



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA
CENTRO PREUNIVERSITARIO

SEMANA N.º 17

Habilidad Verbal

TEXTO A



(VIDEOS)
TEORÍA Y
EJERCICIOS

Toda conclusión supone premisas; esas premisas o son evidentes por sí mismas y no tienen necesidad de demostración; o bien no pueden ser establecidas más que apoyándose en otras proposiciones, y como no se podría remontar así hasta el infinito, toda ciencia deductiva, y la geometría en particular, debe descansar sobre un cierto número de axiomas indemostrables. Todos los tratados de geometrías comienzan, pues, con el enunciado de esos axiomas, y la mayoría de los tratados enuncian explícitamente tres.

1ro. Por dos puntos no puede pasar más que una recta.

2do. La línea recta es el camino más corto entre un punto y otro.

3ro Por un punto no se puede hacer pasar más que una paralela a una recta dada.

Durante mucho tiempo se ha intentado en vano demostrar igualmente el tercer axioma, conocido con el nombre de *Postulado de Euclides*. Por fin, al comienzo del siglo, y más o menos al mismo tiempo, dos sabios, un ruso y un húngaro, Lobatchevsky y Bolyai, establecieron de manera irrefutable que dicha demostración es imposible. Si fuera posible deducir el postulado de Euclides de los otros axiomas sucedería evidentemente que negando el postulado y admitiendo los otros axiomas seríamos conducidos a consecuencias contradictorias; sería, pues, imposible basar en tales premisas una geometría coherente.

Precisamente es eso lo que ha hecho Lobatchevsky. Supone el principio que: *Por un punto se pueden trazar varias paralelas a una recta dada*.

Y conserva por otra parte todos los demás axiomas de Euclides. De estas hipótesis deduce una serie de teoremas en los cuales es imposible encontrar contradicción alguna y construye una geometría cuya lógica impecable en nada cede a la de la geometría euclidiana.

TEXTO B

Imaginemos un mundo poblado únicamente por seres carentes de espesor, mientras estamos dispuestos a hacer hipótesis, no nos cuesta nada dotar de razonamiento a esos seres y creerlos capaces de construir una geometría. En este caso, ciertamente no atribuirán al espacio más que dos dimensiones.

Pero supongamos ahora que esos animales imaginarios, aun permaneciendo siempre carentes de espesor, tengan la forma de una figura esférica y no de una figura plana y estén todos sobre una misma esfera, sin poder alejarse de ella. ¿Qué geometría podrán construir? En primer lugar, es evidente que no atribuirán al espacio más que dos dimensiones; lo que desempeñará para ellos el papel de la recta, será el camino más corto de un punto a otro de la superficie esférica, es decir un arco de círculo máximo; en una palabra, su geometría será la geometría esférica.

Lo que llamarán espacio será esa superficie esférica de la que no pueden salir y sobre la cual ocurren todos los fenómenos que pueden conocer. Su espacio será pues, *sin límites*, ya que sobre una esfera se puede ir siempre adelante sin detenerse nunca y además será *finito*; no se encontrará jamás el extremo, pero se podrá dar la vuelta.

Y bien, la geometría de Riemann es la geometría esférica extendida a tres dimensiones. Para construirla, el matemático alemán ha debido arrojar por la borda, no solamente el postulado de Euclides, sino también el primer axioma: *por dos puntos no se puede hacer pasar más que una recta*.

Sobre una esfera por dos puntos dados, no se puede, *en general*, hacer pasar más que un círculo máximo, pero hay una excepción: si los dos puntos dados son diametralmente opuestos, se podrá hacer pasar por estos dos puntos infinitos círculos máximos.

1. Se infiere de la geometría de Lobatchevsky al no tener el espacio límites y ser a la vez finito,

A) una posible contradicción. * B) que faltan algunos axiomas.
C) una equivalente a la euclidiana. D) que las geometrías son iguales.
E) un proceso deductivo incorrecto.

Solución:

La contradicción solo es en el lenguaje, por lo tanto, si se diera en este plano sería posible una contradicción.

Rpta.: A

2. Se infiere que el término PRINCIPIO tiene el significado contextual de

A) axioma. * B) inicio. C) origen. D) causa. E) teorema.

Solución:

Reemplazando el término "principio" por "axioma" el enunciado tiene el mismo significado.

Rpta. A

3. Se infiere que entre el primer postulado de Euclides y el de Lobachevsky existe una

A) contradicción. * B) tautología. C) conjunción.
D) falsación. E) verificación.

Solución:

Entre el primer axioma de Euclides y el axioma de Lobachevsky se produce uniéndolos por la conjunción una contradicción.

Rpta.: A

4. Se infiere que, al eliminar el primer y tercer axioma de la geometría euclidiana,

A) en el primero la recta es un arco y en el tercero no existen paralelas. *
B) los sistemas de geometría actualmente existentes son incoherentes.
C) el sistema axiomático de Euclides sigue siendo válido y consistente.
D) la lógica proposicional para deducir los teoremas resulta insuficiente.
E) el mundo carente de estos teoremas es claramente bidimensional.

Solución:

Se refiere a la geometría de Riemann que, al eliminar el 1er y 3er axioma, se infiere que el primero es un arco y el tercero pasan infinitos círculos si los dos puntos son opuestos.

Rpta. A

5. Se infiere que en las geometrías de Lobatchevsky y Riemann
- A) los teoremas de ambas geometrías son diferentes. *
 - B) los teoremas son iguales al cambiar el tercer axioma.
 - C) sólo comparten un axioma y ambas son incoherentes.
 - D) el espacio es el mismo como en las geometrías euclidianas.
 - E) en ambas geometrías los teoremas deducidos son iguales.

Solución:

Al tener el tercer axioma diferente en ambas geometrías, se deducen teoremas diferentes.

Rpta. A.**SECCIÓN 2****TEXTO A**

Es interesante la circunstancia de que esta aparentemente vaga (y podría decirse, “holística”) idea de la relevancia de una teoría pueda ser analizada y clarificada en medida considerable mediante términos puramente lógicos –con ayuda de la idea del *contenido* de un enunciado o de una teoría.

Principalmente, hay en uso dos ideas de contenido que son muy diferentes intuitivamente, pero casi idénticas lógicamente y a las que a veces he llamado “*contenido lógico*” y “*contenido informativo*”; a un caso especial de la última lo he llamado también “*contenido empírico*”.

El *contenido lógico* de un enunciado o teoría puede ser identificado con lo que Tarski ha denominado su “clase consecuencia”; es decir, la clase de todas las consecuencias (no tautológicas) que pueden ser derivadas del enunciado o de la teoría.

En cuanto al *contenido informativo* (como lo he llamado), hemos de considerar la idea intuitiva de que los enunciados o teorías nos dicen tanto más “cuanto más prohíben” o excluyen. Esta idea intuitiva conduce a una definición del contenido informativo que ha parecido absurda a algunas personas: *el contenido informativo de una teoría es el conjunto de enunciados que son incompatibles con la teoría*.

Puede verse en seguida, empero, que los elementos de este conjunto y los elementos del contenido lógico están en una correspondencia de uno-a-uno: para cada elemento que esté en uno de los conjuntos, hay en el otro conjunto un elemento correspondiente, a saber, su negación.

Por tanto, hallamos que siempre que incrementa o disminuye la fuerza lógica, o el poder, o la cantidad de información de una teoría, deben incrementar o disminuir igualmente tanto su contenido lógico como su contenido informativo. Lo cual muestra que ambas ideas son muy similares: hay una correspondencia de uno-a-uno entre lo que pueda decirse sobre la una y lo que puede decirse sobre la otra. Lo cual muestra que mi definición del contenido informativo no es enteramente absurda.

Pero hay también diferencias. Por ejemplo, respecto al contenido *lógico* vale la siguiente *regla de transitividad*: si *b* es un elemento del contenido de *a*, y *c* es un elemento del contenido de *b*, entonces *c* es también un elemento del contenido de *a*. Aunque existe, sin duda, una regla correspondiente para el contenido *informativo*, no se trata de una simple regla de transitividad como ésta.

1. La idea principal está relacionada con

- A) el contenido empírico y lógico de una teoría. *
- B) Tarski y su "clase consecuencia" de la teoría.
- C) la absurda idea del contenido empírico de una ley.
- D) el contenido informativo y su incompatibilidad.
- E) la regla de transitividad del contenido lógico.

Solución:

La idea principal se expresa en el primer párrafo y es desarrollada en todo el texto.

Rpta. A

2. En el enunciado: "el contenido informativo de una teoría es el conjunto de enunciados incompatibles con la teoría", se infiere que el significado contextual de INCOMPATIBLE es

- A) contradictorio. *
- B) contrario.
- C) incongruente.
- D) subcontrario.
- E) indecidible.

Solución:

Un enunciado incompatible de acuerdo con el texto se puede reemplazar por contradictorio.

Rpta. A

3. Es incompatible sostener que

- A) a un incremento de la fuerza lógica hay un decremento informativo.
- B) exista equivalencia entre contenido lógico y contenido informativo. *
- C) existe una correspondencia entre el contenido lógico y el empírico.
- D) la lógica puede aclarar la relevancia de una teoría y ley científica.
- E) la "Consecuencia lógica", son los enunciados deducidos de una ley.

Solución:

Las dos ideas son intuitivamente diferentes y con una correspondencia uno a uno casi equivalentes.

Rpta. B

4. Se puede deducir que en las ciencias empíricas unas teorías son mejores que otras porque sus leyes

- A) no permiten deducir enunciados existenciales.
- B) carecen de contenido lógico y empírico.
- C) son mejores y con mayor contenido lógico.
- D) tienen contenido empírico y no lógico.
- E) tienen diferente contenido informativo. *

Solución:

Unas teorías son mejores que otras porque tienen mayor contenido empírico.

Rpta.: E

5. Si la teoría de la evolución no pudiera predecir la aparición de una nueva especie,

- A) la regla de transitividad la validaría.
- B) sería igual a cualquier enunciado.
- C) carecería de contenido lógico. *
- D) serían equivalentes lo lógico y empírico.
- E) sería absurda la idea de contenido lógico.

Solución:

Una teoría tiene contenido lógico siendo esta la clase consecuencia que se deriva de la teoría.

Rpta. C.

TEXTO A

Aristóteles, sin embargo, no consideró los problemas de medida y de cálculo como un impedimento para desarrollar una física capaz de llegar a predicciones cuantitativas. Más bien, no vio necesidad de hacer tales predicciones y construyó su física sobre principios que le parecían intelectualmente atractivos, descartando los hechos, que consideraba poco atractivos. Así, enfocó sus esfuerzos hacia las razones por las cuales las cosas ocurren e invirtió relativamente poca energía en detallar con exactitud lo que estaba ocurriendo. Aristóteles modificaba adecuadamente sus conclusiones cuando el desacuerdo de éstas con las observaciones era tan flagrante que no podía ser ignorado, pero sus ajustes eran a menudo simples explicaciones *ad hoc* que hacían poco más que tapar las contradicciones. Así, por muy claramente que una teoría se desviara de lo que ocurre en realidad, siempre podía alterarla lo suficiente para que pareciera que el conflicto había sido eliminado. Por ejemplo, su teoría del movimiento especificaba que los cuerpos pesados caen con velocidad constante, proporcional a su peso. Para explicar que los objetos manifiestamente adquieren velocidad a medida que van cayendo, inventó un nuevo principio, a saber, que los cuerpos están más contentos y, por lo tanto, se aceleran a medida que se acercan a su posición natural de reposo, un principio que hoy parece describir más adecuadamente a algunas personas que a objetos inanimados. Aunque a menudo las teorías de Aristóteles tenían escaso poder predictivo, su forma de considerar la ciencia dominó el pensamiento occidental durante unos dos mil años.

TEXTO B

Descartes creía que todos los fenómenos físicos deben ser explicados en términos de colisiones de masas en movimiento, regidas por tres leyes -precursoras de las tres célebres leyes de Newton. Afirmó que dichas leyes de la naturaleza eran válidas en todo lugar y en todo momento y estableció explícitamente que la obediencia a dichas leyes no implica que los cuerpos en movimiento tengan mente. Descartes comprendió también la importancia de lo que hoy llamamos "condiciones iniciales", que describen el estado de un sistema al inicio del intervalo temporal -sea cual sea- a lo largo del cual efectuar predicciones. Con un

conjunto dado de condiciones iniciales, las leyes de la naturaleza establecen cómo el sistema evolucionará a lo largo del tiempo; pero sin un conjunto concreto de condiciones iniciales, su evolución no puede ser especificada. Si, por ejemplo, en el instante cero una paloma deja caer algo verticalmente, la trayectoria del objeto que cae queda determinado por las leyes de Newton. Pero el resultado será muy diferente según que la paloma, en el instante cero, esté quieta sobre un poste telegráfico o volando a treinta kilómetros por hora. Para aplicar las leyes de la física, necesitamos saber cómo empezó el sistema, o al menos su estado en un instante definido. (también podemos utilizar las leyes para reconstruir la trayectoria de un objeto hacia atrás en el tiempo).

1. La idea principal trata

- A) de la predicción en la física y las condiciones iniciales.
- B) de la caída de los cuerpos y su aumento de velocidad.
- C) del movimiento y colisión de los cuerpos masivos.
- D) de la predicción en la física de Aristóteles y Descartes. *
- E) de la evolución del sistema y las condiciones iniciales.

Solución:

En Aristóteles hay ausencia de predicciones cuantitativas porque desconoce los hechos: diferente a la física cartesiana donde las leyes y las condiciones iniciales permiten las predicciones.

Rpta.: D.

2. En el texto B las “condiciones iniciales” tienen el significado de

- A) hechos. *
- B) eventos.
- C) episodios.
- D) acontecimientos.
- E) hipótesis.

Solución:

Las condiciones iniciales describen el estado del sistema y en conjunción con las leyes establecen como el sistema evolucionará “...pero sin un conjunto concreto de condiciones iniciales su evolución no puede ser especificada.”

Rpta.: A

3. Es incompatible sostener que en la física del movimiento de Aristóteles

- A) sus principios estaban en contradicción con los hechos.
- B) las predicciones eran medibles y cuantitativas. *
- C) su física del movimiento excluyó la medida y el cálculo.
- D) más parece aplicable a personas que a objetos inanimados.
- E) dominó el pensamiento occidental por más de 2,000 años.

Solución:

Las predicciones no existían en la física de Aristóteles, no tuvo la necesidad de la predicción.

Rpta.: B

4. Se infiere que en la física cartesiana para la predicción son imprescindibles
- A) las leyes y condiciones iniciales. * B) que los cuerpos estén colisionando.
C) que los cuerpos carezcan de mente. D) el espacio y el tiempo en el sistema.
E) las condiciones iniciales y los hechos.

Solución:

“Con un conjunto dado de condiciones iniciales, las leyes de la naturaleza establecen como el sistema evolucionará...”, por lo tanto, ambas son necesarias para la predicción.

Rpta.: A

5. Si la física de Aristóteles hubiera tomado en cuenta las leyes y condiciones iniciales,
- A) sus principios seguirían manteniendo su atractivo.
B) la explicación *ad hoc* ocultaría las contradicciones.
C) sus predicciones se hubieran deducido del sistema. *
D) describirían mejor el movimiento de las personas.
E) los cuerpos en movimiento tendrían cuerpo y mente.

Solución:

Sólo las leyes y las condiciones iniciales nos permiten la predicción y como el sistema evolucionará en el tiempo.

Rpta.: C

TEXTO A

El intuicionismo es un movimiento sumamente original y complejo, con grandes discrepancias entre sus mismos representantes, pero puede afirmarse que su principio matemático fundamental es el *principio de la constructividad*. Según este principio todos los entes matemáticos deben ser construibles, es decir calculables o computables. Por ejemplo, si mediante una demostración se prueba que existe un número que posee tal propiedad, entonces debe poderse construir dicho número, debe poderse calcular en su valor preciso. Si no se hace esto, según los intuicionistas, la prueba no es válida. Así, si se llega a la conclusión de que existe un número primo mayor que 10 y menor que $10 + 10$ debe poderse calcular con exactitud dicho número. Una serie de pruebas matemáticas de la mayor importancia tanto en teoría de los conjuntos como en el análisis clásico, no respetan el principio de constructividad, y por eso se han producido las paradojas. Esto se debe a dos factores: al empleo indiscriminado del principio del tercio excluido y al empleo de conjuntos con un número infinito de elementos.

TEXTO B

En matemáticas clásicas existe un método de prueba denominado por el “absurdo” que es no constructivo y que presupone para ser aplicado, el principio del tercio excluido. Para probar por el absurdo, que existe un número con determinada propiedad, se procede de la siguiente manera: se enuncia una proposición que niega la existencia de dicho número. Se prueba que este enunciado lleva a una contradicción. Si lleva a una contradicción, se trata

entonces de una proposición falsa. O sea, la proposición que niega la existencia del número que posee la propiedad es falsa. Pero de acuerdo con el principio del tercio excluido, la proposición que afirma la existencia de dicho número debe ser verdadera. Como se ve, se ha probado que existe un número que posee una propiedad determinada, pero no se ha construido dicho número. Y puede darse el caso, como ha sucedido numerosas veces, que por más esfuerzos que se hagan no pueda construirse. Si algún método de derivación nos lleva a la conclusión de que lo que hemos construido no puede construirse, dicho método es falso porque no corresponde a la realidad matemática.

1. La idea principal trata sobre

- A) la matemática y los números construibles en el intuicionismo.
- B) el empleo indiscriminado del principio del tercio excluido.
- C) la imposibilidad de probar que lo construido es construible.
- D) el principio de constructividad y el valor de los números.
- E) la prueba en las matemáticas clásicas y en el intuicionismo. *

Solución:

En el intuicionismo se prueba qué si un número tiene tal propiedad, puede construirse y en las matemáticas clásicas la prueba por el “absurdo”, no es construible.

Rpta.: E

2. El término PRUEBA que aparece en los dos textos se puede reemplazar por

- A). creación *
- B) inducción.
- C) abducción.
- D) deducción.
- E) construcción.

Solución:

El término “prueba” es reemplazado adecuadamente por el término deducción, permitiendo que los enunciados no cambien de significado.

Rpta.: D

3. Es incompatible sostener que el principio de tercio excluido

- A) su utilidad es despreciable en el intuicionismo.
- B) en el intuicionismo su utilización lleva a paradojas.
- C) garantiza la validez en la prueba por el absurdo.
- D) en las matemáticas clásicas lleva a una contradicción. *
- E) sus enunciados no pueden ser ambos verdaderos.

Solución:

El principio del tercio excluido permite demostrar por el absurdo la existencia de un número con determinada propiedad.

Rpta.: D

4. Se deduce que el uso del principio del tercio excluido en las matemáticas clásicas y el intuicionismo

- A) tienen diferentes aplicaciones. *
- B) tienen el mismo significado.
- C) elimina las contradicciones.
- D) permite construir los números.
- E) justifica la prueba por el absurdo.

Solución:

En las matemáticas clásicas justifica la prueba válida por el absurdo, y en el intuicionismo está vedada por la aparición de paradojas.

Rpta. A

5. Si se careciera del principio del tercio excluido en las matemáticas clásicas

- A) la prueba se basaría en el principio de constructividad.
- B) sería imposible la prueba o demostración por el absurdo. *
- C) las paradojas aparecerían en la matemática intuicionista.
- D) todos los números serían posibles de poder construirse.
- E) los números construibles llevarían a contradicciones.

Solución:

Sólo es posible la prueba de reducción al absurdo por el principio del tercio excluido.

Rpta.: B**PASSAGE A**

When I was a naturalist on board the Beagle, a ship of the Royal Navy, I was very surprised by certain facts about the distribution of organic beings living in South America, and the geological relationships between the present and past inhabitants of that continent. These facts, as will be seen in the last chapters of this volume, seemed to throw some light on the origin of species, that mystery of mysteries, as one of our greatest philosophers has called it. On my return to the fatherland, it occurred to me, in 1837, that perhaps something of these questions might be elucidated by patiently accumulating and reflecting upon all sorts of facts which might perhaps have some bearing upon it. After five years' work, I indulged in speculative discourse on the subject, and drew up some brief notes; these I enlarged in 1844 to form a sketch of the conclusions which then seemed to me probable, and from this period to this day I have steadily pursued the same object. I hope I may be pardoned for entering into these personal details, noted to show that I have not been hasty in arriving at a decision. My work is now (1859) nearly finished; but as it will take me many years to complete it, and my health is very far from robust, I have been urged to publish this summary. I have been especially moved to do so by the fact that Mr. Wallace, who is at present studying the natural history of the Malay Archipelago, has arrived at almost exactly the same general conclusions as I hold about the origin of species.

1. The main theme of the text is

- A) the Malay Archipelago.
- B) the voyage of a naturalist.
- C) navigation and the Beagle.
- D) the origin of species. *
- E) the life of Wallace and Darwin.

Solution:

The main theme refers to the origin of species and how Darwin conceives it on the coasts of South America, as well as Wallace in the Malay Archipelago.

Key.: D

2. The main idea is related to the origin of the species and

- A) the breakdown of Darwin's health.
- B) the presentation made only by Wallace.
- C) Darwin's voyage aboard the Beagle.
- D) its discovery by Wallace and Darwin. *
- E) the passage of the Beagle through South America.

Solution:

The joint presentation of the origin of species by Darwin and Wallace is supported by the parallel discovery of the theory.

Key: D

3. It is incompatible with the text to affirm that

- A) after five years of reflections Darwin wrote brief notes.
- B) Darwin and Wallace are discoverers of the origin of species.
- C) Wallace studied the origin of species in the Malay Archipelago.
- D) Darwin discovered the origin of species in South America.
- E) the origin of species and its discovery is the work of Darwin. *

Solution:

The discovery of the origin of species was the work of Darwin and Wallace so it is incompatible that it is attributed only to Darwin.

Key: E

4. From the text we can infer that only Darwin was sure about the origin of the species after

- A) more than 20 years of work. *
- B) his voyage aboard the Beagle.
- C) meeting Wallace.
- D) traveling through South America.
- E) of the sketch made in 1844.

Solution:

Darwin after five years of the voyage speculated speculatively about the origin of species. In 1844 he seemed likely to write some brief notes on the subject, and in 1859 he published a summary and presented it together with Wallace.

Key: A

5. If Darwin had not traveled along the coasts of South America

- A) he would have been sure of the discovery of the origin of species.
- B) his work would have been presented and published before 1859.
- C) his health would not have been broken by the five-year voyage.
- D) he would not have had insights into the origin of species. *
- E) he would not have written that highly probable 1844 sketch.

Solution : A.

Only by cruising South America on the Beagle was Darwin able to get glimpses of the origin of species. "...I was much surprised at certain facts in the distribution of the organic beings living in South America, and at the geological relations between the present and past inhabitants of that continent."

Key: D

Habilidad Lógico Matemática

EJERCICIOS DE CLASE

1. El siguiente gráfico muestra la distribución de las estaturas, en centímetros, de los cinco hijos de Henry.

DISTRIBUCIÓN DE ESTATURAS DE LOS HIJOS DE HENRY



¿Qué porcentaje del total de niños son los que tienen una estatura de por lo menos 130 cm, y con respecto a esas personas, qué porcentaje son mujeres? Dar la respuesta en ese orden.

- A) 80 % - 50 %
D) 70 % - 50 %

- B) 80 % - 30 %
E) 70 % - 40 %

- C) 80 % - 35 %

Solución:

Tomamos los cuantiles proporcionalmente:

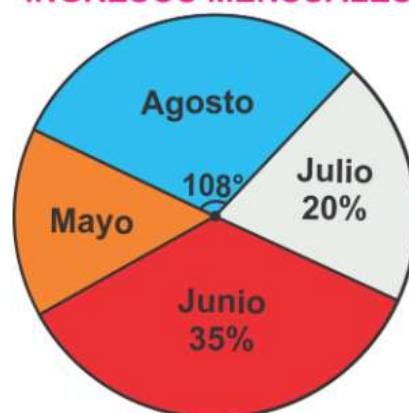
$$\%(\geq 130\text{cm}) = \frac{4}{5} \times 100\% = 80\%$$

$$\%(Mujeres \text{ respecto a las } personas \geq 130\text{cm}) = \frac{2}{4} \times 100 = 50\%.$$

Rpta.: A

2. En el siguiente gráfico se muestra la distribución de los ingresos mensuales en una tienda de venta de alimentos para animales, durante los meses de mayo, junio, julio y agosto del año 2023. Si en el mes de agosto el ingreso por las ventas fue de S/ 2000 más que en el mes de julio, ¿cuál fue el ingreso por las ventas en el mes de mayo?

DISTRIBUCIÓN DE LOS INGRESOS MENSUALES



- A) S/ 3500 B) S/ 2500
C) S/ 2400 D) S/ 3000
E) S/ 3600

Solución:

Primero, calculamos el porcentaje en el mes de agosto.

$$x = \frac{108^\circ \cdot 100\%}{360^\circ} = 30\%$$

Luego, $108^\circ \equiv 30\%$

Segundo, calculamos los ingresos en el mes de mayo.

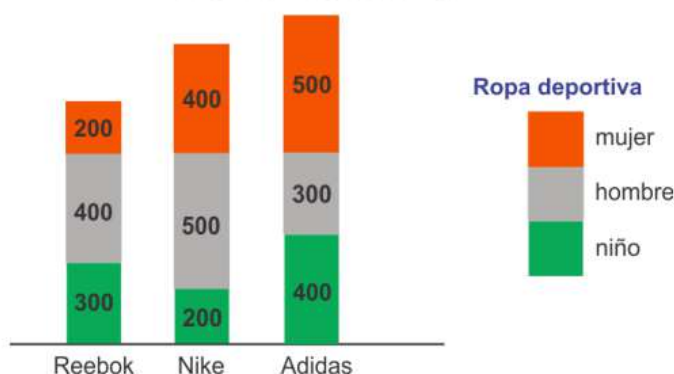
$$\text{Ingreso mes mayo} = \frac{\text{S/ 2 000} \cdot 15\%}{10\%} = \text{S/ 3 000}$$

Luego, el ingreso en mayo fue de S/ 3000.

Rpta.: D

3. En una tienda de venta de ropa para hacer deporte, se ha hecho el inventario de las ventas correspondientes a tres marcas de ropa de deporte: Adidas, Nike y Reebok, durante los tres primeros meses del año 2024. Si los resultados se muestran en el gráfico, ¿qué porcentaje representa la cantidad de ropa vendida para niños respecto al total de las ventas?

INVENTARIO DE LAS VENTAS DE LOS TRES PRIMEROS MESES



- A) 28,125 % B) 25,125 % C) 38,35 % D) 24,15 % E) 34,5 %

Solución:

En los tres meses del 2024 se vendió:

$$\begin{cases} \text{Reebok: } 300 + 400 + 200 = 900 \text{ vestimentas} \\ \text{Nike: } 200 + 500 + 400 = 1100 \text{ vestimentas} \\ \text{Adidas: } 400 + 300 + 500 = 1200 \text{ vestimentas} \end{cases}$$

En total se han vendido: 3200 ropas para deporte.

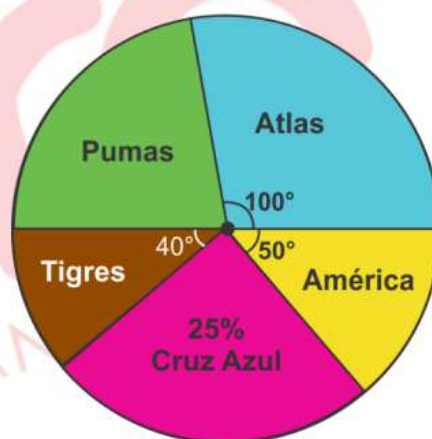
En los tres meses del año 2024 se han vendido $300 + 200 + 400 = 900$ vestimentas para niños, esto representa el $\frac{900}{3200} \times 100 \% = 28,125 \%$

Rpta.: A

4. A 216 estudiantes de un colegio mexicano se les preguntó de qué equipo son hinchas. Si los resultados se reflejan en el gráfico circular mostrado, y X representa la cantidad de hinchas del equipo de los Pumas e Y representa la cantidad de hinchas del equipo de Cruz azul, calcular el valor de $Y - X$.

- A) 10 B) 12 C) 18
D) 6 E) 15

Relación de los estudiantes que son hinchas de cinco clubes

**Solución:**

- **Atlas:** $100 \times 216/360 = 60$
 - **Pumas:** $80 \times 216/360 = 48 = X$
 - **América:** $50 \times 216/360 = 30$
 - **Tigres:** $40 \times 216/360 = 24$
 - **Cruz Azul:** $25 \times 216/360 = 15 = Y$
- Piden: $54 - 48 = 6$.

Rpta.: D

5. En un campeonato de fútbol, participaron los equipos Alfa, Beta y Gama jugando todos contra todos, en una sola ronda. En la tabla, se muestra la cantidad de goles a favor y goles en contra de los tres equipos al finalizar el campeonato; sin embargo, se olvidaron de llenar una casilla, tal como se muestra. Si Alfa ganó a Beta por tres goles de diferencia, ¿cuál fue el resultado del partido entre Gama y Alfa, en ese orden?

- A) 2 - 4
B) 4 - 2
C) 5 - 1
D) 1 - 5
E) 3 - 3

Equipos	Goles a favor	Goles en contra
Alfa	8	7
Beta		11
Gama	9	9

Solución:

De acuerdo a los goles a favor y goles en contra de Alfa y Beta, resulta

Alfa	vs	Beta	Alfa	vs	Gama	Beta	vs	Gama
↓		↓	↓		↓	↓		↓
$x+3$		x	$5-x$		$7-x$	$10-x$		$8-x$

Por los goles a favor de Gama, tenemos

$$7-x+8-x=9 \Rightarrow x=3.$$

Por lo tanto, el resultado: Gama y Alfa: 4 - 2.

Rpta.: B

6. En un partido de baloncesto escolar, los jugadores realizaron un total de 107 lanzamientos y, al terminar el partido, se contabilizó un total de 147 puntos. Si entre todos los jugadores encestaron varias canastas de 3 puntos, para las de 1 punto se encestaron el doble del número de canastas de 3 puntos, disminuido en tres y para las de 2 puntos se encestaron una cantidad que es el cuádruple del número de canastas de 1 punto, aumentado en tres, ¿cuántos lanzamientos fallaron en total?

A) 45 B) 50 C) 42 D) 36 E) 31

Solución:

Considerando:

x = número de canastas de 3 puntos

y = número de lanzamientos fallados

Como el total de puntos es 147 puntos, entonces:

Número de canastas	Puntos
x	3
$2x - 3$	1
$4(2x-3) + 3$	2
y	0

La relación con los puntos:

$$3x + 2x - 3 + 2[4(2x - 3) + 3] = 147$$

$$5x - 3 + 16x - 18 = 147$$

$$21x = 168$$

$$x = 8$$

Relación con las canastas:

$$x + 2x - 3 + 4(2x - 3) + 3 + y = 107$$

$$3x - 3 + 8x - 12 + 3 + y = 107$$

$$11x + y = 119$$

$$y = 119 - 11(8) = 31$$

Rpta.: E

7. En un campeonato de fútbol, participaron los equipos Aries, Tauro y Piscis jugando todos contra todos, en una sola ronda. En la tabla se muestra la cantidad de goles a favor (GF) y goles en contra (GC) de los tres equipos, al finalizar el campeonato. Si Tauro empató con Aries, ¿cuál fue el resultado del partido entre los equipos de Tauro y Piscis, en ese orden?

Equipos	GF	GC
Aries	11	10
Tauro	9	9
Piscis	9	10

- A) 2 - 6 B) 6 - 2 C) 5 - 3 D) 3 - 5 E) 4 - 4

Solución:

Resultados de los partidos:

Aries - Tauro	Tauro - Piscis	Aries - Piscis
X X	9 - X X - 1	11 - X 10 - X

Por goles en contra de Piscis: $11 - x + 9 - x = 10 \rightarrow x = 5$

Por tanto, el resultado de Tauro con Piscis es de 4-4.

