



HABILIDAD VERBAL

«Nunca paro de escribir, a pesar de mi mala fama».

Alfredo Bryce Echenique

FUNDAMENTOS DE LA COMPRENSIÓN LECTORA 2 INTENCIÓN COMUNICATIVA Y CONTEXTO

SECCIÓN A

La intención comunicativa es el propósito u objetivo con que el emisor construye el mensaje. No obstante, la intención comunicativa no tiene que ver únicamente con el emisor. El propio receptor la intuye al escuchar o leer el mensaje, la deduce del contexto o la presupone a partir de sus propias experiencias, por lo que su papel en la comunicación no es pasivo. Esto permite que la interacción comunicativa no se limite al sentido estricto de lo dicho, sino que abarque también diversos aspectos pragmáticos de la comunicación, como el contexto, el énfasis, la gestualidad, entre otros.

ACTIVIDAD

Determine la intención comunicativa del siguiente texto.

Lula acaba de decir que se siente en condiciones para, en 2026, aspirar por cuarta vez a la presidencia. El mandatario de Brasil, que ha gobernado 10 años y 8 meses de manera discontinua, necesita otra década para lograr que su país se convierta en lo que hasta ahora ha sido una tímida potencia atada a la figura del líder del Partido de los Trabajadores (PT).

El caso de Lula nos recuerda que dejar el poder resulta más difícil que llegar a él. Y eso que Lula tuvo que hacer política durante tres décadas desde la sociedad civil hasta que, finalmente, ganó la presidencia después de intentar llegar a ella cuatro veces, sin contar que estuvo en la cárcel cuando era sindicalista y se oponía a la dictadura (1964-1985). Pero desde que llegó a Planalto (sede del gobierno) ha construido una figura que hoy, más que política, parece mitológica.

No solo es cosa de él. Nayib Bukele también se niega a dejar el poder: quiere gobernar quién sabe hasta cuándo, y por eso acaba de reformar la Constitución. Igual que el brasileño, Bukele es de esos que se creen imprescindibles, así la ley prohíba la reelección indefinida.

Hace poco hemos conocido que a Gustavo Petro también le gustaría volver a la Presidencia de Colombia, aunque se ha negado a decirlo de manera pública. Pero su gente, en los mítines, suele gritar: «reelección, reelección». Como no puede ser reelegido el próximo año, quiere convocar una Asamblea Constituyente, que es, en definitiva, una apuesta para cambiar las reglas de la reelección. Sí, quiere volver en 2030.

La lista es larga. Para no hablar de los dictadores de los regímenes autoritarios de Nicaragua, Cuba y Venezuela, se puede pensar en Evo Morales, que, aunque se les parece, intentó volver al poder por cuarta vez por el camino institucional, pero fue bloqueado por los tribunales bolivianos en un precedente judicial que ha marcado la política de toda América Latina. En 2024, el Tribunal Constitucional inhabilitó a Morales y dijo que la reelección «no es un derecho humano», como él, retóricamente, defendía desde las calles de Bolivia, desconociendo las decisiones de la OEA y la Comisión de Venecia sobre este supuesto.

Uribe, P. (01 de septiembre de 2025). "Lula, Bukele y la eterna reelección". En *El País*.
<https://elpais.com/america/iberoamerica-democracia/2025-09-02/lula-bukele-y-la-eterna-reeleccion.html>.



1. La intención comunicativa del autor del texto es

- A) especular sobre la posibilidad de que Evo Morales vuelva a ser mandatario.
- B) describir el deseo de poder de los gobernantes en Sudamérica y El Salvador.
- C) exponer la atracción por el poder en algunos mandatarios latinoamericanos.
- D) describir el gobierno de facto de Bukele y sus implicancias en toda América.
- E) exponer las estrategias políticas de los mandatarios para no dejar el poder.

Solución:

El texto expone cómo a algunos mandatarios latinoamericanos les resulta difícil dejar el poder; por ello, se valen de diferentes recursos políticos para seguir manteniéndose en sus cargos.

Rpta.: C

2. Respecto del caso de Lula, la intención comunicativa del autor del texto busca, centralmente,

- A) compararlo con los mandatarios autoritarios de toda Latinoamérica.
- B) explicar cómo llegó al poder gracias a sus firmes luchas sociales.
- C) compararlo principalmente con Bukele, presidente de El Salvador.
- D) describir la verdadera intención política del mandatario brasileño.
- E) señalar que gobernará diez años más sin nadie que lo imposibilite.

Solución:

El autor sostiene que Lula señaló que se siente en condiciones para aspirar por cuarta vez a la presidencia. Ante ello, interpreta la intención de aquel como una dificultad de dejar el poder, más no como un beneficio político para Brasil.

Rpta.: D

3. Con relación al caso de Morales, la intención del autor se centra en

- A) justificar la jurisprudencia que entiende la reelección presidencial como correcta.
- B) desvirtuar los discursos políticos que intentan justificar la reelección constante.
- C) desarrollar una tesis que permite defender la reelección presidencial de Morales.
- D) comparar su caso con el de Lula, dado que ambos buscan la reelección política.
- E) contrastar su caso con el de Petro, pues este busca una reelección democrática.

Solución:

El autor comprende que la justificación de Morales configura un discurso político arbitrario, pues la norma jurídica señala que la reelección presidencial no es un derecho humano.

Rpta.: B

COMPRENSIÓN LECTORA

Al considerar la idea de Kuhn de *ciencia normal* desde un punto de vista popperiano, es natural que me concentre en lo que Kuhn dice acerca de la «contrastación» dentro de la *ciencia normal*. Las contrastaciones, dice, se están haciendo constantemente, pero «estas contrastaciones son de un tipo particular, porque en último análisis, más que la teoría vigente, quien es sometido a contrastación es el científico considerado individualmente». Su idea es esta: la llamada «contrastación» en la *ciencia normal* no es contrastación de teorías, sino que más bien forma parte de la actividad de resolución de rompecabezas. La *ciencia normal* está gobernada por algún paradigma (o teoría dominante). Se confía implícitamente en el



paradigma, pero este no se ajustará de manera perfecta a los hallazgos experimentales. Siempre habrá discrepancias o anomalías. La *investigación normal* consiste en gran medida en resolver estas anomalías haciendo los oportunos ajustes que dejen intacto el paradigma. El paradigma se considera como la garantía de la existencia de una solución a todo **rompecabezas** o dilema engendrado por las discrepancias entre el paradigma y las observaciones. De aquí que, aunque las «contrastaciones» realizadas dentro de la ciencia normal puedan parecer contrastaciones de la teoría vigente si se ven a través de gafas popperianas, son en realidad contrastaciones de otra cosa, esto es, de la habilidad que el experimentador tiene en la resolución de rompecabezas. Si el resultado de esa «contrastación» es negativo no afecta a la teoría, sino que repercute en el experimentador. Su prestigio puede verse disminuido por fracasar en el intento de resolver un enigma; pero el prestigio del paradigma, dentro de cuyo marco el experimentador hace el intento, es tan alto que escasamente se verá afectado por ninguna de esas pequeñas dificultades locales.

Según Kuhn es solo en las épocas de lo que él llama *ciencia extraordinaria* cuando la teoría vigente se ve propiamente atacada, es entonces cuando puede ocurrir algo parecido a una genuina contrastación de teorías. Entonces el resultado negativo de una contrastación puede considerarse no como el fracaso personal del experimentador, sino como el fracaso de la teoría. En palabras de Kuhn: «lo que previamente había sido un fracaso personal, puede llegar entonces a ser considerado como el fracaso de la teoría que está bajo contrastación».

Watkins, J. (1975). Contra «la Ciencia Normal». En *La crítica y el desarrollo del conocimiento*.

4. La intención principal del autor del texto es

- A) explicar el concepto de *ciencia normal* de Kuhn y los efectos de su «contrastación».
- B) distinguir las nociones de *ciencia normal* y *ciencia extraordinaria* en epistemología.
- C) reflexionar acerca de la filosofía científica de Thomas Kuhn y el papel del científico.
- D) discutir los conceptos de *ciencia normal* y *ciencia extraordinaria* en la actualidad.
- E) describir el rol de la «contrastación» en el método científico, según Thomas Kuhn.

Solución:

El texto se centra en desarrollar el concepto de *ciencia normal* postulado por Thomas Kuhn, cuando puede ser objetado o no a partir de la «contrastación».

Rpta.: A

5. En el texto, el vocablo ROMPECABEZAS alude a un/una

- A) solución. B) tortura. C) cuestión. D) juego. E) reflexión.

Solución:

El término ROMPECABEZAS hace referencia a un problema científico; otra forma de expresarlo es CUESTIÓN científica.

Rpta.: C

6. En relación con el rol de la contrastación, es incompatible con el texto aducir que

- A) forma parte del rigor del método científico y es un paso necesario.
- B) en ocasiones permite establecer una nueva ciencia extraordinaria.
- C) examina al científico cuando analiza dos teorías del mismo modelo.
- D) siempre somete a un análisis riguroso al modelo científico *normal*.
- E) puede enfocarse en la *ciencia normal* o en el investigador particular.



Solución:

La contrastación analiza el papel del investigador particular cuando se examinan dos teorías que son parte de la *ciencia normal*; en este sentido, no siempre somete a un análisis riguroso al modelo científico *normal*.

Rpta.: D

7. Se infiere que para Popper el motor de la investigación científica es guiado por

- A) la *ciencia normal* y su carácter dogmático para no poderla rebatir.
- B) las distintas contrastaciones que se hacen sobre la teoría científica.
- C) la *ciencia extraordinaria* y su solidez para refutar al modelo pasado.
- D) la capacidad del investigador particular en el análisis de las teorías.
- E) el prestigio del investigador y el prestigio de la teoría desarrollada.

