



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA
CENTRO PREUNIVERSITARIO

SEMANA N.º 11

Habilidad Verbal

SECCIÓN A

HERRAMIENTAS DE COMPRENSIÓN LECTORA 1 SUBRAYADO, SUMILLADO, PALABRAS CLAVE



(VIDEOS)
TEORÍA Y
EJERCICIOS

Denominamos estrategia al conjunto de procedimientos que se llevan a cabo para lograr un objetivo. En nuestro caso, este es la comprensión de textos escritos (la comprensión lectora). Un lector, en un momento dado, y en función al contexto y su propósito específico de lectura, emplea diversas estrategias. Generalmente, se destaca en ellas su carácter controlado, autodirigido y genérico.

Las estrategias de comprensión lectora se instrumentalizan a través de técnicas, entre las cuales destacan el subrayado, el sumillado, la identificación de palabras clave, etc.

LAS PALABRAS CLAVE

Las palabras clave de un texto son aquellos términos que remiten a los contenidos más importantes de un texto. Estas se encuentran íntimamente vinculadas a la estructura del discurso y constituyen un indicador de la conexión que hay entre los conceptos y las ideas fundamentales.

Según algunos autores, existen dos tipos de palabras clave:

- cortas, que son las más generales
- largas, que son más específicas y brindan mayor información sobre un tema

Además del principio de recurrencia, para identificar las palabras clave, se debe tener en cuenta que estas tienen que ver con partes o momentos concretos, cualidades o rasgos, factores o elementos, causas y consecuencias, etc.

EJEMPLO

Al concluir la **Segunda Guerra Mundial**, el tablero internacional se reconfiguraba bajo la sombra creciente de la Guerra Fría. En este nuevo orden mundial, **España**, gobernada por el régimen de **Franco**, se encontraba marginada, vista con recelo por su pasado de simpatías autoritarias. Este aislamiento impulsó a España a buscar estrategias para reingresar en el concierto de naciones, destacando entre ellas su adhesión a la OTAN como maniobra para alinearse con el bloque occidental. En un mundo donde el **poder nuclear** definía el estatus de superpotencia, España percibía la necesidad de desarrollar su propia capacidad nuclear no solo como un **símbolo de soberanía**, sino también como un medio para ejercer **influencia** y garantizar su **seguridad**. La presión de estar rodeada por potencias nucleares y el **deseo de afirmarse** en un escenario global dominado por estas impulsó a España a considerar el **umbral nuclear** como un **objetivo estratégico primordial**.

Navarro, F. (28 de marzo de 2024). ¿España tiene bombas atómicas? Muy Interesante. Rescatado de <https://www.muyinteresante.com/historia/64318.html>

EL SUBRAYADO

Antes de explicar esta técnica, hay que resaltar que su aplicación exige como prerequisite comprender el tema del texto que se desea comprender, pues esto orientará la atención lectora para la identificación de los conceptos fundamentales expuestos en aquel. Es por ello que resulta indispensable el subrayado de los títulos y subtítulos.

El subrayado consiste en resaltar las ideas principales del texto que se lee. Estas ideas deben ser destacadas para que, en una próxima lectura, su ubicación sea más rápida y sencilla. Sólo se subraya aquello que se considere clave para la comprensión del texto.

Aunque se suele enseñar la aplicación de esta técnica de manera autónoma o aislada, en realidad, suele servir de base a otras técnicas, tales como las del resumen, los esquemas, las fichas, etc.

Existen varias formas de ejecutar esta técnica:

Lineal: se traza la línea debajo de la idea que queremos resaltar por ser importante.

Lateral: se destacan varias líneas o párrafos con una línea vertical al margen del texto.

Realce: se utiliza un código personal, es decir, palabras, asteriscos, gráficos, etc.

Al aplicar cualquiera de estas formas de subrayado, algunos lectores tienden a cometer ciertos errores. Las equivocaciones más comunes en el uso del subrayado son, en primera instancia, subrayar antes de ejercer una lectura completa del texto, es decir, aplicar señales sin antes haber leído o comprendido cada uno de los apartados del documento. También se suele remarcar demasiado (las señales en exceso pueden dificultar la comprensión del lector). Asimismo, es frecuente que los lectores subrayen palabras que no tienen relación con el tema.

EJEMPLO

Una cosa particularmente importante es que los cambios científicos no tienen por qué estar motivados por experimentos o solamente estar referidos a lo que Quine llamó en la última etapa de su filosofía «gama de estímulos».

En efecto, cuando Galileo descubrió los satélites de Júpiter, las fases de Venus o la montaña de la Luna, tales hallazgos tenían un referente empírico directo. Lo mismo sucede con el pasmoso descubrimiento de los microorganismos hecho por Leeuwenhoeck con su microscopio. Sin embargo, la geometría curva de Riemann, la relatividad y los *quanta* no se relacionan directamente con experimentos u observaciones. La búsqueda de lo nuevo no se asocia necesariamente con la evidencia empírica directa y tanto el ejemplo de la relatividad como el de la mecánica cuántica implican descubrimientos de índole teórica que modifican drásticamente nuestra imagen del mundo. Lo que sí es esencial para entender la dinámica de la ciencia es que esta consiste en sobrepasar sus propios límites de modo frecuente insospechado: la falibilidad y perfectibilidad de la ciencia deben asumirse con la mayor radicalidad. *****La ciencia, en tanto que empresa del descubrimiento (según la feliz fórmula de Edward Wilson), se puede definir como una búsqueda incesante de lo nuevo.*****

Subrayado
lineal

Subrayado
lateral

Realce

EL SUMILLADO

La elaboración de sumillas es un mecanismo útil para la comprensión lectora. Consiste en que el lector exprese con sus propias palabras la idea o ideas principales de una determinada sección del texto. Es decir, implica que aquel realice un parafraseo. Esta paráfrasis es escrita por el lector a manera de nota al margen del texto, al mismo nivel de la sección leída.

Para realizar el sumillado correctamente es recomendable seguir los siguientes pasos: a) leer todo el texto propuesto; b) releer y subrayar las ideas más importantes de cada párrafo; c) aplicar las macrorreglas: supresión, generalización, construcción; y d) revisar y comparar las sumillas con el texto original.

EJEMPLO

Un nuevo tratamiento con láser para el cáncer de próstata en sus primeras etapas fue puesto a prueba con éxito en Europa. **Cirujanos** describieron este procedimiento, que destruye los tumores con **rayos láser** y una **droga** hecha con una **bacteria** que habita en el **fondo marino**, como «verdaderamente transformador». Los ensayos, en los que participaron 413 hombres, mostraron que en cerca de la mitad de los pacientes no quedaron restos de cáncer.

El problema de la cirugía tradicional o la radioterapia es que provoca con frecuencia impotencia e incontinencia. Hasta 9 de cada 10 hombres desarrollan problemas de erección y hasta un quinto manifiesta dificultades para controlar la vejiga. Por esta razón, muchos hombres, en las primeras etapas del cáncer prefieren «esperar y ver» y solo recurren al tratamiento cuando el tumor se torna agresivo. «**Esto cambia todo**», dice el profesor Mark Emberton, quien probó la técnica en el University College de Londres.

BBC Mundo (20 de diciembre de 2016). El innovador tratamiento contra el cáncer de próstata que no produce ni impotencia ni incontinencia. Recuperado y adaptado de <http://www.bbc.com/mundo/noticias/38379533>

Sumilla 1

Cirujanos señalaron un nuevo tratamiento para el cáncer de próstata en sus inicios con láser y una droga hecha con una bacteria marina.

Sumilla 2

Este nuevo tratamiento promete superar los efectos adversos de la cirugía tradicional o la radioterapia, a los que muchos hombres recurren cuando el cáncer está muy avanzado.

EJERCICIO DE APLICACIÓN

Lea el siguiente texto y aplique las estrategias señaladas anteriormente (identificación de palabras clave, subrayado y sumillado).

La tradición filosófica ha considerado a Descartes el «padre de la modernidad». En efecto, como señalan los manuales de historia de la filosofía, con él pereció la imagen del mundo creada en la Antigüedad, la que forjaron Platón y Aristóteles (y que el cristianismo medieval conservó y alimentó) y con él se alumbró un mundo nuevo –el nuestro– que surgió con el establecimiento de la ciencia moderna. Sí, la ciencia de carácter empírico-experimental que hoy todos conocemos.

Nuestro protagonista perteneció a la generación de filósofos que fundaron la nueva ciencia responsable de finiquitar el paradigma antiguo del saber. Una revolución en el conocimiento que tuvo hondísimas repercusiones culturales de las que actualmente apenas podemos hacernos una idea cabal. Descartes desempeñó un rol fundamental en este movimiento, no solo por su contribución como científico, en el sentido usual, sino también por su esfuerzo en proporcionar las bases filosóficas del nuevo saber, tanto en sus dimensiones metafísicas como en las epistemológicas.

Además de colaborar en la gestación del nuevo conocimiento, al igual que hicieron otros hombres de ciencia contemporáneos, Descartes determinó de manera explícita, a partir de un programa filosófico muy consciente, las nuevas ideas del ser y del conocimiento que iban imponiéndose. Semejante empresa fue lo que realmente elevó su obra por encima de las demás, lo que le otorgó fama imperecedera y un lugar en la historia de la filosofía y la razón por la que hoy en día sigue valiendo la pena que nos ocupemos de él.

Adaptado de: (2015) Jaume Xiol, *Un filósofo más allá de toda duda*. España: Batiscafo.

SECCIÓN B

TEXTO 1A

Siguiendo a Keynes, sostenemos que el libre mercado carece de mecanismos de autoequilibrio que lleven al empleo a su plenitud. Los economistas keynesianos justifican la intervención del Estado mediante políticas públicas orientadas a lograr el pleno empleo y la estabilidad de precios. Keynes argumentaba que una demanda general inadecuada podría dar lugar a largos períodos de alto desempleo. ¿Por qué? Porque simplemente el producto de bienes y servicios de una economía es la suma de cuatro componentes: consumo, inversión, compras del gobierno y exportaciones netas. Cualquier aumento de la demanda tiene que provenir de uno de esos cuatro componentes. Pero durante una recesión, suelen intervenir fuerzas poderosas que deprimen la demanda al caer el gasto. Por ejemplo, al caer la economía la incertidumbre a menudo erosiona la confianza de los consumidores, que reducen entonces sus gastos, especialmente en **compras discrecionales** como prendas gravosas o un automóvil. Esa reducción del gasto de consumo puede llevar a las empresas a invertir menos, como respuesta a una menor demanda de sus productos. Así, la tarea de hacer crecer el producto recae en el Estado. Así, en consonancia con la teoría keynesiana, debemos asumir que la intervención estatal es necesaria para moderar los auges y caídas de la actividad económica, es decir, el ciclo económico.

Sarwat, J., Mahmud, A. S., y Papageorgiou, C. (2014). «¿Qué es la economía keynesiana?». En *Finanzas & Desarrollo*. Recuperado de <https://www.imf.org/external/pubs/ft/fandd/spa/2014/09/pdf/basics.pdf>. (Adaptación)

TEXTO 1B

En Hayek, la distinción, en el terreno económico, es entre un sistema donde la actividad económica de los hombres está sometida al control del Estado y un sistema de competencia en donde el individuo es libre, razón esencial pero no suficiente; pues también se requiere que el Estado deje en total libertad las fuerzas económicas. Porque cuando el Estado deja de intervenir en la economía, el hombre casi mágicamente es capaz de satisfacer sus necesidades, siempre y cuando concurra libremente, en su papel de consumidor, al mercado libre. Lo que no ocurre en una sociedad donde el Estado interviene. Así, pues, tenemos que aceptar que cuando el Estado interviene da dirección colectiva y consciente a las fuerzas sociales; consecuentemente, lo que hace es reemplazar el mecanismo impersonal y anónimo del mercado porque no permite desarrollar la capacidad socialmente mal distribuida, lo cual resulta a todas luces negativo para el ejercicio de la libertad de forma plena. Por ende, sostenemos que existe en todos los individuos la misma potencialidad de satisfacer necesidades accediendo al mercado, aunque se sostenga que en esta propuesta se olvida no solo la diferencia de posibilidades de acceso al mercado que existe entre las clases sociales; sino, además, la distancia que separa y enfrenta a distintos estamentos dentro de una misma clase. Por consiguiente, el intervencionismo estatal debe ser desechado como posibilidad.

Cardoso, H. (2006). «El origen del neoliberalismo: tres perspectivas». En *Espacios Públicos*. 18 (9). Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=67601812>. (Adaptación)

1. El tema central que articula la discusión entre ambos textos es
- A) los efectos de la intervención del Estado en las fuerzas económicas.
 - B) los riesgos del intervencionismo estatal en las fuerzas económicas.
 - C) la relevancia del intervencionismo estatal en el impulso económico.
 - D) las causas que determinan la reducción de los gastos de consumo.
 - E) los factores que determinan el alza y baja de los gastos de consumo.

Solución:

Ambos textos tienen como tema articulador la presencia del Estado como regulador de las fuerzas económicas. Para Keynes esta intervención es fundamental, mientras que para Hayek es nociva para el desarrollo del libre mercado.

Rpta.: A

2. Según la teoría keynesiana, si la intervención estatal no fuera decisiva para moderar el ciclo económico, posiblemente,
- A) los economistas keynesianos detentarían el poder estatal indefinidamente.
 - B) los consumidores estarían impedidos de realizar compras discrecionales.
 - C) el Estado entraría inevitablemente en una fase de prosperidad económica.
 - D) los consumidores y las empresas replegarían sus gastos e inversiones.
 - E) aumentarían sostenidamente los índices de pobreza entre la población.

Solución:

Según la teoría keynesiana, la intervención estatal es necesaria para moderar los auges y caídas de la actividad económica (ciclo económico); de no poder atender esta situación, la reducción del gasto de consumo podría llevar a las empresas a invertir menos frente a una menor demanda de sus productos en el mercado.

Rpta.: D

3. En el texto 2B, el significado de COMPRAS DISCRECIONALES se refiere de forma específica a

A) oferta y demanda. B) bienes suntuarios. C) bienes y servicios.
D) bienes secundarios. E) bienes normales.

Solución:

La frase COMPRAS DISCRECIONALES se relaciona con las compras de bienes que se separan de artículos de primera necesidad.

Rpta.: B

4. De los argumentos expuestos en el texto 2A sobre la intervención del Estado en la economía, es incompatible sostener que, durante una recesión,

A) se reducen todos los gastos de consumo, especialmente, en compras discrecionales.
B) la reducción del gasto de consumo puede llevar a las empresas a invertir mucho menos dinero.
C) suelen intervenir fuerzas poderosas que deprimen el consumo al reducirse el gasto público.
D) la incertidumbre a menudo erosiona la confianza de los consumidores al caer la economía.
E) la tarea del Estado es desaparecer el producto como respuesta a una menor demanda.

Solución:

Este enunciado es incompatible, ya que, como explica la teoría keynesiana, la tarea del Estado es hacer crecer el producto tras la caída de los gastos de consumo e inversión.

Rpta.: E

5. Se infiere del texto 2B que, con la intervención del Estado en la dirección colectiva y consciente a las fuerzas sociales,

A) surgiría una impresión falaz de capacidad de consumo en toda la sociedad.
B) surgiría una falsa impresión de equilibrio económico en los sectores sociales.
C) los consumidores podrían llegar a satisfacer sus necesidades de consumo.
D) se estrecharían las distancias que separa y enfrenta a distintos estamentos.
E) se agravarían las brechas sociales, limitando con ello el acceso al consumo.

Solución:

Cuando el Estado interviene, da dirección colectiva y consciente a las fuerzas sociales; consecuentemente, lo que hace es reemplazar el mecanismo impersonal y anónimo del mercado porque no permite desarrollar la capacidad socialmente mal distribuida, desde la perspectiva de las estructuras clasistas humanas de satisfacer sus necesidades. Por ende, parecería que existe en todos los individuos la misma potencialidad de satisfacer necesidades accediendo al mercado.

Rpta.: A

TEXTO 2

Últimamente, en los medios de comunicación vemos que se utilizan las denominaciones de «migrante» o «refugiado» de manera indistinta, cuando dichas denominaciones guardan grandes diferencias legales que se basan en la situación en la que hayan dejado sus países. En efecto, el Alto Comisionado de las Naciones Unidas para los Refugiados (ACNUR) distingue a los «migrantes económicos» de los «refugiados» de la siguiente manera: «para un “refugiado”, las condiciones económicas del país de asilo son menos importantes que su seguridad». Para la Organización Mundial para la Migración, por su parte, no existe una definición internacional de «migrante». La Organización de las Naciones Unidas, no obstante, lo define como un «individuo que ha residido en un país extranjero durante más de un año independientemente de las causas, ya sean voluntarias o involuntarias, y de los medios para lograrlo, regulares o irregulares».

De acuerdo con el artículo 13 de la Ley sobre Refugiados, Protección Complementaria y Asilo Político de los Estados Unidos Mexicanos: «la condición de refugiado se reconocerá a todo extranjero que se encuentre en territorio nacional, bajo alguno de los siguientes supuestos: 1. Debido a fundados temores de ser perseguido por motivos de raza, religión, nacionalidad, género, pertenencia a determinado grupo social u opiniones políticas. 2. Que ha huido de su país de origen, porque su vida, seguridad o libertad han sido amenazadas por violencia generalizada, agresión extranjera, conflictos internos, violación masiva de los derechos humanos u otras circunstancias que hayan perturbado gravemente el orden público. 3. Que debido a circunstancias que hayan surgido en su país de origen o como resultado de actividades realizadas, durante su estancia en territorio nacional, tenga **fundados** temores de ser perseguido a su regreso». La forma más común de distinguir a un «refugiado» de un «migrante» es a partir de los motivos por los cuales dejaron sus países. Mientras un migrante tiene «opciones», un refugiado sale de su país pues ya no tiene ninguna opción para sobrevivir en él, de manera que es pertinente la distinción.



Díaz, P. (15 de setiembre de 2015). «¿Cuál es la diferencia legal entre refugiados y migrantes?». En *Nexos*. Recuperado de <https://eljuegodelacorte.nexos.com.mx/?p=4923>. (Adaptación)

1. El tema central del texto es

- A) las diferencias legales entre los refugiados y los migrantes.
- B) la definición de la ONU sobre los refugiados y los migrantes.
- C) diferencias y atencencias entre los migrantes y los refugiados.
- D) la condición legal de que gozan los migrantes y los refugiados.
- E) la clara oposición de los conceptos de migrantes y refugiados.

Solución:

El tema central estriba en identificar con precisión las diferencias legales entre migrantes y refugiados.

Rpta.: A

2. Respecto de la distinción entre refugiado y migrante, resulta incompatible afirmar que

- A) este último posee ciertas posibilidades en su país a diferencia del primero.
- B) para el marco legal mexicano existen condiciones precisas para establecerla.
- C) para el ACNUR en el caso del primero es de relevancia capital su seguridad.
- D) resulta inconducente establecerla para efectos de asilo y ayuda humanitaria.
- E) se establece de forma diferenciada de acuerdo con el marco legal de referencia.

Solución:

La distinción entre refugiado y migrante sí es relevante para ofrecer asilo humanitario, porque el primero a diferencia del segundo no tiene alternativas para mantenerse en su país de forma segura.

Rpta.: D

3. En el segundo párrafo, el término FUNDADOS connota

- A) caución.
- B) principio.
- C) facultad.
- D) presunción.
- E) certeza.

Solución:

En el texto FUNDADOS se vincula con el término CERTEZA ya que el refugiado tiene la seguridad que su vida corre riesgo en el lugar del que migra.

Rpta.: E

4. Sobre la chuleta representada en la caricatura, se infiere que

- A) es el refugiado solicitando asilo tras el temor de ser «devorado» por los agentes de riesgo en su país.
- B) es el migrante solicitando asilo en los tribunales estadounidenses por el temor a ser devorado.
- C) simboliza la condición del migrante escudándose en la justicia extranjera para soslayar su ilegalidad.
- D) representa la inseguridad de los refugiados y el buen recaudo que les brinda la justicia extranjera.
- E) muestra el grado de abandono de los refugiados frente a la indolencia de las autoridades extranjeras.

Solución:

Se puede inferir que la chuleta es el refugiado solicitando asilo frente los tribunales norteamericanos; los riesgos que corre en su lugar de origen son simbolizados por un cardumen de pirañas.

Rpta.: A

5. Si el desplazamiento de individuos se definiera de manera excluyente por el riesgo de situaciones o hechos que perjudiquen su integridad, entonces,
- A) los organismos internacionales tendrían más diligencia en diseñar un marco legal que los incluya en guetos.
 - B) tales movilizaciones serían categorizadas como poblaciones de refugiados, cuantitativamente numerosas.
 - C) se acentuarían las diferencias que separan jurídica y conceptualmente a los migrantes y refugiados.
 - D) las políticas migratorias del país anfitrión serían menos receptivas frente a la población de refugiados.
 - E) las políticas internacionales de asistencia humanitaria redoblarían esfuerzos para bloquear esta contingencia.

Solución:

Si los migrantes no tuvieran otras «opciones» que determinen su desplazamiento más que el temor por su seguridad, estos serían clasificados como refugiados por los organismos internacionales.

Rpta.: B**READING 3**

According to the U. S. Centers for Disease Control and Prevention, more than 80 million American adults are chronically sleep deprived, meaning they sleep less than the recommended minimum of seven hours a night. Insomnia is by far the most common problem, the main reason 4 percent of U. S. adults take sleeping pills in any given month. Insomniacs generally take longer to fall asleep, wake up for prolonged periods during the night, or both. If sleep is such an **omnipresent** natural phenomenon, refined across the eons, you might wonder, why do so many of us have such trouble with it? Blame evolution; blame the modern world. Or blame the mismatch between the two.

Retrieved from <https://www.nationalgeographic.com/magazine/2018/08/science-of-sleep/>

1. What is the main idea of the reading?
- A) Insomnia is the most common kind of sleep privation in U. S. adults.
 - B) American adults have many problems to sleep seven hours a night.
 - C) A huge population in America have insomnia and take pills regularly.
 - D) Sleeping is a natural phenomenon affected by evolution and modernity.
 - E) Insomniacs are U. S. people who have problems to sleep seven hours.

Solution:

According to the text, there are many kinds of problems to sleep and Insomnia is the typical kind of sleep privation.

Key: A

2. The word OMNIPRESENT means
- A) incredible. B) normal. C) strange. D) global. E) bizarre.

Solution:

The meaning of omnipresent is universal, global, ubiquitous.

Key: D

3. According to the information about insomniacs, it is consistent to argue that
- A) they are more than 4 percent of the total population living in America.
 - B) they are all studied by the U.S. Centers for Disease Control and Prevention.
 - C) they are the American people who blame evolution and the modern world.
 - D) their problems are all solved by taking sleeping pills before they go to sleep.
 - E) they try to overcome their sleeping privation problems by taking pills.

Solution:

The texts says that the 4 percent of people take pills because they suffer from insomnia. In consequence, they are trying to solve that problem by taking pills.

Key: E

4. We can infer from the information given by U. S. Centers for Disease Control and Prevention that
- A) is necessary to take some pills to fight against the symptoms of insomnia.
 - B) at least more than 40 million American adults suffer from insomnia.
 - C) is useful to people who wants to know how to sleep healthy at night.
 - D) we need to consider sleeping as a natural phenomenon across the eons.
 - E) American adults sleep less than the recommended seven hours a night.

Solution:

The text says that insomnia is by far, the most common problem of sleep privation. As a result, at least more than the half part of U.S. adult studied must have that sleep problem.

Key: B

5. If we consider a person as sleep deprived when he sleeps less than eight hours a night instead of seven,
- A) most of sleep deprived people wouldn't need to take any pills to sleep enough.
 - B) American adults would have enough reasons to blame evolution and modernity.
 - C) the U.S. Centers for Disease Control and Prevention would need to disprove that.
 - D) insomnia would not be considered as the principal reason why people can't sleep.
 - E) the number of American adults chronically sleep deprived would probably increase.

Solution:

The study considers people who sleeps less than seven hours a night. We would need to add people who sleeps less than eight hours.

Key: E

READING 4

Sharon Lauricella, professor of social sciences and humanities at the University of Ontario Institute of Technology, researched how 18 to 24-year-olds in academia use email and text in communication with faculty members. She found that students identify e-mail as formal, and a way of communicating that recognizes status and seniority.

"E-mail is the preferable medium of communication in relationships where one person is more **senior** to the other, such as student and faculty, while text or social media channels are preferred when the relationship is more intimate," she says.

Text messaging is, by its very nature, more personal. You need to have the other person's mobile number –or their WhatsApp handle, or Facebook Messenger name– to even initiate the conversation. In most cases they will have chosen to share this with you.

Retrieved from <http://www.bbc.com/capital/story/20180802-why-we-hate-using-email-but-love-sending-texts>

1. What is the central topic of the reading?

- A) The personal nature of e-mail in contrast to the origin of texting
- B) An investigation from Sharon Laurella helped by her students
- C) A research about the use young people give to e-mail and text
- D) The revolution of technology in students from 18 to 24 years old
- E) Some requirements that people need to communicate by texting

Solution:

The reading shows the differences between e-mail and texting from the perspective of people from 18 to 24 years old.

Key: C

2. What is the synonym of the word SENIOR?

- A) Honorable
- B) Friendly
- C) Junior
- D) Older
- E) Strange

Solution:

"Senior" means "someone who lived more time than you": elder, older.

Key: D

3. According to e-mail as a way of communication, it is incompatible to say that

- A) you do not need to have the others person's number.
- B) it is perceived as more formal and decent than texting.
- C) it will be preferred by students who look for more privacy.
- D) is one of the possibilities students have to send messages.
- E) students will choose it to talk with someone older than they.

Solution:

E-mail is perceived as more formal than texting. In consequence, they will not choose this option when they want communicate in a more private way.

Key: C

4. We can infer from the requirements you need to start a conversation by texting that
- A) the professor Lauricella found that e-mail requirements are very similar.
 - B) are not the same in the different platforms students have to communicate.
 - C) all of them are required for both the sender and receiver in every platform.
 - D) one of them is to have the others person's name in Facebook Messenger.
 - E) just one is necessary for older people in the Faculty Lauricella teaches.

Solution:

To initiate a conversation in WhatsApp you need a mobile phone number or WhatsApp handle, and in Facebook Messenger you need a name. Thus, the requirements for the different platforms are different, too.

Key.: B

5. If one of the 18 to 24-year-olds students referred in the research considered that text messaging is as formal as e-mail, then
- A) still the perception of status related to e-mail and text found by Lauricella would be similar.
 - B) the science professor that made the research would need to change all of her conclusions.
 - C) students would probably use text and e-mail indistinctly to communicate to each other.
 - D) the different platforms that students use to send private messages would increase a lot.
 - E) more studies would be needed to understand why young people prefer to use WhatsApp.

Solution:

The students make a clear difference between the status related to email and text, so if just one student thought email and text are similar, that would not make a big difference.

Habilidad Lógico Matemática

EJERCICIOS DE CLASE

1. Un organizador de eventos está colocando banderas de dos tipos, unas rojas y otras azules, a lo largo de una línea recta. En total, colocará 20 banderas. Quiere asegurarse de que la cantidad de banderas entre dos banderas azules no sea exactamente 3. ¿Cuál es la mayor cantidad de banderas azules que puede colocar?
- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

Solución:

- 1) Si enumeramos, de izquierda a derecha las posiciones en que deben ser colocadas las banderas azules, para que su cantidad sea máxima, debe ser de la siguiente forma:
- 1; 2; 3; 4; 9; 10; 11; 12; 17; 18; 19; 20
- Por lo tanto, la cantidad máxima de banderas azules es 12.

Rpta.: C

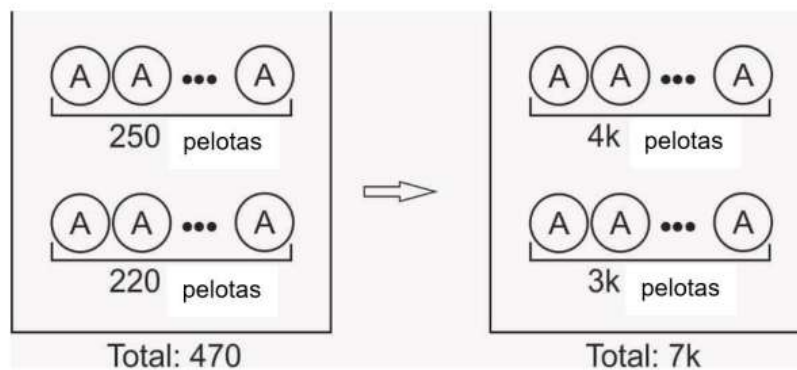
2. En el almacén de una juguetería hay 250 pelotas azules y 220 pelotas rojas guardadas en un gran contenedor. Fuera del contenedor, también hay muchas pelotas adicionales de estos mismos colores. La encargada, Ana, desea reorganizar el contenedor mediante una serie de movimientos, donde cada movimiento consiste en:

- Sacar una pelota del contenedor, o
- Agregar una pelota al contenedor.

¿Cuál es el número mínimo de movimientos necesarios, que debe realizar Ana, para lograr que en el contenedor haya 4 pelotas azules por cada 3 pelotas rojas?

- A) 30 B) 33 C) 31 D) 28 E) 27

Solución:



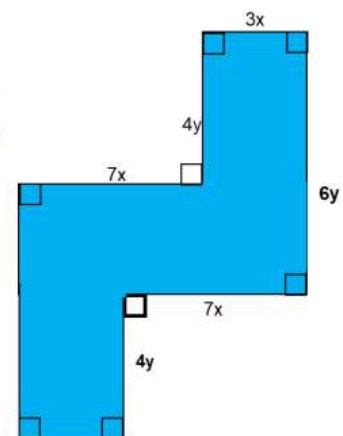
Si $k = 63$, entonces en la caja habría 252 bolitas azules (se agregan dos) y 189 bolitas rojas (se retiran 31)

Por lo tanto, se hacen 33 movimientos.

Rpta.: B

3. La figura mostrada representa el plano del nuevo centro comercial *Mall de San Juan de Lurigancho*, y está formada por líneas paralelas y perpendiculares, cuyo perímetro es 200 m. Halle el máximo valor entero que tendrá el área del terreno.

- A) 1081 m² B) 1020 m² C) 1400 m²
D) 1100 m² E) 1200 m²



Solución:

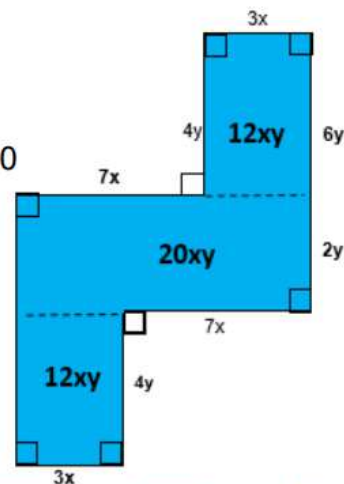
1. Dato Perímetro: $2(10x + 10y) = 200 \rightarrow x + y = 10$

2. Propiedad: $\sqrt{x \cdot y} \leq \frac{x+y}{2} = 5$

$$x \cdot y \leq 25$$

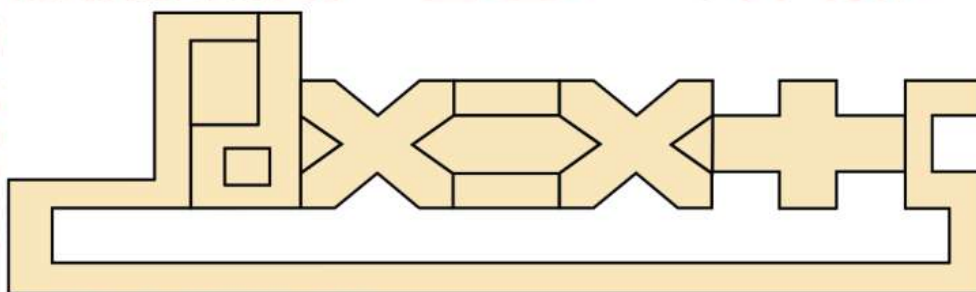
3. Área(región) = $(12xy) + (20xy) + (12xy) = 44xy \leq (44)(25) = 1100$

Por tanto, Área máxima entera = 1100 m^2

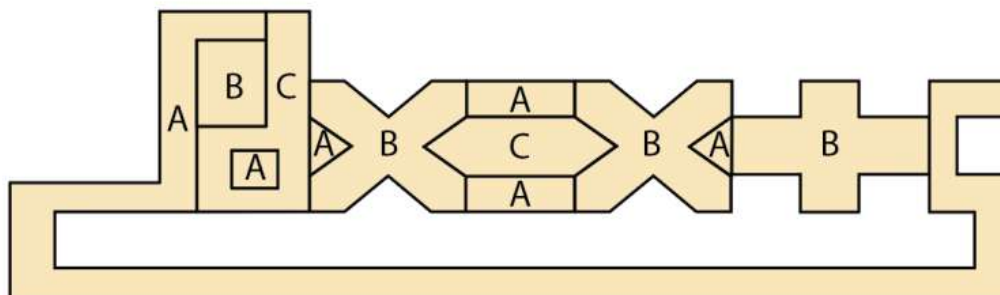


Rpta.: D

4. A solicitud del matemático Hernán, un carpintero elaboró un objeto plano de madera con la forma de una ecuación, tal como se muestra en la figura. Si Hernán le pide al carpintero que pinte con colores la estructura, de modo que dos regiones simples con un lado (o parte de un lado) común no deben tener el mismo color (colores iguales sí pueden compartir la misma esquina), ¿con cuántos colores diferentes, como mínimo, podrá pintar el objeto plano el carpintero?



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Solución:

Rpta.: C

5. En un club de lectura con 100 miembros, se analizaron sus preferencias por diferentes géneros literarios. Los resultados mostraron que 90 personas disfrutaban de novelas de misterio, 85 prefieren novelas románticas, 80 se inclinan por la ciencia ficción y 70 disfrutaban de la fantasía. ¿Cuál es el número mínimo posible de miembros que disfrutaban de los cuatro géneros literarios?