Rpta.: E

8. En un campeonato de fútbol, participaron los equipos Rojos, Celestes, Verdes y Negros jugando todos contra todos, en una sola ronda. En la tabla solo se tienen algunos datos, del final del campeonato.

Equipos	Partidos Ganados	Partidos Empatados	Partidos Perdidos	Goles a Favor	Goles en Contra
Rojos		1			0
Celestes	1	2		2	1
Verdes		1			2
Negros			3	0	3

¿Cuál fue el resultado del partido entre Rojos y Verdes, en ese orden?

- A) 0 - 1 B) 1 - 1 C) 0 - 0 D) 2 - 0 E) 1 - 0

Solución:

Con los datos de la tabla tenemos que

Rojos vs. Celestes = 0-0

Rojos vs. Verdes = 1-0

Rojos vs. Negros = 1-0

Celestes vs. Verdes = 1-1

Celestes vs. Negros = 1-0

Verdes vs. Negros = 1-0

Luego se cumple que Rojos vs. Verdes: 1-0.

Rpta.: E

9. En la figura, ABCD es un rectángulo. Se desea determinar el área de la región limitada por el rectángulo ABCD.



Información brindada:

- I. El largo del rectángulo ABCD es mayor que 10 cm.
- II. El perímetro del rectángulo ABCD es de 60 cm.
- III. La diferencia, en ese orden, entre el largo y ancho del rectángulo es de 20 cm.

Para resolver el problema,

- A) la información II es suficiente.
- B) es necesario usar I y II.
- C) es necesario usar II y III.
- D) cada una de las informaciones por separado es suficiente.
- E) la información I es suficiente.

Solución:

Sea

l: largo y a: ancho.

De I: $l > 10$

De II: $2l + 2a = 60$ tenemos $l + a = 30$

De III: $l - a = 20$

De II y III

$$\left. \begin{array}{l} l + a = 30 \\ l - a = 20 \end{array} \right\} l = 25, a = 5 \Rightarrow \text{Área} = 25 \times 5 = 125$$

Usando II y III obtenemos un valor del área.

Por lo tanto, es necesario II y III.

Rpta.: C

10. Juan, Julio y José, son abogados cuyas edades son menos de 40 años; además los números que representan dichas edades son múltiplos de tres, consecutivos, no necesariamente en ese orden. Se desea determinar la edad del menor de ellos.

Información brindada:

- I. El promedio aritmético de las edades de dos de ellos es igual a la edad del tercero.
- II. La edad del mayor de ellos es un cuadrado perfecto de dos cifras.

Para resolver el problema,

- A) la información I es suficiente.
- B) la información II es suficiente.
- C) es necesario usar ambas informaciones.
- D) cada una de las informaciones por separado es suficiente.
- E) se necesita más información.

Solución:

Sean las edades: $3k-3$; $3k$; $3k+3$
La información I no es suficiente.
La información II es suficiente.

De los cuadrados perfectos de dos cifras múltiplos de tres: 36 y 81 para las edades de los jóvenes cumple el número 36.

Luego: $3k+3=36$ entonces $k=11$
El menor tiene 30 años.

Rpta.: B

11. Abel observa en una tienda un aviso que dice: casaca + chompa + bufanda = S/ 700. Entra en la tienda y compra dos chompas, una casaca y dos bufandas. Se desea determinar cuánto pagó Abel por su compra.

Información brindada:

- I. Una casaca cuesta S/ 350.
- II. Una casaca cuesta tanto como una chompa y una bufanda juntas.

Para resolver el problema,

- A) la información I es suficiente.
- B) la información II es suficiente.
- C) es necesario usar ambas informaciones.
- D) cada una de las informaciones por separado es suficiente.
- E) se necesita más información.

Solución:

Usando la información I

Casaca = S/ 350 y usando el dato inicial.

Entonces: chompa + bufanda = S/ 350

Luego 2chompas + 2 bufandas = S/ 700

Abel paga en total: S/ 1050.

Usando la información II

Casaca = Chompa + bufanda y usando el dato inicial.

Entonces: chompa + bufanda = S/ 350 = Casaca.

Luego 2chompas + 2 bufandas + casaca = S/ 700 + S/ 350 = S/ 1050.

Rpta.: D

12. Eva tiene solo dos hijos: Julián, que es el mayor, y Francisco; además, Eva es 35 años mayor que Francisco. Se quiere determinar la edad, en este momento, de Eva.

Información brindada:

- I. En este momento, la suma de las edades de sus hijos es igual a la edad actual de Eva.
- II. La diferencia de las edades de Julián y Francisco es de 12 años.

Para resolver el problema,

- A) la información I es suficiente.
- B) la información II es suficiente.
- C) es necesario usar ambas informaciones.
- D) cada una de las informaciones por separado es suficiente.
- E) se necesita más información.

Solución:

Usando la información I

Eva = Julián + Francisco

Por el dato inicial del problema: Eva = 35 + Francisco.

Reemplazando Julián = 35 años.

Usando la información II

Julián – Francisco = 12.

Entonces debemos usar la información I

Francisco = 23 años.

Luego usando I y II, Eva tiene $35 + 23 = 58$ años.

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Con respecto a seis cursos dictados en el centro Pre San Marcos, se hizo una encuesta entre los alumnos del ciclo ordinario con respecto a qué curso les agradaba más. Cada alumno escogió un solo curso. Los resultados se muestran en la figura. Si 437 alumnos escogieron el curso de Habilidad Lógico Matemática, ¿a cuántos les gusta Geometría o Aritmética?

- A) 540 B) 450 C) 340
D) 370 E) 200

Solución:

$$\text{Algebra} = \frac{12}{100}(360^\circ) = 43,2^\circ$$

$$\text{Fisica} = \frac{24}{100}(360^\circ) = 86,4^\circ$$

$$\begin{aligned}\text{Logico} &= 360^\circ - (90^\circ + 43,2^\circ + 18^\circ + 86,4^\circ + 35^\circ) \\ &= 87,4^\circ\end{aligned}$$

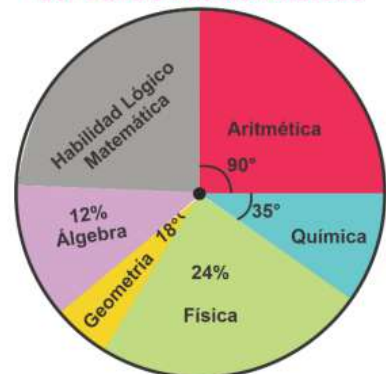
$$\frac{437}{87,4^\circ} = \frac{\text{Geometria}}{18^\circ} = \frac{\text{Aritmetica}}{90^\circ}$$

$$\text{Geometria} = 90$$

$$\text{Aritmetica} = 450$$

$$\text{Total} = 540$$

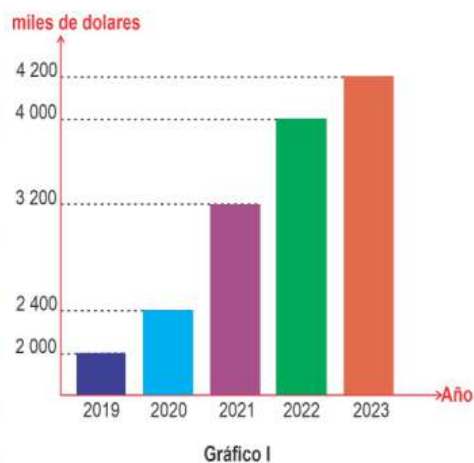
Encuesta a los alumnos del Centro Pre San Marcos

**Rpta.: A**

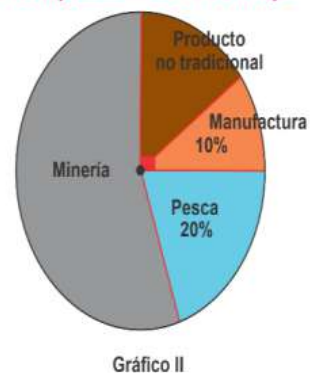
2. El gráfico I muestra el valor de las exportaciones del Perú a los países de Europa, desde el año 2019 al 2023, en miles de dólares. Determine el monto total, en miles de dólares, por las exportaciones en el sector producto no tradicional del 2019 al 2023, considerando la distribución por sectores del gráfico II.

- A) 2680 B) 2880 C) 2730 D) 2370 E) 2860

Exportaciones de Perú a los países de Europa



Distribución por sectores de las exportaciones de Perú a Europa



Solución:

Se pide el monto total, en miles de dólares, por las exportaciones en el sector producto no tradicional del 2019 al 2023.

Total, de exportaciones en miles de dólares= 15 800(en miles de dólares)

Distribución por sectores
de las exportaciones de Perú a Europa

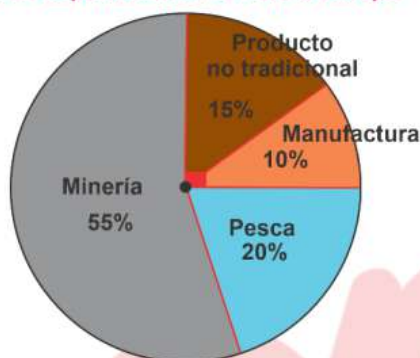


Gráfico II

$$\text{Total exportaciones producto no tradicional} = \frac{15}{100} (15\ 800) = 2\ 370$$

Rpta.: D

3. La siguiente tabla, muestra la distribución de las estaturas de 80 estudiantes. Si la estadística obtenida de su talla en centímetros es la siguiente

Intervalos de estatura en cm	Cantidad Estudiantes
Hasta 140	12
de 141 a 150	16
de 151 a 160	18
de 161 a 170	24
Mas de 170	10

Con respecto a las siguientes afirmaciones, establecer el valor de verdad (V o F).

- I. No es verdad que los estudiantes de estatura mayor de 170 cm son el 12,5 % de los encuestados.
- II. El porcentaje de estudiantes que miden más de 150 cm son el 65 % de los encuestados.
- III. Es falso que 20 % de los encuestados son los que tienen la menor estatura.

Dar la respuesta en el orden indicado.

- A) FVV B) FVF C) FFF D) VFV E) VVF

Solución:

Analizando

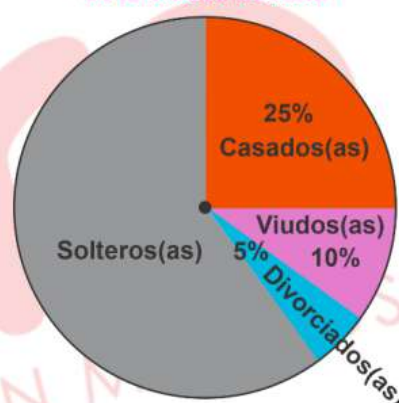
- I) %Estudiantes de estatura de más de 170 cm = $\frac{10}{80} \cdot 100\% = 12,5\%$ FALSO.
 II) % Estudiantes > 150 cm = $\frac{52}{80} \cdot 100\% = 65\%$ VERDAD.
 III) % de Menor estatura = $\frac{12}{80} \cdot 100\% = 15\%$ VERDAD.

Rpta.: A

4. El siguiente gráfico muestra el estado civil de los habitantes de la ciudad de Anta. Si el total de viudos(as) es de 2500 y se sabe que el 3 % de las personas solteros(as) postulan a la UNMSM, ¿cuántas de estas personas solteros(as) no postulan a la UNMSM?

- A) 16 550 B) 11 550 C) 24 550
 D) 15 000 E) 14 550

Estado civil de los habitantes de la ciudad de Anta

**Solución:**

Tenemos:

$$\text{Viudos} = 10\% = 2\,500.$$

$$\text{Solteros} = 60\% = 15\,000.$$

$$\text{Total} = 25\,000.$$

$$\text{Postulan} = 3\% \text{ Solteros} = 450.$$

$$\text{No postulan} = 15\,000 - 450 = 14\,550.$$

Rpta.: E

5. Por el aniversario del distrito de Curasco, provincia de Grau, departamento de Apurímac, siete familias que viven en Lima organizan un campeonato relámpago de fútbol femenino, en la modalidad de todos contra todos, en una sola ronda. Por partido ganado se asigna 3 puntos, por partido empatado 1 punto y por partido perdido 0 puntos. Si aún falta jugarse un partido para finalizar el campeonato y la familia Ochupe le ganó a la familia Barrios, en la tabla mostrada al completarla, ¿cuál es el valor de X y con cuál equipo empató el equipo de la familia Mayhuire?

Equipos	PJ	PG	PE	PP	Puntos
Taípe					18
Huamaní			0		15
Gonzales				3	7
Barrios		2		4	
Ochupe	5				5
Mayhuire			1	X	4
Quispe	6				2

A) 4 - Gonzales

B) 4 - Quispe

C) 3 - Quispe

D) 3 - Gonzales

E) 3 - Barrios

Solución:

Cada equipo debería tener 6 partidos jugados como máximo.

La familia Taípe tiene 18 puntos entonces $PG=6$, $PE=0$, $PP=0$.

Para la familia Huamaní tener 15 puntos, solo pudo perder uno, contra la familia Taípe. Además, no ha empatado ninguno. $PG = 5$, $PP = 1$.

Como la familia Gonzales ha perdido 3 partidos y tiene 7 puntos, $PG = 2$, $PE = 1$.

La familia Barrios ha jugado 6 partidos (2 ganados y 4 perdidos) luego $PE = 0$.

La familia Ochupe no ha jugado un partido, significa que otro equipo también ha jugado solo 5 partidos. Para obtener 5 puntos y ya que por lo menos ha perdido 2 partidos, entonces $PG = 1$ y $PE = 2$, luego $PP = 2$.

Finalmente, la tabla quedaría así:

Equipos	PJ	PG	PE	PP	Puntos
Taípe	6	6	0	0	18
Huamaní	6	5	0	1	15
Gonzales	6	2	1	3	7
Barrios	6	2	0	4	6
Ochupe	5	1	2	2	5
Mayhuire	5	1	1	3	4
Quispe	6	0	2	4	2

El valor de X es 3.

No puede suceder que la familia Mayhuire y la familia Gonzales hayan empatado. Además, como la familia Ochupe y Mayhuire no han jugado, solo queda que la familia Mayhuire empató contra los Quispe.

Rpta.: C

6. En la final de una competencia, de patinaje de parejas sobre hielo, compiten los representantes de cuatro países: China, Noruega, Finlandia y Suecia. Cada uno de los tres miembros del jurado puede otorgar a cada una de las parejas: 1 punto, 2 puntos, 3 puntos o 4 puntos. Cada juez debe asignar puntajes distintos a cada pareja. Al final de la competencia el coordinador general, que conoce las sumas de los totales de los puntos que fueron otorgados y los puntajes de manera individual, anotó algunos de estos en la tabla mostrada. ¿Cuánto suma, el puntaje dado a China por el tercer juez con el puntaje dado a Finlandia por el segundo juez?

	Finlandia	Noruega	Suecia	China
Primer juez	3	1		
Segundo juez		3	1	
Tercer juez				
Suma de puntos	8	6	4	12

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Solución:

En la siguiente tabla se muestra los resultados

	Finlandia	Noruega	Suecia	China
Primer juez	3	1	2	4
Segundo juez	2	3	1	4
Tercer juez	3	2	1	4
Suma de puntos	8	6	4	12

Luego, la suma de puntos es $4+2 = 6$.

Rpta.: D

7. Tres equipos A, B y C disputan la final de un torneo de fútbol, en el cual juegan todos contra todos en una sola ronda. La tabla muestra algunos datos como goles a favor (GF), goles en contra (GC), partidos ganados (PG), partidos empatados (PE) y partidos perdidos (PP). Si en dicho torneo el equipo A campeonó por diferencia de goles, ¿cuál fue el resultado en el partido entre B y C, en ese orden?

	PG	PE	PP	GF	GC
A		1		4	2
B				3	2
C				2	5

- A) 1 - 2 B) 2 - 1 C) 3 - 1 D) 1 - 0 E) 1 - 1

Solución:

Considere:

B	vs	C
x		y

Con esta información tenemos:

A	vs	B
2 - y		3 - x

A	vs	C
y + 2		2 - y

Del problema se tiene que el equipo A ganó un juego y el otro lo empató, luego se observa que empató con B y ganó a C.

Por lo tanto : $2 - y = 3 - x \rightarrow x - y = 1$

$$3 - x + 2 - y = \text{Goles en Contra de A} = 2 \rightarrow x + y = 3$$

Resolviendo: $x = 2$ y $y = 1$

Rpta.: B

8. La final de un torneo interprovincial de fútbol lo disputaron los equipos Atlético Sol Naciente, Deportivo Estrella y Fuerza Unión FC, los cuales jugaron todos contra todos en una sola ronda. Al finalizar el torneo, se anotaron los goles a favor (GF) y los goles en contra (GC) en una tabla, sin embargo, se olvidaron de llenar dos casillas, como se muestra en la figura. Si el equipo de Fuerza Unión FC empató todos sus partidos, ¿cuál fue el resultado en el partido entre Atlético Sol Naciente y Deportivo Estrella, en ese orden?

	GF	GC
Atlético Sol Naciente		5
Deportivo Estrella	7	8
Fuerza Unión FC	6	

- A) 5 - 2 B) 4 - 3 C) 3 - 4 D) 3 - 2 E) 2 - 5

Solución:

- Se disputaron tres partidos.
- En la figura se muestra los resultados de los partidos.

Atlético Sol Naciente vs Deportivo Estrella	Atlético Sol Naciente vs Fuerza Unión FC	Deportivo Estrella vs Fuerza Unión FC
4 - 3	2 - 2	4 - 4

Luego, el partido entre Atlético Sol Naciente y Deportivo Estrella fue de 4-3.

Rpta.: B

9. Se desea determinar las edades actuales de los hermanos Juan y Julio.

Información brindada:

- Hace 5 años, sus edades sumaban 28 años.
- Dentro de 13 años, sus edades sumarán 64 años.

Para resolver el problema,

- la información I es suficiente.
- la información II es suficiente.
- es necesario usar ambas informaciones.
- cada una de las informaciones por separado es suficiente.
- se necesita más información.

Solución:

Sean a : edad actual de Juan y b : la edad actual de Julio.

- $(a-5)+(b-5)=28 \Rightarrow a+b=38$
- $(a+13)+(b+13)=64 \Rightarrow a+b=38$

Por tanto, se necesitan más datos, pues no es suficiente conocer I y II.

Rpta.: E

10. Se desea determinar la cantidad mínima de mayólicas cuadradas congruentes, que se puede colocar, sin romperlas ni traslaparlas, en un pequeño campo deportivo de forma rectangular y cubrirlo completamente.

Información brindada:

- I. El perímetro del campo deportivo es igual a 100 m.
- II. El lado menor del campo deportivo tiene una medida de 18 m.
- III. Cada arco de fútbol colocado en el campo tiene una altura de 190 cm.

Para resolver el problema,

- A) la información I es suficiente.
- B) cada información por separado es suficiente.
- C) la información II es suficiente.
- D) es necesario usar I y II.
- E) es necesario usar I, II y III.

Solución:

Usando la información II
El ancho del campo es de 18 m

Usando ese dato en la información I
 $2(18 \text{ m} + x \text{ m}) = 100 \text{ m}$
 $18 \text{ m} + x \text{ m} = 50 \text{ m} \rightarrow x = 32 \text{ m}$

Luego el largo del campo deportivo es de 32 m.

Con estos dos datos se puede calcular la cantidad mínima de mayólicas cuadradas.

Rpta.: D



Aritmética

EJERCICIOS DE CLASE

1. ¿Cuántas «palabras» distintas sin importar el sentido de ellas, se pueden formar permutando las letras de la palabra PERÚ?
- A) 15 B) 16 C) 19 D) 20 E) 24

Solución:

$$P^4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

Rpta.: E

2. Para cerrar cajas fuertes y cámaras automáticas para equipajes, se utilizan candados secretos, que se abren solo empleando cierta «palabra secreta» alineada; esta palabra se forma mediante discos giratorios, en los cuales se han escrito letras, como muestra la imagen. Si en cada disco se ha escrito 6 letras, y la palabra secreta está formada por 4 letras ¿cuántas pruebas infructuosas como máximo pueden ser efectuadas por una persona que desconozca la palabra secreta?



- A) 4095 B) 23 C) 14 D) 1295 E) 1296

Solución:

$$VR_4^6 - 1 = 6^4 - 1 = 1295$$

Rpta.: D

3. En Fomite, videojuego de recreación, compiten 12 jugadores en la batalla campal, duelo en una isla, que consiste en eliminarse mutuamente hasta que solo quede un superviviente. Kismia es uno de los 12 jugadores. ¿Cuántos posibles enfrentamientos diferentes de 1 a 1 victoriosos puede realizar Kismia para ganar el juego?

- A) 66 B) 55 C) 45 D) 36 E) 84

Solución:

Si todos se eliminan entre ellos, excepto 1, solo Kismia elimina al que quedó: 1 forma

Si todos se eliminan entre ellos, excepto 2, solo Kismia elimina a los dos que quedaron: 2 formas

Si Kismia elimina a los 11 jugadores: 11 formas

$$= 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 11 = \frac{11 \times 12}{2} = 66$$

Rpta.: A

4. Dos caballeros y tres damas van al cine y encuentran 5 butacas juntas en una misma fila. ¿De cuántas maneras diferentes pueden ubicarse en dichas butacas, si las tres damas están enemistadas y no se sentarán una al costado de otra?

- A) 6 B) 12 C) 18 D) 24 E) 84

Solución:

$$D_1 C_1 D_2 C_2 D_3$$

$$3! \times 2! = 12$$

Rpta.: B

5. Un domador de fieras quiere sacar en fila, de la arena del circo, a 4 leones y 3 tigres. Un tigre no puede ir detrás de otro tigre. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden distribuir a los 7 felinos con la condición dada?

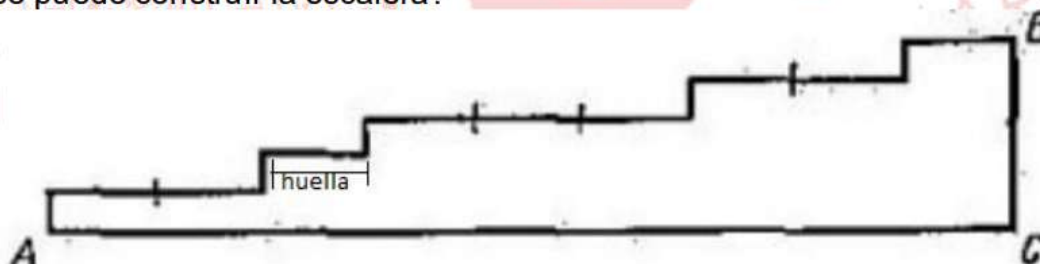
A) 144 B) 64 C) 1440 D) 81 E) 3600

Solución:

$$P^4 V_3^5 = 4! \times \frac{5!}{2!} = 1440$$

Rpta.: C

6. Se construye una escalera que conduce del punto A al B, como se muestra en la figura. Si $AC = 4,5m$ y $CB = 1,5m$. La altura de cada escalón es igual a $30cm$, y su huella, a un múltiplo entero de $50cm$. Con las condiciones dadas, ¿de cuántas maneras diferentes se puede construir la escalera?



A) 250 B) 210 C) 462 D) 252 E) 126

Solución:

La escalera debe tener $\frac{1,5}{0,3} = 5$ escalones, como $\frac{4,5}{0,5} = 9$, hay 10 lugares en donde se puede hacer un escalón, entonces:

$$\binom{10}{5} = \frac{10!}{5! \times 5!} = 252$$

Rpta.: D

7. Piero es un estudiante sanmarquino. En su biblioteca, tiene 12 libros de diferente espesor apilados en fila. ¿De cuántas formas diferentes puede escoger 5 de estos de modo que no escoja dos juntos?

A) 792 B) 120 C) 56 D) 84 E) 60

Solución:

$$\binom{8}{5} = \frac{8!}{3! \times 5!} = 56$$

Rpta.: C

8. Alrededor de la mesa redonda del rey Arturo hay sentados 12 caballeros. Entre ellos, cada uno está enemistado con sus vecinos. Hay que escoger 5 caballeros para liberar a una princesa encantada. ¿De cuántas maneras diferentes se puede hacer esto, procediendo de modo que entre los caballeros elegidos no haya enemistados?

A) 60 B) 36 C) 330 D) 24 E) 44

Solución:

$$\binom{6}{4} + \binom{7}{5} = 36$$

Rpta.: B

9. En un carrusel juegan 6 niños, uno en cada asiento. Estos decidieron cambiar de lugar, de forma que delante de cada uno quede otro distinto del que había antes. ¿De cuántas maneras diferentes se puede efectuar esto?

A) 36 B) 24 C) 56 D) 60 E) 45

Solución:

$$P^5 - C_1^6 P^4 + C_2^6 P^3 - C_3^6 P^2 + C_4^6 P^1 - C_5^6 P^0 + C_6^6 = 120 - 144 + 90 - 40 + 15 - 6 + 1 = 36$$

Rpta.: A

10. ¿De cuántas maneras diferentes se podrán colocar 7 bolas idénticas en 4 cajas, de tal manera que ninguna caja quede vacía?

A) 28 B) 35 C) 20 D) 40 E) 48

Solución:

$$\binom{7-1}{4-1} = \frac{6!}{3! \times 3!} = 20$$

Rpta.: C**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. ¿Cuántas palabras distintas, sin importar el orden de las letras, se pueden formar permutando las letras de la palabra ARITMÉTICA?

A) $\frac{10!}{2!}$ B) $(10!) \times 8$ C) $\frac{10!}{6}$ D) $10!$ E) $\frac{10!}{8}$

Solución:

$$PR_{2;2;2}^{10} = \frac{10!}{2! \times 2! \times 2!} = \frac{10!}{8}$$

Rpta.: E

2. Al transmitir información por el telégrafo, se utiliza un código secreto; en este, las letras, las cifras y los signos de puntuación se denotan con puntos y rayas. Para algunas letras se utiliza un solo signo (E •) y para otras hay que utilizar cinco signos (7 — — •••). Con a lo más cinco signos ¿cuántas palabras diferentes, incluido cifras y signos se puede transmitir?

A) 64 B) 62 C) 32 D) 25 E) 120

Solución:

$$VR_1^2 + VR_2^2 + VR_3^2 + VR_4^2 + VR_5^2 = 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 = 62$$

Rpta.: B

3. Dota 2 es un videojuego que generalmente se juega en partidas entre dos equipos de cinco jugadores, Thunder Awaken, Beastcoast y Evil Geniuses son equipos peruanos de Dota 2 que compiten en el torneo internacional donde participan 20 equipos del mundo. ¿De cuántas formas diferentes los equipos peruanos podrían ser parte del campeón o subcampeón?

A) 6 B) 12 C) 60 D) 9 E) 8

Solución:

$$V_2^3 + 2\binom{3}{1} = 12$$

Rpta.: B

4. Cuatro parejas de enamorados se sientan alrededor de una mesa circular. Determine de cuántas maneras diferentes podrán sentarse si uno de los varones en particular decide sentarse lo más lejos de su enamorada.

A) 960 B) 2880 C) 1440 D) 720 E) 1080

Solución:

$$2 \times 6! = 1440$$

Rpta.: C

5. Una señorita caunter que enviaba documentos digitales oficiales por correo electrónico, cierto momento que andaba emocionada por su primera cita y tenía que enviar 5 documentos a sus destinatarios en sus respectivos correos electrónicos. ¿En cuántos casos diferentes la señorita habría hecho una confusión total, es decir que ninguno hubiera recibido el documento que le corresponde?

A) 50 B) 20 C) 60 D) 44 E) 36

Solución:

$$P^5 - V_4^5 + V_3^5 - V_2^5 + V_1^5 - V_0^5 = 120 - 120 + 60 - 20 + 5 - 1 = 44$$

Rpta.: D

6. ¿De cuántas maneras diferentes dos señoritas y cinco varones pueden acomodarse en una carpeta de siete asientos para escuchar el maratón de aritmética, si entre las señoritas deben sentarse dos varones exactamente?

A) 800 B) 600 C) 480 D) 960 E) 1200

Solución:

$$P_2^5 4! \times 2! = 960 \text{ maneras diferentes.}$$

Rpta.: D

7. Dos equipos juegan una serie de partidos de voleibol hasta que uno alcance cuatro victorias. ¿De cuántas formas diferentes puede desarrollarse la serie de partidos?

A) 70 B) 35 C) 60 D) 72 E) 24

Solución:

$$2 \times \binom{7}{4} = 70$$

Rpta.: B

8. Un niño sube una escalera de 9 escalones, subiendo uno o dos peldaños por vez ¿De cuántas maneras diferentes puede hacerlo?

A) 48 B) 50 C) 42 D) 60 E) 55

Solución:

$$PR_9^9 + PR_7^8 + PR_{2;5}^7 + PR_{3;3}^6 + PR_4^5 = 1 + 8 + 21 + 20 + 5 = 55$$

Rpta.: E

9. ¿De cuántas maneras diferentes se podrán colocar 7 bolas idénticas en 4 cajas?

A) 280 B) 120 C) 210 D) 35 E) 240

Solución:

$$CR_4^7 = \binom{10}{4} = 210$$

Rpta.: C

10. Por el desierto va una caravana formada por 5 camellos. La travesía dura muchos días y, al fin, a todos les aburre delante de sí al mismo camello. ¿De cuántas maneras diferentes se puede intercambiar los camellos de forma que delante de cada uno vaya otro distinto del anterior?

A) 111 B) 53 C) 44 D) 25 E) 100

Solución:

$$P^5 - C_1^4 P^4 + C_2^4 P^3 - C_3^4 P^2 + C_4^4 P^1 = 120 - 96 + 36 - 8 + 1 = 53$$

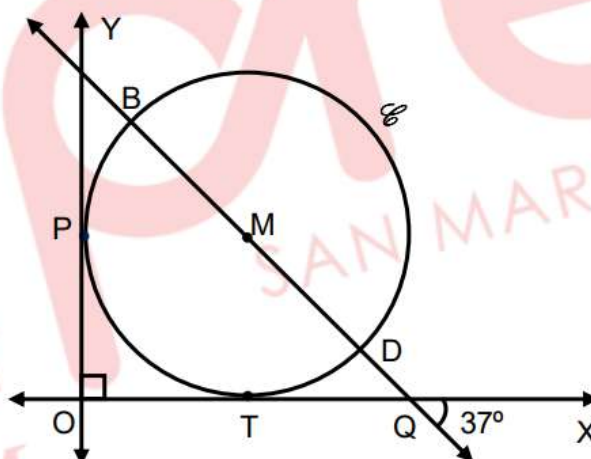
Rpta.: B

Geometría

EJERCICIOS

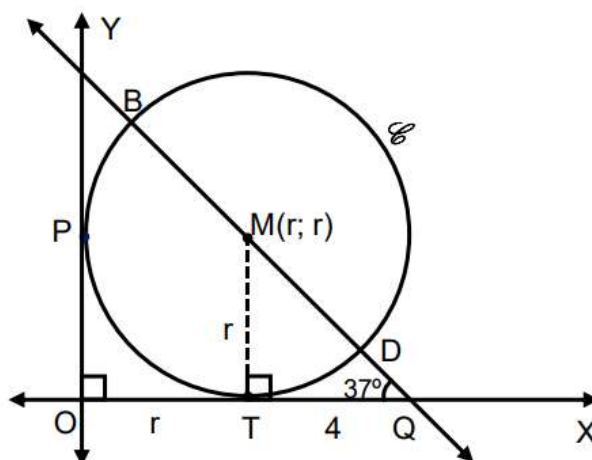
1. En la figura, P y T son puntos de tangencias. Si $QB \cdot QD = 16 \text{ m}^2$, halle la ecuación de la circunferencia de centro M.

