 = 4]$$

- $11 - n - 2 = 17 \wedge m + 3n - 2 = 4 \Rightarrow n = -8$ (No puede ser negativo)
- $11 - n - 2 = 4 \wedge m + 3n - 2 = 17 \Rightarrow n = 5 \wedge m = 4$

Reemplazando en el polinomio

$$P(x,y) = \underbrace{2x^{14}y^3}_{17} + \underbrace{x^9y^6}_{15} + \underbrace{x^{19}y^5}_{24} + \underbrace{3x^5}_{5} \Rightarrow GA[p(x,y)] = 24$$

$\therefore$ La edad actual de Mireia es de 24 años.

Rpta.: C

4. Si el polinomio $p(x) = (a^a - 1)x^9 + 3x^6 + a^{6a^{a+1}-8a} - 1$ es mónico, halle el término independiente.
- A) 15 B) 16 C) 31 D) 7 E) 63

Solución:

I) Por ser mónico: $a^a - 1 = 1 \Rightarrow a^a = 2$

II) El término independiente:

$$a^{6a^{a+1}-8a} - 1 = a^{6a^a \cdot a - 8a} - 1 = a^{12a - 8a} - 1 = (a^a)^4 - 1 = (2)^4 - 1 = 15$$

Rpta.: A

5. Si $p(x,y) = 2ax^{\frac{a-8}{2}}y^{b-7} + (2b-5)x^{\frac{10-a}{3}}y^{\frac{9-b}{2}} + (a-b+1)x^{\frac{b+2}{3}}$ es un polinomio, entonces podemos afirmar que:
- A) La suma de coeficientes $p(x,y)$ es 30.
- B) $GR_x[p(x,y)] = GR_y[p(x,y)]$.
- C) $GA[p(x,y)] = 5$
- D) $GR_x[p(x,y)] + GR_y[p(x,y)] = 4$
- E) El polinomio $p(x,y)$ es homogéneo.

Solución:

Como $p(x,y)$ es un polinomio, entonces:

- $\frac{a-8}{2} \geq 0 \wedge \frac{10-a}{3} \geq 0 \Rightarrow a \geq 8 \wedge a \leq 10 \Rightarrow a = 10$
- $b-7 \geq 0 \wedge \frac{9-b}{2} \geq 0 \Rightarrow b \geq 7 \wedge b \leq 9 \Rightarrow b = 7$

Reemplazando:

$$p(x,y) = 20x y^0 + 9x^0 y^{\frac{9-b}{2}} + 4x^3$$

$$p(x,y) = 20x + 9y + 4x^3$$

Luego

- La suma de coeficientes $p(x,y)$ es 33.
- $GR_x[p(x,y)] \neq GR_y[p(x,y)]$.
- $GA[p(x,y)] = 3$
- $GR_x[p(x,y)] + GR_y[p(x,y)] = 4$
- El polinomio $p(x,y)$ no es homogéneo.

$$\therefore GR_x[p(x,y)] + GR_y[p(x,y)] = 4$$

Rpta.: D

6. Halle la suma de cifras de la suma de coeficientes del polinomio homogéneo $P(x,y) = 4x^{a-4}y - 5x^{b^{2b}}y^{24} + 2\sqrt{2b^b\sqrt{a}}x^r y^s$, sabiendo que su grado de homogeneidad es 33.

- A) 11 B) 9 C) 2 D) 5 E) 4

Solución:

Del polinomio $P(x,y) = 4x^{a-4}y - 5x^{b^{2b}}y^{24} + 2\sqrt{2b^b\sqrt{a}}x^r y^s$ se tiene:

Por ser homogéneo:

- $a^a - 4 + 1 = 33 \Rightarrow a^a = 36$
- $b^{2b} + 24 = 33 \Rightarrow b^{2b} = 9 \Rightarrow b^b = 3$

$$\text{Suma de coeficientes: } 4 - 5 + 2\sqrt{2b^b\sqrt{a}} = -1 + 2\sqrt{2(3)\sqrt{36}} = 11$$

$\therefore$ La suma de cifras de la suma de coeficientes = 2

Rpta.: C

7. Si el grado del producto de los polinomios completos $p(x)$, $q(x)$ y $h(x)$ de $(2n^2 - 3)$ términos, $(5n - 2)$ términos y $(3n + 8)$ términos respectivamente es 280, determine el grado del polinomio $R(x) = [p(x)][q(x)]^2 + [h(x)]^4$.

A) 289 B) 284 C) 290 D) 285 E) 264

Solución:

I) Como $p(x)$ es un polinomio completo y de $(2n^2 - 3)$ términos, entonces:

$$\text{grado de } p(x) = (2n^2 - 3) - 1 = 2n^2 - 4$$

De manera análoga:

$$\text{grado de } q(x) = (5n - 2) - 1 = 5n - 3$$

$$\text{grado de } h(x) = (3n + 8) - 1 = 3n + 7$$

II) Del dato: grado de $[p(x) \cdot q(x) \cdot h(x)] = 280$

$$\Rightarrow 2n^2 - 4 + 5n - 3 + 3n + 7 = 280 \Rightarrow 2n^2 + 8n - 280 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 + 4n - 140 = 0 \Rightarrow n = 10$$

III) Luego

$$\text{grado de } p(x) = 2(10)^2 - 4 = 196$$

$$\text{grado de } q(x) = 5(10) - 3 = 47$$

$$\Rightarrow \text{grado de } [q(x)]^2 = 2(47) = 94 \Rightarrow \text{grado de } [p(x)][q(x)]^2 = 290$$

$$\text{grado de } h(x) = 3(10) + 7 = 37 \Rightarrow \text{grado de } [h(x)]^4 = 4(37) = 148$$

$$\therefore \text{grado de } R(x) = 290$$

Rpta.: C

8. Si el polinomio mónico $p(x) = (3m - n + k)x^{n+k-3} + \dots - 5x^{m-n-2} + 3nx^n + (n-4)x^{m-n}$ es completo y ordenado, indique el término independiente de $p(x)$.

A) 33 B) 20 C) 6 cm D) 26 E) 18

Solución:

$$\text{Del polinomio } p(x) = (3m - n + k)x^{n+k-3} + \dots - 5x^{m-n-2} + 3nx^n + (n-4)x^{m-n}$$

Se observa que el polinomio es completo y ordenado en forma creciente entonces:

- Por ser mónico: $n - 4 = 1 \Rightarrow n = 5$

- $n + 1 = m - n \Rightarrow m = 2n + 1 \Rightarrow m = 11$

- $n + k - 3 = 0 \Rightarrow k = -2$

$$\therefore \text{Término independiente: } 3m - n + k = 33 - 5 - 2 = 26$$

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Si el triple de su término independiente del polinomio $p(x) = (2n-8)x^{n^2+5} + (n-5)x^{n^2-5} + 5x^2 + 12x + 4n - 5$, $n \in \mathbb{Z}$ es igual a su grado, halle la suma de coeficientes del polinomio $p(x)$.
- A) 48 B) 13 C) 55 D) 69 E) 76

Solución:

$$\text{Sea } p(x) = (2n-8)x^{n^2+5} + (n-5)x^{n^2-5} + 5x^2 + 12x + 4n - 5$$

Por dato:

El triple de su término independiente = grado

$$3(4n-5) = n^2 + 5$$

$$\rightarrow n^2 - 12n + 20 = 0$$

$$\rightarrow n = 10$$

$$p(x) = (2(10)-8)x^{(10)^2+5} + (10-5)x^{(10)^2-5} + 5x^2 + 12x + 4(10) - 5$$

$$p(x) = 12x^{105} + 5x^{95} + 5x^2 + 12x + 35$$

$$\therefore \text{Suma de coeficientes de } [p(x)] = 12 + 5 + 5 + 12 + 35 = 69$$

Rpta.: D

2. Los grados relativos respecto a «x» e «y» del monomio

$$M(x,y) = 2^m \sqrt{x^3 \sqrt[3]{x^5 \sqrt{x^{m+3}}} \sqrt[4]{y^6 \sqrt[3]{y^3 \sqrt[4]{y^{12}}}}} \text{ representan, en ese orden, el precio de costo y}$$

la ganancia en soles, de un cuaderno. Si el precio de venta de un cuaderno es 7 soles, determine el valor de «m».

- A) 14 B) 13 C) 25 D) 39 E) 37

Solución:

I) Consideremos

P_c : Precio de costo de 1 cuaderno

P_v : Precio de venta de 1 cuaderno

G : Ganancia de 1 cuaderno

Se sabe que: $G = P_v - P_c \Rightarrow P_c = P_v - G$

II) Del monomio

$$M(x, y) = 2^m \sqrt{x^3 \sqrt[3]{x^5 \sqrt[4]{x^{m+3}}}} \sqrt[4]{y^6 \sqrt[3]{y^3 \sqrt[4]{y^{12}}}} = 2^m x^{\frac{59+m}{24}} y^{\frac{96}{24}} = 2^m x^{\frac{59+m}{24}} y^4$$

Por dato :

$$GR(x) = \frac{59+m}{24} \Rightarrow P_c = \frac{59+m}{24}$$

$$GR(y) = 4 \Rightarrow G = 4$$

De(I):

$$P_c = P_v - G = 7 - 4 = 3 \Rightarrow \frac{59+m}{24} = 3 \Rightarrow m = 13$$

Rpta.: B

3. Juanita elabora y vende $(m + n + 3)$ tortas, donde "m" y "n" se obtienen del polinomio $p(x; y) = 2x^{3m+n-4}y^{m+2n+5} + 3x^{3m+n-3}y^{m+2n+4} + 5x^{3m+n-1}y^{m+2n+3}$ tal que se cumple $GR_y[p(x, y)] - GR_x[p(x, y)] = 2$ y $GA[p(x, y)] = 20$. Si el precio unitario de cada torta, en soles, es $[2(n^2 + 2n + 2)]$, ¿cuál es el ingreso que obtuvo Juanita por la venta de las tortas?

- A) S/ 160 B) S/ 180 C) S/ 120 D) S/ 100 E) S/ 200

Solución:

$$I) p(x; y) = 2x^{3m+n-4}y^{m+2n+5} + 3x^{3m+n-3}y^{m+2n+4} + 5x^{3m+n-1}y^{m+2n+3}$$

$$GR_y[p(x, y)] = m + 2n + 5$$

$$GR_x[p(x, y)] = 3m + n - 1$$

$$\text{Como } GR_y[p(x, y)] - GR_x[p(x, y)] = 2 \Rightarrow m + 2n + 5 - (3m + n - 1) = 2$$

$$\Rightarrow n - 2m = -4 \Rightarrow \boxed{3n - 6m = -12} \dots (i)$$

$$II) \text{ Además } GA[p(x, y)] = 20 \Rightarrow 4m + 3n + 2 = 20 \Rightarrow \boxed{4m + 3n = 18} \dots (ii)$$

(ii) - (i)

$$10m = 30 \Rightarrow m = 3 \rightarrow n = 2 \Rightarrow m + n + 3 = 8$$

entonces venderá 8 tortas.

III) El precio de cada torta: $2(n^2 + 2n + 2) = 20$ soles

$\therefore$ El ingreso que obtuvo Juanita por las tortas es: $20(8) = 160$ soles

Rpta.: A

4. Dados los polinomios idénticos $T(x) = 2x^2 + 1 + (a-1)x$ y $H(x) = (a-1)(x+1)(x-1) + b(x-1)(x-2) + c(x+1)(x-2)$. Si la edad Ángel es de $(5a + 7b - c)$ años, ¿cuál será su edad dentro $(a - b + c)$ años?

A) 54 años B) 49 años C) 56 años D) 42 años E) 51 años

Solución:

Si $T(x) = 2x^2 + 1 + (a-1)x$ y $H(x) = (a-1)(x+1)(x-1) + b(x-1)(x-2) + c(x+1)(x-2)$ son idénticos, entonces $T(x) = H(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$

Para $x = 2 \Rightarrow T(2) = H(2) \Rightarrow 2(2)^2 + 1 + (a-1)(2) = (a-1)(2+1)(2-1) \Rightarrow a = 10$

Para $x = 1 \Rightarrow T(1) = H(1) \Rightarrow 2(1)^2 + 1 + (a-1)(1) = c(1+1)(1-2) \Rightarrow c = -6$

Para $x = -1 \Rightarrow T(-1) = H(-1) \Rightarrow 2(-1)^2 + 1 + (a-1)(-1) = b(-1-1)(-1-2) \Rightarrow b = -1$
 $\Rightarrow (5a + 7b - c) = (5(10) + 7(-1) - (-6)) = 49$

La edad de Ángel es de 49 años.

Además, $(a - b + c) = 10 - (-1) + (-6) = 5$

Por lo tanto, su edad dentro de 5 años será: $49 + 5 = 54$ años.

Rpta.: A

5. Rosita vende carteras por sus redes sociales, ganando el 10 % de su precio de costo. Si el precio de costo de una cierta cartera es igual a $[5p(5)]$ soles, donde la expresión $p(x)$ cumple $2(p(x) + 1) = p\left(\frac{1}{x}\right) + 10x$, $x \neq 0$, determine el precio de venta dicha cartera.

A) 160 soles B) 166 soles C) 176 soles D) 172 soles E) 180 soles

Solución:

Del dato: $2(p(x) + 1) = p\left(\frac{1}{x}\right) + 10x$, $x \neq 0$

Si $x = \frac{1}{5} \Rightarrow 2\left(p\left(\frac{1}{5}\right) + 1\right) = p(5) + 10\left(\frac{1}{5}\right) \Rightarrow 2p\left(\frac{1}{5}\right) - p(5) = 0 \dots(I)$

Si $x = 5 \Rightarrow 2(p(5) + 1) = p\left(\frac{1}{5}\right) + 10(5) \Rightarrow 2p(5) - p\left(\frac{1}{5}\right) = 48$
 $\Rightarrow 4p(5) - 2p\left(\frac{1}{5}\right) = 96 \dots(II)$

$(I) + (II): 3p(5) = 96 \Rightarrow p(5) = 32 \Rightarrow 5p(5) = 160$

Luego, dicha cartera su precio de costo es 160 soles y su ganancia es 16 soles.

$\therefore$ El precio de venta de dicha cartera es 176 soles.

Rpta.: C

5. Si $p(x, y) = 2mx^{m^2+m-3}y^2 - 5nx^{\frac{n^2}{5}}y^{2m} + (3n+m)x^{m+2}y^{\frac{25+n}{5}+m-3}$ es un polinomio homogéneo, entonces podemos afirmar que el monomio $h(x, y, z) = 3m^2x^{3n-2m}y^{m+1}z^{m+n^2}$ cumple:

- I) $GR_x[h(x, y, z)] = 9$.
 II) Coeficiente de $h(x, y, z) = 9$.
 III) $GR_y[p(x, y)] + GR_z[p(x, y)] = 32$.
 II) $GA[h(x, y, z)] = 13$.

Indique cuántos enunciados son correctos.

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

Solución:

i) Como $p(x, y)$ polinomio homogéneo

$$\bullet \frac{n^2}{5} + 2m = m + 2 + \frac{25+n}{5} + m - 3 \Rightarrow n^2 - n - 20 = 0 \Rightarrow n = 5$$

$$\bullet m^2 + m - 3 + 2 = \frac{n^2}{5} + 2m \Rightarrow m^2 - m - 6 = 0 \Rightarrow m = 3$$

ii) $h(x, y, z) = 3m^2x^{3n-2m}y^{m+1}z^{m+n^2} = 27x^9y^4z^{28}$

I) $GR_x[h(x, y, z)] = 9$.

II) Coeficiente de $h(x, y, z) = 27$.

III) $GR_y[p(x, y)] + GR_z[p(x, y)] = 32$.

II) $GA[h(x, y, z)] = 41$.

$\therefore$ Son correctos 2.

Rpta.: C

7. Los grados de los polinomios $P(x)$ y $Q(x)$ son, respectivamente, (n^2) y $(n+11)$. Si los grados de los polinomios $H(x) = ([P(x)])^6 \cdot x^{29n} [x^2 - x^5]^7$ y $R(x) = ([Q(x)])^7 \cdot x^{13n}$ son iguales, determine el valor de «n».

- A) 4 B) 2 C) 3 D) 6 E) 8

Solución:

$$H(x) = ([P(x)])^6 \cdot x^{29n} [x^2 - x^5]^7 \Rightarrow \text{grad}[H(x)] = 6n^2 + 29n + 35$$

$$R(x) = ([Q(x)])^7 \cdot x^{13n} \Rightarrow \text{grad}[R(x)] = 7(n+11) + 13n$$

$$\text{Por dato: } 6n^2 + 29n + 35 = 7(n+11) + 13n \Rightarrow 6n^2 + 9n - 42 = 0 \Rightarrow n = 2$$

$$\therefore n = 2$$

Rpta.: B

8. Si $p(x) = 6x^{3n-m+k} + 5x^{2n+k} + 4x^{3m+2k} + 3x^{n+m+2k} + \dots$ es un polinomio completo y ordenado en forma decreciente, determine el número de términos de $p(x)$.

A) 4 B) 7 C) 8 D) 6 E) 5

Solución:

Por ser un polinomio completo y ordenado en forma decreciente se tiene:

$$p(x) = 6x^{3n-m+k} + 5x^{2n+k} + 4x^{3m+2k} + 3x^{n+m+2k} + \dots$$

$$\bullet 3n - m + k - 1 = 2n + k \Rightarrow n = m + 1$$

$$\bullet 2n + k - 1 = 3m + 2k \Rightarrow 2n = 3m + k + 1$$

$$\bullet 3m + 2k - 1 = n + m + 2k \Rightarrow 2m = n + 1 \Rightarrow 2m = m + 1 + 1 \Rightarrow m = 2$$

$$n = 3, k = -1$$

Reemplazando

$$\Rightarrow p(x) = 6x^6 + 5x^5 + 4x^4 + 3x^3 + \dots$$

$$\therefore \text{Nro. de términos} = 7$$

Rpta.: B

Trigonometría

EJERCICIOS DE CLASE

1. Si $2\cos^2 \theta - 7\cos \theta = -3$, determine el valor de $\csc(270^\circ + \theta) + \cos(180^\circ + \theta) + 2,5$.

A) 1 B) 3 C) 0 D) 2 E) 4

Solución:

Del dato:

$$2\cos^2 \theta - 7\cos \theta + 3 = 0 \Rightarrow (2\cos \theta - 1)(\cos \theta - 3) = 0$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2}$$

Sea E el valor requerido

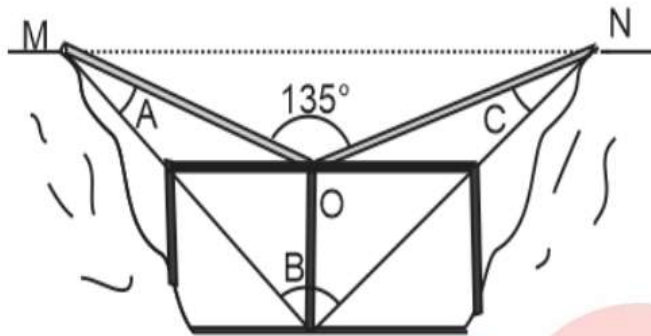
$$E = \csc(270^\circ + \theta) + \cos(180^\circ + \theta) + 2,5 = -\sec \theta + (-\cos \theta) + 2,5 = 0$$

Por lo tanto, el valor requerido es 0.

Rpta.: C

2. En la figura, se muestra la vista frontal de un puente en reparación MON que está sostenida por un soporte metálico fijado con dos cables tensos. Si el costo para la reparación está dado por $\frac{73 \tan(A+B+C)+1}{2 \csc(330^\circ)}$ en miles de soles, ¿cuánto es el costo de la reparación del puente?

- A) 19 000 soles
B) 15 500 soles
C) 18 000 soles
D) 17 500 soles
E) 16 500 soles



Solución:

De la figura: $A + B + C = 135^\circ$

Sea D miles de soles el costo del puente

$$D = \frac{73 \tan(A+B+C) + 1}{2 \csc(330^\circ)}$$

$$D = \frac{73 \tan(135^\circ) + 1}{2 \csc(330^\circ)}$$

$$D = \frac{73 \tan(180^\circ - 45^\circ) + 1}{2 \csc(360^\circ - 30^\circ)}$$

$$D = \frac{73(-\tan 45^\circ) + 1}{2(-\csc 30^\circ)}$$

$$D = 18$$

Por lo tanto; el costo del puente es 18 000 soles.

Rpta.: C

3. Carlos tiene un terreno de forma rectangular, como se representa en la figura. Para poder implementar un taller de mecánica, destinará la tercera parte de su terreno. Determine el área de la región que se empleará para implementar dicho taller de mecánica.

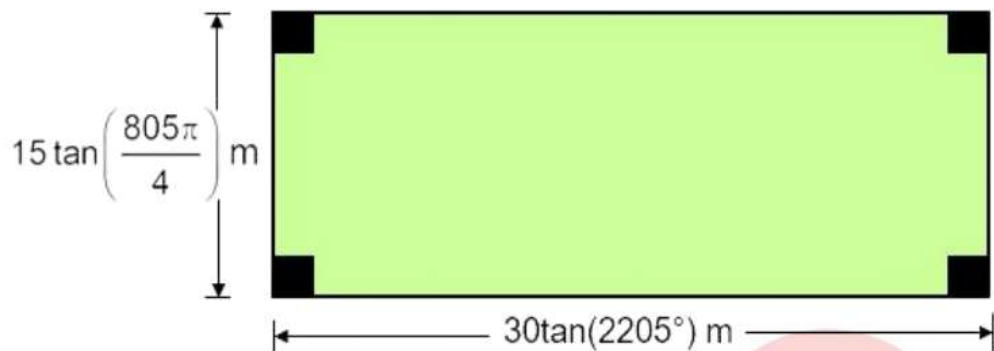
A) 100 m^2

B) 140 m^2

C) 150 m^2

D) 120 m^2

E) 110 m^2

**Solución:**

Sea L m y A m el largo y ancho del terreno respectivamente, entonces:

$$L = 30 \tan(2 \cdot 205^\circ)$$

$$L = 30 \tan(2 \cdot 160^\circ + 45^\circ) = 30 \tan 45^\circ = 30$$

$$A = 15 \tan\left(\frac{805\pi}{4}\right) = 15 \tan\left(200\pi + \frac{5\pi}{4}\right) = 15$$

Así, el área del terreno es 450 m^2 .