Solución:

El autor del texto señala que desde un punto de vista Popperiano su análisis debe concentrarse en la “contrastación”; en efecto, se infiere que para Popper la “contrastación” era un paso determinante en la investigación científica.

Rpta.: B

8. En términos de Kuhn, si la contrastación arrojara el fracaso de una de las propuestas de la teoría de la evolución

- A) sería negativo para el prestigio de los científicos particulares.
- B) permitiría refutar al modelo general de la teoría de la evolución.
- C) entraría en vigor una nueva *ciencia extraordinaria* biológica.
- D) la *ciencia normal* biológica tendría que replantear sus hipótesis.
- E) se originaría una crisis científica que afectaría el plano académico.

Solución:

Según Kuhn, si se analiza dos propuestas de un mismo modelo de *ciencia normal*, los resultados negativos siempre afectarán al investigador particular, mas no al modelo mismo.

Rpta.: A

SECCIÓN B

TEXTO 1

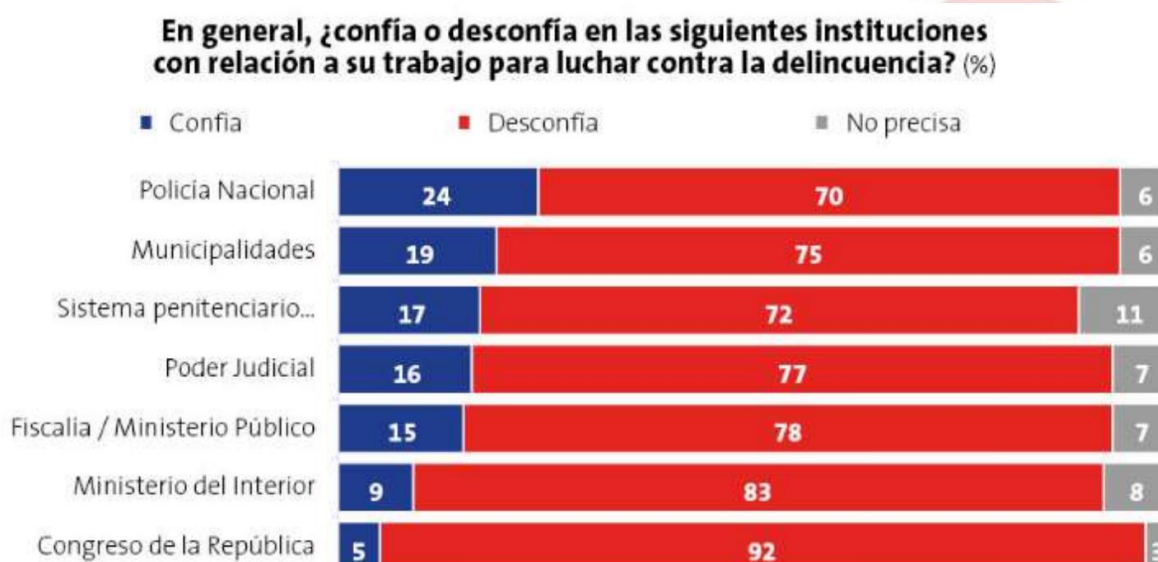
El país vive amordazado por la criminalidad. Las balas y los explosivos van y vienen. Los crímenes son parte del día a día en este Perú desprotegido, cuyo Gobierno –en estado de negación y sin saber qué hacer desde el primer día de su gestión– ha resignado a sus ciudadanos a la inseguridad absoluta. Mientras, el país parece acostumbrarse a convivir a la fuerza con el sicariato y la extorsión que avanzan a paso firme con las leyes que aprueba el Congreso.

En este complicado y **sangriento** escenario los peruanos apuntan a los culpables de este infeliz momento y consideran que, precisamente, la presidenta Dina Boluarte, con 56 %, y el Legislativo, con 42 %, son los principales responsables de los problemas de inseguridad que vive el país, según revela la última encuesta realizada por Ipsos para *Perú21*. También son referidos como responsables de la inseguridad la Policía Nacional (37 %), los fiscales (32 %), el Ministerio del Interior, que lidera Juan José Santiváñez (29 %), los jueces (29 %) y los alcaldes (19 %).



«La respuesta corresponde a una percepción bastante precisa de la población», señala el exministro del Interior Carlos Basombrío. «La principal responsabilidad de la lucha contra el delito es del Gobierno y quien lo encabeza es la presidenta de la República. Si a esto se suma quienes señalan a la Policía y al Ministerio del Interior tenemos un paquete que da cuenta de que la principal responsabilidad es del Ejecutivo. Lo del Congreso tiene que ver con un conjunto de normas que se han dado a lo largo de estos años para protegerse a sí mismos en el tema de los delitos de corrupción, creando un conjunto de normas que terminan protegiendo a los propios delincuentes», explicó el también analista político a *Perú21TV*.

Y sí, la ciudadanía es consciente de lo que pasa. La actuación de sus instituciones en medio de esta ola criminal parece haber decepcionado a los peruanos, indignados aún por una vergonzosa imagen que parece dar fe de cómo algunos malos policías permiten que los delincuentes operen con impunidad en Trujillo. Se ha perdido la confianza en las instituciones. Justamente un 70 % desconfía del trabajo de la entidad policial en su lucha contra la delincuencia. Pero es el Congreso el que genera más desconfianza en la gente, con un 92 %, seguido del Ministerio del Interior con 83 % y la Fiscalía con 78 %.



Ipsos. (25 de febrero de 2025). Inseguridad ciudadana en Perú. <https://www.ipsos.com/es-pe/inseguridad-ciudadana-en-peru-encuesta-peru-21-ipsos-febrero-2025>

1. ¿Cuál es el tema cardinal del texto?

- A) Las percepciones sobre la culpabilidad de la delincuencia en Perú
- B) La corrupción del Congreso en la lucha diaria contra la delincuencia
- C) La gestión del Gobierno peruano respecto de políticas de seguridad
- D) El papel de la Policía peruana en la lucha contra la delincuencia
- E) La desconfianza de los peruanos sobre sus instituciones públicas

Solución:

El texto describe las distintas percepciones de culpabilidad que han desarrollado los peruanos en el contexto de alta criminalidad que vivimos; se percibe que desde la presidenta Dina Boluarte hasta los alcaldes se hallan los culpables de esta situación.

Rpta.: A



2. En el texto, el término SANGRIENTO connota

- A) mutilado. B) estrepitoso. C) sosegado. D) armado. E) peligroso.

Solución:

El término SANGRIENTO califica al contexto inseguro que vive el país; en este sentido, PELIGROSO es una noción precisa.

Rpta.: E

3. Sobre las opiniones presentes en la infografía, se infiere que

- A) la mayoría de peruanos ha generado odio en la actualidad.
B) a una pequeña parte de peruanos no le interesa el tema.
C) no se responsabiliza a Dina Boluarte, pero sí al Gobierno.
D) la Policía no ha generado una percepción tan negativa.
E) El Congreso de la República se salva de la crítica aguda.

Solución:

Si bien las respuestas no responsabilizan directamente a Dina Boluarte, sí responsabiliza a diversas entidades del gobierno peruano, tales como la Policía, las municipalidades, el INPE y el Ministerio del Interior.

Rpta.: C

4. Resulta incompatible con lo expresado en el texto y en la infografía señalar que

- A) la mala percepción sobre el Congreso se debe a las leyes que han promulgado.
B) jueces y fiscales también son señalados como los culpables de la criminalidad.
C) algunos culpan directamente a Dina Boluarte, mientras que otros a la Policía.
D) las opiniones vertidas por los peruanos no tienen un asidero en la realidad.
E) las percepciones materializadas son producto del contexto inseguro actual.

Solución:

Las opiniones o percepciones de los peruanos, plasmadas en el texto y la infografía, se basan en las distintas experiencias fácticas sobre la criminalidad. Las personas opinan a partir de lo que sucede en la actualidad, no a partir de pura imaginación.

Rpta.: D

5. Si el Congreso no tuviera la directriz de protegerse contra los delitos de corrupción

- A) gozaría de un mayor prestigio al que posee actualmente.
B) el Estado seguiría dicha línea por obligación gubernativa.
C) la percepción negativa que provoca sería mucho mayor.
D) los fiscales los juzgarían como más facilidad y experticia.
E) se protegería por lo menos contra los delitos de terrorismo.

Solución:

Debido a que el congreso ha promulgado distintas leyes para protegerse contra los delitos de corrupción, ha favorecido a muchos delincuentes que apelan a las mismas leyes. En efecto, gozaría de un mayor prestigio si no hubiera aprobado dichas normas.

Rpta.: A



TEXTO 2

TEXTO A

Los husos horarios controlan nuestra existencia y en algunos países son una cuestión de interés nacional. Venezuela atrasó su horario 30 minutos en 2007 para tratar de aumentar la productividad. En cambio, China pasó de cinco zonas horarias a una en 1949 por una cuestión de unidad nacional.

Por eso, resulta arriesgado proponer un cambio a nivel mundial del sistema dominante conocido como Tiempo Medio de Greenwich (GMT, en inglés), que luego fue rebautizado como Tiempo Universal Coordinado (UTC, en inglés) y que rige los husos horarios en todo el mundo. Eso es exactamente lo que han hecho el economista Steve Hanke y el profesor de física y astronomía Dick Henry, ambos del Instituto Johns Hopkins de Baltimore, en Estados Unidos.

Esta combinación de un horario universal y distintos horarios laborales locales conllevaría varias ventajas, según los expertos.

Sin embargo, el premio Pulitzer Michael Hiltzik, periodista del diario *Los Ángeles Times*, cree que la llegada de Internet no ha eliminado las diferencias horarias.

