



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS  
*Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA*  
**CENTRO PREUNIVERSITARIO**

**SEMANA N.º 16**

## ***Habilidad Verbal***

### **SECCIÓN A**

#### **COMPATIBILIDAD E INCOMPATIBILIDAD**



**(VIDEOS)**  
**TEORÍA Y**  
**EJERCICIOS**

Desde el punto de vista semántico, dos proposiciones son compatibles en la medida en que no se contradigan, es decir, cuando no se genera una contradicción entre ellas:  $p \wedge \neg p$ . Por ejemplo, al decir que la Tierra está superpoblada, resulta compatible decir, además, que las poblaciones humanas cubren todos los continentes. Si alguien describe una pizarra como blanca, es perfectamente compatible decir, además, que es rectangular. Vale decir entre el color blanco y la forma rectangular no se puede generar una contradicción. En virtud de lo anterior, se infiere que, al unir una proposición ( $p$ ) con su negación ( $\neg p$ ), surge una contradicción y se establece una incompatibilidad.

En el análisis de un texto del rubro de comprensión lectora, la incompatibilidad se determina por dos procedimientos:

- (a) Se niega un enunciado que se defiende explícitamente en el texto.

*Por ejemplo, si en el texto se dice que Geoffrey Chaucer nació en Londres, resulta INCOMPATIBLE con el texto decir que Chaucer fue un poeta de nacionalidad francesa.*

- (b) Se niega un enunciado que se infiere del texto.

*Por ejemplo, si en un texto se sostiene que Von Hayek es una figura emblemática de la Escuela Austriaca de Economía, resulta INCOMPATIBLE decir que Von Hayek es un duro crítico del pensamiento económico liberal.*

#### **ACTIVIDADES SOBRE COMPATIBILIDAD E INCOMPATIBILIDAD**

##### **TEXTO A**

La importancia de Popper radica fundamentalmente en haber comprendido todas las implicaciones del colapso de la teoría científica mejor corroborada de todos los tiempos: la teoría newtoniana de la gravitación. Desde su punto de vista, la virtud no estriba en ser cauto para evitar errores, sino en ser implacable al eliminarlos. Audacia en las conjeturas, por una parte, y austeridad en las refutaciones por otra: esa es la receta de Popper. La honestidad intelectual no consiste en intentar atrincherarse o establecer la posición propia probándola (o «haciéndola probable»); más bien, la honestidad intelectual consiste en especificar con precisión las condiciones en que estaríamos dispuestos a abandonar nuestra posición. Los marxistas y freudianos comprometidos rehúsan especificar tales condiciones: tal es la señal de su deshonestidad intelectual. Creer puede ser una lamentable debilidad biológica que debe ser controlada por la crítica, pero el compromiso es para Popper un auténtico crimen.

[Imre Lakatos (1978). *La metodología de los programas de investigación científica*. Alianza Editorial]



1. Determine cuál de los siguientes asertos sobre Popper guarda compatibilidad con el texto anterior.
- A) Para Popper, en el análisis de la ciencia se puede prescindir de la honestidad.
  - B) Karl Popper sostiene que los científicos deben exhibir un radical compromiso.
  - C) La honestidad intelectual, según Popper, se funda en buscar los contraejemplos.
  - D) La posición popperiana defiende la teoría de Newton como una verdad absoluta.
  - E) Las creencias científicas profundas revelan el máximo nivel de racionalidad lógica.

**Solución:**

Se enuncia de manera contundente la postura de Popper sobre el sentido de la honestidad intelectual.

**Rpta.: C**

2. Es incompatible con el pensamiento epistemológico popperiano sostener que

- A) la deshonestidad intelectual deja de lado la autocrítica.
- B) la virtud científica supone aprender de todos los errores.
- C) el marxismo se puede ver como un caso de pseudociencia.
- D) los freudianos defienden su teoría con suma honestidad.
- E) la teoría de Newton presentaba fisuras o inconsistencias.

**Solución:**

Para los criterios epistemológicos de Popper, los freudianos actúan con deshonestidad intelectual.

**Rpta.: D**

3. De acuerdo con el desarrollo textual, sería incompatible sostener que Popper propugna

- A) el rigor lógico en el debate.
- B) la honestidad intelectual.
- C) la noción de refutación.
- D) la plausibilidad de la crítica.
- E) el dogmatismo en la ciencia.

**Solución:**

Para Popper, la crítica es esencial, razón por la cual jamás propugnaría el dogmatismo.

**Rpta.: E****TEXTO B**

Suele confundirse cultura con erudición. Sin embargo, son nociones muy diferentes. En realidad, la cultura no depende de la acumulación de conocimientos, incluso en varias materias, sino del orden que estos conocimientos guardan en nuestra memoria y de la presencia de estos en nuestro comportamiento.

Los conocimientos de un hombre culto pueden no ser muy numerosos, pero son armónicos, coherentes y, sobre todo, están íntimamente relacionados entre sí. Mientras que en el hombre culto los conocimientos se distribuyen de acuerdo con un orden interior que permite su canje y su fructificación; en el erudito, los conocimientos están almacenados en tabiques separados.



Las lecturas y las experiencias del hombre culto se encuentran en fermentación y engendran continuamente nueva riqueza. El hombre culto es como el que abre una cuenta con significativo interés.

El erudito es como el avaro: guarda su patrimonio en una media vieja, en donde solo cabe el enmohecimiento y la repetición. El hombre culto engendra conocimiento. El sujeto erudito no tiene capacidad generadora y solo añade un conocimiento a otro conocimiento.

Un hombre que conoce al dedillo todo el teatro de Beaumarchais es un erudito, pero culto es aquel que, habiendo leído solamente *Las bodas de Fígaro*, se da cuenta de la relación que existe entre esta magna obra y la Revolución francesa o entre su autor y los intelectuales de nuestra época.

[Julio Ramón Ribeyro (2006). *Prosas apátridas*. Seix Barral]

1. Guarda compatibilidad con el ensayo de Ribeyro decir que entre cultura y erudición hay

- A) fuerte afinidad.                      B) básica identidad.                      C) una sinonimia.  
D) una antítesis.                      E) yuxtaposición.

**Solución:**

Mediante una estipulación, Ribeyro establece un fuerte contraste entre cultura y erudición.

**Rpta.: D**

2. Resulta incompatible con el pensamiento de Ribeyro decir que

- A) suele confundirse al hombre culto con un sujeto erudito.  
B) un hombre erudito conoce todo el teatro de Beaumarchais.  
C) la cultura y la erudición son esencialmente indiscernibles.  
D) la cohesión de saberes es un rasgo inequívoco de cultura.  
E) mediante la cultura, el saber adquiere eficacia y rentabilidad.

**Solución:**

Ribeyro ofrece una manera de discernir entre cultura y erudición.

**Rpta.: C**

3. De acuerdo con el análisis de Ribeyro, ¿cuál de los siguientes enunciados sería incompatible con la erudición?

- A) En la erudición se puede encontrar un conocimiento sistemático.  
B) Una persona erudita puede conocer al dedillo una obra literaria.  
C) En la erudición se soslaya el íntimo vínculo entre temas diversos.  
D) Una persona erudita se puede ver como alguien con un defecto.  
E) La erudición consiste en una tupida acumulación de informaciones.

**Solución:**

Según Ribeyro, el erudito acumula, pero no construye un orden, un sistema.

**Rpta.: A**



## TEXTO 1

En los avisos publicitarios, el agua embotellada se anuncia como un producto **puro** que promueve el bienestar de la gente, lo que ciertamente resulta efectivo en la promoción para la industria, tal como lo revelan las cifras de ventas: globalmente se generan casi 119 mil millones de euros al año (unos 147 mil millones de dólares); no obstante, estas sumas podrían verse mermadas por un reciente estudio de Orb Media, publicado en colaboración con *Deutsche Welle*, en el cual, por primera vez, se analiza el agua embotellada de once marcas diferentes en busca de microplásticos. Las botellas empleadas en el estudio fueron adquiridas en 19 ubicaciones de un total de nueve países, y se identificó que dicho contaminante estaba presente en el 93 % de las muestras.

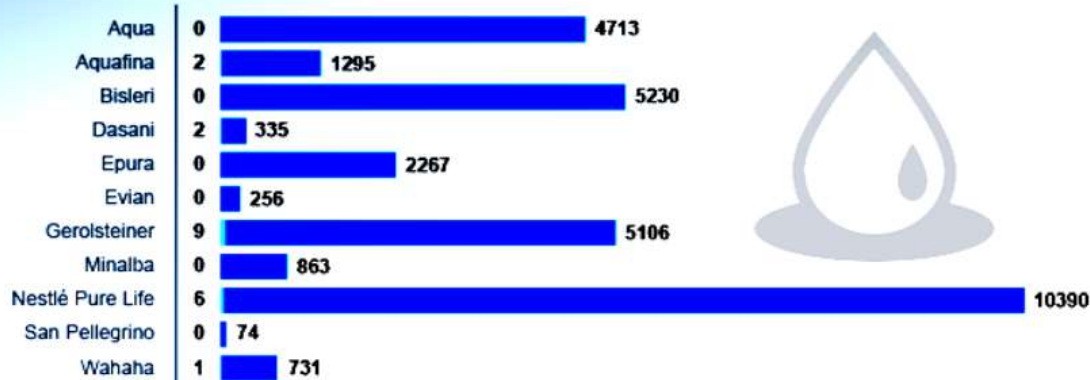
Por otro lado, según las previsiones del portal estadístico Statista, en 2017 bebimos 391 mil millones de litros de agua embotellada; mientras que, en 2012, fueron 288 mil millones. Este notorio incremento exige preguntarse si es seguro para la salud consumir partículas de plástico tan pequeñas. Pregunta, por cierto, difícil de responder, ya que, a pesar de la ubicuidad de los microplásticos en el medio ambiente, la toxicología aún se encuentra en pañales como para resolver la posible amenaza de estas partículas para la salud humana.

«Todavía no sabemos cuántas de estas partículas llegan a nuestro torrente sanguíneo», declaró Rolf Halden, director del Centro de Ingeniería en Salud Ambiental de la Universidad Estatal de Arizona, «pero si algunas fueran lo suficientemente pequeñas como para atravesar la barrera intestinal, sería preocupante la invasión física de tejidos y el impacto de los componentes químicos contenidos en los plásticos», añadió. Por su parte, Heather Leslie, experta en Química Ambiental y Toxicología, señaló que «cuando las partículas diminutas, incluyendo las plásticas, penetran en un tejido, causan lo que se llama estrés oxidativo, lo que a su vez deriva en inflamación crónica».

Entre los plásticos identificados había nailon, tereftalato de polietileno (usado en envases de bebidas) y un 54 % de polipropileno utilizado en la fabricación de cierres de botellas. Incluso en las muestras de botellas de vidrio analizadas, también aparecieron indicios de microplástico.

### Partículas por litro de agua embotellada por marca

Número mínimo y máximo de partículas por litro



Fuente: Orb Media | Nota: Se espera que las partículas racionalmente sean de plástico. El volumen de agua embotellada varía de 500 ml a 2 litros. Las cifras absolutas por botella se dividieron por el volumen de muestra para determinar la cantidad de microplásticos por litro. Cualquier contaminación de fondo se dedujo de las cifras anteriores. © DW

Walker, T. (15 de marzo de 2018). Microplásticos también en el agua de botella. *Global Ideas*. <http://p.dw.com/p/2uGot>.



1. ¿Cuál es la intención fundamental del texto?

- A) Boicotear las ventas de agua embotellada en el mundo debido a sus ingentes ganancias
- B) Criticar las malas prácticas de la ingente producción de agua embotellada en los continentes
- C) Hacer un llamado de advertencia sobre los microplásticos presentes en el agua embotellada
- D) Generar una severa reducción en las voluminosas ventas de agua embotellada en el mundo
- E) Dilucidar las razones profundas de cómo el agua embotellada se contamina de microplásticos

**Solución:**

A lo largo del texto, se nos informa que se ha descubierto que el agua embotellada (de diferentes marcas y nacionalidades) está contaminada con microplásticos, además de explicarnos cómo afecta esa sustancia a la salud, para advertirnos de lo peligroso que podría resultar su consumo.

**Rpta.: C**

2. En el texto, el término PURO connota

- A) lucro.      B) riqueza.      C) sabor.      D) origen.      E) salud.

**Solución:**

En el texto, se emplea dicha palabra para indicar que el agua es muy saludable.

**Rpta.: E**

3. Respecto de la presencia de plástico en las botellas de las once marcas empleadas en la investigación, como se aprecia en la imagen, se infiere que

- A) el agua de la marca San Pellegrino es la preferible de manera racional.
- B) la marca de agua Gerolsteiner es tan o más nociva que Nestlé Pure Life.
- C) el orden de la presentación obedece a su impacto en el mercado de agua.
- D) debiera haber una gran preocupación con el agua embotellada de Evian.
- E) los investigadores adulteraron los resultados de la marca de agua Aqua.

**Solución:**

Dado que la imagen nos permite visualizar el número mínimo y máximo de partículas contaminantes por litro de agua embotellada, es posible concluir que San Pellegrino es la menos contaminada porque tiene menos partículas de plástico (74).

**Rpta.: A**



4. Determine cuál de los siguientes enunciados es incompatible con la presencia de microplásticos en las aguas embotelladas.

A) Se puede considerar que el estudio evitó el sesgo del criterio de país de origen.  
B) Hay hallazgos considerados como preocupantes por el nivel de contaminantes.  
C) Nestlé Pure Life revela el nivel más alto de contaminantes entre los productos.  
D) El estudio contempló analizar botellas de plástico y también botellas de vidrio.  
E) El análisis del torrente sanguíneo prueba el nivel pernicioso de los microplásticos.

**Solución:**

A ciencia cierta, no se sabe el efecto grave de las partículas en el torrente sanguíneo.

**Rpta.: E**

5. Si el estudio de Orb Media fuese divulgado extensamente entre la población mundial,

A) una empresa como Evian optaría por producir bebidas rehidratantes.  
B) la salud de los consumidores se vería muy seriamente comprometida.  
C) podría haber una merma económica en el rubro de aguas embotelladas.  
D) las empresas publicitarias experimentarían un gran déficit en sus ingresos.  
E) la empresa con las más terribles consecuencias sería el producto Aquafina.

**Solución:**

En la medida en que el auge económico está asociado a la condición de pureza, la revelación de contaminantes como microplásticos podría generar una efectiva merma en los ingresos.

**Rpta.: C**

**SECCIÓN B**

**TEXTO 1**

Debido a su palpable angustia existencial, Egon Schiele se puede considerar como el Kafka de la pintura moderna. Así como Klimt y Kokoschka, espoleados por los intelectuales de su época, se interesaron activamente por la vida interior de sus modelos, Schiele se interesó, más que cualquier otro pintor coetáneo, por su propia angustia. Una angustia profunda –como si su mundo personal se estuviera desmoronando– que expresó en numerosos autorretratos, y que proyectaba sobre todos aquellos a quienes pintaba, incluidas sus parejas en los retratos dobles de sus experiencias sexuales.

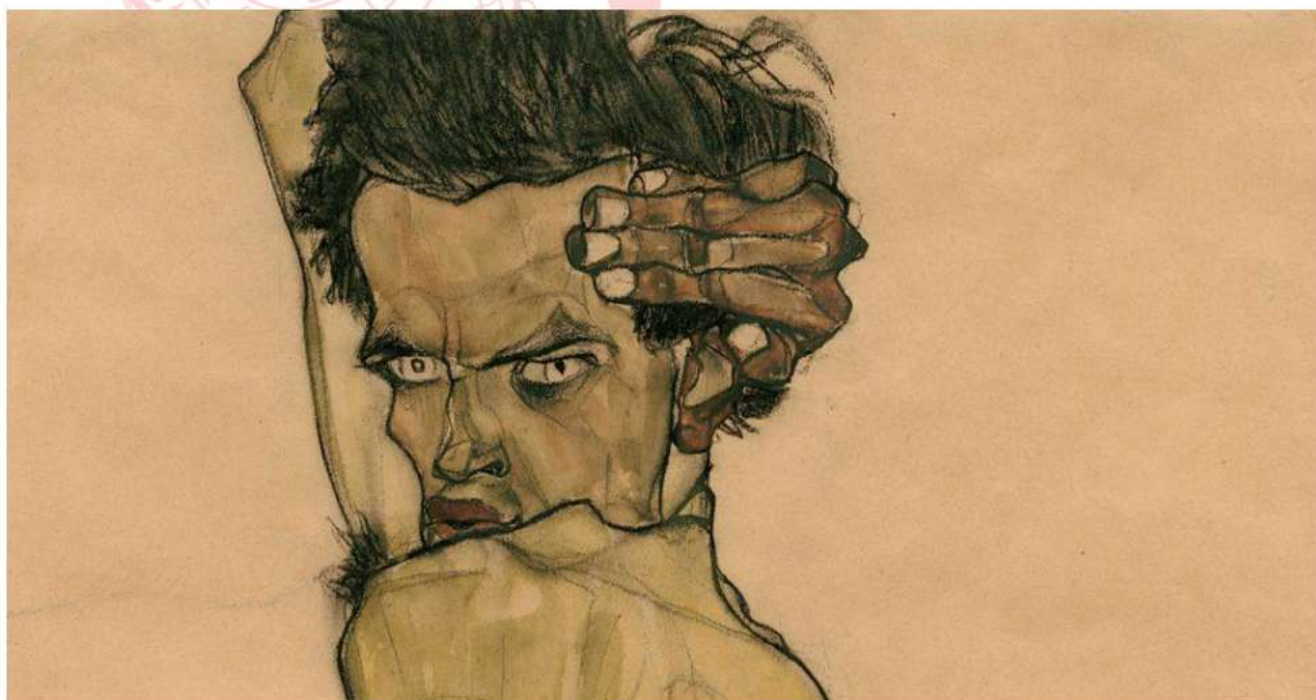
Aunque murió con solo 28 años, Schiele realizó trescientos cuadros y varios miles de dibujos y acuarelas. Como a Klimt y Kokoschka, le atraía el tema de la agresividad y la muerte, pero su obra, a diferencia de los dibujos de Klimt de mujeres disfrutando de su sexualidad, transmite un espectro más amplio de reacciones emocionales al sexo: atormentadas, culpables de ansiedad, de tristeza, de rechazo, de curiosidad y hasta de sorpresa. Sobre todo, en sus primeros trabajos, las mujeres de Schiele parecen sufrir su sexualidad más que disfrutarla.



En este sentido, Schiele siguió los pasos de Kokoschka en el intento de **sondear** en su propia vida y la de quienes posaban para él. Pero se diferencia de este en varios aspectos relevantes. Más que centrarse exclusivamente en las expresiones faciales y los gestos de las manos para explorar bajo la superficie de sus modelos y vislumbrar su personalidad y sus conflictos, Schiele aprovechaba todo el cuerpo. También, a diferencia de Kokoschka, que habitualmente retrataba a otras personas, él se pintaba a sí mismo muy a menudo. Se representó triste, angustiado, muy asustado y entregado a la actividad sexual, solitaria o en compañía.

La angustia de Schiele es evidente no solo en lo sustantivo, en los temas que elige trazar en sus cuadros y dibujos, sino también en lo estilístico. En contraste con la ornamentación y las elegantes líneas características del arte de Klimt y de la primera época de Kokoschka, la obra de madurez de Schiele es sombría y, a menudo, carente de colores vivos. Dibuja figuras con los cuerpos descoyuntados, con brazos y piernas dolorosamente crispados y retorcidos, como si fueran los parientes histéricos de Jean-Martin Charcot. Pero, así como los pacientes de Charcot adoptaban esas posturas de forma inconsciente, Schiele las decidía conscientemente, en un intento trabajado de utilizar la posición de manos, brazos y cuerpos para transmitir las emociones íntimas de los sujetos. Solía ensayar y analizar distintas posturas delante del espejo. Expresaba su carácter y sus conflictos mediante actitudes corporales histriónicas, casi histéricas, pero, en realidad, muy estudiadas.

En este sentido, el arte de Schiele no es solo manierista, es amanerado. Freud y sus seguidores usaban el término *acting out* para referirse a la expresión de impulsos prohibidos mediante la acción. Schiele fue el primer artista que hizo de su pintura un *acting out*, un medio de exteriorizar su agitación interior, su angustia y su desesperación sexual. De la misma forma que Max Dvorák se alzó en defensa del arte de Kokoschka, Otto Benesch, compañero suyo en la Escuela de Historia del Arte de Viena y director del Museo Albertina de la ciudad, fue el valedor de Schiele a lo largo de toda su carrera. Es más, la familia Benesch le amparó como mecenas.



[Eric R. Kandel (2013). *La era del inconsciente*. Barcelona: Paidós]



1. En virtud de la lógica del texto, el sentido contextual de SONDEAR implica

- A) un retrato superficial. B) una búsqueda profunda.  
C) un sentimiento sosegado. D) un deleite muy prolongado.  
E) una descripción lúdica.

**Solución:**

El arte de Schiele apunta a una mirada muy profunda.

**Rpta.: B**

2. ¿Cuál de las siguientes opciones formula la idea principal del texto?

- A) Debido a la creatividad plasmada en sus emblemáticos autorretratos, la obra de Schiele guarda analogía con la creación que logró Kafka en el mundo literario.  
B) El arte pictórico de Schiele se puede describir como un deliberado intento por plasmar la angustia personal, lo que se revela en un trabajo artístico sobre todo el cuerpo.  
C) Siguiendo al pintor Kokoschka, la obra de Schiele busca representar el fenómeno de la histeria colectiva, tal como Charcot entendió este complejo movimiento mental.  
D) El amaneramiento del arte de Schiele representa, de manera formidable, el concepto de acting out que Freud y sus discípulos desarrollaron en la psicología.  
E) Todo el arte amanerado de Schiele se puede describir como una forma emblemática de hacer hipérboles en las pinturas y en los retratos de hermosas mujeres.

**Solución:**

El arte de Schiele busca representar la angustia en los retratos y en el trabajo del cuerpo.

**Rpta.: B**

3. En virtud del concepto de *acting out*, explicado en el texto, se puede inferir que el arte de Schiele tiende a ser

- A) hierático. B) abúlico. C) hiperbólico.  
D) paradójico. E) fantasioso.

**Solución:**

De modo histriónico, Schiele busca exteriorizar su angustia. Se infiere que habrá una propensión a la hipérbole.

**Rpta.: C**

4. Gracias al análisis del retrato que acompaña al texto, se puede inferir la siguiente característica del arte de Schiele:

- A) expresión facial desencajada. B) movimientos simétricos del cuerpo.  
C) agitación en el sueño profundo. D) histeria de origen comunitario.  
E) fusión de lo pictórico con lo musical.



**Solución:**

En el autorretrato, se expresa la angustia profunda con una expresión facial tortuosa.

**Rpta.: A**

5. Determine el enunciado incompatible respecto de la afinidad entre Kokoschka y Schiele.
- A) La vivacidad de los colores es un rasgo intenso y dominante en el arte de Kokoschka y Schiele.
  - B) Hay un profundo interés por la vida interior tanto en el arte de Kokoschka como en el arte de Schiele.
  - C) Tanto Schiele como Kokoschka se caracterizan por una búsqueda incesante de la propia personalidad.
  - D) Lo mismo que en Kokoschka, en el arte de Schiele se nota la angustia en las expresiones faciales.
  - E) En ambos geniales pintores, el tema de la agresividad llegó a una especie de cima en cuanto al arte.

**Solución:**

En Schiele sí hay una búsqueda autopersonal. En Kokoschka, no se da de modo tan intenso como en Schiele.

**Rpta.: C**

6. Si el arte de Schiele estuviese en las antípodas del *acting out*,
- A) se apoyaría en los trabajos médicos de Charcot sobre el nerviosismo.
  - B) en su arte habría señales muy nítidas de un movimiento histérico.
  - C) mostraría una afinidad absoluta por el pensamiento del freudismo.
  - D) en sus autorretratos habría una propensión al gesto exagerado.
  - E) sus pinturas se inclinarían a representar la belleza de lo exterior.

**Solución:**

El *acting out* estriba en exteriorizar las pasiones endógenas. En consecuencia, si Schiele estuviese en las antípodas del *acting out*, en su arte habría una plasmación de lo exógeno.

**Rpta.: E****TEXTO 2 A**

La Asociación Médica Mundial (AMM) condena sin ambages la participación de médicos en la muerte médicamente asistida (MMA), por considerarla contraria a los objetivos de la medicina. En su reciente Declaración sobre Eutanasia y Suicidio Médicamente Asistido, señala que ningún médico puede ser obligado a participar en estas prácticas. Para comprender esta negativa, es necesario recordar que la labor primordial de los médicos ha sido siempre la de ayudar a los pacientes y aliviar su sufrimiento, por lo que provocarles la muerte suele ser considerado un fracaso de la medicina. Quienes argumentan en contra de la participación del médico en la MMA señalan que el sentimiento de compasión –que es el sentimiento de pena, ternura y de identificación ante los males que sufre el paciente– nunca



puede llegar a ser tan fuerte como para justificar estas acciones. La medicina ha logrado proveer a los pacientes de recursos eficaces para **morigerar** su sufrimiento que, sumados al desarrollo de los cuidados paliativos, permiten un abordaje integral del paciente y de su situación vital, sin perder de vista que existen aspectos personales, familiares, sociales o de orden espiritual, que van más allá de la responsabilidad del médico. Concordante con este pensamiento, si el médico participara acelerando la muerte de sus pacientes, actuaría solamente como un ejecutor de una muerte provocada por una sociedad incapaz de proporcionarles ayuda y alivio verdaderos.

## TEXTO 2 B

La tradicional posición de las agrupaciones médicas, que sostienen que existe una moral interna, propia de la profesión, e independiente de las influencias externas y variaciones normativas que ocurran en la sociedad en que se desenvuelve, está siendo desafiada. Para algunos bioeticistas, los fines de la medicina deben responder a un contrato social que atienda a los intereses de los pacientes y no a una supuesta moralidad propia de aquella, que se vería refutada por la variabilidad existente entre sus códigos deontológicos, en diferentes épocas y culturas. Concordante con esto, se ha observado un cambio de opinión de los médicos que las conforman, como ha ocurrido al interior de la Asociación Médica Británica. Un sondeo de opinión realizado el 2019 en Chile, el cual fue enviado a 24 013 médicos colegiados (22 % de respuestas), mostró que 59 % estaba dispuesto a administrar una droga letal a un paciente adulto competente que lo solicitare, si cumplía con requisitos bien estrictos. La razón fundamental detrás de esta tendencia en la sociedad occidental es el reconocimiento de la autonomía de los individuos como un valor en sí mismo. Según los defensores de la eutanasia, esta cumpliría un rol benéfico en aquellos casos en que el sufrimiento ocasionado por la enfermedad se torna intolerable, incluso contando con acceso a los mejores cuidados paliativos. Para algunos filósofos morales, no existiría diferencia ética entre matar a un paciente que lo solicita o dejarlo morir luego de adecuar los esfuerzos terapéuticos. Esto último es hoy aceptado por la praxis médica, puesto que se reconoce la necesidad de suspender tratamientos considerados como fútiles, aun cuando de esta suspensión se siga la muerte del paciente.

Salas, S. et al. (2020). Argumentos éticos a favor y en contra de la participación del profesional médico en la muerte asistida. Análisis del Departamento de Ética del Colegio Médico de Chile. *Revista Médica de Chile*. Vol. 148. N° 4.

1. ¿Cuál es el tópico central que se discute en ambos textos?

- A) La perspectiva de los médicos frente a la eutanasia
- B) La ética médica y la autonomía de los sujetos morales
- C) Los fundamentos sociales para los suicidios asistidos
- D) La definición lógica de muerte médicamente asistida
- E) La necesidad de una medicina ajustada a los tiempos

### **Solución:**

En el texto A, se expone la actitud médica contraria a la eutanasia. En el texto B, se plantea el desafío, vale decir, una actitud favorable a la eutanasia.

**Rpta.: A**



2. Determine el mejor sinónimo para la palabra MORIGERAR.

- A) Gravar      B) Eliminar      C) Resarcir      D) Controlar      E) Mitigar

**Solución:**

La palabra MORIGERAR implica paliar o mitigar un efecto adverso.

**Rpta.: E**

3. Determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados concernientes a la muerte médicamente asistida.

- I. Según los bioeticistas, la muerte médicamente asistida obedece a un nuevo contrato social entre médicos y pacientes.
- II. La AMM considera que ningún médico está obligado a llevar a cabo una muerte médicamente asistida.
- III. En Chile los dos tercios de los médicos consideran que la muerte médicamente asistida es algo plausible.

- A) VVV      B) VVF      C) FVF      D) VFF      E) FFF

**Solución:**

Solo el tercer enunciado es falso: el sondeo determina que los médicos chilenos en un 59 % está de acuerdo con una práctica de muerte médicamente asistida. Los dos primeros enunciados son verdaderos.

**Rpta.: B**

4. Se infiere que, según la perspectiva de la AMM, la muerte médicamente asistida

- A) implica abdicar de la función primordial de la medicina.
- B) es una práctica razonable en caso de grave enfermedad.
- C) se puede propugnar a partir de un nuevo contrato social.
- D) significa modernizar el enfoque de la teoría de la medicina.
- E) se puede considerar en casos de terapia muy intrincada.

**Solución:**

Para la AMM, la medicina tiene como finalidad fundamental ayudar a vivir al paciente, no a morir. En consecuencia, si un médico asistiera en la muerte de un paciente, estaría abdicando de su función.

**Rpta.: A**

5. Si un médico sostuviera que la autonomía es el valor supremo de una persona,

- A) objetaría de plano la posición asumida por los bioeticistas sobre la eutanasia.
- B) podría tener una actitud favorable frente a la muerte médicamente asistida.
- C) indefectiblemente, se opondría tajantemente a la práctica de la eutanasia.
- D) consideraría que la medicina debiera reducirse a meros efectos paliativos.
- E) se opondría a la eutanasia si es asumida enteramente por los pacientes.



**Solución:**

Al defenderse la autonomía, el médico cambiaría su negativa frente a la eutanasia si esta es solicitada por un paciente en estado terminal. Ergo, tendría una actitud favorable frente a la muerte médicamente asistida.

**Rpta.: B****SECCIÓN C**

**Read the following passage. Then, indicate whether the proposed statements are compatible (C) or incompatible (I) according to the information given in the passage.**

Sleep is an essential function that allows your body and mind to recharge, leaving you refreshed and alert when you wake up. Healthy sleep also helps the body remain healthy and stave off diseases. Without enough sleep, the brain cannot function properly. This can impair your abilities to concentrate, think clearly, and process memories. Most adults require between seven and nine hours of nightly sleep. Children and teenagers need substantially more sleep, particularly if they are younger than five years of age. Work schedules, day-to-day stressors, a disruptive bedroom environment, and medical conditions can all prevent us from receiving enough sleep.

- I. It is recommended that newborns sleep less than nine hours a day. ( )
- II. A person who sleeps properly will have a healthy living condition. ( )
- III. People who work hard cannot sleep well at the end of the day. ( )
- IV. Taking care of the hours of healthy sleep is vital in people's lives. ( )

**Solution:**

Incompatible, compatible, incompatible, compatible

**PASSAGE**

I say to you today, my friend, though, even though we face the difficulties of today and tomorrow, I still have a dream. It is a dream deeply rooted in the American dream. I have a dream that one day this nation will rise up and live out the true meaning of its **creed**: "We hold these truths to be self-evident, that all men are created equal."

I have a dream that one day on the red hills of Georgia the sons of former slaves and the sons of former slaveowners will be able to sit down together at the table of brotherhood. I have a dream that one day even the state of Mississippi, a state sweltering with the people's injustice, sweltering with the heat of oppression, will be transformed into an oasis of freedom and justice.

I have a dream that my four little children will one day live in a nation where they will not be judged by the color of their skin but by the content of their character. I have a dream...

[Speech by the Rev. Martin Luther King at the «March on Washington». 1963]

1. The word CREED most nearly means

A) myth.      B) belief.      C) dogma.      D) truth.      E) judgment.

**Solution:**

The word CREED means a faith or other belief.

**Key: C**



2. It follows that, for the American point of view, human equality is a
- A) riddle.      B) doubt.      C) paradox.      D) legend.      E) certainty.

**Solution:**

Since the idea is presented as a self-evident truth, a high level of certainty it is inferred.

**Key: E**

3. What is the main idea of Luther King's speech?

- A) Human life is full of personal dreams about the distant future.  
B) We must walk a lot to reach a true brotherhood in the world.  
C) The oppression of the people is a terrible prison for mankind.  
D) A nation where justice and equality prevail is a beautiful utopia.  
E) It is very difficult for dreams to come true in a fragmented world.

**Solution:**

Martin Luther King expresses the beautiful dream of building an American nation where there is dignity for all.

**Key: D**

4. Which of the following statements is not compatible with Luther King's speech?

- A) We must face the obstacles with optimism and hope.  
B) The oppression of human beings is a macula in history.  
C) Nobody should be judged by circumstantial aspects.  
D) A town dominated by oppression can improve in the future.  
E) The reconciliation of the American people is impossible.

**Solution:**

According to Luther King's thinking, the descendants of slaves and slaveowners can be like brothers.

**Key: E**

5. If a country were to become an oasis of freedom and justice,

- A) there would be no room for privileges.  
B) it would be impossible to reach wealth.  
C) everyone would have great intelligence.  
D) the personal character would be one.  
E) full immortality could easily be achieved.

**Solution:**

"I have a dream that my four little children will one day live in a nation where they will not be judged by the color of their skin but by the content of their character."

**Key: A**



## Habilidad Lógico Matemática

### EJERCICIOS DE CLASE

1. Si el anteayer del mañana del anteayer del mañana del anteayer del mañana es el pasado mañana del ayer del pasado mañana del mañana de hace  $x$  días. ¿Qué día de la semana es hoy, si dentro de  $(17x)^2$  días será jueves?

A) jueves      B) sábado      C) miércoles      D) domingo      E) martes

#### Solución:

$$-2+1 + -2+1 + -2+1 = +2-1+2+1-x \Rightarrow -3 = 4-x \Rightarrow x=7$$

$$\Rightarrow \text{Hoy} + 17x^2 = \text{jueves} \Rightarrow \text{Hoy} + 17 \times 7^2 = \text{jueves}$$

$$\Rightarrow \text{Hoy} + 7^0 = \text{jueves} \quad \therefore \text{Hoy} = \text{jueves}$$

Rpta.: A

2. Entre el primer lunes de un mes y el último día del siguiente mes de un año bisiesto  $\overline{1abc}$ , existe la mayor cantidad de días. Si el cumpleaños de Betty es el 14 de setiembre de ese año bisiesto, ¿qué día de la semana fue el cumpleaños de Betty en el año  $\overline{1abc+2}$ ?

A) sábado      B) lunes      C) miércoles      D) domingo      E) martes

#### Solución:

Para que la cantidad de días sea máxima entonces el lunes es el 1 de julio y el 31 de agosto será sábado (año  $\overline{1abc}$ ).

| Lu | Mar | Mie | Ju | Vi | Sa | Do |
|----|-----|-----|----|----|----|----|
| 1  | 2   | 3   | 4  | 5  | 6  | 7  |
| 8  | 9   | 10  | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 15 | 16  | 17  | 18 | 19 | 20 | 21 |
| 22 | 23  | 24  | 25 | 26 | 27 | 28 |
| 29 | 30  | 31  | 1  | 2  | 3  | 4  |
| 5  | 6   | 7   | 8  | 9  | 10 | 11 |
| 12 | 13  | 14  | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 19 | 20  | 21  | 22 | 23 | 24 | 25 |
| 26 | 27  | 28  | 29 | 30 | 31 | 1  |
| 2  | 3   | 4   | 5  | 6  | 7  | 8  |
| 9  | 10  | 11  | 12 | 13 | 14 |    |

Se tiene el 14 de setiembre del año bisiesto  $\overline{1abc}$  es sábado.

Luego el 14 de setiembre del año  $\overline{1abc+2}$  es lunes.

$\therefore$  El cumpleaños de Betty en el año  $\overline{1abc+2}$  fue el día lunes.

Rpta.: B



3. Ana María observó el calendario de cierto año y notó que en el mes de febrero tuvo 5 jueves. ¿Qué día de la semana será el 28 de julio del año siguiente?

A) martes      B) sábado      C) lunes      D) miércoles      E) domingo

**Solución:**

Como febrero tenía 5 jueves implicaría que es un año bisiesto.

| Lu | Mar | Mie | Ju | Vi | Sa | Do |
|----|-----|-----|----|----|----|----|
|    |     |     | 1  | 2  | 3  | 4  |
| 5  | 6   | 7   | 8  | 9  | 10 | 11 |
| 12 | 13  | 14  | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 19 | 20  | 21  | 22 | 23 | 24 | 25 |
| 26 | 27  | 28  | 29 | 1  |    |    |

$$\Rightarrow \text{Día} = \text{viernes} + 30 + 30 + 31 + 30 + 28 = \text{viernes} + 7 + 2 = \text{domingo}$$

28 de julio    1 de marzo    marzo    abril    mayo    junio    julio

$\Rightarrow$  El 28 de julio del año bisiesto es domingo.

$\therefore$  El 28 de julio del año siguiente que no es bisiesto es lunes.

**Rpta.: C**

4. En un determinado fin de siglo que es bisiesto hay más sábado y domingos que los otros días de la semana, Cristhian cumplió años el 29 de julio de dicho año. Si Cristhian nació en 1984, ¿qué día de la semana nació Cristhian y que día de la semana de ese fin de siglo cumplió años Cristhian, respectivamente?

