



HABILIDAD VERBAL

“Me agrada ir sembrando la buena semilla, pero no que me hurten el grano maduro.”

Alfredo Torero

SECCIÓN A

HERRAMIENTAS DE COMPRENSIÓN LECTORA 1 SUBRAYADO, SUMILLADO, PALABRAS CLAVE

Denominamos estrategia al conjunto de procedimientos que se llevan a cabo para lograr un objetivo. En nuestro caso, este es la comprensión de textos escritos (la comprensión lectora). Un lector, en un momento dado, y en función al contexto y su propósito específico de lectura, emplea diversas estrategias. Generalmente, se destaca en ellas su carácter controlado, autodirigido y genérico.

Las estrategias de comprensión lectora se instrumentalizan a través de técnicas, entre las cuales destacan el subrayado, el sumillado, la identificación de palabras clave, entre otros.

LAS PALABRAS CLAVE

Las palabras clave de un texto son aquellos términos que remiten a los contenidos más importantes de un texto. Estas se encuentran íntimamente vinculadas a la estructura del discurso y constituyen un indicador de la conexión que hay entre los conceptos y las ideas fundamentales.

Según algunos autores, existen dos tipos de palabras clave:

- cortas, que son las más generales
- largas, que son más específicas y brindan mayor información sobre un tema

Además del principio de recurrencia, para identificar las palabras clave, se debe tener en cuenta que estas tienen que ver con partes o momentos concretos, cualidades o rasgos, factores o elementos, causas y consecuencias, etc.

EJEMPLO

Hay dos aspectos, relacionados con la **naturaleza humana**, que ayudan a nuestro cometido de entender qué cosa es esa del **discurso**: las personas somos seres **sociales** y **lingüísticos**. Para entendernos como personas necesitamos tener en cuenta que nacemos y nos hacemos en sociedad, de la que tomamos conocimientos, pensamientos, formas de estructurar lo que nos rodea, hábitos, moral, cultura... y **lenguaje**. Este no es un compartimento estanco, sino que está confundido con todo lo demás. El **lenguaje** (de las palabras, de los gestos, de los símbolos más diversos...) estructura **el pensamiento**, permite **la comunicación**, otorga **significado** a lo que ocurre... y también **absorbe** cuanto ocurre, **mutando continuamente**. Las personas hemos nacido y nos comportamos en este entorno complejo y **simbólico**.

Manzano, V. (2005). Introducción al análisis del discurso



EL SUBRAYADO

Antes de explicar esta técnica, hay que resaltar que su aplicación exige, como prerrequisito, comprender el tema del texto que se desea comprender, pues esto orientará la atención lectora para la identificación de los conceptos fundamentales expuestos en aquel. Es por ello que resulta indispensable el subrayado de los títulos y subtítulos.

El subrayado consiste en resaltar las ideas principales del texto que se lee. Estas ideas deben ser destacadas para que, en una próxima lectura, su ubicación sea más rápida y sencilla. Solo se subraya aquello que se considere clave para la comprensión del texto.

Aunque se suele enseñar la aplicación de esta técnica de manera autónoma o aislada, en realidad, suele servir de base a otras técnicas, tales como las del resumen, los esquemas, las fichas, entre otras.

Existen varias formas de ejecutar esta técnica:

Lineal: se traza la línea debajo de la idea que queremos resaltar por ser importante. **Lateral:** se destacan varias líneas o párrafos con una línea vertical al margen del texto. **Realce:** se utiliza un código personal, es decir, palabras, asteriscos, gráficos, etc.

Al aplicar cualquiera de estas formas de subrayado, algunos lectores tienden a cometer ciertos errores. Las equivocaciones más comunes en el uso del subrayado son, en primera instancia, subrayar antes de ejercer una lectura completa del texto; es decir, aplicar señales sin antes haber leído o comprendido cada uno de los apartados del documento. También se suele remarcar demasiado (las señales en exceso pueden dificultar la comprensión del lector). Asimismo, es frecuente que los lectores subrayen palabras que no tienen relación con el tema.

EJEMPLO

Una cosa particularmente importante es que los cambios científicos no tienen por qué estar motivados por experimentos o solamente estar referidos a lo que Quine llamó en la última etapa de su filosofía «gama de estímulos». En efecto, cuando Galileo descubrió los satélites de Júpiter, las fases de Venus o la montaña de la Luna, tales hallazgos tenían un referente empírico directo. Lo mismo sucede con el pasmoso descubrimiento de los microorganismos hecho por Leeuwenhoeck con su microscopio. Sin embargo, la geometría curva de Riemann, la relatividad y los *quanta* no se relacionan directamente con experimentos u observaciones. La búsqueda de lo nuevo no se asocia necesariamente con la evidencia empírica directa y tanto el ejemplo de la relatividad como el de la mecánica cuántica implican descubrimientos de índole teórica que modifican drásticamente nuestra imagen del mundo. Lo que sí es esencial para entender la dinámica de la ciencia es que esta consiste en sobrepasar sus propios límites de modo frecuente insospechado: la falibilidad y perfectibilidad de la ciencia deben asumirse con la mayor radicalidad. ***** La ciencia, en tanto que empresa del descubrimiento (según la feliz fórmula de Edward Wilson), se puede definir como una búsqueda incesante de lo nuevo *****

Subrayado lateral

Subrayado lineal

Realce



EL SUMILLADO

La elaboración de sumillas es un mecanismo útil para la comprensión lectora. Consiste en que el lector exprese con sus propias palabras la idea o ideas principales de una determinada sección del texto. Es decir, implica que aquel realice un parafraseo. Esta paráfrasis es escrita por el lector a manera de nota al margen del texto, al mismo nivel de la sección leída.

Para realizar el sumillado correctamente es recomendable seguir los siguientes pasos: a) leer todo el texto propuesto; b) releer y subrayar las ideas más importantes de cada párrafo; c) aplicar las macrorreglas: supresión, generalización, construcción; y d) revisar y comparar las sumillas con el texto original.

EJEMPLO

La identificación de relaciones entre las distintas partes del texto y el conocimiento de mundo del lector constituyen un punto crucial en el proceso de comprensión. En consecuencia, el texto es percibido y representado en la memoria como una estructura coordinada y coherente más que como un conjunto desarticulado de piezas de información.

En este sentido, el proceso de comprensión ha sido comparado con el armado de un rompecabezas. Armar un rompecabezas implica juntar pequeños fragmentos en función de formar un todo unificado. El resultado de este mecanismo de integración es una representación interrelacionada en la cual las partes dejan ya de tener sentido por sí mismas. La metáfora del rompecabezas permite entender cómo se accede al sentido final de un texto: la construcción de una representación mental coherente de los hechos descriptos supone la integración de elementos individuales.

Sumilla 1

El texto es una unidad verbal que engarza el conocimiento leído con el conocimiento que tiene el lector sobre el mundo.

Sumilla 2

Así, la comprensión lectora puede ser interpretada bajo la metáfora del armado de un rompecabezas: se integra el conocimiento del texto con el conocimiento del mundo para acceder al sentido final del texto.

Abusamra et al. (2009). La comprensión de textos desde un enfoque multicomponencial. El test "Leer para comprender". Prensa Latinoamericana

EJERCICIO DE APLICACIÓN

Lea el siguiente texto y aplique las estrategias señaladas anteriormente (identificación de palabras clave, subrayado y sumillado) para determinar el mejor resumen del texto.

Los defensores de Lacan, Deleuze y otros podrían argumentar que estas referencias a conceptos científicos son válidas e incluso profundas, y que nuestra crítica yerra el tiro porque no comprendemos el contexto. Después de todo estamos dispuestos a admitir que no siempre entendemos el resto de las obras de estos autores. ¿No seríamos científicos arrogantes, de mentes estrechas, que hemos pasado por alto algo sutil y profundo?

Ante todo, responderíamos que cuando conceptos matemáticos o físicos aparecen en un ámbito de estudio distinto, es preciso aportar algún argumento para justificar su pertinencia. En todos los casos citados aquí hemos comprobado la ausencia de semejantes argumentos, ya sean junto a los textos citados o en otro lugar del artículo o libro.



Hay ciertas «reglas empíricas» que se pueden usar para decidir cuándo los conceptos matemáticos han sido introducidos con un auténtico propósito intelectual y cuándo solo para impresionar al lector. Ante todo, en caso de uso legítimo, el autor necesita tener un conocimiento adecuado de las matemáticas que se propone aplicar -en particular, no ha de incurrir en groseros errores- y tiene la obligación de explicar lo más claramente posible las nociones técnicas necesarias en términos comprensibles para el lector (que presumiblemente no será un científico). Segundo, puesto que los conceptos matemáticos tienen asimismo significados precisos, las matemáticas son útiles sobre todo en ámbitos en los que los conceptos tienen asimismo significados más o menos precisos. Es muy dudoso que la noción matemática de espacio compacto pueda ser aplicada fructíferamente a algo tan poco definido como el «espacio de goce» en psicoanálisis. Tercero, resulta particularmente sospechoso que conceptos matemáticos abstrusos (como el axioma de elección en la teoría de conjuntos), usados raramente en física -y ciertamente nunca en química o biología-, se vuelvan milagrosamente pertinentes en las humanidades y las ciencias sociales.

Sokal, A. y J. Bricmont. (1998). *Imposturas intelectuales*. España: Paidós.

1. El mejor resumen del texto es

- A) el uso de conceptos matemáticos o físicos, en un campo distinto, requiere una justificación de su pertinencia, además de una explicación clara y una precisión adecuada.
- B) el uso de conceptos científicos está permitido hasta cierto punto solo para los matemáticos y físicos, quienes poseen mayor capacidad de científicidad y de solidez.
- C) el uso de conceptos científicos, sobre todo los de matemática y física, debe darse con rigor e integridad a las ciencias formales, pero no así a las ciencias humanas.
- D) los defensores de Lacan y Deleuze piensan que ellos pueden aplicar conceptos de la matemática y la física a las humanidades y el arte, pero Sokal y Bricmont no lo creen así.
- E) existen ciertas reglas empíricas que permiten aplicar conceptos matemáticos y físicos a otros campos de estudio cuando el discurso connotativo lo permite y lo avala.

Solución:

Los autores discuten el uso correcto de conceptos matemáticos y físicos en un campo académico distinto. Así, señalan que se debe tener en cuenta una justificación de la pertinencia de sus usos, sumada a una explicación sistémica y a un contexto preciso para su empleo.

Rpta.: A

2. Según la postura de los defensores de Lacan y Deleuze, se puede inferir que

- A) las referencias a los conceptos científicos son válidas y muy discutibles.
- B) la filosofía de estos autores es superior, por lo que son incomprensidos.
- C) los conceptos científicos son relativos, luego se los puede aplicar en arte.
- D) quienes no comprenden a Lacan hacen una mala interpretación textual.
- E) Sokal y Bricmont desarrollan una sensible diatriba, pero algo imprecisa.

Solución:

Los defensores de Lacan y Deleuze podrían argumentar que las referencias a conceptos científicos son válidas e incluso profundas. Se sigue que quien no comprende no ha desarrollado una buena lectura.

Rpta.: D



3. En el texto, el significado de REGLAS es

- A) leyes. B) parámetros. C) conceptos.
D) clases. E) esquemas.

Solución:

En el texto, se interpreta las REGLAS empíricas como estándares, esto es, como PARÁMETROS que se tienen que seguir.

Rpta.: B

4. Sobre el uso de conceptos matemáticos y físicos en las ciencias sociales y las humanidades, es incompatible sostener que

- A) es importante que se halle una justificación para poder usarlos.
B) ciertos autores lo hacen para sorprender a los lectores de su obra.
C) el empleo de dichos conceptos tiene que presentar una explicación.
D) en ocasiones se hace de manera indiscriminada y sin sentido.
E) la terminología de estos dos últimos campos es pseudocientífica.

Solución:

Se entiende que el uso arbitrario de conceptos matemáticos y físicos en las ciencias sociales y las humanidades es incorrecto, pero no se entiende que la terminología de estos dos últimos campos sea pseudocientífica.

Rpta.: E

5. Si un sociólogo usara el concepto de *superposición cuántica* sin explicar dicha extrapolación a la teoría sociológica

- A) incurriría en un grosero error de carácter científico.
B) podría justificar su uso en una obra posteriormente.
C) acuñaría una nueva teoría cuántica en la sociología.
D) emplearía precisamente el concepto en la práctica.
E) mejoraría el léxico del campo de las ciencias sociales.

Solución:

Si usamos conceptos de un campo científico distinto al que estamos tratando, debemos justificar y explicar dicho uso.

Rpta.: A

SECCIÓN B

TEXTO 1A

La piratería no es un tema precisamente reciente, según relatan los libros esto ya acontecía en los mares. Pero también es cierto que el debate en torno a ella se ha intensificado en todos los sectores.

En primera instancia, la piratería aumenta sustancialmente las pérdidas de las compañías y por eso los precios del *software* y *hardware* son tan altos. Es por culpa de la piratería, que los usuarios «legales» tienen que soportar el acoso continuo de los molestos sistemas de protección anticopia de las compañías. DDR, actualizaciones constantes y casi obligatorias cada vez que nos conectamos a Internet o insertamos en el lector un videojuego nuevo.



Por otro lado, usar *software* o *hardware* no licenciado, no te ofrece ninguna garantía de la calidad de los contenidos que ejecutas en tu sistema ni de la procedencia de los mismos. Esto puede ocasionar un funcionamiento indeseado, defectuoso o erróneo en tu equipo.

Puede incluso dejarlo inservible. Muchas consolas se convirtieron en ladrillos (cariñosamente usamos el término anglosajón *brick*) debido a usuarios que intentaron alterarlas con más valor que pericia, guiados por un mal consejo, cometiendo algún error en el proceso o usando directamente algún *software* defectuoso, dañino o incluso malintencionado.

No está de más señalar que la piratería acabará con el mercado de los videojuegos. Si nadie paga por el *software* original las empresas dejarán de invertir en grandes y costosos desarrollos y en nuevas máquinas e irá muriendo.

Finalmente, ciertos juegos no llegan a ciertos países o llegan sin traducir debido al elevado porcentaje de piratería que se da en ellos. Sin ir más lejos, en España somos casi un referente internacional en lo concerniente a la piratería.

AnotherGames (2011). «La piratería: los argumentos a favor y en contra» en *Blogspot.com*.
<http://anothergames.blogspot.com/2011/04/la-pirateria-los-argumentos-favor-y.html>. (Texto editado)

TEXTO 1B

Existe una pequeña guerra por los derechos de la propiedad intelectual. Ante tal situación, es importante señalar algunos puntos importantes.

En primer lugar, la piratería obliga a las compañías a mantener los precios del *software* original dentro de unos rangos más competitivos.

Seguidamente, ciertas compañías y de manera indiscriminada despliegan una especie de guerra sucia contra los piratas creando sistemas que en ciertas ocasiones acaban molestando más al usuario que paga, que al que descarga sin pasar por caja. Usar este tipo de tácticas de nula eficacia, pero de un nivel de pesadez contrastado, acaba casi otorgando un cierto grado de justificación moral a las medidas que toman quienes buscan encontrar vulnerabilidades o fallos en consolas para suprimirlas.

Puesto que las consolas no son perfectas, se forman grupos como los antes indicados para buscar vulnerabilidades. El grupo que se crea entorno a la piratería de una consola potencia, ajusta o libera las características originales de esta hasta límites insospechados.

Además, la piratería ha sido la clave del éxito de determinadas consolas como sería el caso de la PlayStation One. Algunos incluso creen que las propias compañías pudieron fomentar la piratería de sus sistemas de forma encubierta para así consolidar sus ventas.

Para concluir, gracias a la piratería podemos tener acceso a productos o versiones de productos que por una u otra causa no llegan a nuestro país.

AnotherGames (2011). «La piratería: los argumentos a favor y en contra» en *Blogspot.com*.
<http://anothergames.blogspot.com/2011/04/la-pirateria-los-argumentos-favor-y.html>. (Texto editado).

1. El tema central que articula la discusión entre ambos textos es

- A) la plausibilidad de la piratería en videojuegos.
- B) los beneficios de adquirir productos piratas.
- C) el sector más beneficiado por la piratería.
- D) los efectos de la piratería en el ámbito virtual.
- E) la cuestión sobre la piratería virtual económica.



Solución:

El texto dialéctico muestra tanto argumentos a favor como en contra de la piratería en videojuegos.

Rpta.: A

2. Es posible inferir de la expresión «usuarios que intentaron alterarlas [las consolas] con más valor que pericia» hace referencia a usuarios

- A) valerosos que decidieron dejar atrás sus prejuicios.
- B) no capacitados para manejar consolas de videojuegos.
- C) con un sentido de justicia que los empujó a actuar.
- D) entendidos en el ámbito *gamer* pero pusilánimes.
- E) que tienen capacidad pecuniaria para comprar juegos.

Solución:

La frase «con más valor que pericia» indica que los usuarios se atrevían a modificar las consolas sin tener los conocimientos suficientes.

Rpta.: B

3. En el texto B, el término LIBERA se puede reemplazar por

- | | | |
|----------------|---------------|---------------|
| A) escapa. | B) manumite | C) desenreda. |
| D) desbloquea. | E) actualiza. | |

Solución:

El término LIBERA está asociado a DESBLOQUEA, LIBERA.

Rpta.: D

4. Se corresponde con el texto respecto de la postura del texto A que los usuarios legales de videojuegos

- A) llegan a justificar el actuar de los piratas *gamer*.
- B) recurren al uso de *software* y *hardware* pirata.
- C) tienen inconvenientes para pagar precios elevados.
- D) se ven perjudicados por los efectos de la piratería.
- E) en su mayoría, son de Estados Unidos y América.

Solución:

El texto A indica que en muchos casos son los usuarios legales quienes tienen que soportar las medidas antipiratería de las compañías de videojuegos.

Rpta.: D

5. Si se demostrara fehacientemente que la piratería incentiva a las compañías a mantener unos precios no tan elevados, entonces

- A) la postura del texto B quedaría rebatida frente a la nueva evidencia.
- B) los piratas informáticos se verían obligados a dejar de producir.
- C) sería imposible manipular las consolas con el fin de potenciarlas.
- D) el autor del texto A seguiría estando en desacuerdo con la piratería.
- E) los europeos demandarían más juegos piratas para desestresarse.



Solución:

El texto A tiene diferentes razones para estar en desacuerdo con la piratería tales como el riesgo de estropear consolas, perjuicio del mercado de videojuegos, etc.

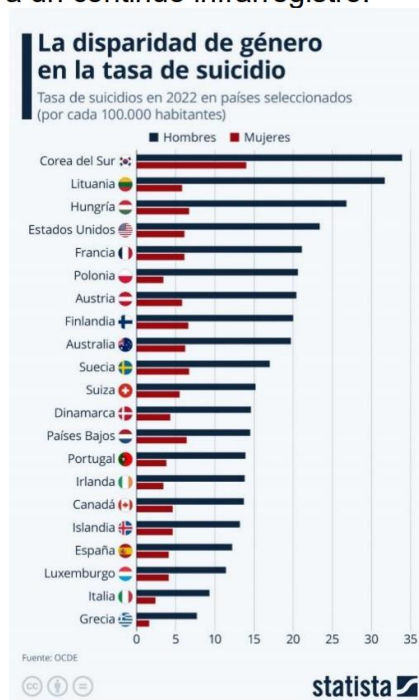
Rpta.: D

TEXTO 2

En España se quitan la vida alrededor de doce hombres por cada 100,000 habitantes, mientras que en el caso de las mujeres esta tasa es de 4,1, casi tres veces menor, según los últimos datos disponibles de la Organización Mundial de la Salud (OMS). Esta diferencia en el número de casos en la tasa de suicidios en este país no es una excepción a nivel mundial, sino que más bien responde a una tendencia global. En Lituania, Hungría y Polonia, la tasa de suicidios fue más de cuatro veces superior entre los hombres. Entre las mujeres, Corea del Sur registró con diferencia la tasa más alta de los países incluidos, con 14 casos por cada 100,000 habitantes.

Hoy se celebra el Día Mundial para la Prevención del Suicidio. El tema de este año es "Cambiar el discurso sobre el suicidio". Según la OMS, el objetivo de este día es transformar la percepción del público en general sobre la compleja cuestión del suicidio y "pasar de una cultura del silencio y el estigma a una cultura de apertura, comprensión y apoyo".

Aunque estos datos solo incluyen a los países de la OCDE, es importante señalar que el suicidio no es un fenómeno limitado únicamente a los países de altos ingresos. Según la OMS, la región africana tiene la tasa de suicidios más alta del mundo, estimada en 11,2 personas por cada 100.000 habitantes en 2019, frente a una media mundial de 9,0 por cada 100.000 habitantes ese mismo año. Lesoto presenta tasas especialmente elevadas, con 87,5 por cada 100.000 habitantes, seguido de Esuatini, con 40,5. La OMS destaca que el 77% de los suicidios se produjeron en países de ingresos bajos y medios en 2019, y añade que la falta de datos sobre el suicidio ha dado lugar a un continuo infrarregistro.



Florencia, M. (10 de septiembre de 2025). «La disparidad de género en la tasa de suicidios en el mundo». En *Statista*. <https://es.statista.com/grafico/15388/tasa-de-suicidios-en-paises-seleccionados/>



1. El tema central del texto es

- A) la disparidad numérica de suicidios entre hombres y mujeres.
- B) la gran estadística de muertes contra los hombres y mujeres.
- C) la gran probabilidad de morir que tienen los hombres pobres.
- D) la diferencia de suicidios entre hombres y mujeres favorecidas.
- E) el suicidio en los países desarrollados y los no desarrollados.

Solución:

En líneas generales, el texto en conjunto describe los datos sobre la diferencia estadística de suicidios entre hombres y mujeres, dado que este fenómeno termina por afectar más a los hombres que a las mujeres.

Rpta.: A

2. Respecto a la percepción sobre el suicidio, es incompatible decir que

- A) el silencio puede complicar aún más la problemática de este asunto.
- B) el hermetismo contemporáneo permite que este sea un tema difícil.
- C) la cultura actual no comprende ni apoya a los potenciales suicidas.
- D) las personas tienen un alto grado de sensibilidad sobre este tópico.
- E) para la mayoría de personas es un tema tabú no tratado ni hablado.

Solución:

Según el texto, la percepción sobre el suicidio es negativa, no existe una cultura abierta a tratar sobre este tópico.

Rpta.: D

3. En el primer párrafo, el término RESPONDER implica

- A) corroboración.
- B) negación.
- C) mortalidad.
- D) abstracción.
- E) explicación.

Solución:

El vocablo presenta la idea que EXPLICA, en primera instancia, la problemática del suicidio.

Rpta.: E

4. Sobre la imagen y el desarrollo del texto, se infiere que

- A) no siempre la disparidad afecta más a las mujeres que a los hombres.
- B) la misandria es una directriz mundial que preocupa a buenos hombres.
- C) existen asesinas seriales en el mundo que todavía no son descubiertas.
- D) no se debe hablar de feminicidio, sino de androcidio como un tema tabú.
- E) vivir en un país desarrollado es perjudicial para la mayoría de hombres.

Solución:

En este caso, la disparidad numérica de suicidios afecta más a los hombres.

Rpta.: A



5. Si África tuviera el mismo desarrollo económico que la zona europea,

- A) los africanos no pedirían refugio en países europeos.
- B) probablemente su tasa de suicidios sería más baja.
- C) todos los países africanos serían muy desarrollados.
- D) posiblemente la proporción de suicidios sería más alta.
- E) los sudamericanos no viajarían a Europa, sino a África.

Solución:

La tasa más alta de suicidios en la región africana posiblemente se debe a un menor desarrollo económico en esta zona del mundo.

Rpta.: B

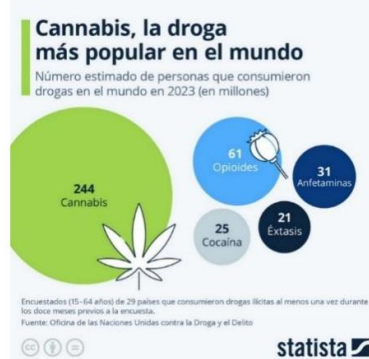
TEXTO 3

El último informe mundial sobre las drogas de la Oficina de las Naciones Unidas contra la Droga y el Delito (ONUDD) revela que el cannabis fue la droga más consumida en el mundo en 2023: 244 millones de personas la consumieron al menos una vez durante los doce meses previos a la encuesta. El informe destaca además que la proporción de personas que sufren trastornos psiquiátricos y suicidios asociados al consumo regular de cannabis ha aumentado, así como el número de ingresos hospitalarios por trastornos relacionados con el uso de esta droga.

Los opioides (entre ellos el opio, la heroína y la morfina), por otra parte, fueron la segunda droga más popular en el mundo en 2023, con 61 millones de personas que los consumieron por razones no médicas. En el caso de las anfetaminas, alrededor de 31 millones de personas las consumieron ese año. Por otra parte, 25 millones de personas consumieron cocaína y otros 21 éxtasis.

Según el reporte, "investigaciones indican el posible valor del cannabis en diversas indicaciones terapéuticas, pero su uso no médico puede acarrear consecuencias negativas en los consumidores". Estas consecuencias "dependen de diversos factores e incluyen alteraciones cognitivas y psicomotoras, que pueden provocar accidentes de tráfico y muertes, nuevos síntomas cardiovasculares, cánceres respiratorios y de otro tipo y otros efectos nocivos para el sistema respiratorio, ya que la droga se fuma con mayor frecuencia".

De acuerdo con la ONUDD, "el consumo de drogas pone en peligro la salud en general y la salud mental en particular y es especialmente dañino en la primera etapa de la adolescencia. Los mercados de las drogas ilícitas están vinculados con la violencia y otras formas de delincuencia. Las drogas alimentan y prolongan los conflictos, y sus efectos desestabilizadores, así como su costo social y económico, obstaculizan el desarrollo sostenible". En consecuencia, se debe sensibilizar a las personas sobre las implicancias negativas del consumo de drogas.



Florencia, M. (26 de junio de 2025). «Cannabis, la droga más popular en el mundo». En *Statista*.
<https://es.statista.com/grafico/30270/personas-que-consumieron-drogas-en-el-mundo/>



1. El tema central del texto es

- A) el cannabis y otras drogas más consumidas en el año 2023.
- B) el cannabis, la droga más popular y más conocida en el 2023.
- C) las drogas más populares entre los adolescentes del mundo.
- D) las consecuencias negativas del consumo de drogas en 2023.
- E) las enfermedades derivadas a partir del consumo de drogas.

Solución:

El texto expone que el cannabis y otras drogas como los opioides han sido las más consumidas durante el año 2023.

Rpta.: A

2. Sobre las opioides, resulta compatible afirmar que

- A) son drogas que incluyen solo estupefacientes ilegales y perniciosos.
- B) todas son drogas que se producen de manera sintética actualmente.
- C) fueron las drogas más consumidas en los años posteriores al 2023.
- D) incluye drogas que pueden ser consumidas por prescripción médica.
- E) son las más populares, después del cannabis, por sus bajos precios.

Solución:

“con 61 millones de personas que los consumieron por razones no médicas”. Se sigue que también son consumidas por prescripción médica.

Rpta.: D

3. En el cuarto párrafo, el término COSTO connota

- A) carencia.
- B) solvencia.
- C) economía.
- D) problema.
- E) implicancia.

Solución:

El COSTO social y económico hacer referencia a las consecuencias del consumo de drogas en estos planos; así, IMPLICANCIA es un término preciso para referenciarlo.

Rpta.: E

4. Respecto a la imagen y al texto, se infiere que las drogas

- A) generan un problema patente que los gobiernos no pueden solucionar.
- B) son muy costosas en la mayoría de países en Europa y en el mundo.
- C) generan solo enfermedades vinculadas al buen funcionamiento mental.
- D) son consumidas principalmente por adolescentes en su primera etapa.
- E) se perciben ilícitas cuando son consumidas en grupo y para delinquir.

Solución:

El consumo de drogas en el mundo es masivo, según los datos expuestos. Este accionar, más allá de los problemas propios de la propia adicción, genera otros problemas adicionales. Así, un problema tan patente no puede ser resuelto.

Rpta.: A



5. Si el consumo de drogas no ocasionara problemas físicos y mentales,
- A) los padres permitirían que sus hijos las consuman sin algún temor.
 - B) todavía se podría prohibir a partir de otros problemas que genera.
 - C) los países del mundo legalizarían todas las drogas sin excepción.
 - D) su costo se elevaría sin duda alguna por su carácter sano y lúdico.
 - E) los adolescentes dejarían de consumirlas por su matiz ahora legal.

Solución:

Todavía se tendría otros argumentos válidos como las muertes y los accidentes.

Rpta.: B

SECCIÓN C

PASSAGE 1

Guinea pigs are tail-less rodents that are native to the west coast of South America and since the mid-1800's, laboratories have used them for research. The correct name for guinea pigs is Cavy, pronounced "kay-vee".

Guinea pigs usually live for 5-6 years. Cavies have a very good sense of smell and sensitive hearing. Although not known for their intelligence, they do recognize their owners and will seek them out and return affection.

Guinea pigs are comical and clever. They make wonderful pets for children and can be very social animals. The animals do better in pairs as they prefer company, so unless you have a lot of time to devote to your pet getting at least two is often a good idea.

They are not expensive to own and the biggest expense is the initial setting up of housing. Guinea pigs are strong pets so veterinarian expenses are minimal.

TRADUCCIÓN

Los conejillos de Indias son roedores sin cola, originarios de la costa oeste de Sudamérica, y desde mediados del siglo XIX se han utilizado en laboratorios de investigación. El nombre correcto para los conejillos de Indias es Cavy (se pronuncia "kay-vi").

Los conejillos de Indias suelen vivir de 5 a 6 años. Tienen un olfato muy desarrollado y un oído sensible. Aunque no son conocidos por su inteligencia, reconocen a sus dueños, los buscan y les devuelven el cariño.

Los conejillos de Indias son graciosos e inteligentes. Son mascotas maravillosas para los niños y pueden ser animales muy sociables. Se desarrollan mejor en pareja, ya que prefieren la compañía, así que, a menos que tenga mucho tiempo para dedicarle a su mascota, tener al menos dos suele ser una buena idea.

No son caros de tener y el mayor gasto es la instalación inicial del alojamiento. Los conejillos de Indias son mascotas fuertes, por lo que los gastos veterinarios son mínimos.

1. The main purpose of the author is to
- A) show the remote origin of guinea pigs or cavies.
 - B) explain the ways to acquire a rodent called cavy.
 - C) describe the main characteristics of guinea pigs.
 - D) illustrate the steps to follow when living with cavies.
 - E) expound why we need to take care of guinea pigs.



Solution:

The text focuses on the main characteristics of guinea pigs like where are they from, how long do they live or what do a person needs to take care of these pets.

Key: C

2. The word DEVOTE most nearly means

A) maintain. B) dedicate. C) expect.
D) postpone. E) educate.

Solution:

The word DEVOTE refers to spend time with the pet or have enough time. So the synonym is to dedicate, offer.

Key: B

3. We can infer from the information about guinea pigs that having just one is not a good idea because

A) these animals live better in company than alone.
B) buying more than one cavy is not affordable at all.
C) it is complicated to prevent them from illnesses.
D) scientists used them for experiments in the past.
E) they are expected to live from five to six years.

Solution:

Having just one is not a good idea because the text explains that they do better in pairs or having company than alone.

Key: A

4. According to the information about guinea pigs, it is compatible to affirm that they

A) can be very social animals and are preferable for children.
B) want to continue being used by scientists in South America.
C) are known for their intelligence but are terrible at smelling.
D) live more than 10 years but sometimes just 5 or 6 years.
E) come from the west coast of America since the mid-1800's.

Solution:

The text affirms that cavies "make wonderful pets form children and can be very social animals".

Key: A

5. If someone wanted to acquire just one guinea pig and that person knew that he is not going to have enough time to spend with that pet, then

A) South American laboratories would not recommend doing that.
B) that pet would definitely die due to the loneliness it would feel.
C) it would be because guinea pigs are too expensive for the owner.
D) would be highly recommended to buy at least one more cavy.
E) that pet would be deprived form developing his smelling abilities.



Solution:

The author says that “the animals do better in pairs” so it would be highly recommended that if he does not have enough time, he bought at least one more guinea pig.

Key: D

HABILIDAD LÓGICO MATEMÁTICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. El veterinario del perro de Luis le recetó una dieta estricta, con las siguientes instrucciones:

- No puede consumir más de 500 Kcal al día;
- Si consume más de 300 Kcal en un día determinado, no podrá consumir más de 200 Kcal en cada uno de los tres días siguientes.

¿Cuál es la cantidad máxima de Kilocalorías que puede consumir el perro en todo el mes de enero, siguiendo estas recomendaciones?



A) 15000 Kcal
D) 9500 Kcal

B) 10000 Kcal
E) 8400 kcal

C) 9200 Kcal

Solución:

Veamos cómo maximizar su ingesta de calorías durante 4 días seguidos:

300 300 300 300 (un total de 1200) o
500 200 200 200 (un total de 1100).

La primera opción es la mejor. Cada 4 días seguidos el perro puede comer 1200 Kcal. Como 31 dividido entre 4 es 7 con resto 3, en los primeros 28 días puede comer como máximo $7 \times 1200 = 8400$ Kcal. Aún quedan 3 días y hay 3 opciones:

500, 200, 200 o 300, 300, 300 o 300, 300, 500.

La mejor es la tercera. Así se maximizan las calorías totales.

$8400 + 1100 = 9500$ Kcal

Rpta.: D

2. En algunos supermercados para obtener el beneficio de comprar con puntos, se debe acumular en una tarjeta al menos 247 puntos. Si adquiero una tarjeta y por cada artículo comprado me otorgan tantos puntos como la cantidad de artículos comprados, disminuido en 6, ¿cuántos artículos debo comprar como mínimo para tener el beneficio de comprar con puntos?

A) 19

B) 18

C) 17

D) 15

E) 20



Solución:

- #artículos comprados = x
- #puntos por c/artículo = $x - 6$
- #puntos ≥ 247
 $x(x - 6) \geq 247$
 $x^2 - 6x + 9 \geq 247 + 9$
 $(x - 3)^2 \geq 256$
 $x - 3 \geq 16 \quad \vee \quad x - 3 \leq -16$
 $x \geq 19 \quad \vee \quad x \leq -13$

Por lo tanto, #mínimo de artículos comprados = 19.