Por lo tanto; el área de la región destinada para el taller de mecánica es 150 m^2 .

Rpta.: C

4. En la figura, se muestra a Hugo que está pescando en el mar. Al finalizar la tarde ha conseguido atrapar $-50[\sec(6\pi + \theta) - \tan\theta]$ peces. ¿Cuántos peces consiguió atrapar?

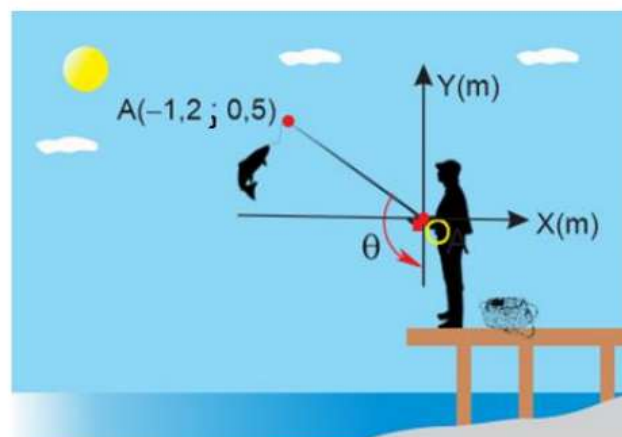
A) 8 peces

B) 10 peces

C) 14 peces

D) 12 peces

E) 9 peces



Solución:

De la figura: $\theta = 270^\circ - \alpha$

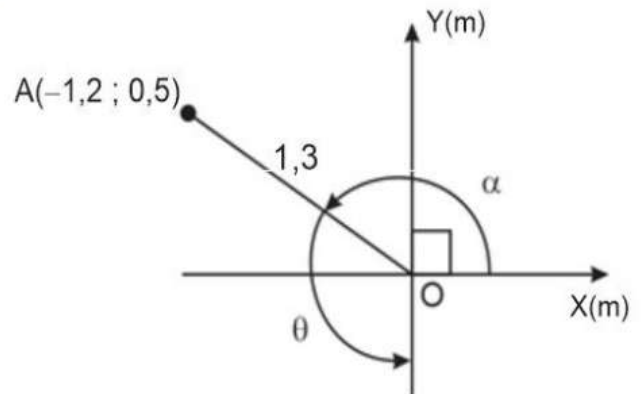
Si Hugo consiguió atrapar Q peces, entonces:

$$Q = -50(\sec \theta - \tan \theta)$$

$$Q = -50[\sec(270^\circ - \alpha) - \tan(270^\circ - \alpha)]$$

$$Q = -50[(-\csc \alpha) - (\cot \alpha)]$$

$$Q = -50\left[\left(-\frac{1,3}{0,5}\right) - \left(\frac{-1,2}{0,5}\right)\right] = 10$$



Por lo tanto, Hugo consiguió atrapar 10 peces.

Rpta.: B

5. Luis se encuentra en el punto A y se dirige hacia el punto D siguiendo la trayectoria $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{CD}$ tal que $AB = BC = CD$. Si la distancia del punto B hasta el punto C está dado por el valor de la expresión $\left(\frac{53 \cot \theta \cdot \sec(\alpha + \theta + 30^\circ)}{\csc(\theta - 180^\circ) \operatorname{sen} \alpha} + 11 \cos\left(\frac{\alpha + \theta + 90^\circ}{2}\right) \right)$ en metros donde $\alpha + \theta = 270^\circ$, halle la longitud del recorrido que realizó Juan.

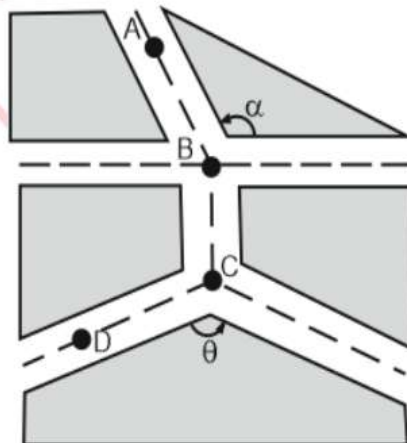
A) 240 m

B) 210 m

C) 230 m

D) 278 m

E) 285 m



Solución:

Del dato: $\alpha + \theta = 270^\circ$

Tenemos: $\theta = 270^\circ - \alpha \wedge \theta - 180^\circ = 90^\circ - \alpha$

Entonces:

$$BC = \left(\frac{53 \cot \theta \cdot \sec(\alpha + \theta + 30^\circ)}{\csc(\theta - 180^\circ) \operatorname{sen} \alpha} + 11 \cos \left(\frac{\alpha + \theta + 90^\circ}{2} \right) \right) \text{ m}$$

$$BC = \left(\frac{53 \cot(270^\circ - \alpha) \cdot \sec(270^\circ + 30^\circ)}{\csc(90^\circ - \alpha) \operatorname{sen} \alpha} + 11 \cos \left(\frac{360^\circ}{2} \right) \right) \text{ m}$$

$$BC = \left(\frac{53 \tan \alpha \cdot \csc 30^\circ}{\sec \alpha \cdot \operatorname{sen} \alpha} + 11 \cos 180^\circ \right) \text{ m} = (53(2) + 11(-1)) \text{ m}$$

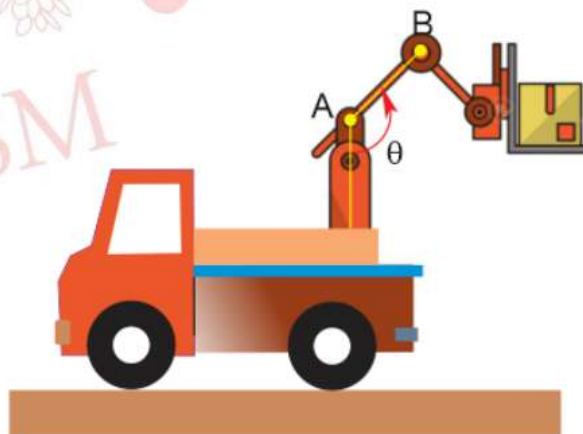
Luego: $BC = 95 \text{ m}$

Por lo tanto; el recorrido que realizó Luis es 285 m.

Rpta.: E

6. En la figura, se muestra la vista lateral de una grúa con un brazo hidráulico, donde el punto A se encuentra a una altura de 2,4 m con respecto al suelo. Si $AB = 3,4 \text{ m}$ y $8 \tan(2024\pi + \theta) = -15 \csc 90^\circ$, ¿a cuántos metros de altura se encuentra el punto B con respecto al suelo?

- A) 5 m
- B) 4,5 m
- C) 4 m
- D) 5,5 m
- E) 6 m



Solución:

De la figura: $\alpha = 180^\circ - \theta$

$$\tan(\alpha) = \tan(180^\circ - \theta) \Rightarrow \tan(\alpha) = -\tan\theta \dots (1)$$

$$\text{Pero: } 8 \tan(2024\pi + \theta) = -15 \csc 90^\circ$$

$$\Rightarrow \tan(\theta) = -\frac{15}{8} \Rightarrow \tan(\alpha) = \frac{15}{8}$$

Como: $AB = 3,4 \text{ m}$

$$\Rightarrow 17k = 3,4 \Rightarrow k = 0,2$$

Luego: $AC = 1,6 \text{ m}$

Por lo tanto, el punto B se encuentra a 4 metros de altura respecto al suelo.

Rpta.: C

7. En la figura, se representa la posición inicial de un disco, cuyo diámetro mide 32 cm. Si el segmento $\overline{OA}$ gira en sentido antihorario generando un ángulo trigonométrico cuya medida es de 2090° , determine las coordenadas de la posición final del punto A.

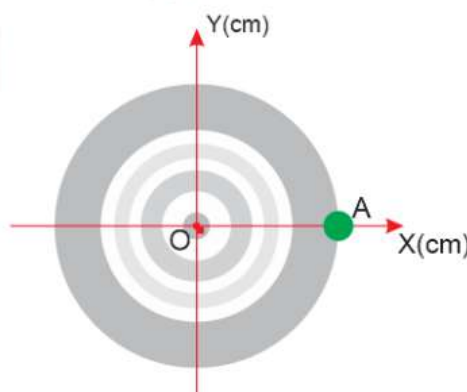
A) $(16 \sin 20^\circ; -16 \cos 20^\circ)$

B) $(-16 \cos 20^\circ; 16 \sin 20^\circ)$

C) $(16 \cos 20^\circ; -16 \sin 20^\circ)$

D) $(-16 \sin 20^\circ; 16 \cos 20^\circ)$

E) $(-16 \sin 20^\circ; -16 \cos 20^\circ)$

**Solución:**

Inicialmente el punto A está en el semieje positivo de las abscisas, entonces el ángulo trigonométrico de medida 2090° es un ángulo en posición normal.

Como: $2090^\circ = 5(360^\circ) + 290^\circ$; $r = 16$

Sea P (x; y) la posición final del punto A, entonces:

$$\sin(2090^\circ) = \frac{y}{r} \Rightarrow y = 16 \sin(2090^\circ) = 16 \sin(270^\circ + 20^\circ) = -16 \cos 20^\circ$$

$$\cos(2090^\circ) = \frac{x}{r} \Rightarrow x = 16 \cos(2090^\circ) = 16 \cos(270^\circ + 20^\circ) = 16 \sin 20^\circ$$

Por lo tanto; las coordenadas de la posición final del punto A son $(16 \sin 20^\circ; -16 \cos 20^\circ)$

Rpta.: A

8. El Ministerio de Educación realiza un informe sobre la asistencia de los alumnos en las clases presenciales en un poblado de la Sierra Sur, obteniendo que la cantidad de alumnos matriculados en el año escolar fue de 70 alumnos en el mes de marzo. Si actualmente solo M% de los alumnos asisten a clases, donde M es el mínimo valor de la expresión $12 \tan\left(\frac{2023\pi}{2} - \theta\right) - 3 \tan(77\pi - \theta) + 8$ donde θ es un ángulo agudo, ¿cuántos alumnos no asisten a clases?

A) 46 alumnos
D) 56 alumnos

B) 64 alumnos
E) 68 alumnos

C) 49 alumnos

Solución:

Sea

$$D = 12 \tan\left(\frac{2023\pi}{2} - \theta\right) - 3 \tan(77\pi - \theta) + 8$$

$$D = 12 \tan\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) - 3 \tan(\pi - \theta) + 8$$

$$D = 12 \cot \theta + 3 \tan \theta + 8$$

Como:

$$12 \cot \theta + 3 \tan \theta + 8 \geq 2\sqrt{36} + 8 \Rightarrow D \geq 20$$

Así: $M = 20$

Por lo tanto; 56 alumnos no asisten a clases en el poblado de la Sierra Sur.

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. El precio por metro cuadrado de un terreno agrícola cuesta $|\cos 361^\circ + \cos 362^\circ + \cos 217^\circ + \cos 178^\circ + \cos 179^\circ|$ miles de soles. Si el terreno tiene un área de 120 m^2 , ¿a cuánto asciende el precio del terreno?

A) S/ 85 000
D) S/ 91 000

B) S/ 96 000
E) S/ 82 000

C) S/ 89 000

Solución:

Sea P miles de soles el precio por metro cuadrado

$$P = |\cos 361^\circ + \cos 362^\circ + \cos 217^\circ + \cos 178^\circ + \cos 179^\circ|$$

$$P = |\cos(360^\circ + 1^\circ) + \cos(360^\circ + 2^\circ) + \cos(180^\circ + 37^\circ) + \cos(180^\circ - 2^\circ) + \cos(180^\circ - 1^\circ)|$$

$$P = |\cos 1^\circ + \cos 2^\circ - \cos 37^\circ - \cos 2^\circ - \cos 1^\circ| = \cos 37^\circ$$

$$P = \frac{4}{5} = 0,8$$

Luego; el precio del terreno es $Q = (120 \text{ m}^2)(0,8) \left(1\,000 \frac{\text{soles}}{\text{m}^2} \right) = 96\,000 \text{ soles.}$

Por lo tanto; el precio del terreno es 96 000 soles.

Rpta.: B

2. Adolfo tiene N miles de soles, donde el valor de N es numéricamente igual a la expresión $\left(6 \tan \left(\frac{121\pi}{4} \right) + 3 \sec^2 (2\,580^\circ) \right)$. Si la cuarta parte del dinero lo invertirá en sus estudios universitarios y el restante lo depositará en un banco, ¿cuánto dinero depositará en el banco?

A) S/ 12 500

B) S/ 11 000

C) S/ 13 500

D) S/ 10 000

E) S/ 12 000

Solución:

Sea Q el valor de la expresión:

$$Q = \left(6 \tan \left(\frac{121\pi}{4} \right) + 3 \sec^2 (2\,580^\circ) \right)$$

$$Q = \left[6 \tan \left(\frac{120\pi}{4} + \frac{\pi}{4} \right) + 3 \sec^2 (2\,520^\circ + 60^\circ) \right]$$

$$Q = \left[6 \tan \left(\frac{\pi}{4} \right) + 3 \sec^2 (60^\circ) \right] = 6(1) + 3(2)^2 = 18$$

Por lo tanto, Adolfo depositará en el banco 13 500 soles.

Rpta.: C

3. Si $x - y = \frac{13\pi}{2}$, halle el valor de $\sin(y - x) + \sec(\tan y) - \sec(\cot x) + 4$.

A) 2 B) 4 C) 3 D) 5 E) 1

Solución:

Se tiene que:

$$\sin(y - x) = \sin\left(-\frac{13\pi}{2}\right) = \sin\left(-6\pi - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -1$$

$$\cot x = \cot\left(\frac{13\pi}{2} + y\right) = \cot\left(6\pi + \frac{\pi}{2} + y\right) = \cot\left(\frac{\pi}{2} + y\right) = -\tan y$$

Luego:

$$N = \sin(y - x) + \sec(\tan y) - \sec(\cot x) + 4$$

$$N = -1 + \sec(\tan y) - \sec(-\tan y) + 4$$

$$N = 3$$

Por lo tanto, el valor de N es 3.

Rpta.: C

4. Ante la falta de agua en una localidad ubicada en la Costa norte de Perú, el municipio local envía un camión cisterna lleno de agua con una capacidad de $7,5 \text{ m}^3$. Si en el transcurso del viaje realizado desde el municipio hasta dicha localidad se perdió

$$\frac{21}{50} \left(\frac{3 \csc(1110^\circ) + \sqrt{3} \tan(330^\circ)}{\sqrt{3} \tan^3(2024\pi) + 3 \sin\left(\frac{17\pi}{2}\right)} \right) \text{ m}^3 \text{ de agua, halle el volumen de agua que hay}$$

en la cisterna cuando llegó a la localidad.

A) $6,4 \text{ m}^3$ B) $7,1 \text{ m}^3$ C) $6,8 \text{ m}^3$ D) $6,1 \text{ m}^3$ E) $7,3 \text{ m}^3$

Solución:

Sea $F \text{ m}^3$ el volumen de agua que se perdió, entonces:

$$F = \frac{21}{50} \left(\frac{3 \csc(1110^\circ) + \sqrt{3} \tan(330^\circ)}{\sqrt{3} \tan^3(2024\pi) + 3 \sin\left(\frac{17\pi}{2}\right)} \right)$$

$$F = \frac{21}{50} \left(\frac{3 \csc(1080^\circ + 30^\circ) + \sqrt{3} \tan(360^\circ - 30^\circ)}{\sqrt{3} \tan^3(2023\pi + \pi) + 3 \sin\left(8\pi + \frac{\pi}{2}\right)} \right)$$

$$F = \frac{21}{50} \left(\frac{3 \csc(30^\circ) - \sqrt{3} \tan(30^\circ)}{\sqrt{3} \tan^3 \pi + 3 \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)} \right) = \frac{21}{50} \left(\frac{5}{3} \right) = 0,7$$

$$\text{Luego: } V_{\text{Final}} = 7,5 \text{ m}^3 - 0,7 \text{ m}^3 = 6,8 \text{ m}^3.$$

Por lo tanto; el volumen de agua que ha quedado en la cisterna es $6,8 \text{ m}^3$.

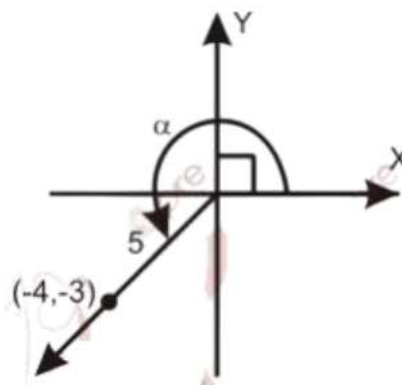
Rpta.: C

5. Si α pertenece al tercer cuadrante y $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$, calcule el valor de $\frac{\tan(\alpha + 180^\circ) + \sec(\alpha - 180^\circ)}{\csc(90^\circ + \alpha) + \cot(270^\circ - \alpha)}$.

- A) -4 B) 4 C) 8 D) 6 E) 3

Solución:

Sea Q el valor de la expresión:



$$Q = \frac{\tan(\alpha + 180^\circ) + \sec(\alpha - 180^\circ)}{\csc(90^\circ + \alpha) + \cot(270^\circ - \alpha)}$$

$$Q = \frac{\tan \alpha - \sec \alpha}{\sec \alpha + \tan \alpha}$$

$$Q = \frac{\frac{3}{4} - \left(\frac{5}{-4}\right)}{\left(\frac{5}{-4} + \frac{3}{4}\right)} = -4$$

Por lo tanto; el valor de Q es -4 .

Rpta.: A

6. La tasa de crecimiento anual de la población de una ciudad en miles de personas está dada por $\frac{\sin(3x + y) + \cos(5x + 2y)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)}$, donde $4x + 2y = 3\pi$. ¿En cuánto aumentará la población en 8 años?

A) 18 000 B) 16 000 C) 14 000 D) 13 000 E) 15 000

Solución:

$$\text{Si: } 4x + 2y = 3\pi \Rightarrow y = \frac{3\pi}{2} - 2x \dots (1)$$

Luego:

$$P = \frac{\sin(3x + y) + \cos(5x + 2y)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)}$$

$$P = \frac{\sin\left(3x + \frac{3\pi}{2} - 2x\right) + \cos(5x + 3\pi - 4x)}{-\cos x}$$

$$P = \frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \cos(3\pi + x)}{-\cos x}$$

$$P = \frac{-\cos x - \cos x}{-\cos x} = 2$$

Luego, el crecimiento anual es de 2000 personas.

Por lo tanto; el crecimiento en 8 años será de 16 000 personas.

Rpta.: B

7. Si A, B y C representan los vértices de un triángulo, simplifique

$$\frac{\sec\left(\frac{A+C}{2}\right)\cos(2A+3B+2C) + \csc\frac{B}{2}\cot(A+B)}{\csc\frac{B}{2}[\cos(A+2B+C) + \cot(A+B+2C)]}$$

- A) -1 B) $\csc\left(\frac{B}{2}\right)$ C) $\tan\left(\frac{B}{2}\right)$ D) 1 E) 2

Solución:

$$\text{Sea: } A+B+C=180^\circ \rightarrow 2A+2B+2C=360^\circ \wedge \frac{A+C}{2}=90^\circ - \frac{B}{2}$$

$$Q = \frac{\sec\left(\frac{A+C}{2}\right)\cos(2(A+B+C)+B) + \csc\frac{B}{2}\cot(A+B)}{\csc\frac{B}{2}[\cos((A+B+C)+B) + \cot((A+B+C)+C)]}$$

$$Q = \frac{\sec\left(90^\circ - \frac{B}{2}\right)\cos(360^\circ + B) + \csc\frac{B}{2}\cot(180^\circ - C)}{\csc\frac{B}{2}[\cos(180^\circ + B) + \cot(180^\circ + C)]}$$

$$Q = \frac{\csc\frac{B}{2}(\cos B - \cot C)}{\csc\frac{B}{2}[-\cos B + \cot C]} = -1$$

Por lo tanto; el valor de Q es -1.

Rpta.: A

Lenguaje

EJERCICIOS DE CLASE

1. El acento ortográfico se representa en las palabras según las normas de tildación general y especial. Considerando lo afirmado, marque la alternativa en la que hay correcta acentuación escrita.
- A) El Ejecutivo declaró el estado de emergencia en 17 regiones.
 - B) La empresa Petroperu ya está en proceso de reestructuración.
 - C) Juan, se más discreto la próxima vez que asistas a una reunión.
 - D) Pregúntale si desea ir al concierto de Ever para ver más talentos.
 - E) Elías tomaba una taza de té mientras escribía una *te* mayúscula.

Solución:

La acentuación es correcta en esta alternativa porque *mayúscula* es una palabra esdrújula que requiere de tildación ortográfica; *Elías* y *escribía* se tildan por presentar hiato acentual y *té* por aplicación de la tilde diacrítica cuando es sustantivo (infusión), pero cuando hace referencia a una letra no se acentúa.

Rpta.: E

2. En la lengua española, la mayoría de palabras polisilábicas presentan una sílaba tónica. Según la ubicación de esta sílaba, se clasifican en agudas, graves, esdrújulas y sobresdrújulas. Tomando en cuenta lo afirmado, marque la opción en la que hay mayor número de palabras agudas.
- A) ¿Cómo elegirán los partidos políticos a sus candidatos en las elecciones del 2026?
 - B) En el norte del país, hubo desbordes de ríos, derrumbes, deslizamientos y huaicos.
 - C) La cantante Lita había cautivado al público en el Festival de Viña del Mar en Chile.
 - D) Poder Judicial ya admitió las dos apelaciones que favorecen al expresidente Pedro.
 - E) Sabías que Luana participó en la competencia con un festivo carnaval ayacuchano.