A) lunes – sábado      B) domingo – viernes      C) lunes – domingo  
D) domingo – sábado      E) domingo – lunes

**Solución:**

Como Cristhian nació en 1984, el año fin de siglo con mas domingo y lunes que los otros días de la semana es 2000, luego el 1 de enero del 2000 fue sábado.

$$\Rightarrow \text{Día} = \text{sábado} + 30 + 29 + 31 + 30 + 31 + 30 + 29$$

29 de julio    1 de enero    enero    febrero    marzo    abril    mayo    junio    julio

$$\Rightarrow \text{Día} = \text{sábado} + 7 = \text{sábado}$$

29 de julio

Años bisiesto a considerar: 1984    1988    1996    2000

$$\Rightarrow \text{Día} + \underbrace{2000 - 1984}_{\text{Años transcurridos}} + \underbrace{\left( \frac{2000 - 1988}{4} + 1 \right)}_{\text{Años bisiestos}} = \text{sábado}$$

$$\Rightarrow \text{Día} + 16 + 4 \Rightarrow \text{Día} + 7 - 1 = \text{sábado} \Rightarrow \text{Día} = \text{domingo}$$



∴ Cristhian nació un día domingo y cumplió años un día sábado.

**Rpta.: D**

5. Albert Einstein fue un físico alemán nacido un viernes 14 de marzo de 1879. Uno de sus mayores aportes a la humanidad fue su Teoría de la Relatividad General enunciada en 1915, según la cual, la gravedad no era una fuerza atractiva entre dos masas, tal y como lo enunciaba Newton, sino que era una consecuencia de la curvatura del espacio-tiempo, derivada de la presencia de masa y energía. No obstante, esta serie de enunciados presentaba un desafío enorme: la demostración experimental. Según la Teoría planteada por Einstein, los rayos de luz que pasaran cerca del Sol deberían curvarse por la culpa del campo gravitatorio generado por la estrella, efecto únicamente visible en completa oscuridad, es por ello que él tuvo que esperar al eclipse solar total del 29 de mayo de 1919, el cual terminó verificando por primera vez la Teoría de la Relatividad General. ¿En qué día de la semana ocurrió este famoso eclipse?

A) miércoles    B) viernes    C) martes    D) sábado    E) jueves

**Solución:**

Se sabe que el 29 de mayo de 2024 fue miércoles.

Años bisiesto a considerar: 1919    1920    ...    ...    2020    2024

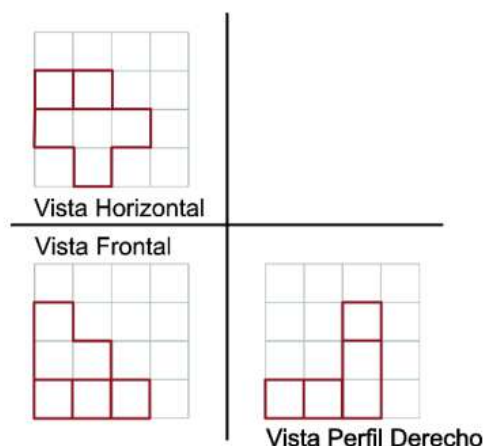
$$\Rightarrow \text{Día} + \underbrace{2024 - 1919}_{\text{Años transcurridos}} + \underbrace{\left( \frac{2024 - 1920}{4} + 1 \right)}_{\text{Años bisiestos}} = \text{miércoles}$$

$$\Rightarrow \text{Día} + 105 + 27 = \text{miércoles} \Rightarrow \text{Día} + 7 - 1 = \text{miércoles} \Rightarrow \text{Día} = \text{jueves.}$$

∴ El famoso eclipse ocurrió el día jueves.

**Rpta.: E**

6. En la figura se muestran las vistas de un sólido que ha sido construido apilando cubos de 10 cm de arista. Calcule el máximo volumen de dicho sólido.



A) 9 000 cm<sup>3</sup>  
D) 8 000 cm<sup>3</sup>

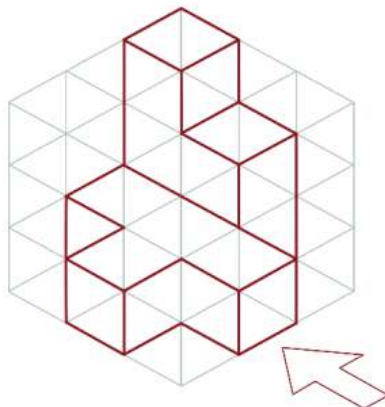
B) 12 000 cm<sup>3</sup>  
E) 11 000 cm<sup>3</sup>

C) 10 000 cm<sup>3</sup>



**Solución:**

En la figura se muestra el sólido reconstruido con la ayuda de las vistas.

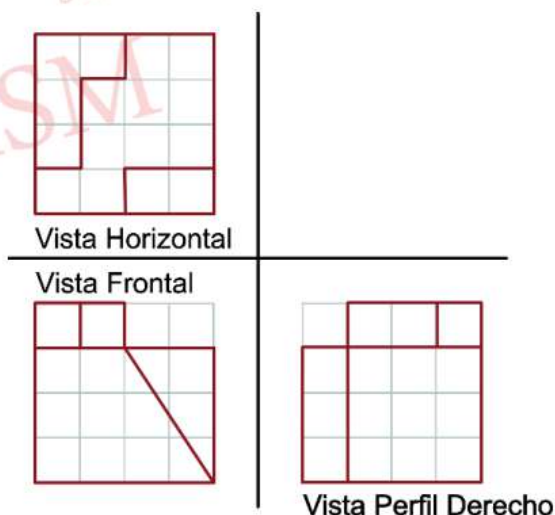


Se observa que como máximo se pueden haber empleado 9 cubos.

$$\therefore \text{Volumen máximo} = \underbrace{1000}_{\text{Volumen cubito}} \times \left( \underbrace{1+3+5}_{\text{Cantidad cubitos}} \right) = 9000 \text{ cm}^3$$

**Rpta.: A**

7. Ariana debe de entregar una maqueta de un sólido de máximo volumen de un trabajo del curso de arquitectura de su universidad, además debe realizar el plano de las vistas de dicha maqueta. Ariana observa detalladamente la maqueta y realiza las vistas; horizontal, frontal y perfil derecho como se muestra en la figura. ¿Cuántas caras en total tiene dicha maqueta?



A) 12

B) 13

C) 16

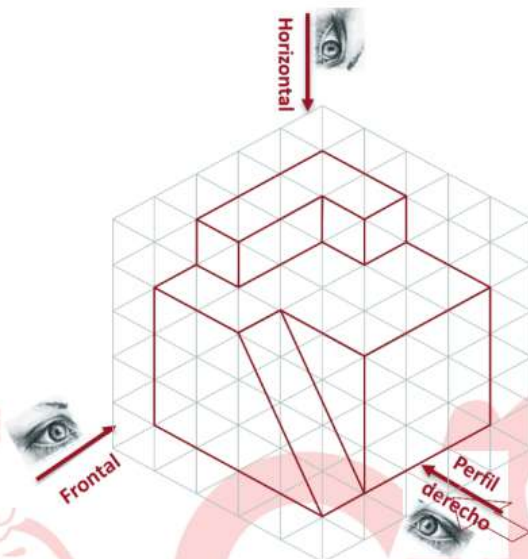
D) 14

E) 15



**Solución:**

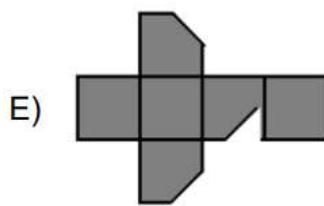
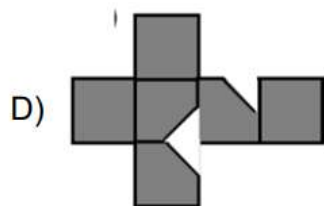
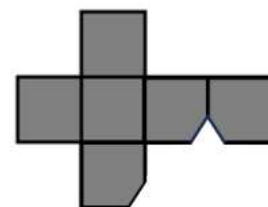
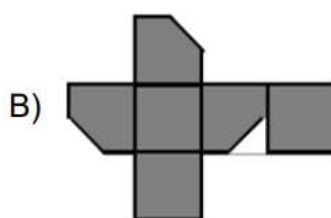
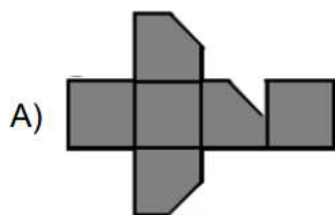
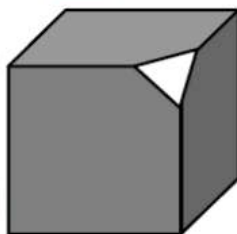
De las vistas anteriores se puede deducir el siguiente gráfico en donde procedemos a contar sus caras siendo estas en total 13 caras.



$\therefore \# \text{ Total de caras Sólido} = 13$

Rpta.: B

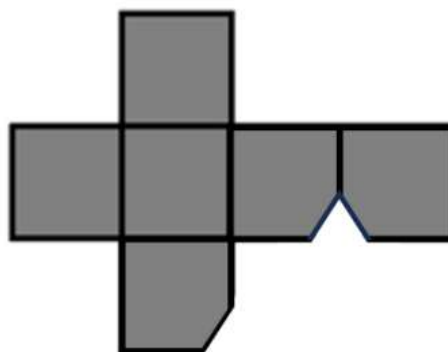
8. ¿Cuál es el desarrollo de la siguiente figura?





**Solución:**

Se tiene el siguiente desarrollo



Rpta.: C

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. En el mañana de ayer, de dos días antes que hoy, Ana ha alquilado un vehículo y lo devolverá,  $n$  días después del mañana del pasado mañana de ayer, por el cual pagará 480 soles; pero si hubiera cambiado solo la fecha de inicio, al día de hoy, pagaría 320 soles. Si el pago por día de alquiler del vehículo siempre es la misma cantidad, ¿cuántos soles paga Ana, por cada día de alquiler?

A) 80      B) 40      C) 20      D) 160      E) 10

**Solución:**

$$\Rightarrow \text{Tiempo 1} = \underset{\text{mañana}}{+1} - \underset{\text{ayer}}{1} - \underset{\text{días antes}}{2} + \text{hoy} = \text{hoy} - 2$$

$$\Rightarrow \text{Tiempo 2} = \text{hoy} + \underset{\text{despues}}{n} + \underset{\text{mañana}}{1} + \underset{\text{pasado mañana}}{2} - \underset{\text{ayer}}{1} = \text{hoy} + n + 2$$

$$\Rightarrow \text{Tiempo total} = \underset{\text{Tiempo 1}}{2} + \underset{\text{Tiempo 2}}{n+2} = n + 4$$

$$\text{Hace 2 días: } n + 4 \text{ p} = 480 \quad ; \quad \text{Hace } n + 2 \text{ días: } n + 2 \text{ p} = 320$$

$$\Rightarrow np + 4p = 480 ; np + 2p = 320 \Rightarrow 4p - 2p = 480 - 320 \Rightarrow 2p = 160 \Rightarrow p = 80$$

$\therefore$  Costo por día es de 80 soles.

Rpta.: A

2. Rosa y Eduardo se casaron el lunes 14 de julio de 2014. Si el 19 mayo del año 2016 nació su hija, ¿qué día de la semana nació su hija?

A) lunes      B) jueves      C) martes      D) viernes      E) domingo



**Solución:**

$$2014: \underset{19 \text{ mayo}}{\text{Día}} + \underset{\text{mayo}}{12} + \underset{\text{junio}}{30} + \underset{\text{julio}}{14} = \text{lunes} \Rightarrow \underset{19 \text{ mayo}}{\text{Día}} + \overset{0}{\underset{7}{7}} = \text{lunes} \Rightarrow \underset{19 \text{ mayo}}{\text{Día}} = \text{lunes}$$

$$\Rightarrow \text{lunes} + \underset{2015-2016}{2} + \underset{\text{Año bisiesto 2016}}{1} = \underset{19 \text{ mayo 2016}}{\text{Día}} \Rightarrow \underset{19 \text{ mayo 2016}}{\text{Día}} = \text{jueves}$$

∴ Su hija nació el día jueves.

**Rpta.: B**

3. Mark Elliot Zuckerberg nació el 14 de mayo de 1984 en White Plains, Estados Unidos, es un programador, filántropo y empresario estadounidense conocido por ser el creador de Facebook, Zuckerberg lanzó Facebook desde su dormitorio de la Universidad de Harvard el 4 de febrero de 2004. Fue asistido por sus compañeros de cuarto de la universidad. Desde el 2010, la revista Time ha nombrado a Zuckerberg entre las 100 personas más ricas e influyentes del mundo y en diciembre de 2016, Zuckerberg ocupó el puesto 10 en la lista Forbes de la gente más poderosa del mundo. ¿Qué día de la semana se cumplirá los 50 años del lanzamiento de Facebook?

A) viernes      B) lunes      C) miércoles      D) jueves      E) martes

**Solución:**

Se sabe que el 5 de febrero de 2025 será martes.

Años bisiesto a considerar: 2025    2028    ...    ...    ...    2052    2054

$$\Rightarrow \text{martes} + \underbrace{\frac{2054 - 2025}{\text{Años transcurridos}}}_{29} + \underbrace{\left( \frac{2052 - 2028}{4} + 1 \right)}_{\substack{\text{Años bisiestos} \\ 7}} = \text{Día}$$

$$\Rightarrow \text{martes} + 29 + 7 = \text{Día} \Rightarrow \underset{0}{\underset{7}{7}} + 1 = \text{Día} \Rightarrow \text{Día} = \text{miércoles}$$

∴ Se cumplirá los 50 años de lanzamiento el día miércoles.

**Rpta.: C**

4. En el mes de mayo de cierto año bisiesto hubo exactamente cinco miércoles, cinco jueves y cinco viernes. ¿Qué día de la semana será el 30 de noviembre del siguiente año?

A) sábado      B) lunes      C) martes      D) domingo      E) viernes



**Solución:**

Del enunciado, año bisiesto

| MAYO |     |     |    |    |    |    |
|------|-----|-----|----|----|----|----|
| Lu   | Mar | Mie | Ju | Vi | Sa | Do |
|      |     | 1   | 2  | 3  | 4  | 5  |
| 6    | 7   | 8   | 9  | 10 | 11 | 12 |
| 13   | 14  | 15  | 16 | 17 | 18 | 19 |
| 20   | 21  | 22  | 23 | 24 | 25 | 26 |
| 27   | 28  | 29  | 30 | 31 |    |    |

Luego, 30 de mayo del siguiente año es viernes.

$$\underbrace{\text{viernes}}_{30 \text{ mayo}} + 1 + 30 + 31 + 31 + 30 + 31 + 30 = \text{Día}$$

mayo    junio    julio    agosto    setiembre    octubre    noviembre

$$\Rightarrow \underbrace{\text{viernes}}_{30 \text{ mayo}} + \overset{0}{7} + 2 = \text{Día} \Rightarrow \underbrace{\text{Día}}_{30 \text{ noviembre}} = \text{domingo}$$

∴ El 30 de noviembre del siguiente año cada será domingo.

**Rpta.: D**

5. Todo individuo tiene derecho a la vida a la libertad y a la seguridad de su persona, es uno de los muchos artículos que contiene la Declaración Universal de los Derechos Humanos que el 10 de diciembre de 1948 fue aprobado y proclamado por la Asamblea General de las Naciones Unidas. ¿Qué día de la semana fue proclamada la Declaración Universal de los Derechos Humanos?

A) martes      B) lunes      C) jueves      D) domingo      E) viernes

**Solución:**

Se sabe que el 10 de diciembre de 2024 fue martes.

Años bisiesto a considerar: 1948    1952    ...    ...    ...    2020    2024

$$\Rightarrow \text{Día} + \underbrace{2024 - 1948}_{\text{Años transcurridos}} + \underbrace{\left( \frac{2024 - 1952}{4} + 1 \right)}_{\text{Años bisiestos}} = \text{martes}$$

$$\Rightarrow \text{Día} + 76 + 19 = \text{martes} \Rightarrow \text{Día} + \overset{0}{7} + 4 = \text{martes}$$

$$\Rightarrow \text{Día} = \text{martes} + \overset{0}{7} - 4 \Rightarrow \text{Día} = \text{viernes}$$

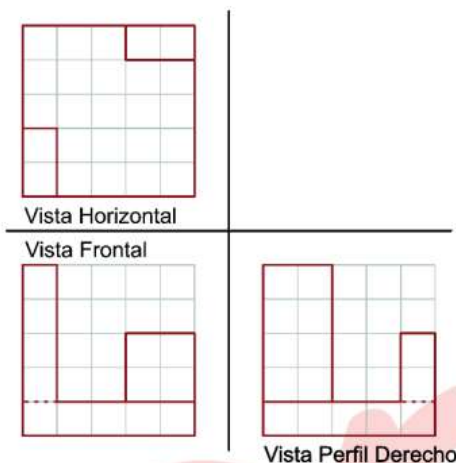
$$\equiv \overset{0}{7} + 3$$

∴ La Declaración Universal de los Derechos Humanos fue el día viernes.

**Rpta.: E**



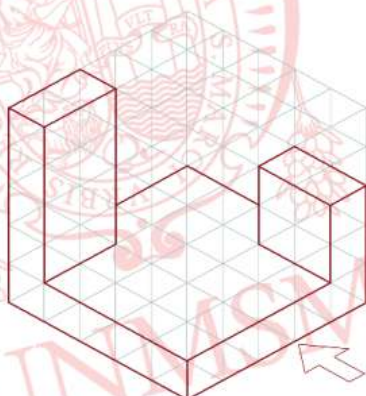
6. La figura muestra la vista horizontal (H), frontal (F) y perfil derecho (P) de las proyecciones ortogonales de un sólido, donde todas las longitudes están en metros, luego de determinar la vista isométrica. ¿Cuál es el volumen de dicho sólido? Considere cada cuadrícula de  $1\text{ m} \times 1\text{ m}$ .



- A)  $37\text{ m}^3$       B)  $36\text{ m}^3$       C)  $50\text{ m}^3$       D)  $30\text{ m}^3$       E)  $41\text{ m}^3$

**Solución:**

El isométrico del sólido será:



Para el cálculo del volumen, separaremos en dos prismas:

$$V_1 = 5 \times 5 \times 1 = 25\text{ m}^3$$

$$\Rightarrow V_{\text{sólido}} = V_1 + V_2 = 25 + 12 = 37\text{ m}^3$$

∴ El volumen del sólido es de  $37\text{ m}^3$ .

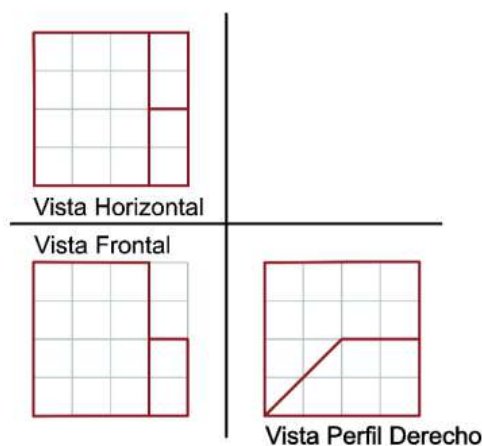
**Rpta: A**

7. En la figura se muestra las vistas: frontal, superior y de perfil derecho, de un poliedro de volumen máximo.

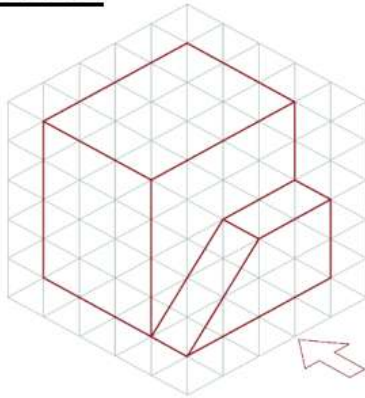
Determine el valor de verdad de las siguientes afirmaciones:

- I. El número de caras del poliedro es mayor de 10.
- II. La suma de los vértices es mayor en cinco que el número de aristas.
- III. El poliedro no es convexo.

- A) FFF      B) FFV      C) FVF      D) VVV      E) VFV





**Solución:**

$$4 \text{ (arriba y abajo)} + 3 \text{ (frente y fondo)} + 3 \text{ (laterales)} = 10$$

I. Falso

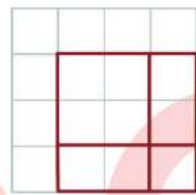
II. Falso

III. Verdadero

∴ El valor de verdad respectivamente será FFV.

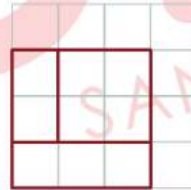
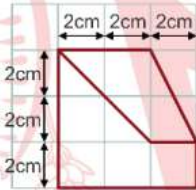
**Rpta: B**

8. En la figura se muestra las vistas: horizontal, frontal y de perfil derecho, de un sólido construido de madera. Halle el volumen de dicho sólido.



Vista Horizontal

Vista Frontal

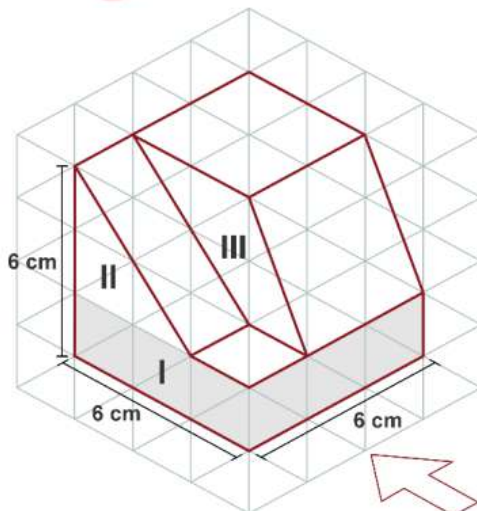


Vista Perfil Derecho

- A)  $80 \text{ cm}^3$     B)  $92 \text{ cm}^3$     C)  $168 \text{ cm}^3$     D)  $144 \text{ cm}^3$     E)  $148 \text{ cm}^3$

**Solución:**

Sólido obtenido:



$$\text{Vol I: } 6 \times 6 \times 2 = 72$$

$$\text{Vol II: } \left( \frac{4 \times 4}{2} \right) 2 = 16$$

$$\text{Vol III: } \left( \frac{6 + 4}{2} \right) 4 \times 4 = 80$$

$$\therefore \text{Volumen total} = 72 + 16 + 80 = 168 \text{ cm}^3$$

**Rpta.: C**



## Aritmética

### EJERCICIOS DE CLASE

1. En un aula de una escuela, la estatura de los estudiantes varía de 140 cm a 170 cm. La estatura promedio es de 155 cm y solo 5 estudiantes tienen la máxima estatura. Si estos 5 estudiantes fueran retirados del aula, la nueva estatura promedio de los estudiantes restantes sería de 152 cm, ¿cuántos estudiantes hay en la clase?

A) 30                      B) 45                      C) 25                      D) 40                      E) 35

**Solución:**

$$P.P. = \frac{(n-5)(152) + 5(170)}{n} = 155$$

$$155n - 5(170) = 152n - 152(5)$$

$$3n = 18(5)$$

$$n = 30$$

**Rpta.: A**

2. En una prueba de matemáticas, se registran las puntuaciones de cuatro participantes. Al analizar los resultados, se determina que la media de las puntuaciones es 13.5, la mediana es 15 y la moda es 18. Se desea conocer el promedio de las dos puntuaciones más bajas obtenidas por los participantes.

A) 8                      B) 10                      C) 12                      D) 9                      E) 11

**Solución:**

$$x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_4$$

$$Me = \frac{x_2 + x_3}{2} = 15$$

Como  $Mo = x_3 = x_4 = 18 \rightarrow x_2 = 12$  y  $x_1 = 4(13.5) - 48 = 6$

Luego, el promedio de las puntuaciones más bajas es 9.

**Rpta.: D**



3. La media armónica de las velocidades de dos autos en un viaje es igual a la mitad de la velocidad del auto más rápido. Además, la media aritmética de sus velocidades supera a la media armónica en 20 km/h. Calcular la diferencia entre las velocidades de ambos autos en (km/h).

A) 60                      B) 100                      C) 80                      D) 40                      E) 120

**Solución:**

Velocidad del auto rápido  $a$

Velocidad del auto más lento  $b$      $a > b$

$$\frac{2ab}{a+b} = \frac{a}{2} \text{ entonces } 3b = a$$

Además,  $\frac{a}{2} = \frac{a+b}{2} - 20$ . Luego,  $3b = 4b - 40 \rightarrow b = 40$  y  $a = 120$

Así, la diferencia es 80.

**Rpta.: C**

4. En una empresa, los salarios mensuales en dólares de un equipo de 10 empleados son: 2500, 2600, 2550, 2450, 2500, 2700, 2550, 2200, 2550, 2600. Establecer el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- I) Si se retiran dos de los empleados que ganan \$2550, o la moda cambia de valor o la mediana.
- II) Si todos reciben un aumento de \$300 el próximo año, la media de los nuevos salarios también aumenta en 300.
- III) Si todos reciben un aumento de \$100 el próximo año, la varianza de los nuevos salarios también aumenta.

A) VVF                      B) FVF                      C) VFF                      D) VVV                      E) FVV

**Solución:**

I) F                      II) V                      III) F

**Rpta.: B**

5. Las calificaciones, en escala de 0 a 10, de 8 estudiantes en un examen son: 5, 4, 2, 6, 7, 8,  $a$  y  $b$ . Se sabe que este conjunto de datos es bimodal y que la media aritmética de las calificaciones es 5.5. ¿Cuál es el valor de la mediana?

A) 6                      B) 5.5                      C) 6.5                      D) 5                      E) 4.5



**Solución:**

$$\frac{32+a+b}{8} = 5.5 \rightarrow a+b=12$$

$$a=5$$

$$b=7$$

luego la mediana es 5.5

(Podríamos pensar en  $a=4$  y  $b=8$ . La mediana saldría lo mismo).

**Rpta: B**

6. En un estudio sobre el crecimiento de tres plantas en un invernadero, se registran las alturas de las plantas (en centímetros) después de un cierto período de tiempo. La media aritmética de sus alturas es de 7 cm. Además, se observa que la media geométrica de estas alturas coincide con la altura de una de las plantas, y la media armónica de las alturas es de  $36/7$  cm. ¿Cuál es la menor altura, en centímetros, de las plantas estudiadas?

A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

E) 6

**Solución:**

$$\frac{a+b+c}{3} = 7 \rightarrow a+b+c=21$$

$$\sqrt[3]{abc} = b \rightarrow ac = b^2$$

$$\frac{3abc}{ab+cb+ac} = \frac{36}{7} \rightarrow \frac{b^3}{b(a+b+c)} = \frac{12}{7} \rightarrow b^2 = 36$$

Luego,

$$ac = 36, a+c=15 \rightarrow a=12, c=3$$

**Rpta.: B**

7. En una empresa de envíos, se pesan tres paquetes de un primer lote y dos de un segundo lote. Para el primer lote, la media del peso es de 3.5 kg y la varianza es  $2/3$ . Para el segundo lote, la media del peso es de 5 kg y la varianza es  $1/4$ . ¿Cuál sería la varianza del peso al considerar todos los paquetes juntos?

A) 1.12

B) 1.10

C) 0.92

D) 0.95

E) 1.04

**Solución:**

$$a+b+c=10.5$$

Primero:

$$\frac{a^2+b^2+c^2}{3} - x_1^2 = \frac{2}{3} \rightarrow a^2+b^2+c^2 = 38.75$$

$$p+q=10$$

Segundo:

$$\frac{p^2+q^2}{2} - x_2^2 = \frac{1}{4} \rightarrow p^2+q^2 = 50.50$$



Luego,

$$\bar{x}_3 = \frac{a+b+c+p+q}{5} = 4.1$$

$$\frac{a^2+b^2+c^2+p^2+q^2}{5} - \bar{x}_3^2 = \frac{89.25}{5} - (4.1)^2 = 1.04$$

Rpta.: E

8. Los puntajes obtenidos por seis estudiantes en una evaluación fueron: 84, 78, 90, 88, 82, 76. Si todos los estudiantes reciben 5 puntos adicionales en sus calificaciones por un ajuste, ¿cuál será la desviación estándar de sus nuevas calificaciones?

A) 5                      B) 3                      C) 7                      D) 6                      E) 4

**Solución:**

$$\bar{x} = \frac{84+78+90+88+82+76}{6} = 83$$

$$\rightarrow s = \sqrt{\frac{1^2+5^2+7^2+1^2+5^2+7^2}{6}} = \sqrt{25} = 5$$

La desviación estándar no se altera.

Rpta.: A

9. El profesor Fernando tomó un examen a 200 estudiantes y los puntajes respectivos los distribuyó en quintiles y deciles. Si el puntaje que marca el límite superior del tercer quintil es 75 puntos y el límite superior del octavo decil es 90 puntos, ¿cuántos estudiantes obtuvieron más de 75 puntos y menos de 90 puntos?

A) 20                      B) 30                      C) 40                      D) 10                      E) 25

**Solución:**

Los quintiles dividen los datos en cinco partes iguales, cada quintil representa el 20%, el límite superior del tercer quintil es 75 puntos, esto significa que el 60% de los estudiantes) obtuvo puntajes de hasta 75 puntos.

Los deciles dividen los datos en diez partes iguales, el límite del octavo decil es 90 puntos, esto indica que el 80 % de los estudiantes (los primeros ocho deciles) obtuvo puntajes de hasta 90 puntos.

Luego,  $80\% - 60\% = 20\%$ , serán 40 alumnos.

Rpta.: C

10. Se mide el consumo de electricidad (en kWh) de cuatro electrodomésticos distintos en una casa inteligente. La media geométrica de sus consumos es  $3\sqrt{3}$ , mientras que la media armónica de los consumos es  $p/q$ , siendo  $p$  y  $q$  primos entre sí. ¿Cuál es el valor de  $(p + q)$ ?

A) 37                      B) 28                      C) 41                      D) 25                      E) 16



**Solución:**

$$\sqrt[4]{abcd} = 3\sqrt{3} \rightarrow abcd = 3^6$$

Como son todos positivos diferentes  $abcd = 3^3 3^2 3^1 3^0 \rightarrow a = 27, b = 9, c = 3, d = 1$

Calculamos la media geométrica

$$\frac{4}{\frac{1}{27} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3} + 1} = \frac{4}{\frac{40}{27}} = \frac{27}{10} \rightarrow p = 27, q = 10$$

Luego,  $p + q = 37$ .

**Rpta: A**

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. El promedio de las notas de 100 estudiantes es 12,5. Se decide aplicar ciertos ajustes a sus notas de modo que, a 20 estudiantes se les aumentó 3 puntos, a otros 50 se les aumentó 8 puntos y a los 30 restantes se les disminuyó 2 puntos. Determine el nuevo promedio de las notas finales luego de dichos ajustes.

A) 14,5      B) 16      C) 16,5      D) 15,5      E) 13,5

**Solución:**

Sea  $S$  la suma de las 100 puntuaciones

$$\bar{x} = \frac{S}{100} = 12.5 \rightarrow S = 1250$$

$$\bar{y} = \frac{S + 3(20) + 8(50) - 2(30)}{100} = \frac{1250 + 60 + 400 - 60}{100} = 16.5$$

**Rpta.: C**

2. Las edades de menor a mayor de los cinco hijos de María son 5, 8,  $m$ ,  $n$ , y 16 años. Se sabe que la media y la mediana de esas edades están en una proporción de 10 a 9, y además que  $n - m = 3$ . ¿Cuál es la media geométrica de las edades  $m$ ,  $n$ , y del papá de María de 54 años.

A) 12      B) 15      C) 9      D) 16      E) 18

**Solución:**

$$\bar{x} = \frac{5 + 8 + m + n + 16}{5} = \frac{29 + m + n}{5}$$

Como  $m$  es la mediana

$$\frac{27 + m + m - 3}{5m} = \frac{4}{5} \rightarrow 120 + 10m = 20m \rightarrow m = 12, n = 9$$

$$\sqrt[3]{12 \times 9 \times 54} = 18$$

**Rpta.: E**

3. La media de las calificaciones de 8 estudiantes en un examen es de 85 puntos. Después de que tres de los estudiantes son sustituidos por otros tres con nuevas calificaciones, la media baja a 82 puntos. ¿Cuál es la diferencia positiva en puntos entre la media de las calificaciones de los estudiantes que salieron y los que entraron?

A) 10                      B) 9                      C) 12                      D) 8                      E) 6

**Solución:**

$S_5$  es la suma de las calificaciones de los cinco alumnos que no se retiran

$S_3$  es la suma de las calificaciones de los tres alumnos que se retiran

$SS_3$  es la suma de las calificaciones de los tres alumnos que entran

$$85 = \frac{S_5 + S_3}{8} \rightarrow S_5 + S_3 = 8(85)$$

$$82 = \frac{S_5 + SS_3}{8} \rightarrow S_5 + SS_3 = 8(82)$$

Restando

$$S_3 - SS_3 = 8(3)$$

Dividiendo entre 3 es 8.

**Rpta.: D**

4. En un juego de puntajes, dos jugadores obtuvieron puntajes diferentes, con una diferencia de  $3\overline{n}$  puntos entre ellos. Si se sabe que el promedio aritmético y el promedio geométrico de sus puntajes son dos números impares consecutivos, ¿cuál es el puntaje más bajo que podría haber obtenido uno de ellos?

A) 47                      B) 49                      C) 37                      D) 54                      E) 43

**Solución:**

Sean  $a$  y  $b$  los puntajes obtenidos por los jugadores  $a > b$

$$a - b = 3\overline{n}$$

$$\sqrt{ab} = 2k - 1 \text{ y } \frac{a+b}{2} = 2k + 1$$

Usaremos la propiedad para dos números

$$(a - b)^2 = 4(MG + MA)(MA - MG)$$

$$(3\overline{n})^2 = 4(4k)(2) \rightarrow 3\overline{n} = 4(\sqrt{2k}) \rightarrow n = 2, k = 32, MG = 63, MA = 65$$

Luego  $a = 79, b = 47$

**Rpta.: A**



5. El salario semanal promedio de cinco empleados de una empresa es de S/ 600, mientras que la mediana es de S/ 500, dos de los empleados con los sueldos más bajos tienen ingresos iguales. Recientemente, Julio, uno de los empleados que ganaba S/ 240 más que el ingreso más bajo, recibió un aumento de S/ 100 y ahora gana igual que el que gana el mayor salario. ¿Cuántos soles ganaba Julio?

A) 600      B) 770      C) 810      D) 720      E) 650

**Solución:**

El sueldo de Julio es  $c - 100$       además       $c - 100 - 240 = a \rightarrow c - a = 340$

$$a \leq a \leq 500 \leq c - 100 \leq c$$

Luego  $600 = \frac{2a+2c+400}{5} \rightarrow a + c = 1300 \rightarrow c = 820$

Por lo tanto, Julio ganaba 720 soles.

**Rpta.: D**

6. Al medir la eficiencia de 20 máquinas en una fábrica, se determinó que la media armónica de su rendimiento es de 18 unidades por hora. Posteriormente, se estudió un grupo diferente de 30 máquinas, y se encontró que su media armónica de rendimiento es de 54 unidades por hora. ¿Cuál es la media armónica del rendimiento total de las 50 máquinas en la fábrica?

A) 30      B) 54      C) 32      D) 33      E) 45

**Solución:**

$$\frac{20}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_{20}}} = 18 \wedge \frac{30}{\frac{1}{x_{21}} + \frac{1}{x_{22}} + \dots + \frac{1}{x_{50}}} = 54 \Rightarrow \frac{50}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_{50}}} = \frac{50}{\frac{20}{18} + \frac{30}{54}}$$

$$\frac{50}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_{50}}} = 30$$

**Rpta.: A**

7. En una empresa, los tiempos de entrega de 120 pedidos se analizaron usando cuartiles y terciles. El tiempo de entrega que marca el límite superior del primer cuartil es de 3 días, y el que marca el límite superior del segundo tercil es de 7 días. ¿Cuántos pedidos tuvieron un tiempo de entrega de más de 3 días, pero menos de 7 días?

A) 40      B) 30      C) 50      D) 20      E) 60

**Solución:**

Los cuartiles dividen los datos en cuatro partes iguales, cada cuartil representa el 25 %, el límite superior del primer cuartil es 3 días, esto significa que el 75 % de las entregas fueron después de 3 días y 25 % antes (30 pedidos)

Dado que el segundo cuartil es 7 días, significa que el 66.67 % de los pedidos (80 pedidos) se entregaron en 7 días o menos.

Pedidos entre 3 y 7 días = Pedidos en 7 días o menos – Pedidos en 3 días o menos

Pedidos entre 3 y 7 días = 80 – 30 = 50

**Rpta.: C**

8. En una empresa, se analizó la distribución de los gastos mensuales de pasaje de los empleados, encontrando que la desviación estándar es de 8 soles. La empresa implementa un subsidio que reduce los gastos de pasaje de cada empleado en un 25%. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

I) La nueva desviación estándar de los gastos de pasaje es de 6 soles.

II) La nueva media de los gastos es el 25 % de la media anterior.

III) La varianza se reduce en un 25 %.

