



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA
CENTRO PREUNIVERSITARIO

SEMANA N.º 11

Habilidad Verbal

SECCIÓN A

HERRAMIENTAS DE COMPRENSIÓN LECTORA 1 SUBRAYADO, SUMILLADO, PALABRAS CLAVE



(VIDEOS)
TEORÍA Y
EJERCICIOS

Denominamos estrategia al conjunto de procedimientos que se llevan a cabo para lograr un objetivo. En nuestro caso, este es la comprensión de textos escritos (la comprensión lectora). Un lector, en un momento dado, y en función al contexto y su propósito específico de lectura, emplea diversas estrategias. Generalmente, se destaca en ellas su carácter controlado, autodirigido y genérico.

Las estrategias de comprensión lectora se instrumentalizan a través de técnicas, entre las cuales destacan el subrayado, el sumillado, la identificación de palabras clave, etc.

LAS PALABRAS CLAVE

Las palabras clave de un texto son aquellos términos que remiten a los contenidos más importantes de un texto. Estas se encuentran íntimamente vinculadas a la estructura del discurso y constituyen un indicador de la conexión que hay entre los conceptos y las ideas fundamentales.

Según algunos autores, existen dos tipos de palabras clave:

- cortas, que son las más generales
- largas, que son más específicas y brindan mayor información sobre un tema

Además del principio de recurrencia, para identificar las palabras clave, se debe tener en cuenta que estas tienen que ver con partes o momentos concretos, cualidades o rasgos, factores o elementos, causas y consecuencias, etc.

EJEMPLO

Al concluir la **Segunda Guerra Mundial**, el tablero internacional se reconfiguraba bajo la sombra creciente de la Guerra Fría. En este nuevo orden mundial, **España**, gobernada por el régimen de **Franco**, se encontraba marginada, vista con recelo por su pasado de simpatías autoritarias. Este aislamiento impulsó a España a buscar estrategias para reingresar en el concierto de naciones, destacando entre ellas su adhesión a la OTAN como maniobra para alinearse con el bloque occidental. En un mundo donde el **poder nuclear** definía el estatus de superpotencia, España percibía la necesidad de desarrollar su propia capacidad nuclear no solo como un **símbolo de soberanía**, sino también como un medio para ejercer **influencia** y garantizar su **seguridad**. La presión de estar rodeada por potencias nucleares y el **deseo de afirmarse** en un escenario global dominado por estas impulsó a España a considerar el **umbral nuclear** como un **objetivo estratégico primordial**.

Navarro, F. (28 de marzo de 2024). ¿España tiene bombas atómicas? Muy Interesante. Rescatado de <https://www.muyinteresante.com/historia/64318.html>

EL SUBRAYADO

Antes de explicar esta técnica, hay que resaltar que su aplicación exige como prerequisite comprender el tema del texto que se desea comprender, pues esto orientará la atención lectora para la identificación de los conceptos fundamentales expuestos en aquel. Es por ello que resulta indispensable el subrayado de los títulos y subtítulos.

El subrayado consiste en resaltar las ideas principales del texto que se lee. Estas ideas deben ser destacadas para que, en una próxima lectura, su ubicación sea más rápida y sencilla. Sólo se subraya aquello que se considere clave para la comprensión del texto.

Aunque se suele enseñar la aplicación de esta técnica de manera autónoma o aislada, en realidad, suele servir de base a otras técnicas, tales como las del resumen, los esquemas, las fichas, etc.

Existen varias formas de ejecutar esta técnica:

Lineal: se traza la línea debajo de la idea que queremos resaltar por ser importante.

Lateral: se destacan varias líneas o párrafos con una línea vertical al margen del texto.

Realce: se utiliza un código personal, es decir, palabras, asteriscos, gráficos, etc.

Al aplicar cualquiera de estas formas de subrayado, algunos lectores tienden a cometer ciertos errores. Las equivocaciones más comunes en el uso del subrayado son, en primera instancia, subrayar antes de ejercer una lectura completa del texto, es decir, aplicar señales sin antes haber leído o comprendido cada uno de los apartados del documento. También se suele remarcar demasiado (las señales en exceso pueden dificultar la comprensión del lector). Asimismo, es frecuente que los lectores subrayen palabras que no tienen relación con el tema.

EJEMPLO

Una cosa particularmente importante es que los cambios científicos no tienen por qué estar motivados por experimentos o solamente estar referidos a lo que Quine llamó en la última etapa de su filosofía «gama de estímulos».

Subrayado
lineal

Subrayado
lateral

En efecto, cuando Galileo descubrió los satélites de Júpiter, las fases de Venus o la montaña de la Luna, tales hallazgos tenían un referente empírico directo. Lo mismo sucede con el pasmoso descubrimiento de los microorganismos hecho por Leeuwenhoeck con su microscopio. Sin embargo, la geometría curva de Riemann, la relatividad y los *quanta* no se relacionan directamente con experimentos u observaciones. La búsqueda de lo nuevo no se asocia necesariamente con la evidencia empírica directa y tanto el ejemplo de la relatividad como el de la mecánica cuántica implican descubrimientos de índole teórica que modifican drásticamente nuestra imagen del mundo. Lo que sí es esencial para entender la dinámica de la ciencia es que esta consiste en sobrepasar sus propios límites de modo frecuente insospechado: la falibilidad y perfectibilidad de la ciencia deben asumirse con la mayor radicalidad. *****La ciencia, en tanto que empresa del descubrimiento (según la feliz fórmula de Edward Wilson), se puede definir como una búsqueda incesante de lo nuevo. *****

Realce

EL SUMILLADO

La elaboración de sumillas es un mecanismo útil para la comprensión lectora. Consiste en que el lector exprese con sus propias palabras la idea o ideas principales de una determinada sección del texto. Es decir, implica que aquel realice un parafraseo. Esta paráfrasis es escrita por el lector a manera de nota al margen del texto, al mismo nivel de la sección leída.

Para realizar el sumillado correctamente es recomendable seguir los siguientes pasos: a) leer todo el texto propuesto; b) releer y subrayar las ideas más importantes de cada párrafo; c) aplicar las macrorreglas: supresión, generalización, construcción; y d) revisar y comparar las sumillas con el texto original.

EJEMPLO

Un nuevo tratamiento con láser para el cáncer de próstata en sus primeras etapas fue puesto a prueba con éxito en Europa. Cirujanos describieron este procedimiento, que destruye los tumores con rayos láser y una droga hecha con una bacteria que habita en el fondo marino, como «verdaderamente transformador». Los ensayos, en los que participaron 413 hombres, mostraron que en cerca de la mitad de los pacientes no quedaron restos de cáncer.

El problema de la cirugía tradicional o la radioterapia es que provoca con frecuencia impotencia e incontinencia. Hasta 9 de cada 10 hombres desarrollan problemas de erección y hasta un quinto manifiesta dificultades para controlar la vejiga. Por esta razón, muchos hombres, en las primeras etapas del cáncer prefieren «esperar y ver» y solo recurren al tratamiento cuando el tumor se torna agresivo. «**Esto cambia todo**», dice el profesor Mark Emberton, quien probó la técnica en el University College de Londres.

Sumilla 1

Cirujanos señalaron un nuevo tratamiento para el cáncer de próstata en sus inicios con láser y una droga hecha con una bacteria marina.

Sumilla 2

Este nuevo tratamiento promete superar los efectos adversos de la cirugía tradicional o la radioterapia, a los que muchos hombres recurren cuando el cáncer está muy avanzado.

BBC Mundo (20 de diciembre de 2016). El innovador tratamiento contra el cáncer de próstata que no produce ni impotencia ni incontinencia. Recuperado y adaptado de <http://www.bbc.com/mundo/noticias-38379533>

EJERCICIO DE APLICACIÓN

Lea el siguiente texto y aplique las estrategias señaladas anteriormente (identificación de palabras clave, subrayado y sumillado).

Sabemos que las serpientes no representan el animal favorito de la mayoría, pero... ¿y si pudieran solventar un problema preocupante en nuestros días? A diferencia de la ganadería tradicional, que requiere grandes extensiones de tierra y recursos, las pitones (*Pythonidae*) tienen un impacto mínimo sobre los recursos naturales. Ahora, un nuevo estudio dirigido por un equipo de científicos de la Universidad Macquarie en Sídney (Australia) ha propuesto que cultivemos carne de serpiente como una forma de combatir la degradación ambiental y ayudar con los problemas de nutrición en el planeta.

La carne de pitón es mucho mejor para convertir los alimentos en masa corporal que el ganado o el pollo promedio. «Superan a todos los animales de granja habituales que hemos analizado», explica Daniel Natusch, líder del estudio que publica la revista *Scientific Reports*. La investigación sostiene que las pitones podrían proporcionar una alternativa «flexible y eficiente» a otros animales de granja convencionales, ya que son sorprendentemente sostenibles y ofrecen carne rica en proteínas, pero baja en grasas saturadas.

Si te resulta chocante, el cultivo de pitones no es tan raro; es una práctica bien establecida en ciertas partes de Asia donde especies como pitones reticuladas (*Malayopython reticulatus*) y pitones birmanas (*Python bivittatus*) se cosechan habitualmente para obtener su carne. En Hong Kong, por ejemplo, la sopa de serpiente es un plato muy popular, especialmente durante el invierno, tanto que se han creado granjas comerciales de pitones para satisfacer la demanda.

Romero, S. (19 de marzo de 2024). La carne de serpiente podría ser el alimento del futuro. Recuperado y adaptado de <https://www.muyinteresante.com/actualidad/64205.html>

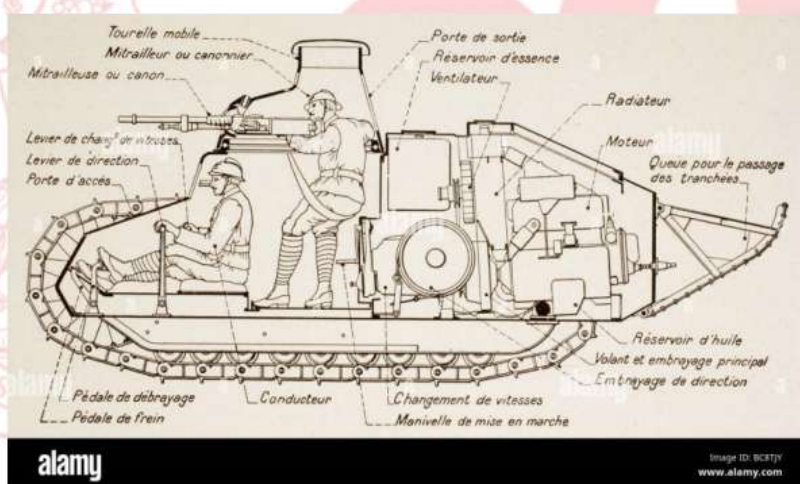
SECCIÓN B

TEXTO 1

La traumática guerra de trincheras llevó a los contendientes a crear un vehículo blindado capaz de cruzarlas, aplastar las alambradas de púas y mantener a los soldados a salvo de las ametralladoras enemigas. «Con el fin de mantener en secreto la fabricación de los primeros carros de combate, se informó a los trabajadores que lo construían que eran simples aljibes para agua autopropulsados, *Tanks*, y de ahí deriva el nombre popular de estos vehículos», contaba el coautor de «La Larga Guerra del siglo XX» que los definió como «la nueva caballería». El primero en irrumpir en un campo de batalla fue el Mark I británico que participó en la batalla del Somme. Después les llegaría el turno a los franceses Schneider CA y Saint Chamond y al ligero Renault FT-17, el primero con una torreta giratoria que permitía una visión de 360 grados. Los alemanes también construyeron los suyos, los Sturmpanzerwagen A7V. El primer enfrentamiento entre tanques tuvo lugar en abril de 1918.

El corresponsal de ABC en Londres Miguel de Zárrega describió así esta «máquina infernal» en 1916: «No se trata de un simple tanque; ni es siquiera tampoco, interpretando las palabras oficiales, un modesto carro armado... Es algo mucho más sorprendente: es una auténtica máquina infernal, de extraordinaria potencia, a la vez defensiva y ofensiva. Aunque técnicamente solo sea un gigantesco automóvil blindado, de insólita forma, con maravillosas articulaciones (...) Algún mérito tendrá la infernal maquinaria cuando ya han comenzado en el bando enemigo las protestas en nombre de la civilización. Protestas ante las cuales los ingleses se encogerán de hombros con la conciencia tranquila. Ellos son los autores de este maquiavélico saltamontes de acero que vomita metralla; pero en la presente guerra no fueron ellos los que introdujeron el uso de los gases asfixiantes, ni del fuego líquido, ni de las balas explosivas, ni de los envenenamientos de las aguas, ni de las minas flotantes; ni se les puede acusar de haber torpedeado buques de pasajeros, ni bombardeado ciudades abiertas, ni empleado zeppelines sobre las gentes indefensas, ni deportado poblaciones civiles...».

Arrizabalaga, M. (12/11/2020). Las nuevas armas que debutaron en la primera guerra mundial. Recuperado de https://www.abc.es/archivo/abci-nuevas-armas-debutaron-primer-guerra-mundial-202011110205_noticia.html#vca=mod-lo-mas-p5&vmc=leido&vso=archivo&vli=portadilla.archivo



Fuente de imagen: Alamy Photo Stock

1. ¿Cuál es el propósito del autor del texto?

- A) Describir el funcionamiento de los primeros tanques
- B) Explicar la aparición del tanque de combate y su impacto
- C) Denunciar las atrocidades cometidas por medio del tanque
- D) Impugnar los cargos de «máquina infernal» contra el tanque
- E) Puntualizar las funciones del tanque en la I Guerra Mundial

Solución:

El texto expone las circunstancias en que se empezó a emplear el tanque en la Primera Guerra Mundial y cómo fue recibido en ese contexto bélico.

Rpta.: B

2. El término VOMITAR connota

- A) malestar.
- B) enfermedad.
- C) ofensa.
- D) violencia.
- E) masacre.

Solución:

El término se define en el diccionario como «arrojar violentamente algo». En el texto, se refiere a los disparos de ametralladora, que arrojan gran cantidad de munición muy rápidamente.

Rpta.: D

3. Es incompatible con la lectura y la imagen afirmar que los primeros tanques

A) recibieron su denominación a partir de una estrategia de contrainteligencia.
B) tenían un equipamiento que los dotaba de capacidades ofensivas y defensivas.
C) estaban especialmente adaptados para las condiciones de las trincheras.
D) proporcionaban una potencia de fuego inferior a la tropa de caballería normal.
E) contaban mínimamente con una dotación de un artillero y de un conductor.

Solución:

Las tropas de caballería convencional contaban como equipamiento ofensivo sables, pistolas y fusiles. Los tanques, en cambio, podían llevar ametralladoras o cañones.

Rpta.: D

4. Se colige de la declaración de Miguel de Zárrega, corresponsal de ABC, que

A) el primer combate entre tanques dejó a los europeos muy conmocionados.
B) los tanques eran más destructivos que el resto de las armas del momento.
C) las quejas contra la ruina causada por el tanque mostraban cierta hipocresía.
D) los ingleses arrastraban un cargo de conciencia por haber creado los tanques.
E) las poblaciones civiles eran las que más sufrían por el ataque de los tanques.

Solución:

Según la lectura, los enemigos de los ingleses se quejaban de la devastación causada por los tanques, a pesar de que aquellos habían empleado en la guerra armas más mortíferas y crueles.

Rpta.: C

5. Si los ingleses no hubieran querido mantener en secreto el arma que estaban creando,

A) el carro de combate recibiría actualmente otro nombre.
B) sus enemigos dejarían de lado sus ataques a civiles.
C) los alemanes habrían hecho sus propios tanques antes.
D) los alemanes habrían firmado el armisticio antes.
E) las armas antitanques habrían aparecido antes.

Solución:

El querer mantener secreto el carro de combate provocó el equívoco que popularizó la denominación de tanque para esos aparatos.

Rpta.: A

SECCIÓN B

TEXTO 1

Simulando que el asteroide Dimorphos era un peligro para la humanidad, la NASA logró desviar su trayectoria y de esta forma evitó que «impactara» y acabara con la humanidad. ¿Cómo lo logró?

La NASA lanzó deliberadamente la nave de la misión DART (del tamaño de una nevera) contra el asteroide el pasado 26 de setiembre. El impacto logró desplazarlo y redujo su órbita en 32 minutos. Cabe resaltar que el asteroide Dimorphos nunca representó una amenaza para la Tierra, lo que convirtió al espacio en el escenario perfecto para realizar un simulacro de catástrofe.

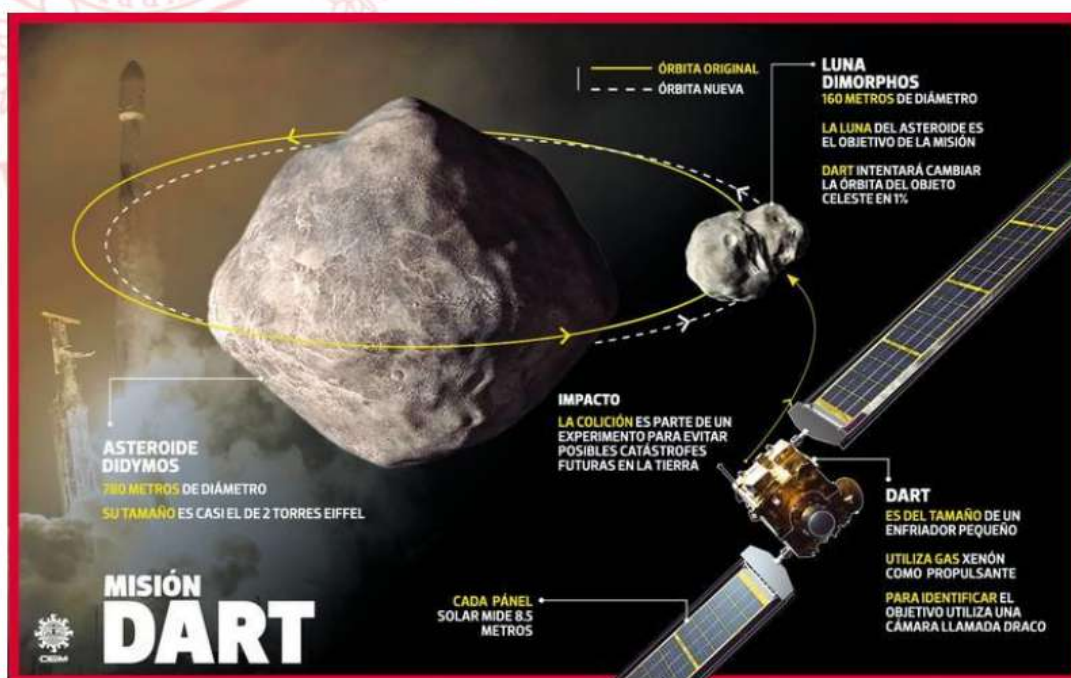
Hasta antes del impacto, los científicos de la NASA **estimaron** como exitoso que la órbita de Dimorphos cambiara entre 73 segundos y 10 minutos.

El científico Bill Nelson le dijo a la agencia AFP que, con los 32 minutos obtenidos, «*le demostramos al mundo que la NASA es seria como defensora de este planeta*».

El oficial de defensa planetaria de la NASA, Lindley Johnson, explicó que DART tiene un tamaño específico para tener el efecto deseado en Dimorphos y que ante un peligro real se deberá enfrentar la situación de acuerdo al tamaño de la amenaza.

Sherry Fieber-Beyer, profesora asistente de Estudios Espaciales de la Universidad de Dakota del Norte, estimó que un impactador cinético definitivamente funcionaría en un asteroide de cuerpo rocoso o en un gran cometa, pero no en uno de hierro y níquel. Sin embargo, la clave para ella es la antelación y desviación, por muy pequeña que parezca. «*Si un objeto inicialmente en una trayectoria para impactar justo en el medio de la faz de la Tierra, llega tan solo cinco minutos antes o después, un desastre potencial se convertiría en un casi choque*», manifestó.

Redacción El Comercio (14/10/2022). Recuperado de <https://elcomercio.pe/tecnologia/ciencias/nasa-dart-asteroide-dimorphos-estamos-listos-para-salvar-a-la-tierra-la-nasa-desvio-a-proposito-un-asteroide-mm-n-noticia/>



Fuente de imagen: El Sol de México (24 de noviembre de 2021)

1. En el texto, se desarrolla, principalmente,

- A) los métodos para evitar la colisión de la Tierra con asteroides.
- B) la colisión de una nave espacial contra el asteroide Didymos.
- C) los resultados exitosos de la misión DART de la NASA.
- D) el peligro que representan los asteroides para la Tierra.
- E) el papel de la NASA como agencia defensora planetaria.

Solución:

En el texto se presenta el resultado exitoso de un experimento llevado a cabo por la NASA para evaluar la posibilidad de evitar el choque de un asteroide contra la Tierra.

Rpta.: C

2. El término **ESTIMAR** connota

- A) suposición. B) aprecio. C) arbitrariedad. D) amor. E) pigracia.

Solución:

El término se refiere al cálculo aproximado del resultado de la misión DART que hicieron los científicos a partir de los datos que tenían. Al final, estos fueron mejores de lo que pensaron inicialmente, por lo que ESTIMAR implica una suposición (fundamentada).

Rpta.: A

3. Se deduce, a partir de la relación entre la infografía y el texto continuo, que la luna Dimorphos

- A) presenta una órbita circular con respecto a Didymos.
- B) puede desviarse tarde o temprano hacia la Tierra.
- C) representa un modelo con fines de extrapolación.
- D) tiene un tamaño muy cercano al de la torre Eiffel.
- E) podría cambiar su órbita al sufrir cualquier impacto.

Solución:

Los científicos dirigieron el DART contra Dimorphos para saber si un impactador cinético tendría un efecto significativo en algún otro asteroide parecido que sí representara un peligro para la Tierra.

Rpta.: C

4. Es consistente con el texto sostener que la NASA

- A) no está abocada únicamente a la exploración espacial.
- B) estima que los asteroides representan un peligro inminente.
- C) calculó con precisión los resultados del impacto del DART.
- D) utilizará el DART para enfrentar cualquier tipo de asteroide.
- E) fabricó el DART antes de elegir el objetivo contra el que iría.

Solución:

Según lo demuestra el DART, también es parte de sus funciones la defensa planetaria.

Rpta.: A

5. Si el DART hubiera sido del tamaño de un microondas

- A) su lanzamiento se habría pospuesto indefinidamente.
- B) el efecto en el asteroide sería mucho menor que el obtenido.
- C) la NASA se habría visto muy cuestionada por el Gobierno.
- D) Dimorphos no habría sido impactado por dicho aparato.
- E) se habría optado por un sistema de propulsión diferente.

Solución:

En el texto se señala que el tamaño del DART depende del objetivo al cual se dirige. En este caso, era del tamaño adecuado para desviar un asteroide del tamaño de Dimorphos. De ser más pequeño, el resultado también habría sido menor.

Rpta.: B

TEXTO 2

TEXTO A

Como efecto secundario de la crisis financiera, más y más gente está dándose cuenta de que Karl Marx estaba en lo cierto. El gran filósofo alemán del siglo XIX, economista y revolucionario, pensaba que el capitalismo era radicalmente inestable, pues tenía incorporada la tendencia de producir auges y colapsos cada vez más grandes y profundos y, a largo plazo, estaba destinado a destruirse a sí mismo.

A Marx le complacía esa característica: estaba seguro de que habría una revolución popular, la cual engendraría un sistema comunista que sería más productivo y mucho más humano.

A un nivel más profundo, Marx entendió cómo el capitalismo destruye su propia base social: la forma de vida de la clase media.

El capitalismo ha sido descrito como un proceso de destrucción creativa, y nadie puede negar que ha sido **prodigiosamente** productivo. Prácticamente todos los que viven en países como el Reino Unido hoy en día reciben ingresos reales más altos de los que habrían recibido si el capitalismo no hubiera existido nunca.

El problema es que entre las cosas que se han destruido en el proceso está la forma de vida de la que, en el pasado, había dependido el capitalismo.

De hecho, en el Reino Unido, Estados Unidos y muchos otros países desarrollados, durante los últimos 20 a 30 años se ha producido una degradación de las condiciones de vida: no existe la seguridad laboral, muchas de las profesiones y oficios del pasado desaparecieron y carreras que duran toda la vida no son mucho más que un recuerdo.

A medida que el capitalismo ha ido avanzado, ha llevado a la mayoría de la gente a una nueva versión de la precaria existencia del proletariado del que hablaba Marx.

Tasas de interés del 0% conjugadas con el alza de precios implican que uno recibe beneficios negativos por su dinero y produce la erosión del capital.

La situación para muchos jóvenes es aún peor. Para poder adquirir las habilidades indispensables para conseguir empleo, hay que endeudarse. Y como en cierto momento hay que volverse a entrenar, hay que ahorrar, pero si uno empieza endeudado, eso es lo último que podrá hacer.

Al mismo tiempo que ha despojado a la gente de la seguridad de la vida burguesa, el capitalismo volvió obsoleto al tipo de persona que disfrutaba de la vida burguesa.

En una sociedad que está siendo transformada continuamente por las fuerzas del mercado, los valores tradicionales son disfuncionales y quien quiera vivir de acuerdo a ellos está en riesgo de terminar en la caneca de la basura.

Gray, J. (06 de setiembre de 2011). Karl Marx tenía razón. *BBC News Mundo*. Tomado de https://www.bbc.com/mundo/noticias/2011/09/110906_marx_capitalismo (adaptación)

TEXTO B

Doy comienzo a este escrito con una frase muy acertada de Juan Bautista Alberdi: «Todo lo que hoy la humanidad puede ver, tocar y disfrutar sin duda alguna ha sido dado por individuos con una mente excepcional que vieron una necesidad y suplieron esa necesidad en el ciudadano». Esto solo se ha podido lograr gracias al capitalismo de libre mercado indudablemente.

Nunca antes la humanidad había vivido con uno de los **estándares** de vida más altos que pudiese conocerse, gran parte de problemas que antes eran imposibles de solucionar ya en la actualidad han sido superados notablemente.

La verdad es que, sin el capitalismo, personas como Steve Jobs o Bill Gates no hubiesen logrado crear los dispositivos electrónicos que inventaron. La genialidad e iniciativa de ambos se vio recompensada con la libertad que da un mercado libre.

Ambos presentaron sus proyectos y tuvieron éxito, logrando con ello que la humanidad avanzara a pasos agigantados en el área de la comunicación, la información, la interconectividad, lo digital y en lo electrónico.

Otro aspecto en el que el capitalismo ha ayudado mucho es a bajar los costes de la mayoría de bienes y servicios que consumimos en el mundo, esto es debido a que, gracias a la producción a gran escala de los bienes y productos, así como la competencia que gira alrededor de ellos, nos dan la posibilidad de escoger qué productos llevar y cuál es el precio que mejor se adapta a nuestras necesidades.

Sin duda el capitalismo es el sistema que más ha logrado sacar a la gente de la pobreza en el mundo. Según estimaciones de diferentes organismos internacionales, en la última década se ha disminuido gradualmente la pobreza extrema en el mundo, siendo por mucho la más baja en décadas.

Es libertad Guest Author (s/f). En defensa del capitalismo de libre mercado. Recuperado de <https://studentsforliberty.org/es/blog/en-defensa-del-capitalismo-de-libre-mercado/>

1. En ambos textos se pone en discusión

- A) el carácter superior del sistema capitalista frente a otros sistemas.
- B) la capacidad del capitalismo de satisfacer todas las necesidades.
- C) la degradación del sistema de vida de la clase media en el s. XX.
- D) la disminución de la pobreza global gracias al capitalismo liberal.
- E) la validez de la evaluación que Marx hizo en su época del capitalismo.

Solución:

En ambos textos se pone sobre el tapete el carácter positivo o negativo del capitalismo como sistema en comparación con los anteriores.

Rpta.: A

2. En el texto A, PRODIGIOSAMENTE connota _____; en el texto B, ESTÁNDARES se puede reemplazar por _____.

A) asombro; condiciones B) credibilidad; esquemas C) intensidad; niveles
D) aprobación; anhelos E) sofisticación; modelos.

Solución:

En el texto A, PRODIGIOSAMENTE alude a un grado muy alto de creatividad. En el texto B, ESTÁNDARES se refiere a un conjunto de indicadores relacionados con las condiciones de vida, por lo que NIVELES funciona como sinónimo.

Rpta.: C

3. Se infiere del texto B que el capitalismo de libre mercado

A) propicia la innovación tecnológica. B) asegura la extinción de la pobreza.
C) se desarrolla a través de crisis cíclicas. D) tiene a Alberdi entre sus fundadores.
E) puede obviar la oferta y la demanda.

Solución:

Según el texto, personajes como Bill Gates y Steve Jobs pudieron crear sus invenciones gracias al libre mercado. Se infiere la importancia de este para la innovación tecnológica.

Rpta.: A

4. Resulta incompatible con la posición de Gray afirmar que el capitalismo

A) proporciona mayores niveles de vida a ciertos sectores.
B) trae como consecuencia el fortalecimiento de la clase media.
C) genera la obsolescencia de los valores burgueses tradicionales.
D) mantiene a cierto sector viviendo en la condición de proletarios.
E) implica una situación contradictoria entre ahorro y endeudamiento.

Solución:

«A un nivel más profundo, Marx entendió cómo el capitalismo destruye su propia base social: la forma de vida de la clase media».

Rpta.: B

5. Si en nuestro país se eliminara la competencia y el libre mercado

A) los jóvenes ejercerían sus empleos sin capacitarse continuamente.
B) compraríamos mercancías a precios más allá de nuestra conveniencia.
C) dejarían de producirse fuertes crisis económicas cada cierto tiempo.
D) la innovación tecnológica se produciría solo con intervención estatal.
E) la clase media volvería a adoptar los valores vigentes anteriormente.

Solución:

«Gracias a la producción a gran escala de los bienes y productos, así como la competencia que gira alrededor de ellos, nos dan la posibilidad de escoger qué productos llevar y cuál es el precio que mejor se adapta a nuestras necesidades».

Rpta.: B

PASSAGE 3

Social media is an important part of people's everyday lives, and people regularly access a variety of social media channels from mediums such as a mobile app or computer web browser.

The average person will spend 5 years of his or her life on social media —more time than they will spend eating, socializing, and grooming. If people continue to spend more time on social media, that number will only increase.

Social media is so popular because it allows people to manage and accomplish their everyday activities.

"Social media is a large part of everybody's life", said Josh Loewen, digital marketing director of *The Status Bureau*, a digital marketing agency in Vancouver. "It's how people communicate, look for events, notice stores and brands, and find the weather. It's how people are aided in their daily life."

Social media is part of people's **routine** and is an essential way to communicate, shop, find things to do, and check the news.

1. What is the main question of passage?

- A) Why do people use social media?
- B) How important are social media?
- C) How to organize with social media?
- D) What are the effects of social media?
- E) Since when are social media used?

Solution:

The passage deals with the importance of social media.

Key: B

2. The word ROUTINE implies

- | | | |
|--------------|--------------|----------|
| A) habits. | B) grooming. | C) exes. |
| D) luxuries. | E) progress. | |

Solution:

The sequence of actions regularly followed.

Key: A

3. It can be inferred from the passage that the use of social media will

- | | | |
|--------------|----------------|----------------|
| A) stagnate. | B) decline. | C) be harmful. |
| D) increase. | E) be obsolete | |

Solution:

Being increasingly popular and being part of the routine of people, we can infer that the use of social media will be increasingly used.

Key: D

4. About social media, it is not compatible to say that
- A) an average person spends 5 years in their life in them.
 - B) people can access them through a variety of channels.
 - C) most people have included them in their daily routine.
 - D) everybody can access them through a smartphone.
 - E) they do not have any kind of utility in the lives of people.

Solution:

Social media are part of the routine of people and help manage their daily activities; therefore, to affirm that they have no use for people would be incompatible.

Key: E

5. If social media were limited only to entertainment,
- A) possibly, people will spend more time socializing and eating.
 - B) all people would use diaries to organize their daily activities.
 - C) most people in the world would become more irresponsible.
 - D) probably, the time that people spend on them would be less.
 - E) undoubtedly, will increasingly have less acceptance by users.

Solution:

If social media were only useful to entertain and not manage daily activities, possibly, people would choose to use them less time.

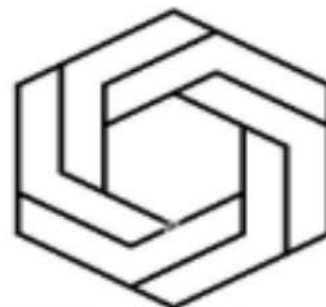
Key: D

Habilidad Lógico Matemática

Máximos y mínimos

EJERCICIOS DE CLASE

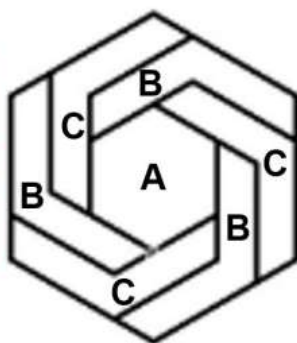
1. Mateo debe pintar con lápices de colores la figura mostrada, de modo que dos regiones simples con un lado (o parte de un lado) común no deben tener el mismo color. ¿Con cuántos colores diferentes, como mínimo, podrá pintar la figura Mateo?



- A) 3 B) 2 C) 4
D) 5 E) 6

Solución:

Se necesita 3 colores



Rpta.: A

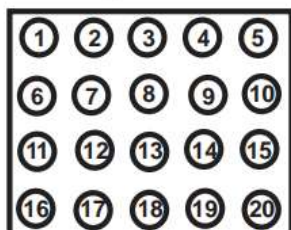
2. Se tiene dos cajas, una de color rojo, que contiene 20 canicas numeradas desde el 1 al 20, sin repetir, y otra de color verde, que está vacía.
- Juan retira una canica de la caja roja, se la da a Iván y él la coloca en la caja verde.
 - Luego, Iván retira de la caja roja todas las canicas disponibles cuyos números son divisores del número extraído por Juan y las coloca en la caja verde.

Si los pasos (i) y (ii) son repetidos en ese orden hasta el momento en que el paso (ii) ya no puede realizarse, ¿cuántas canicas como máximo habrá en la caja verde?

- A) 18 B) 16 C) 17 D) 14 E) 15

Solución:

1) Sean las cajas:

roja**verde**

Para que la caja verde tenga la máxima cantidad de canicas, Juan debe sacar números que tengan más divisores, pero primero sacará un número que tenga como único divisor al 1.

2) Supongamos que primero extrae el 19: 1

3) Veamos los siguientes casos:

- Si Juan saca el 20, entonces Iván saca: 2, 4, 5, 10

Si saca el 18, entonces Iván saca: 3, 6, 9

Si saca el 16, entonces Iván saca: 8

Si saca el 14, entonces Iván saca: 7

Saca cualquier número que quedó. Saca 16 canicas

- Si Juan saca el 12, entonces Iván saca: 2, 3, 4, 6

Si saca el 20, entonces Iván saca: 5, 10

Si saca el 18, entonces Iván saca: 9

Si saca el 16, entonces Iván saca: 8

Si saca el 14, entonces Iván saca: 7

Saca cualquier número que quedo y la coloca en la verde. Saca 17 canicas

- Si Juan saca el 12, entonces Iván saca: 2, 3, 4, 6

Si saca el 15, entonces Iván saca: 5

Si saca el 20, entonces Iván saca: 10

Si saca el 18, entonces Iván saca: 9

Si saca el 16, entonces Iván saca: 8

Si saca el 14, entonces Iván saca: 7

Saca cualquier número que quedó y la coloca en la verde. Saca 18 canicas

4) Por tanto el máximo número de canicas que habrá en la caja verde es 18.