Solución:

En esta alternativa, hay tres palabras agudas: *Poder*, *Judicial* y *admitió*.

Rpta.: D

3. Las palabras graves que finalizan en grupo consonántico se tildan, en cambio, las agudas no. Según lo aseverado, marque la alternativa donde es necesario el uso del acento escrito de la expresión subrayada.
- I. Agregó roquefort a esa salsa que había preparado.
 - II. En las ventas, Ely alcanzó un records no esperado.
 - III. Mis amigos viajaron a Oriente y visitaron un kibutz.
 - IV. Joel, los niños están viendo una película de ciborgs.

- A) I y IV B) II y IV C) I y II D) II y III E) I y III

Solución:

Según las normas establecidas por la Real Academia Española, las palabras *récords* y *ciborgs* se tildan por ser graves que terminan en secuencia consonántica.

Rpta.: B

4. Las palabras agudas u oxítonas son aquellas en las que el acento prosódico se ubica en la última sílaba y se tildan cuando terminan en consonante *n*, *s* o *vocal*. Según lo señalado, señale el número total de palabras agudas en el siguiente texto y marque la alternativa que corresponde.

¿La unión de hecho o comúnmente conocida como convivencia es una figura reconocida por nuestra legislación? El Código Civil peruano sí señala que el concubinato se da entre un hombre y una mujer con un período mayor de dos años, que sea una relación estable y además que no tengan ningún tipo de vínculo matrimonial con una tercera persona. En este sentido, se generan derechos personales y patrimoniales a partir de esa relación.

- A) Cinco B) Nueve C) Seis D) Siete E) Ocho

Solución:

Las palabras agudas son *unión*, *legislación*, *relación* (2), *además*, *ningún* y *matrimonial*, ya que presentan la sílaba tónica en el último lugar de la palabra y algunas se tildan porque terminan en consonante *n*, *s* o *vocal*.

Rpta.: D

5. Lea el siguiente enunciado e indique la alternativa que presenta la secuencia correcta de verdad (V o F).

Para desearle buena suerte a otra persona o atraerla para nosotros mismos, cruzamos los dedos. Es más, incluso si no hacemos este gesto, podemos utilizar la expresión "cruzo los dedos" para desear que todo salga bien. Esto es algo que ha calado en nuestra cultura, en nuestro discurso y en el ámbito cotidiano, pero, ¿de dónde viene? ¿Cuándo fue la primera vez que alguien realizó ese hecho?

- I. No se presenta un monosílabo con tilde diacrítica. ()
II. Hay dos palabras polisilábicas con tilde diacrítica. ()
III. Se halla un total 37 palabras graves. ()
IV. Se identifica una palabra acentuada por hiato acentual. ()

- A) FVFF B) FVVF C) FFVF D) VFVV E) VFVF

Solución:

Hay un monosílabo como *más* que se aplica la tilde diacrítica; los adverbios polisilábicos *dónde* y *cuándo* se tildan; efectivamente hay 37 palabras graves (*para*, *desearle*, *buena*, *suerte*, *otra*, *persona*, *atraerla*, *para*, *nosotros*, *mismos*, *cruzamos*, *dedos*, *incluso*, *hacemos*, *este*, *gesto*, *podemos*, *cruzo*, *dedos*, *para*, *todo*, *salga*, *esto*, *algo*, *calado*, *nuestra*, *cultura*, *nuestro*, *discurso*, *cotidiano*, *pero*, *dónde*, *viene*, *cuándo*, *primera*, *alguien*, *hecho*); y no se presenta palabras acentuadas por hiato acentual.

Rpta.: B

6. La tilde diacrítica se emplea para diferenciar palabras que presentan idéntica expresión, pero que pertenecen a categorías gramaticales diferentes. Según lo mencionado, ¿qué enunciados presentan empleo adecuado de las reglas de tildación diacrítica en palabras monosilábicas?
- I. Sí, deseo que té dé más periódicos.
II. Ayer por la tarde no te ví en mi casa.
III. Sé que, si llego tarde hoy, no viajaré.
IV. Tú sabes que dependo de mí misma.
- A) I y III B) I y IV C) II y III D) II y IV E) III y IV

Solución:

Los monosílabos *sé* (verbo), *tú* (pronombre) y *mí* (pronombre) de las alternativas III) y IV) requieren de tildación diacrítica. En las demás oraciones, no deben llevar tilde *te* (pronombre) ni *vi* (verbo).

Rpta.: E

7. Para la representación del acento escrito en las palabras complejas, se toma en cuenta la adición de un adjetivo al elemento compositivo *-mente*, así también cuando los pronombres átonos van pospuestos al verbo, si se fusionan o separan las palabras con guion. Considerando las normas de acentuación escrita en palabras complejas, determine qué enunciado exhibe correcta escritura.
- A) Al turista franco-alemán le agradó ver el arcoiris de mi pueblo.
B) Él dijo: «Compremos dieciséis taparroscas para los envases».
C) El sabelotódo utiliza un pasapuré para preparar su almuerzo.
D) Fernando lo atendió amable y cortésmente, luego de saludarlo.
E) Dime si redactó un ensayo político-social para aquella revista.

Solución:

La palabra derivada correctamente tildada es *cortésmente*. Las demás deben aparecer de la siguiente manera: *arcoíris*, *dieciséis*, *sabelotodo* y *político-social*.

Rpta.: D

8. De acuerdo con la *Ortografía de la lengua española*, los extranjerismos crudos o no adaptados deben escribirse en letra cursiva, o bien entre comillas, y sin tilde; en cambio, algunos de estos términos adaptados se escriben en letra redonda y se someten a las reglas de acentuación gráfica del español. Según lo señalado, ¿en qué enunciado estas palabras requieren de acentuación escrita?
- I. Presentó su curriculum en varias empresas.
II. ¿No era el sumun de la nueva tendencia, Iris?
III. Eleodora se puso un bluyin de color celeste.
IV. En su redacción, cometió un *lapsus calami*.

- A) I y IV B) I y III C) II y III D) III y IV E) I y II

Solución:

Los extranjerismos adaptados que se escriben según la normativa de la lengua española son *currículum* por ser esdrújula y *bluyín*, aguda. Las demás opciones no se escriben con tilde.

Rpta.: B

9. Los pronombres *qué*, *quién*, *cuál*, *cómo*, *cuándo*, *cuánto*, etc. se escriben con tilde diacrítica cuando presentan sentido interrogativo o exclamativo de manera directa o indirecta. Según lo afirmado, elija la alternativa donde las palabras subrayadas deben tildarse.

- I. No hay como solucionar los conflictos sociales.
- II. Se dirigió hacia donde le indicaron los anfitriones.
- III. Pregunté que utensilios se deben comprar, Elisa.
- IV. Cada cual deberá llevar su mochila y su almuerzo.

- A) II y IV B) I y II C) I y III D) III y IV E) II y III

Solución:

Las formas *cómo* y *qué* deben tildarse porque son pronombres interrogativos.

Rpta.: C

10. Tomando en cuenta el uso normativo de la escritura, señale la cantidad de tildes que se necesitan en el siguiente texto:

El físico Martin Sanchez Lopez y la matematica Angela Canton Vasquez viajaran a Panama, Taiwan y luego a Tayikistan por via aerea a realizar una investigacion cientifica.

- A) Doce B) Trece C) Catorce D) Quince E) Dieciséis

Solución:

En el texto propuesto, las palabras que necesitan tildarse son *físico*, *Martín*, *Sánchez López*, *matemática*, *Ángela*, *Cantón*, *Vásquez*, *viajarán*, *Panamá*, *Taiwán*, *Tayikistán*, *vía*, *aérea*, *investigación* y *científica*.

Rpta.: E

11. El adverbio *aún* se escribe con tilde cuando es equivalente a '*todavía*' y *aun* va sin tilde cuando significa 'incluso, hasta o (ni) siquiera'. Tomando en cuenta ello, señale la opción en la que no es necesario tildar la palabra *aún*.

- A) Los médicos aun no deciden levantar la huelga.
- B) Aun el fútbol peruano no alcanza su mayor nivel.
- C) Estuvieron despiertos los padres aun los amigos.
- D) Faltaba aun capturar al líder de la organización.
- E) Aun se puede lograr una vacante en ese trabajo.

Solución:

En esta alternativa, la palabra *aun* equivale a la conjunción 'incluso', por lo que no debe tildarse.

Rpta.: C

12. Complete los espacios en blanco con las siguientes formas: **porque** (conjunción causal), **por que** (preposición más pronombre relativo), **porqué** (sustantivo que expresa causa o razón) y **por qué** (preposición más pronombre interrogativo) según corresponde a cada enunciado.

- A) Sospechamos el _____ de tanta demora en la construcción.
- B) La razón _____ se sienten orgullosos es muy gratificante, Elsa.
- C) Estudia con esmero _____ desea ser un excelente profesional.
- D) Indagarán _____ algunos políticos deberían ser investigados.
- E) ¿_____ no demuestras todo lo que has aprendido en ese examen?

Rpta.: Los enunciados se deben completar de la siguiente manera: A) porqué, B) por que, C) porque, D) por qué, E) Por qué.

Literatura

EJERCICIOS DE CLASE

1.

ROSAURA:

No quise darte parte
en mis quejas, Clarín, por no quitarte,
llorando tu desvelo,
el derecho que tienes al consuelo.
Que tanto gusto había
en quejarse, un filósofo decía,
que, a truco de quejarse,
habían las desdichas de buscarse

¿Cuál es el rasgo estilístico del Barroco que se evidencia en los versos citados de la comedia *La vida es sueño*, de Pedro Calderón de la Barca?

- A) Imágenes recargadas como producto del uso de metáforas.
- B) Retorcimiento formal a través del empleo del hipérbaton.
- C) Alusiones a la mitología grecolatina en la figura del filósofo.
- D) Utilización constante de versos octosílabos y endecasílabos.
- E) Oposición de conceptos para caracterizar a los personajes.

Solución:

En los versos citados se puede apreciar el empleo del hipérbaton, que altera el orden convencional de la oración, con lo cual proyecta el retorcimiento formal. Por ejemplo, en los últimos versos el orden convencional debería ser: «Un filósofo decía que tanto gusto había en quejarse que habían las desdichas de buscarse a truco de quejarse».

Rpta.: B

2. En la comedia *La vida es sueño*, el personaje principal atraviesa diversas estancias: inicia en la prisión; luego, despierta en el castillo como príncipe; después, retorna a la prisión; y, por último, liberado por el pueblo, asume el reinado de Polonia. ¿Cuál es el tema distintivo del Barroco que representa la secuencia de los hechos descritos?
- A) Contraste entre oscuridad y claridad
 - B) Vida como una representación
 - C) Contradicción de complementos
 - D) Falta de estabilidad en el mundo
 - E) Fugacidad de la existencia humana

Solución:

La descripción de las experiencias del protagonista nos presenta la constante mudanza que padece Segismundo, quien pasa de ser prisionero a ser príncipe y, luego, rey. Estos cambios representan la concepción del Barroco en torno al mundo como un espacio inestable.

Rpta.: D

3. El estilo del teatro español del Siglo de Oro pretende alcanzar un mayor _____; es por ello que tiende a combinar _____ a diferencia del teatro clásico, que los distingue.
- A) realismo – lo trágico y lo cómico
 - B) retorcimiento formal – ficción y realidad
 - C) suspenso – metáfora e hipérbaton
 - D) dramatismo – leyenda e historia
 - E) entretenimiento – diversas formas métricas

Solución:

El teatro barroco español mezcla elementos trágicos y cómicos para alcanzar un mayor realismo en la representación.

Rpta.: A

4. Una característica del teatro cortesano es la tendencia a la reflexión. Este rasgo se puede apreciar en la obra *La vida es sueño*, de Pedro Calderón de la Barca, por el constante empleo del _____, a través del cual, el personaje _____.
- A) lirismo intenso – describe los conflictos políticos e históricos
 - B) lenguaje alegórico – simboliza conceptos complejos para el público
 - C) monólogo – medita sobre un tema al hablarlo para sí mismo
 - D) idealismo – expresa su congoja por el futuro trágico que espera
 - E) lenguaje refinado – representa a las clases nobles y aristocráticas

Solución:

El monólogo, a través del cual el personaje habla para sí mismo, le permite meditar delante del auditorio sobre conceptos y situaciones que padece el sujeto. Esto le brinda a la obra el carácter reflexivo que la distingue.

Rpta.: C

5. Marque la alternativa que contiene la secuencia correcta con respecto a la verdad o falsedad (V o F) de los siguientes enunciados sobre el argumento de *La vida es sueño*, de Pedro Calderón de la Barca.

- I. El rey, temeroso de los vaticinios, encierra a Segismundo en una cueva.
- II. Rosaura y Clarín son capturados porque pretenden liberar a Segismundo.
- III. Basilio revela la verdad sobre su hijo porque desea poner a prueba el augurio.
- IV. Segismundo le pide perdón a su padre y demuestra su sabiduría.

- A) FVVV B) FVFF C) VFVF D) VVFF E) FFVV

Solución:

I. Basilio ordena encerrar a Segismundo en una torre a las afueras del castillo. (F) II. Rosaura y Clarín son capturados porque descubren a Segismundo en la torre. Clotaldo debía procurar mantener oculto al príncipe. (F) III. Basilio revela la verdad sobre su hijo a los cortesanos porque desea poner a prueba el augurio. (V) IV. Segismundo le pide perdón a su padre y demuestra su sabiduría. (V)

Rpta.: E

6.

CLARÍN

[...]

y así, aunque a libraros vais
de la muerte con huir.

¡Mirad que vais a morir,
si está de Dios que muráis!

¿Cuál es el tema aludido en los versos citados de la comedia *La vida es sueño*, de Pedro Calderón de la Barca?

- A) El perdón del hijo
- B) La reconciliación
- C) El conflicto político
- D) La falta de creencia
- E) La predestinación

Solución:

En los versos citados, Clarín señala que el ser humano no puede escapar de los designios de Dios, por lo tanto, estamos condenados a la muerte que nos augura.

Rpta.: E

7.

SEGISMUNDO

[...]

Aunque si nací, ya entiendo
qué delito he cometido;
bastante causa ha tenido
vuestra justicia y rigor,
pues el delito mayor
del hombre es haber nacido.

¿Cuál es el tema que se infiere en los versos citados de la comedia *La vida es sueño*, de Pedro Calderón de la Barca?

- | | |
|---------------------------------|----------------------------|
| A) El pecado original | B) La predestinación |
| C) El libre albedrío | D) La búsqueda de libertad |
| E) El nacimiento como despertar | |

Solución:

En los versos citados, se deduce que Segismundo refiere la idea del pecado original al mencionar que el nacimiento es el mayor delito que el hombre puede cometer. En ese sentido, vincula la culpabilidad con el nacimiento.

Rpta.: A

8.

SEGISMUNDO

Dices bien. Anuncio fue
y caso que fuese cierto,
pues la vida es tan corta,
soñemos, alma, soñemos
otra vez; pero ha de ser
con atención y consejo
de que hemos de despertar
de este gusto al mejor tiempo;
que llevándolo sabido,
será el desengaño menos;
que es hacer burla del daño
adelantarle el consejo.

En los versos citados de *La vida es sueño*, de Pedro Calderón de la Barca, el tema desarrollado es el conflicto entre

- | | |
|-------------------------------|------------------------------|
| A) el libre albedrío y la fe. | B) los nobles cortesanos. |
| C) la libertad y el destino. | D) la realidad y la ficción. |
| E) la vida y la muerte. | |

Solución:

En los versos citados, Segismundo reflexiona sobre la vida como un sueño y la posibilidad de despertar próximamente.

Rpta.: D

Psicología

EJERCICIOS DE CLASE

Identifique la respuesta correcta en los siguientes enunciados:

1. En un texto se lee: «Me llamo Noyud, soy una niña yemení, de 10 años. Mi padre me casó a la fuerza con un hombre que me llevaba treinta años. Mi esposo me maltrataba y abusó sexualmente de mí. Un día me escapé; luego, con ayuda de una ONG pedí el divorcio y me fue concedido por el tribunal de justicia de mi país». La cita anterior ilustra el concepto de _____ el cual tiene un origen _____.

- A) identidad de género – innato
- B) estereotipo de género – universal
- C) identidad sexual – biológico
- D) rol de género – sociocultural
- E) mito sexual – aprendido

Solución:

El texto hace referencia al rol de género para las mujeres en la sociedad yemení, país del África-Asia, que desde niñas las comprometen en casamiento avalado por su cultura e instituciones. Estas disposiciones, creencias y prácticas son impuestas por una ideología religiosa, por tanto, tienen un origen socio-cultural.

Rpta.: D

2. Roxana, a la hora de salida de su colegio, cruza miradas con Luis, un alumno de su mismo grado, pero de otra aula; aunque nunca se hablan, ella suele disminuir el paso y se mantiene próxima a él. Ella piensa: «Uno de estos días seguro que me va a hablar; es lindo; le contaré a Gaby que hoy me miró fijamente». Considerando las etapas de relación de pareja, podríamos ubicar a Roxana en la etapa de relación denominada

- A) idealización.
- B) heterosexualidad en grupo de pares.
- C) noviazgo.
- D) cariño.
- E) enamoramiento.

Solución:

En las etapas de relación de pareja la idealización corresponde al amor platónico. Generalmente se fantasea acerca del ser amado, pudiendo ser el tema de conversación entre amigos del mismo sexo.

Rpta.: A

3. Los resultados de la investigación de biólogo norteamericano Alfred Kinsey (1953) rompió la concepción dualista de las orientaciones sexuales al proponer un modelo según el cual existen muchos grados intermedios entre heterosexualidad y homosexualidad. Esta gradualidad quedó plasmada en lo que hoy se conoce como Escala Kinsey (ver gráfico).



Considerando esta investigación con los componentes de la sexualidad se puede concluir que la

- A) identidad y la orientación sexual conjugados expresan una sexualidad binaria.
- B) orientación sexual es una dimensión continua y no de tipologías sexuales puras.
- C) atracción homosexual y heterosexual son expresiones excluyentes.
- D) persona, tanto hombre como mujer tienen una naturaleza bisexual.
- E) sexualidad es diversa y compleja determinada por el género de la persona.

Solución:

La investigación sobre el comportamiento sexual humano reportada por Alfred Kinsey (1953) informa que la orientación sexual humana es dimensional y cuantitativa. Las personas presentan grados diversos de heterosexualidad o de homosexualidad; por tanto, en la orientación sexual no existe tipologías sexuales puras y excluyentes.

Rpta.: B

4. El erotismo suele manifestarse de varias formas. Estas manifestaciones con frecuencia han sido objeto de infundios para generar miedos y rechazo a la exploración sana de la sexualidad; estas creencias falsas comúnmente son conocidos como mitos sexuales. Señale el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones relacionadas con las manifestaciones del erotismo.
- I. La masturbación es practicada por ambos sexos y sólo es normal en la adolescencia.
 - II. Toda fantasía sexual generan tensión sexual y resulta placentera para la pareja.
 - III. Las caricias íntimas pueden ser experiencias exploratorias placenteras de la pareja.

- A) FFF B) VFF C) FVV D) VVF E) FFV

Solución:

- I. (F) La masturbación es una práctica erótica que puede ser realizada en cualquier etapa de vida.
- II. (F) Las fantasías sexuales generan placer en el sujeto que las realiza y pueden ser preparatorias para el coito.
- III. (V) A través de las caricias íntimas las parejas pueden experimentar placer y conocer mejor sus respuestas sexuales.

Rpta.: E

5. El psicólogo Robert Sternberg, propuso la «Teoría triangular del amor» la cual permite orientar a las personas en el logro de un amor consumado, mediante el desarrollo de sus tres componentes esenciales; asimismo, advierte sobre la fragilidad de una relación amorosa cuando estos elementos están ausentes. Según la referida teoría, identifique el valor de verdad (V o F) respecto a su tipología del amor.

- I. El matrimonio civil y religioso garantiza el desarrollo de un amor consumado.
- II. En las parejas que tienen una «relación abierta» prima el componente, pasión.
- III. El amor que se mantiene solo por un beneficio material se denomina fatuo.

A) FFF B) FVF C) VVF D) VFV E) FFV

Solución:

- I. (F) El amor consumado es producto de una práctica continua de los tres componentes del amor y no de un solo acto ritual civil o religioso
- II. (V) En una «relación abierta» prima el componente denominado pasión, pues en estas parejas existe un mutuo acuerdo para tener la libertad de optar por otras parejas o tener encuentros sexuales de manera paralela.
- III. (F) El tipo de amor en donde solo existe el compromiso de mantener una relación basada en un beneficio material y con ausencia de los otros componentes, califica como amor vacío.

Rpta.: B

6. Mariela aceptó tener relaciones sexuales sin protección con su enamorado porque creyó que, al ser su primera vez, no saldría embarazada; luego de esa experiencia, su enamorado la dejó, y ella viene experimentando repetidas molestias en su zona genital acompañadas de secreciones malolientes. Considerando los conceptos vinculados a la sexualidad, podemos afirmar que el comportamiento de Mariela se basó en _____, y probablemente está experimentando los efectos de _____.

- A) un tipo de amor – la pasión
- B) un mito sexual – una ITS
- C) la pasión – la maduración
- D) un valor – su conducta sexual
- E) caricias íntimas – una infección

Solución:

Los mitos sexuales son creencias erróneas acerca de la sexualidad. Este conjunto de creencias puede facilitar el desarrollo de conductas de riesgo con consecuencias no deseadas como un embarazo adolescente, infecciones de transmisión sexual (ITS), etc.

Rpta.: B

7. En un pasaje de la obra literaria *El Principito*, de Antoine de Saint-Exupéry, se establece un diálogo en donde el Principito le explica a Rosa la diferencia entre querer y amar, expresando:

«Querer es tomar posesión de algo, de alguien. Es buscar en los demás eso que llena las expectativas personales de afecto, de compañía. Querer es hacer nuestro lo que no nos pertenece, es adueñarnos o desear algo para completarnos, porque en algún punto nos reconocemos carentes. En cambio, amar es desear lo mejor para el otro, aun cuando tenga motivaciones muy distintas. Amar es permitir que seas feliz, aun cuando tu camino sea diferente al mío. Es un sentimiento desinteresado que nace en un donarse, es darse por completo desde el corazón»

Con relación al texto literario y considerando el aporte de la «Teoría triangular del amor», de Robert Sternberg, identifique las proposiciones correctas.