A) Solo I

B) II y III

C) Solo II

D) I y II

E) Solo III

**Solución:**

Todos los gastos serán reducidos en 25 % = 0.75

Nueva desviación estándar =  $8 * (0.75) = 6$

**Rpta.: A**

9. Después de tomar un examen de matemáticas a cinco alumnos se observó que: Para dos de estos alumnos, la mediana de sus puntajes es 9 y la desviación estándar es 1. Si los puntajes de los otros tres alumnos mostraron una media aritmética de 9 y una varianza de  $8/3$ , ¿cuál es la desviación estándar de los puntajes de los cinco alumnos?

A) 2

B)  $\sqrt{2}$

C)  $\sqrt{10}$

D)  $\sqrt{3}$

E)  $3\sqrt{5}$

**Solución:**

Como ambos grupos tienen media 9 entonces los cinco números tendrán media 9

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - 9)^2 + (x_2 - 9)^2}{2} = 1 \rightarrow (x_1 - 9)^2 + (x_2 - 9)^2 = 2$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_3 - 9)^2 + (x_4 - 9)^2 + (x_5 - 9)^2}{3} = \frac{8}{3} \rightarrow (x_3 - 9)^2 + (x_4 - 9)^2 + (x_5 - 9)^2 = 8$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - 9)^2 + (x_2 - 9)^2 + (x_3 - 9)^2 + (x_4 - 9)^2 + (x_5 - 9)^2}{5} = \frac{2 + 8}{5} = 2 \rightarrow \sigma = \sqrt{2}$$

**Rpta.: B**



10. Se realizaron medidas en centímetros de las alturas de dos especies de plantas. Se observó que una especie excede a la otra en 24 centímetros. Además, se encontró que el promedio aritmético y el promedio geométrico de las alturas de estas dos especies están en la relación de 13 a 5. ¿Cuál es la suma de las alturas de estas dos especies de plantas?

A) 28                      B) 26                      C) 36                      D) 42                      E) 15

**Solución:**

A = altura de una especie

B = altura de otra especie

$$A - B = 24$$

$$\frac{A+B}{2\sqrt{AB}} = \frac{13}{5} \rightarrow A+B = 13k, \quad 2\sqrt{AB} = 5k \rightarrow 4AB = 25k^2$$

$$(A-B)^2 = (A+B)^2 - 4AB = 169k^2 - 25k^2 = 144k^2$$

$$\text{Luego, } 12k = 24 \rightarrow k = 2, A = 25, B = 1$$

**Rpta.: B**

# Geometría

## EJERCICIOS DE CLASE

1. La figura muestra el diseño del tramo  $\overline{AB}$  de una pista vehicular plana y un tramo de pasos peatonales  $\overline{CD}$  que interseca perpendicularmente al tramo  $\overline{AB}$  en el punto P. Si  $AP = 2PB$ , A (3;2) y B (9;5), halle la suma de las coordenadas del punto P.

A) 11

B) 10

C) 12

D) 13

E) 93

### Solución:

- Dato:  $AP = 2PB$   
 $\Rightarrow AP = 2k$  y  $PB = k$
- Coordenadas de P:

$$P = \left( \frac{3 \times 1 + 9 \times 2}{3}, \frac{2 \times 1 + 5 \times 2}{3} \right) = (7;4)$$

$\therefore$  La suma de las coordenadas del punto P es 11.

Rpta.: A

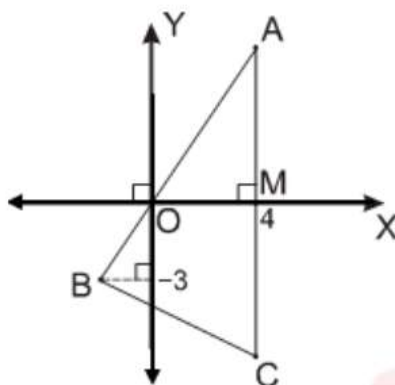
2. En la figura,  $OA = 2(OB)$  y M es punto medio de  $\overline{AC}$ . Si las unidades están en centímetros, halle BC.

A) 7 cm

B)  $2\sqrt{5}$  cmC)  $3\sqrt{5}$  cm

D) 6,7 cm

E) 7,8 cm



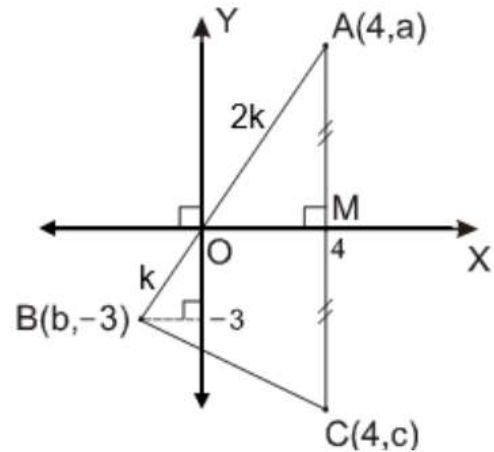


**Solución:**

- Dato:  $OA = 2(OB)$

$$0 = \frac{b + \frac{1}{2}(4)}{1 + \frac{1}{2}} \Rightarrow b = -2 \Rightarrow B(-2; -3)$$

$$0 = \frac{-3 + \frac{1}{2}(a)}{1 + \frac{1}{2}} \Rightarrow a = 6 \Rightarrow A(4; 6)$$



- Dato:  $M(4; 0)$  es punto medio de  $\overline{AC}$

$$0 = \frac{6 + c}{2} \Rightarrow c = -6 \Rightarrow C(4; -6)$$

$$BC = \sqrt{(4 + 2)^2 + (-6 + 3)^2} = \sqrt{6^2 + (-3)^2} = \sqrt{45}$$

$$\therefore BC = 3\sqrt{5} \text{ cm}$$

**Rpta.: C**

3. La figura muestra un sistema de coordenadas rectangulares, donde la recta  $L$  que pasa por los puntos  $M$  y  $N$  representa una línea al borde de la carretera recta que atraviesa un terreno determinado por el cuadrilátero  $OBCD$  y en el punto  $B$  se ubica una casa. Si  $M(0; -4)$ ,  $N(3; 0)$  y  $B(2; 5; 8)$ . Halle la distancia de la casa a la recta  $L$ .

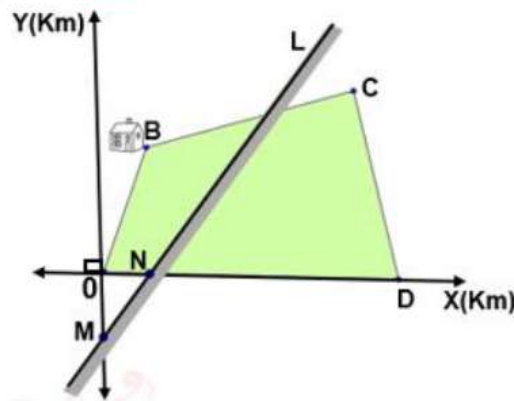
A) 5,2 km

B) 4,4 km

C) 5 km

D) 6,5 km

E) 5,5 km

**Solución:**

$$m_L = \frac{0 - (-4)}{3 - 0} = \frac{4}{3} \Rightarrow L: y = \frac{4}{3}(x - 3)$$

$$\Rightarrow L: 4x - 3y - 12 = 0$$

$$d(B; L) = \frac{|4(2,5) - 3(8) - 12|}{\sqrt{(3)^2 + (-4)^2}} = \frac{26}{5} = 5,2$$

$$\therefore d(B; L) = 5,2 \text{ km}$$

**Rpta.: A**

4. En la figura,  $AB = BC$  y  $C(9;4)$ . Halle la ecuación de la recta  $L$ .

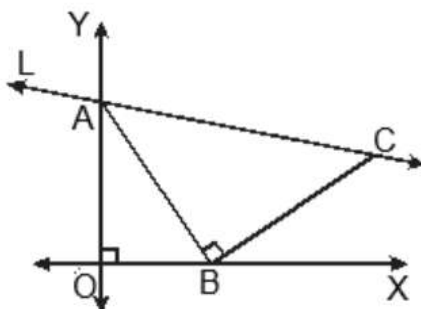
A)  $x + 6y - 33 = 0$

B)  $x + 8y - 41 = 0$

C)  $x + 9y - 45 = 0$

D)  $2x + 3y - 30 = 0$

E)  $5x + 4y - 61 = 0$



**Solución:**

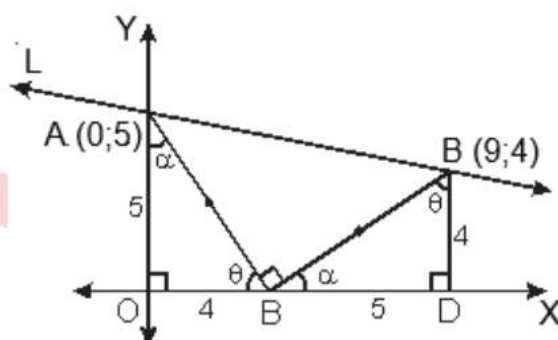
- $\triangle AOB \cong \triangle BDC$  (ALA)  
 $\Rightarrow CD = OB = 4$  y  $AO = BD = 5$

$\Rightarrow A(0;5)$

- $m_L = \frac{5-4}{0-9} = -\frac{1}{9}$

- $L: y - 5 = -\frac{1}{9}(x - 0)$

$\therefore L: x + 9y - 45 = 0$



Rpta.: C

5. En la figura, se muestra un sistema de coordenadas rectangulares, donde el poste de alumbrado eléctrico está sostenido por dos cables representados por  $\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$  atados a dos estacas ubicados en los puntos  $A$  y  $C$ . La ecuación de la recta  $L$  que pasa por los puntos  $A(1;0)$  y  $B$  es  $L: 3y - 4x + 4 = 0$ . Si  $C\left(\frac{53}{3}; 0\right)$  y se desea reemplazar los cables  $\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$  por otros más resistentes, halle  $AB + BC$ .

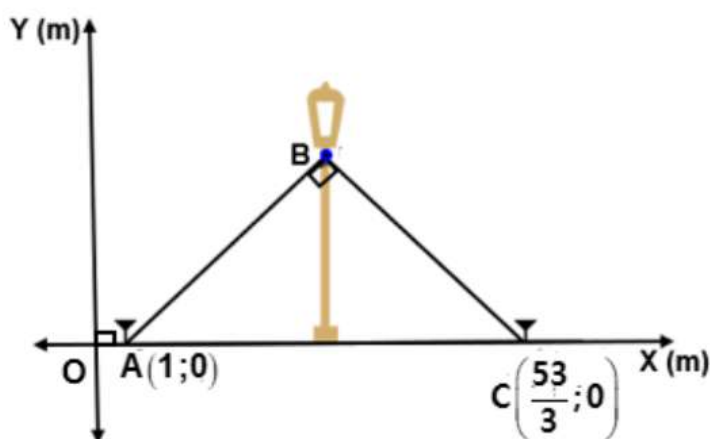
A)  $\frac{70}{3}m$

B)  $\frac{71}{3}m$

C)  $\frac{71}{3}m$

D)  $\frac{71}{4}m$

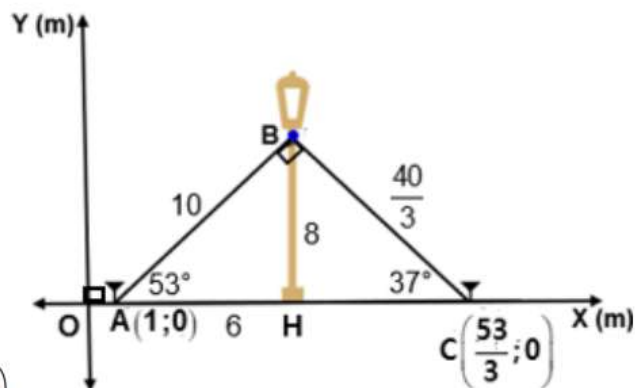
E)  $\frac{71}{4}m$





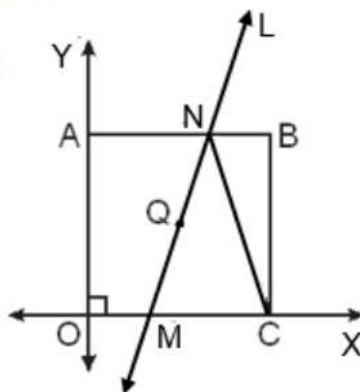
**Solución:**

- Dato  $L: 3y - 4x + 4 = 0 \Rightarrow m_L = \frac{4}{3}$
- Dato:  $\overline{BC} \perp \overline{AB} \Rightarrow m_{\overline{BC}} = -\frac{3}{4}$   
 $\Rightarrow \overline{BC}: y = -\frac{3}{4}\left(x - \frac{53}{3}\right)$
- Coordenadas de B:  $\frac{4}{3}x - \frac{4}{3} = -\frac{3}{4}\left(x - \frac{53}{3}\right)$   
 $\Rightarrow x = 7 \Rightarrow y = 8 \Rightarrow B(7;8)$   
 $\Rightarrow AH = 6 \text{ y } BH = 8 \text{ y } AB = 10$
- $\triangle BHC: 3k = 8 \Rightarrow k = \frac{8}{3}$   
 $\Rightarrow BC = 5k = 5\left(\frac{8}{3}\right) = \frac{40}{3}$
- $AB + BC = 10m + \frac{40}{3}m = \frac{70}{3}m$   
 $\therefore AB + BC = \frac{70}{3}m$

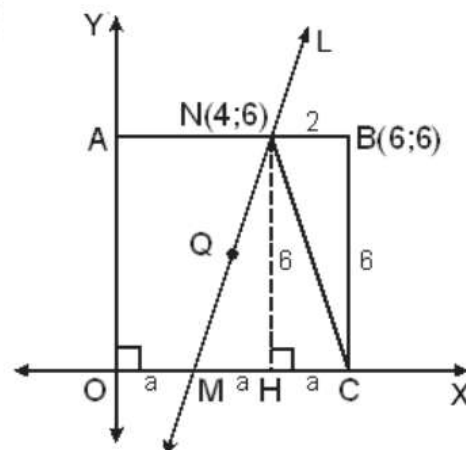
**Rpta.: A**

6. En la figura, Q es centro del cuadrado OABC. Si  $MN = NC$  y  $B = (6;6)$ . Halle la ecuación de la recta L.

- A)  $3x - y - 6 = 0$   
 B)  $x + 3y - 22 = 0$   
 C)  $3x + y - 18 = 0$   
 D)  $x + 2y - 16 = 0$   
 E)  $2x + y - 14 = 0$

**Solución:**

- Dato:  $MN = NC \Rightarrow \triangle MNC$  isósceles
- Trazamos  $\overline{BH} \Rightarrow MH = HC = a$
- Dato: Q centro del cuadrado OABC  
 $\Rightarrow OM = NB = a$



- Dato:  $OC = BC = 6 \Rightarrow 3a = 6$   
 $\Rightarrow a = 2$

- $L: y - 6 = \frac{6}{2}(x - 4)$   
 $\therefore L: 3x - y - 6 = 0$

Rpta.: A

7. La figura representa el diseño de una piscina circular, donde los puntos de evacuación  $O(0;0)$ ,  $B(5;12)$  y  $C(14;0)$  pertenecen a la circunferencia. Si las unidades están dadas en metros, halle la longitud de la circunferencia de la piscina.

A)  $\frac{61}{3} \pi \text{ m}$

B)  $\frac{65}{4} \pi \text{ m}$

C)  $\frac{61}{4} \pi \text{ m}$

D)  $\frac{67}{4} \pi \text{ m}$

E)  $\frac{65}{3} \pi \text{ m}$

**Solución:**

- Teorema:

$$A_{\triangle OBC} = \frac{(13)(15)(14)}{4r} \dots (1)$$

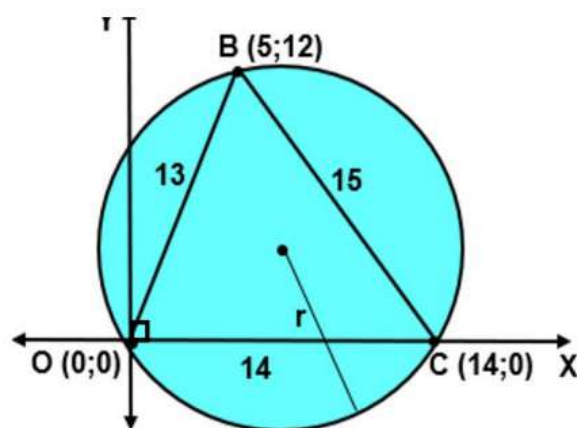
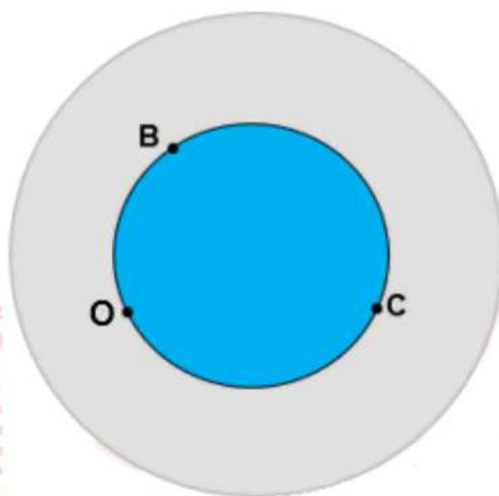
- $p = \frac{13+15+14}{2} = 21$

- $A_{\triangle OBC} = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = 84 \dots (2)$

- De (1) y (2):  $84 = \frac{(13)(15)(14)}{4r} \Rightarrow 2r = \frac{65}{4}$

$\therefore$  La longitud de la circunferencia es  $\frac{65}{4} \pi \text{ m}$

Rpta.: B





8. Los vértices de un triángulo son: A (4; 3), B (-4; -1) y C (-7; 5). Halle la ecuación de la circunferencia circunscrita al triángulo ABC.

A)  $(x+3)^2 + (y+4)^2 = 125$

B)  $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (y+4)^2 = \frac{125}{4}$

C)  $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 125$

D)  $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + (y-4)^2 = \frac{125}{4}$

E)  $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (y-4)^2 = \frac{125}{4}$

**Solución:**

•  $AC^2 = (-11)^2 + 2^2 = 125$

•  $BC^2 = (-3)^2 + 6^2 = 45$

•  $AB^2 = 8^2 + 4^2 = 80$

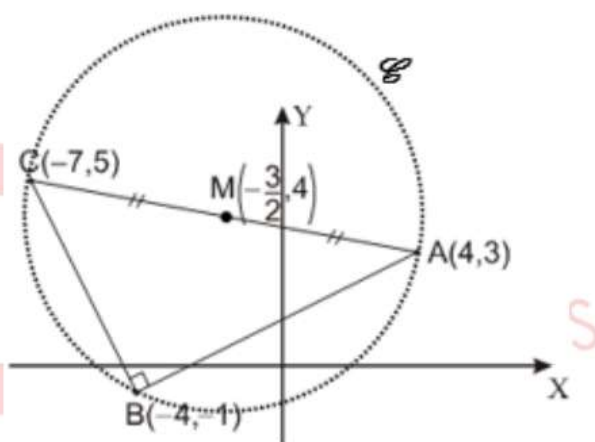
•  $AC^2 = BC^2 + AB^2$

$\Rightarrow m\angle ABC = 90^\circ$

• M punto medio de  $\overline{AC}$

$\Rightarrow M\left(-\frac{3}{2}; 4\right)$  y  $r^2 = \frac{125}{4}$

$\therefore \text{C: } \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + (y-4)^2 = \frac{125}{4}$



**Rpta.: D**

9. En la figura,  $\overline{AO}$  es diámetro,  $AB = 4AC$  y  $AD = 2$  cm. Halle la ecuación de la circunferencia  $\mathcal{C}$ .

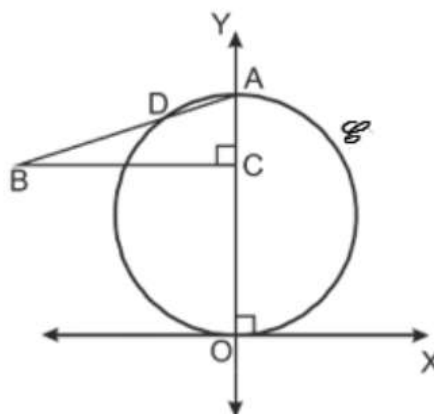
A)  $x^2 + (y-2)^2 = 36$

B)  $x^2 + (y-4)^2 = 16$

C)  $x^2 + (y-3)^2 = 25$

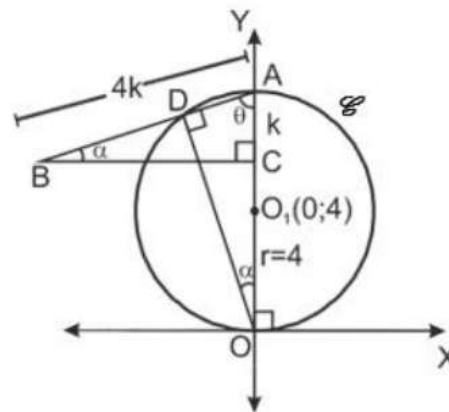
D)  $x^2 + (y-5)^2 = 9$

E)  $x^2 + (y-6)^2 = 4$



**Solución:**

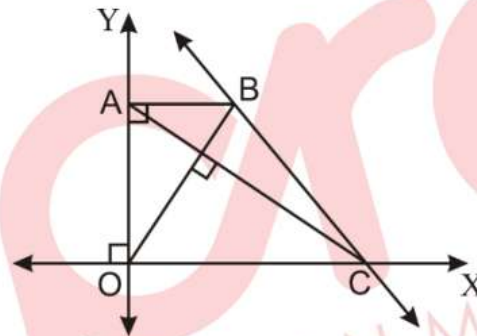
- Dato:  $AB = 4AC$   
 $\Rightarrow AC = k$  y  $AB = 4k$
- $\triangle ADO \sim \triangle ACB$  (AA)  
 $\frac{2}{k} = \frac{2r}{4k} \Rightarrow r = 4$  y  $O_1(0;4)$   
 $\therefore \mathcal{C}: x^2 + (y - 4)^2 = 16$



**Rpta.: B**

- 10.** En la figura, A (0;6) y C (9;0). Halle la ecuación de la recta que contiene a  $\overline{BC}$ .

- A)  $7x + 5y + 50 = 0$   
B)  $6x + 7y - 24 = 0$   
C)  $4x + 5y - 27 = 0$   
D)  $6x + 5y - 54 = 0$   
E)  $5x + 6y - 30 = 0$



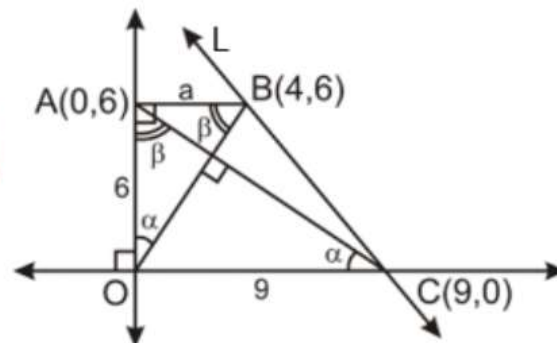
**Solución:**

- $\triangle AOC \sim \triangle OAB$  (A-A)
 
$$\Rightarrow \frac{a}{6} = \frac{6}{9} \Rightarrow a = 4$$

$$\Rightarrow B(4,6)$$
- $$m_L = \frac{6-0}{4-9} = -\frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow L: y = -\frac{6}{5}(x-9)$$

$$\therefore L: 6x + 5y - 54 = 0$$



**Rpta.: D**



**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Por la parte más alta de dos árboles pasa un rayo de luz como se muestra en la figura. Si A, B y C son colineales, el árbol más grande mide 9 m y los troncos de los árboles son perpendiculares al suelo, halle la ecuación de la recta que contiene al rayo de luz (considere el punto A origen de coordenadas y  $\overline{AC}$  es el eje de las abscisas).

A)  $3x + 4y - 36 = 0$

B)  $3x + 4y - 30 = 0$

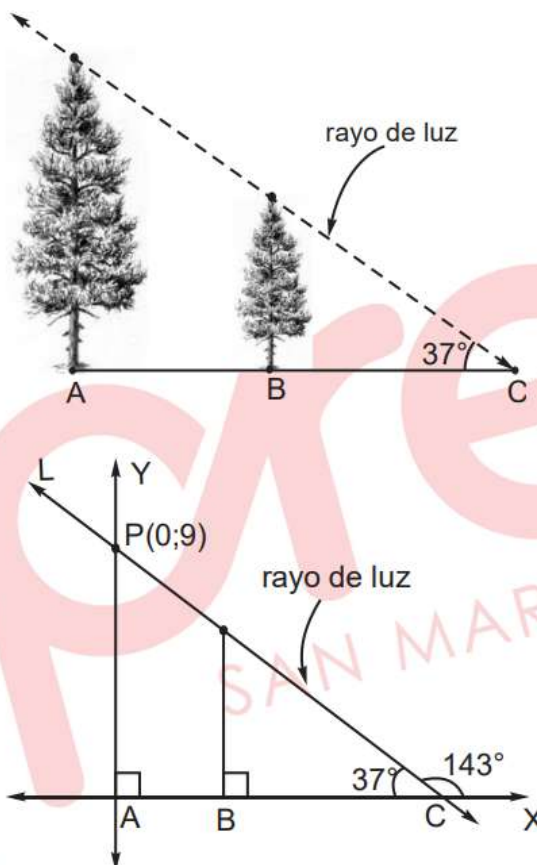
C)  $3x + 5y - 36 = 0$

D)  $4x + 3y - 36 = 0$

E)  $5x + 3y - 36 = 0$

**Solución:**

- $m = \tan 143^\circ$   
 $\Rightarrow m = -3/4$
- $P(0;9)$   
 $\Rightarrow L: y - 9 = -\frac{3}{4}(x - 0)$   
 $\therefore L: 3x + 4y - 36 = 0$

**Rpta: A**

2. La recta  $L: 3x - y = 0$  es tangente a la circunferencia  $\mathcal{C}: x^2 + y^2 - 8x - 4y + F = 0$  de radio  $r$ . Halle  $r^2 + F$ .

A) 32

B) 30

C) 25

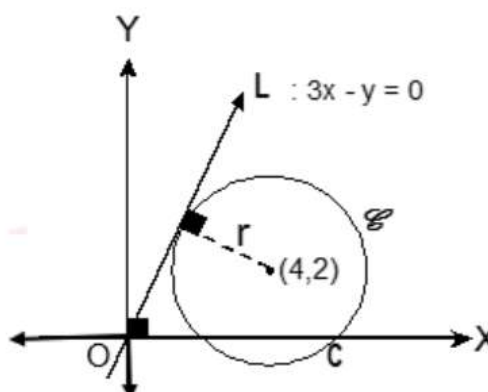
D) 28

E) 20

**Solución:**

- $\mathcal{C}: x^2 + y^2 - 8x - 4y + F = 0 \Rightarrow C(4; 2)$

- $r = \frac{|3(4) - 2|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$   
 $\Rightarrow \mathcal{C}: (x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 10$   
 $\Rightarrow \mathcal{C}: x^2 + y^2 - 8x - 4y + 10 = 0$   
 $\Rightarrow F = 10$



$$\Rightarrow r^2 + F = (\sqrt{10})^2 + 10 = 20$$

$$\therefore r^2 + F = 20$$

Rpta.: E

3. En la figura, la ecuación de la circunferencia es  $x^2 + y^2 = 50$ . Si el punto medio de la cuerda  $\overline{AB}$  es  $P(-2; 4)$  y la ecuación de la recta  $L_1$  es  $y = ax - b$ , halle  $b - a$ .

- A)  $\frac{11}{2}$       B)  $\frac{9}{2}$       C)  $-\frac{9}{2}$   
D)  $-\frac{11}{2}$       E) 11

**Solución:**

• Dato:  $P(-2; 4) \Rightarrow m_{L_2} = \frac{4-0}{-2-0} = -2$

•  $L_1 \perp L_2 \Rightarrow m_{L_1} = \frac{1}{2}$

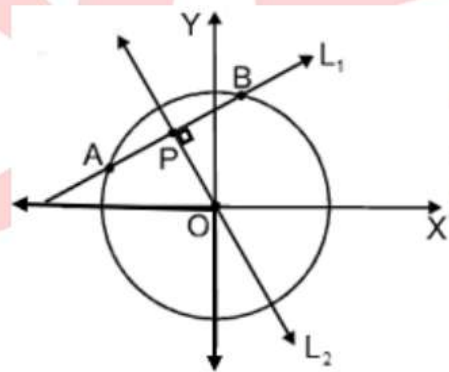
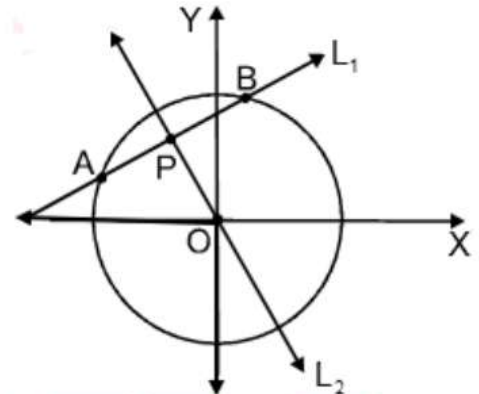
$$L_1: y - 4 = \frac{1}{2}(x - (-2))$$

$$\Rightarrow L_1: y = \frac{1}{2}x + 5 = ax - b$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{2} \text{ y } b = -5$$

•  $b - a = -5 - \frac{1}{2} = -\frac{11}{2}$

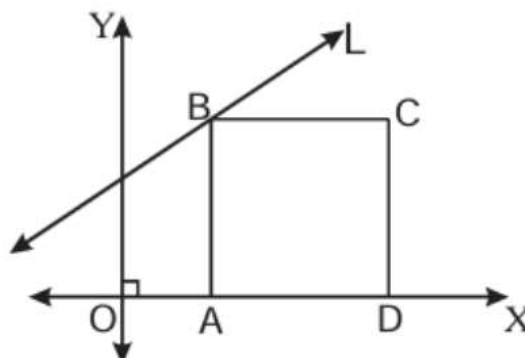
$$\therefore b - a = -\frac{11}{2}$$



Rpta.: D

4. En la figura, el lado del cuadrado ABCD mide 4 cm. Si  $D(6; 0)$ , halle la ecuación de la recta  $L$  paralela a  $\overline{OC}$ .

- A)  $2x - y + 4 = 0$   
B)  $2x - 3y + 2 = 0$   
C)  $5x - y + 2 = 0$   
D)  $2x - 8y + 3 = 0$   
E)  $2x - 3y + 8 = 0$





**Solución:**

- Dato:  $AB = BC = CD = AD = 4$

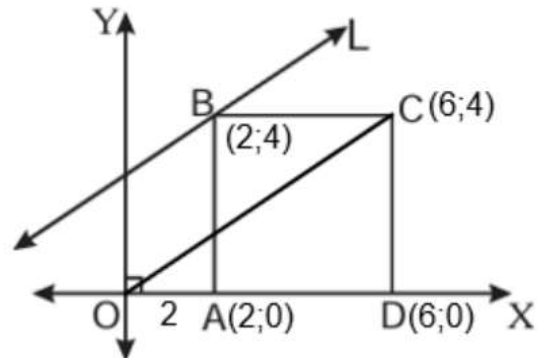
$$\Rightarrow OA = 2 \Rightarrow B(2;4) \text{ y } C(6;4)$$

- $m_{\overline{OC}} = \frac{4-0}{6-0} = \frac{2}{3}$

- Dato  $L \parallel \overline{OC} \Rightarrow m_L = \frac{2}{3}$

$$\Rightarrow L: y - 4 = \frac{2}{3}(x - 2)$$

$$\therefore L: 2x - 3y + 8 = 0$$

**Rpta.: E**

5. En la figura, se muestra un sistema de coordenadas rectangulares, donde el poste de alumbrado eléctrico está sostenido por dos cables  $\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$  atados a un muro y una estaca. La ecuación de la recta L que pasa por los puntos A(0;7) y B es  $L: 4y - 3x - 28 = 0$ . Si  $C\left(\frac{71}{4}; 0\right)$  y se desea reemplazar los cables  $\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$  por otros más resistentes, halle  $AB + BC$ .

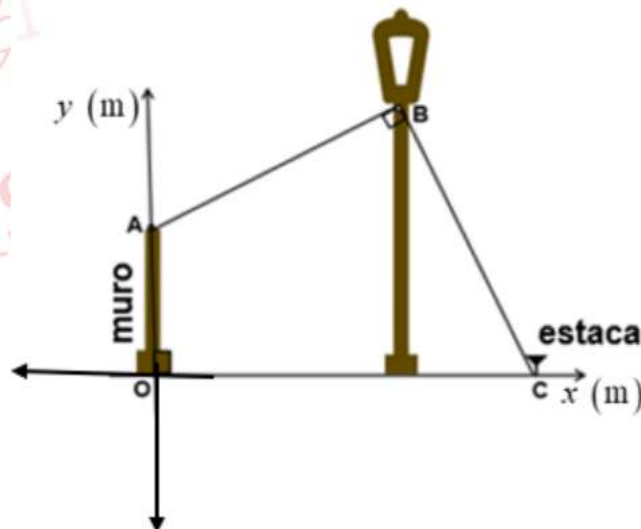
A)  $\frac{105}{4}m$

B)  $\frac{107}{4}m$

C)  $\frac{109}{4}m$

D)  $\frac{103}{4}m$

E)  $\frac{101}{4}m$



**Solución:**

- Dato L :  $4y - 3x - 28 = 0$

$$\Rightarrow y = \frac{3}{4}x + 7 \dots (1)$$

- Dato  $\overline{BC} \perp \overline{AB} \Rightarrow m = -\frac{4}{3}$

$$\Rightarrow \overline{BC}: y = -\frac{4}{3}\left(x - \frac{71}{4}\right) \dots (2)$$

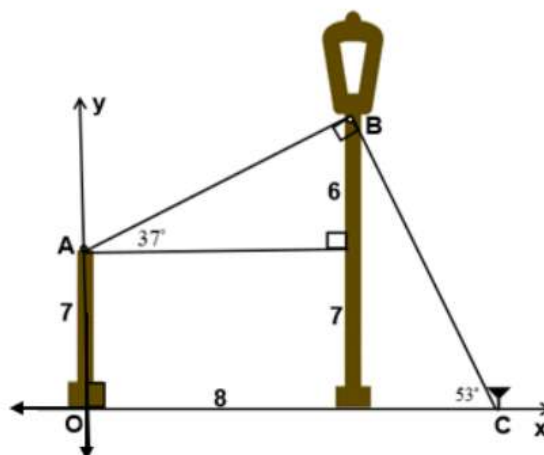
- De (1) y (2):  $\frac{3}{4}x + 7 = -\frac{4}{3}\left(x - \frac{71}{4}\right)$   
 $\Rightarrow x = 8 \Rightarrow y = 13$

- Del gráfico:  $AB = 10$  y  $4k = 13 \Rightarrow k = \frac{13}{4}$

$$\Rightarrow BC = 5k = 5\left(\frac{13}{4}\right) = \frac{65}{4}$$

- $AB + BC = 10 + \frac{65}{4} = \frac{105}{4}$

$$\therefore AB + BC = \frac{105}{4} m$$



Rpta.: A



# Álgebra

## EJERCICIOS DE CLASE

1. Sea  $f = \{(1; 15); (2; 13); (7; 6); (2; 3m + n); (1; m + 3n); (6; 7)\}$  una función, determine  $m^2 + n$ .

A) 5                      B) 13                      C) 19                      D) 1                      E) 28

### Solución:

Debido a que  $f$  es función tenemos

$$f(1) = m + 3n = 15$$

$$f(2) = 3m + n = 13$$

$$\rightarrow m = 3, \quad n = 4$$

$$\therefore m^2 + n = 13$$

Rpta.: B

2. El máximo valor del dominio de la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  con regla de correspondencia

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 9}{x - 3}} + \sqrt[4]{\frac{20 - x}{x + 10}}$$

Representa la edad de Teobaldo. ¿Hace cuantos años cumplió su mayoría de edad?

A) 2                      B) 3                      C) 4                      D) 10                      E) 9

### Solución:

Para que  $f$  exista, se cumple:

$$\frac{x^2 - 9}{x - 3} \geq 0 \quad \wedge \quad \frac{20 - x}{x + 10} \geq 0$$

- Cálculo de la primera restricción:

$$\frac{x^2 - 9}{x - 3} \geq 0 \rightarrow \frac{(x - 3)(x + 3)}{x - 3} \geq 0$$

$$\rightarrow x + 3 \geq 0 \quad \wedge \quad x - 3 \neq 0$$

$$\rightarrow x \in [-3; +\infty) - \{3\} \dots (I)$$

- Cálculo de la segunda restricción:

$$\frac{20 - x}{x + 10} \geq 0 \rightarrow \frac{x - 20}{x + 10} \leq 0$$

Por puntos críticos tenemos

$$\rightarrow x \in (-\infty; -10] \cup [20; +\infty) \dots (II)$$

Interceptando (I) y (II) obtenemos:

$$Dom(f) = [-3; 20] - \{3\}$$

$\therefore$  La edad de Teobaldo es de 20 años, cumplió la mayoría de edad hace 2 años.

Rpta.: A

3. Sea la función real  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = \sqrt{7 - 3x}, \quad x \in \{-3; 1\}$$

Si el mayor número entero del rango de la función representa el precio, en soles, de un paquete de galletas integrales, ¿cuánto dinero se recibirá de vuelto al pagar con 10 soles por un paquete?