A) 12 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

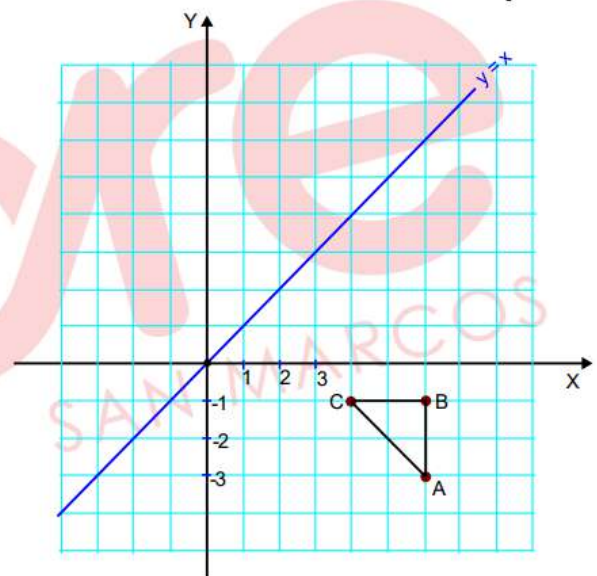
Solución:

- 1) Se puede asegurar que al menos $85 - (100 - 90) = 75$ prefieren los dos primeros géneros literarios.
- 2) Que $80 - (100 - 75) = 55$ prefieren los tres primeros géneros literarios.
- 3) Por lo tanto, al menos $70 - (100 - 55) = 25$ prefieren los 4 géneros literarios.

Rpta.: E

6. La cuadrícula mostrada representa el plano coordenado XY en el cual está representado un triángulo ABC (donde cada cuadradito equivale a una unidad). Determine la suma de los números que representan las ordenadas de los vértices del triángulo A'B'C' simétrico respecto de la recta $y = x$, recta que también es llamada, la diagonal del plano.

A) 9 B) 15 C) 11
D) 10 E) 16



Solución:

Sabemos que si $P(a, b) \rightarrow P'(b, a)$

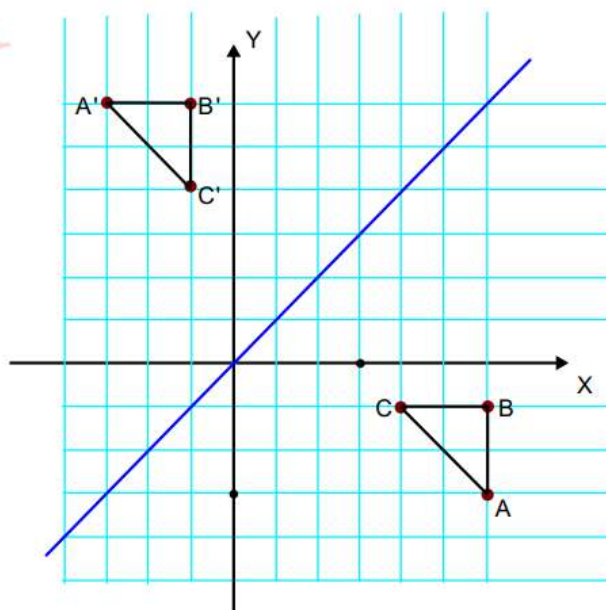
$$A(6, -3) \rightarrow A'(-3, 6)$$

$$B(6, -1) \rightarrow B'(-1, 6)$$

$$C(4, -1) \rightarrow C'(-1, 4)$$

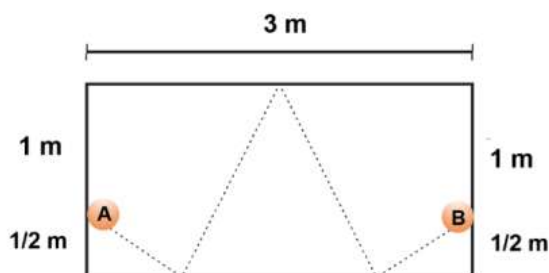
Suma de las ordenadas:

$$6 + 6 + 4 = 16$$



Rpta.: E

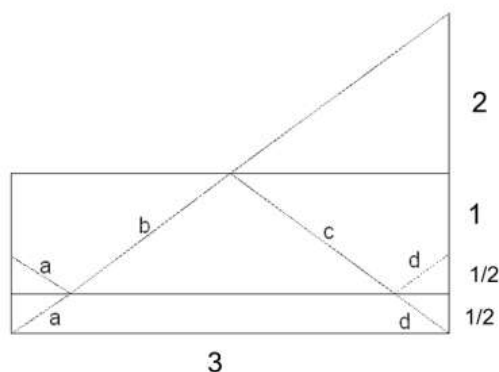
7. Doña Elena es una diseñadora de interiores y ha construido una sala de juegos personalizada para su hija, Valeria, una destacada joven campeona de billar. En el centro de la sala, Doña Elena ha colocado una mesa de billar única que diseñó pensando en los gustos de Valeria. Durante una reunión familiar, Valeria decide mostrar sus habilidades en un desafío. En el desafío, Valeria golpea la bola A con la intención de que toque la bola B, pero antes debe tocar tres bandas, tal como se ilustra en el esquema de la mesa. Valeria sabe que para lograr este recorrido debe calcular cuidadosamente el ángulo de impacto inicial y tener en cuenta el recorrido óptimo. ¿Cuál es el recorrido mínimo que realiza la bola A para alcanzar la bola B tras tocar tres bandas?



- A) 12 m B) 10 m C) 9 m
D) 5 m E) 4 m

Solución

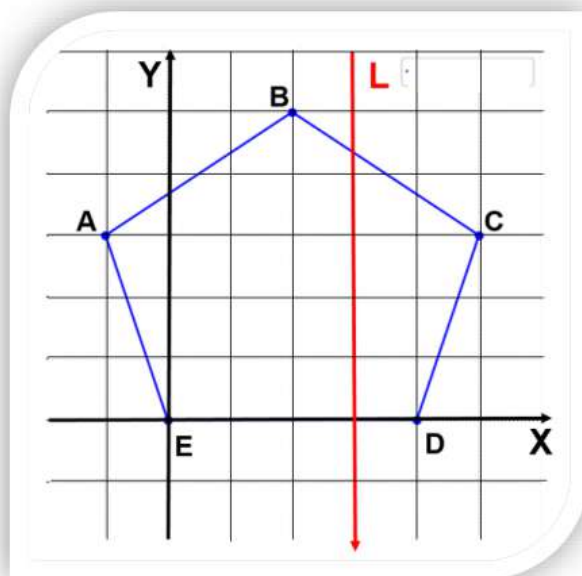
Se pide: $x = a + b + c + d$ por Pitágoras: $X^2 = 3^2 + 4^2 = 5^2$



Rpta: D

8. Micaela ha dibujado en una hoja cuadriculada (donde cada cuadradito equivale a una unidad), dos rectas perpendiculares (ejes coordenados), el pentágono ABCDE y la recta L paralela al eje Y como se muestra en la figura. A este pentágono, le aplica una simetría respecto a la recta L. Si la hoja la usa como un plano coordenado, ¿cuál es la suma de los números que forman las abscisas de los vértices del pentágono simétrico?

- A) 12 B) 10 C) 15
D) 20 E) 25



Solución:

El pentágono original tiene vértices A(-1,3), B(2,5), C(5,3), D(4,0) y E(0,0).

El triángulo reflejado tiene vértices A'(7,3), B'(4,5), C'(1,3), D'(2,0) y E'(6,0).

Suma de abscisas: $7 + 4 + 1 + 2 + 6 = 20$

Rpta: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Usando solamente una vez cada una de las siguientes cifras 1,2,3,4,5,6,7,8,9 formar tres números de tres cifras cada uno, tal que su suma sea mínima. Dar como respuesta esta suma.

A) 643 B) 689 C) 704 D) 774 E) 865

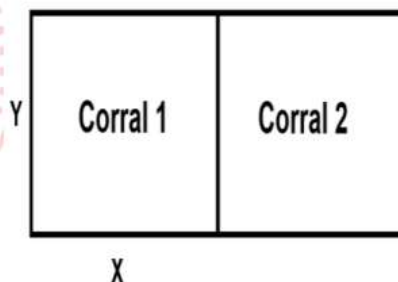
Solución:

Para que la suma sea mínima, las menores cifras deben ocupar las cifras de centenas, es decir

$$\begin{array}{r} 169 + \\ 258 \\ 347 \\ \hline 774 \end{array} \quad \text{suma mínima}$$

Rpta.: D

2. Un granjero desea cercar dos corrales rectangulares idénticos, cada uno con un área de 900 metros cuadrados como se muestra en la figura. ¿Cuáles son los valores de x e y (respectivamente en metros), de modo que se requiera la menor cantidad de metros de valla perimétrica, incluida la valla que separa ambos corrales?



A) $15\sqrt{3}$, $20\sqrt{3}$ B) $10\sqrt{3}$, $12\sqrt{3}$ C) 10, 12
D) 15, 20 E) $10\sqrt{3}$, 12

Solución:

$xy = 900$ luego $y = \frac{900}{x}$; L: Perímetro de los dos corrales

$$L = 4x + 3y = 4x + 3\left(\frac{900}{x}\right) = 4x + 3\left(\frac{900}{x}\right) - 40(3)\sqrt{3} + 40(3)\sqrt{3}$$

$$L = \left(2\sqrt{x} - \frac{10\sqrt{27}}{\sqrt{x}}\right)^2 + 40(3)\sqrt{3}$$

$$\text{Si } 2\sqrt{x} - \frac{10\sqrt{27}}{\sqrt{x}} = 0 \quad \text{luego } x = 15\sqrt{3} \text{ y } y = 20\sqrt{3}$$

$$L_{\min} = 120\sqrt{3}$$

Rpta.: A

3. En el año 2010, el precio de producción de un cajón de papaya fue de S/ 4. Si Adán vendió en ese año $(50 - x)$ cajones de papaya, donde x es el precio de venta en soles de un cajón de papaya, ¿cuál fue el precio de venta de un cajón de papaya con el cual Adán pudo obtener la máxima utilidad?

A) S/ 28 B) S/ 27 C) S/ 22 D) S/ 25 E) S/ 23

Solución:

$$U(x) = (50 - x)x - (50 - x)4 = -(x^2 - 54x + 729) + 529$$

$$U(x) = -(x - 27)^2 + 529 \text{ para que } U \text{ sea máxima } x = 27$$

∴ El precio de venta como máximo de un cajón de papaya fue S/ 27.

Rpta.: B

4. Tenemos la secuencia: 737, 147, 28, 16, 6. Se observa que, en ella, cada término es el resultado del producto de los dígitos del término anterior. El 737 origina en cuatro pasos el número 6. ¿Cuál es el menor número de tres cifras que en tres pasos origina el número 5? Dé como respuesta la suma de las cifras de dicho número.

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

Solución:

Siguiendo el razonamiento indicado se observa que

$$157 \longrightarrow 35 \longrightarrow 15 \longrightarrow 5$$

Suma de cifras 13.

Rpta.: D

5. María es una organizadora de eventos con un presupuesto de S/ 1400 para comprar decoraciones temáticas para una fiesta de fin de año. En su tienda favorita, encuentra tres tipos de artículos decorativos:

- Artículos básicos a S/ 70 cada uno.
- Artículos estándar a S/ 90 cada uno.
- Artículos premium a S/ 140 cada uno.

María decide comprar una combinación de los tres tipos de artículos, utilizando todo su presupuesto. Posteriormente, revende cada artículo obteniendo una ganancia de S/ 20 por unidad. ¿Cuál es la máxima ganancia que puede obtener María con esta inversión?

A) S/ 380 B) S/ 340 C) S/ 400 D) S/ 440 E) S/ 380

Solución:

Sean x , y , z el número de artículos de S/. 70; S/. 90 y S/. 140 respectivamente que adquiere. Para obtener la ganancia máxima debe adquirir el mayor número de artículos de S/. 70 y el menor número de los otros precios.

$$70x + 90y + 140z = 1400 \Rightarrow 7x + 9y + 14z = 140$$

$$\overset{0}{7} + 9\overset{0}{y} + \overset{0}{7} = \overset{0}{7} \Rightarrow y_{\min} = 7$$

$$z_{\min} = 1 \Rightarrow x_{\max} = 9$$

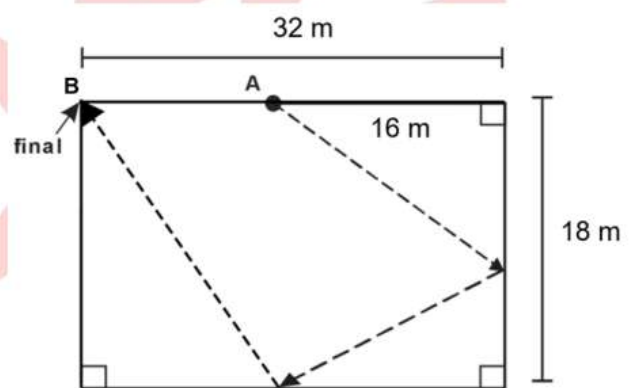
Número de prendas adquiridas: 17

Ganancia máxima: $20 \times 17 = \text{S/ } 340$

Rpta.: B

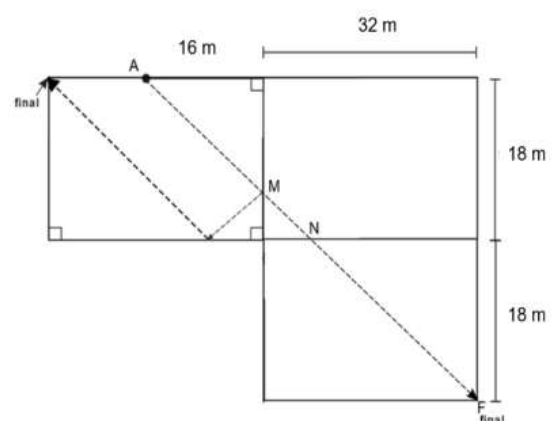
6. En la figura se muestra el plano de un parque con senderos trazados en forma rectangular. Miguel comienza su recorrido desde el punto A, donde está un kiosco, y necesita llegar al punto B, donde hay una fuente de agua. ¿Cuál es la distancia mínima que Miguel debe recorrer para llegar desde el kiosco hasta la fuente siguiendo el camino mostrado?

- A) $4\sqrt{61}$ m B) 64 m C) 60 m
D) 56 m E) 70 m

**Solución:**

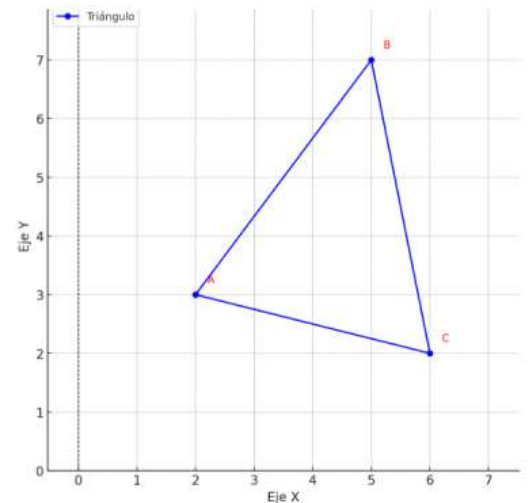
- 1) Aplicando simetría, hallaremos el recorrido mínimo:

- 2) Luego $AMND = \sqrt{48^2 + 36^2} = 60$ m



Rpta.: C

7. Se ha dibujado en una hoja cuadriculada, dos rectas perpendiculares (ejes coordenados) y el triángulo como se muestra en la figura. A este triángulo, se le aplica una simetría respecto al punto de coordenadas (4,4). Si la hoja la usa como un plano coordenado, ¿cuál es la suma de los números que forman las abscisas de los vértices del triángulo reflejado?



- A) 12 B) 10 C) 15
D) 11 E) 25

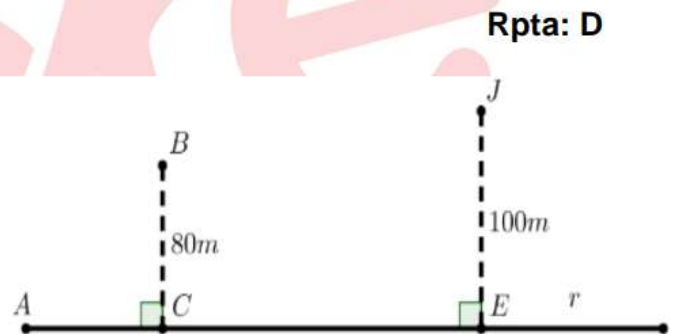
Solución:

El triángulo original tiene vértices A(2,3), B(5,7), y C(6,2).

El triángulo reflejado tiene vértices A'(6,5), B'(3,1), y C'(2,6).

Suma de abscisas: $6 + 3 + 2 = 11$

8. Juan explora los alrededores de su campamento. Después de recolectar frutas y madera, debe recoger agua del río y regresar a su tienda. En la figura representaremos a Juan con la letra J, el río con la letra r y su tienda con la letra B. La distancia entre los pies de las perpendiculares C y E, en r desde los puntos J y B es de 180m.

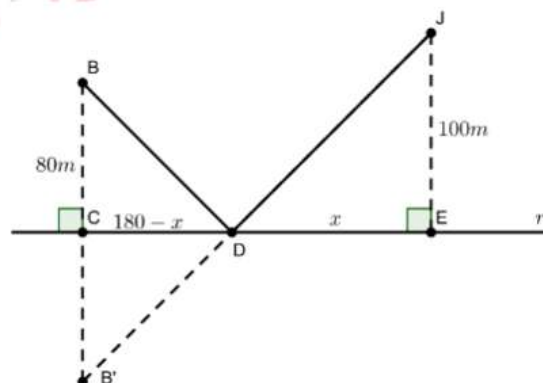


Rpta: D

¿Cuál es la distancia más corta, en metros, que puede recorrer Juan para regresar a su tienda, pasando por el río?

- A) $180\sqrt{3}$ B) $180\sqrt{2}$ C) 280 D) 260 E) $200\sqrt{2}$

Solución:



$$BD + DJ = B'D + DJ = B'J = \sqrt{180^2 + 180^2} = 180\sqrt{2}$$

Rpta.: B

Aritmética

EJERCICIOS DE CLASE

1. En una fábrica textil el trabajo de tres varones equivale al de dos mujeres y la dificultad para elaborar 4 pantalones equivale a la dificultad de elaboración de 5 camisas. Si 10 varones y 10 mujeres elaboran juntos 80 pantalones y 120 camisas en cierto tiempo, ¿en este mismo tiempo, ¿cuántas parejas mixtas son necesarias para elaborar 40 camisas y 56 pantalones, en ese mismo tiempo?

A) 3 B) 6 C) 4 D) 1 E) 5

Solución:

Eficiencia: $3V=2M$ $3V = 2A \rightarrow V = 2a, M = 3a$, Dificultad: $4p = 5c \rightarrow p = 5b, c = 4b$

$$\frac{\# \text{ Obreros(eficiencia)}}{\text{Obra(dificultad)}} = \text{Constante}$$

$$\frac{10(2a) + 10(3a)}{80(5b) + 120(4b)} = \frac{x(2a) + x(3a)}{56(5b) + 40(4b)}$$

$$\frac{50a}{880b} = \frac{x5a}{440b} \rightarrow x = 5 \text{ parejas}$$

$\therefore$ Son necesarias 5 parejas mixtas

Rpta.: E

2. Los agricultores Arnold y Ben van a sembrar sus terrenos de 20 y 30 hectáreas respectivamente. Al terminar el sembrado de los $\frac{3}{5}$ de cada terreno, contratan un peón y, a partir de ahí, los tres trabajan lo que falta en partes iguales. Si el peón por el trabajo les cobró 1000 soles entre ambos agricultores, ¿cuánto soles más pagará Ben que Arnold?

A) 500 B) 700 C) 600 D) 585 E) 650

Solución:

A Arnold le falta sembrar 8 hectáreas y a Ben, 12 hectáreas; luego cada uno trabaja $\frac{20}{3}$ hectáreas. Arnold debe pagar por $\frac{4}{3}$ hectáreas y Ben por $\frac{16}{3}$:

$$\frac{A}{4} = \frac{B}{16} = k$$

$$A + B = 1000 \Rightarrow A = 200, B = 800 \quad \therefore B \text{ pagará 600 soles más}$$

Rpta.: C

3. Pablo desea repartir cierta cantidad de dinero, en soles, a sus tres hijas: Ana, Betty y Camila. Al restar 40 soles a dicha cantidad, las partes que le correspondería a cada hija resultarían directamente proporcionales a 3, 4 y 5 respectivamente; pero, si añade 100 soles, las partes que le correspondería a cada hija serían inversamente proporcionales a 2, 3 y 12 respectivamente. Si el reparto se hizo como el segundo caso y Betty recibió 80 soles más de lo que hubiera recibido en el primero, ¿cuál fue la cantidad total, en soles, repartida?
- A) 980 B) 1100 C) 1220 D) 1340 E) 1460

Solución:

$$12p = x - 40, \quad \frac{11}{12}q = x + 100, \quad \frac{1}{3}q - 4p = 80$$
$$\Rightarrow p = 80 \rightarrow x = 12(80) + 40 = 1000$$

∴ cantidad repartida: 1100

Rpta.: B

4. En la fabricación de un polo deportivo, su precio es fijado según el costo del metro de tela por mayor y el tiempo que se demora en el acabado. El precio de estos polos está en relación directamente proporcional con los precios de la tela y del tiempo que se demora en el acabado. El mes anterior, el precio del polo fue 40 soles; el precio del metro de tela por mayor, 30 soles y la demora en el acabado, 20 minutos. Si para el siguiente mes el precio del metro de la tela subirá en 10 soles y la demora en el acabado será de 24 minutos, ¿qué precio se tendrá que poner a los nuevos polos?
- A) 60 B) 64 C) 52 D) 48 E) 68

Solución:

$$k = \frac{P}{P_T \times T_A}$$

$$\frac{40}{30 \times 20} = \frac{x}{40 \times 24} \Rightarrow x = 64$$

Rpta.: B

5. En un taller de metalmecánica, Pascual observa un sistema de engranajes en el que una rueda M de 90 dientes está engranada con una rueda N de 36 dientes; además, en el mismo eje de la rueda N se encuentra una rueda P de 120 dientes que, a su vez, engrana con una rueda Q de 20 dientes. Si la rueda M realiza 240 vueltas, en un tiempo determinado, ¿cuántas vueltas habrá dado la rueda Q?
- A) 3600 B) 3400 C) 3450 D) 3700 E) 3550

Solución:

$$240(90) = V_N(36) \rightarrow V_N = 600, \quad V_N = V_P, \quad V_P(120) = V_Q(20),$$
$$\therefore V_Q = 3600$$

Rpta.: A

6. Abel inicia un negocio con 16 000 soles. A los tres meses de iniciado el negocio, admite a Bruno como socio, quien aporta 10 000 soles y, meses después de la fecha que ingresó Bruno, admite a Carlos como socio, quien aporta 4000 soles. Si al finalizar el negocio, este se liquidó y el 70 % de la utilidad total la obtuvo Abel; además la utilidad de Carlos representa el 20 % de la obtenida por Bruno, ¿cuántos meses más estuvo en el negocio Bruno respecto a Carlos?
- A) 1 B) 4 C) 3 D) 2 E) 5

Solución:

$$k = \frac{\text{Ganancia}}{\text{Aporte} \times \text{Tiempo}}$$

$$\frac{70}{(16000)(t+a+3)} = \frac{25}{(10000)(t+a)} = \frac{5}{(4000)(a)} \Rightarrow t=2, a=2 \therefore 2 \text{ meses más}$$

Rpta.: D

7. Un cuartel tiene provisiones suficientes para alimentar a 1600 soldados durante 30 días, consumiendo cada uno tres raciones diarias. Sin embargo, al día 24, llegará un contingente adicional de 200 soldados y, desde el día siguiente, todos reducirán su consumo a dos raciones diarias. ¿Cuántos días les faltarán alimentos?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Solución:

$$k = \frac{(\# \text{ Soldados}) \times (\# \text{ Días}) \times (\# \text{ Raciones})}{(\text{Cantidad a consumir})}$$

$$\frac{1600(24)(3)}{\frac{4}{5}} = \frac{1800(x)(2)}{\frac{1}{5}} \Rightarrow x=8 \therefore \text{les faltara para 2 días}$$

Rpta.: B

8. Un pintor de brocha gorda se compromete a pintar un edificio en 24 días. Después de 6 días, para terminar el trabajo en menos tiempo, contrata a un ayudante de igual rendimiento que él, y los dos juntos continúan con el trabajo. Determine en cuántos días culminarán el trabajo.

- A) 16 B) 9 C) 12 D) 18 E) 15

Solución:

Obrero	Tiempo	Obra
1	24	1
1	6	1/4
2	x	3/4

$$\frac{1 \times 24}{1} = \frac{2 \times x}{3/4} \rightarrow x=9 \therefore \text{culminaran en 15 días}$$

Rpta.: E

9. Cierta cantidad de obreros fueron contratados para hacer una obra en cierto tiempo, faltando 10 días renuncian 8 obreros y 6 días después se contrata un grupo de obreros, pero con el doble de eficiencia de los anteriores, logrando juntos terminar la obra en el plazo fijado. ¿Cuántos obreros de doble eficiencia fueron contratados?

A) 8 B) 10 C) 7 D) 16 E) 9

Solución:

n = número de obreros contratados de doble eficiencia.

Obreros	Días	Obra
X	t	1
X	t-10	a
x-8	6	b
x-8+2n	4	c

$$\frac{xt}{1} = \frac{x(t-10)}{a} = \frac{(x-8)6}{b} = \frac{(x-8+2n)4}{c}$$

$$\therefore n = 10$$

Rpta.: B

10. Cuarenta obreros se comprometen a realizar una obra en 10 días. Después de 4 días de trabajo renuncian 10, y los que quedaron siguieron trabajando por x días más. Como había un retraso en el trabajo, se contrata 10 obreros adicionales, con doble eficiencia que los primeros, y se termina la obra en el plazo establecido. ¿Cuántos días trabajaron estos últimos obreros?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 1

Solución:

Obreros	Días	Obra
40	10	1
40	4	2/5
30	x	P1
50	6-x	P2

} $3/5$

$$\frac{40 \cdot 10}{1} = \frac{30x}{P_1} = \frac{50(6-x)}{P_2}$$

$$\rightarrow 400 = \frac{30x + 50(6-x)}{\frac{3}{5}}$$

$$\therefore x = 3$$

$$\text{Luego } 6 - 3 = 3$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Adolfo compra, en una maderera, una viga de cedro, luego pide que lo corten en 7 partes iguales, y por el servicio de corte pagó 14 soles. Si dicha viga se hubiera cortado en 10 partes iguales, ¿cuántos soles hubiera pagado Adolfo por el servicio de corte?

A) 21 B) 24 C) 18 D) 20 E) 16

Solución:

$$k = \frac{(\# \text{ Cortes})}{(\text{Pago})}$$

$$\frac{6}{14} = \frac{9}{x} \quad \therefore x = 21 \text{ soles}$$

Rpta.: A

2. El costo de alquiler de un automóvil está dado por un costo fijo más un costo directamente proporcional con el kilometraje recorrido. Si por 320 Km de recorrido se pagó 180 soles, y por 400 Km de recorrido el costo total es de 220 soles, ¿cuál es el costo total del alquiler por 540 Km?

A) 240 soles B) 190 soles C) 290 soles
D) 330 soles E) 310 soles

Solución:

$$\text{Costo Total} = C_F + k(Km)$$

$$180 = C_F + k(320)$$

$$220 = C_F + k(400) \Rightarrow C_F = 20, k = 1/2 \quad \therefore \text{Costo Total} = 20 + \frac{1}{2}(540) = 290$$

Rpta.: C

3. El peso que pierde un metal durante el proceso de fundición es DP a la raíz cuadrada de la temperatura que se emplea en la fundición. Al fundir un lingote de oro de cierto peso a una temperatura de 324 °C se obtiene 1800 gramos, pero si la temperatura fuese de 400 °C se perderían 80 gramos. ¿A qué temperatura se deberá fundirlo para obtener, al final, 1812 gramos?

A) 512 °C B) 225 °C C) 324 °C D) 121 °C E) 144 °C

Solución:

$$k = \frac{\text{Peso pierde}}{\sqrt{\text{Temperatura}}}$$

$$\frac{x - 1800}{\sqrt{324}} = \frac{80}{\sqrt{400}} \Rightarrow x = 1872$$

$$\frac{60}{\sqrt{T}} = \frac{80}{\sqrt{400}} \quad \therefore T = 225 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Rpta.: B

4. Manuel reparte una cantidad de dinero a sus tres hijos en forma proporcional a sus edades resultando que Bruno recibe el doble de Arnold; pero si la repartición de la misma cantidad la hubiera hecho cuatro años antes, Bruno hubiese recibido el triple de Arnold, resultando la misma cantidad lo correspondiente a César. ¿Cuántos años tiene César?
- A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20

Solución:

Edades: a, b y c

i. $\frac{P}{a} = \frac{2P}{b} = \frac{L}{c}$

ii. $\frac{Q}{a-4} = \frac{3Q}{b-4} = \frac{L}{c-4}$

iii. $3P + L = 4Q + L$

De i: $b = 2a$, de ii: $b - 4 = 3(a - 4) \rightarrow a = 8, b = 16$ Sustituyendo en i. y ii, luego dividiendo respectivamente: $\frac{P}{2Q} = \frac{c-4}{c}$, pero $\frac{P}{Q} = \frac{4}{3}$, de donde se obtiene $c=12$ **Rpta.: B**

5. Un carpintero dispone de número determinado de días para fabricar un lote de muebles idénticos. Si fabrica 10 muebles, le faltarían 4 días para completar estos, pero si fabrica solo 7 muebles le sobrarían 2 días. ¿Cuál es el máximo número de muebles que puede fabricar en el tiempo disponible?
- A) 4 B) 7 C) 6 D) 9 E) 8

Solución:

N° de muebles	días
10	$t + 4$
7	$t - 2$
x	t

$$\frac{t+4}{10} = \frac{t-2}{7} = \frac{t}{x} \rightarrow t = 16, x = 8$$

Rpta.: E

6. Andrés y Bernardo hicieron una obra en 20 días. Si Andrés hizo $\frac{3}{7}$ de la obra en cierta cantidad de días y Bernardo con doble de eficiencia que Andrés hizo el resto, ¿cuántos días trabajó Bernardo?
- A) 8 B) 3 C) 6 D) 5 E) 11

Solución:

Eficiencia	Días	Obra
1	x	3
2	$20 - x$	4

$$\frac{x}{3} = \frac{2(20-x)}{4}$$

$$\therefore x = 12 \rightarrow 20 - x = 8$$

Rpta.: A

7. Una obra fue planificada para ser realizada en 24 días con 10 obreros trabajando a razón de 8 horas por día, pero cuando ya habían realizado la cuarta parte de la obra, se les comunica que la obra aumentará en un 50% de lo que inicialmente se había planificado. Si el tiempo de culminación no se altera, ¿cuántos obreros igual de eficientes que los anteriores se deben contratar, para que desde ese instante todos trabajen a razón de 4 horas diarias para culminar en el plazo establecido?

A) 2 B) 5 C) 10 D) 3 E) 8

Solución:

$$\frac{(\text{días})(h/d)(\text{obreros})}{(\text{Obra})} = k$$

$$\frac{8(8)(12)}{\frac{2}{3}} = \frac{16(4)(12+x)}{\frac{5}{6}} \quad \therefore x = 3 \text{ obreros}$$

Rpta.: D

8. Cuatro hermanos, cuyas edades son M años para el mayor y 15, 12 y 10 años para los otros tres, se reparten cierta cantidad de dinero en forma IP a sus edades. Si el mayor de los hermanos tuviera 9 años menos y el menor 5 años más, y el reparto se hubiera realizado de manera DP a las edades de los cuatro hermanos, entonces al mayor le correspondería 1600 soles, que es el doble de lo que le recibió en el reparto anterior. Determine la cantidad total de dinero repartido.

A) 4800 B) 5200 C) 5700 D) 6000 E) 5800

Solución:

IP: Cantidad	Edad	DP: Cantidad	Edad
800	M	1600	$M - 9$
x	15	$15k$	15
y	12	$12k$	12
z	10	$15k$	15

$$\left(\frac{1}{M} + \frac{1}{4}\right)q = (M - 9 + 42)k,$$

$$\frac{1}{M}q = 800 = \frac{M-9}{2}k \Rightarrow M = 25, k = 100$$

$\therefore$ 5800 cantidad repartida

Rpta.: E

9. Un grupo de 24 obreros, de igual rendimiento, pueden construir un tanque de forma cilíndrica en 12 días trabajando 6 horas diarias. Al cabo de 6 días de iniciada la obra, se les indica que el diámetro del tanque debe ser el doble de longitud que la que estaban construyendo, motivo por el cual se contratan 9 obreros de doble rendimiento que los anteriores. Si la jornada diaria aumentó en 2 horas, ¿cuántos días duró toda la obra?

A) 24 B) 27 C) 25 D) 21 E) 30

Solución:

Obreros	días	horas/diarias	obras
24	12	6	1
24	6	6	1/2
42	x	8	7/2

$$\frac{24(6)(6)}{\frac{1}{2}} = \frac{42(x)(8)}{\frac{7}{2}} \Rightarrow x = 18 \quad \therefore 24 \text{ días}$$

Rpta.: A

10. Una cuadrilla de 200 obreros puede hacer una obra en 30 días, otra cuadrilla con 60 obreros puede hacer la misma obra en 80 días. Si el gerente de una constructora contrata 75 obreros de la primera cuadrilla y 40 de la segunda para hacer una obra similar, ¿cuántos días se demorarán?