- I. Sugiere una práctica afectuosa para alcanzar un amor consumado.
- II. Presenta una propuesta para desarrollar el componente de la intimidad.
- III. Destaca la necesidad de fomentar el compromiso más que la pasión.
- IV. Plantea que el amor implica lograr el equilibrio entre sus tres componentes.

A) I y III B) II y III C) I y II D) Solo I E) Solo II

Solución:**Solo II**

La cita literaria pretende mejorar la vinculación afectiva en las parejas promoviendo el respeto y la independencia de la pareja, incluso si tienen proyectos diferentes, aspectos vinculados al componente de la intimidad considerado en la Teoría triangular del amor.

Rpta.: E

8. La salud reproductiva implica la posibilidad de tener una sexualidad satisfactoria y segura, donde un embarazo saludable favorezca el nacimiento de un niño sano. A continuación, identifique las actividades que se relacionen con este concepto y señale lo correcto.

- I. Prevención de la violencia de género, apoyo y atención a sus víctimas
- II. Orientación y suministro de métodos anticonceptivos a las parejas
- III. Asistencia prenatal, durante el parto y puerperal para las mujeres

A) Solo I B) I y III C) Solo II D) II y III E) Todas

Solución:

- I. (F) Se relaciona con la salud sexual.
- II. (V) Se relaciona con la elección de la pareja para planificar su familia y tener hijos cuando los deseen tener.
- III. (V) Se relaciona con las condiciones para llevar un embarazo saludable, por tanto, es una acción para asegurar la salud reproductiva.

Rpta.: D

9. En una entrevista un expresidente latinoamericano advertía a sus conciudadanos varones que deberían evitar comer pollo, especialmente, la parte del ala, porque estos animales estaban alimentados con suplementos hormonales lo cual podía incrementar sus estrógenos y afectar su orientación sexual. Considerando lo expuesto se puede inferir que el referido personaje

- A) valora acertadamente la influencia hormonal en la expresión de la sexualidad.
- B) adopta una creencia misógina respecto al rol sexual en los hombres.
- C) concibe a la sexualidad solo como sexo sin entender todas sus dimensiones.
- D) resalta la necesidad de entender la sexualidad específica que tiene el varón.
- E) previene sobre el peligro de adoptar comportamientos sexuales estereotipados.

Solución:

La sexualidad es un concepto integral, multidimensional, de carácter biopsicosocial; sin embargo, el personaje referido la entiende solamente en su dimensión unidimensional.

Rpta.: C

10. La salud sexual es un estado de bienestar entendido en un sentido integral. A continuación, identifique los valores de verdad (V o F) de las proposiciones que grafiquen el referido concepto.

- I. Vivir la sexualidad sin complejos ni culpas, de forma segura y placentera
- II. Experimentar la sexualidad de manera furtiva para no sentir vergüenza
- III. Tener relaciones sexuales obligado por un imperativo moral o religioso
- IV. Disfrutar de la sexualidad sin decir que es portador asintomático de una ITS

- A) FFFF B) VFVV C) VFFF D) VVFF E) VVFFV

Solución:

La salud sexual es un estado de bienestar físico, mental y social en relación con la sexualidad. Implica la posibilidad de tener experiencias sexuales placenteras y seguras, libres de toda coacción, discriminación y violencia.

Rpta.: C

Educación Cívica

EJERCICIOS DE CLASE

1. En un encuentro con expertos de varios ministerios en conflictos civiles, se insistió en que las normas democráticas de convivencia son patrones de comportamiento que definen, regulan y ordenan la vida de personas y grupos según ciertos valores. Desde los primeros años del desarrollo humano son adquiridas como normas morales y sociales por diversos agentes de socialización; en cambio, las normas jurídicas

- A) emanan únicamente de tradiciones de carácter consuetudinario.
- B) proceden de derechos adquiridos por consenso participativo.
- C) son regulados por autoridades superiores como es el Estado.
- D) solo descienden de generación en generación por tradición.
- E) son generadas por una autoridad respetada por el centro poblado.

Solución:

Las normas, en la convivencia democrática son pautas de comportamiento que guían, regulan y ordenan la vida de las personas y de los colectivos, de acuerdo a ciertos valores en situaciones determinadas. Ellos se adquieren desde los primeros años del desarrollo de la persona, como normas morales y sociales, por los diversos agentes de socialización, por el contrario, las normas jurídicas emanan del Estado. Las normas legales determinan los derechos y obligaciones de todos los ciudadanos. El incumplimiento de las normas legales puede dar lugar a sanciones y cuentan con el apoyo del poder estatal.

Rpta.: C

2. Cuando hablamos de discriminación nos estamos refiriendo de un conjunto muy heterogéneo de actitudes y prácticas sociales e institucionales que directa o indirectamente, de forma intencionada o no, conducen a un trato desfavorable hacia determinadas personas o grupos sociales por sus características. Por ejemplo, cuando un gerente del oriente peruano muestra una actitud despectiva hacia el personal de servicio. ¿Qué tipo de discriminación ejemplifica el funcionario?

- A) Ideológica
- B) Étnica
- C) Laboral
- D) Social
- E) Cultural

Solución:

La discriminación laboral es el trato de inferioridad y maltrato a una persona, por motivos ajenos a la capacidad para desempeñarse en el ámbito laboral. Por ejemplo, cuando el gerente muestra una actitud de superioridad hacia el personal de servicio.

Rpta.: C

3. Un alcalde provincial utiliza cada mañana una furgoneta municipal para trasladar a sus hijos a su centro de estudios y a su cónyuge a su centro laboral. En el caso expuesto, ¿qué tipo de corrupción de funcionarios se ilustra?
- A) Peculado
 - B) Colusión
 - C) Cohecho pasivo
 - D) Malversación de fondos
 - E) Tráfico de influencias

Solución:

El peculado se aplica cuando el funcionario o servidor público se apropia, utiliza, en cualquier forma, para sí o para otro, dinero o bienes que se le hayan confiado por razón de su cargo. Por ejemplo, cuando el alcalde hace mal uso de los bienes del Estado.

Rpta.: A

4. Ramiro trabaja en el mercado «Las Riberas»; en el rubro de teléfonos móviles. A menudo compra celulares usados de alta gama sin conocer su procedencia. Tomando como referencia el caso, según el Código Penal esta conducta tipifica como un delito contra
- A) la seguridad pública.
 - B) la libertad.
 - C) la tranquilidad pública.
 - D) el patrimonio.
 - E) la fe pública.

Solución:

Ramiro comete el delito de receptación. Esta se produce cuando una persona ayuda a los responsables de un delito contra la propiedad o contra el orden socioeconómico en el que no ha participado, pero que conoce, a aprovecharse de sus efectos con ánimo de lucro. La conducta puede consistir en recibir, adquirir o esconder los efectos. La receptación es una forma de delito contra el patrimonio.

Rpta.: D

Historia

EJERCICIOS DE CLASE

1. Durante el Intermedio Tardío se desarrollan diversos estados regionales que antecedieron a la exitosa expansión del Imperio inca. Mientras que en la Sierra se produce una diversa fragmentación regional, en la Costa surgen entidades que tienen mayor estabilidad y complejidad como fue el caso de Chincha y Chimú. Relacionar correctamente la cultura desarrollada con su característica correspondiente.

- I. Chincha
- II. Chachapoyas
- III. Chimú
- IV. Reinos aimaras

- a. Agricultura con canales de irrigación y reservorios de agua (chacras hundidas) llamados huachiques.
- b. Edificaron centros administrativos en la Selva alta destacando el centro urbano-ceremonial de Kuélap.
- c. Colocaron cadáveres de sus jefes en torres de piedra destacando las conocidas chullpas de Sillustani.
- d. Realizaron tallas de madera (xilografía) labrada como las palas de timón que poseían finos acabados.

- A) Ib, Ila, IIlc, IVd
- D) Id, Iib, IIIa, IVc

- B) Ic, Ila, IIId, IVb
- E) Ib, IId, IIlc, IVa

- C) Id, Iib, IIlc, IVa

Solución:

La relación correcta es como sigue: los Chinchas, realizaron tallas de madera (xilografía) destacando, las palas de timón que poseían finos acabados; los chachapoyas edificaron centros administrativos en la Selva alta destacando su centro urbano-ceremonial, Kuélap; los chimú realizaban agricultura con canales de irrigación y reservorios de agua (chacras hundidas) llamados huachiques y, finalmente, los chancas colocaban cadáveres de sus jefes en torres de piedra destacando las conocidas chullpas de Sillustani.

Rpta.: D

2. El complejo de Sillustani se encuentra a orillas de la laguna Umayo, allí se ubican las chullpas que eran torreones circulares de piedra y algunas alcanzaban hasta 12 metros de alto y se caracterizaban porque su base es de menor diámetro que la parte superior. Luego de observar la figura, indique cuál fue el objetivo para la edificación de esta construcción.
- A) Depósitos de alimentos, textiles u otros en caso de sequía o escasez durante el fenómeno El Niño.
 - B) Lugares de descanso incaico ubicados en la red vial o cápac ñam denominados tambos.
 - C) Torreones de vigilancia militar para alertar sobre la invasión de alguna aldea vecina enemiga.
 - D) Tumbas para albergar los restos funerarios de las principales autoridades del Collao.
 - E) Sitios de culto en los caminos donde los viajeros piden y agradecen a la Pachamama.

**Solución:**

El complejo de Sillustani se encuentra a orillas de la laguna Umayo, en la ciudad de Puno. Es un antiguo cementerio donde se puede ver una serie de impresionantes tumbas pertenecientes a la cultura Colla, las cuales se construyeron en la parte norte de la laguna, en la localidad conocida como Hatuncolla. Las chullpas son torreones circulares de piedra levantados para albergar los restos funerarios de las principales autoridades de los antiguos pobladores del Collao (altiplano). Algunas alcanzan hasta 12 metros de alto y se caracterizan porque su base es de menor diámetro que la parte superior.

Rpta.: D

3. Como hemos señalado, la base inicial de la economía del Estado incaico radicaba en el trabajo y conocimiento de las sociedades súbditas, que se utilizaban para procurar los recursos que los incas expropiaban para su uso. Los principios nucleares de la lógica economía incaica, aplicados a un impuesto básico, incluían los siguientes: 1) cada sociedad súbdita es responsable de su propio bienestar; 2) cada hogar registrado en los censos periódicos debe proveer mano de obra de manera rotativa; 3) los incas serían responsables de brindar sustento a los trabajadores mientras estos cumplieran su trabajo; 4) los incas obtendrían sus bienes materiales de los recursos institucionales y no los tomarían directamente de las sociedades súbditas; y 5) los incas ejercerían liderazgo y generosidad como parte de las relaciones mutuas entre caciques y súbditos.

El texto leído pertenece a Terence D'Altroy en su artículo Fundando El Imperio Incaico, respecto al punto 2 de la lectura podríamos afirmar que hace referencia a

- A) la reciprocidad simétrica aplicada como principio del imperio incaico.
- B) los principios de reciprocidad y redistribución de la economía andina.
- C) la mita era un trabajo obligatorio para el Estado realizado por turnos.
- D) la existencia de diferentes tipos de trabajo durante el Tahuantinsuyo.
- E) los beneficios otorgados por el Estado a través de la redistribución.

Solución:

En el punto 2 del artículo Fundando El Imperio Incaico de Terence D'Altroy menciona cada hogar registrado en los censos periódicos debe proveer mano de obra de manera rotativa esto hace referencia a la mita que era un trabajo a favor del Estado incaico. Esta labor por turno era efectuado por miles de trabajadores extraídos de los ayllus, que garantizaban el funcionamiento del Estado panandino.

Rpta.: C

4. El Cusco, que sirvió como el centro del Imperio inca, está situado cerca del extremo norte del altiplano y, por lo tanto, genéticamente hablando, se encontraba en una zona activa donde diferentes poblaciones regionales con composiciones genéticas divergentes entraron en contacto entre sí. El presente estudio demuestra que la gente inca pertenecía al grupo del altiplano, pero sigue en duda cuándo este grupo entró a la región. Aunque el análisis preliminar del ADN de las muestras del sitio Formativo sugiere el reemplazo en algún momento de la población original por una nueva, existe aún la interrogante sobre las relaciones entre las poblaciones del período inca y las del Posformativo. Ken-ichi Shinoda. Buscando el origen del pueblo inca a través del análisis del ADN antiguo.

Basándonos en el análisis de la lectura, podríamos mencionar con respecto al origen incaico que

- A) Cusco fue el centro del Imperio inca y se ubicó cerca del extremo Norte del altiplano.
- B) arribaron diversas etnias Tiahuanaco de la zona altiplánica en un tiempo no determinado.
- C) el origen histórico Inca según la evidencia arqueológica estaría en el mismo Cusco.
- D) el análisis del ADN no pudo determinar de forma científica el origen étnico de los incas.
- E) la leyenda de los hermanos Ayar es la más cercana al origen real del Tahuantinsuyo.

Solución:

En el artículo de Ken-ichi Shinoda menciona con claridad que la población inca pertenecería al grupo del altiplano, pero sigue en duda, cuándo entró a la región. Por ello, podríamos afirmar que los incas son descendientes de la cultura Tiahuanaco (Pukina o Taipicala) que migraron desde el altiplano hacia el norte, huyendo de la invasión de los reinos aimaras, estableciéndose en la región cusqueña.

Rpta.: B

5. En la periodificación de la historia incaica tenemos: el período regional o legendario donde los incas se constituyeron como un pequeño curacazgo; el período de la confederación, donde los jefes guerreros incas se aliaron con otros grupos locales del valle del Cusco y finalmente el período del Imperio donde los incas alcanzaron su máxima expansión territorial organizando el Tahuantinsuyo. Respecto a la historia incaica determine el valor de verdad (V o F) según corresponda.
- I. Pachacútec alcanzó la máxima expansión del territorio Inca llegando a Pasto en el actual territorio de Colombia.
 - II. Manco Inca inició la dinastía de los hurin donde los sacerdotes tuvieron el control político del gobierno incaico.
 - III. Cusi Yupanqui derrotó a los Chancas en la batalla de Yawarpampa, al tomar el poder se nombró Pachacútec.
 - IV. Túpac Yupanqui expandió el imperio incaico en el sur hasta el río Maule llegando por el norte hasta Ecuador.
- A) FVVF B) VFVF C) FVVF D) FFVV E) VFVV

Solución:

El enunciado I es falso porque el inca Pachacútec fundó el imperio pero el inca que alcanzó la máxima expansión territorial fue Huayna Cápac. El enunciado II también es falso porque el inca que inició la dinastía hurin fue Manco Cápac, Manco Inca fue un inca perteneciente a la dinastía de Vilcabamba que no corresponde al período. Los enunciados restantes son verdaderos Cusi Yupanqui derrotó a los Chancas en la batalla de Yawarpampa y Túpac Yupanqui expandió el imperio incaico en el sur hasta el río Maule y por el norte hasta Ecuador.

Rpta.: D

Geografía

EJERCICIOS DE CLASE

1. Un docente de geografía sostiene que la parte superior de los ríos amazónicos fluyen rápidamente y al erosionar la cordillera Oriental o la Subandina forman pongos; mientras que las partes medias y bajas son navegables y constituyen una ruta de transporte de 5000 kilómetros en el oriente del Perú. Tomando en cuenta la explicación, identifique los enunciados correctos.
- I. El educador hace referencia a la vertiente hidrográfica más poblada y extensa del Perú.
 - II. Los ríos Putumayo, Napo, Santa Rosa y Yavarí cumple con la descripción dada por el profesor.
 - III. El río Marañón, al erosionar la cordillera, forma los pongos de Rentema y Manseriche.
 - IV. Por la descripción dada se infiere que son de régimen regular, de curso prolongado y de mayor caudal.
- A) I y IV B) I y II C) II y IV D) I y III E) III y IV

Solución:

El enunciado hace referencia a la vertiente hidrográfica del Amazonas.

- I. **Incorrecto.** El educador hace referencia a la vertiente hidrográfica más extensa del Perú; pero, la más poblada es la V. H. del Pacífico.
- II. **Incorrecto.** Los ríos Putumayo, Napo, Santa Rosa y Yavarí No cumplen con la descripción dada por el profesor porque, el río Putumayo nace en Colombia, mientras los otros ríos se ubican en el curso bajo o son fronterizos, pero no forman pongos.
- III. **Correcto.** El río Marañón, al erosionar la cordillera Oriental, forma el pongo de Rentema y al erosionar la cordillera Subandina, forma el Manseriche.
- IV. **Correcto.** Los ríos de la vertiente hidrográfica del Amazonas son de régimen regular, curso largo y de caudal, por eso son navegables.

Rpta.: E

2. Los residentes de la vertiente hidrográfica de la Hoya del Titicaca presentaron sus quejas a los representantes del gobierno central. Confirmaron que debido a la actividad minera y al pasivo minero en la zona, el río está contaminado con metales pesados, y es uno de los principales afluentes del lago; además, en su desembocadura presenta contaminación orgánica e inorgánica. La descripción dada, hace referencia al río
- A) Suches, que sirve de límite fronterizo entre Bolivia y Perú.
 - B) Ramis, que forma la cuenca más extensa y poblada de la vertiente en mención.
 - C) Coata, que pasa por Juliaca, por ello, recibe descarga de aguas servidas.
 - D) Ilave, que nace en las faldas del nevado Larajanco que es rica en oro.
 - E) Desaguadero, que se nutre de contaminantes al atravesar por centros poblados.

Solución:

La región hidrográfica del Titicaca se ubica en el sector sur andino, entre la cordillera oriental (cordillera de Carabaya) y occidental (cordillera Volcánica), ocupando la altiplanicie peruano-boliviana; representa el 3,6 % del territorio nacional y el 0,56 % de las aguas nacionales. En esta V. H. el río Ramis sufre contaminación por metales pesados producto de la actividad de explotación aurífera en la zona de Rinconada; por ello, recibe pasivos mineros existentes en la zona. Además el río en mención es, la más extensa y poblada, debido a ello en su desembocadura presenta contaminación orgánica e inorgánica.

Rpta.: B

3. Según un experto oceanográfico, el área marina frente a la costa central y sur peruana presenta características muy especiales, que son causadas principalmente por un complejo sistema de corrientes superficiales y subsuperficiales asociadas a la variación zonal y temporal del fenómeno de afloramiento, los mismos que
- A) son favorecidos por la intervención de los vientos alisios del sureste.
 - B) generan escasez de oxígeno y nutrientes sobre el fondo oceánico.
 - C) ralentizan el proceso de la fotosíntesis a lo largo del litoral costero.
 - D) influyen en el clima costero y, estos, en la diversidad de ecosistemas.
 - E) son beneficiados por la mediación del anticiclón del Atlántico sur.

Solución:

El fenómeno de afloramiento es el proceso por el cual aguas profundas frías y ricas en nutrientes, ascienden a la superficie, se produce por diversos factores como cuando los vientos alisios del sureste sopla persistentemente sobre una superficie oceánica. Cuando los vientos empujan el agua mar adentro, agua fría sube desde zonas más profundas tomando su lugar.

Rpta.: A

4. El objetivo principal de la gestión de cuencas es el uso racional de los recursos naturales, especialmente el agua, los bosques y el suelo, tratando a las personas y comunidades como protectores o destructores. Así mismo, la gestión de cuencas implica el uso y protección de los recursos naturales de acuerdo a las necesidades humanas, para que

- A) la comunidad se favorezca en la extracción de recursos agotables.
- B) el crecimiento urbano y rural sea principalmente horizontal.
- C) los individuos se beneficien del crecimiento industrial extractivo.
- D) las personas puedan vivir en armonía con el medio ambiente.
- E) la calidad ambiental se conserve a pesar de la vulnerabilidad social.

Solución:

El objetivo primordial del manejo de una cuenca es alcanzar un uso verdaderamente racional de los recursos naturales, en especial el agua, el bosque y el suelo, considerando el hombre y la comunidad como el agente protector o destructor. El manejo de cuencas consiste en aprovechar y conservar los recursos naturales en

función de las necesidades del hombre, para que pueda alcanzar una adecuada calidad de vida en armonía con su medio ambiente. Se trata de hacer un uso apropiado de los recursos naturales para el bienestar de la población, teniendo en cuenta que las generaciones futuras tendrán necesidad de esos mismos recursos por lo que habrá que conservarlos en calidad y cantidad.

Rpta.: D

Economía

EJERCICIOS DE CLASE

1. Un reciente sondeo de Datum indica que el 53% de peruanos cree que estos incrementos en los precios de los productos de primera necesidad se deben a _____ y abuso de los comerciantes. Solo cuatro de cada diez peruanos sí cree que el alza de precios se debe a que hay una menor producción de alimentos.
- A) la especulación
 - B) los medios de transporte
 - C) los pesos y medidas
 - D) los impuestos
 - E) los mercados

Solución:

La pregunta está referida a la especulación. Aunque la mayoría considera que los vendedores especulan con los precios, subiéndolos sin razón aparente, un 47% de peruanos sí cree que el alza de precios se debe a que hay una menor producción de alimentos.

Rpta.: A

2. El PBI del Perú volvería a crecer este año luego de contraerse en el 2023. Según el último reporte del Banco Mundial, la economía peruana se recuperaría este año y crecería 2.5% luego de una contracción de 0.4% en el 2023. Sin embargo, hay algunos riesgos que amenazan el crecimiento estimado para el 2024. «La incertidumbre política sigue afectando la confianza empresarial y del consumidor lo que impacta a los proyectos de inversión».