- A) 6 soles      B) 5 soles      C) 8 soles      D) 7 soles      E) 3 soles

**Solución:**

Tenemos que:  $x \in \{-3; 1\} \rightarrow -3 < x \leq 1$

$$\begin{aligned} \rightarrow -3 \leq -3x < 9 &\rightarrow 4 \leq 7 - 3x < 16 \rightarrow 2 \leq \sqrt{7 - 3x} < 4 \\ &\rightarrow \text{Ran}(f) = [2; 4) \end{aligned}$$

Luego la galleta vale 3 soles.

$\therefore$  Recibe de vuelto 7 soles.

**Rpta.: D**

4. En una fábrica de productos tecnológicos, la demanda semanal de drones es de 600 unidades cuando el precio unitario es de \$50, y de 400 unidades cuando el precio es de \$70. Si la función demanda sigue un comportamiento lineal con respecto al precio, determine cuántos drones se demandarían si el precio fuera de \$100.

- A) 190      B) 140      C) 175      D) 100      E) 300

**Solución:**

Modelo de la función demanda de los drones  $d(x) = ax + b$

Donde  $d(x)$  es el número de drones demandados al precio  $x$

- $d(50) = a(50) + b = 600$
- $d(70) = a(70) + b = 400$

$$a = -10, \quad b = 1100$$

$$d(x) = -10x + 1100$$

En lo solicitado, si el precio fuera de \$100 la demanda sería:

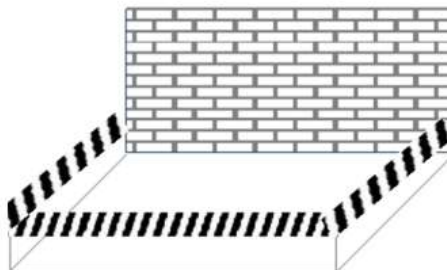
$$d(100) = -10(100) + 1100 = 100$$

$\therefore$  Para un precio de \$ 100 se demanda 100 drones.

**Rpta.: D**

5. Un equipo de bomberos atiende una emergencia por escape de gas en una fábrica. Para garantizar la seguridad de los trabajadores y evitar la propagación del gas, deciden acordonar un área rectangular con una cinta de seguridad de 40 metros, utilizando una pared existente como uno de los límites que no es necesario encintarlo. ¿Cuál es el área máxima que pueden asegurar?

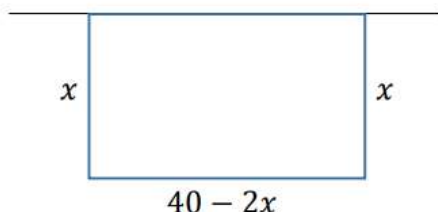
- A)  $81 \text{ m}^2$   
B)  $240 \text{ m}^2$   
C)  $72 \text{ m}^2$   
D)  $100 \text{ m}^2$   
E)  $200 \text{ m}^2$





**Solución:**

Sea « $x$ » la dimensión de uno de los lados y como la cinta mide 40 metros, entonces las dimensiones del rectángulo serían:  $(x)$  metros y  $(40 - 2x)$  metros



Tenemos el área:

$$\begin{aligned} A(x) &= x(40 - 2x) \\ &= -2x^2 + 40x \\ &= -2(x^2 - 20x + 100 - 100) \\ &= -2[(x - 10)^2 - 100] \\ &= 200 - 2(x - 10)^2 \end{aligned}$$

$\therefore$  Área máxima es de  $200 \text{ m}^2$

**Rpta.: E**

6. Una pelota es lanzada hacia arriba, y su altura, en metros, en función del tiempo  $x$ , en segundos, está dada por la función  $h(x) = \sqrt{10x - x^2}$ . La pelota impacta una rama de un árbol situada a más de 4 metros de altura. Determine el intervalo de tiempo, en segundos, durante el cual es posible que ocurra dicho impacto.

A)  $[0 ; 2)$       B)  $[1 ; 9]$       C)  $\langle 2 ; 8 \rangle$       D)  $\langle 8 ; 10]$       E)  $\langle 3 ; 9 \rangle$

**Solución:**

Dato el impacto fue a una altura mayor a 4 metros:  $h(x) > 4$

$$\begin{aligned} \sqrt{10x - x^2} > 4 &\rightarrow 10x - x^2 > 16 \rightarrow x^2 - 10x + 16 < 0 \\ &\rightarrow (x - 2)(x - 8) < 0 \rightarrow x \in \langle 2 ; 8 \rangle \end{aligned}$$

$\therefore$  El tiempo transcurrido para que suceda el impacto es  $\langle 2 ; 8 \rangle$  segundos.

**Rpta.: C**

7. La temperatura en una sala experimental, medida en grados Celsius, puede modelarse mediante la función  $f(t) = |at - 12| + b$ , donde  $t$  representa el tiempo transcurrido en horas desde el inicio de un experimento. Al inicio del experimento, la temperatura es de  $4^\circ \text{C}$  y después de 3 horas, es de  $-8^\circ \text{C}$ . ¿Cuál será la temperatura de la sala 4 horas después de iniciado el experimento?

A)  $0^\circ \text{C}$       B)  $8^\circ \text{C}$       C)  $-4^\circ \text{C}$       D)  $-6^\circ \text{C}$       E)  $4^\circ \text{C}$

**Solución:**

En la función  $f(t) = |at - 12| + b$

- $t = 0 \rightarrow f(0) = 4 \rightarrow |a(0) - 12| + b = 4 \rightarrow b = -8$
- $t = 3 \rightarrow f(3) = -8 \rightarrow |a(3) - 12| - 8 = -8 \rightarrow |3a - 12| = 0$   
 $\rightarrow 3a - 12 = 0 \rightarrow a = 4$

Tenemos la función  $f(t) = |4t - 12| - 8 \rightarrow f(4) = |4(4) - 12| - 8 = -4$

$\therefore$  Después de 4 horas de iniciado el experimento la temperatura es de  $-4^\circ \text{C}$ .

**Rpta.: C**

8. Sean las funciones  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definidas por:

$$f(x) = (x + 1)^2, \quad g(x) = x^3 \cdot (x^3 + 1)$$

Determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones en el orden respectivo:

- I) El rango de la función  $f$  es  $[0; +\infty)$ .
- II) La función  $f$  es par.
- III) La función  $g$  es impar.

A) VVV      B) FFV      C) FVF      D) VFF      E) FFF

**Solución:**

- I) Verdadero, se cumple  $(x + 1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \rightarrow \text{Ran}(f) = [0; +\infty)$
- II) Falso,  $f(-x) = (-x + 1)^2 = (x - 1)^2 \neq f(x) = (x + 1)^2$
- III) Falso, como  $g(x) = x^6 + x^3$   
 $\rightarrow g(-x) = (-x)^6 + (-x)^3 = x^6 - x^3 \neq -g(x) = -x^6 - x^3$

$\therefore$  VFF

**Rpta.: D**

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Sea  $f = \{(2; m^2 - 5m); (3; m + n); (3; 5); (7; 5); (3 + m; 8); (m + 1; 0); (2; 0)\}$  una función, determine el número de elementos de  $\text{Dom}(f) \cap \text{Ran}(f)$ .

A) 4      B) 1      C) 0      D) 2      E) 3

**Solución:**

De la definición de función

$$f(2) = m^2 - 5m = 0$$

$$m = 0 \quad \vee \quad m = 5$$

Además, se tiene que:

$$f(3) = m + n = 5$$



- Si  $m = 0 \rightarrow n = 5$  tenemos  
 $f = \{(2; 0); (3; 5); (7; 5); (3; 8); (1; 0)\}$   
 No es una función.
- Si  $m = 5 \rightarrow n = 0$  tenemos  
 $f = \{(2; 0); (3; 5); (7; 5); (8; 8); (6; 0)\}$   
 Es una función.

Así tenemos:

$$\text{Dom}(f) = \{2; 3; 6; 7; 8\}, \quad \text{Ran}(f) = \{0; 5; 8\}$$

$$\text{Dom}(f) \cap \text{Ran}(f) = \{8\}.$$

$\therefore$  Tiene solo un elemento.

**Rpta.: B**

2. Si el intervalo  $[a, b]$  representa el dominio de la función  $f(x) = \sqrt{4 - \sqrt{4 - x^2}}$ , determine la edad óptima de un toro de lidia en años, la cual está dado por la longitud del dominio de  $f$ .
- A) 4      B) 3      C) 5      D) 6      E) 8

**Solución:**

Para que  $f$  exista, se cumple:

$$4 - x^2 \geq 0 \dots (*) \quad \wedge \quad 4 - \sqrt{4 - x^2} \geq 0 \dots (**)$$

- Cálculo de (\*):  
 $4 - x^2 \geq 0 \leftrightarrow -2 \leq x \leq 2 \rightarrow x \in [-2; 2]$
- Cálculo de (\*\*):

$$4 - \sqrt{4 - x^2} \geq 0 \rightarrow 4 \geq \sqrt{4 - x^2} \geq 0 \rightarrow 16 \geq 4 - x^2 \geq 0$$

$$\rightarrow 12 \geq -x^2 \geq -4 \rightarrow -12 \leq x^2 \leq 4 \rightarrow x \in [-2; 2]$$

Luego tenemos que  $\text{Dom}(f): \rightarrow [a, b] = [-2; 2]$

$\therefore$  La edad óptima del toro de lidia es de 4 años.

**Rpta.: A**

3. Dada la función  $f: \text{dom}(f) = \langle 0, +\infty \rangle \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = \frac{x^2 + 16}{x}$$

Calcule el menor valor entero del rango de la función  $f$ .

- A) 8      B) 4      C) 7      D) 11      E) 9

**Solución:**

En la función  $f(x)$  con  $x > 0$

$$f(x) = \frac{x^2 + 16}{x} = x + \frac{16}{x}$$

Por media aritmética y media geométrica:  $MA \geq MG$

$$\frac{x + \frac{16}{x}}{2} \geq \sqrt{x \cdot \frac{16}{x}} = 4 \quad \rightarrow \quad f(x) = x + \frac{16}{x} \geq 8$$

$$Ran(f) = [8; +\infty >$$

$\therefore$  El menor valor entero del rango de la función  $f$  es 8.

**Rpta.: A**

4. Determine el rango de la función

$$f(x) = \frac{|x| + 4}{|x| + 2}$$

- A)  $\langle 1; 2]$       B)  $\langle -\infty; 2]$       C)  $\langle 5; +\infty \rangle$       D)  $\langle 1; +\infty \rangle$       E)  $[1; 2]$

**Solución:**

$$f(x) = \frac{|x| + 4}{|x| + 2} = 1 + \frac{2}{|x| + 2}$$

- Pero,  $|x| \geq 0 \rightarrow |x| + 2 \geq 2 \rightarrow 0 < \frac{2}{|x| + 2} \leq 1 \rightarrow 1 < 1 + \frac{2}{|x| + 2} \leq 2$

Luego

$$1 < f(x) \leq 2$$

$\therefore Ran(f) = \langle 1; 2]$

**Rpta.: A**

5. En el último clásico de fútbol en el mundialito del distrito de la Victoria se enfrentaron los equipos A y B, el equipo A anoto  $m$  goles que es el valor mínimo de la función  $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$  y el equipo B anoto  $n$  goles que es el valor máximo de la función  $g(x) = -x^2 + 2x$ . Calcule la diferencia de goles que se dio en dicho partido.

- A) 3      B) 4      C) 6      D) 5      E) 1

**Solución:**

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 5} = \sqrt{(x - 1)^2 + 4}$$

Mínimo valor de  $f(x)$  es  $m = 2$ .

$$g(x) = -x^2 + 2x = 1 - (x - 1)^2$$

Máximo valor de  $g(x)$  es  $n = 1$ .



Así tenemos

$$m - n = 1$$

∴ La diferencia de goles fue de 1.

**Rpta.: E**

6. Un fabricante de pelotas se compromete a producir cada una a un costo de \$20 para un campeonato nacional. Se estima que cada pelota se venderá a un precio de \$ $x$  y que los equipos comprarán aproximadamente  $(100 - x)$  pelotas al mes. Represente la función utilidad mensual  $U$  del fabricante en función del precio de venta.

A)  $U(x) = -x^2 + 80x - 2000$

B)  $U(x) = 20(80 - x)$

C)  $U(x) = -x^2 + 120x$

D)  $U(x) = -x^2 + 80x + 2000$

E)  $U(x) = -x^2 + 120x - 2000$

**Solución:**

Costo mensual:

$$C(x) = 20(100 - x)$$

Ingreso mensual:

$$I(x) = x(100 - x)$$

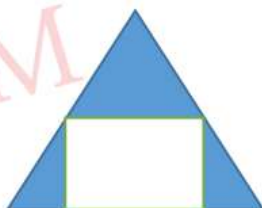
Función utilidad:

$$U(x) = I(x) - C(x) = (x - 20)(100 - x) = -x^2 + 120x - 2000$$

$$\therefore U(x) = -x^2 + 120x - 2000$$

**Rpta.: E**

7. En un triángulo de 12 unidades de base y altura 6 unidades está inscrito un rectángulo de base  $x$  unidades. Si  $S$  representa el área del rectángulo, determine el valor máximo de  $S$ .



A)  $10 u^2$

B)  $15 u^2$

C)  $18 u^2$

D)  $8 u^2$

E)  $20 u^2$

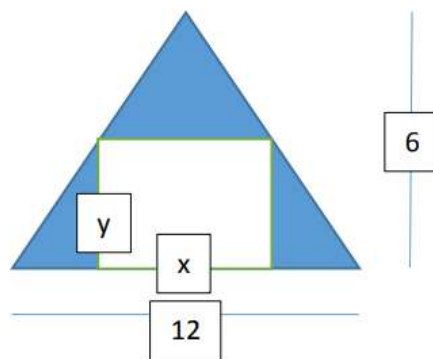
**Solución:**

Del gráfico tenemos:

$$\frac{6}{12} = \frac{6 - y}{x} \rightarrow y = 6 - \frac{x}{2}$$

$$S = \left(6 - \frac{x}{2}\right)x \rightarrow S = -\frac{x^2}{2} + 6x$$

$$\rightarrow S = -\frac{1}{2}(x^2 - 12x + 36 - 36)$$



$$\rightarrow S = -\frac{1}{2}(x-6)^2 + 18$$

$\therefore$  El máximo valor de  $S$  es  $18 u^2$ .

Rpta.: C

8. Sean las funciones  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definidas por:

$$f(x) = \sqrt{|x| + 4}, \quad g(x) = (\sqrt[3]{x} - 1) \cdot (\sqrt[3]{x} + 1)$$

Determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones en el orden respectivo:

- I) El rango de la función  $f$  es  $[2; +\infty)$ .
- II) La función  $f$  es par.
- III) La función  $g$  es impar.

A) VVF      B) VVF      C) FVF      D) VFF      E) FFF

**Solución:**

- I) Verdadero, se cumple  $|x| \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \rightarrow |x| + 4 \geq 4 \rightarrow \sqrt{|x| + 4} \geq 2$   
 $\rightarrow \text{Ran}(f) = [2; +\infty)$
- II) Verdadero,  $f(-x) = \sqrt{|-x| + 4} = \sqrt{|x| + 4} = f(x)$
- III) Falso, como  $g(x) = \sqrt[3]{x^2} - 1$   
 $\rightarrow g(-x) = \sqrt[3]{(-x)^2} - 1 = \sqrt[3]{x^2} - 1 = g(x) \neq -g(x) = -\sqrt[3]{x^2} + 1$

$\therefore$  VVF

Rpta.: A



# Trigonometría

## EJERCICIOS DE CLASE

1. En una ciudad, la temperatura del día en °C está dada por la función real  $T$  definida por  $T(t) = 8\cot^2(2t) + 11$ ,  $\frac{\pi}{6} \leq t \leq \frac{3\pi}{8}$ , donde  $t$  es el tiempo en horas. Calcule la suma de la máxima y mínima temperatura en °C.

A) 26°C      B) 25°C      C) 30°C      D) 40°C      E) 20°C

### Solución:

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{6} \leq t \leq \frac{3\pi}{8} &\Rightarrow \frac{\pi}{3} \leq 2t \leq \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \cot \frac{\pi}{3} \geq \cot 2t \geq \cot \frac{3\pi}{4} \\ \frac{\sqrt{3}}{3} &\geq \cot 2t \geq -1 \Rightarrow 0 \leq \cot^2 2t \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 8\cot^2 2t \leq 8 \\ &\Rightarrow 11 \leq 8\cot^2 2t + 11 \leq 19 \\ &\Rightarrow 11 \leq T \leq 19 \end{aligned}$$

Por lo tanto; la suma de la máxima y mínima temperatura es 30°C.

**Rpta.: C**

2. La microempresa «VERANO 2025» produce y vende polos, su ingreso diario está modelada por  $I(x) = \sec^2 x - 2\sec x + 2$  miles de soles donde  $x \in \left(0; \frac{\pi}{3}\right)$ , ¿Cuánto es el máximo ingreso diario de la microempresa expresado por un número entero de soles?

A) S/ 1 001      B) S/ 1 049      C) S/ 2 051      D) S/ 1 999      E) S/ 2 000

### Solución:

$$I(x) = \sec^2 x - 2\sec x + 2 \Rightarrow I(x) = (\sec x - 1)^2 + 1$$

$$\text{como } 0 < x < \frac{\pi}{3} \Rightarrow 1 < \sec x < 2 \Rightarrow 0 < (\sec x - 1)^2 < 1$$

$$\text{Luego; } 1 < (\sec x - 1)^2 + 1 < 2 \Rightarrow 1 < I(x) < 2$$

$$\text{Ranf} = \langle 1; 2 \rangle$$

Por lo tanto; el máximo ingreso diario de la microempresa es 1 999 soles.

**Rpta.: D**

3. La utilidad de una empresa de calzados está modelada por  $U(x) = 12\left(\csc^2 \frac{x}{2} - \cot^2 \frac{x}{2}\right) - 2\csc(4x)$  miles de soles donde  $x \in \left[\frac{\pi}{12}; \frac{5\pi}{24}\right]$ . ¿Cuánto es la máxima utilidad de dicha empresa?

A) S/ 15 000  
D) S/ 10 000

B) S/ 14 000  
E) S/ 8000

C) S/ 12 000

**Solución:**

$$U(x) = 12\left(\csc^2 \frac{x}{2} - \cot^2 \frac{x}{2}\right) - 2\csc 4x$$

$$U(x) = 12 - 2\csc 4x$$

$$\text{Como } \frac{\pi}{12} < x \leq \frac{5\pi}{24} \Rightarrow \frac{\pi}{3} < 4x \leq \frac{5\pi}{6}$$

$$1 \leq \csc 4x \leq 2 \Rightarrow -2 \geq -2\csc 4x \geq -4$$

$$10 \geq 12 - 2\csc 4x \geq 8$$

$$\text{Ran}(U) = [8; 10]$$

Por lo tanto; la máxima utilidad de dicha empresa es 10 000 soles.

**Rpta.: D**

4. En una fábrica de metales la máquina mezcladora funciona y para intercaladamente cada  $T$  minutos, donde  $T$  es el periodo de la función real  $f$  definida por  $f(x) = \frac{\sin(7x)}{\sin(4x) \cdot \sin(3x)} - \cot(4x)$ . Halle  $T$ .

A)  $\frac{\pi}{2}$

B)  $\frac{\pi}{3}$

C)  $\pi$

D)  $\frac{\pi}{6}$

E)  $\frac{\pi}{12}$

**Solución:**

$$f(x) = \frac{\sin(4x + 3x)}{\sin 4x \sin 3x} - \cot 4x$$

$$f(x) = \frac{\sin 4x \cos 3x + \cos 4x \sin 3x}{\sin 4x \sin 3x} - \cot 4x$$

$$f(x) = \cot 3x$$

$$T = \frac{\pi}{3}$$

Por lo tanto; el periodo es  $\frac{\pi}{3}$ .

**Rpta.: B**



5. En un cierto instante, la altura alcanzada en metros por un balón de básquetbol está dada por el máximo valor de  $f(x) = \cot^2(4x) - 2\cot(4x) + 4\cos\left(\frac{3333\pi}{2}\right)$ , donde

$$\frac{\pi}{16} < x \leq \frac{3\pi}{16}, \text{ halle dicha altura.}$$

- A) 4 m                      B) 2 m                      C) 5 m                      D) 3 m                      E) 6 m

**Solución:**

$$f(x) = \cot^2 4x - 2\cot 4x + 4\cos \frac{3333\pi}{2} \Rightarrow f(x) = \cot^2 4x - 2\cot 4x + 1 - 1$$

$$f(x) = (\cot 4x - 1)^2 - 1$$

$$\text{Como } \frac{\pi}{16} < x \leq \frac{3\pi}{16} \Rightarrow \frac{\pi}{4} < 4x \leq \frac{3\pi}{4}$$

$$\cot \frac{\pi}{4} > \cot 4x \geq \cot \frac{3\pi}{4} \Rightarrow -1 \leq \cot 4x < 1$$

$$\Rightarrow -2 \leq \cot 4x - 1 < 0 \Rightarrow 0 < (\cot 4x - 1)^2 \leq 4$$

$$-1 < (\cot 4x - 1)^2 - 1 \leq 3 \Rightarrow -1 < f(x) \leq 3$$

Por lo tanto; la altura alcanzada por el balón de básquetbol es de 3 m.

**Rpta.: D**

6. La agroindustria alimenticia «VIDA SANA» lanzó un nuevo producto y su área de marketing estimó que la cantidad de personas (en miles) que adquirirían dicho producto está modelada por  $P(x) = \tan(2x) - \cot(2x) + 7$  donde  $x \in \left[\frac{\pi}{8}; \frac{3\pi}{16}\right]$ . ¿Cuántas personas como máximo adquirirían dicho producto?

- A) 7500 personas                      B) 5000 personas                      C) 8000 personas  
D) 9500 personas                      E) 9000 personas

**Solución:**

$$P(x) = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} - \frac{\cos 2x}{\sin 2x} + 7 \Rightarrow P(x) = \frac{-(\cos^2 2x - \sin^2 2x)}{\sin 2x \cos 2x} + 7$$

$$\Rightarrow P(x) = \frac{-2\cos 4x}{2\sin 2x \cos 2x} + 7$$

$$\Rightarrow P(x) = -2\cot 4x + 7$$

$$\text{Como } \frac{\pi}{8} < x \leq \frac{3\pi}{16} \Rightarrow \frac{\pi}{2} < 4x \leq \frac{3\pi}{4}$$

$$\Rightarrow -1 \leq \cot 4x < 0 \Rightarrow 2 \geq -2\cot 4x > 0$$

$$\Rightarrow 9 \geq 7 - 2\cot 4x > 7$$

$$\text{Ran} f = \langle 7; 9 \rangle$$

Por lo tanto; la cantidad de personas como máximo es 9000.

**Rpta.: E**

7. La altura a la que se encuentra en metros de un dron respecto al suelo está modelada

por  $f(t) = \frac{2 - \cos\left(8t + \frac{\pi}{3}\right)}{\sin^2\left(4t + \frac{\pi}{6}\right)}$ , siendo  $f$  una función real. Si  $t \in \left[0; \frac{\pi}{12}\right]$  representa el tiempo

en minutos, ¿cuál es la altura máxima que alcanza el dron?

- A) 4,75 m      B) 5 m      C) 7,5 m      D) 7 m      E) 6 m

**Solución:**

Tenemos

$$f(t) = \frac{2 - \cos\left(8t + \frac{\pi}{3}\right)}{\sin^2\left(4t + \frac{\pi}{6}\right)} \Rightarrow f(t) = \frac{1 + 1 - \cos\left(8t + \frac{\pi}{3}\right)}{\sin^2\left(4t + \frac{\pi}{6}\right)} \Rightarrow f(t) = \frac{1 + 2\sin^2\left(4t + \frac{\pi}{6}\right)}{\sin^2\left(4t + \frac{\pi}{6}\right)}$$

$$\Rightarrow f(t) = \frac{1}{\sin^2\left(4t + \frac{\pi}{6}\right)} + 2 \Rightarrow f(t) = \csc^2\left(4t + \frac{\pi}{6}\right) + 2$$

$$\text{Como } 0 \leq t \leq \frac{\pi}{12} \Rightarrow 0 \leq 4t \leq \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{\pi}{6} \leq 4t + \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow 1 \leq \csc\left(4t + \frac{\pi}{6}\right) \leq 2$$

$$\Rightarrow 3 \leq \csc^2\left(4t + \frac{\pi}{6}\right) + 2 \leq 6$$

Por lo tanto; la altura máxima que puede alcanzar el dron es de 6 m.

**Rpta.: E**

8. La función real  $f$  definida por  $f(t) = 4\csc^4(2t) + 16\cot^2(2t) + 64$ ,  $\frac{\pi}{12} \leq t \leq \frac{\pi}{6}$ , donde  $t$  denota el tiempo en segundos, describe la altura en centímetros a la que se encuentra una partícula con respecto al suelo. Halle la máxima altura que puede alcanzar la partícula.

- A) 150 cm      B) 158 cm      C) 176 cm      D) 174 cm      E) 170 cm



**Solución:**

$$f(t) = 4 \csc^4 2t + 16 \cot^2 2t + 64, \quad \frac{\pi}{12} \leq t \leq \frac{\pi}{6}$$

$$f(t) = 4 \csc^4 2t + 16(\csc^2 2t - 1) + 64 = 4 \csc^4 2t + 16 \csc^2 2t + 48$$

$$f(t) = 4(\csc^2 2t + 2)^2 + 32$$

$$\text{Luego, } \frac{\pi}{12} \leq t \leq \frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{\pi}{6} \leq 2t \leq \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{3}} \leq \csc 2t \leq 2$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} \leq \csc^2 2t \leq 4 \Rightarrow \frac{10}{3} \leq \csc^2 2t + 2 \leq 6$$

$$\Rightarrow \frac{100}{9} \leq (\csc^2 2t + 2)^2 \leq 36 \Rightarrow \frac{400}{9} \leq 4(\csc^2 2t + 2)^2 \leq 144$$

$$\Rightarrow \frac{688}{9} \leq 4(\csc^2 2t + 2)^2 + 32 \leq 176$$

$$\Rightarrow \frac{688}{9} \leq f(t) \leq 176$$

Por lo tanto; la máxima altura que puede alcanzar la partícula es 176 cm.

Rpta.: C

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. El jefe de almacén de una empresa de logística realiza el envío de N miles de unidades de un producto del mismo tipo por medio de un buque mercante, donde N es el mínimo

valor de la función real C, definida por  $C(x) = \frac{168 \tan\left(\frac{37\pi}{4}\right)}{5 \cot(4x) + 7}$ , donde  $x \in \left[\frac{\pi}{16}; \frac{\pi}{8}\right]$ . Si por cada producto el encargado del buque mercante cobra 6,4 soles, ¿cuánto se pagó por el envío?

- A) S/ 86 400  
D) S/ 88 500

- B) S/ 82 700  
E) S/ 89 600

- C) S/ 84 500

**Solución:**

$$\text{Tenemos: } C(x) = \frac{168}{5 \cot 4x + 7}$$

$$\text{Como: } \frac{\pi}{16} \leq x \leq \frac{\pi}{8} \Rightarrow \frac{\pi}{4} \leq 4x \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \cot \frac{\pi}{2} \leq \cot 4x \leq \cot \frac{\pi}{4} &\Rightarrow 0 \leq \cot 4x \leq 1 \\ \Rightarrow 0 \leq 5 \cot 4x \leq 5 &\Rightarrow 7 \leq 5 \cot 4x + 7 \leq 12 \\ \Rightarrow \frac{1}{12} \leq \frac{1}{5 \cot 4x + 7} \leq \frac{1}{7} &\Rightarrow \frac{168}{12} \leq \frac{168}{5 \cot 4x + 7} \leq \frac{168}{7} \\ \Rightarrow 14 \leq C(x) \leq 24 \end{aligned}$$

Luego,  $N = 14\,000$  unidades

Por lo tanto; por el envío se pagó  $(14\,000) 6,4 \text{ soles} = 89\,600 \text{ soles}$ .

**Rpta.: E**

2. El alcance horizontal de una bala disparada por un rifle desde una determinada altura sobre el nivel del mar, está dada por el mínimo valor de  $f(x) = 2 \sec\left(2\pi x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$  en kilómetros, donde  $-\frac{1}{24} \leq x \leq \frac{5}{24}$ . Halle la longitud de dicho alcance.

A) 4 km      B) 1 km      C) 3 km      D) 2 km      E) 5 km

**Solución:**

$$f(x) = 2 \sec\left(2\pi x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$$

$$\text{Si } -\frac{1}{24} \leq x \leq \frac{5}{24} \Rightarrow -\frac{\pi}{12} \leq 2\pi x \leq \frac{5\pi}{12}$$

$$\Rightarrow -\frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{4} \leq 2\pi x - \frac{\pi}{4} \leq \frac{5\pi}{12} - \frac{\pi}{4} \Rightarrow -\frac{\pi}{3} \leq 2\pi x - \frac{\pi}{4} \leq \frac{\pi}{6}$$

$$1 \leq \sec\left(2\pi x - \frac{\pi}{4}\right) \leq 2 \Rightarrow 2 \leq 2 \sec\left(2\pi x - \frac{\pi}{4}\right) \leq 4$$

$$3 \leq 2 \sec\left(\pi x - \frac{\pi}{4}\right) + 1 \leq 5 \Rightarrow 3 \leq f(x) \leq 5$$

Por lo tanto; el alcance de la bala es 3 km.

**Rpta.: C**

3. Halle el periodo de la función real  $f$  definida por  $f(x) = -2 + \csc^2 x - \sqrt{2 + \cot^4 x + \tan^4 x}$ .
- A)  $\frac{\pi}{2}$       B)  $\pi$       C)  $\frac{3\pi}{2}$       D)  $2\pi$       E)  $\frac{3\pi}{4}$



**Solución:**

$$f(x) = -2 + \csc^2 x - \sqrt{2 + \cot^4 x + \tan^4 x}$$

$$f(x) = -2 + 1 + \cot^2 x - \sqrt{\tan^4 x + \cot^4 x + 2 \tan^2 x \cdot \cot^2 x}$$

$$f(x) = -1 + \cot^2 x - \sqrt{(\tan^2 x + \cot^2 x)^2}$$

$$f(x) = -1 + \cot^2 x - (\tan^2 x + \cot^2 x)$$

$$f(x) = -1 - \tan^2 x$$

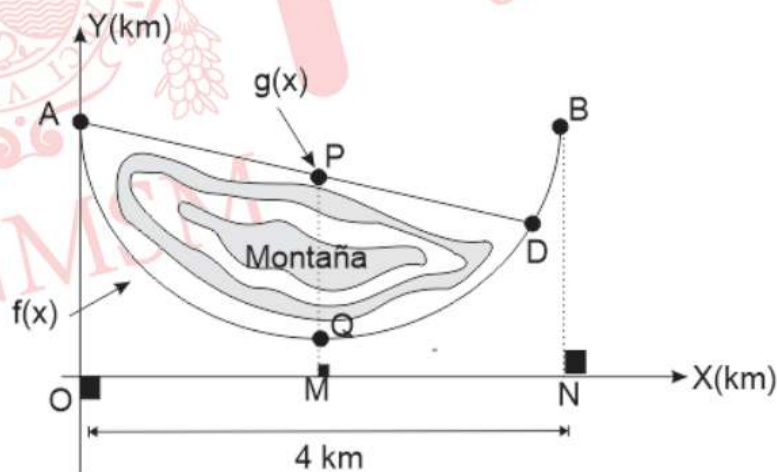
$$f(x) = -\sec^2 x$$

$$\Rightarrow T = \frac{\pi}{|B|} \Rightarrow T = \pi$$

Por lo tanto; el periodo es  $\pi$ .

**Rpta.: B**

4. En la figura, se muestra un mapa donde están ubicados cuatro ciudades A, P, B, D y Q las cuales están vinculadas por carreteras cuyas trayectorias son las gráficas de las funciones reales definidas por  $f(x) = 2\csc\left(\frac{\pi}{6}(x+1)\right)$  y  $g(x) = -\frac{1}{2}x + 4$ . Si se desea construir un túnel que pase por la montaña tal que una la ciudad P con la ciudad Q, donde el valor de Q es el mínimo de la función f, halle la longitud del túnel. ( $PQ \parallel \text{Eje Y}$ )



- A) 1 km      B) 2 km      C) 1,5 km      D)  $\sqrt{3}$  km      E) 3 km

**Solución:**

$$\text{Si: } 0 \leq x \leq 4 \Rightarrow \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{6}(x+1) \leq \frac{5\pi}{6}$$

Luego,

$$\Rightarrow 2 \leq 2\csc\left(\frac{\pi}{6}(x+1)\right) \leq 4 \Rightarrow f_{\min} = 2$$

Como:

$$f(x) = 2 \Rightarrow 2 = 2\csc\left(\frac{\pi}{6}(x+1)\right)$$

$$\Rightarrow 1 = \csc\left(\frac{\pi}{6}(x+1)\right) \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6}(x+1)$$

$$\Rightarrow x = 2$$

Así:

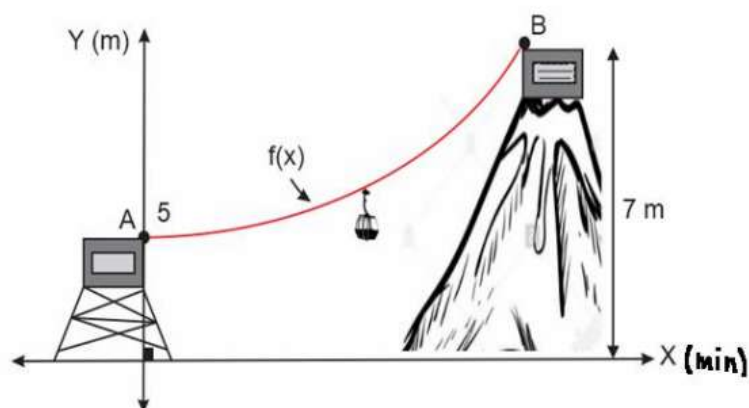
$$\text{Longitud} = g(2) \text{ km} - f(2) \text{ km}$$

$$\Rightarrow \text{Longitud} = 3 \text{ km} - 2 \text{ km} = 1 \text{ km}$$

Por lo tanto; la longitud del túnel es 1 km.

**Rpta.: A**

5. En la figura, se muestra la vista lateral de un teleférico que une la estación A y B cuyo trayecto lo realiza en 30 minutos. La función real definida por  $f(x) = 2\sec(bx) + c$  modela la longitud de la altura del teleférico con respecto al suelo en metros y  $x$  es el tiempo transcurrido en minutos. Si  $0 < b < \frac{\pi}{30}$  y a las 10:00 a. m. parte el teleférico hacia la estación B, ¿a qué hora se encuentra el teleférico a una altura de  $\left(\frac{4\sqrt{3}+9}{3}\right)$  m respecto al suelo?



- A) 10:15 a. m. B) 10:12 a. m. C) 10:18 a. m. D) 10:20 a. m. E) 10:25 a. m.



**Solución:**

Tenemos:  $f(x) = 2\sec(bx) + c$

$$f(0) = 5 \Rightarrow c = 3$$

$$f(30) = 7 \Rightarrow 2\sec(30b) + 3 = 7 \Rightarrow \sec(30b) = 2 \Rightarrow b = \frac{\pi}{90}; \frac{5\pi}{90}; \dots$$

$$\text{Como, } 0 < b < \frac{\pi}{30} \Rightarrow b = \frac{\pi}{90}$$

Luego,

$$f(x) = 2\sec\left(\frac{\pi x}{90}\right) + 3$$

Así,

$$2\sec\left(\frac{\pi x}{90}\right) + 3 = \frac{4\sqrt{3} + 9}{3} \Rightarrow 2\sec\left(\frac{\pi x}{90}\right) = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\sec\left(\frac{\pi x}{90}\right) = \frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{\pi x}{90} = \frac{\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}; \dots \Rightarrow x = 15; 165; \dots$$

$$\text{Como } 0 \leq x \leq 30 \Rightarrow x = 15$$

Por lo tanto; el teleférico se encuentra a una altura de  $\left(\frac{4\sqrt{3} + 9}{3}\right)$  m a las 10:15 am.

**Rpta.: A**

6. Dada la función real  $f: [0; b] \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \frac{8}{\sqrt{2 + \sqrt{2 + 2\cos(4x)}}}$ . Si  $4x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ , el rango y el dominio de la función están dados por los intervalos  $[a; c]$  y  $[0; b]$  respectivamente, calcule  $\frac{(ca)\cot b}{\sec b} + 16\cot\left(b - \frac{\pi}{2}\right)$ .