A) 28 B) 33 C) 42 D) 48 E) 55

Solución:

Eficiencia	Obreros	Días
a	200	30
b	60	80

$$\rightarrow \frac{a}{b} = \frac{4}{5}$$

Obreros	Días
200(4)	30
75(4) + 40(5)	x

$$\rightarrow 800.30 = 500x \rightarrow x = 48$$

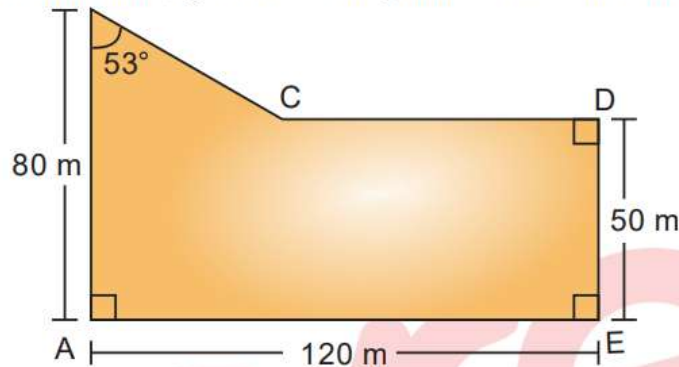
Rpta.: D

Geometría

EJERCICIOS DE CLASE

7. En la figura se muestra la vista aérea de un terreno de cultivo. Si para abonar 10 m^2 del terreno se utiliza un kilo de fertilizante, ¿cuántos kilogramos de fertilizante necesitamos para todo el terreno?

- A) 6 040 kg
B) 6 050 kg
C) 6 060 kg
D) 6 080 kg
E) 6 090 kg



Solución:

- $\triangle BFC$: notable de 37° y 53°

$$\Rightarrow FB = 3k \text{ y } FC = 4k$$

$$\Rightarrow 3k + 50 = 80$$

$$\Rightarrow k = 10$$

- $S_{ABCDE} = S_{BFC} + S_{AFDE}$

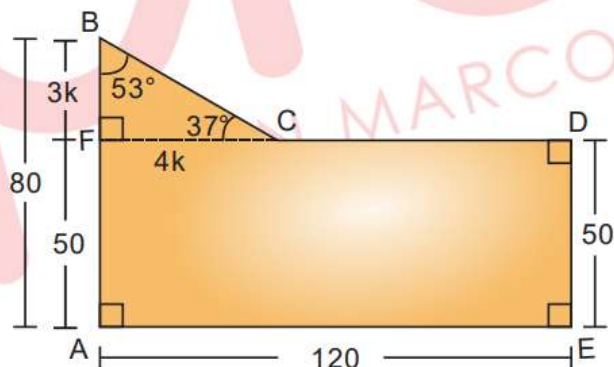
$$\Rightarrow S_{ABCDE} = \frac{30 \cdot 40}{2} + 50 \cdot 120$$

$$\Rightarrow S_{ABCDE} = 600 + 60\,000$$

$$\therefore S_{ABCDE} = 60\,600 \text{ m}^2$$

- $10 \text{ m}^2 \rightarrow 1 \text{ kg}$

$$60\,600 \text{ m}^2 \rightarrow x \quad \Rightarrow x = 6\,060 \text{ kg}$$



Rpta.: C

8. Un agricultor de la costa peruana tiene un terreno ABCD de forma cuadrada. Si en los linderos $\overline{AB}$ y $\overline{AD}$ se ubican los puntos P y Q, respectivamente, tal que $m\angle CPQ = 90^\circ$, $PA = 60 \text{ m}$ y $AQ = 40 \text{ m}$. Halle el área del terreno.

- A) 32400 m^2 B) 14400 m^2 C) 36000 m^2
D) 12500 m^2 E) 512000 m^2

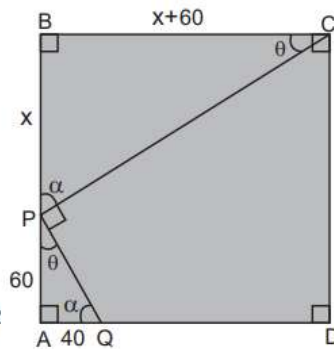
Solución:

- $\triangle PAQ \sim \triangle CBP$

$$\Rightarrow \frac{x}{40} = \frac{x+60}{60}$$

$$\Rightarrow x = 120$$

- $S_{ABCD} = 180^2$
 $\therefore S_{ABCD} = 32400 \text{ m}^2$

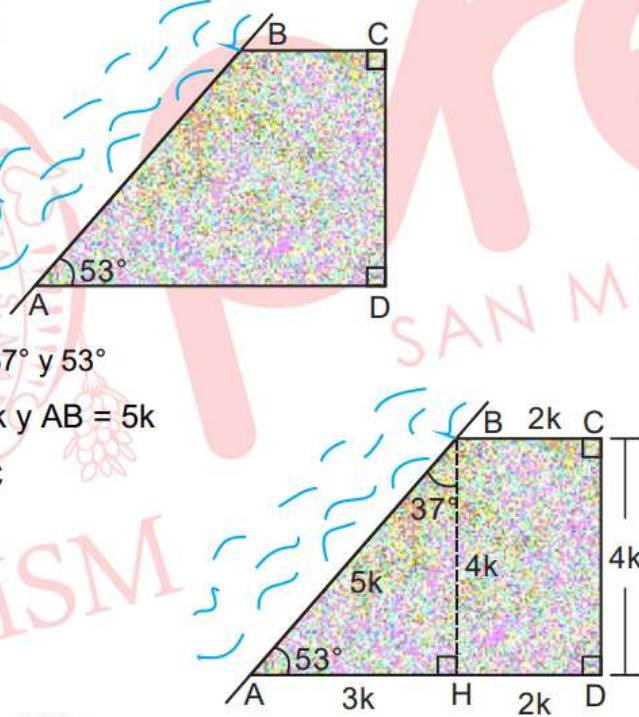
**Rpta.: A**

3. En la figura se muestra un terreno de forma trapezoidal ABCD ubicado a una ribera del río; por la crecida del caudal del río se quiere reforzar el tramo $\overline{AB}$. Si $CD = 2BC$ y el área del terreno es $5\,600 \text{ m}^2$, halle la longitud del tramo a reforzar.

- A) 50 m
 B) 70 m
 C) 80 m
 D) 100 m
 E) 120 m

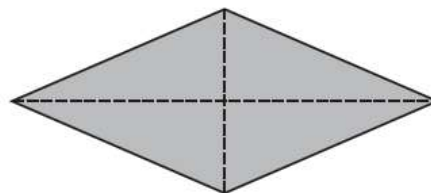
Solución:

- $\triangle BHA$: notable de 37° y 53°
 $\Rightarrow AH = 3k, BH = 4k$ y $AB = 5k$
- Por dato: $CD = 2BC$
 $\Rightarrow BC = 2k$
- $S_{ABCD} = \frac{(2k + 5k)}{2} \cdot 4k$
 $\Rightarrow (7k)(2k) = 5\,600$
 $\Rightarrow k = 20$
 $\therefore AB = 5k = 5(20) = 100 \text{ m}$

**Rpta.: D**

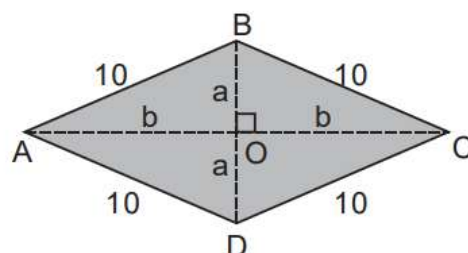
4. En la figura se muestra una plancha metálica de 40 cm de perímetro que tiene la forma de rombo. Si cortamos sobre sus diagonales, la suma de las longitudes de los cortes es $12\sqrt{5}$ cm. Halle el área de la plancha.

- A) 40 cm^2 B) 50 cm^2
 C) 60 cm^2 D) 70 cm^2
 E) 80 cm^2



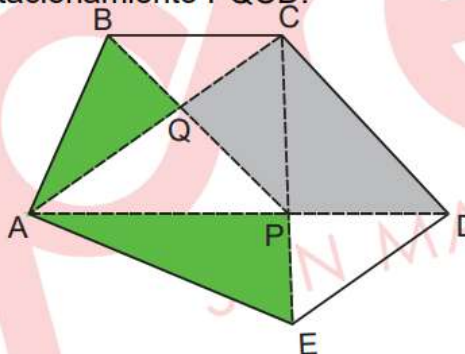
Solución:

- Por dato: ABCD es un rombo
 $\Rightarrow 2p_{ABCD} = 40 \Rightarrow AB = BC = CD = AD = 10$
- $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$: diagonales
 $\Rightarrow 2a + 2b = 12\sqrt{5} \Rightarrow a + b = 6\sqrt{5} \dots (I)$
- $\triangle AOB$: teorema de Pitágoras
 $\Rightarrow a^2 + b^2 = 10^2 \Rightarrow a^2 + b^2 = 100 \dots (II)$
- De (I) y (II): $ab = 40$
- $S_{ABCD} = \frac{(2a)(2b)}{2}$
 $S_{ABCD} = 2ab = 2(40) = 80 \text{ cm}^2$

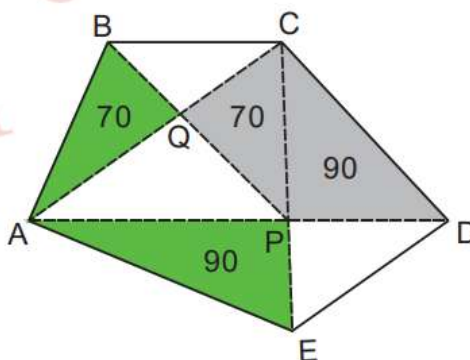
**Rpta.: E**

5. En la figura, la región pentagonal ABCDE representa el terreno de un condominio. Si $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$, $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$ y las áreas de los jardines ABQ y APE son 70 m^2 y 90 m^2 , respectivamente, halle el área del estacionamiento PQCD.

- A) 160 m^2
 B) 150 m^2
 C) 140 m^2
 D) 130 m^2
 E) 120 m^2

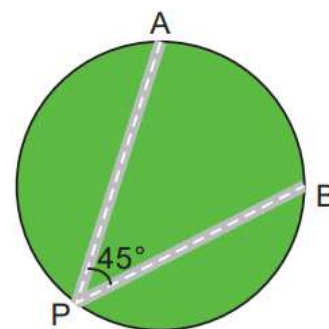
**Solución:**

- $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$: ABCP trapecio
 $\Rightarrow S_{QCP} = S_{ABQ} = 70$
- $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$: AEDC trapecio
 $\Rightarrow S_{CPD} = S_{APE} = 90$
- $S_{QCDP} = 70 + 90$
 $\Rightarrow S_{QCDP} = 160 \text{ m}^2$

**Rpta.: C**

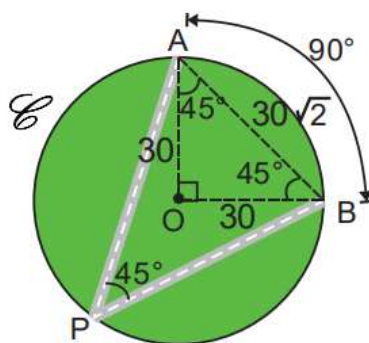
6. En la figura, el círculo representa un parque, en el que se construyen dos ciclovías $\overline{PA}$ y $\overline{PB}$. Si los extremos A y B de las ciclovías distan $30\sqrt{2} \text{ m}$, halle el área del parque.

- A) $450\pi \text{ m}^2$ B) $600\pi \text{ m}^2$
 C) $700\pi \text{ m}^2$ D) $900\pi \text{ m}^2$ E) $950\pi \text{ m}^2$



Solución:

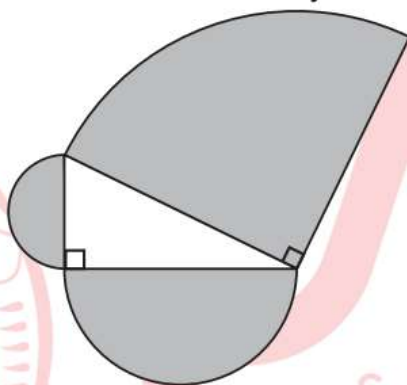
- $\angle APB$: ángulo inscrito
 $\Rightarrow m\widehat{AB} = 90^\circ$
- $\angle AOB$: ángulo central
 $\Rightarrow m\angle AOB = 90^\circ$
- $\triangle BOA$: notable de 45°
 $\Rightarrow AO = BO = 30$
- $S = \pi r^2$
 $\Rightarrow S = \pi(30)^2$
 $\therefore S = 900\pi \text{ m}^2$



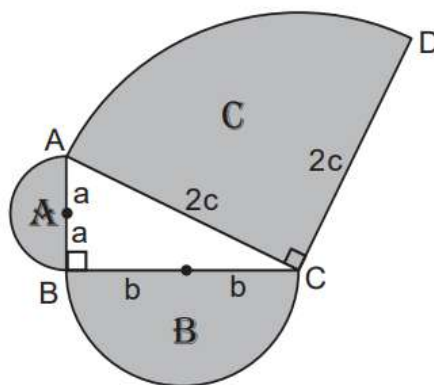
Rpta.: D

7. En la figura, los semicírculos tienen áreas 8 m^2 y 12 m^2 . Halle el área del cuadrante.

- A) 20 m^2
 B) 25 m^2
 C) 30 m^2
 D) 36 m^2
 E) 40 m^2

**Solución:**

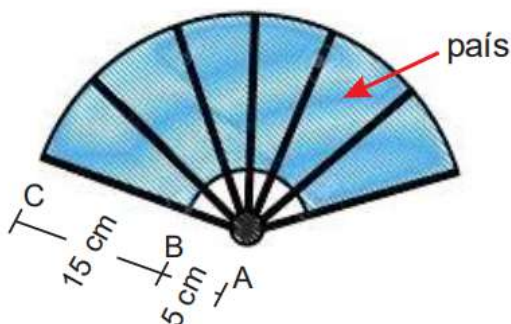
- $A = \frac{\pi \cdot a^2}{2} = 8$
 $\Rightarrow \pi \cdot a^2 = 16 \dots (I)$
- $B = \frac{\pi \cdot b^2}{2} = 12$
 $\Rightarrow \pi \cdot b^2 = 24 \dots (II)$
- $C = \frac{\pi \cdot (2c)^2}{4} = \pi c^2 \dots (III)$
- $\triangle ABC$: teorema de Pitágoras
 $\Rightarrow (2a)^2 + (2b)^2 = (2c)^2$
 $\Rightarrow a^2 + b^2 = c^2$
 $\Rightarrow \pi a^2 + \pi b^2 = \pi c^2$ (multiplicamos por π) $\dots (IV)$
- (I), (II) y (III) en (IV)
 $\Rightarrow 16 + 24 = C$
 $\therefore C = 40 \text{ m}^2$



Rpta.: E

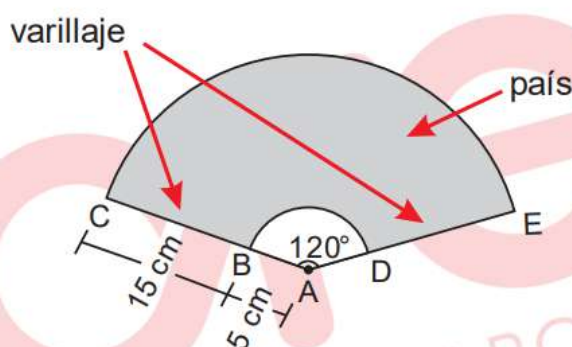
8. En la figura, se muestra un abanico. Si el país correspondiente al abanico es un trapecio circular y los varillajes más distantes forman un ángulo que mide 120° , halle el área del país.

- A) $105\pi\text{cm}^2$
 B) $110\pi\text{cm}^2$
 C) $120\pi\text{cm}^2$
 D) $125\pi\text{cm}^2$
 E) $130\pi\text{cm}^2$



Solución:

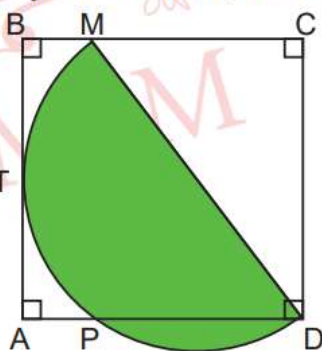
- $\overline{AC}$ y $\overline{AE}$: varillajes
 $\Rightarrow m\angle CAE = 120^\circ$
- $S = \frac{\pi(20^2 - 5^2) \cdot 120^\circ}{360^\circ}$
 $\Rightarrow S = \frac{375\pi}{3} = 125\pi\text{cm}^2$



Rpta: D

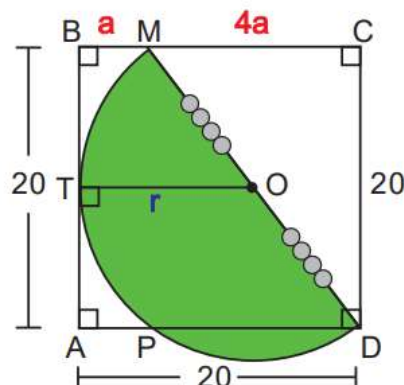
9. En la figura, el parque cuadrado ABCD tiene un área de 400 m^2 . La municipalidad quiere remodelar el parque a una de forma semicircular de diámetro $\overline{MD}$. Si T es punto de tangencia y $MC = 4BM$, halle el área del nuevo parque.

- A) $72\pi\text{ m}^2$
 B) $74\pi\text{ m}^2$
 C) $75\pi\text{ m}^2$
 D) $78\pi\text{ m}^2$
 E) $80\pi\text{ m}^2$



Solución:

- $S_{ABCD} = 400$
 $\Rightarrow AB = 20$
 Por Dato: $MC = 4BM$
 $\Rightarrow a + 4a = 20 \Rightarrow a = 4$



- ABMD: $\overline{MD}$ mediana

$$\Rightarrow r = \frac{a+20}{2} \Rightarrow r = 12$$

- $S = \frac{\pi \cdot 12^2}{2} = 72\pi \text{ m}^2$

Rpta.: A

10. En la figura, se muestra una plancha metálica que tiene la forma de un semicírculo de diámetro $\overline{AB}$, se marcan dos semicircunferencias y una circunferencia para su corte. Si todas las semicircunferencias y la circunferencia son tangentes dos a dos (Fig. 1), halle área de la plancha sobrante (Fig. 2).

A) $400\pi \text{ cm}^2$

B) $500\pi \text{ cm}^2$

C) $600\pi \text{ cm}^2$

D) $800\pi \text{ cm}^2$

E) $900\pi \text{ cm}^2$

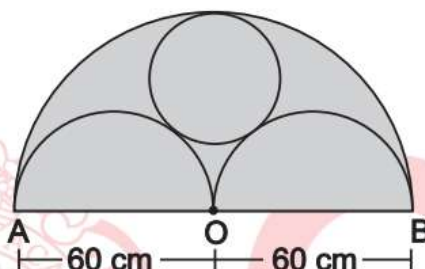


Fig. 1



Fig. 2

Solución:

- $\triangle OHQ$: teorema de Pitágoras

$$\Rightarrow 30^2 + (60 - r)^2 = (r + 30)^2$$

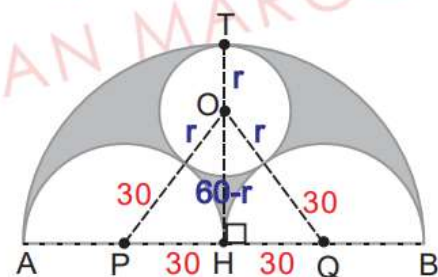
$$\Rightarrow 30^2 = (r + 30)^2 - (60 - r)^2$$

$$\Rightarrow r = 20$$

- $S = \frac{1}{2}(\pi \cdot 60^2) - 2 \left[\frac{1}{2}(\pi \cdot 30^2) \right] - \pi \cdot 20^2$

$$S = 1800\pi - 900\pi - 400\pi$$

$$S = 500\pi \text{ cm}^2$$



Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En la figura, se muestra la vista superior de dos terrenos, una forma cuadrada y otra tiene forma triangular equilátera. Si estas tienen el mismo perímetro, halle la relación entre las áreas.

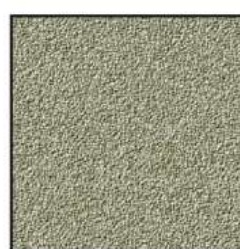
A) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

B) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

C) $\frac{3\sqrt{6}}{4}$

D) $\frac{3\sqrt{3}}{5}$

E) $\frac{\sqrt{3}}{5}$



Solución:

- Dato:

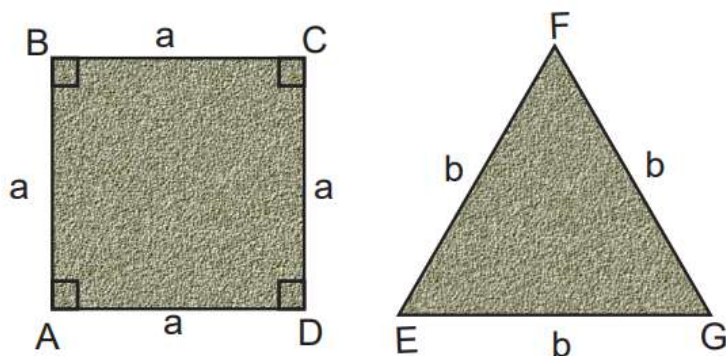
$$(2p)_{ABCD} = (2p)_{EFG} \\ \Rightarrow 4a = 3b \dots (I)$$

- Luego

$$\frac{S_{ABCD}}{S_{EFG}} = \frac{a^2}{\frac{b^2 \sqrt{3}}{4}} \dots (II)$$

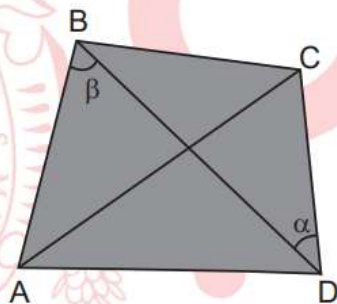
- De (I) (II)

$$\frac{S_{ABCD}}{S_{EFG}} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

**Rpta.: A**

2. En la figura, el cuadrilátero ABCD es inscriptible. Si el producto de las longitudes de sus diagonales es 40 m^2 y $\alpha + \beta = 120^\circ$, halle el área de la región cuadrangular ABCD.

- A) $8\sqrt{3} \text{ m}^2$
- B) $10\sqrt{3} \text{ m}^2$
- C) $12\sqrt{3} \text{ m}^2$
- D) $15\sqrt{3} \text{ m}^2$
- E) $18\sqrt{3} \text{ m}^2$

**Solución:**

- ABCD: inscriptible

$$\Rightarrow m\angle BAC = \alpha$$

- $\triangle ABP: \alpha + \beta + m\angle APB = 180^\circ$

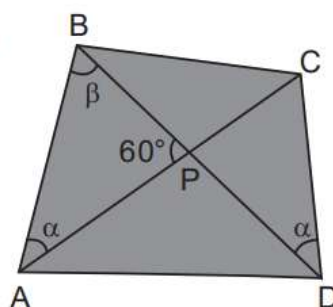
$$\Rightarrow m\angle APB = 60^\circ$$

- ABCD: cuadrilátero

$$\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{(AC)(BD)}{2} \sin(\alpha)$$

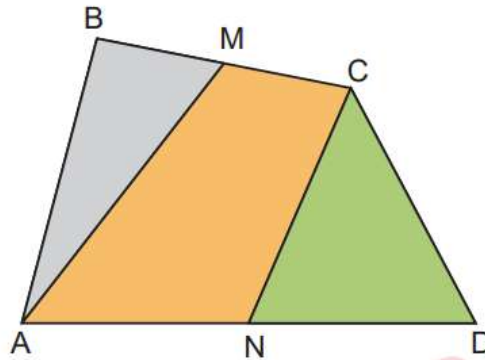
$$\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{40}{2} \cdot \sin(60^\circ)$$

$$\therefore S_{ABCD} = 10\sqrt{3} \text{ m}^2$$

**Rpta.: B**

3. En la figura, ABCD representa un terreno que es dividido en tres parcelas. Si M y N son puntos medios de los linderos $\overline{BC}$ y $\overline{AD}$, además un tractor agrícola siembra el terreno ABM en cuatro horas y el terreno NCD en seis horas, halle el tiempo que demora en sembrar el mismo tractor el terreno AMCN (considere que el tractor trabaja en todo momento con la misma eficiencia).

- A) 6 horas
B) 8 horas
C) 10 horas
D) 11 horas
E) 12 horas



Solución:

- Trazamos $\overline{AC}$:

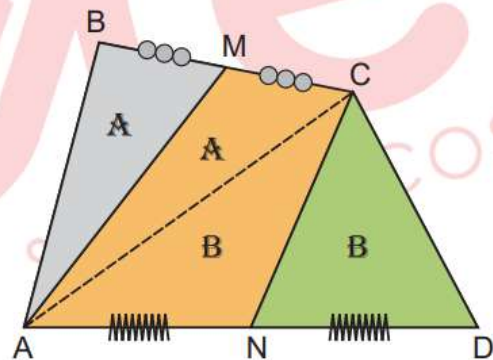
$$\Rightarrow S_{ABM} = S_{AMC} = A \text{ y } S_{ACN} = S_{NCD} = B$$

- AMCN:

$$S_{AMCN} = S_{ABM} + S_{NCD} = A + B$$

$$\Rightarrow S_{AMCN} = A + B$$

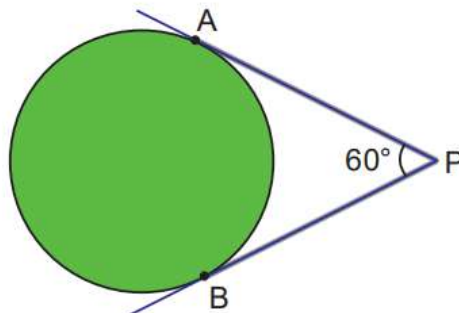
$\therefore$ El tractor demora en cultivar el terreno AMCN 10 horas



Rpta.: C

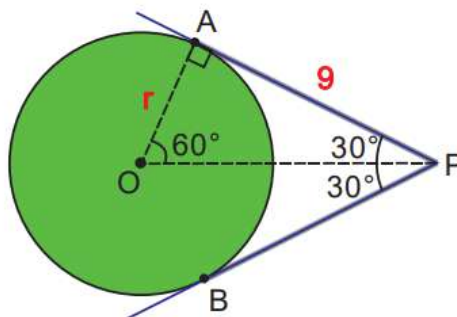
4. En la figura, $\overline{PA}$ y $\overline{PB}$ representan tuberías que alimentarán a la pileta de forma circular que tiene por base el círculo mostrado. Si A y B son puntos de tangencia y una de las tuberías mide 9 m, halle el área de terreno que ocupa la base de la pileta.

- A) $24\pi \text{ m}^2$
B) $27\pi \text{ m}^2$
C) $30\pi \text{ m}^2$
D) $32\pi \text{ m}^2$
E) $33\pi \text{ m}^2$



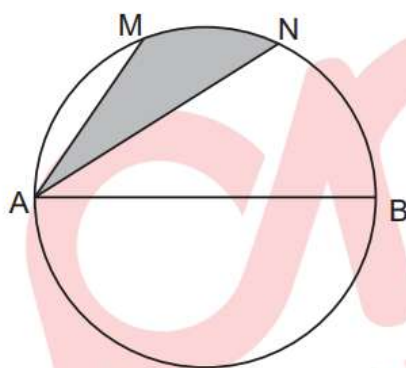
Solución:

- Trazamos $\overline{OP}$
- $\Rightarrow m\angle APO = m\angle BPO = 30^\circ$
- $\triangle OAP$: notable de 30° y 60°
- $\Rightarrow r = 3\sqrt{3}$
- $S = \pi \cdot (3\sqrt{3})^2$
- $\therefore S = 27\pi \text{ m}^2$

**Rpta.: B**

5. En la figura, el diámetro $\overline{AB}$ mide 6 m. Si la $m\widehat{AM} = 80^\circ$ y $m\widehat{MN} = 20^\circ$, halle el área de la región sombreada.

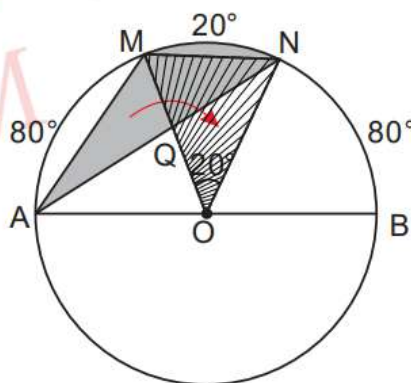
- A) $\frac{\pi}{4} \text{ m}^2$ D) $\frac{\pi}{6} \text{ m}^2$
 B) $\frac{\pi}{2} \text{ m}^2$ E) $\frac{\pi}{3} \text{ m}^2$
 C) $\frac{\pi}{5} \text{ m}^2$

**Solución:**

- $\overline{AB}$ diámetro:
 $\Rightarrow m\widehat{NB} = 80^\circ$
 $\Rightarrow \overline{MN} \parallel \overline{AB}$
- AMNO: trapecio
 $\Rightarrow S_{AMQ} = S_{OQN}$
- sector circular MON

$$S = \frac{(\pi \cdot 3^2) \cdot 20^\circ}{360^\circ}$$

$$S = \frac{\pi}{2} \text{ m}^2$$

**Rpta.: B**

Álgebra

ECUACIONES BICUADRADAS

ECUACIONES DE GRADO SUPERIOR

En general las ecuaciones de grado superior son de la siguiente forma:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 \text{ con } a_n \neq 0, n \in \mathbb{N} \text{ y } n \geq 2 \dots (I)$$

con $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0 \in K$ donde $K = \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R} \text{ o } \mathbb{C}$

Por ejemplo, algunas ecuaciones polinómicas son:

- $2x^3 + x^2 - 20 = 0$
- $x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 7x - 12 = 0$
- $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$
- $x^3 + 8 = 0$

TEOREMA DE CARDANO Y VIETA

Sea la ecuación (I), con «n» soluciones $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$; entonces se cumple:

$$\begin{aligned} i) \quad x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n &= -\frac{a_{n-1}}{a_n} \\ ii) \quad x_1 x_2 + x_1 x_3 + \dots + x_{n-1} x_n &= \frac{a_{n-2}}{a_n} \\ iii) \quad x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_4 + \dots + x_{n-2} x_{n-1} x_n &= -\frac{a_{n-3}}{a_n} \\ &\vdots \\ n) \quad x_1 x_2 \dots x_{n-1} x_n &= (-1)^n \frac{a_0}{a_n} \end{aligned}$$

Observaciones

- 1) Si la ecuación (I) tiene coeficientes reales, las soluciones complejas no reales se presentan por pares conjugados.
- 2) Si la ecuación (I) tiene coeficientes racionales, las soluciones irracionales de la forma $a + b\sqrt{r}$ se presentan por pares conjugados.
- 3) Para resolver la ecuación (I), generalmente se utiliza algún método de factorización.
- 4) Dos soluciones de una ecuación son simétricas si su suma es cero.
- 5) Dos soluciones de una ecuación son recíprocas si su producto es uno.

Ejemplo 1

Halle el conjunto solución de la ecuación $x^3 - 2x - 4 = 0$.

Solución:

$$x^3 - 2x - 4 = 0$$

Se observa que «2» verifica la ecuación pues $2^3 - 2(2) - 4 = 0$.

Aplicando el método de Ruffini, resulta

$$\begin{array}{c|ccc|c} 2 & 1 & 0 & -2 & -4 \\ & \downarrow & 2 & 4 & 4 \\ \hline & 1 & 2 & 2 & 0 \end{array}$$

$$\rightarrow (x-2)(x^2+2x+2)=0 \rightarrow x=2 \vee (x^2+2x+2=0)$$

$$x=2 \vee x=\frac{-2 \pm \sqrt{2^2-4(1)(2)}}{2(1)}$$

$$\therefore C.S. = \{-1-i; 2; -1+i\}$$

Ejemplo 2

Si r, s y t son las soluciones de la ecuación $3x^3 - 7x + 9 = 0$, halle el valor de

$$M = \frac{1}{r^2} + \frac{1}{s^2} + \frac{1}{t^2} + (3rst)^{-1}.$$

Solución:

Por el Teorema de Cardano y Vieta:

$$i) r + s + t = 0$$

$$ii) rs + rt + st = -\frac{7}{3}$$

$$iii) rst = -3$$

Elevando al cuadrado cada miembro de ii):

$$(rs)^2 + (rt)^2 + (st)^2 + 2((rs)(rt) + (rs)(st) + (rt)(st)) = \frac{49}{9}$$

$$\rightarrow (rs)^2 + (rt)^2 + (st)^2 = \frac{49}{9} \dots (1)$$

De M dado, obtenemos:

$$M = \frac{1}{r^2} + \frac{1}{s^2} + \frac{1}{t^2} + (3rst)^{-1} = \frac{(st)^2 + (rt)^2 + (rs)^2}{(rst)^2} + \frac{1}{3rst}$$

Reemplazando iii) y (1) en M :

$$M = \frac{\frac{49}{9}}{9} + \frac{1}{3(-3)} = \frac{49}{81} - \frac{1}{9} = \frac{40}{81}.$$

ECUACIÓN BICUADRADA**Forma general**

$$\boxed{ax^4 + bx^2 + c = 0, a \neq 0} \dots (II)$$

Esta ecuación tiene soluciones de la forma: $\alpha, -\alpha, \beta$ y $-\beta$; y se resuelve en forma similar a una ecuación de segundo grado.

Por el teorema de Cardano y Vieta se obtiene:

$$1) \alpha + (-\alpha) + \beta + (-\beta) = 0$$

$$2) \alpha^2 + \beta^2 = -\frac{b}{a}$$

$$3) \alpha^2 \cdot \beta^2 = \frac{c}{a}$$

Ejemplo 3

Halle el conjunto solución de $x^4 - 11x^2 + 24 = 0$.