De lo descrito en el enunciado, se puede deducir que

- A) se incrementará la inversión extranjera.
- B) un porcentaje de familias incrementará sus compras de bienes y servicios.
- C) se incrementará el gasto público.
- D) un porcentaje de familias disminuirá sus compras de bienes y servicios.
- E) disminuirá el gasto público.

Solución:

Si el crecimiento de la economía se desacelera tendrá un impacto negativo sobre el empleo, así como del comportamiento de los inversores, en tal sentido disminuirán los ingresos reales y la inversión privada. De acuerdo con este razonamiento y en base a las alternativas respuesta propuestas se concluye que un porcentaje de familias incrementará sus compras de bienes y servicios.

Rpta.: B

3. Al obtener el grado de bachiller en una prestigiosa universidad privada, los padres de Juan José, le conceden el deseo de disfrutar de un viaje a las playas de Varadero-Cuba, una membresía exclusiva en el Country Club Lima Hotel y además de entradas al concierto de Blink-182 para ver con sus amigos en la UNMSM. Los gastos realizados por sus padres corresponden a los

- A) absolutos.
- B) discrecionales.
- C) permanentes.
- D) fijos.
- E) mensuales.

Solución:

Los gastos de las cuales están relacionados con bienes prescindibles son los discrecionales, entre ellos están los viajes, bienes de lujos, clubes, etc.

Rpta.: B

4. José recibe de sus padres una propina semanal de S/. 35.00. Todas las semanas él gasta S/. 6 en pasajes al colegio. Dos veces por semana, almuerza menú en el colegio que tiene un precio de S/. 7.00. Los viernes, después de las clases, disfruta dos horas de fútbol con sus amigos, donde paga por alquiler de cancha S/. 2.50 x hora. Los domingos va al cine del barrio y gasta 6 más 2 soles de popcorn.

Veamos cuáles son sus ingresos y sus gastos de cada semana:

INGRESOS	S/.	GASTOS	S/.
Propina	35.00	Pasajes	6.00
		Menú	14.00
		Cancha fútbol	5.00
		Cine	8.00
TOTAL, INGRESOS	35.00	TOTAL, GASTOS	¿?
SALDO: ¿?			

Calcular el saldo e identificar si es superavitario, deficitario o equilibrado y a cuántos soles asciende.

- A) equilibrado – S/ 0,00
 C) superavitario – S/ 2,00
 E) deficitario – S/ 2,00

- B) deficitario – S/ 2,0
 D) superavitario – S/ 2,00

Solución:

El presupuesto familiar o de una persona es un instrumento de planificación y un control de las cuentas económicas de un hogar. Los gastos se planifican y se comparan con los ingresos de los miembros de la familia obteniendo un saldo final. Un presupuesto familiar o personal es superavitario cuando el valor de los ingresos es mayor al valor de los egresos y es de 2 soles.

Rpta.: C

5. El porcentaje a recibir, variará en función de cada inmobiliaria y de los servicios que ofrezca. Normalmente, suele oscilar entre el 2 y el 5%. Ese porcentaje se aplica sobre el precio final de la venta, es decir, la inmobiliaria percibe el importe una vez que consigue que se firme la escritura pública.

Del enunciado se deduce que el Agente inmobiliario es

- A) mayorista.
 D) comisionista.

- B) informal.
 E) esforzado.

- C) especulador.

Solución:

La comisión suele utilizarse como un mecanismo para incentivar el esfuerzo de los empleados. Las comisiones por ventas son las compensaciones pagadas a una persona por la cantidad de ventas hechas, se trata de un porcentaje de las ventas, que se paga además de un salario base.

Rpta.: D

6. En el 2024, seis distritos de Lima Metropolitana registrarán un incremento en las pensiones de los colegios particulares, reveló un estudio del Grupo Educación al Futuro (GEF). De acuerdo a Gestión, que recogió la información del GEF, la mayor alza se dará en las áreas con mensualidades medias de S/ 400 por la competencia que existe en estas jurisdicciones.

Teniendo en cuenta la información proporcionada por el Diario Gestión

- I. el incremento de precios de las pensiones escolares, incrementará los gastos discrecionales.
- II. el incremento de precios de las pensiones escolares incrementará los gastos mensuales.
- III. el incremento de precios de las pensiones escolares incrementará los gastos fijos.

A) VVF B) FVF C) VFV D) VVV E) FFV

Solución:

Gastos mensuales: son aquellos gastos regulares con los que el hogar se compromete para mejorar la situación de los miembros de la familia, incrementar su patrimonio o con fines previsionales. Estos gastos pueden desaparecer y son difíciles de reducirse.

Ejemplo: pensión del colegio

Rpta.: B

7. El nuevo terminal único de pasajeros del Jorge Chávez estará diseñado para atender a pasajeros de vuelos nacionales e internacionales generando mayor competitividad, mayores destinos, mayor conectividad y mejores ofertas de aerolíneas.

Esta infraestructura contará con cinco pisos (un sótano y cuatro pisos) que permitirán al pasajero tener una experiencia de viaje con mayor amplitud; esto permitirá incrementar los flujos _____ compuesto por _____.

- | | |
|-----------------------------------|--------------------------------|
| A) nominales – bienes y servicios | B) reales – bienes y servicios |
| C) nominales – factores | D) reales – factores |
| E) nominal – personas | |

Solución:

Flujo real o físico: conformado por bienes, servicios y factores productivos que se mueven entre los polos económicos; se dividen en dos partes según el origen de los desplazamientos

Rpta.: B

8. Una pareja matrimonial tienen dos hijos, uno en edad escolar y el otro a nivel universitario. Matricula al hijo menor en una escuela privada en la cual paga una pensión mensual de S/ 480.00, en tanto que al otro hijo lo matricula en una universidad nacional de prestigio. Del enunciado anterior, la decisión de los padres dependerá de

- A) la renta permanente y los gastos discrecionales.
- B) la renta absoluta y los gastos discrecionales.
- C) los gastos fijos y los gastos mensuales.
- D) la renta absoluta y los gastos mensuales.
- E) los ingresos anuales disponibles solamente.

Solución:

La familia tiene que determinar la renta absoluta que le indica sus ingresos anuales y compararlos con los gastos mensuales, estos gastos pueden desaparecer y son difíciles de reducirse, para determinar si tiene la solvencia para estudiar en un colegio particular.

Rpta.: D

9. Los restaurantes, en especial las cebicherías se mostraban expectantes ante la llegada de los días feriados por la Semana Santa, sin embargo, no obtuvieron los resultados esperados, ya que por las fuertes lluvias aumentaron el precio de sus insumos en el mercado de _____, llegando, por ejemplo, el precio del filete de pescado de 30 soles a 60 soles, por lo que estas empresas trasladan dicho incremento al precio final de los platos marinos, destinando de esta manera un mayor flujo _____ por parte de las unidades de consumo (comensales) hacia las unidades de producción en el mercado de bienes.

- A) factores productivos – real
C) factores productivos – nominal
E) factores productivos – real

- B) bienes y servicios – nominal
D) bienes y servicios – real

Solución:

Ante el incremento en el precio de los insumos de los platos marinos en el mercado de factores, las empresas trasladan dicho incremento al precio final de los bienes, de tal manera que los hogares destinan una mayor cantidad del flujo nominal hacia las empresas (cebicherías).

Rpta.: B

10. Los principales tipos de operadores logísticos parten de una clasificación organizada según las áreas que se encargan de ejecutar. Los operadores logísticos en el Perú se encargan de diseñar y ofrecer los servicios de envío y recepción de mensajería, Courier nacional e internacional, transporte de carga de manera independiente para sus clientes.

De acuerdo con el enunciado, el tipo de elemento del proceso de circulación es

- A) dinero. B) pesos y medidas. C) mercado.
D) medios de transporte. E) comerciantes.

Solución:

Medios de transporte: permiten el traslado de los bienes y servicios, desde los centros de producción hacia los puntos de distribución, de la misma manera, el movimiento de los factores productivos.

Rpta.: D

Filosofía

EJERCICIOS DE CLASE

1. Los lógicos afirman que las proposiciones son estructuras semánticas compuestas por dos o más conceptos unidos entre sí a través de términos de enlace a partir de los cuales se puede afirmar si son verdaderas o falsas. Sin embargo, las oraciones exhortativas, interrogativas, desiderativas, dubitativas o admirativas no afirman o niegan algo y; por lo tanto, no son verdaderas ni falsas. De acuerdo con lo referido por los lógicos, identifique la proposición entre las alternativas siguientes:

- A) Colaboré con el país exigiendo las facturas.
- B) A las seis de la mañana pasó el recolector de basura.
- C) Puede que no venga a la hora anunciada.
- D) Las rosas son muy hermosas y lozanas.
- E) Debemos respetar nuestros símbolos patrios.

Solución:

Una proposición propone o afirma algo, independientemente del valor de verdad de lo propuesto. En este sentido, podemos decir que una proposición es una oración aseverativa.

Rpta.: B

2. En el siguiente razonamiento:

Pedro jugará al fútbol o Nicolás jugará al fútbol.
Pedro no jugará al fútbol.

Entonces, Nicolás jugará al fútbol.

La validez del razonamiento se sustenta en reglas y procedimientos, de acuerdo con los cuales la dimensión sintáctica es más importante que la noción semántica. Se deduce que la validez de los razonamientos

- A) se circunscribe, únicamente, a los significados de las proposiciones.
- B) incurre, constantemente, en contradicciones que debilitan su estructura.
- C) considera, en mayor medida, el significado de las proposiciones usadas.
- D) debe concordar con los significados y las formas de los razonamientos.
- E) se determina por la estructura, mas no por el contenido de las proposiciones.

Solución:

El concepto de validez es una noción sintáctica, pues no hace falta conocer el significado de las proposiciones involucradas para determinar la validez del razonamiento o argumento. Es decir, la validez puede establecerse por la estructura del razonamiento, sin necesidad de conocer el valor de verdad de las proposiciones que lo conforman.

Rpta.: E

3. De acuerdo con el siguiente enunciado: «La quema de combustibles fósiles libera dióxido de carbono (CO₂) a la atmósfera. El aumento de dióxido de carbono (CO₂) en la atmósfera contribuye al calentamiento global». Siguiendo el procedimiento para establecer la validez del razonamiento, la conclusión sería la siguiente:
- A) «El dióxido de carbono es un elemento químico nocivo en la atmósfera».
 - B) «La quema de combustibles genera liberación de dióxido de carbono».
 - C) «El calentamiento global es producto del elemento dióxido de carbono».
 - D) «La liberación de dióxido de carbono representa daño atmosférico».
 - E) «La quema de combustibles fósiles contribuye al calentamiento global».

Solución:

En un razonamiento, la conclusión se deriva necesariamente de las premisas. La conclusión correcta es la siguiente: «La quema de combustibles fósiles contribuye al calentamiento global».

Rpta.: E

4. La lógica de _____ se ocupa del estudio de los razonamientos que se completa con el análisis de los juicios y de las formas de razonamiento, y presta especial atención a las deducciones categóricas o _____.
- A) Aristóteles – silogismos
 - B) Leibniz – cálculos
 - C) Ockham – proposiciones
 - D) Frege – simbolismos
 - E) Boecio – inferencias

Solución:

Los trabajos de Aristóteles sobre lógica, tradicionalmente, se agrupan bajo el nombre de *Órganon* («herramienta») y constituyen la primera investigación sistemática sobre los principios del razonamiento válido o correcto, o sea el silogismo.

Rpta.: A

5. En Estados Unidos, una mujer fue arrestada por hacerle *ciberbullying* nada menos que a su propia hija durante más de un año. Se trata de una entrenadora de básquet femenino llamada Kendra Gail Licari, quien acosó a su hija a través de mensajes de texto y en redes sociales durante más de un año, y le envió hasta doce mensajes hirientes por día. El motivo era persuadirla para que entrene con más ahínco. Se deduce que en el caso mencionado se incurre en la falacia conocida como *argumentum ad*
- A) *ignorantiam*, pues apela a la incapacidad para demostrar lo contrario.
 - B) *hominem*, ya que se busca desacreditar a la hija frente a todos.
 - C) *baculum*, dado que se recurre a la amenaza para conseguir algo.
 - D) *populum*, puesto que el consenso popular señala lo correcto.
 - E) *verecundiam*, porque se basa en la autoridad de la madre.

Solución:

El *argumentum ad baculum* es la falacia que se comete cuando se apela a la fuerza para provocar la aceptación de una conclusión.

Rpta.: C

6. En una conferencia sobre el desarrollo de las comunidades andinas, un expositor señaló lo siguiente: «Queremos que nuestros recursos naturales beneficien directamente al pueblo. De lo contrario, no podemos hablar del crecimiento ni del desarrollo de nuestras comunidades. Alguien que quiere al país, ¿puede oponerse a ello?».

Se deduce que la argumentación del expositor incurre en la falacia conocida como *argumentum ad*

- A) *ignorantiam*, pues recurre a las falsas creencias de algunos personajes.
- B) *misericordiam* porque busca ganar la simpatía de las comunidades.
- C) *populum*, dado que recurre a la emoción popular para obtener su aprobación.
- D) *baculum*, puesto que expresa una intimidación encubierta contra alguien.
- E) *verecundiam*, ya que recurre a la consulta de una comunidad autóctona.

Solución:

El *argumentum ad populum* se define a veces como la falacia que se comete al dirigir un llamado emocional al pueblo con el fin de ganar su asentimiento para una conclusión que no está sustentada por un razonamiento válido.

Rpta.: C

7. En un debate sobre el derecho de los animales se argumenta de la siguiente manera: «Los animalistas sostienen que los cazadores son salvajes por la crueldad con la que matan innecesariamente a animales indefensos. Al contrario, los cazadores afirman que sus detractores son los salvajes, ya que comen carne de animales indefensos». La respuesta de los cazadores busca convencer al público sin aportar buenas razones, sino apelando a elementos no pertinentes o, incluso, irracionales. De acuerdo con lo mencionado, se deduce que las falacias se emplean con el objeto de

- A) fundamentar los argumentos mediante el uso de la retórica.
- B) Influir en las decisiones de las personas a través de la persuasión.
- C) adornar el lenguaje recurriendo a recursos de carácter literario.
- D) usar la dialéctica como herramienta decisiva en los debates.
- E) evitar los argumentos contradictorios tan frecuentes en la lógica.

Solución:

Las falacias se emplean pródigamente, debido a su elocuencia y poder de convencimiento. Las falacias son empleadas por las personas en diversas circunstancias.

Rpta.: B

8. En una conversación entre amigos, Pedro manifiesta lo siguiente: «Nuestro partido político defenderá **los derechos** del hombre por encima de cualquier otra cosa». Mas, esta afirmación provoca que María y Carla expresen: «¡Ya! Tú lo has dicho claramente, ¡defenderán los derechos del **hombre** por encima de los de las mujeres!». De lo afirmado, se puede deducir que la falacia generada es
- A) *ad verecundiam*, pues se basa en el veredicto equivocado de una supuesta autoridad.
 - B) *ad populum*, por generar una reacción emocional en la audiencia para validar su conclusión.
 - C) de equívoco, por usar dos significados diferentes de una palabra o frase dentro de un mismo argumento.
 - D) de énfasis, debido al cambio del significado de una oración el cual depende de la palabra que se resalte.
 - E) de anfibología, por generar una confusión en la combinación inadecuada o imprecisa de las palabras.

Solución:

La falacia que se comete es de énfasis, ya que María y Carla creen que la declaración de Pedro significa realmente lo contrario de lo que se pretendía transmitir. La falacia de énfasis conduce a conclusiones falsas acerca de lo declarado.

Rpta.: D

Física

EJERCICIOS DE CLASE

1. Con respecto a las condiciones de equilibrio mecánico. Indique la verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:
- I. Si sobre un cuerpo actúan tres fuerzas no paralelas, entonces necesariamente estas deben ser concurrentes en un punto.
 - II. Si un auto tiene aceleración constante, entonces estará en equilibrio.
 - III. Para que un cuerpo se encuentre en equilibrio, necesariamente, se deben cumplir las dos condiciones de equilibrio.
- A) VVF B) VFV C) FVV D) VVV E) FFV

Solución:

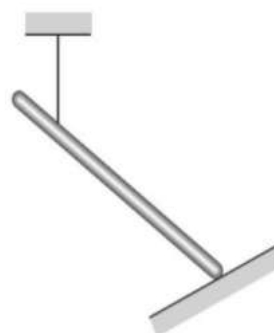
- I. **Verdadero.** Es una exigencia para que se cumpla el teorema de Lamy.
- II. **Falso.** Si tiene aceleración, entonces la fuerza resultante es distinta de cero.
- III. **Verdadero.** Es condición necesaria y suficiente para establecer el equilibrio traslacional y rotacional de un cuerpo.

Rpta.: B

2. La figura muestra una barra homogénea y uniforme de masa 6 kg es sostenida por una cuerda ideal cuya magnitud de la tensión es 50 N. Determine la magnitud de la fuerza de reacción del plano inclinado sobre la barra.

$$(g = 10 \frac{m}{s^2})$$

- A) 10 N B) 15 N C) 20 N
D) 25 N E) 30 N



Solución:

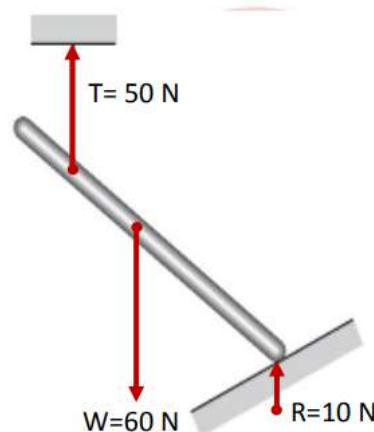
Realizamos el DCL de la barra tomando en cuenta que, si la tensión y el peso son fuerzas paralelas, entonces la fuerza de reacción del plano sobre la barra es también paralela a las anteriores.

Para el equilibrio se debe cumplir:

$$T + R = 60$$

$$50 + R = 60$$

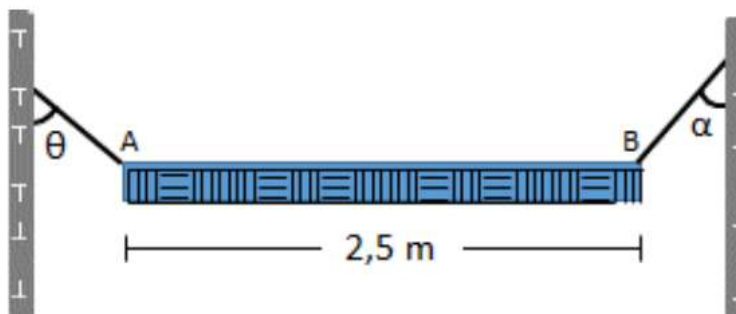
$$\therefore R = 10 \text{ N}$$



Rpta.: A

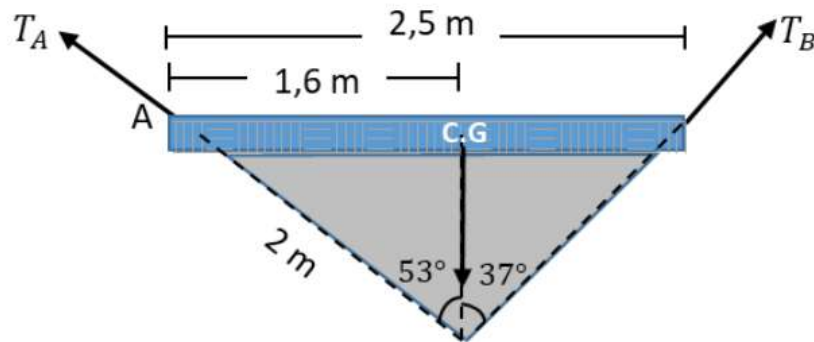
3. La figura muestra una barra no homogénea en posición horizontal, suspendida de dos cables ideales e inextensibles que forman ángulos $\theta = 53^\circ$ y $\alpha = 37^\circ$ con las paredes verticales. Si la longitud de la barra es 2,5 m, determine la distancia del centro de gravedad respecto del extremo A.

- A) 0,6 m
B) 0,8 m
C) 1 m
D) 1,2 m
E) 1,6 m



Solución:

Al desarrollar el DCL y para se cumpla el equilibrio, las tres fuerzas coplanares deben ser concurrentes, tal como se muestra en la figura. Considerando los ángulos de 53° y 37° y valiéndonos de que el triángulo rectángulo sombreado es notable, determinamos que el centro de gravedad se ubica a 1,6 m del extremo A.

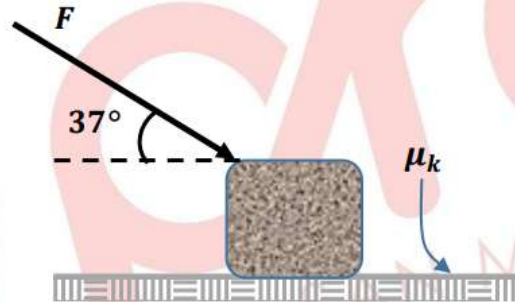


Rpta.: E

4. Una caja de masa 5 kg se desplaza con rapidez constante bajo la acción de una fuerza F de magnitud 20 N, tal como muestra la figura. Determine el coeficiente de fricción entre el piso y la caja.

$$(g = 10 \frac{m}{s^2})$$

- A) 4/62
B) 16/32
C) 8/31
D) 16/61
E) 8/32

**Solución:**

A partir de la figura, para el equilibrio:

- En el eje y:

$$R = W + F \sin 37^\circ$$

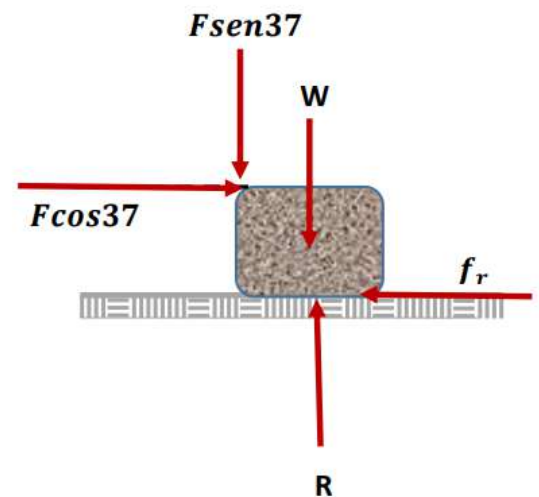
$$R = 50 + 20 \left(\frac{3}{5} \right) = 62 \text{ N}$$

- En el eje X:

$$F \cos 37^\circ = f_r = \mu R$$

$$20 \left(\frac{4}{5} \right) = \mu (62)$$

$$\mu = 8/31$$

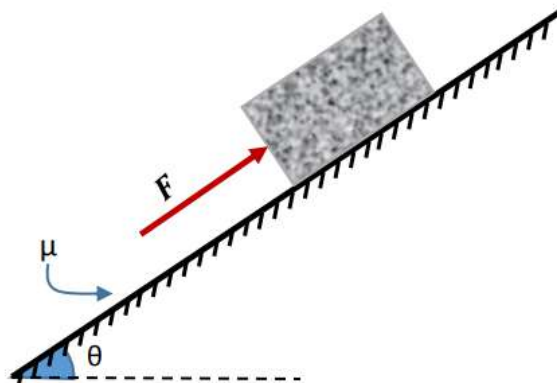


Rpta.: C

5. La figura muestra un bloque de masa 200 kg apoyado sobre una superficie inclinada. Si las superficies presentan un coeficiente de rozamiento estático de 0,5. Determine la magnitud máxima de la fuerza F para que el bloque permanezca en reposo.