- A) $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 9$
 B) $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 16$
 C) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$
 D) $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$
 E) $(x - 5)^2 + (y - 5)^2 = 25$



Solución:

- Teorema de la tangente:
 $TQ^2 = QB \cdot QD$
 $\Rightarrow TQ = 4$
- $\triangle MTQ$: notable de 37° y 53°
 $\Rightarrow r = 3$
- Ecuación de la circunferencia de centro M
 $\mathcal{C}: (x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 9$

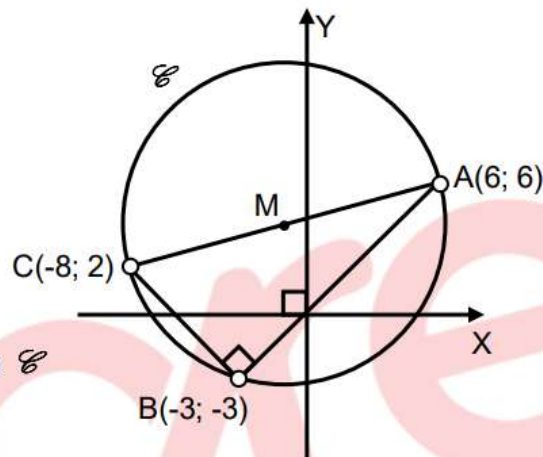


Rpta.: A

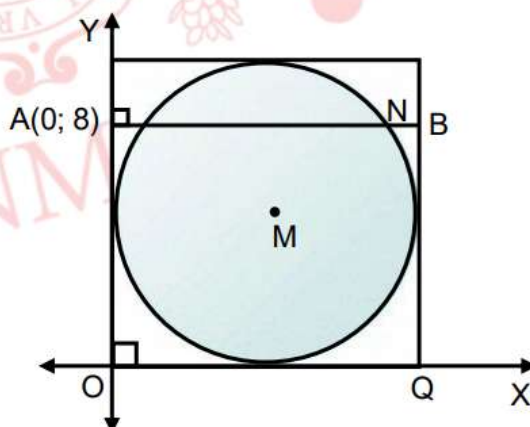
2. Los puntos $A(6; 6)$, $B(-3; -3)$ y $C(-8; 2)$ pertenecen a la circunferencia de una lámina circular de aluminio. Halle las coordenadas del centro de la lámina.

A) $(-1; 3)$ B) $(-1; 2)$ C) $(1; 3)$ D) $(-1; 4)$ E) $(1; 2)$ **Solución:**

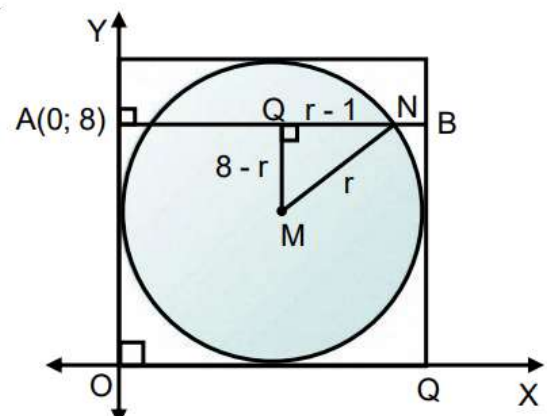
- Pendiente de $\overline{AB}$: $m_1 = 1$
- Pendiente de $\overline{BC}$: $m_2 = -1$
- Como $m_1 \cdot m_2 = -1$
 $\Rightarrow m_{\angle CBA} = 90^\circ$
- $\overline{AC}$ diámetro de la circunferencia $\mathcal{C}$
 $\Rightarrow M(-1; 4)$

**Rpta.: D**

3. La figura muestra una ventana de forma circular inscrita en un tablero cuadrado. Para colocar el vidrio se ha usado el soporte $\overline{AB}$ tal que $BN = 1$ m, halle la longitud del borde de la ventana.

A) 12π mB) 11π mC) 10π mD) 13π mE) 15π m**Solución:**

- $\triangle MQN$: Teorema de Pitágoras
 $\Rightarrow r^2 = (8 - r)^2 + (r - 1)^2$
 $\Rightarrow r = 5$

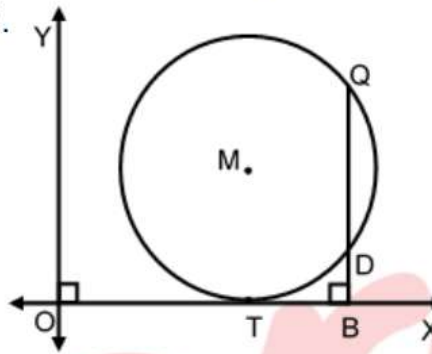


- Borde de la ventana
 $2\pi r = 10\pi \text{ m}$

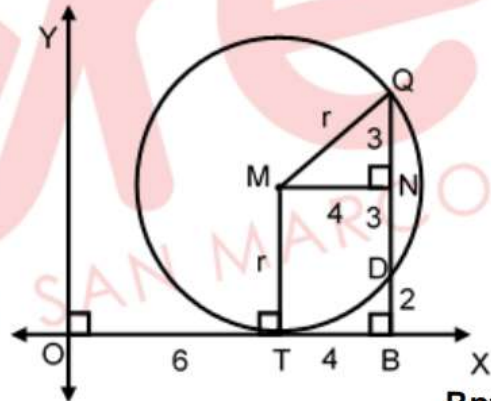
Rpta.: C

4. En la figura, T es punto de tangencia. Si $OT = 6 \text{ m}$ y $TB = 2BD = 4 \text{ m}$, halle la ecuación de la circunferencia de centro M.

- A) $(x - 6)^2 + (y - 3)^2 = 9$
 B) $(x - 6)^2 + (y - 4)^2 = 16$
 C) $(x - 6)^2 + (y - 1)^2 = 1$
 D) $(x - 6)^2 + (y - 2)^2 = 4$
 E) $(x - 6)^2 + (y - 5)^2 = 25$

**Solución:**

- Teorema de la tangente:
 $TB^2 = BQ \cdot BD$
 $\Rightarrow BQ = 8$
- $\triangle MNQ$: notable de 37° y 53°
 $\Rightarrow r = 5$
- Ecuación de la circunferencia de centro M
 $(x - 6)^2 + (y - 5)^2 = 25$



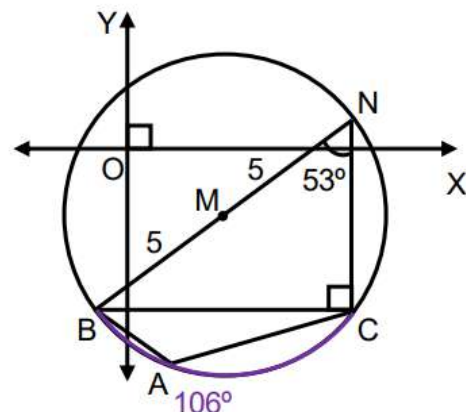
Rpta.: E

5. Un triángulo BAC obtuso en A está inscrito en una circunferencia $\mathcal{C}: x^2 + y^2 + 6x - 4y - 12 = 0$. Si $\widehat{mBC} = 254^\circ$, halle BC.

- A) 6 m B) 7 m C) 5 m D) 8 m E) 9 m

Solución:

- De la ecuación $\mathcal{C}: (x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$
se tiene: $r = 5$
 $\Rightarrow BN = 10$
- $\triangle NCB$: notable de 37° y 53°
 $BC = 8 \text{ m}$



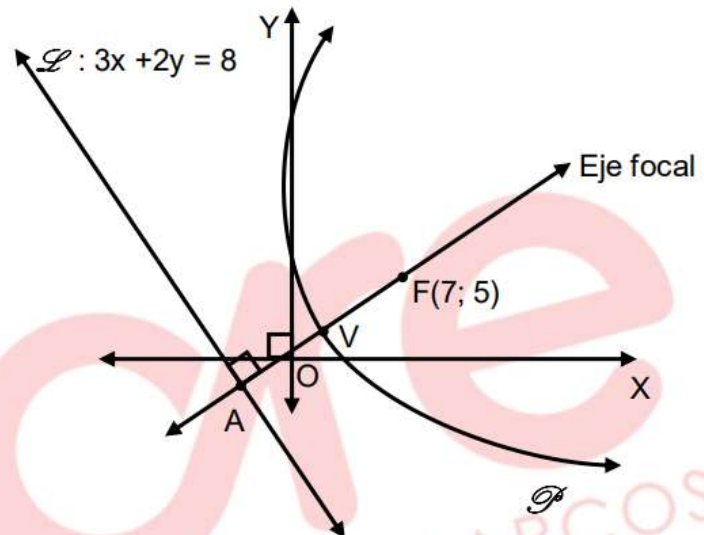
Rpta.: D

6. Las coordenadas del foco de la parábola $\mathcal{P}$ es $F(7; 5)$ y la ecuación de su recta directriz es $\mathcal{L} : 3x + 2y = 5$. Halle las coordenadas del vértice de la parábola $\mathcal{P}$.

A) (1; 3) B) (4; 3) C) (1; 2) D) (1; 4) E) (1; 5)

Solución:

- Ecuación del eje focal
 $\mathcal{L}_{\text{eje}}: 2x - 3y = -1$
- $A \in \mathcal{L} \cap \mathcal{L}_{\text{eje}} \Rightarrow A = (1; 1)$
- V punto medio de $\overline{AF}$
 $\Rightarrow V(4; 3)$



Rpta.: B

7. Una parábola $\mathcal{P}$ tiene como directriz la recta $\mathcal{L} : 15x - 8y - 9 = 0$ y foco en el punto $F(8; -1)$. Halle la longitud del lado recto (en metros).

A) 16 m B) 12 m C) 15 m D) 14 m E) 18 m

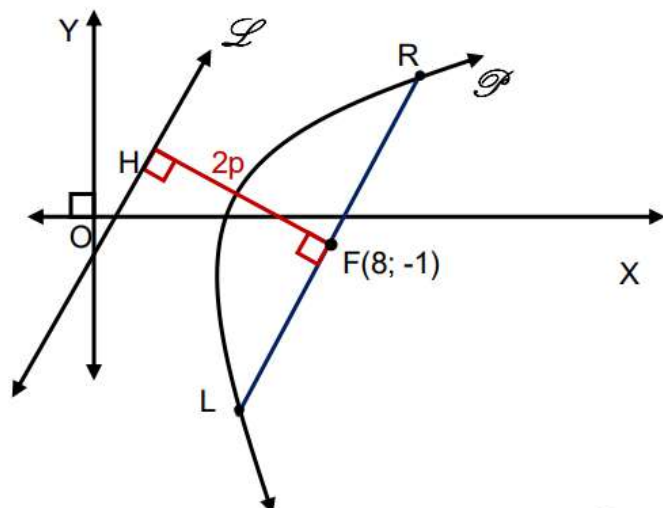
Solución:

- La distancia de F a la recta $\mathcal{L}$

$$2p = \frac{|120 + 8 - 9|}{\sqrt{(15)^2 + (-8)^2}} = 7$$

- Longitud del lado recto

$$LR = |4p| = 14 \text{ m}$$



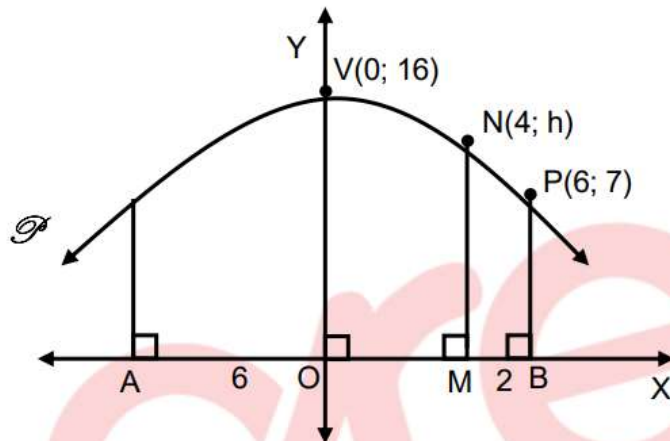
Rpta.: D

8. El techo de un garaje de 12 m de ancho en la base tiene la forma de una parábola con 16 m de altura en el centro y 7 m de altura en las paredes laterales. Halle la altura del techo a 2 m de una de las paredes.

A) 16 m B) 12 m C) 16 m D) 10 m E) 14 m

Solución:

- Ecuación de la parábola
 $\mathcal{P}: x^2 = -4(y - 16)$
- $N(4; h) \in \mathcal{P}$
 $\Rightarrow h = 12$



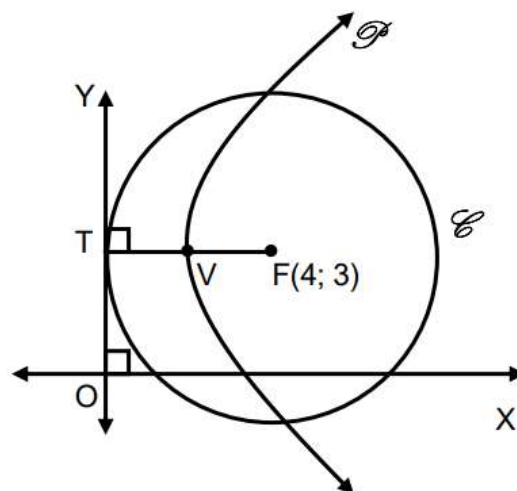
Rpta.: B

9. Halle el área de la región limitada por la circunferencia cuyo centro es el foco de la parábola $\mathcal{P}: y^2 - 8x - 6y + 25 = 0$ y es tangente a la recta directriz de la parábola.

A) $16\pi \text{ m}^2$ B) $12\pi \text{ m}^2$ C) $15\pi \text{ m}^2$ D) $8\pi \text{ m}^2$ E) $9\pi \text{ m}^2$

Solución:

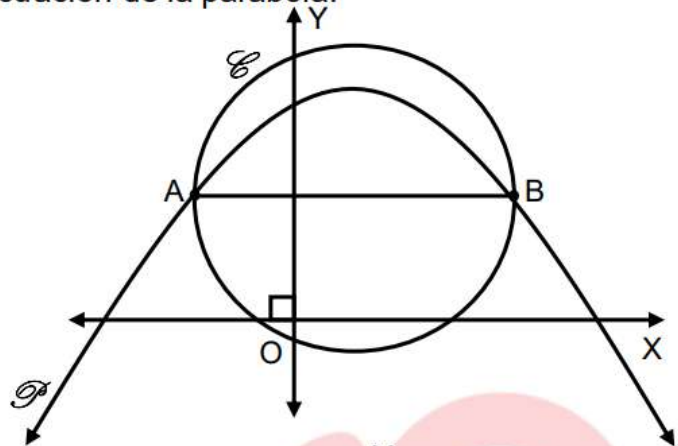
- Dato: $\mathcal{P}: (y - 3)^2 = 8(x - 2)$
 $\Rightarrow F(4; 3)$; $\mathcal{L}_{\text{directriz}}: y = 0$
 $y \ 4p = 8 \Rightarrow p = 2$
- Radio de la circunferencia
 $FT = 2p = 4$
- Área del círculo = $16\pi \text{ m}^2$



Rpta.: A

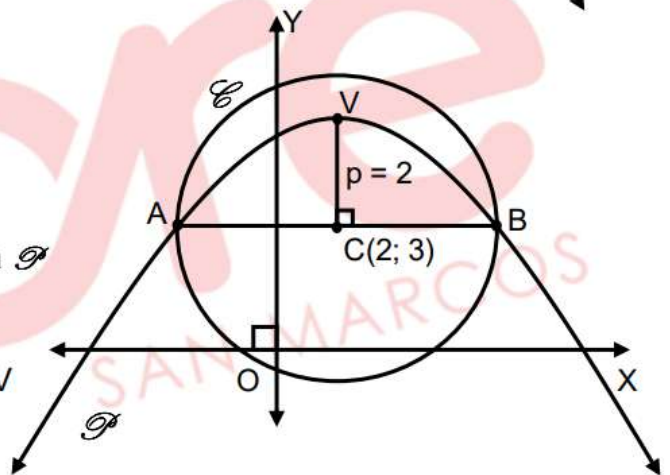
10. En la figura, $\overline{AB}$ es el lado recto de la parábola $\mathcal{P}$ y diámetro de la circunferencia $\mathcal{C}: (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 16$. Halle la ecuación de la parábola.

- A) $x^2 - 2x + 8y - 30 = 0$
 B) $x^2 - 4x + 8y - 36 = 0$
 C) $x^2 - 3x + 6y - 30 = 0$
 D) $x^2 - 5x + 7y - 26 = 0$
 E) $x^2 - 4x + 6y - 32 = 0$



Solución:

- Dato: $\mathcal{C}: (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 16$
 $\Rightarrow C(2; 3); r = 4$
- Dato: $\overline{AB}$ es el lado recto de la parábola $\mathcal{P}$
 $\Rightarrow 4p = 2r \Rightarrow p = 2$
- Ecuación de la parábola $\mathcal{P}$ de vértice V
 $\mathcal{P}: (x - 2)^2 = -8(y - 5)$
 $\Rightarrow \mathcal{P}: x^2 - 4x + 8y - 36 = 0$



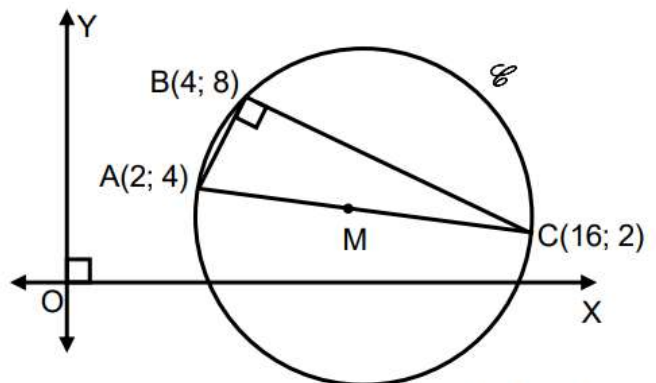
Rpta.: B

11. Halle las coordenadas del centro de la circunferencia que pasa por los puntos $A(2; 4)$, $B(4; 8)$ y $C(16; 2)$.

- A) (9; 3) B) (8; 3) C) (9; 4) D) (5; 3) E) (6; 2)

Solución:

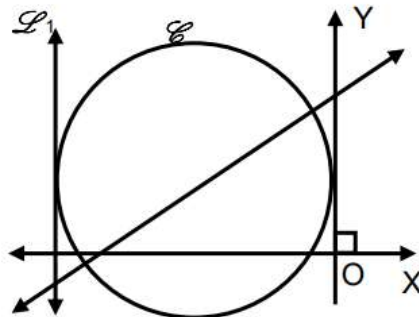
- Pendiente de $\overline{AB}$: $m_1 = 2$
- Pendiente de $\overline{BC}$: $m_2 = -1/2$
- Como $m_1 \cdot m_2 = -1$
 $\Rightarrow \angle ABC = 90^\circ$
- $\overline{AC}$ diámetro de la circunferencia $\mathcal{C}$
 $\Rightarrow M(9; 3)$



Rpta.: A

12. En la figura, la circunferencia $\mathcal{C}$ es tangente a la recta $\mathcal{L}_1: x + 4 = 0$ y al eje Y. Si el centro de la circunferencia pertenece a la recta $\mathcal{L}: 2x - 3y + 7 = 0$, halle la ecuación de la circunferencia.

- A) $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 2$
 B) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 3$
 C) $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$
 D) $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$
 E) $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$

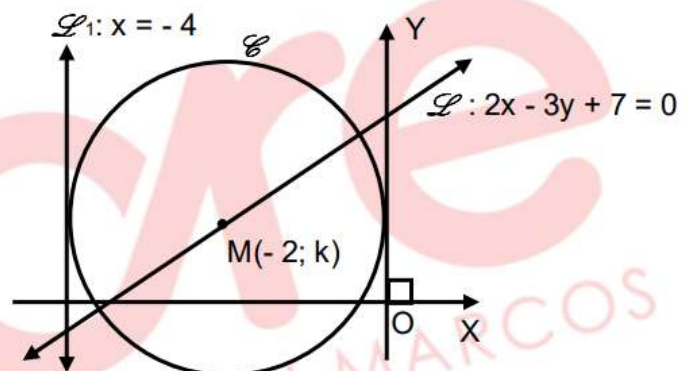


Solución:

- $M(-2; k) \in \mathcal{L}: 2x - 3y + 7 = 0$
 $\Rightarrow 3 - 3k = 0 \Rightarrow k = 1$

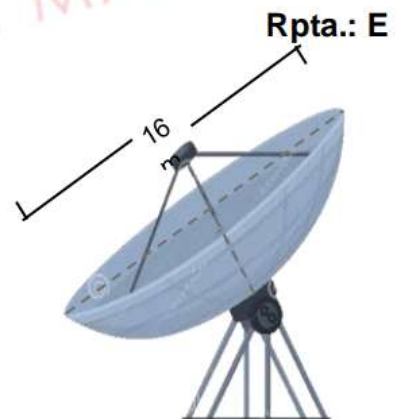
- Ecuación de la circunferencia $\mathcal{C}$ de centro M

$$\mathcal{C}: (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$$



13. En la figura, el diámetro de la antena parabólica mide 16 m y tiene una profundidad de 2 m. Si la sección transversal de la antena tiene forma parabólica, halle la distancia desde el receptor (foco) hasta la base de la antena (vértice).

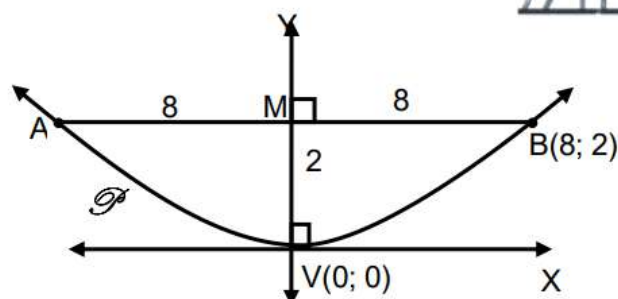
- A) 6 m B) 7 m C) 8 m
 D) 9 m E) 5 m



Rpta.: E

Solución:

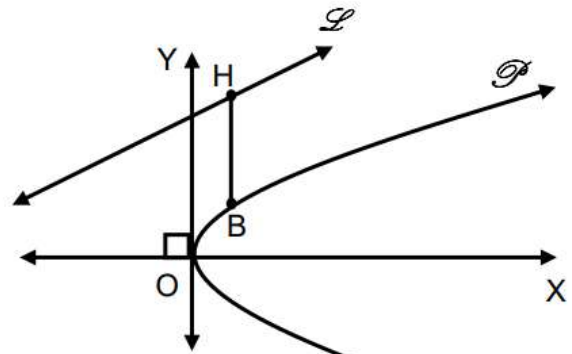
- Ecuación de la parábola $\mathcal{P}: x^2 = 4py$
- $B(8; 2) \in \mathcal{P}$
 $\Rightarrow p = 8$
- La distancia del vértice al foco mide $VF = p = 8$ m



Rpta.: C

14. Dadas las ecuaciones de la parábola $\mathcal{P}: x = y^2$ y la recta $\mathcal{L}: x - 2y + 8 = 0$. Si la longitud del segmento $\overline{BH}$ es mínima, halle la suma de las coordenadas del punto B.

- A) 4 B) 3 C) 2
D) 5 E) 7



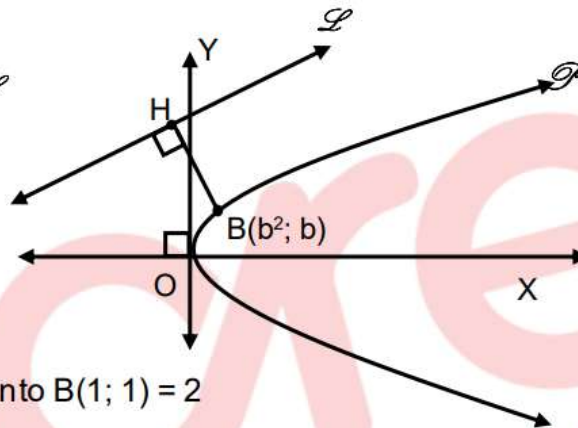
Solución:

- La distancia de B a la recta $\mathcal{L}$

$$\begin{aligned} BH &= \frac{|b^2 - 2b + 8|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} \\ &= \frac{|(b-1)^2 + 7|}{\sqrt{5}} \end{aligned}$$

es mínima cuando $b = 1$

- Suma de coordenadas del punto $B(1; 1) = 2$

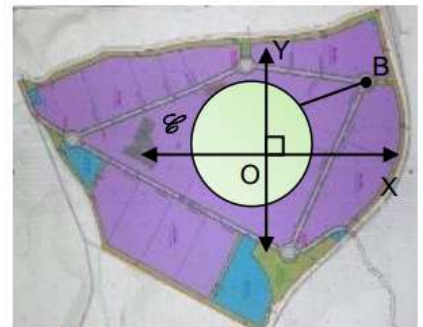


Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En la figura, la ecuación de la circunferencia $\mathcal{C}: x^2 + y^2 + 6x - 4y - 12 = 0$ representa el borde de un parque. Halle el menor recorrido (en metro) que debe realizar una persona desde el punto $B(9; 7)$ al borde del parque.

- A) 8 m B) 6 m C) 7 m
D) 5 m E) 9 m

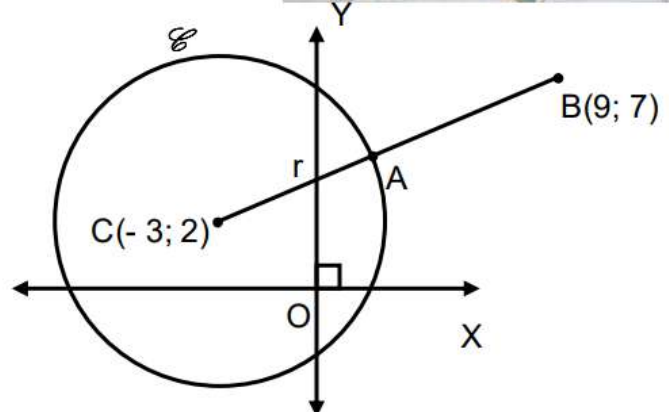


Solución:

- Dato: $\mathcal{C}: (x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$
 $\Rightarrow C(-3; 2); r = 5$

- Menor recorrido

$$\begin{aligned} AB &= \text{dist}(B; C) - r \\ &= 13 - 5 \\ &= 8 \text{ m} \end{aligned}$$



Rpta.: A

2. Halle las coordenadas del centro de la circunferencia que pasa por el punto A (0; 6) y es tangente a la recta $x + 3y = 0$ en el origen de coordenadas.

A) (-1; 3) B) (-1; 2) C) (1; 3) D) (-2; 1) E) (1; 2)

Solución:

- Dato $\mathcal{L}: x + 3y = 0$

$$\Rightarrow m_{\mathcal{L}} = -1/3$$

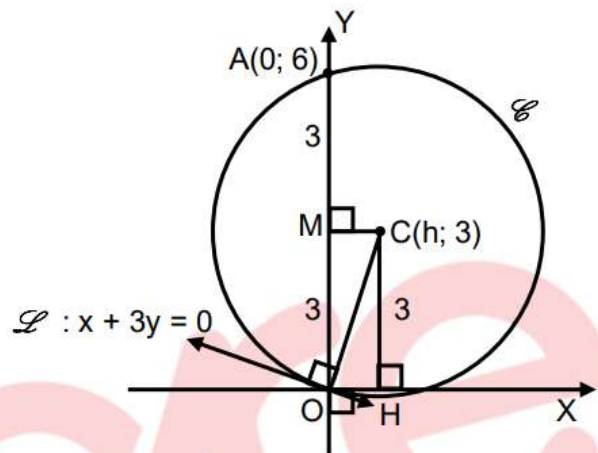
- Del gráfico $\overline{OC} \perp \mathcal{L}$

$$m = 3 \quad \text{Pendiente de } \overline{OC}$$

$$\Rightarrow h = 1$$

- Centro de la circunferencia $\mathcal{C}$

$$C(1; 3)$$



Rpta.: C

3. La ecuación de la recta tangente a la circunferencia $\mathcal{C}: x^2 + y^2 - 2x - 4y - 3 = 0$ en el punto T (3; 4) es $\mathcal{L}: ax + by + c = 0$. Halle $a + b - c$.

A) 6 B) 8 C) 7 D) 9 E) 10

Solución:

- Dato: $\mathcal{C}: (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 8$

$$\Rightarrow C(1; 2)$$

- Pendiente de $\overline{CT}$

$$m_1 = 1$$

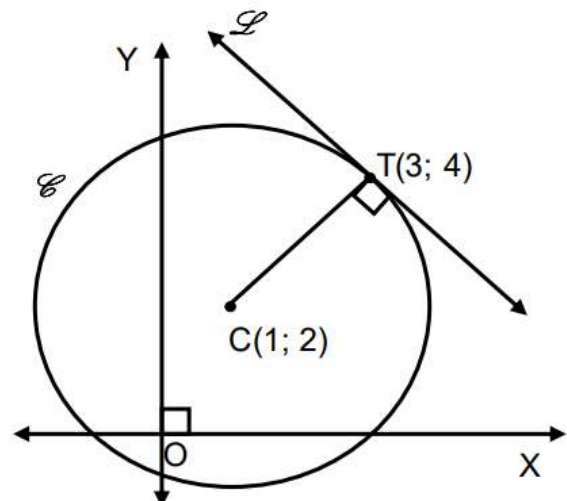
- Del gráfico $\overline{OC} \perp \mathcal{L}$

$$\Rightarrow m = -1 \quad \text{Pendiente de } \mathcal{L}$$

- Ecuación de la recta

$$\mathcal{L}: x + y - 7 = 0$$

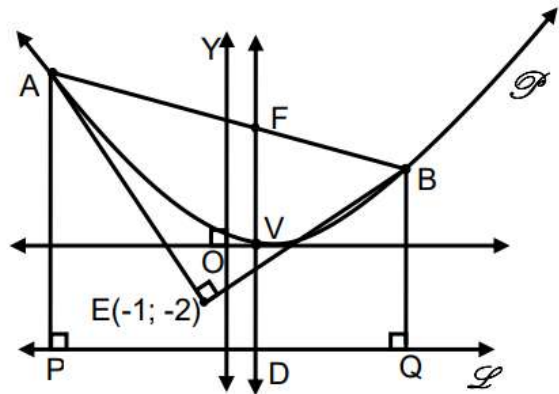
$$\therefore a + b - c = 9$$



Rpta.: D

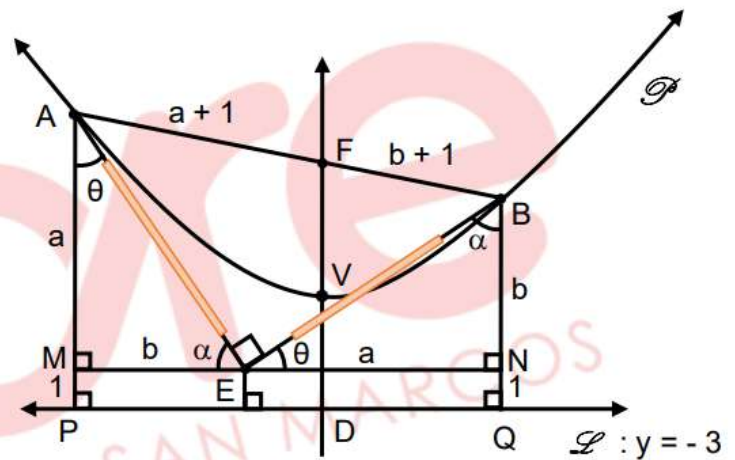
4. En la figura, $\mathcal{L} : y + 3 = 0$ es la directriz de la parábola $\mathcal{P}$ de foco F. Si $PQ = 8$ m y $AE = EB$, halle la longitud de la cuerda focal $\overline{AB}$.