«Impulsando las transacciones globales, Internet solo ha incrementado la habilidad de las compañías financieras de forzar a sus empleados a sincronizarse con los ritmos laborales de lugares que están al otro lado del planeta», señalaba Hiltzik en un reciente artículo.

«Eso muestra una falla importante en la propuesta de Henry y Hanke de eliminar los husos horarios: no cambiará nada», apuntó Hiltzik, asegurando que la gente sigue viviendo en función del ciclo solar y no presta atención a la hora en otras partes del mundo.

País, A. (2016). ¿Qué pasaría si el mundo entero tuviera la misma hora? En *BBC News*. Recuperado de https://www.bbc.com/mundo/noticias/2016/02/160218_internacional_zona_horaria_universal_ap. (Texto editado).

TEXTO B

Actualmente existen en el mundo 24 husos horarios, es decir 24 horas distintas en todo el planeta, una por cada hora del día, lo que para muchos expertos es un exceso absurdo. Los especialistas del Instituto Johns Hopkins de Baltimore: el profesor de física y astronomía Dick Henry, y el economista Steve Hanke vienen causando revuelo en tema de horarios, ya que insisten en la creación de un horario universal que rija en todo el mundo, eliminando las tan confusas zonas horarias.

Tener un horario universal implicaría que todas las ciudades del mundo tengan la misma hora en sus relojes, lo que sería por ejemplo que Nueva York, Roma, Sidney y Buenos Aires marquen en sus relojes el mismo horario. Los expertos que apoyan esta propuesta aseguran que sería lo mejor y más sencillo para el mundo.

En primer lugar, al margen del horario, se podría asegurar que todo se rige con tiempo solar, es decir que el mundo despierta cuando el sol sale y termina en la noche cuando este ya se ocultó; y esto no cambiará.

Que todo el mundo tenga el mismo horario o un horario universal, solo implica que todos tengan la misma hora en sus relojes; los hábitos y costumbres no cambiarían, pero sí habrían algunas ventajas.

Entre las ventajas más resaltantes de tener la misma hora en todo el mundo, estaría la eliminación de la confusión de horarios, lo que a su vez traería más productividad y eficacia en el tema laboral, ya que no habría confusiones, además ya no se perderían vuelos ni reuniones internacionales.

Caffeti, P. (2016). Proponen que todo el mundo tenga la misma hora» en *bello magazine*. Recuperado de <https://www.bellomagazine.com/es/actualidad/proponen-tener-la-misma-hora-en-todo-el-mundo> (Texto editado).



1. La discusión de ambos textos gira en torno a

- A) los efectos de uniformizar los husos horarios a nivel mundial.
- B) las razones por las que se debe mantener diferencias horarias.
- C) los problemas que pueden ocasionar conservar la misma hora.
- D) la necesidad de eliminar los husos horarios en algunos países.
- E) las implicancias del cambio de horario en Venezuela y América.

Solución:

El texto dialéctico muestra por un lado los aspectos positivos de tener una única hora y por el otro los posibles problemas.

Rpta.: A

2. En el texto, la palabra PRESTAR es equivalente a

- A) brindar. B) aceptar. C) auxiliar. D) ayudar. E) sostener.

Solución:

El término PRESTAR equivale a BRINDAR, DAR.

Rpta.: A

3. Sobre la base de postura del texto A, se colige que el cambio de husos horarios

- A) es refrendado por el periodista Michael Hiltzik.
- B) buscó aumentar la productividad en Venezuela.
- C) puede deberse a motivos de diferente índole.
- D) será de gran utilidad para uniformizar el orbe.
- E) responde a las políticas de derechos humanos.

Solución:

El cambio en Venezuela respondió a un aumento de productividad y en China a un tema de unificación. En síntesis, fueron motivos de diferente cariz.

Rpta.: C

4. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones corresponde a un argumento acorde con la posición del texto B?

- A) Modificar los husos no cambiaría nada, puesto que carecen de relevancia.
- B) Gracias al desarrollo de Internet, no es menester modificar los actuales husos.
- C) Ostentar un único horario mundial traería mayor productividad y eficiencia.
- D) Es apremiante reducir los husos horarios a solo una docena en el futuro.
- E) La modificación de husos horarios responde a visiones ideológicas y políticas.

Solución:

El texto afirma que el cambio de husos «traería más productividad y eficacia».

Rpta.: C



5. Si se demostrara fehacientemente que las personas, independientemente del horario, se valen de la posición del sol en el lugar donde se encuentren para realizar sus actividades, entonces,
- A) aquello constituiría un argumento contrario al planteamiento del texto A.
 - B) se necesitaría que, paralelamente, los países mantengan su huso horario.
 - C) el autor del texto A se consideraría partidario de tal afirmación con certeza.
 - D) el Gobierno chino se vería obligado a dividir su país en 5 zonas horarias.
 - E) el Gobierno de Venezuela volvería a cambiar los husos horarios en su país.

Solución:

El argumento de que independientemente del horario la gente se rige por el tiempo solar lo esgrime el autor del texto B para refutar la posición del texto A.

Rpta.: A

TEXTO 3

Si el mundo quiere limitar el impacto del cambio climático, la escasez de agua y la contaminación, entonces todos debemos adoptar una dieta «flexitariana», de acuerdo con un nuevo estudio. Esto significa comer fundamentalmente alimentos basados en plantas, solo ocasionalmente productos animales y únicamente una vez por semana una porción de carne roja. De ahí el término, una mezcla de las palabras «flexible» y «vegetariana». Si no se toman esas medidas, los impactos negativos de la producción de alimentos «podrían aumentar hasta un 90 %».

El estudio fue divulgado apenas tres días después de la publicación del nuevo informe del Panel Intergubernamental de Cambio Climático, IPCC por sus siglas en inglés, «Calentamiento global de 1,5 grados centígrados». El informe del IPCC advierte que una diferencia de solo medio grado de temperatura tendría consecuencias devastadoras para nuestro planeta, por lo que cada vez es más urgente limitar el aumento de la temperatura global a un máximo de 1,5 grados centígrados.

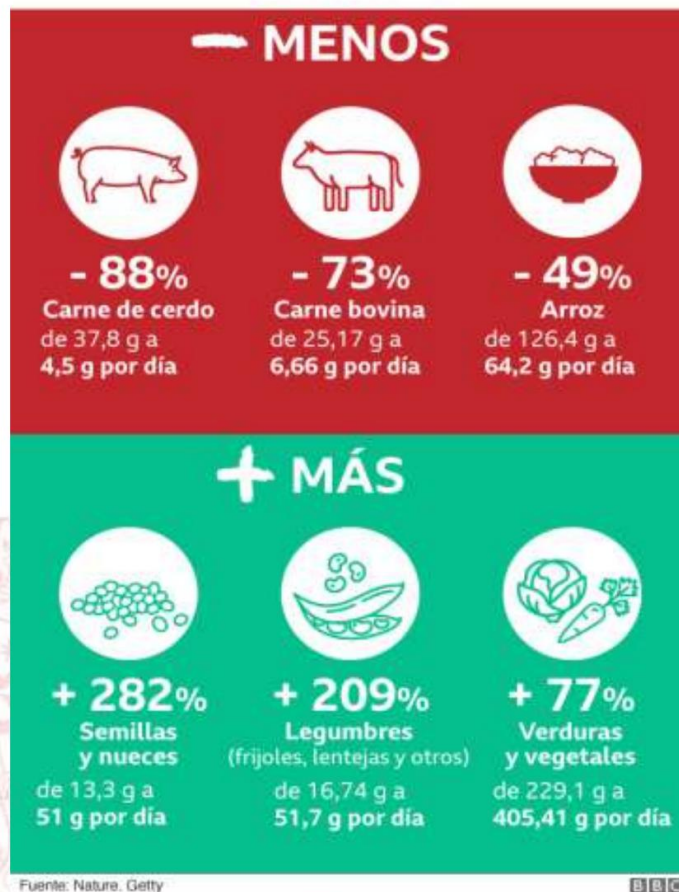
El nuevo estudio afirma que entre los impactos negativos de la producción y consumo de alimentos se encuentran la intensificación del cambio climático, el agotamiento de fuentes de agua dulce y la contaminación de los ríos por el uso excesivo de nitrógeno y fósforo en la agricultura. En el caso del cambio climático los autores destacan fundamentalmente los beneficios del flexitarianismo.

«Podemos adoptar una variedad de dietas saludables, pero lo que todas tienen en común, de acuerdo con la evidencia científica, es que se basan fundamentalmente en alimentos provenientes de plantas», señaló Marco Springmann, investigador de la Universidad de Oxford y autor principal del estudio.

«Puedes adoptar desde una dieta con pequeñas cantidades de productos animales, que algunos llaman mediterránea y nosotros denominamos flexitariana, a otra dieta pescatariana (vegetales, pescados y mariscos), vegetariana o vegana. Nosotros preferimos centrarnos en la dieta menos radical, la flexitariana».

La dieta clave para salvar al mundo

Según un nuevo estudio, uno de los pasos clave para asegurar un futuro sostenible en 2050 es adoptar una dieta flexitariana y comer:



McGrath, Matt (2018). Qué es la dieta flexitariana y por qué es clave para salvar el planeta. En *BBC*. Recuperado de <<https://www.bbc.com/mundo/noticias-45825113>> (texto editado).

1. El tema central del texto es

- A) la inminente escasez de agua y contaminación en la tierra.
- B) la apremiante reducción del consumo de carnes y legumbres.
- C) los impactos negativos que provocará el cambio climático.
- D) la dieta flexitariana como alternativa para un futuro sostenible.
- E) los tipos de alimentación necesarios para salvar el planeta.

Solución:

El texto se enfoca principalmente en cómo la dieta flexitariana se erige como una alternativa plausible para combatir el cambio climático, la escasez de agua y la contaminación; es decir, un futuro sostenible.