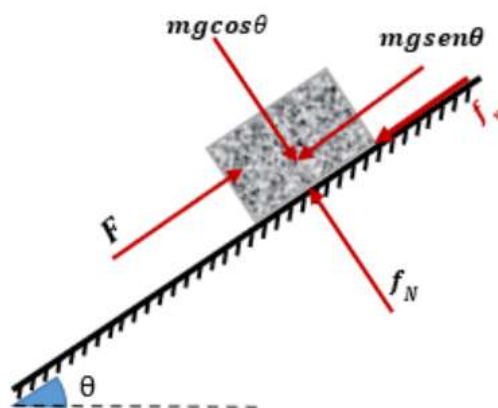
$$(\theta = 53^\circ ; g = 10 \frac{m}{s^2})$$

- A) 1600 N
B) 2000 N
C) 2200 N
D) 2400 N
E) 1800 N



Solución:

Desarrollamos el DCL y planteamos la primera condición de equilibrio.



En la dirección del plano:

$$F = f_s + mg \sen 53 \dots (1)$$

En la dirección perpendicular al plano inclinado

$$f_N = mg \cos 53 \dots (2)$$

(2) en (1):

$$F = \mu_s mg \cos 53^\circ + mg \sen 53^\circ$$

$$F = 0,5(200)(10) \left(\frac{3}{5} \right) + (200)(10) \left(\frac{4}{5} \right) = 2200 \text{ N}$$

Rpta.: C

6. Para cortar un cable mediante un alicate se aplican fuerzas de magnitud 150 N en cada mango, como muestra la figura. Determine la magnitud de la fuerza que se ejerce en la punta del alicate.

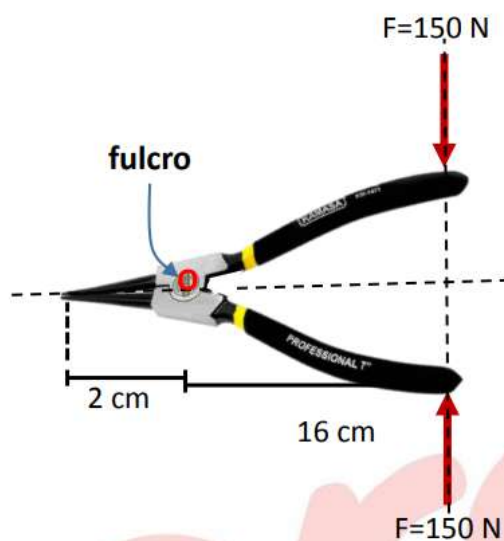
A) 600 N

B) 800 N

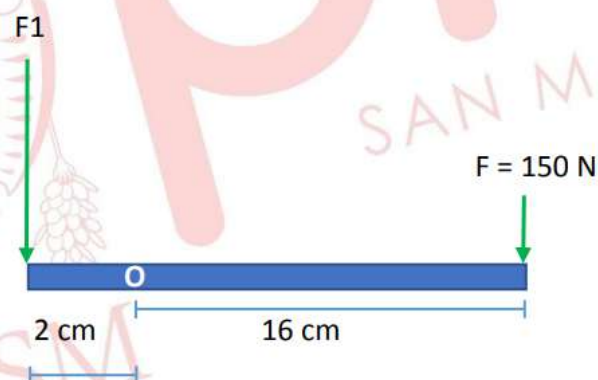
C) 1000 N

D) 1200 N

E) 1400 N

**Solución:**

Aplicamos la segunda condición de equilibrio respecto del punto O (fulcro)



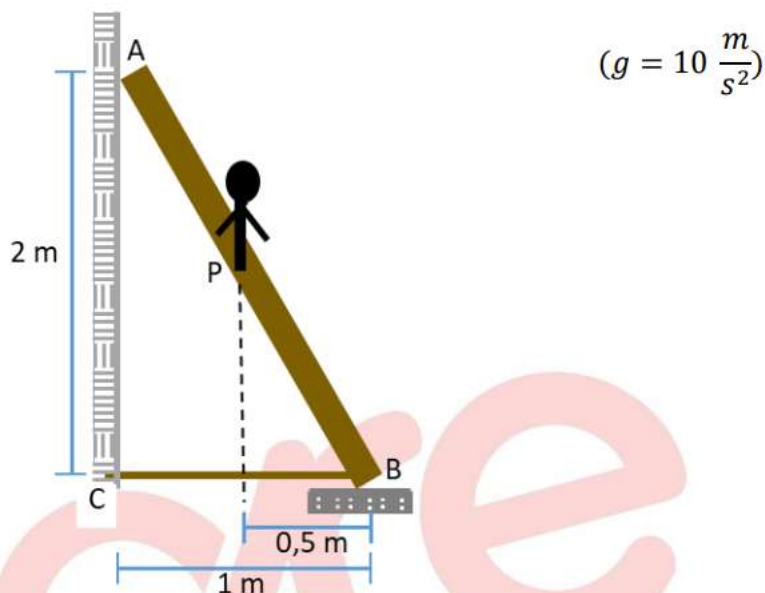
$$M_O^{F_1} = M_O^F$$

$$F_1(2) = 150(16)$$

$$F_1 = 1200 \text{ N}$$

Rpta.: D

7. Una escalera de masa 20 kg está apoyada sobre una pared e impedida a deslizar sobre el piso debido a la cuerda BC, tal como muestra la figura. Si un obrero de 70 kg se encuentra en la posición P, determine la magnitud de la tensión en la cuerda. (Desprecie la fricción con las superficies).



A) 175 N

B) 225 N

C) 250 N

D) 275 N

E) 325 N

Solución:

Desarrollamos el DCL de la escalera y para el equilibrio aplicamos la primera condición:

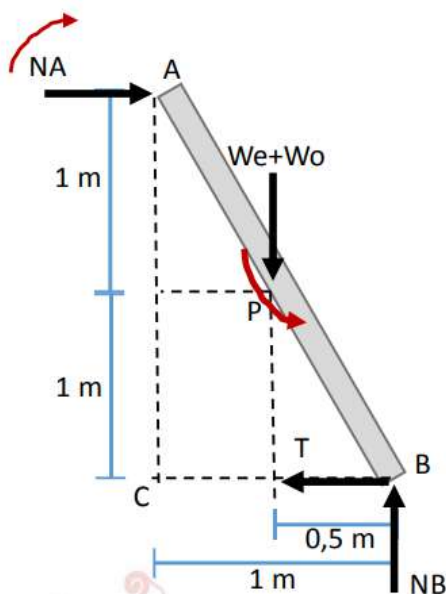
$$N_A = T \quad \dots (1)$$

$$N_B = W_e + W_o = (200 + 700) \text{ N} \quad \dots (2)$$

Utilizamos la segunda condición de equilibrio, tomando como centro de momentos el punto B, tenemos:

$$900(0,5) = N_A(2) \rightarrow N_A = 225 \text{ N}$$

En (1):



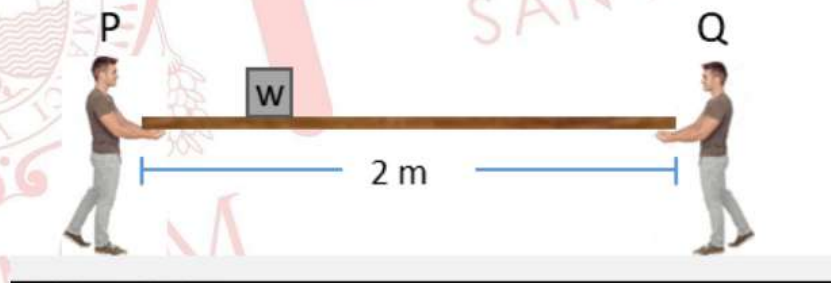
$$T = 225 \text{ N}$$

Rpta.: B

8. Dos jóvenes P y Q sostienen una barra homogénea y uniforme de masa 49 kg y longitud 2 m. ¿A qué distancia del joven P se debe ubicar una caja de masa 35 kg para que la fuerza de P sea el doble de Q?

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

- A) 5 cm
B) 10 cm
C) 15 cm
D) 20 cm
E) 25 cm

**Solución:**

Aplicando la primera condición de equilibrio:

$$\sum \vec{F}_Y = 0:$$

$$R + 2R = 350 + 490$$

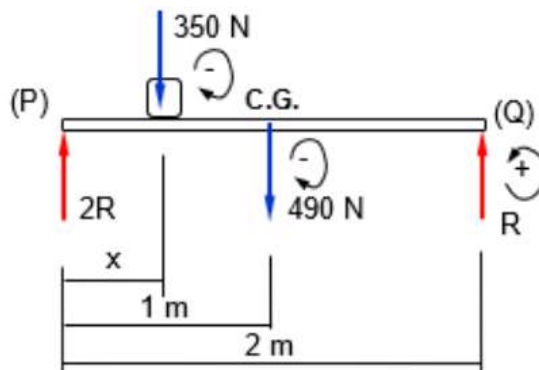
$$\therefore R = 280 \text{ N}$$

De la segunda condición de equilibrio:

$$\sum \vec{M}(+) = \sum \vec{M}(-):$$

$$R(2) = 350(x) + 490(1)$$

$$\therefore x = 0,2 \text{ m}$$



Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Respecto a las condiciones de equilibrio mecánico, indicar la verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. Si un auto se mueve con rapidez constante, entonces se encuentra en equilibrio.
- II. Si un libro se encuentra en reposo sobre una mesa, implica que no hay una interacción externa sobre él.
- III. Un bloque que se desliza sobre un plano inclinado con velocidad constante se encuentra en equilibrio.

A) VVF

B) VFV

C) FFV

D) FFF

E) VVV

Solución

I. (F). El auto puede tener un MCU.

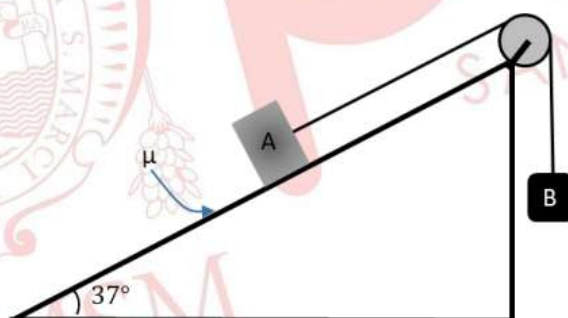
II. (F). El libro interactúa gravitatoriamente con la tierra y por contacto con la mesa.

III. (V). Velocidad constante implica que su aceleración es nula, por tanto, estará en equilibrio.

Rpta.: C

2. Dos bloques A y B de masas 5 kg y 6 kg respectivamente se encuentran en equilibrio y unidos por una cuerda y polea ideal, como muestra la figura. Si el bloque A está a punto de deslizarse, determine el coeficiente de fricción estático.

$$(g = 10 \frac{m}{s^2})$$



A) 0,25

B) 0,30

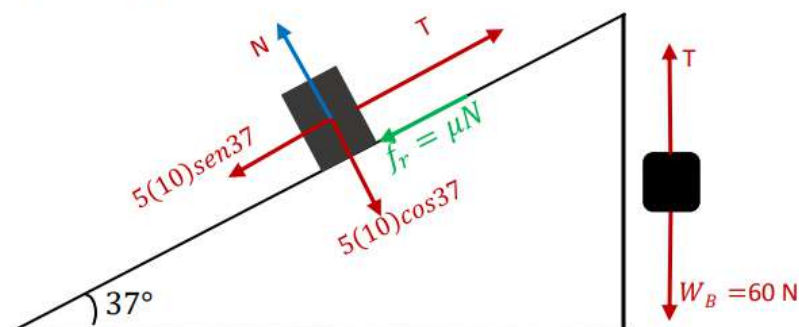
C) 0,45

D) 0,60

E) 0,75

Solución:

El desarrollo del DCL se muestra en la figura:



Del equilibrio del bloque B:

$$T = 60 \text{ N}$$

Del equilibrio del bloque A:

$$T = 5(10)\sin 37^\circ + \mu_s N$$

$$60 = 5(10)\frac{3}{5} + \mu_s(5)(10)\cos 37^\circ$$

$$\mu_s = 0,75$$

Rpta.: E

3. Un ingeniero estructura un sistema mecánico en reposo formado por dos bloques A y B que están unidos por un cable inextensible ideal que pasa a través de una polea fija y lisa. Si la lectura de la balanza es de 50 N y la masa de B es 5 kg, entonces determine el peso del bloque A.

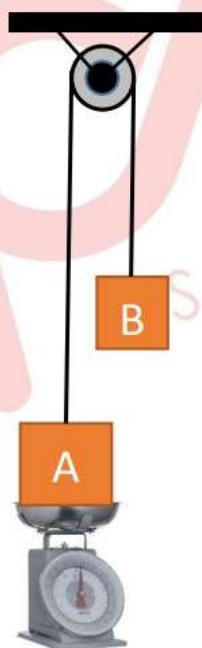
A) 50 N

B) 75 N

C) 100 N

D) 125 N

E) 150 N



($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Solución:

Desarrollamos los DCL de los bloques A y B, a partir de ellos planteamos:

Sobre B:

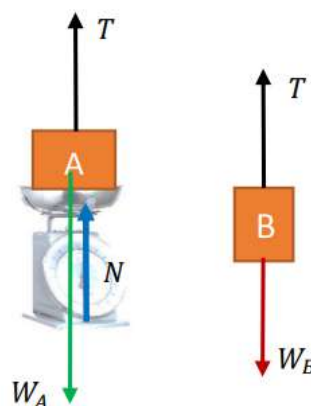
$$T = W_B = 50 \text{ N} \dots (1)$$

Sobre A:

$$T + N = T + 50 = W_A \dots (2)$$

De (1) y (2) :

$$W_A = 100 \text{ N} \dots (2)$$



Rpta.: C

4. La figura muestra un sistema mecánico en reposo, formado por dos bloques A y B unidos por un resorte de peso despreciable. Si el sistema es sostenido por un dinamómetro que registra una lectura de 12 N, determine la deformación longitudinal del resorte.

$$(k = 2,5 \frac{\text{N}}{\text{cm}}; M_B = 500 \text{ g}; g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

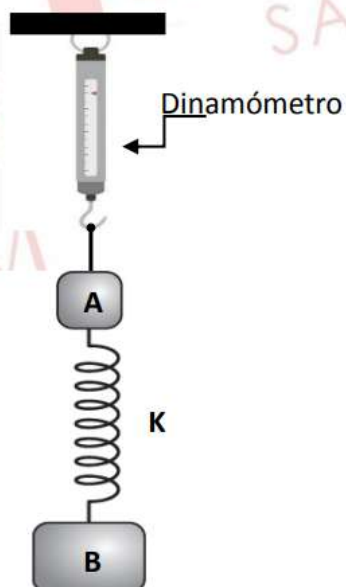
A) 4 N ; 3 cm

B) 5 N ; 5 cm

C) 6 N ; 1 cm

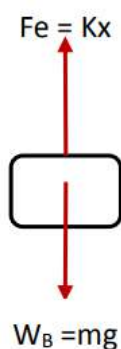
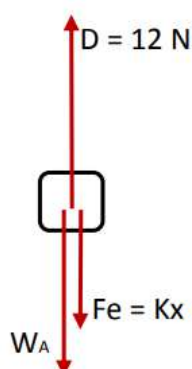
D) 7 N ; 2 cm

E) 17 N ; 2 cm



Solución:

Efectuamos el DCL de los bloques A y B

Sobre A**Sobre B**

Aplicando primera condición de equilibrio:

- Del DCL del bloque B

$$\begin{aligned} kx &= 5 \\ (2,5)x &= 5 \\ x &= 2 \text{ cm} \end{aligned}$$

- Del DCL del bloque A:

$$\begin{aligned} D &= kx + W_A \\ 12 &= (2,5)2 + W_A \\ W_A &= 7 \text{ N} \end{aligned}$$

Rpta.: D

5. La figura muestra una barra homogénea y uniforme de longitud L y peso W que sostiene un bloque de peso $3W$ mediante una cuerda ideal. Determine la relación entre las reacciones en los puntos de apoyo A y B respectivamente $\left(\frac{R_A}{R_B}\right)$.

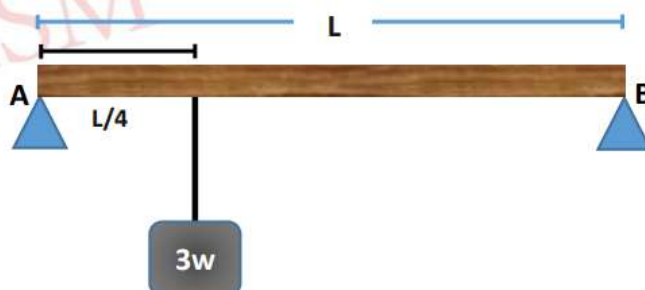
A) $13/5$

B) $22/13$

C) $11/5$

D) $13/6$

E) $17/5$

**Solución:**

El desarrollo del DCL se muestra en la figura:
Aplicando la primera condición de equilibrio:

$$R_A + R_B = 4W \quad \dots (1)$$

Aplicando la segunda condición de equilibrio (Tomando como centro de giro en A.

$$3w\left(\frac{L}{4}\right) + W\left(\frac{L}{2}\right) = R_B(L)$$

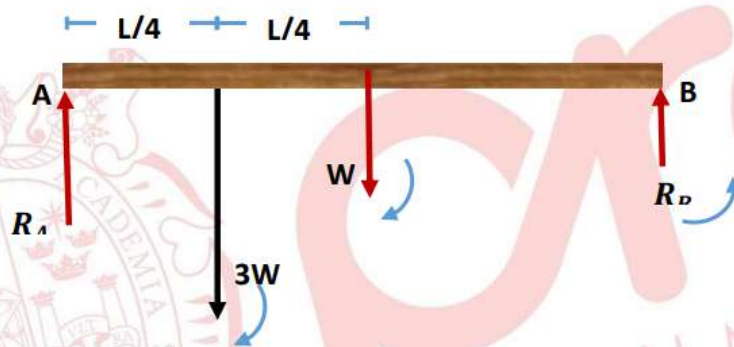
$$R_B = \frac{5w}{4} \quad \dots (2)$$

(2) en (1):

$$R_A = \frac{11W}{4}$$

Finalmente:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{11}{5}$$



Rpta.: C

6. Una barra homogénea y uniforme NM de cierta masa «m» está apoyada sobre una superficie horizontal rugosa y se mantiene en equilibrio a punto de deslizar, como muestra la figura. Si consideramos que la polea y el cable son ideales, además el cable PR horizontal sostiene un bloque de peso W, determine el coeficiente de rozamiento estático entre la superficie horizontal y la barra.