Rpta.: A

3. La Asociación de Productores de Quinua Orgánica de Ayacucho (APROQOA) se prepara para participar en la feria "Perú Mucho Gusto" en Lima. Han estimado que, si venden cada kilogramo de quinua a S/ 15, podrán vender aproximadamente 200 kg durante los tres días de la feria. Sin embargo, saben que la demanda de quinua es sensible al precio. Por cada S/ 1 que disminuyan el precio por kilogramo, estiman que podrán vender 20 kg adicionales. Además, la Municipalidad de Miraflores, organizadora del evento, les cobra un costo fijo de S/ 500 por el espacio en la feria, y APROQOA estima un costo variable de S/ 2 por cada kilogramo de quinua vendida (transporte, empaque, etc.). ¿Cuál es el precio por kilogramo de quinua que APROQOA debe fijar para maximizar su ganancia total durante la feria y cuál es la ganancia máxima? Dar la respuesta en ese orden.

- A) S/13,5 y S/ 2145 B) S/2 y S/ 2145 C) S/ 12,5 y S/ 2150
D) S/13 y S/ 2160 E) S/ 3,4 y S/ 2168

Solución:

1) Del enunciado tenemos:

- Función ingreso: $I(x) = (15 - x)(200 + 20x) = 3000 + 100x - 20x^2$
- **Función costo total:** $Ct(x) = 500 + 2(200 + 20x) = 900 + 40x$
- **Función ganancia total:** $Gt(x) = 2100 + 60x - 20x^2$
- **Analizando ganancia máxima:** $Gt_{max}(x) = -20(x^2 - 3x - 105)$
 $Gt_{max}(x) = -20([x - 1.5]^2 - 107.25) = 2145 - 20[x - 1.5]^2 = S/2145$

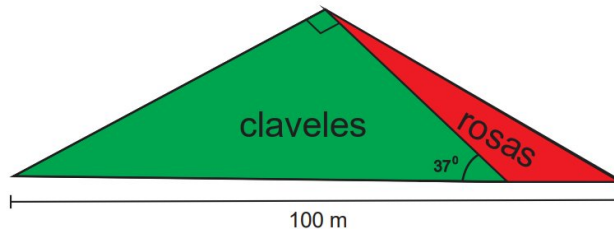
2) Por tanto, el precio del kilogramo de quinua es $S/15 - 1,5 = 13.5$ y su máxima ganancia es S/ 2145.

Rpta.: A



4. Un agricultor decide dividir su terreno de forma de triángulo para sembrar flores tal como se muestra en la figura. Halle el área máxima de la región sombreada donde sembrará rosas.

- A) 620 m²
B) 610 m²
C) 600 m²
D) 580 m²
E) 630 m²



Solución:

1. $A = \frac{CM \cdot BH}{2}$

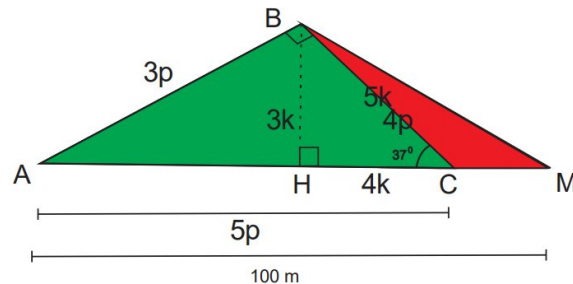
2. Por Relaciones Métricas:

$$3p \cdot 4p = 5p \cdot 3k \rightarrow 3k = \frac{12}{5}p$$

3. De 1) y 2): $A = \frac{(100-5p)(12p)}{2 \cdot 5}$

4. $A_{\text{máx}} = \frac{(100-5p)(12p)}{2 \cdot 5} = (20-p)(6p)$

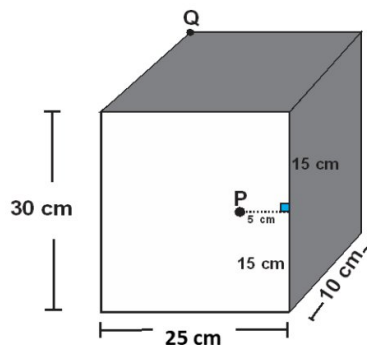
5. Cuando $p = 10 \rightarrow A_{\text{máx}} = 600 \text{ m}^2$



Rpta.: C

5. Se tiene un ladrillo compacto con forma de paralelepípedo rectangular, tal como se muestra en la figura. Una hormiga que se encuentra en el punto P de la cara frontal del ladrillo desea llegar al vértice Q, donde hay un grano de azúcar, ¿cuál es la distancia mínima que deberá recorrer la hormiga?

- A) 35 cm
B) $15\sqrt{10}$ cm
C) $5\sqrt{41}$ cm
D) $5\sqrt{34}$ cm
E) $15\sqrt{5}$ cm

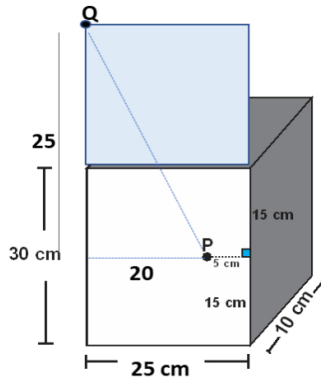




Solución:

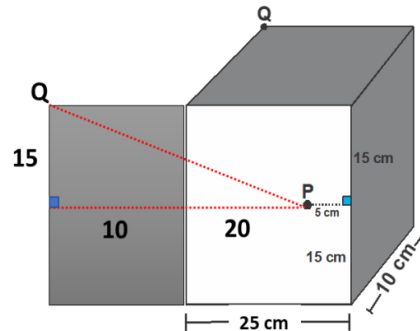
- 1) Analizamos la distancia entre P y Q

SITUACION 1:



$$PQ = \sqrt{20^2 + 25^2} = 5\sqrt{41}$$

SITUACION 2:

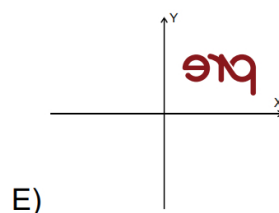
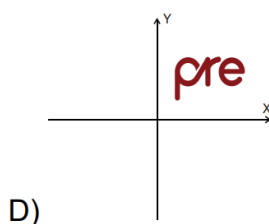
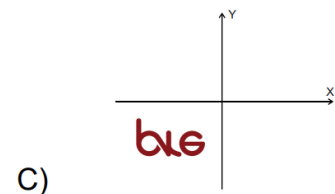
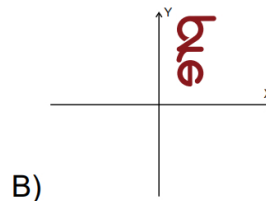
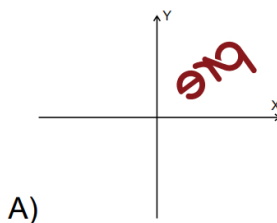
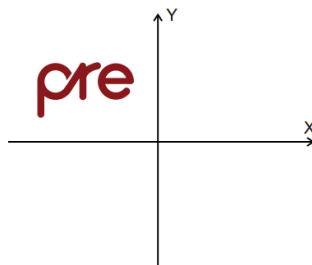


$$PQ = \sqrt{15^2 + 30^2} = 15\sqrt{5}$$

- 2) Por tanto, la distancia mínima de P a Q es $5\sqrt{41}$ cm

Rpta.: C

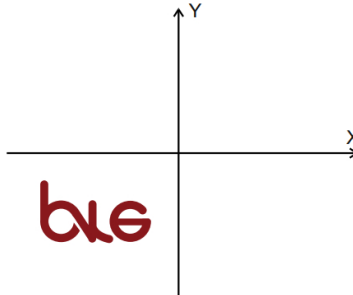
6. En la siguiente figura se muestra un logo al cual se le aplicará una simetría respecto a la recta $y = 0$; al resultado obtenido se le realizará una segunda simetría respecto al punto $(0,0)$ ¿Cuál es la alternativa correcta que representa el resultado final?



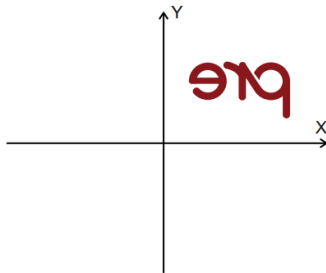


Solución:

Al realizar simetría respecto a la recta $y = 0$ se obtiene:



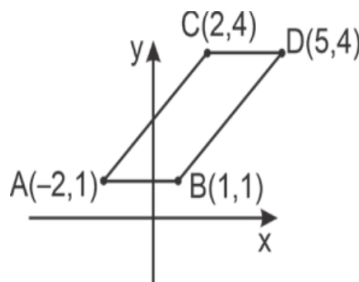
Al realizar simetría respecto al punto $(0,0)$ se obtiene:



Rpta.: E

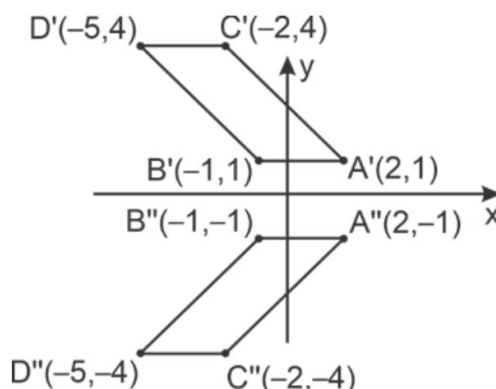
7. Un arquitecto está diseñando el plano de un parque con la forma de paralelogramo, representado en la figura adjunta. El arquitecto decide cambiar la posición del parque, para lo cual realiza dos reflexiones. La primera y la segunda reflexión del paralelogramo se realizan tomando como eje de simetría el eje X y el eje Y, respectivamente. Halle las abscisas de los vértices de la figura que se obtiene luego de realizar ambas reflexiones. Dé como respuesta la suma de estas.

- A) - 6
- B) - 4
- C) - 8
- D) - 10
- E) - 7





Solución:



Entonces, la suma de las abscisas de los 4 vértices: $(-5 - 1 + 2 - 2) = -6$

Rpta.: A

8. Los primos Laura y Claudio juegan a dibujar figuras geométricas utilizando el plano cartesiano XY. Laura dibuja una circunferencia cuyo diámetro está determinado por los puntos $(1, 2)$ y $(-5, 8)$. Luego le pide a su primo Claudio que dibuje una primera circunferencia simétrica a la suya respecto a la recta $x = 2$ y luego dibuje una segunda circunferencia simétrica a la última circunferencia dibujada, con respecto al punto $P(5, -2)$. ¿Cuáles serán las coordenadas del centro de la segunda circunferencia, si Claudio realiza de manera correcta los dibujos?

A) $(3, -8)$ B) $(4, -9)$ C) $(5, -10)$ D) $(4, -10)$ E) $(6, -11)$

Solución:

- 1) Analizando, como lo que piden son las coordenadas del centro, consideramos el centro de la circunferencia $O = (-2, 5)$
- 2) En la primera simetría;

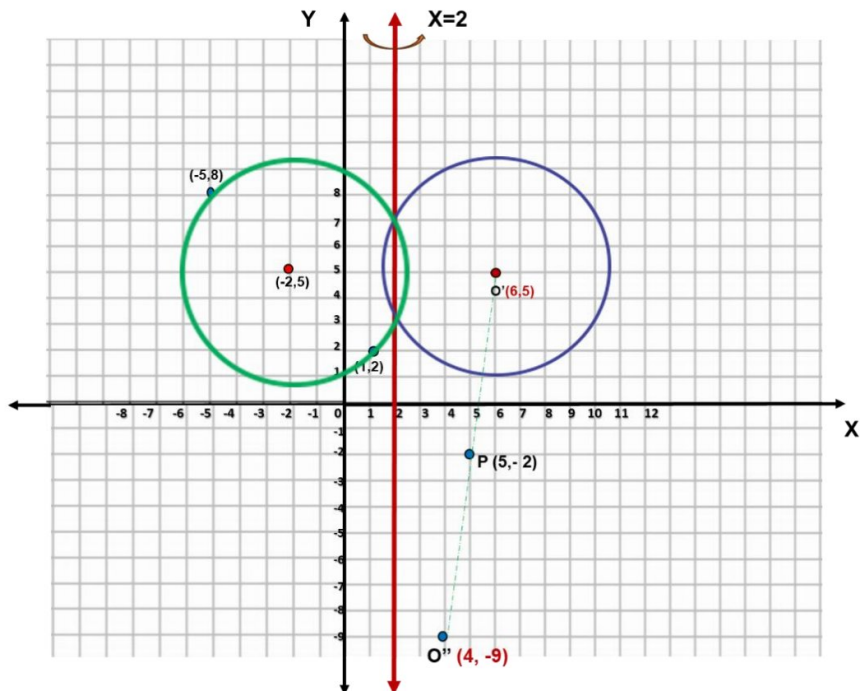
Tomamos en cuenta el eje de simetría la recta $X = 2$, su nuevo centro será:

$$O' = (2a - x, y) = (2(2) - (-2), 5) = (6, 5)$$

- 3) En la Segunda simetría:

Tomando en cuenta el punto de simetría $P(5, -2)$ su nuevo punto será:

$$O'' = (2a - x, 2b - y) = (2(5) - (6), 2(-2) - 5) = (4, -9)$$



Por tanto, el centro de la nueva figura será $(4, -9)$

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Carlos, después de lanzar 6 dados convencionales sobre una mesa, observa que la cantidad de puntos en las caras superiores son números pares, y que solamente uno de ellos se repite tres veces. ¿Cuál es la máxima y mínima suma de los puntos de todas las caras visibles? Dé como respuesta la suma de ambos resultados.

A) 216 B) 214 C) 220 D) 218 E) 224

Solución:

1) Del enunciado uno de ellos se repite tres veces, tenemos

Suma máxima visible: 112

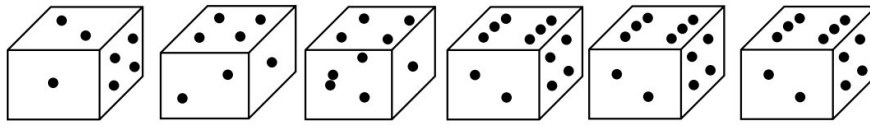
Cara sup	6	6	6	4	4	2
Cara inf	1	1	1	3	3	5

Suma mínima visible: 104

Cara sup	6	2	2	2	4	4
Cara inf	1	5	5	5	3	3



Suma de puntos en cada dado = 21



2) Suma máxima de puntos de todas las caras visibles = $21(6) - (5 + 3 + 3 + 1 + 1 + 1)$
= 112

Suma mínima de puntos de todas las caras visibles = $21(6) - (1 + 3 + 3 + 5 + 5 + 5) =$
104

3) Por tanto, Suma pedida es 216

Rpta.: A

2. Mateo decide observar lo que ocurre durante el recorrido que realiza su ómnibus, desde el paradero inicial hasta el paradero final, nota que en cada paradero intermedio bajaban 2 pasajeros y subían 3. El ómnibus llegó al paradero final con una cierta cantidad de pasajeros y la recaudación de ese viaje fue de S/ 100, además que el número de paraderos intermedios es mayor de 3. Si la tarifa única fue de S/ 2 por pasajero, ¿cuántos pasajeros partieron del paradero inicial como máximo?

- A) 50 B) 30 C) 38 D) 36 E) 26

Solución:

Número total de pasajeros que subieron: $\frac{100}{2} = 50$

Número de pasajeros que llegaron al paradero final: y

Número de paraderos: $\frac{(50 - y)}{2} > 3 \Rightarrow 44 > y \Rightarrow "y" \text{ máximo} = 42$

Número mínimo de paraderos: $\frac{(50 - 42)}{2} = 4$

Número Total de Pasajeros subieron en paraderos intermedios: $4 \times 3 = 12$

Por lo tanto: Máximo número de pasajeros al inicio: $50 - 12 = 38$

Rpta.: C

3. Alejandro lanza tres dados convencionales de colores blanco, negro y azul. Le prometieron que recibiría en soles las siguientes cantidades: 4 veces el puntaje del dado blanco, más 5 veces el puntaje del dado azul, más 2 veces el puntaje del dado negro, menos el producto de los puntajes obtenidos en los dados blanco y el dado negro. Si Alejandro obtuvo la máxima cantidad de dinero posible, ¿cuál es el puntaje total que obtuvo en los tres dados? Da como respuesta la suma del puntaje total y la cantidad máxima de dinero obtenida.

- A) 61 B) 54 C) 48 D) 63 E) 65



Solución:

Sean x, y, z los puntajes de los dados blanco, negro y azul, respectivamente

Recibiría en soles: $C = 4x + 5z + 2y - xy$

Factorizando tenemos, $C = (4-y)(x-2) + 8 + 5z$

De aquí, C será máximo si : $x=6; y=1; z=6$

Entonces $x+y+z=13$

C máximo = $3(4) + 8 + 5(6) = 50$ soles

Por tanto, suma = $13 + 50 = 63$

Pero, $4x - xy + 2y$

$(4-y)x + 2y - 8 + 8$

$(4-y)x - 2(4-y) + 8$

$(4-y)(x-2) + 8$

Entonces:

$4x - xy + 2y = (4-y)(x-2) + 8$

Rpta.: D

4. Se corta un alambre de 2 metros de longitud en dos partes para formar, con una de ellas, un triángulo equilátero y, con otra, un cuadrado. Si se desea que la suma de las áreas de las regiones limitadas por ambas figuras sea mínima, ¿a qué distancia de uno de los extremos del alambre se debe hacer el corte?

A) $\frac{900\sqrt{3}}{4\sqrt{3}+9}$ cm

B) $\frac{900}{4\sqrt{3}+9}$ cm

C) $\frac{1800}{4\sqrt{3}+9}$ cm

D) $\frac{1800\sqrt{3}}{4\sqrt{3}+9}$ cm

E) $\frac{1200\sqrt{3}}{4\sqrt{3}+9}$ cm

Solución:

Parte 1: x

parte 2: $200 - x$

L. triángulo = $\frac{x}{3}$, entonces Área-triángulo = $\frac{x^2}{36}\sqrt{3}$

L. cuadrado = $\frac{1}{4}(200 - x)$, entonces Área-cuadrado = $\frac{1}{16}(200 - x)^2$

Suma de áreas = $\frac{x^2}{36}\sqrt{3} + \frac{1}{16}(200 - x)^2$

$$= \frac{1}{144} [4\sqrt{3}x^2 + 9(200 - x)^2]$$

$$= \frac{4\sqrt{3}+9}{144} \left[\left(x - \frac{1800}{4\sqrt{3}+9}\right)^2 + K \right]$$

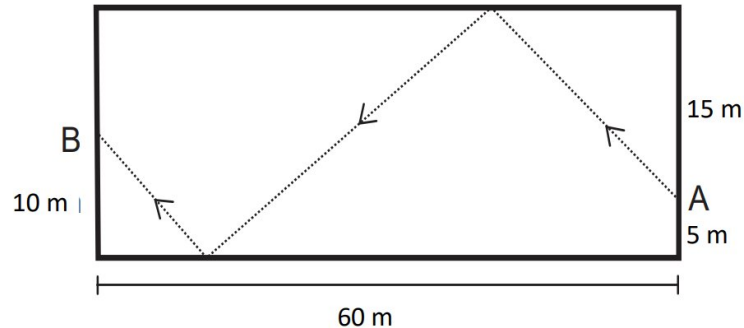
Suma-mínima es cuando $x = \frac{1800}{4\sqrt{3}+9}$.

Rpta.: C



5. En la figura se muestra un campo rectangular. Mario se dirige del punto A hacia el punto B, siguiendo la dirección de las flechas. Halle el recorrido mínimo que realiza Mario.

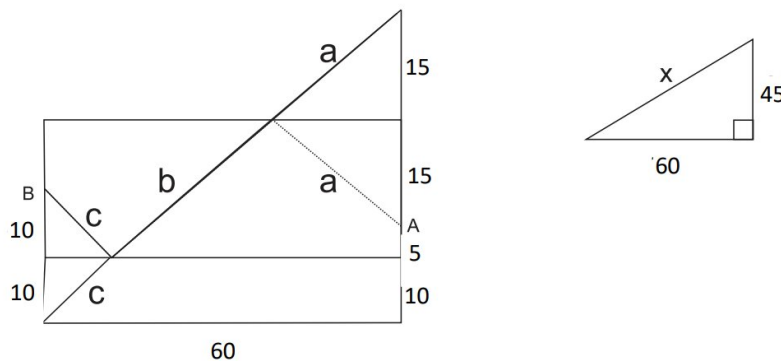
- A) 75 m
B) 70 m
C) 65 m
D) 80 m
E) 50 m



Solución:

1) En la figura: $x = a + b + c$

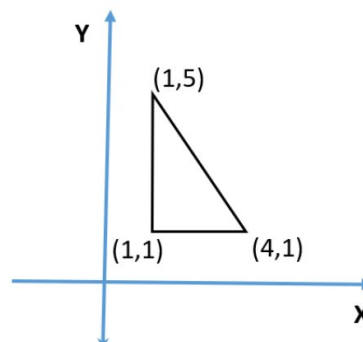
2) Aplicando Pitágoras: $x^2 = 45^2 + 60^2 \rightarrow x = 75m$



Rpta.: A

6. Zahir decide cambiar la posición del triángulo rectángulo mostrado en la figura adjunta. Para ello, realiza dos simetrías: primero, con respecto al eje Y, y luego, con respecto al eje X. Después de efectuar ambas simetrías, halle las coordenadas de los tres vértices del triángulo y dé como respuesta la suma las abscisas de dichos vértices.

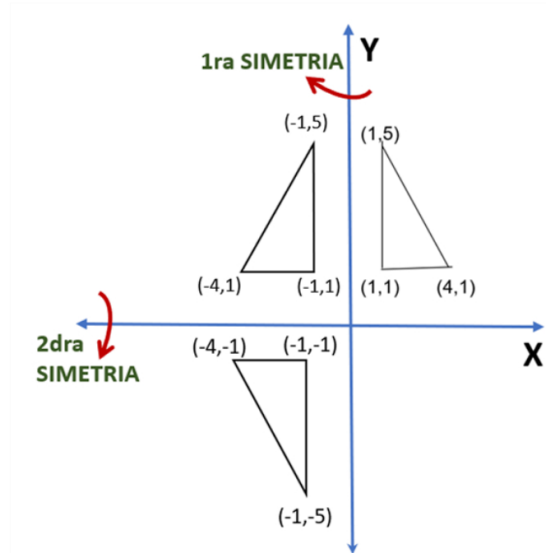
- A) -6
B) -8
C) -9
D) -7
E) -11





Solución:

- 1) Reflejando los vértices del triángulo,



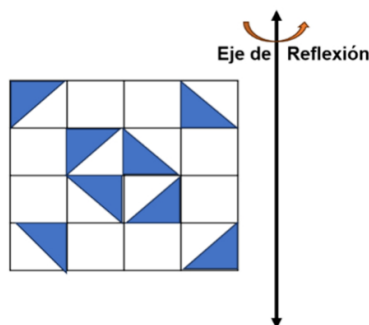
- 2) Luego, la suma de las abscisas

$$-4 - 1 - 1 = -6$$

Rpta.: A

7. En la figura se muestra una cuadrícula formada por 16 cuadrados congruentes de 2 cm de lado y un eje de reflexión paralelo a uno de los lados del cuadrado. Si la imagen reflejada en dicho eje se superpone, sin rotarla, sobre la imagen original, ¿cuál es la suma de los perímetros de todas las regiones sombreadas que resultan en la imagen final?

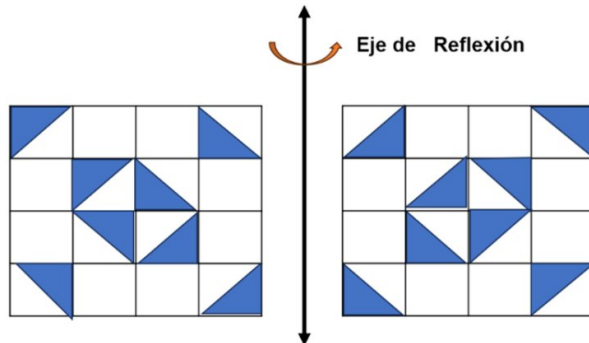
- A) 50 cm
B) 52 cm
C) 40 cm
D) 48 cm
E) 44 cm



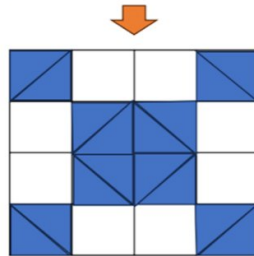


Solución:

- 1) Relejando la figura, tenemos



- 2) Al superponer ambas figuras, obtenemos



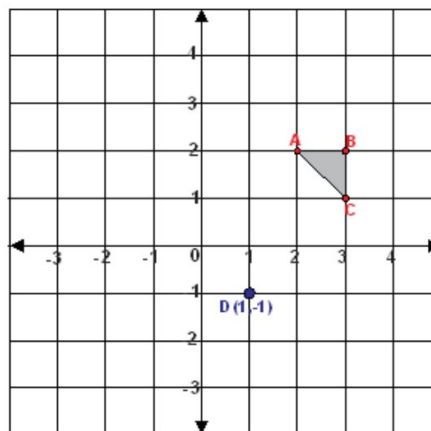
- 3) Luego la suma de los perímetros:

$$\text{Suma} = 4(2 \times 4) + 1(4 \times 4) = 48 \text{ cm}$$

Rpta.: D

8. Sergio dibuja en una hoja cuadriculada un triángulo ABC con vértices A(2,2), B(3, 2) y C (3, 1), tal como indica la figura. Este triángulo se hace rotar 90° en sentido antihorario con respecto al punto D (1, -1). Determine el perímetro de la región generada por el triángulo, si cada lado del cuadradito de la cuadrícula es de 1 cm.

- A) $\left[\frac{\pi}{2} (2\sqrt{2} + \sqrt{13}) + \sqrt{2} + 2 \right] \text{ cm}$
B) $\left[\frac{\pi}{2} (2\sqrt{2} + \sqrt{13}) + 2\sqrt{2} + 2 \right] \text{ cm}$
C) $\left[\frac{\pi}{2} (\sqrt{2} + \sqrt{13}) + \sqrt{2} + 2 \right] \text{ cm}$
D) $\left[\frac{\pi}{2} (\sqrt{2} + \sqrt{13}) + 2\sqrt{2} + 2 \right] \text{ cm}$
E) $\left[\frac{\pi}{2} (3\sqrt{2} + \sqrt{13}) + \sqrt{2} + 2 \right] \text{ cm}$





Solución:

ABC rota 90° sentido antihorario

Respecto al punto D(1, -1)

A(2,2), B(3, 2), C(3, 1)

$$DC' = DC = \sqrt{(3-1)^2 + (1+1)^2} = 2\sqrt{2}$$

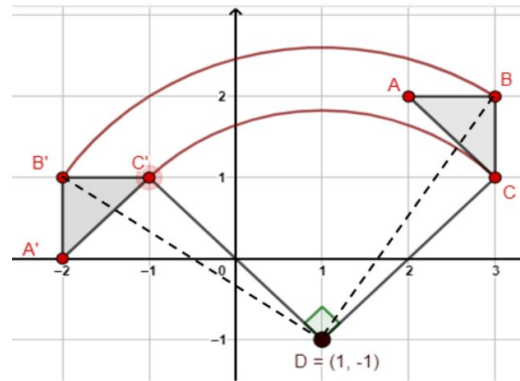
$$CC' = \frac{\pi}{2}(2\sqrt{2}) = \sqrt{2}\pi$$

$$DB' = DB = \sqrt{(3-1)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{13}$$

$$BB' = \frac{\pi}{2}\sqrt{13} ; BC = AB = 1 ; A'C' = \sqrt{2}$$

$$\text{Perímetro (Área gen.)} = \frac{\pi}{2}(2\sqrt{2} + \sqrt{13}) + 1 + 1 + \sqrt{2}$$

$$\text{Perímetro (Área gen.)} = \frac{\pi}{2}(2\sqrt{2} + \sqrt{13}) + \sqrt{2} + 2$$



Rpta.: A

ARITMÉTICA

EJERCICIOS DE CLASE

- Supongamos que el precio de un automóvil usado es directamente proporcional al año de su fabricación e inversamente proporcional al kilometraje recorrido. Si el precio de un automóvil fabricado el año 2015 y que ha recorrido 20 150 km es de 7500 dólares, ¿cuál es el precio, en dólares, de un automóvil fabricado el año 2020 que ha recorrido 10 100 kilómetros?

A) 14 500 B) 15 000 C) 15 500 D) 16 000 E) 16 500

Solución:

$$\frac{\text{Precio} \times \text{Kilometraje}}{\text{Año de fabricación}} = \text{Constante}$$

$$\frac{7500 \times 20150}{2015} = \frac{p \times 10100}{2020}$$

$$\rightarrow p = 15000$$

∴ El precio del automóvil es 15 000 dólares.

Rpta.: B



2. En algún lugar del mundo se ha planificado la refacción de calles y veredas, todas de la misma longitud. Para la obra, la empresa constructora debe contratar trabajadores varones y mujeres, sabiendo que, el trabajo de cuatro mujeres equivale al de tres varones, y la dificultad para refaccionar las veredas de 8 calles equivale a la dificultad de refaccionar las pistas de 6 calles. Si 21 varones y 14 mujeres trabajan juntos en refaccionar 12 veredas y 9 pistas en cierto tiempo, ¿cuántas parejas mixtas son necesarias para refaccionar 40 veredas y 20 pistas en el mismo tiempo?

A) 80 B) 40 C) 30 D) 60 E) 50

Solución:

$$\frac{\# \text{ Obreros} \times \text{Eficiencia}}{\text{Obra} \times \text{Dificultad}} = \text{Constante}$$

$$\frac{21 \times 4 + 14 \times 3}{12 \times 3 + 9 \times 4} = \frac{n(4) + n(3)}{40 \times 3 + 20 \times 4} \rightarrow n = 50$$

∴ Son necesarias 50 parejas mixtas.

Rpta.: E

3. Pilar inicia un negocio con S/ 4 000 de capital, luego de 4 meses acepta como socio a Carlos quien aporta S/ 6 000 y finalmente 4 meses después, del ingreso de Carlos, aceptan a Manuel quien aporta S/ 10 000. Si después de 16 meses de iniciado dicho negocio por Pilar se reparten la utilidad obtenida en ese tiempo, de modo que Pilar recibió de utilidad S/ 737 menos de lo que recibieron los otros dos juntos, ¿de cuántos soles fue la utilidad que recibió Manuel?

A) 640 B) 720 C) 670 D) 780 E) 580

Solución:

$$\frac{\text{Utilidad}}{\text{Aporte} \times \text{Tiempo}} = \frac{P}{4000 \times 16} = \frac{C}{6000 \times 12} = \frac{M}{10000 \times 8}$$

$$k = \frac{P}{8} = \frac{C}{9} = \frac{M}{10} = \frac{C + M - P}{9 + 10 - 8} = \frac{737}{11} = 67$$

$$\rightarrow M = 10(67) = 670$$

∴ Manuel recibió una utilidad de S/ 670.

Rpta.: C

4. Una cuadrilla de obreros, todos de igual eficiencia, pueden completar y entregar una obra en 60 días. Faltando 20 días para la fecha de entrega, 6 obreros son despedidos y para cumplir con el plazo de entrega de la obra se contratan nuevos obreros, los cuales son 50% más eficientes que los obreros iniciales y todos juntos completan la obra en el plazo establecido, ¿cuántos nuevos obreros se contrataron?

A) 4 B) 1 C) 2 D) 3 E) 5



Solución:

$$\frac{\#Obreros \times \#Días}{Obra} = Constante$$

$$\frac{n(60)}{1} = \frac{n(40)}{O_1} = \frac{[n - 6 + x(1,5)](20)}{O_2} \rightarrow x = 4$$

∴ Se contrataron 4 nuevos obreros.

Rpta.: A

5. Ana, Bertha y Clara por separado pueden hacer un mismo trabajo en 2 horas, 90 minutos y en 1 hora respectivamente. Hoy día, decidieron empezar dicho trabajo las tres juntas, pero después de 15 minutos Clara se ausentó y 15 minutos más tarde se retiró Bertha. A partir de ese momento, Ana continuó trabajando sola hasta terminar el trabajo, ¿cuántos minutos trabajó Ana sola?

A) 25 B) 15 C) 30 D) 20 E) 24

Solución:

$$\frac{Eficiencia \times \# Minutos}{Obra} = Constante$$

$$Eficiencia: A = 3k, B = 4k, C = 6k$$

$$\frac{A(120)}{1} = \frac{(A + B + C)(15)}{O_1} = \frac{(A + B)(15)}{O_2} = \frac{A(t)}{O_3}$$

$$3k(120) = 13k(15) + 7k(15) + 3k(t) \rightarrow t = 20$$

∴ Ana trabajó 20 minutos sola.

Rpta.: D

6. Tres hermanos: Soilo, Lorenzo y Claudio se reúnen para repartir la herencia que les dejó su padre. Inicialmente realizaron el reparto en forma inversamente proporcional a sus edades en años que son 18, 24 y 36 respectivamente; sin embargo, después de discutirlo, acordaron hacer el reparto en forma directamente proporcional a sus edades, por lo que Soilo devolvió 3500 soles. ¿Cuántos soles recibió Claudio?

A) 8000 B) 7200 C) 7560 D) 5400 E) 4500



Solución:

Herencia: T

$$\text{Reparto IP: } S \times 18 = L \times 24 = C \times 36$$
$$\frac{S}{4} = \frac{L}{3} = \frac{C}{2} = \frac{T}{9} = \frac{9(13)k}{9} = 13k$$

Reparto DP:

$$\frac{S}{18} = \frac{L}{24} = \frac{C}{36} \rightarrow \frac{S}{3} = \frac{L}{4} = \frac{C}{6} = \frac{T}{13} = \frac{9(13)k}{13} = 9k$$

$$S: 4(13k) - 3(9k) = 3500 \rightarrow k = 140$$

$$\rightarrow C = 6(9k) = 7560$$

$\therefore$ Claudio recibió 7560 soles.