Rpta.: D

2. En el texto, el término DESTACAN implica

- A) beneplácito.
- B) solemnidad.
- C) gratitud.
- D) doctrina.
- E) importancia.



Solución:

Los autores, dentro de todas las dietas existentes, DESTACA la dieta flexitariana. Ello quiere decir que consideran tal dieta IMPORTANTE.

Rpta.: E

3. Sobre los efectos de mantener una dieta tradicional es compatible afirmar que

- A) carecen de relación con los problemas de contaminación del medio ambiente.
- B) suponen el seguimiento de un riguroso régimen alimenticio basado en carnes.
- C) son altamente nocivos debido a la irresponsabilidad de los consumidores.
- D) resultan perjudiciales para el medioambiente y las fuentes de agua dulce.
- E) prioriza el consumo de plantas y minimiza el consumo de las carnes rojas.

Solución:

El texto afirma que, de mantenerse la dieta tradicional, «los impactos negativos de la producción de alimentos “podrían aumentar hasta un 90 %”». Este impacto está vinculado con el cambio climático, la escasez de agua y la contaminación.

Rpta.: D

4. De acuerdo con la imagen y lo referido en el texto, podemos deducir que

- A) para seguir una alimentación basada en el flexitarianismo es importante reducir el consumo de carnes y aumentar el de legumbres, arroz y verduras.
- B) según el régimen alimenticio del flexitarianismo es necesario disminuir en 73% la carne bovina, es decir pasar de 25,17 g a 6,66 g por día.
- C) el vegetarianismo o veganismo requieren una alteración más drástica de los porcentajes de carnes y otros productos que el flexitarianismo.
- D) sería imposible seguir una dieta como la flexitariana debido al poco acceso a alimentos vegetarianos y alto costo de productos orgánicos.
- E) cualquier persona puede adoptar una dieta con poca cantidad de productos de origen animal, tales como la flexitariana, vegetariana o vegana.

Solución:

Dentro de los regímenes alimenticios, el texto considera al flexitarianismo como el menos radical. Por lo tanto, si la dieta menos radical requiere las alteraciones en la ingesta de diversos alimentos que indica la imagen, una dieta más radical evidenciará una mayor alteración en los porcentajes.

Rpta.: C

5. Si, en general, redujéramos el consumo de carnes de nuestra dieta a los niveles que recomienda el flexitarianismo,

- A) tendríamos que reducir también el del arroz y aumentar el de ciertas plantas para cumplir con lo que requiere esta dieta.
- B) para el 2050 habríamos detenido por fin el cambio climático y la desaparición de las principales fuentes de agua dulce.
- C) ello tendría un impacto positivo en diversos aspectos de nuestra salud, como el rendimiento físico y lucidez mental.
- D) sería imposible encontrar productos de origen animal, como jamón o embutidos, en las tiendas o los supermercados.
- E) los autores del estudio habrían desistido de continuar haciendo investigaciones relacionadas al cambio climático.



Solución:

Según la infografía se requiere la reducción del consumo de carne de cerdo y bovino, pero también la de arroz, así como aumentar el consumo de diversas plantas como semillas, nueces, legumbres, verduras y vegetales.

Rpta.: A

SECCIÓN C

PASSAGE 1

About one-fifth of all you eat is used to power the electrical chit-chat between your 100 billion little grey cells. If a big brain didn't give us any advantage, that would be an enormous waste.

And there are some clear benefits. If nothing else, it makes us more efficient at what we do. If honey bees are searching a scene, for instance, they will consider each object one by one, whereas larger animals have the extra brainpower to process it all at once. We can multi-task, in other words.

A bigger brain also boosts the amount we can remember: a honey bee can grasp just a handful of associations between signs signaling the presence of food, before it starts getting confused, whereas even a pigeon can learn to recognize more than 1,800 pictures, and that's nothing compared to human knowledge. For a comparison, consider that a memory champions can remember the sequence of Pi to literally thousands of decimal places.

Robson, D. (2016). «We've got human intelligence all wrong» in *BBC future*. Retrieved from <<http://www.bbc.com/future/story/20161108-weve-got-human-intelligence-all-wrong>> (edited text).

TRADUCCIÓN

Aproximadamente una quinta parte de todo lo que comes se usa para alimentar la conversación eléctrica entre tus 100 mil millones de pequeñas células grises. Si un gran cerebro no nos diera ninguna ventaja, sería un desperdicio enorme.

Y hay algunos beneficios claros. En todo caso, nos hace más eficientes en lo que hacemos. Si las abejas están buscando una escena, por ejemplo, considerarán cada objeto uno por uno, mientras que los animales más grandes tienen la capacidad intelectual adicional para procesarlo todo de una vez. Podemos realizar múltiples tareas, en otras palabras.

Un cerebro más grande también aumenta la cantidad que podemos recordar: una abeja puede captar solo un puñado de asociaciones entre signos que indican la presencia de alimentos, antes de que empiece a confundirse, mientras que incluso una paloma puede aprender a reconocer más de 1,800 imágenes, y eso es no es nada comparado con el conocimiento humano. Para una comparación, considere que los campeones de la memoria pueden recordar la secuencia de Pi a literalmente miles de lugares decimales.

1. Mainly, the passage is about

- A) the human capacity of its brain to process information.
- B) the brain abilities of different species including humans.
- C) the extra brainpower of larger animals and multi-tasking.
- D) the amount of food necessary to maintain a big brain.
- E) the cells involved in the processing of brain information.



Solution:

The passage mainly focuses on the human brain's capacity to process a great amount of information.

Key: A

2. The phrase A HANDFUL OF implies

A) luxury. B) scarcity. C) excess. D) majority. E) abundance.

Solution:

A HANDFUL OF indicates a few amount of something.

Key: B

3. From the sentence «even a pigeon can learn to recognize more than 1,800 pictures» we can infer that pigeons

A) are the only animals in the world able to use their brains.
B) can utilize information almost similar to human beings.
C) are capable to process much more information than a bee.
D) can organize the bee's job much better and more quickly.
E) are able to fly due to its magnificent multitasking brain.

Solution:

The author of the text explained that bees cannot use their brains as pigeons does because pigeons recognize a lot more than a bee.

Key: C

4. According to the ability of multi-task, is it compatible to affirm that

A) many animals like pigeons do not have it.
B) it is unrelated with the ability to memorize.
C) not only human beings have such ability.
D) that ability is shown in tiny animals like bees.
E) it reflects the total mass of a human brain.

Solution:

The text says that, for instance, pigeons have this ability.

Key: C

5. If the big size of our brains did not give us any benefit

A) we would be able of thinking properly.
B) it would be a completely waste of energy.
C) our health would be at serious danger.
D) any animal would have our brain capacity.
E) human being would lose its supremacy.

Solution:

The passage says that «If a big brain didn't give us any advantage, that would be an enormous waste».

Key: B



HABILIDAD LÓGICO MATEMÁTICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Ana María debe ingerir un medicamento durante 156 horas. El número de gotas que debe ingerir en cada toma debe ser tantas como las horas que transcurren entre toma y toma. Si el total de gotas debe coincidir con el cuadrado del número de gotas consumidas en cada toma, ¿cuántas gotas tomó en cada dosis?

A) 13 B) 12 C) 15 D) 14 E) 11

Solución:

T = tiempo de tratamiento = 156 horas

t = horas que transcurre de toma a toma

El número de gotas en cada toma: t

$$\# \text{ gotas total} = t^2 \Rightarrow t \left(\frac{156}{t} + 1 \right) = t^2$$

$$\text{De la ecuación } t^2 - t - 156 = 0 \Rightarrow (t - 13)(t + 12) = 0 \Rightarrow t = 13$$

∴ En cada dosis consumió 13 gotas.

Rpta.: A

2. El médico le recetó a Armando tomar una tableta del medicamento A cada 12 horas y dos tabletas del medicamento B cada 8 horas, iniciando el tratamiento tomando ambos medicamentos simultáneamente. Si el tratamiento duró hasta el instante en que el número total de tabletas ingeridas fue 35 y el medicamento B solo lo tomó durante 3 días, determine el tiempo mínimo que duró su tratamiento.

A) 9 días B) 7 días C) 5 días D) 8 días E) 6 días

Solución:

Sea T el tiempo de tratamiento

$$\# \text{ Tablet } (A) = \frac{T}{12} + 1 \qquad \# \text{ Tablet } (B) = \frac{(3)(24)}{8} + 1 = 20$$

$$\Rightarrow \frac{T}{12} + 1 + 20 = 35 \Rightarrow T = (12)(14)h = (7)(24h) = 7 \text{ días}$$

∴ El tiempo mínimo que duró el tratamiento fue de 7 días.

Rpta.: B

3. Por festividades de Año Nuevo, Hernán disfruta de un videojuego en el que, controlando a un personaje, debe atacar a un oponente que tiene 365 puntos de vida (PV). Cada golpe causa 53 PV de daño y solo puede darse cada 2 segundos. Además, el oponente regenera 7 PV cada segundo sin superar los 365 PV. ¿Cuánto tiempo como mínimo necesita Hernán para derrotar al oponente y cuántos golpes realiza en ese tiempo?

A) 20 segundos, 11 golpes B) 14 segundos, 8 golpes
C) 16 segundos, 9 golpes D) 18 segundos, 10 golpes
E) 15 segundos, 9 golpes



Solución:

Dado que piden el tiempo mínimo, el primer golpe se realiza en el instante $t = 0$.

En el instante $t = 0$ el oponente recibe 53 de daño.

En el instante $t = 2$ el oponente recibe $53 - 2(7) = 39$ de daño.