- A) 11 m B) 12 m C) 15 m
D) 10 m E) 14 m



Solución:

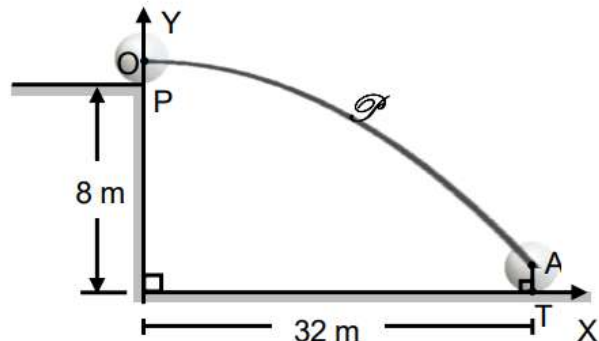
- $\triangle AME \cong \triangle ENB$ (ALA)
 $\Rightarrow ME = b$; $EN = a$
- Dato: $PQ = 8$
 $\Rightarrow a + b = 8$
- Por definición de parábola
 $FA = AP = a + 1$; $FB = BQ = b + 1$
- Longitud de la cuerda focal $\overline{AB}$
 $AB = a + b + 2 = 10$ m



Rpta.: D

5. Una esfera metálica de centro O se lanza desde un acantilado de 8 m de altura. Si la parábola $\mathcal{P}$ de vértice O y foco F representa la trayectoria de la esfera y $AT = AP$, halle OF (P y T puntos de tangencia).

- A) 26 m B) 30 m C) 28 m
D) 34 m E) 32 m



Solución:

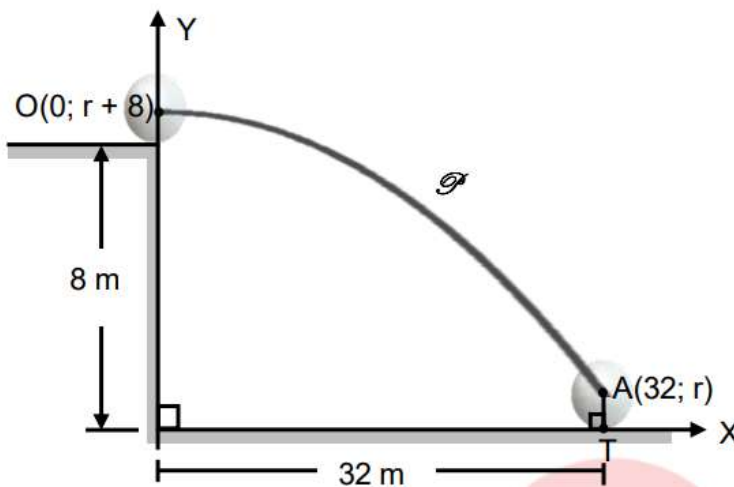
- Ecuación de la parábola
 $\mathcal{P}: x^2 = 4p(y - r - 8)$

- Como $A(32; r) \in \mathcal{P}$

$$(32)^2 = 4p(-8)$$

$$\Rightarrow p = -32$$

- $OF = |p| = 32 \text{ m}$

**Rpta.: E**

6. Si $y^2 + ax + by + c = 0$ es la ecuación de la parábola de foco $F(4; 2)$ y recta directriz el eje Y , halle $a + b + c$.

A) 6

B) 8

C) 7

D) 9

E) 10

Solución:

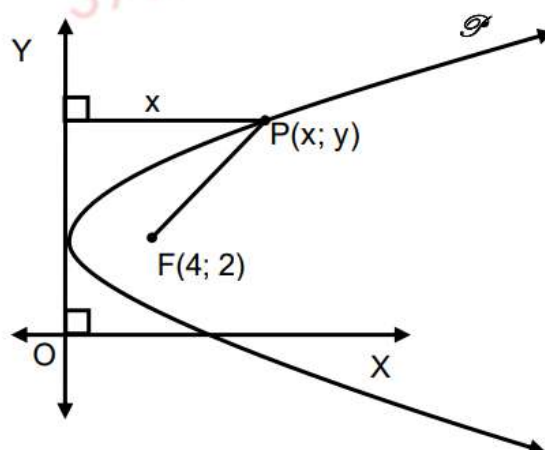
- Por la definición de parábola

$$x = \sqrt{(x-4)^2 + (y-2)^2}$$

$$\Rightarrow \mathcal{P}: y^2 - 8x - 4y + 20 = 0$$

- Dato $\mathcal{P}: y^2 + ax + by + c = 0$

$$\Rightarrow a + b + c = 8$$

**Rpta.: B**

Álgebra

EJERCICIOS DE CLASE

1. Una empresa se dedica a la fabricación de sillas de escritorio. El costo de producción de cada silla es de 50 soles y por alquiler de local la empresa paga 1000 soles. Si el costo total y la cantidad de sillas que produce tiene un comportamiento lineal. Determine la máxima cantidad de sillas que debe producir la empresa para que costo total de producción sea menos de 9000 soles.

A) 160 B) 159 C) 156 D) 158 E) 155

Solución:

cu: costo unitario

q: cantidad de sillas

cf: costo fijo

$$\text{costo total} = \text{cu}q + \text{cf}$$

$$\text{costo total} < 9000$$

$$50q + 1000 < 9000$$

$$5q < 800$$

$$q < 160$$

$$\therefore q_{\max} = 159$$

Rpta.: B

2. Carmen adquirió dos artículos, M y N, cuyos valores son de 100 soles y 40 soles respectivamente. El valor del artículo M decrece linealmente en función del tiempo transcurrido (en días) y el artículo N crece linealmente en función del tiempo transcurrido (en días). Al transcurrir 20 días, los valores de los artículos M y N fueron de 80 soles y 60 soles respectivamente.
¿Cuántos días deberán transcurrir para que dichos artículos tengan el mismo valor?

A) 22 B) 25 C) 30 D) 24 E) 28

Solución:

1) $M(x) = ax + b$ $N(x) = cx + d$

x	M(x)
0	100
20	80

x	N(x)
0	40
20	60

$$2) M(0) = 100 \rightarrow a(0) + b = 100 \rightarrow \boxed{b = 100}$$

$$M(20) = 80 \rightarrow a(20) + 100 = 80 \rightarrow \boxed{a = -1}$$

$$\rightarrow M(x) = -1x + 100$$

$$3) N(0) = 40 \rightarrow c(0) + d = 40 \rightarrow \boxed{d = 40}$$

$$N(20) = 60 \rightarrow c(20) + 40 = 60 \rightarrow \boxed{c = 1}$$

$$\rightarrow N(x) = x + 40$$

$$4) M(x) = N(x) \rightarrow -1x + 100 = x + 40 \rightarrow x = 30$$

$\therefore$ Deberán transcurrir 30 días para que dichos artículos tengan el mismo valor.

Rpta.: C

3. Dada las funciones $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por:

$$f(x) = -x^2 + 10x - 9 ; \text{Dom}(f) = [0; 4]$$

$$g(x) = x^2 - 12x + 20 ; \text{Dom}(g) = [1; 12]$$

Determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones en el orden respectivo.

I. El máximo valor de $f(x)$ es 15.

II. El mínimo valor de $f(x)$ es -9.

III. El mínimo valor de $g(x)$ es 9.

IV. El máximo valor de $g(x)$ es 20.

A) VVFF

B) VVFFV

C) VVVV

D) VVVF

E) VFVF

Solución:

$$i) f(x) = -(x-5)^2 + 16; \text{ Dom}(f) = [0; 4]$$

$$\rightarrow 0 \leq x \leq 4$$

$$\rightarrow -5 \leq x-5 \leq -1$$

$$\rightarrow 25 \geq (x-5)^2 \geq 1$$

$$\rightarrow -25 \leq -(x-5)^2 \leq -1$$

$$\rightarrow -9 \leq -(x-5)^2 + 16 \leq 15$$

$$\rightarrow -9 \leq f(x) \leq 15$$

$$ii) g(x) = (x-6)^2 - 16; \text{ Dom}(g) = [1; 12]$$

$$\rightarrow 1 \leq x < 12$$

$$\rightarrow -5 \leq x-6 < 6$$

$$\rightarrow 0 \leq (x-6)^2 < 36$$

$$\rightarrow -16 \leq (x-6)^2 - 16 < 20$$

$$\rightarrow -16 \leq g(x) < 20$$

I. El máximo valor de $f(x)$ es 15. (V)

II. El mínimo valor de $f(x)$ es -9. (V)

III. El mínimo valor de $g(x)$ es 9. (F)

IV. El máximo valor de $g(x)$ es 20. (F)

Rpta.: A

4. En un estudio de mercado se establece un comportamiento lineal entre el precio de venta unitario (en soles) y la cantidad demandada de vestidos. A un precio de venta unitario de 200 soles, la cantidad demandada es de 40 vestidos. Si el precio de cada vestido disminuye en 60 soles, se obtiene un ingreso máximo. Determine el ingreso que se obtiene si vende 50 vestidos.

A) 9400 soles

B) 10 000 soles

C) 9000 soles

D) 9600 soles

E) 9500 soles

Solución:

p: precio unitario (en soles)

q: cantidad de vestidos

I: ingreso

$$p = aq + b \quad \dots(1)$$

$$I = (aq + b)q \quad \dots(2)$$

$$I = aq^2 + bq$$

Por dato: $\text{Ingreso}_{\max} \rightarrow q = -\frac{b}{2a} \dots(3)$

Luego

q	p
40	200
$-\frac{b}{2a}$	140

En (1):

$$\text{i) } 140 = a\left(-\frac{b}{2a}\right) + b$$

$$140 = -\frac{b}{2}$$

$$b = 280$$

$$\text{ii) } 200 = a(40) + b$$

$$200 = 40a + 280$$

$$-80 = 40a$$

$$a = -2$$

Reemplazando en (1):

$$p = -2q + 280 \dots(4)$$

Para $q = 50 \wedge p = 180$

$\therefore$ El ingreso que se obtiene si vende 50 vestidos, es 9000 soles

Rpta.: C

5. Una empresa contratará a una persona para el área de venta. La empresa ofrece una comisión (en soles) que es modelada por $K(x) = -100|x - b| + c$; $b > 0$ por la venta de «x» televisores.

Si por la venta de 20 televisores la empresa dará 1000 soles de comisión, determine la cantidad de televisores que deberá vender para obtener la máxima comisión.

- A) 14 B) 18 C) 12 D) 15 E) 16

Solución:

1) $K(x) = -100|x - b| + c$

x	K(x)
0	0
20	1000

$$\begin{cases} 0 = -100|0 - b| + c \dots (1) \\ 1000 = -100|20 - b| + c \dots (2) \end{cases}$$

De (1):

$$0 = -100b + c \rightarrow 100b = c$$

De (2):

$$1000 = -100|20 - b| + 100b$$

$$\rightarrow 10 = -1|20 - b| + b \rightarrow |20 - b| = b - 10$$

$$\rightarrow 20 - b = b - 10 \vee 20 - b = -b + 10$$

$$\rightarrow 30 = 2b \rightarrow b = 15 \rightarrow c = 1500$$

$$K(x) = -100|x - 15| + 1500$$

∴ Deberá vender 15 televisores para obtener la máxima comisión.

Rpta.: D

6. Se desea formar una empresa, se establece el siguiente estudio sobre la utilidad, en miles de soles, al transcurrir x días. La cual es modelada por $U(x) = -x^3 + 5x^2 + cx + d$. Al transcurrir 1 día su utilidad será nula. Además 3 días después del inicio de la empresa, no obtendrá ganancia ni pérdida. Determine cuántos días deberá transcurrir para que la empresa obtenga ganancia.

- A) 6 días B) 5 días C) 4 días D) 3 días E) 2 días

Solución:

$$U(x) = -x^3 + 5x^2 + cx + d$$

$$\underbrace{U(x) = -x^3 + 5x^2 + cx + d}_{\text{Dividendo}} = \underbrace{(x-1)(x-3)}_{\text{Divisor}} \underbrace{q(x)}_{\text{Cociente}} + \underbrace{0}_{\text{Resto}}$$

1	-1	5	c	d
4		-4	3	
-3			4	-3
	-1	1	0	0

$$1) U(x) = (x-1)(x-5)(-x+1)$$

$$2) U(x) > 0$$

$$(x-1)(x-3)(-x+1) > 0$$

$$-(x-1)^2(x-3) > 0$$

$$x-3 < 0$$

$$x < 3 \wedge x \geq 0$$

$$x \in [0; 3) - \{1\}$$

$\therefore$ Dentro de 2 días.

Rpta.: E

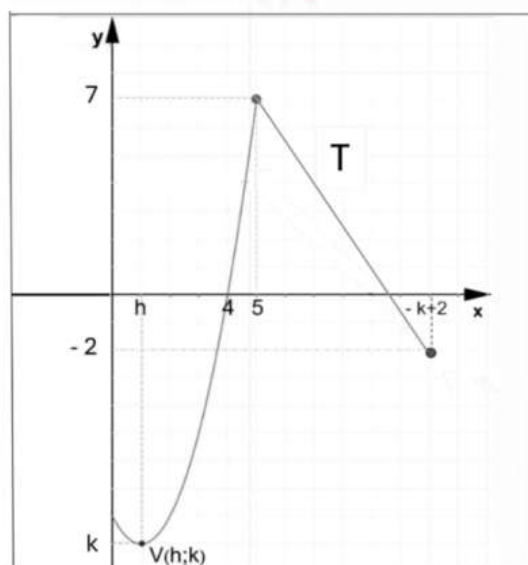
7. La temperatura de un objeto (en grados Celsius) al transcurrir x días está definida por

$$T(x) = \begin{cases} T_1(x) = ax^2 + bx + c & ; x \in \text{Dom}(T_1) \\ T_2(x) = mx + b & ; x \in \text{Dom}(T_2) \end{cases}$$

Si inicialmente la temperatura del objeto fue de -8°C

Determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones en el orden respectivo.

La gráfica se muestra en la figura adjunta.



- I. La temperatura del objeto varía desde -8°C hasta 7°C .
 II. La temperatura del objeto al transcurrir 3 días es de -5°C .
 III. La temperatura del objeto al transcurrir 6 días es de 5°C .

A) FFV B) VVF C) FVF D) VVV E) FVV

Solución:

1) $T_1(x) = ax^2 + bx + c$

x	$T_1(x)$
0	-8
4	0
5	7

$$\begin{cases} -8 = a(0)^2 + b(0) + c \\ 0 = a(4)^2 + b(4) + c \\ 7 = a(5)^2 + b(5) + c \end{cases}$$

$$a = 1 \wedge b = -2 \wedge c = -8$$

$$T_1(x) = x^2 - 2x - 8$$

$$h = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2} = 1$$

$$k = (1)^2 - 2(1) - 8 = -9$$

2) $T_2(x) = mx + n$

x	$T_2(x)$
5	7
11	-2

$$\begin{cases} 7 = m(5) + n \\ -2 = m(11) + n \end{cases}$$

$$m = -\frac{3}{2} \wedge n = \frac{29}{2}$$

$$f_2(x) = -\frac{3}{2}x + \frac{29}{2}$$

$$3) T(x) = \begin{cases} x^2 - 2x - 8 & ; 0 \leq x < 5 \\ -\frac{3}{2}x + \frac{29}{2} & ; 5 \leq x \leq 11 \end{cases}$$

- I. La temperatura del objeto varia desde -8°C hasta 7°C . (F)
 II. La temperatura del objeto al transcurrir 3 días es de -5°C . (V)
 III. La temperatura del objeto al transcurrir 6 días es de 5°C . (F)

Rpta.: C

8. Dada la funciones $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = c$; $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$ y $g(x) = x^{3c} + x^{c+2}$; $\text{Dom}(g) = \mathbb{R}$. Si f es una función impar, entonces se puede afirmar que :

- A) g es función par. B) g es función impar. C) $g(2) = 16$.
 D) $g(0) = 0$. E) g es función cúbica.

Solución:

Como f es impar $\rightarrow f(-x) = -f(x) \rightarrow c = -c \rightarrow c = 0$

Reemplazando: $g(x) = x^0 + x^2$

$$\rightarrow g(x) = 1 + x^2$$

$$g(-x) = 1 + (-x)^2 = 1 + x^2 = g(x)$$

$\therefore g$ es función par.

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. La temperatura de un objeto (en $^{\circ}\text{C}$) al transcurrir « x » días es modelada por la función $T(x) = a|x - 10| + b$; $0 \leq x \leq 30$.

Si al inicio la temperatura del objeto fue de 80°C y al transcurrir 9 días la temperatura era de 89°C , determine la máxima y mínima temperatura del objeto.

- A) 90°C y 60°C B) 80°C y 70°C C) 89°C y 70°C
 D) 90°C y 70°C E) 90°C y 75°C

Solución:

$$T(x) = a|x - 10| + b ; 0 \leq x \leq 30$$

x	T(x)
0	80
9	89

$$T(0) = a|0 - 10| + b$$

$$80 = 10a + b$$

$$89 = a + b$$

$$a = -1 ; b = 90$$

$$T(x) = -1|x - 10| + 90 ; 0 \leq x \leq 30$$

$$0 \leq x \leq 30$$

$$-10 \leq x - 10 \leq 20$$

$$0 \leq |x - 10| \leq 20$$

$$0 \geq -1|x - 10| \geq -20$$

$$90 \geq -1|x - 10| + 90 \geq 70$$

∴ La máxima y mínima temperatura del objeto es 90° C y 70° C.

Rpta.: D

2. Dada la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = |4 - x| + x|x - 5| + 1, \text{ Dom}(f) = \langle -2; 3]$$

Determine el mayor elemento entero del rango de f.

A) 9

B) 8

C) 10

D) 6

E) 12

Solución:

$$1) f(x) = |4 - x| + x|x - 5| + 1 \text{ Dom}(f) = \langle -2; 3]$$

$$\begin{aligned} f(x) &= |4 - x| + x|x - 5| + 1 \\ &= 4 - x + x(5 - x) + 1 \\ &= 4 - x - x^2 + 5x + 1 \\ &= -x^2 + 4x + 5 \end{aligned}$$

$$f(x) = -x^2 + 4x + 5$$

$$x = -\frac{4}{2(-1)} = 2$$

$$f(x)_{\max} = -(2)^2 + 4(2) + 5 = 9$$

Rpta.: A

3. En un estudio de mercado se determinó que venden 120 docenas de un artículo a un precio unitario de 16 soles y que, por cada incremento de 1 sol en el precio de venta unitario, se venderán 60 artículos menos.

Determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones en el orden respectivo.

- I. Si se vendieran 1200 artículos se obtendrá el máximo ingreso de 24 000 soles.
- II. Si se estableciera el precio de venta unitario de 40 soles, su ingreso será nulo.
- III. Si se vendieran 600 artículos, su ingreso será de 12 000 soles.
- IV. El máximo ingreso se dará, cuando el precio de venta unitario sea de 20 soles.

A) FVFFV B) VVVV C) VFVV D) VVFFV E) VVFF

Solución:

q : cantidad de artículos(docena)

p: precio de venta unitario

q (docena)	precio de venta unitario
120	16
120 - 5	16 + 1
120 - 5 - 5	16 + 1 + 1
.	.
.	.
.	.
120 - 5x	16 + x

$$I(x) = 12(x + 16)(120 - 5x)$$

$$I(x) = - 60(x^2 - 8x - 384)$$

$$I(x) = - 60((x - 4)^2 - 400)$$

$$I(x) = - 60(x - 4)^2 + 24000$$

Si $x = 4 \rightarrow q = 100$ docenas ; $p = 20$ soles ; Ingreso máximo : 24000 soles

Si $x = 24 \rightarrow q = 0$ docenas ; $p = 40$ soles ; Ingreso: 0 soles

Si $x = 14 \rightarrow q = 50$ docenas ; $p = 30$ soles ; Ingreso: 18000 soles

Rpta.: D

4. Una empresa vende carteras del mismo tipo. El precio de venta de cada artículo está relacionado en forma lineal con la cantidad de artículos a vender. A un precio de 120 soles no vendería ninguna cartera, a un precio de 60 soles vendería 15 carteras. Calcule la cantidad de carteras y el precio de cada una, para obtener el máximo ingreso.

A) 12; S/ 72 B) 14; S/ 64 C) 15; S/ 60 D) 20; S/ 70 E) 14; S/ 70

Solución:

- 1) El modelo de la demanda p.

$$p = mq + b$$

Para

$$p = 120 \rightarrow 120 = m \cdot 0 + b \rightarrow b = 120$$

$$p = 60 \rightarrow 60 = m \cdot (15) + 120 \rightarrow m = -4$$

$$p = -4q + 120$$

- 2) El ingreso $I = p \cdot q = (-4q + 120)q$

$$I = -4q^2 + 120q$$

∴ El máximo ingreso se dará, cuando:

$$q = -\frac{b}{2a} = -\frac{120}{2(-4)} = 15$$

$$p = -4(15) + 120 = 60$$

Rpta.: C

5. Se desea formar una empresa, se establece el siguiente estudio sobre la utilidad, en miles de soles, al transcurrir x días, la cual es modelada por $U(x) = -x^3 + bx^2 + cx - d$. Inicialmente la empresa obtendrá 35 000 soles de ganancia. Y dentro de 1 día su utilidad será nula. Además 5 días después del inicio de la empresa, no obtendrá ganancia ni pérdida. Determine cuántos días deberá transcurrir para que la empresa obtenga ganancia.

A) 6 días B) 7 días C) 9 días D) 10 días E) 8 días

Solución:

$$1) U(x) = -(0)^3 + b(0)^2 + c(0) - d$$

$$35 = -d \rightarrow d = -35$$

$$U(x) = -x^3 + bx^2 + cx + 35$$

$$2) \underbrace{-x^3 + bx^2 + cx + 35}_{\text{Dividendo}} = \underbrace{(x-1)(x-5)}_{\text{Divisor}} \underbrace{q(x)}_{\text{Cociente}} + \underbrace{0}_{\text{Resto}}$$

1	-1	b	c	35
6		-6	5	
-5			-36 + 6b	30 - 5b
	-1	-6 + b	0	0

$$3) 35 + 30 - 5b = 0 \rightarrow b = 13$$

$$4) U(x) = (x-1)(x-5)(-x+7)$$

$$5) U(x) > 0$$

$$(x-1)(x-5)(-x+7) > 0$$

$$(x-1)(x-5)(x-7) < 0 \wedge x \in [0; +\infty)$$

$$x \in [0; 1) \cup (5; 7)$$

$\therefore$ Dentro de 6 días.

Rpta.: A

6. El valor de un automóvil decrece linealmente en función del tiempo transcurrido (en años). Sergio adquirió un automóvil en el año del 2000 cuyo valor fue de 50 mil dólares y en el año 2023 su valor disminuyó en 23 mil dólares. En qué año el precio del automóvil será la quinta parte del precio inicial del automóvil.

A) 2028 B) 2044 C) 2030 D) 2026 E) 2040

Solución:

	Valor del auto (miles de dólares)	tiempo (años)
2000	50	0
2023	27	23

$V(t)$: valor de la vivienda al transcurrir " t " años

$$V(t) = at + b$$

$$t = 0 \rightarrow v(0) = a(0) + b$$

$$50 = b$$

$$t = 23 \rightarrow v(23) = a(23) + b$$

$$27 = a(23) + 50$$

$$a = -1$$

$$v(t) = -t + 50$$

$$10 = -t + 50$$

$$t = 40$$

∴ El valor del automóvil en el año 2040, será la quinta parte del precio inicial.

Rpta.: E

7. Dada la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{x-1}{x^2+2x-2}$. Determine la suma del mayor elemento entero negativo con el menor elemento entero positivo del $\text{Ran}(f)$.

A) 0

B) 1

C) 2

D) -1

E) -2

Solución:

Calculando el $\text{Ran}(f)$

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2+2x-2}$$

$$\rightarrow yx^2 + 2xy - 2y = x - 1$$

$$\rightarrow yx^2 + (2y-1)x + 1 - 2y = 0$$

$$\Delta = (2y-1)^2 - 4y(1-2y)$$

$$\text{Como } x \in \mathbb{R} \rightarrow \Delta \geq 0$$

$$\rightarrow (2y-1)(6y-1) \geq 0$$

$$\text{Ran}(f) = \left\langle -\infty; \frac{1}{6} \right] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty \right)$$

El mayor elemento entero negativo del $\text{Ran}(f)$: -1

El menor elemento entero positivo del $\text{Ran}(f)$: 1

∴ La suma del mayor elemento entero negativo con el menor elemento entero positivo del $\text{Ran}(f)$, es cero.

Rpta.: A

8. Determine cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas.

I. La función f definida por $f(x) = |x+1| + |x-1|$; $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$, es función par.

II. La función g definida por $g(x) = x^5 + x^3$; $\text{Dom}(g) = \langle -2; 2 \rangle$, es función impar.

III. La función h definida por $h(x) = x^5 + x^3$; $\text{Dom}(h) = \mathbb{R}$, es función impar.

A) Solo I y III

B) Todas

C) Solo II

D) Solo I y II

E) Solo I

Solución

$$1) f(x) = |x+1| + |x-1|; \text{Dom}(f) = \mathbb{R}$$

$$i) x \in \text{Dom}(f) \rightarrow -x \in \text{Dom}(f)$$

$$ii) f(-x) = |-x+1| + |-x-1| = |x-1| + |x+1| = f(x)$$

De i) y ii) f es par.

$$2) 5 \in \text{Dom}(g) \text{ pero } -5 \notin \text{Dom}(g) \rightarrow g \text{ no es impar}$$

$$3) h(x) = x^5 + x^3; \text{ Dom}(h) = \mathbb{R}$$

$$i) x \in \text{Dom}(h) \rightarrow -x \in \text{Dom}(h)$$

$$ii) h(-x) = (-x)^5 + (-x)^3 = -(x^5 + x^3) = -h(x)$$

De i) y ii) h es impar.

Rpta.: A

Trigonometría

EJERCICIOS DE CLASE

1. Una empresa dedicada al rubro deportivo vende balones cuyo precio unitario es (63K) soles. Si $\arctan(K) = \arccos\left(\frac{21}{29}\right)$ y Gerardo compra 12 balones, ¿cuánto pagó Gerardo, en soles?

A) 744 soles B) 660 soles C) 720 soles D) 696 soles E) 768 soles

Solución:

Sea $\alpha = \arctan(K)$.

$$\alpha = \arctan(K) \Rightarrow K = \tan \alpha.$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{21}{29}\right) \Rightarrow \cos \alpha = \frac{21}{29} \Rightarrow 63K = 3 \tan \alpha = 60$$

Por lo tanto, Gerardo pagó 720 soles.

Rpta.: C

2. La temperatura en una ciudad a las 8:00 p.m. de un determinado día es $(3b + 4)^\circ\text{C}$, donde $b = f(3) - f(7)$. Si f es la función real definida por $f(x) = 1 + \frac{10}{\pi} \arctan\left(\frac{5-x}{2}\right)$, determine dicha temperatura.

A) 20°C B) 16°C C) 22°C D) 25°C E) 19°C

Solución:

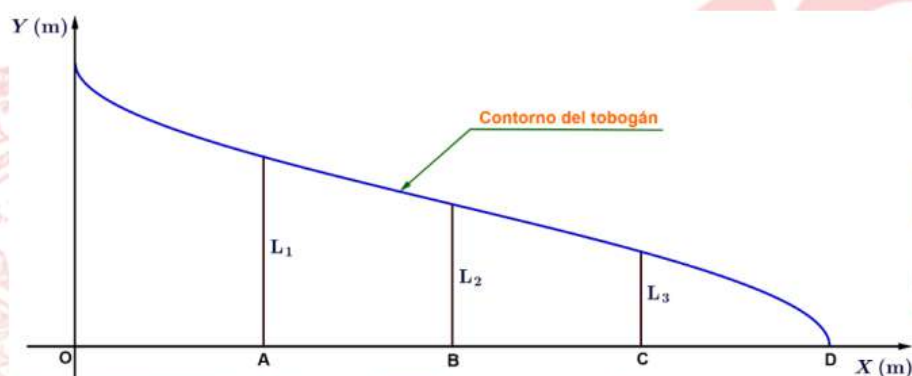
Se tiene,

$$b = f(3) - f(7) = \frac{10}{\pi} \left(\arctan\left(\frac{5-3}{2}\right) - \arctan\left(\frac{5-7}{2}\right) \right) = 5.$$

Por lo tanto, la temperatura de dicha ciudad a las 8:00 p.m. es 19°C.

Rpta.: E

3. La figura muestra el perfil de un tobogán cuyo contorno coincide con la gráfica de la función real f definida por $f(x) = \frac{K}{\pi} \arccos\left(\frac{x}{6} - 1\right)$, donde el eje X representa el suelo y $OA = AB = BC = CD$. Si $f(0) = 5$ y los soportes L_1 , L_2 y L_3 son verticales, determine la suma de las longitudes de los soportes L_1 y L_3 .



- A) 6 m B) 6,4 m C) 5 m D) 4,5 m E) 5,8 m

Solución:

- $f(0) = 5 \Rightarrow \frac{K}{\pi} \arccos\left(\frac{0}{6} - 1\right) = 5 \Rightarrow K = 5.$
- $D(t; 0) \in f \Rightarrow 0 = \frac{5}{\pi} \arccos\left(\frac{t}{6} - 1\right) \Rightarrow \cos 0 = \frac{t}{6} - 1 \Rightarrow t = 12.$
- Como los soportes son equidistantes, $A(3; 0)$ y $C(9; 0)$.
- $f(3) = \frac{5}{\pi} \arccos\left(\frac{3}{6} - 1\right) \Rightarrow f(3) = \frac{10}{3}$
- $f(9) = \frac{5}{\pi} \arccos\left(\frac{9}{6} - 1\right) \Rightarrow f(9) = \frac{5}{3}$

Por lo tanto, la suma de las longitudes de los soportes L_1 y L_3 es 5 metros.

Rpta.: C

4. Un topógrafo usando un teodolito tomó las medidas de los lados de un terreno de forma rectangular ABCD, obteniendo los siguientes datos: $AB = 305$ m y $BC = 13 \sin\left(\arccos\frac{11}{61} + \arctan\frac{56}{33}\right)$ m. Halle el área de dicho terreno.

- A) 2 596 m² B) 2 610 m² C) 2 590 m² D) 2 608 m² E) 2 592 m²

Solución:

Sea $A \text{ m}^2$ el área del terreno.

$$A = 305 \left[13 \operatorname{sen} \left(\arccos \frac{11}{61} + \arctan \frac{56}{33} \right) \right]$$

$$\text{Sean } \alpha = \arccos \frac{11}{61} \text{ y } \beta = \arctan \frac{56}{33}$$

$$A = 3\,965 \operatorname{sen}(\alpha + \beta)$$

$$A = 3\,965 (\operatorname{sen} \alpha \cos \beta + \cos \alpha \operatorname{sen} \beta)$$

$$\begin{aligned} A &= 3\,965 \left(\frac{60}{61} \cdot \frac{33}{65} + \frac{11}{61} \cdot \frac{56}{65} \right) \\ &= (3\,965) \left(\frac{2\,596}{3\,965} \right) \end{aligned}$$

Por tanto, el área del terreno es $2\,596 \text{ m}^2$.

Rpta.: A

5. Julián compró una *laptop* a $100(18 + 24\operatorname{sen}^2\theta)$ soles. Si $0 < x < 1$ y $\theta = 6 \arctan(x) + 3 \arccos\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$, ¿cuánto pagó Julián (en soles) por la *laptop*?