Solución:

Factorizando por aspa simple

$$\begin{array}{ccccc} x^4 & - & 11x^2 & + & 24 & = & 0 \\ \downarrow & & \nearrow & & \downarrow & & \\ x^2 & & & & -8 & & \\ x^2 & & & & -3 & & \end{array}$$

Luego sigue:

$$(x^2 - 8)(x^2 - 3) = 0$$

$$\rightarrow (x - \sqrt{8})(x + \sqrt{8})(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0$$

$$\therefore C.S. = \{-\sqrt{8}; \sqrt{8}; \sqrt{3}; -\sqrt{3}\}.$$

Ejemplo 4

Dada la ecuación bicuadrada $x^4 - mx^2 + 9 = 0$ en la variable x , tal que sus soluciones se encuentran en progresión aritmética y $m > 0$, halle el valor de « m ».

Solución:

Sean sus soluciones en progresión aritmética: $\alpha - 3r, \alpha - r, \alpha + r, \alpha + 3r$.

Por las propiedades de la ecuación bicuadrada:

$$\alpha - 3r + \alpha - r + \alpha + r + \alpha + 3r = 0 \rightarrow 4\alpha = 0 \rightarrow \alpha = 0$$

Luego las soluciones son: $-3r, -r, r, 3r$.

También se cumple:

$$i) (3r)^2 + r^2 = m \rightarrow 10r^2 = m \rightarrow r^2 = \frac{m}{10}$$

$$ii) (3r)^2 r^2 = 9 \rightarrow 9r^4 = 9 \\ \rightarrow r^2 = 1$$

Reemplazando i) en ii):

$$1 = \frac{m}{10}$$

$$\therefore m = 10.$$

ECUACIONES BINÓMICAS

Son aquellas ecuaciones polinomiales que solamente tienen dos términos.

Forma general

$$ax^n + b = 0; a \neq 0, b \neq 0$$

Ejemplo 5

Halle el conjunto solución de la ecuación $x^4 - 64 = 0$.

Solución:

Factorizando: $(x^2 + 8)(x^2 - 8) = 0$

$$\rightarrow (x + 2\sqrt{2}i)(x - 2\sqrt{2}i)(x + 2\sqrt{2})(x - 2\sqrt{2}) = 0$$

$$\therefore C.S. = \{-2\sqrt{2}i; 2\sqrt{2}i; -2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}\}.$$

ECUACIONES CON RADICALES EN $\mathbb{R}$

Son aquellas ecuaciones que tienen la variable afectada por un radical.
Por ejemplo, algunas ecuaciones con radicales son:

- $\sqrt{x-5} = 3$
- $\sqrt{x+3} - \sqrt{x-7} = 1$
- $\sqrt[3]{x^2+x-6} = 2$
- $\sqrt[3]{x-1} + \sqrt[3]{x+2} = 1$

Propiedades

$$1) \sqrt{p(x)} \geq 0 \Leftrightarrow p(x) \geq 0.$$

$$2) \sqrt{p(x)} = 0 \Leftrightarrow p(x) = 0.$$

Veamos la siguiente ecuación:

$$\sqrt[n]{p(x)} = q(x); n \in \mathbb{Z}^+ \text{ par } \dots (*)$$

Procedimiento para resolver (*):

1º Existencia:

$p(x) \geq 0$, se resuelve y se obtiene el conjunto solución U_1 .

$q(x) \geq 0$, se resuelve y se obtiene el conjunto solución U_2 .

2º Resolución

Resolvemos la ecuación $p(x) = [q(x)]^n$ y se obtiene el conjunto solución U_3 .

Luego el conjunto solución (C.S.) de (*) es $U_1 \cap U_2 \cap U_3$, es decir, $C.S. = U_1 \cap U_2 \cap U_3$.

Observaciones

1) De manera análoga al procedimiento anterior se resuelve una ecuación en la que aparecen varios radicales de índice par.

2) Para resolver la ecuación

$$\sqrt[n]{p(x)} = q(x); n \in \mathbb{Z}^+ \text{ impar } \dots (**),$$

se procede como en 2º, obteniéndose el conjunto U_3 y el conjunto solución estará formado por aquellos elementos de U_3 que verifiquen (**).

Ejemplo 6

Resuelva la ecuación, $\sqrt{x+3} - \sqrt{x-5} = 2$.

Solución:

$$\sqrt{x+3} = 2 + \sqrt{x-5} \dots (1)$$

i) Existencia: $x \geq -3 \wedge x \geq 5 \rightarrow x \geq 5$

ii) Elevando al cuadrado cada miembro en(1), resulta

$$x+3 = 4 + 4\sqrt{x-5} + x-5 \rightarrow 4 = 4\sqrt{x-5}$$

$$\rightarrow 1 = \sqrt{x-5} \dots (2)$$

Elevando al cuadrado cada miembro de (2):

$$\rightarrow 1 = x-5 \rightarrow x = 6$$

De i) y ii) se tiene C.S. = {6}.

Ejemplo 7

Resuelva la ecuación, $\sqrt[3]{x-4} = 2 - \sqrt[3]{2x}$.

Solución:

$$\sqrt[3]{x-4} = 2 - \sqrt[3]{2x} \rightarrow \sqrt[3]{x-4} + \sqrt[3]{2x} = 2 \dots (*)$$

Elevando al cubo cada miembro de (*):

$$x-4 + 2x + 3(\sqrt[3]{x-4})(\sqrt[3]{2x})\left(\frac{\sqrt[3]{x-4} + \sqrt[3]{2x}}{2}\right) = 8$$

$$3x + 3(\sqrt[3]{x-4})(\sqrt[3]{2x})(2) = 12$$

$$x + 2(\sqrt[3]{x-4})(\sqrt[3]{2x}) = 4$$

$$2(\sqrt[3]{x-4})(\sqrt[3]{2x}) = 4 - x \dots (**)$$

Elevando al cubo cada miembro de (**):

$$8(x-4)(2x) = (4-x)^3$$

$$16x(x-4) - (4-x)^3 = 0$$

$$16x(x-4) + (x-4)^3 = 0$$

$$(x-4)[16x + (x-4)^2] = 0$$

$$(x-4)[16x + (x^2 - 8x + 16)] = 0$$

$$(x-4)(x^2 + 8x + 16) = 0$$

$$(x-4)(x+4)^2 = 0$$

$$\rightarrow (x=4 \vee x=-4)$$

Reemplazando en (*):

- Si $x = 4$: $\sqrt[3]{0} + \sqrt[3]{8} = 2$ (Cumple (*))
 - Si $x = -4$: $\sqrt[3]{-8} + \sqrt[3]{-8} = -2 - 2 = -4$ (No cumple (*))
- $\therefore \text{C.S.} = \{4\}$.

ECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

Recordando la definición de valor absoluto para $x \in \mathbb{R}$:

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

Propiedades

$$1. |p(x)| = 0 \Leftrightarrow p(x) = 0$$

$$2. |-p(x)| = |p(x)| \vee |p(x)|^2 = (p(x))^2$$

$$3. |p(x) \cdot q(x)| = |p(x)| \cdot |q(x)|$$

$$4. |p(x)| = q(x) \Leftrightarrow [q(x) \geq 0 \wedge (p(x) = q(x) \vee p(x) = -q(x))]$$

$$5. |p(x)| = |q(x)| \Leftrightarrow [p(x) = q(x) \vee p(x) = -q(x)]$$

$$6. |p(x)| + |q(x)| = 0 \Leftrightarrow [p(x) = 0 \wedge q(x) = 0]$$

Ejemplo 7

Halle el producto de las soluciones de la ecuación $x^2 = 3|x + 2| - 4x$.

Solución:

$$x^2 + 4x = 3|x + 2| \rightarrow x^2 + 4x + 4 = 3|x + 2| + 4$$

$$\rightarrow |x + 2|^2 - 3|x + 2| - 4 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \nearrow & \downarrow \\ |x + 2| & & -4 \\ |x + 2| & & +1 \end{array}$$

$$\rightarrow (|x + 2| - 4) \underbrace{(|x + 2| + 1)}_{>0} = 0$$

$$\rightarrow |x + 2| = 4 \rightarrow (x = 2 \vee x = -6)$$

$\therefore$ El producto de las soluciones es $(2)(-6) = -12$.

EJERCICIOS DE CLASE

1. Si 2 es una solución de la ecuación $x^3 + 2mx^2 + 3x - m = 0$, halle la suma de sus otras soluciones.

A) -8 B) 4 C) -6 D) 2 E) 0

Solución:

1. Como 2 es solución de la ecuación dada, entonces se verifica que:

$$(2)^3 + 2m(2)^2 + 3(2) - m = 0$$

$$8 + 8m + 6 - m = 0$$

$$m = -2$$

2. Reemplazando en la ecuación $x^3 - 4x^2 + 3x + 2 = 0$. Consideremos las soluciones $2, r$ y s , por el teorema de Cardano:

$$2 + r + s = -\frac{-4}{1} = 4 \rightarrow r + s = 2$$

$\therefore$ La suma de sus otras soluciones es 2.

Rpta.: D

2. Si m es una solución de la ecuación $x^3 - 5x^2 - 9x - 1 = 0$, halle el valor de $T = \frac{m^3 + m - 1}{m^2 + 2m}$.

A) -1 B) 0 C) 2 D) -3 E) 5

Solución:

1. Como m es solución de la ecuación $x^3 - 5x^2 - 9x - 1 = 0$ entonces verifica:

$$m^3 - 5m^2 - 9m - 1 = 0$$

$$m^3 + m - 1 - 5m^2 - 9m - m = 0$$

$$m^3 + m - 1 = 5m^2 + 10m = 5(m^2 + 2m)$$

$$\frac{m^3 + m - 1}{m^2 + 2m} = 5$$

2. $T = \frac{m^3 + m - 1}{m^2 + 2m}$

$$\therefore T = 5.$$

Rpta.: E

3. Juan está ahorrando para comprar un auto, inicialmente tiene x^3 miles de dólares, $x \in \mathbb{Z}$. Él realiza un negocio por el que recibe $2x^2$ miles de dólares, aún así le faltan 3000 dólares para comprar el auto. Si el precio del auto es $16x$ miles de dólares, ¿cuánto cuesta el auto, en dólares?

A) 9000 B) 36 000 C) 48 000 D) 72 000 E) 81 000

Solución:

1. Consideremos los montos de dinero en miles de dólares, se tiene:

$$x^3 + 2x^2 - 16x = -3 \rightarrow x^3 + 2x^2 - 16x + 3 = 0$$

Factorizando por divisores binómicos y aplicando Ruffini

1	2	-16	3
3	3	15	-3
1	5	-1	0

$$(x - 3)(x^2 + 5x - 1) = 0 \rightarrow x = 3$$

2. El auto cuesta $(16x)$ miles de dólares

$$16(3) = 48$$

$\therefore$ El auto cuesta 48 000 dólares.

Rpta.: C

4. Una librería tenía x^4 miles de libros en inventario; de los cuales vendió $8x^2$ miles de libros. Al final, le quedaron 9000 libros. ¿Cuántos libros vendió en total?

A) 16 000 B) 32 000 C) 72 000 D) 24 000 E) 36 000

Solución:

- 1) Consideremos las cantidades de libros en miles, se tiene:

$$x^4 - 8x^2 = 9$$

$$x^4 - 8x^2 - 9 = 0$$

$$\downarrow \qquad \qquad \downarrow$$

$$x^2 \qquad - 9$$

$$x^2 \qquad + 1$$

$$(x^2 - 9)(x^2 + 1) = 0 \rightarrow x^2 = 9$$

- 2) Vendió
- $8x^2$
- miles de libros

$$8(9) = 72$$

$\therefore$ Vendió 72 mil libros.

Rpta.: C

5. Dada la familia de ecuaciones
- $x^4 + (m - 3)x^3 + 4x^2 - 16 = 0$
- ,
- $m \in \mathbb{R}$
- , determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- i) Es una ecuación bicuadrada para $m = 3$.
 ii) 2 es una solución cuando $m = 1$.
 iii) Si $m = 3$, la ecuación tiene soluciones enteras.

A) VVV B) FFV C) VVF D) VFF E) VFV

Solución:

- 1) Para
- $m = 3$
- , la ecuación es
- $x^4 + 4x^2 - 16 = 0$
- . Por la forma, es una ecuación bicuadrada (i) V

- 2) Para
- $m = 1$
- , la ecuación es
- $x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 16 = 0$
- .

Reemplazando $x = 2$, $(2)^4 - 2(2)^3 + 4(2)^2 - 16 = 0$. $x = 2$ es solución de la ecuación.

(ii) V

- 3) Para
- $m = 3$
- , la ecuación es
- $x^4 + 4x^2 - 16 = 0$
- .

Haciendo el cambio de variable $y = x^2$ se tiene $\underbrace{y^2 + 4y - 16 = 0}_{\Delta=80}$

Como el $\Delta = 80$ no tiene raíz cuadrada entera, la ecuación no tiene soluciones enteras.

(iii) F

$\therefore$ VVF.

Rpta.: C

6. Si la ecuación bicuadrada
- $x^4 - (2m + 1)x^2 + 2m = 0$
- verifica que la suma de los cuadrados de sus soluciones es 14, determine el producto de sus soluciones.

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Solución:

Sean las soluciones de la ecuación $\alpha, -\alpha, \beta$ y $-\beta$, se cumple:

$$i) \quad \alpha^2 + \beta^2 = -(-(2m + 1)) = 2m + 1$$

$$ii) \quad \alpha^2 \beta^2 = 2m$$

Del dato, la suma de los cuadrados de sus soluciones es 14

$$2(\alpha^2 + \beta^2) = 14 \rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 7 = 2m + 1$$

$$m = 3$$

El producto de sus soluciones es $2m = 2(3) = 6$

$\therefore$ El producto de las soluciones de la ecuación es 6.

Rpta.: E

7. Al resolver la ecuación $\sqrt{4x+7} + \sqrt{2x-1} = 3$, se obtiene como solución m , halle la suma de las cifras de $(2m+8)^2$.

- A) 10 B) 7 C) 1 D) 9 E) 4

Solución:

- 1) Reduciendo la expresión $\sqrt{4x+7} + \sqrt{2x-1} = 3$

$$\sqrt{4x+7} = 3 - \sqrt{2x-1} \dots (1)$$

- 2) Existencia: $3 - \sqrt{2x-1} \geq 0 \wedge 4x+7 \geq 0 \wedge 2x-1 \geq 0$

$$3 \geq \sqrt{2x-1} \wedge 4x \geq -7 \wedge 2x \geq 1$$

$$9 \geq 2x-1 \wedge -\frac{7}{4} \leq x \wedge x \geq \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \leq x \leq 5$$

- 3) Resolviendo.

Elevando al cuadrado (1)

$$4x+7 = (3 - \sqrt{2x-1})^2$$

$$4x+7 = 9 - 6\sqrt{2x-1} + 2x-1$$

$$6\sqrt{2x-1} = 1 - 2x; \frac{1}{2} \geq x \dots (*)$$

Elevando al cuadrado $36(2x-1) = (1-2x)^2$

$$36(2x-1) = (1-2x)^2$$

$$2x-1 = 0 \vee 2x-1 = 36$$

$$x = \frac{1}{2} \vee x = \frac{37}{2}$$

De 1) y (*) se tiene que $x = \frac{1}{2}$

$$(2m + 8)^2 = \left(2\left(\frac{1}{2}\right) + 8\right)^2 = (9)^2 = 81$$

$\therefore$ La suma de las cifras es $8 + 1 = 9$.

Rpta.: D

8. La suma de las soluciones de la ecuación $||4x - 7| - 1| = 4$ es:

- A) 1,5. B) 2. C) 2,5. D) 3. E) 3,5.

Solución:

$$||4x - 7| - 1| = 4$$

$$|4x - 7| - 1 = 4 \vee |4x - 7| - 1 = -4$$

$$|4x - 7| = 5 \vee \underbrace{|4x - 7| = -3}_{\text{no tiene solución}}$$

$$4x - 7 = 5 \vee 4x - 7 = -5$$

$$4x = 12 \vee 4x = 2$$

$$x = 3 \vee x = 0,5$$

$\therefore$ La suma de las soluciones es 3,5.

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Si 2 es solución de la ecuación $2x^3 - mx^2 + mx + 4 = 0$, halle la suma de sus otras soluciones.

- A) -1 B) 2 C) 3 D) 4 E) -5

Solución:

1. Como 2 es solución de la ecuación dada, entonces verifica la ecuación:

$$2(2)^3 - m(2^2) + m(2) + 4 = 0$$

$$16 - 4m + 2m + 4 = 0$$

$$20 = 2m$$

$$m = 10$$

2. Reemplazando en la ecuación $2x^3 - 10x^2 + 10x + 4 = 0$. Consideremos las soluciones $2, r$ y s , por el teorema de Cardano:

$$2 + r + s = -\frac{-10}{2} = 5 \rightarrow r + s = 3$$

$\therefore$ La suma de sus otras soluciones es 3.

Rpta.: C

2. Si m, n y r son las soluciones de la ecuación $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$, halle el valor de

$$T = \frac{m^2 + 2m - 1}{m^2 + 1} + \frac{n^2 + 2n - 1}{n^2 + 1} + \frac{r^2 + 2r - 1}{r^2 + 1}$$

- A) -2 B) 0 C) 1 D) -3 E) 5

Solución:

1. Como m es solución de la ecuación $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$ entonces verifica:

$$m^3 - m^2 - m + 1 = 0$$

$$m^3 + m = m^2 + m - 1 + m$$

$$m^2 + 2m - 1 = m^3 + m$$

$$\frac{m^2 + 2m - 1}{m^2 + 1} = m$$

2. Reemplazando en T :

$$T = \frac{m^2 + 2m - 1}{m^2 + 1} + \frac{n^2 + 2n - 1}{n^2 + 1} + \frac{r^2 + 2r - 1}{r^2 + 1}$$

$$T = m + n + r$$

3. Por Cardano Vieta:

$$m + n + r = 1$$

$$T = m + n + r = 1$$

$$\therefore T = 1.$$

Rpta.: C

3. Thiago tiene x^4 cientos de soles ahorrados para comprar un celular que cuesta $7x^2$ cientos de soles, $x > 0$. Si luego de comprarlo, aún le quedan 1800 soles, ¿cuánto cuesta el celular?

- A) 1400 B) 2100 C) 2800 D) 3500 E) 6300

Solución:

1. Consideremos los montos de dinero en cientos de soles, se tiene:

$$x^4 - 7x^2 = 18 \rightarrow x^4 - 7x^2 - 18 = 0$$

Factorizando por divisores binómicos y aplicando Ruffini

	1	0	-7	0	-18
3		3	9	6	18
	1	3	2	6	0

$(x - 3)(x^3 + 3x^2 + 2x + 6) = 0$, la ecuación $x^3 + 3x^2 + 2x + 6 = 0$ no tiene soluciones positivas $(x - 3)(x^3 + 3x^2 + 2x + 6) = 0 \rightarrow x = 3$

2. $7x^2 = 7(3)^2 = 63$

$\therefore$ El celular cuesta 6300 soles.

Rpta.: E

4. Un estudiante ha resuelto correctamente una ecuación de la forma $x^4 - (4m + 1)x^2 + 12m = 0$, $m \in \mathbb{Z}^+$. Tras resolverla, observa que una de sus soluciones positivas es mayor en una unidad que su otra solución positiva. Determine la suma de los cuadrados de la mayor solución negativa con la mayor solución positiva.

A) 5 B) 20 C) 17 D) 13 E) 10

Solución:

- 1) Como la ecuación dada es bicuadrada. Sean sus soluciones α , $-\alpha$, β y $-\beta$, con α y β positivos, con $\alpha > \beta$

- 2) Entonces se cumple:

i) $\alpha^2 + \beta^2 = 4m + 1$

ii) $\alpha^2 \beta^2 = 12m$

- 3) Del dato: $\alpha = \beta + 1$

Reemplazando en (i): $(\beta + 1)^2 + \beta^2 = 4m + 1 \rightarrow \beta^2 + \beta = 2m$

en (ii): $(\beta + 1)^2 \beta^2 = 12m \rightarrow 4m^2 = 12m \rightarrow m = 3$

Reemplazando en la ecuación: $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

$(x^2 - 9)(x^2 - 4) = 0$

Sus soluciones son $-3, -2, 2$ y 3

$\therefore$ La suma de los cuadrados de la mayor solución negativa con la mayor solución positiva es 13.

Rpta.: D

5. Dada la familia de ecuaciones $x^4 + 4x^2 + (m^2 - 1)x - 16 = 0$, $m \in \mathbb{R}$, determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- i) Es una ecuación bicuadrada para $m = 1$.
 ii) 2 es una solución cuando $m = 1$.
 iii) Si $m = 3$, la ecuación tiene soluciones enteras.

A) VVV B) FFV C) VVF D) VFF E) VFV

Solución:

1) Para $m = 1$, la ecuación es $x^4 + 4x^2 - 16 = 0$. Por la forma, es una ecuación bicuadrada (i) V

2) Para $m = 1$, la ecuación es $x^4 + 4x^2 - 16 = 0$.

Reemplazando $x = 2$, $(2)^4 + 4(2)^2 - 16 = 16$. $x = 2$ no es solución de la ecuación. (ii)

F

3) Para $m = 3$, la ecuación es $x^4 + 4x^2 + 8x - 16 = 0$.

Por divisores binómicos se tiene $x^4 + 4x^2 + 8x - 16 = 0$.

$(x + 2)(x^3 - 2x^2 + 8x - 8) = 0$. Donde $x^3 - 2x^2 + 8x - 8 = 0$ no tiene soluciones enteras. (iii) F

$\therefore$ VFF.

Rpta.: D

5. Dada la ecuación $3x^3 - x^2 + 2x - 24 = 0$ determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- i) Tiene una solución positiva.
 ii) El producto de sus soluciones es 8.
 iii) Tiene dos soluciones no reales.

A) VVF B) VFV C) VVV D) VFF E) FFF

Solución:

Factorizando por divisores binómicos y aplicando Ruffini

	3	-1	2	-24
2		6	10	24
	3	5	12	0

$(x - 2)(3x^2 + 5x + 12) = 0 \rightarrow x = 2$ y el discriminante de $3x^2 + 5x + 12 = 0$ es negativo, por lo que sus dos soluciones son no reales

Por otro lado, el producto de sus soluciones es $-\frac{-24}{3} = 8$

$\therefore$ VVV.

Rpta.: C

6. Halle el término independiente del polinomio mónico que genera la ecuación polinómica de menor grado posible con coeficientes racionales que tiene como soluciones a 1 y $(3 + \sqrt{5})$.

A) -6 B) -9 C) -4 D) -2 E) -5

Solución:

La ecuación de menor grado debe presentar la menor cantidad de soluciones.

Por el teorema de paridad de soluciones $(3 + \sqrt{5})$ es solución de la ecuación, entonces $(3 - \sqrt{5})$ también es solución, luego:

$(x - 1)(x - 3 + \sqrt{5})(x - 3 - \sqrt{5})$ es el polinomio buscado

El término independiente se calcula para $x = 0$

$$(0 - 1)(0 - 3 + \sqrt{5})(0 - 3 - \sqrt{5}) = -1(-3 + \sqrt{5})(-3 - \sqrt{5}) = -4$$

$\therefore$ El término independiente solicitado es -4.

Rpta.: C

7. Si $m > 0$ es una solución de la ecuación $\sqrt[3]{8x - 5} - \sqrt[3]{x + 4} = 1$, halle la suma de cifras de $(m + 1)^{m-2}$.

A) 13 B) 10 C) 9 D) 7 E) 2

Solución:

Dada la ecuación, elevamos al cubo cada miembro:

$$\sqrt[3]{8x - 5} - \sqrt[3]{x + 4} = 1$$

$$8x - 5 - (x + 4) - 3(\sqrt[3]{8x - 5}\sqrt[3]{x + 4})(\sqrt[3]{8x - 5} - \sqrt[3]{x + 4}) = 1$$

$$7x - 9 - 3(\sqrt[3]{(8x - 5)(x + 4)})(1) = 1$$

$$7x - 10 = 3(\sqrt[3]{(8x - 5)(x + 4)})$$

Elevando al cubo ambos miembros

$$343x^3 - 1470x^2 + 2100x - 1000 = 216x^3 + 729x - 540$$

$$343x^3 - 1686x^2 + 1371x - 460 = 0$$

Por divisores binómicos y Ruffini se tiene

$$(x - 4)(343x^2 - 314x + 115) = 0$$

Como $343x^2 - 314x + 115 = 0$ no tiene soluciones reales, $x = 4$

Verificando la ecuación original:

$$\sqrt[3]{8(4) - 5} - \sqrt[3]{(4) + 4} = 1$$

$$m = 4$$

$$(m + 1)^{m-2} = (4 + 1)^{4-2} = 25$$

∴ La suma de las cifras de $(m + 1)^{m-2}$ es 7.

Rpta.: D

8. Si m y n son la mayor y menor solución de la ecuación $||6x - 7| - 4| = 2$, calcule la suma de cifras de $(6m)^2 + (6n)^2$.

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Solución:

En la ecuación $||6x - 7| - 4| = 2$ se tiene

$$|6x - 7| - 4 = 2 \vee |6x - 7| - 4 = -2$$

$$|6x - 7| = 6 \vee |6x - 7| = 2$$

$$6x - 7 = 6 \vee 6x - 7 = -6 \vee 6x - 7 = 2 \vee 6x - 7 = -2$$

$$x = \frac{13}{6} \vee x = \frac{1}{6} \vee x = \frac{3}{2} \vee x = \frac{5}{6}$$

$$(6m)^2 + (6n)^2 = (6\left(\frac{13}{6}\right))^2 + (6\left(\frac{1}{6}\right))^2 = 170$$

∴ La suma de cifras solicitada es 8.

Rpta.: C

Trigonometría

EJERCICIOS DE CLASE

1. Determine el conjunto solución de la ecuación $\sin(x)[\sqrt{3}-4] + 2(1-\sqrt{3}) = 2\cos^2(x)$.

A) $\left\{ \frac{(8n+1)\pi}{4} / n \in \mathbb{Z} \right\}$ B) $\left\{ n\pi - (-1)^n \frac{\pi}{3} / n \in \mathbb{Z} \right\}$ C) $\left\{ \frac{(16n+1)\pi}{4} / n \in \mathbb{Z} \right\}$
 D) $\left\{ n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{3} / n \in \mathbb{Z} \right\}$ E) $\left\{ \frac{n\pi}{2} \pm \frac{\pi}{6} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

Solución:

Como $\sqrt{3}\sin(x) - 4\sin(x) + 2 - 2\sqrt{3} = 2[1 - \sin^2(x)]$

$\Rightarrow 2\sin^2(x) + \sqrt{3}\sin(x) - 4\sin(x) - 2\sqrt{3} = 0$

$\Rightarrow \sin(x)[2\sin(x) + \sqrt{3}] - 2[2\sin(x) + \sqrt{3}] = 0$

$\Rightarrow [\sin(x) - 2][2\sin(x) + \sqrt{3}] = 0$

$\Rightarrow \sin(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow x = n\pi - (-1)^n \frac{\pi}{3}; n \in \mathbb{Z}$

Por lo tanto, el conjunto solución es $\left\{ n\pi - (-1)^n \frac{\pi}{3} / n \in \mathbb{Z} \right\}$.

Rpta.: B

2. Halle el número de soluciones de la ecuación $\sin(2x) + \sin(4x) = \sqrt{2}\cos(x)$, $x \in [0; \pi]$.

A) 1 B) 5 C) 7 D) 4 E) 6

Solución:

Como $\sin(2x) + \sin(4x) - \sqrt{2}\cos(x) = 0$

$\Rightarrow 2\sin(3x)\cos(x) - \sqrt{2}\cos(x) = 0$

$\Rightarrow \cos(x)[2\sin(3x) - \sqrt{2}] = 0$

$\Rightarrow \cos(x) = 0 \vee \sin(3x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow x = \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; \dots \vee 3x = \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; 2\pi + \frac{\pi}{4}; 2\pi + \frac{3\pi}{4}; 4\pi + \frac{\pi}{4}; 4\pi + \frac{3\pi}{4}$

$\Rightarrow x = \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \vee x = \frac{\pi}{12}; \frac{3\pi}{12}; \frac{9\pi}{12}; \frac{11\pi}{12}; \frac{17\pi}{12}; \dots$

Por tanto, el número de soluciones es 5.

Rpta.: B

3. Un músico que toca una tuba hace sonar la nota Mi y mantiene el sonido durante un tiempo. Si la variación en presión a partir de la presión normal del aire está dada por $0,25\text{sen}(75\pi t)$ en lb/in^2 donde t es el número de segundos transcurridos a partir desde que el músico toca la tuba, determine el número de segundo en que la variación en presión fue de $0,125 \text{ lb/in}^2$ por tercera vez.

- A) $\frac{1}{450}$ B) $\frac{13}{450}$ C) $\frac{1}{90}$ D) $\frac{7}{300}$ E) $\frac{11}{300}$

Solución:

Como $0,25\text{sen}(75\pi t) = 0,125$

$$\Rightarrow \text{sen}(75\pi t) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 75\pi t = \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; 2\pi + \frac{\pi}{6}; 2\pi + \frac{5\pi}{6}$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{450}; \frac{1}{90}; \frac{13}{450}$$

Por lo tanto, el número de segundo es $\frac{13}{450}$.

Rpta.: B

4. La altura de las olas, en una playa ubicada en el Callao en un día, está dada por la expresión $\text{sen}^2\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) + \cos^2\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ en metros donde t es el número de días transcurridos a partir de la medianoche del 1 de abril de 2024. Determine la fecha y la hora en que la altura de la ola fue de 1 metro por segunda vez.

- A) 03/04/2024 11:00 a.m. B) 02/04/2024 10:00 a.m.
C) 01/04/2024 9:00 a.m. D) 04/04/2024 10:00 p.m.
E) 02/04/2024 9:00 p.m.

Solución:

$$\text{Como } \text{sen}^2\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) + \cos^2\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = 1$$

$$\Rightarrow \text{sen}^2\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = 1 - \cos^2\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Rightarrow \text{sen}^2\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) - \text{sen}^2\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \cos(4\pi t) = 0$$

$$\Rightarrow 4\pi t = \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{8}; \frac{3}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{8} \text{ días} = \frac{3}{8}(24) = 9 \text{ horas}$$

Por lo tanto, la fecha y hora es 01/04/2024 y 9:00 a.m.

Rpta.: C

5. El rendimiento de un obrero en un día de trabajo está dado por la expresión $79 - 20\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{5\pi t}{12}\right)$ en tanto por ciento, donde t es el número de horas transcurridas desde que inició su jornada laboral, $0 \leq t \leq 10$. Si su máximo rendimiento es de 99 %, determine el número de veces que alcanza el máximo rendimiento en dicho día de trabajo.

A) 2 B) 1 C) 4 D) 3 E) 5

Solución:

$$\text{Como } 79 - 20\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{5\pi t}{12}\right) = 99$$

$$\Rightarrow -20\sin\left(\frac{5\pi t}{12}\right) = 20$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{5\pi t}{12}\right) = -1$$

$$\Rightarrow \frac{5\pi t}{12} = \frac{3\pi}{2}; 2\pi + \frac{3\pi}{2}$$

$$\Rightarrow t = 3,6; 8,4$$

Por lo tanto, alcanza el máximo rendimiento 2 veces en dicho día.

Rpta.: A

6. Un bloque está suspendido de un resorte. El resorte es comprimido 5 centímetros y es soltado, originándose un movimiento armónico simple (MAS). El desplazamiento del bloque está dado por la expresión $5\cos(4\pi t)$ en centímetros donde t es el número de segundos transcurridos desde que se inició el MAS., $0 \leq t \leq 1$. Determine el número de veces en el que el desplazamiento del bloque fue de -3 cm durante el primer segundo.

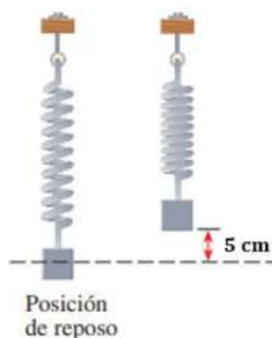
A) 2

B) 3

C) 5

D) 4

E) 7

**Solución:**

$$\text{Como } 5\cos(4\pi t) = -3$$

$$\Rightarrow \cos(4\pi t) = -\frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow 4\pi t = \frac{127\pi}{180}; \frac{233\pi}{180}; 2\pi + \frac{127\pi}{180}; 2\pi + \frac{233\pi}{180}$$

$$\Rightarrow t = \frac{127}{720}; \frac{233}{720}; \frac{487}{720}; \frac{593}{720}$$

Por lo tanto, el número de veces es 4.

Rpta.: D

7. El promedio de brillo de una estrella variable está dado por $0,4\cos\left(\frac{2\pi t}{5}\right) + 6$ donde t es el número de días transcurridos desde que la estrella alcanzó su máximo promedio de brillo. Determine el número de veces que la estrella alcanzó el mínimo promedio de brillo durante los primeros 15 días.

A) 2

B) 1

C) 4

D) 3

E) 5

Solución:

$$\text{Como } 0,4\cos\left(\frac{2\pi t}{5}\right) + 6 \text{ es el promedio de brillo}$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{2\pi t}{5}\right) = -1$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi t}{5} = \pi; 3\pi; 5\pi; 7\pi; \dots$$

$$\Rightarrow t = \frac{5}{2}; \frac{15}{2}; \frac{25}{2}; \frac{35}{2}$$

Por lo tanto, el número de veces que alcanzó su brillo mínimo es 3.

Rpta.: D

8. La variación de voltaje de la corriente alterna de una casa está dada por la expresión $A \cos(120\pi t)$, $A > 0$ en voltios donde t es el número de segundos transcurridos desde que la variación de voltaje fue máxima, $0 < t \leq 2$. Si la variación mínima es -155 V , determine a los cuántos segundos la variación de voltaje fue de $77,5 \text{ V}$ por tercera vez.