En el instante $t = 4$ el oponente recibe $53 - 2(7) = 39$ de daño.

$$\Rightarrow 53 + 39(\# \text{Golpes} - 1) = 365 \Rightarrow 39(\# \text{Golpes} - 1) = 365$$

$$\Rightarrow \# \text{Golpes} - 1 = 8 \Rightarrow \# \text{Golpes} = 9$$

$$\Rightarrow \# \text{Golpes} = \frac{T}{t} + 1 \Rightarrow 9 = \frac{T}{2} + 1 \Rightarrow T = 16 \text{ segundos}$$

$\therefore$ Para derrotar se necesita 16 segundos y 9 golpes.

Rpta.: C

4. La Dra. Sofía Yataco, destacada egresada de la Facultad de Medicina de la UNMSM y especialista en medicina tradicional peruana, ha diseñado un innovador tratamiento para fortalecer el sistema inmunológico de sus pacientes, utilizando una combinación de extractos naturales en forma de pastillas.

El tratamiento consiste en la administración de tres tipos diferentes de pastillas:

- ✎ Pastillas de Extracto de Camu Camu (CC): Se deben tomar 2 pastillas cada 8 horas.
- ✎ Pastillas de Extracto de Uña de Gato (UG): Se deben tomar 3 pastillas cada 12 horas.
- ✎ Pastillas de Extracto de Maca (M): Se deben tomar 1 pastilla cada 6 horas.

Un paciente inicia el tratamiento tomando las tres pastillas simultáneamente a las 8:00 a.m. del día lunes. Si el paciente debe continuar el tratamiento durante exactamente 3 semanas completas, ¿cuántas pastillas en total habrá consumido?

- A) 348 B) 339 C) 340 D) 342 E) 350

Solución:

$$\text{✎ Toma de pastillas tipo CC} = 2 \left(\frac{3 \times 24 \times 7}{8} + 1 \right) = 128$$

$$\text{✎ Toma de pastillas tipo UG} = 3 \left(\frac{3 \times 24 \times 7}{12} + 1 \right) = 129$$

$$\text{✎ Toma de pastillas tipo M} = 1 \left(\frac{3 \times 24 \times 7}{6} + 1 \right) = 85$$

$$\text{✎ Total de pastillas} = 128 + 129 + 85 = 342$$

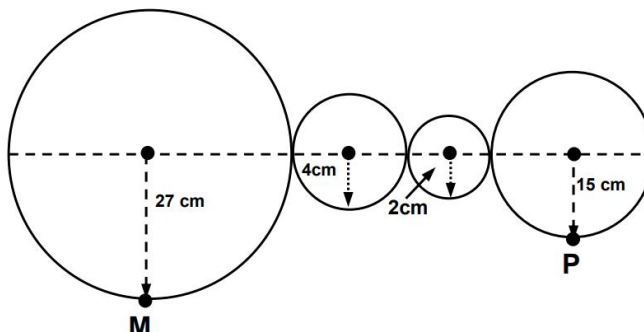
$\therefore$ Número total de pastillas total consumidos es 342.

Rpta.: D



5. En el sistema mostrado, ¿cuántas vueltas como mínimo dará la rueda cuyo radio mide 15 cm, para que los puntos M y P se encuentre lo más cerca posible?

- A) $\frac{27}{4}$
B) $\frac{13}{4}$
C) $\frac{11}{4}$
D) $\frac{15}{4}$
E) $\frac{9}{4}$



Solución:

Si M gira en sentido horario: $\Rightarrow 27\left(m + \frac{3}{4}\right) = 15\left(p + \frac{3}{4}\right) \Rightarrow 27m + 9 = 15p$

$$\Rightarrow 9m + 3 = 5p \Rightarrow p = 6; m = 3 \Rightarrow \# \text{ Vueltas rueda } (15) = 6 + \frac{3}{4} = \frac{27}{4}$$

Si M gira en sentido antihorario:

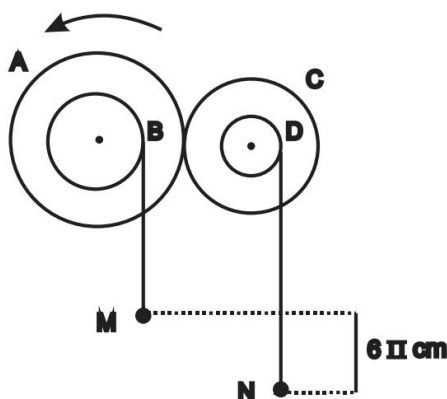
$$\Rightarrow 27\left(m + \frac{1}{4}\right) = 15\left(p + \frac{1}{4}\right) \Rightarrow 27m + 3 = 15p$$

$$\Rightarrow 9m + 1 = 5p \Rightarrow p = 2; m = 1 \Rightarrow \# \text{ Vueltas rueda } (15) = 2 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

$\therefore$ M gira antihorario y # vueltas rueda (15) será $\frac{9}{4}$.

Rpta.: E

6. En el sistema mostrado en la figura, los radios de las poleas A, B, C y D miden 60 cm, 30 cm, 40 cm y 8 cm respectivamente. Si la polea A gira un ángulo que mide 60° en el sentido indicado, determine la nueva diferencia de altura de las esferas M y N.



- A) 20π cm B) 18π cm C) 21π cm D) 19π cm E) 22π cm



Solución:

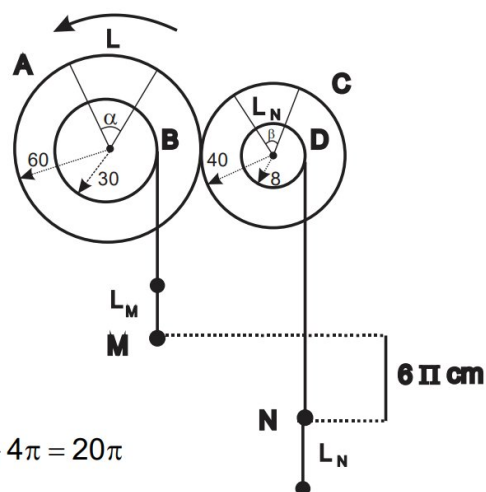
Sabemos $\alpha = 60^\circ = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$

$$\Rightarrow L_M = \left(\frac{\pi}{3}\right)(30) = 10\pi$$

$$\Rightarrow L = \left(\frac{\pi}{3}\right)(60) = \beta(40) \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$\Rightarrow L_N = \left(\frac{\pi}{2}\right)(8) = 4\pi$$

$\therefore$ Diferencia finalmente de altura (M;N) = $10\pi + 6\pi + 4\pi = 20\pi$



Rpta.: A

7. En el sistema mostrado, los radios de las poleas M, N, P, Q y R son 4 cm, 6 cm, 3 cm, 6 cm y 2 cm, respectivamente. Si el bloque sombreado sube una longitud de 12π cm en el sentido indicado, ¿cuántas vueltas dará la polea M?

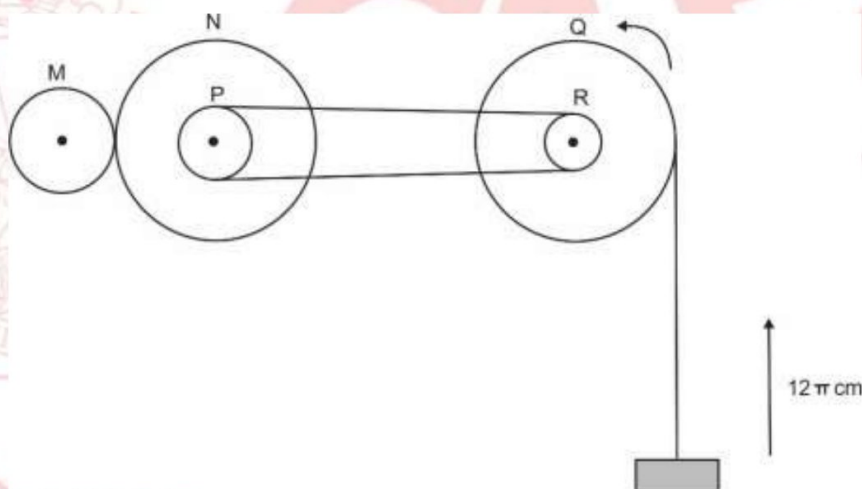
A) $\frac{1}{2}$

B) 1

C) $1\frac{1}{3}$

D) $1\frac{1}{4}$

E) $1\frac{1}{2}$



Solución:

Sea α el ángulo de giro de la polea Q.

$$\Rightarrow \alpha(6) = 12\pi \Rightarrow \alpha = 2\pi \Rightarrow n_Q = 1 \Rightarrow n_Q = n_R = 1$$

$$\text{Como } n_R \times 2 = n_P \times 3 \Rightarrow n_P = \frac{2}{3} \Rightarrow n_P = n_N = \frac{2}{3}$$

$$\text{Como } n_N \times (6) = n_M \times (4) \Rightarrow n_M = 1$$

$\therefore$ La polea M dará 1 vuelta.

Rpta.: B



8. En el siguiente sistema de poleas, los radios de las poleas M, N, R, S y T son 3 cm, 5 cm, 2 cm, 4 cm y 3 cm, respectivamente. Si el bloque P sube una longitud de 30π cm, ¿cuántos centímetros baja el bloque Q?