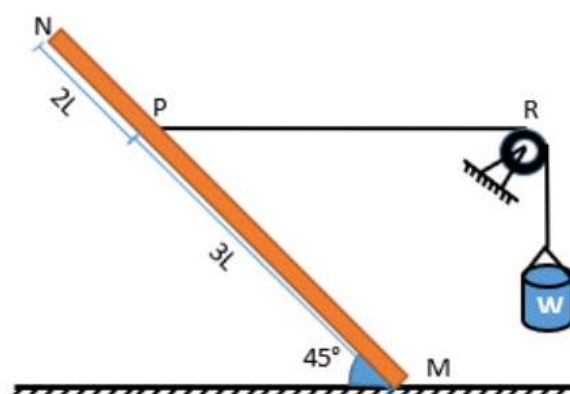
A) 0,25

B) 0,45

C) 0,60

D) 0,75

E) 0,80



Solución:

De la primera condición de equilibrio:

$$f_N = mg \quad \dots (1)$$

$$w = f_s = \mu_s f_N = \mu_s mg \quad \dots (2)$$

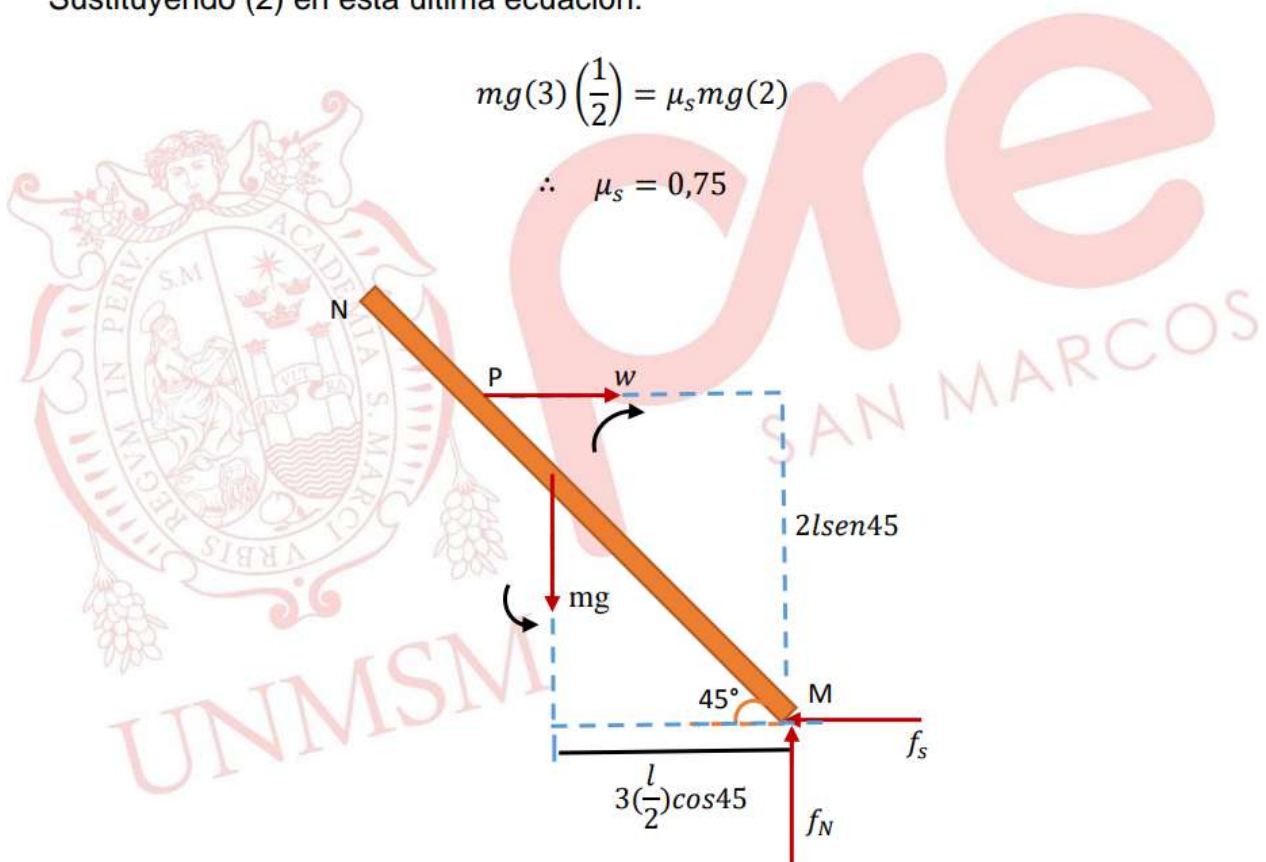
De la segunda condición de equilibrio respecto al punto M:

$$mg(3) \left(\frac{l}{2} \right) \cos 45^\circ = w(2)(l) \sin 45^\circ$$

Sustituyendo (2) en esta última ecuación:

$$mg(3) \left(\frac{1}{2} \right) = \mu_s mg(2)$$

$$\therefore \mu_s = 0,75$$



Rpta.: D

7. Un bloque de masa 0,5 kg está sometida a las fuerzas $F_1 = (3\hat{i} + 2\hat{j})N$ y $F_2 = (6\hat{i} - 2\hat{j})N$. ¿Cuál es la fuerza adicional que tendríamos que aplicar para mantener el bloque en equilibrio?

$$(g = -10 \hat{k} \frac{m}{s^2})$$

A) $(-9\hat{i} - 5\hat{k})N$

B) $(6\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k})N$

C) $(3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k})N$

D) $(-9\hat{i} + 5\hat{k})N$

E) $(6\hat{i} - 10\hat{k})N$

Solución:

Para que el bloque este en equilibrio, se debe cumplir:

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$F_1 + F_2 + F + mg = 0$$

$$(3\hat{i} + 2\hat{j}) + (6\hat{i} - 2\hat{j}) + F - 0,5(10)\hat{k} = 0$$

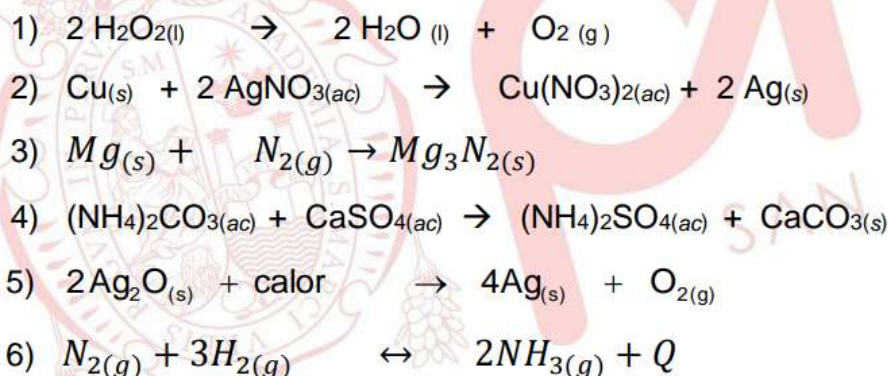
$$F = (-9\hat{i} + 0\hat{j}) + 5\hat{k}$$

Rpta.: D

Química

EJERCICIOS DE CLASE

1. Las reacciones químicas ocurren en todo momento, hay naturales y otros desarrollados por el hombre para obtener productos para satisfacer sus necesidades.



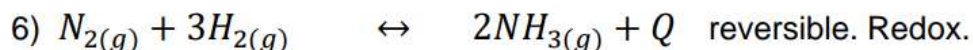
Al respecto, ordene secuencialmente según tipo de reacción correspondiente.

Descomposición endotérmica y redox – desplazamiento simple – metátesis - adición

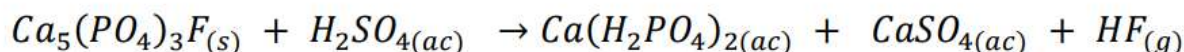
- | | | |
|------------------|------------------|------------------|
| A) 4 – 1 – 3 – 6 | B) 1 – 3 – 4 – 5 | C) 5 – 2 – 4 – 3 |
| D) 2 – 5 – 4 – 3 | E) 3 – 5 – 4 – 2 | |

Solución:

- 1) $2 \text{H}_2\text{O}_{2(l)} \rightarrow 2 \text{H}_2\text{O}_{(l)} + \text{O}_{2(g)}$ descomposición, redox, irreversible.
- 2) $\text{Cu}_{(s)} + 2 \text{AgNO}_{3(ac)} \rightarrow \text{Cu}(\text{NO}_3)_{2(ac)} + 2 \text{Ag}_{(s)}$ desplazamiento simple, redox.
- 3) $\text{Mg}_{(s)} + \text{N}_{2(g)} \rightarrow \text{Mg}_3\text{N}_{2(s)}$ adición, redox, irreversible.
- 4) $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_{3(ac)} + \text{CaSO}_{4(ac)} \rightarrow (\text{NH}_4)_2\text{SO}_{4(ac)} + \text{CaCO}_{3(s)}$ metátesis, no redox.
- 5) $2 \text{Ag}_2\text{O}_{(s)} + \text{calor} \rightarrow 4 \text{Ag}_{(s)} + \text{O}_{2(g)}$ descomposición, endotérmica, redox.

**Rpta.: C**

2. Muchos fertilizantes se extraen de la roca fosfórica llamada *Fluoroapatita* ($Ca_5(PO_4)_3F$) este mineral es insoluble en agua, y para extraer el Fósforo debe ser soluble, esto se consigue convirtiendo a la *Fluoroapatita* en la sal ácida dihidrógenofosfato de calcio [$Ca(H_2PO_4)_2$], según la reacción:



Al respecto, Seleccione la secuencia correcta de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. La sumatoria de coeficientes de productos es 9.
- II. Es una reacción redox, y la sal ácida formada es soluble en agua.
- III. Un reactante es ácido oxácido y un producto es ácido hidrácido.

A) FVV B) FVF C) VVF D) VFV E) VVV

Solución:

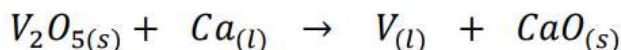
Balanceando la ecuación:



- I. **Falso.** La sumatoria de coeficientes de productos es 9.
- II. **Verdadero.** Es una reacción redox. No hay variación del número de oxidación.
- III. **Falso.** Un reactante es ácido oxácido (H_2SO_4) y un producto es hidrácido ($HF_{(g)}$).

Rpta.: B

3. En algunos procesos metalúrgicos donde se desea obtener el metal «puro» a partir de sus minerales, se utiliza reacciones de desplazamiento, un ejemplo de ello es la obtención de vanadio a partir del óxido de vanadio (V) utilizando calcio elemental para desplazarlo, según la siguiente ecuación:



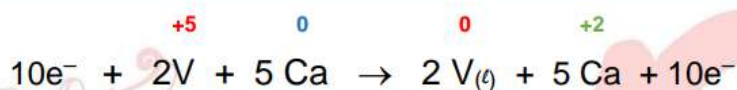
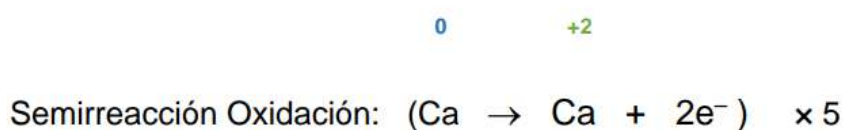
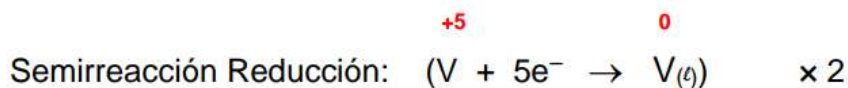
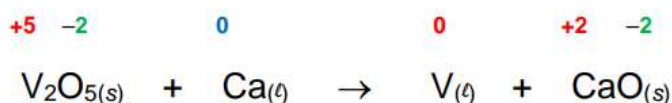
Seleccione la secuencia correcta de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. La sustancia agente oxidante es el pentóxido de divanadio
- II. La relación entre coeficiente de la forma oxidada y forma reducida es 2: 5
- III. Por cada mol de átomos de Vanadio obtenido se transfiere 5 mol de electrones

A) FVV B) FVF C) VVF D) VFV E) VVV

Solución:

Balanceando las semirreacciones

**Agente oxidante****Agente reductor****forma reducida****forma oxidada**

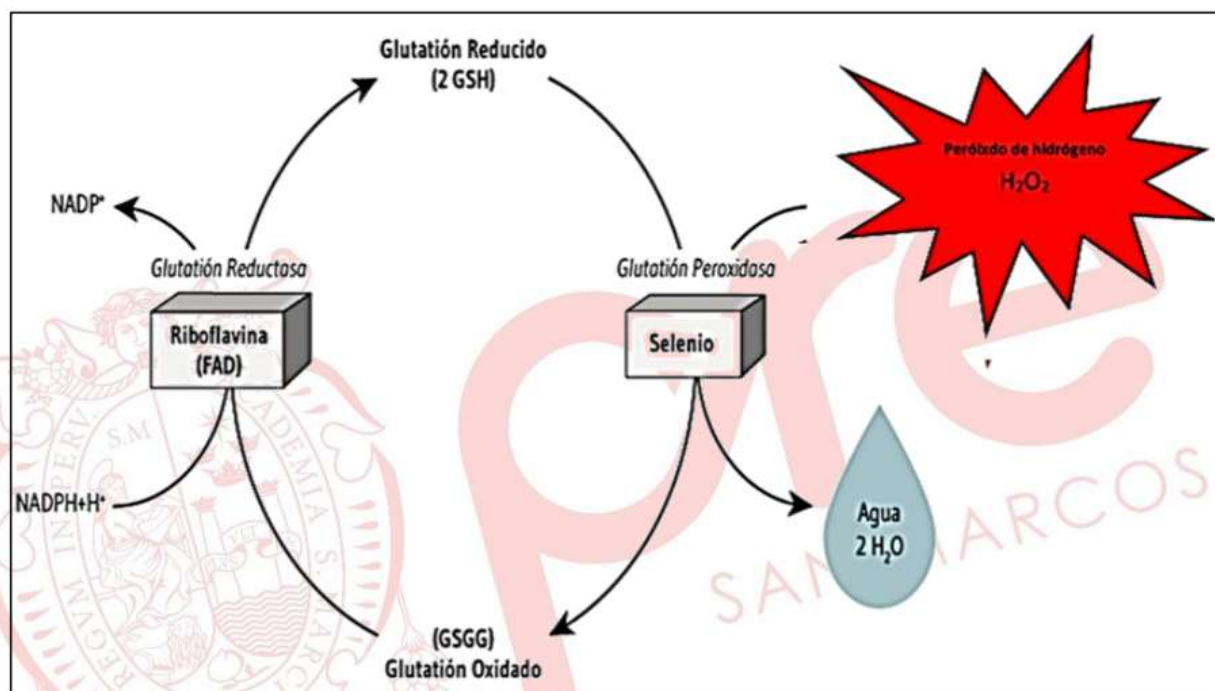
- I. **Verdadero.** La sustancia agente oxidante es el pentóxido de divanadio (V_2O_5)
 II. **Falso.** La relación entre coeficiente de la forma oxidada y forma reducida es 5:2
 III. **Verdadero.** Por cada mol de átomos de Vanadio obtenido se transfiere 5 mol de electrones

Rpta.: D

4. En el siguiente esquema se muestra un sistema redox que impide que en nuestro organismo se formen especies muy reactivas (dañinas) a partir del peróxido de hidrógeno, este sistema se llama Glutación.

Para que una molécula de peróxido de hidrógeno, formado en nuestro organismo, se convierta en dos moléculas de agua, participan simultáneamente dos moléculas de glutación (GSH) que se oxidan a (GSGG) por acción de la Glutación peroxidasa (es una selenoenzima); para cerrar el ciclo participa la glutación reductasa

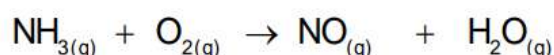
Al respecto, seleccione la secuencia correcta de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:



- I. Para que GSGG pase a la forma GSH el $NADH+H^+$ se oxida.
- II. El peróxido de hidrógeno se reduce y forma agua
- III. El $NADP^+$ es la forma oxidada del $NADPH+H^+$

A) FVV B) FVF C) VVF D) VFV * E) VVV

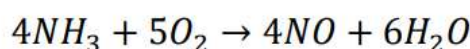
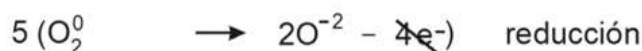
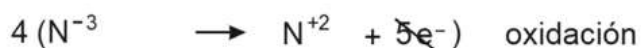
5. En el laboratorio de química, se puede obtener óxido nítrico gaseoso, a partir de amoníaco en presencia de oxígeno molecular. Con respecto a la siguiente ecuación, determine la alternativa correcta para la reacción redox



- A) El agente reductor es el amoníaco, pues el nitrógeno gana electrones y se oxida.
- B) Por cada mol de amoníaco, se requiere 6×10^{23} moléculas de oxígeno.
- C) En el proceso por 3 mol de agua formada, se transfieren 6 moles de electrones.
- D) Al reaccionar 2 mol de NH_3 con 2 mol de oxígeno, hay exceso de 0,4 mol de NH_3 .
- E) La suma de los coeficientes en la ecuación balanceada es 15.

Solución:

Balanceando según variación del número de oxidación:



$$\Sigma_{coef} = 4 + 5 + 4 + 6 = 19$$

A) **Incorrecta:** El agente reductor es el amoníaco, el nitrógeno pierde electrones y se oxida.

B) **Incorrecta:** Un mol de amoníaco requiere $7,5 \times 10^{23}$ moléculas de oxígeno.

$$1 \text{ mol NH}_3 \left(\frac{5 \text{ mol O}_2}{4 \text{ mol NH}_3} \right) \left(\frac{6 \times 10^{23} \text{ moléculas O}_2}{1 \text{ mol O}_2} \right) = 7,5 \times 10^{23} \text{ moléculas de O}_2$$

C) **Incorrecta:** En el proceso por 3 mol de agua formada se transfieren 10 mol de electrones.

D) **Correcta :** 4 mol de NH_3 ----- 5 mol de O_2

2 mol de NH_3 ----- 2 mol de O_2

Reactivo. limitante : O_2 5 mol de O_2 ----- 4 mol de NH_3

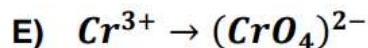
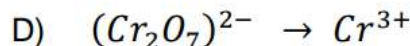
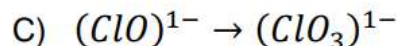
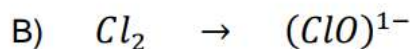
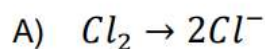
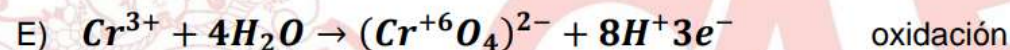
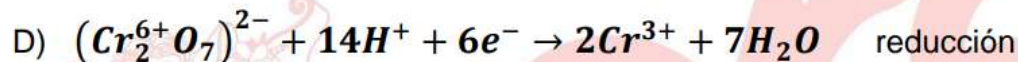
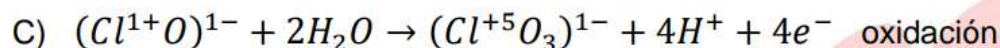
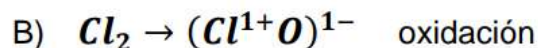
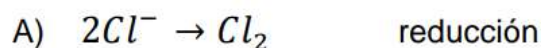
2 mol de O_2 ----- x X= 1,6 mol de NH_3 requerido.

sobra 0,4 mol de NH_3

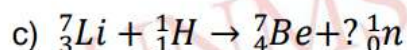
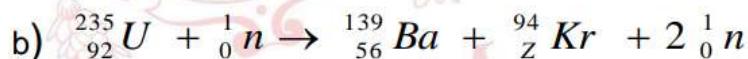
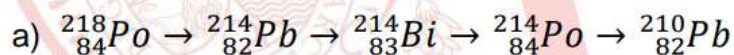
E) **Incorrecta:** La suma de los coeficientes en la ecuación balanceada es 19.

Rpta.: D

6. Después de balancear las siguientes semirreacciones, seleccione la de reducción y con formación de 7 mol de agua en medio ácido.

**Solución:****Rpta.: D**

7. Las reacciones nucleares, a diferencia de las reacciones químicas, no dependen de la concentración de los reactantes, implican transformación a nivel del núcleo con emisión de partículas y gran desprendimiento de energía



Al respecto, seleccione la secuencia de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. **a)** es de descomposición radiactiva y las emisiones producidas son α , β , β , α respectivamente.
- II. **b)** es de fisión nuclear y el valor de Z es 36
- III. En **c)** dos núcleos se fusionan liberando 1 neutrón.

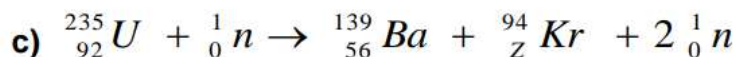
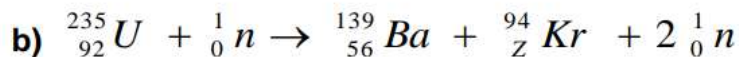
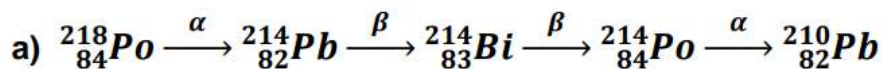
A) FVV

B) VFV

C) VVF

D) FFV

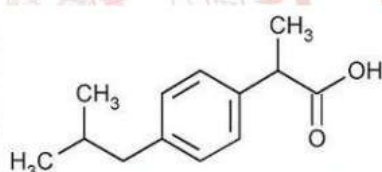
E) VVV

Solución:

- I) **Verdadero:** a) es de descomposición radiactiva y las emisiones producidas son α , β , β , α respectivamente.
 II) **Verdadero:** b) es de fisión nuclear y el valor de Z es 36.
 III) **Verdadero:** En c) dos núcleos se fusionan liberando 1 neutrón.

Rpta. E

8. El ibuprofeno utilizado como analgésico, antiinflamatorio, presenta mediante un análisis elemental la siguiente composición 75,73 % de C, 8,74 % de H y 15,53 % de O. ¿Cuál es respectivamente la fórmula empírica y la fórmula molecular del compuesto, cuya masa molar es 206?

Ibuprofeno**Datos: C = 12g/mol; H = 1 g/mol; O = 16 g/mol**

- A) $\text{C}_{13}\text{H}_{18}\text{O}_2$ y $\text{C}_6\text{H}_9\text{O}$ B) $\text{C}_6\text{H}_9\text{O}$ y $\text{C}_6\text{H}_9\text{O}$ C) $\text{C}_{13}\text{H}_{18}\text{O}$ y $\text{C}_{13}\text{H}_{18}\text{O}$
 D) $\text{C}_{13}\text{H}_{18}\text{O}_2$ y $\text{C}_{13}\text{H}_{18}\text{O}_2$ E) $\text{C}_6\text{H}_9\text{O}$ y $\text{C}_{13}\text{H}_{18}\text{O}_2$

Solución:

% C	75,73 %	#at-g C = $\frac{75,73}{12}$	$\frac{6,31}{0,97}$	$6,5 \times 2$	13
% H	8,74 %	#at-g H = $\frac{8,74}{1}$	$\frac{8,74}{0,97}$	$9,0 \times 2$	18
% O	15,53 %	#at-g O = $\frac{15,53}{16}$	$\frac{0,97}{0,97}$	$1,0 \times 2$	2
	100,00%				

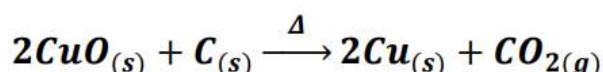
Fórmula empírica: $C_{13}H_{18}O_2$ P.F. = 206
 (P.F. Fórmula empírica) $n =$ (P.F. Fórmula molecular)

$$(206) n = 206 \quad n = 1$$

Fórmula molecular: $C_{13}H_{18}O_2$

Rpta.: D

9. En una de las etapas del proceso de extracción del cobre, ocurre según la siguiente ecuación:



En el laboratorio, se utiliza una muestra de 7,95 g de óxido cúprico y se hace reaccionar con suficiente cantidad de carbono. Al respecto, seleccione la alternativa incorrecta.