A) $\frac{13}{720} \text{ s}$ B) $\frac{1}{144} \text{ s}$ C) $\frac{1}{72} \text{ s}$ D) $\frac{7}{360} \text{ s}$ E) $\frac{13}{360} \text{ s}$

Solución:

La variación mínima sucede cuando $\cos(120\pi t) = -1$, entonces $A = 155$.

Como $155 \cos(120\pi t) = 77,5$

$$\Rightarrow \cos(120\pi t) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 120\pi t = \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}; 2\pi + \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{360}; \frac{1}{72}; \frac{7}{360}$$

Por lo tanto, el tiempo que alcanza el voltaje de $77,5 \text{ V}$ por tercera vez es $\frac{7}{360} \text{ seg.}$

Rpta.: D**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Halle la suma de soluciones de la ecuación $\sin^4(x) + \cos^4(x) + \sin^2(x) = 1$, $x \in [0; \pi]$.

A) $\frac{5\pi}{2}$ B) π C) $\frac{15\pi}{4}$ D) 2π E) $\frac{6\pi}{7}$

Solución:

Como $\sin^4(x) + \cos^4(x) = 1 - \sin^2(x)$,

$$\Rightarrow \sin^4(x) = \cos^2(x) [1 - \cos^2(x)]$$

$$\Rightarrow \sin^2(x) [\cos^2(x) - \sin^2(x)] = 0$$

$$\Rightarrow \sin^2(x) \cos(2x) = 0$$

$$\Rightarrow \sin(x) = 0 \quad \vee \quad \cos(2x) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0; \pi \quad \vee \quad 2x = \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = 0; \pi \quad \vee \quad x = \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}$$

Por lo tanto, la suma de soluciones es 2π .

Rpta.: D

2. Halle en número de soluciones de la ecuación $\sin(x) + \sqrt{2} = \sqrt{3} \cos(x)$, $x \in [-\pi; 0]$.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Solución:

$$\text{Como } \sin(x) - \sqrt{3} \cos(x) = -\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 2 \left[\frac{1}{2} \sin(x) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(x) \right] = -\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 2 \left[\sin(x) \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - \cos(x) \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \right] = -\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow x - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}; -2\pi + \frac{5\pi}{4}; -2\pi + \frac{7\pi}{4};$$

$$\Rightarrow x = -\frac{5\pi}{12}; \frac{\pi}{12}$$

Por lo tanto, el número de soluciones es 1.

Rpta.: A

3. Un biólogo determinó el número de personas infectadas por un virus en una localidad por la expresión $7,5(\sqrt{3} + 1) \cot\left(-\frac{\pi}{60}t - \frac{3\pi}{4}\right) - C$ en miles aproximadamente donde t es el número de días transcurridos, $0 \leq t < 7$. Si el día cero no hay infectados, determine el número de personas infectadas en el quinto día.

A) 12 000 B) 4000 C) 6000 D) 8000 E) 15000

Solución:

$$\text{Como } 7,5(\sqrt{3} + 1) \cot\left(-\frac{\pi}{60}(0) - \frac{3\pi}{4}\right) - C = 0$$

$$\Rightarrow 7,5(\sqrt{3} + 1) \cot\left(-\frac{3\pi}{4}\right) - C = 0$$

$$\Rightarrow C = 7,5(\sqrt{3} + 1)$$

Sea N el número de personas infectadas el quinto día, entonces

$$N = 7,5(\sqrt{3} + 1) \cot\left(-\frac{\pi}{60}(5) - \frac{3\pi}{4}\right) - 7,5(\sqrt{3} + 1)$$

$$\Rightarrow N = 7,5(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3}) - 7,5(\sqrt{3} + 1)$$

$$\Rightarrow N = 15$$

Por lo tanto, la cantidad de personas infectadas el quinto día es 15 000.

Rpta.: E

4. En un ecosistema se determinó que la cantidad de depredadores de cierto animal está dada por la expresión $16\sin\left(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{6}\right) + 32$ en unidades donde t es el número de meses transcurridos, $0 \leq t \leq 24$. Determine el número del mes en el que habrá 48 depredadores por segunda vez.
- A) 12 B) 14 C) 16 D) 10 E) 8

Solución:

Como $16\sin\left(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{6}\right) + 32 = 48$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{6}\right) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} + 2\pi$$

$$\Rightarrow t = 4; 16$$

Por lo tanto, habrá 48 depredadores por segunda vez en el mes 16.

Rpta.: C

5. Para realizar un escáner al pulmón se suministra a cada paciente un líquido de contraste, cuyo residuo en el cuerpo está dado por la expresión $-4\csc\left[\frac{\pi}{6}(t+1)\right] + 8,3$ en tanto por ciento donde t es el número de horas transcurridas desde que se le administra el contraste al paciente, $0 \leq t \leq 4$. Si se requiere una concentración mínima de 3,3 % del contraste para poder realizar el examen, determine el mínimo número de horas transcurridas desde que se administra el contraste al paciente para poder realizar el examen.

- A) $\frac{7}{30}$ B) $\frac{23}{30}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{61}{30}$

Solución:

Como $-4\csc\left[\frac{\pi}{6}(t+1)\right] + 8,3 = 3,3$

$$\Rightarrow \csc\left[\frac{\pi}{6}(t+1)\right] = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{6}(t+1) = \frac{53\pi}{180}$$

$$\Rightarrow t = \frac{23}{30}$$

Por lo tanto, el mínimo número de horas transcurridas es $\frac{23}{30}$.

Rpta.: B

6. El valor de la humedad relativa de una ciudad en cierto día está dado por la expresión $-0,02\text{sen}\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi t}{12}\right) + 0,8$ donde t es el número de horas transcurridas a partir de las 6:00 a. m. de dicho día. ¿Cuántas veces el valor de la humedad relativa fue igual a 0,81 en dicho día?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Solución:

$$\text{Como } -0,02\text{sen}\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi t}{12}\right) + 0,8 = 0,81$$

$$\Rightarrow 0,02\cos\left(\frac{\pi t}{12}\right) = 0,01$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{12}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi t}{12} = \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}$$

$$\Rightarrow t = 4; 20$$

Por lo tanto, la cantidad de veces es 2.

Rpta.: B

7. Halle la mayor solución negativa de $\cos^3(x) = 1 + \text{sen}(x)[\cos(x) + \text{sen}^2(x)]$.

A) $-\frac{\pi}{2}$ B) $-\frac{3\pi}{4}$ C) -2π D) $-\frac{3\pi}{2}$ E) $-\frac{\pi}{4}$

Solución:

$$\text{Como } \cos^3(x) = 1 + \text{sen}(x)[\cos(x) + \text{sen}^2(x)]$$

$$\Rightarrow (\cos^3 x - \text{sen}^3 x) - (1 + \text{sen} x \cos x) = 0$$

$$\Rightarrow (\cos x - \text{sen} x)(\cos^2 x + \cos x \text{sen} x + \text{sen}^2 x) - (1 + \text{sen} x \cos x) = 0$$

$$\Rightarrow (1 + \text{sen} x \cos x)(\cos x - \text{sen} x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \cos(x) - \text{sen}(x) = 1$$

$$\Rightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}; -2\pi + \frac{\pi}{4}; -2\pi + \frac{7\pi}{4};$$

$$\Rightarrow x + \frac{\pi}{4} = -2\pi; -\frac{\pi}{2}$$

Por lo tanto, la mayor solución negativa es $-\frac{\pi}{2}$.

Rpta.: A

Lenguaje

EJERCICIOS

1. Del enunciado *Con el fin de acercar sus diversos servicios a la población, el Seguro Social de Salud (EsSalud) ha debido desplegar brigadas médicas a lo largo y ancho del país, empleando un nosocomio itinerante, que ha brindado cerca de 80 mil atenciones especializadas gratuitas a la fecha*, determine la verdad (V o F) de los siguientes enunciados. Luego señale la alternativa correcta.
- I. El núcleo de la frase verbal es la perífrasis verbal *ha debido*. ()
II. Se presentan dos verbos auxiliares en la perífrasis verbal. ()
III. La perífrasis presenta como verbo principal a un transitivo. ()
IV. La frase verbal presenta complementos indirecto y directo. ()
- A) FFVF B) VVFF C) VVVF D) FVVF E) FVVV

Solución:

El núcleo de la frase verbal es la perífrasis verbal *ha debido desplegar*, que presenta dos verbos auxiliares (*ha* y *debido*) y un verbo principal (*desplegar*), el cual es transitivo, pues admite objeto directo (*brigadas médicas*). Dentro del enunciado, no hay complemento indirecto.

Rpta.: D

2. Una frase verbal atributiva presenta como núcleo un verbo copulativo, el cual debe ir acompañado de complemento atributo. Tomando en cuenta la definición, lea los siguientes enunciados y marque la alternativa en la que las frases verbales son atributivas.
- I. Aquellos viajeros parecen perdidos.
II. Fueron contratados por su experiencia.
III. Luz, mi vecina, está cantando en la calle.
IV. Ellas deben de estar muy entusiasmadas.
- A) I, III y IV B) III y IV C) I, II y IV D) I y III E) I y IV

Solución:

Las frases verbales atributivas están en los enunciados I y IV. En I, el verbo es *parecen* y en IV, el verbo principal es *estar* (dentro de la perífrasis verbal *deben de estar*).

Rpta.: E

3. Considerando que la FV atributiva presenta como núcleo un verbo copulativo seguido de un atributo, la FV predicativa, en cambio, tiene un verbo predicativo como núcleo y puede llevar complemento(s). Según ello, en los enunciados *La inteligencia artificial (IA) es capaz de imitar las funciones cognitivas del ser humano*, *Una sola dosis de la vacuna contra el virus del papiloma humano (VPH) ofrece una sólida protección contra el cáncer de cuello uterino* y *La Ortografía de la lengua española (OLE) realiza una exposición pormenorizada de las normas que rigen hoy la correcta escritura del español*, las frases verbales son, respectivamente,

- A) predicativa, atributiva y predicativa.
- C) atributiva, predicativa y predicativa.
- E) predicativa, predicativa y predicativa.

- B) atributiva, atributiva y predicativa.
- D) atributiva, predicativa y atributiva.

Solución:

En el primer enunciado, hay frase verbal atributiva porque presenta como núcleo a un verbo copulativo *es* que está seguido de un complemento atributo; en el segundo y en el tercer enunciado, las frases verbales son predicativas porque presentan verbos predicativos *ofrece* y *realiza*.

Rpta.: C

4. Referente a los modos verbales, el indicativo expresa acción real; el subjuntivo, acción irreal; el imperativo, orden o mandato. Lea los siguientes enunciados y seleccione la opción en la que los verbos subrayados están en modo subjuntivo.

- I. Escribe con detalle la información solicitada.
- II. Apenas puedas, realizas el trabajo que falta.
- III. Hermano, deseo que regresen pronto a casa.
- IV. Nosotros deseamos ganar todas las medallas.

- A) III y IV
- B) I y III
- C) II y III
- D) II y IV
- E) I y IV

Solución:

En los enunciados II y III, los verbos están conjugados en modo subjuntivo porque expresan acción irreal, es decir, dudosa, deseable.

Rpta.: C

5. El aspecto perfectivo manifiesta el resultado de una acción cuando está concluida, finalizada o terminada. De acuerdo con esta aseveración, en los enunciados *Ha acompañado a su padre al hospital*, *Los niños dormirán después de la cena* y *Bajaba por la escalera con cuidado*, los verbos subrayados están, respectivamente, en aspecto

- A) perfectivo, imperfectivo y perfectivo.
- B) perfectivo, imperfectivo e imperfectivo.
- C) imperfectivo, imperfectivo e imperfectivo.
- D) perfectivo, perfectivo e imperfectivo
- E) perfectivo, perfectivo, perfectivo

Solución:

En esta alternativa, el verbo *ha acompañado* se encuentra en aspecto perfectivo (acción acabada); en cambio, los otros verbos presentan aspecto imperfectivo: *dormirán* (acción que aún no se desarrolla) y *bajaba* (desarrollo de la acción sin aportar información acerca de su finalización).

Rpta.: B

6. En el español, el verbo se clasifica de acuerdo a criterios morfológicos, sintácticos y semánticos. Seleccione la alternativa que presenta la correlación adecuada entre los verbos de las siguientes oraciones y las clases a las que pertenecen.

- | | |
|--|-----------------|
| I. Hace demasiado calor en esta zona. | a. Copulativo |
| II. Ella estaba segura de su respuesta. | b. Impersonal |
| III. Nací en un hermoso pueblo al norte. | c. Intransitivo |
| IV. Él tiene que describir lo observado. | d. Transitivo |

A) Ia, IIc, IIIb, IVd
D) Ib, IIa, IIIc, IVd

B) Ia, IIb, IIIc, IVd
E) Ic, IIa, IIId, IVb

C) Ib, IIa, IIId, IVc

Solución:

- | | |
|--------------------------------|-----------------|
| I. Hace | b. Impersonal |
| II. Estaba | a. Copulativo |
| III. Nací | c. Intransitivo |
| IV. Tiene que <u>describir</u> | d. Transitivo |

Rpta.: D

7. Una perífrasis verbal es la que está formada por la unión de varios verbos que constituyen un solo núcleo en el predicado. En ella, se encuentra un verbo auxiliar (presenta la información del morfema flexivo amalgama) y un verbo principal (aparece en infinitivo, participio o gerundio). De acuerdo con ello, marque la opción que presenta perífrasis verbal.

- I. El juez principal debe hablar con mesura a través de sus sentencias.
II. Las billeteras digitales pretenden evitar el uso de dinero en efectivo.
III. Senamhi ha registrado un importante descenso de la temperatura.
IV. El contador requiere que precises los datos de las boletas y facturas.

A) II y III B) I y IV C) I y III D) II y IV E) III y IV

Solución:

En el enunciado I, la perífrasis verbal está constituida por el verbo auxiliar *debe* y el verbo principal *hablar* en infinitivo; en el enunciado III, la perífrasis verbal está constituida por el verbo auxiliar *ha* y el verbo principal *registrado* en participio.

Rpta.: C

8. Cuando la raíz o la desinencia de un verbo sufre un cambio o modificación durante su conjugación, se la clasifica como verbo irregular. Teniendo en cuenta esta afirmación, escoja la alternativa que contiene verbos irregulares.

- I. Embarcación china pescó ilegalmente en mar peruano.
II. Los manifestantes volvieron a las calles de la ciudad.
III. El avión partió de Ayacucho luego de horas de espera.
IV. La joven delegada universitaria nos leyó su propuesta.

A) II y IV B) I y III C) I y II D) III y IV E) II y III

Solución:

En los enunciados II y IV, los verbos *volver* y *leer* son irregulares porque sus lexemas cambian en la conjugación. En cambio, en I, *pescó* es regular, aunque pueda presentar alteración ortográfica no hay alteración fonológica o morfológica. Asimismo, en III, *partió* se clasifica como regular porque no presenta cambios en su conjugación.

Rpta.: A

9. La frase verbal, como unidad sintáctica, tiene un núcleo el cual puede estar constituido por un solo verbo o por una perífrasis verbal. De acuerdo con esta afirmación, lea los enunciados y marque la opción en la que el núcleo es una perífrasis verbal con verbo principal transitivo.

- I. Tienen que reducir los niveles de azúcar en sangre.
- II. El empresario iqueño va a ir a una exposición textil.
- III. Muchos artistas están donando millones de dólares.
- IV. Aquellos cantantes solían viajar en su avión privado.

- A) II y IV B) I y III C) III y IV D) I y II E) II y III

Solución:

En los enunciados I y III, los verbos transitivos *reducir* y *donando* son los verbos principales de las perífrasis verbales.

Rpta.: B

10. En la lengua española, la conjugación verbal corresponde al conjunto de formas que puede tener un verbo relacionado con el número, persona, tiempo, modo y aspecto. Según lo expuesto, en los enunciados *Cuando _____ por la tarde, todos se habían ido, Nosotros no _____ en todos los asientos y _____ que será el asistente más usado a finales de año*, la serie de verbos conjugados que los completa adecuadamente es

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| A) veniste - cupimos - preveé | B) viniste - cupimos - prevé |
| C) viniste - cabimos - prevé | D) viniste - cupimos - preveé |
| E) veniste - cupimos - prevé | |

Solución:

La conjugación correcta para cada enunciado es *viniste* (de *venir*), *cupimos* (de *caber*) y *prevé* (de *prever*).

Rpta.: B

11. El gerundio es una forma no personal del verbo (como el infinitivo y el participio) que indica que la acción se está realizando o se hizo con anterioridad. Según ello, marque la alternativa en la que hay empleo adecuado del gerundio.

- A) Cometió una estafa siendo apresado luego de un mes.
- B) Plantearon nueva ley reformando las tarifas aduaneras.
- C) Mi prima y mi hermana irán caminando al supermercado.
- D) Mi hermano estudió aquí yéndose después al extranjero.
- E) Presentaste un informe conteniendo errores ortográficos.

Solución:

En esta alternativa, el uso del gerundio *caminando* es adecuado porque expresa una acción simultánea a *irán*.

En los demás enunciados, se debe escribir de la siguiente manera:

- A) Cometió una estafa y fue apresado luego de un mes.
- B) Plantearon nueva ley que reformaba las tarifas aduaneras.
- D) Mi hermano estudió aquí y se fue después al extranjero.
- E) Presentaste un informe que contenía errores ortográficos.

Rpta.: C

12. En los verbos regulares, el verboide participio termina en *-do*; en los verbos irregulares, concluye en *-cho*, *-to*, *-so*. Según ello, marque la opción en la que hay empleo adecuado del participio.

- A) Los alumnos lo habían electo.
- B) Ángela ha freído los plátanos.
- C) Mi abuelo se ha contradecido.
- D) He satisfacido todas sus dudas.
- E) La tienda fue bendita por el cura.

Solución:

El participio del verbo *freír* es *freído* o *frito*. Por ello, esta alternativa presenta uso adecuado. En los demás enunciados, se debe escribir de la siguiente manera:

- A) elegido, C) contradicho, D) satisfecho, E) bendecida.

Rpta.: B

LA FRASE VERBAL (FV)

Definición: Es la unidad sintáctica cuyo núcleo es el verbo o una perífrasis verbal.

Clases

Atributiva

Es aquella que tiene como núcleo un verbo copulativo y un complemento atributo.

- Los alumnos **son muy estudiosos.**
- Aurora **ha sido tesorera de esta asociación.**

Predicativa

Es aquella que tiene como núcleo un verbo predicativo. Puede tener complementos directo, indirecto, circunstancial, agente y predicativo.

- Camilo **colecciona llaveros metálicos.**
- Javier **llegó contento a la reunión.**
- Un niño **fue auxiliado por los rescatistas.**

CLASES DE VERBOS		
Según la clase de frase verbal	Copulativo	Es núcleo de la FV atributiva. • <i>Ser, estar, parecer...</i>
	Predicativo	Es núcleo de la FV predicativa. Puede ser de tres clases: - Transitivo: <i>vender, ver, donar, llevar, enviar</i> - Intransitivo: <i>nacer, viajar, salir, llegar, ir</i> - Impersonal: <i>llover, nevar, garuar, haber</i>
Según el lexema	Regular	Tiene lexema invariable en la conjugación. • <i>Amar, comer, partir, trabajar, beber</i>
	Irregular	Tiene lexema variable durante la conjugación. • <i>Perder, soñar, comenzar, tener, dormir</i>
Según la conjugación	Defectivo	Carece de algunas formas en la conjugación. <i>Balbucir, atañer, concernir</i>
	No defectivo	Presenta conjugación completa. • <i>Vestir, escribir, pelear, manejar, comer</i>
En la perífrasis verbal	Auxiliar	Precede al verbo principal. • Doris <u>está tejiendo</u> una chompa.
	Principal	Aparece en infinitivo, participio o gerundio. • Tiene <u>que planchar</u> las camisas. • Iris <u>fue invitada</u> por sus amigas. • Laura <u>está preparando</u> un jugo mixto.

Literatura

EJERCICIOS DE CLASE

1. Con respecto al valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones en torno a las características de la literatura peruana, marque la secuencia correcta.
- I. La pluriculturalidad es un rasgo que describe los conflictos sociales.
 - II. La escritura es el aspecto principal que define nuestra literatura.
 - III. Una obra compuesta en castellano y quechua evidencia nuestro multilingüismo.
 - IV. Se compuso relatos en quechua antes de la llegada de los españoles.

A) FFVV B) FVVF C) VVVF D) VFFF E) FFVF

Solución:

- I. La pluriculturalidad es un rasgo que describe la diversidad cultural peruana. (F)
- II. La escritura es solo una parte que constituye la naturaleza de nuestra literatura. (F)
- III. Una obra compuesta en castellano y quechua evidencia nuestro multilingüismo. (V)
- IV. Se compuso relatos en quechua antes de la llegada de los españoles. (V)

Rpta.: A

2. Marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado sobre los periodos de la Literatura peruana: «La etapa _____ representa el punto de inicio _____, hecho que constituye nuestra literatura».

- A) Republicana – de la búsqueda de independencia literaria con respecto a Europa
- B) Colonial – del conflicto cultural entre el mundo occidental y el mundo andino
- C) Prehispánica – de la tensión entre la tradición oral quechua y la escritura en castellano
- D) emancipatoria – de la literatura republicana a fines de siglo XVIII
- E) del siglo XX – del costumbrismo en el Perú como un movimiento de tinte político

Solución:

La etapa Colonial representa el punto de inicio del conflicto cultural entre el mundo occidental y el mundo andino, hecho que constituye nuestra literatura.

Rpta.: B

3. ¿Cuál de los siguientes enunciados describe una característica de la crónica hispanoamericana de la Conquista?

- A) Es una narración ficticia, porque pretende retratar el nuevo mundo para los españoles.
- B) Se enfoca únicamente en los datos históricos, omitiendo detalles culturales o naturales.
- C) Expresa la visión personal del autor, pues describe los hechos de manera apasionada.
- D) Destaca por mostrar una visión crítica y análisis profundo de los eventos de la conquista.
- E) Ofrece una lista cronológica de los eventos ocurridos sin interpretaciones ni contextos.

Solución:

Presenta los hechos de manera directa, apasionada, e incorpora la visión personal del autor sobre los sucesos.

Rpta.: C

4.

Aunque ha habido españoles curiosos que han escrito las repúblicas del Nuevo Mundo, como la de México y la del Perú y las de otros reinos de aquella gentilidad, no ha sido con la relación entera que de ellos se pudiera dar, que lo he notado particularmente en las cosas que del Perú he visto escritas, de las cuales, como natural de la ciudad del Cusco, que fue otra Roma en aquel Imperio, tengo más larga y clara noticia que la que hasta ahora los escritores han dado. Verdad es que tocan muchas cosas de las muy grandes que aquella república tuvo, pero escribenlas tan cortamente que aun las muy notorias para mí (de la manera que las dicen) las entiendo mal. Por lo cual, forzado del amor natural de la patria, me ofrecí al trabajo de escribir estos Comentarios.

Con respecto al fragmento citado de *Comentario reales de los incas*, de Garcilaso de la Vega, el Inca, marque la alternativa que contiene el enunciado correcto.

- A) Refiere el desconocimiento del quechua por parte de los cronistas españoles.
- B) Sostiene su dominio del quechua como argumento de autoridad antes los cronistas.
- C) Destaca el conocimiento que ha alcanzado, producto de dominio de la lengua quechua.
- D) Confiesa que escribe en lengua quechua impulsado por el amor a la patria.
- E) Critica cómo los cronistas españoles ofrecen una mirada errónea de los incas.

Solución:

En el fragmento, el autor califica a los cronistas españoles y los acusa de escribir de manera superficial y poco clara sobre el «Nuevo Mundo».

Rpta.: E

5.

El triunvirato que hemos dicho [Pizarro, Almagro, Luque], otorgaron aquellos tres españoles en Panamá, en cuya comparación se me ofrece el que establecieron los tres emperadores romanos en Laino, lugar cerca de Bolonia; pero tan diferente el uno del otro, que parecerá disparate querer comparar el nuestro con el ajeno, porque aquel fue de tres emperadores y este de tres pobre particulares; [...]

Empero si bien se miran y consideran los fines y efectos del uno y del otro se verá que aquel Triunvirato fue de tres tiranos que tiranizaron todo el mundo, y el nuestro de tres hombres generosos, que cualquiera de ellos merecería por sus trabajos, ser dignamente emperador.

Marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado: «El fragmento citado pertenece a la _____ de *Comentarios reales de los incas* y evidencia cómo Garcilaso de la Vega _____».

- A) primera parte – destaca su origen quechua y español
- B) segunda parte – compara el imperio inca con el romano
- C) primera parte – critica a los conquistadores como tiranos
- D) segunda parte – exalta la figura de los conquistadores
- E) última parte – devela su condición bicultural: quechua y español

Solución:

En el fragmento citado, Garcilaso de la Vega revaloriza a los conquistadores al compararlos con emperadores y diferenciarlos con los mismos a quienes considera tiranos. De ese modo, eleva a figura del conquistado.

Rpta.: D

6. El costumbrismo peruano se caracterizó por el tono _____ de sus composiciones, lo cual consiste en _____.
- A) político – exaltar los ideales de independencia para motivar a la acción
B) panfletario – criticar las nuevas costumbres, que califica como bárbaras
C) realista – brindar una mirada completa sobre el proceso de nuestra historia
D) crítico – explorar el presente a partir de interpretar los hechos del pasado
E) satírico – emplear el humor para criticar las conductas sociales

Solución:

El costumbrismo peruano se caracteriza por su carácter satírico, lo cual consiste en criticar las costumbres sociales a partir del humo.

Rpta.: E

7. ¿Cuál de las siguientes alternativas contiene una característica de Felipe Pardo y Aliaga, producto de su formación neoclásica?
- A) Satiriza las costumbres criollas.
B) Estilo equilibrado y reflexivo
C) Valora el lenguaje popular.
D) Describe el pasado con objetividad.
E) Pretende explicar nuestra identidad.

Solución:

Felipe Pardo y Aliaga mostró un estilo equilibrado y reflexivo como producto de su formación neoclásica.

Rpta.: B

8. El escritor Manuel Ascensio Segura es considerado padre del teatro nacional debido, principalmente, a la representación de personajes _____ y la introducción de _____.
- A) criollos de clase media y popular – un lenguaje popular y coloquial
B) típicamente peruanos – los sujetos mestizos en la literatura
C) emblemáticos de lo peruano – los conflictos culturales del Perú
D) representativos de Lima – temas políticos controversiales
E) de la sociedad urbana – una reflexión sobre nuestro pasado

Solución:

Manuel Ascensio Segura es considerado como padre del teatro nacional porque sus obras presentan la sociedad popular y de clase media limeña del siglo XIX, además de capturar el lenguaje popular y coloquial.

Rpta.: A

Psicología

PRÁCTICA

1. Es indudable la importancia del aprendizaje en la psicología. En relación con dicho constructo, identifique el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones:
- I. Un comportamiento aprendido se mantiene estable indefinidamente.
II. Todo cambio de comportamiento evidencia un aprendizaje.
III. Para los conductistas, un aprendizaje produce modificaciones mentales.
- A) FFV B) VVF C) VFV D) VVV E) FFF

Solución:**FFF.**

Dos perspectivas importantes para explicar el aprendizaje son el conductismo y el cognitivismo. Para los conductistas, un aprendizaje involucra cambios relativamente estables en el comportamiento. Asimismo, existen cambios de comportamiento que no constituyen un aprendizaje.

Rpta: E.

2. Al pasar por un lugar donde meses antes fue asaltada, Nadia siente un aumento de su frecuencia cardíaca y respiratoria. Considerando los principios del condicionamiento, identifique el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados:

- I. El lugar donde Nadia fue asaltada es un estímulo discriminativo.
- II. Nadia aprendió bajo el principio de asociación de estímulos.
- III. El aumento de la frecuencia cardíaca ante el asalto es una respuesta condicionada.

A) FVV B) FVF C) VFV D) VVV E) FFF

Solución:**FVF**

El caso constituye un aprendizaje por condicionamiento clásico, el cual se produce bajo el principio de asociación de estímulos. En este caso Nadia aprendió a tener miedo al lugar donde fue asaltada.

Rpta: B.

3. El enfoque conductual sostiene que el condicionamiento es el proceso de aprendizaje a través de asociaciones de determinados acontecimientos. Relacione los principios de condicionamiento que se anotan abajo con los ejemplos que los ilustran.

- | | |
|----------------------------|--|
| I. Reforzamiento positivo | a) Llegar tarde a su casa para encontrar a su papá durmiendo y no escuchar sus gritos. |
| II. Reforzamiento negativo | b) No permitir el uso del celular a su hijo, cuando no aprueba sus exámenes. |
| III. Castigo negativo | c) Premiar el esfuerzo de los vendedores al lograr más ventas |

A) Ia, IIb, IIIc
D) Ib, IIc, IIIa

B) Ib, IIa, IIIc
E) Ic, IIb, IIIa

C) Ic, IIa, IIIb

Solución

- I. Reforzamiento positivo, se refiere al incremento de conducta a causa de la aparición de un estímulo agradable como consecuencia (c).
- II. Reforzamiento negativo, se produce cuando se incrementa una conducta porque la consecuencia es la desaparición de un estímulo desagradable (a).
- III. Castigo negativo, se produce cuando disminuye la frecuencia de emisión de una conducta porque tiene como consecuencia la pérdida de una situación agradable (b).

Rpta: C

4. Una de las teorías más importantes para explicar algunas formas de aprendizaje es el condicionamiento clásico, propuesto por Ivan Pavlov. Con respecto a sus planteamientos es correcto afirmar que
- en el condicionamiento clásico, los sujetos aprenden por las consecuencias de su accionar.
 - se genera el condicionamiento al aparear un estímulo neutro con una respuesta incondicionada.
 - en el condicionamiento clásico, la respuesta condicionada es una respuesta adquirida de forma involuntaria.
- A) Solo II. B) I y III C) II y III D) I y II E) Solo III

Solución:

Solo III.

En el condicionamiento clásico se aprende por asociación de estímulos. La respuesta adquirida se denomina condicionada y se produce de forma involuntaria.

Rpta: E.

5. Existen diferentes formas de aprender comportamientos en la vida. A continuación, identifique el o los enunciados que ilustren comportamientos adquiridos por condicionamiento respondiente.
- Sentir dolor al quemarse mientras cocina en la casa de sus tíos.
 - Apagar las luces del estadio para evitar que el equipo rival celebre.
 - La alegría que siente un estudiante al oír el timbre que indica la salida al recreo.
- A) Solo III B) I y III C) I y II D) II y III E) Solo I

Solución:

Solo III

En el condicionamiento clásico o respondiente se aprenden respuestas condicionadas mediante el apareamiento de estímulos, lo cual solo se cumple en el enunciado III. El enunciado I no constituye un aprendizaje y el enunciado II no es un aprendizaje por condicionamiento respondiente.

Rpta. A

6. «...En relación al comportamiento de los leones, cuando un macho es viejo o se encuentra lesionado, puede ser reemplazado por un nuevo macho más joven y fuerte. Debido a la competencia reproductiva, estos machos suelen cometer infanticidio, eliminando a las crías del macho anterior. Así los genes del macho dominante se perpetúan en la población de leones...» El texto anterior ejemplifica un caso de comportamiento _____ denominado _____.
- A) aprendido - instinto. B) no aprendido - maduración.
C) no aprendido - instinto. D) no aprendido - adaptación.
E) aprendido - maduración.

Solución:

Los instintos son patrones de comportamiento no aprendidos que son típicos de una especie, como lo ilustrado en el ejemplo.

Rpta: C

7. Para que un video o un *reel* se vuelva viral requiere de cinco millones o más de visitas en una semana o menos. Entonces, de acuerdo al modelo básico del condicionamiento operante, podemos identificar que para un creador o comercializador de videos, las visitas cumplen la función de _____ y las redes sociales representan _____.
- A) conducta operante – la conducta antecedente
B) estímulo consecuente – el estímulo discriminativo
C) estímulo condicionado – estímulo neutro
D) respuesta emocional – conducta instrumental
E) asociación de estímulos – condicionamiento operante

Solución

De acuerdo al modelo de la triple relación de contingencia, el efecto (visitas) que produce la conducta (publicación), se denomina **estímulo consecuente**; y la situación (redes sociales) donde se emite la conducta, se le llama **estímulo discriminativo**.

Rpta. B

8. Ruperto ha decidido utilizar sus conocimientos sobre principios de aprendizaje para explicar comportamientos diarios. Así, él sostiene que cuando está en clases y suena el timbre que anuncia el receso, los alumnos se incorporan para salir, por asociación de estímulos y si el maestro no los deja salir por haber hecho bulla, está usando reforzamiento negativo. Tomando como referencia lo descrito identifique el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:
- I. Ruperto está explicando correctamente las dos situaciones señaladas.
II. Los alumnos se incorporan para salir por condicionamiento clásico.
III. Que el maestro no los deje salir por la bulla hecha, es castigo negativo.
- A) VFF B) FVV C) VVF D) FVV E) VVF

Solución

El **condicionamiento clásico** se produce al asociar dos estímulos que se presentan en el mismo intervalo de tiempo.

En el condicionamiento operante, perder una consecuencia agradable a causa de un comportamiento inadecuado, es **castigo negativo**.

Rpta. B

9. Carlota ha decidido evitar comer mariscos porque las dos veces que lo hizo, terminó intoxicada y con gran comezón en el cuerpo, la decisión tomada ilustra un caso de reforzamiento
- A) condicionado. B) incondicionado. C) positivo
D) clásico. E) negativo.

Solución:

El reforzamiento negativo es el principio de condicionamiento operante que consiste en que la frecuencia de una conducta se incrementa, debido a que genera la eliminación de un estímulo aversivo.

Rpta: E.