Rpta.: A

3. Carlos va al mercado y observa que $3p$ huevos pueden pesar desde $4b$ hasta $8a$ gramos, donde $b < a$. Él quiere llevar n kilogramos de huevos para el desayuno. ¿Cuál es el máximo número de huevos que puede llevar Carlos?

A) $\frac{250np}{a}$

B) $\frac{750np}{b}$

C) $\frac{375np}{b}$

D) $\frac{750np}{a}$

E) $\frac{250np}{b}$

Solución:

Considerando que debe llevar los huevos de menor peso:

$$3p \rightarrow 4b$$

$$X \rightarrow 1000n$$

$$X = \frac{750np}{b}$$

Rpta.: B

4. Un concurso de geometría consiste en dibujar 10 rectas. De las 10 rectas, 3 deben ser paralelas. El premio será el pago de tantos soles como el triple del número de intersecciones que se puedan generar entre ellas al dibujarse. ¿Cuál es el máximo premio que puede obtener una persona?

A) S/ 123

B) S/ 216

C) S/ 126

D) S/ 156

E) S/ 144

Solución:

Hallando el máximo de intersecciones:

- 3 rectas + 1 = 3
- 3 rectas + 2 = 4
- .
- .
- .
- 3 rectas + 7 = 9

$$\text{Total intersecciones} = 3+4+5+6+7+8+9=42$$

$$\text{Máximo premio} = \text{S/ } 126$$

Rpta.: C

5. Un viajero quiere cruzar un desierto cuya travesía dura 8 días, y el peso que puede llevar en provisiones solo le alcanzará para 5 días, razón por la cual necesita contratar uno o más ayudantes, ya que estos también pueden llevar en peso provisiones para 5 días. Las provisiones pueden servir para el consumo del viajero o de los ayudantes. Por ejemplo, si en un día de viaje se utilizan solo las provisiones de un ayudante para el consumo de este y del viajero, entonces el ayudante se quedaría con provisiones solo para él que le duraría 3 días. Si los ayudantes deben regresar al lugar de partida sin que le falte provisiones, ¿cuál será la mínima cantidad de ayudantes que necesita contratar el viajero para que la travesía ofrezca la seguridad de que no falten provisiones?

A) 5 B) 6 C) 3 D) 2 E) 4

Solución

Sale con 3 ayudantes. El primer día se consume las provisiones de un ayudante, este regresa. El segundo día se consume las provisiones del segundo ayudante, este regresa. Por último, el tercer día, se consume las provisiones del tercer ayudante, este regresa. Por lo tanto, el viajero tendrá provisiones para 5 días.

Rpta.: C

6. Armando fabrica tortas, él sabe que, si vende a S/ 20 cada torta, entonces venderá 180 tortas al día. Por cada sol que aumenta al precio de las tortas vende 6 tortas menos al día. Si el costo en la elaboración de una torta es de S/ 12, ¿cuál es el precio, en soles, de venta que hace máxima la ganancia diaria que obtiene Armando?

A) 26,5 B) 31 C) 28 D) 30 E) 29

Solución:

Sea x el aumento en soles en el precio por cada torta ($x \geq 0$).

Sea $I = (20 + x)(180 - 6x)$. ingreso total, luego $180 - 6x \geq 0 \Rightarrow x \leq 30$

C = costo total de elaboración G = ganancia

La ganancia es el ingreso total menos el costo total de elaboración,

$$G(x) = I - C \quad \text{así} \quad G(x) = (20 + x)(180 - 6x) - 12(180 - 6x)$$

$$\text{O sea} \quad G(x) = -6(x - 11)^2 + 2166$$

deducimos que $x = 11$ es el punto máximo de G . De esta manera, el precio de cada torta que produce la máxima ganancia es de 31 soles.

Clave: B

7. El dinero que tengo sumado al doble de lo que tú tienes es menos de S/ 26, pero el doble del dinero que tengo sumado al triple de lo que tú tienes es más de S/ 39. ¿Cuál es la máxima cantidad de dinero que puedes tener si solo tenemos monedas de S/1?

A) S/ 12 B) S/ 11 C) S/ 13 D) S/ 10 E) S/ 14

Solución:Dinero que tengo: x Dinero que tú tienes: y

$$x + 2y < 26 \quad \Rightarrow \quad 2x + 4y < 52$$

$$2x + 3y > 39 \quad \Rightarrow \quad \underline{-2x - 3y < -39}$$

$$y < 13$$

$$y = 12 \text{ (no)}$$

$$y = 11 \text{ (no)}$$

$$y = 10 \text{ (sí)}$$

Rpta: D

8. La figura representa a un terreno con forma de triángulo rectángulo, cuyos catetos miden 6 m y 8 m respectivamente. En el interior de dicho terreno se quiere construir una habitación para almacén de forma rectangular de tal manera que el rectángulo quede inscrito en el triángulo como se muestra en la figura. Determine el área máxima de dicho almacén.

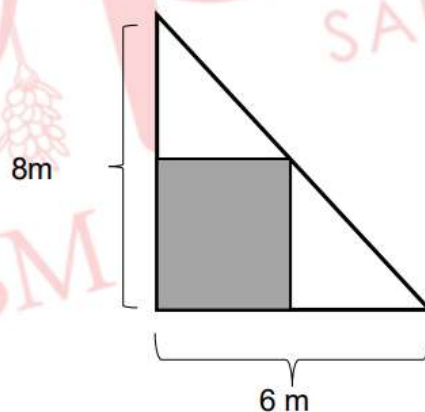
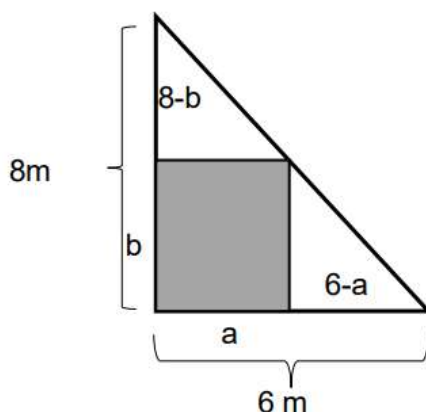
A) 6 m^2

B) 8 m^2

C) 12 m^2

D) 9 m^2

E) 15 m^2

**Solución:**

En el triángulo rectángulo: $\frac{6}{8} = \frac{6-a}{b}$

De donde: $b = 8 - \frac{4}{3}a$

Área del rectángulo es: $A = a \cdot b$

Reemplazando tenemos: $A = a \left(8 - \frac{4}{3}a \right)$

De donde: $A = 8a - \frac{4}{3}a^2$

Completando cuadrados: $A = -\frac{1}{3} \left[(2a)^2 + 2(-6)(2a) + 36 - 36 \right]$

$$\rightarrow A = -\frac{1}{3}(2a-6)^2 + 12$$

El área máxima es 12m^2

Rpta: C

9. Señale la secuencia correcta de verdad (V o F) respecto de las siguientes proposiciones:

- I. El punto simétrico de $(5;3)$ con respecto al eje X es $(5;-3)$.
- II. El punto simétrico de $(6;-4)$ con respecto a la recta $y = 3$ es $(6;8)$.
- III. El punto simétrico de $(3;4)$ con respecto a la recta $y = x$ es $(4;3)$.

A) VFV B) VFF C) FFV D) FFF E) VVV

Solución:

Por determinar la secuencia correcta de verdad (V o F).

I. Verdadero

$$A(5;3) \leftrightarrow A'(5;-3).$$

II. Falso

Las coordenadas de $B'(x';y')$, punto simétrico de $B(x;y)$ con respecto a la recta $y = b$, es: $B'(x';y') = (x; 2b - y)$

$$\text{Luego, } B(6;-4) \leftrightarrow B'(6;10).$$

III. Verdadero

Las coordenadas de $B'(x';y')$, punto simétrico de $B(x;y)$ con respecto a la recta $y = x$, es: $B'(x';y') = (y;x)$

$$\text{Luego, } B(3;4) \leftrightarrow B'(4;3).$$

Por tanto, la secuencia correcta es VFV.

Rpta.: A

10. Se construye el cuadrilátero $A'B'C'D'$ el cual es simétrico al cuadrilátero $ABCD$ usando como eje de simetría la recta $X=1$ y después se obtiene el cuadrilátero $A''B''C''D''$ el cual es simétrico al cuadrilátero $A'B'C'D'$ usando como eje de simetría la recta $Y=X-1$. Si la hoja se utiliza como un plano coordenado (cada cuadradito representa una unidad) y las rectas representan los ejes coordenados, determine la suma de las abscisas de los vértices del cuadrilátero obtenido $A''B''C''D''$.

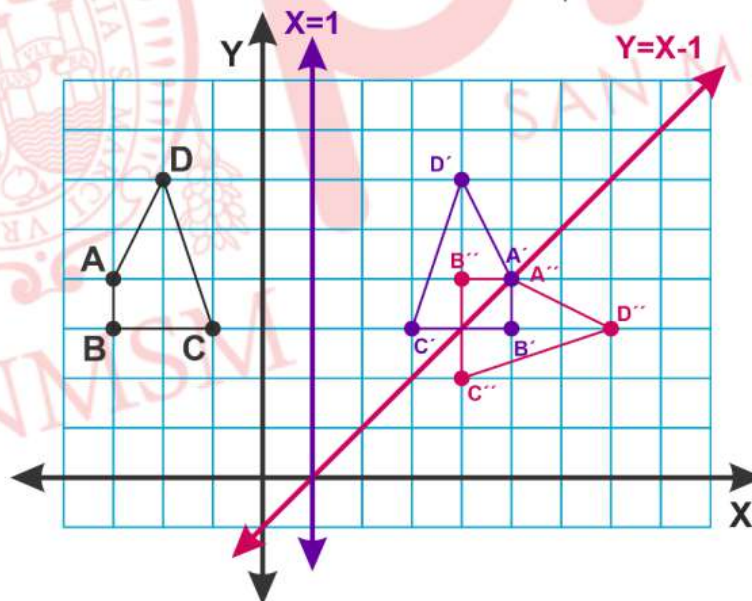
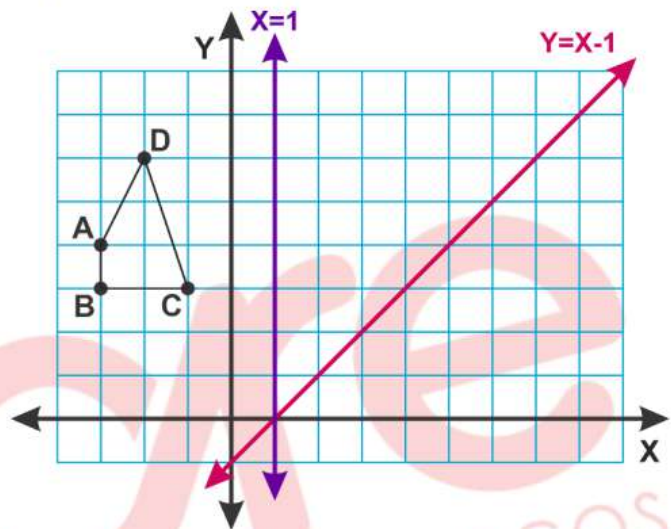
A) 17

B) 24

C) 34

D) 20

E) 35

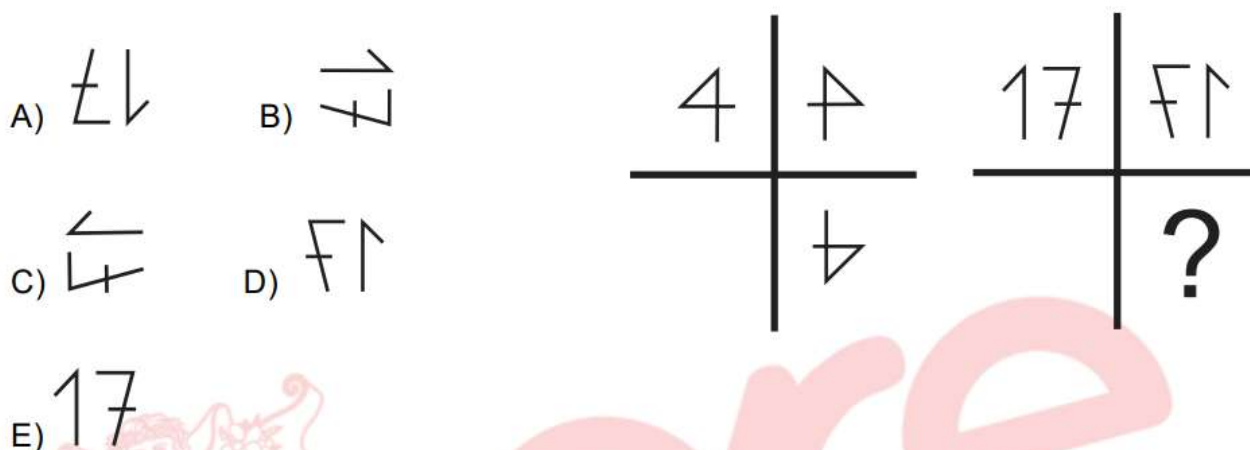
Solución:

A (-3; +4)	A' (+5; +4)	A'' (+5; +4)
B (-3; +3)	B' (+5; +3)	B'' (+4; +4)
C (-1; +3)	C' (+3; +3)	C'' (+4; +2)
D (-2; +6)	D' (+4; +6)	D'' (+7; +3)

Por lo tanto: $5+4+4+7=20$

Rpta.: D

11. El número cuatro está frente a dos espejos y se refleja como muestra la figura. Si ocurre lo mismo con el número diecisiete, ¿cuál figura se obtiene donde aparece el signo de interrogación?



Solución:

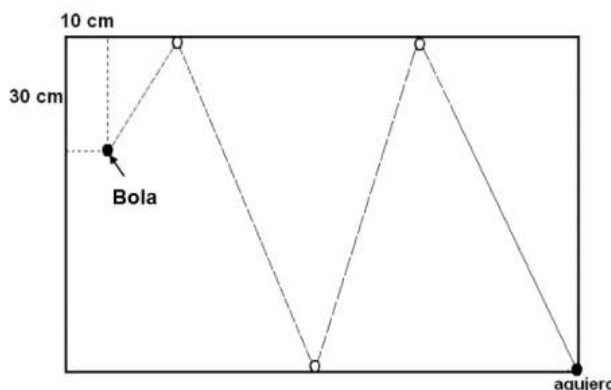
Según la distribución y reflejos que se deben realizar se tiene:



Rpta.: A

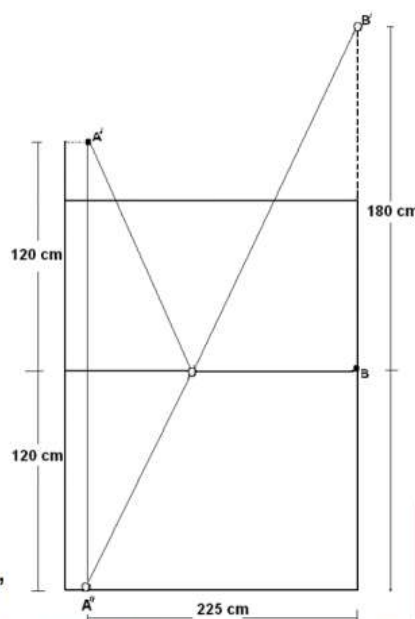
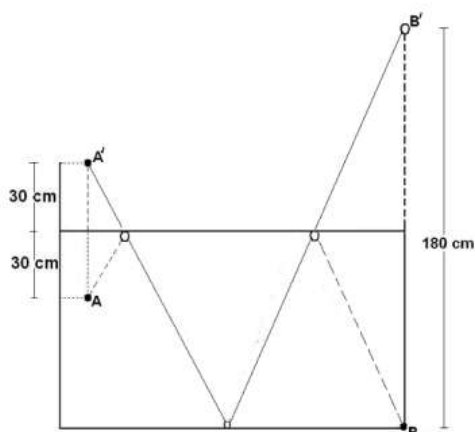
12. Se tiene en la figura una mesa de billar rectangular de 235 cm de largo y 90 cm de ancho. Juan debe golpear la bola para que esta golpee tres veces en las paredes y caiga en el agujero. Si la jugada se muestra en la figura dada, ¿cuál es la distancia mínima que empleará la bola? Dé como respuesta la suma de las cifras del número de centímetros de dicho resultado.

- A) 15
B) 3
C) 7
D) 10
E) 2



Solución:

Con los datos se muestra el camino a seguir



El menor recorrido será la distancia de A'' a B'

$$\text{Distancia mínima} = \sqrt{225^2 + 300^2} = 375$$

$$\text{Suma de las cifras} = 3+7+5=15$$

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Juan produce carpetas a un costo de S/ 100 cada una y estima que, si vende a S/ M cada una, en este verano vendería $(120 - M)$ carpetas. Si desea obtener la máxima ganancia posible, ¿cuál sería el valor, en soles, de M? (Dé como respuesta la suma de las cifras de M)

- A) 2 B) 7 C) 6 D) 3 E) 5

Solución:

$$\text{Ganancia} = M(120 - M) - 100(120 - M)$$

$$= 220M - M^2 - 12000$$

$$= - (M^2 - 2(110)M + 12100 - 12100) - 12000$$

$$= 100 - (M - 110)^2$$

$$\text{Ganancia máxima} = 100 \text{ si y solo si } M = 110$$

$$\text{Suma de cifras de } M = 1 + 1 + 0 = 2$$

Rpta: A

2. Romina cambia 4 billetes de 100 soles por monedas de S/ 5, S/ 2, S/ 1 y S/ 0,5. Si le dan todos los tipos de monedas y la cantidad de monedas de S/ 2 que le dan es la máxima posible, determine la menor cantidad de monedas recibidas por Romina.
- A) 203 B) 86 C) 114 D) 170 E) 201

Solución:

$$400 = 1(5) + 196(2) + 2(1) + 2(0,5)$$
$$\text{Total de monedas : } 1 + 195 + 2 + 1 + 2 = 201$$

Rpta.: E

3. Un Club Social conformado por 1826 socios va a elegir a su presidente entre 5 candidatos. Si nadie votó en blanco ni viciado, ¿con cuántos votos, como mínimo, es elegido el presidente?
- A) 364 B) 365 C) 366 D) 367 E) 368

Solución:

$$4x + (x+1) = 1826$$

$$\Rightarrow x = 365$$

$$\text{Se tiene: } x + 1 = 366 \text{ votos}$$

Rpta.: C

4. En una tienda se tiene una caja con 15 caramelos de limón y 10 caramelos de naranja. El dueño de la tienda inventó un juego que consiste en sacar caramelos de uno en uno y al azar. Para ganar el juego se debe ganar un caramelo de limón o un caramelo de naranja; para ganarse un caramelo de limón se debe sacar 2 caramelos de limón consecutivos; o para ganarse un caramelo de naranja debe sacar 2 de naranja sin importar el orden. ¿Cuántas opciones diferentes, como máximo, tienes de ganar el juego?
- A) 4 B) 5 C) 7 D) 9 E) 10

Solución:

1) Sea:

Caramelo de limón: L

Caramelo de naranja: N

2) Maneras diferentes de ganar:

LNLN; LL ; LNN; NLL; NLN; NN; LNLL

Por lo tanto, como máximo hay 7 opciones.

Rpta.: C

5. Un carpintero puede construir estantes para libros a un costo de 60 soles cada uno. Si los vende a «x» soles la unidad, se estima que puede vender «480-2x» estantes al año, ¿cuál sería la mayor ganancia anual (en soles) del carpintero?

A) 16 200 B) 28 800 C) 14 400 D) 20 000 E) 24 300

Solución:

Para un estante:

$$P_c = 60$$

$$P_v = x$$

$$G = x - 60$$

Si en un año vende (480-2x) estantes, entonces, la ganancia anual será:

$$G_{\text{anual}} = (480 - 2x)(x - 60) = 2(240 - x)(x - 60)$$

Para que la ganancia anual sea máxima entonces

$$240 - x = x - 60$$

$$x = 150$$

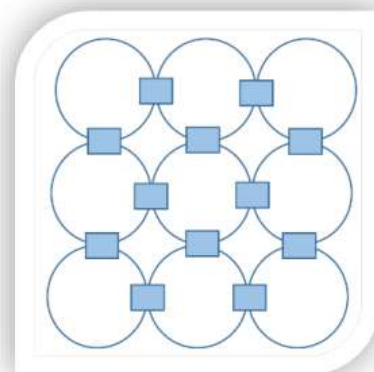
Luego, la ganancia anual máxima es

$$2(240 - 150)(150 - 60) = 16200$$

Rpta.: A

6. En las casillas circulares de la figura se deben escribir un número entero de 1 a 9, uno en cada casilla y sin repeticiones. Enseguida, en cada casilla rectangular se escribe la suma de los números de las dos circunferencias que comparten esa casilla rectangular. Calcule la suma máxima de los números escritos en todas las casillas rectangulares.

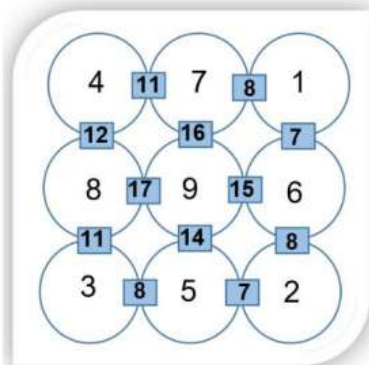
A) 125 B) 142 C) 134
D) 144 E) 125



Solución:

- 1) Para que la suma sea máxima colocamos el 9 en la casilla circular central rodeado de los números 8, 7, 6 y 5.

- 2) Los números 4, 3, 2 y 1 en las esquinas.



Por lo tanto, la suma máxima de las casillas rectangulares es 134.

Rpta.: C

7. Esther escribe números naturales de tres cifras, tales que la cifra central sea mayor que la suma de las otras dos, por ejemplo 285 y 163. ¿Cuántos números diferentes podrá escribir Esther, como máximo?

A) 144 B) 120 C) 96 D) 100 E) 72

Solución:

- Si la suma de la primera y tercera cifras es k ; para que la cifra central sea mayor que k debe ser $1 \leq k \leq 8$. En este caso, la cifra central puede ser $k+1, \dots, 9$ y se puede escoger de $9-k$ maneras.
- La primera y tercera cifras se pueden escoger de k maneras para que sumen k , a saber 1 y $k-1$, 2 y $k-2$, ..., $k-1$ y 1, k y 0.

Por lo tanto, la cantidad máxima de números es: $8 \times 1 + 7 \times 2 + 6 \times 1 + 1 \times 8 = 120$

Rpta.: B

8. Santiago ha dibujado en una hoja cuadriculada dos rectas perpendiculares y un triángulo, como se muestra en la figura. Se construye una figura simétrica usando como punto de simetría el punto que se indica. Si la hoja la usa como un plano coordenado (en el cual cada cuadradito representa una unidad); y las rectas representan a los ejes coordenados, indique la suma de los 6 números que forman las tres coordenadas de los vértices de la figura construida.



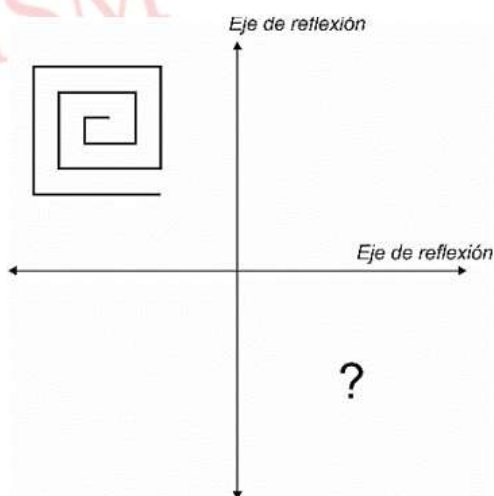
- A) 30 B) 37 C) 35
D) 38 E) 26

Solución:

- 1) Los puntos reflejados serían:
(8;4) (6;5) (8;7)
- 2) La suma de los números de las coordenadas que se indican es:
 $8 + 4 + 6 + 5 + 8 + 7 = 38$

Rpta.: D

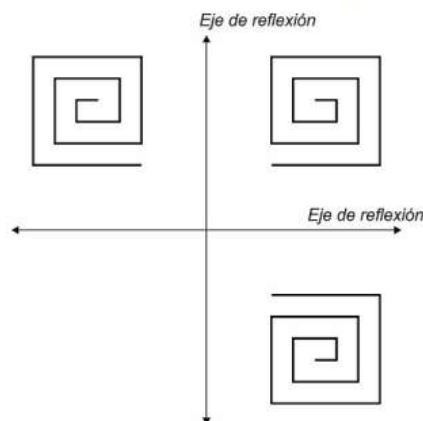
9. La figura en forma de espiral se refleja según el eje vertical y horizontal, en ese orden. ¿Qué figura se obtiene en la región donde aparece el signo de interrogación?



- A) B) C) D) E)

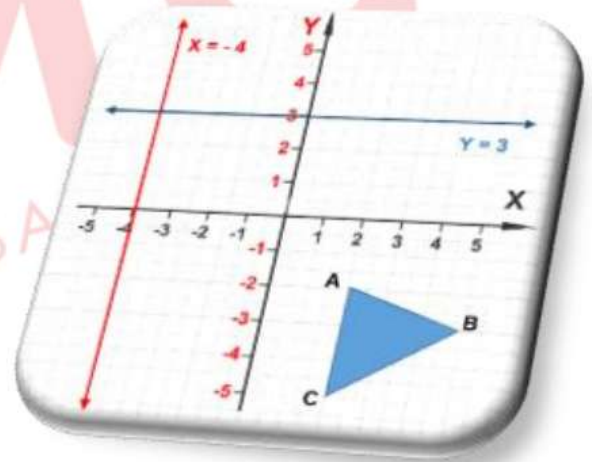
Solución:

1) En la figura se muestran las reflexiones y la figura que resulta.



Rpta.: C

10. Se tiene el dibujo de un plano cartesiano y un triángulo ABC como se muestra en el gráfico (cada cuadradito representa una unidad). Tomando primero a la recta $Y = 3$ como eje de simetría, y luego a la recta $X = -4$, también como eje de simetría, se obtiene el triángulo reflejado $A''B''C''$. ¿Cuánto es la suma de las abscisas de los vértices del triángulo reflejado $A''B''C''$?



- A) -12 B) -20 C) -33
D) -5 E) -14

Solución:

Punto original y puntos reflejados

- | | | |
|-----------|------------|---------------|
| A (2; 2) | A' (2; 8) | A'' (-10; 8) |
| B (5; 3) | B' (5; 9) | B'' (-13; 9) |
| C (2; -5) | C' (2; 11) | C'' (-10; 11) |

Suma de abscisas: $-10 -13 -10 = -33$

Rpta: C

Aritmética

EJERCICIOS DE CLASE

1. Según la ley de Hooke, la dilatación que sufre una barra es proporcional a la fuerza que se le aplica, así como a su longitud, e inversamente proporcional a su sección transversal y rigidez. Al aplicar una fuerza de 500 N a una barra de acero de 100 cm de largo y 50 mm² de sección transversal, sufre un alargamiento de 1 mm. Si una barra de cobre de 80 cm de largo, 10 mm² de sección transversal, y rigidez la mitad de la barra de acero anterior se le aplica 1000 N de fuerza, ¿qué alargamiento tendrá?

A) 9 mm B) 6 mm C) 12 mm D) 4 mm E) 16 mm

Solución:

$$\frac{D \times S \times R}{F \times L} = Cte$$

$$\Rightarrow \frac{1(50)(2a)}{500(100)} = \frac{x(10)(a)}{1000(80)} \quad \therefore x = 16 \text{ mm}$$

Rpta.: E

2. Sebastián observa que cuando apuesta hasta S/ 6 su ganancia es DP a su apuesta, cuando apuesta de S/ 6 a S/ 8 su ganancia es IP a su apuesta, y cuando apuesta S/ 8 o más, la raíz cuadrada de su ganancia es DP a la raíz cúbica de su apuesta. Si cuando apostó S/1 ganó S/ 2, ¿cuántos soles ganará al apostar S/ 27?

A) 17,75 B) 20,25 C) 17,25 D) 16,25 E) 20,50

Solución:

- $\frac{G}{A} = Cte, A \leq 6$
- $G \times A = Cte, 6 \leq A \leq 8$
- $\frac{\sqrt{G}}{\sqrt[3]{A}} = Cte, A \geq 8$

$$\frac{2}{1} = \frac{x}{6} \Rightarrow x = 12,$$

$$\text{Además } 3(12) = y(8) \Rightarrow y = 9, \text{ pero } \frac{\sqrt{9}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{\sqrt{z}}{\sqrt[3]{27}} \quad \therefore z = 20,25$$

Rpta.: B

3. Artur compra cierta cantidad de canicas para repartir a sus tres sobrinos en forma directamente proporcional a sus edades: 5, 7 y 10 años. Si el reparto hubiera sido equitativo, el sobrino de 7 años habría recibido siete canicas más. ¿Cuántas canicas compró Artur?

A) 462 B) 453 C) 475 D) 436 E) 484

Solución:

Sobrino	Cantidad
1°	5k
2°	7k
3°	10k

Por dato $\frac{22k}{3} - 7k = 7 \Rightarrow k = 21 \therefore$ Compró $22k = 22(21) = 462$ canicas

Rpta.: A

4. En un taller de mecánica del Callao, Flavio observa que la potencia que transmite un motor es proporcional a las revoluciones por minuto y al torque que entrega. Si el torque aumenta en $\frac{2}{5}$ y las revoluciones por minuto disminuyen en $\frac{4}{5}$, ¿qué variación experimentará la potencia?

A) Aumenta en 36 %

B) Disminuye en 72 %

C) Aumenta en 10 %

D) Disminuye en 20 %

E) Aumenta en 18 %

Solución:

$$\frac{P}{a \cdot b} = \frac{x}{\left(\frac{1}{5}a\right)\left(\frac{4}{5}b\right)} \Rightarrow x = \frac{7}{25}b \therefore \text{Disminuye en } 72 \%$$

Rpta.: B

5. Micaela reparte 1400 soles entre sus hijos en forma proporcional al orden en que nacieron. Si al entregar 200 soles adicionales al segundo, este recibiría la misma cantidad que el penúltimo, ¿cuál es la máxima cantidad de hijos que puede tener Micaela?

A) 7

B) 4

C) 8

D) 5

E) 6

Solución:

Orden	Cantidad
1°	k
2°	2k
⋮	⋮
n°	nk

$$2k + 200 = (n - 1)k, \quad \frac{n(n+1)}{2}k = 1400$$

$\Rightarrow n = 6 \vee n = 7 \therefore$ Puede tener como máximo 7 hijos

Rpta.: A

6. Se tienen cuatro ruedas M , N , P y Q donde M y N tienen un eje en común, N y P engranan, además P y Q tienen un eje en común. Si la rueda M da 75 revoluciones por segundo, la rueda Q da 25 revoluciones por segundo, además la rueda N tiene 20 dientes menos que la rueda P , determinar el número de dientes de la rueda N .

A) 15 B) 25 C) 10 D) 5 E) 20

Solución:

$$\text{Por dato } D_N \times V_N = D_P \times V_P \Rightarrow (x - 20)(75) = x(25) \therefore D_N = 10$$

Rpta.: C

7. Cien obreros pueden realizar una obra en 60 días trabajando 7 horas diarias. Transcurridos 15 días, 20 obreros fueron trasladados a otra obra, y 10 días después se contratan obreros adicionales con el cuádruple de eficiencia que los primeros. Si debido al clima ya no se puede trabajar más de 5 horas diarias y la obra debe ser culminada en el plazo establecido, ¿cuántos obreros adicionales se contrató?

A) 14 B) 15 C) 17 D) 16 E) 20

Solución:

$$\frac{100(60)(7)}{1} = \frac{100(15)(7)}{a} = \frac{80(10)(7)}{b} = \frac{(80 + 4x)(35p)}{c}, \quad a + b + c = 1$$

$$\therefore \text{Se contrató } x = 17 \text{ obreros adicionales}$$

Rpta.: C

8. Los amigos Abel y Beto tienen 7 y 5 chocolates respectivamente, y deben compartirlas equitativamente con sus amigas Camila y Diana. Si a ellas, en agradecimiento, les entregan 78 figuritas para que se las repartan, ¿cuántas figuritas le corresponde a Abel?

A) 44 B) 48 C) 60 D) 52 E) 56

Solución:

$$\frac{A}{2} = \frac{B}{1} = k, \quad A + B = 78$$

$$\therefore \text{Le corresponde } 2k = 2(26) = 52 \text{ figuritas}$$

Rpta.: D

9. Filomeno inicia un negocio, y a los cuatro meses de iniciado el negocio admite a Elmer como socio, seis meses después de la fecha que ingresó Elmer, admite a Felipe como socio, y faltando cuatro meses para que finalice el negocio admite a Hugo como último socio. Cada uno de los socios aportó un capital que es proporcional al orden en que ellos ingresaron, además el aporte de Filomeno es tanto como la suma de los capitales de los socios. Si después de un año y medio de iniciada la empresa esta se liquida, determine la razón entre la suma de las ganancias de los socios y la ganancia de Filomeno.

A) 9 a 13 B) 7 a 18 C) 4 a 9 D) 1 a 2 E) 3 a 5

Solución:

	Ganancia	Aporte	Tiempo
Elmer:	x	k	14
Felipe:	y	$2k$	8
Hugo:	z	$3k$	4
Filomeno:	w	$6k$	18

$$\frac{\text{Ganancia}}{\text{Aporte} \times \text{Tiempo}} = Cte$$

$$\Rightarrow \frac{x}{14(k)} = \frac{y}{8(2k)} = \frac{z}{4(3k)} = \frac{w}{18(6k)} \quad \therefore 7 \text{ a } 18$$

Rpta.: B

10. Cuando faltaban 20 días para culminar una obra, se retiran 12 obreros; 7 días después el ingeniero residente contrata cierta cantidad de obreros más, todos con la misma eficiencia que los iniciales, terminando así la obra con 5 días de anticipación. ¿Cuántos obreros, como mínimo, contrató el ingeniero?

A) 33 B) 20 C) 32 D) 25 E) 35

Solución:

Obreros	Tiempo	Obra
a	t	1
a	$t - 20$	x
$a - 12$	7	y
$a - 12 + p$	8	z

$$\Rightarrow \frac{at}{1} = \frac{a(t-20)}{x} = \frac{(a-12) \cdot 7}{y} = \frac{(a-12+p) \cdot 8}{z}, \quad x + y + z = 1$$

$$\therefore \text{Debe contratar como mínimo } p = 25 \text{ obreros}$$

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En una planta de fundición el volumen de acero fundido es directamente proporcional al tiempo transcurrido en el horno. Si un cubo de acero B de doble de arista que un cubo de acero A se funde totalmente en 4 horas, además dichos cubos son del mismo material, ¿qué porcentaje del cubo de acero A se habrá fundido hasta el instante en que falta exactamente 18 minutos para fundirse totalmente?