Rpta.: C

7. Hace 6 años, Marco depositó 27 000 soles en fondos universitarios para sus tres hijos: Juan, Pedro y Luis, distribuyéndolos de manera directamente proporcional a sus edades. En ese momento, el fondo de Juan fue el triple del fondo de Pedro. Si el depósito se hubiera hecho hoy, el fondo de Juan sería el doble del fondo de Pedro, mientras que el de Luis se mantendría igual. ¿Cuánto dinero, en soles, tiene el fondo universitario de Luis actualmente?

A) 1000 B) 10 120 C) 15 000 D) 9000 E) 12 000

Solución:

I) Hace 6 años: $\frac{P}{a} = \frac{3P}{3a} = \frac{L}{b} = \frac{27000}{24+b}$

II) Actual: $\frac{Q}{a+6} = \frac{2Q}{3a+6} = \frac{L}{b+6} = \frac{27000}{42+b}$

$$3a + 6 = 2(a + 6) \rightarrow a = 6$$

Dividiendo (I) : (II)

$$\frac{b+6}{b} = \frac{42+b}{24+b} \rightarrow b = 12$$

En (I):

$$\frac{L}{12} = \frac{27000}{24+12} \rightarrow L = 9000$$

$\therefore$ El fondo universitario de Luis tiene 9000 soles.

Rpta.: D



8. En un taller de planchado y pintura se sabe que 4 operarios pueden planchar 20 automóviles en 10 días, trabajando 5 horas diarias; y 10 operarios pueden pintar 24 automóviles en 5 días trabajando 6 horas diarias. Si el taller cuenta con 15 operarios que trabajan 10 horas diarias, los cuales deben primero planchar y luego pintar a 60 automóviles, que están en las mismas condiciones, ¿cuántos días tardarán en realizar todo el trabajo?

A) 9 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

Solución:

1º) Tiempo que tardarán en planchar de los 60 autos:

#operarios	#dias	h/d	#planchados
4	10	5	20
15	x	10	60
$15(x)(10)(20) = 4(10)(5)(60) \rightarrow x = 4 \text{ dias}$			

2º) Tiempo que tardarán en pintar los 60 autos:

#operarios	#dias	h/d	#pintados
10	5	6	24
15	y	10	60
$15(y)(10)(24) = 10(5)(6)(60) \rightarrow y = 5 \text{ dias}$			

$$\text{Planchado y pintura: } x + y = 4 + 5 = 9$$

∴ Tardarán 9 días en realizar todo el trabajo.

Rpta.: A

9. Un varón y una mujer, juntos pueden hacer cierta obra en 10 horas; cuatro varones y tres mujeres, todos juntos, pueden hacer un tercio de la misma obra en una hora. ¿Cuántos minutos emplearán dos varones y cuatro mujeres, todos juntos, para hacer la cuarta parte de dicha obra?

A) 40 B) 45 C) 50 D) 30 E) 35



Solución:

Eficiencia de cada varón: a ; Eficiencia de cada mujer: b

# Obreros	Horas	Obra	
$a + b$	10	$12k$	$(a + b)(10)(4k) = (4a + 3b)(1)(12k) \rightarrow b = 2a$
$4a + 3b$	1	$4k$	
$2a + \underbrace{4b}_{8a}$	x	$3k$	$(3a)(10)(3k) = (10a)(x)(12k) \rightarrow x = 3/4$

$$x = \frac{3}{4} \text{ hora} = 45 \text{ minutos}$$

$\therefore$ Para ese trabajo emplearán 45 minutos.

Rpta.: B

10. Una empresa de desarrollo de software se comprometió a entregar un proyecto en 20 días contratando para ello un equipo de 20 programadores. Después de 5 días de trabajo, 8 programadores abandonaron el proyecto y el resto del equipo continuó el proyecto durante n días. Luego el gerente, al evidenciar retrasos, contrató 15 nuevos programadores, de igual eficiencia que los anteriores, y todos juntos lograron entregar el proyecto en el plazo pactado. ¿Cuántos días trabajaron esos nuevos programadores?

A) 7 B) 3 C) 6 D) 5 E) 8

Solución:

programadores	Días	Proyecto
20	20	1
20	5	$1/4$
12	n	P_1
27	$15 - n$	P_2

$$\frac{20 \times 20}{1} = \frac{12n}{P_1} = \frac{27 \times (15 - n)}{P_2}$$

$$400 = \frac{12n + 27(15 - n)}{\frac{3}{4}}$$

$$n = 7$$

La última parte: $15 - n = 8$

$\therefore$ Los nuevos programadores trabajaron durante 8 días.

Rpta.: E



EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En una empresa, el pago mensual extra de cada trabajador es directamente proporcional al número de horas adicionales trabajadas en un mes e inversamente proporcional al número de horas de tardanza acumuladas en el mismo mes. Aaron, el mes pasado, acumuló 4 horas de tardanza; trabajó 12 horas adicionales y recibió un pago extra de S/ 1200. Si Brandon, este mes, trabajó 15 horas adicionales y acumuló 6 horas de tardanza, ¿cuál será el pago extra, en soles, que recibirá?

A) 1200 B) 1000 C) 1440 D) 960 E) 1560

Solución:

$$\frac{\text{Pago extra} \times \text{Tardanzas}}{\text{Adicionales}} = \text{Constante}$$

$$\frac{1200 \times 4}{12} = \frac{B \times 6}{15} \rightarrow B = 1000$$

∴ Brandon recibirá este mes un pago extra de 1000 soles.

Rpta.: B

2. Durante la campaña navideña, el gerente de la tienda estableció que la bonificación diaria, en soles, sería directamente proporcional a la cantidad de ventas realizadas durante el día e inversamente proporcional a los minutos de tardanza diaria. Cierta día Alex vendió 20 juguetes y llegó 5 minutos tarde; Bruno vendió 30 juguetes y llegó 3 minutos tarde. Si al culminar ese día de trabajo, entre ambos recibieron una bonificación total de 140 soles, ¿cuántos soles más recibió uno que el otro?

A) 60 B) 50 C) 40 D) 75 E) 55

Solución:

$$\frac{\text{Bonificación} \times \text{Tardanza}}{\text{Ventas}} = \text{Constante}$$

$$\frac{A \times 5}{20} = \frac{B \times 3}{30} \rightarrow \frac{A}{2} = \frac{B}{5} = \frac{140}{7} = 20$$

$$\rightarrow A = 40 ; B = 100$$

∴ Bruno recibió 60 soles más que Alex.

Rpta.: A

3. Un grupo de 10 obreros comenzó a asfaltar una calle de 750 metros de largo. Luego de cierto tiempo, se contrató 5 obreros adicionales, con la misma eficiencia que los anteriores, y todos juntos culminaron los 300 metros restantes. Si toda la obra se realizó en 13 días, ¿cuántos días trabajaron únicamente los 10 obreros al inicio?

A) 9 B) 8 C) 10 D) 7 E) 11



Solución:

Obreros	días	Obra
10	x	450
15	$13 - x$	300

$$\frac{x \cdot 10}{450} = \frac{(13 - x) \cdot 15}{300} \rightarrow x = 9$$

∴ Los diez obreros al inicio trabajaron 9 días

Rpta.: A

4. Un hacendado repartió 11 800 dólares, entre sus tres trabajadores de confianza, de manera inversamente proporcional a los años de servicio que cada uno había cumplido en la hacienda. Si Ana, Pablo y María tienen 20, 24 y 32 años trabajando en la hacienda respectivamente, ¿cuánto dinero, en dólares, recibió Pablo?

A) 2500 B) 4400 C) 5000 D) 3800 E) 4000

Solución:

$$RIP: A(20) = P(24) = M(32)$$

$$A(5) = P(6) = M(8) \rightarrow mcm(5, 6, 8) = 120$$

$$\frac{A(5)}{120} = \frac{P(6)}{120} = \frac{M(8)}{120}$$

$$\frac{A}{24} = \frac{P}{20} = \frac{M}{15} = \frac{11800}{59} = 200$$

$$P = 20(200)$$

∴ Pablo recibió 4000 dólares.

Rpta.: E

5. En un laboratorio se evalúa el rendimiento de un engranaje en movimiento. Se observa que, al dar 120 vueltas, tarda 4 minutos más que cuando da 80 vueltas. Determine el número de vueltas dará dicho engranaje al cabo de 1 hora.

A) 480 B) 620 C) 616 D) 640 E) 600

Solución:

Nº de vueltas	Nº de minutos
120	t
80	$t - 4$
x	60



$$\frac{\# \text{ Vueltas}}{\# \text{ Minutos}} = \text{Constante}$$

$$\frac{t}{120} = \frac{t-4}{80} = \frac{60}{x} \rightarrow t = 12; \quad x = 600$$

∴ El engranaje, en una hora, dará 600 vueltas

Rpta.: E

6. Una empresa recicladora contrata tres tráileres para trasladar un total de 24 toneladas de fierro hacia tres fundidoras, pagando en conjunto S/ 9150 por el servicio. El primer tráiler debe transportar 6 toneladas y dejarlas en la primera fundidora, ubicada a 12 km de distancia; el segundo tráiler se encarga de llevar 10 toneladas hasta la segunda fundidora, situada a 15 km; mientras que el tercero transporta el resto hasta la tercera fundidora, localizada a 18 km ¿cuánto dinero, en soles, corresponde al pago por el servicio del segundo tráiler?

A) 3750 B) 3250 C) 3100 D) 3900 E) 4260

Solución:

$$\frac{\text{Pago}}{\text{Toneladas} \times \text{Distancia}} = \text{Constante}$$

$$\frac{A}{6 \times 12} = \frac{B}{10 \times 15} = \frac{C}{8 \times 18}$$

$$\frac{A}{12} = \frac{B}{25} = \frac{C}{24} = \frac{9150}{61} = 150$$

$$\rightarrow B = 25(150) = 3750$$

∴ Se paga por el servicio del segundo tráiler 3750 soles.

Rpta.: A

7. Una cuadrilla de 80 obreros puede hacer una obra en 30 días y otra cuadrilla de 60 obreros puede hacer la misma obra en 50 días. Si se contratan 40 obreros de la primera cuadrilla y 25 de la segunda, ¿en cuántos días podrán hacer una obra idéntica a las anteriores?

A) 32 B) 36 C) 38 D) 40 E) 45

Solución:

Obreros Eficiencia Días

$$80 \quad a \quad 30 \quad 80(a)(30) = 60(b)(50)$$

$$60 \quad b \quad 50 \quad a = 5k \quad ; \quad b = 4k$$



Obreros (Eficiencia) Días

$$\begin{array}{ccc} 40(5k) + 25(4k) & x & (300k)x = (240k)(50) \\ 60(4k) & 50 & x = 40 \end{array}$$

∴ Harán la obra en 40 días

Rpta.: D

8. Un padre decide repartir una cierta cantidad de dinero, entre sus tres hijos cuyas edades tienen una diferencia de 4 años, en forma directamente proporcional a sus edades en años. Si el reparto se realizara dentro de 4 años, el hijo menor recibiría 14 400 soles. Sin embargo, si la distribución se hubiese efectuado hace 4 años, el hijo mayor hubiera recibido 18 000 soles. ¿A cuánto asciende, en soles, el dinero total que el padre tiene destinado para sus tres hijos?

A) 48 000 B) 42 000 C) 46 000 D) 49 000 E) 52 000

Solución:

Sean $(x - 4)$, x y $(x + 4)$ las edades actuales de sus hijos

Hace 4 años Hoy Dentro de 4 años

Total de dinero: $(3x - 12)p$ $3xq$ $(3x + 12)r$

Hijo mayor: $xp = 18000$; Hijo menor: $xr = 14400$

$$(3x - 12)p = (3x + 12)r$$

$$p + r = 900 \quad \wedge \quad \frac{p}{r} = \frac{5}{4}$$

$$\rightarrow p = 500 \quad \wedge \quad x = 36$$

Total de dinero: $(3x - 12)p = 48000$

∴ El dinero total asciende a 48 000 soles

Rpta.: A

9. Alfonso y Bernardo formaron una empresa, cada uno con un aporte inicial de S/ 10 000. Tres meses después, Bernardo retiró S/ 4000 de su capital, y en ese momento aceptaron como socio a Carlos, quien aportó S/ 5000. Cuatro meses más tarde, Carlos incrementó su inversión con S/ 1000 adicionales. Al cumplirse un año de actividad, la empresa obtuvo una utilidad total de S/ 7620. ¿Cuántos soles recibió Carlos como utilidad?

A) 2280 B) 1320 C) 1180 D) 1500 E) 2560



Solución:

		Capital	Tiempo		Utilidad
7620	A	10	12	120	$120k$
	B	10	3	30	$84k$
		6	9	54	
	C	5	4	20	$50k$
		6	5	30	

Utilidad total: $120k + 84k + 50k = 7620$

De donde $k = 30$

Utilidad de Carlos $50(30) = 1500$

∴ Carlos recibió S/ 1500

Rpta.: D

10. Se contrata un grupo de obreros para realizar una obra en un plazo determinado. Sin embargo, cuando faltaban 10 días para la entrega, 6 obreros renunciaron, y 8 días después, se contrató un nuevo grupo de obreros, cuya eficiencia era el doble de la de los obreros iniciales, y todos trabajaron juntos de modo que se pudo concluir la obra en el tiempo previsto. ¿Cuántos obreros nuevos adicionales fueron contratados?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 15 E) 18

Solución:

n = número de obreros contratados de doble eficiencia .

Obreros	Días	Obra
x	t	1
x	$t - 10$	a
$x - 6$	8	b
$x - 6 + 2n$	2	c

$$\frac{xt}{1} = \frac{x(t-10)}{a} = \frac{(x-6)8}{b} = \frac{(x-6+2n)2}{c} \rightarrow n = 15$$

∴ Se contrataron 15 obreros nuevos adicionales.

Rpta.: D

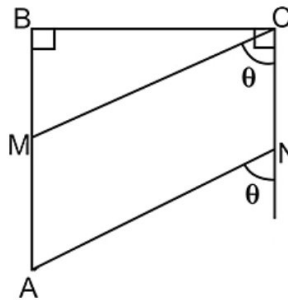


GEOMETRÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. En la figura, $AN = 26$ cm, $AM = 14$ cm y $BC = 24$ cm. Halle el área de la región cuadrangular ABCN.

- A) 436 cm^2
B) 446 cm^2
C) 456 cm^2
D) 466 cm^2
E) 426 cm^2

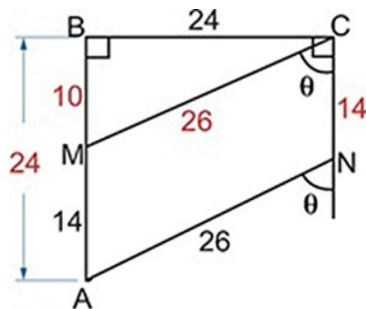


Solución:

- AMCN: paralelogramo
→ $MC = 26$ y $CN = 14$
- $\triangle MBC$: Teorema de Pitágoras
→ $(BM)^2 + 24^2 = 26^2$
→ $BM = 10$
- ABCN: trapecio

$$\rightarrow S_{ABCN} = \frac{(24+14)(24)}{2}$$

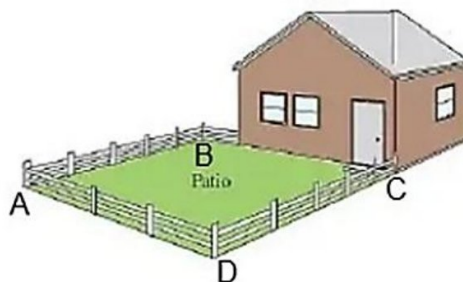
$$\therefore S_{ABCN} = 456 \text{ cm}^2$$



Rpta.: C

2. La figura muestra el patio de una casa limitado por el rombo ABCD. Si el perímetro del patio es 12 m y $5BD = 2AC$, halle el área del patio.

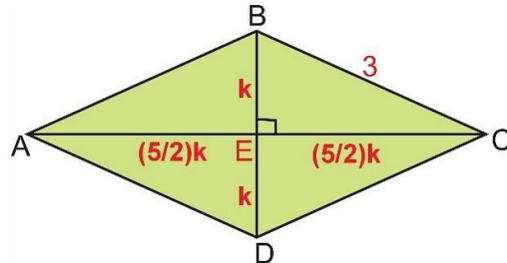
- A) $\frac{160}{29} \text{ m}^2$
B) $\frac{162}{29} \text{ m}^2$
C) $\frac{170}{29} \text{ m}^2$
D) $\frac{180}{29} \text{ m}^2$
E) $\frac{182}{29} \text{ m}^2$





Solución:

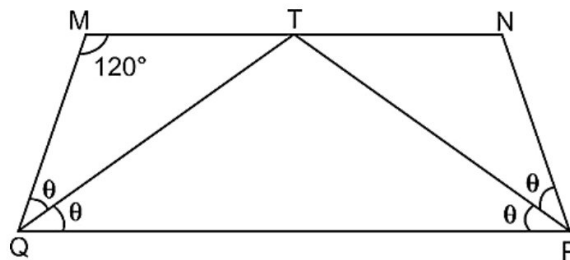
- Dato: ABCD rombo y
 $2p_{ABCD} = 12$
 $\rightarrow AB = BC = CD = AD = 3$
- $\triangle BEC$: Teorema de Pitágoras
 $\rightarrow k^2 + \left(\frac{5}{2}k\right)^2 = 3^2 \rightarrow k^2 = \frac{36}{29}$
- $S_{ABCD} = 5k^2 = \frac{180}{29}$
 $\therefore S_{ABCD} = \frac{180}{29} \text{ m}^2$



Rpta.: D

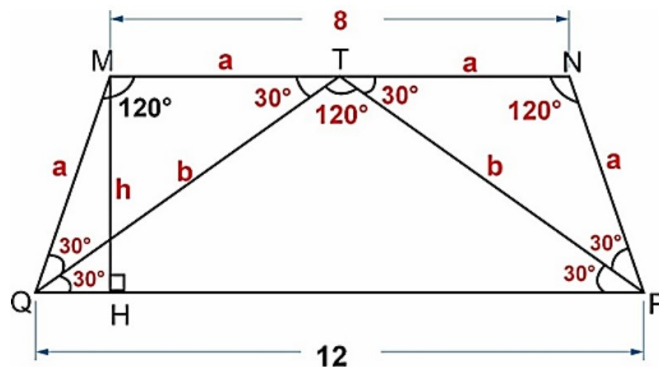
3. En la figura, $\overline{MN} \parallel \overline{QP}$. Si $QP = 12 \text{ m}$, halle el área de la región cuadrangular MNPQ.

- A) $12\sqrt{3} \text{ m}^2$
- B) $14\sqrt{3} \text{ m}^2$
- C) $16\sqrt{3} \text{ m}^2$
- D) $20\sqrt{3} \text{ m}^2$
- E) $18\sqrt{3} \text{ m}^2$



Solución:

- MNPQ: trapecio isósceles
 $\rightarrow QM = NP = a$
- $\triangle QMT$: isósceles
 $\rightarrow QT = b = a\sqrt{3} \dots (I)$
- $\triangle QTP$: isósceles
 $\rightarrow 12 = b\sqrt{3} \dots (II)$
- De (I) y (II): $12 = (a\sqrt{3})\sqrt{3}$
 $a = 4$
- $\triangle MHQ$: notable de 30° y 60°
 $\rightarrow h = 2\sqrt{3}$
 $S_{MNPQ} = \frac{(8 + 12)(2\sqrt{3})}{2}$
 $\therefore S_{MNPQ} = 20\sqrt{3} \text{ m}^2$

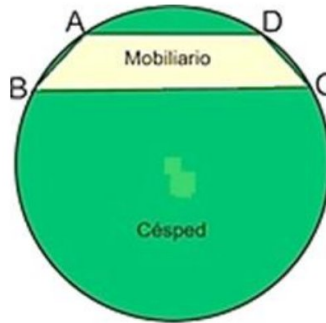


Rpta.: D



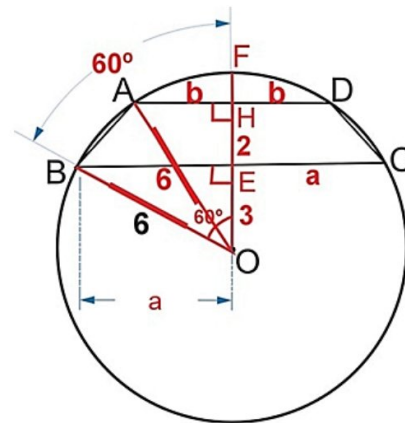
4. La figura muestra el diseño de un jardín de forma circular, en el cual, la parte destinada para el mobiliario está determinada por el trapecio $BADC$ ($\overline{AD} \parallel \overline{BC}$) cuya altura mide 2 m. Si $\widehat{BAC} = 120^\circ$ y el radio del jardín mide 6 m, halle el área de la zona destinada para césped.

- A) $(36\pi - 3\sqrt{3} - 2\sqrt{11}) \text{ m}^2$
B) $(36\pi - 6\sqrt{3} - \sqrt{11}) \text{ m}^2$
C) $(36\pi - 6\sqrt{3} - 2\sqrt{11}) \text{ m}^2$
D) $(36\pi - \sqrt{3} - 2\sqrt{11}) \text{ m}^2$
E) $(36\pi - 3\sqrt{3} - \sqrt{11}) \text{ m}^2$



Solución:

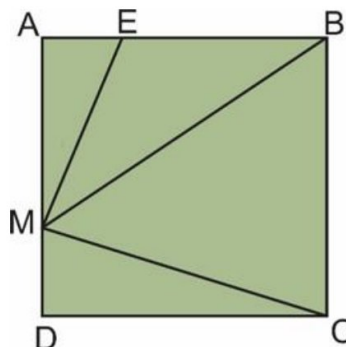
- $\triangle BEO$: notable de 30° y 60°
 $\rightarrow BE = a = 3\sqrt{3}$ y $EO = 3$
- $\triangle AHO$: Teorema de Pitágoras
 $\rightarrow 6^2 = b^2 + 5^2 \rightarrow b = \sqrt{11}$
- $S_{BADC} = \left(\frac{6\sqrt{3} + 2\sqrt{11}}{2}\right)(2)$
 $= 6\sqrt{3} + 2\sqrt{11}$
- $S_{\text{césped}} = S_{\text{círculo}} - S_{BADC}$
 $= \pi 6^2 - (6\sqrt{3} + 2\sqrt{11})$
 $\therefore S_{\text{césped}} = (36\pi - 6\sqrt{3} - 2\sqrt{11}) \text{ m}^2$



Rpta.: C

5. La figura muestra un terreno cuadrangular regular ABCD, dividido por los linderos $\overline{EM}$, $\overline{CM}$ y $\overline{MB}$. Si $\angle EMC = 90^\circ$ y las longitudes de los linderos $\overline{EM}$ y $\overline{CM}$ son 60 m y 80 m respectivamente, halle el área del terreno determinado por la reunión de las parcelas BMC y CDM.

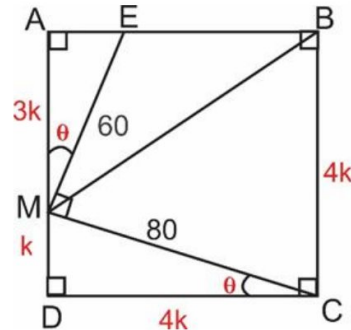
- A) $\frac{48000}{17} \text{ m}^2$
B) $\frac{64400}{17} \text{ m}^2$
C) $\frac{64000}{17} \text{ m}^2$
D) $\frac{48300}{17} \text{ m}^2$
E) $\frac{46000}{17} \text{ m}^2$





Solución:

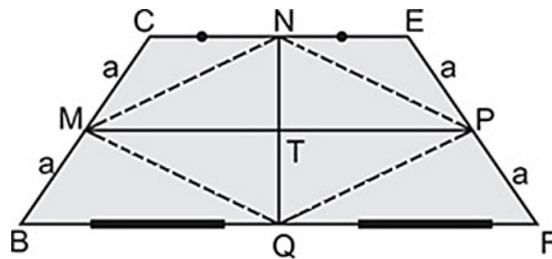
- $\triangle MAE \sim \triangle CDM$ (AA)
→ $CD = 4k$ y $MA = 3k$
- ABCD: cuadrado
→ $BC = AD = CD = 4k \rightarrow DM = k$
- $\triangle MDC$: Teorema de Pitágoras
→ $k^2 + (4k)^2 = 80^2 \rightarrow k^2 = \frac{6400}{17}$
- BCDM: trapecio → $S_{BCDM} = \left(\frac{4k+k}{2}\right)(4k)$
∴ $S_{BCDM} = \frac{64000}{17} \text{ m}^2$



Rpta.: C

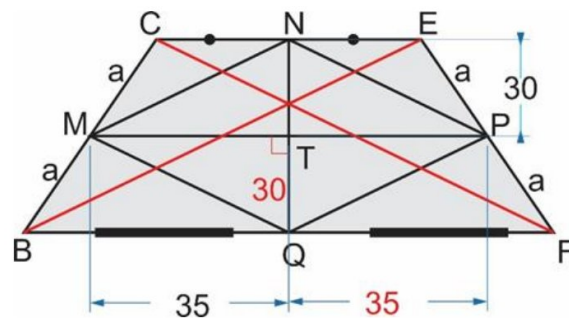
6. La figura muestra una lámina metálica cuadrangular BCEF, en la cual se suprimirán las regiones triangulares MCN, NEP, PFQ y QBM. Si $\overline{CE} \parallel \overline{BF}$, $MT = 35 \text{ cm}$ y $NT = 30 \text{ cm}$, halle el área de la pieza de lámina sobrante.

- A) 2100 cm^2
B) 1200 cm^2
C) 1050 cm^2
D) 2150 cm^2
E) 2050 cm^2



Solución:

- Datos: $\overline{CE} \parallel \overline{BF}$ y $BC = EF$
→ BCEF es un trapecio isósceles
→ $BE = CF$
- MNPQ: rombo
→ $TP = MT = 35$ y $TQ = NT = 30$
- $S_{MNPQ} = \frac{(60)(70)}{2}$
∴ $S_{MNPQ} = 2100 \text{ cm}^2$

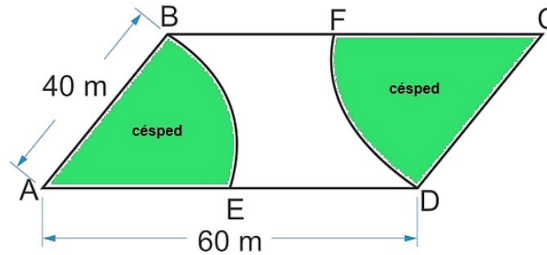


Rpta.: A



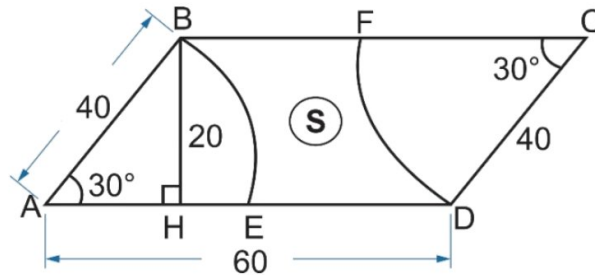
7. En la figura el paralelogramo ABCD representa el contorno de un parque donde la parte sombreada corresponde al césped y la parte no sombreada está libre de césped. Si A es el centro del arco BE, C es el centro del arco FD y $m\angle FCD = 30^\circ$, halle el área del parque que no está cubierto por césped.

- A) $400(3 - \frac{\pi}{3}) \text{ m}^2$
B) $400(4 - \pi) \text{ m}^2$
C) $200(3 - \frac{2\pi}{3}) \text{ m}^2$
D) $400(3 - \frac{2\pi}{3}) \text{ m}^2$
E) $200(3 - \frac{\pi}{3}) \text{ m}^2$



Solución:

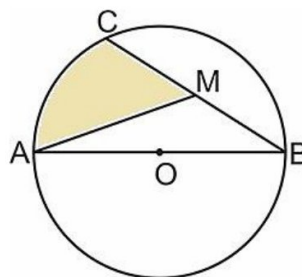
- ABCD: paralelogramo
→ $CD = 40$ y $m\angle BAD = 30^\circ$
- $\triangle AHB$: notable de 30° y 60°
→ $BH = 20$
- $S = 60(20) - \frac{2\pi(40^2)(30^\circ)}{360^\circ}$
 $\therefore S = 400(3 - \frac{2\pi}{3}) \text{ m}^2$



Rpta.: D

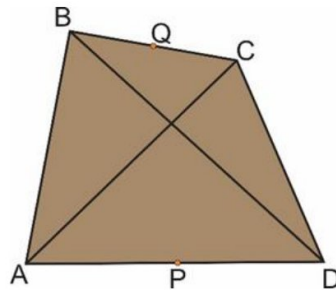
8. En la figura, $\overline{AB}$ es diámetro y $OA = OB$. Si $BM = MC$, $m\angle ABC = 18^\circ$ y $OB = 10 \text{ m}$, halle el área de la región sombreada.

- A) $10\pi \text{ m}^2$
B) $12\pi \text{ m}^2$
C) $14\pi \text{ m}^2$
D) $16\pi \text{ m}^2$
E) $18\pi \text{ m}^2$



10. La figura muestra un terreno cuadrangular ABCD donde los linderos $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ miden 6 m y 8 m, respectivamente. Si $BQ = QC$, $AP = PD$ y la distancia entre los hitos ubicados en los puntos P y Q es 5 m, halle el área del terreno.

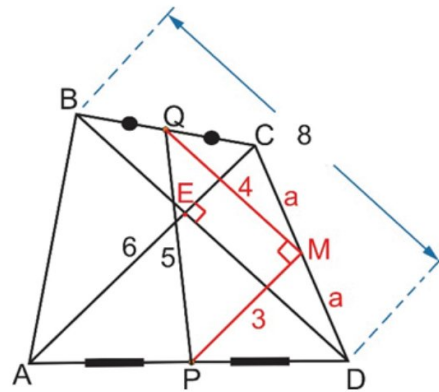
- A) 30 m^2
B) 48 m^2
C) 15 m^2
D) 24 m^2
E) 40 m^2



Solución:

- $\triangle BCD$: $\overline{QM}$ es base media
→ $QM = 4$
- $\triangle ADC$: $\overline{PM}$ es base media
→ $PM = 3$
- $\triangle QMP$: notable de 37° y 53°
→ $m\angle QMP = 90^\circ$
- $\overline{QM} \parallel \overline{BD}$ y $\overline{PM} \parallel \overline{AC}$
→ $m\angle QMP = 90^\circ$
- $S_{ABCD} = 6(8)\text{sen}90^\circ/2 = 24 \text{ m}^2$

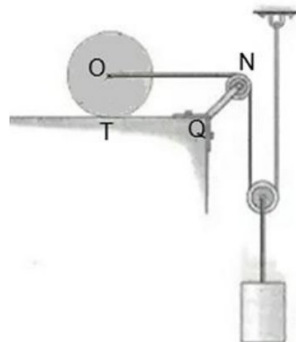
∴ El área del terreno es 24 m^2



Rpta.: D

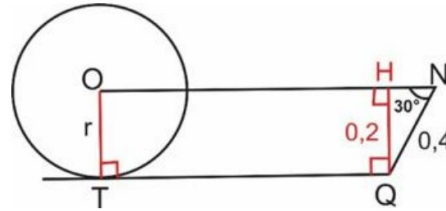
11. En la figura, el disco circular de centro O permite el funcionamiento correcto del sistema mostrado, condición que se logra tomando en cuenta el área del disco. Si $\overline{ON} \parallel \overline{TQ}$, T es punto de tangencia, $QN = 0,4 \text{ m}$ y $m\angle ONQ = 30^\circ$, halle el área del disco.

- A) $0,14\pi \text{ m}^2$
B) $0,06\pi \text{ m}^2$
C) $0,04\pi \text{ m}^2$
D) $0,16\pi \text{ m}^2$
E) $0,05\pi \text{ m}^2$



Solución:

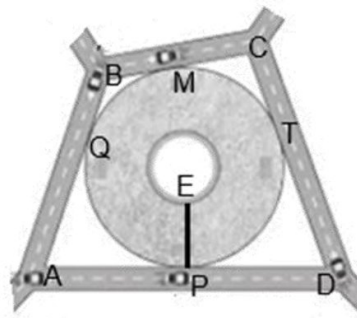
- $\triangle QHN$: notable de 30° y 60°
 $\rightarrow QH = 0,2$
- $OTQH$: rectángulo
 $\rightarrow r = 0,2$
- $A_{\text{disco}} = \pi r^2 = \pi(0,2)^2$
 $\therefore A_{\text{disco}} = 0,04\pi \text{ m}^2$



Rpta.: C

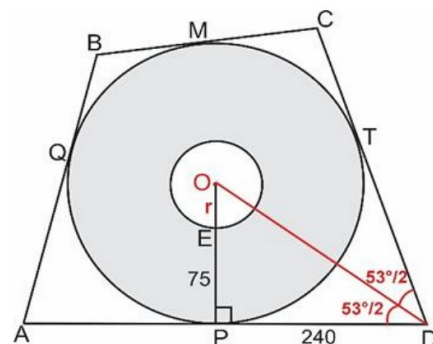
12. La corona circular mostrada en la figura representa la zona de trabajo en la que se realizarán ciertas actividades con la finalidad de remodelar la plaza cuadrangular ABCD. Si M, P, Q y T son puntos de tangencia, $m\angle EPD = 90^\circ$, $m\angle PDT = 53^\circ$, $EP = 75 \text{ m}$ y $PD = 240 \text{ m}$, halle el área de la zona de trabajo. (E se ubica en la circunferencia menor).