A)  $32\sqrt{2}$

B) 64

C) 32

D)  $64\sqrt{2}$

E) 16

**Solución:**

Simplificando:

$$f(x) = \frac{8}{\sqrt{2 + \sqrt{2(1 + \cos 4x)}}} \Rightarrow f(x) = \frac{8}{\sqrt{2 + \sqrt{2(2\cos^2 2x)}}}$$

$$f(x) = \frac{8}{\sqrt{2 + 2|\cos 2x|}}$$

$$\text{Como } 4x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq 2x \leq \frac{\pi}{4} \\ 0 \leq x \leq \frac{\pi}{8} \Rightarrow Df = \left[0; \frac{\pi}{8}\right] = [0; b] \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{8}{\sqrt{2+2\cos 2x}} \Rightarrow f(x) = \frac{8}{\sqrt{2(1+\cos 2x)}}$$

$$f(x) = \frac{8}{\sqrt{2(2\cos^2 x)}} \Rightarrow f(x) = \frac{8}{2|\cos x|} = \frac{4}{\cos x}$$

$$f(x) = 4 \sec x$$

$$0 \leq x \leq \frac{\pi}{8} \Rightarrow 1 \leq \sec x \leq \sec \frac{\pi}{8} \Rightarrow 4 \leq 4 \sec x \leq 4 \sec \frac{\pi}{8}$$

$$\Rightarrow [a; c] = \left[4; 4 \sec \frac{\pi}{8}\right]$$

$$\Rightarrow V = \frac{16 \sec \frac{\pi}{8} \cot \frac{\pi}{8}}{\sec \frac{\pi}{8}} - 16 \tan \frac{\pi}{8}$$

$$\Rightarrow V = 16(\sqrt{2} + 1) - 16(\sqrt{2} - 1)$$

$$\Rightarrow V = 32$$

Por lo tanto; el valor de V es 32.

**Rpta.: C**

7. Una empresa vendió en el tercer trimestre del 2024 una cantidad de laptops que está dada por el máximo valor de la función real  $f$  definida por  $f(x) = \frac{150}{\csc^4 x - 4 \csc^2 x + 9}$ ;  $x \in \langle 3\pi; 4\pi \rangle \cup \langle 4\pi; 5\pi \rangle$  en miles de unidades, halle dicha cantidad de laptops que se vendió.

A) 18 000 unidades

B) 24 000 unidades

C) 30 000 unidades

D) 16 000 unidades

E) 36 000 unidades

**Solución:**

$$\text{Sea } f(x) = \frac{150}{\csc^4 x - 4 \csc^2 x + 9} = \frac{150}{(\csc^2 x - 2)^2 + 5}$$

$$\text{Como } x \in \langle 3\pi; 4\pi \rangle \cup \langle 4\pi; 5\pi \rangle \Rightarrow \csc^2 x \geq 1 \Rightarrow \csc^2 x - 2 \geq -1$$



$$\begin{aligned}\Rightarrow (\csc^2 x - 2)^2 &\geq 0 \Rightarrow (\csc^2 x - 2)^2 + 5 \geq 5 \\ \Rightarrow 0 < \frac{1}{(\csc^2 x - 2)^2 + 5} &\leq \frac{1}{5} \Rightarrow 0 < \frac{150}{(\csc^2 x - 2)^2 + 5} \leq 30 \\ \Rightarrow 0 < f(x) &\leq 30\end{aligned}$$

Por lo tanto; la empresa vendió 30 000 unidades.

Rpta.: C

## Lenguaje

### EJERCICIOS DE CLASE

1. En la oración compuesta por subordinación, se encuentran dos o más proposiciones con diferente valor sintáctico donde solo una de ellas se constituye en la proposición principal y la(s) otra(s), en la(s) subordinada(s). De acuerdo con esta afirmación, elija la alternativa cuya estructura se corresponde con este tipo de oración.

- A) Nosotros deberíamos usar jabón libre de parabenos.
- B) Señora, su computadora está infectada con tres virus.
- C) Un incendio acabó con todo: solicitaron apoyo urgente.
- D) Elena quería que le contaras la verdad de lo sucedido.
- E) Vas a tener que exponer los resultados de tu estudio.

**Solución:**

Esta oración es reconocida como oración compuesta por subordinación porque contiene la proposición subordinada *que le contaras la verdad de lo sucedido*.

Rpta.: D

2. Según la función sintáctica que la proposición subordinada cumple en la oración, se reconoce tres clases de oración compuesta por subordinación: sustantiva, adjetiva y adverbial. Teniendo en cuenta ello, marque la alternativa en la que la proposición subordinada cumple la función adjetiva.

- A) Dile a tu profesor que brinde algunas referencias bibliográficas.
- B) La Conmebol va a tener que reforzar las medidas de seguridad.
- C) Una alumna de la provincia de Barranca fue becada por el MIT.
- D) La voleibolista que tiene años de experiencia ganó una medalla.
- E) Debido a un retraso en el vuelo, ellos no pudieron llegar al evento.

**Solución:**

La proposición subordinada *que tiene años de experiencia* es clasificada como adjetiva porque modifica al núcleo de la FN antecedente *voleibolista*.

Rpta.: D



3. La variada clasificación de la oración compuesta por subordinación responde a la función específica que en ella cumple la proposición subordinada. Correlacione la columna de oraciones compuestas por subordinación con la de su clasificación correspondiente y marque la alternativa correcta.

- |                                                              |                       |
|--------------------------------------------------------------|-----------------------|
| I. Fueron sancionados económicamente por no sufragar.        | a. Adverbial temporal |
| II. Después de nadar en la piscina, debes tomar un baño.     | b. Adj. explicativa   |
| III. Ella nos comunicó que vendría después del mediodía.     | c. Sustantiva OD      |
| IV. El escritor, cuyo libro presenta mañana, es sanmarquino. | d. Adverbial causal   |

A) Ib, IIa, IIIc, IVd  
D) Ib, IIc, IIId, IVa

B) Id, IIc, IIIb, IVa  
E) Id, IIb, IIIa, IVc

C) Id, IIa, IIIc, IVb

**Solución:**

La correlación adecuada es la siguiente:

- |                                                                      |                       |
|----------------------------------------------------------------------|-----------------------|
| I. Fueron sancionados económicamente <u>por no sufragar</u> .        | d. Adverbial causal   |
| II. <u>Después de nadar en la piscina</u> , debes tomar un baño.     | a. Adverbial temporal |
| III. Ella nos comunicó <u>que vendría después del mediodía</u> .     | c. Sustantiva OD      |
| IV. El escritor, <u>cuyo libro presenta mañana</u> , es sanmarquino. | b. Adj. explicativa   |

**Rpta.: C**

4. La oración compuesta por subordinación adjetiva se clasifica en especificativa o explicativa según la proposición subordinada sea capaz o no de restringir el significado del conjunto de elementos designado por el núcleo nominal. De acuerdo con esta aseveración, señale la alternativa que corresponde a una oración compuesta por subordinación adjetiva especificativa.

- A) El Gobierno prorrogará el estado de emergencia para preservar el orden interno.  
B) Ese decreto supremo que firmaron ayer será publicado en el diario *El Peruano*.  
C) Mientras otros no aprovechan el tiempo, nosotros estudiamos esforzadamente.  
D) Lo lindo de esta vida es poder compartir momentos con mis amigos y familiares.  
E) En casa, vivimos con la esperanza de que pronto te recuperes de la enfermedad.

**Solución:**

La proposición subordinada *que firmaron ayer* funciona como adjetiva especificativa del nombre *decreto*.

**Rpta.: B**

5. En la oración compuesta por subordinación adjetiva explicativa, la proposición subordinada no restringe el significado del núcleo nominal, sino introduce una aseveración secundaria acerca de toda la frase nominal precedente. Marque la alternativa que se corresponde con esta definición.

- A) Paolo, según la sentencia dada, debes recibir una indemnización.  
B) Juana, mi prima residente en el extranjero, es bombera voluntaria.  
C) Un poblado, que queda muy lejos de esta zona, necesita ayuda.  
D) Ayer, aunque muy cansado, el chofer realizó todas las entregas.  
E) Por favor, continuemos llevando alimentos de primera necesidad.



**Solución:**

La proposición subordinada *que queda muy lejos de esta zona* funciona como adjetiva explicativa de la frase nominal *un poblado*.

**Rpta.: C**

6. La oración compuesta por subordinación adverbial supone el caso de toda una proposición subordinada en función de un adverbio. Según ello, señale la alternativa que cumple esta característica.

- A) Me alegra verte tan entusiasmado con el viaje.
- B) Por mi orden y limpieza, puedo estar tranquilo.
- C) La botella que tiene tapa roja no es desechable.
- D) Mi hermana estudia escuchando música clásica.
- E) Sara ahora vive en la ciudad donde nací y crecí.

**Solución:**

La proposición subordinada *escuchando música clásica* funciona como adverbial modal porque denota la manera en que se desarrolla el evento verbal.

**Rpta.: D**

7. La oración compuesta por subordinación adverbial se clasifica, semánticamente, por el tipo de circunstancia que la proposición subordinada le imprime al evento verbal. De acuerdo con la información leída, seleccione la alternativa que corresponde a la oración compuesta por subordinación adverbial condicional.

- I. Preparé el pastel de chocolate como me enseñaste en el taller.
- II. Encontraré la puerta cerrada como vaya después de las cinco.
- III. Siempre me pregunto si este año podremos viajar en verano.
- IV. No debemos viajar con ellos si no compartimos sus aficiones.

- A) III y IV      B) II y III      C) III y IV      D) I y IV      E) II y IV

**Solución:**

En I, la proposición *como me enseñaste en el taller* es subordinada adverbial modal.

En III, la proposición *si este año podremos viajar en verano* es subordinada sustantiva OD.

En los enunciados II y IV aparecen las proposiciones subordinadas condicionales *como vaya después de las cinco* y *si no compartimos sus aficiones* respectivamente.

**Rpta.: E**

8. La clasificación de la oración compuesta por subordinación adverbial tiene que ver con el significado expresado en la proposición subordinada. De acuerdo con ello, la oración compuesta por subordinación adverbial *Recuerda que no debes usar el celular hasta que haya cargado de manera completa* es reconocida como

- A) causal.
- B) de finalidad.
- C) modal.
- D) locativa.
- E) temporal.



**Solución:**

La proposición subordinada *hasta que haya cargado de manera completa* denota el tiempo con que se desarrollará el evento verbal.

**Rpta.: E**

9. La oración compuesta por subordinación adverbial concesiva expresa la objeción o dificultad para el cumplimiento del evento denotado por la proposición principal. De acuerdo con ello, marque la alternativa que corresponde a esta clase de oración.

- A) Al salir de la universidad, iré al cine con mis primos.
- B) Dejaré este departamento cuando venza el contrato.
- C) Si bien aún está enfermo, trabaja de manera virtual.
- D) Confiamos en que sabrás proceder con mucho tino.
- E) Apenas llegó a casa, se puso a formatear su *laptop*.

**Solución:**

La proposición subordinada *si bien aún está enfermo* expresa la objeción para el cumplimiento del evento expresado en la proposición principal.

**Rpta.: C**

10. La oración compuesta por subordinación adverbial expresa una gama de circunstancias en las que se desarrolla el evento verbal. Correlacione la columna de oraciones compuestas por subordinación adverbial con la de su clasificación correspondiente y marque la alternativa adecuada.

- |                                                                    |                 |
|--------------------------------------------------------------------|-----------------|
| I. A pesar de que ya reforzaron la seguridad, fuimos asaltados.    | a. Consecutiva  |
| II. Lía, si te comportas de esa manera, no te querrá en su grupo.  | b. Condicional  |
| III. Se formó tal tráfico que estuve más de una hora en ese lugar. | c. De finalidad |
| IV. Fuimos a la reunión para informarnos sobre el próximo paseo.   | d. Concesiva    |

- A) Id, IIa, IIIc, IVb
- D) Id, IIb, IIIa, IVc

- B) Ib, IIc, IIId, IVa
- E) Ic, IId, IIIf, IVa

- C) Ic, IId, IIIa, IVb

**Solución:**

La correlación adecuada es la siguiente:

- |                                                                            |                 |
|----------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| I. <u>A pesar de que ya reforzaron la seguridad</u> , fuimos asaltados.    | d. Concesiva    |
| II. Lía, <u>si te comportas de esa manera</u> , no te querrá en su grupo.  | b. Condicional  |
| III. Se formó tal tráfico <u>que estuve más de una hora en ese lugar</u> . | a. Consecutiva  |
| IV. Fuimos a la reunión <u>para informarnos sobre el próximo paseo</u> .   | c. De finalidad |

**Rpta.: D**

11. En el enunciado *Terminada la clase, Rafael, quien estudia desde el año pasado aquí, nos propuso crear un grupo de estudios para que fortalezcamos nuestros conocimientos*, el número de proposiciones subordinadas es

- A) dos.
- B) cinco.
- C) cuatro.
- D) tres.
- E) seis.



**Solución:**

Las proposiciones subordinadas adverbiales son cuatro: *terminada la clase* (subordinada adverbial temporal), *quien estudia desde el año pasado aquí* (subordinada adjetiva explicativa), *crear un grupo de estudios* (subordinada sustantiva OD) y *para que fortalezcamos nuestros conocimientos* (subordinada adverbial de finalidad).

**Rpta.: C**

12. El empleo de los relativos (*que, cual, quien, cuyo, como, cuando, donde, etc.*) está estrictamente normado por la RAE. Ubique la alternativa que denota adecuado empleo del relativo.

- A) El alumno **que** te hablé ayer es muy destacado en el colegio.
- B) André es el amigo en **que** confío desde hace muchos años.
- C) Recuerda analizar esta frase **que** su estructura es errónea.
- D) Consuman alimentos **donde** hallen las vitaminas A, C y D.
- E) El policía observó todo **cuanto** ocurrió en ese lejano lugar.

**Solución:**

El enunciado se presenta uso adecuado del relativo *cuanto* para el antecedente *todo*. En los demás, deben presentarse de la siguiente manera:

- A) El alumno **de quien** te hablé ayer es muy destacado en el colegio.
- B) André es el amigo **en quien** confío desde hace muchos años.
- C) Recuerda analizar esta frase **cuya** estructura es errónea.
- D) Consuman alimentos **en los que** hallen las vitaminas A, C y D.

**Rpta.: E**

## Literatura

### EJERCICIOS DE CLASE

1. El indigenismo se define como un movimiento literario, cultural y artístico, el cual postuló, fundamentalmente, la reivindicación del indígena. Esta propuesta se manifestó en un contexto en el cual se apreciaba
- A) la difusión que experimentaron las ciencias formales gracias a Mariátegui.
  - B) un rechazo a la dependencia de los capitales provenientes del extranjero.
  - C) una gran efervescencia política durante las primeras décadas del siglo XX.
  - D) el desarrollo del primer gobierno de Augusto B. Leguía, entre 1908 y 1912.
  - E) la creación de organizaciones políticas, como es el caso de Acción Popular.



**Solución:**

El indigenismo enmarca su desarrollo en un contexto en el cual se percibe una importante efervescencia política, como consecuencia de ello aparecieron partidos políticos como Alianza Popular Revolucionaria Americana (APRA) y el Partido Comunista.

**Rpta.: C**

2. La vida había cambiado mucho. No solamente porque las casas eran más pequeñas y los cultivos distintos. Ni porque nadie llegaba ahora de visita a la comunidad, salvo el Fiero Vásquez, que apareció dos veces para conversar con Doroteo al borde de la laguna. Ni, en fin, porque el paisaje fuera diferente. Todos los detalles de la existencia se habían modificado [...]. En los totorales de la laguna los patos rara vez se dejaban ver. El ganado mugía, relinchaba y balaba inquietante. Las ovejas se amedrentaban al paso frecuente de los cóndores. En la tierra negra y dura de las chacras, los sembríos crecían con lentitud.

Luego de leer el fragmento citado, perteneciente a la novela *El mundo es ancho y ajeno*, de Ciro Alegría, y considerando el argumento de la obra, se puede deducir que

- A) los habitantes de Rumi han sido despojados de sus tierras de manera injusta.
- B) la naturaleza y la fauna se estremecen ante la posibilidad de un nuevo juicio.
- C) los comuneros todavía no se adaptan a las condiciones que les ofrece Umay.
- D) el día a día en Yanañahui se ha modificado durante el primer juicio de linderos.
- E) la vida en Rumi es muy distinta desde que Benito Castro ha sido electo alcalde.

**Solución:**

Del fragmento citado, se infiere que las tierras de los comuneros de Rumi han sido expropiadas injustamente, ahora ellos se están adaptando a las nuevas condiciones climáticas y geográficas que les ofrece Yanañahui.

**Rpta.: A**

3. Marque la alternativa que contiene la secuencia correcta de verdad (V o F) de los siguientes enunciados sobre el argumento de la novela *El mundo es ancho y ajeno*, de Ciro Alegría.

- I. Bismarck Ruiz realiza un trabajo ineficiente, favoreciendo así al gamonal de Umay.
- II. La hechicera Nasha Suro pronostica la destrucción de la comunidad campesina.
- III. El alcalde Maqui es encarcelado por haber robado el ganado de Álvaro Amenábar.
- IV. El Fiero Vásquez y Benito Castro son acibillados por defender las tierras de Rumi.

- A) VFVV      B) VVVF      C) FVVF      D) VVFF      E) VVVF

**Solución:**

I. El proceder de Bismarck Ruiz va a favorecer a Álvaro Amenábar puesto que este ya lo había sobornado. (V) II. Nasha Suro, quien es una hechicera, predice la aniquilación de Rumi. (V) III. El anciano Maqui es encarcelado injustamente, se le acusa de haber robado el ganado del gamonal cuando en realidad buscaba recuperar un toro de la comunidad campesina. (F) IV. El Fiero Vásquez muere en extrañas circunstancias, antes del retorno de Benito Castro, quien perezca acibillado en el último tiroteo. (F)

**Rpta.: D**



4. ¿Qué tema de la novela *El mundo es ancho y ajeno*, de Ciro Alegría, se puede inferir en el siguiente fragmento de la obra?

Cuando los primeros albores de mi razón, lo primero que distinguí fue el señorío de la injusticia reinante sobre los moradores pobres e indefensos de mi bendito pueblo, muy a pesar de llamarse Pueblo Libre. ¿De dónde venía aquella injusticia? Sencillamente de los malos gobiernos, como producto de la complicidad de los mandones y explotadores eternos distritales, que para desgracia de nuestro pueblo aún existen bajo los siniestros nombres de Gobernadores, Alcaldes, Jueces de Paz y Recaudadores. Estos individuos con careta de autoridades no son más que lobos con pellejo de cordero, que cada día ahondan más la miseria moral y material de nuestra raza.

- A) La justicia al servicio de los gamonales y comuneros
- B) La corrupción de los funcionarios gubernamentales
- C) La valiente lucha del indio en defensa de sus tierras
- D) La sabiduría popular expresada mediante la arenga
- E) La comunidad concebida como un espacio solidario

**Solución:**

Después de leer el fragmento citado, perteneciente a la novela *El mundo es ancho y ajeno*, en el que se aprecia parte del discurso de un personaje incidental llamado Pajuelo, se puede colegir el tema de la corrupción de funcionarios, pues estas autoridades se desempeñan en favor de los intereses de los más poderosos y, al mismo tiempo, maltratan a los más desposeídos.

**Rpta.: B**

5. Marque la opción que contiene las afirmaciones correctas respecto del argumento de la novela *Los ríos profundos*, de José María Arguedas.

- I. El protagonista visita el Cusco y conoce al Viejo, un hacendado déspota.
- II. El Lleras obsequia a Ernesto un *zumbayllu* en el internado de Abancay.
- III. Las chicheras se rebelan debido al maltrato que sufría la opa Marcelina.
- IV. Los indios colonos viven en la miseria y Ernesto se compadece de ellos.

- A) I, II y IV      B) II, III y IV      C) II y III      D) I y II      E) I y IV

**Solución:**

I. Al inicio, Ernesto y su padre llegan al Cusco; allí el protagonista conocerá al Viejo, un hacendado que maltrata a sus sirvientes indígenas. (V) II. Antero lleva al internado de Abancay un *zumbayllu*, se lo regala a Ernesto e inician una amistad. (F) III. Se produce la rebelión de las chicheras, lideradas por doña Felipa, debido a la escasez de la sal. (F) IV. Ernesto visita la hacienda Patibamba y conoce la situación de terrible pobreza y exclusión en que viven los colonos. (V). Son correctos los enunciados I y IV.

**Rpta.: E**



6. Estuve esperando. Fue una misa corta. A la media hora, después que cesó el repique de las campanas, escuché un rumor grave que se acercaba. [...]  
— ¡Fuera peste! ¡Way jiebre! ¡Waaay...!  
[...] Las mujeres empezaban a cantar. Improvisaban la letra con la melodía funeraria de los entierros:  
Mamay María wañachisunki  
Taytay Jesús kañachisunki  
Niñuchantarik' sek'ochisunki  
¡Ay, way, jiebre!  
¡Ay, way, jiebre!  
Mi madre María ha de matarte,  
mi padre Jesús ha de quemarte,  
nuestro Niñito ha de ahorcarte.  
¡Ay, huay, fiebre!  
¡Ay, huay, fiebre!  
Seguirían cantando hasta la salida del pueblo. El coro se alejaba; se desprendía de mí.  
Llegarían a Huanupata, y juntos allí, cantarían o lanzarían un grito final de *harahui* [...]

A partir del fragmento citado de *Los ríos profundos*, novela de José María Arguedas, es correcto colegir que el suceso narrado se relaciona con

- A) la propagación de la peste de tifus y sus efectos en Abancay.
- B) el levantamiento de las chicheras y la repartición de la sal.
- C) la rebelión de los indios originado por el abuso de la Iglesia.
- D) el clima violento y agresivo que predomina en el internado.
- E) los rezos de los colonos cuando fallece la opa Marcelina.

**Solución:**

El fragmento citado de *Los ríos profundos* corresponde a la propagación del tifus, su llegada a Abancay y la misa pedida por los indios colonos para vencerla.

**Rpta.: A**

7. De acuerdo con el fragmento citado en la pregunta anterior, marque la opción que completa de manera correcta el siguiente enunciado: «En *Los ríos profundos* se plasma una visión andina del mundo; en ese sentido, la obra muestra
- A) los efectos de una educación opresora».
  - B) el desarraigo cultural de los personajes».
  - C) la explotación del sistema gamonalista».
  - D) una concepción animista de la realidad».
  - E) la violencia racial y social en los Andes».

**Solución:**

En *Los ríos profundos* se evidencia una cosmovisión animista o mágica de la realidad. En el fragmento, los indios colonos creen que la peste es un ser viviente y que se le puede dar muerte; de ahí que en sus cantos digan: «mi padre Jesús ha de quemarte, nuestro Niñito ha de ahorcarte».

**Rpta.: D**



8. En el siguiente fragmento de *Los ríos profundos*, de José María Arguedas, ¿qué tema desarrollado en la novela se aprecia?

[...] los días domingos, salía precipitadamente del Colegio, a recorrer los campos, a aturdirme con el fuego del valle.

Bajaba por el camino de los cañaverales, buscando el gran río. Cuanto más descendía, el camino era más polvoriento y ardoroso; los pisonayes formaban casi bosques [...]

A veces, podía llegar al río, tras varias horas de andar. Llegaba a él cuando más abrumado y doliente me sentía. Lo contemplaba, de pie sobre el releje del gran puente, apoyándome en una de las cruces de piedra que hay clavadas en lo alto [...]

Yo no sabía si amaba más al puente o al río. Pero ambos despejaban mi alma, la inundaban de fortaleza y de heroicos sueños.

- A) El sistema educativo alienante y autoritario
- B) La pérdida de la identidad del protagonista
- C) El nexo entre la naturaleza y el sujeto andino
- D) La marginación producto del mestizaje racial
- E) El complejo conflicto religioso del migrante

**Solución:**

En el fragmento se desarrolla la relación del hombre andino con la naturaleza. Esto se aprecia cuando Ernesto, personaje protagonista, establece vínculos entre sus emociones o comportamientos y el paisaje de las zonas andinas.

**Rpta.: C**

## ***Psicología***

### **EJERCICIOS DE CLASE**

1. En la etapa de operaciones formales, según Piaget, se desarrolla un pensamiento hipotético-deductivo. Identifique las afirmaciones correctas en relación con la etapa de relaciones formales.

- I. Se evidencia al plantear tres posibles rutas para llegar a un destino.
- II. Es compatible con el egocentrismo racional en la adolescencia.
- III. Está restringido a la elaboración de taxonomías por tamaño y forma.

- A) Solo I      B) Solo II      C) Solo III      D) I y II      E) II y III

**Solución:**

I y II. En la etapa operacional formal tiene la capacidad para representar objetos y situaciones supuestas o hipotéticas. Además, al ser también abstracto se evidencia en las argumentaciones centradas en el individuo, propias del egocentrismo racional durante la adolescencia.

**Rpta.: D**



2. Durante la adolescencia en la dimensión física están presentes las características sexuales primarias y secundarias. Con respecto a las características sexuales primarias es correcto afirmar que

- I. implica cambio en la voz en ambos sexos.
- II. presenta primera liberación de óvulos no fecundados.
- III. hay ausencia de vello púbico en las mujeres.

A) Solo I      B) Solo II      C) Solo III      D) I y II      E) II y III

**Solución:**

II. La menarquia es la liberación de óvulos y es una característica sexual primaria en el sexo femenino.

**Rpta.: B**

3. El razonamiento moral es el análisis que realiza un individuo para distinguir lo justo e injusto, lo bueno y lo malo, lo correcto e incorrecto. En relación con lo anteriormente mencionado, el acto de detenerse al manejar un vehículo ante la luz roja de un semáforo sólo cuando está presente un policía, evidencia un tipo de razonamiento moral que Lawrence Kohlberg denominó

- A) convencional.
- B) preoperatorio.
- C) preconventional.
- D) posconvencional.
- E) sensoriomotor.

**Solución:**

La moral pre convencional se caracteriza porque el sujeto piensa que se deben obedecer las reglas para evitar un castigo o para recibir recompensas.

**Rpta.: C**

4. La adultez intermedia es un período o etapa del ciclo vital, donde se presentan una serie de cambios cualitativos. De acuerdo con el desarrollo cognitivo típico de la adultez intermedia, es correcto afirmar que

- I. hay una marcada necesidad de trascender a nivel generacional.
- II. la calidad del razonamiento prevalece sobre la cantidad.
- III. se le denomina razonamiento post formal.

A) Solo I      B) II y III      C) Solo III      D) I y II      E) Solo II

**Solución:**

II. De acuerdo, al desarrollo cognitivo esperado en la adultez intermedia podemos esperar que las funciones cognitivas alcancen su máximo rendimiento, aunque disminuyen en cantidad.

**Rpta.: E**



5. De acuerdo con la teoría de Erik Erikson, una característica distintiva de la adultez temprana en la dimensión psicosocial sería aquella que implica
- A) dejar un legado, ser un ejemplo de vida.
  - B) hacer una evaluación de los logros alcanzados.
  - C) consolidar la identidad personal.
  - D) estar pendiente de la aprobación social.
  - E) establecer relaciones de afecto estable con otra persona.

**Solución:**

Erik Erikson plantea que el conflicto propio de la adultez temprana se denomina intimidad vs aislamiento el cual consiste en establecer relaciones sentimentales duraderas dado que se desarrolla la capacidad de establecer relaciones de confianza, compromiso y afecto con otra persona.

**Rpta.: E**

6. Neoptólemo ha empezado a investigar con respecto al origen de su nombre, al confirmar que es el nombre que se le asignó al hijo del guerrero Aquiles en la mitología griega, el cual fue tan valiente como su padre. Asume que, al realizar actos temerarios frente a sus compañeros, se le relacionará con valentía ajustando con los requerimientos de coraje de tan insigne nombre. Es correcto afirmar con respecto a lo mencionado que Neoptólemo puede experimentar lo que se denomina \_\_\_\_\_ que es propio de la etapa de del desarrollo denominada \_\_\_\_\_.
- A) fabulación personal – adolescencia
  - B) audiencia imaginaria – adultez temprana
  - C) egocentrismo racional – adolescencia
  - D) fabulación personal – adultez temprana
  - E) heteronomía – adolescencia

**Solución:**

Durante la adolescencia y en la dimensión cognitiva, la fabulación personal está referida creencia de que todo lo relacionado a él es único y especial, se considera invulnerable y asume riesgos innecesarios como participar en peleas o practicar deportes violentos.

**Rpta.: A**

7. Octavio se encuentra en una comunidad terapéutica, ya durante tres años, el viene a Lima desde Piura, en este tiempo ha mostrado buen comportamiento y adaptación al tratamiento. Un día, al realizar la sesión psicológica, le dice a su terapeuta: «siento que estoy dejando de vivir, yo quiero casarme y tener hijos, ya cuando regrese a mi tierra, nadie me va a reconocer y no voy a cumplir mi sueño, voy a estar solo». Podemos inferir que Octavio se encuentra en la etapa de vida llamada \_\_\_\_\_ mostrando una característica de su dimensión \_\_\_\_\_.
- |                                   |                                 |
|-----------------------------------|---------------------------------|
| A) adultez intermedia – cognitiva | B) adultez tardía – psicosocial |
| C) adultez temprana – psicosocial | D) adultez intermedia – física  |
| E) adultez tardía – cognitiva     |                                 |



**Solución:**

En el ciclo vital adultez temprana se presenta la dimensión psicosocial que se expresa la crisis de intimidad versus aislamiento.

**Rpta.: C**

8. Maruja siente que tiene mucha responsabilidad, trabaja mucho, apoya económicamente a sus hijos y padres, su experiencia profesional la entrega a las personas jóvenes. Estas características son propias de la etapa de vida llamada \_\_\_\_\_ expresando la dimensión \_\_\_\_\_.

A) adultez temprana – física  
C) senectud – psicosocial  
E) adolescencia – cognitiva

B) adultez tardía – cognitiva  
D) adultez intermedia – psicosocial

**Solución:**

Maruja se encuentra en la etapa de vida adultez intermedia expresando su dimensión psicosocial.

**Rpta.: D**

9. José es un hombre que trabajó muchos años en el comercio ambulatorio. Sus familiares observan que, últimamente cuando llega a la tienda se olvida lo que su esposa le pide. Además, se muestra triste y temeroso, ha coincidido que varios de sus amigos han fallecido. Por las situaciones mencionadas podemos inferir que estamos refiriéndonos a la etapa de vida llamada \_\_\_\_\_.

A) climaterio.  
D) senectud.

B) juventud.  
E) adolescencia.

C) adolescencia.

**Solución:**

José por las características mencionadas se encuentran en la senectud o adultez tardía.

**Rpta.: D**

10. En un aula de primero de secundaria de una institución educativa, las estudiantes presentan algunas diferencias, cada una tiene diversas maneras de entender el «fastidiarse», algunas lo toman a la broma y otras se incomodan. Este comportamiento se muestra en la etapa de la vida denominada \_\_\_\_\_ expresando la dimensión \_\_\_\_\_.

A) adolescencia – cognitiva  
C) vejez – física  
E) senectud – física

B) pubertad – psicosocial  
D) juventud – cognitiva

**Solución:**

En la adolescente se tiene un cambio cualitativo en su desarrollo cognitivo, representa objetos y situaciones supuestas o hipotéticas. Así, entiende perspectivas, plantea supuestos, etc. Tiene su propia perspectiva o punto de vista, lo cual puede llevarlo a tener diferencias con sus pares o familiares o conocidos.

**Rpta.: A**



## Educación Cívica

### EJERCICIOS DE CLASE

1. El Ministerio Público encuentra integrado al sistema de administración de justicia en la defensa de los derechos legales y constitucionales de la sociedad y vela por una recta y efectiva administración de justicia. Respecto a esta institución, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados:
- I. El Fiscal de la Nación es el que lo preside, y es elegido por la Junta Nacional de Justicia.
  - II. Vela por la independencia de los órganos jurisdiccionales y la recta administración de justicia.
  - III. Conduce desde su inicio la investigación del delito, acusa al presunto culpable, protege a las víctimas y testigos que colaboran con la justicia.
  - IV. Emite dictamen previo a las resoluciones judiciales en los casos que la ley contemple.
- A) VVFF      B) FVVV      C) FFVF      D) VFFV      E) FVVF

#### Solución:

- I. **Falso.** El Fiscal de la Nación (máximo representante) es elegido por la Junta de Fiscales Supremos Titulares.
- II. **Verdadero.** Vela por la independencia de los órganos jurisdiccionales y la recta administración de justicia.
- III. **Verdadero.** Conduce desde su inicio la investigación del delito, acusa al presunto culpable, protege a las víctimas y testigos que colaboran con la justicia.
- IV. **Verdadero.** Emite dictamen previo a las resoluciones judiciales en los casos que la ley contemple.

**Rpta.: B**

2. La Defensoría del Pueblo fue creada con la misión de proteger los derechos de la persona y la comunidad, con autonomía y énfasis especialmente en los grupos en situación de vulnerabilidad, mediante la supervisión al cumplimiento de las obligaciones del Estado. Respecto a esta institución, determine los enunciados correctos.
- I. El Defensor del Pueblo es elegido por los miembros de Tribunal Constitucional.
  - II. Defiende los derechos estipulados en la Constitución como los derechos fundamentales.
  - III. Supervisa la adecuada prestación de los servicios públicos a la ciudadanía, como los privados y estatales.
  - IV. Su representante goza de inmunidad y no está sujeto a mandato imperativo como un congresista.
- A) I y IV      B) II y IV      C) I y III      D) II y III      E) III y IV



**Solución:**

- I. **Incorrecto.** El Defensor del Pueblo es elegido con los dos tercios del número legal del Pleno del Congreso. El cargo dura 5 años y podrá ser reelegido solo una vez por igual periodo.
- II. **Correcto.** La Defensoría del Pueblo defiende los derechos estipulados en la Constitución como los derechos fundamentales.
- III. **Correcto.** Supervisa el cumplimiento de los deberes en las instancias de las instituciones del Estado, esto es en la parte administrativa.
- IV. **Incorrecto.** El Defensor del Pueblo no está sujeto a mandato imperativo y goza de inmunidad.

**Rpta.: D**

3. El Tribunal Constitucional es el órgano supremo de interpretación y control de la constitucionalidad. Se le ha confiado la defensa del principio de supremacía constitucional, es decir, como supremo intérprete de la Constitución. Respecto al enunciado, identifique la alternativa que contenga una de sus funciones.

- A) Conoce en instancia única la Acción de inconstitucionalidad.
- B) Examina en definitiva instancia un hábeas data denegado en el ejecutivo.
- C) Revisa y regula la garantía de Acción Popular.
- D) Revisa en última instancia y modifica un proceso de inconstitucionalidad.
- E) define el proceso Competencial planteado por el Congreso.

**Solución:**

- A) **Correcto.** Conoce en única instancia la acción de inconstitucionalidad.
- B) **Incorrecto.** Conocer, en última y definitiva instancia las resoluciones denegatorias de Hábeas data y otras garantías constitucionales denegadas por el Poder Judicial.
- C) **Incorrecto.** El proceso de Acción Popular no es revisado por el Tribunal Constitucional, está limitado su revisión en el Poder Judicial.
- D) **Incorrecto.** El Tribunal Constitucional revisa en instancia única el proceso de Inconstitucionalidad.
- E) **Incorrecto.** El proceso Competencial tiene la finalidad de corregir cualquier posible afectación al principio de separación de funciones del poder (entidades estatales).

**Rpta.: A**

4. La Junta Nacional de Justicia es un organismo constitucionalmente que tiene como misión la de nombrar, evaluar, ratificar y sancionar a jueces y fiscales y otras autoridades contribuyendo así con el fortalecimiento de la administración de justicia y la institucionalidad democrática. Con respecto a la organización y funciones que le corresponden a la Junta Nacional de Justicia, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados:

- I. Nombra a jueces y fiscales mediante concurso público de méritos y evaluación personal.
- II. Según la Constitución, puede nombrar, ratificar y destituir al jefe de la ONPE y Reniec.



- III. Sus miembros son elegidos mediante concurso por un periodo de cinco años sin reelección.
- IV. Está facultado por Constitución a aplicar una sanción a los congresistas con apoyo del Poder Judicial.

A) VFVV      B) VVVF      C) VFFV      D) FVFF      E) FFFV

**Solución:**

- I. **Verdadero.** La Junta Nacional de Justicia nombra, previo concurso público de méritos y evaluación personal, a los jueces y fiscales de todos los niveles. Esto lo realiza de manera autónoma.
- II. **Verdadero.** Según el Artículo N° 154 de la Constitución Política del Perú, la Junta Nacional de Justicia puede nombrar, ratificar y destituir a los jefes de la ONPE y el Reniec.
- III. **Verdadero.** Sus miembros son elegidos por un periodo de cinco años, además, se encuentra prohibida su reelección.
- IV. **Falso.** La Junta Nacional de Justicia puede aplicar la sanción de destitución a los jueces de la Corte Suprema y Fiscales Supremos; y, de oficio o a solicitud de la Corte Suprema o de la Junta de Fiscales Supremos, respectivamente, a los jueces y fiscales de todas las instancias. Los congresistas no están sujetos a ser sancionados por este organismo autónomo.

Rpta.: B

## Historia

### EJERCICIOS DE CLASE

1. El gobierno de Luis Miguel Sánchez Cerro (1931-1933) enfrentó importantes tensiones políticas y sociales en el Perú, incluyendo la creciente influencia de los partidos populares, la relación con la oligarquía y el manejo de conflictos con otros sectores del país. A lo largo de su mandato, impulsó varias medidas que impactaron tanto en la estructura económica como en la política. Respecto de ello, relacione las siguientes medidas y hechos importantes de dicho gobierno:

- |                                            |                                |
|--------------------------------------------|--------------------------------|
| I. Promulgación de la Constitución de 1933 | a. Conflicto con el aprismo    |
| II. Llegada de la Misión Kemmerer          | b. Vicepresidencias eliminadas |
| III. Aprobación de la Ley de Emergencia    | c. Severa crisis económica     |

A) Ic, IIa, IIIb      B) Ib, IIc, IIIa      C) Ib, IIa, IIIc      D) Ia, IIb, IIIc      E) Ic, IIb, IIIa



**Solución:**

Durante el gobierno de Luis Miguel Sánchez Cerro, se promulgó la Constitución de 1933, en la cual no figuraban los cargos de primer y segundo vicepresidentes. En este periodo también arribó al Perú la Misión Kemmerer, cuyo objetivo era proponer reformas fiscales y monetarias para superar la crisis económica. Finalmente, Sánchez Cerro promulgó la Ley de Emergencia, mediante la cual reprimió duramente a comunistas y apristas.