10. El pequeño Apolo le pide a su padre que le amarre los zapatos, el padre le dice que espere y continúa revisando su celular; Apolo insiste, grita y llora hasta que el padre se acerca diciéndole: «Ya te he dicho que no grites! ¿Por cuál zapato empezamos?»
Tomando como referencia los principios del condicionamiento operante, señale todas las afirmaciones correctas.

- I. El reforzamiento negativo causa daño moral en el niño.
- II. Los gritos de Apolo son recompensados positivamente.
- III. El comportamiento del padre está reforzado negativamente.
- IV. A veces recompensamos comportamientos que nos molestan.

- A) I, II y III B) I, III y IV C) II, III y IV D) I y III E) II y IV

Solución

II, III, IV

I. Lo «negativo» en el enfoque conductual, se refiere a «quitar», no tiene una valoración moral (F).

II. Los gritos de Apolo son recompensados positivamente porque obtiene algo deseable, que su padre le preste atención (V).

III. El comportamiento del padre está reforzado negativamente porque se deshace de algo que le molesta: los gritos de su hijo (V).

IV. Algunas veces, sin darnos cuenta, recompensamos comportamientos que nos molestan. Por ejemplo, los gritos de Apolo molestaban a su padre, pero fueron recompensados con la atención del mismo.

Rpta. C

Educación Cívica

EJERCICIOS DE CLASE

1. El Estado peruano, es la organización jurídica y política de la nación, asentada sobre un territorio. De acuerdo con lo anterior, elija la alternativa que relacione los elementos del Estado con su respectiva característica.

- | | |
|----------------|--|
| I. Nación | a. Conjunto de personas organizados políticamente que acceden al poder, para expresar la voluntad del Estado y hacer que esta se cumpla. |
| II. Territorio | b. Totalidad de personas que posee ciertos vínculos comunes como: costumbres, idioma, fe religiosa e ideales. |
| III. Gobierno | c. Capacidad que requiere de autonomía y de fuerza para ejercer y defender decisiones dentro del territorio. |
| IV. Soberanía | d. Comprende el suelo, el subsuelo, el dominio marítimo, y el espacio aéreo que los cubre. |

- A) Ia, IIc, IIId, IVb
D) Id, IIc, IIId, IVa

- B) Ib, IId, IIId, IVa
E) Ib, IId, IIIa, IVc

- C) Id, IIb, IIId, IVa

Solución:

I.	Nación	b.	Totalidad de personas que posee ciertos vínculos comunes como: costumbres, idioma, fe religiosa e ideales.
II.	Territorio	d.	Comprende el suelo, el subsuelo, el dominio marítimo, y el espacio aéreo que los cubre.
III.	Gobierno	a.	Conjunto de personas organizados políticamente que acceden al poder, para expresar la voluntad del Estado y hacer que esta se cumpla.
IV.	Soberanía	c.	Capacidad que requiere de autonomía y de fuerza para ejercer y defender decisiones dentro del territorio.

Rpta.: E

2. Determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados relativos a los deberes del Estado peruano.

- I. Las Fuerzas Armadas son responsables de defender nuestra soberanía nacional ante la inseguridad ciudadana.
- II. Las autoridades elegidas por voto popular deben promover el bienestar general priorizando las grandes urbes.
- III. La construcción de carreteras en zonas trifteronterizas son de necesidad pública e interés nacional.
- IV. Los representantes del Estado deben garantizar la plena vigencia de los Derechos Humanos en el país.

A) FVFFV B) VFFFV C) FFVVV D) VFVFV E) FVVVV

Solución:

- I. **Falso.** Las Fuerzas Armadas son responsables de defender nuestra soberanía nacional ante invasión extranjera.
- II. **Falso.** Las autoridades elegidas por voto popular deben promover el bienestar general en toda la nación.
- III. **Verdadero.** Establecer y ejecutar políticas de fronteras es impulsar la construcción de carreteras en zonas trifteronterizas.
- IV. **Verdadero.** Los representantes del Estado deben garantizar la plena vigencia de los Derechos Humanos en el país.

Rpta.: C

3. La nacionalidad es un vínculo jurídico político que marca la pertenencia de un individuo con un Estado y a la población de este. De acuerdo con lo descrito, que enunciados expresan correctamente el modo de adquirir la nacionalidad peruana.

- I. Las personas extranjeras que expresan su voluntad de serlos, con buena conducta, solvencia moral y que carezcan de antecedentes penales.
- II. La persona extranjera unida en matrimonio con peruano o peruana y residente, en esta condición, en el territorio de la República por lo menos cinco años.
- III. Los nacidos en el extranjero, hijos de padre o madre peruanos que a partir de su primer lustro manifiestan su voluntad de serlo ante autoridad competente.
- IV. Los extranjeros residentes en nuestro país a las que, por servicios distinguidos a la Nación, el Congreso de la República les confiere este honor.

A) I, II y III B) I y IV C) I, II y III D) I, II y IV E) II y IV

Solución:

- I. **Correcto.** Las personas extranjeras que expresan su voluntad de serlo y que cumplen con los siguientes requisitos: a) Residir legalmente en el territorio de la República por lo menos dos años consecutivos. b) Ejercer regularmente profesión, arte, oficio o actividad empresarial. c) Carecer de antecedentes penales, tener buena conducta y solvencia moral.
- II. **Incorrecto.** La persona extranjera unida en matrimonio con peruano o peruana y residente, en esta condición, en el territorio de la República por lo menos dos años, que exprese su voluntad de serlo ante la autoridad competente.
- III. **Incorrecto.** Las personas nacidas en el territorio extranjero, hijos de padre o madre peruanos que, a partir de su mayoría de edad, manifiestan su voluntad de serlo ante autoridad competente.
- IV. **Correcto.** Las personas extranjeras residentes en el territorio de la República a las que, por servicios distinguidos a la Nación peruana, a propuesta del Poder Ejecutivo, el Congreso de la República les confiere este honor mediante Resolución Legislativa.

Rpta.: B

4. Diversos grupos universitarios, gremios profesionales y trabajadores se integran a las marchas de protesta convocadas en varias ciudades del Perú contra la corrupción ejercida por nuestro sistema judicial y para pedir la destitución de los magistrados y funcionarios. De acuerdo con lo descrito, ¿estos posibles actos ilícitos en el sistema judicial vulneran el Estado de Derecho?
- A) No, porque nuestras normas jurídicas solo sancionan el atentado contra la libertad individual.
 - B) Sí, porque ante hechos delictivos, los ciudadanos deben arrogarse el control y ejercicio del poder.
 - C) No, porque el Estado de Derecho solo es violentado cuando entra en conflicto con el Poder Ejecutivo.
 - D) Sí, porque la inestabilidad jurídica en el país transgrede el ordenamiento jurídico y el orden público.
 - E) No, porque los manifestantes no tienen el derecho de insurgencia en defensa del orden constitucional.

Solución:

Para que una democracia funcione se requiere que en el país impere el estado de derecho, donde todas las personas, instituciones, entidades públicas y privadas, incluido el propio Estado, están sometidas a leyes que se promulgan públicamente, se hacen cumplir por igual y se aplican con independencia, además de ser compatibles con las normas y los principios internacionales de derechos humanos.

Rpta: D

Historia

EJERCICIOS DE CLASE

1. En la segunda mitad del siglo XVII, las élites criollas comenzaron a ascender políticamente. Los cargos en las audiencias, las cajas reales y el Tribunal del Consulado eran ocupados cada vez más por españoles americanos. Ante esa situación, la Corona española en el siglo XVIII, en el contexto de las reformas borbónicas,

- A) creó dos nuevos virreinos y dos capitanías generales.
- B) estableció mayores requisitos para ser nombrado oidor.
- C) permitió a cualquier persona ser electa como regidor y alcalde.
- D) nombró virreyes, oidores y capitanes generales criollos.
- E) dividió los virreinos en corregimientos y audiencias.

Solución:

Debido a que en el siglo XVIII las audiencias americanas tenían una gran cantidad de oidores y presidentes de origen criollo, la Corona española comenzó a establecer mayores requisitos para evitar que los criollos controlaran estas instituciones. Por ejemplo, desde 1753 se comenzó a exigir a los pretendientes al cargo de oidor pruebas de pureza de sangre, determinados montos de garantía, avales de personas prominentes y poseer buena reputación.

Rpta.: B

2. La rebelión de Túpac Amaru II (1780-1781), por la cantidad de personas movilizadas y la violencia que desencadenó, fue una de las más importantes de la época colonial. Motivada por la marginación y explotación de la población indígena, y la política de impuestos, tributos y aduanas, implementada durante las reformas borbónicas. Ahora bien, es posible afirmar que el detonante del levantamiento liderado por José Gabriel Condorcanqui fue

- A) el sistema de explotación de la mita minera de Potosí y los obrajes cusqueños.
- B) la masificación de la lectura de *Los Comentarios Reales* del Inca Garcilaso.
- C) la falta de una legislación que protegiera los derechos de los indios y las castas.
- D) el papel de la Iglesia católica en la marginación de la población indígena.
- E) los abusos del corregidor José A. de Arriaga en el cobro de los repartos.

Solución:

El enfrentamiento con José A. de Arriaga, corregidor de Tinta, dio inicio de la rebelión de Túpac Amaru II. Estos dos personajes tuvieron un desencuentro por el reparto de mercancías a los indígenas, al exigir un pago excesivo en poco tiempo. Arriaga, quien buscaba que José Gabriel Condorcanqui fuera cómplice de esta práctica de explotación, finalmente fue apresado, enjuiciado y ejecutado públicamente el 10 de noviembre de 1780 en la plaza de Tungasuca.

Rpta.: E

3. La crisis de la monarquía española fue un acontecimiento que, por un lado, derivó de las guerras napoleónicas y, por el otro, afectó a los reinos españoles en América. Asimismo, si bien la usurpación de la Corona española fue un evento político, sus efectos fueron legales y militares. En ese contexto, señale el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:
- I. Los franceses establecieron una república liberal en 1810.
 - II. Una consecuencia fue la Constitución de Cádiz (1812).
 - III. Se dio autonomía de gobierno a los virreinos y capitanías generales.
 - IV. Culminó con la expulsión de los franceses de España.
- A) VVFF B) VFVF C) FVFV D) VVVF E) FFFV

Solución:

La crisis de la monarquía española (1808-1814) se produjo a raíz de la invasión francesa de España. A partir de ese momento se desencadenaron una serie de procesos que pusieron en tela de juicio a la monarquía y brindaron cierto poder a los sectores liberales. La expresión de esta tendencia fue la conformación de las Cortes de Cádiz y la Constitución de 1812, en la que se redefinió la legitimidad de la monarquía y se plasmaron algunas ideas políticas liberales. Sin embargo, con la expulsión de los franceses y la posterior restauración de la monarquía en 1814, se dio marcha atrás respecto de los cambios efectuados hasta esa fecha.

Rpta.: C

4. Luego de las campañas militares en Chile entre 1817 y 1818, los ejércitos liderados por el general José de San Martín iniciaron sus preparativos para dirigirse al Perú. Sin embargo, sería recién en 1820 cuando las tropas argentinas y chilenas llegarían a la Costa sur del Perú para iniciar sus acciones políticas y militares. Una de las primeras actividades del ejército libertador, luego de su desembarco en Paracas, fue
- A) asediar la ciudad de Lima, por mar y tierra.
 - B) aliarse con Bolívar, ya establecido en Guayaquil.
 - C) tomar el control de los puertos del Callao y de Paíta.
 - D) avanzar hacia el altiplano para controlar Potosí.
 - E) buscar una salida negociada con los españoles.

Solución:

Una vez instalado su cuartel general en Pisco (1820), José de San Martín buscó negociar con las autoridades españolas su retiro del Perú. Esta línea de acción respondía a la visión que el general argentino tenía de la situación. San Martín quería una transición pacífica que le permitiera mantener el orden social. Por esa razón buscó una entrevista con los españoles, la misma que se concretó en la Conferencia de Miraflores, a la que asistieron su representante Juan García del Río, e Hipólito Unanue, representante del virrey Pezuela. Ese encuentro finalmente no trajo los resultados esperados.

Rpta.: E

5. La independencia del Perú tuvo como parte final la presencia de Simón Bolívar y las tropas neogranadinas. Entre 1823 y 1826 una serie de eventos finalmente marcaron la derrota militar del ejército realista. Con relación a los sucesos ocurridos en aquel periodo, señale el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:
- La región del Alto Perú se constituyó en un nuevo país en 1825.
 - El Congreso designó a Simón Bolívar dictador del Perú en 1824.
 - Bolívar y San Martín se reunieron luego de la batalla de Ayacucho.
 - Los españoles se replegaron a la Costa y Sierra norte del Perú.
- A) VVFF B) VFVF C) FVFF D) VVVF E) FFFV

Solución:

La presencia de Simón Bolívar y las tropas de la Gran Colombia fue decisiva para culminar la independencia del Perú. Durante este periodo, el Congreso nombró a Bolívar dictador con plenos poderes en 1824, se derrotó al ejército español en Junín y Ayacucho, se alentó la formación de una nueva república, que fue Bolivia en 1825, se convocó al Congreso Anfictiónico de Panamá, y finalmente se intentó formar la Federación de los Andes.

Rpta.: A

Geografía

EJERCICIOS DE CLASE

1. Una ecorregión es un área geográfica clasificada por características similares en términos de suelo, clima, hidrología, flora y fauna y que actúan en estrecha interdependencia. Con respecto al último factor ecológico, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.
- Las comunidades faunísticas del mar tropical se concentran en condiciones de menor viscosidad y salinidad.
 - Las formaciones vegetales del bosque tropical del Pacífico son el espacio alimenticio exclusivo de la pava aliblanca.
 - Las formaciones herbáceas de la puna y altos Andes sirven de sustento nutritivo para el ñandú andino y algunos cérvidos.
 - Las zonas montañosas y pronunciadas de la selva alta son propicias para la anidación del gallito de las rocas.
- A) VFVV B) VFVF C) FVFF D) FVVV E) VVFF

Solución:

- Verdadero. Las comunidades faunísticas del mar tropical se concentran en condiciones de menor viscosidad, así como de salinidad. Entre estas especies tenemos al merlín, mero, pez espada, etc.
- Falso. La pava de ala blanca o aliblanca habita en formaciones vegetales del bosque seco ecuatorial, parte de su flora está representada por los algarrobales.
- Verdadero. Las formaciones herbáceas de la puna y altos Andes sirven de sustento alimenticio para el ñandú andino y algunos cérvidos, como la taruca o ciervo andino.
- Verdadero. Las zonas montañosas y pronunciadas de la selva alta son propicias para la anidación del gallito de las rocas o tunqui, considerada ave nacional del Perú.

Rpta.: A

2. A pesar de las extremas condiciones de aridez, la ecorregión del desierto del Pacífico ofrece una interesante variedad de ecosistemas que se extienden a lo largo de la costa. Con respecto a su diversidad biológica, identifique los enunciados correctos.
- Sobre sus suelos con alto contenido salino y cerca de las orillas marinas suelen crecer los gramadales.
 - Dentro de la comunidad faunística figura el ave fragata que se alimenta de lagartijas e insectos.
 - Durante los meses de verano, algunos ríos de la costa concentran poblaciones de camarones juveniles.
 - Se distingue en esta ecorregión durante los primeros meses del año el desarrollo de la vegetación de lomas.
- A) I y II B) I y IV C) I y III D) II y III E) III y IV

Solución:

- Correcto. En los suelos cercanos a las orillas marinas predomina la gramínea conocida como grama salada.
- Incorrecto. El ave fragata o tijereta es un ave representativa de la ecorregión del mar tropical.
- Correcto. Durante los meses de verano, algunos de los ríos de la costa (Majes, Cañete, etc.), concentran poblaciones de camarones juveniles que nadan río arriba.
- Incorrecto. La presencia de vegetación de lomas se desarrolla durante los meses de invierno producto de las neblina y garúas.

Rpta.: C

3. Elija la alternativa que relacione correctamente las ecorregiones con las actividades ilegales que están destruyendo sus ecosistemas.

I.	Puna y altos Andes	a.	Los derrames de petróleo que alteran sus ríos.
II.	Bosque seco ecuatorial	b.	La escasez del molle para la obtención de leña.
III.	Serranía esteparia	c.	La intensificación de la tala de bosques de algarrobo.
IV.	Bosque tropical amazónico	d.	La disminución abrupta de la vicuña debido a su caza

A) Ia, IIb, IIIc, IVd
D) Id, IIc, IIIb, IVa

B) Id, IIa, IIIb, IVc
E) Ib, IId, IIIc, IVa

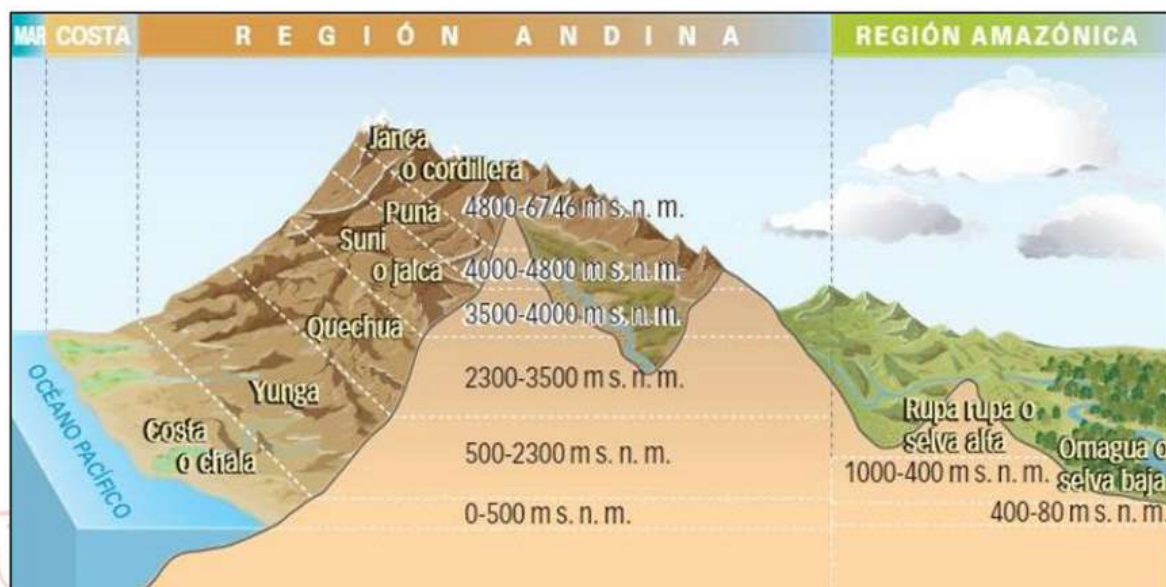
C) Ic, IIb, IIIa, IVd

Solución:

I.	Puna y altos Andes	d.	La disminución abrupta de la vicuña debido a su caza
II.	Bosque seco ecuatorial	c.	La intensificación de la tala de bosques de algarrobo.
III.	Serranía esteparia	b.	La escasez del molle para la obtención de leña.
IV.	Bosque tropical amazónico	a.	Los derrames de petróleo que alteran sus ríos.

Rpta.: D

4. La extensión de diferentes pisos altitudinales, donde se encuentran rasgos y características comunes en cuanto a relieve, clima, flora y fauna, ha dado lugar a una de las divisiones en regiones naturales más difundidas, la del doctor Javier Pulgar Vidal. A partir de lo descrito y con el gráfico de las ocho regiones naturales, podemos afirmar que



- A) la región jalca se extiende en la vertiente occidental andina de manera exclusiva.
 B) las altas montañas presentan una condición idónea para la práctica agropecuaria.
 C) el piso inferior de la Amazonía se identifica por las mayores precipitaciones.
 D) los valles interandinos se concentran en espacios inferiores a los 2300 m.s.n.m.
 E) los altiplanos de la puna poseen mejor condición para la crianza de camélidos.

Economía

EJERCICIOS DE CLASE

1. Ernesto y su esposa son muy dedicados al deporte, juntos los fines de semana se dirigen al balneario de Pucusana a manejar bicicleta y pasear en su yate. Al regresar a casa aprovechan para degustar de los exquisitos platos marinos en uno de los restaurantes de la zona; de lo que más antojo les genera a ambos es el ceviche de bonito. Se puede afirmar que al ingerir este alimento se trata de consumo
- A) humano directo. B) indirectamente productivo. C) humano indirecto.
 D) empresarial. E) industrial.

Solución:

La pesca artesanal es una de las actividades mayormente realizada en litoral al distrito de Pucusana, la cual tiene como destino el consumo humano directo (del mar a la olla). A diferencia del consumo humano indirecto (harina de pescado, aceite de pescado, las cuales son el resultado de un proceso de industrialización).

Rpta: A

2. El artículo 61° de la Carta Magna de nuestro país señala:
El Estado facilita y vigila la libre competencia. Combate toda práctica que la limite y el abuso de posiciones dominantes o monopólicas. Ninguna ley ni concentración puede autorizar ni establecer monopolios.
El organismo encargado de poner en práctica lo dispuesto en el presente artículo de la Carta Magna, para salvaguardar la libre y leal competencia en los mercados, protegiendo los derechos para el bienestar de los consumidores es
- A) SUNASS. B) OSITRAN. C) OSIPTEL. D) INDECOPI. E) OSINERGMIN.

Solución:

El Instituto Nacional de Defensa de la Competencia y de la Protección de la Propiedad Intelectual (Indecopi) tiene entre sus competencias la defensa de los derechos de los consumidores de acceder a productos de calidad de los artículos de acceder a productos de calidad, evitando la especulación, el acaparamiento, el fraude, mercados negros, los derechos de autor, etc.; además de ser una institución fundamental para el correcto funcionamiento de los mercados y evitar, como señala la Carta Magna, prácticas anticompetitivas.

Rpta: D

3. La India es el mayor importador de oro del mundo. En una coyuntura compró 960 toneladas de oro y logró tener 550 toneladas de reservas de este, que apenas cubren la mitad del consumo aproximado de un año. La demanda de oro indio tiene fines religiosos y seculares, y se estima que cerca de un billón de dólares del metal se encuentra en manos privadas, de los cuales los templos representan más del 10 % de esa cantidad. De lo expuesto se deduce que la demanda de oro indio representa un tipo de consumo
- A) improductivo. B) humano indirecto. C) industrial.
D) intermedio. E) humano directo.

Solución:

El consumo humano directo es la proporción de las materias primas que se destina al consumo humano para su satisfacción inmediata. El sector primario produce bienes para cubrir los mercados mayoristas de frutas, tubérculos, hortalizas, verduras, cereales y pescado; además, también están incluidos los minerales utilizados para el atesoramiento y la joyería.

Rpta.: E

4. A partir del lunes 22 de abril 2024, se iniciaron medidas contra el mercado negro de celulares. Según este organismo competente, las empresas de telefonía móvil bloquearán todo tipo de celulares que hayan sido reportados como robados.
El organismo competente brindará una lista completa de aquellos equipos móviles que deberán ser suspendidos. Asimismo, informó que también serán bloqueados todos los equipos 'liberados', es decir, los que estén activos y no estén registrados por las empresas importadoras. EL organismo competente al cual se hace referencia en el texto anterior es.
- A) OSINERGMIN. B) INDECOPI. C) OSIPTEL. D) SUNASS. E) OSITRAN.

Solución:

Le corresponde a OSIPTEL promover el desarrollo de más y mejores servicios públicos de telecomunicaciones en beneficio de la sociedad en un marco de libre y leal competencia. En lo expuesto en el texto y en aras a defender al consumidor de telefonía, OSIPTEL asume un rol de defensa estableciendo los criterios necesarios para intervenir aquellas líneas que de manera fraudulenta se activan en el mercado.

Rpta.: C

5. Institución reguladora que intervino e infraccionó a seis transportistas informales en el kilómetro 20 de la Panamericana Sur a vísperas de las celebraciones por Fiestas Patrias, fechas en las que se registran más viajes, por trasladar pasajeros en condiciones peligrosas para su integridad.

Estos conductores pretendían movilizar a un grupo de ciudadanos hacia la ciudad de Ica en condiciones peligrosas para la integridad de los usuarios. Ante el flagrante incumplimiento de las normas, los vehículos fueron internados en el depósito de Ancón para evitar su circulación y salvaguardar la vida de más personas.

«Son vehículos que no cuentan con cinturones de seguridad, no cuentan con un SOAT que les garantiza cobertura médica a los pasajeros en caso de ocurrir algún siniestro, además de viajar a velocidad excesiva», añadió, según reportó El Peruano.

Fuente: <https://www.infobae.com/peru/2024/07/26/>

De lo expuesto en el texto anterior, el organismo del cual se hace referencia es

A) OSINERGMIN. B) SUNASS. C) SUNAT. D) OSITRAN. E) OSIPTEL.

Solución:

La institución reguladora a la que se hace referencia es OSITRAN. Su misión es la de regular y supervisar la ejecución de los contratos de concesión, cautelando los intereses de los usuarios, de los inversionistas y del Estado, a fin de garantizar la eficiencia en la explotación de la infraestructura de Transporte de Uso Público. Asimismo, garantizar a quienes hacen uso de los diferentes servicios de transporte cautelando la salud de los usuarios.

Rpta.: D

6. La familia Santisteban integrada padre, madre y dos hijos, planifica sus gastos teniendo en cuenta la compra de alimentos, el pago de servicios de agua, energía eléctrica, internet, así como también la educación de los hijos en una institución privada, reservando una parte de sus ingresos para gastos de contingencia que se puedan producir en el futuro. Según las características descritas de la familia ¿a qué nivel socioeconómico pertenecen?

A) Riqueza B) Holgura C) Extrema pobreza
D) Pobreza E) Pobreza moderada

Solución:

De acuerdo con las características descritas en el ejercicio se deduce que la familia Santisteban pertenece al nivel socioeconómico de holgura que comprende a. aquellas personas que tiene un ingreso mensual mayor a la línea de pobreza, lo que les permite cubrir una canasta básica de consumo compuesta por bienes alimenticios y no alimenticios, además tienen capacidad de ahorro. Se considera en este grupo a los hogares que tienen un ingreso promedio de S/. 3970.

Rpta.: B

7. La autoridad de Defensa del Consumidor a través de la Sala de Protección al Consumidor (SPC) sancionó en segunda y última instancia al Banco Internacional del Perú S.A.A. (Interbank) por no tomar las medidas de seguridad necesarias frente al caso de un usuario que denunció que se le cargaron siete operaciones no reconocidas a su tarjeta de crédito. Mediante la Resolución N°2293-2024/SPC, la SPC dispuso que el banco reciba una multa de 4 UIT (S/20.600) y que deje sin efecto las transacciones indebidamente cargadas, así como los intereses, comisiones y costos asociados. Interbank deberá devolver los montos abonados por el afectado a causa de dichas operaciones.

De lo expuesto en el texto anterior, el organismo del cual se hace referencia es

- A) INDECOPI. B) SUNAT. C) SUNASS. D) OSIPTEL. E) OSINERGMIN.

Solución:

El organismo que tiene la competencia de sancionar a las empresas en defensa del consumidor es INDECOPI. Recordar que su misión es promover y garantizar la leal competencia, los derechos de los consumidores y la propiedad intelectual en el Perú, propiciando el buen funcionamiento del mercado, a través de la excelencia y calidad de su personal.

Rpta.: A

8. La familia Sánchez López está conformada por cuatro miembros, y sus ingresos mensuales son S/ 1000. Además, se sabe que dicha familia no tiene capacidad de ahorro ni de inversión. Por lo tanto, el nivel de consumo de la familia en mención se denomina

- A) holgura. B) pobreza transitoria. C) riqueza.
D) pobreza extrema. E) pobreza.

Solución:

Desde el punto de vista de los hogares, se considera en pobreza extrema un hogar de cuatro miembros con ingresos mensuales menores a S/. 1,004.

Rpta.: D

9. Luis Gutiérrez ha comprado un televisor en una conocida tienda por departamentos de Lima. Al llegar a su casa, se percata de que el televisor tiene problemas con la imagen. Reclama en la tienda, pero no le hacen caso, por lo que decide presentar una denuncia en INDECOPI. Ella puede tomar esta medida, ya que el Estado tiene leyes que

- A) sancionan la especulación. B) evitan el acaparamiento.
C) protegen al consumidor. D) no son muy severas.
E) garantizan la libertad de mercado.

Solución:

El Estado, como responsable del bienestar social, asume la supervisión de las actividades económicas protegiendo los intereses de la población. Para tal fin existe el INDECOPI.

Rpta.: C

10. El señor Francisco López acude a la AFP donde aporta durante 15 años de su vida laboral para poder solicitar el retiro que, de acuerdo a las últimas disposiciones legales, le correspondería. En el reporte que emite la entidad observa que en su estado de cuenta el monto de su fondo acumulado no corresponde a los cálculos estimados por él y el procedimiento realizado por los corredores no termina por satisfacer sus dudas e intereses.

Por tal motivo, el señor Francisco López puede interponer un reclamo a

- A) OSIPTEL. B) SBS. C) OSINERGMIN. D) INDECOPI. E) SUNAT.

Solución:

La SBS protege los derechos de los afiliados al Sistema Privado de Pensiones y asegurados.

Rpta: B

Filosofía

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Según Carmela, es absurdo seguir creyendo que el hombre ha sido creado por Dios a su imagen y semejanza, ya que toda la evidencia científica que se ha reunido desde hace más de un siglo contradice esa idea. Por el contrario, lo más lógico es pensar que el hombre ha ido adquiriendo las capacidades que tiene a través de un largo proceso de miles de años.

Respecto del problema del origen del hombre, el punto de vista de Carmela coincide con

- A) los planteamientos del multiculturalismo. B) la teoría del evolucionismo naturalista.
C) la concepción creacionista. D) la tesis de la generación espontánea.
E) los postulados del materialismo histórico.

Solución:

El punto de vista de Carmen coincide con la postura del naturalismo evolucionista respecto del problema del origen del hombre.

Rpta.: B

2. Valentín y Sofía son dos compañeros que luego de su clase de filosofía debaten acerca de las distintas posturas respecto de la esencia del hombre. Mientras Valentín considera que el hombre no es superior a los animales y no se diferencia significativamente de ellos, incluso cree que es inferior por ir en contra de su naturaleza biológica. En cambio, Sofía sostiene que el ser humano es muy distinto, debido a su capacidad para crear, por ejemplo, poemas, pinturas y por haber desarrollado distintas formas de interpretar la realidad que lo rodea.

Las ideas de Valentín y Sofía acerca de la naturaleza humana son afines a las posturas de

- A) Scheler y Aristóteles. B) Cassirer y San Agustín. C) Nietzsche y Cassirer.
D) Engels y Scheler. E) Aristóteles y Engels.

Solución:

Las ideas de Víctor y Sonia acerca de la naturaleza humana son afines a las posturas de Nietzsche y Cassirer, respectivamente.

Rpta.: C

3. Mario le dice a su hijo que el hombre es dueño de sí; actúa después de pensar, es dueño de sus actos y no está gobernado por sus instintos. Su hijo le responde lo siguiente: «Mas el hombre en situaciones peligrosas se deja llevar y dominar por los instintos». Finalmente, Mario manifiesta que, normalmente, el ser humano se gobierna con la inteligencia y decide libremente su conducta.

Las ideas de Carlos se relacionan con la propuesta de Scheler de que el hombre

- A) puede representar el mundo. B) es un ser pensante y social.
C) tiene autoconciencia. D) tiene autonomía existencial.
E) tiene una dimensión simbólica.

Solución:

Para Scheler el hombre tiene autonomía existencial o libertad y, por ello, puede dominar sus instintos corporales, gracias a que tiene un espíritu.

Rpta.: D

4. Josefina, profesora de Ciencias Sociales, comenta a sus alumnos que el hombre es capaz de procrear y producir artefactos; pero, él no puede crear como Dios lo hace, porque es un ser finito. Sin embargo, el ser humano tiene libertad para realizar acciones adecuadas e inadecuadas. Lo dicho por la profesora guarda relación con la tesis sobre

- A) el naturalismo evolucionista de Engels.
B) el origen del hombre sostenida por San Agustín.
C) el animal simbólico defendida por Cassirer.
D) el instinto natural propuesta por Nietzsche.
E) el animal racional cuyo autor es Aristóteles.

Solución:

El hombre es un ser creado por Dios, supremo creador de toda realidad. Según San Agustín, la voluntad humana busca la felicidad, supremo bien, pero es libre de elegir el bien o el mal y alejarse con ello de Dios.

Rpta.: B

5. El hombre actúa en la sociedad según sus necesidades y se objetiva a sí mismo, con la cual hace del mundo su «mundo» actuando frente a éste, de manera libre, creativa y expansiva. Asimismo, el ser humano es capaz de captar intuitivamente las esencias abstractas como las de las matemáticas. De lo expuesto, se puede afirmar que el hombre
- A) es un ser esencialmente espiritual.
B) se diferencia por su naturaleza simbólica.
C) está determinado por sus instintos.
D) fue creado por Dios a su imagen y semejanza.
E) se distingue por ser un animal racional.

Solución:

Para Max Scheler, el hombre es un ser espiritual. La espiritualidad hace del ser humano una persona, la cual posee las siguientes características: a) tiene autonomía existencial o libertad, b) puede objetivar o representar el mundo y c) tiene autoconciencia.

Rpta.: A

6. Un estudiante egresado de filosofía presentó una tesis para obtener su grado de magíster. A través de su investigación sostuvo que el hombre es básicamente un «ser apasionado y emocional». Esta postura está en contra de las ideas de

A) Nietzsche y la concepción de la voluntad de poder.
B) Max Scheler y la tesis espiritualista del hombre.
C) Aristóteles y la idea del hombre como animal racional.
D) Taylor y la identidad como producto del reconocimiento.
E) Cassirer y la propuesta del simbolismo humano.

Solución:

Para Aristóteles el hombre es básicamente un ser racional, cuenta de manera exclusiva con un alma inteligente que lo hace superior a los animales y vegetales.