- A) $12\,475\pi \text{ m}^2$
- B) $12\,275\pi \text{ m}^2$
- C) $12\,575\pi \text{ m}^2$
- D) $12\,735\pi \text{ m}^2$
- E) $12\,375\pi \text{ m}^2$



Solución:

- Sea O centro
 $\rightarrow O, E$ y P son colineales
- $\triangle OPD$: notable de $53^\circ/2$
 $\rightarrow 2(r + 75) = 240$
 $r = 45$
- $A_{\text{corona}} = \pi(120^2 - 45^2) = 12\,375\pi$
 $\therefore$ El área de la zona de trabajo es $12\,375\pi \text{ m}^2$



Rpta.: E



13. En la figura, ABCD es un rectángulo y $CD = 5$ cm. Si $S_{CDE} = 3S_{BAE}$ y $S_{CDE} = 22,5$ cm², halle el área de la región sombreada.

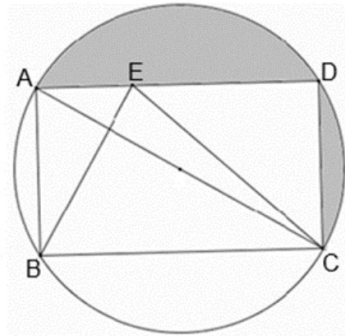
A) $(21,125\pi - 30)$ cm²

B) $(21,115\pi - 15)$ cm²

C) $(21,125\pi - 15)$ cm²

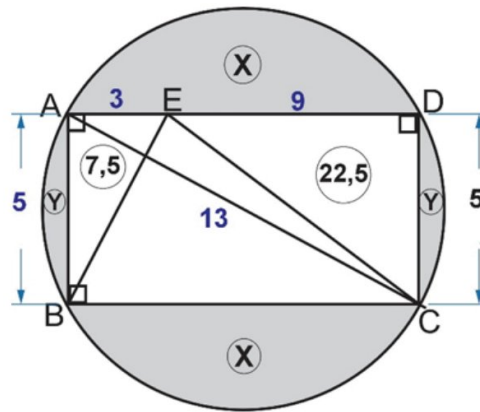
D) $(21,125\pi - 25)$ cm²

E) $(21,105\pi - 15)$ cm²



Solución:

- Por dato: $22,5 = 5(DE)/2$
→ $DE = 9$
- Por dato: $7,5 = 5(AE)/2$
→ $AE = 3$
- $m\angle ABC = 90^\circ \rightarrow \overline{AC}$ es diámetro
- $\triangle ADC$: Teorema de Pitágoras
→ $AC = 13$
- $2(X + Y) = S_{\text{círculo}} - S_{ABCD}$
 $2(X + Y) = \pi(6,5)^2 - 12(5)$
 $X + Y = 21,125\pi - 30$



∴ El área de la región sombreada es $(21,125\pi - 30)$ cm²

Rpta.: A

14. En la figura, ACFE es un rombo. Si $CD = 6$ m y $DB = 9$ m, halle el área de la región sombreada.

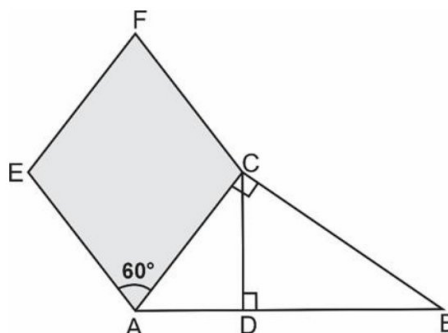
A) $26\sqrt{2}$ m²

B) $16\sqrt{3}$ m²

C) $26\sqrt{3}$ m²

D) $27\sqrt{3}$ m²

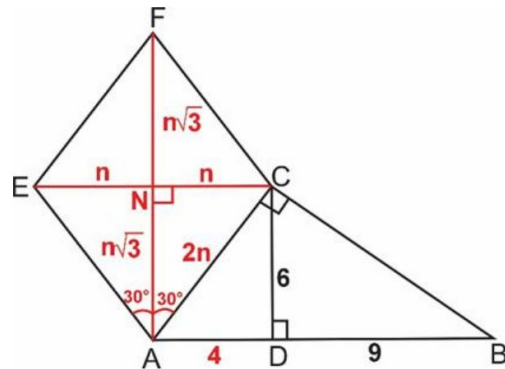
E) $13\sqrt{3}$ m²





Solución:

- $\triangle ACB$: relaciones métricas
 $\rightarrow 6^2 = 9(AD) \rightarrow AD = 4$
- $\triangle ADC$: Teorema de Pitágoras
 $\rightarrow 4^2 + 6^2 = (2n)^2 \rightarrow n^2 = 13$
- $S_{ACFE} = \frac{1}{2} (2n)(2n\sqrt{3}) = 2\sqrt{3}n^2$
 $\therefore S_{ACFE} = 26\sqrt{3} \text{ m}^2$

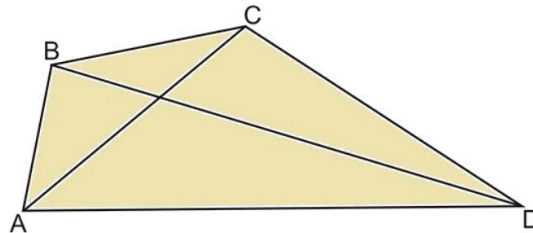


Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

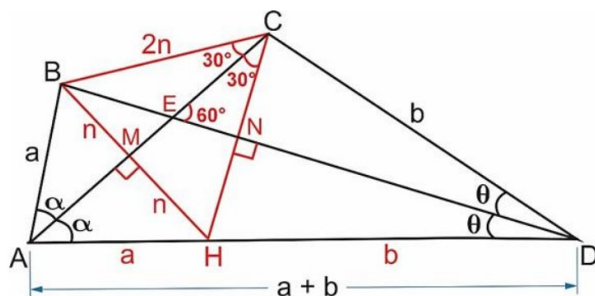
- Un carpintero tiene un tablero cuadrangular ABCD, como se muestra en la figura. Luego de realizar mediciones obtuvo los siguientes resultados: $m\angle BAC = m\angle CAD$, $AD = AB + CD$ y $m\angle BDC = m\angle ADB$. Si $(AC)(BD) = 8 \text{ m}^2$, ¿cuántos metros cuadrados de área tiene el tablero?

- $2\sqrt{3} \text{ m}^2$
- $3\sqrt{3} \text{ m}^2$
- $4\sqrt{3} \text{ m}^2$
- $5\sqrt{3} \text{ m}^2$
- $6\sqrt{3} \text{ m}^2$



Solución:

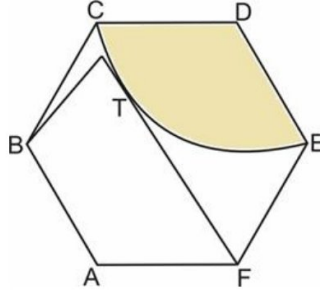
- $\triangle BAH$: isósceles
 $\rightarrow AH = a$ y $BM = MH = n$
- $\triangle CBH$: isósceles
 $\rightarrow BC = BH = 2n$
- $\triangle BMC$: notable de 30° y 60°
 $\rightarrow m\angle BCM = 30^\circ$
- $\triangle CNE$: $m\angle CEN = 60^\circ$
- $S_{ABCD} = \frac{1}{2} (AC)(BD)\text{sen}60^\circ$
 $S_{ABCD} = 4\text{sen}60^\circ$
 $\therefore S_{ABCD} = 2\sqrt{3} \text{ m}^2$



Rpta.: A

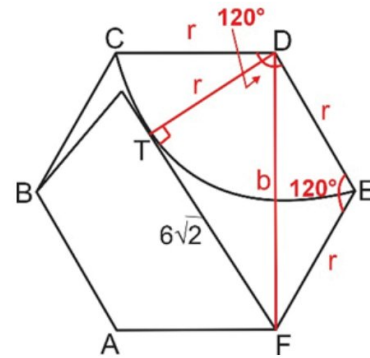
2. En la figura, ABCDEF es un hexágono regular y D es centro del arco $\widehat{CE}$. Si T es punto de tangencia y $FT = 6\sqrt{2}$ m, halle el área de la región sombreada.

- A) $16\pi \text{ m}^2$
B) $18\pi \text{ m}^2$
C) $20\pi \text{ m}^2$
D) $10\pi \text{ m}^2$
E) $12\pi \text{ m}^2$



Solución:

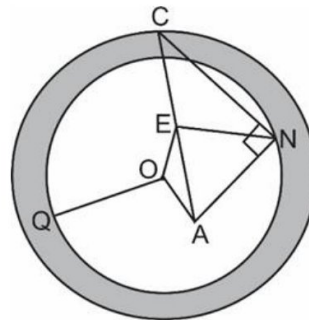
- $\triangle DEF$: isósceles
 $\rightarrow b = r\sqrt{3} \rightarrow b^2 = 3r^2 \dots (I)$
 - $\triangle DTF$: Teorema de Pitágoras
 $r^2 + (6\sqrt{2})^2 = b^2 \dots (II)$
 - De (I) y (II): $r = 6$
 - $S_{\text{sector}} = \frac{\pi(6^2)(120^\circ)}{360^\circ} = 12\pi$
- $\therefore$ El área de la región sombreada es $12\pi \text{ m}^2$.



Rpta.: E

3. En la figura, O es centro, $AE = EN$, $OQ = 4 \text{ cm}$ y $OA = \sqrt{7} \text{ cm}$. Si $4(OE)^2 + (AC)^2 = 64 \text{ cm}^2$, halle el área de la corona circular.

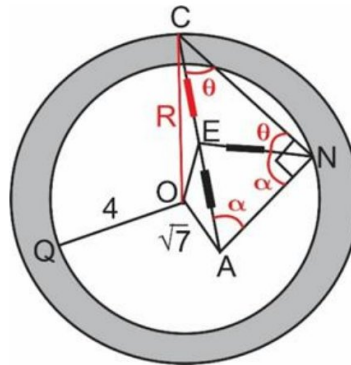
- A) $6\pi \text{ cm}^2$
B) $8\pi \text{ cm}^2$
C) $9\pi \text{ cm}^2$
D) $5\pi \text{ cm}^2$
E) $7\pi \text{ cm}^2$



Solución:

- $\triangle CEN$: isósceles
 $\rightarrow CE = EN$

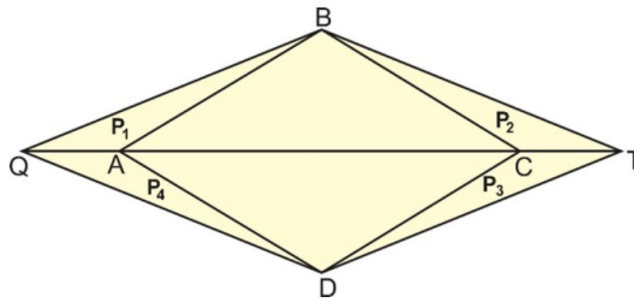
- $\triangle AOC$: teorema de la mediana
 $\rightarrow (\sqrt{7})^2 + R^2 = 2(OE)^2 + (AC)^2/2 \dots (I)$
- Dato: $4(OE)^2 + (AC)^2 = 64 \dots (II)$
- De (I) y (II): $R = 5$
 $S_{\text{corona}} = \pi(5^2 - 4^2) = 9\pi \text{ cm}^2$.



Rpta.: C

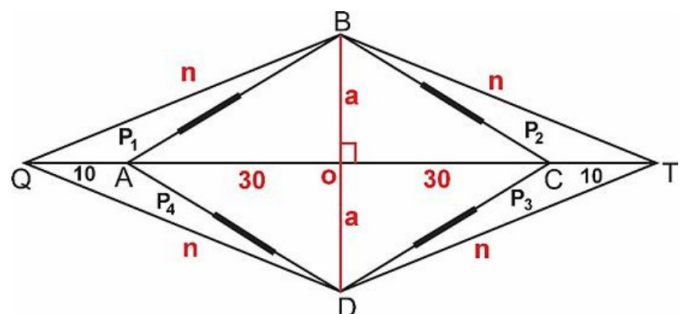
4. La figura muestra la parcelación de un terreno cuadrangular QBTD donde los linderos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ y $\overline{AD}$ tienen la misma longitud y la suma de las áreas de las parcelas triangulares P_1 , P_2 , P_3 y P_4 es 620 m^2 . Si $QA = CT = 10 \text{ m}$ y $AC = 60 \text{ m}$, halle el área del terreno.

- A) $2\,080 \text{ m}^2$
 B) $2\,180 \text{ m}^2$
 C) $2\,280 \text{ m}^2$
 D) $2\,380 \text{ m}^2$
 E) $2\,480 \text{ m}^2$



Solución:

- ABCD: rombo
 $\rightarrow S_{ABCD} = 60(2a)/2 = 60a \dots (I)$
- QBTD: rombo
 $\rightarrow S_{QBTD} = 80(2a)/2 = 80a \dots (II)$
- Del gráfico y los datos:
 $S_{ABCD} + 620 = S_{QBTD} \dots (III)$
- De (I), (II) y (III):
 $60a + 620 = 80a \rightarrow a = 31$
- $S_{QBTD} = 80a = 80(31) = 2\,480$
 $\therefore$ El área del terreno es $2\,480 \text{ m}^2$

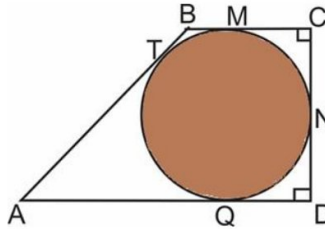


Rpta.: E



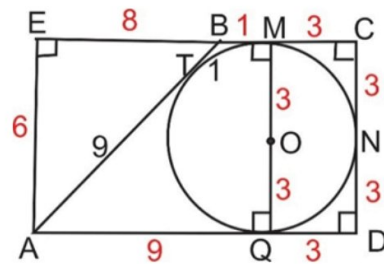
5. La figura muestra una plancha de triplay cuadrangular ABCD donde la región sombreada representa una parte pintada de la plancha. Si $AT = 9$ pies y $TB = 1$ pie, halle el área de la superficie de la plancha que aún falta pintar. (T, M, N y Q son puntos de tangencia).

- A) $4(12 - \pi)$ pies cuadrados
B) $(56 - 9\pi)$ pies cuadrados
C) $3(20 - 3\pi)$ pies cuadrados
D) $4(15 - \pi)$ pies cuadrados
E) $3(16 - 3\pi)$ pies cuadrados



Solución:

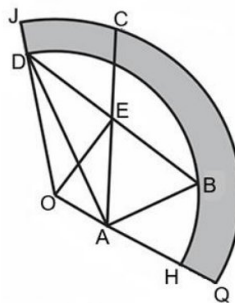
- Sea O: centro
→ $\overline{MQ}$ es diámetro
- $EM = AQ = 9 \rightarrow EB = 8$
- $\triangle AEB$: notable de 37° y 53°
→ $AE = 6$
- Sea S el área de la superficie de la plancha por pintar
→ $S = S_{ABCD} - S_{\text{círculo}} = \frac{(4+12)(6)}{2} - \pi 3^2$
∴ $S = 3(16 - 3\pi)$ pies cuadrados.



Rpta.: E

6. En la figura, O es centro de los arcos $\widehat{JQ}$ y $\widehat{DH}$. Si $BE = ED = CE = AE$, $OD = 4$ cm, $AO = \sqrt{7}$ cm y $m\angle DOH = 120^\circ$, halle el área del trapecio circular.

- A) $7\pi \text{ m}^2$
B) $5\pi \text{ m}^2$
C) $4\pi \text{ m}^2$
D) $3\pi \text{ m}^2$
E) $2\pi \text{ m}^2$





2. Dada la ecuación $2x^3 - 3x^2 - 8x + 12 = 0$, determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

- i) El producto de sus soluciones es 6.
ii) La suma de sus soluciones positivas es $\frac{5}{2}$.
iii) Tienen una solución entera.

A) VFV B) FFV C) FFF D) VVF E) FVF

Solución:

Factorizando por divisores binómicos y aplicando Ruffini

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & -3 & -8 & 12 \\ x=2 & & 4 & 2 & -12 \\ \hline & 2 & 1 & -6 & 0 \end{array}$$

$$(x-2)(2x^2+x-6)=0$$

$$(x-2)(2x-3)(x+2)=0$$

Las soluciones son: $-2; 2; \frac{3}{2}$

i) Por teorema de Cardano, el producto de soluciones es $-\frac{12}{2} = -6$ (Falso)

ii) La suma de las soluciones positivas es $2 + \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$ (Falso)

iii) La ecuación tiene 2 soluciones enteras. (Verdadero)

$\therefore$ FFV

Rpta.: B

3. Si m, n y p son las soluciones de la ecuación $x^3 - 2x - 5 = 0$, halle el valor de

$$L = \frac{m^2 - 1}{5 + m} + \frac{n^2 - 1}{5 + n} + \frac{p^2 - 1}{5 + p}.$$

A) $-\frac{2}{5}$ B) 0 C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) -1



Solución:

Como "m" es solución de la ecuación $x^3 - 2x - 5 = 0$ entonces se cumple:

$$m^3 - 2m - 5 = 0$$

$$m^3 - m = 5 + m$$

$$m(m^2 - 1) = 5 + m$$

$$\frac{m^2 - 1}{5 + m} = \frac{1}{m}$$

Analogamente se cumple:

$$\frac{n^2 - 1}{5 + n} = \frac{1}{n} \quad y \quad \frac{p^2 - 1}{5 + p} = \frac{1}{p}$$

Entonces

$$L = \frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{1}{p}$$

$$L = \frac{np + mp + mn}{mnp}$$

Por el teorema de Cardano se tiene:

- $m + n + p = 0$
- $mn + np + mp = -2$
- $mnp = 5$

Reemplazando en L :

$$L = \frac{np + mp + mn}{mnp} = \frac{-2}{5}$$

$$\therefore L = -\frac{2}{5}$$

Rpta.: A

4. Fabricio produce en su taller $(x^3 + 2x^2)$ polos en una semana. Durante esa semana vende $x^2 + 4x$ polos, quedándole en almacén 24 polos sin vender. La semana siguiente recibe un pedido de $7x^2$ polos. Para poder cumplir con este pedido, Fabricio utilizará los 24 polos que le sobraron y deberá producir adicionales. ¿Cuántos polos adicionales debe producir Fabricio para completar el pedido?

- A) 23 B) 80 C) 27 D) 84 E) 39



Solución:

Consideremos la cantidad total de polos producidos en el taller:

$$x^3 + 2x^2 - (x^2 + 4x) = 24$$

$$x^3 + x^2 - 4x - 24 = 0$$

Factorizando por divisores binómicos y aplicando Ruffini

	1	1	-4	-24
3				
	1	4	8	0

$$(x - 3)(x^2 + 4x + 8) = 0$$

$$x = 3 \vee x^2 + 4x + 8 = 0$$

Para $x^2 + 4x + 8 = 0$, se tiene $\Delta = 4^2 - 4(1)(8) = -16 < 0$ (soluciones no reales)

$$\rightarrow x = 3$$

El pedido es de $7x^2$, entonces son 63 polos

$\therefore$ Le falta producir 39 polos adicionales.

Rpta.: E

5. En una familia hay únicamente cuatro hijos, organizados en dos pares de gemelos. Las edades (en años) de cada par de gemelos son números enteros positivos r_1 y r_2 , con $r_1 < r_2$. Si r_1 y r_2 son las soluciones de la ecuación $x^4 - 16x^3 + cx^2 + dx + 49 = 0$. Determine $c + d$.

- A) -162 B) 124 C) -72 D) 84 E) -34

Solución:

Consideramos las soluciones de la ecuación bicuadrada: r_1 y r_2

Por el teorema de Cardano, se tiene

- $2r_1 + 2r_2 = 16 \rightarrow r_1 + r_2 = 8$
- $r_1^2 \cdot r_2^2 = 49 \rightarrow r_1 r_2 = 7 \ (r_1 > 0 \wedge r_2 > 0)$

Como r_1 y r_2 son edades enteras entonces $r_1 = 1$ y $r_2 = 7$

$$x^4 - 16x^3 + cx^2 + dx + 49 = (x - 1)^2(x - 7)^2$$

$$x^4 - 16x^3 + cx^2 + dx + 49 = (x^2 - 8x + 7)^2$$



$$x^4 - 16x^3 + cx^2 + dx + 49 = x^4 + 64x^2 + 49 - 16x^3 + 14x^2 - 112x$$

$$x^4 - 16x^3 + cx^2 + dx + 49 = x^4 - 16x^3 + 78x^2 - 112x + 49$$

$$c = 78 \vee d = -112$$

$$\therefore c + d = -34.$$

Rpta.: E

6. Si las soluciones de la ecuación bicuadrada $x^4 - 40x^2 + 36(p-3)^2 = 0$ están en progresión aritmética, determine el producto de valores de p .

A) 0 B) 5 C) 2 D) 3 E) 4

Solución:

Consideramos las soluciones de la ecuación bicuadrada en progresión aritmética:
 $-3a, -a, a, 3a$

Propiedad:

- $9a^2 + a^2 = 40 \rightarrow a^2 = 4$
- $(9a^2)(a^2) = 9a^4 = 36(p-3)^2 \rightarrow 16 = 4(p-3)^2$

$$p - 3 = 2 \vee p - 3 = -2$$

$$p = 5 \vee p = 1$$

$\therefore$ El producto de valores de p es 5.

Rpta.: B

7. Sean a y b las soluciones de la ecuación $2x^2 - 1 = \sqrt{3x^2 + 37}$, con $a < b$. Si en un examen de 60 preguntas Patricia respondió $12(b-a)$ preguntas correctas y $3b$ incorrectas ¿Cuántas preguntas dejó sin responder?

A) 6 B) 9 C) 18 D) 4 E) 12

Solución:

$$2x^2 - 1 = \sqrt{3x^2 + 37} \quad \dots (*)$$

I. Existencia:

La igualdad (*) tiene sentido en $\mathbb{R}$ si:

$$2x^2 - 1 \geq 0 \quad \wedge \quad 3x^2 + 37 \geq 0$$

$$x \in \left(-\infty; \frac{\sqrt{2}}{2}\right] \cup \left[\frac{\sqrt{2}}{2}; +\infty\right) \quad \wedge \quad x \in \mathbb{R} \rightarrow x \in \left(-\infty; \frac{\sqrt{2}}{2}\right] \cup \left[\frac{\sqrt{2}}{2}; +\infty\right)$$



II. Resolución:

Elevamos al cuadrado ambos miembros de (*)

$$\begin{aligned}(2x^2 - 1)^2 &= 3x^2 + 37 \\ 4x^4 - 4x^2 + 1 &= 3x^2 + 37 \\ 4x^4 - 7x^2 - 36 &= 0 \\ (x^2 - 4)(4x^2 + 9) &= 0\end{aligned}$$

Como $4x^2 + 9 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$, se tiene:

$$x^2 - 4 = 0 \rightarrow x = \pm 2$$

Entonces: $a = -2$ y $b = 2$

Preguntas correctas: $12(b - a) = 12(2 + 2) = 48$

Preguntas incorrectas: $3b = 3(2) = 6$

Preguntas sin responder: $60 - (54) = 6$

$\therefore$ Patricia dejó 6 preguntas sin responder.

Rpta.: A

8. Una empresa dedicada a la fabricación y venta de mochilas ha establecido el siguiente modelo para calcular su ingreso, $I(x) = |x^3 + 14x|$ y su costo es $C(x) = 14x + 64$, donde "x" es el número de semanas desde que comenzó a operar la empresa. Determine a partir de qué semana la empresa recupera su inversión.

A) 7 B) 2 C) 4 D) 3 E) 5

Solución:

La empresa recupera su inversión, entonces:

$$U(x) = I(x) - C(x) = 0$$

$$U(x) = |x^3 + 14x| - (14x + 64) = 0$$

$$|x^3 + 14x| = 14x + 64$$

$$x^3 + 14x = 14x + 64 \quad \vee \quad x^3 + 14x = -14x - 64$$

$$x^3 - 64 = 0 \quad \vee \quad x^3 + 28x + 64 = 0$$

$$(x - 4) \underbrace{(x^2 + 4x + 16)}_{\Delta < 0} = 0 \quad \vee \quad (x + 2) \underbrace{(x^2 - 2x + 32)}_{\Delta < 0} = 0$$

$$\rightarrow x = 4 \quad \vee \quad x = -2 \text{ como } x > 0$$

Entonces: $x = 4$

$\therefore$ A partir de la semana 4.

Rpta.: C



EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Si -1 es una solución de la ecuación $2x^3 + (3k + 2)x^2 + 11x + (7 - k) = 0$, halle la suma de cuadrados de las otras soluciones.

A) 1 B) -3 C) 5 D) 4 E) -2

Solución:

Como -1 es una solución de la ecuación entonces se cumple:

$$\begin{aligned} 2(-1)^3 + (3k + 2)(-1)^2 + 11(-1) + 7 - k &= 0 \\ -2 + 3k + 2 - 11 + 7 - k &= 0 \\ 2k &= 4 \\ k &= 2 \end{aligned}$$

Reemplazando en la ecuación $2x^3 + 8x^2 + 11x + 5 = 0$.

Consideremos las soluciones $-1, r$ y s por el Teorema de Cardano se tiene:

- $-1 + r + s = -4 \rightarrow r + s = -3$
- $(-1)(r)(s) = -5/2 \rightarrow rs = 5/2$

Luego:

$$\begin{aligned} r^2 + s^2 &= (r + s)^2 - 2rs \\ r^2 + s^2 &= (-3)^2 - 2(5/2) = 4 \end{aligned}$$

$\therefore$ La suma de los cuadrados de las otras soluciones es 4.

Rpta.: D

2. Dada la ecuación $4x^4 + 4x^3 - 25x^2 - x + 6 = 0$, determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

- i) El producto de sus soluciones es $\frac{3}{2}$
ii) La suma de sus soluciones negativas es $\frac{-11}{2}$
iii) La ecuación tiene al menos una solución irracional.

A) VFF B) FFV C) FFF D) VVF E) FVF

Solución:

Factorizando por divisores binómicos y aplicando Ruffini

	4	4	-25	-1	6
$x = 2$		8	24	-2	-6
	4	12	-1	-3	0
$x = -3$		-12	0	3	
	4	0	-1	0	



$$(x-2)(x+3)(4x^2-1)=0$$
$$(x-2)(x+3)(2x+1)(2x-1)=0$$

Las soluciones son:

$$2; -3; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}$$

- i) Por teorema de Cardano, el producto de soluciones es $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$
(Verdadero)
- ii) La suma de las soluciones negativas es $-3 - \frac{1}{2} = -\frac{7}{2}$
(Falso)
- iii) La ecuación tiene todas sus soluciones racionales
(Falso)

∴ VFF

Rpta.: A

3. Si r, s y t son las soluciones de la ecuación $2x^3 - x^2 + 6x + 16 = 0$, la edad actual de Mariana, en años, está dada por el valor de $24M$, siendo

$$M = \frac{r^2 + 3}{r - 4} + \frac{s^2 + 3}{s - 4} + \frac{t^2 + 3}{t - 4}$$

Determine cuantos años tendrá dentro de 3 años.

- A) 21 B) 16 C) 27 D) 31 E) 19

Solución:

Como " r " es solución de la ecuación $2x^3 - x^2 + 6x + 16 = 0$ entonces se cumple:

$$2r^3 - r^2 + 6r + 16 = 0$$
$$2r^3 + 6r = r^2 - 16$$
$$2r(r^2 + 3) = (r + 4)(r - 4)$$
$$\frac{r^2 + 3}{r - 4} = \frac{(r + 4)}{2r}$$

$$\frac{r^2 + 3}{r - 4} = \frac{1}{2} + \frac{2}{r}$$

Analogamente se cumple:

$$\frac{s^2 + 3}{s - 4} = \frac{1}{2} + \frac{2}{s}; \quad \frac{t^2 + 3}{t - 4} = \frac{1}{2} + \frac{2}{t}$$



Entonces

$$M = \frac{1}{2} + \frac{2}{s} + \frac{1}{2} + \frac{2}{r} + \frac{1}{2} + \frac{2}{r}$$

$$M = \frac{3}{2} + 2\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{s} + \frac{1}{t}\right)$$

$$M = \frac{3}{2} + 2\left(\frac{st + rs + rt}{rst}\right)$$

Por el teorema de Cardano, se tiene:

- $r + s + t = \frac{1}{2}$
- $rs + st + rt = 3$
- $rst = -8$

Reemplazando en M :

$$M = \frac{3}{2} + 2\left(\frac{3}{-8}\right) = \frac{3}{4}$$

$$24M = 18$$

Mariana tiene actualmente 18 años

∴ Mariana tendrá 21 años dentro de 3 años.

Rpta.: A

4. Dada la ecuación bicuadrada

$$x^4 - (a^2 - 2a - 48)x^3 - (a + b)x^2 + (4b - a)x + a + 1 = 0 \text{ con } a \in \mathbb{Z}^+,$$

Determine el producto de la mayor y menor solución de la ecuación.

- A) -1 B) -18 C) -4 D) -36 E) -9

Solución:

Como la ecuación es bicuadrada se tiene:

$$a^2 - 2a - 48 = 0 \rightarrow (a - 8)(a + 6) = 0 \rightarrow a = 8 \vee a = -6 \text{ como } a \in \mathbb{Z}^+,$$

entonces $a = 8$

$$\text{Luego: } 4b - a = 0 \rightarrow b = 2$$

Reemplazado se tiene:

$$x^4 - 10x^2 + 9 = 0$$



Factorizando: $(x^2 - 1)(x^2 - 9) = 0 \rightarrow (x + 1)(x - 1)(x + 3)(x - 3) = 0$

Soluciones: $-1; 1; -3; 3$

La mayor solución es 3 y la menor solución es -3

$\therefore$ El producto de la mayor y menor solución es -9 .

Rpta.: E

5. Mariela se está preparando para su examen de admisión y debe resolver 200 ejercicios de Matemática en total durante la semana. El lunes resolvió x^3 ejercicios, el martes la misma cantidad, el miércoles x^2 , el jueves $6x$ y el viernes 32 ejercicios. Si al finalizar la semana completó los 200 ejercicios ¿en cuántos ejercicios varía la cantidad que resolvió el viernes respecto al jueves?

- A) 10 ejercicios más B) 8 ejercicios más C) 4 ejercicios más
D) 8 ejercicios menos E) 4 ejercicios menos

Solución:

Total de ejercicios: $x^3 + x^3 + x^2 + 6x + 32 = 200$

$$2x^3 + x^2 + 6x - 168 = 0$$

Factorizando por el método de divisores binómicos

Aplicando división por el método de Ruffini se tiene:

	2	1	6	− 168
4		8	36	168
	2	9	42	0

$$(x - 4)(2x^2 + 9x + 42) = 0$$

Para $2x^2 + 9x + 42 = 0$, se tiene $\Delta = 9^2 - 4(2)(42) = -255 < 0$ (soluciones no reales)

Entonces $x = 4$

El jueves resolvió 24 ejercicios

El viernes resolvió 32 ejercicios

$\therefore$ El viernes resolvió 8 ejercicios más.

Rpta.: B

6. Gabriela tiene " x " muñecas y su hermana Isabel tiene $\sqrt{88 - 2x^2}$ muñecas. Si Gabriela tiene dos muñecas mas que su hermana y su mamá les regala tres muñecas más a cada una ¿cuántas muñecas en total tienen ahora?

- A) 12 B) 16 C) 24 D) 18 E) 28



Solución:

$$x - \sqrt{88 - 2x^2} = 2$$

$$x - 2 = \sqrt{88 - 2x^2} \dots (*)$$

I. Existencia:

La igualdad (*) tiene sentido en $\mathbb{R}$ si:

$$x - 2 \geq 0 \quad \wedge \quad 88 - 2x^2 \geq 0$$

$$x \geq 2 \quad \wedge \quad x \in [-\sqrt{44}; \sqrt{44}] \rightarrow [2; \sqrt{44}]$$

II. Resolución:

Elevamos al cuadrado ambos miembros de (*)

$$\begin{aligned}(x - 2)^2 &= 88 - 2x^2 \\ x^2 - 4x + 4 &= 88 - 2x^2 \\ 3x^2 - 4x - 84 &= 0 \\ (3x + 14)(x - 6) &= 0\end{aligned}$$

De I. se tiene $x = 6$

Gabriela tiene 6 muñecas e Isabel 4 muñecas, luego cada una recibe 3 muñecas

$\therefore$ En total ahora tienen 16 muñecas.

Rpta.: B

7. Al resolver la ecuación $\sqrt{5x+1} + \sqrt{x} = 2$, se obtiene como solución «m», halle la suma de las cifras de $(4m+9)^2$.

A) 10 B) 7 C) 1 D) 4 E) 9

Solución:

- 1) De la expresión $\sqrt{5x+1} + \sqrt{x} = 2$, se tiene:

$$\sqrt{5x+1} = 2 - \sqrt{x} \dots (1)$$

- 2) Existencia: $2 - \sqrt{x} \geq 0 \quad \wedge \quad 5x + 1 \geq 0 \quad \wedge \quad x \geq 0$

$$2 \geq \sqrt{x} \quad \wedge \quad 5x \geq -1 \quad \wedge \quad x \geq 0$$

$$4 \geq x \quad \wedge \quad -\frac{1}{5} \leq x \quad \wedge \quad x \geq 0$$

$$0 \leq x \leq 4$$



3) Resolviendo.

Elevando al cuadrado (1)

$$\begin{aligned}5x + 1 &= (2 - \sqrt{x})^2 \\5x + 1 &= 4 - 4\sqrt{x} + x \\4\sqrt{x} &= 3 - 4x; \frac{3}{4} \geq x \dots (*)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Elevando al cuadrado } 16x &= (3 - 4x)^2 \\16x &= 9 - 24x + 16x^2 \\0 &= 16x^2 - 40x + 9 \\0 &= (4x - 9)(4x - 1)\end{aligned}$$

$$x = \frac{9}{4} \vee x = \frac{1}{4} \rightarrow m = \frac{1}{4}, \frac{9}{4} \text{ no cumple } (*)$$

$$(4m + 9)^2 = \left(4\left(\frac{1}{4}\right) + 9\right)^2 = 100$$

$\therefore$ La suma de las cifras es $1 + 0 + 0 = 1$.