A) 20 % B) 40 % C) 50 % D) 30 % E) 60 %

Solución:

$$\frac{\text{Volumen}}{\text{Tiempo}} = Cte$$

$$\frac{a^3}{t} = \frac{8a^3}{4} \Rightarrow t = \frac{1}{2}h = 30 \text{ min}$$

$$\frac{a^3}{30} = \frac{V}{12} \Rightarrow V = \frac{2}{5}a^3 \therefore \text{Se habrá fundido el 40 \% del cubo de acero } A.$$

Rpta.: B

2. En un servicio de taxi por aplicativo, se dispone de una tarifa de 8 soles para distancias menores a 5 km y de 10 soles para distancias de 5 km a más, además en ambos casos se hace un cobro adicional que es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la cantidad de kilómetros recorridos y al tiempo que tarda en realizar el recorrido. Si para una distancia de 8,1 km, el cual demora 20 minutos, cobran 22 soles, ¿cuántos soles se pagará para una distancia de 3,6 km el cual demora 10 minutos?

A) 11 B) 10 C) 15 D) 12 E) 14

Solución:

$$8 \text{ soles} + C_A, d < 5 \text{ km}$$

$$10 \text{ soles} + C_A, d \geq 5 \text{ km}$$

$$\frac{12}{\sqrt{8,1}(20)} = \frac{C_A}{\sqrt{3,6}(10)} \Rightarrow C_A = 4 \therefore \text{Pagará } 8 + 4 = 12 \text{ soles}$$

Rpta.: D

3. Un grupo de 6 estudiantes el día de hoy resolvieron en 5 horas una primera tarea que consiste en 10 problemas de igual dificultad. Para el día de mañana tienen programado realizar una segunda tarea que consiste en resolver 4 problemas cuya dificultad es el doble de los problemas de la primera tarea, además dos de sus integrantes no se presentan, ¿en cuántas horas terminarán la segunda tarea el día de mañana los estudiantes restantes?

A) 6 h B) 10 h C) 8 h D) 7,5 h E) 4 h

Solución:

$$\frac{\#Estudiantes \times \#Horas}{\#Problemas \times Dificultad} = Cte$$

$$\Rightarrow \frac{6(5)}{10(1)} = \frac{4(x)}{4(2)} \quad \therefore \text{ Terminarán en } x = 6 h$$

Rpta.: A

4. Berenice presta dinero por el cual cobra un interés diario directamente proporcional al número de días transcurridos. Si luego de prestar dinero a Juliana observa que, al término del préstamo, su dinero se había triplicado, y que el último día había ganado $1/16$ del dinero prestado, ¿cuántos días duró el préstamo a Juliana?

A) 64 B) 61 C) 63 D) 62 E) 65

Solución:

Sea C soles el dinero prestado

$$\frac{\text{Interés diario}}{\# \text{ Días transcurridos}} = Cte$$

$$\Rightarrow \frac{I_1}{1} = \frac{I_2}{2} = \frac{I_3}{3} = \dots = \frac{I_n}{n} \Rightarrow \frac{2C}{\frac{n(n+1)}{2}} = \frac{\frac{1}{16}C}{n} \quad \therefore n = 63 \text{ días}$$

Rpta.: C

5. Una obra es realizada por 20 obreros, en 30 días, trabajando 8 h/d. A los 10 días de iniciada la obra se les comunica que la obra debe ser $2/5$ mayor de lo acordado, y 14 días después de ello se les indica que la obra debe estar culminada en 2 días antes del plazo establecido; en ese momento acuerdan contratar 40 obreros adicionales para cumplir con la última condición. ¿Cuál es la relación de las eficiencias de estos últimos obreros y de los iniciales?

A) 4 a 1 B) 9 a 5 C) 3 a 2 D) 7 a 4 E) 9 a 7

Solución:

$$\frac{(20a)(30)(8)}{1} = \frac{(20a)(10)(8)}{x} = \frac{(20a)(14)(8)}{y} = \frac{20(a+2b)(4)(8)}{z}, \quad x + y + z = \frac{7}{5}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{7}{4}$$

Rpta.: D

6. María y Noelia forman una empresa cuyo aporte de Noelia es de 4000 soles. Se sabe que, después de 8 meses de formada la empresa esta se liquida; además Noelia se retiró al finalizar el quinto mes de formada la empresa llevándose su capital, y faltando dos meses para que se liquide regresó con un capital de 2000 soles. Si la utilidad total es de 11 520 soles y María obtuvo un monto de 12 200 soles, ¿cuál fue el aporte, en soles, de María al iniciar la empresa?

A) 7200 B) 5000 C) 6540 D) 7320 E) 6400

Solución:

	Ganancia	Aporte	Tiempo
María:	a	x	8
Noelia:	b	4000	5
	c	2000	2
$\frac{\text{Ganancia}}{\text{Aporte} \times \text{Tiempo}} = Cte$			

$$\frac{a}{x(8)} = \frac{b}{4000(5)} = \frac{c}{2000(2)}, \quad a + x = 12\,200, \quad a + b + c = 11\,520$$

$$\therefore x = 5000 \text{ soles}$$

Rpta.: B

7. Rita deja una herencia, en soles, a sus hijos Micaela, Natividad y Pamela de 10, 12 y 14 años respectivamente, para que lo repartan en forma directamente proporcional a sus edades. Si el reparto se hubiera realizado dentro de 2 años, uno de los hijos se beneficiaría con 423 soles. Determine la herencia, en soles, dejada por Rita.

A) 53 298 B) 56 124 C) 55 422 D) 54 450 E) 53 334

Solución:

	Cantidad	Cantidad (dentro de 2 años)
Micaela:	$10k$	$12p$
Natividad:	$12k$	$14p$
Pamela:	$14k$	$10p$

$$36k = 42p, \quad 12p - \frac{35p}{3} = 423 \Rightarrow p = 1269 \quad \therefore \text{La herencia es de } 42(1269) = 53\,298$$

Rpta.: A

8. Tres amigos, Álvaro, Bernardo y Camilo, deciden realizar un viaje a Trujillo. John, Trujillano, se une al grupo, pero no dispone de dinero para realizar el viaje. Los tres amigos realizan un pozo en común para pagar el pasaje de los cuatro que cuesta 400 soles, donde Álvaro aporta S/ 180, Bernardo S/ 120 y Camilo el resto. Si en Trujillo el padre de John obsequia a los tres amigos 20 barras de chocolate para que se los distribuyan proporcionalmente a lo aportado por cada uno al viaje de su hijo, determine la cantidad de barras de chocolate que les tocaría a Álvaro, Bernardo y Camilo respectivamente.

A) 9, 6 y 5 B) 10, 7 y 3 C) 16, 4 y 0 D) 9, 7 y 4 E) 12, 8 y 0

Solución:

Si el pasaje de los cuatro cuesta 400 soles, luego el pasaje de cada uno es 100 soles

Luego, Álvaro aportó S/ 80 para el pasaje de John y Bernardo S/ 20. Como Camilo dio S/ 100 luego él no aportó para el pasaje de John. Así:

$$\frac{A}{80} = \frac{B}{20} \rightarrow \frac{A}{4} = \frac{B}{1} = k \rightarrow 4k + k = 20 \rightarrow k = 4$$

Por lo tanto, le tocaría a cada uno 16, 4 y 0 barras de chocolate.

Rpta.: C

9. Una rueda M de 24 dientes engrana con una rueda N de 12 dientes, y fija al eje de la rueda N va montada una rueda P que tiene 18 dientes la cual engrana con una rueda Q de 54 dientes. Si la rueda M da 120 RPM, ¿cuántos vueltas da la rueda Q en 18 minutos?

A) 2160 B) 1440 C) 1350 D) 1260 E) 1620

Solución:

$$\begin{aligned} \#vueltas \times \#dientes &= Cte \\ V_M \times (24) &= V_N \times (12), \quad V_P \times (18) = V_Q \times (54), \quad V_M = 120, \quad V_N = V_P \\ \Rightarrow V_Q &= 80 \text{ RPM} \quad \therefore 80(18) = 1440 \text{ vueltas} \end{aligned}$$

Rpta.: B

10. Un granjero tiene 300 patos y dispone de suficiente alimento para tres semanas. Sin embargo, decide vender cierto número de patos, y para que el alimento le dure 9 semanas más en los patos restantes, disminuye la ración diaria a $\frac{3}{5}$ de la original, ¿cuántos patos vendió el granjero?

A) 200 B) 100 C) 150 D) 125 E) 175

Solución:

# patos	# semanas	ración
300	3	1
$300 - x$	12	$\frac{3}{5}$

$\#patos \times \#semanas \times ración = Cte$

$$300(3)(1) = (300 - x)(12)\left(\frac{3}{5}\right) \therefore x = 175$$

Rpta.: E

Geometría

EJERCICIOS

1. En la figura se muestra un terreno determinado por el paralelogramo ABCD. Si los linderos $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ miden 10 m y 18 m respectivamente, halle el área del terreno.

A) $110\sqrt{3} \text{ m}^2$

B) $100\sqrt{3} \text{ m}^2$

C) $98\sqrt{3} \text{ m}^2$

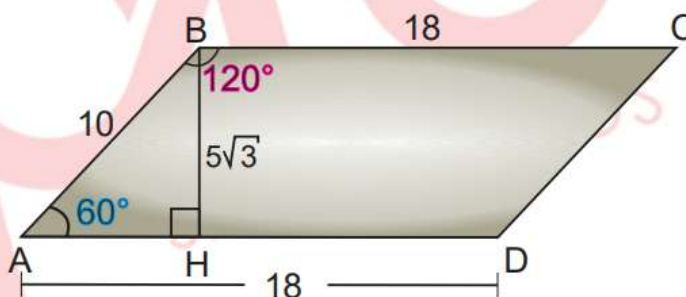
D) $95\sqrt{3} \text{ m}^2$

E) $90\sqrt{3} \text{ m}^2$



Solución:

- $\triangle AHB$: notable de 30° y 60°
 $\Rightarrow BH = 5\sqrt{3}$
- $S_{ABCD} = (18)(5\sqrt{3})$
 $\therefore S_{ABCD} = 90\sqrt{3} \text{ m}^2$



Rpta.: E

2. Dos empresas se encuentran en conflicto por el terreno triangular que colinda con sus propiedades, como se muestra en la figura. Si ABCD es un rectángulo y la suma de las áreas de los terrenos de las empresas es 3700 m^2 , halle el área del terreno en conflicto.

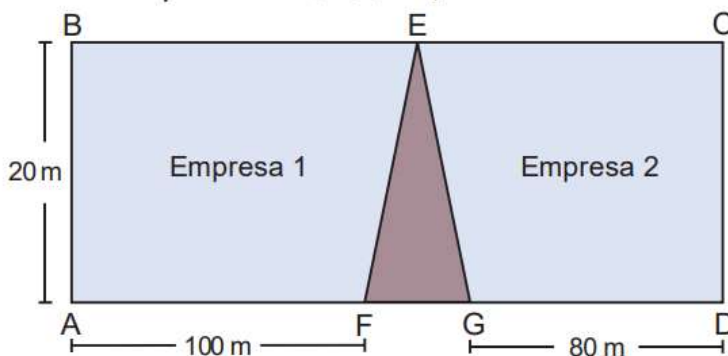
A) 120 m^2

B) 100 m^2

C) 90 m^2

D) 80 m^2

E) 75 m^2



Solución:Dato: $S_1 + S_2 = 3700$

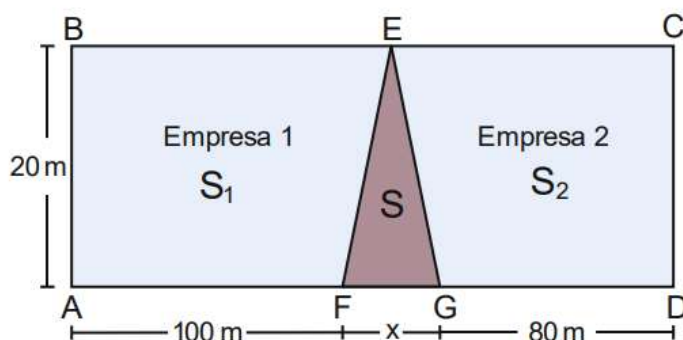
- Del gráfico:

$$S_1 + S + S_2 = (180 + x) \cdot 20$$

$$\Rightarrow 3700 + \frac{x \cdot 20}{2} = 180 \cdot 20 + 20 \cdot x$$

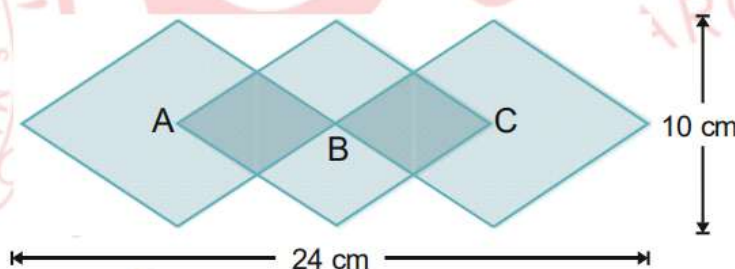
$$\Rightarrow x = 10$$

- $S_{FEG} = \frac{10 \cdot 20}{2} = 100 \text{ m}^2$

**Rpta.: B**

3. El suéter de Pedro tiene un diseño formado por tres rombos congruentes como se muestra en la figura. El diseño mide 24 cm de largo y 10 cm de ancho. Si los puntos colineales A, B y C son las intersecciones de las diagonales de cada rombo, halle el área total del diseño.

- A) 100 cm²
- B) 120 cm²
- C) 150 cm²
- D) 160 cm²
- E) 200 cm²

**Solución:**

- $S_{PQBR} = \frac{12 \cdot 10}{2} = 60$

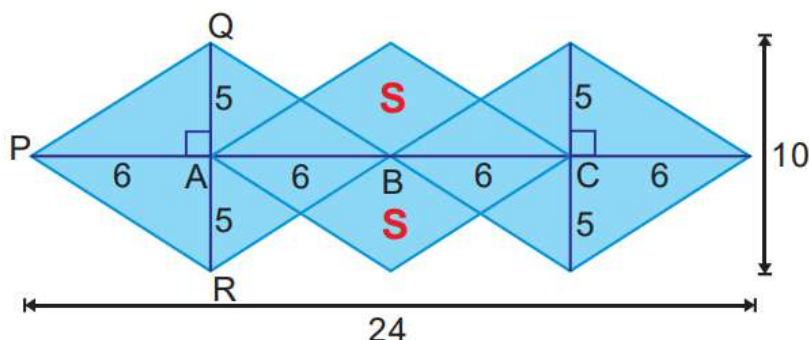
- Del gráfico:

$$S = \frac{1}{4} S_{PQBR} = \frac{1}{4} (60) = 15$$

- $S_{TOTAL \text{ FRANJA}} = 2S_{PQBR} + 2S$

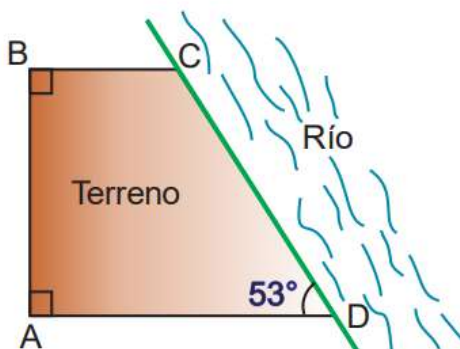
$$S_{TOTAL \text{ FRANJA}} = 2(60) + 2(15)$$

$$\therefore S_{TOTAL \text{ FRANJA}} = 150 \text{ cm}^2$$

**Rpta.: C**

4. En la figura se muestra un huerto determinado por ABCD colindante con un río que se desea abonar con fertilizante humus. Si $BC = 8$ m, $CD = 20$ m y una bolsa de humus rinde para 28 m^2 , halle el número de bolsas que se necesita para abonar todo el huerto.

- A) 6 bolsas B) 5 bolsas
C) 7 bolsas D) 8 bolsas
E) 9 bolsas



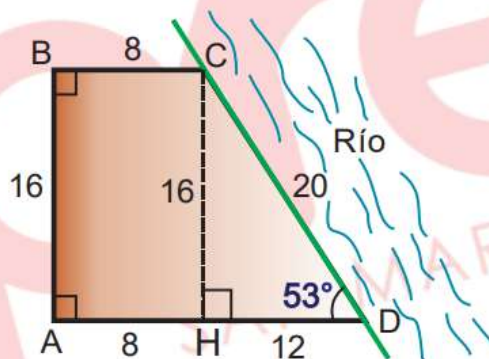
Solución:

- $\triangle CHD$: notable de 37° y 53°
 $\Rightarrow CH = 16$ y $HD = 12$

- $S_{ABCD} = \left(\frac{8+20}{2} \right) 16$
 $\Rightarrow S_{ABCD} = 224 \text{ m}^2$

- 1 bolsa $\rightarrow 28 \text{ m}^2$
x bolsas $\rightarrow 224 \text{ m}^2$
 $\Rightarrow x = 8$

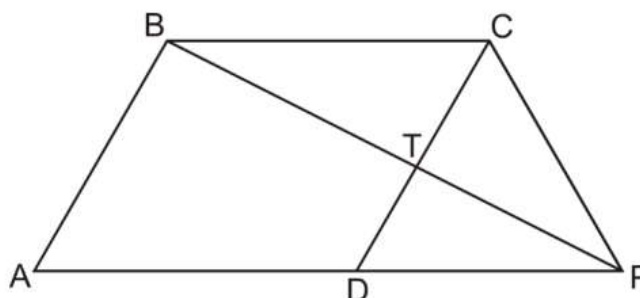
$\therefore$ Se necesita 8 bolsas para abonar todo el huerto.



Rpta.: D

5. En la figura, ABCD es un romboide. Si las áreas de las regiones triangulares BTC y DTP son 18 m^2 y 8 m^2 respectivamente, halle el área de la región cuadrangular ABCTP.

- A) 70 m^2
B) 80 m^2
C) 85 m^2
D) 82 m^2
E) 78 m^2



Solución:

- BDPC: trapecio

$$\Rightarrow S = S_{\text{BTD}} = S_{\text{CTP}}$$

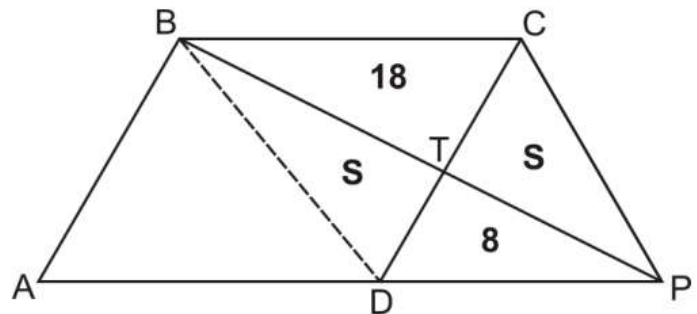
- BDPC: teorema

$$S = \sqrt{18 \cdot 8} = 3 \cdot 4 = 12$$

- ABCD: teorema

$$S_{\text{ABD}} = S_{\text{BCD}} = 12 + 18 = 30$$

$$\therefore S_{\text{ABCP}} = 30 + 30 + 20 = 80 \text{ m}^2$$

**Rpta.: B**

6. En la figura, O_1 y O_2 son centros, T y S son puntos de tangencia. Si $AS = 16 \text{ cm}$, $O_1S = 6 \text{ cm}$ y $SQ = 4 \text{ cm}$, halle el área del círculo menor.

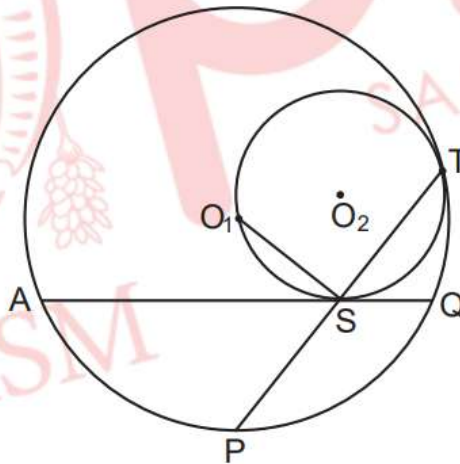
A) $16\pi \text{ cm}^2$

B) $18\pi \text{ cm}^2$

C) $20\pi \text{ cm}^2$

D) $25\pi \text{ cm}^2$

E) $30\pi \text{ cm}^2$

**Solución:**

- C_1 : teorema de cuerdas

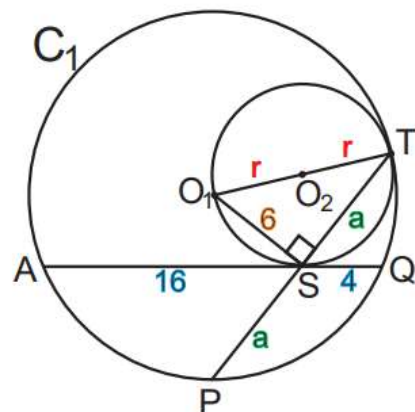
$$a^2 = (16)(4)$$

$$\Rightarrow a = 8$$

- $\triangle O_1ST$: notable de 37° y 53°

$$\Rightarrow 2r = 10 \Rightarrow r = 5$$

$$\therefore S_{\text{CIRCULO MENOR}} = \pi(5)^2 = 25\pi \text{ cm}^2$$

**Rpta.:D**

7. En un terreno de forma triangular de área 54 m^2 , se construye un jardín circular inscrito de área $9\pi \text{ m}^2$, como se muestra en la figura. Se desea cercar el terreno con malla metálica, tal que el metro lineal cuesta S/ 20, ¿cuál será el costo para cercar el terreno triangular?

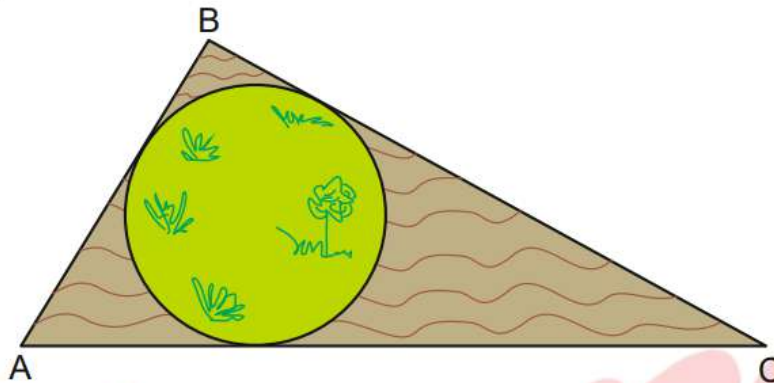
A) S/ 720

B) S/ 680

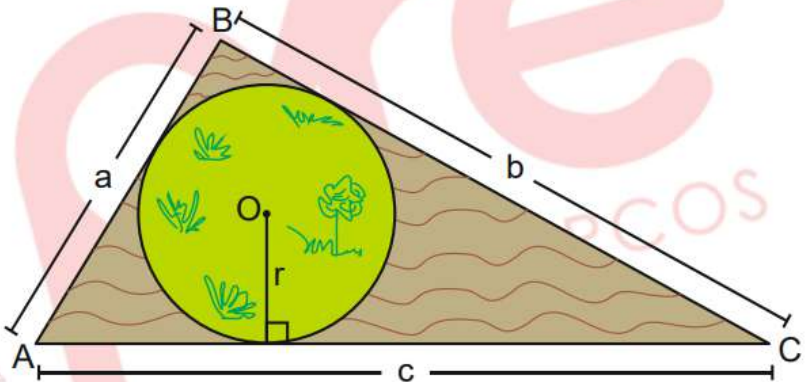
C) S/ 640

D) S/ 750

E) S/ 780

**Solución:**

- Dato: $S_{\text{JARDIN}} = 9\pi$
 $\Rightarrow \pi \cdot r^2 = 9\pi$
 $\Rightarrow r = 3$
- Dato: $S_{\text{TERRENO}} = 54$
 $\Rightarrow p \cdot r = 54$
 $\Rightarrow \left(\frac{a+b+c}{2} \right) \cdot 3 = 54$
 $\Rightarrow a+b+c = 36$
 $\therefore 1 \text{ m} \rightarrow \text{S/ } 20$
 $36 \text{ m} \rightarrow \text{S/ } 720$

**Rpta.: A**

8. De un cartón de forma circular se desea obtener tres pedazos, para ello se trazan las líneas de corte $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$, como se muestra en la figura, tal que $\widehat{mAB} = \widehat{mBC} = 60^\circ$ y el área de la superficie sombreada es $24\pi \text{ cm}^2$. Halle la longitud de la línea de corte $\overline{AB}$.

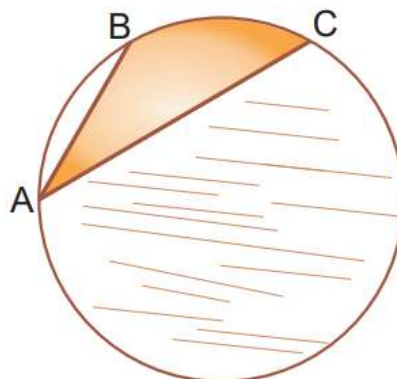
A) 9 cm

B) 10 cm

C) 11 cm

D) 12 cm

E) 13 cm



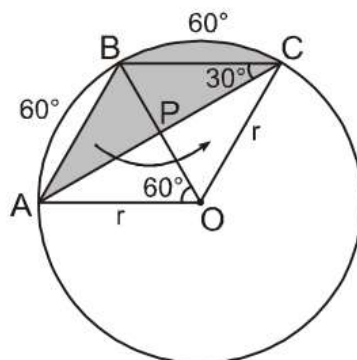
Solución:

- Como $m\widehat{AB} = m\widehat{BC} = 60^\circ$
 $\Rightarrow m\angle AOB = m\angle BOC = 60^\circ$
- $\triangle ABO$ y $\triangle BOC$: equiláteros
 $\Rightarrow ABCO$: rombo
- $S_{\text{SECTOR OBC}} = S_{\text{SOMBREADA}}$

$$\Rightarrow \frac{\pi \cdot r^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} = 24\pi$$

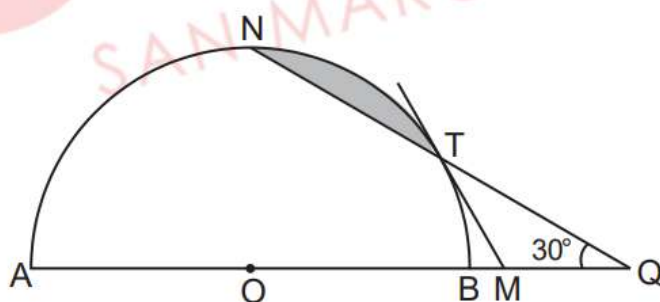
$$\Rightarrow r = 12$$

$$\therefore AB = r = 12$$

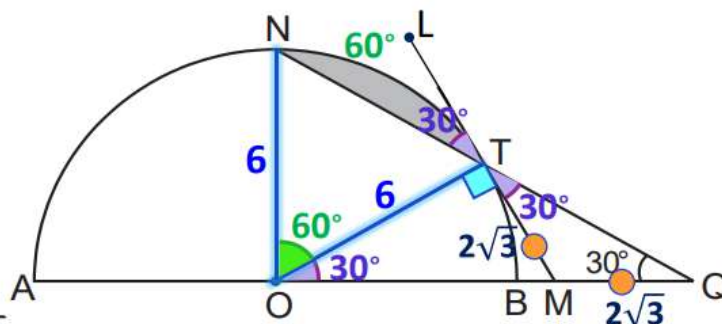
**Rpta.: D**

9. En la figura, $\overline{AB}$ es diámetro y T es punto de tangencia. Si $MT = MQ = 2\sqrt{3}$ m, halle el área de la región sombreada.

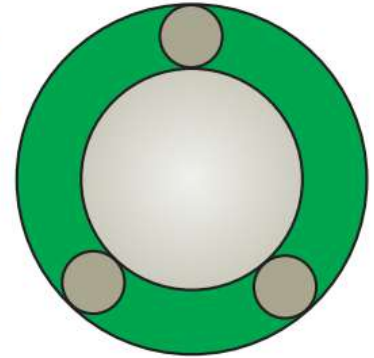
- A) $3(\pi - 3\sqrt{3}) \text{ m}^2$
 B) $3(2\pi - 3\sqrt{3}) \text{ m}^2$
 C) $3(2\pi - \sqrt{3}) \text{ m}^2$
 D) $3(2\pi - \sqrt{3}) \text{ m}^2$
 E) $3(\pi - \sqrt{3}) \text{ m}^2$

**Solución:**

- T es punto de tangencia
 $\Rightarrow m\angle OTM = 90^\circ$
- $\triangle O_1ST$: notable de 30° y 60°
 $\Rightarrow OT = (2\sqrt{3})\sqrt{3} = 6$
- $\angle NTL$: ángulo semiinscrito:
 $\Rightarrow m\angle NT = 60^\circ$
- $S_{\text{SOMBREADA}} = \frac{\pi \cdot 6^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} - \frac{6^2\sqrt{3}}{4}$
 $\therefore S_{\text{SOMBREADA}} = 3(2\pi - 3\sqrt{3}) \text{ m}^2$

**Rpta.: B**

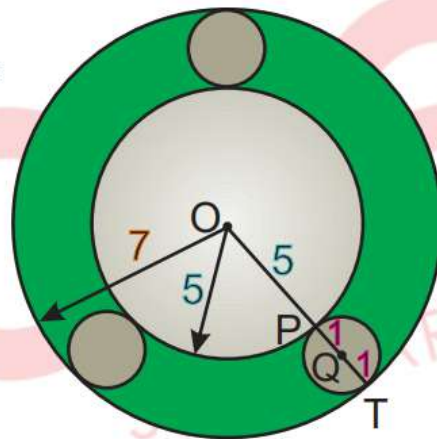
10. Se quiere construir un jardín con forma de corona circular cuyos radios mayor y menor miden 7 m y 5 m. Dentro de la corona hay tres pozos circulares tangentes a los bordes del jardín, como muestra la figura. Halle el área del jardín cubierto por césped.



- A) $21\pi \text{ m}^2$ B) $22\pi \text{ m}^2$ C) $19\pi \text{ m}^2$
 D) $25\pi \text{ m}^2$ E) $20\pi \text{ m}^2$

Solución:

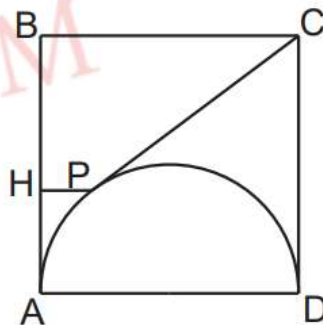
- $S_{\text{CORONA}} = (7^2 - 5^2)\pi = 24\pi$
- El área de cada círculo tangente es:
 $S_{\text{CÍRCULO}} = \pi$
- Del gráfico,
 $S_{\text{JARDIN}} = S_{\text{CORONA}} - 3S_{\text{CÍRCULO}}$
 $\Rightarrow S_{\text{JARDIN}} = 24\pi - 3\pi$
 $\therefore S_{\text{JARDIN}} = 21\pi \text{ m}^2$



Rpta.: A

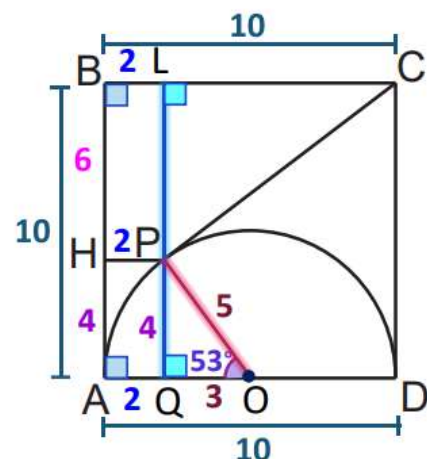
11. En la figura, ABCD es un cuadrado, $\overline{AD}$ es diámetro de la semicircunferencia cuyo radio mide 5 m. Si $m\angle AP = 53^\circ$, halle el área de la región trapezoidal BHPC.

- A) 36 m^2 B) 25 m^2
 C) 27 m^2 D) 42 m^2
 E) 32 m^2



Solución:

- Por ángulo central: $m\angle AOP = 53^\circ$
- Trazar $\overline{PQ} \parallel \overline{BA} \Rightarrow m\angle PQO = 90^\circ$
- $\triangle PQO$: notable de 37° y 53°
 $\Rightarrow PQ = 4$ y $QO = 3 \Rightarrow AQ = 2$



- Del grafico: $HP = AQ = 2$
- Dato: ABCD es cuadrado
 $\Rightarrow AB = AD = 10$

$$\therefore S_{BHPC} = \left(\frac{10+2}{2} \right) 6 = 36 \text{ m}^2$$

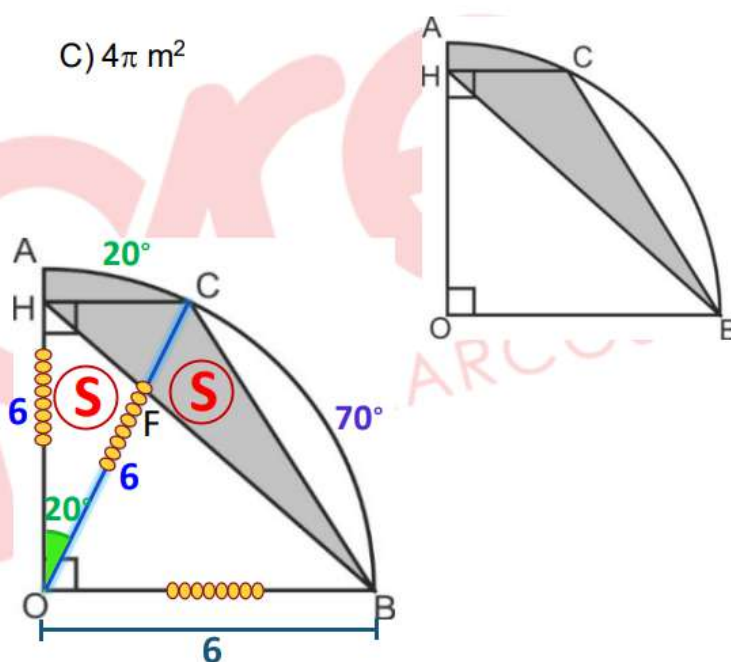
Rpta.: A

12. En la figura, AOB es un cuadrante. Si $OB = 6 \text{ m}$ y $\widehat{m\widehat{BC}} = 70^\circ$, halle el área de la región sombreada.

- A) $2\pi \text{ m}^2$ B) $3\pi \text{ m}^2$ C) $4\pi \text{ m}^2$
 D) $5\pi \text{ m}^2$ E) $6\pi \text{ m}^2$

Solución:

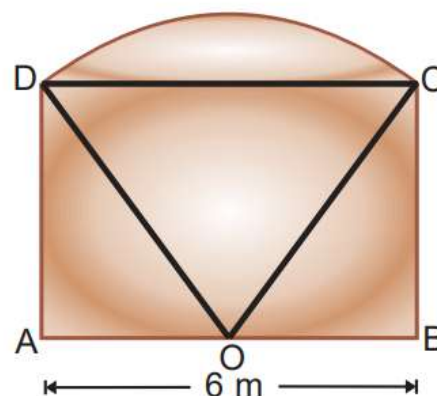
- OHCB: trapecio
 $\Rightarrow$ trazar la diagonal $\overline{OC}$
 $\Rightarrow S = S_{HOC} = S_{OCB}$
- Por ángulo central: $m\angle AOC = 20^\circ$
- $S_{\text{SOMBREADA}} = S_{\text{SECTOR AOC}}$
 $\Rightarrow S_{\text{SOMBREADA}} = \frac{\pi \cdot 6^2 \cdot 20^\circ}{360^\circ}$
 $\therefore S_{\text{SOMBREADA}} = 2\pi \text{ m}^2$



Rpta.: A

13. Un portón de madera es reforzado por las varillas $\overline{OD}$, $\overline{DC}$ y $\overline{OC}$, como se muestra en la figura, tal que ABCD es un rectángulo y DOC es un sector circular. Si la varilla $\overline{OC}$ mide 6 m, halle el área de la superficie del portón.