**Rpta.: B**

2. El primer gobierno de Manuel Prado Ugarteche (1939-1949) se caracterizó por importantes reformas económicas, el manejo de conflictos sociales y la modernización del país en el contexto de la Segunda Guerra Mundial. En ese sentido, relacione los siguientes eventos y medidas importantes de dicho gobierno:

- |                                                                               |                                                                        |
|-------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| I. Mantenimiento de la tolerancia al Partido Comunista del Perú               | a. Iniciativa para promover la modernización económica                 |
| II. Creación de las corporaciones de desarrollo, como Córpac                  | b. Confiscación de negocios y propiedades de la población italiana     |
| III. Alineamiento del Perú con los Aliados durante la Segunda Guerra Mundial. | c. Medida adoptada en el marco de la alianza de los EE.UU. con la URSS |

A) Ic, IIa, IIIb    B) Ib, IIc, IIIa    C) Ib, IIa, IIIc    D) Ia, IIb, IIIc    E) Ic, IIb, IIIa

**Solución:**

Durante el primer gobierno de Manuel Prado Ugarteche se mantuvo la tolerancia al PCP, en línea con la alianza de los EE.UU. con la URSS. Al respecto, el Perú se alineó con los Aliados durante la Segunda Guerra Mundial, razón por la cual confiscó negocios y propiedades de italianos y japoneses. Por último, se crearon las corporaciones de desarrollo, como Córpac, a fin de promover la modernización económica.

**Rpta.: A**

3. El general Manuel A. Odría tomó el poder mediante un golpe de Estado. Los años de su gobierno son recordados por el ejercicio de una política autoritaria y un notable crecimiento económico, impulsado por reformas liberales y, sobre todo, la favorable coyuntura internacional marcada por la Guerra de Corea. Sobre tal gobierno, señale el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. Se caracterizó por la fuerte represión del aprismo y del comunismo, valiéndose de la Ley de Seguridad Interior.
- II. Utilizó lemas como «Hechos y no palabras» y «Salud, educación y trabajo».
- III. Organizó elecciones en 1950, en las cuales Manuel A. Odría se presentó como único candidato.
- IV. Creó el Centro de Altos Estudios Militares, nombrando como primer director al general José del Carmen Marín Arista.

A) VFVV    B) FVVF    C) VVVF    D) FVVV    E) VVVV



**Solución:**

Durante el régimen de Odría hubo una fuerte represión contra los movimientos de izquierda, especialmente el aprismo y el comunismo. Por otro lado, su gobierno utilizó lemas como «Hechos y no palabras» y «Salud, educación y trabajo». Asimismo, en 1950 Odría organizó unas elecciones en las que fue el único candidato y «ganó» con amplia mayoría. Finalmente, creó el Centro de Altos Estudios Militares, cuyo primer director, el general José del Carmen Marín Arista, forjó una generación de militares reformistas.

**Rpta.: E**

4. En 1962 se estableció una Junta Militar de Gobierno, presidida por Ricardo Pérez Godoy, la misma que declaró nulas las elecciones generales aduciendo denuncias de fraude. Este periodo estuvo marcado por la intervención de las Fuerzas Armadas en la política y por la organización de nuevas elecciones en 1963. Sobre la Junta Militar de Gobierno, señale el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. Organizó elecciones en 1963, en las cuales ganó Fernando Belaunde Terry.
- II. Impulsó la creación del Banco de la Nación, a fin de impulsar la agricultura.
- III. Fue liderada por Ricardo Pérez, quien se perpetuó en el poder.
- IV. Intervino a causa del empate electoral entre Haya de la Torre y Belaunde.

A) VFVF      B) VVVF      C) VFFF      D) FVVF      E) VFVV

**Solución:**

La Junta Militar de Gobierno organizó las elecciones en 1963, donde Fernando Belaunde Terry resultó electo. Sin embargo, la creación del Banco de la Nación no fue una medida impulsada por la Junta Militar, ya que esta ocurrió durante el primer gobierno de Belaunde. Por otro lado, estuvo liderada por Ricardo Pérez Godoy, pero fue destituido en 1963 y reemplazado por Nicolás Lindley. Finalmente, la intervención militar se justificó aduciendo un fraude en las elecciones de 1962, no fue propiciada por un empate electoral entre Haya de la Torre y Belaunde.

**Rpta.: C**

5. Fernando Belaunde Terry asumió por primera vez la presidencia del Perú con un proyecto político reformista y orientado a la modernización del país. Durante su gobierno se impulsaron obras de infraestructura y se promovió una mayor descentralización. Sin embargo, su mandato también estuvo marcado por tensiones políticas y económicas que eventualmente lo llevaron a ser derrocado en 1968. En ese sentido, durante su gobierno se

- A) implementó el primer Plan Agrario Nacional del siglo XX.
- B) anuló el proyecto de la Carretera Marginal de la Selva.
- C) aprobaron reformas sociales gracias al apoyo del Congreso.
- D) promulgó una Ley de Reforma Agraria el 21 de mayo de 1964.
- E) estatizaron las industrias petrolera, minera y pesquera.



**Solución:**

El primer gobierno de Fernando Belaunde Terry estuvo orientado a la modernización del país y la descentralización. Aunque el proyecto de la Carretera Marginal de la Selva no se completó durante este gobierno, ciertamente fue un esfuerzo significativo. Por otro lado, sí se promulgó una Ley de Reforma Agraria el 21 de mayo de 1964, que afectó principalmente a las haciendas abandonadas e improductivas.

**Rpta.: D**

## Geografía

### EJERCICIOS DE CLASE

1. De acuerdo a Reglamento de la Ley 27795, respecto a la demarcación y organización política y como se encuentra conformado. Indique los enunciados correctos.
- I. Las circunscripciones tienen competencias y autonomías propias que buscan garantizar la unidad e integridad del Estado.
  - II. En el reglamento se detalla respecto a sus ámbitos de ejecución y resolución administrativa, económica y social.
  - III. Las circunscripciones en que se constituyen y organizan el Estado, en tres niveles, como nacional, regional y local.
  - IV. Dentro del reglamento, Lima Metropolitana se encuentra asignada a la región lima y provincias y goza de autonomía política.
- A) I y II      B) I y IV      C) II y IV      D) I, II y III      E) I y III

**Solución:**

- I. **Correcto.** Las circunscripciones, en los tres niveles asignados, como el local, regional y nacional, tienen competencias y autonomías propias que buscan garantizar la unidad e integridad del Estado.
- II. **Incorrecto.** El Reglamento de la Ley 27795, Ley de Demarcación y Organización territorial, el territorio peruano está conformado política y administrativamente por centros poblados, distritos, provincias y regiones.
- III. **Correcto.** Las circunscripciones en que se constituyen y organizan el Estado, en tres niveles, como nacional, regional y local y mantienen sus competencias y autonomías propias.
- IV. **Incorrecto.** La provincia de Lima, la capital de la República, no pertenece a ninguna región, posee, por ley, un régimen especial y se detalla en la ley 27783, Ley de bases sobre la Descentralización.

**Rpta.: E**



2. Las fronteras dejaron de ser solo espacios que delimitan el territorio y la soberanía nacional entre los Estados y más bien desde la perspectiva del desarrollo socioeconómico y la integración, donde se dan procesos económicos, económicos y sociales. Respecto al enunciado sobre los límites del Perú establezca el valor de verdad (V o F) de los enunciados.
- En la frontera de mayor extensión, con Brasil, se ven procesos económicos asociados a actividades ilícitas como narcotráfico y minería ilegal.
  - Con la firma del Tratado Solón Salomón - Lozano se estableció la frontera con Ecuador y se permitió el libre tránsito fluvial.
  - En la frontera con Ecuador, en la zona entre Huaquillas y Aguas Verdes hay familias binacionales, que transitan sin problemas.
  - El límite con Bolivia se da un proceso de conurbación en la zona de Desaguadero, donde encontramos una fuerte identidad cultural.

A) VFVF      B) FFVV      C) FVFF      D) VVFF      E) VVFF

**Solución:**

- Falso.** El límite de mayor extensión del Perú es con el Estado de Brasil y en esa frontera se extienden los ríos Yavarí, Purús y Acre, donde se dan una serie de procesos económicos y sociales de ambos lados.
- Falso.** El tratado Salomón – Lozano establece límites territoriales con el Estado de Colombia.
- Verdadero.** En la frontera con Ecuador, en la zona entre Huaquillas y Aguas Verdes hay familias binacionales, donde dentro de la pareja hay un miembro de cada nacionalidad, que transitan sin problemas de un lado a otro.
- Verdadero.** El límite con Bolivia se da un proceso de conurbación en la zona de Desaguadero, donde encontramos una fuerte identidad cultural por parte de la nación aimara.

**Rpta.: B**

3. La Ley Marco para el Desarrollo e Integración Fronteriza, define los espacios de frontera, establece los mecanismos de formulación, coordinación, ejecución y seguimiento de la Política Nacional de Desarrollo e Integración Fronterizas. En relación a las funciones establecidos dentro de cada espacio fronterizo, señale el enunciado correcto.
- La gestión y planificación de las políticas fronterizas se establecen en el área de frontera.
  - La incorporación económica es un proceso obligatorio de incorporación solo de las áreas fronterizas.
  - El conjunto de iniciativas públicas y privadas parten desde lo que establece la zona de frontera.
  - Los Estados en sus espacios fronterizos colindantes como las regiones fronterizas buscan sostenibilidad y desarrollo de los demás espacios.
  - El fortalecimiento de las capacidades de gestión regionales, son establecidas desde las políticas de las áreas y zonas fronterizas de frontera.



**Solución:**

La integración fronteriza contribuye a la sostenibilidad del desarrollo de los espacios de frontera y es un proceso orgánico convenido por dos o más Estados en sus espacios fronterizos colindantes.

**Rpta.: D**

4. En el año 2014, la Corte Internacional de Justicia de la Haya resolvió su fallo respecto al diferendo marítimo entre Perú y Chile. Respecto al fallo, señale los enunciados correctos.

- I. La resolución de La Corte es definitiva, vinculante e inapelable y de cumplimiento obligatorio de las partes.
- II. La Corte concluyó que la frontera marítima parte de la intersección del paralelo de latitud que pasa por el punto Concordia.
- III. Pone fin a la controversia sobre los límites marinos y servirá para que el Perú y Chile potencien sus relaciones bilaterales.
- IV. Establece que cada país puede tener una zona económica exclusiva de 188 millas marinas de ancho máximo.

A) II y IV

B) I y III

C) II y III

D) I y II

E) I, II y III

**Solución:**

- I. **Correcto.** De acuerdo a las leyes internacionales, la resolución de La Corte es definitiva, vinculante e inapelable y de cumplimiento obligatorio de las partes.
- II. **Incorrecto.** La Corte concluyó que la frontera marítima parte de la intersección del paralelo de latitud que pasa por el hito N° 1 con la línea de marea baja y no desde el punto Concordia como era la tesis peruana.
- III. **Correcto.** La Corte es definitiva, vinculante e inapelable y de cumplimiento obligatorio de las partes, motivo por el cual se pone fin a la controversia sobre los límites marinos y servirá para que el Perú y Chile potencien sus relaciones bilaterales.
- IV. **Incorrecto.** La Convemar establece que cada país puede tener una Zona Económica Exclusiva de 188 millas marinas de ancho como máximo, en la que tendría derecho de soberanía para los fines de explorar, explotar, conservar y administrar los recursos naturales.

**Rpta.: B**



# Economía

## EJERCICIOS DE CLASE

1. El BCR ratificó su estimado de crecimiento de la economía para el siguiente año en un 3%, menor nivel al que se registraría este 2024. Sobre este panorama, resaltó un mayor dinamismo de la inversión privada, que se expandiría en 4.1% y ya no solo 3%. “Para 2025, se espera un mayor crecimiento de la inversión privada debido al inicio de la construcción del proyecto minero Tía María”, se reportó en la presentación. Si bien la inversión pública tiene un importante desempeño en este 2024, Velarde comentó que, para el siguiente año, esta se moderaría, considerando que se tiene que «controlar el déficit fiscal».

Fuente: <https://gestion.pe/economia/bcr-economia-creceria-31-este-ano-pero-hay-un-sesgo-al-alza-economia-peruana-noticia/>

De lo expuesto en el texto determine el criterio de verdad (V o F).

- I. La economía peruana crecería 4.1% el año 2025.
- II. Se estima un crecimiento económico del 3% para el año 2025.
- III. El inicio proyecto minero Tía María impulsaría el crecimiento de la inversión privada.
- IV. Según el presidente del BCRP el déficit fiscal se incrementaría significativamente.
- V. La inversión privada se expandiría en 4.1%.

A) VVVVV    B) VFVFV    C) FVVVF    D) VVFVV    E) VFFVF

### Solución:

Hablar de crecimiento económico es referirse al incremento de la producción y para que esto ocurra es importante la inversión. La minería aporta al PBI, por tanto, en la medida que se impulse la inversión en un proyecto minero, implicará aumentar la producción.

**Rpta.: C**

2. Cientos de miles de personas se verían afectadas en los próximos meses por niveles catastróficos de inseguridad alimentaria que bordean la inanición, impulsados principalmente por la violencia y el conflicto, advirtió un nuevo informe conjunto de dos agencias especializadas de la ONU divulgado este jueves. El estudio del Programa Mundial de Alimentos (PMA) y la Organización para la Alimentación y la Agricultura (FAO) sostuvo que sin una acción humanitaria inmediata y concertada para superar las enormes limitaciones de acceso y resolver los conflictos en curso, «es probable que haya más hambruna y muertes» en los cinco puntos más críticos de hambre en la actualidad: Haití, Mali, los territorios palestinos ocupados, Sudán del Sur y Sudán.

Fuente: ONU - 31 de octubre 2024.

URL: <https://news.un.org/es/story/2024/10/1533916>



De lo expuesto anteriormente y de acuerdo a la teoría estudiada se deduce que

- A) los países mencionados tienen un IDH satisfactorio.
- B) son suficientes los esfuerzos de la FAO para eliminar la insuficiencia alimentaria.
- C) la inseguridad alimentaria afectará el IDH de la población de los países mencionados.
- D) la calidad de vida de Sudán del Sur y Haití es mejor que en Mali y Sudán.
- E) el IDH no considera el grado de alimentación de una población.

**Solución:**

El Índice de Desarrollo Humano (IDH) es un índice basado en una serie de indicadores sociales que buscan evaluar el bienestar general de las sociedades.

Se basa en los siguientes factores:

- a.- Esperanza de vida al nacer (como indicador del nivel de salud de la población).
- b.- Tasas de alfabetización de adultos, de inscripción escolar en los niveles primarios, secundarios y superior.
- c.- PBI per cápita.

En la medida de que la población tenga mejores ingresos económicos podrá satisfacer mejor sus necesidades básicas como la alimentación. Por otro lado, el Estado debe garantizar las mejores condiciones de vida de las personas que permita una mejor condición de vida.

**Rpta.: C**

3. La esperanza de vida en el Perú se ha reducido de 76 a 73 años entre el 2019 y el 2024, de acuerdo al último reporte del Índice de Desarrollo Humano (IDH) del Programa De Las Naciones Unidas Para El Desarrollo (PNUD).  
«Es notable destacar que hemos perdido alrededor de 3 años de esperanza de vida al nacer (de 76 a 73 años), la que se sitúa en los niveles de hace más de una década», asevera la organización adscrita de la ONU.  
Fuente: Infobae – marzo 2024.

De acuerdo a lo estudiado, el factor indicado en el texto anterior corresponde al

- A) Índice de Precios al Consumidor.
- B) Índice de Desarrollo Humano.
- C) PBI per cápita.
- D) Ingreso Disponible.
- E) Índice de nacimientos.

**Solución:**

La esperanza de vida al nacer es un factor del Índice de Desarrollo Humano que mide la calidad de vida de una población teniendo en cuenta además los factores tasa de analfabetismo y PBI per cápita.

**Rpta.: B**



4. El 23 de octubre de 2024, Elmer Huamán, jefe de Proyectos del Centro para la Competitividad y el Desarrollo del Cusco, señaló que la industria minera y de gas han contribuido ampliamente al desarrollo de la región. Actualmente, la región tiene un PBI anual de S/ 15,000 por persona, lo cual representa un incremento que cuadruplica el PBI por persona del año 1994, en que alcanzaba S/ 4,900.

El texto anterior se refiere al \_\_\_\_\_ el cual a su vez indica que el \_\_\_\_\_ mejoró en Cusco según la información brindada.

- A) IPC – IDH  
B) PBI per cápita – IDH  
C) PBI per cápita – IPC  
D) IDH – Índice de analfabetismo  
E) IDH – IPC

**Solución:**

Uno de los factores del Índice de Desarrollo Humano (IDH) es precisamente el PBI per cápita, es decir la parte del PBI que le corresponde a cada persona.

**Rpta.: B**

5. El Objetivo de Desarrollo Sostenible 8 (ODS 8) pretende promover el crecimiento económico inclusivo y sostenible, el empleo y el trabajo decente para todos.

Diversas crisis amenazan gravemente la economía mundial. Se prevé que el crecimiento real del PIB mundial per cápita se desacelere en 2023. Las difíciles condiciones económicas empujan a más trabajadores al empleo informal.

Se ha producido un incremento de la productividad laboral y un descenso de la tasa de desempleo a escala mundial. No obstante, es necesario seguir avanzando para mejorar las oportunidades de empleo, especialmente entre jóvenes, reducir el empleo informal y la desigualdad en el mercado laboral (sobre todo en lo que respecta a la brecha salarial entre hombres y mujeres), promover entornos de trabajo seguros y protegidos y mejorar el acceso a los servicios financieros para garantizar un crecimiento económico sostenido e inclusivo.

Luego de leer el texto anterior determine el criterio de verdad (V o F).

- I. Se ha producido un incremento de la productividad laboral y un descenso de la tasa de desempleo a escala mundial.  
II. El ODS 8 busca disminuir la brecha salarial entre hombres y mujeres.  
III. Al incrementarse la productividad laboral aumenta la tasa de desempleo.  
IV. Las crisis diversas en el mundo afectan al PBI per cápita.  
V. Al crecer la economía se incrementa el desempleo.

- A) FVFFV      B) FFVVF      C) VVFVF      D) VFFVV      E) FFFVF

**Solución:**

El texto hace referencia al Objetivo de Desarrollo Sostenible 8 que tiene por objetivo mejorar las condiciones del trabajo como eje principal para el crecimiento de la economía.

**Rpta.: C**



6. Es el agregado que mide producción para un país y que toma en consideración el desgaste que sufre los bienes de capital, lo que obliga a que se tenga que reservar recursos para reponer estos activos y que permita que la economía mantenga por lo menos sus niveles de producción. Nos referimos al

A) Producto Nacional Bruto.  
C) Ingreso Disponible.  
E) PBI per cápita.

B) Producto Nacional Neto.  
D) Producto Bruto Interno.

**Solución:**

El Producto Nacional Neto para su respectiva medición toma en cuenta lo que se denomina el desgaste del capital físico o depreciación. Estos recursos deberán ser reservados para la reposición de maquinaria que por su propio desgaste en la actividad productiva se le tiene que reemplazar por activos nuevos.

**Rpta.: B**

7. El Banco Mundial ha venido promoviendo en los últimos años que los gobiernos establezcan políticas públicas que contribuyan a lograr los Objetivos de Desarrollo Sostenible en aras de mejorar la calidad de vida de la población. Indique cual no es una acción para lograr estos objetivos.

A) Poner fin a la pobreza  
B) Salud y educación  
C) Producción y consumos sostenibles  
D) Uso de energías renovables y sostenibles  
E) Aplicar impuestos a las grandes empresas para reducir la pobreza

**Solución:**

Dentro de los 17 Objetivos de Desarrollo Sostenible no se contempla la implementación de una política tributaria hacia las inversiones de las grandes corporaciones en el mundo que procure a los Estados del mundo contar con recursos para lograr las metas de estos objetivos.

**Rpta.: E**

8. Los datos sobre la venta de inmuebles nuevos en la capital reflejan que la situación económica está mejorando de forma muy notable en el último trienio. El crecimiento que ha experimentado esta actividad en el primer trimestre, confirma que estamos en la fase de \_\_\_\_\_ del ciclo económico.

A) crecimiento  
D) expansión

B) fondo  
E) recesión

C) auge

**Solución:**

La expansión: Es una fase caracterizada por la expansión de la producción y la demanda de inmuebles, lo que produce el crecimiento de la economía.

**Rpta.: D**



9. Cuando las economías experimentan periodos de expansión y periodos de contracción a largo plazo, se observa que la producción y el desempleo guardan una relación. Así, cuando la economía termina su fase de expansión y se registra una declinación de la producción durante \_\_\_\_\_ se considera que estamos en la fase de \_\_\_\_\_ donde se presenta un aumento del desempleo.
- A) dos trimestres consecutivos – recesión  
B) tres trimestres consecutivos – crisis  
C) tres meses consecutivos – depresión  
D) dos trimestres consecutivos – depresión  
E) dos trimestres consecutivos – crisis

**Solución:**

La teoría de los ciclos económicos explica que, ante una caída del PBI durante dos trimestres consecutivos, la economía se declara en recesión, donde disminuye la inversión, cae la producción, aumenta el desempleo, bajan los salarios.

**Rpta.: A**

10. La empresa constructora EDIFICAR S.A. viene realizando obras en todo el país, producto del buen trabajo realizado desde los inicios de sus operaciones, ha ganado un gran prestigio, ya que, sus trabajos son llamativos y duraderos, por lo tanto, expande su producción en construcción cada vez más, aumenta su demanda, mejora su inversión y las expectativas en cuanto a la empresa se hacen cada vez más favorables. De acuerdo al enunciado lo indicado se relaciona con la fase conocida como
- A) expansión.                      B) cima o auge.                      C) recesión.  
D) fondo.                          E) depresión.

**Solución:**

La fase conocida como ciclo de expansión o recuperación es una fase caracterizada por la expansión de la producción, la demanda de bienes y servicios; y el empleo.

**Rpta.: A**

## *Filosofía*

### **LECTURA COMPLEMENTARIA**

Malévich estaba deslumbrado y entusiasmado por la emergencia del arte cubista, pero lo asimilaba a través de la estética futurista: una estética que, en muchos sentidos, era antitética a sus propósitos. Y los escritos de Malévich confirman lo que dicen nuestros ojos cuando comparamos sus pinturas de 1912-1914 con la de sus mentores franceses [las pinturas de Malévich eran absolutamente abstractas].

Los cubistas comenzaron fragmentando y analizando los objetos para, en el caso de Braque, aproximarse a ellos y tocarlos visualmente y, al abrirlos al espacio que los rodeaba, buscaba igualmente tocar el espacio existente entre ellos. Picasso explotó el punto de vista variable para poseer el objeto en su totalidad. Malévich, por el contrario, pensaba que lo que estaban haciendo Picasso y Braque era destruir la identidad de las cosas. *Gracias a la pulverización*



del objeto, los cubistas abandonan el campo de la objetividad, declaró en 1919. En el cubismo sintético, los elementos pictóricos abstractos están reunidos o transformados en presencias o modelos identificables que se enfrentan a sus homólogos en el mundo tangible que nos rodea; son ensamblados, agregados. Malévich, por contra, veía los cuadros del cubismo sintético como si se rompieran en pedazos dinámicamente. Se refería al cubismo como *lleno de fuerza explosiva* y estaba convencido que *toda materia se desintegra en un gran número de partes componentes que son completamente independientes*.

Golding, J. (2003). *Caminos a lo absoluto*. Madrid, Turner-FCE, p. 58-60

1. Considerando el texto leído, se deduce que el cubismo

- A) acepta que los objetos se desintegran subjetivamente.
- B) se aparta del camino o campo de la objetividad.
- C) hace representaciones que no son siempre objetivas.
- D) busca analizar y conocer los objetos representados.
- E) es una corriente con una estética subjetivista.

**Solución:**

El autor del texto señala aspectos esenciales del cubismo, refiriéndose a sus impulsores, Picasso y Braque. Naturalmente resalta que el cubismo es un arte enteramente objetivista, y nos muestra la realidad desde varias perspectivas. Las obras cubistas buscan analizar y conocer la realidad objetiva a través de sus representaciones (en contra del subjetivismo que sustentaba Malévich).

**Rpta.: D**

**EJERCICIOS DE CLASE**

1. Alberto, un estudiante de arte, tuvo la oportunidad de viajar y conocer recientemente el MoMA en Nueva York, junto con dos amigos. En dicho museo norteamericano pudo apreciar el cuadro «La canción de amor» del italiano Giorgio de Chirico. La primera impresión que tuvo de esta pintura fue la de estar apreciando un paisaje que pertenece propiamente a los sueños, con un llamativo elemento en la composición que simboliza la nostalgia: la sombra de un tren (el padre de De Chirico era ferroviario). Señale el enunciado afín a la apreciación del estudiante sobre el cuadro.

- A) Se trata de una obra abiertamente modernista.
- B) Manifiesta elementos de la cultura popular.
- C) Es una pintura con claros rasgos surrealistas.
- D) Tiene una tendencia notoria al abstraccionismo.
- E) Evidencia un objetivismo afín al impresionismo.

**Solución:**

Actualmente es muy conocido y aceptado que la pintura metafísica del italiano Giorgio de Chirico influyó decisivamente en el desarrollo del surrealismo. Es muy recurrente en su obra el anhelo por el pasado perdido y una visión onírica de la realidad. Sus cuadros ya manifiestan los rasgos que definirán el arte surrealista.

**Rpta.: C**



2. Las mujeres shipibo-konibo practican la técnica de tejer, aunque cada vez esta práctica se hace menos porque muchas de ellas prefieren adquirir telas de origen industrial para elaborar sus vestidos. Un tejido de algodón que realizan las mujeres shipibo-konibo es conocido como *chintonti*, que es una falda envolvente tradicional. Su elaboración artesanal es bastante laboriosa y toma dos meses hacer una sola prenda. El proceso comienza con la producción de hilos a partir de algodón con una hiladora de cerámica. Considerando lo expresado, señale el enunciado que tenga más relación con lo expresado sobre el *chintonti*.
- A) Dicho tejido artesanal pertenece a las llamadas *bellas artes*.
  - B) Su venta produce adecuados ingresos para las tejedoras.
  - C) Se debería proponer la producción industrial del *chintonti*.
  - D) Forma parte de la identidad cultural de los shipibo-konibo.
  - E) Podemos apreciarlas con frecuencia en ferias artesanales.

**Solución:**

La cultura shipibo-konibo es una de las comunidades de la selva que poco a poco están disminuyendo porque precisamente han ido perdiendo aquellos elementos propios de su acervo, como el elaborar diversas artesanías. El *chintonti* posee valor estético y, naturalmente, forma parte de la identidad cultural de la comunidad shipibo-konibo.

**Rpta.: D**

3. Para redactar un trabajo universitario de crítica de cine, Luisa tuvo que ver mediante un reproductor de *Blu-ray* el filme «Mujeres al borde de un ataque de nervios» de Pedro Almodóvar, que es una apasionada comedia negra con elementos entre extravagantes y absurdos. Dicho filme de autor gira en torno a desencuentros amorosos cuyas tramas se encuentran relacionadas. Aunque lo que llamó más la atención de Luisa fue el uso del color rojo asociado al personaje central y a la historia de la película. Señale el enunciado que concuerde más con el recurso que llamó más la atención de Luisa.
- A) Es un elemento más abstracto que concreto.
  - B) Se trata solo de un recurso subjetivo usado.
  - C) Dicho color simboliza la pasión o el amor.
  - D) Tal recurso se suele emplear más en pintura.
  - E) Es infrecuente su uso en los filmes de autor.

**Solución:**

Con frecuencia, en los filmes de autor se suelen usar colores y tonalidades para resaltar aspectos conceptuales del argumento, la composición de planos, escenas o los mismos personajes. Este recurso es muy recurrente en las películas de Pedro Almodóvar, pero el uso de símbolos como este, no son exclusivos. El color rojo es un símbolo que representa diversos aspectos: pasión, locura, amor desatado, nervios, como ocurre en la película.

**Rpta.: C**



4. Hace varios años, cuando estudiaba periodismo, María pudo ver, junto a un amigo, un ciclo de cine clásico en la Filmoteca. Así tuvo la oportunidad de apreciar una proyección de «Nosferatu» de Murnau, película de 1922 que adaptó la novela «Drácula» de Bram Stoker. El director Murnau, gracias al blanco y negro, desarrolla una estética oscura y melancólica que apela a las emociones, a la naturaleza interna de los personajes. Debido a ello, María llegó a manifestar a su amigo que dicho filme
- A) usa recursos propios de los filmes surrealistas.
  - B) está realizada al amparo del movimiento cubista.
  - C) pertenece con toda certeza al arte expresionista.
  - D) es una creación acentuadamente objetivista.
  - E) emplea recursos estéticos del arte modernista.

**Solución:**

El expresionismo manifiesta una estética basada en las emociones; por eso, en las obras expresionistas sobresalen los sentimientos y una perspectiva subjetiva, deformada, distorsionada de la realidad. El cine de Murnau pertenece a este tipo de arte, el expresionismo.

**Rpta.: C**

5. Durante el verano, Carla visitó a una tía que radica hace varios años en Estados Unidos. Allí tuvo la oportunidad de apreciar un jarrón artesanal en un ambiente de la casa de dicho familiar. Carla, que apreciaba mucho la cultura oriental, de inmediato reconoció que el recipiente era japonés por la caligrafía *shodo* presente en dicha artesanía. O sea, Carla pudo reconocer el origen del jarrón porque
- A) la tía tenía buen gusto para decorar el hogar.
  - B) el jarrón artesanal japonés posee valor estético.
  - C) los japoneses solo usan una escritura alfabética.
  - D) el *shodo* posibilita identificar la cultura de origen.
  - E) dicho jarrón artesanal tiene un propósito práctico.

**Solución:**

De por sí los productos artesanales evidentemente poseen valor estético, como también lo tiene la misma caligrafía japonesa. El *shodo* es una forma artística de escritura de más de mil años de antigüedad y utiliza caracteres chinos (*kanji*) y caracteres japoneses (*hiragana* y *katakana*). Dicha caligrafía pertenece a la identidad del pueblo japonés.

**Rpta.: D**



6. En una exposición de arte, un crítico llega a valorar mucho la técnica y la composición empleadas por un nuevo artista en sus cuadros. Además, hace notar que en los cuadros hay una tendencia a desnaturalizar el plano natural o figurado, próximo al estilo deformista del pintor inglés Francis Bacon. Las cualidades resaltadas de dichas pinturas han hecho que estas posean un alto valor en el mercado de arte. Por eso, se puede afirmar que la producción artística de este nuevo pintor
- A) está demasiado sobrevalorada por el crítico.
  - B) posee un muy cuestionable valor monetario.
  - C) ha recibido una crítica de manera subjetiva.
  - D) posee solamente un sentido decorativo.
  - E) tiene en sí cualidades estéticas objetivas.

**Solución:**

Según la teoría objetivista del arte, las cualidades estéticas están propiamente en el objeto estético. El crítico resalta de manera objetiva aspectos evidentemente visibles en la producción del nuevo artista en cuestión.

**Rpta.: E**

7. El «Lazarillo de Tormes», la primera novela picaresca, es una obra española que se publicó de manera anónima porque, según parece, el autor temía el largo brazo de la Inquisición, que finalmente la prohibió. Con un estilo epistolar y en primera persona, la obra relata la dura vida de Lázaro, que conforme avanza la narración describe y cuestiona la sociedad española del siglo XVI, en especial a la clase religiosa. Tras atravesar por diversas dificultades, Lázaro asciende socialmente. La novela mencionada, desde la perspectiva de Theodor Adorno, es auténtica porque
- A) se trata de una novela española realista.
  - B) critica la sociedad española del siglo XVI.
  - C) posee innegablemente un valor estético.
  - D) fue prohibida desde hace mucho tiempo.
  - E) la obra tiene un original estilo epistolar.

**Solución:**

El arte auténtico critica la sociedad de su tiempo y con ello promueve o impulsa el cambio social. El «Lazarillo de Tormes» de Tormes cumple esta condición asociada al arte verdadero, tal y como plantea Theodor Adorno o el materialismo dialéctico.

**Rpta.: B**

8. Los historiadores del arte, y más aún la crítica, suelen poner de relieve que, si bien el arte impresionista es innovador, su propuesta parte de la tradición, propiamente evoluciona a partir de artistas como Corot, Courbet y Manet, o sea desde la óptica objetivista de la pintura naturalista, que prefirió el paisajismo o el aire libre, al igual que la pintura japonesa, que también fue apreciada por el impresionismo. Por eso los impresionistas tuvieron especial predilección por pintar los espacios abiertos, estudiando los efectos de la luz sobre los colores. Considerando lo anterior es adecuado afirmar que el impresionismo
- A) a veces sentía preferencias por la subjetividad cromática.  
B) es un movimiento que comienza en la tradición japonesa.  
C) solo aprecia la pintura de artistas como Corot o Courbet  
D) solía idealizar mucho las actividades humanas al aire libre.  
E) fue una corriente objetivista que tuvo una doble influencia.

**Solución:**

El impresionismo fue un movimiento vanguardista enteramente objetivista, como lo era el naturalismo. Pero su influencia no solo fue desde la tradición occidental, con el naturalismo, sino también oriental, con la pintura japonesa, o sea tuvo una doble influencia.

**Rpta.: E**

## ***Física***

**EJERCICIOS DE CLASE**

1. En el pueblo de Juli (denominada la Gran Roma de América) ubicada en el distrito de Chucuito Puno se inauguró la estación de radio AM «Terranova», la cual se sintoniza en los 1200 kHz. Determine la longitud de onda de dicha señal.
- A) 250 m      B) 150 m      C) 120 m      D) 100 m      E) 12 m

**Solución:**

$$C = \lambda \times f$$

$$3 \times 10^8 = \lambda \times 1200 \times 10^3$$

$$3 \times 10^8 = \lambda \times 12 \times 10^5$$

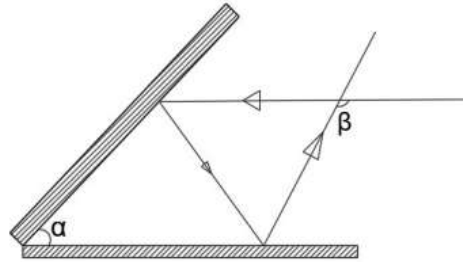
$$\lambda = 250 \text{ m}$$

**Rpta.: A**



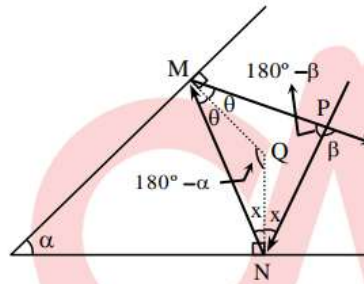
2. Dos espejos planos forman un ángulo « $\alpha$ » tal como se muestra en la figura. Cuando un rayo incide y se refleja luego de dos reflexiones forma un ángulo « $\beta$ » con el rayo incidente inicial. Determine el ángulo « $\beta$ ».

- A)  $2\alpha$   
 B)  $\alpha$   
 C)  $3\alpha$   
 D)  $4\alpha$   
 E)  $5\alpha$



**Solución:**

En cada punto de incidencia usamos las leyes de reflexión.



Triángulo MNQ:

$$\theta + x + (180^\circ - \alpha) = 180^\circ$$

$$\theta + x = \alpha \dots (I)$$

Cuadrilátero PMQN:

$$180^\circ - \alpha = \theta + x + (180^\circ - \beta)$$

$$\beta = \theta + x + \alpha \dots (II)$$

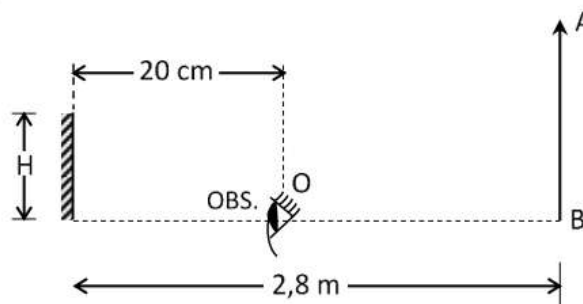
Reemplazando (I) en (II):

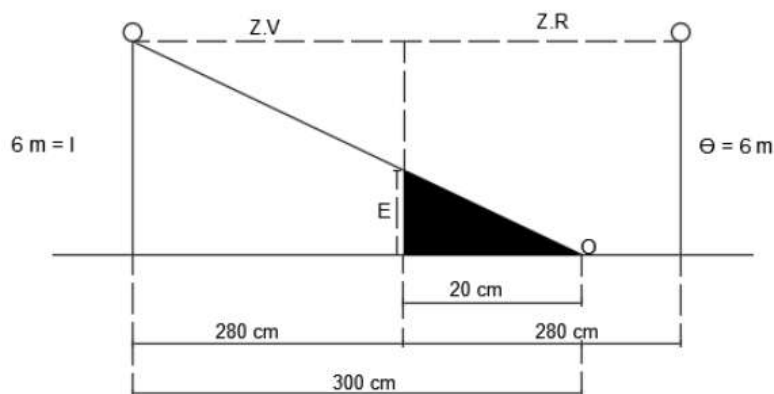
$$\beta = \alpha + \alpha \Rightarrow \beta = 2\alpha$$

**Rpta.: A**

3. Se coloca un espejo vertical frente a un observador (O) tal como se muestra en la figura. Determine la altura H mínima del espejo que le permite ver el mástil AB de 6 m de altura colocado detrás de él.