Rpta.: C

8. Si m y n son las soluciones de $|x - 2| + |x + 3| = 7$ con $m > n$, halle $m - n$.

A) 2 B) -1 C) 0 D) -5 E) 7

Solución:

Puntos críticos: $-3; 2$

Caso 1: $x \geq 2$, $x - 2 + x + 3 = 7 \rightarrow x = 3$

Caso 2: $-3 \leq x < 2$, $-(x - 2) + x + 3 = 7 \rightarrow 5 = 7$ imposible

Caso 3: $x < -3$, $-(x - 2) - (x + 3) = 7 \rightarrow x = -4$

$$m = 3 \text{ y } n = -4$$

$$\therefore m - n = 3 - (-4) = 7$$

Rpta.: E



TRIGONOMETRÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. El ingreso mensual de una empresa importadora de equipos de sonido está dada por $70\text{sen}\left(\frac{\pi t}{6}\right) + 100$ en miles de soles, donde t es el número del mes del año. Determine ¿en qué meses el ingreso de la empresa fue de 135 000 soles?

A) enero y mayo B) enero y marzo C) abril y agosto
D) setiembre y octubre E) enero y diciembre

Solución:

$$70\text{sen}\left(\frac{\pi t}{6}\right) + 100 = 135 \Rightarrow \text{sen}\left(\frac{\pi t}{6}\right) = \frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\pi t}{6}\right) = \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \rightarrow t = 1; 5$$

Rpta.: A

2. Juan organiza una cena navideña y para ello decide comprar un pavo en el mercado. Si cada kilogramo de pavo cuesta 10 soles y el pavo que Juan compró pesó $(\cot(M))^4$ kg, donde M es igual a la suma de soluciones de la ecuación trigonométrica $\tan^2 x - \sqrt{3} \tan x - \tan x + \sqrt{3} = 0$ con $0 \leq x \leq 2\pi$, ¿cuánto pagó Juan por el pavo?

A) 100 soles B) 80 soles C) 90 soles
D) 125 soles E) 60 soles

Solución:

$$\tan^2 x - \sqrt{3} \tan x - \tan x + \sqrt{3} = 0 \rightarrow (\tan x - \sqrt{3})(\tan x - 1) = 0$$

$$\tan x = \sqrt{3} \rightarrow x = \frac{\pi}{3}; \pi + \frac{\pi}{3} \vee \tan x = 1 \rightarrow x = \frac{\pi}{4}; \pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\rightarrow M = 3\pi + \frac{\pi}{6} \rightarrow \cot M = \sqrt{3}$$

Se pagó 90 soles.

Rpta.: C

3. Hallar la mayor solución negativa de la ecuación $\cos^2 \frac{x}{2} - \text{sen}^2 \frac{x}{2} = \text{sen} 2x$.

A) $-\frac{\pi}{2}$ B) $-\frac{7\pi}{6}$ C) $-\frac{11\pi}{6}$ D) $-\frac{3\pi}{2}$ E) $-\frac{11\pi}{3}$

Solución:

$$\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} = \sin 2x \rightarrow 0 = 2 \sin x \cos x - \cos x$$

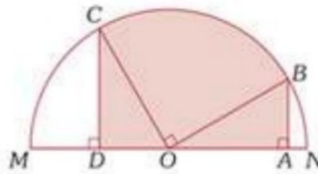
$$\sin x = \frac{1}{2} \rightarrow x = -\frac{11\pi}{6}; -\frac{7\pi}{6}$$

$$\cos x = 0 \rightarrow x = -\frac{\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}$$

Rpta.: A

4. En la figura, se representa un terreno semicircular de diámetro MN (centro O) y de radio 10 metros. Si el área de la región sombreada es igual a $25(\sqrt{3} + \pi) \text{ m}^2$, halle los valores que puede tomar el ángulo AOC (obtuso).

- A) 120°
B) 150°
C) 120° y 150°
D) 120° y 135°
E) 150° y 135°



Solución:

Sea x la medida del ángulo BOA

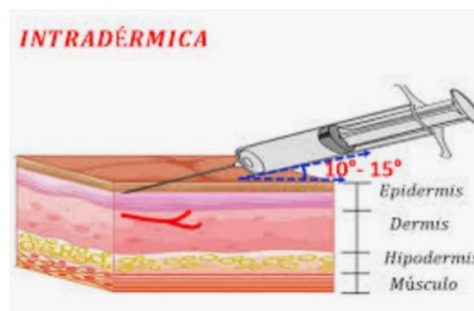
$$25(\sqrt{3} + \pi) = \frac{\pi}{4}(100) + 2\left(\frac{100 \sin x \cos x}{2}\right)$$

$$25\sqrt{3} = 50 \sin 2x \rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow x = 30^\circ; 60^\circ \rightarrow m\angle AOC = 120^\circ; 150^\circ$$

Rpta.: C

5. Los ángulos para insertar inyecciones varían según la técnica y el sitio de inyección. Comúnmente, se utilizan ángulos de 90 grados para inyecciones intramusculares, 45 grados para subcutáneas y de 5 a 15 grados para intradérmicas. Si Jennifer es una enfermera que inserta una inyección a un paciente con un ángulo θ , donde θ es la menor solución positiva de la ecuación $\tan\left(\frac{3x}{2}\right) + \cot\left(\frac{3x}{2}\right) = \csc(3x) + 2$, determine la medida del ángulo θ y clasifique el tipo de administración de la inyección.

- A) 10° e intradérmica
B) 45° y subcutánea
C) 9° e intradérmica
D) 90° e intramuscular
E) 15° e intradérmica





Solución:

$$\text{Tenemos: } \tan\left(\frac{3x}{2}\right) + \cot\left(\frac{3x}{2}\right) = \csc(3x) + 2$$

$$\Rightarrow 2\csc(3x) = \csc(3x) + 2$$

$$\Rightarrow \csc(3x) = 2$$

$$\Rightarrow 3x = \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \dots$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{18}; \frac{5\pi}{18}; \dots$$

Por lo tanto; la medida del ángulo θ es 10° .

Rpta.: A

6. En un examen de trigonometría, se pide determine la raíz de la ecuación lineal $X \operatorname{sen} \alpha \cdot \sec(18^\circ) = 3X + 2 \cos(5\alpha)$. Si α es el mayor ángulo agudo, que es solución de la ecuación trigonométrica $\tan^2 x + \cos(20x) = \sec^2 x$, entonces determine la solución de dicha ecuación lineal.

- A) -2 B) -3 C) -1 D) 2 E) 1

Solución:

$$\begin{aligned} \tan^2 x + \cos(20x) &= \sec^2 x \Rightarrow \cos(20x) = 1 \rightarrow \alpha = 72^\circ \\ &\Rightarrow X \operatorname{sen} 72^\circ \cdot \sec 18^\circ = 3X + 2 \cos 360^\circ \\ &\Rightarrow X = -1 \end{aligned}$$

Rpta.: C

7. Un dron despegue para realizar capturas fotográficas. Durante el vuelo, sufre un desperfecto técnico y comienza a descender. La altura del dron, en metros, está dada por la expresión $h(t) = 4 \cos\left(\frac{\pi t}{90}\right) + 4\sqrt{3} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi t}{90}\right) - 4$, donde t es el número de segundos transcurridos, desde que se inicia el vuelo. Si $0 \leq t \leq 60$, ¿cuántos segundos después de iniciar el vuelo el dron se encuentra a una altura de $4(\sqrt{3} - 1)$ metros durante el descenso y en qué tiempo alcanza su altura máxima?

- A) 45 s y 30 seg B) 45 s y 15 seg
C) 15 seg y 30 seg D) 30 s y 50 seg
E) 45 s y 50 seg

Solución:

$$\text{Del dato tenemos: } h(t) = 4 \cos\left(\frac{\pi t}{90}\right) + 4\sqrt{3} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi t}{90}\right) - 4$$

$$\Rightarrow h(t) = 8 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi t}{90} + \frac{\pi}{6}\right) - 4$$

$$h_{\text{MÁX}} = 4 \rightarrow \operatorname{sen}\left(\frac{\pi t}{90} + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \rightarrow t = 30$$



$$\text{Luego: } 8\sin\left(\frac{\pi t}{90} + \frac{\pi}{6}\right) - 4 = 4\sqrt{3} - 4$$

$$\sin\left(\frac{\pi t}{90} + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{\pi t}{90} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \dots \Rightarrow t = 15; 45; \dots$$

Por lo tanto, el dron alcanza los $4(\sqrt{3} - 1)$ metros durante el descenso a los 45 s y alcanza su altura máxima a los 30 s.

Rpta.: A

8. Halle el conjunto solución de la ecuación $\sin 4x + \cos 4x \cdot \cot 2x + 1 = 0$.

- A) $\left\{ \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{4} / n \in \mathbb{Z} \right\}$ B) $\left\{ \frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{8} / n \in \mathbb{Z} \right\}$ C) $\left\{ \frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{12} / n \in \mathbb{Z} \right\}$
D) $\left\{ 2n\pi + \frac{\pi}{4} / n \in \mathbb{Z} \right\}$ E) $\left\{ \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{8} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

Solución:

$$\sin 4x + \cos 4x \cot 2x + 1 = 0$$

$$\sin 4x + \cos 4x \frac{\cos 2x}{\sin 2x} + 1 = 0$$

$$\frac{\sin 4x \sin 2x + \cos 4x \cos 2x}{\sin 2x} = -1$$

$$\frac{\cos 2x}{\sin 2x} = -1 \Rightarrow \cot 2x = -1 \Rightarrow \tan 2x = -1$$

$$2x = n\pi - \frac{\pi}{4}, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{8}, n \in \mathbb{Z}$$

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En el estudio de la ecuación de una onda, cuyo modelo está dado por la expresión $\left[\sin x - \cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right) \right]$, se plantea el siguiente problema: "Encontrar los valores $x \in [0; 2\pi]$ tal que la ecuación se anule". Calcule la suma de todos los valores que puede tomar x .

- A) $\frac{4\pi}{3}$ B) π C) $\frac{5\pi}{6}$ D) 2π E) $\frac{2\pi}{3}$



Solución:

$$\text{Del dato: } \operatorname{sen} x - \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 0 \Rightarrow 2 \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot \operatorname{sen}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

Entonces:

$$x - \frac{\pi}{6} = 0; \pi; 2\pi; \dots$$

$$\text{Luego: } x = \frac{\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}; 2\pi + \frac{\pi}{6}; \dots$$

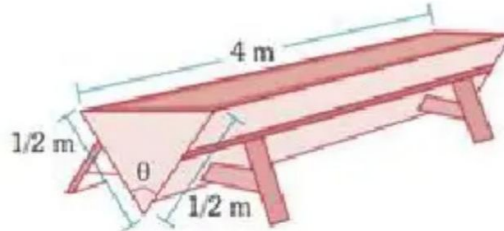
$$\text{Así: } \sum_{\text{valores}} = \frac{\pi}{6} + \frac{7\pi}{6} = \frac{4\pi}{3}$$

Por lo tanto, la suma de los valores de x es $\frac{4\pi}{3}$.

Rpta.: A

2. La figura representa un bebedero para ganado ovino que tiene la forma de un prisma triangular recto de 4 metros de largo y sus secciones transversales son triángulos isósceles. Si los lados iguales miden 0,5 metros, halle los valores de θ para que el bebedero contenga en su totalidad 250 litros de agua.

- A) 30°
B) 150°
C) 30° y 150°
D) 45° y 135°
E) 60° y 120°



Solución:

$$V = \frac{4 \operatorname{sen} \theta}{8} \text{ m}^3 = 250 \text{ litros} \rightarrow V = \frac{\operatorname{sen} \theta}{2} \text{ m}^3 = 250 \text{ litros}$$

$$(\operatorname{sen} \theta) \text{ m}^3 = 500 \text{ litros} \rightarrow (\operatorname{sen} \theta) \text{ m}^3 = \frac{1}{2} \text{ m}^3$$

$$\theta = 30^\circ, 150^\circ$$

Rpta.: C

3. Halle la menor solución positiva de $(\operatorname{sen}(2026x) - 2026)(\operatorname{sen}(2025x) - 1) \leq 0$

- A) $\frac{\pi}{1012}$ B) $\frac{\pi}{2024}$ C) $\frac{3\pi}{2024}$ D) $\frac{\pi}{4050}$ E) $\frac{\pi}{8048}$



Solución:

Del dato: $(\sin(2026x) - 2026)(\sin(2025x) - 1) \leq 0$

$$\Rightarrow \sin(2025x) = 1$$

$$\Rightarrow 2025x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4050}$$

Por lo tanto, la menor solución positiva es $\frac{\pi}{4050}$.

Rpta.: D

4. Las trayectorias de dos partículas vienen expresadas por $f(t) = \sin t + \cos t$ y $g(t) = \sin(5t) - \cos(5t)$ en función del tiempo t en segundos. Determine el tiempo de encuentro por segunda vez, si $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$.

A) $\frac{\pi}{2}$ seg B) $\frac{\pi}{6}$ seg C) $\frac{5\pi}{8}$ seg D) $\frac{\pi}{12}$ seg E) $\frac{\pi}{3}$ seg

Solución:

$$\cos 5t + \cos t = \sin 5t - \sin t \rightarrow 2 \cos 3t \cos 2t = 2 \cos 3t \sin 2t$$

$$\rightarrow \cos 3t (\cos 2t - \sin 2t) = 0 \rightarrow \tan 2t = 1 \vee \cos 3t = 0$$

$$t = \frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}$$

Rpta.: B

5. La altura respecto al nivel del mar a la que se encuentra un cohete, que es lanzado al espacio es modelado por la expresión $960 \cos^2\left(\frac{\pi t}{120}\right) \cdot \sin^2\left(\frac{\pi t}{120}\right)$ en kilómetros, donde $0 \leq t \leq 30$ es el número de minutos transcurridos desde su despegue. Si el espacio comienza a los 120 kilómetros sobre el nivel del mar y el cohete despegó a las 8:16 a.m., ¿a qué hora el cohete sale al espacio?

A) 8:21 a.m. B) 8:36 a.m. C) 8:31 a.m.
D) 8:26 a.m. E) 8:23 a.m.

Solución:

Tenemos:

$$960 \cos^2\left(\frac{\pi t}{120}\right) \cdot \sin^2\left(\frac{\pi t}{120}\right) = 120 \Rightarrow \sin^2\left(\frac{\pi t}{60}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{30}\right) = 0$$



$$\Rightarrow \frac{\pi t}{30} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots$$

$$\Rightarrow t = 15; 45; \dots$$

Por lo tanto, el cohete sale al espacio a las 8:31 a.m.

Rpta.: C

6. Un equipo de exploradores se encuentra en el Cañón del Colca. Para obtener un registro fotográfico de alta calidad del paisaje, han desplegado un dron de última generación. La altura de vuelo del dron, expresada en kilómetros, está modelada por la expresión $2\cos\left(\frac{\pi t}{48}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi t}{48} - \frac{\pi}{3}\right)$, donde t es el tiempo en minutos transcurridos desde el inicio de su operación. Se ha establecido que, a una altura de 1,5 kilómetros es ideal para tomar las mejores imágenes. Si el tiempo de vuelo está limitado a un máximo de 24 minutos, ¿cuántos minutos deben de transcurrir para que el dron tome las mejores imágenes?

- A) 10 min B) 12,5 min C) 12 min D) 4 min E) 8 min

Solución:

Del dato, tenemos:

$$2\cos\left(\frac{\pi t}{48}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi t}{48} - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{2} \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{24} - \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{2} \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{24} - \frac{\pi}{3}\right) = 1$$

$$\text{Entonces: } \frac{\pi t}{24} - \frac{\pi}{3} = 0; 2\pi; 4\pi; \dots \Rightarrow t = 8; 56; \dots$$

Por lo tanto, deben transcurrir 8 minutos.

Rpta.: E

7. Halle la mayor solución negativa de la ecuación $\cos 8x + \cos 6x + \cos 7x = 0$.

- A) $-\frac{\pi}{18}$ B) $-\frac{\pi}{15}$ C) $-\frac{\pi}{12}$ D) $-\frac{\pi}{14}$ E) $-\frac{\pi}{16}$

Solución:

$$\cos 8x + \cos 6x + \cos 7x = 0$$

$$2\cos 7x \cos x + \cos 7x = 0$$

$$\cos 7x (2\cos x + 1) = 0$$

$$\cos 7x = 0 \Rightarrow 7x = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow x = -\frac{\pi}{14}$$



$$2\cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = -\frac{2\pi}{3}$$
$$\Rightarrow \text{mayor solución negativa es } -\frac{\pi}{14}$$

Rpta.: D

LENGUAJE

"La palabra es el medio más universal de representación del mundo".

Karl Bühler

EJERCICIOS DE CLASE

1. Del enunciado *La naturaleza ha sido, desde siempre, una fuente inagotable de inspiración para la ciencia y la tecnología. Se trata de una disciplina conocida como biomimética. Un ejemplo reciente lo encontramos en Finlandia, donde un grupo de investigadores ha desarrollado una técnica capaz de reproducir las complejas estructuras de las hojas de los árboles para aplicarlas en dispositivos electrónicos flexibles*, determine la verdad (V o F) de los siguientes enunciados. Luego señale la alternativa correcta.

- I. El verbo principal de la perífrasis verbal *ha sido* es copulativo. ()
- II. Los verbos *encontrar* y *desarrollar* se clasifican como transitivos. ()
- III. Presenta más frases verbales predicativas que frases atributivas. ()
- IV. *Una fuente inagotable de inspiración* es un complemento atributo. ()

A) FFVF B) VVVF C) VVVF D) FVVF E) VVVV

Solución:

La frase verbal *ha sido, desde siempre, una fuente inagotable de inspiración para la ciencia y la tecnología* presenta como núcleo de la perífrasis verbal al verbo copulativo *ser* y el complemento atributo *una fuente inagotable de inspiración para la ciencia y la tecnología*. Además, es la única frase verbal atributiva.

Rpta.: E

2. La frase verbal se clasifica como atributiva o predicativa. La frase verbal atributiva presenta como núcleo un verbo copulativo y como complemento el atributo. De acuerdo con ello, marque la opción en la que hay este tipo de frase.

- A) Están cantando en la reunión de Matías.
- B) Fueron entrevistados en aquel noticiero.
- C) Hemos sido respaldados siempre por él.
- D) Ellos fueron al estadio con sus familiares.
- E) Estela será la nueva coordinadora, Luisa.



Solución:

En la referida alternativa, la frase verbal *será la nueva coordinadora* es atributiva porque presenta el verbo copulativo *ser* y complemento atributo. En las otras opciones, las frases verbales son predicativas porque tienen perífrasis verbal con verbo predicativo.

Rpta.: E

3. La frase verbal predicativa tiene como núcleo un verbo predicativo y puede presentar complementos directo, indirecto, circunstancial, agente y/o predicativo. Tomando en cuenta esta aseveración, elija la alternativa que presenta una frase verbal de este tipo.
- A) Gonzalo ha tenido que ser el encargado del grupo.
 - B) Ellos fueron beneficiados con aquella investigación.
 - C) Rosa fue la elegida del salón en aquella convocatoria.
 - D) Lucía y Jonás parecían muy preocupados en la reunión.
 - E) En el evento deportivo del colegio, Camila estaba nerviosa.

Solución:

En el referido enunciado, la frase verbal *fueron beneficiados con aquella investigación* presenta el verbo predicativo *beneficiar*, por ello se clasifica como frase verbal predicativa.

Rpta.: B

4. Considerando que la FV atributiva presenta como núcleo un verbo copulativo seguido de un atributo, la FV predicativa, en cambio, tiene un verbo predicativo como núcleo y puede llevar complemento(s). Según ello, en los enunciados *La verdadera razón de los cambios estacionales de temperatura es la inclinación de la Tierra*, *El cometa parece el más brillante y rápido de los tres objetos interestelares descubiertos hasta ahora* y *El objeto ha mostrado signos de actividad cometaria* las frases verbales son, respectivamente,
- A) predicativa, atributiva y predicativa.
 - B) atributiva, atributiva y predicativa.
 - C) atributiva, predicativa y predicativa.
 - D) atributiva, predicativa y atributiva.
 - E) predicativa, predicativa y predicativa.

Solución:

En el primer y segundo enunciado, hay frases verbales atributivas porque presentan como núcleos a los verbos copulativos *es* y *parece*, seguidos de complementos atributos; en el tercer enunciado, la frase verbal es predicativa porque presenta el verbo predicativo *mostrar*.

Rpta.: B



5. El modo verbal se clasifica en tres: indicativo, subjuntivo e imperativo. El primero expresa acción real y objetiva; el segundo, acción irreal; el tercero, orden o mandato. Según ello, correlacione los verbos con sus respectivos modos verbales y seleccione la opción correcta.

- | | | |
|---|------------------|------------------|
| I. Ayuda a tus hermanos ahora, Micaela. | a. Subjuntivo | |
| II. Posiblemente, él vaya a la ceremonia. | b. Indicativo | |
| III. Inés estudiará Derecho el próximo año. | c. Imperativo | |
| A) Ia, IIc, IIIb | B) Ic, IIb, IIIa | C) Ib, IIc, IIIa |
| D) Ic, IIa, IIIb | E) Ia, IIb, IIIc | |

Solución:

La correcta correlación de las columnas es la siguiente:

- | | |
|---|---------------|
| I. Ayuda a tus hermanos ahora, Micaela. | c. Imperativo |
| II. Posiblemente, él vaya a la ceremonia. | a. Subjuntivo |
| III. Inés estudiará Derecho el próximo año. | b. Indicativo |

Rpta.: D

6. El aspecto perfectivo manifiesta el resultado de una acción cuando está concluida, finalizada o terminada. De acuerdo con esta aseveración, en los enunciados *Elisa cantaba todas las tardes*, *Ellos irán al teatro el sábado* y *Hemos terminado el proyecto*, los verbos subrayados están, respectivamente, en aspecto

- A) perfectivo, imperfectivo y perfectivo.
B) perfectivo, imperfectivo e imperfectivo.
C) imperfectivo, imperfectivo y perfectivo.
D) perfectivo, perfectivo e imperfectivo.
E) perfectivo, perfectivo y perfectivo.

Solución:

Los verbos *cantaba* e *irán* se encuentran en aspecto imperfectivo (acción inconclusa); en cambio, la perífrasis *hemos terminado* presenta aspecto perfectivo (acción terminada).

Rpta.: C



7. Lea el siguiente texto:

La presa de las Tres Gargantas, ubicada en el río Yangtsé, es la mayor central hidroeléctrica del mundo. Su colosal infraestructura no solo ha transformado el paisaje y el ecosistema del centro de China, sino que también ha tenido efectos globales insospechados: según científicos de la NASA, la redistribución masiva de agua generada por la presa ha alterado levemente el eje de rotación de la Tierra y, como consecuencia, ha alargado la duración de los días.

Determine el valor de verdad (V) o falsedad (F) de los enunciados respecto al verbo y marque la alternativa correcta.

- I. Carecen de formas no personales del verbo. ()
- II. El verbo *transformar* es un verbo intransitivo. ()
- III. Todos los verbos presentes son predicativos. ()
- IV. Los verbos *alterar* y *alargar* son transitivos. ()

A) FVVF B) VVVF C) FFFV D) VFVF E) FVVV

Solución:

El verbo *ser* es copulativo. Los verbos *transformar*, *tener*, *transformar* y *alargar* son transitivos.

Rpta.: C

8. Una perífrasis verbal es la que está formada por la unión de varios verbos que constituyen un solo núcleo en el predicado. En ella, se encuentra un verbo auxiliar (presenta la información del morfema flexivo amalgama) y un verbo principal (aparece en infinitivo, participio o gerundio). De acuerdo con ello, marque la opción que presenta perífrasis verbal.

- I. Existe la posibilidad de que podríamos estar viviendo dentro de un agujero negro.
- II. La mitad de las galaxias deben girar en un sentido y la otra mitad en el opuesto.
- III. Los agujeros negros que vemos son portales, llamados agujeros de gusano.
- IV. El investigador reconoce que quedan investigaciones por hacer sobre aquel tema.

A) II y III B) I y IV C) I y II D) II y IV E) III y IV

Solución:

En el enunciado I, la perífrasis verbal está constituida por los verbos auxiliares *poder* y *estar* y el verbo principal *vivir* en gerundio; en el enunciado II, la perífrasis verbal está constituida por el verbo auxiliar *deber* y el verbo principal *girar* en infinitivo.

Rpta.: C



9. Cuando sufre un cambio o modificación durante su conjugación en la raíz o la desinencia, el verbo es clasificado como irregular. Teniendo en cuenta esta afirmación, escoja la alternativa que contiene verbos irregulares.

- I. Los clientes vendrán para la inauguración de la tienda.
- II. Vivimos momentos inolvidables en aquella provincia.
- III. Los estudiantes fueron a la exposición en el museo.
- IV. Comimos deliciosos dulces en aquella pastelería, Iris.

- A) II y IV B) I y III C) I y II D) III y IV E) II y III

Solución:

En los enunciados II y IV, los verbos *venir* e *ir* son irregulares porque sus lexemas cambian en la conjugación. En cambio, *vivir* y *comer* se clasifican como regulares porque no presentan cambios en su conjugación.

Rpta.: B

10. La frase verbal, como unidad sintáctica, tiene un núcleo el cual puede estar constituido por un solo verbo o por una perífrasis verbal. De acuerdo con esta afirmación, lea los enunciados y marque la opción en la que el núcleo es una perífrasis verbal con verbo principal transitivo.

- I. Debía pagar el impuesto vehicular en setiembre.
- II. Los soldados han trabajado en esa construcción.
- III. Las profesoras estaban cuidando a los estudiantes.
- IV. Un halcón ha volado toda la mañana sobre el parque.

- A) II y IV B) I y III C) III y IV D) I y II E) II y III

Solución:

En los enunciados I y III, los verbos transitivos *pagar* y *cuidar* son los verbos principales de las perífrasis verbales.

Rpta.: B

11. El núcleo de la frase verbal puede presentarse como una perífrasis verbal, la cual está conformada por un verbo auxiliar y un verbo principal. Según esta aseveración, marque la alternativa que presenta perífrasis verbal.

- I. Ellos siguen estudiando los fines de semana.
- II. Él me ayudó a reflexionar sobre los hechos.
- III. Ana me pidió que la ayude con los quehaceres.
- IV. Afortunadamente, pudo resolver los problemas.

- A) II y IV B) I y III C) I y IV D) II y III E) III y IV



Solución:

En el enunciado I, la perífrasis verbal está constituida por el verbo auxiliar *siguen* que precede al verbo principal *estudiar* en gerundio; en el enunciado IV, la perífrasis verbal está formada por el verbo auxiliar *pudo* y el verbo principal *resolver*.

Rpta.: C

12. El gerundio es una forma no personal del verbo (como el infinitivo y el participio) que indica que la acción se está realizando o se hizo con anterioridad. Según ello, marque la alternativa en la que hay empleo inadecuado del gerundio.

- A) Buscando los audífonos, encontré el libro de Matías.
- B) Fernando se presentó en casa tiritando de frío ayer.
- C) Paseando por la alameda, vi a Lucía en la mañana.
- D) Fabricio llevó la encomienda conteniendo los víveres.
- E) Ellos estuvieron leyendo los periódicos en la noche.

Solución:

En esta alternativa, hay uso incorrecto del gerundio. Debió decir *Fabricio llevó la encomienda que contenía los víveres*.

Rpta.: D

LITERATURA

EJERCICIOS DE CLASE

1.

La literatura peruana destaca por su complejidad y la coexistencia de distintas tradiciones literarias, como la literatura culta y la popular, además de las literaturas en lenguas nativas.

A partir del texto anterior, se puede afirmar que la literatura peruana se caracteriza principalmente por

- A) plasmar la homogeneidad en las expresiones culturales del país.
- B) ser esencialmente monolingüe e incluir algunas obras en aimara.
- C) su gran variedad y la coincidencia de varias tradiciones literarias.
- D) el predominio de la literatura moderna por sobre la tradición oral.
- E) su acercamiento con los moldes europeos tras la Independencia.

Solución:

En el texto se subraya la diversidad y la coexistencia de distintas tradiciones literarias en el Perú, como la literatura culta y la popular, también de las literaturas en lenguas nativas.

Rpta.: C



2. Con respecto al valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados sobre las épocas de la literatura peruana, marque la alternativa que contiene la secuencia correcta.

- I. En la época prehispánica la literatura estuvo constituida por relatos y mitos transmitidos oralmente en el contexto de las culturas andinas.
- II. En la colonia, la literatura en lenguas originarias se mantuvo a pesar de la imposición de la cultura occidental.
- III. En la época republicana, la literatura peruana asimiló influencias extranjeras sin dejar de lado la tradición andina.
- IV. La conquista española representó una ruptura decisiva con la producción literaria prehispánica, dando lugar a un proceso de interrelación cultural conflictiva.

A) VVFV B) VVVV C) VFFV D) VFVF E) VFVV

Solución:

- I. La época prehispánica se caracteriza por la transmisión oral de relatos y mitos propios de las culturas andinas. (V)
- II. Durante la época colonial, la literatura en lenguas originarias desapareció por completo debido a la imposición de la cultura occidental. (F)
- III. Durante la República, la literatura peruana asimiló influencias extranjeras sin dejar de lado la tradición andina. (V)
- IV. La conquista española representó una ruptura con la producción literaria prehispánica, dando lugar a un proceso de interrelación cultural conflictiva. (V)

Rpta.: E

3. En *Comentarios reales de los incas*, entre los propósitos más importantes que expone el Inca Garcilaso de la Vega para la creación de esta obra tenemos:

- A) Brindar pruebas de las proezas de los españoles y justificar la colonización del Perú.
- B) Exaltar la grandeza de la civilización incaica y subsanar los errores de otros cronistas.
- C) Exponer los hechos de la conquista desde una perspectiva netamente española.
- D) Establecer la superioridad de la cultura española frente a la civilización de los incas.
- E) Mostrar las marcadas diferencias entre la civilización incaica y la cultura europea.

Solución:

Garcilaso busca reivindicar el pasado incaico, resaltando su esplendor frente a las crónicas que desfiguraban su historia.

Rpta.: B



4. Con respecto al siguiente fragmento de la primera parte de *Comentarios reales de los incas*, de Garcilaso de la Vega, el Inca, marque la afirmación correcta.

En este tiempo, tuve noticia de todo lo que vamos escribiendo, porque en mis niñeces me contaban sus historias como se cuentan las fábulas a los niños. Después, en edad más crecida, me dieron larga noticia de sus leyes y gobierno.... En suma, digo que me dieron noticia de todo lo que tuvieran en su república, que si entonces lo escribiera, fuera más copiosa esta historia.

- A) Garcilaso se posiciona como narrador que revela su inculcación indígena.
- B) El cronista ensalza su origen noble para otorgar fidelidad a su narración.
- C) La nobleza incaica cuestionó la crónica escrita por Garcilaso de la Vega.
- D) El autor pretende escribir sobre su origen para demostrar autoridad.
- E) El cronista peruano procura demostrar su única filiación indígena.

Solución:

En el fragmento citado, Garcilaso al ser un procedente quechua de la familia real incaica, matiza su inmersión y acceso a abundantes cuentos orales durante su niñez.

Rpta.: A

5. Marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado respecto al contexto del surgimiento del Costumbrismo peruano: «En la configuración de la tradición literaria peruana a inicios de la República, es correcto afirmar que

- A) el auge de la economía peruana permitió el florecimiento cultural desde 1810».
- B) la homogeneidad artística unificó la producción literaria de aquella época».
- C) el Estado garantizaba la producción literaria culta, expresada en castellano».
- D) una literatura crítica hacia la sociedad colonial reflejaba la visión anticriollista».
- E) las ideologías liberales y capitalistas se hallaban en contraste con la realidad».

Solución:

A inicios de la República, la literatura peruana estuvo marcada principalmente por las ideologías liberales y capitalistas en contraste con las realidades sociales peruanas

Rpta.: E

6. Este viaje ha sido un acontecimiento notable en la familia; ha fijado una época de eterna recordación; la constituido una era, con la cristiana, como la de la Hégira, como la de la fundación de Roma, como el Diluvio Universal, como la era de Nabonasar.

El tono empleado en el artículo de costumbres «Un viaje», de Felipe Pardo y Aliaga, se caracteriza principalmente por ser _____, aspectos propios de la literatura costumbrista.

- | | | |
|-----------------------|------------------------|----------------------|
| A) satírico y crítico | B) lírico y nostálgico | C) solemne y heroico |
| D) elegíaco y triste | E) neutro e imparcial | |



Solución:

Felipe Pardo y Aliga utiliza la sátira como recurso literario para evidenciar las contradicciones entre el discurso oficial y la realidad del país en la primera mitad del siglo XIX.

Rpta.: A

7.

NICOLASA

*Pero, Jacoba, ¿qué ha habido?
Cosas del viejo, sin duda...
Si es preciso estarse muda
cuando él está divertido.*

JACOBA

*No, Colasa, ese demonio
de Canuto, ese borrico
que de cuanto yo practico
ha de dar fe y testimonio,
es el que me ha hecho pasar
la tarde más endiablada.
¡Si estoy tan acalorada
que no puedo ni aun hablar!
Pegado a mí como liga
se ha estado este majadero,
diciéndome que lo quiero
y se lo oculto; fatiga
me ha dado oírlo, Colasa.
¡Qué gritos, qué dicharachos!
¡Qué torcerse los mostachos!
¡Qué contonearse! ¡Qué traza
tan extravagante! ¡Necio!
¿Yo había de hacerle caso?
Vaya al diablo el candidaso
que le oiga tanto adefesio.*

Respecto al fragmento de *El Sargento Canuto*, de Manuel Ascensio Segura, y a las características del Costumbrismo peruano, marque la secuencia correcta respecto al valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. La comedia de costumbres refleja la realidad inmediata, mostrando con sátira las prácticas sociales limeñas.
- II. La actitud de Jacoba desarrolla un tono moralizante sobre la conveniencia del noviazgo con Canuto.
- III. La exageración de rasgos sociales es un recurso típico de la comedia de costumbres, que busca provocar la risa y la reflexión crítica.