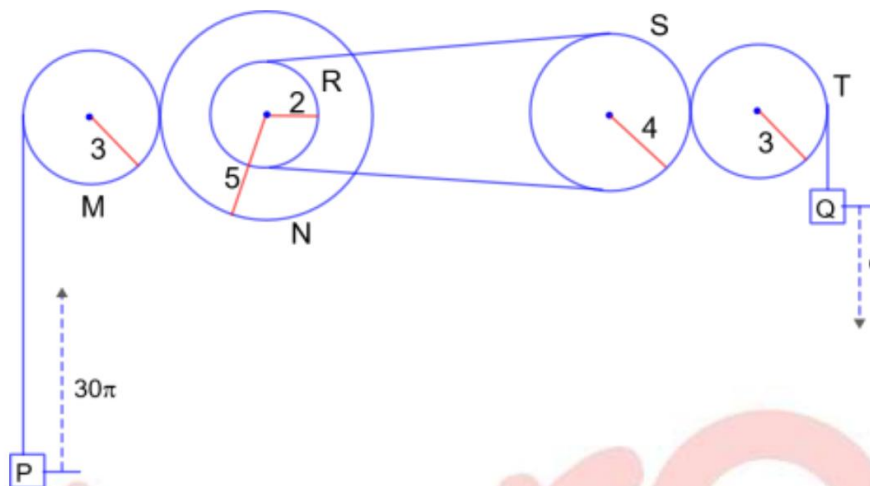
A) 13π

B) 10π

C) 12π

D) 14π

E) 11π



Solución:

$$\text{Como } \frac{L_P}{2\pi} = n_N \times R_N \Rightarrow \frac{30\pi}{2\pi} = n_N \times 5 \Rightarrow n_N = 3 \quad \text{Como } n_N = n_R = 3$$

$$\text{Como } n_R \times R_R = n_S \times R_S \Rightarrow 3 \times 2 = n_S \times 4 \Rightarrow n_S = \frac{3}{2}$$

$$\text{Como } n_S \times R_S = n_T \times R_T \Rightarrow \frac{3}{2} \times 4 = n_T \times 3 \Rightarrow n_T = 2$$

$$\text{Como } \frac{L_Q}{2\pi} = n_T \times R_T \Rightarrow \frac{L_Q}{2\pi} = 2 \times 3 \therefore L_Q = 12\pi \text{ cm}$$

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Ana toma tres pastillas del tipo A cada 8 horas y dos pastillas del tipo B cada 6 horas. Luego de 96 horas de tratamiento, debido a un inconveniente, dejó de tomar las pastillas. Si el tratamiento debió durar 144 horas y debía empezar y terminar tomando ambos tipos de pastillas, ¿cuántas pastillas dejó de tomar Ana al no culminar su tratamiento?

A) 34

B) 36

C) 32

D) 35

E) 33

Solución:

$$\# \text{ Pastillas} = 3 \underbrace{\left(\frac{144}{8} + 1 \right)}_{\# \text{ Pastillas A}} + 2 \underbrace{\left(\frac{144}{6} + 1 \right)}_{\# \text{ Pastillas B}} = 57 + 50 = 107 \quad (\# \text{ pastillas que debio tomar})$$

Pero solo tomó durante 96 horas



$$\# \text{ Pastillas} = 3 \underbrace{\left(\frac{96}{8} + 1 \right)}_{\# \text{ Pastillas A}} + 2 \underbrace{\left(\frac{96}{6} + 1 \right)}_{\# \text{ Pastillas B}} = 39 + 34 = 73 \quad (\# \text{ pastillas que debió tomó})$$

$$\therefore \text{Dejó de tomar} = 107 - 73 = 34$$

Rpta.: A

2. Durante 204 horas, Víctor debe tomar m pastillas del tipo A cada 6 horas y n mL de un jarabe B cada 12 horas. Además, m y n son números primos y la cantidad total de pastillas es al total de mililitros como 5 es a 6. Si empezó y terminó tomando simultáneamente las pastillas y el jarabe, calcule el valor de $(n+m)$.

- A) 12 B) 10 C) 8 D) 11 E) 9

Solución:

$$\frac{m \left(\frac{204}{6} + 1 \right)}{n \left(\frac{204}{12} + 1 \right)} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{m(34+1)}{n(17+1)} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{m(35)}{n(18)} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{3k}{7k}$$

Como m y n son números primos tenemos $m=3$ y $n=7$

$$\therefore (m+n) = 10$$

Rpta.: B

3. En un banco atienden en 2 ventanillas; el tiempo de atención por cliente es 15 minutos en la primera y 10 minutos en la segunda. Si el horario de atención en ambas ventanillas es de lunes a viernes de 9:00 a.m. a 5:30 p.m. (inclusive) y sábados de 9:00 a.m. a 12:00 p.m. (inclusive), en dichas ventanillas en todo momento, hay clientes que atender y los primeros dos clientes del año 2022 fueron atendidos el sábado 1 de enero a las 9:00 a.m. Si a la fecha de hoy ya se atendieron 1000 clientes, ¿qué fecha es hoy?

- A) 18 de enero B) 15 de enero C) 17 de enero
D) 19 de enero E) 16 de enero

Solución:

☒ Cantidad de clientes atendidos los sábados

$$\left(\frac{180}{15} \right) + \left(\frac{180}{10} \right) = 12 + 18 = 30$$

☒ Cantidad de clientes atendidos un día hábil

$$\left(\frac{510}{15} \right) + \left(\frac{510}{10} \right) = 34 + 51 = 85$$

$$\text{☒ Cantidad atendida} = \underbrace{30}_{\text{Sábado 1 enero}} + \underbrace{85 \times 5 + 30}_{1 \text{ semana}} + \underbrace{85 \times 5 + 30}_{1 \text{ semana}} + \underbrace{60}_{\text{menos 1 día}} = 1000$$



- ☞ Para que se haya atendido a 1000 personas han transcurrido 2 semanas y 2 días de enero.

$$\therefore \text{Día} = \underset{\substack{1 \text{ enero} \\ \text{sábado}}}{1} + \underset{\substack{\text{domingo}}}{1} + \underset{\substack{1 \text{ semana} \\ \text{lunes-domingo}}}{7} + \underset{\substack{1 \text{ semana} \\ \text{lunes-domingo}}}{7} + \underset{\substack{\text{lunes}}}{1} = 17 \text{ enero}$$

Rpta.: C

4. La rana "Rene" salta en línea recta y se observa que, en 18 segundos, da tantos saltos como dos veces el tiempo que emplea en dar un salto (en segundos). Si la longitud de cada salto es de 1,2 metros, ¿qué distancia cubrirá en 3 minutos?

A) 73,2 m B) 74 m C) 64 m D) 72 m E) 72,6 m

Solución:

Sabemos: Tiempo empleado = 18 s ; Tiempo de separación = t ; N° de saltos = 2t

$$\# \text{ Saltos} = \frac{\text{Tiempo empleado}}{\text{Tiempo separación}} \Rightarrow 2t = \frac{18}{t} \Rightarrow t = 3 \text{ s}$$

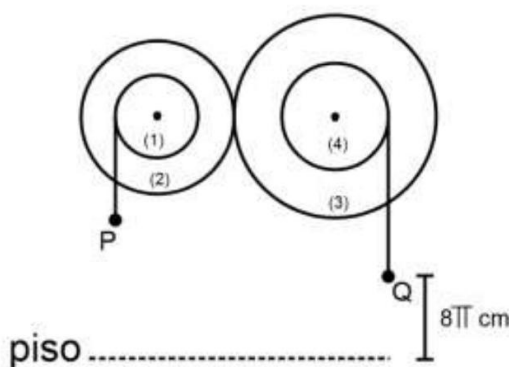
$$\text{Luego en 3 minutos} = 180 \text{ s} \Rightarrow \# \text{ Saltos} = \frac{180}{3} = 60$$

$$\therefore \text{Distancia}(3 \text{ minutos}) = 60(1,2 \text{ metros}) = 72 \text{ metros}$$

Rpta.: D

5. En el sistema las esferas P y Q son muy pequeñas de radio despreciable, ubicados como se indica en la figura. Los radios de las poleas 1, 2, 3 y 4 son respectivamente 3 cm, 6 cm, 10 cm, 4 cm. Si la esfera P baja 5π cm, ¿la esfera Q baja o sube? ¿Cuál es el ángulo de giro de la polea (4)?

- A) Baja 2π
B) Sube 3π
C) Baja $5\pi/3$
D) Sube $\pi/2$
E) Baja π



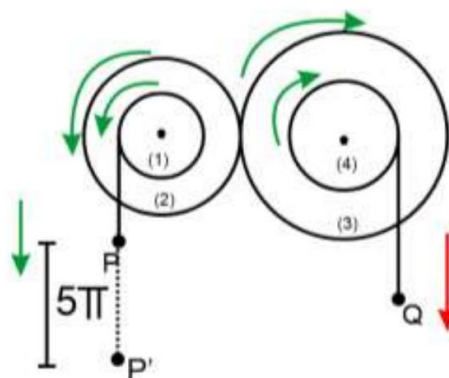
Solución:

θ : ángulo de giro

r: radio

$$\theta_1 \times r_1 = 5\pi \Rightarrow \theta_1 \times 3 = 5\pi$$

$$\Rightarrow \theta_1 = \frac{5\pi}{3} = \theta_2$$





$$\theta_2 \times r_2 = \theta_3 \times r_3 \Rightarrow \frac{5\pi}{3} \times 6 = \theta_3 \times 10$$

$$\Rightarrow \theta_3 = \pi = \theta_4$$

∴ La esfera Q baja y la polea (4) tiene un ángulo de giro igual π .

Rpta.: E

6. Los hermanos Ismael y Arturo observan la trayectoria que realiza una bicicleta en línea recta. Si Ismael le plantea a su hermano Arturo lo siguiente: supongamos que el piñón tiene 20 dientes y la catalina tiene 48 dientes, además que el radio de la catalina es 12 cm y las llantas tienen un radio de 30 cm, ¿qué distancia habrá recorrido la bicicleta cuando un ciclista realiza 50 pedaleadas completas? ¿Cuál fue la respuesta de Arturo si esta fue la correcta?

A) $7\,200\pi$ cm

B) $6\,200\pi$ cm

C) $7\,000\pi$ cm

D) $6\,600\pi$ cm

E) $7\,400\pi$ cm



Solución:

Sea C: catalina y P: piñón.