A) 3600 soles B) 3000 soles C) 2400 soles D) 4200 soles E) 1800 soles

Solución:

Sea $\alpha = \arctan(x)$

- $0 < x < 1 \Rightarrow 0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$
- $\frac{2x}{1+x^2} = \frac{2 \tan \alpha}{1+\tan^2 \alpha} = \operatorname{sen} 2\alpha = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right)$
- $\arccos\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) = \frac{\pi}{2} - 2\alpha$
- $\theta = 6\alpha + 3\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right) \Rightarrow \theta = \frac{3\pi}{2}$
- $P = 100(18 + 24\operatorname{sen}^2\theta) = 4\,200$

Por lo tanto, Julián pagó 4200 soles.

Rpta.: D

6. La cantidad de toneladas de arándanos que una empresa exportó a Alemania mensualmente, en el año 2023, es el mayor valor entero de $T(x)$, donde T es la función real definida por $T(x) = \frac{16}{\pi^2} \arctan^2(\sqrt{4-x}) + \frac{8}{\pi} \arctan(\sqrt{4-x})$.

¿Cuántas toneladas de arándanos exportó dicha empresa en el año 2023?

A) 72 toneladas B) 48 toneladas C) 96 toneladas D) 84 toneladas E) 42 toneladas

Solución:

$$\bullet \quad x \in \text{Dom}(T) \Leftrightarrow 4 - x \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 4]$$

$$\bullet \quad T(x) = \left(\frac{4}{\pi} \arctan(\sqrt{4-x}) + 1 \right)^2 - 1$$

$$\bullet \quad x \leq 4 \Rightarrow 0 \leq \arctan(\sqrt{4-x}) < \frac{\pi}{2} \Rightarrow 1 \leq \frac{4}{\pi} \arctan(\sqrt{4-x}) + 1 < 3$$

$$\Rightarrow 0 \leq T(x) < 8$$

En consecuencia, el mayor valor entero de $T(x)$ es 7.

Por lo tanto; dicha empresa en el año 2023 exportó 84 toneladas de arándanos.

Rpta.: D

7. Joel invita a almorzar a sus amigas Rosa y Laura. Los tres menús que consumieron tenían el mismo precio. Si Joel pagó en total $(M + 18)$ soles y M es la suma de los valores enteros del dominio de la función real f definida por $f(x) = \arcsen\left(\frac{3-x}{4}\right) + \arctan(\sqrt{x^2 - 2x - 3})$, ¿cuánto pagó Joel por cada menú?

A) S/. 12 B) S/. 18 C) S/. 15 D) S/. 10 E) S/. 14

Solución:

$$\begin{aligned} x \in \text{Dom}(f) &\Leftrightarrow -1 \leq \frac{3-x}{4} \leq 1 \wedge x^2 - 2x - 3 \geq 0 \\ &\Leftrightarrow -4 \leq x - 3 \leq 4 \wedge (x-3)(x+1) \geq 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow x \in (\{-1\} \cup [3; 7])$$

El dominio de f es $\text{Dom}(f) = \{-1\} \cup [3; 7]$. Por ende, $M = 24$.

Por lo tanto, Joel pagó 14 soles por cada menú.

Rpta.: E

8. Los valores de resistencia de un potenciómetro están modelados mediante la función real H definida por

$$H(x) = \frac{3}{2\pi} \arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \frac{\arcsen(1)}{\arccos\left(\frac{3x-5}{2}\right)}, \quad 1 \leq x \leq 2$$

Determine el máximo valor de la resistencia del potenciómetro.

- A) 1,5 B) 2,25 C) 1,25 D) 2,5 E) 1,75

Solución:

$$\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\pi}{6} \wedge \arcsen(1) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow H(x) = \frac{1}{4} + \frac{\pi}{2 \arccos\left(\frac{3x-5}{2}\right)}$$

$$1 \leq x \leq 2 \Rightarrow -1 \leq \frac{3x-5}{2} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2\pi} \leq \frac{1}{2 \arccos\left(\frac{3x-5}{2}\right)} \leq \frac{3}{2\pi}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} \leq \frac{1}{4} + \frac{\pi}{2 \arccos\left(\frac{3x-5}{2}\right)} \leq \frac{7}{4}$$

Por lo tanto, el máximo valor de la resistencia del potenciómetro es 1,75.

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. La utilidad bimestral de una empresa exportadora de harina de pescado es $(4b + 3a)$ miles de soles, donde $[a ; b]$ es el rango de la función real f definida por

$$f(x) = 3 + \frac{8}{\pi} \arctan(\sqrt{2-x} - 1).$$

¿Cuánto es la ganancia anual, en soles, de la empresa?

- A) S/. 168 000 B) S/. 186 000 C) S/. 174 000
D) S/. 150 000 E) S/. 192 000

Solución:

$$x \leq 2 \Rightarrow \sqrt{2-x} - 1 \geq -1 \Rightarrow -\frac{\pi}{4} \leq \arctan(\sqrt{2-x} - 1) < \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow -2 \leq \frac{8}{\pi} \arctan(\sqrt{2-x} - 1) < 4 \Rightarrow 1 \leq f(x) < 7$$

Como el rango de f es $[1; 7)$, entonces $a = 1$ y $b = 7$.

Por lo tanto, la ganancia anual de la empresa es 186 000 soles.

Rpta.: B

2. El ingreso semanal de una ferretería viene dado por la función real I definida por

$$I(x) = 7 + \frac{2}{\pi} \arcsen\left(\frac{x-3}{2}\right), 1 \leq x \leq 4$$

en miles de soles. Si la semana pasada el ingreso fue mínimo y el gasto total de operatividad semanal de la ferretería es $7030 \operatorname{sen}\left(\arctan\left(\frac{12}{35}\right)\right)$ soles, determine la utilidad que tuvo la ferretería la semana pasada.

- A) S/.3460 B) S/.3840 C) S/.3720 D) S/.3580 E) S/.3910

Solución:

Sea $\alpha = \arctan\left(\frac{12}{35}\right)$.

- $\alpha = \arctan\left(\frac{12}{35}\right) \Rightarrow \tan \alpha = \frac{12}{35} \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = \frac{12}{37}$
- $7030 \operatorname{sen}\left(\arctan\left(\frac{12}{35}\right)\right) = (7030) \left(\frac{12}{37}\right) = 2280$
- $1 \leq x \leq 4 \Rightarrow -1 \leq \frac{x-3}{2} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq \arcsen\left(\frac{x-3}{2}\right) \leq \frac{\pi}{6}$
 $\Rightarrow -1 \leq \frac{2}{\pi} \arcsen\left(\frac{x-3}{2}\right) \leq \frac{1}{3} \Rightarrow 6 \leq I(x) \leq \frac{22}{3}$

Como el mínimo ingreso semanal es 6000 soles, la utilidad de la ferretería la semana pasada fue 3720 soles.

Rpta.: C

3. Julio y Santiago empiezan a jugar con 50 fichas cada uno. Al terminar el juego, Julio tiene $(50 + 3K)$ fichas, donde K es el número de elementos enteros del rango de la función real h definida por

$$h(x) = \frac{12}{\pi} \arcsen\left(\cos\left(\frac{\pi x}{18}\right)\right), 17 \leq x \leq 24.$$

¿Cuántas fichas tiene Santiago al terminar el juego?

- A) 20 B) 29 C) 32 D) 23 E) 35

Solución:

Se tiene,

$$17 \leq x \leq 24 \Rightarrow \frac{17\pi}{18} \leq \frac{\pi x}{18} \leq \frac{4\pi}{3} \Rightarrow -1 \leq \cos\left(\frac{\pi x}{18}\right) \leq -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq \arcsen\left(\cos\left(\frac{\pi x}{18}\right)\right) \leq -\frac{\pi}{6} \Rightarrow -6 \leq h(x) \leq -2$$

Como $K = 5$, al terminar el juego Santiago tiene 35 fichas.

Rpta.: E

4. Sea la función real f definida por $f(x) = \arctan\left(\sin(\pi x) - \sqrt{1 - |\csc(\pi x)|}\right)$. Si el rango de f es $\{a; b\}$ y $a < b$, halle el valor de $2 \cos\left(\frac{4b}{3} + 2 \arcsen\left(\frac{2a}{\pi}\right)\right)$.

A) -2 B) 1 C) 0 D) 2 E) -1

Solución:

- $x \in \text{Dom}(f) \Leftrightarrow 1 - |\csc(\pi x)| \geq 0 \Leftrightarrow |\csc(\pi x)| \leq 1 \Leftrightarrow x = n + \frac{1}{2}, n \in \mathbb{Z}$
- $n = 2k, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow f(x) = \arctan(1) = \frac{\pi}{4}$
- $n = 2k + 1, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow f(x) = \arctan(-1) = -\frac{\pi}{4}$
- En consecuencia, $\text{Ran}(f) = \left\{-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right\}$.
- $a = -\frac{\pi}{4}, b = \frac{\pi}{4}$
- $\Rightarrow 2 \cos\left(\frac{4b}{3} + 2 \arcsen\left(\frac{2a}{\pi}\right)\right) = 2 \cos(0) = 2$

Rpta.: D

5. Las dimensiones de un terreno rectangular son $(5a + 20)$ m y $(5b + 27)$ m, donde a y b son, respectivamente, los elementos máximo y mínimo del dominio de la función real f definida por $f(x) = 7 \arccos\left(\frac{5x-3}{7}\right) + 1$. Si cada metro cuadrado del terreno cuesta 120 soles, halle el costo (en soles) de dicho terreno.

A) 84 200 B) 72 800 C) 68 600 D) 94 200 E) 82 800

Solución:

- $x \in \text{Dom}(f) \Leftrightarrow -1 \leq \frac{5x-3}{7} \leq 1 \Leftrightarrow -7 \leq 5x-3 \leq 7 \Leftrightarrow -\frac{4}{5} \leq x \leq 2$
- El área del terreno es: $(5a+20)(5b+27)\text{m}^2 = 690\text{ m}^2$
- Por lo tanto, el costo del terreno es 82 800 soles.

Rpta.: E

6. Sea la función real h definida por $h(x) = \arctan(|x-1|-3)$. Si el rango de la función h es $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$, halle la suma de los elementos enteros que pertenecen al dominio de h .

- A) 4 B) 6 C) 0 D) 7 E) 8

Solución:

$$\Rightarrow -\frac{\pi}{4} \leq \arctan(|x-1|-3) \leq \frac{\pi}{4} \Rightarrow -1 \leq |x-1|-3 \leq 1$$

$$\Rightarrow |x-1| \geq 2 \quad \wedge \quad |x-1| \leq 4$$

$$\Rightarrow x \in [-3; -1] \cup [3; 5]$$

- Por lo tanto, la suma de enteros que pertenecen al dominio de h es 6.

Rpta.: B

7. Si $\alpha = \arctan(\csc 38^\circ - \tan 52^\circ)$ y $\beta = \arccos\left(\frac{1-\tan^2 187^\circ}{1+\cot^2 83^\circ}\right)$, calcule $50 \sin(\alpha + \beta + 4^\circ)$.

- A) $25\sqrt{2}$ B) 14 C) 30 D) $25\sqrt{3}$ E) 40

Solución:

$$\alpha = \arctan(\csc 38^\circ - \tan 52^\circ) \Rightarrow \alpha = \arctan(\tan 19^\circ) \Rightarrow \alpha = 19^\circ$$

$$\beta = \arccos\left(\frac{1-\tan^2 7^\circ}{1+\tan^2 7^\circ}\right) \Rightarrow \beta = \arccos(\cos(14^\circ)) \Rightarrow \beta = 14^\circ$$

$$\text{Por lo tanto, } 50 \sin(\alpha + \beta + 4^\circ) = 50 \sin(37^\circ) = 30.$$

Rpta.: C

Lenguaje

EJERCICIOS

1. La coma es el signo de puntuación más empleado en la escritura, pues presenta múltiples usos. Según ello, puntúe los siguientes enunciados; luego identifique la alternativa que relaciona cada coma empleada con su respectiva clase.

- | | |
|---|----------------|
| I. Max quien es norteamericano imparte clases de inglés. | a. Hiperbática |
| II. Si ves algo sospechoso llama al serenazgo del distrito. | b. Conjuntiva |
| III. Camila bien lavaba la ropa bien preparaba el almuerzo. | c. Vocativa |
| IV. Acuérdate Adolfo de traer información sobre el dengue. | d. De adverbio |
| V. Evidentemente la corrupción afecta a los más pobres. | e. Explicativa |

A) Ie, IIb, IIIa, IVc, Vd

B) Ib, IIa, IIIId, IVc, Ve

C) Ic, IIb, IIIa, IVd, Ve

D) Ie, IIa, IIIb, IVc, Vd

E) Ie, IIa, IIIc, IVb, Vd

Solución:

- | | |
|--|----------------|
| I. Max, quien es norteamericano, imparte clases de inglés. | e. Explicativa |
| II. Si ves algo sospechoso, llama al serenazgo del distrito. | a. Hiperbática |
| III. Camila bien lavaba la ropa, bien preparaba el almuerzo. | b. Conjuntiva |
| IV. Acuérdate, Adolfo, de traer información sobre el dengue. | c. Vocativa |
| V. Evidentemente, la corrupción afecta a los más pobres. | d. De adverbio |

Rpta.: D

2. La puntuación establece relaciones sintáctico-semánticas entre las diferentes frases del texto. Según este fundamento, puntúe adecuadamente el enunciado *Alumnos la distinción entre los verbos transitivos que seleccionan un objeto directo y los intransitivos que no lo requieren se basa en razones semánticas*. Luego determine los signos de puntuación utilizados.

- A) Dos comas y dos punto y coma
B) Una coma
C) Cinco comas
D) Dos comas y paréntesis
E) Cuatro comas y un punto y coma

Solución:

La oración requiere de cinco comas: una coma vocativa y cuatro comas incidentales. La puntuación adecuada es la siguiente: *Alumnos, la distinción entre los verbos transitivos, que seleccionan un objeto directo, y los intransitivos, que no lo requieren, se basa en razones semánticas.*

Rpta.: C

3. De acuerdo con la *Ortografía de la lengua española*, los signos de puntuación no deben transgredir la estructura oracional, salvo excepciones. En consecuencia, ¿qué enunciados incumplen esta prescripción?

- I. En el asiento posterior de la miniván, iban sentados: Héctor y Rosaura.
- II. Hoy confirmaron su participación Rosario, Carmen, Paulina y Carmela.
- III. Quien no llegue antes de la hora indicada, no podrá rendir el examen.
- IV. Compramos pescado, cebolla, tomate, etc., para preparar el almuerzo.
- V. Tarma, la Perla de los Andes, huele a: gladiolos, alhelíes, claveles, etc.

- A) I, II y III B) II, III y IV C) I, III y V D) II, III y V E) I, IV y V

Solución:

En las oraciones I y III, no se debe escribir signo de puntuación entre sujeto y predicado. En el enunciado V, no deben ir los dos puntos entre preposición y su término.

Rpta.: C

4. El uso de los dos puntos cumple varias funciones lingüísticas. Una de ellas es relacionar proposiciones yuxtapuestas con el sentido de causa-efecto. En tal sentido, determine en qué enunciado se debe emplear los dos puntos para establecer dicho significado.

- A) En la feria había muchos platos criollos cebiche causa lomo saltado etc.
- B) Ludwig afirmó El significado de una palabra es su uso en el lenguaje.
- C) A David le quitaron la beca había desaprobado todas las asignaturas.
- D) Lo expulsaron por doble amonestación no jugará el siguiente partido.
- E) La diéresis cumple una sola función indicar que la ñ tiene valor fónico.

Solución:

En el enunciado *Lo expulsaron por doble amonestación: no jugará el siguiente partido*, se requiere emplear los dos puntos entre sus proposiciones para expresar la relación de causa-efecto. Este signo puede ser reemplazado por la locución conjuntiva *por (lo) tanto*.

Rpta.: D

5. El punto y coma se emplea para separar proposiciones yuxtapuestas que tienen una relación semántica muy estrecha; esto es, comparten la misma idea o tratan acerca de lo mismo. Considerando ello, tras puntuar adecuadamente los enunciados propuestos, determine en cuáles de ellos es necesario este signo de puntuación.

- I. Rusia posee un extenso territorio sin embargo no es el más poblado.
- II. Yo no les diré la respuesta de los ejercicios sino que se los explicaré.
- III. Hace tiempo al cielo le robé una estrella al prado una rosa muy bella.
- IV. A los niños denles hondas raíces cuando sean mayores denles alas.
- V. Luis si no haces algo por cambiar tu sino no lograrás nada en la vida.

- A) II y IV B) I y III C) III y IV D) I y V E) IV y V

Solución:

En los enunciados III y IV, se deben emplear el punto y coma, dado que las proposiciones yuxtapuestas predicán, respectivamente, sobre el mismo sujeto tácito *tú* y *ustedes*, y un mismo predicado *robar* y *dar*. La puntuación es como sigue:

III. *Hace tiempo, al cielo le robé una estrella; al prado, una rosa muy bella.*

IV. *A los niños denles hondas raíces; cuando sean mayores, denles alas.*

Rpta.: C

6. Se escriben entre comas las frases explicativas, pues estas añaden alguna precisión o comentario adicional sobre un antecedente nominal. De acuerdo con esta afirmación, señale los enunciados que requieren necesariamente estas comas.

I. La surfista Fernanda de 25 años de edad es campeona en *longboard*.

II. En octubre de 1968 los militares derrocaron al presidente Belaúnde Terry.

III. La excongresista de la República Mirtha Vásquez es licenciada en Derecho.

IV. Muchos atletas irán a Francia donde se realizarán los Juegos Olímpicos.

V. Alejandro aunque no lo creas el vendedor de diarios trabaja todos los días.

A) I y IV

B) II y III

C) III y IV

D) I y III

I y V

Solución:

Las frases explicativas *de 25 años de edad* y *donde se realizarán los Juegos Olímpicos* deben escribirse entre comas, dado que modifican, respectivamente, a referentes únicos: *Fernanda* y *Francia*.

Rpta.: A

7. En la escritura, el uso normativo de los signos de puntuación es importante para transmitir un mensaje comprensible. Considerando ello, ¿qué enunciados presentan empleo correcto de estos signos?

I. Ricardo el «Tigre» Gareca ya es el entrenador de la selección chilena.

II. Edilberto, no puedo pasarte las respuestas del examen, ¿comprendes?

III. El poema «Masa» está en el poemario *España aparta de mí este cáliz*.

IV. Machado recitó: «Caminante no hay camino, se hace camino al andar».

V. A la población, indudablemente, le preocupa la inseguridad ciudadana.

A) I y IV

B) II y V

C) II y III

D) III y V

E) I y V

Solución:

En el enunciado II, se emplea la coma vocativa en *Edilberto* y la coma ante el apéndice confirmativo *¿comprendes?* En la oración V, va entre comas el adverbio *indudablemente*, pues modifica a toda la oración con el significado de asentimiento o confirmación. Sus sinónimos son *efectivamente*, *naturalmente*.

Rpta.: B

8. Los signos de puntuación delimitan unidades gramaticales (frases, oraciones, enunciados, etc.) del discurso para comprender mejor las expresiones lingüísticas. Según lo mencionado, determine qué enunciado presenta adecuada puntuación.

A) Recibieron el premio, no solo los alumnos, sino también sus profesores.
B) ¿Es tu primera entrevista, jovencita?, le preguntó la actriz Kate Winslet.
C) El delegado del salón, Hugo Ramírez, exigió que se repitiera la votación.
D) Celia y Aldo —no es un secreto amigos— fueron deportados de EE.UU.
E) La actriz peruana Magaly Solier nació en Huanta (Ayacucho, en 1973).

Solución:

En esta alternativa, va entre comas el inciso explicativo *Hugo Ramírez*, dando a entender que existe solo un delegado (representante) del salón.

Rpta.: C

9. Teniendo en cuenta el conjunto de normas que rige el uso adecuado de los signos de puntuación, indique cuál de los enunciados está correctamente puntuado.

A) La mejor forma de prevenir: el dengue, la fiebre chikungunya y el zika es eliminar todos los criaderos de mosquitos.
B) Enfermera, para prevenir el dengue ¿debemos eliminar los lugares donde se cría el mosquito?
C) A la discoteca no se puede acceder con objetos metálicos, tales como: tijeras, navajas, sacacorchos, etc.
D) Ricas montañas, hermosas tierras, risueñas playas, cumbres nevadas, ríos y quebradas: así es mi Perú.
E) «La inseguridad ciudadana, —aseguró la congresista—, es el problema más grave que aqueja a los peruanos».

Solución:

Según la *Ortografía de la lengua española*, se escribe dos puntos ante enumeraciones de carácter explicativo, cuando van precedidas de un elemento anticipador como *así*.

Rpta.: D

10. ¿Qué enunciado guarda estricta correspondencia con las normas establecidas en la ortografía de los signos de puntuación?

A) Jorge, los poderes del Estado son: el Ejecutivo, el Legislativo y el Judicial.
B) En Semana Santa, Ángel viajará a Cusco; Rosa, a Loreto y Carla, a Piura.
C) El verso de la canción decía: «No te dejes avecilla agobiar por la tristeza».
D) Cuando están ebrios los «angelitos» de mi vecina no respetan a nadie.
E) El sereno les dijo que, mientras estuvieran en el parque, no podían fumar.

Solución:

Se escriben entre comas la proposición subordinada temporal *mientras estuvieran en el parque*, dado que esta se incrusta entre la conjunción subordinante *que* y la proposición subordinada de objeto directo *no podían fumar*.

Rpta.: E

11. El principal objetivo de los signos de puntuación es facilitar que el mensaje escrito se transmita de forma óptima. De acuerdo con este criterio, ¿qué enunciado exhibe correcta puntuación?

- A) Amigo, el que parte y reparte, se queda con la mejor parte.
- B) ¿Sinceramente crees que has estado obrando bien, Paola?
- C) Por favor, ¡Alejandro, llévate esos libros antiguos de aquí!
- D) Si ellos aprueban el examen, ¿los premiarás con un viaje?
- E) Tanto José, como María, eran grandes aficionados al cine.

Solución:

Cuando las subordinadas condicionales empiezan el enunciado, se delimitan con una coma y quedan fuera de la oración interrogativa.

Rpta.: D

12. Los signos de puntuación son signos ortográficos que organizan el discurso para facilitar su comprensión. Según esta definición, señale el enunciado que está correctamente puntuado.

- A) En el largometraje, Jack (Leonardo DiCaprio), un humilde y joven artista; y Rose (Kate Winslet), una chica de clase acomodada; se conocerán a bordo del Titanic, el transatlántico más grande y seguro jamás construido.
- B) En el largometraje, Jack (Leonardo DiCaprio), un humilde y joven artista, y Rose (Kate Winslet), una chica de clase acomodada se conocerán a bordo del Titanic, el transatlántico más grande y seguro jamás construido.
- C) En el largometraje, Jack (Leonardo DiCaprio), un humilde y joven artista, y Rose (Kate Winslet), una chica de clase acomodada, se conocerán a bordo del Titanic, el transatlántico más grande y seguro jamás construido.
- D) En el largometraje, Jack (Leonardo DiCaprio), un humilde y joven artista, y Rose (Kate Winslet), una chica de clase acomodada, se conocerán a bordo del Titanic (el transatlántico más grande y seguro jamás construido).
- E) En el largometraje, Jack (Leonardo DiCaprio, un humilde y joven artista) y Rose (Kate Winslet, una chica de clase acomodada) se conocerán a bordo del Titanic, el transatlántico más grande y seguro jamás construido.

Solución:

Se escriben entre comas las frases explicativas que modifican a un nombre propio, y con coma el complemento circunstancial que precede al verbo. Van entre paréntesis la información secundaria, pues esta no forma parte del tema principal.

Rpta.: C

LOS SIGNOS DE PUNTUACIÓN		
Ortografía de la lengua española (RAE, 2010)		
COMA	Enumerativa	<i>Hoy es un día gris, lluvioso, frío y desapacible. Kenia, Cabo Verde, Egipto, etc., son países de África.</i>
	De vocativo	<i>Mari, ¿por qué llegas tarde? ¿Por qué llegas tarde, Iván? Rosa, ¡qué calor hace aquí! ¡Qué calor hace aquí, Ana!</i>
	Incisos	<i>Cristóbal Colón, explorador genovés, descubrió América. Alejandra, quien es estudiosa, ingresó a San Marcos.</i>
	Elíptica	<i>Mal de muchos, consuelo de tontos. Mariela baila reguetón; José, salsa.</i>
	Hiperbática	<i>En aquellos calurosos días, solíamos pasear. Aunque la temperatura ha aumentado, no me desabrigaré.</i>
	Ante conjunción adversativa, ilativa, distributiva...	<i>El grupo salió al amanecer, pero no llegó a su destino. El piso está resbaloso, conque (así que) ten cuidado. El equipo no jugó bien, sin embargo, ganó el partido. Esas palabras son sinónimas, es decir, significan lo mismo. El niño travieso ya dormía, ya jugaba en el sillón.</i>
	Con adverbio oracional	<i>Lamentablemente, en el último concurso no obtuvimos el premio que esperábamos.</i>
PUNTO Y COMA	Separa proposiciones relacionadas semánticamente	<i>Fuimos a Chosica; hacía un calor espléndido. Puede irse; no hay nada que hacer.</i>
	Enumeración compleja que incluye comas	<i>Visitó Lima, la Ciudad Jardín; Huánuco, la Ciudad del León, y Arequipa, la Ciudad Blanca. Cada grupo irá por un lado diferente: el primero, por la izquierda; el segundo, por la derecha; el tercero, de frente.</i>
	Ante conjunciones y locuciones	<i>Los jugadores se entrenaron intensamente durante todo el mes; sin embargo, los resultados no fueron los que el entrenador esperaba.</i>
DOS PUNTOS	Cita textual	<i>Me dijo: «La ponencia de Rosario estuvo interesante».</i>
	Expresa relación de causa o consecuencia de lo expresado anteriormente	<i>El cigarrillo es perjudicial para la salud: produce cáncer. No pudo llamar a sus padres: tenía el celular descargado. Apenas tiene gasolina: no podrá ir muy lejos en ese auto.</i>
	Enumeración anticipada y de carácter explicativo	<i>Traducir, corregir y editar: esas serán tus funciones. Viajó a varios países: Francia, Italia, Finlandia y España.</i>

COMILLAS	Enmarcan una cita textual	<i>«Mejor me quedo en casa», pensó Margarita. Vizcarra dijo: «La Cumbre de las Américas fue un éxito». «La Cumbre de las Américas fue un éxito», dijo Vizcarra.</i>
	Encierran títulos de artículos, poemas, capítulos de libros, reportajes o cualquier parte dentro de una publicación	<i>El poema «A un olmo seco» es fascinante. Publicó un interesante artículo titulado «El léxico de hoy».</i>
	Enmarcan palabras extranjeras, vulgares, con sentido irónico o para comentar un término desde el punto de vista lingüístico.	<i>El caldo de «gaína» estaba delicioso. No habrá «outsider» en estas elecciones municipales. El verbo «amar» es transitivo, pues exige objeto directo.</i>
	Encierran apodos que se ubican entre el nombre de pila y el apellido.	<i>José «Chemo» del Solar fue técnico de César Vallejo. Hugo «Cholo» Sotil jugó en el Fútbol Club Barcelona.</i>
PARÉNTESIS	Encierra datos (lugar, fechas, significado de siglas, etc.)	<i>Daniel Defoe (1659-1731) es el autor de Robinson Crusoe. Toda su familia nació en La Habana (Cuba). La ONU (Organización de las Naciones Unidas) se creó el 24 de octubre de 1945. La Organización de las Naciones Unidas (ONU) se creó el 24 de octubre de 1945.</i>
	Para intercalar una aclaración	<i>Shakira (la novia del futbolista) nació en Barranquilla.</i>
	Introduce opciones en el texto.	<i>Se necesita profesor(a) para la asignatura de Historia.</i>

RAYAS	En incisos.	<i>Para él la fidelidad —cualidad que valoraba por encima de cualquier otra— era algo sagrado.</i>
	En la intervención de cada interlocutor en un diálogo	<i>Esperaba a Héctor —un gran amigo—; pero no vino. —¿Cuándo volverás? —No tengo ni idea. —¡No tardes mucho! —No te preocupes. Volveré.</i>
GUIÓN	El prefijo se escribirá con guion cuando la siguiente palabra comience con mayúscula, sigla o número.	<i>anti-OTAN pro-Obama sub-21 super-8</i>
	Para unir combinaciones gráficas	<i>Eso está en las páginas 24-26 del libro. Clorinda M. de Turner (1852-1909) nació en el Cuzco.</i>
	Puede unir nombres propios, nombres comunes y adjetivos	<i>El análisis lingüístico-literario será del Quijote. Ayer conocí al señor Sánchez-Cano.</i>

Literatura

EJERCICIOS

1. Esteban bajó por el sendero ondulante, saltó la acequia y se detuvo al borde de la carretera, justamente en el mismo lugar en que había encontrado, en la mañana, el billete de diez soles. Al poco rato apareció Pedro y empezaron a caminar juntos, internándose dentro de la bestia de un millón de cabezas.

De acuerdo con el fragmento citado del relato «El niño de Junto al Cielo», de Enrique Congrains, ¿qué característica de la narrativa de la Generación del 50 se identifica?

- A) Resalta la migración provinciana en la urbe capitalina.
- B) Describe el desarrollo de las clases media y baja limeñas.
- C) Propone la marginación del migrante en el espacio ciudadano.
- D) Exhibe la formación de barriadas en la periferia de la ciudad.
- E) Muestra una visión crítica a través de la imagen descrita.

Solución:

En la última parte del fragmento citado, se describe, de modo figurado, la imagen de la ciudad moderna entendida como una bestia de un millón de cabezas. Esta imagen fue plasmada por los narradores de la Generación del 50.

Rpta.: E

2. Marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado relacionado con las características de la narrativa de la Generación del 50: «En sus obras, los autores describen la transformación de la _____ atravesada por un proceso de _____ y desarrollo».

A) urbe – asimilación
C) capital – mestizaje cultural
E) sierra – alfabetización

B) ciudad – modernización
D) costa – tecnificación

Solución:

Con respecto a las características de la narrativa de la Generación del 50, la modernización de la vida urbana se describe en base a la transformación de la ciudad.

Rpta.: B

3. La mamá de Roberto había sufrido entonces su segundo ataque, que la borró del mundo. No pudo leer así la carta oficial en la que le decían que Bob López había muerto en acción de armas y tenía derecho a una citación honorífica y a una prima para su familia. Nadie la pudo cobrar.

De acuerdo con el fragmento citado del relato «Alienación», de Julio Ramón Ribeyro, es posible inferir que dentro de la narrativa ribeyriana, los personajes están marcados por

A) el caos.
D) la congoja.

B) la esperanza.
E) el fracaso.

C) la marginación.

Solución:

El narrador ribeyriano tiene una actitud escéptica, por eso sus personajes están marcados por el fracaso y la desesperanza.

Rpta.: E

4. Con respecto al argumento del relato «Los gallinazos sin plumas», de Julio Ramón Ribeyro, marque la alternativa que contiene la secuencia correcta de verdad (V o F).

I. Enrique se lastima el pie y no puede ir al muladar con su hermano Efraín.
II. El cerdo Pascual devoró al abuelo debido a que este saltó al chiquero.
III. Don Santos obliga a sus nietos a ir al vertedero para cebar al cerdo.
IV. Efraín y Enrique abandonan el corralón, pues les espera un futuro exitoso.