- A) 10 cm  
 B) 20 cm  
 C) 30 cm  
 D) 40 cm  
 E) 50 cm



**Solución:**

Semejanza:

$$\frac{E}{6} = \frac{20}{300}$$

$$E = 0,4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

**Rpta.: D**

4. Una persona se ubica a 2,5 m de un espejo que se encuentra en un parque de diversiones. Si su imagen en dicho espejo es derecha y del triple de alto, determine el radio de curvatura del espejo.

A) 2,5 m

B) 5 m

C) 7,5 m

D) 8 m

E) 9 m

**Solución:**

$$\theta = 2,5 \text{ m}$$

$$A = +3$$

$$R = ?$$

$$* A = -\frac{i}{\theta}$$

$$3 = -\frac{i}{\theta}$$

$$i = -3\theta$$

$$i = -3(2,5)$$

$$i = -7,5 \text{ m}$$

$$* \frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{\theta}$$

$$\frac{2}{R} = \frac{-1}{7,5} + \frac{1}{2,5}$$

$$\frac{2}{R} = \frac{-1+3}{7,5}$$

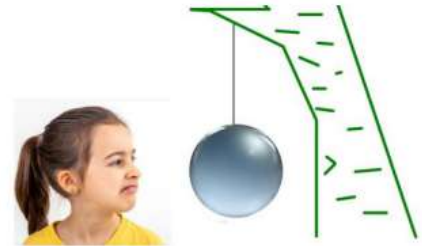
$$\frac{2}{R} = \frac{2}{7,5}$$

$$R = 7,5 \text{ m}$$

**Rpta.: C**



5. Una niña se para frente a una esfera reflejante de 18 cm de radio colocada en un enorme árbol de navidad y ve la imagen de su cara que tiene la cuarta parte de su tamaño real. Determine la distancia de la cara de la niña a dicha esfera.



- A) 12 cm      B) 15 cm      C) 22 cm  
D) 27 cm      E) 36 cm

**Solución:**

$$R = 18 \text{ cm}$$

$$f = -9 \text{ cm}$$

$$A = +\frac{1}{4}$$

$$A = -\frac{i}{\theta}$$

$$\frac{1}{4} = -\frac{i}{\theta}$$

$$i = -\frac{\theta}{4}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{\theta}$$

$$-\frac{1}{9} = \frac{-4}{\theta} + \frac{1}{\theta}$$

$$-\frac{1}{9} = \frac{-3}{\theta}$$

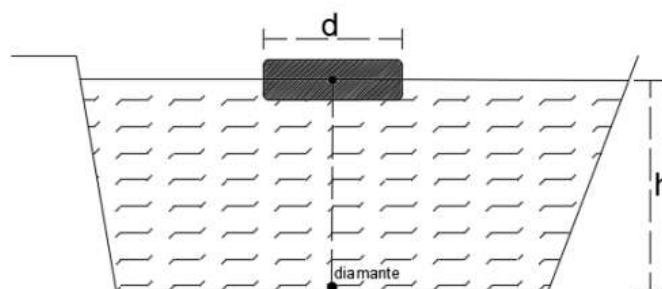
$$\theta = 27 \text{ cm}$$

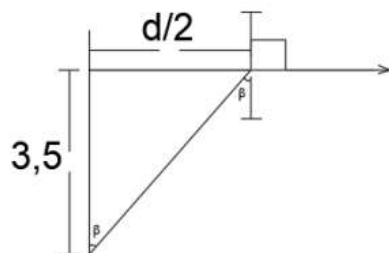
**Rpta.: D**

6. Un ladrón de joyas oculta un diamante colocándolo en el fondo de una alberca pública. El ladrón pone una balsa circular sobre la superficie del agua directamente encima del diamante y centrada en él, como se muestra en la figura. Si la superficie del agua es tranquila y la profundidad de la alberca es de  $h = 3,5 \text{ m.}$ , determine el mínimo diámetro de la balsa que impediría ver el diamante.

$$(n_{\text{agua}} = 4/3; \sqrt{7} = 2,6)$$

- A) 5 m  
B) 6,4 m  
C) 7,8 m  
D) 8,1 m  
E) 9,2 m

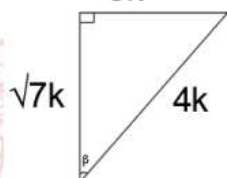


**Solución:**

$$a) \quad n_{\text{agua}} \cdot \text{sen} \alpha = n_{\text{aire}} \cdot \text{sen} 90^\circ$$

$$\frac{4}{3} \cdot \text{sen} \alpha = 1$$

$$\text{sen} \alpha = \frac{3}{4}$$



b) Por semejanza:

$$\frac{d}{2} = \frac{3,5}{\sqrt{7}k}$$

$$d = 3\sqrt{7} = 3(2,6) = 7,8 \text{ m}$$

**Rpta.: C**

7. En relación a las lentes delgadas, indique la verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. Si colocamos un objeto frente a una lente convergente a una distancia menor que la distancia focal entonces la imagen es virtual.
- II. En una lente divergente, ubicamos un objeto a una distancia igual a la distancia focal entonces no se forma la imagen.
- III. Si la lente forma una imagen de mayor tamaño que el objeto, entonces es una lente divergente.

A) FVF

B) VFV

C) VVV

D) FFF

E) VFF



**Solución:**

- I. (V) Si colocamos un objeto entre el centro óptico y el foco de la lente convergente, la Imagen es virtual derecha y de mayor tamaño.
- II. (F) En la lente divergente siempre se presenta imagen virtual derecha y de menor tamaño
- III. (F) Las imágenes de mayor tamaño sólo se pueden formar en lente convergentes.

**Rpta.: E**

8. Una cámara fotográfica provista de una lente biconvexa, se utiliza para fotografiar una modelo peruana de 1,75 m de alto, que está de pie a 4 m de la cámara. Si su imagen ocupa el largo de un cuadro de película de 35 mm, determine a qué distancia de la lente se encuentra la película.

- A) 4 cm      B) 5 cm      C) 6 cm      D) 7 cm      E) 8 cm

**Solución:**

$$T_o = 1,75 \text{ m} = 17,5 \times 10^{-1} \text{ m}$$

$$T_i = 35 \text{ mm} = 35 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$A = \frac{-T_i}{T_o} = \frac{-35 \times 10^{-3}}{17,5 \times 10^{-1}} = -2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$A = -\frac{i}{\theta}$$

$$-2 \cdot 10^{-2} = -\frac{i}{4}$$

$$i = 8 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 8 \text{ cm}$$

**Rpta.: E****EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. En la comunicación submarina se utiliza el láser de color azul. Si un submarino emite una señal con luz azul de 5100 Å, determine la frecuencia de la radiación en el orden de  $10^{16}$  Hz.

- A) 17      B) 27/5      C) 1/17      D) 1/15      E) 2/21

**Solución:**

$$C = \lambda \cdot f$$

$$3 \cdot 10^8 = 5100 \cdot 10^{-10} \times f$$

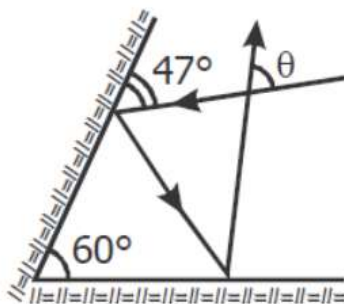
$$3 \cdot 10^8 = 51 \cdot 10^{-8} \times f$$

$$\frac{1}{17} \cdot 10^{16} \text{ Hz} = f$$

**Rpta.: C**

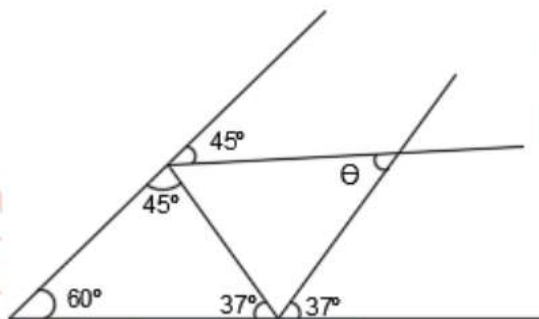
2. Dos espejos planos forman un ángulo de  $60^\circ$ . Encuentre la medida de « $\theta$ ».

- A)  $90^\circ$   
 B)  $80^\circ$   
 C)  $60^\circ$   
 D)  $40^\circ$   
 E)  $20^\circ$

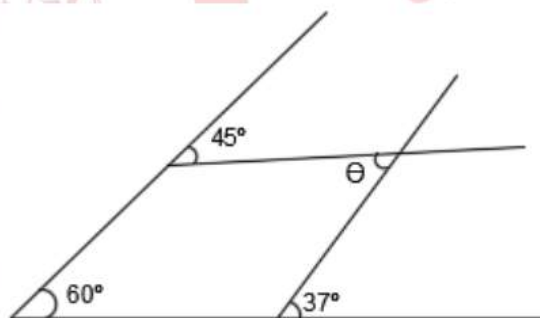


**Solución:**

Por reflexión:



Por Geometría (el pescadito)



$$\theta + 60 = 47 + 73$$

$$\theta + 60 = 120$$

$$\theta = 60$$

**Rpta.: C**

3. En un espejo cóncavo se forma una imagen virtual 1,5 veces el tamaño de un objeto ubicada a 20 cm de él. Determine la distancia focal del espejo.

- A) 40 cm      B) 60 cm      C) 70 cm      D) 80 cm      E) 90 cm



**Solución:**

$$A = +\frac{3}{2}$$

$$\theta = 20 \text{ cm}$$

$$f = ?$$

$$A = -\frac{i}{\theta}$$

$$\frac{3}{2} = -\frac{i}{20}$$

$$i = -30 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{\theta}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{-30} + \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{-20 + 30}{600}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{10}{600}$$

$$f = 60 \text{ cm}$$

**Rpta.: B**

4. Un objeto se ubica a 30 cm de un espejo esférico convexo de radio de curvatura 40 cm. Si la distancia del objeto al espejo se reduce en 10 cm, calcule la variación (en cm) de la distancia imagen.

A) 1

B) 2

C) 5

D) 10

E) 20

**Solución:**

$$1) \quad \theta = 30$$

$$f = -20$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i_1} + \frac{1}{\theta}$$

$$-\frac{1}{20} = \frac{1}{i_1} + \frac{1}{30}$$

$$i_1 = -12$$

$$2) \quad \theta = 20$$

$$f = -20$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i_2} + \frac{1}{\theta}$$

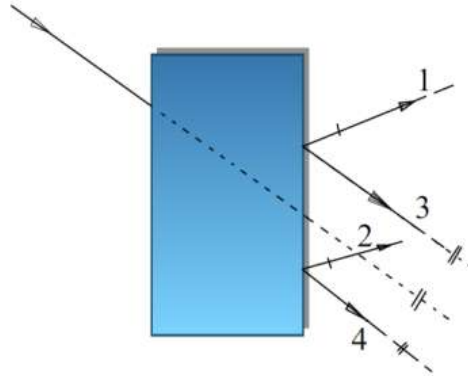
$$-\frac{1}{20} = \frac{1}{i_2} + \frac{1}{20}$$

$$i_2 = -10$$

$$\text{luego: } \Delta i = 2 \text{ cm}$$

**Rpta.: B**

5. La figura nos muestra un rayo de luz viajando en el aire que incide oblicuamente sobre un vidrio de caras paralelas. Señale la verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:



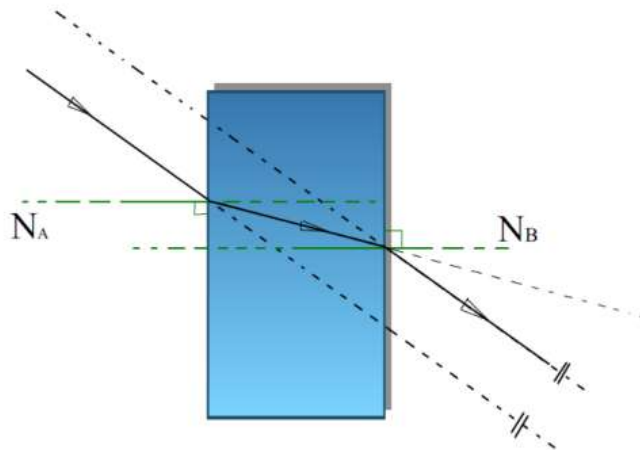
- I. El rayo refractado nuevamente al aire corresponde al rayo 1.  
 II. El rayo refractado nuevamente al aire corresponde al rayo 3.  
 III. El rayo refractado nuevamente al aire corresponde al rayo 4.

A) FFF      B) VVF      C) FFV      D) FVF      E) Falta información

**Solución:**

Se presentan dos refracciones en las caras paralelas.

- \* En el punto «A» el rayo refractado se acerca a la normal ( $N_A$ ) porque la densidad del vidrio es mayor que la densidad del aire.
- \* En el punto «B» el rayo refractado se aleja de la normal ( $N_B$ ) porque la densidad del aire es menor que la densidad del vidrio.



Cuando las caras del vidrio son paralelas, el rayo emerge en la otra cara en forma paralela, luego el rayo emergente es el rayo 3.  
 FVF

**Rpta.: D**



6. Un objeto de 10 cm de altura se ubica a 3 m de una lente divergente de 1 m de distancia focal. Determine la altura de la imagen.

A) 2,5 cm      B) 5,0 cm      C) 2,8 cm      D) 5,5 cm      E) 3,5 cm

**Solución:**

$$T_o = 10 \text{ cm}$$

$$\theta = 3 \text{ m}$$

$$f = 1 \text{ m}$$

$$T_{ii} = ??$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{\theta}$$

$$-\frac{1}{1} = \frac{1}{i} + \frac{1}{3}$$

$$-1 - \frac{1}{3} = \frac{1}{i}$$

$$-\frac{4}{3} = \frac{1}{i}$$

$$i = -\frac{3}{4}$$

$$A = -\frac{i}{\theta} = -\frac{(-3/4)}{3} = \frac{1}{4}$$

$$|A| = -\frac{T_i}{T_o}$$

$$\frac{1}{4} = -\frac{T_i}{10}$$

$$T_i = 2,5 \text{ cm}$$

**Rpta.: A**

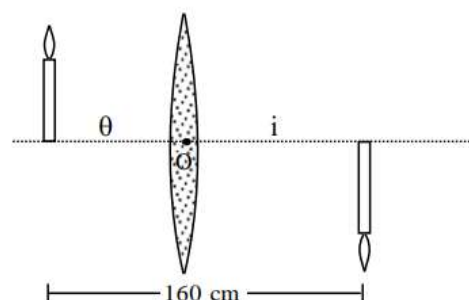
7. La distancia focal de una lente convergente es  $f$ , usando esta lente un objeto presenta una imagen real de triple altura a 160 cm del objeto. Determine  $f$ .

A) 10 cm      B) 20 cm      C) 50 cm      D) 40 cm      E) 30 cm

**Solución:**

Sea « $\theta$ » la distancia entre el objeto y la lente.

En cualquier lente las imágenes reales son invertidas y se ubican al otro lado de la lente.



Las imágenes reales siempre tienen aumento negativo:  $A = -3$

$$A = -\frac{i}{\theta}$$

$$-3 = -\frac{i}{\theta}$$

$$i = 3\theta \dots (I)$$

Del diagrama:  $i + \theta = 160$

$$(3\theta) + \theta = 160$$

$$\theta = 40 \text{ cm} \dots (II)$$

En (I):  $i = 120 \text{ cm} \dots (III)$

Distancia focal ( $f$ ):

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{\theta}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{120} + \frac{1}{40}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{4}{120}$$

$$f = 30 \text{ cm}$$

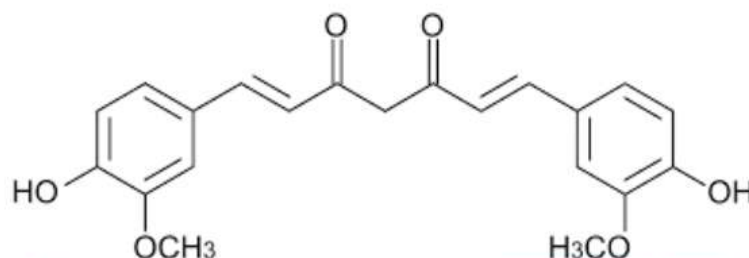
**Rpta.: E**



# Química

## EJERCICIOS DE CLASE

1. La curcumina o 1,7-bis-(4-hidroxi-3-metoxifenil)-hepta-1,6-dieno-3,5-diona es considerado como un compuesto fenólico, colorante natural proveniente de la cúrcuma, que presenta propiedades antioxidantes y antiinflamatorias.

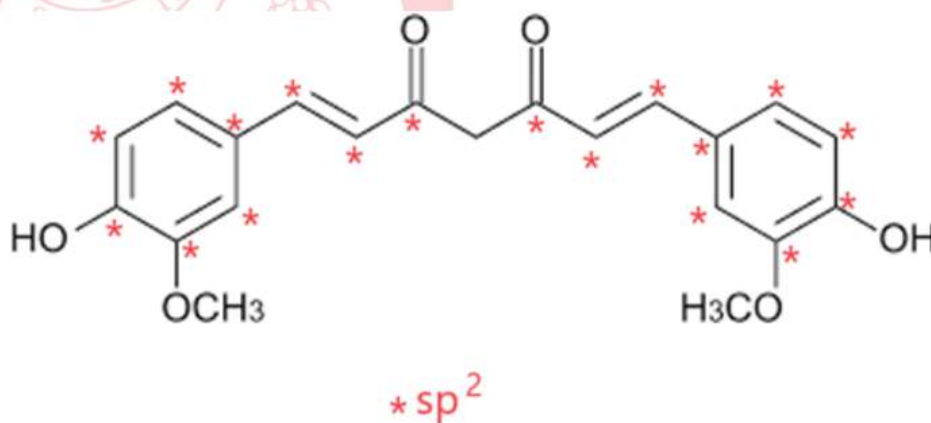


Al respecto, indique el valor de la verdad de las siguientes proposiciones:

- I. La curcumina es un compuesto polifenólico y presenta 14 carbonos con una hibridación  $sp^2$ .
- II. Presenta isomería geométrica y posee un anillo de catecol.
- III. Puede neutralizar radicales libres y con ello evitar su exceso de estrés oxidativo.

A) VFV      B) VFF      C) FFF      D) FFV      E) VVV

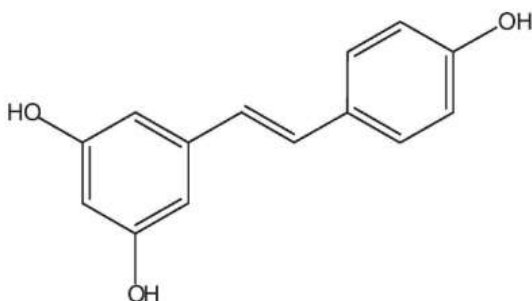
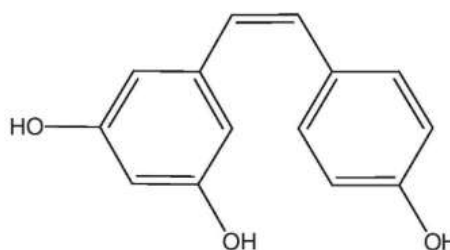
**Solución:**



- I. **Falso.** La curcumina tiene 18 carbonos con hibridación  $sp^2$ .
- II. **Falso.** La curcumina presenta isomería geométrica debido a los dobles enlaces en la cadena principal. Para que presente una estructura de catecol debe tener dos grupos hidroxilos (-OH) adyacente.
- III. **Verdadero.** Puede neutralizar radicales libre y con ello evitar un exceso del estrés oxidativo.

**Rpta.: D**

2. El resveratrol es un estilbenoide (polifenol natural) presente en los arándanos, uvas y en el vino. Sus propiedades *in vitro* han sido ampliamente estudiadas y contrastadas, entre ellas cabe destacar su actividad como anticancerígeno, antiagregante plaquetario, antiinflamatorio, antialérgico. Debido al doble enlace que posee en el puente eteno presenta dos isómeros *cis*-resveratrol y *trans*-resveratrol.

*trans*-resveratrol*cis*-resveratrol

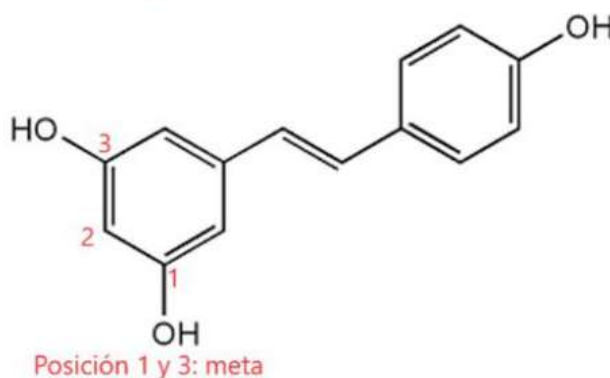
Al respecto, indique el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. Contiene tres grupos hidroxilo, dos de los cuales están en posición orto en uno de los anillos aromáticos.
- II. Presentar resonancia en su estructura y pueden realizar reacción de combustión.
- III. Su fórmula molecular es  $C_{14}H_{12}O_3$  y solo presenta carbonos  $sp^2$ .
- IV. Es un compuesto que actúa como agente reductor frente a radicales libres.

A) FFVV      B) FVFF      C) FVVV      D) VVFF      E) FFFV

**Solución:**

- I. **Falso.** Contiene tres grupos hidroxilo, dos de los cuales están en posición meta en uno de los anillos aromáticos.

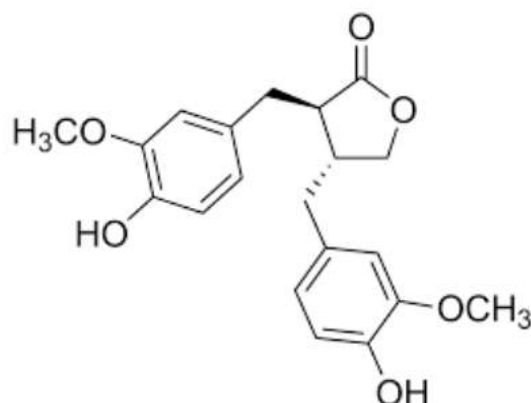


- II. **Verdadero.** Presentar resonancia en toda la estructura y sufren reacción de combustión.
- III. **Verdadero.** Su fórmula molecular es  $C_{14}H_{12}O_3$  y solo presenta solo carbonos  $sp^2$ .
- IV. **Verdadero.** Es un compuesto que actúa como agente reductor frente a radicales libres.

**Rpta.: C**



3. El matairesinol es un lignano presente en la linaza, con propiedades antioxidantes y precursor de enterolignanos. Está presente en oleaginosas, cereales integrales, verduras y frutas.



De acuerdo con las siguientes afirmaciones sobre su estructura química y marque la alternativa **incorrecta**:

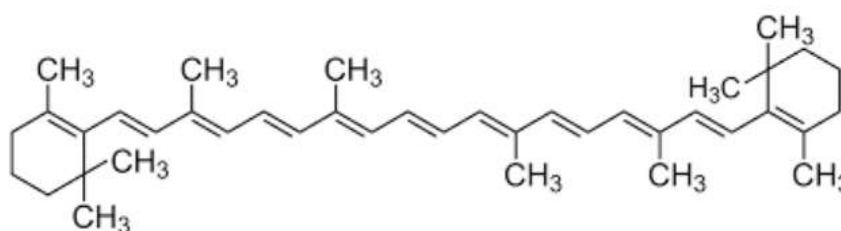
- A) Contiene dos anillos aromáticos sustituidos con grupos hidroxilo (-OH) y metoxilo (-OCH<sub>3</sub>).  
 B) Presenta un anillo heterocíclico de lactona y tiene 13 carbonos sp<sup>2</sup>.  
 C) Posee dos carbonos quirales, lo que le permite presentar estereoisómeros.  
 D) El lignano presenta un éster cíclico y 10 de enlaces pi (π).  
 E) Su estructura química permite que actúe como antioxidante al donar electrones de los grupos fenólicos.

**Solución:**

- A) **Correcta.** Contiene dos anillos aromáticos sustituidos con grupos hidroxilo (-OH) y metoxilo (-OCH<sub>3</sub>).  
 B) **Correcta.** Presenta un anillo heterocíclico de lactona y con 13 carbonos sp<sup>2</sup>.  
 C) **Correcta.** Posee dos carbonos quirales (asimétricos), lo que le permite presentar estereoisómeros.  
 D) **Incorrecta.** Presenta un éster cíclico y 7 de enlaces pi (π).  
 E) **Correcta.** Su estructura química permite que actúe como antioxidante al donar electrones de los grupos fenólicos.

**Rpta.: D**

4. El β-caroteno es un compuesto no polar, presente en algunas frutas amarillas y anaranjadas y en los vegetales verde oscuro, como la naranja, papaya, zanahoria, etc.



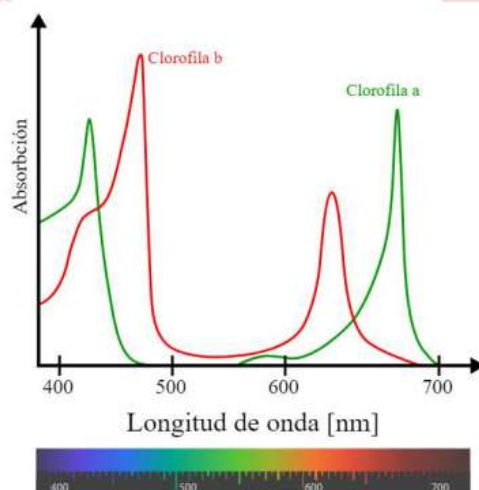
Analizando la estructura química del  $\beta$ -caroteno, determine cuál de las siguientes proposiciones es **incorrecta**.

- I. Su estructura contiene 11 dobles enlaces conjugados que le confieren propiedades antioxidantes y puede absorber luz en el espectro visible.
- II. El  $\beta$ -caroteno puede hidrolizarse en dos moléculas de retinol (vitamina A) mediante una reacción catalizada enzimáticamente.
- III. Su fórmula molecular es  $C_{40}H_{56}$ , presentan 10 carbonos primarios y 4 carbonos cuaternarios.

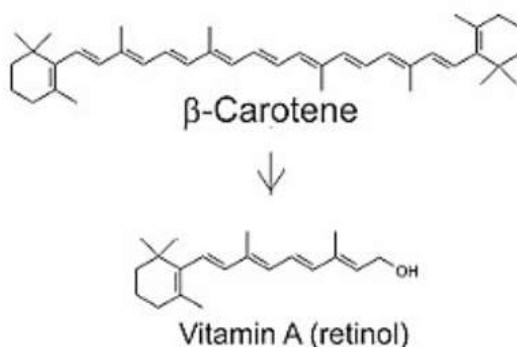
A) Solo I      B) I y II      C) II y III      D) Solo III      E) Solo II

**Solución:**

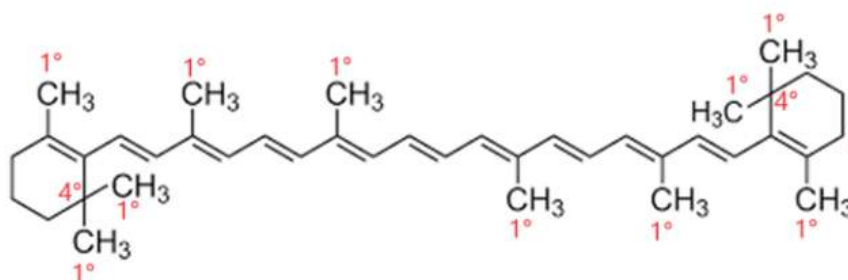
- I. **Correcto.** Su estructura contiene 11 dobles enlaces conjugados que le confieren propiedades antioxidantes y absorbe luz en el espectro visible.



- II. **Correcto.** El  $\beta$ -caroteno puede dividirse en dos moléculas de retinal (vitamina A) mediante una reacción catalizada por la enzima.
- III. **Incorrecto.** Su fórmula molecular es  $C_{40}H_{56}$ , presentan 10 carbonos primarios y 2 carbonos cuaternarios.

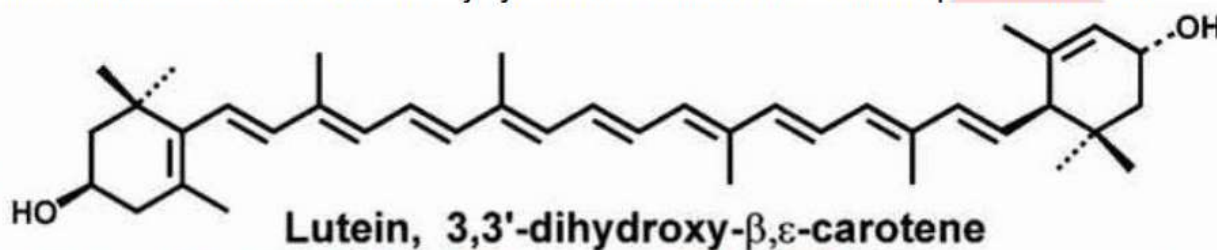






Rpta.: D

5. La luteína es un carotenoide de la familia de las xantofilas, ampliamente presente en alimentos de origen vegetal como las espinacas, la col rizada, los huevos y otros vegetales de hojas verdes. Este compuesto es conocido por su papel en la salud ocular, al acumularse en la mácula del ojo y actuar como un filtro natural para la luz azul.



Con base en la estructura química de la luteína, determine cuál de las siguientes afirmaciones es **correcta**:

- A) La luteína es un hidrocarburo con estructuras cíclicas y, por lo tanto, es clasificada como un caroteno puro.
- B) La presencia de grupos hidroxilo (-OH) en su estructura química permite que la luteína sea más hidrofílica en comparación con los carotenos como el licopeno.
- C) La luteína solo es de estructura lineal, lo que la diferencia de otros carotenoides como el  $\beta$ -caroteno.
- D) La luteína es un precursor directo de la vitamina A en el organismo humano.
- E) Los dobles enlaces conjugados de la luteína están dispuestos de manera no continua, lo que limita su capacidad de absorción de luz.

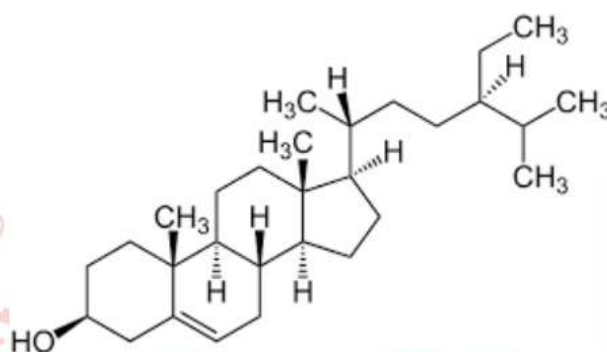
### Solución:

- A) **Incorrecta.** La luteína no es un hidrocarburo, contiene átomos de oxígeno en forma de grupos hidroxilo (-OH), lo que la clasifica como una xantofila, no como un caroteno puro.
- B) **Correcta.** Los grupos hidroxilo (-OH) aumentan la solubilidad de la luteína en ambientes polares, haciéndola más hidrofílica que los carotenos como el  $\beta$ -caroteno.
- C) **Incorrecta.** La luteína posee anillos cíclicos en sus extremos, similares a otros carotenoides como el  $\beta$ -caroteno.
- D) **Incorrecta.** La luteína no es un precursor de la vitamina A; su función principal está relacionada con la salud ocular, no con la síntesis de vitamina A.

**E) Incorrecta.** Los dobles enlaces conjugados de la luteína están dispuestos de manera no continua, permitiendo la absorción de luz en el espectro visible y contribuyendo a su color amarillo.

**Rpta.: B**

6. El  $\beta$ -sitosterol es uno de los fitoesteroides más abundantes en los alimentos de origen vegetal, especialmente en aceites vegetales, frutos secos, semillas, legumbres y cereales integrales. Este compuesto es conocido por su capacidad para reducir los niveles de colesterol LDL al competir con el colesterol durante su absorción intestinal, y también se ha estudiado por sus propiedades antiinflamatorias y antioxidantes.



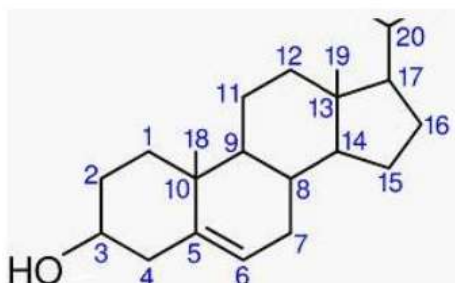
Al respecto de su estructura química del  $\beta$ -sitosterol, evalúe el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- I. Tiene un grupo hidroxilo (-OH) en la posición 3 del anillo de esterano.
- II. Es un alcohol cíclico que se puede esterificar con el ácido palmítico.
- III. Presenta un carácter predominantemente apolar debido a su estructura hidrocarbonada.

A) VVV      B) VVF      C) VFF      D) FVV      E) VFV

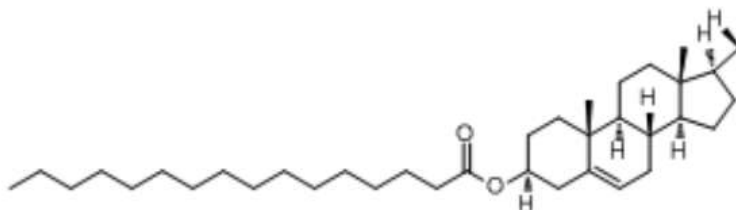
**Solución:**

- I. **Verdadero.** Tiene un grupo hidroxilo (-OH) en la posición 3 del anillo de esterano.





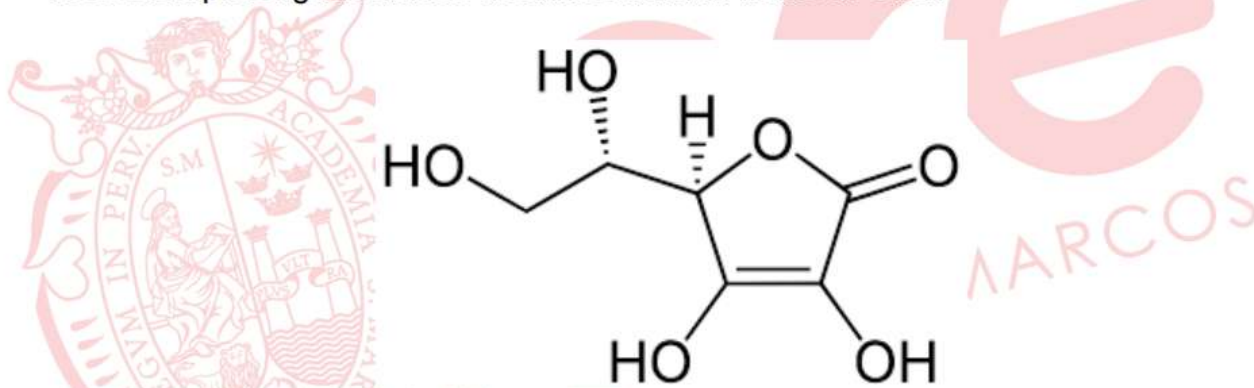
II. **Verdadero.** Es un alcohol cíclico que se puede esterificar con el ácido palmítico.



III. **Verdadero.** Presenta un carácter predominantemente apolar debido a su estructura hidrocarbonada.

Rpta.: A

7. El ácido ascórbico o vitamina C, está ampliamente presente en frutas cítricas como naranja, limón y mandarina, así como en otros alimentos como guayaba, kiwi, fresas, brócoli y pimientos. Su concentración es mayor en alimentos frescos y disminuye con la cocción prolongada debido a su inestabilidad frente al calor.



Con base en la estructura química del ácido ascórbico, determine cuál de las siguientes afirmaciones es **correcta**:

- A) Contiene exactamente dos grupos hidroxilo (-OH) en su estructura molecular.
- B) Es un compuesto liposoluble debido a la presencia de múltiples enlaces de carbono-hidrógeno.
- C) Presenta un anillo heterocíclico en donde los grupos hidroxilos que se liberan como -OH.
- D) Su fórmula molecular es  $C_6H_{12}O_6$ , al igual que la glucosa.
- E) Presenta un anillo de lactona, y es un derivado del metabolismo de carbohidratos.

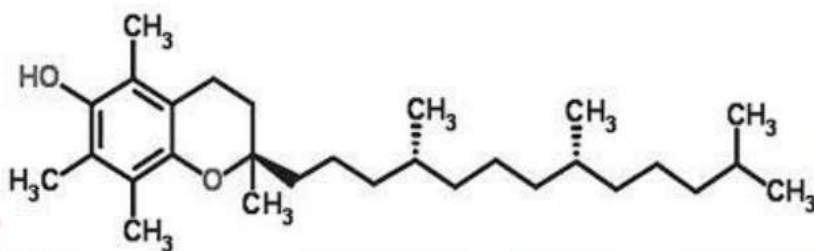
**Solución:**

- A) **Incorrecta.** Contiene exactamente cuatro grupos hidroxilo (-OH) en su estructura molecular.
- B) **Incorrecta.** Es un compuesto hidrosoluble debido a la presencia de grupo hidroxilo y lactona.
- C) **Incorrecta.** Presenta un anillo heterocíclico en donde los grupos hidroxilos liberan protones.