- A) $(7\sqrt{3} - 5\pi) \text{ m}^2$ B) $(9\sqrt{3} + 3\pi) \text{ m}^2$
 C) $(5\sqrt{3} + 6\pi) \text{ m}^2$ D) $(7\sqrt{3} - 5\pi) \text{ m}^2$
 E) $(9\sqrt{3} + 6\pi) \text{ m}^2$



Solución:

- Del gráfico:

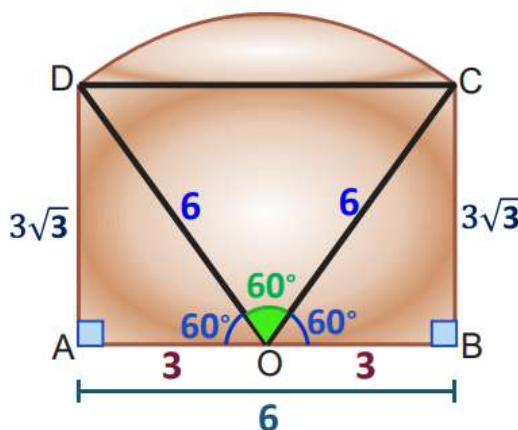
$$S_{\text{SECTOR COD}} = \frac{1}{6} \pi \cdot 6^2 = 6\pi$$

$$S_{\text{DAO}} = \frac{3 \cdot 3\sqrt{3}}{2}$$

- $S_{\text{SOMBREADA}} = S_{\text{SECTOR COD}} + 2S_{\text{DAO}}$

$$\Rightarrow S_{\text{SOMBREADA}} = 6\pi + 2\left(\frac{3 \cdot 3\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\therefore S_{\text{SOMBREADA}} = (9\sqrt{3} + 6\pi) \text{ m}^2$$

**Rpta.: E**

14. En la figura se muestra un arco en forma de semicorona circular tal que P es punto de tangencia. Si $PD = 6 \text{ m}$, halle el área del arco.

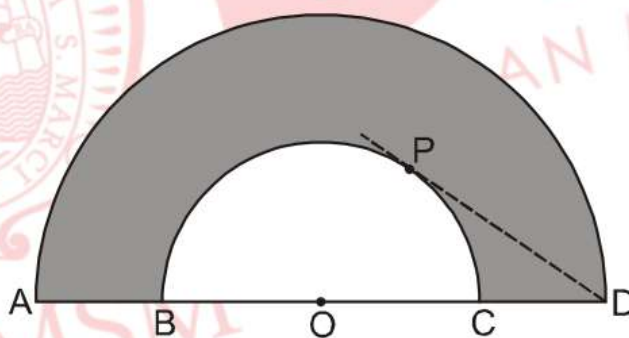
A) $17\pi \text{ m}^2$

B) $18\pi \text{ m}^2$

C) $19\pi \text{ m}^2$

D) $20\pi \text{ m}^2$

E) $16\pi \text{ m}^2$

**Solución:**

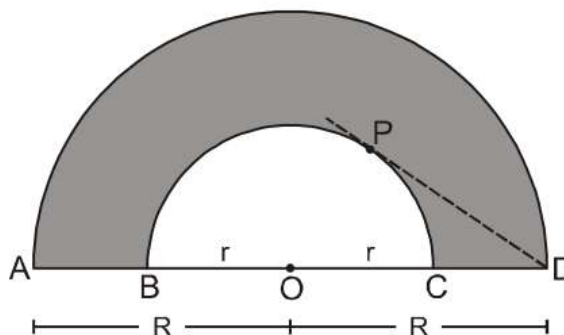
- Teorema de la tangente:

$$PD^2 = (R + r)(R - r)$$

$$\Rightarrow 6^2 = R^2 - r^2$$

$$S_{\text{SOMBREADA}} = \frac{\pi(R^2 - r^2)}{2} = \frac{36\pi}{2}$$

$$\therefore S_{\text{SOMBREADA}} = 18\pi \text{ m}^2$$

**Rpta.: B**

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. La figura muestra una gigantografía de forma rectangular donde su ancho y largo están en relación de 1 a 3. Si la diagonal mide 600 cm, halle el área de la superficie de la gigantografía.

- A) 9,8 m² B) 10 m²
 C) 10,5 m² D) 10,8 m²
 E) 11 m²

**Solución:**

- En la figura

$$\frac{AB}{AD} = \frac{1}{3} \Rightarrow AB = k \text{ y } AD = 3k$$

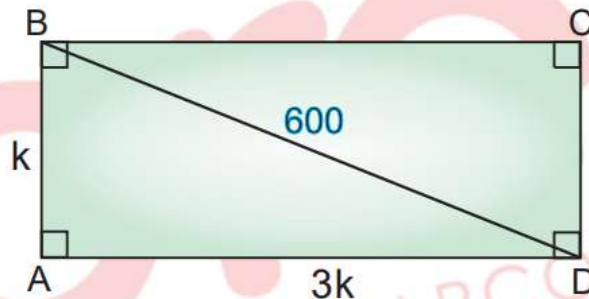
- $\triangle BAD$: notable de $37^\circ/2$

$$BD = k\sqrt{10} = 600$$

$$\Rightarrow k = 60\sqrt{10}$$

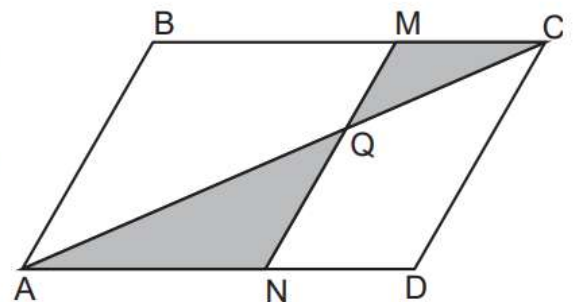
- $S = 3k^2 = 3(60\sqrt{10})^2 = 108000 \text{ cm}^2$

$$\therefore S = 10,8 \text{ m}^2$$



Rpta.: D

2. En la figura, $\overline{AB} \parallel \overline{MN}$ y las áreas de las regiones sombreadas AQN y MQC son 9 m² y 4 m² respectivamente. Halle el área de la región limitada por el paralelogramo ABCD.



- A) 48 m² B) 50 m²
 C) 55 m² D) 58 m²
 E) 60 m²

Solución:

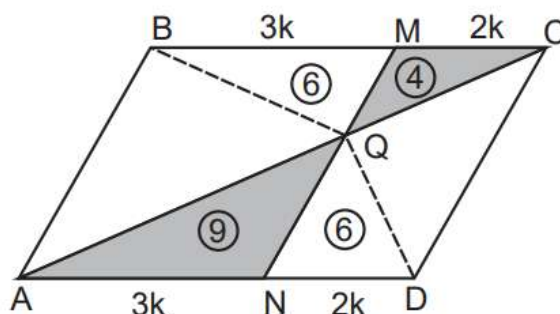
- $\triangle AQN \sim \triangle CQM$ (AA)

Por teorema: $AN = 3k$ y $MC = 2k$

- ABCD: por teorema

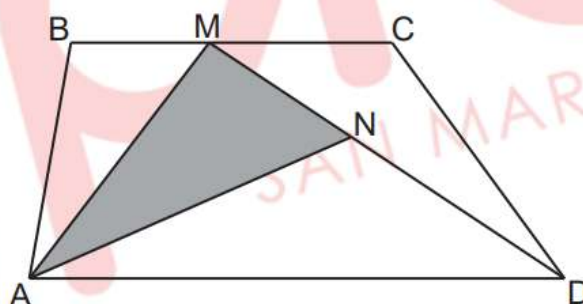
$$S_{AQB} + S_{CQD} = S_{AQD} + S_{BQC} = 10 + 15 = 25$$

$$\therefore S_{ABCD} = S_{AQB} + S_{CQD} + S_{AQD} + S_{BQC} = 50 \text{ m}^2$$

**Rpta.: B**

3. En la figura, $5BC = 3AD$ y $3MN = 2ND$. Halle la razón entre el área de la región sombreada y el área de la región trapezoidal ABCD.

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{2}$
 C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$
 E) $\frac{1}{5}$

**Solución:**

- $S_{AMD} = \frac{5a \cdot h}{2}$

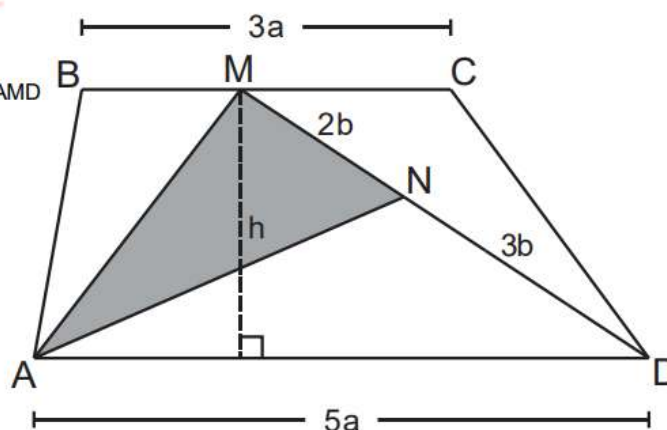
- Teorema: $S_{SOMBREADA} = \frac{2}{5} S_{AMD}$

$$\Rightarrow S_{SOMBREADA} = a \cdot h$$

- $S_{ABCD} = \left(\frac{3a + 5a}{2} \right) \cdot h$

$$S_{ABCD} = 4a \cdot h$$

$$\therefore \frac{S_{SOMBREADA}}{S_{ABCD}} = \frac{a \cdot h}{4a \cdot h} = \frac{1}{4}$$

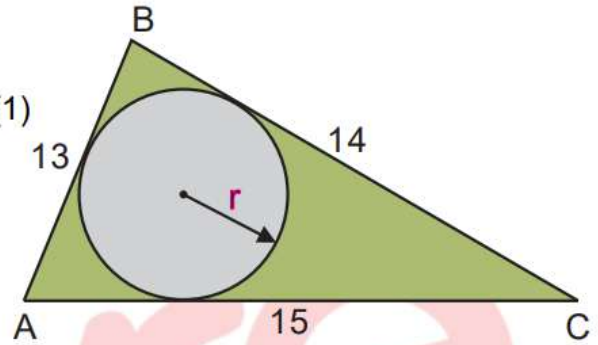
**Rpta.: D**

4. Se desea colocar un pedestal de base circular de una estatua inscrita en un jardín triangular cuyos lados miden 13 m, 14 m y 15 m. Halle el área de la base del pedestal.

A) $9\pi \text{ m}^2$ B) $12\pi \text{ m}^2$ C) $16\pi \text{ m}^2$ D) $17\pi \text{ m}^2$ E) $25\pi \text{ m}^2$

Solución:

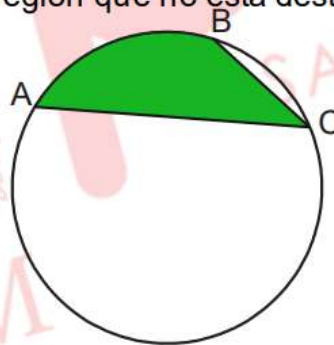
- $S_{ABC} = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = 84 \dots (1)$
 $S_{ABC} = pr = 21r \dots (2)$
- De (1) y (2):
 $\Rightarrow 84 = 21r$
 $\Rightarrow r = 4$
 $\therefore S_{\text{BASE PEDESTAL}} = \pi(4)^2 = 16\pi \text{ m}^2$



Rpta.: C

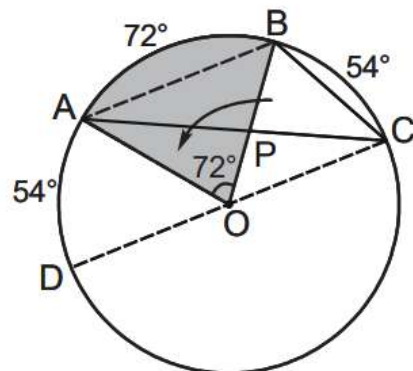
5. La figura muestra la vista de planta de un parque de forma circular cuyo diámetro mide $20\sqrt{5} \text{ m}$, donde la región sombreada representa el área verde. Si $\widehat{mAB} = 72^\circ$ y $\widehat{mBC} = 54^\circ$, halle el área de la región que no está destinada para el área verde.

A) $300\pi \text{ m}^2$ B) $360\pi \text{ m}^2$
 C) $380\pi \text{ m}^2$ D) $400\pi \text{ m}^2$
 E) $420\pi \text{ m}^2$



Solución:

- Trazar el diámetro $\overline{CD}$ tal que $\overline{CD} \parallel \overline{AB}$
 $\Rightarrow \widehat{mAD} = 54^\circ$
- $OABC$: Trapecio
 $\Rightarrow S_{APO} = S_{BPC}$
- $S_{\text{SOMBREADA}} = S_{AOB} = \pi(10\sqrt{5})^2 \cdot \frac{72^\circ}{360^\circ} = 100\pi$
 $\therefore S_{\text{NO SOMBREADA}} = S_{\text{CÍRCULO}} - S_{\text{SOMBREADA}}$
 $S_{\text{NO SOMBREADA}} = \pi(10\sqrt{5})^2 - 100\pi = 400\pi$



Rpta.: D

6. En la figura, O es centro y T punto de tangencia. Si $AB = 3\sqrt{2}$ m, halle el área de la corona circular.

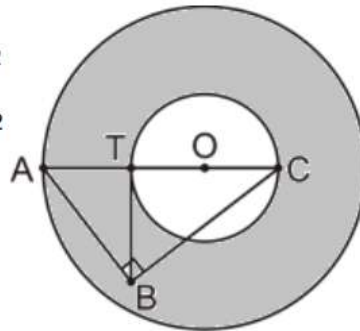
A) $18\pi \text{ m}^2$

B) $14\pi \text{ m}^2$

C) $16\pi \text{ m}^2$

D) $12\pi \text{ m}^2$

E) $10\pi \text{ m}^2$

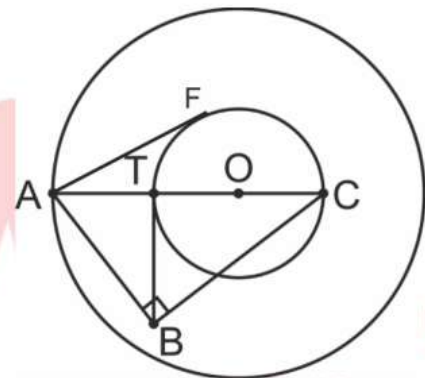
**Solución:**

- Trazar $\overline{AF}$ tal que F es punto de tangencia
- Teorema de la Tangente: $AF^2 = AC \cdot AT \dots (1)$
- $\triangle ABC$: relaciones métricas

$$AB^2 = AC \cdot AT \dots (2)$$

- De (1) y (2): $AF = AB = 3\sqrt{2}$
- $SCORONA = \pi(AF)^2 = \pi(3\sqrt{2})^2$

$$\therefore SCORONA = 18\pi \text{ m}^2$$



Rpta.: A

Álgebra

ECUACIONES BICUADRADAS

ECUACIONES DE GRADO SUPERIOR

En general las ecuaciones de grado superior son de la siguiente forma:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0 \text{ con } a_n \neq 0, n \in \mathbb{N} \text{ y } n \geq 2 \text{ L (I)}$$

con $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0 \in K$; donde $K = \mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{I} \text{ o } \mathbb{F}$.

Por ejemplo, algunas ecuaciones polinómicas son:

$$* x^3 - 5x^2 - 2x + 10 = 0$$

$$* x^4 - 3x^3 - 7x^2 + 14x - 98 = 0$$

$$* x^4 - 8x^2 + 15 = 0$$

$$* x^6 - 64 = 0$$

TEOREMA DE CARDANO Y VIETA

Sea la ecuación (I), con «n» soluciones $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$; entonces se cumple:

$$\text{i) } x_1 + x_2 + \dots + x_n = - \frac{a_{n-1}}{a_n}$$

$$\text{ii) } x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + \dots + x_{n-1} \cdot x_n = \frac{a_{n-2}}{a_n}$$

$$\text{iii) } x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 + \dots + x_{n-2} \cdot x_{n-1} \cdot x_n = - \frac{a_{n-3}}{a_n}$$

$$\text{M} \quad \text{M}$$

$$\text{n) } x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots x_n = (-1)^n \frac{a_0}{a_n}$$

Observaciones

- 1) Si la ecuación (I) tiene coeficientes reales, las soluciones complejas no reales se presentan por pares conjugados.
- 2) Si la ecuación (I) tiene coeficientes racionales, las soluciones irracionales de la forma $a + b\sqrt{r}$ se presentan por pares conjugados.

- 3) Para resolver la ecuación (I), generalmente se utiliza algún método de factorización.
- 4) Dos soluciones de una ecuación son simétricas si su suma es cero.
- 5) Dos soluciones de una ecuación son recíprocas si su producto es uno.

Ejemplo 1

Halle el conjunto solución de la ecuación $x^3 - 5x + 4 = 0$.

Solución:

$$x^3 - 5x + 4 = 0$$

Se observa que «1» verifica la ecuación, pues $(1)^3 - 5(1) + 4 = 1 - 5 + 4 = 0$.

Aplicando el método de Ruffini, resulta

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 0 & -5 & 4 \\ 1 & \downarrow & 1 & 1 & -4 \\ \hline & 1 & 1 & -4 & 0 \end{array}$$

$$\rightarrow (x-1)(x^2+x-4)=0 \rightarrow x=1 \vee (x^2+x-4=0)$$

$$x=1 \vee x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(1)(-4)}}{2(1)}$$

$$\therefore \text{C.S.} = \left\{ \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}; 1; \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \right\}.$$

Ejemplo 2

Si r , s y t son las soluciones de la ecuación $2x^3 - 5x + 8 = 0$, halle el valor de

$$M = \frac{1}{r^2} + \frac{1}{s^2} + \frac{1}{t^2} + (4rst)^{-1}.$$

Solución:

Por el Teorema de Cardano y Vieta:

i) $r + s + t = 0$

ii) $rs + rt + st = -\frac{5}{2}$

iii) $rst = -4$

Elevando al cuadrado cada miembro de ii):

$$(rs)^2 + (rt)^2 + (st)^2 + 2((rs)(rt) + (rs)(st) + (rt)(st)) = \frac{25}{4}$$

$$\rightarrow (rs)^2 + (rt)^2 + (st)^2 + 2rst(r + s + t) = \frac{25}{4}$$

$$\rightarrow (rs)^2 + (rt)^2 + (st)^2 = \frac{25}{4} \quad \text{L (1)}$$

De M dado, obtenemos:

$$M = \frac{1}{r^2} + \frac{1}{s^2} + \frac{1}{t^2} + (4rst)^{-1} = \frac{(st)^2 + (rt)^2 + (rs)^2}{(rst)^2} + \frac{1}{4rst}$$

Reemplazando iii) y (1) en M:

$$M = \frac{\frac{25}{4}}{16} + \frac{1}{4(-4)} = \frac{25}{64} - \frac{1}{16} = \frac{21}{64}$$

ECUACIÓN BICUADRADA

Forma general

$$ax^4 + bx^2 + c = 0, \quad a \neq 0 \quad \text{L (II)}$$

Esta ecuación tiene soluciones de la forma: α , $-\alpha$, β y $-\beta$; y se resuelve en forma similar a una ecuación de segundo grado.

Por el teorema de Cardano y Vieta se obtiene:

$$1) \quad \alpha + (-\alpha) + \beta + (-\beta) = 0$$

$$2) \quad \alpha^2 + \beta^2 = -\frac{b}{a}$$

$$3) \quad \alpha^2 \cdot \beta^2 = \frac{c}{a}$$

Ejemplo 3

Halle el conjunto solución de $x^4 - 10x^2 + 24 = 0$.

Solución: factorizando por aspa simple

$$\begin{array}{ccccc}
 x^4 & - & 10x^2 & + & 24 & = & 0 \\
 \downarrow & & & & \downarrow & & \\
 x^2 & & & & -6 & & \\
 \swarrow & & \searrow & & \swarrow & & \searrow \\
 x^2 & & & & -4 & &
 \end{array}$$

Luego sigue:

$$(x^2 - 6)(x^2 - 4) = 0$$

$$\rightarrow (x - \sqrt{6})(x + \sqrt{6})(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$\therefore \text{C.S.} = \{-\sqrt{6}; \sqrt{6}; -2; 2\}.$$

Ejemplo 4

Dada la ecuación bicuadrada $x^4 - mx^2 + 9 = 0$ en la variable «x», tal que sus soluciones se encuentran en progresión aritmética y $m > 0$, halle el valor de «m».

Solución:

Sean sus soluciones en progresión aritmética: $\alpha - 3r, \alpha - r, \alpha + r, \alpha + 3r$.

Por las propiedades de la ecuación bicuadrada:

$$\alpha - 3r + \alpha - r + \alpha + r + \alpha + 3r = 0 \rightarrow 4\alpha = 0 \rightarrow \alpha = 0$$

Luego las soluciones son: $-3r, -r, r, 3r$.

También se cumple:

$$\text{i) } (3r)^2 + r^2 = m \rightarrow 10r^2 = m \rightarrow r^2 = \frac{m}{10}$$

$$\text{ii) } (3r)^2 r^2 = 9 \rightarrow 9r^4 = 9$$

$$\rightarrow r^2 = 1$$

Reemplazando i) en ii):

$$1 = \frac{m}{10}$$

$$\therefore m = 10.$$

ECUACIONES BINÓMICAS

Son aquellas ecuaciones polinomiales que solamente tienen dos términos.

Forma general

$$ax^n + b = 0 ; a \neq 0, b \neq 0$$

Ejemplo 5

Halle el conjunto solución de la ecuación $x^4 - 64 = 0$.

Solución:

Factorizando: $(x^2 + 8)(x^2 - 8) = 0$

$$\rightarrow (x + 2\sqrt{2}i)(x - 2\sqrt{2}i)(x + 2\sqrt{2})(x - 2\sqrt{2}) = 0$$

$$\therefore \text{C.S.} = \{-2\sqrt{2}i; 2\sqrt{2}i; -2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}\}.$$

ECUACIONES CON RADICALES EN ;

Son aquellas ecuaciones que tienen la variable afectada por un radical.
Por ejemplo, algunas ecuaciones con radicales son:

$$g \quad \sqrt{x-5} = 3$$

$$g \quad \sqrt{x+3} - \sqrt{x-7} = 1$$

$$g \quad \sqrt[3]{x^2 + x - 6} = 2$$

$$g \quad \sqrt[3]{x-1} + \sqrt[3]{x+2} = 1$$

Propiedades

$$1) \sqrt{p(x)} \geq 0 \Leftrightarrow p(x) \geq 0.$$

$$2) \sqrt{p(x)} = 0 \Leftrightarrow p(x) = 0.$$

Veamos la siguiente ecuación:

$$\sqrt[n]{p(x)} = q(x) ; n \in \mathbb{C}^+ \text{ par } L (*)$$

Procedimiento para resolver (*):

1º Existencia:

$p(x) \geq 0$, se resuelve y se obtiene el conjunto solución U_1 .

$q(x) \geq 0$, se resuelve y se obtiene el conjunto solución U_2 .

2º Resolución

Resolvemos la ecuación $p(x) = [q(x)]^n$ y se obtiene el conjunto solución U_3 .

Luego el conjunto solución (C.S.) de (*) es $U_1 \cap U_2 \cap U_3$, es decir,

$$\text{C.S.} = U_1 \cap U_2 \cap U_3.$$

Observaciones

1) De manera análoga al procedimiento anterior se resuelve una ecuación en la que aparecen varios radicales de índice par.

2) Para resolver la ecuación

$$\sqrt[n]{p(x)} = q(x); n \in \mathbb{N}^+ \text{ impar } \text{ L } (**),$$

se procede como en 2º, obteniéndose el conjunto U_3 y el conjunto solución estará formado por aquellos elementos de U_3 que verifiquen (**).

Ejemplo 6

Resuelva la ecuación, $\sqrt{x+3} - \sqrt{x-5} = 2$.

Solución:

$$\sqrt{x+3} = 2 + \sqrt{x-5} \text{ L } (1)$$

i) Existencia : $x \geq -3 \wedge x \geq 5 \rightarrow x \geq 5$

ii) Elevando al cuadrado cada miembro en (1), resulta

$$x+3 = 4 + 4\sqrt{x-5} + x-5 \rightarrow 4 = 4\sqrt{x-5}$$

$$\rightarrow 1 = \sqrt{x-5} \text{ L } (2)$$

Elevando al cuadrado cada miembro de (2):

$$\rightarrow 1 = x-5 \rightarrow x = 6$$

De i) y ii) se tiene C.S. = {6}.

Ejemplo 7

Resuelva la ecuación, $\sqrt[3]{x-4} = 2 - \sqrt[3]{2x}$.

Solución:

$$\sqrt[3]{x-4} = 2 - \sqrt[3]{2x} \rightarrow \sqrt[3]{x-4} + \sqrt[3]{2x} = 2 \text{ L } (*)$$

Elevando al cubo cada miembro de (*):

$$x - 4 + 2x + 3(\sqrt[3]{x-4})(\sqrt[3]{2x})\left(\sqrt[3]{\frac{x-4}{4}} + \sqrt[3]{\frac{2x}{2}}\right) = 8$$

$$3x + 3(\sqrt[3]{x-4})(\sqrt[3]{2x})(2) = 12$$

$$x + 2(\sqrt[3]{x-4})(\sqrt[3]{2x}) = 4$$

$$2(\sqrt[3]{x-4})(\sqrt[3]{2x}) = 4 - x \text{ L } (**)$$

Elevando al cubo cada miembro de (**):

$$8(x-4)(2x) = (4-x)^3$$

$$16x(x-4) - (4-x)^3 = 0$$

$$16x(x-4) + (x-4)^3 = 0$$

$$(x-4)[16x + (x-4)^2] = 0$$

$$(x-4)[16x + (x^2 - 8x + 16)] = 0$$

$$(x-4)(x^2 + 8x + 16) = 0$$

$$(x-4)(x+4)^2 = 0$$

$$\rightarrow (x=4 \vee x=-4)$$

Reemplazando en (*):

g Si $x=4$: $\sqrt[3]{0} + \sqrt[3]{8} = 2$ (Cumple (*))

g Si $x=-4$: $\sqrt[3]{-8} + \sqrt[3]{-8} = -2 - 2 = -4$ (No cumple (*))

$$\therefore \text{C.S.} = \{4\}.$$

ECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

Recordando la definición de valor absoluto para $x \in \mathbb{R}$:

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

Propiedades

$$1. |p(x)| = 0 \leftrightarrow p(x) = 0$$

$$2. |-p(x)| = |p(x)| \text{ y } |p(x)|^2 = (p(x))^2$$

$$3. |p(x) \cdot q(x)| = |p(x)| \cdot |q(x)|$$

$$4. |p(x)| = q(x) \leftrightarrow [q(x) \geq 0 \wedge (p(x) = q(x) \vee p(x) = -q(x))]$$

$$5. |p(x)| = |q(x)| \leftrightarrow [p(x) = q(x) \vee p(x) = -q(x)]$$

$$6. |p(x)| + |q(x)| = 0 \leftrightarrow [p(x) = 0 \wedge q(x) = 0]$$

Ejemplo 7

Halle el producto de las soluciones de la ecuación $x^2 = 3|x+2| - 4x$.

Solución:

$$x^2 + 4x = 3|x+2| \rightarrow x^2 + 4x + 4 = 3|x+2| + 4$$

$$\rightarrow |x+2|^2 - 3|x+2| - 4 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ |x+2| & & -4 \\ |x+2| & & +1 \end{array}$$

$$\rightarrow (|x+2| - 4) \underbrace{(|x+2| + 1)}_{>0} = 0$$

$$\rightarrow |x+2| = 4 \rightarrow (x = 2 \vee x = -6)$$

$\therefore$ El producto de las soluciones es $(2)(-6) = -12$.

EJERCICIOS DE CLASE

1. Si 1 es una solución de la ecuación $x^3 + mx^2 + 3x - 2m = 0$, halle el producto de sus otras soluciones.

A) -2 B) 4 C) -6 D) 8 E) 0

Solución:

1. Como 1 es solución de la ecuación dada entonces la verifica:

$$(1)^3 + m(1)^2 + 3(1) - 2m = 0$$

$$4 - m = 0$$

$$m = 4$$

2. Reemplazando en la ecuación $x^3 + 4x^2 + 3x - 8 = 0$. Consideremos las soluciones 1, r y s, por el Teorema de Cardano:

$$1(r)(s) = -\frac{-8}{1} = 8 \rightarrow rs = 8$$

$\therefore$ El producto de sus otras soluciones es 8.

Rpta.: D

2. Si "m", "n" y "r" son las soluciones de la ecuación $x^3 + 2x + 18 = 0$, halle el valor de

$$T = \frac{m-9}{m^2+4} + \frac{n-9}{n^2+4} + \frac{r-9}{r^2+4}$$

A) -1 B) 0 C) 2 D) -3 E) 5

Solución:

1. Como «m» es solución de la ecuación $x^3 + 2x + 18 = 0$ entonces verifica:

$$m^3 + 2m + 18 = 0$$

$$m^3 + 4m = 2(m - 9)$$

$$m(m^2 + 4) = 2(m - 9)$$

$$m = \frac{2(m-9)}{(m^2+4)}$$

$$\frac{m}{2} = \frac{m-9}{m^2+4}$$

De forma análoga se cumple para «n» y «r» que: $\frac{n}{2} = \frac{n-9}{n^2+4}$ y $\frac{r}{2} = \frac{r-9}{r^2+4}$

2. Reemplazando en $T = \frac{m-9}{m^2+4} + \frac{n-9}{n^2+4} + \frac{r-9}{r^2+4}$

$$T = \frac{m}{2} + \frac{n}{2} + \frac{r}{2} = \frac{m+n+r}{2}$$

3. Por el teorema de Cardano:

$$m+n+r = -\frac{0}{1} = 0$$

$$T = \frac{0}{2} = 0$$

$$\therefore T = 0.$$

Rpta.: B

3. Una empresa especializada en la fabricación de televisores tenía (x^3) miles de televisores en existencia. Después, fabricó $(14x)$ miles de televisores adicionales y vendió $(6x^2)$ miles de televisores y después los 12 000 televisores restantes, ¿cuántos televisores vendió en total?

A) 13 500 B) 18 000 C) 25 500 D) 36 000 E) 66 000

Solución:

1. Consideremos la cantidad de televisores en miles, se tiene:

$$x^3 + 14x - 6x^2 - 12 = 0 \rightarrow x^3 - 6x^2 + 14x - 12 = 0$$

Factorizando por divisores binómicos y aplicando Ruffini

1	- 6	14	- 12
2	2	- 8	12
1	- 4	6	0

$$(x-2)(x^2-4x+6)=0 \rightarrow x=2$$

2. Vendió $(6x^2 + 12)$ miles de televisores

$$6(2)^2 + 12 = 36$$

$\therefore$ Vendió en total 36 000 televisores.

Rpta.: D

4. Un estudiante ha resuelto correctamente una ecuación de la forma $x^4 - (m-3)x^2 + m = 0$, $m > 3$. Tras resolverla, observa que el producto de sus soluciones positivas es $\sqrt{10}$. Determine la suma de los cuadrados de sus soluciones.
- A) 7 B) 10 C) 14 D) 11 E) 9

Solución:

1) Como la ecuación dada es bicuadrada. Sean sus soluciones $\alpha, -\alpha, \beta$ y $-\beta$, con α y β positivos

2) Entonces se cumple:

i) $\alpha^2 + \beta^2 = m - 3$

ii) $\alpha^2 \beta^2 = m$

3) Del dato: $\alpha\beta = \sqrt{10}$

Reemplazando en (ii): $\sqrt{10}^2 = m \rightarrow m = 10$

Luego la ecuación es: $x^4 - 7x^2 + 10 = 0$

$(x^2 - 5)(x^2 - 2) = 0$

$x = \pm\sqrt{5}; x = \pm\sqrt{2}$

$\alpha^2 + \beta^2 + (-\alpha)^2 + (-\beta)^2 = 2(\alpha^2 + \beta^2) = 2(m - 3) = 14$

$\therefore$ La suma de los cuadrados de sus soluciones es 14.

Rpta.: C

5. Dada la ecuación $x^4 - 5x^2 + 7 = 0$, determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:
- i) Es una ecuación bicuadrada.
ii) Tiene dos soluciones positivas.
iii) Tiene dos soluciones negativas.

A) VVV B) FFF C) VVF D) VFF E) VFV

Solución:

1) Por la forma, es una ecuación bicuadrada (i) V

2) Resolvemos, haciendo el cambio $y = x^2$

Se tiene la ecuación $y^2 - 5y + 7 = 0$

$$\underbrace{y^2 - 5y + 7 = 0}_{\Delta < 0} \text{ por lo tanto, no tiene soluciones reales}$$

(ii) y (iii) son F

$\therefore$ VFF.

Rpta.: D

6. Un almacén tiene capacidad para guardar 400 cajas que tienen la misma forma y tamaño. Estando completamente vacío recibe cuatro lotes de cajas. De $2x^3$, $3x^2$, $7x$ y 40 cajas, en ese orden. Si no queda espacio para más cajas, ¿cuántas cajas recibió el almacén en el primer lote?

A) 50 B) 75 C) 125 D) 250 E) 325

Solución:

El total de cajas de los 4 lotes fue: $2x^3 + 3x^2 + 7x + 40$

$$\text{Luego } 2x^3 + 3x^2 + 7x + 40 = 400$$

$$2x^3 + 3x^2 + 7x - 360 = 0$$

Factorizando por divisores binómicos y aplicando Ruffini

	2	3	7	-360
5		10	65	360
	2	13	72	0

$$(x-5)(2x^2 + 13x + 72) = 0 \rightarrow x = 5$$

$$2x^3 = 2(5)^3 = 250$$

$\therefore$ El almacén recibió en el primer lote 250 cajas.

Rpta.: D

7. Al resolver la ecuación $\sqrt{5x+1} + \sqrt{x} = 2$, se obtiene como solución «m», halle la suma de las cifras de $(4m+9)^2$.

A) 10 B) 7 C) 1 D) 4 E) 9

Solución:

$$1) \text{ Reduciendo la expresión } \sqrt{5x+1} + \sqrt{x} = 2$$

$$\sqrt{5x+1} = 2 - \sqrt{x} \dots (1)$$

2) Existencia: $2 - \sqrt{x} \geq 0 \wedge 5x + 1 \geq 0 \wedge x \geq 0$

$$2 \geq \sqrt{x} \wedge 5x \geq -1 \wedge x \geq 0$$

$$4 \geq x \wedge -\frac{1}{5} \leq x \wedge x \geq 0$$

$$0 \leq x \leq 4$$

3) Resolviendo.

Elevando al cuadrado (1)

$$5x + 1 = (2 - \sqrt{x})^2$$

$$5x + 1 = 4 - 4\sqrt{x} + x$$

$$4\sqrt{x} = 3 - 4x; \frac{3}{4} \geq xL (*)$$

Elevando al cuadrado $16x = (3 - 4x)^2$

$$16x = 9 - 24x + 16x^2$$

$$0 = 16x^2 - 40x + 9$$

$$0 = (4x - 9)(4x - 1)$$

$$x = \frac{9}{4} \vee x = \frac{1}{4} \rightarrow m = \frac{1}{4}, \frac{9}{4} \text{ no cumple } (*)$$

$$(4m + 9)^2 = \left(4\left(\frac{1}{4}\right) + 9\right)^2 = 100$$

$\therefore$ La suma de las cifras es $1 + 0 + 0 = 1$.