A) FVFV B) VFVV C) FFVF D) VFFV E) VVFV

Solución:

I. Efraín se corta el pie y por ello no puede ir al muladar junto a su hermano. (F) II. El abuelo cae al chiquero, pero no se narra que sea devorado por el cerdo. (F) III. El abuelo quiere vender al cerdo, por ello obliga a los niños a ir al muladar para recolectar el alimento destinado a Pascual. (V) IV. Los protagonistas huyen, pero no tienen esperanza de sobrevivir en la ciudad, el futuro de ambos es incierto. (F)

Rpta.: C

5. Marque la alternativa que completa correctamente el siguiente enunciado sobre «Los gallinazos sin plumas», de Julio Ramón Ribeyro: «Al final de la obra, una vez que el abuelo resbaló al chiquero, Enrique le dice a su hermano Efraín que es momento de huir, este le pregunta a dónde y Enrique le responde al muladar. Esta respuesta indica

- A) el triunfo de ser libres en la ciudad sin ser explotados».
- B) la importancia de las acciones de los personajes infelices».
- C) la prosperidad de los migrantes y su ascenso social».
- D) la excesiva avaricia de las clases bajas en la ciudad».
- E) la imposibilidad de progreso de los personajes marginales».

Solución:

La respuesta de Enrique a su hermano en el epílogo de «Los gallinazos sin plumas» simboliza la cancelación de la esperanza de progreso para los personajes marginales.

Rpta.: E

6. Marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado sobre el relato «Los gallinazos sin plumas», de Julio Ramón Ribeyro: «El cuento retrata la explotación de los más débiles, quienes, metafóricamente, deben sostener la esperanza de progreso económico representado por el cerdo Pascual, el cual simboliza también a la urbe que busca

- A) crecer y desarrollarse a costa de los marginales».
- B) enfrentar a los de la clase media con los de la baja».
- C) favorecer permanentemente a los que menos tienen».
- D) amparar, principalmente, a los sujetos expoliados».
- E) incentivar el desarrollo de las clases media y popular».

Solución:

En «Los gallinazos sin plumas», el cerdo Pascual representa a la urbe, la cual crece y se desarrolla a costa del sacrificio y la opresión de los individuos marginales.

Rpta.: A

7.

Identikit

sí

la oscura materia

animada por tu mano

soy yo

Luego de leer el poema «Identikit», de Blanca Varela, ¿cuál de las siguientes alternativas contiene el enunciado correcto respecto a las características del estilo de su poesía?

- A) Presenta un tono existencialista y surrealista.
- B) Describe la naturaleza del sistema patriarcal.
- C) Expresa pesimismo ante la fragmentación del yo.
- D) Utiliza un lenguaje conciso y carente de adornos.
- E) Asume una actitud melodramática y sentimental.

Solución:

Los versos destacan por su concisión compositiva y un lenguaje escueto, sin adornos, asimismo se evidencia el empleo del verso libre.

Rpta.: D

8. **Curriculum Vitae**

*digamos que ganaste la carrera
y que el premio
era otra carrera
que no bebiste el vino de la victoria
sino tu propia sal*

*que jamás escuchaste vitores
sino ladridos de perros
y que tu sombra
tu propia sombra
fue tu única
y desleal competidora*

Con respecto a la verdad (V o F) de los siguientes enunciados relacionados con el poema titulado «Curriculum Vitae», incluido en el poemario *Canto villano*, de Blanca Varela, marque la alternativa que contiene la secuencia correcta.

- I. Emplea el verso rimado y con métrica fija.
- II. Expone una mirada pesimista.
- III. Asume un tono confidencial y emotivo.
- IV. Muestra un lenguaje recargado.

- A) FFVF B) FVFF C) FVFV D) VVFV E) VFVV

Solución:

I. Recurre al empleo del verso libre, sin métrica fija. (F) II. Evidencia una mirada pesimista. (V) III. La poesía de Varela elude el tono confidencial y emotivo. (F) IV. El lenguaje poético de Varela es depurado y sin adornos. (F)

Rpta.: B

Psicología

EJERCICIOS

Lea atentamente el enunciado de cada pregunta y señale la respuesta de acuerdo con lo que corresponda.

1. El concepto de personalidad presenta criterios distintivos que orientan su estudio y brindan aportes en las áreas clínica, educativa, forense y social. En relación con estos criterios, identifique los enunciados correctos.

- I. Configura rasgos de comportamiento únicos, por tanto, es impredecible.
II. Estructura una conducta de naturaleza estable y consistente e inmodificable.
III. Permite integrar la actividad cognitiva, afectiva y conductual de cada ser humano.

- A) Solo I B) Solo III C) I y II D) II y III E) I y III

Solución:

I (F): La personalidad configura rasgos de comportamiento que sí es predecible

II (F): La personalidad no obstante ser un patrón de comportamiento estable y consistente, si puede ser modificada.

III (V): La personalidad es un comportamiento general que integra aspectos cognitivos, afectivos y conductuales.

Rpta.: B

2. Marina es conocida por sus compañeras del instituto por ser tranquila, colaboradora y respetuosa y aficionada a la jardinería. Sin embargo, Roxana, su mejor amiga, cuando otra compañera señala estas cualidades de Marina, dice sonriendo: «Tú no la conoces bien, cuando se molesta es diferente y ya no le gusta la jardinería, prefiere el dibujo». Considerando la teoría de los rasgos, podemos inferir que Roxana hace alusión al rasgo de Marina denominado _____ y que suele ser _____.

- A) cardinal – dominante
B) central – único
C) secundario – situacional
D) central – cambiante
E) secundario – definitivo

Solución:

Los rasgos secundarios son características situacionales que aparecen bajo determinadas condiciones, como pueden ser bajo tensión o estrés, y que regularmente no son conocidas por todos; estos rasgos incluyen preferencias que pueden cambiar como las aficiones. En el caso descrito, podemos inferir que Roxana, que a la par, es la mejor amiga de Marina, en circunstancias específicas de tensión, ha observado características distintas en ella, conociendo, además, que su afición a la jardinería ha cambiado.

Rpta: C

3. Camila es una joven reflexiva y que interactúa poco tiempo con las personas a su alrededor. Asimismo, prefiere estar en casa, en alguna habitación que le permita concentrarse en sus libros de suspenso y drama, por lo que suele declinar cuando le invitan al algún evento social, para así tener más tiempo para su lectura. Acorde a la teoría tipológica de la personalidad según _____, Camila puede ser considerada como una persona _____
- A) Jung – introvertida. B) Bandura – extrovertida.
C) Eysenck – colérica. D) Jung – extrovertida.
E) Bandura – introvertida.

Solución:

De acuerdo a la teoría tipológica de C. Jung, las personas introvertidas son reflexivas, retraídas y de poco interactuar con los demás.

Rpta.: A

4. A Renato el médico le ha recomendado que baje su ingesta de carbohidratos y que incremente su actividad física debido a que presenta obesidad. Él ha seguido la indicación solo relacionada con los carbohidratos y considera que, como todos los fines de semana, disfruta bailando y celebrando con sus amigas cualquier acontecimiento, no necesita más ejercicio. Considerando las tipologías constitucionales señale el valor de verdad (V o F) de las proposiciones siguientes:
- I. Renato poseería, de acuerdo con la teoría de Kretschmer, un temperamento pícnico.
 - II. Según la teoría de Galeno, a Renato le correspondería la personalidad sanguínea.
 - III. En la teoría somato-psíquica, Renato sería categorizado como ciclotímico.
- A) VFV B) VVV C) FFV D) FVF E) FVV

Solución:

- I. (F). Renato posee, de acuerdo con la teoría de Kretschmer, un temperamento ciclotímico asociado a la forma corporal de pícnico.
- II. (V). Según la teoría de Galeno, la personalidad sanguínea se caracteriza por ser extrovertido, sentimental e intrépido.
- III. (V). En la teoría somato-psíquica, a Renato le corresponde un temperamento ciclotímico.

Rpta: E

5. El conferencista Yokoi Kenyi compara las diferencias culturales de valoración del comportamiento, refiriendo «En Japón cuando una persona es insultada, se controla y no responde reactivamente al agravio, por tanto, se le considera que tiene una personalidad fuerte. Pero, en Latinoamérica, un sujeto ante la misma situación, reacciona reactivamente, enrojece de ira, grita y agrede al ofensor, a él lo consideran con una personalidad fuerte». Relacionando la situación anterior con los componentes de la personalidad, identifique el valor de verdad de los siguientes enunciados.

- I. En el caso de Latinoamérica la conducta referida alude al concepto de carácter.
- II. El control emocional que asume un sujeto en Japón ilustra el concepto de carácter.
- III. El latinoamericano tiene un temperamento incontrolable a diferencia del japonés.

A) VFF B) VVV C) VFV D) FVF E) VVF

Solución:

- I. (F). En el caso del comportamiento aludido de los latinoamericanos se trata del concepto de temperamento y no del carácter.
- II. (V). El control y regulación de las emociones ilustra el concepto de carácter.
- III. (F). El temperamento es controlable y regulable en los individuos de todas las culturas.

Rpta: D

6. Teo, Mary y José, fueron a un restaurante para almorzar. Teo y Mary hacían bromas, mientras que José solo escuchaba. Cuando estaban a punto de retirarse, ingresaron tres sujetos encapuchados, provistos de armas de fuego, lanzando gritos amenazantes. Mary sorprendida, no pudo evitar el llanto; Teo, palideció de forma instantánea y acercándose a María, trató de tranquilizarla. Solo José no dio muestras de inquietud alguna, y permaneció sentado sin proferir palabra. Considerando la teoría de los temperamentos de Galeno, a José le correspondería el denominado _____.

A) melancólico B) flemático C) sanguíneo
D) colérico E) esquizotímico

Solución:

En la teoría de Galeno, la personalidad flemática se caracteriza por ser sereno, parsimonioso y poco expresivo.

Rpta: B

7. Hans Eysenck elaboró un inventario de personalidad ligado al temperamento. Con respecto a la propuesta de este autor, identifique la alternativa que comprenda la(s) proposición(es) correctas.

- I. La dimensión psicoticismo está relacionada a los grados de estabilidad e inestabilidad emocional.
- II. Para Eysenck, los diferentes tipos de personalidad surgen principalmente debido a la herencia.
- III. El tipo colérico se vincula a la extraversión y la estabilidad, y tiene como características ser sociable y locuaz.

A) Solo I B) I y III C) I y II D) Solo II E) II y III

Solución:

Solo II. La tipología de Eysenck se funda principalmente en la psicología y la genética. Para él, las diferencias en personalidad surgen de la herencia. A su vez, si bien hay una asociación con la teoría de Galeno, el tipo colérico no cumple con los criterios mencionados.

Rpta.: D

8. Andrea no se siente segura de sí misma en distintos ámbitos de su vida, como en sus actividades académicas y laborales. Un día, mientras hablaba de ello con su mejor amiga le menciona que, durante muchos años de su vida, sus padres solían minusvalorar sus capacidades, preferencias y decisiones. Según los planteamientos de C. Rogers acerca del desarrollo de la personalidad, indique las proposiciones correctas.
- Esta chica debe buscar un modelo de conducta y replicar todas las virtudes de este para convertirse en una persona segura de sí misma.
 - La aceptación incondicional de sus propias características es esencial para que pueda afrontar sus dificultades.
 - La insatisfacción de la necesidad de pertenencia al recibir constantes críticas de sus progenitores ha mermado la confianza en sí misma.
- A) Solo I B) I y II C) Solo II D) II y III E) Solo III

Solución:

Solo II. Desde el enfoque humanista de C. Rogers, la aceptación incondicional es un aspecto fundamental para el desarrollo de la personalidad plena como se ilustra en la premisa II. En tanto que la premisa I y III, expresan conceptos de los enfoques cognitivo-social y humanista según A. Maslow, respectivamente.

Rpta.: C

9. El coordinador de un instituto le menciona a uno de sus asistentes: «Me han informado que han matriculado a un estudiante que recientemente ha egresado del colegio. Este alumno tuvo varias sanciones por su conducta inapropiada en los últimos tres colegios en los que estuvo. Solía golpear a sus compañeros, hacerles bromas pesadas y nunca hubo un reproche contundente por parte de los docentes, más bien sus amigos de aula siempre se reían de sus acciones». El enfoque que explica mejor las causas de estas características en la personalidad del estudiante en mención es el enfoque
- A) cognitivo-social. B) factorialista. C) conductual.
D) humanista. E) de rasgos.

Solución:

El enfoque conductual refiere que la personalidad es modelada en la historia de reforzamiento y castigo, por ello las consecuencias de las acciones van determinando los patrones de respuesta de los individuos ante situaciones específicas, como en el caso del estudiante cuyas conductas inapropiadas solían ser reforzadas.

Rpta.: C

10. Hace un año, Ernesto y su familia se han mudado a un barrio peligroso. Él refiere que, en los últimos meses, su hijo Alex sale a la calle con dos amigos que ha conocido. A partir de ello, considera que él ha cambiado ya que ahora dice muchas groserías, se viste con ropa holgada, gusta de grabarse para las redes sociales y no hace caso a las normas que se le indica. Ernesto menciona que: «Ahora se comporta igual que sus amigos, de ellos ha aprendido todo lo malo». Las características en la personalidad actual de Alex pueden ser explicadas a partir del enfoque denominado

A) cognitivo-social. B) conductual. C) somato-psíquico.
D) humanista. E) factorialista.

Solución:

El enfoque cognitivo-social, según A. Bandura, explica que en la personalidad se adquieren características a partir de observar e imitar modelos que el individuo considera significativos, como el caso de Alex quien toma como referencia los comportamientos de sus amistades y por ello ha adquirido esas conductas inapropiadas.

Rpta.: A

Educación Cívica

EJERCICIOS DE CLASE

1. El artículo 177 de la Constitución Política del Perú señala que los tres órganos que conforman el sistema electoral mantienen entre sí una relación de coordinación, de acuerdo con sus atribuciones. Esto se cumple, por ejemplo, con la verificación de las firmas realizada por _____ y que permite a los partidos políticos su registro ante _____.

A) el JNE – el Reniec B) la ONPE – el Reniec
C) el Reniec – la ONPE D) la ONPE – el JNE
E) el Reniec – el JNE

Solución:

El Jurado Nacional de Elecciones (JNE) es la entidad electoral que custodia el Registro de Organizaciones Políticas. En tanto que el Registro Nacional de Identificación y Estado Civil (Reniec) verifica las firmas que presentan para su inscripción los partidos políticos y los movimientos regionales.

Rpta.: E

2. El Jurado Nacional de Elecciones confirmó la improcedencia del pedido de nulidad de las elecciones solicitada en el distrito de Culebras, ubicado en la provincia de Huarney. Esta resolución se basa principalmente en que una de sus competencias es

A) administrar justicia en materia electoral.
B) organizar los procesos electorales.
C) dar las credenciales a los candidatos ganadores.
D) brindar información acerca del sufragio.
E) tener iniciativa en la formulación de leyes.

Solución:

Al Jurado Nacional de Elecciones le compete la administración de justicia en materia electoral, lo cual significa que resuelve los conflictos que aparecen sobre tema electorales como anulación de candidaturas, legitimidad de elecciones y sustitución de alcaldes, congresistas, entre otros cargos públicos.

Rpta.: A

3. El voto electrónico ofrece ventajas como una mayor rapidez en la comprobación de la identidad del elector, el conteo de votos y la generación de resultados. Tomando en cuenta las principales funciones de los órganos del sistema electoral, la implementación de este sistema de votación que busca la automatización del proceso de la jornada electoral es realizada por
- A) el Jurado Nacional de Elecciones.
 - B) la Oficina Nacional de Procesos Electorales.
 - C) el Registro Nacional de Identificación y Estado Civil.
 - D) los Jurados Electorales Especiales.
 - E) la Junta Nacional de Justicia.

Solución:

La Oficina Nacional de Procesos Electorales (ONPE) es el órgano constitucional autónomo que organiza todos los procesos electorales, de referéndum y otros tipos de consulta popular a su cargo. Así también, elabora todo el material electoral necesario para que se lleve a cabo cualquier proceso. Por ende, el voto electrónico es un sistema de votación implementado por la ONPE ya que es parte de sus funciones.

Rpta.: B

4. Si bien los organismos del sistema electoral gozan de autonomía con respecto a los poderes del Estado y otros órganos constitucionales, corresponde a alguno de estos la función de elegir a sus titulares. Así tenemos, por ejemplo, que el jefe del Registro Nacional de Identificación y Estado Civil procede de la
- A) elección realizada por el Pleno del Congreso de la República.
 - B) designación por parte del presidente de la República.
 - C) votación secreta de los Jueces Supremos Titulares del Poder Judicial.
 - D) concertación entre el Congreso de la República y el Poder Ejecutivo.
 - E) designación realizada por la Junta Nacional de Justicia.

Solución:

El jefe del Registro Nacional de Identificación y Estado Civil (Reniec) es nombrado mediante concurso público, por la Junta Nacional de Justicia (JNJ) por un periodo renovable de cuatro años.

Rpta.: E

Historia

EJERCICIOS DE CLASE

1. La descolonización fue un proceso complejo que tomó impulso al terminar la Segunda Guerra Mundial, por el debilitamiento de las potencias coloniales. Uno de los hitos históricos fue el surgimiento del movimiento de los no alineados o tercera vía, que hacía alusión a los países que rechazaban someterse a las superpotencias líderes en la Guerra Fría. Uno de sus planteamientos fundamentales fue

- A) buscar acuerdos militares con la OTAN o con el Pacto de Varsovia.
- B) permitir el acercamiento de las potencias para su política interna.
- C) evitar una integración del tercer mundo para el desarrollo económico.
- D) rechazar todo acto de discriminación, poniendo énfasis en lo racial
- E) aceptar los lineamientos económicos y sociales de la Unión Soviética.

Solución:

El movimiento de los no Alineados aglomeró un conjunto de Estados recientemente independizados, destacando India, Indonesia, Egipto y demás. Sus fundamentos se plantearon en la Conferencia de Bandung (1955) y se formalizaron en la Conferencia de Belgrado (1961). Los principales fueron defender la autodeterminación de los pueblos, de manera que se evitaba cualquier incursión de las potencias; promover el desarrollo económico buscando mejorar el nivel de vida de su población; y rechazar todo tipo de discriminación, haciendo énfasis en la racial, dado su pasado colonial y la segregación de la población nativa. Además, se rechazó el rearme nuclear de las superpotencias.

Rpta.: D

2. Durante el periodo comunista de la Revolución China, se dieron una serie de reformas económicas y sociales para mejorar el nivel de vida de su población, con énfasis en una distribución de la riqueza más equitativa. No obstante, los resultados fueron adversos, por lo que las críticas al modelo fueron en aumento. Como respuesta, el gobierno chino lanzó la Revolución Cultural, la cual se caracterizó por

- A) el desarrollo de una industria pesada y mayor planificación central.
- B) la creación de comunas populares autosuficientes en todo el país.
- C) fortalecer la figura de Mao Zedong mediante una movilización ideológica.
- D) el lanzamiento de una campaña ideológica de corte estalinista.
- E) iniciar un proceso de apertura económica y privatización interna.

Solución:

Luego del fracaso del Gran Salto Adelante, los líderes del Partido Comunista buscaron limitar el poder de Mao. Como respuesta, se lanzó la campaña de movilización ideológica conocida como la Revolución Cultural, rechazando lo que se consideraba burgués o reaccionario. Esto estuvo acompañado de un fortalecimiento de la figura de Mao Zedong con la difusión del «Libro Rojo», texto que impulsó la movilización de millones de jóvenes a destruir obras que se consideraban expresión de la decadencia burguesa.

Rpta.: C

3. La Coexistencia Pacífica fue un periodo de distensión geopolítica entre 1956 y 1977, en el que las superpotencias llegaron a ciertos acuerdos y tuvieron acercamientos. A pesar de episodios como la crisis del muro de Berlín, la crisis de los misiles en Cuba y la Guerra de Vietnam, hubo factores que permitieron una convivencia menos conflictiva. Con base en lo expuesto, señale el valor de verdad (V o F) según corresponda:

- I. Se acuerda el desarme nuclear en la Conferencia de Bandung.
- II. Ascenso de Nikita Krushev al liderazgo de la Unión Soviética.
- III. Unificación al interior del bloque aliado estadounidense.
- IV. El surgimiento del Tercer Mundo y el Movimiento de No Alineados.

A) FVFFV B) VFVF C) FFFV D) FVFF E) FVVV

Solución:

Se considera cuatro factores fundamentales para entender cómo se desarrolló la coexistencia pacífica durante la Guerra Fría. En primer lugar, el fin del monopolio nuclear de Estados Unidos y el acuerdo de la cumbre de Ginebra para evitar un conflicto de gran escala. En segundo lugar, el cambio de liderazgo político en la Unión Soviética ante la muerte de Stalin, llevando a Krushev al poder con una política menos beligerante. En tercer lugar, las acciones políticas y militares de las superpotencias eran cuestionadas por varios aliados, lo que llevó a EE. UU. y la URSS a moderar sus acciones. En cuarto lugar, el surgimiento del tercer mundo, que cuestionó la estructura bipolar del mundo.

Rpta.: A

4. En la década de 1980, la Unión Soviética experimentaba una crisis económica y social evitaba mantener su competencia como superpotencia frente al continuo crecimiento de Estados Unidos. Para intentar revertir esta situación, Mijael Gorbachov planteó una serie de reformas para resurgir el poderío soviético. Señale las reformas correctas según corresponda.

- I. La reforma política liberal denominada Perestroika
- II. La libertad de prensa y mayor democracia con la Glasnost
- III. El nuevo rearme nuclear para frenar el crecimiento en EE. UU.
- IV. Una política exterior que tiende a acercarse a los estadounidenses

A) I y III B) I y II C) II y III D) I y IV E) II y IV

Solución:

Las reformas de Gorbachov básicamente fueron tres: la Perestroika, una reforma económica que implicó mayor apertura comercial e inversión privada; la Glasnost, una reforma democrática y libertad de prensa; y una política exterior que estrechó relaciones con Estados Unidos. No obstante, esto no permitió una mejora sustancial del régimen, y al final de la década de 1980, la Unión Soviética no pudo sobrevivir.

Rpta.: E

5. Al culminar la Guerra Fría, la victoria estadounidense nos llevó a un mundo unipolar, es decir, una hegemonía norteamericana fundamentada en su poderío económico y militar. Además de ello, la globalización gracias a las tecnologías digitales interconectó el mundo de una manera que no se había visto antes. Este proceso es conocido como el nuevo orden mundial, y tuvo entre sus características ideológicas
- A) el fortalecimiento de las nuevas tecnologías de la información.
 - B) un mercado global con mayor presencia asiática.
 - C) la difusión del conocimiento de acceso abierto y virtual.
 - D) la diplomacia verde y la defensa del medio ambiente.
 - E) el debilitamiento de Estados Unidos por la crisis de 2008.

Solución:

El nuevo orden mundial tuvo ciertas características que definen nuestra realidad actual. A nivel político, se dio el liderazgo estadounidense que comenzó a cuestionarse con la crisis de 2008 y el ascenso de China. A nivel económico, se fortaleció las nuevas tecnologías de la información y la economía global con mayor presencia asiática. A nivel ideológico, la nueva agenda se basa en la diplomacia verde, defensa del medio ambiente, feminismo y derechos de minorías sexuales. Finalmente, a nivel cultural, se fundamenta en el multiculturalismo y la mundialización del conocimiento.

Rpta.: D

Geografía

EJERCICIOS DE CLASE

1. El mapa político de América está compuesto por 35 países y 23 territorios dependientes. Estos últimos son el resultado del proceso de colonización europea iniciado a fines del siglo XV. Con relación a estos territorios, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados:
- I. Surinam es una dependencia de los Países Bajos.
 - II. Groenlandia es el territorio dependiente de mayor extensión.
 - III. Las Islas Malvinas están bajo soberanía argentina.
 - IV. Trinidad y Tobago es una colonia del Reino Unido.
- A) VFFV B) FVFF C) VVVF D) FFFV E) FVFF

Solución:

- I. Falso. Surinam accedió a la independencia plena con respecto al Reino de los Países Bajos en noviembre de 1975.
- II. Verdadero. Groenlandia, la isla más grande del mundo, es la dependencia de mayor extensión.
- III. Falso. Las Islas Malvinas están bajo soberanía del Reino Unido.
- IV. Falso. Trinidad y Tobago es un país soberano que en el pasado fue colonia del Reino Unido.

Rpta.: B

2. Las Montañas Rocosas o Rocallosas se constituyen en el eje orográfico más largo de Norteamérica. Su origen es el resultado de la convergencia entre la placa oceánica Pacífica y la placa continental norteamericana. Con relación a esta cordillera, identifique los enunciados correctos.

- I. Se extiende en la parte oriental del continente.
- II. Es la naciente de los ríos San Lorenzo y Misisipi.
- III. Se formó por la subducción entre placas tectónicas.
- IV. Recorre los países de Estados Unidos y Canadá.

A) I, II y III B) II y IV C) III y IV D) Solo I E) I y II

Solución:

- I. Incorrecto. Las Rocosas o Rocallosas se extienden a lo largo de 3000 kilómetros por el sector occidental de América del Norte.
- II. Incorrecto. El río San Lorenzo se ubica en la región de los Grandes Lagos.
- III. Correcto. La placa Pacífica se subduce por debajo de la placa norteamericana.
- IV. Correcto. Las Montañas Rocosas recorren el sector occidental de EE. UU. y Canadá.

Rpta.: C

3. Los ríos de Asia drenan su caudal a tres cuencas oceánicas diferentes. En relación a la hidrografía de este continente, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. El río Hoang Ho o Amarillo recorre su sector suroccidental.
- II. Los ríos Indo y Ganges desembocan en el océano Índico.
- III. El río Obi vierte sus aguas en el océano Glacial Ártico.
- IV. El río de mayor curso desemboca en el océano Pacífico.

A) FFVV B) VFFV C) FVVF D) VVFF E) FVVV

Solución:

- I. Falso. El río Hoang Ho recorre el norte de China, país ubicado en la región oriental del continente.
- II. Verdadero. Los ríos Indo y Ganges desembocan en el mar Arábigo y el golfo de Bengala, respectivamente. Ambas masas de agua oceánica pertenecientes al Índico.
- III. Verdadero. El río Obi nace en el macizo de Altai y desemboca en el mar de Kara, localizado en el océano Glacial Ártico.
- IV. Verdadero. El río Yangtsé o Azul, el más largo de Asia, desemboca en el Mar de China Oriental, ubicado en el océano Pacífico.

Rpta.: E

4. A partir de la siguiente imagen, identifique los enunciados correctos relativos a los tres principales archipiélagos asiáticos, los cuales aparecen representados con las letras A, B y C.

- I. A y B se localizan en la cuenca del Pacífico.
- II. El archipiélago C recibe el nombre de Filipinas.
- III. A es el más próximo a la península de Corea.
- IV. B es un Estado insular cuya capital es Tokio.



- A) I y III B) III y IV C) Solo II D) I, III y IV E) II y IV

Solución:

- I. Correcto. A (Japón) y B (Filipinas) se localizan en la cuenca del océano Pacífico.
- II. Incorrecto. El archipiélago C recibe el nombre de Indonesia.
- III. Correcto. A (Japón) es el archipiélago más próximo a la península de Corea.
- IV. Incorrecto. La capital del Estado insular B (Filipinas) es Manila.

Rpta.: A

Economía

EJERCICIOS DE CLASE

1. Al finalizar la Segunda Guerra Mundial, con el objetivo principal de contener la influencia soviética en Europa, se realizó el plan Marshall que significó el traslado de ingentes recursos reales y financieros hacia el viejo continente. Las economías se recuperaron rápidamente, el objetivo central de ese momento del _____ dejó de tener significancia. En la actualidad dicha institución es la principal promotora del desarrollo y lucha contra la pobreza en el mundo

- A) Foro Económico Mundial
- B) Fondo Monetario Internacional
- C) Naciones Unidas
- D) Unión Europea
- E) Banco Mundial

Solución:

El Banco Mundial tiene como sus objetivos poner fin a la pobreza extrema y promover, con ese fin, otorga préstamos a los países para financiar infraestructura y servicios básicos.

Rpta.: E

2. Si un grupo de países después haber pasado un largo plazo proceso eliminación de sus barreras económicas, tanto comercial como a los factores productivos, deciden comenzar a utilizar una sola moneda. Lo que ocurriría es que
- A) liberalizan el comercio. B) habrá una sola autoridad política.
C) constituirán un banco central unificado. D) establecen un arancel común.
E) cobrarán los mismos impuestos.

Solución:

La Unión Monetaria Implica la coordinación de las políticas económicas de los países miembros, armonizando las políticas fiscales y monetarias. Se determina una moneda única como también un banco central unificado.

Rpta.: C

3. El riesgo político es aquel que afecta a los intereses económicos de las empresas, como consecuencia de los cambios o la falta de estabilidad política de un país o región, esto puede darse por golpes de estado, convulsiones sociales, etc. El riesgo político tiene repercusiones sobre ámbitos muy variados del comercio y la actividad económica internacional de las empresas. Estas pueden ir desde el incremento de los costes operativos, la concurrencia de pérdidas comerciales o incluso el cierre de instalaciones. Las empresas para enfrentar esta situación, antes de invertir deberán
- A) desistir definitivamente de invertir en esos países.
B) adquirir un seguro contra ese riesgo del MIGA.
C) exigir una indemnización del MIGA.
D) solicitar un préstamo adicional al CFI.
E) pedir la sanción económica a esos países.

Solución:

Organismo Multilateral de Garantía de Inversiones (MIGA): fue creado en 1988 para promover la inversión extranjera directa en los países en desarrollo, apoyar el crecimiento económico, reducir la pobreza y mejorar la vida de las personas. MIGA cumple este mandato ofreciendo seguros contra riesgos políticos (garantías) a inversores.

Rpta.: B

4. La crisis económica en un país puede hacer que el precio de la divisa se dispare, generando problemas en la economía nacional. Como por ejemplo el encarecimiento de las importaciones, las consecuentes presiones inflacionarias y fuga de capitales. El BCR puede acudir al FMI para solicitar préstamos y tener los recursos para contrarrestar esta situación. El fin inmediato que estaría buscando el FMI es
- A) luchar contra la pobreza. B) generar empleo.
C) asesoría económica. D) estabilidad financiera.
E) promover el desarrollo.

Solución:

Uno de los objetivos principales del FMI es la estabilidad financiera y en función de ello otorga recurso para que los países puedan estabilizar su tipo de cambio o precio del dólar, además que una crisis se puede extender en la región o a nivel mundial.

Rpta.: D

5. Las instituciones que la conforman tienen sus propios países miembros, órganos directivos y convenios constitutivos, todas ellas trabajan al unísono para brindar servicios a sus países clientes. Los desafíos de desarrollo actuales solo se pueden encarar con la participación del sector privado. Pero el sector público sienta las bases para facilitar la inversión del sector privado y permitirle a este prosperar. Además de brindar seguridad a los inversionistas extranjeros. Las funciones complementarias del conjunto de estas instituciones permiten tener la capacidad única de conectar los recursos financieros internacionales con las necesidades de los países en desarrollo. El enunciado se refiere al

A) Banco Interamericano de Desarrollo.

B) Grupo Banco Mundial.

C) Fondo Monetario Internacional.

D) Foro Económico Mundial.

E) Banco Internacional de Pagos.

Solución:

En conjunto el Grupo Banco Mundial otorga préstamos a los países para promover el desarrollo (BIRF y AIF), apoya al sector privado (IFC) y otorga seguros contra riesgos políticos (MIGA).