- D) **Incorrecta.** Su fórmula molecular es  $C_6H_8O_6$ , diferente de la glucosa ( $C_6H_{12}O_6$ ).
- E) **Correcta.** Presenta un anillo de lactona, y es un derivado del metabolismo de carbohidratos.

Rpta.: E

8. El  $\alpha$ -tocoferol, una de la forma más activa de la vitamina E en humanos, se encuentra principalmente en aceites vegetales como el de girasol, oliva y canola, así como en frutos secos, semillas, y vegetales de hoja verde como espinacas y brócoli. Este compuesto liposoluble desempeña un papel esencial como antioxidante en el organismo, protegiendo las membranas celulares del daño oxidativo.



De acuerdo con la estructura química del alfa-tocoferol, evalúe el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- I. El alfa-tocoferol contiene un anillo de cromanol que actúa como responsable de la actividad antioxidante.
- II. Su cadena lateral alifática es saturada y apolar, lo que le permite ser altamente lipofílico.
- III. Contiene un único grupo hidroxilo (-OH) unido a un anillo bencénico que lo convierte en responsable de su actividad antioxidante.
- IV. Es un compuesto hidrosoluble debido a su extensa cadena hidrocarbonada y la presencia de grupos metilo en su estructura.

A) VVFF      B) VFVV      C) VFFF      D) FVVF      E) VVVV

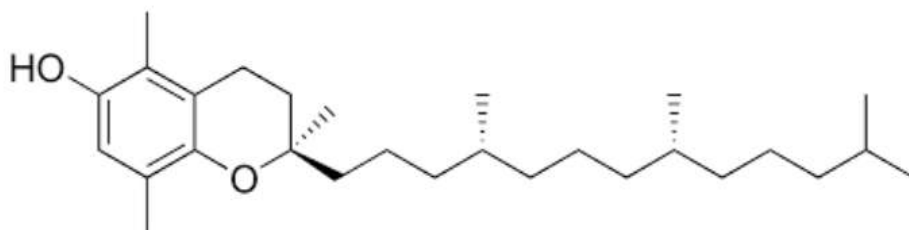
**Solución:**

- I. **Verdadera.** El anillo de cromanol es la parte activa de la molécula que dona electrones para neutralizar radicales libres, actuando como antioxidante.
- II. **Verdadera.** La cadena lateral alifática del alfa-tocoferol es completamente saturada, lo que contribuye a su carácter lipofílico.
- III. **Falsa.** Aunque contiene un grupo hidroxilo (-OH) en el anillo de cromanol, la actividad antioxidante también depende del anillo aromático.
- IV. **Falsa.** Aunque es liposoluble debido a su cadena hidrocarbonada, la presencia de grupos metilo.

Rpta.: A



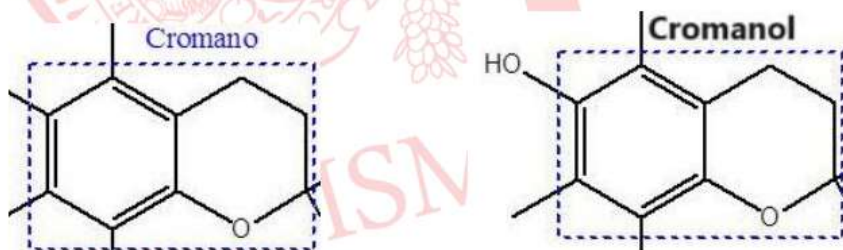
9. El  $\beta$ -tocoferol es una de las formas de vitamina E, se encuentra en alimentos ricos en grasas saludables, como aceites vegetales (girasol, canola, soja), frutos secos (almendras, avellanas), semillas y vegetales de hoja verde como espinacas y acelgas. Este compuesto liposoluble actúa como antioxidante, protegiendo las membranas celulares del daño oxidativo causado por los radicales libres.



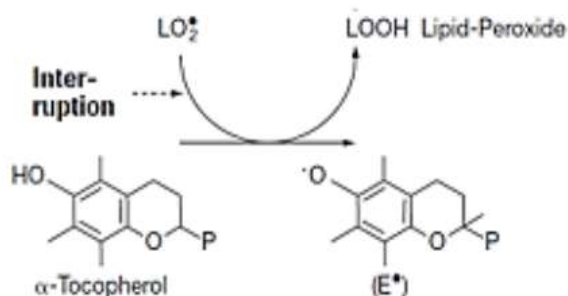
De acuerdo con la estructura química del  $\beta$ -tocoferol, determine cuál de las siguientes proposiciones es correcta:

- A) El beta-tocoferol carece de un anillo de cromanol y, por lo tanto, no puede actuar como antioxidante.  
 B) Contiene un grupo hidroxilo (-OH) en el anillo de cromanol, responsable de su capacidad para neutralizar radicales libres.  
 C) Su cadena alifática presenta dobles enlaces, lo que le confiere mayor solubilidad en agua.  
 D) Contiene menos grupos metilo en su anillo aromático en comparación con el alfa-tocoferol, lo que no afecta su actividad biológica.  
 E) Es completamente insoluble en lípidos debido a la presencia de su anillo aromático.

**Solución:**



- A) **Incorrecta.** El beta-tocoferol tiene un anillo de cromanol, esencial para su función antioxidante.  
 B) **Correcta.** El grupo hidroxilo (-OH) en el anillo de cromanol es crucial para neutralizar radicales libres al donar un electrón.

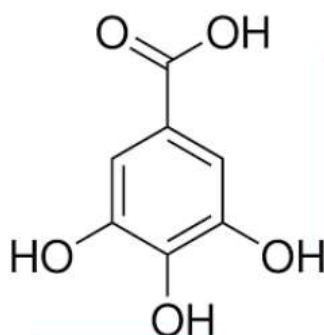


- C) **Incorrecta.** La cadena alifática del beta-tocoferol es saturada, y su carácter lipofílico es alta.
- D) **Incorrecta.** Aunque tiene menos grupos metilo que el alfa-tocoferol, esta diferencia puede afectar ligeramente su actividad biológica.
- E) **Incorrecta.** Es altamente liposoluble debido a su extensa cadena hidrocarbonada, lo que le permite integrarse en membranas lipídicas.

Rpta.: B

### EJERCICIOS PROPUESTOS

1. El ácido gálico, es empleado para la cuantificación de tanino, está presente en uvas, el arándano, la mora, la fresa, las ciruelas y mango; presenta tiene propiedades antioxidantes, antiinflamatorias, antineoplásicas, gastroprotectoras, neuroprotectoras, entre otras.



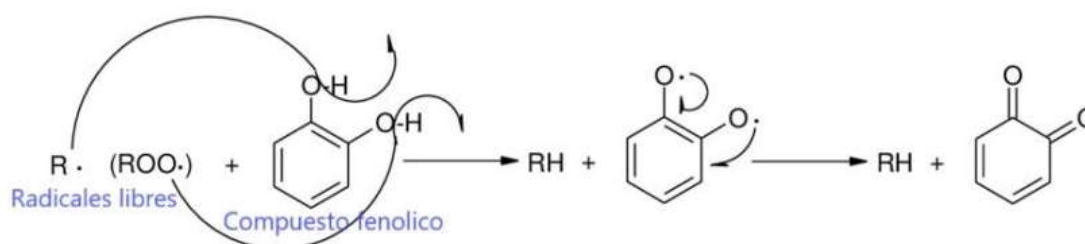
Al respecto, indique el valor de la verdad de las siguientes proposiciones:

- I. Su nombre sistemático es ácido 3,4,5-trihidroxibenceno carboxílico y su fórmula molecular es  $C_7H_6O_5$ .
- II. Presenta capacidad antioxidante donando átomos de hidrógenos a los radicales libres.
- III. Presenta una estructura plana y sufre reacción de sustitución.

A) FFV      B) VFF      C) VVV      D) VFV      E) FFF

#### Solución:

- I. **Verdadero.** Su nombre sistemático es ácido 3,4,5-trihidroxibenceno carboxílico y su fórmula molecular es  $C_7H_6O_5$ .
- II. **Verdadero.** Presenta capacidad antioxidante donando átomos de hidrógenos a los radicales libres.

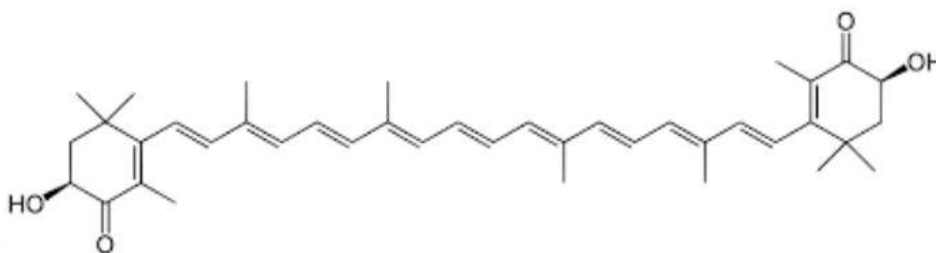




III. **Verdadero.** Presenta una estructura plana y sufre reacción de sustitución.

Rpta.: C

2. La astaxantina es un carotenoide de la familia de las xantofilas que se encuentra principalmente en organismos marinos como el salmón, camarones y kril. Este compuesto es responsable del color rosado o rojizo característico de estos animales y es reconocido por sus potentes propiedades antioxidantes, así como por su capacidad para proteger contra el estrés oxidativo y mejorar la salud ocular y cutánea.



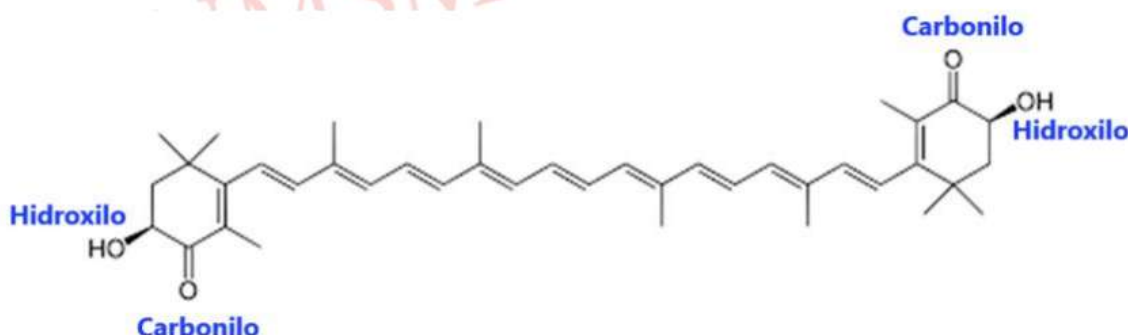
Con base en la estructura química de la astaxantina, determine cuál de las siguientes afirmaciones es **correcta(s)**:

- I. Presentan grupos funcionales polares como el carbonilo e hidroxilo.
- II. Es precursor directo de la vitamina A en el organismo humano debido a su estructura.
- III. Los dobles enlaces alternados o conjugados en su estructura.

A) Solo II      B) II y III      C) Solo I      D) I; II; III      E) I y III

**Solución:**

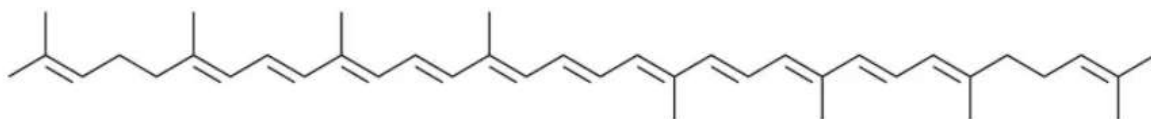
- I. **Correcto.** Presentan grupos funcionales polares como el carbonilo e hidroxilo.



- II. **Incorrecto.** No es precursor directo de la vitamina A en el organismo humano debido a su estructura.
- III. **Correcto.** Los dobles enlaces conjugados del puente polieno se proyecta en el anillo.

Rpta.: E

3. El licopeno es un carotenoide que se encuentra en alimentos como el tomate, la sandía, la guayaba y el pimiento rojo. Este compuesto es responsable del color rojo característico de estos alimentos y ha sido ampliamente estudiado por sus propiedades antioxidantes, así como por su capacidad para reducir el riesgo de enfermedades cardiovasculares y ciertos tipos de cáncer, como el de próstata.

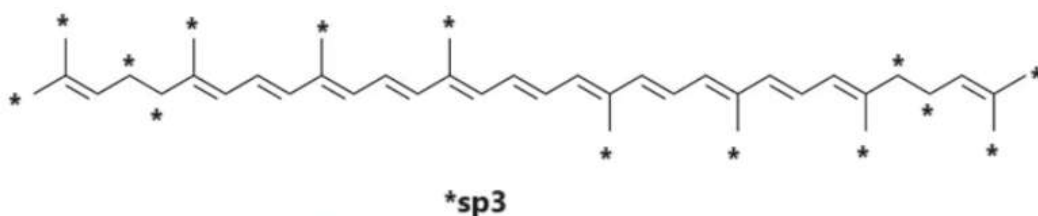


Con base en la estructura química del licopeno, determine cuál de las siguientes afirmaciones es **incorrecta**.

- A) Es un carotenoide acíclico conformados por 14 carbonos  $sp^3$ .  
 B) Los dobles enlaces conjugados de su estructura le confieren su color característico.  
 C) **Es un hidrocarburo con alta solubilidad en agua, se localiza en la membrana celular.**  
 D) Su fórmula molecular es  $C_{40}H_{56}$ , lo que lo clasifica como un tetraterpeno.  
 E) Es el carotenoide que se encuentra en mayor concentración en el tomate.

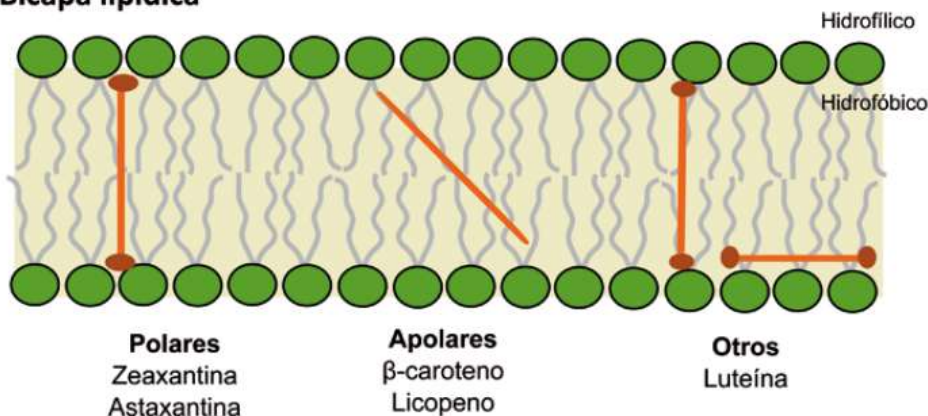
**Solución:**

- A) **Correcta.** Es un carotenoide acíclico conformados por 14 carbonos  $sp^3$ .



- B) **Correcta.** Los dobles enlaces conjugados de su estructura le confieren su color característico.  
 C) **Incorrecta.** Es un hidrocarburo y es insolubilidad en agua, se localiza en la membrana celular.

**Bicapa lipídica**

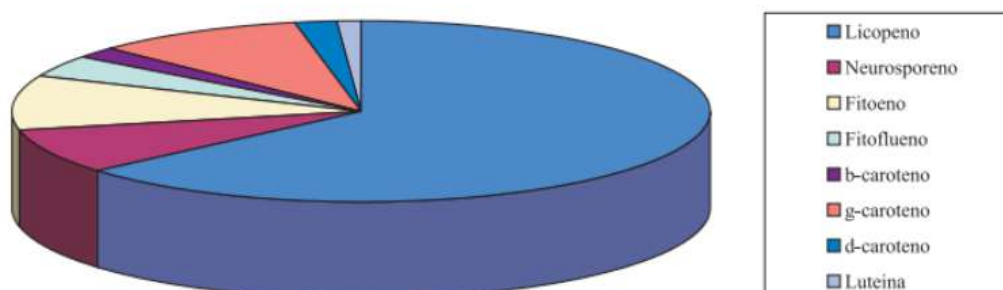




D) **Correcta.** Su fórmula molecular es  $C_{40}H_{56}$ , lo que lo clasifica como un tetraterpeno.

E) **Correcta.** Es el carotenoide que se encuentra en mayor concentración en el tomate.

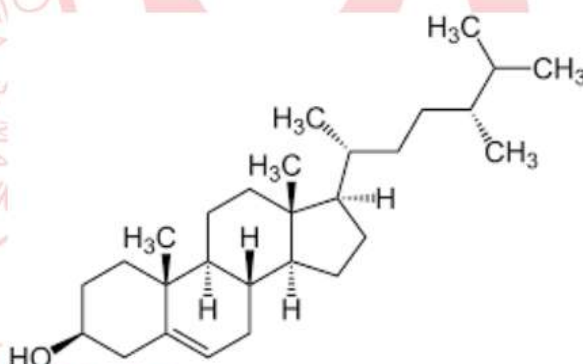
**Figura 2.-** Perfil de los carotenoides presentes en los productos de tomate ( CLINTON, 1998).



<https://revistas.um.es/analesvet/article/download/16461/15891/78711>

**Rpta.: C**

4. El campesterol es un fitoesterol presente en alimentos de origen vegetal, como aceites vegetales, semillas, frutos secos, legumbres y cereales integrales; es conocido por sus propiedades antiinflamatorias y antioxidantes.



Con base en la estructura química del campesterol, determine cuál de las siguientes afirmaciones es **correcta**.

- I. Es un monol de tipo secundario y le confiere una pequeña región polar a la estructura.
- II. La estructura posee 6 carbonos primarios y el núcleo de anillo se llama ciclo pentanoperhidrofenantreno.
- III. Es un precursor directo de la vitamina D en el organismo humano.

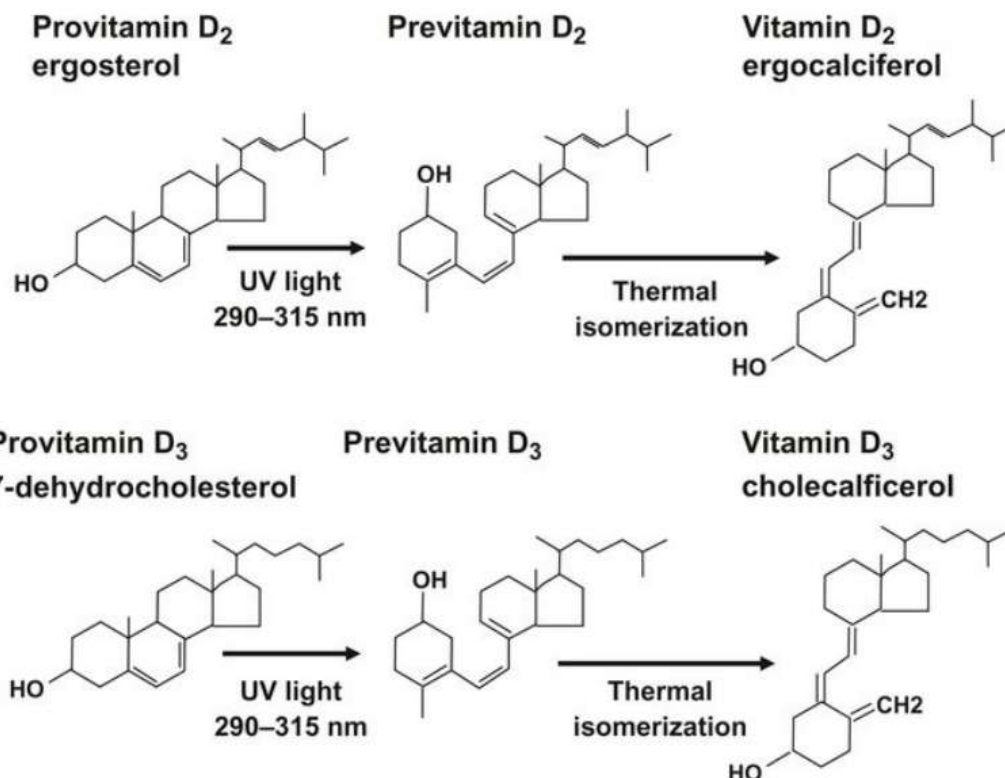
**A) Solo I y II**

**B) Solo II y III**

**C) Solo III**

**D) I; II y III**

**E) Solo II**

**Solución:**

- I. **Correcta.** Es un monol de tipo secundario y le confiere una pequeña región polar a la estructura.
- II. **Correcta.** La estructura posee 6 carbonos primarios y el núcleo de anillo se llama ciclo pentanoperhidrofenantreno.
- III. **Incorrecta.** Es un precursor directo de la vitamina D en el organismo humano es el ergosterol (origen vegetal) y el 7-dihidrocolesterol (origen animal).

**Rpta. A**



# Biología

## EJERCICIOS DE CLASE

1. La poliomielitis es una enfermedad viral, cuyo periodo de incubación oscila entre 5 y 35 días. Es muy contagiosa, afecta al sistema nervioso y destruye las células musculares provocando parálisis solo en cuestión de horas y en el peor de los casos parálisis total irreversible. De acuerdo a lo descrito, podemos decir que se trata de una enfermedad

A) latente e infecciosa.  
C) crónica y re-emergente.  
E) aguda y re-emergente.

B) aguda e infecciosa.  
D) crónica y no infecciosa.

### Solución:

La poliomielitis es considerada aguda dado que después de la incubación se desarrolla de forma rápida e incluso puede causar la muerte. Además, es infecciosa debido a que es causado por un agente patógeno que se puede transmitir de una persona enferma a una sana a través del moco, la flema y/o alimentos contaminados.

**Rpta.: B**

2. José, en el desarrollo de su tesis tiene como objetivo determinar la capacidad de infección y multiplicación de un microorganismo. Lo que define

A) el grado nocivo y patógeno del microorganismo para lograr producir la enfermedad.  
B) el periodo de desarrollo de la enfermedad causada por el microorganismo.  
C) la patogenicidad, que es el grado de invasión y multiplicación del microorganismo en un ser vivo.  
D) el periodo de incubación que permite desarrollar al microorganismo patógeno.  
E) el periodo de convalecencia que le tomaría a la persona recuperarse de dicho microorganismo.

### Solución:

En la terminología usada para enfermedades infecciosas la capacidad de un microorganismo de infectar, es decir invadir y multiplicarse en un ser vivo ocasionándole una enfermedad se denomina patogenicidad.

**Rpta.: C**

3. Las enfermedades infecciosas tienen diferentes vías de infección, una de ellas es la vía cutánea. Por esta vía se transmiten

A) chagas, hidatidosis, tos ferina y dengue.  
B) dengue, poliomielitis, rabia y sarampión.  
C) micosis pulmonar, sífilis, cólera y sarna.  
D) pie de atleta, dengue, sífilis e hidatidosis.  
E) rabia, bartonelosis, malaria y sarna.

**Solución:**

La vía cutánea de infección es cuando el patógeno ingresa a través de la piel, ya sea por una picadura, mordedura, heridas o por simples escoriaciones en la piel. Teniendo en cuenta esto, las enfermedades que se transmiten vía cutánea son por ejemplo la rabia, chagas, el dengue, la malaria, la bartonelosis, el pie de atleta y la sarna.

**Rpta.: E**

4. Una enfermedad infecciosa pasa por tres etapas. Determine el valor de la verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones respecto a estas etapas y marque la alternativa correcta.

I. En el periodo de desarrollo el agente patógeno se multiplica activamente.  
II. Si el sistema inmune no vence al agente infeccioso se produce la muerte.  
III. En el periodo de incubación se deben extremar los cuidados del enfermo.

A) VFV      B) FVV      C) VFV      D) FVF      E) VVF

**Solución:**

I. El periodo de desarrollo es la etapa en la que aparecen los síntomas y signos de la enfermedad (F)  
II. La muerte ocurre cuando el sistema inmunológico no puede superar al agente infeccioso causante de la enfermedad (V).  
III. El periodo de incubación es el tiempo comprendido entre el ingreso del patógeno en el organismo hasta la aparición de los primeros síntomas. (F).  
Es en el periodo de convalecencia donde se deben extremar los cuidados y alimentar bien al enfermo.

**Rpta.: D**

5. La escabiosis y la pediculosis son dermatosis parasitarias ubicuas y muy contagiosas, de amplia distribución mundial ocasionadas por artrópodos que se transmiten por contacto

A) indirecto.      B) mecánico.      C) biológico.  
D) directo.      E) zoonótico.



**Solución:**

La escabiosis y la pediculosis son enfermedades infecciosas ocasionadas por los artrópodos *Sarcoptes scabiei* y *Pediculus humanus* respectivamente, al ser estos artrópodos los responsables del desarrollo de los signos de cada enfermedad, su mecanismo de transmisión es directa.

**Rpta.: D**

6. María está estudiando el comportamiento infeccioso de un agente patógeno recién descubierto, que ocasiona problemas a nivel del sistema respiratorio. Su experiencia le indica que debe aplicar los postulados de Koch. Ayude a María a aplicar dichos postulados de manera correcta.

- I. Los animales de experimentación deben formar anticuerpos contra el germen.
- II. El agente causal debe estar presente en el enfermo.
- III. El germen debe ser aislado de las lesiones y mantenerse puro en cultivos en laboratorio
- IV. El germen debe reproducir la enfermedad en los animales de laboratorio.

A) II, III, IV, I    B) I, II, III, IV    C) II, III, I, IV    D) I, III, IV, II    E) I, II, III, IV

**Solución:**

Los postulados de Koch permiten determinar el comportamiento infeccioso de una enfermedad siendo estos:

1. El germen causante de la enfermedad debe encontrarse en este tipo de enfermos.
2. Debe aislarse de las lesiones de los enfermos y cultivarse en estado puro y mantenerse en trasposos sucesivos en el laboratorio.
3. El microorganismo debe reproducir la enfermedad en animales de laboratorio y reaislarse para mantenerlo puro en el cultivo.
4. Tanto el hombre como los animales de experimentación deben formar anticuerpos contra el germen.

**Rpta.: A**

7. Las enfermedades de acuerdo a la naturaleza del agente causal pueden ser virales, bacterianas, micóticas o parasitarias, siendo sus mecanismos de transmisión diferentes. Aunque en algunos casos los mecanismos de transmisión pueden ser similares, así por ejemplo a través de alimentos y/o agua contaminada nos podemos infectar con

- A) *Pediculus humanus*, *Echinococcus granulosus* y *Salmonella typhi*.
- B) *Enterobius vermicularis*, *Salmonella typhi* y *Tripanosoma cruzi*.
- C) *Ascaris lumbricoides*, *Entamoeba histolytica* y *Vibrio cholerae*.
- D) *Bartonella bacilliformis*, *Fasciola hepatica* y *Microsporium trichophyton*.
- E) *Plasmodium vivax*, *Rickettsi prowaseki* y *Candida albicans*.



**Solución:**

Un mecanismo muy común de transmisión de agentes patógenos de enfermedades es a través del agua y/o los alimentos, siendo estos agentes causales *Salmonella typhi*, *Enterobius vermicularis*, *Ascaris lumbricoides*, *Entamoeba histolítica*, *Vibrio cholerae*, y *Fasciola hepática*.

**Rpta.: C**

8. La entamoebiosis es producida por el protozoo *Entamoeba histolytica* que se localiza en el lumen y en la mucosa del intestino grueso. Se adquiere al ingerir agua y alimentos contaminados con quistes del parásito. Las personas infectadas presentan diversa sintomatología, siendo la más frecuente:

- A) el paciente tiene en forma constante sensación de hambre.
- B) se caracteriza por los accesos intermitentes de fiebre y escalofríos.
- C) la infección puede causar muerte súbita por arritmias cardíacas.
- D) cuadros de diarrea mucosanguinolenta alternado con estreñimiento
- E) causa desórdenes crónicos del sistema nervioso central.

**Solución:**

Una persona parasitada con *Entamoeba histolytica* puede presentar meteorismo, dolor en hipocondrio derecho, molestias al evacuar, cuadros de diarrea mucosanguinolenta que se alternan con estreñimiento acompañado de anorexia, vómitos, pérdida de peso y abscesos necróticos en el hígado que pueden abrirse al peritoneo, pleura, bronquios o piel abdominal, pudiendo ocasionar la muerte del enfermo.

**Rpta.: D**

9. Eduardo, un estudiante de sociología, estuvo trabajando con comunidades indígenas en el departamento del Cusco. Unos días luego de retornar a Lima es llevado al hospital de emergencia al mostrar signos de fiebre, malestar general, palidez por la anemia severa, ictericia, hepatomegalia. Con toda la información expuesta el médico que lo atiende determina que el agente causante de su enfermedad es

- A) *Plasmodium vivax*.
- B) *Trypanosoma cruzi*.
- C) *Bordetella pertusis*.
- D) *Bartonella bacilliformis*.
- E) *Lutzomyia* sp.

**Solución:**

La sintomatología presentada por Eduardo corresponde a la fase aguda de la Bartonelosis conocida como «fiebre de la oroya», ocasionada por la bacteria *Bartonella bacilliformis* la cual es transmitida por la picadura del mosquito *Lutzomyia*. Es endémica de los valles interandinos de Cusco, Ancash, Cajamarca, Amazonas y Huánuco.

**Rpta.: D**



10. En la etapa terciaria de la sífilis se presentan tumores, complicaciones cardíacas y trastornos del sistema nervioso llegando a la ceguera, parálisis y demencia. Determine el valor de la verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones respecto a esta enfermedad y marque la alternativa correcta.

- I. Es una enfermedad crónica que se transmite a través de relaciones sexuales.
- II. El agente causante es el virus *Treponema pallidum*.
- III. En la etapa inicial se forman verrugas dolorosas denominadas «chancro».
- IV. La etapa de latencia puede durar 30 años después de la infección.

A) VFFV      B) VVFV      C) FVVF      D) VVVV      E) FVFV

**Solución:**

La sífilis es una enfermedad crónica que se transmite por relaciones sexuales de una persona a otra, mediante el contacto de la piel o las membranas mucosas de un individuo infectado. Si no se trata pasa por 4 etapas: primaria, aparece el «chancro», una pápula no dolorosa en la zona genital; secundaria, se forman verrugas en el ano, pene, vagina, boca y garganta; latente, que puede durar de 2-30 años después de la infección; terciaria, tumores en piel, huesos órganos y ocasiona trastornos crónicos en el sistema nervioso central como demencia.

**Rpta.: A**

11. Las enfermedades parasitarias, ocasionadas por helmintos tienen diversidad de formas infectantes. Relacione la enfermedad con su forma infectante y marque la alternativa correcta.

- |                    |                                             |
|--------------------|---------------------------------------------|
| I. Oxiuros         | a. huevo de <i>Echinococcus granulosus</i>  |
| II. Hidatidosis    | b. metacercaria de alicuya                  |
| III. Cisticercosis | c. huevo de <i>Taenia solium</i>            |
| IV. Fasciolosis    | d. huevos de <i>Enterobius vermicularis</i> |

A) Ib, IIc, IIIa, IVd      B) Id, IIc, IIIa, IVc      C) Id, IIa, IIIc, IVb  
D) Ic, IIa, IIIb, IVd      E) Ia, IIb, IIIc, IVd

**Solución:**

La oxiuros o enterobiosis se adquiere por la ingesta de huevos de *Enterobius vermicularis*; la hidatidosis se adquiere cuando la persona ingiere alimentos contaminados con huevos de *Echinococcus granulosus*; la cisticercosis se adquiere al ingerir alimentos contaminados con huevos de *Taenia solium* y la Fasciolosis se adquiere por la ingesta de verduras contaminadas con la larva metacercaria de *Fasciola hepática* o alicuya.

**Rpta.: C**



12. La enfermedad de Chagas, la malaria y la fiebre de la Oroya son enfermedades metaxénicas, es decir transmitidas por un portador animado no humano denominado vector y constituyen los principales problemas de salud en el país. Los vectores que transmiten estas enfermedades son respectivamente:

A) *Aedes*, *Triatoma* y *Anopheles*.  
B) *Triatoma*, *Aedes* y *Lutzomyia*.  
C) *Anopheles*, *Lutzomyia* y *Aedes*.  
D) *Lutzomyia*, *Triatoma* y *Anopheles*.  
E) *Triatoma*, *Anopheles* y *Lutzomyia*.

**Solución:**

La enfermedad de Chagas o tripanosomiasis es transmitida por el vector *Triatoma infestans*, el vector transmisor de la malaria o paludismo es *Anopheles* y el agente causante de la fiebre de la Oroya o bartonelosis es transmitido por la picadura del mosquito *Lutzomyia*.

**Rpta.: E**

13. La profilaxis sugiere medidas y trata de concientizar a la población para reducir la posibilidad de que se enfermen. Esta se sostiene en seis postulados, ¿cuál de las siguientes afirmaciones no corresponde a estos postulados?

A) Alimentación sana, abundante y balanceada  
B) Destrucción de los microorganismos patógenos  
C) Protección del sano mediante inmunizaciones  
D) Diagnóstico precoz de la enfermedad  
E) Eliminación de vectores

**Solución:**

La alimentación sana, abundante y balanceada es una medida profiláctica individual; por lo tanto, no corresponde a los postulados de la profilaxis.

**Rpta.: A**

14. La profilaxis puede aplicarse de forma individual, es decir para cada enfermedad. Relacione la profilaxis adecuada para la enfermedad correspondiente y marque la respuesta correcta.

|                                                  |                 |
|--------------------------------------------------|-----------------|
| I. Ingerir leche pasteurizada                    | a. Malaria      |
| II. Usar mosquiteros en las horas de reposo      | b. Cólera       |
| III. Lavarse las manos después de defecar        | c. Sarna        |
| IV. Evitar uso de prendas de personas infectadas | d. Tuberculosis |

A) Ib, IIc, IIId, IVa  
B) Ia, IIb, IIId, IVd  
C) Id, IIa, IIId, IVc  
D) Id, IIb, IIIa, IVc  
E) Ib, IIa, IIId, IVd



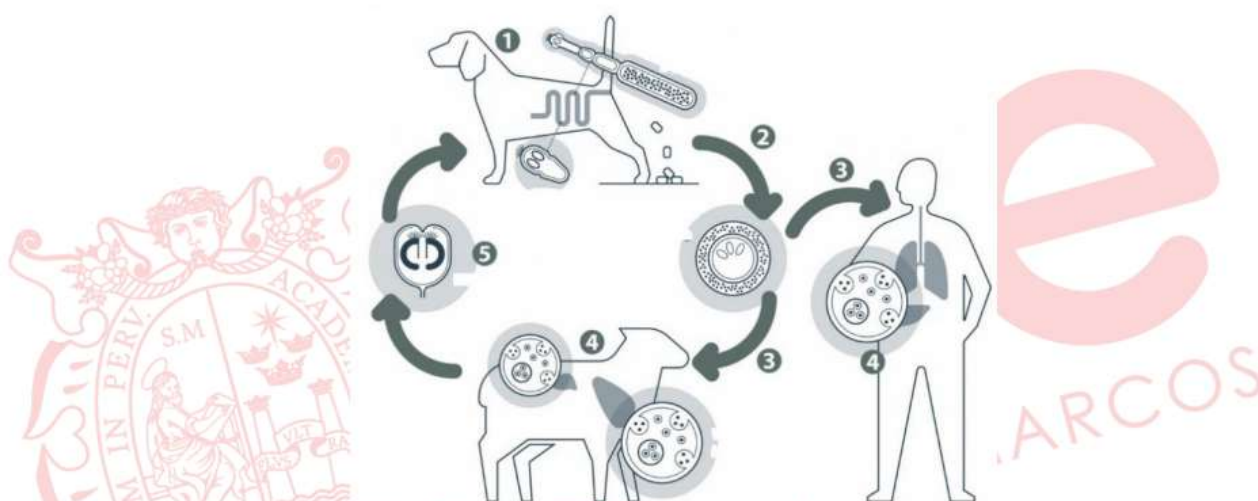
**Solución:**

La medida de profilaxis de:

- ingerir leche pasteurizada es recomendada para la tuberculosis,
- usar mosquitero en las horas de reposo es para la malaria
- lavarse las manos después de defecar es en el cólera
- evitar uso de prendas de personas infectadas es para la sarna

**Rpta.: C**

15. La hidatidosis es una enfermedad infecciosa ocasionada por la larva de la tenia de perro. En el siguiente grafico se muestra el ciclo biológico de este parásito. Identifique el evento ocurrido en el número 3.



(Fuente: <https://parasitxpert.es/el-parasito-del-mes-echinococcus-granulosus-y-la-hidatidosis/>)

- A) Infección de la oveja por larva del parásito
- B) Infección del hombre y/o oveja por ingerir huevos del parásito
- C) Infección accidental del hombre por ingerir la larva del parásito
- D) Infección de la oveja por ingerir el quiste del parásito
- E) Infección de la oveja por ingerir el huevo en quiste del parásito

**Solución:**

En el número 3 del ciclo se representa la infección del hombre y la oveja por la ingesta del huevo de la tenia de perro, *Echinococcus granulosus*.

**Rpta.: B**