Rpta.: C

8. El número de soluciones de la ecuación $||2x - 5| - 1| = x$ es:

A) 0.

B) 1.

C) 2.

D) 3.

E) 4.

Solución:

Existencia: $x \geq 0$

Luego $||2x - 5| - 1| = x$

$$|2x - 5| - 1 = x \vee |2x - 5| - 1 = -x$$

$$|2x - 5| = x + 1 \vee (|2x - 5| = -x + 1; 1 \geq x)$$

$$(2x - 5 = x + 1 \vee 2x - 5 = -x - 1) \vee ((2x - 5 = -x + 1 \vee 2x - 5 = x - 1) \wedge x \leq 1)$$

$$\left(x=6 \vee x=\frac{4}{3}\right) \vee ((x=2 \vee x=4) \wedge x \leq 1)$$

$$\left(x=6 \vee x=\frac{4}{3}\right)$$

∴ La ecuación tiene dos soluciones.

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Si 3 es solución de la ecuación $x^3 - 2x^2 + mx - \frac{3}{2}m = 0$, halle el producto de sus otras soluciones.

A) -1 B) 2 C) -3 D) 4 E) -5

Solución:

1. Como 3 es solución de la ecuación dada entonces verifica la ecuación:

$$3^3 - 2(3^2) + m(3) - \frac{3}{2}m = 0$$

$$27 - 18 + \frac{3}{2}m = 0$$

$$9 = -\frac{3}{2}m$$

$$m = -6$$

2. Reemplazando en la ecuación $x^3 - 2x^2 - 6x + 9 = 0$. Consideremos las soluciones 3, r y s, por el Teorema de Cardano:

$$3(r)(s) = -\frac{9}{1} = -9 \rightarrow rs = -3$$

∴ El producto de sus otras soluciones es -3.

Rpta.: C

2. Si "m", "n" y "r" son las soluciones de la ecuación $x^3 + 3x^2 + 6x + 24 = 0$, halle el valor de $T = -\frac{m+4}{m+3} - \frac{n+4}{n+3} - \frac{r+4}{r+3}$.

A) 0 B) -1 C) -3 D) $-\frac{1}{2}$ E) 4

Solución:

1. Como «m» es solución de la ecuación $x^3 + 3x^2 + 6x + 24 = 0$ entonces

$$m^3 + 3m^2 + 6m + 24 = 0$$

$$m^2(m+3) = -6m - 24$$

$$m^2(m+3) = -6(m+4)$$

$$\frac{m^2}{6} = -\frac{m+4}{m+3}$$

De forma análoga se tiene para «n» y «r»: $\frac{n^2}{6} = -\frac{n+4}{n+3}$ y $\frac{r^2}{6} = -\frac{r+4}{r+3}$.

2. Reemplazando en $T = -\frac{m+4}{m+3} - \frac{n+4}{n+3} - \frac{r+4}{r+3}$

$$T = \frac{m^2}{6} + \frac{n^2}{6} + \frac{r^2}{6}$$

$$T = \frac{m^2 + n^2 + r^2}{6}$$

3. Por Cardano Vieta:

$$m+n+r = -3$$

$$mn+mr+nr = 6$$

$$\text{Además } m^2+n^2+r^2 = (m+n+r)^2 - 2(mn+mr+nr)$$

$$m^2+n^2+r^2 = (-3)^2 - 2(6) = -3$$

$$T = \frac{m^2+n^2+r^2}{6} = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore T = -\frac{1}{2}.$$

Rpta.: D

3. Una tienda debe vender todas las cajas de leche que tiene antes de recibir un nuevo pedido. Al inicio tenía x^4 decenas de cajas de leche para la venta, de las cuales vendió x^3 , $2x^2$ y $11x$ decenas de cajas, en ese orden, quedándole 30 cajas. ¿Cuántas cajas de leche vendió la primera vez?

- A) 10 B) 80 C) 270 D) 640 E) 1250

Solución:

1. Consideremos las cantidades de cajas en decenas, se tiene:

$$x^4 - x^3 - 2x^2 - 11x = 3 \rightarrow x^4 - x^3 - 2x^2 - 11x - 3 = 0$$

Factorizando por divisores binómicos y aplicando Ruffini

1	- 1	- 2	- 11	- 3
3	3	6	12	3
1	2	4	1	0

$(x - 3)(x^3 + 2x^2 + 4x + 1) = 0$, la ecuación $x^3 + 2x^2 + 4x + 1 = 0$ no tiene soluciones positivas $(x - 3)(x^3 + 2x^2 + 4x + 1) = 0 \rightarrow x = 3$

2. $x^3 = (3)^3 = 27$

$\therefore$ La primera vez vendió 270 cajas de leche.

Rpta.: C

4. Un estudiante ha resuelto correctamente una ecuación de la forma $x^4 - (2m + 1)x^2 + 2m = 0$, $m \in \mathbb{C}^+$. Tras resolverla, observa que una de sus soluciones positivas es el doble de otra de sus soluciones. Determine la suma de la mayor solución negativa con la mayor solución positiva.

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Solución:

- 1) Como la ecuación dada es bicuadrada. Sean sus soluciones $\alpha, -\alpha, \beta$ y $-\beta$, con α y β positivos, con $\alpha > \beta$

- 2) Entonces se cumple:

i) $\alpha^2 + \beta^2 = 2m + 1$

ii) $\alpha^2 \beta^2 = 2m$

- 3) Del dato: $\alpha = 2\beta$

Reemplazando en (i): $(2\beta)^2 + \beta^2 = 2m + 1 \rightarrow \beta^2 = \frac{2m + 1}{5}$

en (ii): $(2\beta)^2 \beta^2 = 2m \rightarrow 2\beta^4 = m$

$$\text{Luego } 2\left(\frac{2m+1}{5}\right)^2 = m \rightarrow 8m^2 - 17m + 2 = 0, m \in \mathbb{C}^+$$

$$m = 2 \vee m = \frac{1}{8} \rightarrow m = 2$$

Reemplazando en la ecuación: $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

$$(x^2 - 4)(x^2 - 1) = 0$$

Sus soluciones son $-2, -1, 1$ y 2

$\therefore$ La suma de la mayor solución negativa con la mayor solución positiva de la ecuación es 1.

Rpta.: B

5. Dada la ecuación $3x^3 - 2x^2 - 3x + 2 = 0$, determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- i) Tiene 3 soluciones enteras.
- ii) La suma de sus soluciones es 2.
- iii) Tienen una única solución positiva.

A) FVV B) FFV C) FVF D) VFF E) FFF

Solución:

Factorizando por divisores binómicos y aplicando Ruffini

	3	-2	-3		2
1		3	1		-2
	3	1	-2		0

$$(x-1)(3x^2 + x - 2) = 0 \rightarrow (x-1)(3x-2)(x+1) = 0$$

Sus soluciones son $1; \frac{2}{3}$ y -1

La suma de sus soluciones es $\frac{2}{3}$

$\therefore$ FFF.

Rpta.: E

6. Halle la suma de coeficientes de la ecuación polinómica mónica de menor grado posible con coeficientes reales que tiene como soluciones a 3, $(1 + \sqrt{2})$ y $(3 - i)$.

A) 16 B) 19 C) 20 D) 22 E) 25

Solución:

La ecuación de menor grado debe presentar la menor cantidad de soluciones.

Por el teorema de paridad de soluciones $(3 - i)$ es solución de la ecuación, entonces

$(3 + i)$ también es solución. $(1 + \sqrt{2})$ es solución, entonces $(1 - \sqrt{2})$ es solución también, luego:

$$(x - 3)(x - 3 + i)(x - 3 - i)(x - 1 - \sqrt{2})(x - 1 + \sqrt{2}) = 0 \text{ es la ecuación}$$

La suma de coeficientes se da para $x = 1$

$$(1 - 3)(1 - 3 + i)(1 - 3 - i)(1 - 1 - \sqrt{2})(1 - 1 + \sqrt{2}) = -2(-2 + i)(-2 - i)(-\sqrt{2})(\sqrt{2}) = 20$$

$\therefore$ La suma de coeficientes de la ecuación buscada es 20.

Rpta.: C

7. Si «m» es la solución de la ecuación $\sqrt{2x+6} + \sqrt{2x-1} = 7$, halle la suma de cifras de $(m-1)^{m-3}$.

A) 13 B) 10 C) 9 D) 7 E) 2

Solución:

$$\sqrt{2x+6} + \sqrt{2x-1} = 7 \rightarrow \sqrt{2x+6} = 7 - \sqrt{2x-1} \dots (*)$$

i) Existencia:

La igualdad $(*)$ tiene sentido en $\mathbb{R}$ si:

$$2x+6 \geq 0 \wedge 2x-1 \geq 0 \wedge 7 - \sqrt{2x-1} \geq 0$$

$$2x \geq -6 \wedge 2x \geq 1 \wedge 7 \geq \sqrt{2x-1}$$

$$x \geq \frac{1}{2} \wedge 7 \geq \sqrt{2x-1} \dots (**)$$

ii) Resolución:

Elevando al cuadrado ambos miembros de $(*)$:

$$2x+6 = (7 - \sqrt{2x-1})^2$$

$$2x + 6 = 49 - 14\sqrt{2x-1} + 2x - 1$$

$$14\sqrt{2x-1} = 42$$

$$\sqrt{2x-1} = 3 \rightarrow 2x-1=9 \rightarrow x=5$$

Como verifica (**) $m = 5$

$$(m-1)^{m-3} = (5-1)^{5-3} = 16$$

$\therefore$ La suma de las cifras de $(m-1)^{m-3}$ es 7.

Rpta.: D

8. Si las soluciones de la ecuación $|4x^2 + |3 - 6x|| = 4x + 3$ son «m» y «n» con ($n > m$), halle la suma de cifras de $\overline{(m+1)(2n)}$.

A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

E) 6

Solución:

En la ecuación $|4x^2 + |3 - 6x|| = 4x + 3$ se tiene

$$4x^2 + |3 - 6x| \geq 0 \text{ y } 4x + 3 \geq 0$$

Luego se reduce a $4x^2 + |3 - 6x| = 4x + 3, x \geq -\frac{3}{4}$

$$4x^2 - 4x + 3|2x - 1| - 3 = 0, x \geq -\frac{3}{4}$$

$$4x^2 - 4x + 1 + 3|2x - 1| - 4 = 0, x \geq -\frac{3}{4}$$

$$|2x - 1|x^2 + 3|2x - 1| - 4 = 0, x \geq -\frac{3}{4}$$

$$\underbrace{(|2x - 1| + 4)}_{+} (|2x - 1| - 1) = 0, x \geq -\frac{3}{4}$$

$$|2x - 1| - 1 = 0, x \geq -\frac{3}{4}$$

$$|2x - 1| = 1, x \geq -\frac{3}{4} \rightarrow 2x - 1 = 1 \vee 2x - 1 = -1$$

$$x = 1 \vee x = 0$$

Luego, tenemos que: $n=1; m=0$ y $\overline{(m+1)(2n)} = 12$

$\therefore$ La suma de cifras solicitada es 3.

Rpta.: B

Trigonometría

ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

I. ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS ELEMENTALES (Vp = valor principal)

1) $\operatorname{sen}(Ax+B)=a$, $a \in [-1;1]$

$$V_p=\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] , \quad \operatorname{sen}\theta=a$$

2) $\cos(Ax+B)=a$, $a \in [-1;1]$

$$V_p=\theta \in [0, \pi] , \quad \cos\theta=a$$

3) $\tan(Ax+B)=a$, $a \in \mathbb{R}$

$$V_p=\theta \in \left\langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right\rangle , \quad \tan\theta=a$$

4) $\cot(Ax+B)=a$, $a \in \mathbb{R}$

$$V_p=\theta \in \langle 0; \pi \rangle , \quad \cot\theta=a$$

5) $\sec(Ax+B)=a$, $a \in \langle -\infty; -1 \rangle \cup [1; +\infty \rangle$

$$V_p=\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right] , \quad \sec\theta=a$$

6) $\csc(Ax+B)=a$, $a \in \langle -\infty; -1 \rangle \cup [1; +\infty \rangle$

$$V_p=\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{\pi}{2}\right] , \quad \csc\theta=a$$

II. SOLUCIÓN GENERAL PARA LAS ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS ELEMENTALES

1) Para seno y cosecante

$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{sen} x = a \\ \operatorname{csc} x = a \end{array} \right\} \Rightarrow x = n\pi + (-1)^n \sqrt{p}, n \in \mathbb{Z}$$

2) Para coseno y secante

$$\left. \begin{array}{l} \cos x = a \\ \sec x = a \end{array} \right\} \Rightarrow x = 2n\pi \pm \sqrt{p}, n \in \mathbb{Z}$$

3) Para tangente y cotangente

$$\left. \begin{array}{l} \tan x = a \\ \cot x = a \end{array} \right\} \Rightarrow x = n\pi + \sqrt{p}, n \in \mathbb{Z}$$

EJERCICIOS

1. Determine el conjunto solución de la ecuación $\sqrt{3} + \sec(4x) = \tan\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right)$.

A) $\left\{ \frac{(8n+1)\pi}{4} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

B) $\left\{ \frac{(3n+1)\pi}{12} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

C) $\left\{ \frac{(16n+1)\pi}{4} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

D) $\left\{ 2n\pi \pm \frac{\pi}{3} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

E) $\left\{ \frac{n\pi}{2} \pm \frac{\pi}{6} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

Solución:

Como: $\sqrt{3} + \sec(4x) = \tan\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right)$

$$\Rightarrow \sqrt{3} + \sec(4x) = \csc\left(\frac{\pi}{2} + 4x\right) - \cot\left(\frac{\pi}{2} + 4x\right)$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} + \sec(4x) = \sec(4x) + \tan(4x)$$

$$\Rightarrow \tan(4x) = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 4x = n\pi + \frac{\pi}{3}; n \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x = \frac{(3n+1)\pi}{12}; n \in \mathbb{Z}$$

Por lo tanto, el conjunto solución es $\left\{ \frac{(3n+1)\pi}{12} / n \in \mathbb{Z} \right\}$.

Rpta.: B

2. Halle el número de soluciones de la ecuación $\cos(3x) + \cos(2x) + \cos(7x) = 0$, $x \in [0; \pi]$.

A) 1 B) 5 C) 7 D) 4 E) 6

Solución:

$$\text{Como } \cos(3x) + \cos(2x) + \cos(7x) = 0$$

$$\Rightarrow \cos(2x) + 2\cos(2x)\cos(5x) = 0$$

$$\Rightarrow \cos(2x)[1 + 2\cos(5x)] = 0$$

$$\Rightarrow \cos(2x) = 0 \quad \vee \quad \cos(5x) = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \quad \vee \quad 5x = \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; 2\pi + \frac{2\pi}{3}; 2\pi + \frac{4\pi}{3}; 4\pi + \frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4} \quad \vee \quad x = \frac{2\pi}{15}; \frac{4\pi}{15}; \frac{8\pi}{15}; \frac{10\pi}{15}; \frac{14\pi}{15}$$

Por tanto, el número de soluciones es 7.

Rpta.: C

3. Un climatólogo modeló la temperatura del 30 junio de 2023 de una ciudad por la expresión $16 + 2\sin\left(\frac{\pi t}{6} - \frac{\pi}{2}\right)$ en $^{\circ}\text{C}$ donde t es el número de horas transcurridas a partir de la medianoche, $t \in [0; 24]$. Determine el número de veces que la temperatura fue de 17°C durante dicho día.

A) 2 B) 1 C) 3 D) 4 E) 5

Solución:

$$\text{Como } 16 + 2\text{sen}\left(\frac{\pi t}{6} - \frac{\pi}{2}\right) = 17$$

$$\Rightarrow -2\text{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi t}{6}\right) = 1$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi t}{6} = \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; 2\pi + \frac{2\pi}{3}; 2\pi + \frac{4\pi}{3}$$

$$\Rightarrow t = 4; 8; 16; 20$$

Por lo tanto, la temperatura fue de 17 °C cuatro veces en dicho día.

Rpta.: D

4. La altura a la que vuela un insecto respecto al suelo está dada por la expresión $6\text{sen}^2\left(\frac{\pi t}{3}\right) + 1,5$ en metros donde t es el número de segundos transcurridos, $0 \leq t \leq 24$. Determine el número de segundo cuando el insecto se encontró a 4,5 metros de altura respecto al suelo por tercera vez.

A) 3,25 B) 4,5 C) 3,75 D) 4,25 E) 5

Solución:

$$\text{Como: } 6\text{sen}^2\left(\frac{\pi t}{3}\right) + 1,5 = 4,5$$

$$\Rightarrow 1 - 2\text{sen}^2\left(\frac{\pi t}{3}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{2\pi t}{3}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi t}{3} = \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; 2\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow t = \frac{3}{4}; \frac{9}{4}; \frac{15}{4}$$

Por lo tanto, en el segundo 3,75 el insecto se encontrará a 4,5 m de altura por tercera vez.

Rpta.: C

5. En un circuito eléctrico de corriente alterna la intensidad de corriente está dada por la expresión $\sqrt{2} \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ en amperios donde t es el número de segundos transcurridos, $0 \leq t \leq 1$. Determine el número de veces en que la intensidad de corriente fue de 1 amperio.
- A) 2 B) 1 C) 4 D) 3 E) 5

Solución:

Como $\sqrt{2} \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right) = 1$

$$\Rightarrow \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow 2\pi t + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; 2\pi + \frac{\pi}{4}; 2\pi + \frac{3\pi}{4}$$

$$\Rightarrow t = 0; \frac{1}{4}; 1$$

Por lo tanto, la intensidad de corriente fue de 1 amperio tres veces.

Rpta.: D

6. Un bloque sujeto del extremo de un resorte es jalado 9 centímetros por debajo de su posición de equilibrio y soltado, originándose un movimiento armónico simple (MAS). La altura a la que se encuentra el bloque respecto del suelo está dada por la expresión $9\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi t}{3}\right) + 12$ en centímetros donde t es el número de segundos transcurridos desde que se inició el MAS, $0 \leq t \leq 18$. Determine el número de segundo en que el bloque se encontró a 16,5 cm de altura respecto del suelo por tercera vez.
- A) 8 B) 6 C) 5 D) 4 E) 7

Solución:

Como $9\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi t}{3}\right) + 12 = 16,5$

$$\Rightarrow -9\cos\left(\frac{\pi t}{3}\right) = 4,5$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi t}{3} = \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; 2\pi + \frac{2\pi}{3}; 2\pi + \frac{4\pi}{3}$$

$$\Rightarrow t = 2; 4; 8; 10$$

Por lo tanto, en el segundo 8 el bloque se encontrará a 16,5 cm de altura por tercera vez.

Rpta.: A

7. Tres socios compraron un terreno a un precio de 30 000 dólares. Si el primer socio aportó $(20\cos^2 x)$ miles de dólares, el segundo aportó $(60\sin^2 x + 4)$ miles de dólares y el tercero aportó $(20\sqrt{3}\sin(2x) + 6)$ miles de dólares, donde $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$, ¿cuánto es la mayor cantidad aportada?

- A) 18 000 dólares
D) 14 000 dólares

- B) 10 000 dólares
E) 20 000 dólares

- C) 12 000 dólares

Solución:

$$\text{Como } 20\cos^2(x) + 60\sin^2(x) + 4 + 20\sqrt{3}\sin(2x) + 6 = 30$$

$$\Rightarrow 20\cos^2(x) + 60\sin^2(x) + 20\sqrt{3}\sin(2x) = 20$$

$$\Rightarrow 2\sin^2(x) + \sqrt{3}\sin(2x) = 0$$

$$\Rightarrow \cos(2x) - \sqrt{3}\sin(2x) = 1$$

$$\Rightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 0$$

Por lo tanto, la mayor cantidad aportada fue de 20 000 dólares.

Rpta.: E

8. Las exportaciones e importaciones en miles de dólares aproximadamente de una empresa están determinadas por las expresiones $\tan\left(\frac{\pi t}{27}\right)$ y $2\sin\left(\frac{\pi t}{27}\right)$ respectivamente donde t es el número del mes del año, $0 < t \leq 12$. Determine el mes en el cual la balanza comercial fue nula.

A) Abril B) Junio C) Diciembre D) Septiembre E) Julio

Solución:

$$\text{Como } \tan\left(\frac{\pi t}{27}\right) - 2\sin\left(\frac{\pi t}{27}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi t}{27}\right) \left[\sec\left(\frac{\pi t}{27}\right) - 2 \right] = 0$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi t}{27}\right) = 0 \quad \vee \quad \sec\left(\frac{\pi t}{27}\right) = 2$$

$$\Rightarrow \frac{\pi t}{27} = 0; \pi \quad \vee \quad \frac{\pi t}{27} = \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}$$

$$\Rightarrow t = 0; 27 \quad \vee \quad t = 9; 45$$

Por lo tanto, en el mes de septiembre la balanza comercial fue nula.

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Halle la suma de soluciones de la ecuación $\cos^2(5x) = \cos(3x) + \sin^2(2x)$, $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

A) $\frac{5\pi}{6}$

B) π

C) $\frac{15\pi}{14}$

D) $\frac{20\pi}{21}$

E) $\frac{6\pi}{7}$

Solución:

$$\text{Como } \cos^2(5x) = \cos(3x) + \sin^2(2x),$$

$$\Rightarrow \cos(7x)\cos(3x) - \cos(3x) = 0$$

$$\Rightarrow \cos(3x)[\cos(7x) - 1] = 0$$

$$\Rightarrow \cos(3x) = 0 \quad \vee \quad \cos(7x) = 1$$

$$\Rightarrow 3x = \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \quad \vee \quad 7x = 0; 2\pi$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2} \quad \vee \quad x = 0; \frac{2\pi}{7}$$

Por lo tanto, la suma de soluciones es $\frac{20\pi}{21}$.

Rpta.: D

2. Halle la menor solución de la ecuación $3\cot^2(x) + 7 = 8\csc(x)$, $x \in \left[\frac{\pi}{3}; 2\pi\right]$.

A) $\frac{5\pi}{6}$

B) $\frac{\pi}{6}$

C) $\frac{\pi}{2}$

D) $\frac{7\pi}{6}$

E) $\frac{11\pi}{6}$

Solución:

Como $3\cot^2(x) + 7 = 8\csc(x)$

$$\Rightarrow 3\csc^2(x) - 8\csc(x) + 4 = 0$$

$$\Rightarrow [3\csc(x) - 2][\csc(x) - 2] = 0$$

$$\Rightarrow \csc(x) = 2$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}$$

Por lo tanto, la menor solución es $\frac{5\pi}{6}$.

Rpta.: A

3. La altura respecto al suelo a la que se encuentra un objeto que está cayendo está dada por la expresión $6000\cos\left(\frac{\pi t}{54}\right)\cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi t}{54}\right)\cos\left(\frac{\pi t}{54} - \frac{\pi}{3}\right)$ en metros donde t es número de minutos transcurridos, $t \in [0, 12]$. Determine en qué minuto el objeto se encontró a una altura de 750 m.

A) 2,5 min

B) 4 min

C) 6 min

D) 8 min

E) 9 min

Solución:

$$\text{Como } 6000 \cos\left(\frac{\pi t}{72}\right) \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi t}{72}\right) \cos\left(\frac{\pi t}{72} - \frac{\pi}{3}\right) = 750$$

$$\Rightarrow 4 \cos\left(\frac{\pi t}{72}\right) \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi t}{72}\right) \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi t}{72}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{24}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow t = 8$$

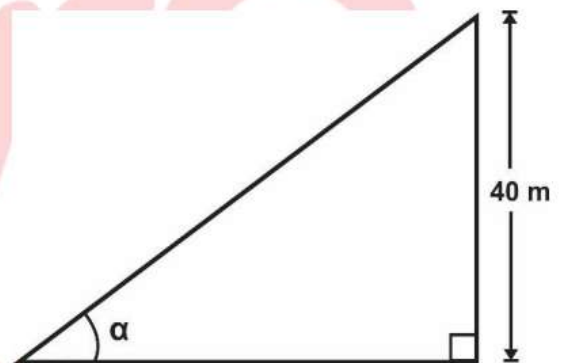
Rpta.: D

4. El Sr. Faustino tiene un terreno de forma triangular, como se representa en la figura. Si α es la menor solución positiva de la ecuación $1 - \sin(3x) + \cos(3x) = \tan(\pi)$, determine el área de dicho terreno.

A) $600\sqrt{3} \text{ m}^2$ B) 1600 m^2

C) 800 m^2 D) 400 m^2

E) $800\sqrt{3} \text{ m}^2$

**Solución:**

$$\text{Como } 1 - \sin(3x) + \cos(3x) = \tan(\pi)$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$$

$$\Rightarrow \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow 3x + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \alpha = x_{\min} = \frac{\pi}{6}$$

Por lo tanto, el área del terreno es $800\sqrt{3} \text{ m}^2$.

Rpta.: E

5. Halle el número de soluciones de la ecuación $\sqrt{6}[\sin(2x) + \cos(2x)] + 10\sin(4x) = 8$

$$x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right].$$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Solución:

Como $\sqrt{6}[\sin(2x) + \cos(2x)] = 8 - 10\sin(4x)$

$$\Rightarrow 6[1 + \sin(4x)] = 64 - 160\sin(4x) + 100\sin^2(4x)$$

$$\Rightarrow 50\sin^2(4x) - 83\sin(4x) + 29 = 0$$

$$\Rightarrow [25\sin(4x) - 29][2\sin(4x) - 1] = 0$$

$$\Rightarrow \sin(4x) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{24}, \frac{5\pi}{24}, \frac{13\pi}{24}$$

Por lo tanto, el número de soluciones es 2.

Rpta.: B

6. La temperatura de una ciudad de un día del mes de septiembre del 2023 está dada por la expresión $29 - 21\cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right)$ en °C donde t es el número de horas transcurridas desde la medianoche. Determine cuántas veces la temperatura fue de 29 °C en dicho día.

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Solución:

Como $29 - 21\cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right) = 29$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}$$

$$\Rightarrow t = 2; 14; 26$$

Por lo tanto, la temperatura fue de 29 °C dos veces en el día.

Rpta.: B

7. Determine la solución general de la ecuación $\operatorname{sen} x(1 + \cos x) - \cos x(1 + \cos x) - 1 = 0$.

A) $\left\{ \frac{(4n \pm 1)\pi}{2} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

B) $\left\{ \frac{(4n+1)\pi}{4} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

C) $\left\{ \frac{(4n+1)\pi}{2} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

D) $\left\{ \frac{(4n+3)\pi}{2} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

E) $\left\{ \frac{(4n-1)\pi}{4} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

Solución:

Como $\operatorname{sen} x(1 + \cos x) - \cos x(1 + \cos x) - 1 = 0$

$\Rightarrow \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} x \cos x - \cos x - \cos^2 x - 1 = 0$

$\Rightarrow (\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen} x - 2) + (\operatorname{sen} x \cos x - \cos x) = 0$

$\Rightarrow (\operatorname{sen} x + 2)(\operatorname{sen} x - 1) + \cos x(\operatorname{sen} x - 1) = 0$

$\Rightarrow (\operatorname{sen} x - 1)(\operatorname{sen} x + \cos x + 2) = 0$

$\Rightarrow \operatorname{sen} x = 1$

$\Rightarrow x = 2n\pi + \frac{\pi}{2}; n \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow x = \frac{(4n+1)\pi}{2}; n \in \mathbb{Z}$

Rpta.: C

Lenguaje

EJERCICIOS

1. En el enunciado *Los amigos de Fernando tuvieron que volver a cantar cumbias, boleros y vales en la fiesta de cumpleaños que organizó mi tío Luis en su casa de San Miguel el día sábado, a pedido de los asistentes*, se puede afirmar que

- A) la frase verbal presenta solamente complemento directo.
- B) el verbo principal de la perífrasis verbal es intransitivo.
- C) la perífrasis verbal incluye solamente dos verbos auxiliares.
- D) tuvieron que volver a cantar es el núcleo de la frase verbal.
- E) en la frase verbal hay complemento directo y un circunstancial.

Solución:

La perífrasis verbal *tuvieron que volver a cantar* es el núcleo de la frase verbal del enunciado. La referida perífrasis verbal presenta dos verbos auxiliares (*tuvieron* y *volver*) y un principal (*cantar*), que admite objeto directo y otros complementos.

Rpta.: D

2. En el español, el verbo se clasifica de acuerdo con varios criterios. Según la clase de frase verbal, es copulativo o predicativo. El verbo predicativo es clasificado como transitivo, intransitivo e impersonal. Según esta afirmación, marque la opción que correlaciona correctamente la columna de los verbos de los enunciados con la de sus clases.

- | | |
|----------------------------------|-----------------|
| I. Amigo, sé perseverante. | a. Impersonal |
| II. Hubo un festival musical. | b. Intransitivo |
| III. Ella ya llegó a la alameda. | c. Copulativo |

- A) Ic, IIb, IIIa
- D) Ia, IIc, IIIb

- B) Ib, IIa, IIIc
- E) Ia, IIb, IIIc

- C) Ic, IIa, IIIb

Solución:

En I, el verbo *sé* es copulativo, pues recibe complemento atributo; en II, *hubo*, impersonal; en III, *llegó*, predicativo intransitivo, ya que no recibe objeto directo.

Rpta.: C

3. La frase verbal predicativa puede tener complementos directo, indirecto, circunstancial, agente y predicativo. Teniendo en cuenta ello, elija la alternativa que presenta más complementos.

- A) Gabriel nadaba en la piscina y Juliana lo observaba atentamente.
- B) El informe fue redactado anoche por el delegado de nuestra aula.
- C) Por el intenso calor, los obreros trabajaron hasta las dos de la tarde.
- D) El viernes, José compró estas camisas en una tienda de Miraflores.
- E) Ayer, en esta playa, dos salvavidas auxiliaron a Fernando con éxito.

Solución:

En la referida alternativa, hay cuatro complementos: circunstancial de tiempo (ayer), circunstancial de lugar (en esta playa), objeto indirecto (a Fernando) y circunstancial de modo (con éxito).

Rpta.: E

4. En la lengua española, los modos verbales son tres: el indicativo expresa acción real y objetiva; el subjuntivo, acción irreal; el imperativo, orden o mandato. Según ello, en el enunciado *Alumnos, lean las instrucciones que los orientarán para que instalen correctamente las computadoras de última generación*, los verbos subrayados están, respectivamente, en los modos
- A) subjuntivo, imperativo e indicativo. B) imperativo, indicativo e indicativo.
C) imperativo, subjuntivo y subjuntivo. D) imperativo, indicativo y subjuntivo.
E) subjuntivo, indicativo e imperativo.

Solución:

El verbo *lean* expresa una orden; *orientarán*, un hecho real y objetivo; *instalen*, una acción irreal.

Rpta.: D

5. Las clases de frase verbal son dos: atributiva o predicativa. La primera presenta verbo copulativo y complemento atributo; la segunda, verbo predicativo y puede o no tener complemento(s). Según esta afirmación, lea los siguientes enunciados y seleccione la alternativa que presenta frase verbal predicativa.
- I. Están viendo un documental interesante.
II. El árbitro tiene que ser imparcial siempre.
III. El convenio ha de ser firmado mañana.
IV. Hilda ha sido la representante del grupo.
- A) I y II B) II y III C) II y IV D) I y IV E) I y III

Solución:

Las frases verbales predicativas aparecen en los enunciados I y III. Presentan, respectivamente, los verbos predicativos *ver* y *firmar*.

Rpta.: E

6. El aspecto perfectivo expresa que la acción verbal ha concluido; el aspecto imperfectivo, acción verbal inconclusa. Según esta aseveración, los enunciados *Enrique compró una gramática de la lengua quechua; En pleno partido de fútbol, los hinchas de ambos equipos alentaban a los jugadores; Los alumnos han entregado las fichas textuales al profesor*, los verbos expresan, respectivamente, aspecto
- A) imperfectivo, imperfectivo y perfectivo.
B) perfectivo, imperfectivo e imperfectivo.
C) imperfectivo, perfectivo e imperfectivo.
D) perfectivo, imperfectivo y perfectivo.
E) imperfectivo, perfectivo y perfectivo.

Solución:

En los referidos enunciados, el verbo *alentaban* expresa aspecto imperfectivo. Los verbos *compró* y *han entregado* expresan aspecto perfectivo.

Rpta.: D

7. Las formas no personales o verboides del verbo son el infinitivo, el participio y el gerundio. Según esta aseveración, lea los siguientes enunciados e identifique la alternativa que presenta más verboides.

- I. Ella va a tener que desarrollar este cuestionario.
- II. El informe final será publicado el próximo martes.
- III. Rosa están practicando natación en esta piscina.
- IV. No debes comprar estos productos adulterados.

- A) I y II B) I y III C) I y IV D) II y IV E) III y IV

Solución:

En el enunciado I, los verboides son *tener* y *desarrollar* (infinitivos); en IV, los verboides son *consumir* (infinitivo) y *adulterados* (participio).

Rpta.: C

8. Lea el siguiente texto: —*¡Mi querido Matías! ¡Vengo a darte una gran noticia! De ahora en adelante serás profesor. No me digas que no... ¡espera! Como tengo que ausentarme unos meses del país, he decidido dejarte mis clases de historia en el colegio. No se trata de un gran puesto y los emolumentos no son grandiosos, pero es una magnífica ocasión para iniciarte en la enseñanza. Con el tiempo podrás conseguir otras horas de clase, se te abrirán las puertas de otros colegios, quién sabe si podrás llegar a la Universidad... eso depende de ti. Yo siempre te he tenido una gran confianza. Es injusto que un hombre de tu calidad, un hombre ilustrado, que ha cursado estudios superiores, tenga que ganarse la vida como cobrador...* Determine el valor de verdad (V o F) de los enunciados y marque la alternativa correcta.

- I. *Vengo a dar* constituye una perífrasis verbal. ()
- II. *Tengo que ausentar* no es perífrasis verbal. ()
- III. *Conseguir* y *tener* son verbos intransitivos. ()
- IV. En *tenga que ganar*, el verbo principal es regular. ()

- A) FVFF B) VVFV C) FVFV D) VFFV E) FVVV

Solución:

Vengo a dar es una perífrasis verbal de infinitivo. *Tengo que ausentar* es perífrasis verbal. *Conseguir* y *tener* son verbos transitivos. En *tenga que ganar*, el verbo principal es regular. Por consiguiente, la alternativa de verdad (V o F) es la siguiente:

- I. *Vengo a dar* constituye una perífrasis verbal. (V)
- II. *Tengo que ausentar* no es perífrasis verbal. (F)
- III. *Conseguir* y *tener* son verbos intransitivos. (F)
- IV. En *tenga que ganar*, el verbo principal es regular. (V)

Rpta.: D

9. El verbo predicativo transitivo recibe complemento directo y, a veces, indirecto. Tomando en cuenta ello, elija la alternativa que presenta más verbos transitivos.

A) Eliana planchará la ropa y después irá al mercado.
B) Estudiaré las lecciones antes de ir a la universidad.
C) Llegué a la biblioteca cuando Noé revisaba el fichero.
D) Mis amigos tomaron desayuno y fueron a la piscina.
E) Javier compró un terno y lo usará el próximo sábado.