A) VVF B) VVV C) FVV D) VFV E) FVF



Solución:

- I. La comedia de costumbres busca representar la realidad inmediata, en este caso, las prácticas sociales limeñas del siglo XIX. (V)
- II. Aunque el tono es satírico, Jacoba no hace una crítica moral, sino que manifiesta su molestia con el galanteo de Canuto. (F)
- III. La comedia de costumbres se apoya en la exageración de rasgos sociales para provocar la risa y la reflexión crítica. (V)

Rpta.: D

8. Manuel Ascencio Segura es considerado el Padre del teatro nacional porque sus obras retratan a los personajes criollos de clase media y popular, reflejando la vida cotidiana y las costumbres limeñas del siglo XIX. Además,

- A) utilizó un lenguaje coloquial, lleno de modismos y expresiones populares, creando un teatro originalmente peruano.
- B) incorporó elementos trágicos y épicos en sus obras, con los cuales exalta la historia peruana decimonónica.
- C) adaptó el teatro clásico, de influencia literaria europea del siglo XVIII, a la realidad peruana.
- D) representó personajes pertenecientes a la aristocracia limeña, mostrando así su visión idealizada.
- E) empleó un lenguaje formal y culto que contrastaba con las expresiones populares del siglo XIX.

Solución:

Manuel A. Segura utilizó un lenguaje coloquial, lleno de modismos y expresiones populares, creando un teatro auténticamente peruano.

Rpta.: A

Psicología

EJERCICIOS DE CLASE

Instrucciones.

Lea atentamente el texto de cada pregunta e identifique la respuesta correcta.

- 1. Harriet sufre un accidente automovilístico mientras escucha una canción de *The Beatles*. Con el tiempo, cada vez que vuelve a oír esa canción, experimenta miedo y malestar. Según la teoría del aprendizaje por condicionamiento, identifique el(los) enunciado(s) correcto(s):
 - II. El miedo que Harriet siente durante el accidente es una respuesta condicionada.
 - III. Este es un caso de condicionamiento operante, porque involucra consecuencias posteriores.
 - IV. La canción de *The Beatles* antes del accidente representa un estímulo neutro.
- A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) Solo I y II E) Solo II y I



Solución:

I. Incorrecto

El miedo surge de manera natural ante un evento peligroso (el accidente), sin necesidad de aprendizaje previo. Por eso es una respuesta incondicionada.

II. Incorrecto

En este caso no hay consecuencias (recompensas o castigos) que modifiquen la conducta. Solo hay una asociación entre estímulos, característica del condicionamiento clásico.

III. Correcto

Antes del accidente, la canción no provocaba ninguna respuesta emocional intensa, por eso se considera un estímulo neutro: no generaba la reacción de miedo.

Rpta.: C

2. En el libro *Un mundo feliz* escrito por Aldous Huxley (1932), una novela de ciencia ficción sobre un futuro distópico de la humanidad, los bebés de las castas bajas son expuestos a libros y flores. Al acercárseles a ellos, se les presenta un fuerte ruido metálico y una descarga eléctrica leve. Los niños desarrollan una aversión automática hacia los libros (para evitar que lean y piensen críticamente) y hacia la naturaleza (para mantenerlos dentro de las fábricas y ciudades). A partir del enfoque del condicionamiento clásico, indique el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. En este caso, la conducta de los niños es reforzada por recompensas, por lo que se trata de un ejemplo de refuerzo positivo.
- II. Los libros y las flores son estímulos incondicionados que provocan miedo desde el inicio.
- III. El propósito del experimento era asociar estímulos neutros con experiencias desagradables para provocar actitudes automáticas.

A) VFV B) VFF C) FVF D) FFV E) FVV

Solución:

I. Falso

El refuerzo positivo pertenece al condicionamiento operante, no al clásico.

II. Falso

Los libros y las flores no provocan miedo desde el inicio, es decir, no son estímulos incondicionados, sino estímulos neutros.

III. Verdadero

El propósito del procedimiento es crear asociaciones emocionales automáticas entre estímulos neutros y experiencias negativas, lo que constituye el núcleo del condicionamiento clásico.

Rpta.: D



3. Cada vez que llega el día 25, Arturo presenta el informe mensual que su jefe le encarga. A pesar de que puede presentarlo hasta el último día del mes, él refiere que lo hace con anticipación para evitar las expresiones de mal humor que tiene su jefe con aquellos que dejan todo para última hora. Respecto al condicionamiento operante, indique el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados:
- I. El principio por el cual Arturo entrega todos los meses su informe en el día 25 es el reforzamiento positivo.
 - II. El mal humor que tiene el jefe los últimos días del mes es el estímulo consecuente que Arturo desea evitar.
 - III. El día 25 de cada mes es el estímulo incondicionado que activa la respuesta de entregar el informe mensual.
- A) FFF B) VVF C) VVV D) FFV E) FVF

Solución:

- I. (F) La conducta de entregar el informe mensual se mantiene por refuerzo negativo ya que deviene de la evitación de un estímulo desagradable (mal humor del jefe).
- II. (V) El mal humor del jefe en los últimos días del mes es el estímulo consecuente de la respuesta de entregar el informe.
- III. (F) El día 25 del mes es el estímulo discriminativo y no incondicionado (condicionamiento clásico).

Rpta.: E

4. John B. Watson empezó a trabajar en una agencia de publicidad en 1921. Allí aplicó los principios del condicionamiento _____ al marketing: asoció estímulos _____ (productos) con imágenes que provocaban emociones agradables (amor, belleza y felicidad), logrando que las personas respondieran emocionalmente de manera favorable, ante las marcas de dichos productos.
- A) clásico – incondicionados
B) operante – incondicionados
C) respondiente – neutros
D) instrumental – discriminativos
E) operante – consecuentes

Solución:

Un estímulo neutro (como un producto que al inicio no genera emoción) se asocia repetidamente con estímulos positivos (imágenes de amor, éxito o felicidad).

Rpta: C



5. En la teoría del aprendizaje por condicionamiento, existen tres importantes exponentes que realizaron grandes contribuciones en el campo de la psicología. A continuación, relacione a estos exponentes con las características de sus producciones.

- | | | | |
|------|--------------|----|---|
| I. | J. Watson | a. | Escribió acerca de cómo el comportamiento puede moldearse mediante refuerzos positivos y una ingeniería de la conducta. |
| II. | B.F. Skinner | b. | Editó un texto donde expone su teoría de los reflejos condicionados y el papel de las asociaciones en las respuestas automáticas. |
| III. | I. Pávlov | c. | Publicó un documento donde señalaba que los niños asocian estímulos neutros, como el contacto físico o la voz del cuidador, con sensaciones agradables o desagradables del entorno. |

A) Ia, IIb, IIIc

B) Ib, IIa, IIIc

C) Ic, IIa, IIIb

D) Ia, IIc, IIIb

E) Ic, IIb, IIIa

Solución:

IC: J. Watson aplicó el condicionamiento clásico a la crianza, mostrando que las emociones se aprenden al asociar estímulos neutros con experiencias agradables o desagradables.

IIA: B.F. Skinner propuso el condicionamiento operante, mostrando que la conducta puede moldearse mediante refuerzos positivos y ambientes cooperativos.

IIIB: I. Pávlov descubrió el condicionamiento clásico, demostrando que los reflejos pueden modificarse por la asociación entre estímulos.

Rpta.: C

6. Sophia experimentaba felicidad al pasear por el Puente de los Suspiros de Barranco junto con su mejor amiga Mara, quien vino del extranjero. Ahora que Sophia pasea sola por dicho lugar experimenta nuevamente aquella inusitada emoción. Considerando los principios del condicionamiento clásico en este caso, actualmente el Puente de los Suspiros es considerado como estímulo

A) discriminativo.

B) neutro.

C) incondicionado.

D) condicionado.

E) consecuente.

Solución:

El Puente de los Suspiros, que originalmente no provocaba ninguna emoción particular, ha quedado asociado con la felicidad que Sophia sentía al estar con Mara. Por esa asociación, este lugar ahora funciona como un estímulo condicionado que provoca la respuesta emocional de felicidad por sí mismo.

Rpta.: D

7. A lo largo del tiempo, el condicionamiento operante se ha convertido en una herramienta fundamental en disciplinas como la psicología y la educación. A diferencia del condicionamiento clásico, en el condicionamiento operante de B.F. Skinner

I. la respuesta del sujeto solo se da ante estímulos neutros.

II. el sujeto actúa sobre su entorno en función a las consecuencias de su conducta.

III. se modifica el comportamiento de un sujeto frente a un estímulo incondicionado.

A) Solo I

B) Solo II

C) Solo III

D) Solo I y II

E) Solo II y III



Solución:

Solo II. El condicionamiento operante de B.F. Skinner se diferencia del condicionamiento clásico en el rol activo que tiene el sujeto de aprendizaje frente a su entorno.

Rpta.: B

8. Un trabajador presenta documentación falsa sobre afecciones en su estado de salud para evitar asistir a su centro laboral. Días después, sus jefes notan la falsedad de los documentos, sin embargo, reaccionan con tolerancia y no penalizan al colaborador. Según los fundamentos del condicionamiento operante, lo que sucederá con mayor probabilidad es que:

- A) la acción de engañar a los jefes desaparecerá de forma gradual.
- B) los jefes reprenderán continuamente al trabajador para que no vuelva a faltar.
- C) el trabajador volverá a engañar a sus jefes falsificando documentos.
- D) los jefes rescindirán el contrato del trabajador cuando este les pida algún permiso.
- E) el trabajador asociará su conducta de engaño con una sensación de incomodidad.

Solución:

En función a los principios del condicionamiento operante, la conducta de engaño ha sido reforzada por la inacción de los jefes al enterarse, por lo tanto, esta conducta tenderá a repetirse.

Rpta.: C

9. La triple relación de contingencia describe cómo una conducta está relacionada por un estímulo discriminativo y sus consecuencias. Relacione estos aspectos con el caso que mejor las ilustren.

- | | |
|----------------------------|--|
| I. Estímulo discriminativo | a. Abrir la aplicación de la billetera digital para verificar el saldo. |
| II. Conducta operante | b. El aumento de saldo en la cuenta de la billetera digital. |
| III. Estímulo consecuente | c. El sonido que emite la aplicación de la billetera digital en el celular, cuando ingresa dinero. |

- A) Ia, IIb, IIIc B) Ib, IIa, IIIc C) Ic, IIb, IIIa D) Ia, IIc, IIIb E) Ic, IIa, IIIb

Solución:

Ic. El estímulo discriminativo (sonido de la aplicación) activa la conducta (abrir la aplicación).

IIa. La conducta operante (abrir la aplicación) se verá influenciada por sus consecuencias.

IIIb. El estímulo consecuente (aumento del saldo) refuerza la conducta operante por lo que en una próxima oportunidad esta tenderá a repetirse.

Rpta.: E

10. En las últimas semanas, Renata ha estado rompiendo juguetes y empujando a quienes le rodean tanto en el hogar como en el colegio. Su madre está cansada de los reportes que le llegan en la agenda escolar, por ello ha decidido que su hija no participará en el paseo de integración que estaba organizando el colegio, a pesar de que la niña le había comentado lo mucho que quería ir a ese paseo. La madre le indica a su hija que tomó esa decisión por sus comportamientos inadecuados. Desde el enfoque conductual, el principio de condicionamiento operante que la madre de Renata está aplicando con ella se denomina

- A) costo de respuesta.
B) reforzamiento positivo.
C) castigo positivo.
D) extinción.
E) reforzamiento positivo.

Solución:

El costo de respuesta implica la supresión de estímulos agradables con el objetivo de disminuir conductas indeseables.

Rpta.: A

EDUCACIÓN CÍVICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. La Procuraduría General del Estado (PGE), organismo adscrito al Ministerio de Justicia y Derechos Humanos, está encargada de normar, vigilar y establecer las directrices para una defensa legal uniforme y efectiva de los intereses del Estado peruano. Con respecto a lo anterior, identifique los enunciados correctos sobre sus funciones.

- I. Coordina y solicita información a cualquier entidad pública que sea necesaria para asegurar la defensa óptima del Estado.
- II. Asume la defensa jurídica de altos funcionarios cuando enfrentan conflictos con entidades privadas en beneficio de los intereses del país.
- III. Interviene y firma acuerdos de pago de la reparación civil a favor del Estado dentro de los procesos penales en los que participe.
- IV. Analiza la viabilidad económica de las acciones legales, absteniéndose si los costos proyectados superan el posible beneficio económico para el Estado.

- A) I y III B) I, III y IV C) I, II y III D) II y IV E) I, II y IV

Solución:

- I. **Correcto.** La PGE como órgano rector del Sistema Administrativo de Defensa Jurídica del Estado, posee expresamente la facultad de requerir y coordinar información con cualquier entidad pública para asegurar una defensa estatal adecuada y oportuna.
- II. **Incorrecto** La Procuraduría General del Estado se limita a la defensa de los intereses del Estado, sin que le sea posible asumir la defensa de personas o empresas privadas en controversias que mantengan con el mismo.



- III. **Correcto.** La PGE tiene la potestad de intervenir y suscribir convenios de pago de la reparación civil a favor del Estado en investigaciones o procesos penales donde participen.
- IV. **Correcto.** La PGE tiene la función de evaluar la viabilidad económica de las acciones legales que emprende o en las que interviene, pudiendo abstenerse de iniciar un proceso si el costo proyectado supera el beneficio económico esperado.

Rpta.: A

2. La nacionalidad peruana se puede adquirir a través de tres vías principales las cuales son por nacimiento, por opción o por naturalización, sobre esta última determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados relativos a los requisitos para su obtención.

- I. Este beneficio puede obtenerse mediante el matrimonio civil entre un peruano y un extranjero.
- II. Es obligatorio cumplir un periodo de residencia migratoria mínima de cinco años continuos e inmediatos.
- III. Se debe acreditar ingresos económicos anuales de cinco Unidades Impositivas Tributarias (UIT).
- IV. Algunos de los requisitos que se evaluarán serán conocimientos sobre la Constitución Política del Perú, historia y geografía.

A) FVV F B) FFVV C) VFVV D) VVVF E) FV FV

Solución:

- I. **Falso.** La persona extranjera unida en matrimonio con peruano o peruana puede ejercer el derecho *por opción* para adquirir la nacionalidad peruana, por lo que no corresponde a la solicitud de nacionalidad por naturalización.
- II. **Verdadero.** Para la nacionalidad por naturalización, se requiere de residencia migratoria en el Perú mínima de 5 años continuos e inmediatos.
- III. **Falso.** La nueva Ley de Nacionalidad (Ley N.º 32421) solicita la acreditación de ingresos lícitos por 10 UIT anuales con tributación formal.
- IV. **Verdadero.** Estos son los requisitos generales que se han implementado recientemente en la legislación peruana, se busca garantizar que el solicitante tenga un verdadero arraigo e integración con el país.

Rpta.: E



3. El Estado de Derecho en el Perú implica la supremacía de la ley, obligando a que todas las personas, así como las instituciones públicas y privadas, se sometan y acaten las normas. De lo mencionado, identifique la alternativa que describe un caso que afecta el Estado de derecho.
- A) La Procuraduría General del Estado interviene de manera efectiva en un proceso de arbitraje internacional y logra anular una demanda millonaria presentada por una corporación extranjera contra el Perú.
 - B) La Fiscalía de la Nación inicia una investigación preliminar contra un ministro en funciones acusado por presuntos actos de corrupción, basándose en pruebas sólidas garantizando el debido proceso.
 - C) El Tribunal Constitucional emite una sentencia que ordena al Seguro Social garantizar el acceso a un medicamento costoso a un paciente, reafirmando el derecho fundamental a la salud.
 - D) La Contraloría General de la República detecta graves irregularidades en la ejecución de una obra vial regional e inicia acciones legales inmediatas contra los funcionarios involucrados.
 - E) Una junta vecinal de seguridad ciudadana, ante el aumento de la violencia y la criminalidad, hacen justicia por mano propia y así buscan colaborar con la administración de justicia en el país.

Solución:

Las transgresiones al Estado democrático de derecho son aquellas acciones u omisiones dirigidas a destruir la organización, la estructura o los principios fundamentales del Estado. La práctica de la "justicia por mano propia" va directamente en contra de este principio, pues implica que los ciudadanos niegan la autoridad exclusiva del Estado al desconocer que son los organismos judiciales son quienes aplican la ley, investigan y sancionan.

Rpta.: E

4. La Constitución Política del Perú establece mecanismos para preservar la vigencia del Estado democrático de derecho. Si un individuo o grupo toma el poder por medios inconstitucionales, violando flagrantemente las leyes, ¿cuál es la principal consecuencia que establece la Constitución en estos casos?
- A) La facultad de los ciudadanos de asumir el poder político de manera directa organizándose como pueblo armado.
 - B) La intervención obligatoria de la Fiscalía de la Nación para combatir y remover al gobierno usurpador.
 - C) La asunción inmediata del poder por parte del presidente del Congreso de la República como jefe de Estado.
 - D) Se reconoce el derecho de insurgencia de la población civil, permitiéndole oponerse y desconocer al gobierno usurpador.
 - E) La exigencia de la convocatoria inmediata a un referéndum para que el pueblo decida si el gobierno ha incurrido en la figura de usurpación.



Solución:

Según el Artículo 46 de la Constitución Política del Perú "Nadie debe obediencia a un gobierno usurpador, ni a quienes asumen funciones públicas en violación de la Constitución y de las leyes", consagrando el derecho de insurgencia en defensa del orden constitucional, confirmando el mecanismo de defensa activa que poseen los ciudadanos ante la ruptura del orden democrático.

Rpta.: D

HISTORIA

EJERCICIOS DE CLASE

1. El sistema de repartos mercantiles desarrollado por los corregidores desde el siglo XVI en las provincias bajo su mando era una práctica común dentro de la extensión del virreinato peruano y de ello tenía conocimiento el gobierno central, pero con las Reformas Borbónicas este sistema fue legalizado por la Corona española, pasando a ser gravado con impuestos en favor del gobierno. Esto se enmarca dentro del

- A) objetivo gubernativo de obtener un mayor monto de recaudación tributaria.
- B) contexto de reducir las protestas indígenas ante el abuso de los curacas.
- C) proceso de establecimiento de las intendencias para el control regional.
- D) intento de modernizar la relación entre el Estado y la población nativa.
- E) ordenamiento político y administrativo de los virreinos americanos.

Solución:

Las Reformas Borbónicas fueron un conjunto de medidas tomadas por la Corona para restaurar su orden político en América y desplazar de los altos cargos a los criollos, estableciendo con ello una modernización de la administración del gobierno; pero, además, y sobre todo, buscar obtener una mayor recaudación tributaria, por ello todos aquellos quienes tuvieran negocios generadores de rentas económicas en su beneficio deberían pagar impuestos a la Corona, sin excepción, afectando con ello los negocios de las órdenes religiosas y el sistema de repartos de los corregidores, entre otros.

Rpta: A

2. Entre 1720 y 1783 se produjeron una serie de levantamientos indígenas, principalmente entre las zonas andinas de los actuales países de Perú y Bolivia, en contra de los abusos generados por la imposición de las Reformas Borbónicas. De los diferentes eventos suscitados respecto a estas rebeliones establezca el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. El incremento del abuso sobre los indígenas estuvo ligado a la aplicación de las Reformas Borbónicas en la región.
- II. La rebelión de Santos Atahualpa demostró que las tropas coloniales no estaban preparadas para pelear en un espacio amazónico.
- III. La rebelión aymara producida en el Alto Perú tuvo diversos líderes, destacando, entre otros, Julián Apaza.
- IV. José Gabriel Condorcanqui fue un líder rebelde de origen popular que logró poner en peligro al gobierno colonial en Perú.

- A) VFVV B) FVVF C) FVFF D) VVVF E) VVVV



Solución:

La población indígena sufrió abuso y explotación por el gobierno virreinal desde su origen, pero las Reformas Borbónicas agudizaron ello al no poder evadir ciertos impuestos y pagar mayores recursos por otros como los repartos legalizados. Ello generó la multiplicación de levantamientos indígenas como el de Santos Atahualpa, cuya duración se prolongó mucho por la poca pericia de las tropas coloniales al intentar tomar el control de la espesa selva del Gran Pajonal. Otra destacada fue la rebelión encabezada en Cusco por Túpac Amaru II o José Gabriel Condorcanqui, noble cacique de Tungasuca, Surimana y Pampamarca y la de Julián Apaza, autoproclamado Túpac Katari, en el territorio del Alto Perú con apoyo de la población aymara.

Rpta: D

3. Durante el proceso de la Revolución Francesa se produjeron las guerras napoleónicas y una de sus campañas militares produjo la invasión al territorio español en 1808 que ocasionó una serie de consecuencias políticas que fueron denominadas como la Crisis del Imperio español, entre ellas podemos destacar.

- I. La formación de las juntas de gobierno iberoamericanas, todas separatistas.
- II. El rechazo a la imposición de la Constitución de Bayona, de tendencia liberal.
- III. La formación de la Junta Central Suprema que originó las Cortes de Cádiz.
- IV. El apoyo a los ideales liberales impuestos por los invasores franceses.

A) Solo II y III
D) I y IV

B) Solo III y IV
E) II, III y IV

C) I y II

Solución:

La invasión napoleónica en 1808 sobre suelo español trajo diversas consecuencias: la abdicación de Bayona, donde Carlos IV y Fernando VII fueron obligados a ceder la corona a José I Bonaparte; la guerra de independencia, donde tanto españoles como americanos pelearon mediante guerrillas contra el poderoso ejército francés; el movimiento juntista, donde la población organizó juntas de gobierno locales y luego una Junta Central Suprema que dio vida a las Cortes de Cádiz, con representantes americanos, donde se estableció una nueva carta de gobierno: la Constitución de Cádiz, de 1812, de clara tendencia liberal y que establecía la monarquía constitucional. Mientras tanto en América se formó un proceso electoral para elegir representantes a las Cortes de Cádiz y nacieron Juntas de Gobierno en diferentes ciudades que proponían rechazar algún intento de intromisión política francesa en América, pero fueron desactivadas por el virrey Abascal, acusadas de separatistas.

Rpta: A

4. La guerra de independencia del Perú fue un largo proceso que se consolidó entre los años 1820 y 1824, atravesando diferentes etapas políticas y militares, y manifestando diversidad de opiniones y propuestas ideológicas. Sobre este proceso establezca cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas.

- I. La fuerza patriótica estuvo conformada por miembros de diferentes países actuales.
- II. Lima fue la primera ciudad peruana en proclamarse independiente de España.
- III. Empresarios y políticos británicos respaldaron la independencia en la región.
- IV. La élite intelectual peruana estuvo totalmente a favor del sistema republicano.

A) Solo III y IV
D) I y II

B) II y IV
E) I, III y IV

C) Solo I y III



Solución:

Solo los enunciados I y III son verdaderos. La lucha de independencia enfrentó a dos bandos: realistas (quienes buscaban mantener el gobierno virreinal) y patriotas (pobladores de diversas regiones de América favorables a la independencia). La independencia de Argentina, Chile, Venezuela, Perú y otras regiones era una gesta que requería de muchos recursos económicos y los banqueros y financistas ingleses, buscando acceder al mercado americano, fueron pieza esencial en este proceso.

Se considera al pueblo de Supe como el primer lugar donde se dio la proclamación de independencia en el país y mientras las acciones militares de San Martín fueron haciéndose victoriosas otras ciudades también lo hicieron, como por ejemplo Trujillo, mucho antes que Lima. Por otro lado, la independencia dio a conocer voces dispersas entre la elite intelectual, por un lado, los fidelistas, por otro los reformistas y los más radicales, los separatistas.

Rpta: C

5. Tras lograr la independencia de la Gran Colombia, Perú y Bolivia, Simón Bolívar promovió la integración de dichas regiones a través de la Federación de los Andes, pero ella solo tuvo una corta duración debido a las críticas y acciones en contra de personajes como Manuel Lorenzo Vidaurre, en Perú; José Nariño y Francisco Santander desde la actual Colombia, entre otros. Producto de ello podemos concluir que la Federación de los Andes fracasó debido

- A) a la permanencia de ideales monárquicos entre la población local.
- B) al rechazo de las elites regionales a su propuesta integracionista.
- C) a la violencia militarista con la que Bolívar sometía a los pueblos.
- D) a la intervención política y militar de los empresarios británicos.
- E) a la oposición que ejercía a su poder la región de Argentina.

Solución:

Simón Bolívar es un personaje de medidas controversiales. Su intento en 1826 de unir Gran Colombia, Perú y Bolivia a través de la denominada Federación de los Andes fracasó por varios puntos, pero principalmente porque el poder se centralizaba en él y establecía en cargos de gobierno a personas de su entorno. Ello generó que las élites regionales, sintiéndose relegadas busquen separarse del dominio de la Federación.

Rpta: B



GEOGRAFÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Las ecorregiones amazónicas del país se distinguen por su ubicación, altitud y rasgos climáticos diferenciados. Sobre la diversidad ecológica de dichas ecorregiones, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.
- I. La selva alta presenta una alta humedad que favorece la formación de bosques de neblina y una gran diversidad de orquídeas.
 - II. El lobo de crin es una especie amenazada que habita en ecosistemas de pastizales y palmeras propias del bosque seco ecuatorial.
 - III. La sabana de palmeras alberga plantas almohadilladas adaptadas a las bajas temperaturas, los fuertes vientos y la alta radiación.
 - IV. El manatí y el delfín rosado son mamíferos acuáticos que cumplen funciones ecológicas en el bosque tropical amazónico.
- A) VVFFV B) FVFFV C) VFVF D) FFVF E) VFFV

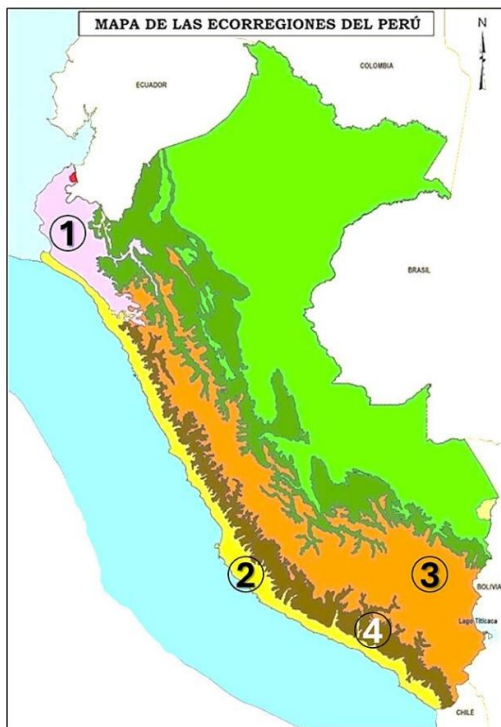
Solución:

- I. **Verdadero.** La condensación del aire húmedo ascendente, al chocar con las laderas frías de los Andes orientales, crea una neblina densa y permanente que satura el ambiente, estos "bosques de neblina" o yungas son ecosistemas donde los árboles y ramas están cubiertos por un musgo espeso, líquenes, y una densa capa de epífitas como las orquídeas.
- II. **Falso.** El lobo de crin es una especie amenazada que habita en ecosistemas de pastizales y palmeras; sin embargo, estos ambientes no se encuentran en el bosque seco ecuatorial, sino en la sabana de palmeras.
- III. **Falso.** Las plantas almohadilladas adaptadas a las bajas temperaturas, fuertes vientos y alta radiación corresponden al páramo, donde estas adaptaciones son esenciales para sobrevivir a las heladas y el clima hostil.
- IV. **Verdadero.** El manatí y el delfín rosado son mamíferos acuáticos del bosque tropical amazónico. Ambos ayudan a mantener el equilibrio natural de los ríos y su biodiversidad. Su presencia es esencial para la salud del ecosistema amazónico.

Rpta.: E



2. La gran diversidad de factores geográficos y marinos en el país, influyen en la variedad de climas presentes en las once ecorregiones propuestas por el Dr. Antonio Brack Egg. Respecto a lo mencionado, relacione los números indicados en el mapa con el tipo de clima correspondiente.



- a. Frígido seco, temperaturas muy bajas con heladas frecuentes, alta radiación solar y marcado contraste térmico día/noche.
- b. Semicálido muy seco, con una temperatura media de 18 °C, alta humedad atmosférica y neblina densa, pero escasas precipitaciones.
- c. Templado subhúmedo, la temperatura disminuye con la altitud, con presencia de heladas en las zonas altas.
- d. Tropical cálido y seco, altas temperaturas y un régimen de precipitaciones estacionales en el verano, seguido de una prolongada estación seca.

A) 1c, 2b, 3a, 4d
D) 1d, 2a, 3b, 4c

B) 1c, 2a, 3d, 4b
E) 1a, 2d, 3c, 4b

C) 1d, 2b, 3a, 4c

Solución:

- 1. Bosque seco ecuatorial
- 2. Desierto del Pacífico
- 3. Puna y altos Andes
- 4. Serranía Esteparia

- d. Tropical cálido y seco, altas temperaturas y un régimen de precipitaciones estacionales (verano), seguido de una prolongada estación seca.
- b. Semicálido muy seco, con una temperatura media de 18 °C, alta humedad atmosférica y neblina densa, pero escasas precipitaciones.
- a. Frígido seco, temperaturas muy bajas con heladas frecuentes, alta radiación solar y marcado contraste térmico día/noche.
- c. Templado subhúmedo, la temperatura disminuye con la altitud, con presencia de heladas en las zonas altas.

Rpta.: C



3. La división del territorio peruano en once ecorregiones se fundamenta en un enfoque que integra diversos factores ecológicos para definir áreas geográficas con condiciones homogéneas. De acuerdo con lo señalado, identifique los enunciados correspondientes a dichos fundamentos ecológicos.
- La composición química y estructura de los suelos que influyen directamente en el tipo de vegetación que se desarrolla.
 - La hidrología, referente a la disponibilidad y el régimen de masas de agua como ríos, lagos, humedad del aire, fusión de glaciares.
 - Los productos agrícolas que se cultivan según las condiciones ambientales en los diferentes pisos altitudinales.
 - La biota, como resultado de las condiciones climáticas y edáficas específicas que permiten la existencia de un gran endemismo.
- A) II y IV B) I, II y IV C) I y III D) II, III y IV E) I, III y IV

Solución:

Sobre los factores ecológicos que utiliza el modelo de once ecorregiones según Antonio Brack Egg para definir un ecosistema:

- **I Correcto.** La composición química y la estructura física del suelo son factores esenciales que determinan la disponibilidad de nutrientes, agua y oxígeno, lo cual dicta qué especies de plantas pueden crecer y prosperar en un área determinada.
- **II Correcto.** La hidrología es un factor abiótico fundamental que determina la distribución de la vegetación, ya que el agua es esencial para la fotosíntesis y el transporte de nutrientes en las plantas.
- **III Incorrecto.** La producción agrícola es una actividad humana que no se considera como factor ecológico para la división de las ecorregiones.
- **IV Correcto.** La biota es el conjunto de todos los seres vivos (flora y fauna) de un lugar, no solo son el resultado del ambiente, sino que también lo modifican.

Rpta.: B

4. Según la división de las Ocho Regiones Naturales, el relieve determinado por la cordillera de los Andes crea una diversa secuencia de pisos ecológicos que va desde la orilla del mar hasta las cumbres nevadas. De acuerdo con lo anterior, identifique la relación correcta entre la región y su relieve predominante.
- | | |
|---------------|---|
| I. Suni | a. Valles longitudinales, pongos y zonas montañosas cubiertas de bosque. |
| II. Puna | b. Relieve ondulado, con valles interandinos amplios y mamelones. |
| III. Quechua | c. Mesetas y pampas onduladas, con presencia de lagunas y bofedales. |
| IV. Rupa Rupa | d. Cañones fluviales con presencia de acantilados o murallones perpendiculares. |
- A) Ia, IId, IIId, IVb B) Id, IIa, IIId, IVc C) Ic, IId, IIId, IVa
D) Ib, IId, IIIa, IVc E) Id, IIc, IIId, IVa



Solución:

I-d. Suni: su relieve es predominantemente rocoso, abrupto y empinado, moldeado por la acción erosiva del agua en cañones fluviales profundos, así como también acantilados y murallones perpendiculares.

II-c. Puna: presencia de grandes mesetas o altiplanos, áreas de suave pendiente con ondulaciones, lagunas altoandinas y bofedales o humedales de altura.

III-b. Quechua: zona de valles interandinos amplios, que son llanuras fértiles formadas por los ríos entre las cadenas montañosas, presencia de mamelones (pequeñas colinas) y grupas (lomos de montañas de suave ondulación).

IV-a. Rupa Rupa: presencia de montañas escarpadas con pendientes altas, valles longitudinales estrechos y profundos cañones denominados pongos.

Rpta.: E

FILOSOFÍA

LECTURA COMPLEMENTARIA

Si se pregunta a un europeo culto lo que piensa al oír la palabra hombre, casi siempre empezarán a rivalizar en su cabeza tres círculos de ideas, totalmente inconciliables entre sí. Primero, el círculo de ideas de la tradición judeo-cristiana: Adán y Eva, la creación y el paraíso. Segundo, el círculo de ideas de la antigüedad clásica; aquí la conciencia que el hombre tiene de sí mismo se expresó en la tesis de que es hombre porque posee "razón", "logos", donde *logos* significa tanto la palabra como la facultad de expresar el "qué" de las cosas. El tercer círculo de ideas son las forjadas por la ciencia moderna de la naturaleza y la psicología genética. Según estas ideas, el hombre sería un producto final y muy tardío de la evolución del planeta tierra, un ser que solo se distingue de sus predecesores en el reino animal por el grado de complicación con que se combinarían en él energía y facultades que en sí ya existen en la naturaleza infrahumana.

Estos tres círculos de ideas carecen entre sí de toda unidad. Poseemos pues una antropología científica, otra filosófica y otra teológica, que no se preocupan una de otra. *Pero no poseemos una idea unitaria del hombre*. Si se considera, además, que los tres citados círculos están hoy fuertemente quebrantados, se entiende mejor que en ninguna época de la historia el hombre ha resultado tan problemático para sí mismo como en la actualidad.

SCHELER, M. (1976). *El puesto del hombre en el cosmos*. Buenos Aires, Losada. pp. 23-24.

1. Se infiere del texto que, para Scheler cada ciencia y época ha

- A) justificado una visión completa acerca de la naturaleza del hombre.
- B) generalizado la noción de un hombre creador de la ciencia y la religión.
- C) explicado la espiritualidad del hombre que trasciende lo biológico.
- D) complejizado la procedencia sobre la originalidad del ser humano.
- E) tratado de explicar al hombre solo desde una parte de lo que es.