Rpta.: C

7. Algunos ciudadanos que viven en comunidades alejadas de las capitales de sus países, se encuentran desamparadas por los distintos gobiernos que han pasado, algunos no tienen agua, carreteras, acceso a internet lo que provoca su falta de identificación con el Estado al cual pertenecen.

De acuerdo con la filosofía de Taylor, se deduce que dichos ciudadanos carecen de identidad

A) por la ineptitud de los gobernantes.
B) producto de la indiferencia estatal.
C) como consecuencia del pluralismo.
D) por la ausencia de reconocimiento.
E) por la carencia de inversión privada.

Solución:

De acuerdo con la filosofía de Taylor, la identidad surge como producto del reconocimiento; por ello, si a determinadas personas no se les reconoce como tal, no desarrollarán una real identidad consigo mismas ni con el país al que pertenecen.

Rpta.: D

8. El trabajo es fundamental en la formación del hombre, le permitió crear las herramientas para transformar la naturaleza y los medios para que pudiese dominarla, desde la recolección de frutos, la caza, la pesca y hasta la agricultura. Este factor le permitió modificar la naturaleza y dominarla para satisfacer sus necesidades. Según lo expuesto, tales ideas se corresponden con la tesis del

A) animal simbólico, planteada por Cassirer.
B) ser espiritual, propuesta por Scheler.
C) creacionismo, sostenido por San Agustín.
D) instinto natural, defendida por Nietzsche.
E) naturalismo evolucionista, de Engels.

Solución:

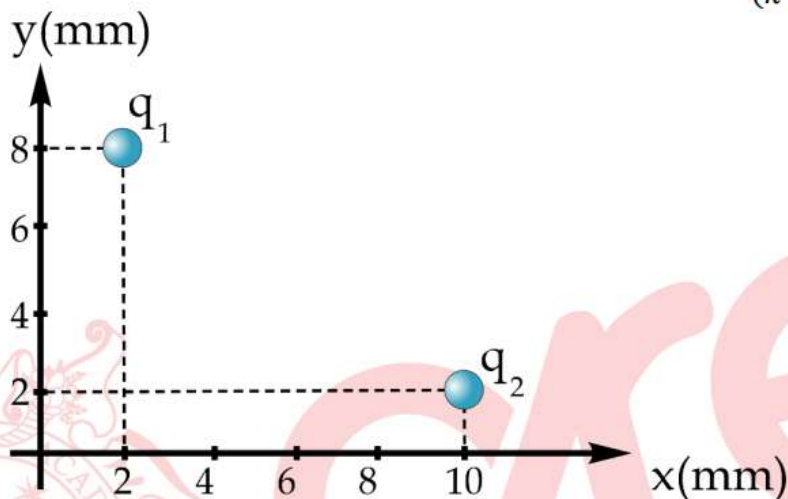
De acuerdo con Engels y su teoría del naturalismo evolucionista, el hombre es un ser que alcanzó la humanización gracias al trabajo.

Rpta.: E

Física

EJERCICIOS DE CLASE

1. Se tienen dos partículas con cargas eléctricas $q_1 = +2 \mu\text{C}$ y $q_2 = -4 \mu\text{C}$ ubicadas en las posiciones que se indican en la figura. Determine la energía potencial eléctrica del sistema. ($k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$)



- A) 60 J B) -120 J C) -72 J D) 90 J E) -160 J

Solución:

Calculando la distancia entre las partículas.

$$d = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ mm} = 10 \times 10^{-3} \text{ m}$$

Calculando la energía potencial eléctrica

$$E_{PE} = k \frac{q_1 q_2}{d}$$

$$E_{PE} = 9 \times 10^9 \times \frac{(+2 \times 10^{-6})(-4 \times 10^{-6})}{10 \times 10^{-3}}$$

$$E_{PE} = -72 \text{ J}$$

Rpta.: C

2. Dos partículas idénticas con carga eléctrica de $+60 \mu\text{C}$ y $-40 \mu\text{C}$. Si las partículas se ponen en contacto y luego se separan 120 cm, determine el potencial eléctrico en el punto medio del segmento que las une.

$$(k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2)$$

- A) 200 Kv B) -200 kV C) -100 kV D) 300 kV E) -500 kV

Solución:

Aplicando conservación de la carga

$$\sum q_{\text{INICIO}} = \sum q_{\text{FINAL}}$$

$$(+60 \mu\text{C}) + (-40 \mu\text{C}) = q + q$$

$$q = +10 \mu\text{C}$$

Calculando el potencial eléctrico en el punto medio.

$$V_P = V_1 + V_2$$

$$V_P = k \frac{q}{d} + k \frac{q}{d} = \frac{2kq}{d}$$

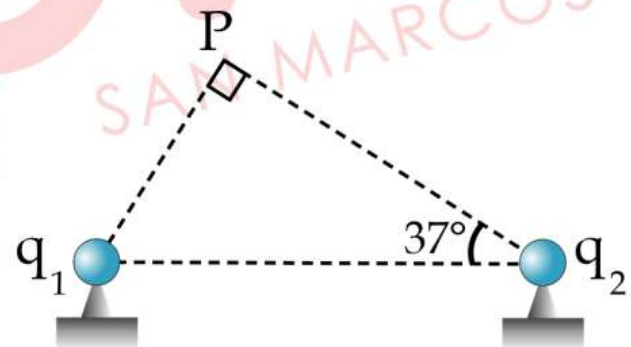
$$V_P = \frac{2 \times 9 \times 10^9 \times 10 \times 10^{-6}}{60 \times 10^{-2}}$$

$$V_P = 3 \times 10^5 = 300 \text{ kV}$$

Rpta.: D

3. Se tienen dos partículas electrizadas fijas con cargas $q_1 = +12 \text{ nC}$ y $q_2 = -8 \text{ nC}$, tal como muestra la figura. Si la separación entre las partículas es 5 cm, determine el potencial eléctrico en el punto P.

$$(k = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)$$



- A) 2000 V B) -1600 V C) 1800 V
D) 3600 V E) -2700 V

Solución:

Calculando el potencial eléctrico en el punto P.

$$V_P = V_1 + V_2$$

$$V_P = k \frac{q_1}{d_1} + k \frac{q_2}{d_2}$$

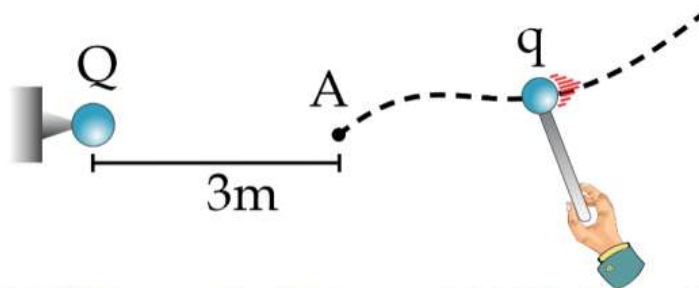
$$V_P = 9 \times 10^9 \times \frac{(+12 \times 10^{-9})}{3 \times 10^{-2}} + 9 \times 10^9 \times \frac{(-8 \times 10^{-9})}{4 \times 10^{-2}}$$

$$V_P = 18 \times 10^2 = 1800 \text{ V}$$

Rpta.: C

4. La figura muestra una partícula con carga eléctrica $Q = +20 \mu\text{C}$. Determine el trabajo realizado al trasladar lentamente una partícula con carga $q = +60 \text{ mC}$ desde el infinito hasta el punto A.

$$(k = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2)$$



- A) 900 J B) 3000 J C) 500 J D) 3600 J E) 1800 J

Solución:

Calculando el potencial eléctrico en el punto A.

$$V_A = k \frac{Q}{d}$$

$$V_P = 9 \times 10^9 \times \frac{(+20 \times 10^{-6})}{3}$$

$$V_P = 6 \times 10^4 \text{ V}$$

Calculando el trabajo desarrollado por el agente externo.

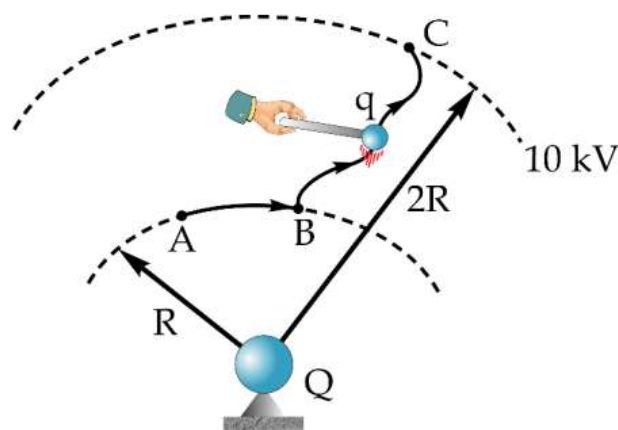
$$W_{\infty \rightarrow A}^{ext} = q(V_A - V_{\infty})$$

$$W_{\infty \rightarrow A}^{ext} = (+60 \times 10^{-3})(6 \times 10^4 - 0)$$

$$W_{\infty \rightarrow A}^{ext} = 3600 \text{ J}$$

Rpta.: D

5. La figura muestra un cuerpo con carga Q y una partícula con carga $q = -5 \text{ mC}$ que se traslada lentamente según la trayectoria mostrada. Indique la verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:



- I. Si la partícula se traslada de A hasta B, el trabajo realizado por el campo eléctrico es cero.
 II. El trabajo realizado por el agente externo es positivo en la trayectoria de B hasta C.
 III. Si la partícula se traslada de A hasta C, el trabajo del campo eléctrico es 50 J.

A) VVV B) VFF C) FVV D) FFV E) VVF

Solución:

- I. (V) el trabajo para dos puntos en una misma superficie equipotencial es CERO.
 II. (V) analizando el signo del trabajo generado por el agente externo, considerando que $V_B > V_C$.

$$W_{B \rightarrow C}^{ext} = q(V_C - V_B) = (-)(-) = (+)$$

- III. (F) calculando el trabajo generado por el campo eléctrico.

$$W_{A \rightarrow C}^{campo} = -q(V_C - V_A)$$

$$W_{A \rightarrow C}^{campo} = -(-5 \times 10^{-3})(10 \times 10^3 - 20 \times 10^3)$$

$$W_{\infty \rightarrow A}^{ext} = -50 \text{ J}$$

Rpta.: E

6. Una partícula electrizada se traslada lentamente en la región del campo eléctrico homogéneo desde el punto M hasta el punto N, como se muestra en la figura. Determine el trabajo realizado por el campo eléctrico al trasladar la partícula de carga $q = +5 \text{ mC}$.

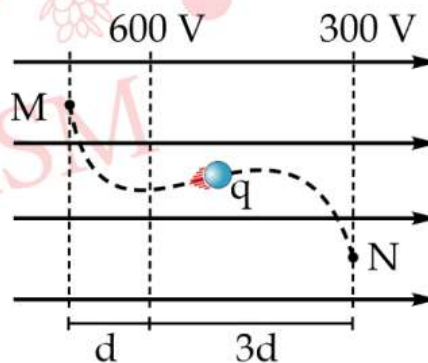
A) 2 V

B) -4 V

C) -2 V

D) 4 V

E) 5 V



Solución:

Calculando el potencial eléctrico en el punto M.

$$E = \frac{V_M - 600}{d} = \frac{600 - 300}{3d}$$

$$V_M = 700 \text{ V}$$

Calculando el trabajo desarrollado por el campo eléctrico.

$$W_{M \rightarrow N}^{campo} = -q(V_N - V_M)$$

$$W_{A \rightarrow C}^{campo} = -(+5 \times 10^{-3})(300 - 700)$$

$$W_{\infty \rightarrow A}^{ext} = 2 J$$

Rpta.: A

7. Se desea fabricar un condensador de placas planas y paralelas que almacene carga eléctrica de $17,7 \text{ pC}$ cuando se conecte a una fuente de 10 V . Si las placas del condensador tienen un área de 2 cm^2 , determine la separación que hay entre ellas.

$$(\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2)$$

- A) 2 mm B) 1 mm C) 3 mm D) 4 mm E) 5 mm

Solución:

Analizando la capacitancia

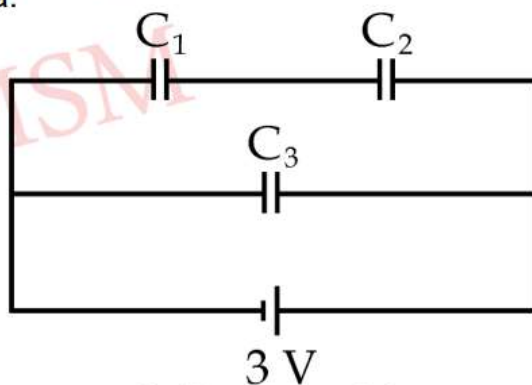
$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} = \frac{Q}{\Delta V}$$

$$(8,85 \times 10^{-12}) \frac{2 \times 10^{-4}}{d} = \frac{17,7 \times 10^{-12}}{10}$$

$$d = 10^{-3} = 1 \text{ mm}$$

Rpta.: B

8. Se tiene un sistema de condensadores con capacitancias $C_1 = 6 \mu\text{F}$, $C_2 = 3 \mu\text{F}$ y $C_3 = 8 \mu\text{F}$ conectados a una fuente de 3 V como se muestra en la figura. Determine la capacidad equivalente del sistema.



- A) $15 \mu\text{F}$ B) $20 \mu\text{F}$ C) $30 \mu\text{F}$ D) $45 \mu\text{F}$ E) $10 \mu\text{F}$

Solución:

Reduciendo los condensadores conectados en serie.

$$C_{eq1} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$C_{eq1} = \frac{(6 \times 10^{-6})(3 \times 10^{-6})}{(6 \times 10^{-6}) + (3 \times 10^{-6})} = 2 \times 10^{-6}$$

Ahora calcular el equivalente con el condensador en paralelo

$$C_{eq} = C_{eq1} + C_3$$

$$C_{eq} = 2 \times 10^{-6} + 8 \times 10^{-6}$$

$$C_{eq} = 10 \times 10^{-6} = 10 \mu F$$

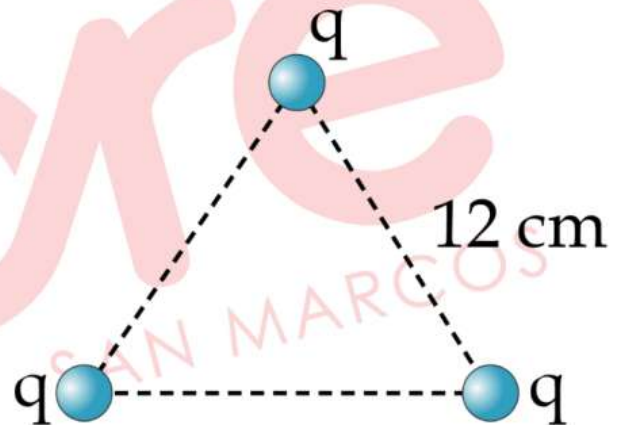
Rpta.: E

PROBLEMAS DOMICILIARIOS

1. En cada vértice de un triángulo equilátero de 12 cm de lado se ubican partículas con carga $q = 4 \mu C$ como se muestra en la figura. Determine la energía potencial electrostática del sistema.

$$(k = 9 \times 10^9 N \cdot m^2 / C^2)$$

- A) 1,8 J B) 7,2 J C) 3,6 J
D) 0,9 J E) 2,7 J



Solución:

Calculando la energía potencial eléctrica

$$E_{PE} = k \frac{q_1 q_2}{d} + k \frac{q_1 q_3}{d} + k \frac{q_2 q_3}{d}$$

$$E_{PE} = 3k \frac{q^2}{d}$$

$$E_{PE} = 3(9 \times 10^9) \frac{(4 \times 10^{-6})^2}{12 \times 10^{-2}}$$

$$E_{PE} = 3,6 J$$

Rpta.: C

2. Una partícula con carga eléctrica Q genera superficies equipotenciales a distancias r , $2r$ y $3r$ como se muestra en la figura. Si el potencial a $2r$ es 300 V , determine la diferencia de potencial entre puntos A y B respectivamente.

A) 200 V B) 400 V C) 300 V
 D) 500 V E) 100 V

Solución:

Analizando el potencial eléctrico

$$Vd = \text{constante}$$

Entonces.

$$V_A \times r = 300 \times 2r = V_B \times 3r$$

$$V_A = 600\text{ V}; V_B = 200\text{ V}$$

$$V_A - V_B = 600 - 200 = 400\text{ V}$$

Rpta.: B

3. Una partícula con carga eléctrica $q = +7\text{ }\mu\text{C}$ se traslada lentamente desde el punto A hasta el punto B, tal como muestra en la figura. Si la partícula con carga eléctrica $Q = +3\text{ mC}$ se encuentra fija, determine el trabajo realizado por el agente externo. ($k = 9 \times 10^9\text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$)

A) -360 J B) $+180\text{ J}$ C) $+720\text{ J}$
 D) -90 J E) -270 J

Solución:

Calculando el potencial en los puntos A y B

$$V_A = k \frac{Q}{d_A} = (9 \times 10^9) \frac{(+3 \times 10^{-3})}{0,3} = 9 \times 10^7$$

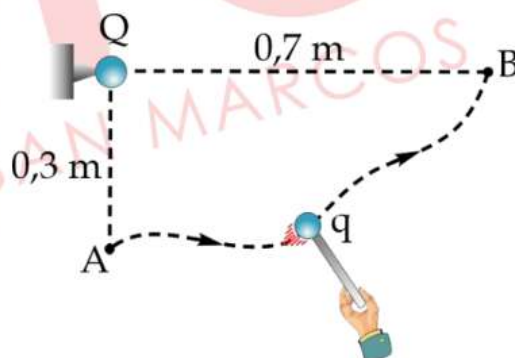
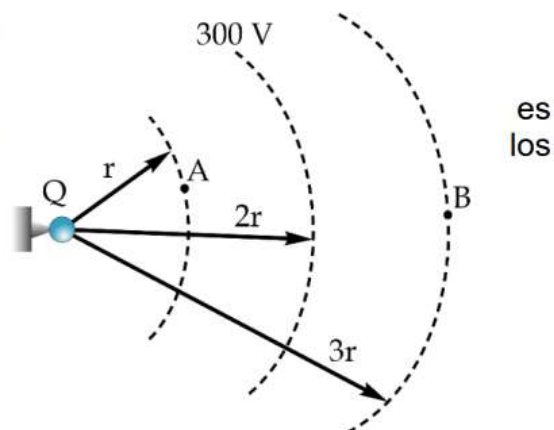
$$V_B = k \frac{Q}{d_B} = (9 \times 10^9) \frac{(+3 \times 10^{-3})}{0,7} = \frac{27}{7} \times 10^7$$

Calculando el trabajo del agente externo.

$$W_{A \rightarrow B}^{\text{agente ext.}} = q(V_B - V_A) = (7 \times 10^{-6}) \left(\frac{27}{7} \times 10^7 - 9 \times 10^7 \right)$$

$$W_{A \rightarrow B}^{\text{agente ext.}} = -360\text{ J}$$

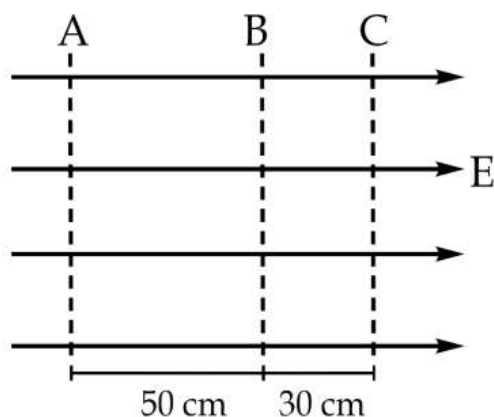
Rpta.: A



4. En la figura se muestran las líneas de fuerza de un campo eléctrico uniforme E y tres superficies equipotenciales A, B y C. Si $V_A = 100 \text{ V}$ y $V_C = 20 \text{ V}$, determine el potencial electrostático en la superficie equipotencial B y la magnitud del campo eléctrico.

A) 20 V, 100 V/m
C) 30 V, 120 V/m
E) 25 V, 200 V/m

B) 40 V, 50 V/m
D) 50 V, 100 V/m



Solución:

Analizando el campo eléctrico en las superficies equipotencial

$$E = \frac{100 - V_B}{50 \times 10^{-2}} = \frac{100 - 20}{80 \times 10^{-2}}$$

Entonces.

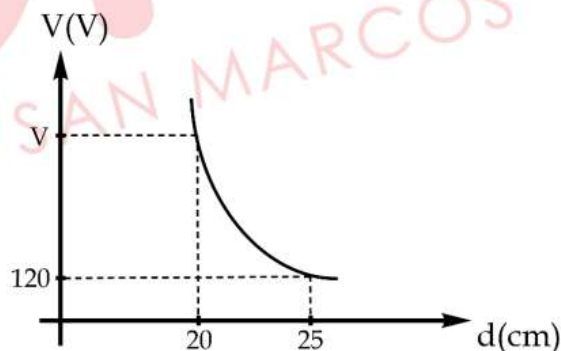
$$V_B = 50 \text{ V}$$

$$E = 100 \text{ V/m}$$

Rpta.: D

5. La figura muestra la gráfica del potencial eléctrico (V) en función de la distancia (d), de una partícula cargada positivamente. Determine el potencial eléctrico a una distancia de 20 cm de la partícula.

A) 120 V B) 135 V C) 150 V
D) 175 V E) 200 V



Solución:

Analizando el potencial eléctrico

$$Vd = \text{constante}$$

Entonces.

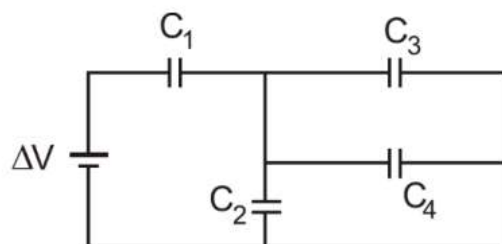
$$V \times 20 = 120 \times 25$$

$$V = 150 \text{ V}$$

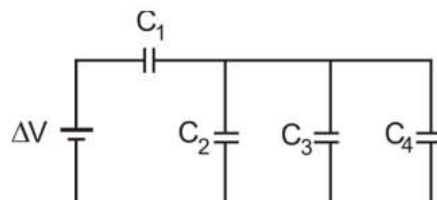
Rpta.: C

6. Se tiene un arreglo de condensadores con capacitancias de $C_1 = 5 \mu\text{F}$, $C_2 = 6 \mu\text{F}$, $C_3 = 10 \mu\text{F}$ y $C_4 = 4 \mu\text{F}$, como se muestra en la figura. Determinar la carga eléctrica que se almacena en el condensador C_2 al conectar el sistema a un voltaje de 20 V.

- A) $24 \mu\text{C}$ B) $16 \mu\text{C}$ C) $12 \mu\text{C}$
 D) $20 \mu\text{C}$ E) $28 \mu\text{C}$

**Solución:**

Hallamos la capacitancia equivalente, considerando el diagrama equivalente:



$$C_{e1} = C_2 + C_3 + C_4 = 20 \mu\text{F}$$

$$C_{eq} = \frac{C_{e1} C_1}{C_{e1} + C_1} = 4 \mu\text{F}$$

La carga eléctrica del sistema es:

$$q = C_{eq} \Delta V = 80 \mu\text{C}$$

La tensión en C_1 es: $\Delta V_1 = \frac{q}{C_1} = 16\text{V}$

La tensión en C_2 es: $\Delta V_2 = \Delta V - \Delta V_1 = 4\text{V}$

La carga almacenada en C_2 es:

$$q_2 = C_2 \Delta V_2 = 24 \mu\text{C}$$

Rpta.: A

7. El foco que produce un flash en una cámara fotográfica utiliza la energía almacenada por dos condensadores iguales de capacidad $150 \mu\text{F}$. Determine la máxima energía almacenada que se puede generar con dichos condensadores al conectarse a una fuente de 100 V .

- A) $3,5 \text{ J}$ B) $2,5 \text{ J}$ C) $1,0 \text{ J}$ D) $1,5 \text{ J}$ E) $2,0 \text{ J}$

Solución:

Para generar la máxima energía se debe tener la máxima capacidad equivalente, entonces los condensadores deben estar conectados en paralelo.

$$C_{eq} = C + C = 2C$$

$$C_{eq} = 300 \mu\text{F}$$

Calculando la energía

$$U = \frac{1}{2} C_{eq} \Delta V^2$$

$$U = \frac{1}{2} (300 \times 10^{-6}) (100)^2$$

$$U = 1,5 \text{ J}$$

Rpta.: D

Química

EJERCICIOS DE CLASE

1. En 1680, Robert Boyle observó que los ácidos, disuelven muchas sustancias, cambian de color a algunos tintes naturales (indicadores) y pierden sus propiedades características al mezclarse con álcalis. Al respecto, indique la alternativa(s) correcta(s) que les corresponde a las propiedades de los ácidos.
- I. Al disolverse en agua se ioniza y la solución formada enrojece el papel tornasol.
 - II. Son capaces de desnaturalizar las proteínas y tienen sabor amargo.
 - III. Al ponerse en contacto con un metal activo ocurre una reacción en donde se desprende $H_{2(g)}$
- A) I y II B) II y III C) II, III, I D) Solo I E) I y III

Solución:

- I. **Correcto.** Los ácidos al disolverse en agua se disocian liberando iones hidrógeno (H^{1+}), la presencia de dicho ion se reconoce porque la solución enrojece el papel de tornasol azul.
- II. **Incorrecto.** Los ácidos son capaces de desnaturalizar las proteínas, pero las bases tienen sabor amargo, como el chocolate puro, o las infusiones de coca, té y café.
- III. **Correcto.** Los ácidos corroen a los metales activos, liberándose en el proceso gas hidrógeno.

Rpta.: E

2. En las sociedades muy desarrolladas las bases son compuestos indispensables y se emplean para fabricar papel, pulpa, detergentes y otros productos químicos. Respecto a las bases, seleccione la secuencia correcta de verdadero (V) o falso (F).
- I. Disueltas en agua tienen consistencia jabonosa.
 - II. Son resbalosas al tacto y adquiere color azul con la fenolftaleína.
 - III. Cuando interactúan con los ácidos se neutralizan.
- A) VFF B) VVF C) FVV D) VFV E) VVV

Solución:

- I. **Verdadero.** Al disolverse en agua adopta un aspecto jabonoso, tal como ocurre con el jabón y algunos detergentes.
- II. **Falso:** Son resbalosas al tacto, pero adquiere color rojo grosella en presencia del indicador fenolftaleína.
- III. **Verdadero:** Poseen naturaleza y propiedades opuestas a los ácidos por lo que al interactuar con ellos se neutralizan.

Rpta.: D

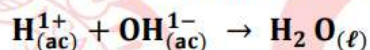
3. En 1884, Svante Arrhenius presento su teoría de disociación electrolítica de las reacciones ácido – base, se aplica a sustancias en solución acuosa, esta teoría está referida principalmente a la función ácido e hidróxido. Al respecto, indique la secuencia correcta de verdadero (V) o falso (F).

- I. El ion oxhidrilo, OH^{1-} , es el responsable de las propiedades químicas de una base.
- II. Los ácidos contienen uno o más hidrógenos ionizables.
- III. La reacción ácido-base de Arrhenius se representa por una ecuación iónica.

A) VFF B) VVF C) VVV D) FVF E) VFV

Solución:

- I. **Verdadero.** Los iones OH^{1-} , son responsables de las propiedades de las bases en este caso hablamos de los hidróxidos.
- II. **Verdadero.** Los ácidos son sustancias químicas que al ser disueltas en agua liberan iones hidrógeno, por lo que poseen por lo menos un ión hidrógeno en su estructura.
- III. **Verdadero.** Una reacción ácido-base de Arrhenius se representa por una ecuación iónica.



Rpta.: C

4. Brönsted y Lowry, en 1923 presentaron en forma independiente extensiones lógicas de la teoría de Arrhenius, la teoría de Brönsted fue más amplia que la de Lowry y como resultado en un inicio se le dio el nombre de teoría de Brönsted, para posteriormente llamarse Teoría de Brönsted – Lowry. Al respecto, señale los enunciados correctos.

- I. Explica el carácter anfótero del agua y de otras sustancias.
- II. La reacción ácido- base necesariamente ocurre en medio acuoso.
- III. La base se transforma en ácido conjugado luego de recibir un protón.

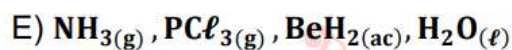
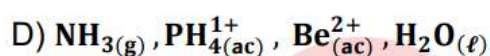
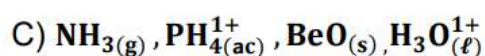
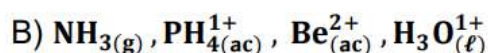
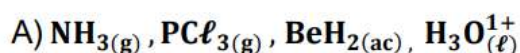
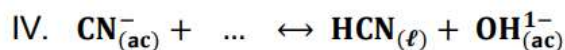
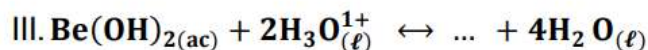
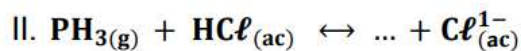
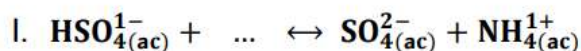
Solución:

- I. **Correcto.** Bajo ciertas condiciones el agua y otras especies se pueden comportar como ácidos o como bases, a dichas sustancias se les denomina especies anfóteras o anfipróticas.
- II. **Incorrecto.** Esta teoría incluye mayor número de especies ácidas y básicas pues. no se limita a definir sus comportamientos en medio acuoso como ocurre con la teoría de Arrhenius.
- III. **Correcto.** Las bases son especies químicas aceptores de protones, es su naturaleza, pero una vez que aceptan el protón se transforman en un ácido que es su par conjugado.

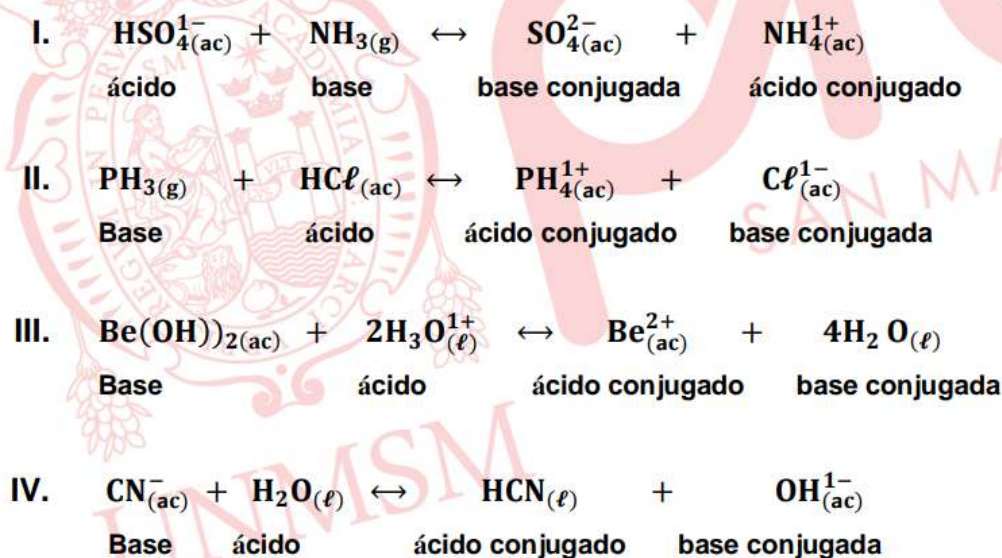
A) I y III B) II y III C) I y II D) Solo I E) I, II y III

Rpta.: A

5. La Teoría de Brønsted – Lowry se aplica a las reacciones de transferencia de H^+ (protón) llamadas reacciones de protólisis. Al respecto, escriba las fórmulas químicas que faltan.



Solución:



Rpta.: D

6. La teoría ácido-base de Lewis se aplica a reacciones de adición por enlace dativo, está en función del aporte y recepción de un par de electrones. Al respecto, seleccione la proposición correcta.

- A) Un ácido es capaz de donar un par de electrones.
 B) Una base es la sustancia que acepta un par de electrones.
 C) En la reacción ácido-base se produce compartición de un par de electrones.
 D) Los iones Fe^{3+} , Cu^{2+} , H^{1+} tienen carácter básico.
 E) Los iones $(CN)^{1-}$, $(SO_4)^{2-}$, F^{1-} , tienen carácter ácido.

Solución:

- A) **Incorrecto.** Las especies ácidas según esta teoría son aceptores de pares de electrones en la formación de uno o más enlaces dativos.
- B) **Incorrecto.** Las especies básicas según esta teoría son donadores de pares de electrones en la formación.
- C) **Correcto.** De acuerdo a esta teoría involucra la compartición de uno o más pares de electrones para la formación de enlaces dativos.
- D) **Incorrecto.** Los iones Fe^{3+} , Cu^{2+} , H^{1+} , son especies ácidas o electrofílicas, pues al ser cationes poseen deficiencia de electrones.
- E) **Incorrecto.** Los iones $(\text{CN})^{1-}$, $(\text{SO}_4)^{2-}$, F^{1-} , son especies básicas o nucleofílicas, pues al ser aniones poseen exceso de electrones que pueden ser aportados en la formación de enlaces dativos.

Rpta.: C

7. La mayoría de los ácidos fuertes son ácidos inorgánicos como el ácido sulfúrico, las concentraciones de los iones en soluciones de electrolitos fuertes se pueden determinar directamente a partir de la molaridad del electrolito fuerte. Se prepara una solución acuosa de ácido sulfúrico (H_2SO_4), al 9,8% en masa, con una densidad de 1,15 g/mL. Si a 40 mL de esta solución se adiciona 144 mL de agua destilada, Al respecto determine la molaridad y el pH de la solución diluida al adicionar agua.

Datos: $\text{Log } 5 = 0,7$; $\overline{M} \left(\frac{\text{g}}{\text{mol}} \right) \text{H}_2\text{SO}_4: 98 \text{ g/mol}$

- A) 0,25 y 0,6 B) 1,50 y 0,3 C) 0,70 y 0,6 D) 2,25 y 0,70 E) 0,25 y 0,30

Solución:

Calculando la molaridad de H_2SO_4 .