Rpta.: B

6. La alianza del Pacífico es un bloque económico que agrupa a México, Colombia, Chile y Perú. El bloque nace por iniciativa del Perú, el cual se materializa el 28 de abril del 2011 con la Declaración de Lima, donde los presidentes de México, Colombia, Chile y Perú acuerdan la creación del organismo. Se plantearon lograr una «integración profunda» para la libre circulación de bienes, servicios, capitales y personas; impulsando de esta manera el desarrollo de sus países miembros. Entre las medidas que se podrían adoptar para lograr este objetivo están

I. establecer un banco central unificado.

II. aumentar las restricciones al comercio.

III. reducción progresiva de los aranceles.

IV. eliminación de visas de trabajo.

V. fomento de las inversiones.

A) Solo I

B) II y III

C) solo II

D) III, IV y V

E) solo III

Solución:

La libre circulación de bienes y servicios se logra con la reducción y posterior eliminación de todas las restricciones al comercio como los aranceles. La libre circulación de capitales se logra promoviendo las inversiones extranjeras. La libre circulación de personas se logra con eliminación de restricciones como las visas, documentación excesiva, etc.

Rpta.: D

7. EL T-MEC es el nuevo acuerdo comercial entre México, Estados Unidos y Canadá que sustituye al Tratado de Libre Comercio (TLCAN). El 30 de noviembre de 2018, las tres naciones firmaron un nuevo acuerdo para comenzar con el proceso de actualización del Tratado en el marco del G-20, llevado a cabo en Buenos Aires. Estas negociaciones permitieron retener los elementos clave de esta relación comercial, así como incorporar disposiciones nuevas y actualizadas destinadas a resolver los denominados desafíos comerciales del siglo XXI como promover puntos de venta por las personas que viven en América del Norte, aprovechar las nuevas tecnologías, fortalecer los derechos laborales, principalmente en la industria automotriz, entre otras medidas. Pero a pesar de los avances a nivel comercial, no se ha discutido todavía el avance del proceso de integración, es por eso que en dicho bloque
- A) no se eliminaron los aranceles. B) existe un arancel externo común.
C) hay libre mercado de factores. D) hay restricciones al comercio.
E) no se da el libre flujo de personas.

Solución:

El T-T-MEC a pesar de los avances en relación al TLCAN, sigue siendo una zona de libre comercio, es decir solo se han eliminado las barreras comerciales, no se ha discutido un arancel externo común, menos una liberalización del flujo de personas

Rpta.: E

8. El Foro de Cooperación Económica Asia-Pacífico (APEC), no es un acuerdo de integración propiamente dicho, porque entre los 21 países en conjunto, no se ha decidido liberalizar las barreras económicas, como aranceles y flujo de personas. Lo que sí hace es promover las inversiones, discutir y debatir las mejores propuestas que se pueden aplicar para el crecimiento y el desarrollo de los países, además de evaluar las mejores medidas que pueden llevar a cabo los gobiernos para impulsar sus economías. Según lo mencionado se puede concluir que, entre los países de la APEC,
- A) se ha dado la liberalización del comercio e inversiones.
 - B) no se está impulsando medidas contra la pobreza.
 - C) hay mayor cooperación en políticas públicas.
 - D) se impide la regulación de mercados financieros.
 - E) no se ha fortalecido la cooperación económica.

Solución:

Conclusion:
APEC es un foro de debate donde se discute y se recomienda medidas para promover el crecimiento, desarrollo, regulaciones en los mercados que no restrinjan las actividades, sino que las vuelvan más eficientes, etc. Pero como no es un bloque económico, entre estos no se ha eliminado ninguna barrera, aunque, si promueve los países lo hagan.

Rpta.: C

9. Perú es uno de los países de Sudamérica más demandados por empresas extranjeras y nacionales, Hasta la fecha, ha afrontado 43 procesos en total. Si se analiza la última década, los años 2022 y 2023 significaron un revés histórico: por primera vez, el país perdió tres casos en dos años, que implican indemnizaciones de más de USD 111 millones. Esta cifra no incluye la reparación de un reciente fallo a favor de la Sociedad Aeroportuaria Kuntur Wasi S.A., por el Aeropuerto de Chinchero, en Cusco. Actualmente, todavía hay 21 arbitrajes pendientes de resolución que, de ser desfavorables, podrían acarrear cuantiosas sanciones para el Estado peruano. La entidad que resolvió en contra del Perú de estas controversias es

- A) el Banco Internacional de Reconstrucción y Fomento (BIRF).
- B) la Asociación Internacional de Fomento (AIF).
- C) la Corporación Financiera Internacional (IFC).
- D) el Centro Internacional de Arreglo de Diferencias Relativas a Inversiones (CIADI).
- E) el Organismo Multilateral de Garantía de Inversiones (MIGA).

Solución:

Las controversias que se pueden generar en los países debido a disputas en cuanto a inversiones que las empresas pueden realizar en algún país. Estos problemas se pueden resolver presentando la demanda ante el CIADI, el cual presta servicios internacionales de conciliación y arbitraje para superar las disputas sobre inversiones.

Rpta.: D

10. Los bloques económicos esta constituidos por un grupo de países de un continente o región, que han decidido iniciar el proceso de integración económica como por ejemplo La Comunidad Andina, el Mercado Común del Sur, la Unión Europea, etc. La etapa de este proceso donde los países establecen un arancel externo común y una sola política comercial hacia el resto del mundo es la

- A) unión monetaria.
- B) libre movilidad de factores.
- C) unión aduanera.
- D) apertura de una zona de libre comercio.
- E) zona de preferencias.

Solución:

De las etapas de un proceso de integración económica, la unión aduanera se caracteriza porque los países del bloque de integración determinan un arancel externo común y una política comercial con respecto al resto del mundo.

Rpta.: C

Filosofía

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. El siglo XVI es la época en que surge el concepto de Estado tal como lo concibe Maquiavelo. Antes se utilizaban los términos *polis*, entre los griegos; *civitas*, entre los romanos; e *imperium*, entre los medievales. Sin embargo, ninguna de estas formas eran estados en el sentido moderno, puesto que carecían de las siguientes características: disposición de poder político distribuido en el poder legislativo, ejecutivo y administrativo, y ejercer un poder coercitivo en un territorio con una sociedad cuyos miembros comparten una cultura política especificada en la constitución.

Del enunciado se deduce que

- A) los gobernantes virtuosos persiguen el bien individualmente según Maquiavelo.
- B) la institución del Estado no exige un ámbito político de la vida humana.
- C) la definición actual de Estado, históricamente, surge en la etapa moderna.
- D) la separación de ética y moral está presente en la *polis* y en la *civitas*.
- E) las personas sabias y virtuosas no imponen el principio de autoridad.

Solución:

La aparición histórica del Estado se produce en una época en que moral y política se separan y hacen autónomas (separación que no se daba en la *polis* o en la *civitas*). La institución del Estado supone la creación de un ámbito de la vida humana específicamente político.

Rpta.: C

2. Los hombres son animales que piensan y que utilizan el lenguaje como un medio para comunicar sus pensamientos y establecer acuerdos con los demás. El pensamiento y el lenguaje son, según Aristóteles, dos facultades que

- A) permiten establecer la convivencia entre sujetos en la comunidad política.
- B) posibilitan la imposición de reglas innecesarias para la vida comunitaria.
- C) emplean algunas personas que han nacido únicamente para mandar.
- D) casi siempre, impiden pensar lo que se dice y decir lo que se piensa.
- E) son prescindibles en la conformación de las comunidades políticas.

Solución:

De acuerdo con Aristóteles, el pensamiento y el lenguaje hacen posible la convivencia entre los hombres que conforman la *polis* o comunidad.

Rpta.: A

3. Es la inteligencia la que por naturaleza dirige y comprende las cosas, lo que en Aristóteles se denomina una actividad contemplativa. Para él, lo que es propio de cada uno por naturaleza es también lo más excelente y lo más agradable para cada uno; para el hombre lo será, por tanto, la vida conforme a la razón. Esta vida será también, por consiguiente, la más feliz. Siendo, para el estagirita, el hombre por esencia un animal político por lo que su realización como tal solo se alcanza en el contexto comunitario, cuyo objetivo primordial es aspirar a la felicidad; es decir, a una vida buena y superior para sus integrantes.

A partir del texto, se podría señalar que

- A) la felicidad en la sociedad es una actividad conforme a la virtud.
- B) la actividad del entendimiento es lo más excelente en el hombre.
- C) en las polis, se tiene como objetivo principal la protección de los bienes.
- D) el placer de la persona debe hallarse mezclado en la felicidad individual.
- E) se resalta, por encima de otras cosas, la naturaleza social del hombre.

Solución:

A partir del texto, se podría señalar que se resalta, por encima de otras cosas, la naturaleza social del hombre. En efecto, Aristóteles entendió al ser humano como un animal político y social, cuya realización se alcanza dentro de la comunidad.

Rpta.: E

4. La nueva institución política, independizada de la religión y de la Iglesia, encuentra inicialmente justificación en *El príncipe* de Maquiavelo, quien la vincula a la figura hábil y sagaz del gobernante. Durante los siglos XVII y XVIII, las teorías del contrato social buscan un fundamento racional para justificar el poder que ejerce un ciudadano o un grupo de ciudadanos sobre otros.

Del enunciado se sigue que

- A) el ser del hombre egoísta y violento es extraño para Aristóteles.
- B) la religión está cuasi subordinada a la política en el Medioevo.
- C) las teorías que defienden la razón de Estado provienen del siglo XV.
- D) las teorías contractualistas se oponen a la visión política aristotélica.
- E) el Estado, según Maquiavelo, es un ente superior a toda institución.

Solución:

Del enunciado se sigue que el Estado es, según Maquiavelo, un ente superior a toda institución existente como la religión y la Iglesia.

Rpta.: E

5. En su libro *Leviatán*, Hobbes compara al Estado con un gran cuerpo integrado por todos los individuos que forman una comunidad. No es natural, sino artificial como una máquina. Es cierto, que antes de la existencia de la sociedad y el Estado, el hombre no tiene ninguna limitación en su libertad; sin embargo, él vive en una perenne inseguridad, ya que todo hombre es egoísta y se conduce por el instinto de conservación y el deseo de dominio sobre los demás.

De lo anterior podríamos señalar que, según Hobbes,

- A) las constituciones políticas expresan contratos sociales irreprochables.
- B) el Estado fue creado para evitar que «el hombre sea lobo del hombre».
- C) sin el Estado, el hombre no está condenado a la guerra civil perenne.
- D) el ideal moderno de la política desestima los derechos naturales.
- E) el hombre vive mejor prescindiendo de leyes y estructuras de gobierno.

Solución:

De lo anterior podríamos señalar que según Hobbes el Estado fue creado para evitar que el hombre sea lobo del hombre porque el ser humano es egoísta por naturaleza y se conduce por el instinto de conservación y el deseo de imponerse sobre los demás.

Rpta.: B

6. Siguiendo a Locke, se considera que en el origen de la sociedad política los hombres son libres e iguales por naturaleza; por ello, la única manera por la que ellos renuncian a su libertad natural para situarse bajo los límites de la sociedad civil es a través de un acuerdo con otros hombres para vivir en comunidad. Cuando un grupo de hombres ha llegado a un consenso para formar una sociedad, la mayoría adquiere el derecho de actuar y decidir por los demás.

De lo leído, se sigue que

- A) el gobierno civil es posible sin la libertad y la igualdad del hombre.
- B) el poder legislativo debería fundarse sobre la sola voluntad general.
- C) la libertad y la igualdad del hombre antecede al contrato social.
- D) la voluntad general se basa en el bien individual y no en el bienestar común.
- E) el Estado puede tener la prerrogativa de actuar sin la ley e incluso contra ella.

Solución:

De lo leído, se sigue que la libertad y la igualdad del ser humano son anteriores a la instauración del contrato social.

Rpta.: C

7. Rousseau describe al hombre natural como el buen salvaje, creencia basada en la leyenda del siglo XVIII a partir de los datos obtenidos en los descubrimientos geográficos del siglo XVI, el cual es una mezcla de bárbaro y ser celestial; pero, cuando se llegó a instalar la propiedad privada trajo consigo el derrumbe del encanto del estado natural, y con ello la instalación de la desigualdad social. Y todo esto se legitima a través del contrato social, que con sus leyes confirma la propiedad privada y por ende la división entre ricos y pobres.

Respecto de la concepción de Rousseau, podemos señalar que

- A) la legitimidad se sustenta en el respaldo de los individuos.
- B) no hay contrato social sin la existencia de una voluntad particular.
- C) el desacuerdo entre las personas origina una sociedad política.
- D) los principios normativos se legitiman como acuerdo de individuos.
- E) la desigualdad social entre hombres es contraria al derecho natural.

Solución:

Respecto de la concepción de Rousseau, podemos señalar que la propiedad privada ocasiona la desigualdad social que es contraria al derecho natural.

Rpta.: E

8. La teoría de la justicia de Rawls, basada en la teoría clásica del contrato social, remite a una situación original hipotética, en que los individuos deben establecer las condiciones en que están dispuestos a vivir en sociedad; es decir, respetar las normas de justicia que están dispuestos a adoptar. En esta situación los individuos escogen dos principios: el de igualdad y el de diferencia. A la exaltación de estos principios y de sus consecuencias, llama Rawls justicia equitativa entendida como equidad o imparcialidad.

De acuerdo con lo leído es coherente sostener que

- A) con el velo de la ignorancia no estableceremos principios universales.
 B) la sociedad, según Rawls, se fundamenta en la libertad y en la justicia.
 C) la justicia y la política no implican ni exigen igualdad de derechos.
 D) los cargos políticos están disponibles solo para algunos ciudadanos.
 E) los derechos humanos son importantes, pero deben tener limitaciones.

Solución:

De acuerdo con lo leído es coherente sostener que la sociedad, según Rawls, se fundamente en la libertad y en la justicia. Los principios normativos establecidos desde la imparcialidad ha de dotar de justicia y legitimidad a tales principios normativos.

Rpta.: B

Física

EJERCICIOS

1. Determine entre qué longitudes de onda está comprendido el espectro visible en el aire, cuyas frecuencias están comprendidas entre 4×10^{14} Hz y 8×10^{14} Hz.
 (naire = 1 y $c = 3 \times 10^8$ m.s⁻¹)
- A) $\frac{3}{8} \times 10^{-6} \text{ m}$ y $\frac{6}{8} \times 10^{-6} \text{ m}$ B) $\frac{3}{4} \times 10^{-6} \text{ m}$ y $\frac{6}{4} \times 10^{-6} \text{ m}$
 C) $\frac{3}{5} \times 10^{-6} \text{ m}$ y $\frac{6}{5} \times 10^{-6} \text{ m}$ D) $1 \times 10^{-6} \text{ m}$ y $3 \times 10^{-6} \text{ m}$
 E) $3 \times 10^{-6} \text{ m}$ y $6 \times 10^{-6} \text{ m}$

Solución:

Sabemos que

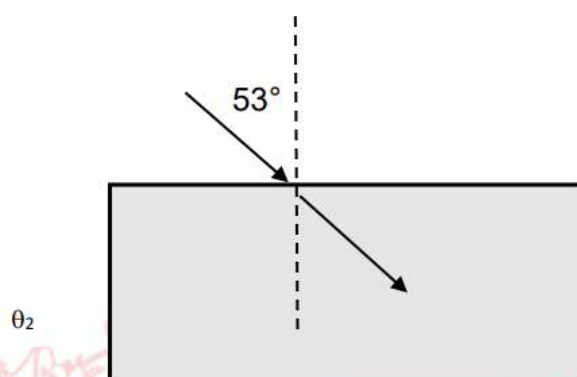
$$\lambda = \frac{c}{f} \quad \Rightarrow \quad \lambda_{\text{violeta}} = \frac{3 \times 10^8}{8 \times 10^{14}} = \frac{3}{8} \times 10^{-6} \text{ m} \quad \Rightarrow \quad \lambda_{\text{roja}} = \frac{3 \times 10^8}{4 \times 10^{14}} = \frac{3}{4} \times 10^{-6} \text{ m}$$

Rpta.: A

2. Una OEM atraviesa la interface de dos medios diferentes; si la rapidez de la onda transmitida disminuye en 25 % con respecto a la rapidez de incidencia, ¿cuál es el ángulo de refracción si el ángulo de incidencia es 53° ?

A) 16° B) 30° C) 37° D) 45° E) 53°

Solución:



Piden hallar el ángulo de refracción

Aplicando la ley de refracción, en función de la rapidez:

$$\frac{\sin \theta_1}{v_1} = \frac{\sin \theta_2}{v_2}$$

Reemplazando los valores:

$$\frac{\sin 53^\circ}{v} = \frac{\sin \theta_2}{75\%v}$$

$$\sin \theta_2 = \left(\frac{4}{5}\right) \times \left(\frac{75}{100}\right) = \frac{3}{5}$$

$$\theta_2 = 37^\circ$$

Rpta.: C

3. Con respecto a las ondas electromagnéticas (OEM), determinar la verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. La frecuencia de las microondas de longitud de ondas 5 cm es de 6×10^9 Hz.
- II. El tiempo que tarda la luz roja en recorrer un metro en el vacío es menor que el que tarda los rayos U.V para recorrer la misma distancia en el vacío.
- III. La longitud de onda correspondiente a una onda de radio con frecuencia de 100 Hz es 3×10^6 m.

A) VVV B) VFV C) FVV D) FFF E) VFF

Solución:

I. (V) $c = \lambda f \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{5 \times 10^{-2}} = \frac{3}{5} \times 10^{10} = \frac{30}{5} \times 10^9 = 6 \times 10^9 \text{ Hz}$

II. (F) Recorren la misma distancia en el mismo tiempo: $t = \frac{d}{v} = \frac{1}{v}$ Si las velocidades son las mismas entonces los tiempos son las mismas

III. (V) $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{10^2} = 3 \times 10^6 \text{ m}$

Rpta.: B

4. Un rayo láser incide sobre un espejo plano A reflejándose en el espejo B que forma un ángulo de 60° con la vertical como se muestra en la figura. Determine la medida del ángulo de incidencia inicial.

- A) 72° B) 24° C) 48°
D) 42° E) 19°

Solución:

Utilizando la ley de la reflexión:

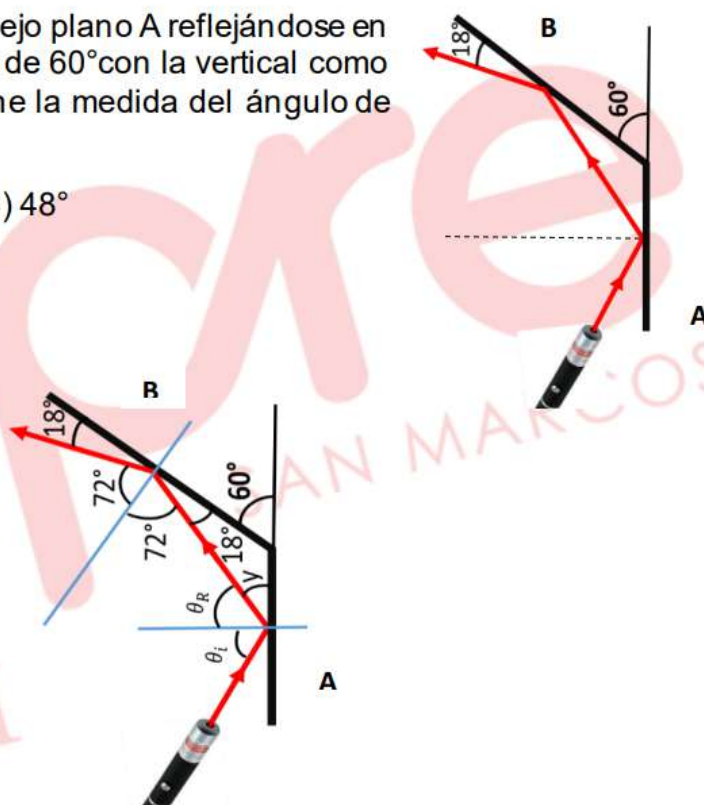
$$y + 18^\circ = 60^\circ$$

$$\Rightarrow y = 42^\circ$$

$$\bullet \theta_R + 42^\circ = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \theta_R = 48^\circ \wedge \theta_R = \theta_i$$

$$\therefore \theta_i = 48^\circ$$

**Rpta.: C**

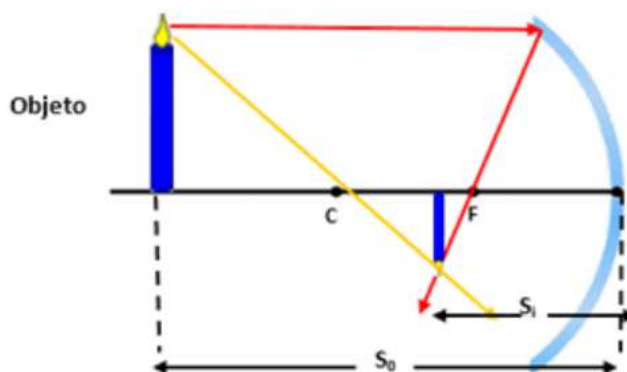
5. Un objeto se encuentra a 16 cm del vértice de un espejo cóncavo. Si el tamaño de la imagen es la cuarta parte del objeto, determine la distancia focal.

- A) 2 cm B) 3 cm C) 3,2 cm D) 4,2 cm E) 5,2 cm

Solución:

De la ecuación del aumento lineal en función de las alturas del objeto e imagen:

$$A = -\frac{h_i}{h_o} = -\frac{h}{4h} = -\frac{1}{4}$$



Y de la misma ecuación en función de las distancias objeto e imagen:

$$A = -\frac{s_i}{s_o} = -\frac{1}{4} \rightarrow -\frac{s_i}{16} = -\frac{1}{4} \rightarrow s_i = 4 \text{ cm}$$

De la ecuación de los espejos esféricos:

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f} \rightarrow \frac{1}{16} + \frac{1}{4} = \frac{1}{f} \rightarrow f = \frac{16(4)}{16+4} = 3,2 \text{ cm}$$

Rpta.: C

6. Un estudiante está ubicado a 3 m del vértice de un espejo esférico convexo de distancia focal 30 cm. Determine el aumento y la orientación de la imagen.

- A) 0,1; derecha B) 0,1; invertida C) 1/11; derecha
D) 1/11; invertida E) 2/11; derecha

Solución:

De la ecuación de espejos:

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f} \rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{s_i} = -\frac{1}{0,3} \rightarrow s_i = -3/11 \text{ m}$$

Por el aumento lineal es:

$$A = -\frac{s_i}{s_o} = -\frac{(-3/11)}{3} = +\frac{1}{11}$$

Como $A > 0$, entonces la imagen es derecha y de menor tamaño.

Rpta.: C

7. Un objeto de 10 cm de altura se encuentra ubicado a 2m del centro de una lente convergente. Determine la distancia focal de la lente, si la imagen es invertida y de 40 cm de altura.

A) 1,33 m B) 1,44 m C) 1,5 m D) 1,6 m E) 2,0 m

Solución:

Datos:

$$h_o = 10 \text{ cm} \Rightarrow h_i = 40 \text{ cm} \Rightarrow S_o = 2 \text{ m}$$

$$A = \frac{h_i}{h_o} = -\frac{S_i}{S_o}$$

$$\frac{-40}{10} = -\frac{S_i}{2} \Rightarrow S_i = 8 \text{ m}$$

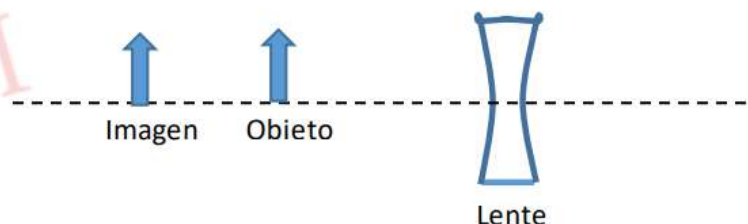
Ecuación de lentes:

$$\frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = 1,6 \text{ m}$$

Rpta.: D

8. A 20 cm de una lente delgada divergente se ubica un objeto, formándose una imagen a 30 cm del mismo lado de la lente. Determine la distancia focal y el aumento.

- A) 20 cm, aumento 1,2
B) 30 cm, aumento 1,4
C) 40 cm, aumento 1,5
D) 50 cm, aumento 1,6
E) 60 cm, aumento 1,5



Solución:

De la ecuación de lentes delgadas:

$$\frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{20} + \frac{1}{-30} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = 60 \text{ cm}$$

$$A = -\frac{S_i}{S_o} = -\frac{-30}{20} = 1,5$$

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Determine entre qué longitudes de onda está comprendido el espectro visible en el aire, cuyas frecuencias están comprendidas entre 4×10^{14} Hz y 8×10^{14} Hz.

$$(n_{\text{agua}} = 4/3 \text{ y } c = 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1})$$

A) $\frac{9}{32} \times 10^{-6} \text{ m}$ y $\frac{18}{32} \times 10^{-6} \text{ m}$

B) $2 \times 10^{-6} \text{ m}$ y $4 \times 10^{-6} \text{ m}$

C) $1 \times 10^{-6} \text{ m}$ y $2 \times 10^{-6} \text{ m}$

D) $\frac{9}{28} \times 10^{-6} \text{ m}$ y $\frac{18}{28} \times 10^{-6} \text{ m}$

E) $\frac{8}{28} \times 10^{-6} \text{ m}$ y $\frac{16}{28} \times 10^{-6} \text{ m}$

Solución:

Sabemos que:

$$n_{\text{aire}} = \frac{c}{\lambda_{\text{aire}} f} \rightarrow n_{\text{agua}} = \frac{c}{\lambda_{\text{agua}} f} \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{\lambda_{\text{agua}}}{\lambda_{\text{aire}}} \rightarrow \lambda_{\text{agua}} = \frac{3}{4} \lambda_{\text{aire}}$$

$$\lambda_{\text{violeta}} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{8} \times 10^{-6} \text{ m} = \frac{9}{32} \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$\lambda_{\text{rojo}} = \frac{3}{4} \times \frac{6}{8} \times 10^{-6} \text{ m} = \frac{18}{32} \times 10^{-6} \text{ m}$$

Rpta.: A

2. Respecto a las propiedades de los espejos, indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

- I) En los espejos planos las imágenes siempre son del mismo tamaño que el objeto.
 II) Un objeto situado en el foco de un espejo cóncavo formará una imagen en el infinito.
 III) Un espejo convexo siempre forma una imagen real.

A) FFV

B) FVV

C) VVF

D) FFF

E) VFF

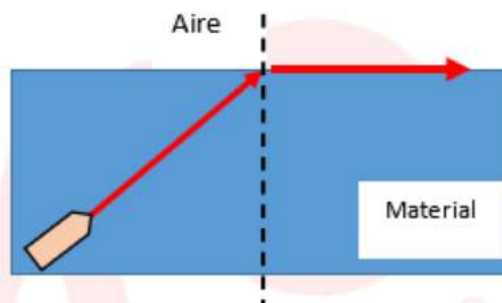
Solución:

- I) (V) La imagen en un espejo plano siempre es del mismo tamaño.
 II) (V) En un espejo cóncavo la imagen se formará siempre en el infinito.
 III) (F) En un espejo convexo, la imagen formada detrás del espejo es virtual.

Rpta.: C

3. La figura muestra un rayo de luz láser que incide sobre la superficie de separación de dos medios (material y aire). Si el ángulo de incidencia es 30° , determine el índice de refracción del material. ($n_{\text{aire}} = 1$)

- A) 1,2 B) 1,5 C) 2
D) 2,2 E) 2,4



Solución:

Utilizando la ley de la refracción:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

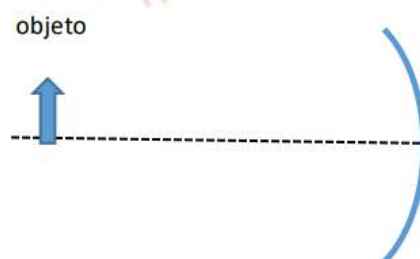
(material) (aire)

$$n \times \frac{1}{2} = 1 \times 1 \Rightarrow n = 2$$

Rpta.: C

4. Un objeto de 6 cm de altura se ubica a 100 cm del vértice de un espejo esférico cóncavo de radio 50 cm y perpendicularmente al eje tal como se muestra en la figura. Indique las características de la imagen formada.

- A) Real, derecha y de mayor tamaño
B) Virtual, invertida y de menor tamaño
C) Real, derecha y de igual tamaño
D) Virtual, invertida y de mayor tamaño
E) Real, invertida y de menor de tamaño



Solución

$$h_o = 6 \text{ cm}$$

$$S_o = 100 \text{ cm}$$

$$f = 25 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{100} + \frac{1}{S_i} = \frac{1}{25} \Rightarrow S_i = 100/3 \text{ cm}$$

$$A = \frac{h_i}{h_o} = -\frac{S_i}{S_o} \Rightarrow \frac{h_i}{6} = -\frac{\frac{100}{3}}{100} = -\frac{1}{3} \rightarrow h_i = -2 \text{ cm}$$

Rpta.: E

5. Un objeto de altura 6 cm se encuentra a 100 cm del vértice de un espejo esférico convexo de radio 100 cm, tal como se muestra en la figura. Determine la distancia imagen y su altura, respectivamente.

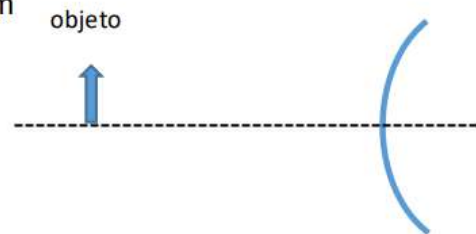
A) - 100/3 cm, 2 cm

B) + 100/3 cm, 2 cm

C) - 40 cm, 3 cm

D) + 40 cm, 3 cm

E) - 50 cm, -2 cm

**Solución:**

Datos: $h_o = 6 \text{ cm}$ $S_o = 100 \text{ cm}$ $f = -50 \text{ cm}$

$$\frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{100} + \frac{1}{S_i} = \frac{1}{-50} \Rightarrow S_i = -100/3 \text{ cm}$$

$$A = \frac{h_i}{h_o} = -\frac{S_i}{S_o} \Rightarrow \frac{h_i}{6} = -\frac{(-100/3)}{100} = +\frac{1}{3} \rightarrow h_i = +2 \text{ cm}$$

Rpta.: A

6. Una lente convergente de distancia focal 5 cm genera una imagen invertida de doble tamaño del objeto. Determinar la distancia objeto.