Solución:

Según Scheler, no poseemos una concepción unitaria del hombre porque el hombre es un ser plural (biológico, psíquico y espiritual) y cada teoría solo explica una parte de su realidad.

Rpta: E



EJERCICIOS DE CLASE

1. En un taller de carpintería, Adriano es dueño de las máquinas y el capital, mientras que Samuel y Steven como trabajadores solo son dueños de su trabajo. Ambos venden su trabajo a cambio de un salario para poder sobrevivir, pero las ganancias obtenidas por la producción quedan en manos de Adriano. Las reglas del trabajo, los horarios y la forma de producción son determinadas por Adriano quien posee los medios de producción, y Samuel y Steven no participan en esas decisiones.
A partir de la situación descrita en el enunciado, es posible afirmar que la antropología filosófica de Marx, señala que
- A) las relaciones culturales entre los Adriano, Samuel y Steven se determinan dentro de una sociedad.
 - B) las relaciones afectivas son establecidas para la convivencia social entre Adriano, Samuel y Steven.
 - C) las relaciones sociales de producción definen las relaciones entre Adriano, Samuel y Steven.
 - D) los medios de producción determinan el reparto desigual de la riqueza entre Adriano, Samuel y Steven
 - E) la cooperación económica entre Adriano, Samuel y Steven se realiza dentro del proceso productivo.

Solución:

Para Karl Marx, los vínculos sociales que se establecen entre las personas en el proceso de creación de bienes y servicios producción, especialmente en torno a la propiedad de los medios de producción y al control del trabajo, determinan las relaciones sociales de producción entre los hombres.

Rpta.: C

2. Nicanor explica a sus alumnos que los animales buscan comida, refugio y reproducirse, pero no discuten sobre lo justo o injusto, ni sobre cómo organizar su vida. En cambio, los seres humanos no solo satisfacen necesidades biológicas como los animales, sino que además pueden reflexionar, dialogar, tener capacidad de crear leyes, y formas de convivencia mediante el uso de la razón. Trata de mostrar la diferencia entre los animales y el hombre.
Lo expuesto por Nicanor se relaciona con la propuesta de _____ que considera al hombre como _____.
- | | |
|------------------------------------|-------------------------------------|
| A) Nietzsche – un ser natural | B) Aristóteles – un animal racional |
| C) Cassirer – un animal simbólico | D) Scheler – un ser espiritual |
| E) Descartes – una cosa que piensa | |

Solución:

Para Aristóteles, el hombre es animal racional. Lo que lo diferencia de los demás seres vivos no es solo su vida biológica, sino la posibilidad de pensar, deliberar y vivir conforme a su racionalidad.

Rpta.: B



3. Andrea es una estudiante de psicología que suele cuestionarse sobre todas las ideas que ha aprendido y se pregunta si realmente conoce algo con exactitud. Mientras reflexiona en su habitación, empieza a formularse preguntas como: ¿Es verdadero lo que percibo? ¿Puedo estar soñando? ¿Qué es lo único que no puedo negar? Sin embargo, en medio de esa incertidumbre se da cuenta que cada pregunta la hace reflexionar. Se puede establecer que los planteamientos de Andrea se relacionan con Descartes en señalar que
- A) la naturaleza del ser humano depende de la indecisión espiritual.
 - B) el hombre depende necesariamente de la razón para existir.
 - C) la esencia del hombre es preguntar, desconfiar y reflexionar.
 - D) la capacidad intelectual permite comprender su procedencia.
 - E) el razonamiento determina la claridad de las intuiciones sensibles.

Solución:

La esencia del hombre, según Descartes, es el pensamiento: dudar, entender, querer, imaginar y conocer. Por eso el hombre es, ante todo, un ser pensante.

Rpta: C

4. Para Fernando, pensar que la diferencia esencial del hombre es el pensamiento es un error. El pensamiento, añade, solo funciona mediante el lenguaje; así que, si algo caracteriza al hombre, son los códigos lingüísticos que usa para enfrentar la realidad. Estas ideas de Fernando coinciden con la concepción del hombre según la cual este es
- A) un ser capaz de desarrollar sistemas económicos.
 - B) una forma de existencia que crea su entorno social.
 - C) una realidad caracterizada por su actividad intelectual.
 - D) un animal cuya esencia es su dimensión simbólica.
 - E) un ser biológico arraigado en sus instintos vitales.

Solución:

Para Cassirer, una de las manifestaciones de la naturaleza simbólica del ser humano es su capacidad lingüística, la cual no puede reducirse a lo meramente racional.

Rpta.: D

5. Patricia es una joven inmigrante que ha llegado a Italia para estudiar y trabajar. Al principio, intenta ocultar su idioma y sus costumbres por miedo a ser juzgada. Sin embargo, con el tiempo se da cuenta de que muchas de sus dificultades provienen de que su cultura no es reconocida ni valorada por quienes la rodean. Cuando finalmente encuentra un grupo que respeta su historia, su lengua y su modo de vida, comienza a sentirse digna y aceptada. Gracias a ese reconocimiento, puede afirmar su identidad sin vergüenza y construir una autoestima más sólida.

Según la teoría del reconocimiento de Charles Taylor, el caso de Patricia muestra que la identidad

- A) es solo un proceso interior y no depende de cómo otros nos valoran.
- B) se reduce a condiciones económicas, ideológicas, religiosas y culturales.
- C) se impone por las relaciones sociales y no por el diálogo entre individuos.
- D) necesita reconocimiento social para afirmarse y desarrollarse plenamente.
- E) se genera se forma biológica y permanece igual sin importar el contexto.



Solución:

Para Charles Taylor, la identidad solo se consolida cuando el individuo es reconocido por los otros dentro de un contexto cultural que lo valida. Por eso, el reconocimiento es una necesidad humana fundamental, especialmente en inmigrantes o minorías culturales.

Rpta.: D

6. Alex es un rebelde que no acepta la idea de vivir según las normas tradicionales que le impusieron sus padres. En lugar de obedecer pasivamente, decide construir su propio proyecto de vida basado en su fuerza interior, su creatividad y sus deseos. Para él, la vida debe celebrarse desde el cuerpo y no rechazarlo para optar por creencias extrañas a su naturaleza.

El punto de vista de Alex se relaciona con la postura de Nietzsche que considera al hombre como un ser

- A) espiritual que debe dominar al cuerpo mediante la razón.
- B) instintivo destinado a conocer verdades universales.
- C) natural y biológico que afirma sus instintos y su fuerza vital.
- D) moral cuya naturaleza es cumplir normas sociales.
- E) corporal separado del alma para comprender su realidad.

Solución:

Nietzsche entiende que la verdadera naturaleza del hombre no es racional ni espiritual en sentido religioso, sino vital, instintiva y corporal. El hombre realiza su esencia cuando afirma la vida, en lugar de reprimirla bajo normas externas.

Rpta.: C

7. Rigoberto siente un fuerte impulso de responder con gritos y golpes, tiene el instinto agresivo, cuando alguien lo insulta en la calle. Sin embargo, respira profundo, se calma y decide no reaccionar violentamente, sino retirarse para evitar un conflicto. Rigoberto domina y subordina sus instintos mediante

De acuerdo con el problema de la naturaleza del hombre de Scheler, se infiere que Rigoberto

- A) conoce, contempla y da sentido a sus instintos.
- B) puede actuar libremente según sus valores.
- C) logra comprender el mundo y transformarlo.
- D) comprende su naturaleza como ser social.
- E) tiene racionalidad para distinguir los instintos.

Solución:

En Max Scheler, tener autonomía existencial significa que el hombre no está determinado por lo biológico ni por el entorno, sino que posee un espíritu que le permite distanciarse de sus impulsos porque tiene autonomía existencial.

Rpta.: B



8. A través de los tiempos, el ser humano siempre ha solido pintar o dibujar animales salvajes o figuras humanas fondo de las cavernas. En la actualidad, sigue manifestando ello; no obstante, ahora utiliza las redes sociales para subir fotos, escribir estados o compartir memes que reflejen su pensar o estado de ánimo.

De acuerdo con el problema de la naturaleza del ser humano, el enunciado hace referencia a la

- A) relaciones sociales de producción.
- B) conciencia del ser espiritual
- C) reflexión de mente y cuerpo.
- D) racionalidad del ser humano.
- E) propuesta del carácter simbólico.

Solución:

Para Cassirer, el hombre es un animal simbólico y considera como formas simbólicas fundamentales al mito, al arte, al lenguaje y a la ciencia.

Rpta.: E

ECONOMÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. El Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI) realiza de manera periódica la Encuesta Nacional de Hogares (ENAHOG) para conocer las condiciones de vida de la población. Uno de los indicadores más relevantes que se obtiene es el nivel de consumo de los hogares, que permite medir su capacidad para satisfacer necesidades básicas como alimentación, educación, salud y vivienda. Este indicador no solo considera los ingresos, sino también los gastos efectivos que realizan los hogares, lo cual lo convierte en una medida más real del bienestar económico. ¿Qué mide principalmente el nivel de consumo según el INEI?
- A) El ahorro total del hogar.
 - B) La capacidad del hogar para adquirir bienes y servicios.
 - C) La cantidad de impuestos que paga un hogar.
 - D) El tamaño del hogar en número de personas.
 - E) La deuda mensual del hogar.

Solución:

El nivel de consumo de los hogares se traduce en una canasta básica de consumos, alimentaria y no alimentaria. Es decir, bienes y servicios.

Rpta.: B



2. El INEI utiliza el nivel de consumo como una variable clave para identificar la pobreza monetaria. Si el gasto per cápita mensual de un hogar es menor al valor de la línea de pobreza, se considera que dicho hogar no puede cubrir el costo de una canasta básica de consumo. Por otro lado, los hogares con niveles de consumo medios o altos se ubican por encima de esa línea, lo que indica que pueden cubrir, con mayor o menor holgura, sus necesidades esenciales. Estos datos son fundamentales para la planificación de políticas públicas y permiten que el Estado conozca con precisión qué proporción de la población se encuentra en situación de pobreza. ¿Qué sucede cuando un hogar se encuentra por debajo de la línea de pobreza según el INEI?

- A) Se considera que vive en una zona rural.
- B) Se clasifica como un hogar con nivel de consumo alto.
- C) Se considera en condición de pobreza monetaria.
- D) Se excluye de los programas sociales.
- E) No se toma en cuenta en las estadísticas oficiales.

Solución:

Así, el nivel de consumo no solo es una cifra económica, sino una herramienta de análisis social y político. En esta situación se encuentran aquellas personas que perciben ingresos mensuales menores a S/ 454 (línea de pobreza monetaria) con los cuales no cubren una Canasta de Consumo Alimentaria y no Alimentaria.

Rpta.: C

3. El nivel de consumo permite identificar desigualdades entre áreas urbanas y rurales. En zonas urbanas, los hogares suelen tener un mayor acceso a empleo formal, educación y servicios básicos, lo que eleva su nivel de consumo. En cambio, en áreas rurales el gasto per cápita es menor, ya que los ingresos suelen ser inestables y gran parte de la producción se destina al autoconsumo, es decir, no pasa por el mercado. El INEI, al comparar estos datos, busca conocer cómo se distribuye la riqueza en el país. Estas diferencias son cruciales para el diseño de políticas de desarrollo inclusivo. Según el enunciado, marque V (Verdadero) o F (Falso).

- i. En las zonas rurales el consumo per cápita suele ser menor. (Verdadero)
- ii. En las zonas rurales el consumo es siempre igual al urbano. (Falso)
- iii. En las zonas urbanas hay más acceso a servicios básicos. (Verdadero)
- iv. En las zonas rurales hay mayor gasto en bienes de lujo. (Falso)
- v. En las zonas urbanas se excluyen los gastos alimenticios. (Falso)

- A) FVVVF B) VVFVF C) FFFVF D) VFVFF E) VFFVF

Solución:

En zonas urbanas el consumo per cápita es mayor que en las zonas rurales y también más acceso a servicios básicos. El acceso a los bienes de lujo se da generalmente en las ciudades. Tanto en la ciudad como en el campo no se pueden excluir los gastos alimenticios.

Rpta.: D



4. Durante los últimos años, el INEI ha reportado variaciones en los niveles de consumo debido a factores externos como la inflación, la pandemia de COVID-19 y la desaceleración económica. Estos factores afectan directamente el poder adquisitivo de los hogares, reduciendo su capacidad para mantener el mismo nivel de consumo que antes. La medición del consumo, por tanto, refleja no solo la situación individual de las familias, sino también el contexto macroeconómico del país. Por ello, los informes del INEI se convierten en una referencia para el diseño de políticas de reactivación económica y apoyo social. Relacione correctamente las alternativas.

- | | |
|---|-------------------------------------|
| I. Reduce el poder de compra. | a. Altos intereses pasivos. |
| II. Aumenta el poder adquisitivo de familias. | b. Políticas económicas y sociales. |
| III. Mejora la capacidad de ahorro. | c. Efecto de la inflación. |
| IV. Tiene impacto en el consumo. | d. Incremento de la RMV. |

A) Ib, IIc, IIId, IVa

B) Ic, IId, IIIa, IVb

C) Ic, IIb, IIIa, IVd

D) Ib, IIa, IIId, IVc

E) Ia, IIc, IIIb, IVd

Solución:

B) Ic, IId, IIIa, IVb

- | | |
|---|------------------------------------|
| I. Reduce el poder de compra. | (Efecto de la inflación). |
| II. Aumenta el poder adquisitivo de familias. | (Incremento de la RMV). |
| III. Mejora la capacidad de ahorro. | (Altos intereses pasivos). |
| IV. Tiene impacto en el consumo. | (Políticas económicas y sociales). |

Rpta.: B

5. El nivel agregado de precios mide los precios de productos en una economía. Es un indicador fundamental para medir el poder adquisitivo del dinero y la estabilidad económica de un país. Cuando este nivel aumenta de forma generalizada, se produce inflación; si disminuye de manera sostenida, ocurre deflación. De esta forma, el nivel agregado de precios sirve como una brújula para la política económica de cualquier nación. El nivel agregado de precios suele medirse a través de indicadores como el Índice de Precios al Consumidor (IPC). Señale las alternativas correctas, con respecto al nivel agregado de precios.

- I. Es el índice de precios al consumidor.
- II. Es el valor promedio de todos los bienes y servicios producidos.
- III. Varía en sintonía al índice de precios al consumidor.
- IV. Es la variación de la tasa de interés.
- V. Es el ingreso promedio de las familias.

A) III y V

B) I y II

C) II y III

D) IV y V

E) V

Solución:

- II. Es el valor promedio de todos los bienes y servicios producidos.
- III. Varía en sintonía al índice de precios al consumidor.

Rpta.: C

6. El consumo es una de las variables más importantes en la economía, ya que representa el gasto de las familias en bienes y servicios. Cuando los ingresos aumentan, el consumo tiende a incrementarse; sin embargo, no siempre todo ingreso adicional se gasta, ya que una parte puede destinarse al ahorro. El equilibrio entre ambos refleja las preferencias y expectativas de las personas frente al futuro. En economías desarrolladas, el consumo privado representa más del 60% del PIB. El consumo se incrementa principalmente cuando
- A) disminuyen los impuestos. B) se activan los subsidios.
C) aumenta el ingreso disponible. D) disminuye la tasa de interés.
E) disminuye la confianza del consumidor.

Solución:

Cuando el ingreso disponible aumenta tenemos más recursos para destinarlos al consumo.

Rpta.: C

7. En una economía cerrada, el ahorro total es igual a la inversión total. Si las familias ahorran más, existen más recursos disponibles para que las empresas _____. Sin embargo, un exceso de ahorro sin inversión puede reducir la _____, afectando el crecimiento. Por ello, el sistema financiero cumple un papel clave al canalizar el ahorro hacia la inversión.
- A) inviertan – demanda agregada
B) gasten – oferta adicional
C) ahorren – oferta adicional
D) inviertan – oferta agregada
E) gasten – demanda agregada

Solución:

Cuando el ingreso disponible aumenta tenemos más recursos para destinarlos al consumo.

Rpta.: C

8. El ahorro depende de factores como la tasa de interés, el ingreso, las expectativas y la cultura financiera. Una tasa de interés más alta incentiva a posponer el consumo, mientras que una menor confianza en el futuro puede aumentar el ahorro. El ahorro es el punto de partida para la inversión, y por ende, para el crecimiento económico. Cuando el ahorro nacional es bajo, la inversión depende del financiamiento externo, lo que puede generar vulnerabilidad económica. Por tanto, un país con alta tasa de ahorro tiene mayor capacidad de inversión y desarrollo. Por lo mencionado, un bajo nivel de ahorro nacional puede provocar
- A) menor dependencia del exterior.
 - B) menor necesidad de inversión.
 - C) aumento de la productividad nacional.
 - D) mayor dependencia del financiamiento externo.
 - E) incremento del ingreso per cápita.

Solución:

Baja la inversión nacional y tenemos que recurrir a un endeudamiento externo.

Rpta.: D



9. El INDECOPI vela por la libre competencia. Esto significa impedir prácticas empresariales que limiten la competencia, como los monopolios, los acuerdos de precios o los abusos de posición dominante. Cuando existen condiciones de competencia justa, las empresas se ven obligadas a mejorar sus productos y precios, beneficiando directamente a los consumidores. Por eso, el INDECOPI actúa como vigilante del mercado, asegurando que nadie obtenga ventajas indebidas. El INDECOPI sanciona la competencia desleal, bajo este enunciado, sus competencias serán (marque V o F)

- I. aumentar los precios de los productos. (Falso)
- II. favorecer a las empresas con más poder económico. (Falso)
- III. garantizar prácticas comerciales éticas y transparentes. (Verdadero)
- IV. controlar el comercio exterior. (Falso)
- V. castigar los carteles que se forman en el mercado. (Verdadero)

A) FVVVF B) VFFVV C) FFFVF D) VFVVF E) FFVVF

Solución:

Es el mercado quien aumenta los precios de los productos.

Tiene trato igualitario con empresas de mayor poder económico.

Es potestad del INDECOPI, garantizar prácticas comerciales éticas y transparentes. No solo detectar sino castigar los carteles que se forman en el mercado.

Rpta.: E

10. Una de las funciones más importantes de OSINERGMIN es la regulación de las tarifas eléctricas en beneficio del ciudadano. Esto significa que analiza los costos de generación, transmisión y distribución de energía para fijar tarifas justas, equilibrando los intereses de consumidores y empresas. Así, se busca evitar abusos de posición dominante y asegurar que los precios reflejen la eficiencia del servicio. Con ello, se contribuye a un acceso equitativo a la energía, elemento esencial para el desarrollo económico del país. ¿Cuál es una función de OSINERGMIN?

- A) Fomentar el consumo eficiente de electricidad.
- B) Proteger los derechos de los usuarios de energía.
- C) Limitar el acceso a la información sobre tarifas eléctricas.
- D) Fomentar la participación ciudadana.
- E) Favorecer solo a las empresas estatales.

Solución:

Siendo los usuarios de energía los que consumen petróleo, gasolina, gas natural, electricidad, etc.

Rpta.: B



FÍSICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Con respecto a las cargas eléctricas, indicar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

$$(k = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2)$$

- I. El Coulomb es la unidad de la carga eléctrica y equivale a la carga eléctrica de $6,25 \times 10^{18}$ electrones.
- II. La magnitud de la fuerza electrostática entre dos cargas puntuales idénticas de 1 C, separadas por la distancia de 1 m es equivalente a $9,9 \times 10^9 \text{ N}$.
- III. Si dos esferas idénticas con cargas diferentes y del mismo signo se ponen en contacto, entonces al separarlas sus cargas resultantes deben ser iguales.

A) VVV B) FFF C) FVV D) FVF E) VFV

Solución:

I) (V) $Q = ne = n \cdot (1,6 \times 10^{-19})$
 $n = 0,625 \times 10^{19}$

II) (F) $F = kq^2/d^2$
 $F = 9 \times 10^9 \times 1 \times 1/1^2$
 $F = 9 \times 10^9 \text{ N}$

- III) (V) Luego de ponerse en contacto la carga, se redistribuye con cargas del mismo signo.

Rpta.: E

2. La magnitud de la fuerza eléctrica entre dos partículas cargadas es 40 N cuando están separadas una distancia de 10 cm. Si la separación entre ellas es 20 cm, ¿cuál es la magnitud de la fuerza eléctrica entre ellas?

$$(k = 9 \times 10^9 \text{ N} \times \text{m}^2 / \text{C}^2)$$

A) 20 N B) 10 N C) 25 N D) 15 N E) 5 N

Solución:

$$F_1 = \frac{kq_1q_2}{(10 \times 10^{-2})^2} = 40 \text{ N}$$

$$kq_1q_2 = 40 \times 10^{-2}$$

$$F_2 = \frac{40 \times 10^{-2}}{(20 \times 10^{-2})^2} = 10 \text{ N}$$

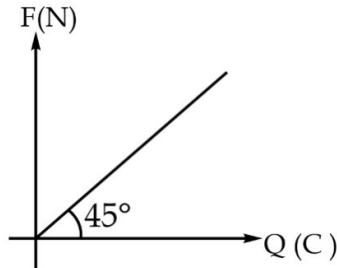
Rpta.: B



3. Dos partículas electrizadas con cargas Q y q se encuentran separadas 3 cm. Al incrementar Q , se encuentra que la magnitud de la fuerza eléctrica entre ellas varía según la gráfica mostrada. Determine la carga q .

$$(k = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2)$$

- A) 10^{-13} C
B) 10^{-11} C
C) 10^{-10} C
D) 10^{-9} C
E) 10^{-8} C



Solución:

Datos: $d = 3 \text{ cm} = 3 \times 10^{-2} \text{ m}$

De la ley de Coulomb

$$F = K \times \frac{q \times Q}{d^2}$$

Del gráfico

$$F/Q = 1$$

Luego

$$1 = 9 \times 10^9 \times q / (3 \times 10^{-2})^2$$

Se deduce

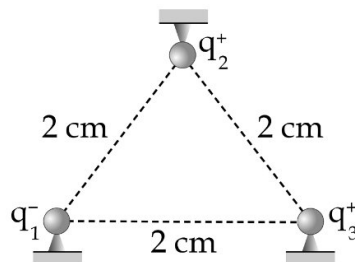
$$Q = 10^{-13} \text{ C}$$

Rpta.: A

4. Tres partículas con cargas $q_1 = q_2 = q_3 = 2 \mu\text{C}$ están ubicadas en los vértices de un triángulo equilátero de lado 2 cm, como se muestra en la figura. Determine la magnitud de la fuerza resultante sobre la partícula con carga q_3 .

$$(k = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2)$$

- A) 50 N
B) 60 N
C) 70 N
D) 80 N
E) 90 N



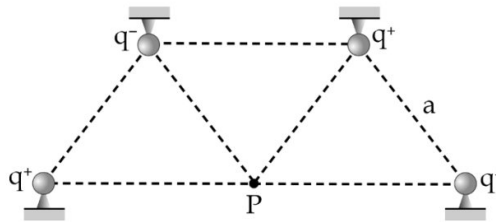


Solución:

$$F_{13} = \frac{Kq^2}{a^2} \quad F_{23} = \frac{Kq^2}{a^2} \quad F_R = F = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-12}}{4 \times 10^{-4}} = 90 \text{ N}$$

Rpta.: E

5. Las partículas cargadas eléctricamente producen un campo eléctrico cuya dirección depende del signo de las cargas. Si cuatro partículas con carga q de igual magnitud se fijan en los vértices de un trapecio formado por tres triángulos equiláteros de lado a , tal como se muestra en la figura, ¿cuál es la dirección más probable del campo eléctrico resultante en el punto P?



- A) $\rightarrow$ B) $\swarrow$ C) $\leftarrow$ D) $\nearrow$ E) $\uparrow$

Solución:

Las cargas en la horizontal producen campos que se anulan.

Las cargas en la parte superior producen campos de atracción (la carga negativa) y de repulsión (la carga positiva), al sumarlas vectorialmente.

Rpta.: C

6. ¿Con qué aceleración en magnitud se moverá un protón en la región de un campo eléctrico homogéneo de magnitud 10 kN/C ?

(Considerar $m_p = 1,6 \times 10^{-27} \text{ kg}$, $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

- A) $1,2 \times 10^{16} \text{ m/s}^2$ B) $3,6 \times 10^{12} \text{ m/s}^2$ C) $2,4 \times 10^{10} \text{ m/s}^2$
D) $1,0 \times 10^{11} \text{ m/s}^2$ E) $2,5 \times 10^{11} \text{ m/s}^2$

Solución:

(Datos: $E = 10 \times 10^3 \text{ N/C}$, $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $m_p = 1,6 \times 10^{-27} \text{ kg}$)

Usando la definición de intensidad del campo eléctrico y la segunda ley de Newton, obtenemos:

$$m \times a = F$$

$$F = q \times E$$

Se deduce

$$a = qE/m$$

$$a = 1,6 \times 10^{-19} \times 10 \times 10^3 / 1,6 \times 10^{-27}$$

$$a = 1,0 \times 10^{11} \text{ m/s}^2$$

Rpta.: D



7. En la figura se muestra una partícula de masa M y carga q^- en equilibrio suspendida por medio de un hilo ideal en una región donde existe un campo eléctrico uniforme y horizontal. Determine la magnitud del campo eléctrico. (g es aceleración de la gravedad)

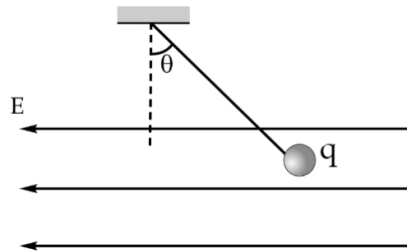
A) $\frac{Mg}{q \sin \theta}$

B) $\frac{Mg \tan \theta}{q}$

C) $\frac{Mg \sin \theta}{q}$

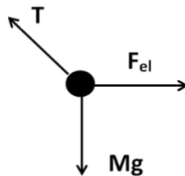
D) $\frac{Mg}{q \tan \theta}$

E) $\frac{Mq}{g \tan \theta}$

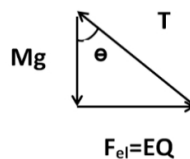


Solución:

Graficando las fuerzas sobre la esfera



Si formamos un triángulo cerrado de fuerzas



Tomando tangente

$$\tan \theta = E q / M g$$

$$E = M g \tan \theta / Q$$

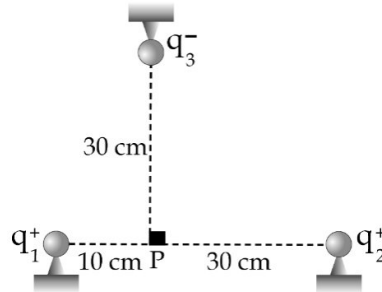
Rpta.: B



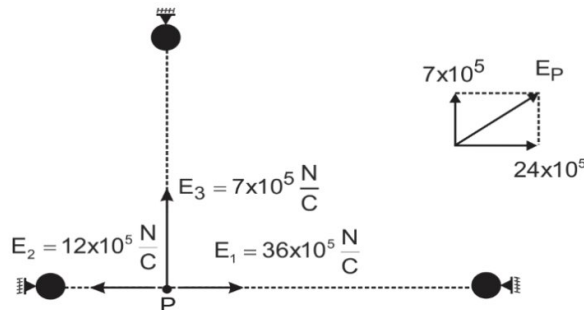
8. La figura muestra tres partículas cargadas eléctricamente con $q_1 = +4 \mu C$, $q_2 = +12 \mu C$ y $q_3 = -7 \mu C$. Determine la magnitud del campo eléctrico en el punto "P".

$(k = 9 \times 10^9 N \cdot m^2 / C^2)$

- A) $40 \times 10^5 N/C$
B) $25 \times 10^5 N/C$
C) $15 \times 10^5 N/C$
D) $5 \times 10^5 N/C$
E) $35 \times 10^5 N/C$



Solución:



$$E_P = 25 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

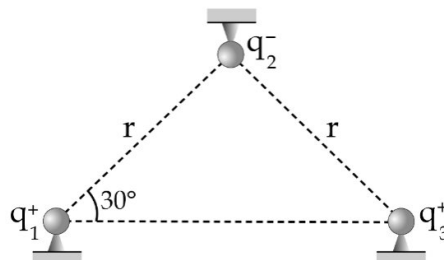
$$E_P = 25 \times 10^5 N/C$$

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. La figura muestra tres partículas cargadas eléctricamente ubicadas en los vértices de un triángulo isósceles. Determine la magnitud de la fuerza eléctrica que actúa sobre la carga q_2 .

$(q_1 = q_2 = q_3 = q, k = \text{constante eléctrica})$



- A) $\frac{2kq^2}{r^2}$ B) $\frac{kq^2}{r^2}$ C) $\frac{3kq^2}{r^2}$ D) $\frac{kq^2}{2r^2}$ E) $\frac{4kq^2}{r^2}$



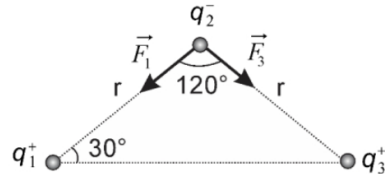
Solución:

De la gráfica:

$$F_1 = \frac{kq^2}{r^2} \quad \wedge \quad F_3 = \frac{kq^2}{r^2}$$

Por propiedad, la magnitud de la fuerza resultante:

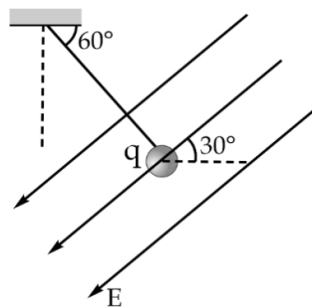
$$F_R = \frac{kq^2}{r^2}$$



Rpta.: B

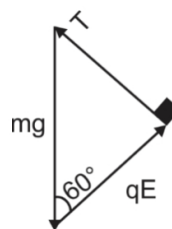
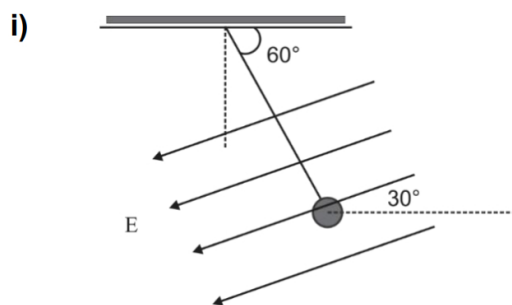
2. En la figura se muestra una esfera de masa $m = 0,5 \text{ g}$ que tiene una carga eléctrica q unida a un hilo aislante de masa despreciable que se encuentra en equilibrio bajo la acción de un campo eléctrico uniforme. Determine la magnitud del campo eléctrico.

- A) 125 N
B) 115 N
C) 145 N
D) 120 N
E) 130 N



($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Solución:



ii) del grafico:

$$\frac{1}{2} mg = qE$$

$$mg = 5 \times 10^{-4} \times 10 = 5 \times 10^{-3} \text{ kg}$$



3. La gráfica muestra la variación del campo eléctrico E , producida por una carga Q , en función de la distancia d . Determine E_1 y la carga eléctrica Q .

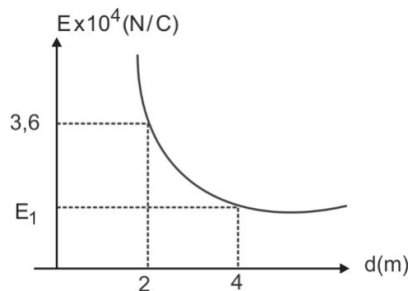
A) 0,9; $16 \times 10^{-6} \text{ C}$

B) 1,8; $9 \times 10^{-6} \text{ C}$

C) 2,5; $9 \times 10^{-6} \text{ C}$

D) 1,8; $15 \times 10^{-6} \text{ C}$

E) 0,5; $10 \times 10^{-6} \text{ C}$



Solución:

$$E \times r^2 = \text{cte}$$

$$10^4 \cdot 3,6 \cdot 2^2 = E_1 \cdot 4^2$$

$$E_1 = 0,225$$

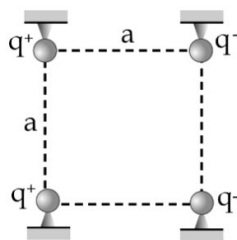
$$E = kq/r^2$$

Luego:

$$E = 16 \times 10^{-6} \text{ C}$$

Rpta.: A

4. La figura muestra cuatro cargas eléctricas puntuales que tienen igual magnitud y se ubican en los vértices de un cuadrado de lado a . ¿Cuál es la dirección del campo eléctrico resultante en el centro del cuadrado?



A) $\rightarrow$

B) $\leftarrow$

C) $\nearrow$

D) $\nwarrow$

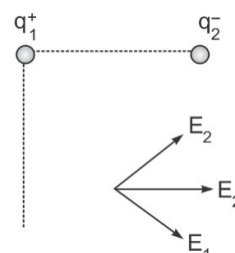
E) $\downarrow$

Solución:

Si se considera a pares.