Solución:

En esta alternativa, los verbos *comprar* y *usar* son transitivos, cuyos complementos directos son *un terno* y *lo* respectivamente.

Rpta.: E

10. Una perífrasis verbal es la estructura que está formada por la unión de varios verbos que constituyen el núcleo del predicado. En su estructura, hay un verbo auxiliar, el cual presenta morfema flexivo amalgama, y un verbo principal que aparece en infinitivo, participio o gerundio. Según esta afirmación, seleccione la alternativa en la que se presenta perífrasis verbal.

I. Hugo ha tenido que estar ordenando sus libros.
II. Queremos que haya una elección transparente.
III. Solíamos reunirnos con nuestro jefe mensualmente.
IV. El candidato prometió adquirir vacunas para todos.

A) II y IV B) I y II C) I y III D) I y IV E) II y III

Solución:

En el enunciado I, la perífrasis verbal está constituida por los verbos auxiliares *ha*, *tenido*, *estar* y el verbo principal *ordenando* en gerundio; en el enunciado III, la perífrasis verbal está constituida por el verbo auxiliar *solíamos* y el verbo principal *reunir* en infinitivo.

Rpta.: C

11. Según la clase de frase verbal, el verbo es copulativo o predicativo. Este es clasificado como transitivo, intransitivo e impersonal. De acuerdo con esta aseveración, relacione la columna de los enunciados con la de clases de verbo y seleccione la alternativa que corresponde.

I. Navegaré en esa embarcación.	a. Copulativo
II. Se trabaja cómodamente aquí.	b. Transitivo
III. Nicolás, serás un excelente tenor.	c. Impersonal
IV. Un hombre auxilió a esa señora.	d. Intransitivo

A) Ic, IIa, IIId, IVb
D) Ia, IIId, IIc, IVb

B) Ib, IIc, IIIa, IVd
E) Id, IIc, IIIa, IVb

C) Ic, IIb, IIId, IVa

Solución:

La correcta relación entre ambas columnas es la siguiente:

- | | |
|---|-----------------|
| I. Navegaré en esa embarcación. | d. Intransitivo |
| II. Se trabaja cómodamente aquí. | c. Impersonal |
| III. Nicolás, serás un excelente tenor. | a. Copulativo |
| IV. Un hombre auxilió a esa señora. | b. Transitivo |

Rpta.: E

12. En los verbos regulares, el verboide participio termina en *-do*; en los verbos irregulares, concluye en *-cho*, *-to*, *-so*. Según ello, marque la opción en la que hay empleo adecuado del participio.

- A) Sara ha cubrido los platos con un mantel.
 B) Los alumnos han descrito bien el paisaje.
 C) La empresaria fue absuelta por el tribunal.
 D) Has satisfacido las expectativas del grupo.
 E) El cura ha bendito los rosarios y las detentes.

Solución:

El participio del verbo *describir* es *descrito*. Por ello, esta alternativa presenta uso adecuado. En las otras opciones, los participios deben ser como sigue: A) cubierto, C) absuelta, D) satisfecho, E) bendecido.

Rpta.: B

LA FRASE VERBAL (FV)	
Definición: Es la unidad sintáctica cuyo núcleo es el verbo o una perífrasis verbal.	
Clases	
Atributiva	Es aquella que tiene como núcleo un verbo copulativo y un complemento atributo. - Los alumnos son muy estudiosos. - Aurora ha sido tesorera de esta asociación.
Predicativa	Es aquella que tiene como núcleo un verbo predicativo. Puede tener complementos directo, indirecto, circunstancial, agente y predicativo. - Camilo colecciona llaveros metálicos. - Javier llegó contento a la reunión. - Un niño fue auxiliado por los rescatistas.

CLASES DE VERBOS		
Según la clase de frase verbal	Copulativo	Es núcleo de la FV atributiva. • <i>Ser, estar, parecer...</i>
	Predicativo	Es núcleo de la FV predicativa. Puede ser de tres clases: - transitivo: <i>vender, ver, donar, llevar, enviar</i> - intransitivo: <i>nacer, viajar, salir, llegar, ir</i> - impersonal: <i>llover, nevar, garuar, haber</i>
Según el lexema	Regular	Tiene lexema invariable en la conjugación. • <i>Amar, comer, partir, trabajar, beber</i>
	Irregular	Tiene lexema variable durante la conjugación. • <i>Perder, soñar, comenzar, tener, dormir</i>
Según la conjugación	Defectivo	Carece de algunas formas en la conjugación. <i>Balbucir, soler, atañer, concernir</i>
	No defectivo	Presenta conjugación completa. • <i>Vestir, escribir, pelear, manejar, comer</i>
En la perífrasis verbal	Auxiliar	Precede al verbo principal. • Doris está tejiendo una chompa.
	Principal	Aparece en infinitivo, participio o gerundio. • Tiene que planchar las camisas. • Iris fue invitada por sus amigas. • Laura está preparando un jugo mixto.

Literatura

EJERCICIOS

1. Con respecto a las características de la literatura peruana, marque la alternativa que completa de manera correcta la siguiente afirmación: «La literatura peruana contiene obras escritas y orales; es decir, introduce la producción en lengua castellana, así como en lenguas nativas. Considerando lo expuesto, es posible afirmar que se trata de una literatura _____ y _____».

A) tradicional – costumbrista
C) oral – moderna
E) quechua - didáctica

B) heterogénea - pluricultural.
D) sincrética - preciosista

Solución:

En nuestro territorio, interactúan las literaturas orales, en lenguas originarias, y las literaturas escritas, en lengua castellana. Según esta complejidad, se trata de una literatura heterogénea y pluricultural.

Rpta.: B

2. ¿Qué característica de las crónicas coloniales predomina en el siguiente pasaje de *La Crónica del Perú*, de Pedro de Cieza de León?

Unos de los orejones afirman, que Guayna Capac desde el Quito volvió al Cuzco por Los Llanos hasta Pachacama, y otros que no, pues quedó en el Quito hasta que murió. [...] le vinieron de muchas partes embajadores a congratularse con él en nombre de sus tierras; que teniendo y habiendo tomado (de) seguro y por muy pacífico (modo) a las provincias de la serranía, pensó que sería bien hacer jornada a las provincias de Puerto Viejo y a lo que llamamos Guayaquil, y a los Yuncas, y tomando su consejo con sus capitanes y principales, aprobaron su pensamiento y aconsejaron que lo pusiera por obra.

A) Sigue las opiniones de otros cronistas españoles.
B) Obtiene información a partir de testigos.
C) Presenta una visión personal en este fragmento
D) Expresa de modo apasionado lo descrito
E) Expone los hechos a partir de causas y efectos.

Solución:

Pedro Cieza de León, como todo cronista, no solo toma en cuenta su experiencia personal, sino también se basa en testimonios y otras fuentes escritas

Rpta.: B

3. El Inca Garcilaso de la Vega es reconocido como el mejor prosista de la época colonial, debido a que, en su obra,

A) destaca el mestizaje racial y cultural derivado de la Conquista.
B) exhibe una calidad artística con un estilo armónico y sereno.
C) emplea expresiones de tipo barrocas con un tono elegíaco.
D) acentúa el factor histórico a través de diversas lenguas.
E) predomina palmariamente lo literario al contenido histórico.

Solución:

A través de sus crónicas, el Inca Garcilaso de la Vega es considerado como el mejor prosista de la etapa colonial, puesto que presenta una gran calidad artística mediante una prosa equilibrada y serena de estilo renacentista.

Rpta.: B**4.**

La primera parada que en este valle hicieron —dijo el Inca— fue en el cerro llamado Huanacauri, al mediodía de esta ciudad. Allí procuró hincar en tierra la barra de oro, la cual con mucha facilidad se les hundió al primer golpe que dieron con ella, que no la vieron más. Entonces dijo nuestro Inca a su hermana y mujer:

—"En este valle manda Nuestro Padre el Sol que paremos y hagamos nuestro asiento y morada para cumplir su voluntad. Por tanto, Reina y hermana, conviene que cada uno por su parte vamos a convocar y atraer esta gente, para los doctrinar y hacer el bien que Nuestro Padre el Sol nos manda".

Del fragmento citado, perteneciente a la «Primera Parte» de *Comentarios reales de los incas*, del Inca Garcilaso de la Vega, es posible afirmar que el propósito de la narración es

- A) exponer los acontecimientos políticos de los incas.
- B) rectificar las versiones sobre las instituciones incaicas.
- C) comunicar cómo fue el origen del imperio de los incas
- D) describir la religión, poesía y música del antiguo Perú.
- E) destacar cómo el Sol consolidó la expansión del imperio.

Solución:

En la primera parte de *Comentarios reales de los incas*, en el capítulo XVI, el Inca Garcilaso de la Vega ofrece información sobre la fundación del Cusco como ciudad imperial.

Rpta.: C**5.**

Matáronle cruelísimamente haciéndole cuartos y tasajos, y no se sabe dónde lo echaron; créese entre los indios que se lo comieron de rabia. El Padre Acosta dice que lo quemaron. También toca Zárate la diligencia y presteza que 94 de los correos hemos dicho, y entonces la hubo mayor, porque mandó Atahualpa que el aviso de la muerte de Huáscar se la diesen por las ahumadas o llamaradas que de noche o de día hacían los chasquis con semejantes avisos, para mayor presteza. Y ésta fue la causa que no se pudiese averiguar después, si el llanto de Atahualpa y aquellas apariencias de dolor y tristeza habían sido antes o después de la muerte de Huáscar.

Del fragmento citado, perteneciente a *Historia General del Perú*, del Inca Garcilaso de la Vega, es posible deducir que el contenido temático informa sobre

- A) la llegada de Almagro a Cajamarca y la muerte de Atahualpa.
- B) el apresamiento de Atahualpa en la plaza mayor de Cajamarca.
- C) la muerte de Huáscar presumiblemente por orden de Atahualpa.
- D) el cuestionamiento que realiza el padre Acosta al cronista Zárate.
- E) la pugna entre los hermanos Huáscar y Atahualpa por el trono inca .

Solución:

El fragmento refiere la muerte de Huáscar presumiblemente por orden de Atahualpa.

Rpta.: C

6. Marque la alternativa que contiene una característica de *Comentarios reales de los incas*, del Inca Garcilaso de la Vega, presente en el siguiente fragmento.

Los cristianos entendieron conforme a su deseo, imaginando que el indio les había entendido y respondido a propósito, como si él y ellos hubieran hablado en castellano, y desde aquel tiempo, que fue el año de mil y quinientos y quince o diez y seis, llamaron Perú aquel riquísimo y grande Imperio, corrompiendo ambos nombres, como corrompen los españoles casi todos los vocablos que toman del lenguaje de los indios de aquella tierra, por que si tomaron el nombre del indio, Berú, trocaron la b por la p, y si el nombre Pelú, que significa río, trocaron la l por la r, y de la una manera o de la otra dijeron Perú.

- A) Evidencia un conocimiento y dominio del aimara.
- B) Realiza traducciones a partir de las lenguas nativas.
- C) Exalta sus orígenes españoles e indígenas
- D) Compone un retrato detallado del conquistador
- E) Muestra el ánimo de criticar a los otros cronistas.

Solución:

En el fragmento citado, el autor comenta cómo los cronistas españoles, debido a su poco conocimiento del quechua, alteran los hechos narrados.

Rpta.: E

7.

Llega el día de la partida. ¡Qué bulla! ¡Qué jarana! ¡Qué Babilonia! Baúles en el patio, cajones en el dormitorio, colchones en el zaguán, diluvios de canastos por todas partes. Todo sale, por fin, y todo se embarca, aunque con bastantes trabajos. Marcha don Gregorio, acompañado de una numerosa caterva, a la que pertenecen también, con pendones y cordón de San Francisco de Paula, las amantes hermanitas, que sólo por el buen hermano pudieron hacer el horrendo sacrificio de ir por primera vez al Callao. Las infelices no se quitan el pañuelo de los ojos, y lo mismo le sucede al viajero. Se acerca la hora del embarque, y se agravan los soponcios.

Del fragmento citado de «Un viaje», de Felipe Pardo y Aliaga, podemos observar _____, característica del costumbrismo peruano.

- A) la condena a la política y la milicia
- B) un enfoque netamente criollista
- C) la configuración de personajes fantásticos
- D) un evidente tono satírico
- E) un modo festivo y panfletario

Solución:

En el párrafo citado, se satiriza el viaje Goyito, por las consideraciones exageradas que toman, en general, los limeños a la hora de viajar, se aprecia el uso de la burla o sátira como característica del costumbrismo peruano.

Rpta.: D

8. Marque la alternativa que completa de manera correcta la siguiente afirmación: «Medularmente, la producción literaria del escritor costumbrista Manuel Ascensio Segura es apreciada, ya que _____; con lo cual contribuyó a la formación de la identidad nacional peruana».
- A) compuso una enorme cantidad de comedias y novelas
B) plasmó el mundo popular criollo de la clase media limeña
C) expresó una crítica mordaz contra los conservadores
D) compiló las costumbres de los grupos aristocráticos
E) resumió los ideales de los estratos sociales más bajos

Solución:

A través del empleo del lenguaje popular y la representación de personajes criollos, Manuel Ascensio Segura logró plasmar la identidad de la naciente república en el siglo XIX.

Rpta.: B

Psicología

PRÁCTICA

Instrucciones.

Lea atentamente el texto de cada pregunta y señale la respuesta verdadera.

1. A lo largo de la historia, muchas comunidades tribales emplearon diferentes ritos para afrontar la sequía. Por ejemplo, la danza de la lluvia, el sacrificio de animales y de personas se hicieron costumbre, porque después de realizarlas reducían o eliminaban la posibilidad de no contar con agua durante una temporada. Con respecto a este caso y considerando la teoría del condicionamiento operante, identifique el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones:

- I. La sequía constituye un estímulo discriminativo (ED).
II. Este tipo de ritos se deben a un estímulo incondicionado (EI).
III. Estas conductas rituales se adquirieron por sus consecuencias.

- A) FFV B) VVF C) VFV D) VVV E) FFF

Solución:

- I. El estímulo discriminativo determina la ocurrencia de una conducta operante (danza, sacrificio, etc.).
II. El estímulo incondicionado (EI) es un elemento del condicionamiento clásico.
III. Los ritos se adquirieron por las consecuencias que tuvieron para afrontar la sequía.

Rpta.: C

2. Madison es una niña de 5 años que vive en el quinto piso de un condominio donde no hay ascensor. Cada vez que llega del colegio con su mamá, empieza a llorar al pie de la escalera, diciendo que le duelen los pies, que no puede subir y llora inconsolablemente. Considerando los principios del condicionamiento podemos afirmar que
- A) la madre está cumpliendo un rol aversivo para la niña.
 - B) la escalera cumple la función de respuesta condicionada.
 - C) el llanto de la niña es el estímulo discriminativo.
 - D) el estímulo que condiciona el llanto es la escalera.
 - E) la niña está siendo víctima de castigo positivo.

Solución:

La respuesta condicionada es aquella de apariencia similar a la respuesta incondicionada (llanto ante el cansancio), pero producida por un estímulo condicionado (la escalera que se asoció al dolor experimentado al subir cinco pisos).

Rpta.: D

3. Existen cambios conductuales que no constituyen aprendizajes. Identifique el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones relacionadas con un cambio maduracional.
- I. Pasar de la fase de balbuceo a articular una palabra.
 - II. Hablar de manera desenfadada por el efecto de un licor.
 - III. No poder reconocer el rostro de un hermano.
- A) FFF B) VFF C) FFV D) VVV E) FVF

Solución:

La fase de balbuceo corresponde al periodo prelingüístico que culmina con la articulación de la primera palabra, e involucra aspectos maduracionales.

Rpta: B.

4. «Un niño quemado le teme al fuego» reza un adagio antiguo. Los experimentos con perros revelan que si un estímulo es bastante doloroso, muchas veces solo basta un único acontecimiento para traumatizar al animal ante una situación similar. Las citas hacen referencia a
- A) una respuesta refleja de los seres vivos.
 - B) un aprendizaje por condicionamiento.
 - C) un problema perceptual.
 - D) hechos hipotéticos no comprobados.
 - E) un aprendizaje cognitivo.

Solución:

El condicionamiento es el aprendizaje que se produce a través de asociaciones, como en las citas presentadas. Estos eventos pueden ser dos estímulos o una respuesta y sus consecuencias.

Rpta. B

5. Durante el último inventario realizado en una tienda de electrodomésticos, se registró un incremento en la venta de ventiladores durante las dos últimas estaciones de verano. En ese mismo periodo de tiempo se produjo una significativa reducción en la venta de dispositivos de aire acondicionado portátiles, esto debido a que clientes importantes como algunas empresas, que antes adquirirían estos dispositivos para sus oficinas, prefieren ahora comprar ventiladores que son más baratos y se pueden adquirir en mayor cantidad.

Considerando las nociones de la teoría del condicionamiento operante, identifique el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones:

- I. Al ser el calor un estímulo aversivo, la compra de ventiladores se da por reforzamiento positivo.
- II. Al ser reforzante comprar ventiladores, en algunas empresas se ha extinguido la conducta de comprar dispositivos de aire acondicionado.
- III. Realizar inventarios genera siempre consecuencias gratificantes, lo que se explica por la ley de resistencia a la extinción.

A) FFV B) VVF C) VFV D) VVV E) FVF

Solución:

- I. La conducta de comprar ventiladores para evitar el calor, implica reforzamiento negativo. (F).
- II. Comprar aire acondicionado ya no es reforzante para las empresas, implica la ley de extinción. (V).
- III. La ley de resistencia a la extinción, no está relacionada con lo que se afirma en la proposición. (F).

Rpta.: E

6. Enzo y Giulio son los mejores estudiantes del 6to grado de primaria. El primero dice que estudia mucho porque no soporta los regaños y reproches de su madre cuando obtiene notas bajas; el segundo responde que lo hace porque le encanta ver su foto en el cuadro de los mejores alumnos en el frontis de su aula. En relación a lo declarado por ellos podríamos afirmar que su conducta de estudiar está condicionada respectivamente, por

- A) castigo positivo – reforzamiento positivo.
- B) reforzamiento negativo – condicionamiento clásico.
- C) castigo negativo – reforzamiento positivo.
- D) reforzamiento negativo – reforzamiento positivo.
- E) costo de respuesta – castigo positivo.

Solución

En ambos casos opera el principio de reforzamiento por ello la conducta de estudiar se mantiene; pero, el primero lo hace por evitar un E aversivo (reproches de la madre), mientras en el segundo, el reforzador es aparecer en el Cuadro de Méritos.

Rpta. D

7. La reflexología es una escuela psicológica que explica la adquisición del comportamiento sobre la base de la teoría del condicionamiento clásico de Ivan Pavlov. Con respecto a la teoría del condicionamiento clásico es correcto afirmar que
- I. la triple relación de contingencia es explicada por esta teoría de manera esquemática.
 - II. un estímulo incondicionado (EI) siempre genera una respuesta condicionada (RC).
 - III. el estímulo neutro debe anteceder secuencialmente al estímulo incondicionado (EI).
- A) Solo II. B) I y III C) II y III D) I y II E) Solo III

Solución:

La asociación de estímulos implica que el EN adquiere el poder de generar una respuesta del EI, en ese orden.

Rpta: E.

8. Existen diferentes formas de aprender comportamientos en la vida. Identifica las proposiciones donde se hace referencia a comportamientos aprendidos por condicionamiento operante.
- I. Sentir placer al pasear por donde caminaba con mi querido padre
 - II. Usar la máquina dispensadora para saborear un café capuccino
 - III. Prepararnos para oír el trueno cuando vemos el destello de un rayo
 - IV. Tomar una aspirina para aliviar un fuerte dolor de cabeza
- A) I, II y III B) I y III C) I, II y IV D) II y IV E) II, III y IV

Solución:

II y IV

El condicionamiento operante es aquel donde el comportamiento aumenta si es seguido por un refuerzo o disminuye si le sigue un castigo.

Rpta. D

9. Baruch Spinoza era un filósofo holandés que fue expulsado de la comunidad religiosa judía de su época por su concepción filosófica de Dios. Al inicio de su decreto de excomunión rezan las siguientes palabras «maldito seas de día, maldito seas de noche». Considerando este caso y las nociones del condicionamiento clásico, sería correcto afirmar que
- I. El uso del término maldito es un castigo positivo.
 - II. El nombre del filósofo se convirtió en un EC de enojo.
 - III. La palabra «Dios» constituye un RI.
- A) Solo II B) I y III C) II y III D) I y II E) Solo III

Solución:

Al asociarse el nombre de Baruch Spinoza (EN) con traición (EI) se convirtió en un EC de repudio o enojo.

Rpta.: A

10. Muchos centros de desintoxicación alcohólica utilizan, como parte del tratamiento, fármacos que provocan náuseas, vómitos, visión borrosa o dificultades para respirar al consumir alcohol; así, consiguen que se reduzca la necesidad de beber. Esta situación se explica a partir del principio de aprendizaje llamado
- A) condicionamiento clásico. B) reforzamiento positivo. C) castigo negativo.
D) condicionamiento operante. E) reforzamiento negativo.

Solución:

Asociar una situación desagradable al consumo de alcohol, aunque sea en cantidades mínimas, producirá rechazo al licor.

Rpta. A

Educación Cívica

EJERCICIOS DE CLASE

1. Ana es una ciudadana española de 30 años, prima de una ciudadana peruana, que ha vivido en el país durante los últimos tres años trabajando como ingeniera. Ella, decide gestionar su nacionalización ante la Superintendencia Nacional de Migraciones entregando la documentación requerida, por lo que luego de seis meses recibe una respuesta positiva. Según el caso expuesto, la modalidad que permitió la obtención de la nacionalidad peruana fue por
- A) opción. B) vínculo sanguíneo. C) contrato laboral.
D) honor. E) naturalización.

Solución:

Son peruanos por naturalización las personas extranjeras que expresan su voluntad de serlo y que cumplen con los siguientes requisitos:

- a) Residir legalmente en el territorio de la República por lo menos dos años consecutivos.
b) Ejercer regularmente profesión, arte, oficio o actividad empresarial.
c) Carecer de antecedentes penales, tener buena conducta y solvencia moral.

Rpta: E

2. La Procuraduría General del Estado es una entidad adscrita al Ministerio de Justicia y Derechos Humanos competente para regular, supervisar y dictar lineamientos para la adecuada defensa de los intereses del Estado. Acerca de sus funciones, señale el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados:
- I. Coordinar y solicitar, a toda entidad pública, la información necesaria para ejercer una adecuada defensa del Estado.
II. Asumir la defensa jurídica de altos funcionarios en controversias con entidades privadas para salvaguardar los intereses del Estado.
III. Evaluar el inicio de acciones legales cuando estas resulten más costosas que el beneficio económico que se pretende para el Estado.
IV. Intervenir y suscribir convenios de pago de la reparación civil a favor del Estado en investigaciones o procesos penales donde participe.
- A) FVVF B) FFVV C) VFVV D) VVVF E) VVFF

Solución:

- I. **Verdadero.** Coordinar y solicitar, a toda entidad pública, la información y/o necesaria para ejercer una adecuada defensa del Estado.
- II. **Falso.** La Procuraduría General del Estado se limita a la defensa de los intereses del Estado, sin que le sea posible asumir la defensa de personas o empresas privadas en controversias que mantengan con el mismo.
- III. **Verdadero.** Evaluar el inicio de acciones legales cuando estas resulten más costosas que el beneficio económico que se pretende para el Estado.
- IV. **Verdadero.** Intervenir y suscribir convenios de pago de la reparación civil a favor del Estado en investigaciones o procesos penales donde participen.

Rpta: C

3. En el Perú, el estado de derecho significa que, tanto personas como instituciones, públicas y privadas, están obligados a cumplir las leyes; estas deben aplicarse de manera igualitaria para todos, sin importar su posición social o económica. Con respecto a lo anterior, identifique los enunciados que puedan afectar el estado de derecho.

- I. La vacancia presidencial y disolución del Congreso constante generan inestabilidad política y debilitan las instituciones democráticas.
- II. La corrupción sistémica en el sector público socava la confianza en las instituciones y la justicia.
- III. La independencia del Poder Judicial y la autonomía política en los procesos judiciales amenazan la imparcialidad de la justicia.
- IV. La alta tasa de criminalidad y la violencia social ponen en riesgo la seguridad jurídica y el derecho a la vida.

A) I, II y III B) III y IV C) I, II y III D) I, II y IV E) II y IV

Solución:

- I. **Correcto.** La vacancia presidencial y disolución del Congreso constante generan inestabilidad política y debilitan las instituciones democráticas.
- II. **Correcto.** La corrupción sistémica en el sector público socava la confianza en las instituciones y la justicia.
- III. **Incorrecto.** La independencia del poder judicial es un principio fundamental del Estado de derecho, que busca garantizar que los jueces puedan tomar sus decisiones sin presiones o interferencias de otros poderes del Estado.
- IV. **Correcto.** La alta tasa de criminalidad y la violencia social ponen en riesgo la seguridad jurídica y el derecho a la vida.

Rpta: D

4. El artículo 46 de la Constitución peruana establece el derecho a la insurgencia como un mecanismo para defender la democracia. Este permite a la población civil oponerse a un gobierno usurpador o que viola la Constitución. De acuerdo con lo señalado, identifique la alternativa inválida sobre las condiciones que justifiquen la aplicación de dicho principio.
- A) La invasión y ocupación militar del territorio nacional por parte de un Estado vecino, en flagrante violación del derecho internacional.
 - B) Un gobierno tiránico que viola sistemáticamente los derechos de su pueblo, incluyendo el derecho a la vida, libertad, seguridad y la propiedad.
 - C) La corrupción sistémica que debilita un gobierno, impidiendo el desarrollo social y económico vulnerando los derechos del pueblo.
 - D) Un fraude electoral, que socava la esencia de la democracia al impedir la libre expresión de la voluntad popular.
 - E) La inestabilidad política por diferencias ideológicas entre los poderes del Estado, generando un clima de tensión e incertidumbre en el sector empresarial.

Solución:

La inestabilidad política derivada de las diferencias ideológicas entre los poderes del Estado puede generar un clima de tensión e incertidumbre en el sector empresarial, esta situación, puede tener un impacto negativo en la economía más no justifica el derecho de insurgencia, ya que la insurrección solo se puede considerar como último recurso en situaciones de crisis extrema que amenazan la existencia del Estado o la supervivencia del pueblo.

Rpta: E

Historia

EJERCICIOS DE CLASE

1. «...Llegada la dinastía de los borbones a España, su primer representante se encontró con una monarquía muy venida a menos económica y socialmente. El reinado de Carlos II el hechizado, gobernante achacoso e indolente, había permitido que el aparato estatal se desordenara y que los burócratas lo usaran para su propio beneficio, abuso que se había hecho endémico bajo los Austrias de Felipe III en adelante. Tareas que podían ser desempeñadas por uno o dos empleados, estaban entregadas a un número superior, con el consiguiente gasto superfluo» (García, Clara 2007. Las Reformas borbónicas 1750-1808. Fondo de Cultura Económica. México). El texto que presentamos hace referencia a la situación por la que atravesaba España antes de las Reformas borbónicas, la cual se caracterizó por
- A) modernizar el Estado con el fin de centralizar y mejorar la estructura de gobierno.
 - B) estar gobernada por reyes incapaces que fortalecieron a una burocracia inútil.
 - C) debilitar el poder de la nobleza criolla en el acceso a los cargos públicos.
 - D) fortalecer el poder de los Austrias en la administración del imperio español.
 - E) contar con una burocracia elitista, especializada, eficiente y responsable.

Solución:

De la lectura se deduce, que a fines del siglo XVII los últimos reyes Habsburgos se encontraban en plena decadencia, ya sea Felipe III, como Carlos II *el hechizado*. Coparon la administración del Estado de una burocracia corrupta, incapaz e inútil, que no pudo sacar al imperio español del estancamiento económico sino que tampoco logró recuperar la caída de la producción de plata de la mina de Potosí y combatir eficientemente a los asaltos de piratas y corsarios.

Rpta.: B

2. En el contexto de las reformas borbónicas del siglo XVIII, se produjeron levantamientos indígenas de carácter antifiscal y anticolonial, que también expresaron un discurso milenarista y mesiánico. La rebelión de Juan Santos Atahualpa, en la región del gran Pajonal, nunca fue debelada, pero la de Túpac Amaru II fue derrotada en el Cusco. Se atribuye como causa principal de la derrota a

- A) la superioridad técnica y contundente del armamento de los realistas.
- B) el excesivo localismo de la rebelión, concentrada solo en torno al Cusco.
- C) la difusión de la retórica fidelista en la sierra sur y centro del virreinato.
- D) la falta de apoyo, indiferencia y divisionismo de la nobleza indígena peruana.
- E) el error de no haber tomado el Cusco después de la victoria de Sangarará.

Solución:

Hay diversos argumentos para explicar el fracaso de la rebelión de Túpac Amaru II. Por ejemplo, la superioridad tecnológica del armamento español o el localismo cusqueño. Es cierto que se difundió un discurso fidelista por parte de los criollos y un gran sector de la élite indígena, pero esto no fue gravitante. Inclusive el hecho de que hubiese tomado oportunamente el Cusco, no garantizaba un triunfo seguro. El factor principal de la derrota fue la falta de apoyo, indiferencia y divisionismo de la élite indígena peruana, que prácticamente aislaron a José Gabriel Condorcanqui.

Rpta.:D

3. Las Cortes de Cádiz promulgaron la Constitución de 1812. Fue de carácter liberal, ya que expresaba la ideología democrática de la mayoría de sus diputados. Proponía un gobierno con poderes limitados, es decir una monarquía constitucional, donde muchas funciones políticas dejaban de recaer en decisiones del rey y pasaban a manos de asambleas locales y centrales elegidas por sufragio popular. Sus leyes no solo beneficiaban al pueblo español, sino también al sector indígena al promulgarse decretos sociales. Respecto a estos últimos, señalar el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. Igualdad entre indios y españoles y su derecho a la ciudadanía
- II. Derecho a practicar libremente su religión andina y ancestral
- III. Tener acceso a cargos de poder político como el de Virrey
- IV. El reparto de tierras, la abolición de la mita y el tributo indígena

- A) VVFF B) VFVF C) FVFV D) VVVF E) FFFV

Solución:

La Constitución de Cádiz fue promulgada en España por las Cortes el 19 de marzo de 1812. Evidenciaba su carácter liberal ya que expresaba la ideología democrática de la mayoría de sus integrantes. Esta constitución estableció dentro de sus planteamientos la implementación de una monarquía constitucional, que limitaba los poderes y facultades del rey. Asimismo, decretaba que la nación no es patrimonio de ninguna persona o dinastía, puesto que la vigilancia del sector popular estaba activa. Por otro lado, se aprobó la libertad de imprenta y la eliminación de la Santa Inquisición. En relación a la población indígena, la constitución decretó leyes sociales a su favor como: la abolición de la mita, el tributo indígena y hacerlos propietario de tierras.

Rpta.: E

4. Después de la entrevista de Guayaquil, San Martín dejó el gobierno en manos del primer Congreso peruano, el cual se abocó a la elaboración de una constitución y organizar una junta gubernativa presidida por el general José de la Mar, cuyo objetivo principal fue expulsar a los españoles mediante la estrategia militar denominada campaña de Puertos intermedios. Se envió un ejército al puerto de Arica al mando del general Rudecindo Alvarado, siendo el resultado final que

- A) vencieron a los españoles en la batalla de Zepita, en el Alto Perú.
- B) dieron el golpe de estado conocido como motín de Balconcillo.
- C) fracasaron al ser derrotados en las batallas de Torata y Moquegua.
- D) coordinaron con Bolívar y Sucre para encontrarse en Arequipa.
- E) apoyaron a Sucre para vencer a los españoles en Pichincha.

Solución:

Después de la instalación del primer Congreso peruano y retirado San Martín del Perú, el gobierno quedó en manos de la junta gubernativa, el cual tuvo como objetivo principal, expulsar a los españoles mediante la táctica militar denominada campaña de Puertos intermedios. La idea era avanzar con las tropas, al puerto intermedio de Arica, a fin de atacar a las fuerzas realistas concentradas en la sierra sur. Los errores de estrategia militar y la anarquía política hicieron fracasar el proyecto al ser derrotados por el ejército español al mando del general Valdez, en las batallas de Torata y Moquegua.

Rpta.: C

5. El proyecto político de Simón Bolívar después del fracaso de los acuerdos del congreso de Panamá, fue constituir un gran Estado que estaría formado por los países que él había liberado. Esta gran organización política fue denominada, Federación de los Andes; cuyo primer paso sería formar la....., a la que después se uniría....., sustentada en el soporte jurídico de.....que legalizaría a un ejecutivo fuerte gobernando a una república federal.

- A) federación Perú-boliviana- la Gran Colombia- la constitución vitalicia de 1826
- B) confederación Hispano Americana- Argentina- la constitución liberal de 1828
- C) Gran Colombia con Quito- Perú y Bolivia- el estatuto provisorio de 1821
- D) Confederación Perú Boliviana- Colombia- la constitución de Tacna de 1837
- E) República de Bolivia- la Gran Colombia y Perú- la constitución liberal de 1823

Solución:

Simón Bolívar convocó en julio de 1826, al congreso anfictiónico de Panamá, al que asistieron Perú, la Gran Colombia, México y Guatemala. Estuvieron como observadores Inglaterra, Estados Unidos y Holanda. El proyecto de formar una Confederación de países hispanoamericanos fracasó. Entonces buscó formar un gran Estado que uniera a los países que él había liberado. Llamó a este, Federación de los Andes, que para que se constituya; primero debería formarse la federación Perú-boliviana a la que luego se integraría la Gran Colombia. Los tres estados deberían aprobar como base jurídica la constitución vitalicia, que Perú y Bolivia la ratificaron el 9 de diciembre de 1826.

Rpta.: A

Geografía

EJERCICIOS DE CLASE

1. La flora de las once ecorregiones del Perú es importante por su diversidad biológica, recursos naturales, servicios ambientales, valor cultural y su papel en la lucha contra el cambio climático. De lo expuesto, relacione la ecorregión con los siguientes ejemplos, según corresponda.

I. Desierto del Pacífico

II. Selva alta

III. Puna y altos Andes

IV. Bosque seco ecuatorial

a. Árboles maderables, como el palo santo y el guayacán que son importantes para la economía local y para la construcción de viviendas y muebles.

b. Pastos naturales, como el ichu, son importantes para la ganadería, que es la principal actividad económica en la región.

c. Plantas medicinales, como la quina y la uña de gato que son utilizadas para tratar una variedad de enfermedades.

d. Las cactáceas, como el cactus candelabro, ayudan a prevenir la erosión eólica y a mantener la humedad del suelo.

A) Ic, IId, IIb, IVa

B) Id, IIc, IIb, IVa

C) Ia, IId, IIb, IVc

D) Ic, IIb, IIIa, IVd

E) Ib, IId, IIc, IVa

Solución:

I-d Desierto del Pacífico: las cactáceas, como el cactus candelabro, ayudan a prevenir la erosión eólica y a mantener la humedad del suelo.

II-c La Selva alta: esta ecorregión alberga una gran variedad de plantas medicinales, como la quina y la uña de gato. Estas plantas se utilizan para tratar una variedad de enfermedades.

III-b La puna: esta ecorregión alberga una gran variedad de pastos naturales, como el ichu. Estos pastos son importantes para la ganadería, que es una actividad económica importante en la región.