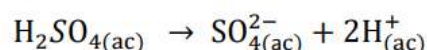
$$M = \frac{9,8 \% g_{(\text{sto})}}{100 \% g_{(\text{sol})}} \times \frac{1 \text{ mol}_{(\text{sto})}}{98 g_{(\text{sto})}} \times \frac{1,15 g_{(\text{sol})}}{1 \text{ mL}_{(\text{sol})}} \times \frac{1000 \text{ mL}_{(\text{sol})}}{1 \text{ L}_{(\text{sol})}} = 1,15 \frac{\text{mol}_{(\text{sto})}}{1 \text{ L}_{(\text{sol})}}$$

Se toma 40 mL de esta solución y se le adiciona 144 mL de agua destilada, esto nos da 184 ml de una nueva solución cuya molaridad es.

$$M_1 \times V_1 = M_2 \times V_2$$

$$1,15 \text{ M} \times 40 \text{ mL} = M_2 \times 184 \text{ mL} \quad \Rightarrow \quad M_2 = 0,25 \text{ M}$$

El H_2SO_4 es un ácido fuerte que se disocia al 100% y como diprótico la concentración de sus iones hidrógeno será el doble de la concentración de la solución.



$$0,25 \text{ M} \quad \quad 0,25 \text{ M} \quad \quad 0,5 \text{ M}$$

$$[\text{H}^{1+}] = 2 \times 0,25 \text{ M} = 0,5 \text{ M}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^{1+}]$$

$$\text{pH} = -\log(0,5) = 0,3$$

Rpta.: E

8. Los ácidos débiles como el ácido hipocloroso, HClO , debido a su baja conductividad se ionizan en forma parcial en el agua. Luego de realizar pruebas de conductividad eléctrica de una solución 0,05 M de HClO , se ha determinado que la concentración del ion hipoclorito, ClO^{1-} , es de $4,0 \times 10^{-5}$ M. Determine el pH y calcule la constante de ionización del HClO .

Dato: $\log 2 = 0,3$

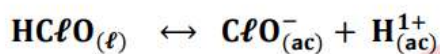
A) 5,4 y $3,6 \times 10^{-6}$
D) 4,4 y $3,2 \times 10^{-8}$

B) 4,4 y $4,2 \times 10^{-7}$
E) 4,6 y $3,2 \times 10^{-8}$

C) 4,6 y $4,2 \times 10^{-9}$

Solución:

Se tiene una solución acuosa del ácido hipocloroso HClO 0,05 M, dicho ácido es débil y monoprótico por lo que en agua se disocia parcialmente estableciéndose el siguiente equilibrio:



Inicio	0,05M	---	---
Cambio:	-x	x	x
Equilibrio:	0,05 M - x	x	x

$$[\text{ClO}^{1-}] = [\text{H}^{1+}] = x = 4,0 \times 10^{-5} \text{ M}$$

Determinamos el pH: $\text{pH} = -\log[\text{H}^{1+}]$

$$\text{pH} = -\log(4,0 \times 10^{-5}) \Rightarrow \text{pH} = 4,4$$

Calculando el valor de la constante de ionización.

$$K_a = \frac{[\text{ClO}^{1-}] \times [\text{H}^{1+}]}{[\text{HClO}]} = \frac{[4,0 \times 10^{-5} \text{ M}] \times [4,0 \times 10^{-5} \text{ M}]}{[0,05 \text{ M} - 4,0 \times 10^{-5} \text{ M}]} = 3,2 \times 10^{-8} \text{ M}$$

Rpta.: D

9. Cuando en una reacción ácido – base, la neutralización no es total, se produce una titulación incompleta, porque al finalizar la reacción, aún quedan restos de la sustancia cuya concentración se quiere determinar sin reaccionar en la solución. Al respecto, Se mezclan 50 mL de solución acuosa de ácido perclórico HClO_4 0,2 N con 150 mL de una solución acuosa de hidróxido de potasio, KOH, 0,1 M. Al respecto, seleccione el valor de verdadero (V) o falso (F) en las proposiciones:

Dato: $\log 5 = 0,7$

- La solución alcalina presenta $1,5 \times 10^{-3}$ eq de KOH.
- La solución ácida presenta 1×10^{-2} eq de HClO_4 .
- La solución resultante es ácida con un exceso de 2×10^{-2} equivalentes.,
- La medida del pH al final del proceso es igual a 12,4

A) VVVF

B) FVVF

C) FFVV

D) FVVF

E) VVV

Solución:

I. Falso. Calculando la Normalidad de KOH $\# \text{OH}^- = 1 \rightarrow \text{Posee } 1 \frac{\text{eq}}{\text{mol}}$

$$N = 1 \times 10^{-1} \times \frac{\text{mol}}{L} \times 1 \frac{\text{eq}}{\text{mol}} = 1 \times 10^{-1} \frac{\text{eq}}{L}$$

Calculamos el número de equivalentes del KOH

$$\# \text{eq}_{\text{base}} = N \times V = 0,1 \frac{\text{eq}}{L} \times 0,15 L = 1,5 \times 10^{-2} \text{eq}$$

II. Verdadero. Calculando el número de equivalentes del ácido

$$\# \text{eq}_{\text{ácido}} = N \times V = 0,2 \frac{\text{eq}}{L} \times 0,05 L = 1 \times 10^{-2} \text{eq}$$

El número de equivalentes de la solución ácida es $1 \times 10^{-2} \text{eq}$.

III. Falso. El número de equivalentes en exceso es:

$$\# \text{eq}_{\text{exceso}} = 1,5 \times 10^{-2} \text{eq KOH} - 1 \times 10^{-2} \text{eq HClO}_4$$

$$\# \text{eq}_{\text{exceso}} = 5 \times 10^{-3} \text{eq KOH en exceso.}$$

Por lo cual la mezcla resultante tiene carácter básico y tiene un pH mayor a 7.

IV. Verdadero. Teniendo en cuenta los equivalentes en exceso ($5 \times 10^{-3} \text{eq NaOH}$) y el volumen de la mezcla ($50 \text{ mL} + 150 \text{ mL} = 200 \text{ mL} = 0,2 \text{ Litros}$), Calculamos la normalidad de la mezcla:

$$N = \frac{5 \times 10^{-3} \text{eq}}{0,2 L} = 25 \times 10^{-3} \frac{\text{eq}}{L}$$

Determinamos el pOH. $\text{pOH} = -\log[\text{OH}^{1-}]$

$$\text{pOH} = -\log(25 \times 10^{-3}) \Rightarrow \text{pOH} = 1,6$$

Calculamos pH : $\text{pH} + \text{pOH} = 14$

$$\text{pH} = 14 - 1,6 \Rightarrow \text{pH} = 12,4$$

Rpta.: B

10. La ecuación de Henderson – Hasselbalch. $\text{pH} = \text{pK}_a + \log \frac{[\text{A}^{1-}]}{[\text{HA}]}$

es una expresión utilizada en química para calcular el pH de una disolución reguladora o amortiguadora de pH. Se prepara un litro de solución agregando 0,9 moles de ácido hipocloroso y 0,7 moles de hipoclorito de sodio, Al respecto, determine el pH de esta solución.

Dato: $\text{pK}_a = 7,46$; $\log 7 = 0,84$; $\log 9 = 0,95$

A) 6,24

B) 7,45

C) 6,34

D) 7,35

E) 6,45

Solución:

$$\text{pH} = \text{p}K_a + \log \frac{[\text{HCO}_3^{1-}]}{[\text{H}_2\text{CO}_3]}$$

$$\text{pH} = 6,35 + \log \frac{[0,7]}{[0,9]}$$

$$\text{pH} = 7,46 + \log 7 \times 10^{-1} - \log 9 \times 10^{-1}$$

$$\text{pH} = 7,46 + (\log 7 + \log 10^{-1}) - (\log 9 + \log 10^{-1})$$

$$\text{pH} = 7,46 + 0,84 + (-1) - 0,95 - (-1)$$

$$\text{pH} = 7,46 + 0,84 - 1 - 0,95 + 1$$

$$\text{pH} = 7,35$$

Rpta.: D

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Los químicos, para explicar las diversas propiedades que presentan los ácidos y bases desarrollaron diversos enfoques teóricos, en función a la composición y estructura de las sustancias. Señale la secuencia correcta de verdadero (V) o falso (F) respecto a las siguientes proposiciones.
- Los ácidos y bases de Arrhenius y de Brönsted - Lowry también son la de Lewis.
 - Los pares conjugados reaccionan entre sí por transferencia de un protón.
 - El H_2O se comporta como una base frente a los ácidos fuertes.

A) FVV

B) VFF

C) VFF

D) VVV

E) FVF

Solución:

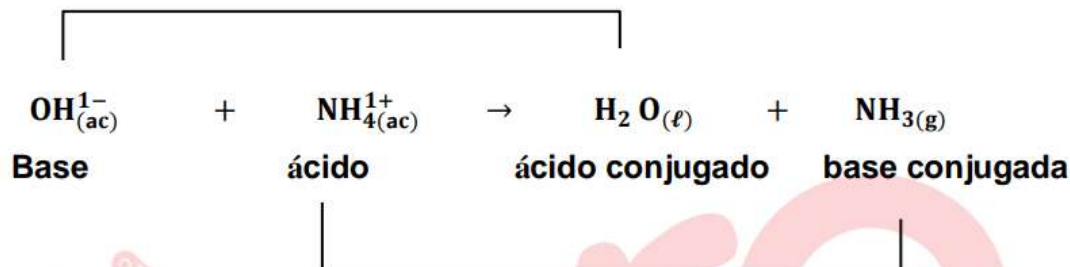
- Verdadero.** La teoría de Lewis es la más general y de mayor alcance, sus definiciones incluyen a los ácidos y bases de Arrhenius y de Brönsted - Lowry.
- Falso.** Se denomina par conjugada a aquel reactante y su respectivo producto de naturaleza opuesta (ácido - base o base - ácido), que difieren entre sí en un átomo de hidrógeno.
- Verdadero.** Frente a los ácidos fuertes el agua actúa como base por ser el receptor del protón cedido por estos, como resultado el agua forma el ion hidronio.

Rpta.: B

2. Bajo la definición de ácido y base Lewis, se crean los conceptos ácido-base conjugada y base-ácido conjugado, cuando más débil sea una base, mayor será la fuerza de su ácido conjugado y cuando más débil sea un ácido, mayor será la fuerza de su base conjugada. En la siguiente ecuación química:



Indique el ácido conjugado del ion oxhidrilo, $\text{OH}_{(\text{ac})}^{1-}$ y la base conjugada del ion amonio, NH_4^{1+} .

A) O^{2-} y NH_3 B) O^{2-} y NH_4^{1+} C) H_2O y NH_3 D) $\text{NH}_4^{1+}_{(\text{ac})}$ y H_2O E) H_3O^{1+} y NH_3 **Solución:**

Rpta.: C

3. Una gran variedad de compuestos orgánicos como el ácido acético, CH_3COOH e inorgánicos como ácido fluorhídrico, HF , presentes en la naturaleza son débiles. Respecto a los ácidos débiles, indique las proposiciones correctas.

I. El CH_3COOH tiene mayor carácter ácido que el agua.

II. Al disolverse en el agua, el ácido fluorhídrico se ioniza por completo.

III. Su fuerza de acidez está en relación directa con la constante de ionización K_a .

A) I y II

B) II y III

C) solo III

D) I, II y III

E) I y III

Solución:

I. **Correcto.** Su fuerza ácida es muy baja en comparación a los ácidos fuertes comunes, sin embargo, dicha fuerza supera fácilmente el carácter ácido del agua por lo que al disolverse en ella liberan sus hidrógenos, aunque de forma limitada.

II. **Incorrecto.** Su ionización en el agua es muy baja por lo que se considera también electrolitos débiles.

III. **Correcto.** Su fuerza de acidez es proporcional a su constante de ionización K_a , ya que esta indica la proporción en la que dichos ácidos se ha disociado.

Rpta.: E

4. Los electrolitos fuertes se disocian en su totalidad o casi totalmente en soluciones acuosas diluidas, los ácidos fuertes son electrolitos fuertes, las bases solubles fuertes y la mayoría de las sales solubles. Al respecto, seleccione los enunciados correctos.

I. Son especies químicas que al disolverse en agua se disocian o ionizan totalmente.

II. Solo pueden ser compuestos químicos iónicos.

III. Son buenos conductores eléctricos debido a la gran movilidad de los electrones en la solución acuosa.

A) solo I

B) I y II

C) I y III

D) solo II

E) I, II y III

Solución:

- I. **Correcto.** El término “fuerte” hace referencia a que sus soluciones se encuentran ionizados prácticamente al 100%.
- II. **Incorrecto.** Estas sustancias pueden ser iónicas como algunos hidróxidos y sales o pueden ser covalentes (moleculares) como los ácidos fuertes.
- III. **Incorrecto:** Sus soluciones son buenos conductores de la electricidad, pues los iones presentes (no los electrones) presentan gran libertad de movimiento.

Rpta.: A

5. En algunos procesos algunas sustancias se descomponen en iones al disolverse en agua en forma completa como en el hidróxido de bario, si en una ionización completa se disuelven 8,55 g de hidróxido de bario, Ba(OH)_2 , hasta completar 2 litros de solución. Determine, respectivamente la molaridad, pH y la normalidad de la solución.

$$\overline{M} \left(\frac{\text{g}}{\text{mol}} \right) \text{Ba(OH)}_2: 171 \text{ g/mol}$$

A) $2,5 \times 10^{-1}$; 12,4 ; 5×10^{-1}

B) $2,5 \times 10^{-2}$; 1,6 ; 5×10^{-3}

C) $2,5 \times 10^{-3}$; 12,7 ; 5×10^{-3}

D) $2,5 \times 10^{-1}$; 1,3 ; 5×10^{-2}

E) $2,5 \times 10^{-2}$; 12,7 ; 5×10^{-2}

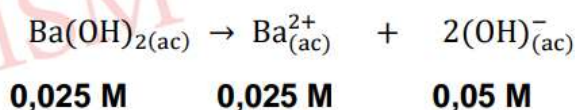
Solución:

Calculando el número de mol de Ba(OH)_2 . $n = \frac{8,55 \text{ g}}{\frac{171 \text{ g}}{\text{mol}}} = 0,05 \text{ mol}$

Calculando la molaridad de Ba(OH)_2

$$M = \frac{n}{V_{\text{sol}}} \Rightarrow M = \frac{0,05 \text{ mol}}{2 \text{ L}} = 0,025 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 2,5 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

El Ba(OH)_2 es una base fuerte que se disocia al 100% y la concentración de sus iones oxhidrilo será el doble de la concentración de la solución.



Determinamos el pOH, $\text{pOH} = -\log[\text{OH}^{1-}]$

$$\text{pOH} = -\log(0,05) \rightarrow \text{pOH} = 1,3$$

$$\text{Calculamos pH} \quad \text{pH} + \text{pOH} = 14 \quad \Rightarrow \quad \text{pH} = 14 - 1,3 = 12,7$$

Calculando la Normalidad de Ba(OH)_2 si posee 2 $\frac{\text{eq}}{\text{mol}}$

$$N = 0,025 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 2 \frac{\text{eq}}{\text{mol}} = 0,05 \frac{\text{eq}}{\text{L}} = 5 \times 10^{-2} \frac{\text{eq}}{\text{L}}$$

Rpta.: E

6. En una reacción de titulación incompleta la reacción ácido base no se ha llevado a cabo en su totalidad, al mezclar 5 mL de una solución de ácido sulfúrico H_2SO_4 0,2 M y 10 mL de una solución de NaOH 0,5 N, con respecto la solución resultante, marque la secuencia correcta de verdadero (V) o Falso (F) en las siguientes proposiciones:

- I. La cantidad de equivalentes en exceso es 3×10^{-3} equivalentes.
- II. Es una solución de carácter básico
- III. La medida del pH al final del proceso es igual a 13,7

Dato: $\log 2 = 0,3$

- A) VVV B) FVF C) FFV D) VFV E) VVF

Solución:

I. Verdadero:

Calculando la Normalidad de H_2SO_4 si posee $2 \frac{\text{eq}}{\text{mol}}$

$$N = 0,2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 2 \frac{\text{eq}}{\text{mol}} = 0,4 \frac{\text{eq}}{\text{L}}$$

$$\# \text{eq}_{\text{ácido}} = N \times V = 0,4 \frac{\text{eq}}{\text{L}} \times 0,005 \text{ L} = 2 \times 10^{-3} \text{ eq}$$

$$\# \text{eq}_{\text{base}} = N \times V = 0,5 \frac{\text{eq}}{\text{L}} \times 0,01 \text{ L} = 5 \times 10^{-3} \text{ eq}$$

$$\# \text{eq}_{\text{exceso}} = 5 \times 10^{-3} \text{ eq NaOH} - 2 \times 10^{-3} \text{ eq H}_2\text{SO}_4 = 3 \times 10^{-3} \text{ eq NaOH.}$$

- II. Verdadero:** La cantidad equivalente en exceso es del NaOH, 3×10^{-3} eq NaOH por lo que la solución resultante presenta carácter básico.

- III. Verdadero.** Teniendo en cuenta los equivalentes en exceso (3×10^{-3} eq NaOH) y el volumen de la mezcla ($5 \text{ mL} + 10 \text{ mL} = 15 \text{ mL} = 0,015 \text{ Litros} = 15 \times 10^{-3} \text{ L}$), Calculamos la normalidad de la mezcla:

$$N = \frac{3 \times 10^{-3} \text{ eq}}{15 \times 10^{-3} \text{ L}} = 0,2 \frac{\text{eq}}{\text{L}}$$

Determinamos el pOH, $\text{pOH} = -\log[\text{OH}^{1-}]$

$$\text{pOH} = -\log(0,2) \Rightarrow \text{pOH} = 0,7$$

Calculamos pH.

$$\text{pH} + \text{pOH} = 14 \Rightarrow \text{pH} = 14 - 0,7 = 13,3$$

Rpta.: E

7. Si en el plasma sanguíneo actúa un amortiguador formado por $\text{H}_2\text{CO}_{3(\text{ac})}$ y $\text{HCO}_{3(\text{ac})}^{1-}$, con un pK_a igual a 6,3 y la relación de $\text{HCO}_{3(\text{ac})}^{1-}$ a $\text{H}_2\text{CO}_{3(\text{ac})}$ es 11,3. Determine el pH del plasma sanguíneo aplicando la ecuación de Henderson – Hasselbalch,

$$\text{pH} = \text{pK}_a + \log \frac{[\text{A}^{1-}]}{[\text{AH}]}$$

Dato: $\log 11,3 = 1,05$

- A) 6,65 B) 7,45 C) 6,35 D) 7,35 E) 6,45

Solución:

$$\text{pH} = \text{pK}_a + \log \frac{[\text{HCO}_3^{1-}]}{[\text{H}_2\text{CO}_3]}$$

$$\text{Si } \frac{[\text{HCO}_3^{1-}]}{[\text{H}_2\text{CO}_3]} = 11,3$$

$$\text{pH} = 6,3 + \log 11,3$$

$$\text{pH} = 6,3 + 1,05 \Rightarrow \text{pH} = 7,35$$

Rpta.: D

Biología

EJERCICIOS DE CLASE

1. En el marco de un estudio sobre los principios de la herencia genética, un grupo de investigadores decidió analizar las características seleccionadas por Gregor Mendel en su trabajo con la planta de guisante, *Pisum sativum*. Los investigadores deben determinar cuál de las siguientes características no formó parte de la selección original de Mendel.

A) Forma de las flores
D) Posición de las flores

B) Tamaño de la planta
E) Textura de la semilla

C) Color de las vainas

Solución:

Tras una revisión detallada de las características de *Pisum sativum*, se confirmó que Mendel eligió estudiar siete rasgos: textura y color de la semilla, posición y color de las flores, color y forma de las vainas, y tamaño de la planta. La forma de las flores no fue una de las características consideradas por Mendel en su investigación.

Rpta.: A

2. Gracias a diversos estudios, se ha identificado que los genes presentes en el ADN están ocupando posiciones específicas en los cromosomas. El texto hace referencia a

A) un alelo.
D) el genoma.

B) el fenotipo.
E) un homólogo.

C) el locus.

Solución:

El término correcto es «locus» (plural: loci), que designa el lugar específico que ocupa un gen en un cromosoma.

Rpta.: C

3. Un botánico se embarca en un experimento para estudiar la herencia de caracteres en una especie vegetal. Decide cruzar una planta de línea pura que exhibe todos los caracteres dominantes, mientras que la otra presenta únicamente caracteres recesivos. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones describe mejor a una planta resultante de este cruce?

A) Una planta homocigota
C) Una planta de línea pura
E) Una planta híbrida

B) Una planta heterogamética
D) Una planta recesiva

Solución:

El resultado de cruzar dos plantas de líneas puras diferentes produce un organismo híbrido, que es un individuo heterocigoto.

Rpta.: E

4. En un rancho dedicado a la cría de ovejas, un ganadero se interesa por la herencia del color de la lana, que está determinado por dos alelos: N, que corresponde al color blanco, y n, que representa el color negro. Realiza un experimento cruzando dos ovejas blancas, de las cuales una es heterocigota (Nn) y la otra es homocigota (NN). ¿Qué porcentaje de ovejas de color negro se puede esperar obtener de este cruce?
- A) 50 % B) 0 % C) 75 % D) 100 % E) 25 %

Solución:

Dado que los alelos son N = blanco y n = negro, el cruce se establece así: NN x Nn. Al analizar la descendencia, se obtiene un 50 % de NN (blanco) y un 50 % de Nn (también blanco), lo que resulta en 0 % de ovejas de color negro.

Rpta.: B

5. En una pequeña aldea, se ha observado un patrón inusual en la herencia del color de los ojos. Los padres de Ricardo tienen ojos pardos, pero él tiene ojos azules, mientras que Sonia, esposa de Ricardo, tiene ojos pardos pero su padre tenía ojos azules y, finalmente, Josué, el hijo de Ricardo y Sonia, tiene ojos azules. Teniendo en cuenta que ojos pardos es dominante y ojos azules es recesivo, ¿cuál es el genotipo de toda la familia?
- A) Padres de Ricardo: AA/ Ricardo: aa/ Padres de Sonia: aa x Aa ó aa x AA / Sonia: Aa / Josué: Aa
- B) Padres de Ricardo: Aa/ Ricardo: Aa/ Padres de Sonia: aa x Aa ó aa x AA / Sonia: AA / Josué: aa
- C) Padres de Ricardo: Aa/ Ricardo: aa/ Padres de Sonia: aa x Aa ó Aa x AA / Sonia: Aa / Josué: Aa
- D) Padres de Ricardo: Aa/ Ricardo: aa/ Padres de Sonia: aa x Aa ó aa x AA / Sonia: Aa / Josué: aa
- E) Padres de Ricardo: Aa/ Ricardo: Aa/ Padres de Sonia: Aa x Aa ó aa x AA / Sonia: Aa / Josué: aa

Solución:

En este caso, los padres de Ricardo son Aa (portadores del alelo recesivo) y el genotipo de Ricardo es aa. Los padres de Sonia, considerando las opciones, podrían ser:

aa (madre) x AA (padre) = Aa (Sonia)

aa (madre) x Aa (padre) = $\frac{1}{2}$ Aa, $\frac{1}{2}$ aa (Sonia: Aa).

Para Josué, el cruce sería: aa (padre) x Aa (madre) = $\frac{1}{2}$ Aa (ojos pardos), $\frac{1}{2}$ aa (ojos azules), por lo que Josué tiene ojos azules (aa).

Rpta.: D

6. Un biólogo decide investigar la herencia de la textura de las semillas en las plantas de arveja, donde las semillas pueden ser lisas o rugosas. Para ello, cruza dos plantas con semillas lisas, ambas heterocigotas (Aa). Después de llevar a cabo el cruce, el biólogo obtiene un total de 72 descendientes. ¿Cuál es el número de descendientes heterocigotos que se puede esperar obtener?

- A) 36 B) 18 C) 54 D) 72 E) 25

Solución:

En este caso, A representa la semilla lisa y a representa la semilla rugosa. Al cruzar dos plantas heterocigotas ($Aa \times Aa$), los posibles genotipos de la descendencia son: $\frac{1}{4} AA$, $\frac{1}{2} Aa$ y $\frac{1}{4} aa$. Esto significa que el 50 % de los descendientes serán heterocigotos (Aa). Calculando el número de heterocigotos en los 72 descendientes:

$$Aa = 72 \times 0.5 = 36$$

Rpta.: A

7. Alejandro asegura que su hija María no es su hija debido a que él tiene el lóbulo de su oreja separado al igual que su esposa, mientras que su hija presenta el lóbulo unido, además los padres de Alejandro también tienen el lóbulo separado. Ana, su esposa, le dice que debería repasar sus clases de genética antes de decir tal cosa, ya que se olvida de algo muy importante. ¿Qué es lo que Alejandro olvidó?
- A) Que es un caso de codominancia. B) El fenotipo no depende del genotipo.
C) La característica no es hereditaria. D) No es un rasgo autosómico.
E) Que existe la heterocigosis.

Solución:

La característica de tener lóbulos separados es dominante, mientras que los lóbulos unidos son recesivos. Para expresar el fenotipo dominante (lóbulos separados), no es necesario ser homocigoto; basta con tener al menos un alelo dominante. Por lo tanto, es posible que tanto Alejandro como Ana sean heterocigotos, lo que permitiría que María, portando el alelo recesivo, presente lóbulos unidos.

Rpta.: E

8. Lourdes, una aficionada a la cría de cuyes, se ha percatado de que algunos de sus cuyes son de color blanco y otros son negros. Sin estar segura de si sus cuyes negros son de línea pura, decide realizar un cruce de prueba. Al observar las crías resultantes, se da cuenta de que la mitad son negras y la otra mitad son blancas. ¿Qué conclusión puede sacar Lourdes a partir de estos resultados?
- A) El color blanco es el dominante.
B) Las crías negras son hembras y las blancas son machos.
C) El cuy negro es heterocigoto.
D) El color negro no es dominante.
E) Es un caso de herencia intermedia.

Solución:

En este cruce, Lourdes ha realizado una prueba de cruce (*test cross*) entre un individuo con fenotipo dominante (el cuy negro, cuyo genotipo es desconocido) y uno de fenotipo recesivo (el cuy blanco). El hecho de que el 50 % de las crías sean de color negro (dominante) y el otro 50 % de color blanco (recesivo) sugiere que el progenitor negro es heterocigoto para esa característica.

Rpta.: C

9. En su granja, un avicultor ha observado que su grupo de gallinas presenta plumaje marrón (M) o plumaje blanco (m), además de diferencias en el tipo de cresta, siendo algunas de cresta en roseta (R) y otras de cresta sencilla (r). Decidiendo investigar la herencia de estas características, realiza un cruce de líneas puras entre un gallo de plumaje marrón con cresta sencilla ($MMrr$) y una gallina de plumaje blanco con cresta en roseta ($mmRR$).

¿Qué proporción fenotípica esperarías en la F₂?

- A) 9:9:1:3 B) 2:3:1:1 C) 3:3:1:1 D) 9:3:3:1 E) 1:2:2:1

Solución:

M = plumas marrones / m = plumas blancas

R = cresta en roseta / r = cresta sencilla

P: MMrr x mmRR

G: Mr x mR

F₁: MmRr

F₁ x F₁: MmRr x MmRr

F₂:

	MR	Mr	mR	mr
MR	MMRR	MMRr	MmRR	MmRr
Mr	MMRr	MMrr	MmRr	Mmrr
mR	MmRR	MmRr	mmRR	mmRr
mr	MmRr	Mmrr	mmRr	mmrr

9: M_R_

3: M_rr

3: mmR_

1: mmrr

Rpta.: D

10. Un criador de gatos está interesado en la herencia de características específicas en sus felinos. En su estudio, ha observado que el pelo largo está determinado por un alelo recesivo (c), mientras que el pelo corto es dominante (C). Además, el color negro del pelaje es dominante (N) sobre el color rojizo (n). Para investigar estas características, decide cruzar un gato de línea pura de pelo largo y negro con un gato de línea pura de pelo corto y rojizo. El criador se pregunta, ¿cuál es la probabilidad de que en la generación F₂ se produzca un gato con pelo largo y negro?

- A) 1/8 B) 3/16 C) 1/2 D) 3/8 E) 1/16

Solución:

C = pelo corto / c = pelo largo

N = pelaje negro / n = pelaje rojizo

P: ccNN x CCnn

G: cN x Cn

F₁: CcNn

F₁ x F₁: CcNn x CcNn

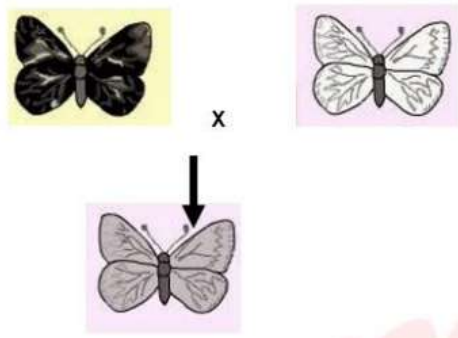
F₂:

	CN	Cn	cN	cn
CN	CCNN	CCNn	CcNN	CcNn
Cn	CCNn	CCnn	CcNn	Ccnn
cN	CcNN	CcNn	ccNN	ccNn
cn	CcNn	Ccnn	ccNn	ccnn

Rpta.: B

11. ¿A qué tipo de herencia corresponde la siguiente imagen?

- A) Alelismo múltiple
B) Intermedia
C) Codominancia
D) Mendeliana
E) Dominante



Solución:

En el tipo de herencia intermedia o dominancia incompleta los alelos que determinan una característica no son dominantes y recesivos, pero al estar presentes en el mismo individuo determinan un tercer fenotipo diferente al de las líneas puras: manifiestan un fenotipo intermedio.

Rpta.: B

12. En el jardín de Esther hay una planta que presenta dos variedades (en líneas puras): una de flores rojas y hojas alargadas y la otra de flores blancas con hojas pequeñas. Si se cruzan ambas variedades y teniendo en cuenta que la característica de color de la flor sigue una herencia intermedia y, en el caso de las hojas, el carácter alargado es dominante sobre el pequeño, ¿qué proporción genotípica tendrán las flores rojas con hojas alargadas homocigotas de la F_2 ?

- A) 1/16 B) 1/4 C) 1/8 D) 1/2 E) 3/16

Solución:

C^R = flores rojas / C^B = flores blancas (herencia intermedia)

A = hojas alargadas / a = hojas pequeñas

P: $C^R C^R A A$ x $C^B C^B a a$

G: $C^R A$ x $C^B a$

F_1 : $C^R C^B A a$

$$C^R C^R A A = 1/16$$

$F_1 \times F_1$: $C^R C^B A a$ x $C^R C^B A a$

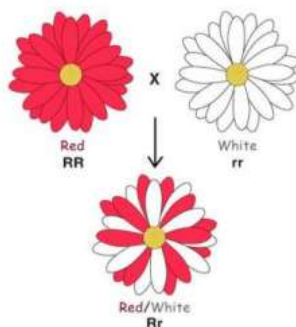
F_2 :

	$C^R A$	$C^R a$	$C^B A$	$C^B a$
$C^R A$	$C^R C^R A A$	$C^R C^R A a$	$C^R C^B A A$	$C^R C^B A a$
$C^R a$	$C^R C^R A a$	$C^R C^R a a$	$C^R C^B A a$	$C^R C^B a a$
$C^B A$	$C^R C^B A A$	$C^R C^B A a$	$C^B C^B A A$	$C^B C^B A a$
$C^B a$	$C^R C^B A a$	$C^R C^B a a$	$C^B C^B A a$	$C^B C^B a a$

Rpta.: A

13. ¿A qué tipo de herencia corresponde la siguiente imagen?

- A) Intermedia
- B) Letal
- C) Mendeliana
- D) Codominancia
- E) Dominante



Solución:

La imagen representa el tipo de herencia conocido como Codominancia. En este caso los alelos que determinan la característica no son dominantes ni recesivos y cuando ambos están presentes en un individuo los dos alelos se expresan al mismo tiempo, mostrando ambas características.

Rpta.: D

14. Josefa reporta que su madre de niña vivía en un rancho donde había vacas y toros de color blanco y negro, pero cuando estos se cruzaban daban terneros con manchas negras y blancas. Ya de grande supo que esto se debía a los alelos que determinan esa característica. Teniendo en cuenta lo dicho ¿Cuál es la probabilidad de obtener ganado de color blanco si se cruzan dos individuos manchados?

- A) 1/2
- B) 3/4
- C) 1/8
- D) 2/3
- E) 1/4

Solución:

Es un caso de codominancia:

$C^B C^B$ = blanco / $C^N C^N$ = negro / $C^B C^N$ = manchado

P: $C^B C^N \times C^B C^N$

F1:

	C^B	C^N
C^B	$C^B C^B$	$C^B C^N$
C^N	$C^B C^N$	$C^N C^N$

$$C^B C^B = 1/4$$

Rpta.: E

15. El color del pelaje en los conejos está determinado por un gen (C) que presenta cuatro alelos, los cuales tienen una jerarquía de dominancia, la cual es: $C > c^{ch} > c^h > c$, estos en homocigosis dan los colores: negro, chinchilla, himalaya y albino respectivamente. Teniendo en cuenta esto, ¿qué genotipos permiten obtener el color himalaya?

- A) $c^h c^h / C c^h$
- B) $CC / C c^h$
- C) $c^h c^h / c^h c$
- D) $c^{ch} c^h / cc$
- E) $C c^h / c^h c^h$

Solución:

Teniendo en cuenta la jerarquía mencionada en el enunciado, sólo hay dos posibles genotipos para el color himalaya, los dos alelos para himalaya $c^h c^h$ o un alelo himalaya y uno albino $c^h c$

Rpta.: C