- A) Estequiométricamente, se requiere mínimo 3×10^{23} átomos de carbono por mol de unidades fórmula de óxido cúprico.
 B) Si se obtuviera 6,35 gramos de cobre, el rendimiento sería del 100 %
 C) Si el gas desprendido se mide a condiciones normales y ocupa un volumen de 0,2 litros; el rendimiento es del 15 %
 D) En la reacción se forman 0,1 mol de sustancia elemental y 0,05 mol de compuesto gaseoso.
 E) Se puede expresar que 2 mol de U.F. de óxido cúprico se ionizan formando $2,4 \times 10^{24}$ de iones totales.

Dato: masa molar Cu = 63,5 CuO = 79,5

Solución:

A) **Correcto:**

Estequiométricamente:

2 mol de UF de óxido cúprico CuO ——— requiere 1 mol de átomos de C
 1 mol de UF de óxido cúprico CuO ——— requiere 0,5 mol de átomos de C

$$0,5 \text{ mol de átomos de C } \left(\frac{6 \times 10^{23} \text{ átomos de C}}{1 \text{ mol de átomos de C}} \right) = 3 \times 10^{23} \text{ átomos de C}$$

B) **Correcto:** $2 CuO_{(s)} \xrightarrow{\Delta} 2 Cu_{(s)}$

Esteq. 79,5 $\xrightarrow{\Delta}$ 63,5 g de Cu 100% (rendimiento teórico)

Por dato: Cu obtenido 63,5 g X % R

X = 100% rendimiento real



Estequiométricamente: $2 (79,5) \text{ g} \xrightarrow{a \text{ CN}} 22,4 \text{ L}$

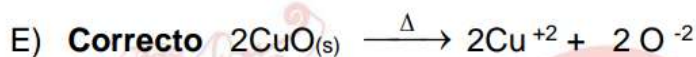
Por dato: $7,95 \text{ g} \xrightarrow{a \text{ CN}} x \quad x = 1,12 \text{ litros (rendimiento teórico)}$

Por dato: $0,200 \text{ litros } \text{CO}_2 \text{ (rendimiento práctico)}$

$$\% \text{ Rendimiento} = \frac{\text{R. Práctico}}{\text{R. Teórico}} \times 100 = \frac{0,200 \text{ L}}{1,120 \text{ L}} \times 100 = 17,8 \%$$



$0,1 \text{ mol CuO} \dots\dots\dots 0,05 \text{ mol de } \text{CO}_{2(g)}$

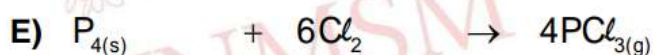
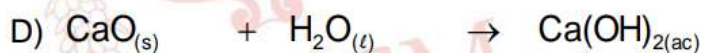
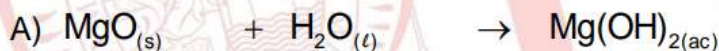


$2 \text{ mol} \dots\dots\dots 4 \text{ mol iones totales} = 2,4 \times 10^{24} \text{ de iones totales.}$

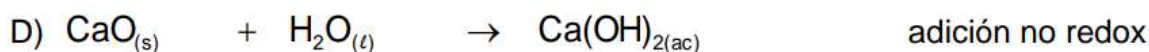
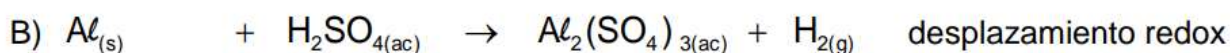
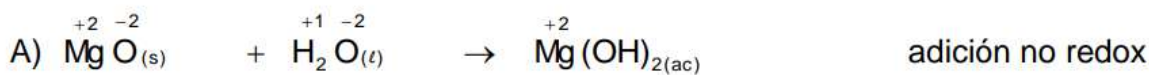
Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Marque la alternativa que contenga a una reacción de **adición** y **redox** a la vez.

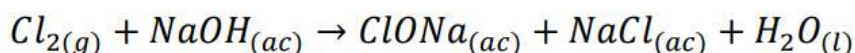


Solución:



Rpta.: E

2. El hipoclorito de sodio es utilizado como agente blanqueador, se puede obtener al reaccionar cloro gaseoso con hidróxido de sodio, según la reacción:



Al respecto, seleccione, la alternativa incorrecta

- A) Es una reacción redox
- B) El cloro gaseoso es agente oxidante y reductor a la vez.
- C) La sal haloidea y la sal oxisal tienen coeficiente estequiométrico 1.
- D) La sal oxisal es la forma oxidada.
- E) La sumatoria de coeficientes es 5.

Solución:



Semireacción de reducción, $\text{Cl}_2 + 2e^- \rightarrow 2\text{Cl}^-$ (especie reducida)

agente oxidante Cl_2

Semireacción de oxidación, $\text{Cl}_2 - 2e^- \rightarrow (\text{OCl}^{+1})^-$ (especie oxidada)

agente reductor Cl_2



- A) **Correcta** es una reacción redox
- B) **Correcta** el cloro gaseoso es agente oxidante y reductor a la vez
- C) **Correcta** la sal haloidea y la sal oxisal tienen coeficiente estequiométrico 1.
- D) **Correcta** sal oxisal es la forma oxidada
- E) **Incorrecta** la sumatoria de coeficientes es 6

Rpta.: E

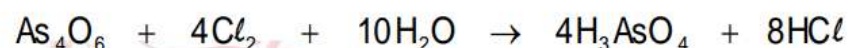
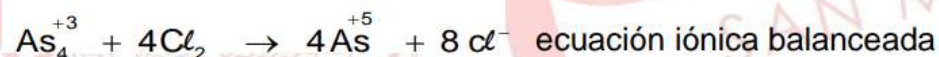
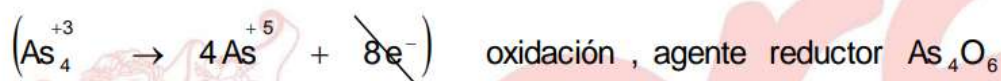
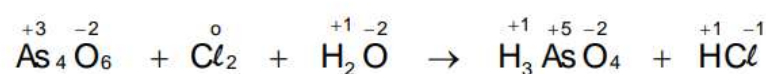


seleccione la secuencia de verdadero (V) o falso (F) para los siguientes enunciados:

- I. El agente oxidante es el Cl_2 .
- II. El coeficiente estequiométrico del agente reductor es 1.
- III. La suma de los coeficientes estequiométricos de los reactantes es 14.

A) FFV B) FVV **C) VVF** D) VVV E) VFV

Solución:



Ec. molecular balanceada

- I. **VERDADERO**, el agente oxidante es el Cl_2 .
- II. **VERDADERO**, el coeficiente estequiométrico del agente reductor es 1, As_4O_6 .
- III. **FALSO**, La suma de los coeficientes estequiométricos de los reactantes es 15.

$$\Sigma_{\text{coef}} = 1 + 4 + 10 = 15$$

Rpta.: C

4. Respecto a reacciones nucleares seleccione la alternativa incorrecta

- A) ${}^{14}_6\text{C} \rightarrow {}^{14}_7\text{N} + \text{X}$ la partícula emitida es α
- B) ${}^{212}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^{\text{X}}_{82}\text{Pb} + \alpha$ el número de masa del plomo es 208
- C) ${}^3_2\text{He} + {}^3_2\text{He} \rightarrow {}^4_2\text{He} + 2 {}^1_1\text{H}$ es una reacción de fusión nuclear
- D) Van acompañadas por absorción o liberación de energía.
- E) Sus velocidades de reacción generalmente no se afectan por temperatura, presión o Catalizadores.

Solución:

- A) **Correcto.** ${}^{14}_6\text{C} \rightarrow {}^{14}_7\text{N} + {}^4_2\alpha$ la partícula emitida es α
- B) **Correcto.** ${}^{212}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^{208}_{82}\text{Pb} + \alpha$ el número de masa del plomo es 208
- C) **Incorrecto.** ${}^3_2\text{He} + {}^3_2\text{He} \rightarrow {}^4_2\text{He} + 2 {}^1_1\text{H}$ es una reacción de fisión nuclear
- D) **Correcto.** van acompañadas por absorción o liberación de energía.
- E) **Correcto.** sus velocidades de reacción generalmente no se afectan por temperatura, presión o catalizadores.

Rpta.: C

5. Seleccione la secuencia correcta verdadero (V) o falso (F) respecto a los siguientes enunciados:

- I. Dos moles de moléculas de cloro tienen $1,2 \times 10^{24}$ átomos de cloro.
- II. Un mol de H_2SO_4 contiene $1,2 \times 10^{24}$ átomos de hidrógeno.
- III. Un mol de CaCl_2 contiene $6,02 \times 10^{23}$ iones cloruro (Cl^-).
- IV. En 20 g de hidrógeno hay 20 átomo-gramos de hidrógeno.

- A) VVFF B) FVFF C) FVFV D) VVVF E) VFFV

Solución:

- I. **Falso.**
2 moles de moléculas de $\text{Cl}_2 = 4$ moles de átomos de Cl
 $= 4(6,02 \times 10^{23})$ átomos de Cl
 $= 2,4 \times 10^{24}$ átomos de Cl

II. Verdadero.

1 mol de H_2SO_4 ——— 2 ($6,02 \times 10^{23}$) átomos de H1 mol de H_2SO_4 ——— $1,2 \times 10^{24}$ átomos de H.

III. Falso:

1 mol de CaCl_2 ——— 2 ($6,02 \times 10^{23}$) iones Cl^- .1 mol de CaCl_2 ——— $1,2 \times 10^{24}$ iones Cl^- .

IV. verdadero.

1 átomo gramo de hidrógeno = 1 g hidrógeno

20 átomo gramos = 20 g de hidrógeno

Rpta.: A

6. En la reacción de doble sustitución, para obtener cloruro de plata a partir del yoduro de plata según la reacción



Si reacciona 23,5 g de AgI y 10 g de NaCl ¿Cuál es el reactivo limitante? Y ¿Cuánto gramos del reactivo en exceso quedan sin reaccionar?

Datos: masa molar: AgI = 235, NaCl = 58,5

A) AgI – 4,15

B) NaCl – 4,15

C) NaCl – 5,85

D) AgI – 4,51

E) NaCl – 4,51

Solución:

235 g ——— 58,5 g

23,5 g ——— 10 g

$$23,5 \times 58,5 = 1374 \quad < \quad 10 \times 235 = 2350$$

Reactivo Limitante

Reactivo en exceso

235 g AgI ——— 58,5 g NaCl

$$23,5 \text{ g AgI} \text{ ——— } \text{¿g? NaCl} \quad \text{¿g? NaCl} = = \frac{23,5 \times 58,5}{235} = 5,85$$

$$\text{¿g? NaCl sin reaccionar} = 10 - 5,85 = 4,15 \text{ g}$$

Rpta.: A

Biología

EJERCICIOS DE CLASE

1. Los poríferos presentan una cavidad interna llamada espongiocelo, tapizada por células llamadas coanocitos, las cuales realizan la digestión como principal función, porque además pueden generar gametos. Esta digestión se realiza mediante
- A) la captura del alimento en el espongiocelo mediante un collar de moco.
 - B) la secreción de enzimas hidrolíticas en el espongiocelo.
 - C) la captura del alimento semidigerido en el celenterón.
 - D) la secreción de moco en el espongiocelo.
 - E) la captura del alimento mediante movimientos ameboideos.

Solución:

Los poríferos presentan una cavidad interna llamada espongiocelo, la cual se encuentra tapizada por células llamadas coanocitos. Estas células pueden capturar el alimento mediante un collar de moco y realizar la digestión intracelular. Se sabe que estas mismas células pueden generar gametos, desempeñando también un papel en la reproducción.

Rpta.: A

2. A diferencia de los poríferos, los cnidarios presentan una cavidad en la que podemos hallar _____. Además, los residuos obtenidos tras la digestión salen de las esponjas a través de _____ mientras que en los cnidarios es a través de _____.
- A) moco – la boca/ano – el ósculo
 - B) moco – el ósculo – la boca/ano
 - C) enzimas hidrolíticas – la boca/ano – el ósculo
 - D) enzimas hidrolíticas – el ósculo – la boca/ano
 - E) moco – los porocitos – la boca/ano

Solución:

En los poríferos, las partículas de alimento ingresan a través de los porocitos y llegan al espongiocelo. Los residuos se expulsan con el agua a través del ósculo. En los cnidarios, el alimento ingresa a través de la boca/ano y se digiere parcialmente en el celenterón con las enzimas hidrolíticas y luego en las células digestivas. Los desechos se expulsan también por la boca/ano.

Rpta.: D

3. La comparación entre los tubos digestivos de una mantis religiosa y una mariposa monarca revelan notables diferencias a nivel de la región anterior del tubo digestivo como
- A) el tamaño del buche.
 - B) las piezas bucales y la pared del proventrículo.
 - C) la pérdida de piezas bucales en las mariposas.
 - D) la longitud de las glándulas.
 - E) la longitud de los ciegos gástricos.

Solución:

Las mantis religiosas son carnívoras y las mariposas se alimentan de néctar, por lo que una primera diferencia en el intestino anterior sería a nivel de las piezas bucales. Además, la molleja o proventrículo perdería funcionalidad en las mariposas por consumir alimento líquido.

Rpta.: C

4. El comportamiento de consumir piedras pequeñas en las aves granívoras está relacionado al funcionamiento de _____, mientras que el de alimentar a los polluelos lo está con _____.
- A) el proventrículo – el buche
 - B) el buche – la molleja
 - C) el proventrículo – la molleja
 - D) el buche – el proventrículo
 - E) la molleja – el buche

Solución:

Muchas aves granívoras consumen piedras pequeñas para colaborar con la digestión mecánica en la molleja. Por otro lado, los adultos alimentan a sus polluelos con secreciones originadas en las paredes del buche.

Rpta.: E

5. Luego de diseccionar las cámaras estomacales de un rumiante, se ha aislado las enzimas principales que podrían obtenerse a partir de ellas. Si se utiliza como sustratos la celulosa y a la caseína, ¿cuántas cámaras estomacales tendrían enzimas capaces de degradar estos compuestos respectivamente?
- A) 2 y 2 B) 3 y 2 C) 2 y 1 D) 3 y 1 E) 1 y 2

Solución:

La panza o rumen y el retículo o reddecilla albergan numerosas bacterias que producen enzimas que pueden fermentar la celulosa, mientras que el cuajar o abomaso es considerado el verdadero estómago ya que puede producir enzimas proteasas.

Rpta.: C

6. El sangrado de las paredes del duodeno se presenta como uno de los síntomas de una enfermedad digestiva que puede originarse en el estómago. Un análisis de las paredes estomacales podría revelar una hipersecreción de _____, lo cual podría coincidir con niveles elevados de hormona _____ en la sangre.
- A) pepsina – gastrina
 - B) ácido clorhídrico – gastrina
 - C) pepsina – secretina
 - D) ácido clorhídrico – colecistoquinina
 - E) pepsina – colecistoquinina

Solución:

La secreción de hormona gastrina conduce a la liberación de ácido clorhídrico en el estómago a partir de las células parietales. En algunas patologías, la hipersecreción de ácido clorhídrico puede generar úlceras en la pared estomacal como también en la pared duodenal.

Rpta.: B

7. Para obtener glucosa a partir del almidón contenido en la papa, se necesitaría la participación de determinadas partes del tubo digestivo con
- A) dientes, glándulas salivales, páncreas y enterocitos.
 - B) glándulas salivales, estómago, páncreas, hígado y enterocitos.
 - C) dientes, estómago, páncreas, hígado y enterocitos.
 - D) glándulas salivales, estómago, páncreas y enterocitos.
 - E) dientes, glándulas salivales, páncreas e hígado.

Solución:

El almidón contenido en las papas es un polisacárido. Las papas deben ser sometidas previamente a la digestión mecánica con los dientes. La amilasa salival de las glándulas salivales libera algunos disacáridos y la hidrólisis restante se realiza con las amilasas pancreáticas. Finalmente, los disacáridos son degradados por disacaridasas producidas en los enterocitos.

Rpta.: A

8. Las enzimas necesarias para obtener aminoácidos como la metionina a partir de la carne ingerida a través del sistema digestivo humano serían:
- A) amilasa – tripsina – quimiotripsina – disacaridasas – aminopeptidasas.
 - B) pepsina – tripsina – disacaridasas – aminopeptidasa.
 - C) pepsina – bilis – disacaridasas – carboxipeptidasa – aminopeptidasa.
 - D) pepsina – tripsina – quimiotripsina – carboxipeptidasa – aminopeptidasa.
 - E) amilasa – disacaridasa – lipasa – carboxipeptidasa – aminopeptidasa.

Solución:

La pepsina del estómago libera polipéptidos, que son sustrato de la quimiotripsina y tripsina pancreáticas las cuales liberan oligopéptidos que a su vez son sustrato de la carboxipeptidasa pancreática y la aminopeptidasa intestinal.

Rpta.: D

9. La obstrucción de los conductos biliares a causa de cálculos puede ocasionar deficiencias en la digestión de determinadas macromoléculas. Esta condición podría traer como consecuencia la incapacidad de

- A) hidrolizar oligosacáridos a nivel del duodeno.
- B) hidrolizar disacáridos a nivel del duodeno.
- C) absorber vitaminas liposolubles en el íleon.
- D) producir vitaminas liposolubles en el intestino grueso.
- E) absorber vitaminas hidrosolubles en el íleon.

Solución:

La obstrucción de los conductos biliares ocasionaría una pérdida del flujo de bilis hacia el duodeno y, con ello, la ausencia de la emulsificación de las grasas. Por ello, las lipasas pancreáticas no podrían actuar eficientemente dificultando la absorción de moléculas lipídicas como las vitaminas liposolubles.

Rpta.: C

10. La digestión química de las proteínas se localiza en dos segmentos del tubo digestivo; en el caso de los carbohidratos, la boca y el duodeno. Sin embargo, otras macromoléculas afrontan este proceso exclusivamente en el duodeno como

- A) las proteínas y lípidos.
- B) los ácidos nucleicos.
- C) los lípidos.
- D) las proteínas.
- E) los lípidos y ácidos nucleicos.

Solución:

Los lípidos afrontan la digestión química en el duodeno gracias a la bilis del hígado y las lipasas pancreáticas. Sucede de igual forma con los ácidos nucleicos que se degradan inicialmente con las nucleasas pancreáticas y posteriormente con las nucleotidasas del jugo intestinal en el duodeno.

Rpta.: E

11. Al igual que en los seres humanos, los insectos y anélidos presentan adaptaciones para aumentar la superficie de absorción en el tubo digestivo siendo, respectivamente,

- A) los pliegues intestinales y vellosidades.
- B) las vellosidades y microvellosidades.
- C) los ciegos gástricos y vellosidades.
- D) ciegos gástricos y tiflosol.
- E) las vellosidades y tiflosol.

Solución:

Los insectos presentan ciegos gástricos a nivel del intestino medio que aumentan la superficie de absorción de nutrientes. En el caso de los anélidos, existen pliegues internos en la porción terminal del intestino denominado tiflosol.

Rpta.: D

12. La actividad eficiente de la bilis del hígado y las lipasas pancreáticas llegadas al duodeno a través de _____ permiten la absorción de las moléculas obtenidas a través de los_____.

- A) la ampolla de Váter – vasos capilares
- B) el conducto cístico – vasos quilíferos
- C) el conducto de Wirsung – vasos capilares
- D) la ampolla de Váter – vasos quilíferos
- E) el conducto cístico – vasos capilares

Solución:

Los vasos quilíferos absorben los nutrientes lipídicos obtenidos a través de la digestión y los conducen al sistema linfático. Además, la bilis llega a través del conducto colédoco que, junto al conducto de Wirsung de páncreas, forman la ampolla de Váter, que desemboca en el duodeno.

Rpta.: D

13. En ocasiones, un grupo de personas se ve sometido a dietas muy restringidas como el consumo de conservas de alimentos. Es el caso de los marineros que pasaban largas temporadas en alta mar y con el tiempo podían ver agotarse su reserva de frutas y verduras, lo cual los exponía al riesgo inicial de contraer

- A) xeroftalmia.
- B) raquitismo.
- C) sangrado de encías.
- D) anemia perniciosa.
- E) beri beri.

Solución:

El escorbuto es producido por una deficiencia de vitamina C. Inicialmente puede manifestarse mediante el sangrado de encías hasta progresar en inflamación, fiebre y convulsiones que pueden acarrear la muerte. Era común en poblaciones aisladas como tripulantes de barcos y poblaciones sitiadas en guerra.

Rpta.: C

14. Una forma de anemia se caracteriza por la deficiencia de una vitamina esencial para la síntesis de proteínas y ácidos nucleicos. Aunque esta vitamina puede ser producida por la microbiota intestinal o adquirida a través de suplementos, en ciertos casos no puede ser absorbida debido a

- A) la obstrucción del conducto de Wirsung.
- B) la ausencia del factor intrínseco de Castle.
- C) la ausencia de vitamina C.
- D) la ausencia de hierro.
- E) la ausencia del flujo de bilis.

Solución:

La anemia perniciosa se debe a la deficiencia de vitamina B12. Aunque puede ser obtenida de bacterias intestinales o suplementos, su absorción depende del factor intrínseco de Castle, producido en las células parietales del estómago.

Rpta.: B

15. La pérdida de una parte importante de la microbiota intestinal a causa del consumo indiscriminado de antibióticos podría acarrear la disminución de la síntesis de vitaminas importantes como

A) A y C B) C y B₁₂ C) A y K D) K y B₁₂ E) B₁ y B₂

Solución:

La vitamina K puede ser obtenida a través del consumo de vegetales verdes a partir de la microbiota intestinal. En el caso de la vitamina B12, esta es obtenida exclusivamente a partir de bacterias intestinales.

Rpta.: D

pre
SAN MARCOS