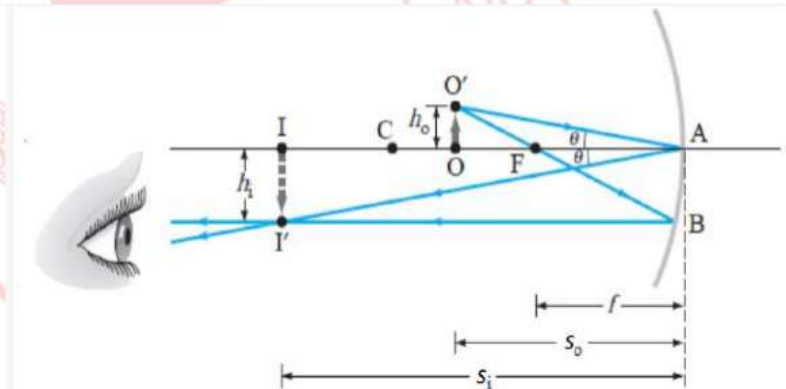
A) 5,5 cm

B) 6,5 cm

C) 7,5 cm

D) 10 cm

E) 12 cm

**Solución:**

$$A = -2 = -\frac{S_i}{S_o} \Rightarrow S_i = 2S_o$$

De la ecuación de espejos:

$$\frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i} = \frac{1}{S_o} + \frac{1}{2S_o} = \frac{3}{2S_o} = \frac{1}{f} \rightarrow \frac{3}{2S_o} = \frac{1}{5} \rightarrow S_o = 7.5 \text{ cm}$$

Rpta.: C

7. Un insecto se encuentra a 6 cm de una lente convergente de 8 cm de distancia focal. Determine el aumento de la imagen del insecto.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Solución:

Dato: $S_o = 6 \text{ cm}$ y $f = 8 \text{ cm}$

$$\frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i} = \frac{1}{f} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{6} + \frac{1}{S_i} = \frac{1}{8} \quad \Rightarrow \quad S_i = -24 \text{ cm}$$

$$A = -\frac{-24}{6} = 4$$

Rpta.: D

Química

EJERCICIOS DE CLASE

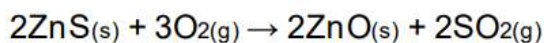
1. Los principales yacimientos mineros del Perú pueden presentarse en forma de vetas o disseminados. En los yacimientos, la mena se puede extraer por laboreo subterráneo o a tajo abierto. El material extraído conteniendo el o los minerales de interés económico constituyen la denominada mena, la misma que está formada por el mineral valioso y la ganga. El material económicamente sin valor se llama ganga, formado por arena, arcilla y otras impurezas. Respecto de los minerales, indique la(s) proposición(es) correcta(s)
- La explotación del depósito mineral de Antamina se realiza por tajo abierto entonces los minerales están disseminados en el yacimiento.
 - Generalmente el porcentaje de mineral valioso es mayor en la mena.
 - En una mena que contiene oro la ganga es el oro.
- A) I y III B) Solo II C) I y II D) Solo I E) II y III

Solución:

- Correcta.** La explotación se realiza por tajo abierto entonces los minerales están disseminados en el yacimiento.
- Incorrecta.** El porcentaje de mineral valioso es menor en la mena.
- Incorrecta.** En una mena que contiene oro el mineral valioso es el oro.

Rpta.: D

2. Se dispone de 500 toneladas de una mena de blenda (ZnS) que contiene el 40% de mineral valioso. La primera etapa de su proceso metalúrgico se da según la reacción



Al respecto, es incorrecto decir que

- I. La mena contiene 100 toneladas de blenda.
- II. La reacción corresponde a un proceso de tostación.
- III. Si el proceso tiene un rendimiento del 97,4%, se produce $4,48 \times 10^7$ L de CO_2 a CN.

Datos: ZnS = 97,4g/mol, ZnO = 81g/mol

- A) I y II B) Solo II C) I y III D) II y III E) Solo I

Solución:

- I. **Incorrecto.** La mena contiene $500 \times 40\% = 200$ toneladas de blenda.
- II. **Correcto.** La reacción corresponde a un proceso de tostación.
- III. **Correcto.** Se produce

$$500\text{t mena} \times \frac{40\% \text{ ZnS}}{100\% \text{ mena}} \times \frac{10^6 \text{ g ZnS}}{1 \text{ t ZnS}} \times \frac{1 \text{ mol ZnS}}{97,4 \text{ g ZnS}} \times \frac{2 \text{ mol SO}_2}{2 \text{ mol ZnS}} \times \frac{22,4 \text{ L}}{1 \text{ mol}} \times \frac{97,4}{100} = 4,48 \times 10^7 \text{ L de CO}_2 \text{ a CN.}$$

Rpta.: E

3. La obtención del metal a partir de su mineral pasa por etapas denominadas procesos metalúrgicos. Dichos procesos pueden clasificarse como físicos o químicos y también como pirometalúrgicos aquellos procesos que requieren alta temperatura o hidrometalúrgicos aquellos procesos que utilizan soluciones líquidas, acuosas u orgánicas. Al respecto, señale la alternativa, que contenga la relación incorrecta: metal-proceso – clasificación del proceso.

- I. Zn – lixiviación – físico.
- II. Pb – tostación – químico.
- III. Cu – reducción química – hidrometalúrgico.
- IV. Fe – reducción electroquímica – pirometalúrgico.

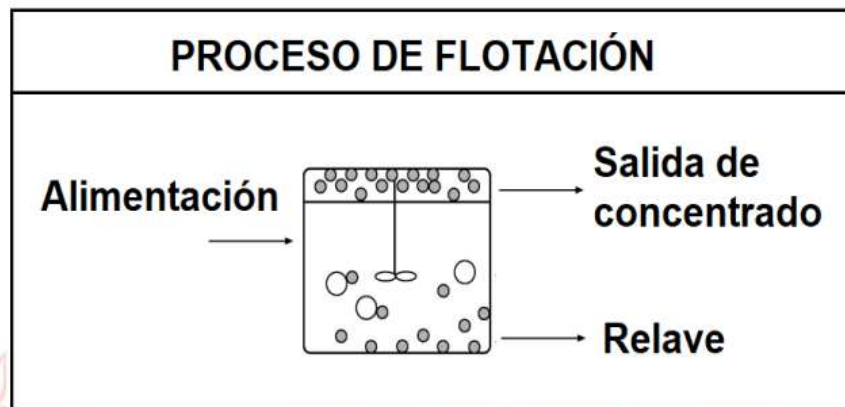
- A) I y II B) I, III y IV C) I y III D) II y III E) Solo II

Solución:

- I. **Incorrecto.** Zn – lixiviación – **químico**.
- II. **Correcto.** Pb – tostación – químico.
- III. **Incorrecto.** Cu – reducción química – **pirometalúrgico**.
- IV. **Incorrecto.** Fe – **reducción química** – pirometalúrgico.

Rpta.: B

4. El procesamiento de una mena de 600 toneladas de esfalerita (ZnS), es realizada por un proceso metalúrgico conocido como flotación, que consiste en la separación de mineral de interés y ganga. Al procesar la mena, se obtiene 60 toneladas de concentrado con un porcentaje de zinc igual a 65%, determine el porcentaje en masa de Zn presente en la mena (ley de cabeza), y las moles de zinc presentes en el concentrado (asumir que el relave no contiene zinc en su composición), respectivamente.



Adaptado de: <https://yomineria.jimdofree.com/metalurgia-extractiva/concentracion-por-flotacion/>

Datos: Masa molar (g/mol): $\text{Zn} = 65$
 1 Tonelada (t) = 10^6 g

A) $8,5 - 6,0 \times 10^4$
 D) $3,5 - 3,6 \times 10^3$

B) $3,5 - 1,2 \times 10^2$
 E) $6,5 - 6,0 \times 10^5$

C) $6,5 - 2,4 \times 10^3$

Solución:

Realizando un balance de materia en el proceso, tenemos:

Zinc presente en la mena = Zinc presente en el Concentrado

600 toneladas (X% masa Zn) = 60 toneladas (65% masa Zn)

X% masa = 6,5% Zn (porcentaje en masa en la mena)

Ahora, determinando la cantidad las moles presentes en el concentrado, tenemos:

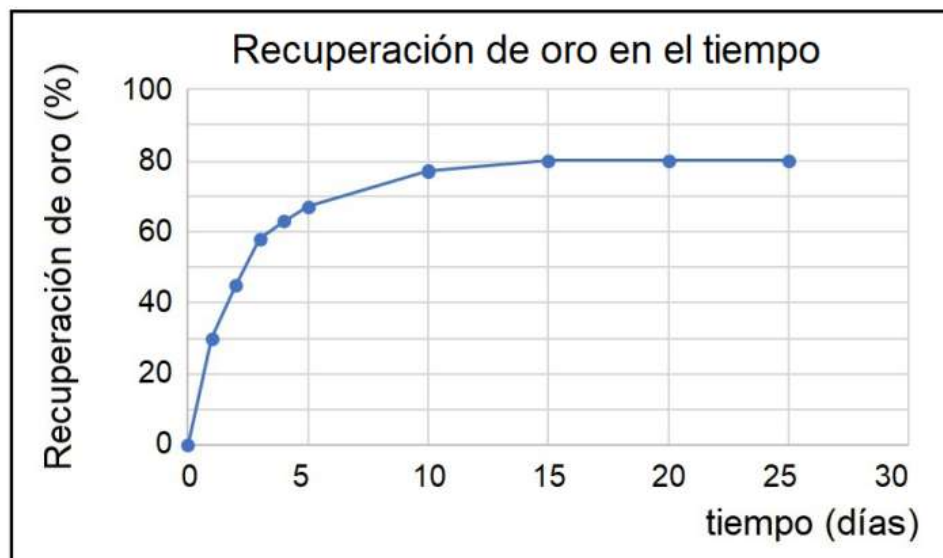
$$60 \text{ t concentrado} \left(\frac{65 \text{ t de Zn}}{100 \text{ t concentrado}} \right) \left(\frac{10^6 \text{ g Zn}}{1 \text{ t Zn}} \right) \left(\frac{1 \text{ mol de Zn}}{65 \text{ g Zn}} \right) \\ = 6 \times 10^5 \text{ moles Zn}$$

Rpta.: E

5. Una planta metalúrgica peruana de tipo extractiva considera procesar $1,97 \times 10^3$ toneladas de mena que contiene oro como mineral valioso, se le agrega una solución lixivante para su extracción sólido-líquido. Determine el número de átomos de oro que se recuperarán al final del proceso metalúrgico, si se tiene planeado según su estudio cinético realizarlo en un tiempo de 20 días.

Datos: Masa molar Au (g/mol) = 197

Considerar: 5 gramos de oro/tonelada de mena.



Treybal, R. (1980). Operaciones de Transferencia de Masa. 2da Edición; McGraw-Hill, p. 3

- A) $3,6 \times 10^{25}$ B) $2,4 \times 10^{22}$ C) $4,8 \times 10^{21}$ D) $2,4 \times 10^{23}$ E) $2,4 \times 10^{25}$

Solución:

Masa procesada: $1,97 \times 10^3$ toneladas de mena

Concentración de oro: 10 gramos/tonelada

Masa molar del oro: 197 g/mol

Determinado las mol de oro contenidas en la mena, tenemos:

$$1970 \text{ tonelada mena} \left(\frac{5 \text{ g Au}}{1 \text{ tonelada}} \right) \left(\frac{1 \text{ mol Au en la mena}}{197 \text{ g Au en la mena}} \right) = 50 \text{ mol Au en la mena}$$

Del gráfico se observa que a los 20 días se realiza una recuperación es del 80%, por lo tanto:



Para 50 mol de Au contenidos en la mena, la cantidad recuperada sería la siguiente:

$$50 \text{ mol Au en la mena} \left(\frac{80 \text{ mol recuperado de Au}}{100 \text{ mol Au en la mena}} \right) = 40 \text{ mol Au recuperados}$$

$$40 \text{ mol Au} \left(\frac{6 \times 10^{23} \text{ átomos de Au}}{1 \text{ mol Au}} \right) = 2,4 \times 10^{25} \text{ átomos de Au recuperados}$$

Rpta. E

6. Los hidrocarburos y el carbón son recursos energéticos no renovables, cuya combustión genera energía. Al respecto establezca la correspondencia y señale la alternativa correcta.

- a) Antracita () combustible sólido de menor antigüedad en yacimientos
 b) Gasolina () mezcla de hidrocarburos que se separa por destilación fraccionada
 c) Petróleo () combustible fósil sólido con más alto porcentaje de carbono
 d) Lignito () mezcla de hidrocarburos de 5 a 12 carbonos

- A) cdab B) dcba C) dcab D) acdb E) acbd

Solución:

- a) Antracita (d) combustible sólido de menor antigüedad en yacimientos
 b) Gasolina (c) mezcla de hidrocarburos que se separa por destilación fraccionada
 c) Petróleo (a) combustible fósil sólido con más alto porcentaje de carbono
 d) Lignito (b) mezcla de hidrocarburos de 5 a 12 carbonos

Rpta.: C

7. La gran mayoría de los combustibles fósiles, utilizados en los motores de combustión interna son fluidos y se encuentran en estado gaseoso como el gas natural de donde se obtiene el GNV (Gas Natural Vehicular) o en estado líquido como la gasolina y el diésel obtenidos del fraccionamiento del petróleo, al respecto, señale la alternativa **incorrecta**.

- A) En la gasolina, su poder antidetonante se mide con el índice de octano.
 D) Una gasolina de 98 octanos tiene mayor calidad que una de 90 octanos.
 C) El cracking del petróleo sirve para aumentar la producción de gasolina.
 D) El GNV está formado principalmente por gas metano (CH₄).
 E) El Gas natural vehicular es más contaminante que la gasolina y el diésel.

Solución:

- A) **Correcto.** El índice de octano u octanaje indica la capacidad antidetonante y la calidad de la gasolina.
 B) **Correcto.** El octanaje indica el poder antidetonante y la calidad del combustible, una gasolina de 98 octanos tiene mayor calidad que una de 90 octanos.
 C) **Correcto.** El cracking del petróleo sirve para aumentar la producción de gasolina.
 D) **Correcto.** El GNV es una mezcla gaseosa formada principalmente por metano (CH₄) y otros hidrocarburos como el etano, el propano y el butano.

- E) **Incorrecto.** El gas natural vehicular (GNV) es menos contaminante porque está formado principalmente por metano, y en su combustión completa produce menos dióxido de carbono con respecto a la gasolina y el diésel los cuales contienen mayor contenido de carbono y producen más dióxido de carbono.

Rpta.: E

8. El carbón es un combustible fósil, sólido amorfo, de color variable que va del pardo oscuro a negro, formado hace millones de años por la descomposición de restos vegetales; se clasifican según el contenido de carbón. Respecto al carbón, seleccione la(s) proposición(es) correctas(s).

Datos: Carbón bituminoso: %C=86,4 ; Turba: %C=60

- I. El porcentaje de carbono y el poder calórico aumenta con la antigüedad del carbón.
 II. El poder calorífico del carbón bituminoso es menor que el de la turba.
 III. La antracita presenta mayor antigüedad que otros tipos de carbón.

A) I y II B) Solo I C) I y II D) I y III E) Solo III

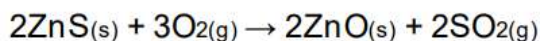
Solución:

- I. **Correcto.** El porcentaje de carbono y el poder calórico aumenta con la antigüedad del carbón.
 II. **Incorrecto.** La turba tiene menor contenido de carbono y por ello menor antigüedad que el carbón bituminoso.
 III. **Correcto.** La antracita tiene mayor antigüedad y por ello mayor contenido de carbono y poder calorífico que otros tipos de carbón.

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. La tostación es una reacción utilizada en metalurgia para el tratamiento de los minerales, en presencia de oxígeno.



Datos: masa molar (g/mol): ZnS = 97,4; ZnO = 81,4

Si 2 toneladas de una mena de ZnS, contiene 75% de ganga. ¿Cuántas toneladas de ZnO se forman si el proceso tiene un rendimiento del 97,4%?

A) 0,407 B) 1,22 C) 0,81 D) 0,417 E) 1,12

Solución:

$$2\text{t ZnS} \times \frac{25}{100} \times \frac{2 \times 81,4 \text{ ZnO}}{2 \times 97,4 \text{ ZnS}} \times \frac{97,4}{100} = 0,407\text{t ZnO}$$

Rpta.: A

2. El cobre es nuestro producto estrella, el Perú es el segundo mayor productor de cobre a nivel mundial. La principal unidad productiva de cobre (Cu) es la polimetálica Huincush (Ancash). Este metal se extrae a partir de la calcopirita, el primer paso en su metalurgia es la tostación según la siguiente reacción:



Se tuestan 18,35 toneladas de mena que contiene 80% de CuFeS_2 . Determine la presión, en atm, de SO_2 , si este gas es almacenado en un tanque de 200 m^3 a una temperatura de 27°C .

Dato: masa molar(g/mol): $\text{CuFeS}_2 = 183,5$

- A) 10,5 B) 7,87 C) 15,38 D) 12,3 E) 9,84

Solución:

$$18,35 \text{ t menax} \frac{80\% \text{CuFeS}_2}{100\% \text{ mena}} \times \frac{10^6 \text{ g}}{1 \text{ t}} \times \frac{1 \text{ mol CuFeS}_2}{183,5 \text{ g CuFeS}_2} \times \frac{2 \text{ mol SO}_2}{2 \text{ mol CuFeS}_2} = 8 \times 10^4 \text{ mol SO}_2$$

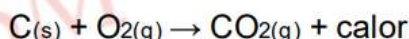
$$P.V = R.T.n \rightarrow P (2 \times 10^5 \text{ L}) = 0,082 \frac{\text{atmxL}}{\text{molxK}} \times 300 \text{ K} \times 8 \times 10^4 \text{ mol} \rightarrow P = 9,84 \text{ atm}$$

Rpta.: E

3. El poder calorífico, representa la característica más importante en la selección y utilización de un combustible. La antracita es un tipo de carbón que tiene mayor poder calorífico que el lignito. Si se utiliza como combustible 1000 kg de antracita (%C = 93,6%), determine el volumen, en m^3 , de CO_2 que se produce medido a condiciones normales.

- A) $1,87 \times 10^3$ B) $1,99 \times 10^3$ C) $1,75 \times 10^3$
D) $1,64 \times 10^3$ E) $3,5 \times 10^3$

Solución:



$$1000 \text{ kg antracita} \times \frac{93,6\% \text{ de C}}{100\% \text{ antracita}} \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg de C}} \times \frac{1 \text{ mol C}}{12 \text{ g C}} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol C}} \times \frac{22,4 \text{ L CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^3 \text{ L}} = 1,75 \times 10^3 \text{ m}^3 \text{ de CO}_2$$

Rpta.: C

4. El petróleo es una mezcla de hidrocarburos, sólidos, líquidos y gaseosos, con menor proporción de compuestos aromáticos, contiene también compuestos de O, S y N. Una vez extraído llega a las refinerías y se separan sus componentes. Con respecto a este proceso, marque la correspondencia correcta proceso nombre.

- | | |
|---|------------------|
| a) Ruptura de hidrocarburos de elevado peso molecular | () Debutanación |
| b) Extracción de la fase gaseosa del petróleo | () Cracking |
| c) Separación de hidrocarburos del petróleo crudo | () Refinamiento |

- A) bca B) abc C) bac D) cba E) acb

Solución:

- | | |
|---|------------------|
| a) Ruptura de hidrocarburos de elevado peso molecular | (b) Debutanación |
| b) Extracción de la fase gaseosa del petróleo | (a) Cracking |
| c) Separación de hidrocarburos del petróleo crudo | (c) Refinamiento |

Rpta.: C

5. El petróleo carbón y gas natural son combustibles fósiles, se han formado a través de millones de años por la descomposición de materia orgánica, y se extraen del subsuelo con el objeto de producir energía por combustión. Respecto a los combustibles fósiles, marque la secuencia de verdadero (V) o falso (F).

- I. Los combustibles fósiles son recursos renovables.
- II. El carbón de mayor poder calorífico es la antracita.
- III. El petróleo es una mezcla de parafinas principalmente.
- IV. El gas natural posee como componente principal al metano.

A) FFVV B) VFVF C) FVVF D) VVVV E) FVVV

Solución:

- I. **Falso.** Son recursos no renovables porque para formarse requieren de un extenso período de tiempo
- II. **Verdadero.** El carbón de mayor antigüedad, mayor contenido de carbono y mayor poder calorífico es la antracita.
- III. **Verdadero.** El petróleo es una mezcla, principalmente formada de parafinas llamados alcanos y también de hidrocarburos aromáticos.
- IV. **Verdadero.** El gas natural posee como componente principal al metano al cual corresponde entre el 75 y 95% de su composición.

Rpta.: E

Biología

EJERCICIOS DE CLASE

1. Pepito se va de viaje a Tingo María y describe lo que observa: «Veo una hermosa catarata y sus aguas caen sobre unas rocas y al rebotar, dichas aguas llegan a la base de una palmera, la cual alberga a ciertas aves». ¿A qué nivel de organización corresponde la descripción de Pepito?

- | | | |
|---------------|---------------|--------------|
| A) Biocenosis | B) Ecosistema | C) Población |
| D) Biotopo | E) Comunidad | |

Solución:

El ecosistema es la interacción que hay entre la biocenosis (seres vivos) y el biotopo (ambiente) en un determinado lugar; Pepito menciona a seres vivos como palmeras y aves, y al ambiente como agua y rocas. La población es el conjunto de individuos de la misma especie limitado espacial y temporalmente. La comunidad o biocenosis es el conjunto de poblaciones o el conjunto de individuos de diferentes especies limitado espacial y temporalmente.

Rpta.: B

2. Indicar el valor de verdad (V o F) para los niveles de organización ecológicos de los seres vivos.
- () La población es el conjunto de individuos de diferentes especies.
 - () La interacción de la biocenosis y el biotopo se llama ecosistema.
 - () La ecósfera está constituida solo por todos los biotopos de la tierra.
 - () A los factores abióticos del ecosistema se les denomina como biotopo.
 - () El ecosistema tiene por campo de estudio a la ecología.

A) FV FVF B) FV FVF C) VFFV D) VFVF E) FVFFV

Solución:

FALSO. La población es el conjunto de individuos de la misma especie.

VERDADERO. La interacción de la biocenosis y el biotopo se llama ecosistema.

FALSO. La ecósfera está constituida por todos los biotopos y las biocenosis de la tierra.

VERDADERO. A los factores abióticos del ecosistema se les denomina como biotopo.

FALSO. La ecología tiene por campo de estudio al ecosistema.

Rpta.: A

3. En el «Parque de Las Leyendas» se observa a un vertebrado y en su descripción se menciona que su temperatura es variable durante el día y en la noche desciende notablemente. Se infiere que este animal observado es un

- A) homotermo como un ave.
- B) poiquilotermo como un reptil.
- C) estenotermo como un mamífero.
- D) poiquilotermo como un ave.
- E) homotermo como un anfibio.

Solución:

Los animales homotermos, como las aves y los mamíferos, tienen una temperatura constante. Los animales poiquilotermos, como los peces, anfibios y reptiles, dependen de la temperatura ambiental para regular su metabolismo; por eso, estos animales, al disminuir la temperatura ambiental, bajan su temperatura.

Rpta.: B

4. Las tortugas charapas son reptiles de agua dulce que habitan en Loreto. Durante el año 2022 la población de charapas se mantuvo constante, pero a fines del 2023 se determinó que descendió a la mitad, esto se debió a una infección bacteriana. Según lo mencionado, ¿qué dinámica les correspondió a estos reptiles a finales del año pasado?

- A) $N + I < M + E$
- B) $N + I > M + E$
- C) $N + I = M + E$
- D) $N + E < M + I$
- E) $N + E > M + I$

Solución:

La tasa de crecimiento es el parámetro que nos indica la evolución de una población y se define así: $Tasa = (N + I) - (M + E)$.

- Si $N + I > M + E$ (Tasa > 0), entonces la población crece.
- Si $N + I < M + E$ (Tasa < 0), entonces la población decrece.
- Si $N + I = M + E$ (Tasa $= 0$), entonces la población está en equilibrio.

Rpta.: A

5. En la siguiente gráfica, se observa una cadena alimenticia terrestre, la cual está comprendida por 1 especie productora, 4 especies consumidoras y 1 especie descomponedora. ¿A qué nivel trófico pertenece el reptil?



https://t2.gstatic.com/licensedimage?q=tbid:ANd9GcT4thNhVbaxSgZLvYYb6RXkF2nleB8aXUlp8zWT8IRp-S67MiB9NTE_-iFor3gpVTg

- A) Primer B) Cuarto C) Quinto D) Segundo E) Tercero

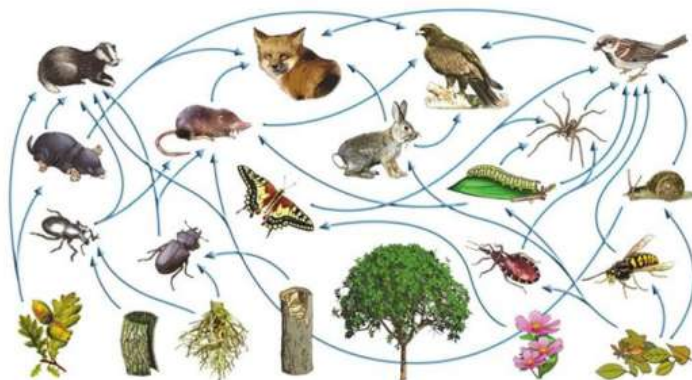
Solución:

En una cadena alimenticia hay varios niveles tróficos, el número de niveles depende del número de consumidores. Para la gráfica mostrada, se observa 6 niveles tróficos:

- Primer nivel trófico: productores (plantas, algas y cianofitas) como el pasto
- Segundo nivel trófico: consumidores primarios (herbívoros) como el saltamonte
- Tercer nivel trófico: consumidores secundarios (carnívoros primarios) como la rana
- Cuarto nivel trófico: consumidores terciarios (carnívoros secundarios) como la serpiente
- Quinto nivel trófico: consumidores cuaternarios (carnívoros terciarios) como el halcón
- Sexto nivel trófico: desintegradores o descomponedores como el hongo

Rpta.: B

6. En la siguiente gráfica, se observa un conjunto de interacciones alimenticias entre diversos seres vivos integrantes de un ecosistema. ¿Con qué nombre se les conoce a dichas interacciones?



<https://encolombia.com/medio-ambiente/interes-a/red-trofica/>

- A) Cadena alimenticia B) Bioma C) Niveles tróficos
D) Red trófica E) Biocenosis

Solución:

Una red trófica está constituida por varias cadenas alimenticias; es decir, es un conjunto de interacciones alimenticias entre diversos seres vivos integrantes de un ecosistema; la red trófica representa la transferencia de energía y nutrientes a través de los diferentes niveles tróficos.

Rpta.: D

7. Entre las especies integrantes de un ecosistema se establecen diferentes relaciones, conocidas como interespecíficas; así por ejemplo, las garzas se alimentan de lombrices de tierra que son expuestas cuando las ovejas se alimentan del pasto. De acuerdo a ello, ¿Qué relación interespecífica habría entre las ovejas y las lombrices de tierra?

- A) Comensalismo B) Parasitismo C) Mutualismo
D) Amensalismo E) Neutralismo

Solución:

En la relación interespecífica amensalismo, una especie (lombriz de tierra) se perjudica (al ser comida por la garza) y la otra especie (oveja) no se beneficia ni se perjudica con respecto a lo que le sucede a la otra especie.

Rpta.: D

8. El tiburón, al alimentarse, deja caer trozos de carne que a él no le interesan; estos pedazos de carne son aprovechados por unos peces pequeños, las rémoras, los cuales nadan adheridas o junto al tiburón. El ejemplo corresponde a la relación interespecífica denominada como

- A) comensalismo. B) parasitismo. C) amensalismo.
D) mutualismo. E) cooperación.

Solución:

En la relación interespecífica comensalismo, una especie (la rémora) se beneficia y la otra especie (el tiburón) no se beneficia ni se perjudica con respecto a lo que le sucede a la rémora.

Rpta.: A

9. Al analizar a una población de peces caballas, se observa que cuando están en peligro, dichos peces se agrupan y así evitan ser devorados por los delfines o los tiburones. La relación intraespecífica expuesta se denomina

A) predominio social. B) compensación. C) sociedades.
D) gregarismo. E) migraciones.

Solución:

En la relación intraespecífica gregarismo, algunas especies de animales se agrupan de manera temporal y sin parentesco entre sus miembros, esto con el objetivo de la obtención de alimentos y/o la defensa del grupo. Las caballas se agrupan para defenderse de los depredadores.

Rpta.: D

10. En el ciclo del nitrógeno, el nitrógeno atmosférico es fijado y convertido en amoníaco por ciertas bacterias, luego las bacterias nitrificantes lo convierten primero en nitrito y después en nitrato, el cual es aprovechado por las plantas. El exceso de nitrato que hay en el suelo es devuelto al ambiente. ¿En qué paso actúan las bacterias nitrificantes?

A) Amonificación B) Asimilación C) Fijación
D) Desnitrificación E) Nitrificación

Solución:

El ciclo del nitrógeno consta de las siguientes etapas:

- Fijación: el nitrógeno atmosférico es fijado por ciertas bacterias del suelo.
- Amonificación: dichas bacterias lo convierten en amoníaco.
- Nitrificación: las bacterias nitrificantes lo convierten primero en nitrito y después en nitrato.
- Asimilación: el nitrato es aprovechado por las plantas.
- Desnitrificación: el exceso de nitrato que hay en el suelo es devuelto al ambiente en forma de N_2 atmosférico.

Rpta.: E

11. El pelícano y el guanay son aves marinas que se alimentan de peces; luego de realizar su metabolismo, liberan orina en la superficie terrestre; de esta manera cumplen un papel importante en el reciclaje del

A) fósforo. B) carbono. C) azufre.
D) nitrógeno. E) oxígeno.

Solución:

Las aves marinas como el pelícano, piquero común y guanay, se alimentan de los peces, luego de realizar su metabolismo, liberan orina en la superficie terrestre; dicha orina contiene fosfatos, con lo cual participan reciclando el fósforo.

Rpta.: A

12. Producto de una erupción volcánica mueren todos los seres vivos de un ecosistema cercano. Luego de un tiempo se observa que el área vuelve a ser colonizada por nuevos organismos. Según lo mencionado, ocurrió una sucesión ecológica

- A) secundaria. B) evolutiva. C) terciaria.
D) primaria. E) cuaternaria.

Solución:

La sucesión ecológica primaria se inicia en un área despoblada, sin vida o donde los seres vivos han desaparecido por un hecho geológico como lo es una erupción volcánica.

Rpta.: D

13. La restauración de ecosistemas es la recuperación, de forma asistida, de las dinámicas naturales de los ecosistemas históricos o nativos de una región, no necesariamente recuperar el ecosistema original; en cambio la resiliencia ecológica

- A) es la capacidad de los ecosistemas de producir perturbaciones.
B) absorbe perturbaciones con intervención humana.
C) permite regresar a su estado natural una vez que la perturbación ha terminado.
D) es un proceso estático donde nada se altera del ecosistema.
E) altera significativamente la estructura del ecosistema.

Solución:

La resiliencia ecológica es la capacidad de los ecosistemas, sin intervención humana, de absorber perturbaciones naturales o antrópicas, sin alterar significativamente sus características de estructura y funcionalidad, pudiendo regresar a su estado natural una vez que la perturbación ha terminado.

Rpta.: C

14. El Perú ha firmado varios tratados, convenios, convenciones y protocolos internacionales; así se compromete a conservar el ambiente y el patrimonio natural y cultural. ¿Cuál es el objetivo de la Convención CITES de 1973?

- A) Reducir las emisiones de los gases de efecto invernadero
B) Controlar el transporte de desechos peligrosos
C) Velar para que no se comercialice especies de plantas y animales amenazadas
D) Disminuir la emisión de sustancias químicas que afectan a la capa de ozono
E) Regular la generación de organismos transgénicos

Solución:

El objetivo de la Convención CITES es velar por que no se comercialice especies de plantas y animales amenazadas. El objetivo del Protocolo de Kioto es reducir las emisiones de los gases de efecto invernadero. El objetivo del Convenio de Basilea es controlar el transporte de desechos peligrosos. El objetivo del protocolo de Montreal es disminuir la emisión de sustancias químicas que afectan a la capa de ozono. El objetivo del Protocolo de Cartagena es regular la generación de organismos transgénicos.

Rpta.: C

15. Un bioma es el conjunto de ecosistemas característicos de una zona biogeográfica. Los biomas pueden ser terrestres o acuáticos; un ejemplo de los segundos es el nerítico, el cual se caracteriza por

- A) la luminosidad de sus aguas y escasa profundidad.
- B) tener aguas corrientes.
- C) tener zonas de luminosidad y zonas de gran profundidad.
- D) ubicarse en los lagos y las lagunas.
- E) presentar agua dulce.

Solución:

Los biomas acuáticos se dividen en: dulceacuícolas lóticos (en ríos) y lénticos (en lagos y lagunas); y marinos (litoral o nerítico y oceánico o pelágico). El bioma marino litoral o nerítico presenta luminosidad de las aguas, escasa profundidad y la abundancia de nutrientes.

Rpta.: A