IV-a El bosque seco ecuatorial: esta ecorregión alberga una gran variedad de árboles maderables, como el palo santo y el guayacán. Estos árboles son importantes para la economía local y para la construcción de viviendas y muebles.

Rpta.: B

2. Las once ecorregiones del Perú se encuentran bajo presión debido a diversas actividades humanas que generan impactos ambientales considerables. De lo expuesto, indique el valor de verdad (V o F) sobre los principales problemas que afectan a las ecorregiones.
- I. La sobreexplotación de los acuíferos para la agricultura y la industria amenazan el suministro de agua en la ecorregión desierto del Pacífico.
 - II. En el mar tropical, la sobrepesca de especies como la anchoveta y el jurel pone en riesgo la sostenibilidad de la industria pesquera.
 - III. El pastoreo excesivo de ganado en la serranía esteparia degrada los pastos naturales y provoca la erosión del suelo.
 - IV. En el bosque tropical amazónico la extracción ilegal de oro conlleva a la deforestación de bosques primarios y contaminación del agua con mercurio.

A) VFFV B) VFVV C) VFVF D) FFVV E) FVVF

Solución:

- I. Verdadero. La sobreexplotación de los acuíferos para la agricultura y la industria amenazan el suministro de agua en la ecorregión desierto del Pacífico.
- II. Falso. En el mar *frío*, la sobrepesca de especies como la anchoveta y el jurel pone en riesgo la sostenibilidad de la industria pesquera.
- III. Falso. El pastoreo excesivo de ganado en la *puna* degrada los pastos naturales y provoca la erosión del suelo.
- IV. Verdadero. En el bosque tropical amazónico, la extracción ilegal de oro conlleva a la deforestación de bosques primarios y contaminación del agua con mercurio.

Rpta.: A

3. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones caracterizan inadecuadamente a las ecorregiones propuestas por el Dr. Antonio Brack Egg?
- I. El bosque seco ecuatorial presenta un clima tropical y húmedo, con temperaturas promedio de 24 °C a 27 °C con precipitación anual abundante.
 - II. La sabana de palmeras tiene un clima cálido húmedo, la temperatura media anual oscila entre 20 °C y 23 °C, con precipitaciones de verano y época seca de mayo a octubre.
 - III. El páramo registra un clima frío y húmedo, con temperaturas promedio de 3 °C a 10 °C, precipitaciones abundantes y alta humedad.
 - IV. El desierto del Pacífico posee un clima templado y húmedo, con temperaturas promedio de 22 °C a 27 °C, influenciado por la Corriente de El Niño y neblinas invernales.

A) I y II B) I y IV C) I y III D) II y III E) III y IV

Solución:

- I. Inadecuado. El bosque seco ecuatorial presenta un clima tropical con dos estaciones bien definidas. Verano caluroso y seco, e invierno cálido y húmedo. Precipitación anual variable entre 500 mm y 1 500 mm.
- II. Adecuado. La sabana de palmeras tiene un clima cálido húmedo, la temperatura media anual oscila entre 20 °C y 23 °C, con precipitaciones de verano y época seca de mayo a octubre.
- III. Adecuado. El páramo registra un clima frío y húmedo, con temperaturas promedio de 3°C a 10°C, precipitaciones abundantes y alta humedad.
- IV. Inadecuado. El desierto del Pacífico presenta un clima semicálido muy seco, con temperaturas promedio de 18 °C a 24 °C. Escasa precipitación anual (menos de 200 mm) con presencia de neblinas invernales.

Rpta.: B

4. El Perú alberga ocho regiones naturales, cada una con características climáticas, florísticas y paisajísticas únicas; estas, se ven reflejadas en el relieve distintivo de cada región, el cual permite identificarlas y comprenderlas mejor. De lo expuesto, señale la alternativa que asocie correctamente la región natural y su relieve representativo.
- A) Puna: valles estrechos y profundos, quebradas con vertientes escarpadas.
 - B) Janca: cañones fluviales y corredores de fragmentos rocosos.
 - C) Quechua: valles interandinos amplios, grupas y mamelones.
 - D) Yunga: altiplano con pampas húmedas y lagunas altoandinas.
 - E) Jalca: cumbres escarpadas, pasos o abras y lagunas glaciares.

Solución:

El relieve de la región Quechua está compuesto por valles interandinos y flancos andinos de suaves pendientes que se elevan sobre los valles. Su relieve es escarpado, pero los antiguos pobladores lo han modificado a lo largo de los años mediante andenes.

Rpta.: C

Economía

EJERCICIOS DE CLASE

1. En defensa de los derechos de los consumidores _____ y _____ firmaron un convenio específico de cooperación interinstitucional que tendrá una vigencia de dos años. Gracias a esta alianza, ambas entidades se comprometieron a realizar acciones vinculadas a estudios en temas de interés mutuo; monitoreo de precios y supervisión de en el marco de sus competencias. La primera institución se encarga de garantizar que los precios rijan por la oferta y la demanda, evitando la formación de carteles. La segunda institución, entre otras misiones, se encarga de la supervisión de hidrocarburos y seguridad del sector minero.
- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| A) INDECOPI- OSINERGMIN | B) OSIPTEL - OSIPTEL |
| C) SUNASS - INDECOPI | D) INDECOPI- OSINERGMIN |
| E) OSITRAN - OSINERGMIN | |

Solución:

INDECOPI se encarga de promover y garantizar la leal competencia, OSINERGMIN Supervisar el correcto abastecimiento de energía,

Rpta: A

2. Los organismos reguladores surgen en la década de los 90 con la intención de garantizar el beneficio para los usuarios en los servicios públicos indispensables y estratégicos para la economía nacional, es así que surgió la SUNASS y OSINERGMIN, entre otros. Lo que tienen en común es que supervisan mercados altamente concentrados. Estos organismos pueden

- I. regular las tarifas de las empresas prestadoras.
- II. dar las normas para las concesiones en este mercado.
- III. realizar las inversiones para el mejoramiento del servicio.
- IV. clausurar a las empresas reguladas.

A) solo I B) I y II C) I y III D) solo II E) solo III

Solución:

- I. El aumento de las tarifas de empresas como SEDAPAL o ENEL deben contar con la autorización de los organismos reguladores, cuando cumplan con los compromisos de mejora del servicio.
- II. La normatividad donde se señalan los alcances y restricciones en cada mercado regulado está a cargo de estos organismos.
- III. La inversión la tienen que realizar las mismas empresas.
- IV. No tienen la autoridad para hacerlo.

Rpta: B

3. El 1 de marzo último el INEI informó que el _____ aumento en 0.6 % esto se debe a que su componente de mayor incidencia que es alimentos y bebidas aumento en 0.9 %. este aumento del 0.6 % hizo que el acumulado anual ascendiera a 3.3 %. otros rubros que componen la canasta de consumo también aumentaron como los combustibles y el transporte en 1.1 % y 0.5 % respectivamente.

A) ISC B) PBI C) PNB D) YN E) IPC

Solución:

El incremento del nivel agregado de precios es igual a un aumento de los precios. En el Perú, es equivalente al Índice de Precios al Consumidor (IPC) que es una medida de los precios de los bienes y servicios de una canasta de consumo comprados por un consumidor típico.

Rpta.: E

4. El mal desempeño del aparato productivo nacional en el 2023 ha revelado las deficiencias del Gobierno en su misión reactivar la economía de atraer a las inversiones nacional (privada y pública) y extranjera. Por tal motivo, la Comisión de Transportes y Comunicaciones del Congreso de la República, y el Ministerio de Comercio Exterior y Turismo (Mincetur) realizaron el simposio internacional «Zonas económicas especiales: Realidades y perspectivas en el Perú». Dicho evento, el cual fue llevado a cabo el pasado 21 de febrero, tuvo como objetivo generar estrategias para atraer y promover las inversiones nacional y extranjera, permitiendo así que los diferentes sectores de producción desarrollen su infraestructura, generen puestos de trabajo y aumenten las exportaciones de bienes y servicios nacionales. Estas medidas de atraer a las inversiones se dan por

- A) excesivo ahorro nacional.
- B) el insuficiente consumo agregado.
- C) excesivo ingreso público.
- D) insuficiente ahorro nacional.
- E) insuficiente ahorro extranjero.

Solución:

El ahorro nacional se traslada hacia la inversión a través del sistema financiero. Si este ahorro nacional no es suficiente se compensa la necesidad de inversión con la extranjera.

Rpta.: D

5. Los empresarios agroindustriales de Ica han aprovechado las desregulaciones económicas en los últimos años, estas medidas facilitaron la contratación de personas y disminución de los costos laborales, esto les ha permitido mayor inversión y muchos de ellos ya se colocan como los grandes empresarios del Perú. Estos empresarios mantienen a sus familias en los más altos status del consumo, colegio privados de excelencia y estudios universitarios en el extranjero financiados por ellos mismos y también realizar algunas inversiones, para ampliar su negocio. Por lo indicado, las familias de estos empresarios fabricantes, se encuentra en el nivel de consumo conocido como

- | | | |
|---------------|---------------------|-------------|
| A) riqueza. | B) holgura. | C) pobreza. |
| D) indigente. | E) extrema pobreza. | |

Solución:

El nivel de consumo conocido como riqueza es la situación de máxima capacidad socioeconómica de consumo, su capacidad les permite satisfacer todas sus necesidades.

Rpta.: A

6. Según el INEI, en 2022, las personas en situación de vulnerabilidad (personas que con dificultad lograr reunir un poco más de ingresos para cubrir una canasta básica de consumo) fueron un 32.3 % del total. Aunque se observa una reducción de 2.3 % en comparación con 2021. En dicho año solo un 0.7 % del total (234,000 peruanos) pudo salir de la situación de vulnerabilidad. Estas personas corren el riesgo de volver a la
- A) riqueza. B) holgura. C) extrema pobreza.
D) pobreza. E) pobreza moderada.

Solución:

Los vulnerables es el grupo de personas que han logrado salir de la pobreza, pero debido a un gran shock de la economía, como la pandemia, tiene un alto riesgo de volver a ella. Debido a que sus ingresos ligeramente superaron la canasta básica de consumo.

Rpta.: D

7. El último enero en el distrito de Santa Anita, una fábrica, donde se elaboraba snacks, cuyo insumo principal son las distintas variedades de papas nativas, sufrió un incendio, lo que causó la lamentable cifra de 3 muertos; por dicha razón, la fábrica tuvo que ser clausurada por las autoridades y dejar de comprar estos insumos a los miles de productores del país. Lo realizado por la fábrica es un ejemplo de
- A) producción de servicios. B) producción del sector primario.
C) consumo humano indirecto. D) demanda de snack.
E) consumo humano directo.

Solución:

El consumo humano indirecto es la proporción de las materias primas que tienen como destino el consumo industrial para posteriormente llegar al consumidor final

Rpta.: C

8. Indicar verdad (V o F), sobre los niveles socioeconómicos:
- I. Los niveles socioeconómicos A y B destinan mayor porcentaje de sus ingresos al ahorro.
II. Los programas sociales de alimentación deben destinarse a todos los niveles socioeconómicos.
III. El ingreso promedio familiar del estrato E es igual al valor de la línea de la pobreza
IV. La división de los estratos solo depende del nivel de ingresos.
- A) FV FV B) VVVV C) FVFF D) FFFF E) VFFF

Solución:

- I. Debido sus altos ingresos tiene mayor propensión al ahorro. (V)
II. Deben destinarse a los sectores más necesitados. (F)
III. La línea de pobreza es un valor absoluto, no un promedio. (F)
IV. No, también de los patrones de consumo y de educación. (F)

Rpta.: E

9. El pleno del Tribunal Constitucional (TC) ordenó al _____ que elabore un nuevo Reglamento del Registro de Hidrocarburos, que incluya las visitas o supervisiones previas de instalación, uso y funcionamiento para el otorgamiento de autorizaciones de todas las actividades vinculadas a hidrocarburos. Igualmente, la exhorta a cumplir con eficacia e idoneidad su función de fiscalización.
- A) OSITRAN B) OSIPTEL C) SUNASS D) INDECOPI E) OSINERGMIN

Solución:

OSINERGMIN supervisa el correcto abastecimiento de energía, regular eficientemente los servicios públicos de electricidad y gas natural.

Rpta.: E

10. Jorge, después de 10 años en la gerencia de una gran empresa constructora brasileña, ha decidido hacer un tour por EE. UU. y aprovechar visitar a sus familiares que viven ahí. Toda esta experiencia de viajes vistas y comidas exóticas lo publico en su Instagram, no tuvo problemas de solicitar su visa de turista porque sus ingresos son considerables que superan los S/30 000.00 mensuales. Por lo indicado, Jorge Karla es parte del nivel

- A) socioeconómico A. B) socioeconómico B.
C) socioeconómico C. D) socioeconómico D.
E) socioeconómico E.

Solución:

El nivel socioeconómico es la medida del lugar social de una persona, basado en varios factores como ingreso y educación, en el caso del nivel socioeconómico A allí se encuentran las personas con ingresos promedios de S/ 12 660.

Rpta: A

Filosofía

EJERCICIOS DE CLASE

1. En una comunidad afectada por un desastre natural, un grupo de voluntarios reflexiona sobre la mejor manera de reconstruir la sociedad. Un miembro sugiere que deben centrarse no solo en reconstruir estructuras físicas sino también en revitalizar las relaciones sociales y económicas que definen la existencia humana. ¿Qué filósofo respaldaría mejor este enfoque de reconstrucción comunitaria?
- A) René Descartes, quien enfatiza la dualidad mente-cuerpo.
B) Federico Nietzsche, que destaca la figura del superhombre.
C) Karl Marx, quien resalta las relaciones sociales y económicas.
D) Aristóteles, que considera al hombre como un ser racional y social.
E) Max Scheler, quien considera al hombre un ser espiritual y autónomo.

Solución:

Según Karl Marx, la estructura social, representada en las relaciones sociales y económicas, generan las condiciones que se presentan en la sociedad.

Rpta.: C

2. Un equipo de desarrollo de software está diseñando una nueva aplicación de redes sociales que permite a los usuarios interactuar mediante el uso de símbolos y representaciones gráficas en lugar de texto. ¿Qué filósofo afirmaría que esta aplicación capta una dimensión esencial de la naturaleza humana?

- A) Nietzsche: la voluntad de poder define la existencia humana.
- B) Descartes: propone que el pensamiento define la esencia humana.
- C) Marx: enfoca en cómo las estructuras sociales configuran al humano.
- D) Cassirer: el uso de símbolos es esencial en la interpretación del mundo.
- E) Aristóteles: identifica la racionalidad y la política en la humanidad.

Solución:

Según Cassirer, la humanidad se caracteriza por su capacidad de establecer símbolos.

Rpta.: D

3. Una universidad está revisando su currículo para asegurarse de que refleje una gama diversa de perspectivas culturales. Existe un debate sobre si se deben incluir cursos que se centren específicamente en la historia y la cultura de los grupos indígenas y minoritarios. ¿Cuál sería la postura de Charles Taylor respecto a la inclusión de estos cursos?

- A) Incluir cursos centrados únicamente en la cultura mayoritaria para evitar confusiones.
- B) Ofrecer materias de grupos indígenas solo como optativos y no como parte del currículo principal.
- C) Incluir cursos que reflejen una diversidad cultural, incluidas las de grupos indígenas y minoritarios.
- D) Excluir cualquier curso que no se alinee con la visión occidental del conocimiento.
- E) Enfatizar únicamente en las teorías universales, evitando perspectivas culturales específicas.

Solución:

Según Charles Taylor, se deben respetar las tradiciones culturales de las minorías del mismo modo que las de las mayorías

Rpta.: C

4. Un grupo de estudiantes universitarios debate sobre la identidad personal en la era digital, preguntándose si las personas son más que la suma de su presencia en línea y sus interacciones en redes sociales. ¿Qué perspectiva filosófica argumentaría que la esencia del ser humano radica en su capacidad para pensar y reflexionar sobre sí mismo, más allá de su manifestación digital?
- A) Friedrich Nietzsche y su visión del superhombre
 - B) Karl Marx y su análisis de la alienación en la era industrial
 - C) Ernst Cassirer y su interpretación del hombre como ser simbólico
 - D) Aristóteles y su visión del hombre como ser político
 - E) René Descartes y su propuesta de *res cogitans*.

Solución:

Según Descartes, lo que diferencia al ser humano de otros seres es su capacidad de pensar, expresada como la *res cogitans*.

Rpta.: E

5. En un taller sobre liderazgo y desarrollo personal, se debate sobre la importancia de desarrollar la autoconciencia y la capacidad de autodeterminación como medio para alcanzar el éxito personal y profesional. ¿Qué filósofo diría que estas cualidades son lo que verdaderamente distingue a los seres humanos de otros seres?
- A) René Descartes, quien argumenta que la existencia se confirma a través del pensamiento.
 - B) Karl Marx, quien ve al ser humano definido por las condiciones económicas y sociales.
 - C) Aristóteles, quien identifica al hombre como un ser racional y político.
 - D) Friedrich Nietzsche, que promueve la idea de superar las limitaciones humanas hacia el superhombre.
 - E) Max Scheler, quien concibe al hombre como un ser espiritual que se distingue por su libertad y autoconciencia.

Solución:

Según Max Scheler, el hombre es el único ser que es capaz de alcanzar la libertad y ser autoconsciente.

Rpta.: E

6. Un activista por la justicia social argumenta que, para abordar eficazmente las desigualdades en la sociedad, es necesario comprender y transformar las estructuras subyacentes que definen nuestras relaciones económicas y sociales. ¿Qué filósofo destaca la creencia de que las desigualdades sociales son producto de las estructuras económicas y no simplemente de diferencias individuales?
- A) Max Scheler y su perspectiva sobre la espiritualidad y la persona
 - B) Aristóteles y su visión del hombre como un animal político y social
 - C) René Descartes con su la dualidad mente-cuerpo y el pensamiento
 - D) Ernst Cassirer sobre el simbolismo y su influencia en la cultura humana
 - E) Karl Marx, quien destaca que las condiciones materiales determinan lo social

Solución:

Según Karl Marx, la estructura social, representada en las relaciones sociales y económicas generan las condiciones que se presentan en la sociedad.

Rpta.: E

7. Durante un retiro espiritual, se discute la idea de que la verdadera libertad y realización personal no provienen de la acumulación de bienes materiales, sino del desarrollo interior y la conexión con un propósito más elevado. ¿Qué filósofo afirmaría que la búsqueda de la realización personal a través del espíritu es lo que distingue al ser humano?
- A) Karl Marx, enfocándose en las relaciones de producción y la lucha de clases
 - B) Friedrich Nietzsche, con su énfasis en la voluntad de poder
 - C) René Descartes y la capacidad de pensar establece la esencia del ser
 - D) Ernst Cassirer, quien destaca la interpretación del mundo a través de símbolos
 - E) Max Scheler, quien destaca la espiritualidad como rasgo del ser humano

Solución:

Según Max Scheler, la espiritualidad es el rasgo fundamental del ser humano.

Rpta.: E

8. Un gobierno está considerando nuevas políticas para mejorar la integración de inmigrantes. Algunas propuestas sugieren la asimilación completa a la cultura dominante, mientras que otras abogan por permitir que los inmigrantes mantengan y practiquen libremente sus tradiciones culturales. Según Charles Taylor, ¿qué política promovería mejor el reconocimiento y la cohesión social?
- A) Imponer la asimilación completa a la cultura dominante para asegurar la unidad.
 - B) Permitir que los inmigrantes mantengan sus tradiciones y el diálogo intercultural.
 - C) Restringir la práctica de tradiciones que difieran de la cultura dominante.
 - D) Promover una cultura nueva que sea una mezcla de todas las culturas presentes.
 - E) Dejar que los inmigrantes elijan sin ofrecer apoyo para mantener sus tradiciones.

Solución:

Según Taylor, la mejor forma de convivencia debe promover el diálogo intercultural, ya que no se debe tener ideas de culturas superiores a otras.

Rpta.: B

Física

1. Un conductor esférico de radio despreciable tiene carga inicial de $q^+ = 3,2 \text{ nC}$. Si luego de un proceso electrostático la carga final de la esfera es $q^- = 4,8 \text{ nC}$, determine el número de electrones transferidos.

($e^- = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

- A) 2×10^{10} B) 4×10^{10} C) 6×10^{10} D) 5×10^{10} E) 3×10^{10}

Solución:

$$\begin{aligned} \bullet \Delta q &= q_f - q_0 \wedge \Delta q = ne \\ -4,8 \times 10^{-9} - 3,2 \times 10^{-9} &= n(-1,6 \times 10^{-19}) \\ -8 \times 10^{-9} &= -1,6 \times 10^{-19} n \\ \Rightarrow n &= 5 \times 10^{10} \end{aligned}$$

Rpta.: D

2. Dos esferillas conductoras e idénticas con carga eléctrica $q_1^+ = 8 \mu\text{C}$ y $q_2^- = 2 \mu\text{C}$ se ponen en contacto. Si luego son separadas 3 cm, determine la magnitud de la fuerza electrostática entre las esferillas.

($k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$)

- A) 16 N B) 25 N C) 45 N D) 180 N E) 90 N

Solución:

Por conservación de la carga eléctrica:

$$\begin{aligned} \bullet \Sigma q_0 &= \Sigma q_f \wedge q_{f1} = q_{f2} = q \\ 8\mu + -2\mu &= 2q \\ 6\mu &= 2q \\ \Rightarrow q &= 3\mu\text{C} \end{aligned}$$

Fuerza electrostática:

$$\begin{aligned} \bullet F &= \frac{kq_{f1}q_{f2}}{d^2} \\ F &= \frac{(9 \times 10^9)(3 \times 10^{-6})(3 \times 10^{-6})}{(3 \times 10^{-2})^2} \\ \Rightarrow F &= 90 \text{ N} \end{aligned}$$

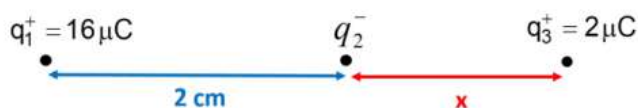
Rpta.: E

3. La figura muestra tres cargas puntuales ubicadas sobre una línea horizontal. Si la fuerza resultante que actúa sobre la carga q_2 es nula, determine la distancia entre las cargas q_2 y q_3 .

A) 1 cm B) $\sqrt{2}\text{ cm}$

C) $\frac{\sqrt{2}}{2}\text{ cm}$ D) $\sqrt{3}\text{ cm}$

E) $2\sqrt{2}\text{ cm}$



Solución:

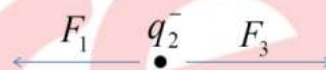
De la gráfica, para que la fuerza sea nula: $F_1 = F_3$

• $F_1 = F_3$

$$\frac{kq_1q_2}{d_{12}^2} = \frac{kq_2q_3}{d_{23}^2}$$

$$\frac{q_1}{d_{12}^2} = \frac{q_3}{d_{23}^2}$$

$$\frac{16}{2^2} = \frac{2}{x^2} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2}\text{ cm}$$



Rpta.: C

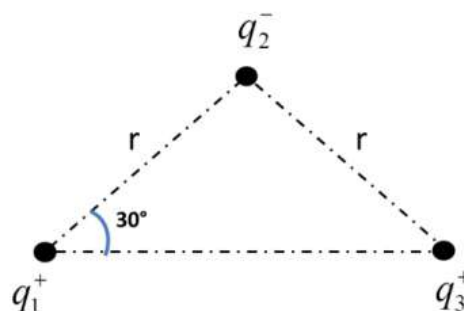
4. La figura muestra tres partículas fijas cargadas eléctricamente ubicadas en los vértices de un triángulo isósceles, determine la magnitud de la fuerza eléctrica que actúa sobre la carga q_2 .

(k : constante eléctrica del vacío, $q_1^+ = q_2^- = q_3^+ = q$)

A) $\frac{kq^2}{r^2}$ B) $2\frac{kq^2}{r^2}$

C) $\frac{\sqrt{3}kq^2}{r^2}$ D) $\frac{kq^2}{2r^2}$

E) $\frac{\sqrt{2}kq^2}{r^2}$



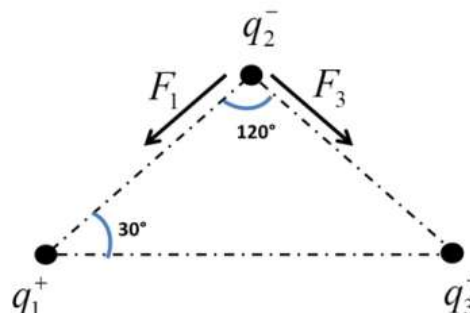
Solución:

De la gráfica:

$$F_1 = \frac{kq^2}{r^2} \quad \wedge \quad F_3 = \frac{kq^2}{r^2}$$

Por propiedad, la magnitud de la fuerza resultante:

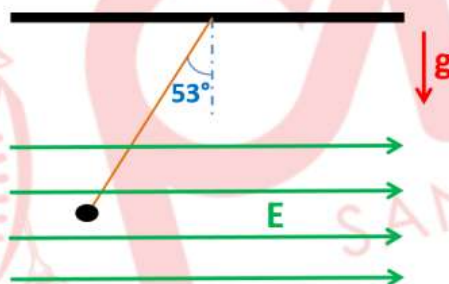
$$F_R = \frac{kq^2}{r^2}$$



Rpta.: A

5. Una partícula con carga eléctrica $q^- = 6 \mu\text{C}$ y masa $9 \times 10^{-2} \text{ g}$ está suspendida de un hilo aislante muy delgado, en equilibrio bajo la acción de un campo eléctrico uniforme horizontal, tal como se muestra en la figura. Determine la magnitud del campo eléctrico. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A) 200 N/C
B) 400 N/C
C) 350 N/C
D) 600 N/C
E) 800 N/C

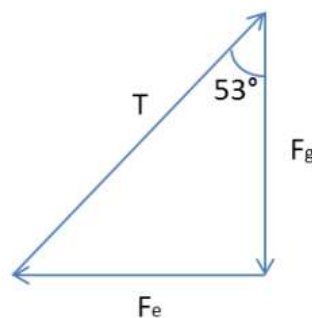
**Solución:**

Por la primera condición de equilibrio:

$$\tan(53^\circ) = \frac{F_e}{F_g}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{6 \times 10^{-6} \cdot E}{9 \times 10^{-2} \times 10^{-3} \times 10}$$

$$\Rightarrow E = 200 \text{ N/C}$$



Rpta.: A

6. Una partícula de masa $m = 6 \times 10^{-10} \text{ kg}$ y carga eléctrica $q^- = 4 \text{ nC}$ se encuentra sobre una superficie horizontal lisa en una región donde existe un campo eléctrico uniforme de magnitud $E = 300 \text{ N/C}$ en dirección $+x$, determine la magnitud de la aceleración que adquiere la partícula.

- A) $3 \times 10^3 \text{ m/s}^2$ B) $4 \times 10^3 \text{ m/s}^2$ C) $16 \times 10^3 \text{ m/s}^2$
D) $8 \times 10^3 \text{ m/s}^2$ E) $2 \times 10^3 \text{ m/s}^2$

Solución:

$$F_e = qE \quad \wedge \quad F_e = F_R = ma$$

$$a = \frac{qE}{m}$$

$$a = \frac{4 \times 10^{-9} \times 300}{6 \times 10^{-10}}$$

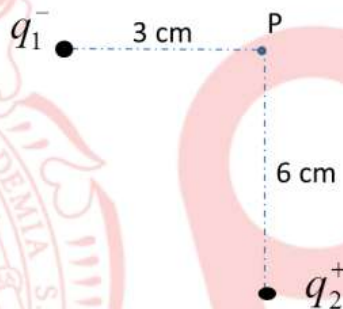
$$\Rightarrow a = 2 \times 10^3 \text{ m/s}^2$$

Rpta.: E

7. En la figura se muestran dos partículas con cargas eléctricas $q_1^- = 8 \text{ nC}$ y $q_2^+ = 24 \text{ nC}$. Determine la magnitud del campo eléctrico resultante en el punto P.

($k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$)

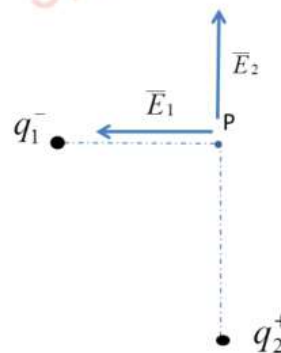
- A) $8 \times 10^4 \text{ N/C}$
 B) $4 \times 10^4 \text{ N/C}$
 C) $10 \times 10^4 \text{ N/C}$
 D) $6 \times 10^4 \text{ N/C}$
 E) $14 \times 10^4 \text{ N/C}$

**Solución:**

$$\bullet E_1 = \frac{9 \times 10^9 \times 8 \times 10^{-9}}{(3 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow E_1 = 8 \times 10^4 \text{ N/C}$$

$$\bullet E_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 24 \times 10^{-9}}{(6 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow E_2 = 6 \times 10^4 \text{ N/C}$$

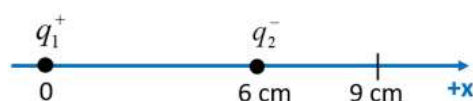
$$E_R = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \Rightarrow E_R = 10 \times 10^4 \text{ N/C}$$

**Rpta.: C**

8. La figura muestra dos cargas puntuales $q_1^+ = 9 \mu\text{C}$ y $q_2^- = 4 \mu\text{C}$ sobre una recta horizontal en las posiciones $x_1 = 0$ y $x_2 = +6 \text{ cm}$, respectivamente. Determine la magnitud del campo eléctrico en la posición $+9 \text{ cm}$.

($k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$)

- A) $50 \times 10^6 \text{ N/C}$
 B) $10 \times 10^6 \text{ N/C}$
 C) $30 \times 10^6 \text{ N/C}$
 D) $40 \times 10^6 \text{ N/C}$
 E) $20 \times 10^4 \text{ N/C}$

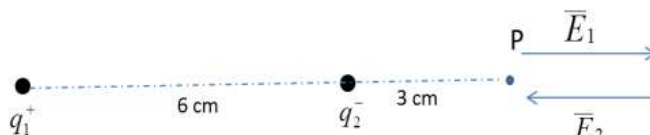


Solución:

$$E_1 = \frac{9 \times 10^9 \times 9 \times 10^{-6}}{(9 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow E_1 = 10 \times 10^6 \text{ N/C}$$

$$E_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6}}{(3 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow E_2 = 40 \times 10^6 \text{ N/C}$$

$$E_R = E_2 - E_1 \Rightarrow E_R = 30 \times 10^6 \text{ N/C}$$

**Rpta.: C****Problemas propuestos**

1. Dos cuerpos esféricos idénticos con cargas eléctricas $q_1^+ = 3 \mu\text{C}$ y q_2^- son puestos en contacto y luego son separados. Si la carga eléctrica de las esferas luego de separarlas es $-1 \mu\text{C}$, determine la carga eléctrica inicial q_2^- .

A) $q_2^- = 5 \mu\text{C}$ B) $q_2^- = 10 \mu\text{C}$ C) $q_2^- = 1 \mu\text{C}$ D) $q_2^- = 2 \mu\text{C}$ E) $q_2^- = 3 \mu\text{C}$

Solución:

- Por conservación de la carga eléctrica:

$$\sum q_0 = \sum q_f$$

$$3\mu + q_2 = -1\mu + -1\mu$$

$$\Rightarrow q_2 = -5\mu\text{C}$$

$$\therefore q_2^- = 5\mu\text{C}$$

Rpta.: A

2. Dos partículas cargadas están separadas la distancia "d" y se repelen con una fuerza eléctrica de magnitud 1 N. Si la carga eléctrica de una de ellas se duplica y la otra se cuadruplica, siendo la nueva distancia el doble de la anterior, determine la magnitud de la fuerza eléctrica.

A) 5 N B) 0,2 N C) 4 N D) 2 N E) 0,4 N

Solución:

$$1 = \frac{k q_1 q_2}{d^2} \dots (1)$$

$$F = \frac{k(2q_1)(4q_2)}{(2d)^2} \Rightarrow F = 2 \frac{k q_1 q_2}{d^2} \dots (2)$$

(1) en (2):

$$\therefore F = 2N$$

Rpta.: D

3. Se tienen dos esferitas metálicas neutras e idénticas. Si una de ellas gana 10^{14} electrones y la otra pierde 3×10^{16} electrones, determine la magnitud de la fuerza electrostática que experimentan cuando están separadas 1,6 cm.

$$(k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2)$$

- A) $6 \times 10^5 \text{ N}$ B) $12 \times 10^5 \text{ N}$ C) $36 \times 10^5 \text{ N}$ D) $18 \times 10^5 \text{ N}$ E) $27 \times 10^5 \text{ N}$

Solución:

$$Q = ne:$$

$$Q_1^- = (1,6 \times 10^{-19})(10^{14}) \Rightarrow Q_1^- = 1,6 \times 10^{-5} \text{ C}$$

$$Q_2^+ = (1,6 \times 10^{-19})(3 \times 10^{16}) \Rightarrow Q_2^+ = 4,8 \times 10^{-3} \text{ C}$$

Luego la fuerza:

$$F = \frac{kq^2}{r^2} \Rightarrow F = \frac{9 \times 10^9 \times (1,6 \times 10^{-5})(4,8 \times 10^{-3})}{(1,6 \times 10^{-2})^2}$$

$$F = 27 \times 10^5 \text{ N}$$

Rpta.: E

4. Una partícula posee carga eléctrica Q, la cual origina un campo eléctrico a 2 cm de ella de magnitud 30 N/C. Determine la magnitud del campo eléctrico a 4 cm de dicha partícula.

$$(k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2)$$

- A) 7,5 N/C B) 15 N/C C) 12,5 N/C D) 10 N/C E) 75 N/C

Solución:

$$E = \frac{KQ}{r^2}.$$

$$30 = \frac{KQ}{(2 \times 10^{-2})^2} \dots (1)$$

$$E = \frac{KQ}{(4 \times 10^{-2})^2} \dots (2)$$

$$(1) \div (2):$$

$$\therefore E = 7,5 \text{ N/C}$$

Rpta.: A

5. La figura muestra un conductor esférico de peso despreciable y carga $q^+ = 6 \mu\text{C}$ incrustada en una varilla de madera de 18 cm de longitud en equilibrio dentro de un campo eléctrico uniforme de magnitud $E = 10^4 \text{ N/C}$. Determine la masa de la varilla.

$(g = 10 \text{ m/s}^2)$

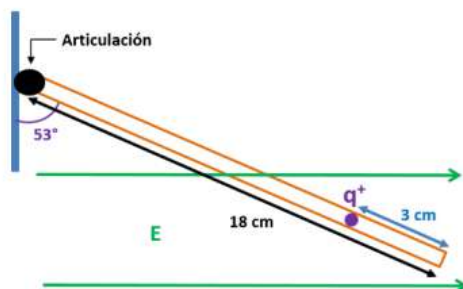
A) 7,5 kg

B) 75 g

C) 7,5 g

D) 150 g

E) 90 g



Solución:

Por la segunda condición de equilibrio:

$$\sum \tau = 0$$

$$Fe(15)\cos(53) + -Fg \times 9 \times \sin(53) = 0$$

$$6 \times 10^{-6} \times 10^4 \times 15 \times \frac{3}{5} - m \times 10 \times 9 \times \frac{4}{5} = 0$$

$$m = 7,5 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

$$m = 7,5 \text{ g}$$

Rpta.: C

6. La figura muestra una esfera uniforme con carga eléctrica de $200 \mu\text{C}$ y masa 200 mg unido a un resorte no conductor de constante elástica $k = 2,1 \text{ N/m}$. Si el sistema se encuentra en equilibrio en la región de un campo eléctrico E , determine la deformación del resorte.