Se procede en forma análoga en la parte inferior.

$$E_R = 2 E_p \quad \therefore \quad E_R = \rightarrow$$



Rpta.: A



5. Dos conductores esféricos idénticos con carga eléctrica $q_1^+ = 20 \mu\text{C}$ y $q_2^- = 4 \mu\text{C}$ respectivamente se ponen en contacto y luego se separan una distancia d . Si la magnitud de la fuerza eléctrica es $6,4 \text{ N}$, determine d .

$$(k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2)$$

- A) 20 cm B) 10 cm C) 40 cm D) 25 cm E) 30 cm

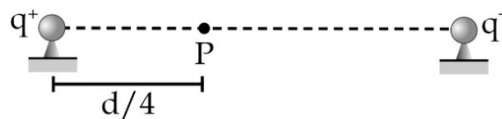
Solución:

$$6,4 = \frac{9 \times 10^9 \times 64 \times 10^{-12}}{d^2} \quad d^2 = 9 \times 10^{-2} \quad d = 3 \times 10^{-1} = 0,3 \text{ m} \quad d = 30 \text{ cm}$$

Rpta.: E

6. Dos partículas puntuales con cargas eléctricas positivas de igual magnitud (3 nC) se sitúan a la distancia $d = 8 \text{ cm}$ una de la otra, tal como muestra la figura. Determine la magnitud del campo eléctrico en el punto P.

$$(k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2)$$



- A) 60 kN/C B) 40 kN/C C) 120 kN/C D) 50 kN/C E) 20 kN/C

Solución:

(Datos: $q = 3 \times 10^{-9} \text{ C}$, $d = 8 \times 10^{-2} \text{ m}$)

Considerando las direcciones de los campos producidos por cada una de las cargas se tiene

$$E = E_1 - E_2 \Rightarrow E = k \frac{q}{\left(\frac{d}{4}\right)^2} - k \frac{q}{\left(\frac{3d}{4}\right)^2} = k \frac{q}{d^2} \left(16 - \frac{16}{9}\right)$$

Reemplazando los datos

$$E = k \frac{q}{d^2} \left(\frac{128}{9}\right) = 6 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}} = 60 \frac{\text{kN}}{\text{C}}$$

Rpta.: A



7. Indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. La magnitud de la carga eléctrica correspondiente a 8×10^{13} electrones es $12,8 \times 10^{-4}$ C.
- II. La magnitud de la carga eléctrica correspondiente a una combinación de 3×10^{14} protones y 7×10^{14} electrones es $6,4 \times 10^{-5}$ C.
- III. Si dos esferas conductoras idénticas con cargas y $q_2^- = 20 \mu\text{C}$ se ponen en contacto y luego se separan, la carga final de ambas esferas es $q^- = 15 \mu\text{C}$.

(Considere $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C)

- A) VFF B) VVF C) FFV D) FVF E) VVV

Solución:

- I) V
 $q = ne = 12,8 \times 10^{-4}$ C
- II) V
 $q = ne = 4 \times 10^{14} \times e = 6,4 \times 10^{-5}$ C
- III) V
El exceso de carga se redistribuye.

Rpta.: E

QUÍMICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Los ácidos y las bases son sustancias que se encuentran en nuestras actividades diarias comunes. Por ejemplo, tienen características ácidas el jugo de naranja, el vinagre y el yogurt griego, en tanto que son básicos la cal, la lejía y la soda caustica. Al combinarlos en cantidades estequiométricas, se produce una reacción de neutralización, la cual forma sal y agua. Al respecto, seleccione la alternativa **incorrecta**.
- A) El jugo gástrico tiene características ácidas.
 - B) Una solución de HCl 10^{-9} M posee un pH ligeramente menor a 7.
 - C) Las bases tornan de color azul al papel tornasol.
 - D) Las reacciones de neutralización son exotérmicas.
 - E) A mayor concentración de un ácido, mayor es su pH.

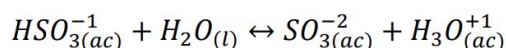
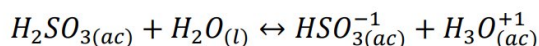


Solución:

- A) **Correcto.** El jugo gástrico tiene características ácidas.
B) **Correcto.** Una solución de HCl 10^{-9} M posee un pH ligeramente menor a 7.
C) **Correcto.** Las bases tornan de color azul al papel tornasol.
D) **Correcto.** Las reacciones de neutralización son exotérmicas.
E) **Incorrecto.** A mayor concentración de un ácido, **menor** es su pH.

Rpta.: E

2. La teoría de Brønsted-Lowry define los ácidos como donadores de protones (H^+) y las bases como aceptadores de protones. Esta propuesta de 1923 amplía el concepto ácido-base al centrarse en la transferencia de protones entre especies químicas y puede ser aplicada a cualquier solvente prótico (que puede intercambiar H^+). Se disponen de los siguientes equilibrios basados en la disociación del ácido sulfuroso:



Al respecto, seleccione la alternativa que contenga el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones

- I. El ácido sulfuroso es un ácido fuerte.
II. El agua tiene comportamiento anfotérico en las reacciones mostradas.
III. Si se agrega NaOH, ambas reacciones desplazan el equilibrio a la derecha.

A) VFF B) VVF C) VFV D) FFV E) FVV

Solución:

- I. **Falso.** El ácido sulfuroso es un ácido **débil**, debido a que sus disociaciones no son completas.
II. **Falso.** El agua tiene comportamiento **básico** en las reacciones mostradas, ya que, en productos, el hidronio es su ácido conjugado.
III. **Verdadero.** Si se agrega NaOH, ambas reacciones desplazan el equilibrio a la derecha, al consumirse los iones hidronio del sistema.

Rpta.: D



3. La teoría de Lewis define los ácidos como aceptores de pares de electrones y las bases como donadores de dichos pares. Esta perspectiva, más general que las anteriores teorías, permite explicar reacciones que no involucran protones (H^+). Al respecto, seleccione la alternativa que contenga el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. Las especies deficientes de electrones, como BF_3 , son ácidos de Lewis.
- II. Las especies con pares de electrones libres, como NH_3 , son bases de Lewis.
- III. Al reaccionar un ácido con una base de Lewis, el átomo central de la base adquiere carga negativa.

A) VFF B) VVF C) VFV D) FVF E) FVV

Solución:

- I. **Verdadero.** Las especies deficientes de electrones, como BF_3 , son ácidos de Lewis.
- II. **Verdadero.** Las especies con pares de electrones libres, como NH_3 , son bases de Lewis.
- III. **Falso.** Al reaccionar un ácido con una base de Lewis, el átomo central de la base adquiere carga **positiva**.

Rpta.: B

4. La escala de pH es un indicador de la acidez o basicidad de una solución en una escala típicamente de 0 a 14. Esta escala es logarítmica, lo que significa que, al aumentar una unidad, la concentración de H^+ cambia en un factor de 10. Al respecto, en un laboratorio de Química Analítica de la FQIQ/UNMSM, un alumno prepara 250 mL de solución de HF 50,0 mM, y agrega gotas de HCl concentrado hasta que el pH final es 2,2. Determine la concentración de iones fluoruro libres (F^-), en mM, resultante en el sistema.

Dato: $pK_a(HF) = 3,2$

A) 45,5 B) 35,0 C) 25,0 D) 12,5 E) 4,5

Solución:

Realizando la disociación del ácido:

	HF	$\rightarrow$	$H^+ + F^-$
Inicio (mM):	50		-
Rxn (mM):	-x		+x
Final (mM):	50-x		x

El término de H^+ no se ha evaluado, ya que se ha ajustado utilizando un ácido fuerte externo

Utilizando la ecuación de H-H:

$$pH = pK_a + \log\left(\frac{[A^-]}{[HA]}\right)$$
$$2,2 = 3,2 + \log\left(\frac{x}{50 - x}\right)$$



$$\log\left(\frac{x}{50-x}\right) = -1$$

$$\frac{x}{50-x} = 0,1$$

$$x = 4,5$$

Por lo tanto: $[F^-] = x = 4,5 \text{ mM}$

Rpta.: E

5. El ácido ascórbico, conocido como vitamina C, es un ácido orgánico diprótico con propiedades antioxidantes. Participa en la síntesis de colágeno, favorece la absorción de hierro y fortalece el sistema inmunológico. Se dispone de 100 mL de solución que contiene 20 mmol de este ácido al cual se le agregan cantidades crecientes de NaOH, sin cambio apreciable de volumen. Al respecto, seleccione la alternativa que contenga el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. Si se agregan 10 mmol de NaOH, el pH resultante es 4,1.
- II. Si se agregan 60 mmol de NaOH, la especie dominante es la especie totalmente desprotonada
- III. Si se eleva el pH hasta 9, la especie predominante no tiene carga.

Datos: $pK_{a1} = 4,1$; $pK_{a2} = 11,8$

- A) VFF B) VVF C) VFF D) FVF E) FVV

Solución:

- I. **Verdadero.** Al haber neutralizado la mitad de la cantidad de ácido, $[H_2A] = [HA^-]$, y utilizando H-H:

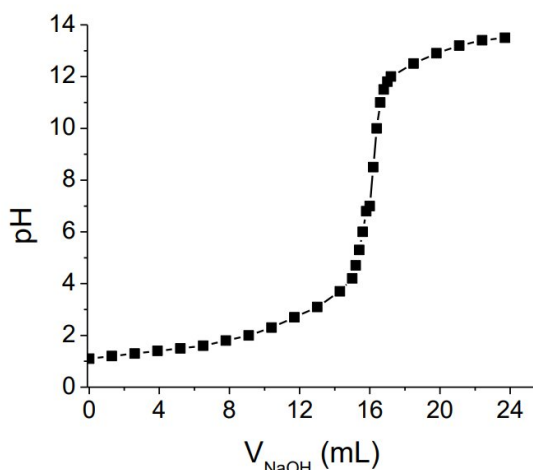
$$pH = pK_{a1} + \log\left(\frac{[HA^-]}{[H_2A]}\right) = pK_{a1} = 4,1$$

- II. **Verdadero.** Con esta cantidad agregada, no solo se ha neutralizado los 2 H del ácido ascórbico, sino que también hay un exceso de base, por lo cual la especie totalmente desprotonada es la única predominante.
- III. **Falso.** A $pH = 9$, la especie predominante es la especie que perdió un H^+ , es decir, la forma HA^- .

Rpta.: B



6. En las titulaciones potenciométricas de ácidos, se monitorea el cambio de pH del sistema por agregado de volúmenes sucesivos de base de concentración conocida. Este proceso permite determinar la concentración del ácido sin la inclusión de un indicador colorimétrico. Se realizó una titulación potenciométrica con 100 mL de ácido clorhídrico e hidróxido de sodio 0,500 M. Los resultados se muestran a continuación.



Al respecto, seleccione la alternativa que contenga el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. La neutralidad se alcanza cuando el volumen de NaOH es 18 mL.
- II. Si se agrega una gota de solución de fenolftaleína cuando V_{NaOH} = 12 mL, la solución vira a rojo grosella.
- III. La concentración de HCl en la muestra inicial es 0,080 M.

A) VFF B) VVF C) VFV D) FFV E) FVV

Solución:

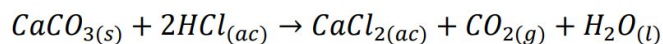
- I. **Falso.** La neutralidad se alcanza cuando el volumen de NaOH es **16 mL**, cuando el Ph = 7.
- II. **Falso.** Si se agrega una gota de solución de fenolftaleína cuando V_{NaOH} = 12 mL, la solución **permanece incolora**, debido a que el Ph está alrededor de 3.
- III. **Verdadero.** En el punto de equivalencia: V_{NaOH} = 16 mL. Por lo tanto, como ambas sustancias presentan 1eq/mol:

$$V_{NaOH}[NaOH] = V_{HCl}[HCl]$$
$$(16 \text{ mL})(0,500 \text{ M}) = (100 \text{ mL})(x)$$
$$x = 0,080 \text{ M}$$

Rpta.: D



7. Se desea conocer la pureza de una muestra de 0,500 g de CaCO_3 (insoluble en agua pura) que se encuentra contaminada con sustancias que no reaccionan con ácidos ni con bases. Para ello, se agregan 50,0 mL de una solución de HCl 0,100 M y se deja agitar hasta total disolución de la muestra; dicho proceso ocurre a través de:



La solución resultante se titula con NaOH 0,050 M hasta viraje al rosado de la fenolftaleína, obteniendo un volumen de gasto de 10,0 mL. Al respecto, determine el porcentaje de pureza de la muestra inicial

Dato: $\text{CaCO}_3 = 100 \text{ g/mol}$

- A) 99 % B) 95 % C) 90 % D) 85 % E) 80 %

Solución:

Por tratarse de una reacción con dos bases y un ácido:

$$\#eq_{base} = \#eq_{ácido}$$

Tanto HCl como NaOH presentan 1eq/mol, pero CaCO_3 presenta 2eq/mol, por lo tanto:

$$n_{NaOH} + 2n_{CaCO_3} = n_{HCl}$$

$$(0,050)(10,0) + 2n_{CaCO_3} = (0,200)(50,0)$$

$$n_{CaCO_3} = 4,75 \text{ mmol}$$

$$m_{CaCO_3} = 0,475 \text{ g}$$

Por lo tanto:

$$\% \text{pureza} = \frac{0,475}{0,500} \times 100\% = 95 \%$$

Rpta.: B



8. El punto isoeléctrico (pI) es el pH al cual una proteína tiene una carga neta cero. En este punto, su solubilidad es mínima, lo que puede causar precipitación. Por el contrario, mientras el pH se mantenga por arriba o por debajo del pI, la carga superficial que adquieren las mantiene estables en el sistema, siendo esta negativa o positiva, respectivamente. Esta variación de la carga superficial con el pH se debe a los grupos sustituyentes en la estructura de los aminoácidos constituyentes de la proteína; por ejemplo, el ácido aspártico y el glutámico poseen carácter ácido mientras que la lisina, arginina e histidina son básicos. A continuación, se muestran los valores del pI para algunas proteínas:

Proteína	Función principal	pI
Pepsinógeno	Precursor de la pepsina, enzima digestiva del estómago	3,2
Hemoglobina	Transporte de oxígeno en la sangre	6,9
Lisozima	Enzima antibacteriana en secreciones como lágrimas y saliva	11,0

Al respecto, seleccione la alternativa que contenga el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones con respecto a las 3 proteínas mencionadas:

- I. A pH = 5, solo el pepsinógeno presenta carga positiva.
- II. A pH = 12, las 3 proteínas poseen carga negativa.
- III. A pH fisiológico, la hemoglobina está cargada ligeramente positiva.

A) VFF B) VVF C) VFV D) FVF E) FVV

Solución:

- I. **Falso.** A pH = 5, solo el pepsinógeno presenta carga **negativa**, mientras que las otras dos, positiva.
- II. **Verdadero.** A pH = 12, las 3 proteínas poseen carga negativa, por ser un pH mayor que los 3 pI.
- III. **Falso.** A pH fisiológico, la hemoglobina está cargada ligeramente **negativa**.

Rpta.: D



EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Los ácidos y las bases tienen comportamiento antagónico. Según la teoría de Brønsted y Lowry, es el intercambio protónico, como comúnmente se le conoce a la especie H^+ , lo que rige el comportamiento de estas sustancias. Al respecto, seleccione la alternativa que contenga el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. El agua tiene comportamiento anfotérico.
- II. La base conjugada del amoníaco es el ion amonio.
- III. A dos especies que difieren en $1 H^+$ se les llama conjugadas.

A) VFF B) VVF C) VFV D) FVF E) FVV

Solución:

- I. **Verdadero.** El agua tiene comportamiento anfotérico.
- II. **Falso. El ácido** conjugado del amoníaco es el ion amonio.
- III. **Verdadero.** A dos especies que difieren en $1 H^+$ se las llama conjugadas y, al mezclarlas, no reaccionan entre sí.

Rpta.: C

2. Los ácidos son sustancias que tienen sabor agrio, mientras que las bases poseen sabor amargo. Al hacerlos reaccionar en cantidades estequiométricas, forman una sal y liberan agua, según la teoría de Arrhenius, la cual es solo aplicable a medios acuosos. Al respecto, seleccione la alternativa que contenga el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. Si se mezclan 25 mmol de H_2SO_4 con 50 mmol de NaOH, la solución resultante es básica.
- II. Los ácidos son reconocidos porque tornan rojo al tornasol y son incoloros frente a la fenolftaleína.
- III. La reacción entre un ácido y una base de Arrhenius produce una sal y agua.

A) VFF B) VVF C) FFV D) FVF E) FVV

Solución:

- I. **Falso.** Si se mezclan 25 mmol de H_2SO_4 (**50 meq**) con 50 mmol de NaOH (**50 meq**), la solución resultante es **neutra**.
- II. **Verdadero.** Los ácidos son reconocidos porque tornan rojo al tornasol y son incoloros frente a la fenolftaleína.
- III. **Verdadero.** La reacción entre un ácido y una base de Arrhenius produce una sal y agua.

Rpta.: E



3. El ácido cítrico es un compuesto orgánico tricarboxílico (pK_a s 3,1 / 4,8 / 6,4), presente en cítricos. Es un intermediario clave en el ciclo de Krebs del metabolismo energético. Se usa ampliamente en la industria alimentaria como acidulante y conservante, y en farmacia y química por sus propiedades. Al respecto, seleccione la alternativa que contenga el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:
- I. A $pH = 2$, la especie sin desprotonar es la que está en mayor proporción.
 - II. Para que la especie totalmente desprotonada sea la dominante, el sistema se debe llevar a pH entre 4,8 y 6,4.
 - III. Este compuesto puede actuar como un ácido que posea 3eq/mol.
- A) VFV B) VVF C) FFV D) FVF E) FVV

Solución:

- I. **Verdadero.** A $pH = 2$, la especie sin desprotonar es la que está en mayor proporción, por ser menor que el primer pK_a .
 - II. **Falso.** Para que la especie totalmente desprotonada sea la dominante, el sistema se debe llevar a pH mayor que 6,4.
 - III. **Verdadero.** Este compuesto puede actuar como un ácido que posee 3eq/mol, debido a que es triprótico.
- Rpta.: A**
4. Los ácidos y las bases se pueden clasificar en fuertes si presentan una disociación completa, o débiles, si presentan una disociación parcial. Esto influye en la conductividad eléctrica de sus soluciones. Al respecto, seleccione la alternativa que contenga el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:
- I. Los ácidos fuertes poseen una alta conductividad eléctrica en solución acuosa.
 - II. El ácido acético (CH_3COOH , monoprótico) es un ácido fuerte.
 - III. Las soluciones de ácido clorhídrico y acético de la misma concentración poseen la misma conductividad.
- A) VFV B) VFF C) FFV D) FVF E) FVV

Solución:

- I. **Verdadero.** Los ácidos fuertes poseen una alta conductividad eléctrica en solución acuosa, debido a su disociación completa.
- II. **Falso.** El ácido acético (etanoico) es un ácido **débil**, ya que los ácidos orgánicos son débiles.
- III. **Falso.** Las soluciones de ácido clorhídrico y acético de la misma concentración **no** poseen la misma conductividad; la de HCl posee una mayor conductividad, por ser un ácido fuerte.

Rpta.: B



5. Un alumno de la carrera de Ingeniería Química preparó 4 soluciones de la misma concentración en sendos frascos de colores rojo, amarillo, azul y verde, las cuales correspondían a $\text{NH}_3(\text{ac})$, $\text{NaOH}(\text{ac})$, $\text{HCl}(\text{ac})$ y $\text{NaCl}(\text{ac})$. Sin embargo, olvidó ponerles nombre y ahora debe realizar ensayos para determinar la identidad de las muestras. Lo que encontró el alumno se resume a continuación:

Frasco	Conductividad	pH
Rojo	alta	fuertemente básico
Amarillo	alta	fuertemente ácido
Azul	baja	ligeramente básico
Verde	alta	neutro

Al respecto, seleccione la alternativa con la relación correcta.

- a) Frasco rojo () $\text{NH}_3(\text{ac})$
b) Frasco amarillo () $\text{NaOH}(\text{ac})$
c) Frasco azul () $\text{HCl}(\text{ac})$
d) Frasco verde () $\text{NaCl}(\text{ac})$
- A) abcd B) acbd C) bcda D) dbac E) cabd

Solución:

- a) Frasco rojo (c) $\text{NH}_3(\text{ac})$
b) Frasco amarillo (a) $\text{NaOH}(\text{ac})$
c) Frasco azul (b) $\text{HCl}(\text{ac})$
d) Frasco verde (d) $\text{NaCl}(\text{ac})$

Rpta.: E

BIOLOGÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Durante un experimento de genética vegetal, Ana cruza una planta con flores rojas con otra de flores blancas (ambas puras). La F_1 muestra flores rosadas, y en la F_2 se observan tres fenotipos distintos: rojas, rosadas y blancas, en proporción 1:2:1. Con base en estos resultados, ¿qué tipo de herencia se evidencia en este caso?
- A) Herencia codominante, porque ambos alelos se expresan de manera visible en el fenotipo intermedio
B) Herencia intermedia, porque ningún alelo domina completamente sobre el otro, generando un fenotipo intermedio
C) Herencia dominante incompleta, ya que los alelos se expresan simultáneamente en proporciones iguales
D) Herencia por dominancia completa, donde el alelo dominante encubre totalmente al recesivo
E) Herencia poligénica, porque intervienen varios genes que determinan gradaciones de color



Solución:

La aparición de un fenotipo intermedio (flores rosadas) y la proporción 1:2:1 son características típicas de la dominancia incompleta o intermedia, no de codominancia ni poligenia.

Rpta.: B

2. En un laboratorio de genética, tres estudiantes observan distintos patrones de herencia en organismos modelo:
- Alicia cruza dos plantas y obtiene solo flores moradas, aunque una de las progenitoras tenía flores blancas.
 - Bruno cruza dos flores rojas y obtiene descendientes de color rosado.
 - Camila analiza sangre humana donada de un joven y observa que pertenece al grupo AB, pero sabe que el padre es de grupo A y la madre de grupo B. Con base en estos resultados, ¿qué tipo de herencia representa cada caso respectivamente?
- Codominancia – dominancia completa – dominancia intermedia
 - Dominancia completa – codominancia – dominancia intermedia
 - Ligada al sexo – influenciada por el sexo – codominancia
 - Dominancia completa – dominancia intermedia – codominancia
 - Codominancia – dominancia intermedia – dominancia completa

Solución:

La aparición de un fenotipo de dos progenitores diferentes, explica una herencia dominante. Ahora bien, si aparece un fenotipo intermedio (flores rosadas), se trata de una herencia intermedia. Por último, en el sistema sanguíneo ABO y los resultados mostrados, hablan de una codominancia.

Rpta.: D

3. Durante una práctica de genética y biotecnología, los estudiantes observan una lámina al microscopio, donde observan cromosomas duplicados, unidos por el centrómero. Por otro lado, analizan un segmento del ADN que codifica para el color del cabello y se detecta dos versiones distintas de esa secuencia: una que determina cabello oscuro y otra, cabello castaño. Con base en esta información, ¿cuál de las siguientes asociaciones es incorrecta?
- En la lámina se observan las cromátidas hermanas de un cromosoma y poseen los mismos genes
 - Los cromosomas homólogos contienen los mismos genes, pero pueden tener alelos diferentes
 - Los alelos son variantes de un mismo gen ubicados en distintas cromosomas homólogos
 - Las cromátidas hermanas poseen los mismos alelos, mientras que los cromosomas homólogos pueden poseer distintos alelos
 - Un gen y un alelo son sinónimos, ya que ambos codifican el mismo producto proteico



Solución:

Un gen es una unidad funcional de ADN que codifica una proteína o ARN, mientras que un alelo es una variante de ese mismo gen. Los alelos pueden generar diferencias en el producto final o en su expresión, por lo tanto, no son sinónimos.

Rpta.: E

4. Durante un estudio de variación genética, tres estudiantes analizan muestras de ADN de varias personas. Ana identifica la secuencia completa del ADN presente en cada célula, mientras que Diego compara las versiones de un gen responsable del color de ojos y finalmente, Bruno observa el color real de los ojos en cada individuo. Si cada uno ha trabajado con un nivel distinto de información genética, ¿cuál de las siguientes asociaciones es correcta?

- A) Ana analizó el genotipo, Diego el genoma y Bruno el fenotipo
- B) Ana estudió el genoma, Diego el genotipo y Bruno el fenotipo
- C) Ana analizó el fenotipo, Diego el genoma y Bruno el genotipo
- D) Ana y Diego estudiaron el fenotipo, mientras que Bruno el genotipo
- E) Ana y Bruno analizaron el genoma, mientras que Diego el fenotipo

Solución:

El genoma es el conjunto total del material genético; el genotipo se refiere a las variantes de genes que determinan características; y el fenotipo es la manifestación observable de esos genes, como el color de ojos.

Rpta.: B

5. Durante una práctica de genética, los estudiantes obtienen el siguiente genotipo de una planta: AaBbCcDd. Si cada par de genes se segrega de manera independiente durante la formación de gametos, ¿cuántos tipos diferentes de gametos puede producir esta planta?

- A) 4
- B) 8
- C) 12
- D) 16
- E) 32

Solución:

Cada par de genes heterocigotos (Aa, Bb, Cc, Dd) produce 2 tipos de gametos. Por tanto, el número total de gametos distintos es $2^4 = 16$.

Rpta.: D

6. En una sesión del curso de Genética, la profesora pide analizar por qué los descubrimientos de Mendel no fueron valorados en su época. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones, explicar lo que ocurrió realmente?

- A) Mendel no logró demostrar sus leyes porque carecía de instrumentos ópticos precisos.
- B) Los principios de herencia de Mendel fueron rechazados por la iglesia, lo que impidió su difusión.
- C) Publicar resultados en una revista poco conocida y la falta de conocimiento sobre el análisis estadístico realizado.
- D) Los trabajos de Mendel se perdieron por completo y fueron reconstruidos a partir de notas aisladas.
- E) Los botánicos del siglo XIX ya conocían el ADN, pero no aceptaban el concepto de gen.



Solución:

Mendel descubrió las leyes de la herencia sin saber nada sobre ADN ni genes. Su razonamiento fue experimental, pero sus resultados no fueron muy bien difundidos ya que se publicaron en una revista poco conocida y sus contemporáneos no entendían el análisis estadístico realizado. Hasta que la genética molecular dio sentido a sus trabajos.

Rpta.: C

7. Durante una práctica de genética, los estudiantes cruzan plantas de guisante (*Pisum sativum*) de flores púrpura puras con plantas de flores blancas puras. En la primera generación (F_1), todas las plantas obtienen flores púrpuras. En otro experimento, cruzan plantas que difieren en dos caracteres: color de flor y forma de semilla, observando en la segunda generación (F_2) nuevas combinaciones de ambos rasgos. ¿Cuál de las siguientes opciones asocia correctamente cada situación con la ley de Mendel correspondiente?
- A) El primer cruce representa la ley de la segregación independiente; el segundo, la ley de la homogeneidad.
 - B) El primer cruce corresponde a la ley de la homogeneidad; el segundo, a la ley de la segregación independiente.
 - C) Ambos casos se explican únicamente por la ley de la segregación independiente.
 - D) Los dos experimentos se rigen por la ley de la homogeneidad de la F_2 .
 - E) Ninguno de los casos se relaciona con las leyes de Mendel, pues ambos son mutaciones espontáneas.

Solución:

El primer cruce produce una F_1 uniforme, lo que ilustra la ley de la homogeneidad, primera ley de Mendel. El segundo muestra la ley de segregación independiente de caracteres al combinarse libremente en la F_2 .

Rpta.: B

8. Durante un cruce experimental, una estudiante observa que una planta con flores rojas, al cruzarse con una planta de flores blancas, produce dos tipos de descendencia: unas con flores rojas y otras con flores blancas. Su compañero concluye que la planta de flores rojas tenía genotipo desconocido y que el experimento realizado permite identificarlo. ¿Qué tipo de cruce realizaron los estudiantes y cuál es el genotipo más probable de la planta con flores rojas?
- A) Cruce de prueba; genotipo homocigoto dominante
 - B) Cruce dihíbrido; genotipo heterocigoto
 - C) Cruce de prueba; genotipo heterocigoto
 - D) Cruce monohíbrido; genotipo recesivo
 - E) Cruce entre dominantes; genotipo codominante

Solución:

En un **cruce de prueba**, si el individuo dominante produce descendencia de ambos fenotipos (dominante y recesivo), se deduce que es **heterocigoto (Aa)**. Si todos los descendientes mostraran el rasgo dominante, sería **homocigoto dominante (AA)**.

Rpta.: C



9. En un laboratorio, se cruza una planta de maíz de granos amarillos con otra de granos blancos (aa) para determinar el genotipo de la primera. La descendencia muestra 50% de granos amarillos y 50% de granos blancos. ¿Qué se puede deducir sobre el genotipo de la planta de granos amarillos?
- A) Es homocigota dominante, porque toda la descendencia es amarilla.
 - B) Es heterocigota porque aparecen dos fenotipos en proporciones iguales.
 - C) Es homocigota recesiva, porque produce individuos blancos.
 - D) Es polihíbrida porque intervienen varios caracteres.
 - E) Es híbrida con dominancia incompleta.

Solución:

El cruce $Aa \times aa$ produce una proporción 1:1 de fenotipos dominantes y recesivos, confirmando que la planta amarilla era heterocigota (Aa).

Rpta.: B

10. En una población de angiospermas, el color de las flores está determinado por un gen con dos alelos: R (rojo) y, r (blanco). Si se cruzan dos plantas heterocigotas ($Rr \times Rr$) y se obtienen 400 descendientes, ¿cuántas plantas tendrán flores rojas, rosadas y blancas, respectivamente, sabiéndose que existen estos fenotipos?
- A) 100 rojas, 200 rosadas, 100 blancas
 - B) 200 rojas, 100 rosadas, 100 blancas
 - C) 150 rojas, 150 rosadas, 100 blancas
 - D) 100 rojas, 100 rosadas, 200 blancas
 - E) 50 rojas, 200 rosadas, 150 blancas

Solución:

La herencia es de tipo incompleta o intermedia. El cruce $Rr \times Rr$ genera una proporción genotípica 1 RR: 2 Rr: 1 rr, equivalente fenotípicamente a 1 roja: 2 rosadas: 1 blanca. En 400 descendientes $\rightarrow \frac{1}{4}$ (RR) = 100 rojas, $\frac{1}{2}$ (Rr) = 200 rosadas y $\frac{1}{4}$ (rr) = 100 blancas.

Rpta.: A

11. En *Pisum sativum*, el color amarillo de la semilla está determinado por el alelo A dominante sobre el alelo que produce, color verde. Si se cruzan plantas heterocigotas con homocigotas recesivas y se obtienen 320 descendientes, ¿cuántas plantas mostrarán semillas amarillas y cuántas verdes?
- A) 80 amarillas, 240 verdes
 - B) 160 amarillas, 160 verdes
 - C) 240 amarillas, 80 verdes
 - D) 100 amarillas, 220 verdes
 - E) 60 amarillas, 260 verdes

Solución:

El cruce $Aa \times aa$ produce una proporción fenotípica de 1:1 (50 % amarillas, 50 % verdes). En 320 descendientes: (amarillas) = 160 y (verdes) = 160.

Rpta.: B



12. Se sabe de un gen letal que solo se manifiesta en recesividad, por lo que si se presenta esta condición, el individuo muere antes de nacer. En base a esto, si se cruzan dos ratones heterocigotos, ¿cuál es la proporción de individuos con genotipo homocigoto en la descendencia?

A) 1/3 B) 1/2 C) 1/4 D) 2/4 E) 3/4

Solución:

Un gen letal, no permite el nacimiento de un individuo. Entonces $Aa \times Aa = AA, Aa, Aa$ y aa . Pero el individuo formado aa , no llega a nacer. Por lo tanto, la descendencia es AA, Aa, Aa ; y $\frac{1}{3}$ es la proporción de individuos homocigotos.

Rpta.: A

13. En *Pisum sativum*, la textura de la semilla lisa está determinada por el alelo dominante R, mientras que la textura rugosa depende del alelo recesivo r. Se cruzan dos plantas heterocigotas y se obtienen 200 semillas. ¿Cuántas semillas se espera que sean lisas y cuántas rugosas?

A) 150 lisas y 50 rugosas B) 100 lisas y 100 rugosas
C) 50 lisas y 150 rugosas D) 175 lisas y 25 rugosas
E) 180 lisas y 20 rugosas

Solución:

El cruce $Rr \times Rr$ produce una proporción fenotípica de 3 lisas: 1 rugosa (3:1). Por tanto, el 75 % de las 200 semillas son lisas (150) y el 25 % rugosas (50).

Rpta.: A

14. María posee un grupo sanguíneo A, mientras que su esposo Luis, es grupo B. Además, el padre de María es del grupo O. Luis no acepta la paternidad de su hijo porque es de grupo O, pero se sabe que sus padres son grupo B, homocigotos. ¿Cuál de los siguientes enunciados daría la razón a Luis, acerca de que grupo tendría que ser su hijo?

A) IA i B) IA IB C) Es de grupo B D) Es AB E) Su hijo es IB i

Solución:

María es heterocigota debido a su padre que es homocigoto recesivo, María = IA i. Luis es grupo sanguíneo B por lo cual su genotipo puede ser IB IB ó IB i, pero sus padres son homocigotos IB, por lo tanto Luis = IB IB. Así las probabilidades de genotipo de su hijo con María es: IA IB (AB) e IB i (B), y no podría tener grupo sanguíneo O

Rpta.: A

15. Una mujer de grupo sanguíneo A (sabe que es portadora de un alelo O) tiene un hijo del grupo AB. Teniendo en cuenta la genética del sistema ABO, ¿cuál de los siguientes individuos NO puede ser el padre biológico del niño?

A) Hombre I (grupo O, genotipo ii)
B) Hombre II (grupo B, genotipo IB IB)
C) Hombre III (grupo AB, genotipo IA IB)
D) Hombre IV (grupo B, genotipo IB i)
E) Hombre V (Grupo A, Genotipo IA i)



Solución:

El grupo AB del hijo solo puede formarse si uno de los progenitores aporta el alelo IA y el otro el alelo IB (IA IB). La madre, de grupo A es heterocigota (IA i). Por tanto, el padre debe aportar un alelo IB. Entonces, el hombre I de grupo O tiene genotipo (ii), y no posee el alelo B, por lo que definitivamente, no puede ser el padre biológico.

Rpta.: A

16. Durante una práctica de genética médica, los estudiantes analizan los grupos sanguíneos de una familia. La madre es Rh negativa y el padre es Rh positivo, cuyo padre también era Rh negativo. Su primer hijo resultó Rh positivo. Con base en esta información, ¿cuál es el genotipo más probable del padre y cuál es la probabilidad de que el segundo hijo sea Rh negativo?

A) Padre RR, 0 %
D) Padre RR, 50 %

B) Padre Rr, 25%
E) Padre rr, 0 %

C) Padre Rr, 50 %

Solución:

El padre, al tener un progenitor Rh negativo (rr), debe ser heterocigoto (Rr). Al cruzarse con la madre rr, se tiene que: $Rr \times rr = Rr, Rr, rr, rr$. La descendencia tiene 50% de probabilidad de ser Rh negativo (rr) y 50% de ser Rh positivo (Rr).

Rpta.: C