De la figura se observa, que para la catalina y el piñón

$$n_P \times D_P = n_C \times D_C \Rightarrow n_P \times 20 = 50 \times 48 \Rightarrow n_P = 120$$

Como el piñón y las llantas están unidas concéntricamente, las vueltas serán iguales. $n_P = n_{\text{Llanta}} = 120$

El recorrido de la bicicleta que dependerá del recorrido de la llanta

$$\therefore \text{Distancia recorrida bicicleta} = 2\pi(120)(30) = 7200\pi \text{ cm}$$

Rpta.: A

7. En la figura se muestran tres ruedas tangentes entre sí, con centros O_1 , O_2 y O_3 , cuyos radios miden 13 cm, 8 cm y 10 cm respectivamente. Si A y B son puntos que se ubican sobre las ruedas y estas giran en el sentido indicado, ¿cuántas vueltas como mínimo debe dar la rueda de mayor radio para que la distancia entre los puntos A y B sea mínima por tercera vez?

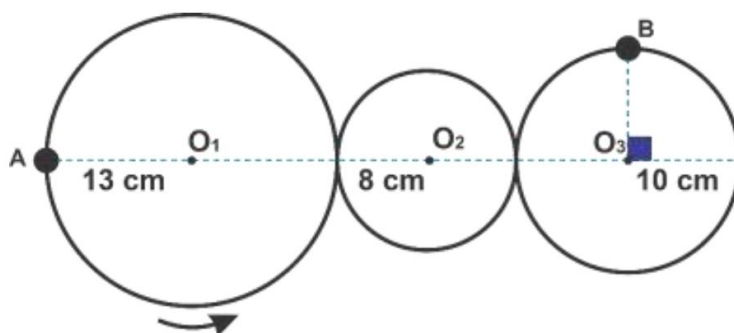
A) $29\frac{1}{4}$

B) $22\frac{1}{2}$

C) $29\frac{1}{2}$

D) $23\frac{1}{2}$

E) $22\frac{1}{4}$





Solución:

$$\left(n_{O_1} + \frac{1}{2}\right)(r_1) = \left(n_{O_3} + \frac{1}{4}\right)(r_3) \Rightarrow \frac{(2n_{O_1} + 1)}{2}(13) = \frac{(4n_{O_3} + 1)}{4}(10)$$

$$\Rightarrow 26n_{O_1} + 13 = 20n_{O_3} + 5 \Rightarrow 26n_{O_1} + 8 = 20n_{O_3}$$

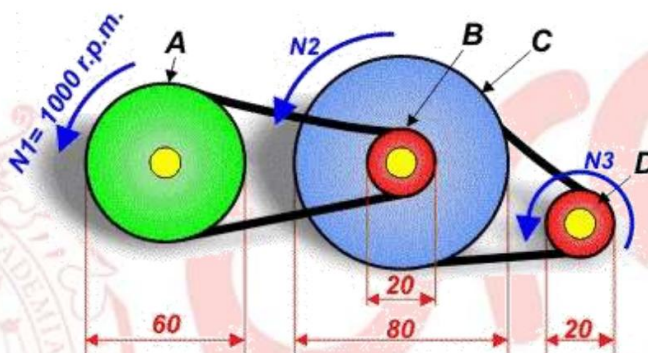
$$\Rightarrow 13n_{O_1} + 4 = 10n_{O_3} \Rightarrow n_{O_1} = \{2; 12; 22\} \text{ y } n_{O_3} = \{3; 16; 29\}$$

$$\therefore \# \text{mínimo vueltas mayor radio} = 22 + \frac{1}{2} = 22\frac{1}{2}$$

Rpta.: B

8. En el siguiente sistema, el engranaje A gira a razón de 1000 revoluciones por minuto. ¿Cuántas revoluciones realizará el engranaje D en 30 segundos?

- A) 4 000
B) 8 000
C) 6 000
D) 2 000
E) 7 000



Solución:

$$n_A \times r_A = n_B \times r_B \Rightarrow 1000 \times 30 = n_B \times 10 \Rightarrow n_B = 3000 = n_C$$

$$\Rightarrow n_C \times r_C = n_D \times r_D \Rightarrow 3000(40) = n_D(10) \Rightarrow n_D = 12000 \text{ (1 minuto)}$$

$\therefore$ El engranaje D, dará en 30 segundos, 6000 revoluciones.

Rpta.: C

ARITMÉTICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Las edades, en años, de Érika, Yair, Katty y Óscar forman una proporción aritmética. La suma de las edades de Yair y Katty, que son los términos medios, es 72. Además, las edades de Érika y Óscar están en la relación de 7 a 5. Si Érika es mayor que Yair, Yair mayor que Katty y esta última es mayor que Óscar, ¿cuál es la diferencia de las edades de Érika y Óscar?
- A) 16 B) 10 C) 8 D) 14 E) 12

Solución:

Sean las edades E, Y, K, O , por dato $E - Y = K - O$, $Y + K = 72$, $E = 7a$, $O = 5a$
Por propiedad $E + O = Y + K \rightarrow 12a = 72 \rightarrow a = 6 \rightarrow E - O = 2a = 2(6) = 12$
 $\therefore$ La diferencia de edades de Érika y Óscar es 12.

Rpta.: E



2. De tres amigas se sabe que la cantidad de libros que tiene Mariana es la media proporcional de 24 y 150; la cantidad de libros que tiene Sofía es la cuarta proporcional de 20, 4 y la cantidad de libros que tiene Mariana. Si la cantidad de libros que tiene Laura es la tercera diferencial de 17 y la cantidad de libros que tiene Sofía, ¿cuántos libros más tiene Mariana que Laura?

A) 48 B) 43 C) 53 D) 55 E) 58

Solución:

Sean M : N° libros de Mariana, S : N° de libros de Sofía, L : N° de libros de Laura.

Por dato:

$$\frac{24}{M} = \frac{M}{150} \rightarrow M^2 = 24(150) \rightarrow M = 60$$

También

$$\frac{20}{4} = \frac{60}{S} \rightarrow S = 12$$

También

$$17 - S = S - L \rightarrow L = 7$$

Luego, $M - L = 60 - 7 = 53$

∴ Mariana tiene 53 libros más que Laura.

Rpta.: C

3. En una conferencia sobre tecnología, al comenzar el evento, el número de varones y mujeres asistentes eran entre sí como 7 es a 12. Después de 40 minutos, se retiraron 10 varones y una cuarta parte del número de mujeres que había al inicio, de modo que el número de varones y mujeres que quedaron en ese momento estaban en la relación de 9 a 13. ¿Cuántas mujeres más que varones había al comenzar dicho evento?

A) 50 B) 65 C) 55 D) 75 E) 60

Solución:

Sean M : N° de mujeres al inicio, V : N° de varones al inicio

Por dato, $V = 7k$, $M = 12k$

Después de 40 minutos

$$\frac{V - 10}{M - 3k} = \frac{9}{13} \rightarrow \frac{7k - 10}{12k - 3k} = \frac{9}{13} \rightarrow 91k - 130 = 81k \rightarrow k = 13$$

Luego,

$$M - V = 5k = 5(13) = 65$$

∴ Al inicio había 65 mujeres más que varones

Rpta.: B

4. En un concurso de matemática, los puntajes obtenidos por un profesor y sus cinco estudiantes forman una serie de tres razones geométricas equivalentes y continuas de razón entera. La diferencia entre los antecedentes de la primera y tercera razón es a la diferencia entre sus respectivos consecuentes, como la suma de los antecedentes de las tres razones es a la suma del primer consecuente y el quíntuplo del último consecuente; además, la suma del segundo antecedente con el cuadrado de su respectivo consecuente es 192. Si todos obtuvieron puntajes enteros positivos, ¿cuántos puntos suman el mayor y el menor puntaje?

A) 188 B) 195 C) 192 D) 198 E) 205



Solución:

Sean los puntajes obtenidos a, b, b, c, c, d

Por dato,

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k, \quad \frac{a-c}{b-d} = \frac{a+b+c}{b+5d}, \quad b+c^2 = 192$$

Por propiedad

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d} = \frac{a+b+c}{b+5d} = k \rightarrow \frac{dk^3 + dk^2 + dk}{dk^2 + 5d} = k \rightarrow \frac{k^2 + k + 1}{k^2 + 5} = 1$$
$$k = 4$$

De este modo

$$b + c^2 = d(4^2) + (4d)^2 = 192 \rightarrow d^2 + d = 12 \rightarrow d = 3$$

Mayor puntaje: $a = 192$

Menor puntaje: $d = 3$

$\therefore$ El mayor y menor puntaje suman 195 puntos.

Rpta.: B

5. En un ensayo de laboratorio se midió los tiempos de absorción, en segundos, de cuatro nuevos medicamentos y se observó que dichos tiempos forman una proporción geométrica continua de razón entera. Además, se cumple que la razón entre la diferencia positiva de los cubos de los dos mayores tiempos y la diferencia positiva de los cubos de los dos menores tiempos es igual a la razón entre la suma de los cuadrados de los dos mayores tiempos y la suma de los cuadrados de los menores tiempos, incrementada en 294 unidades. Si la diferencia positiva de los tiempos mayor y menor utilizados es de 5040 segundos, ¿cuál es el tiempo, en segundos, de absorción más rápida?

A) 5145 B) 135 C) 105 D) 121 E) 735

Solución:

Sean los tiempos de los cuatro medicamentos que forman una proporción geométrica continua: a, b, b y c con $a > b > c$, luego se tiene:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k \in \mathbb{Z}, \quad \frac{a^3 - b^3}{b^3 - c^3} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} + 294, \quad a - c = 5040$$

Por propiedad,

$$\frac{a^3 - b^3}{b^3 - c^3} = k^3, \quad \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = k^2 \rightarrow k^3 = k^2 + 294 \rightarrow k^2(k - 1) = 294 = 7^2(6) \rightarrow k = 7$$

También

$$c(7^2) - c = 5040 \rightarrow 48c = 5040 \rightarrow c = 105$$

$\therefore$ El tiempo, en segundos, de absorción más rápida es de 105 segundos.