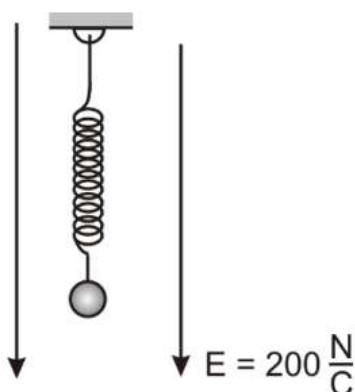
A) 2 cm

B) 1 cm

C) 3 cm

D) 5 cm

E) 4 cm



Solución:

$$Kx = mg + qE$$

$$2,1x = 200 \times 10^{-6} \times 10 + 200 \times 10^{-6} \times 200 \quad x = 0,02 \text{ m} \quad x = 2 \text{ cm}$$

Rpta.: A

7. El campo eléctrico es producido por los cuerpos o partículas con carga eléctrica; para determinar el campo eléctrico resultante se emplea el método de superposición. En este contexto, la figura muestra dos partículas con carga eléctrica $q_1 = q_2 = 4 \text{ nC}$, siendo M punto medio entre las cargas. Determine el campo eléctrico en el punto A.

$$(k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2)$$

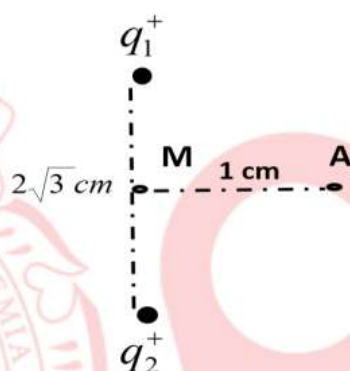
A) $90 \hat{i} \text{ k} \frac{\text{N}}{\text{C}}$

B) $45 \hat{i} \text{ k} \frac{\text{N}}{\text{C}}$

C) $180 \hat{i} \text{ k} \frac{\text{N}}{\text{C}}$

D) $90 \hat{j} \text{ k} \frac{\text{N}}{\text{C}}$

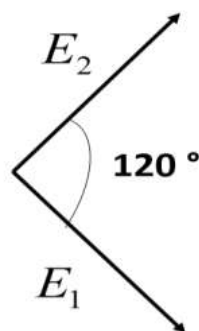
E) $-90 \hat{i} \text{ k} \frac{\text{N}}{\text{C}}$

**Solución:**

$$* E = \frac{kq}{r^2}$$

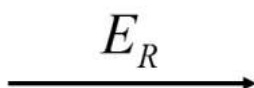
$$E_1 = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-9}}{(2 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow E_1 = 90 \text{ kN/C}$$

$$E_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-9}}{(2 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow E_2 = 90 \text{ kN/C}$$



Por tanto, el campo eléctrico resultante:

$$E_R = 90 \text{ kN/C}$$

**Rpta.: A**

Química

EJERCICIOS DE CLASE

1. En la naturaleza se tienen sustancias ácidas y básicas que tienen comportamientos totalmente opuestos; en la parte básica son menos agresivas, pero igual de corrosivas. Determine la alternativa que contiene la correcta relación de ambas columnas.

- | | |
|----------------------|---|
| I. Ácido | a. Presenta pH mayor a 7 |
| II. Arrhenius | b. Acepta un par de electrones de una base. |
| III. Bronsted –Lowry | c. Base es aquella que acepta protones. |
| IV. Lewis | d. Acepta un par de electrones de una base. |
| V. Base | e. Presenta pH menor a 7 |

- A) Ic, Ila, IIle, IVd, Vb
D) Ib, IIa, IIle, IVd, Vc

- B) Ia, IIc, IIle, IVd, Vb
E) Ic, Ile, IIIa, IVd, Vb

- C) Ie, IId, IIlc, IVb, Va

Solución:

I. Ácido	a. Presenta pH mayor a 7
II. Arrhenius	b. Acepta un par de electrones de una base.
III. Bronsted –Lowry	c. Base es aquella que acepta protones.
IV. Lewis	d. Acepta un par de electrones de una base.
V. Base	e. Presenta pH menor a 7

Rpta.: C

2. Bajo la definición de ácido y base Lewis, se crean los conceptos ácido-base conjugada y base-ácido conjugado. Los siguientes son compuestos o iones comunes al entorno humano y ambiental. Indique la relación correcta:

- a. $\text{HO}^- + \text{NH}_4^+ \leftrightarrow \text{H}_2\text{O} + \text{NH}_3$
- b. $\text{H}_2\text{CO}_3 + \text{H}_2\text{O} \leftrightarrow \text{HCO}_3^- + \text{H}_3\text{O}^+$
- c. $\text{PO}_4^{3-} + \text{H}_2\text{O} \leftrightarrow \text{HPO}_4^{2-} + \text{OH}^-$
- d. $\text{CH}_3\text{COOH} + \text{H}_2\text{O} \leftrightarrow \text{CH}_3\text{COO}^- + \text{H}_3\text{O}^+$

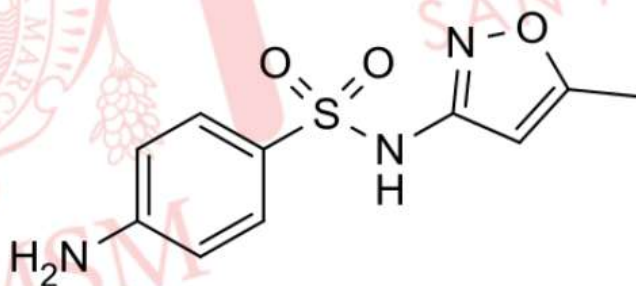
- I) En (a), el agua es el ácido conjugado del anión hidroxilo.
 II) En (b), el anión bicarbonato es base conjugada y el H_2CO_3 es el ácido.
 III) En (c), el PO_4^{3-} es la base y el HPO_4^{2-} es su ácido conjugado.
 IV) En (d), el CH_3COOH es el ácido y el CH_3COO^- será su base conjugada.
- A) VFVV B) VFVF C) FVFF D) FFVV E) VVVV

Solución:

- I. **Verdadero.** En (a) el agua es el ácido conjugado del anión hidroxilo.
 II. **Verdadero.** El anión bicarbonato es base conjugada y el H_2CO_3 es el ácido.
 III. **Verdadero.** En (c), el PO_4^{3-} es la base y el HPO_4^{2-} es su ácido conjugado.
 IV. **Verdadero.** En (d), el CH_3COOH es el ácido y el CH_3COO^- será su base conjugada.

Rpta.: E

3. En la naturaleza existen ácidos fuertes y ácidos débiles, además de ácidos y bases débiles. Estos ácidos y base débiles se diluyen parcialmente mientras que los ácidos fuertes se disuelven al 100 %. Algunos medicamentos como la sulfamida tienen buenas propiedades curativas.



- I. La sulfamida tiene tres heteroátomos y es una base débil.
 II. El Nitrógeno en el $-\text{NH}_2$ tiene un par de electrones libres.
 III. La sulfamida presenta 14 electrones π (π).
 IV. Los Oxígenos se comportan como una base de Lewis.

- A) VVFF B) VFVF C) VVFF D) FVFV E) VVVV

Solución:

- I. **Verdadero.** La sulfamida tiene tres heteroátomos (S; N; O) y es una base débil.
 II. **Verdadero.** El Nitrógeno en el $-\text{NH}_2$ tiene un par de electrones libres.
 III. **Verdadero.** La sulfamida presenta 14 electrones π (π).
 IV. **Verdadero.** Los Oxígenos se comportan como una base de Lewis.

Rpta.: E

4. Los anfóteros tiene el doble comportamiento ácido o base dependiendo del medio en el cual trabaja. Determine cuál de los siguientes elementos, óxidos, bases, oxaniones cuál de los siguientes compuestos no es un anfótero.

- A) $\text{Al}(\text{OH})_3$ hidróxido de aluminio (III).
B) PbO_2^{2-} plumbito (Chumbo II).
C) MnO óxido hipomanganeso.
D) $(\text{CO}_3)^{2-}$ presente en el suelo y rocas diversas, cemento y otros.
E) CrO_3 óxido de cromo (VI).

Solución:

El anión carbonato $(\text{CO}_3)^{2-}$ solo puede reaccionar como base presente en los mármoles y rocas diversas, cemento y otros. Tiene solo un comportamiento como una base.

Rpta.: D

5. Se mezcla 2 litros de $\text{HCl } 1 \times 10^{-3} \text{ M}$ con 3 L de $\text{HCl } 1 \times 10^{-2} \text{ M}$. Al respecto, marque el valor de verdad (V o F) según corresponda.

- I. El pH de los 2 litros de $\text{HCl } 1 \times 10^{-3} \text{ M}$ es 3.
II. El pOH de los 3 litros de $\text{HCl } 1 \times 10^{-2} \text{ M}$ es 12.
III. El pH de la mezcla es 2,19.

- A) FFV B) VVF C) FFV D) VFV E) VVV

Solución:

- I. **Verdadero.** El $\text{pH} = -\log (1 \times 10^{-3} \text{ M}) = 3$.
II. **Verdadero.** $\text{pH} = -\log (1 \times 10^{-3} \text{ M}) = 3$, entonces: $\text{pOH} = 14 - 3 = 11$
III. **Verdadero.** Si mezclamos las dos soluciones, la concentración final será:

$$\begin{aligned} M_f &= M_1 \times V_1 + M_2 \times V_2 / V_f \\ M_f &= (1 \times 10^{-3} \text{ M})(2\text{L}) + (1 \times 10^{-2} \text{ M})(3\text{L}) / 5\text{L} \\ M_f &= 6.4 \times 10^{-3} \text{ M} \\ \text{pH} &= -\log (6.4 \times 10^{-3} \text{ M}) = 2,19 \end{aligned}$$

Rpta.: E

6. Los ácidos orgánicos son considerados como ácidos débiles, entonces el pH de ellos se calcula con la siguiente fórmula $\text{pH} = \frac{1}{2} \text{pKa} + \frac{1}{2} \log [\text{Ácido}]$. Se tiene 500 mL de $\text{CH}_3\text{COOH } 1 \times 10^{-2} \text{ M}$ a la cual se le adiciona luego 500 mL de agua. Marque verdadero o falso (V o F) las siguientes premisas:

[Dato $\text{pKa} = 4,76$]

- I. El pH de la primera solución antes de la mezcla es 1,38
- II. Después de añadir el agua la nueva concentración del ácido acético es 0.01 M
- III. El pOH de la solución final es 12,77

A) VFF B) VVV C) VVF D) FVF E) FFF

Solución:

- I. **Verdadero.** $\text{pH} = \frac{1}{2} (4,76) + \frac{1}{2} \log (1 \times 10^{-2} \text{ M}) = 1,38$
- II. **Verdadero.** $M_1 V_1 = M_2 V_2$ entonces $M_2 = M_1 V_1 / V_2 = (0,01 \text{ M})(500 \text{ mL}) / 1000 \text{ mL} = 0,005 \text{ M}$
- III. **Verdadero.** Hallando el $\text{pH} = \frac{1}{2} (4,76) + \frac{1}{2} \log (5 \times 10^{-3} \text{ M}) = 1,23$
Finalmente: $\text{pOH} = 14 - 1,23 = 12,77$

Rpta.: B

7. El ácido sulfúrico es uno de los reactivos más comunes que produce la lluvia acida, producido por la minería en nuestro país. Se desea neutralizar 500 mililitros de ácido sulfúrico 2 molar de concentración. Marque la alternativa que contiene el volumen de hidróxido de calcio 0,25 N para neutralizarlo, la masa de hidróxido de potasio que neutralizan a esta solución ácida, los gramos de $\text{Ca}(\text{OH})_2$ que son necesarios para su neutralización total, respectivamente.

A) 8 L – 56 g – 37 g B) 4 L – 28 g – 74 g C) 4 L – 56 g – 37
D) 2 L – 5,6 g – 74 g E) 8 L – 112 g – 74 g

Solución:

a) $V_1 \times N_1 = V_2 \times N_2$
 $50 \text{ mL} \times 2 \text{ N} = V_2 \times 0,50 \text{ N} \rightarrow V_2 = 200 \text{ mL}$

b) KOH: 56 g/mol: 56 g/Eq

$$2,0 \text{ N} = \frac{\text{masa}_{\text{KOH}}}{56,0 \text{ g/Eq} \times 50 \text{ mL}}$$

$$\text{masa} = 5600 \text{ mg} = 5,6 \text{ g KOH}$$

c) Mg(OH)_2 : $58,3 \text{ g/mol} = 29,15 \text{ g/Eq}$

$$2,0 \text{ N} = \frac{\text{masa Mg(OH)}_2}{29,15 \text{ g/Eq} \times 50 \text{ mL}}$$

$$\text{masa} = 2915 \text{ mg} = 2,915 \text{ g Mg(OH)}_2$$

Rpta.: A

8. Se tiene una muestra de 500 mililitros de una solución ácida de $\text{CH}_3\text{COOH}_{(\text{ac})}$ 0,5 molar y se le adiciona a 4000 mililitros de una solución de $\text{NaOH}_{(\text{ac})}$ 0,1 normal, produciéndose una reacción química. Considerando que las concentraciones de los reactivos son correctas, indique el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. Se produce la neutralización total de tipo ácido – base.
- II. Se obtiene una solución con un exceso de 150 miliequivalentes ácidos.
- III. La mezcla resultante presenta un pH mayor a 7.

A) VFV B) FVF C) FFF D) FVV E) VVV

Solución:

- I. **Falso.** Solución ácida: 500 mL (1 L) $\text{CH}_3\text{COOH}_{(\text{ac})}$ 0,5 M = 0,5 N

$$\text{meq}_{\text{ácido}} = \text{meq}_{\text{base}}$$

$$N_{\text{ac}} \times V_{\text{ac}} = N_{\text{b}} \times V_{\text{b}}$$

$$(0,5\text{N})(500 \text{ mL}) = (0,1 \text{ N})(4000 \text{ mL})$$

$$250 \text{ meq}_{\text{ácido}} \neq 400 \text{ meq}_{\text{base}}$$

Por ser diferentes los meq no se llega a la neutralización la mezcla es básica.

- II. **Falso.** Solución básica: $\Delta \text{meq} = 400 \text{ meq}_{\text{ácidos}} - 250 \text{ meq}_{\text{básicos}} = 150 \text{ meq}_{\text{ácidos}}$

- III. **Falso.** Como los meq ácidos son mayor que los meq básicos entonces el pH es menor que 7.

Rpta.: C

X 2 cucharada $\times$ 15 mL/cucharada. $X = 2,55 \text{ g Mg(OH)}_2$

$$0,01 \text{ N} = \frac{2,55 \text{ g Mg(OH)}_2}{29,15 \text{ g/Eq-g} \times V_L}$$

$$V_L = 8,747 \text{ L}$$

Rpta.: A

3. A una muestra de 5000 mililitros de relave minero que posee una concentración ácida de 0,1 N se le adiciona 500 mililitros de NaOH 0,4 M. Al respecto, seleccione el valor de verdad (V o F) en las siguientes proposiciones:

- I. La solución básica posee 2×10^{-1} equivalentes de NaOH.
 II. La solución ácida presenta 5×10^0 equivalentes de ácido.
 III. La solución resultante presenta un pH menor a 7.

A) VFF B) FVF C) FVV D) VFV E) VVV

Solución:

- I. **Verdadero.** Calculando la Normalidad de NaOH, $\text{NaOH} = 1 \frac{\text{eq}}{\text{mol}}$

$$N = 4 \times 10^{-1} \times \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 1 \frac{\text{eq}}{\text{mol}} = 4 \times 10^{-1} \frac{\text{eq}}{\text{L}}$$

Calculamos el número de equivalentes del NaOH

$$\# \text{ eq}_{\text{base}} = N \times V = 0,4 \frac{\text{eq}}{\text{L}} \times 0,5 \text{ L} = 2 \times 10^{-1} \text{ eq}$$

- II. **Verdadero.** Calculando el número de equivalentes del ácido

$$\# \text{ eq}_{\text{ácido}} = N \times V = 0,1 \frac{\text{eq}}{\text{L}} \times 5 \text{ L} = 5 \times 10^0 \text{ eq}$$

El número de equivalentes de la solución ácida es $5 \times 10^0 \text{ eq}$.

- III. **Verdadero.**

El número de equivalentes del ácido es mayor que el de la base, por lo tanto, la mezcla resultante tiene carácter ácido y tiene un pH menor a 7.

Rpta.: E

4. El Jugo gástrico, secreción propia de las paredes del estómago o mucosa gástrica, tiene un pH de 1,0 a 3,5 y es nuestra primera barrera protectora porque neutraliza o elimina a las bacterias que ingresan con nuestros alimentos. Una solución de ácido nítrico, cuyo valor de pH fluctúa entre 4,0 a 5,0 es usada para diversas reacciones químicas. Calcule la concentración máxima de protones en el jugo gástrico y la mínima concentración de protones en solución de ácido nítrico.

A) $1,00 \times 10^{-1}$ y $1,00 \times 10^{-5}$
 C) $3,16 \times 10^{-2}$ y $3,16 \times 10^{-4}$
 E) $3,16 \times 10^{-4}$ y $1,00 \times 10^{-4}$

B) $3,16 \times 10^{-4}$ y $3,16 \times 10^{-5}$
 D) $1,00 \times 10^{-4}$ y $3,16 \times 10^{-5}$

Solución:

Concentración máxima en el jugo gástrico:

$$\text{pH} = -\log [\text{H}^+] \rightarrow 1,00 = -\log [\text{H}^+] \rightarrow [\text{H}^+] = 1,0 \times 10^{-1}$$

Concentración mínima en la solución de ácido nítrico:

$$\text{pH} = -\log [\text{H}^+] \rightarrow 5,00 = -\log [\text{H}^+] \rightarrow [\text{H}^+] = 1,0 \times 10^{-5}$$

Rpta.: A

5. En un laboratorio de análisis de aguas, un analista toma una muestra de 100 mililitros de una solución ácida de $\text{H}_2\text{SO}_{4(\text{ac})}$ 0,1 molar y lo adiciona a 400 mililitros de una solución de $\text{NaOH}_{(\text{ac})}$ 0,1 normal, produciéndose una reacción química. Considerando que las concentraciones de los reactivos son correctas, indique el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. Se produce la neutralización completa en la reacción de tipo ácido – base.
- II. Se obtiene una solución alcalina con un exceso de 2×10^{-2} equivalentes.
- III. La medida del pH al final del proceso es igual a 12,6

Dato: $\log 2 = 0,3$

A) VFV B) FVF C) FFV D) FVV D) VVV

Solución:

a) Solución ácida: 100 mL (0,1 L) $\text{H}_2\text{SO}_{4(\text{ac})}$ 0,1 M

Relación de equivalencia $\text{H}_2\text{SO}_{4(\text{ac})}$: 1 mol $\text{H}_2\text{SO}_{4(\text{ac})}$ = 2 equivalentes $\text{H}_2\text{SO}_{4(\text{ac})}$

$$\text{H}_2\text{SO}_{4(\text{ac})} 0,1 \text{ M} = \left(\frac{0,1 \text{ mol } \text{H}_2\text{SO}_4}{1 \text{ Litro}} \right) \left(\frac{2 \text{ equiv } \text{H}_2\text{SO}_4}{1 \text{ mol } \text{H}_2\text{SO}_4} \right) = \frac{0,2 \text{ equiv } \text{H}_2\text{SO}_4}{1 \text{ Litro}} = 0,2 \text{ N}$$

Determinación de equivalentes H_2SO_4 :

$$0,1 \text{ Litro} \left(\frac{0,2 \text{ equivalentes } \text{H}_2\text{SO}_4}{1 \text{ Litro}} \right) = 2 \times 10^{-2} \text{ equivalentes } \text{H}_2\text{SO}_4$$

b) Solución básica: 400 mL (0,4 L) $\text{NaOH}_{(\text{ac})}$ 0,1 N

Determinación de equivalentes $\text{NaOH}_{(\text{ac})}$

$$0,4 \text{ Litro} \left(\frac{0,1 \text{ equivalentes } \text{NaOH}}{1 \text{ Litro}} \right) = 4 \times 10^{-2} \text{ equivalentes } \text{NaOH}$$

Por lo tanto:

I. **Falso.** Para que ocurra la neutralización, la cantidad de equivalentes del ácido y base debe ser la misma. (Aquí eso no ocurre, son diferentes cantidades.)

2×10^{-2} equivalentes H_2SO_4 diferente cantidad de 4×10^{-2} equivalentes NaOH

II. **Verdadero.** La cantidad de equivalentes en exceso será:

$$4 \times 10^{-2} \text{ equivalentes } \text{NaOH} - 2 \times 10^{-2} \text{ equivalentes } \text{H}_2\text{SO}_4 = \text{equiv exceso}$$

$$\text{equivalentes en exceso} = 2 \times 10^{-2} \text{ equivalentes } \text{NaOH}$$

III. **Verdadero.** Teniendo en cuenta los equivalentes en exceso (2×10^{-2} eq NaOH) y el volumen de la mezcla ($100 \text{ mL} + 400 \text{ mL} = 500 \text{ mL} = 0,5 \text{ Litros}$), determinamos el pOH, entonces:

$$pOH = -\text{Log} [\text{OH}^-] = -\text{Log} \left[\frac{2 \times 10^{-2} \text{ mol } \text{OH}^-}{0,5 \text{ Litro}} \right]$$

$$pOH = -\text{Log} \left[\frac{4 \times 10^{-2} \text{ mol } \text{OH}^-}{\text{Litro}} \right]$$

$$pOH = -\text{Log} [4 \times 10^{-2} \text{ mol } \text{OH}^-]$$

$$pOH = -\text{Log} [2^2 \times 10^{-2} \text{ mol } \text{OH}^-]$$

$$pOH = -\text{Log}[2^2] - \text{Log} [10]^{-2}$$

$$pOH = -2\text{Log}[2] - (-2)\text{Log} [10]$$

$$pOH = -2(0,3) - (-2)(1) = 1,4$$

$$pOH + pH = 14$$

$$pH = 12,6$$

Rpta.: D

6. Intentando neutralizar a una solución se desarrolla el siguiente procedimiento: a 250 mililitros de solución 0,5 M de H_2SO_4 se le añade 100 mililitros de NaOH 1,5 N y posteriormente 50 mililitros de KOH 1,2 N. ¿Cuál es el pH final de la mezcla resultante y la concentración de iones hidróxido?

A) 1,0 y 10^{-1}
D) 13,0 y 10^{-13}

B) 2,0 y 10^{-13}
E) 12,0 y 10^{-2}

C) 1,0 y 10^{-13}

Solución:

H_2SO_4 : 250 mL x 1,0 N = 250 mEq H^+

NaOH : 100 mL x 1,5 N = 150 mEq OH^-

KOH : 50 mL x 1,2 N = 60 mEq OH^-

$V_f = 400 \text{ mL} = 40 \text{ mEq } \text{H}^+ \text{ en exceso}$

$N = 40 \text{ mEq } \text{H}^+ / 400 \text{ mL} = 0,1 \text{ N} ; 10^{-1} \text{ M} \rightarrow \text{pH}=1, \text{ pOH}=13 \rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-13}$

Rpta.: C

Biología

EJERCICIOS DE CLASE

1. La enzima alcohol deshidrogenasa permite la descomposición del alcohol. Luego de estudiar el gen de esta enzima en una población de moscas, se descubre que una parte de esta presenta una alteración en la secuencia del gen. Esto causa la pérdida de función de la enzima y les impide tolerar el alcohol. ¿Qué enunciado explicaría mejor este descubrimiento?

A) La población está conformada por dos especies de genomas diferentes.
B) En aquella población existen dos alelos diferentes del gen.
C) La población presenta al menos tres alelos de la enzima.
D) Las moscas presentan genotipos diferentes pero similar fenotipo.
E) Las moscas presentan genotipos idénticos pero diferente fenotipo.

Solución:

La alteración en la secuencia del gen de esta enzima causa la aparición de una nueva versión de esta: una versión defectuosa. Si tanto la versión normal como la defectuosa están presentes en la población, quiere decir que esta presenta dos alelos diferentes del gen.

Rpta: B

2. Durante los últimos años se han realizado esfuerzos para descubrir que compartimos cerca del 99% de genes con los chimpancés, el 80% con los ratones y el 60% con los pollos. Estas conclusiones se realizan tras una comparación exhaustiva entre _____ de diferentes especies.

A) alelos B) proteínas C) fenotipos D) genomas E) genotipos

Solución:

Los genomas representan el conjunto de genes contenidos en un juego completo de cromosomas en un núcleo haploide. Estos se pueden comparar entre especies diferentes para revelar similitudes o diferencias como sucede entre el genoma humano y el genoma del chimpancé.

Rpta: D

3. A pesar de las limitaciones de su tiempo, Gregorio Mendel logró identificar entidades que podían ser heredadas desde padres a hijos. Estas deberían encontrarse en parejas en cada organismo y durante la formación de gametos

A) podían duplicar su número en cada uno de ellos.
B) se transmitían una junta a la otra
C) se separaban o segregaban al azar.
D) podían ser dominantes o recesivos.
E) los dominantes se transmitían de manera dependiente de los recesivos.

Solución:

Mendel desconocía el término «gen», sin embargo, denominó «factores» a las entidades hereditarias que se transmitían a través de los gametos. Durante la formación de estos, los factores se separaban o segregaban al azar

Rpta: C

4. Los genes BRCA1 y BRCA2 ayudan a suprimir la multiplicación de las células, por lo que mutaciones en este gen se encuentran asociadas a cáncer de mama y ovario. Sus ubicaciones específicas en los cromosomas humanos 17 y 13, respectivamente, harían referencia al concepto de

A) locus. B) gen. C) loci. D) alelo. E) genotipo.

Solución:

La ubicación de un gen en un cromosoma se denomina «locus». Cuando se trata de hacer referencia a la ubicación de dos o más genes se utiliza la palabra «loci» como plural. Como se trata de dos genes ubicados en dos cromosomas humanos diferentes, deben estar ubicados en dos loci diferentes.

Rpta: C

5. Luego de realizar el cruzamiento entre plantas de fenotipo dominante para cualquiera de los siete caracteres que identificó Mendel, se logra obtener una descendencia caracterizada por presentar todas las plantas con semilla amarilla y algunas con flores blancas. ¿Qué explicación podría tener este resultado?
- A) Los progenitores presentan 2 alelos diferentes solo para un carácter.
B) Los progenitores presentan solo un alelo para cada carácter.
C) Los progenitores eran de línea pura.
D) Uno de los progenitores es puro y el otro híbrido.
E) Los progenitores presentan 2 alelos para cada uno de los siete caracteres.

Solución:

Como se han hallado descendientes de semilla amarilla sin excepción, se puede concluir que al menos para ese carácter, los progenitores solo tienen un tipo de alelo (semilla amarilla). Para que se generen descendientes de flores blancas a partir de progenitores de flores púrpuras, estos deberían ser heterocigotos y poseer ambos alelos. Por lo tanto, los progenitores presentan 2 alelos diferentes solo para un carácter: el color de la flor.

Rpta: A

6. Cuatro cuyes de pelo negro son usados para realizar cruzamientos que permitan corroborar la homocigosis de este carácter. Luego de unas semanas, para poder identificar un progenitor heterocigoto usted debería detectar
- A) el 100 % de descendientes de pelo blanco.
B) el 100 % de descendientes de pelo negro.
C) una proporción de 3:1 entre el fenotipo de pelo negro y el blanco.
D) al menos un descendiente de pelo blanco.
E) el 50 % de descendientes de pelo blanco con manchas negras.

Solución:

Durante el cruce de prueba, se realiza el cruce de un individuo de fenotipo dominante con uno homocigoto recesivo. Si en la descendencia se obtuviese al menos un individuo con fenotipo recesivo se concluye que el progenitor es heterocigoto.

Rpta: D

7. El cruzamiento entre 2 plantas de guisante de flores de fenotipo dominante da lugar a una descendencia de 72 plantas con flores púrpuras y 24 de flores blancas. ¿Qué porcentaje de esta descendencia, que presente el mismo genotipo, deberíamos aislar para cruzar y obtener una siguiente generación con plantas de flores púrpuras y blancas?
- A) 25 % B) 50 % C) 75 % D) 100 % E) 0

Solución:

Solamente del cruce entre 2 líneas heterocigotas podría obtenerse una descendencia que presente ambos alelos fenotípicamente. En el cruce de 2 plantas con fenotipo dominante se ha obtenido una descendencia con flores púrpuras (72) y blancas (24) por lo que los progenitores deberían ser heterocigotos ($Aa \times Aa$). En esta descendencia, el 50 % presenta genotipo heterocigoto (Aa) por lo que deberían ser seleccionadas para cumplir con el objetivo.

Rpta: B

8. Luego de realizar el cruce entre dos plantas de línea pura con variación para el color y la forma de la semilla, ¿en qué generación deberían seleccionar individuos para cruzamientos que originen plantas de línea pura de semillas verdes y rugosas y en qué proporción se deberían presentar en esa descendencia?

A) $F_2 - 1/16$ B) $F_1 - 1$ C) $F_2 - 1$
D) $F_2 - 3/16$ E) $F_2 - 9/16$

Solución:

Del cruce entre dos plantas con variación en 2 caracteres ($AABB \times aabb$) se obtiene una F_1 dihíbrida ($AaBb$) de cuyo cruce se obtiene una fracción de $1/16$ con genotipo homocigoto recesivo para el color y la forma de la semilla. Esta proporción podría ser usada para obtener una línea pura de semillas verdes y rugosas.

Rpta: A

9. La ausencia de pigmentación en los tigres está causada por un alelo recesivo y puede causarles cataratas y riesgo de cáncer de piel. Si los tigres híbridos presentan pigmentación normal y la ausencia de estos problemas, ¿qué tipo de herencia explicaría la transmisión de estos caracteres?

A) Dominancia incompleta B) Dominancia completa C) Codominancia
D) Alelos múltiples E) Dominancia intermedia.

Solución:

La dominancia completa es un tipo de herencia en la cual un alelo dominante se puede expresar si está presente en una copia (heterocigoto) o en dos copias (homocigoto). Como los tigres híbridos presentan pigmentación normal, se asume que los tigres homocigotos dominantes también.

Rpta: B

10. Una pareja de esposos con sangre de tipo A y B respectivamente tienen 4 hijos, uno de los cuales presenta sangre de tipo O. Si tras pasar por una intervención quirúrgica, este hijo necesita de una transfusión sanguínea, ¿podría obtener la donación de alguno de los parientes señalados?

A) Ni los padres ni cualquier hermano pueden ser donantes.
B) Tanto padres como hermanos pueden ser donantes.
C) Ambos padres pueden ser donantes.
D) Cualquier hermano puede ser donante.
E) Un hermano heterocigoto podría ser donante.

Solución:

Para que dos progenitores con sangre A y B tengan un hijo con tipo O deben ser heterocigotos:

Padres: $I^A i \times I^B i$

F_1 : $I^A I^B$, $I^A i$, $I^B i$, ii

Las personas de tipo O solo pueden recibir sangre de donantes de tipo O, por lo que solo podrían recibir sangre de un hermano que tenga el mismo tipo sanguíneo.

Rpta: A

11. Las begonias pueden presentar hasta 3 tipos de colores de pétalos: rojo, blanco y moteado. ¿Qué porcentaje de la descendencia obtenida del cruce de dos begonias con flores moteadas deberíamos aislar para obtener líneas puras de begonias?

A) 25 % B) 50 % C) 75 % D) 100 % E) 0

Solución:

El color de pétalos moteado revela que se trata de un caso de codominancia por lo que estas plantas deben ser heterocigotas: $C^R C^B$

Si cruzamos dos begonias de flores moteadas obtendríamos:

Parentales: $C^R C^B \times C^R C^B$

F1: $C^R C^R$ (25%), $C^R C^B$ (50%), $C^B C^B$ (25%)

Solamente aislando a los homocigotos para el color rojo ($C^R C^R$) y el color blanco ($C^B C^B$) podríamos establecer líneas puras para ambos colores, esto es, el 50 %.

Rpta: B

12. Un estudio revela que la población limeña presenta 3 tipos de alelos para un gen, los cuales ofrecen protección completa (d), intermedia (d^i) y nula (D) contra la infección con el virus del dengue. ¿Qué protección presentará un individuo Dd si tanto un Dd^i y un $d^i d$ presentan protección nula e intermedia respectivamente y cuál alelo presenta mayor jerarquía?

A) Completa – D B) Completa – d C) Intermedia d^i
D) Nula – d E) Nula - D

Solución:

Como un Dd^i y un $d^i d$ presentan protección nula e intermedia respectivamente, la jerarquía que se podría establecer sería la siguiente:

$D > d^i > d$

Por ello, un Dd tendría protección nula, siendo el alelo D el de mayor jerarquía

Rpta: E

13. Una mutación autosómica recesiva confiere una incapacidad para metabolizar el aminoácido fenilalanina y, en consecuencia, provocar graves problemas neurológicos. Si en una pareja de esposos, solo la mujer presenta una copia de este alelo disfuncional y tiene un hijo que manifiesta esta enfermedad, ¿qué explicación tendría este caso?

A) El niño heredó un alelo de cada progenitor.
B) El niño está expresando solo uno de sus alelos.
C) El varón no es el padre del niño.
D) La pareja transmitió alelos codominantes.
E) La pareja transmitió alelos con dominancia incompleta.

Solución:

Si la madre presenta solo una copia del alelo disfuncional ella es heterocigota (Aa). Para que hubiese dado a luz un bebé con fenilcetonuria necesitaría el aporte de un alelo recesivo (a) por parte del padre; sin embargo, esto es imposible ya que se deduce que el padre es homocigoto dominante (DD).

Rpta: C

14. Dos líneas puras de pollos de plumas blancas (C^B) y negras (C^N) respectivamente, generan crías de plumas grises en la F_1 . ¿Qué tipo de genotipo se debería escoger en la F_2 para obtener pollos de todos los tipos de plumas en la siguiente generación y en qué porcentaje esperarías encontrarlos?

A) $C^B C^B$ – 25%
D) $C^B C^N$ – 75%

B) $C^N C^N$ – 25%
E) $C^B C^B$ – 50%

C) $C^B C^N$ - 50%

Solución:

Para generar pollos de plumas blancas y otros de plumas negras en la siguiente generación se deberían escoger los pollos de plumas grises ($C^B C^N$) de la F_2 .

Padres (F_1): $C^B C^N \times C^B C^N$

F_2 : $C^B C^B$ (25%), $C^B C^N$ (50%), $C^N C^N$ (25%)

Solamente los heterocigotos $C^B C^N$ podrían generar polluelos con todos los tipos de plumas en la siguiente generación

Rpta: C

15. En *Drosophila melanogaster*, la ausencia de alas se debe a un gen recesivo. Si se cruzan individuos de alas normales con individuos sin alas, ambos de línea pura, y en la F_2 se obtienen 128 descendientes ¿a cuántos le correspondería el fenotipo sin alas?

A) 128

B) 32

C) 96

D) 0

E) 64

Solución:

Se trata de una herencia con dominancia completa, siendo la presencia de alas dominante y la ausencia de alas recesiva. Si se cruzan líneas puras diferentes, en la F_2 deberíamos encontrar la proporción 3:1, por lo que se esperaría que 96 individuos presenten alas y 32 no presenten alas.

Rpta.: B