Rpta.: C

6. Claudia, Mario y Javier compraron cada uno un reloj nuevo hace 12, 18 y 30 años respectivamente. Luego, cada uno por separado calcula el cociente entre la suma y la diferencia de su propia edad, en años, y la antigüedad de su respectivo reloj, en años, obteniendo los tres el mismo resultado. Además, con respecto a sus propias edades, comprobaron que la diferencia entre el cuádruplo de la mayor edad y la cuarta parte del cuadrado de la menor edad de los tres es 91. Determine la máxima diferencia posible de edad entre Javier y Mario.

A) 26 B) 25 C) 14 D) 28 E) 29



Solución:

Sean C, M y J la edad de Claudia, Mario y Javier respectivamente

$$\frac{C+12}{C-12} = \frac{M+18}{M-18} = \frac{J+30}{J-30}$$
$$\rightarrow \frac{C}{12} = \frac{M}{18} = \frac{J}{30} \rightarrow \frac{C}{2} = \frac{M}{3} = \frac{J}{5} = k$$

Por dato,

$$4(5k) - \frac{(2k)^2}{4} = 91 \rightarrow 20k - k^2 = 91 \rightarrow k(20 - k) = 13(7)$$
$$\rightarrow k = 13$$

Luego, $J - M = 5(13) - 3(13) = 26$

∴ La máxima diferencia de edades entre Javier y Mario es 26.

Rpta.: A

7. Las ciudades Alfa, Beta, Gamma, Delta, Épsilon y Zeta tienen poblaciones de 20, m, n, p, q y r miles de habitantes, respectivamente. Estas poblaciones, en ese orden, forman una serie de tres razones geométricas equivalentes donde $n(m+r) = p(4q+5)$. Si la suma del cuádruplo de la población de Beta con el quíntuplo de la población de Zeta es 63 mil habitantes, ¿cuántos miles de habitantes más tiene la ciudad de Alfa que Zeta?

A) 10 B) 9 C) 8 D) 11 E) 17

Solución:

Por dato,

$$\frac{20}{m} = \frac{n}{p} = \frac{q}{r}, \quad n(m+r) = p(4q+5), \quad 4m+5r = 63$$
$$\rightarrow 20p = mn, \quad nr = pq \rightarrow 20p + pq = 4pq + 5p \rightarrow q = 5$$
$$\rightarrow \frac{20}{m} = \frac{n}{p} = \frac{5}{r} \rightarrow \frac{m}{4} = \frac{r}{1} \rightarrow 4(4k) + 5(k) = 63 \rightarrow k = 3$$

Luego, $20 - r = 20 - 3 = 17$

∴ Alfa tiene 17 mil habitantes más que Zeta.

Rpta.: E

8. Tres parejas de estudiantes de la carrera profesional de Derecho realizaron una exposición en clase, donde cada integrante expuso sobre un tema asignado por el profesor. Con respecto a los tiempos de duración de dicha exposición se observó que la pareja que utilizó menos tiempo lo hizo en 18 minutos, la pareja que utilizó mayor tiempo lo hizo en 36 minutos y la pareja restante utilizó 27 minutos. Además, la razón entre los tiempos de exposición, en minutos, de cada integrante por pareja es la misma, y multiplicando los mayores tiempos individuales por pareja, en minutos, es 3000. Con respecto a los tiempos individuales de exposición de los seis estudiantes, ¿cuál es la diferencia positiva, en minutos, entre el mayor y menor tiempo empleado?

A) 12 B) 14 C) 8 D) 10 E) 15



Solución:

Sean los tiempos de duración en minutos de la exposición: a, b las más cortas, e, f las más largas y c, d los tiempos restantes.

Por dato,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}, \quad a + b = 18, \quad c + d = 27, \quad e + f = 36, \quad bdf = 3000$$

Por propiedad

$$\rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} = \frac{e+f}{f} \rightarrow \frac{(a+b)(c+d)(e+f)}{bdf} = \frac{(a+b)^3}{b^3} = \frac{(c+d)^3}{d^3} = \frac{(e+f)^3}{f^3}$$

Luego

$$\frac{18^3}{b^3} = \frac{27^3}{d^3} = \frac{36^3}{f^3} = \frac{18(27)(36)}{3000} = \frac{729}{125}$$
$$\rightarrow b = 10, d = 15, f = 20 \rightarrow a = 8, c = 12, e = 16$$

∴ La diferencia de tiempos de la presentación más larga con la más corta es 12.

Rpta.: A

9. Tres amigos, Diana, Eduardo y Felipe, decidieron invertir en un negocio. Cada uno aportó una cantidad de dinero en dólares correspondiente a un número cuadrado perfecto. Las sumas de los aportes de Diana y Eduardo; Diana y Felipe; y Eduardo y Felipe están en la proporción 25, 45 y 52 respectivamente. Si Felipe aportó 4500 dólares más que Eduardo y, al finalizar el negocio, cada uno retiró su aporte junto a una ganancia en dólares equivalente al quíntuplo de la raíz cuadrada de su aporte, ¿cuánto dinero, en dólares, retiró Diana en total?

A) 2750 B) 5250 C) 8550 D) 2250 E) 1800

Solución:

Sean los aportes Diana: D^2 , Eduardo: E^2 , Felipe: F^2 .

Por dato

$$\frac{D^2 + E^2}{25} = \frac{D^2 + F^2}{45} = \frac{E^2 + F^2}{52} = k^2, \quad F^2 - E^2 = 4500, \quad \text{ganancia} \frac{c}{u} = 5\sqrt{\text{Aporte}}$$

Por propiedad

$$\frac{2(D^2 + E^2 + F^2)}{122} = k^2 \rightarrow D^2 + E^2 + F^2 = 61k^2 \rightarrow E^2 = 16k^2, F^2 = 36k^2$$
$$\rightarrow 36k^2 - 16k^2 = 4500 \rightarrow k^2 = 225 \rightarrow k = 15$$

Por lo tanto, Diana recibió

$$D^2 + 5\sqrt{D^2} = 9k^2 + 5(3k) = 9(15^2) + 5(3(15)) = 9(225) + 225 = 2250$$

∴ Diana recibió en total 2250 dólares.

Rpta.: D

10. Se tienen tres cajas con libros en cantidades proporcionales a 14, 6 y 18 respectivamente. Martha observa que, al transferir m libros de la primera caja a la segunda, y luego, n libros de la tercera caja a la segunda, las nuevas cantidades de libros quedan proporcionales a 36, 54 y 24 respectivamente. Si además $n - m = 48$, ¿cuántos libros quedan finalmente en la tercera caja?

A) 40 B) 42 C) 48 D) 54 E) 56



Solución:

Sean A, B y C la cantidad de libros que contiene la primera, segunda y tercera caja respectivamente.

Por dato

$$\frac{A}{14} = \frac{B}{6} = \frac{C}{18} = k, \quad \frac{A-m}{36} = \frac{B+m+n}{54} = \frac{C-n}{24}, \quad n-m=48, \quad C-n=?$$

Por propiedad

$$\begin{aligned} A=14k, B=6k, C=18k &\rightarrow \frac{14k-m}{36} = \frac{6k+m+n}{54} = \frac{18k-n}{24} \\ &\rightarrow \frac{14k-m+6k+m+n+18k-n}{36+54+24} = \frac{38k}{114} = \frac{k}{3} \\ &\rightarrow \frac{14k-m}{36} = \frac{k}{3}, \quad \frac{18k-n}{24} = \frac{k}{3} \rightarrow m=2k, n=10k \\ &\rightarrow 10k-2k=48 \rightarrow k=6 \end{aligned}$$

Luego, $C-n=18k-10k=8k=8(6)=48$

∴ La cantidad de libros que quedaron en la tercera caja es 48.

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. La cantidad de libros que tiene Emiliano es la cuarta diferencial de 50, 22 y 44. Fernando tiene una cantidad de libros que es la tercera proporcional de 4 y la cantidad de libros de Emiliano. Nora tiene tantos libros como la razón aritmética entre la cantidad de libros de Fernando y Emiliano. Si la cantidad de libros que tiene Celia es a la cantidad de libros que tiene Nora como 5 es a 12, ¿cuántos libros tiene Celia?

A) 18 B) 20 C) 24 D) 26 E) 28

Solución:

Sean E, F, N, C : las cantidades de libros que tienen Emiliano, Fernando, Nora y Celia respectivamente

Por dato:

$$50-22=44-E \rightarrow E=16, \quad \frac{4}{16} = \frac{16}{F} \rightarrow F=64 \rightarrow N=64-16=48$$
$$\frac{C}{48} = \frac{5}{12}$$

∴ La cantidad de libros que tiene Celia es 20.

Rpta.: B

2. La concentración del medicamento A en la sangre es 8 mg/l mayor que la del medicamento B. Si la diferencia entre las razones geométricas que se pueden formar con dichas concentraciones es $5/6$, determine la suma de las cifras de la concentración del medicamento B.

A) 5 B) 8 C) 9 D) 6 E) 7



Solución:

Sean C_A : Concentración del medicamento A, C_B : Concentración del medicamento B
Por dato,

$$\begin{aligned} C_A - C_B &= 8, & \frac{C_A}{C_B} - \frac{C_B}{C_A} &= \frac{5}{6} \\ \rightarrow \frac{C_A^2 - C_B^2}{C_A C_B} &= \frac{5}{6} \rightarrow \frac{(8) \cdot (C_A + C_B)}{C_A \cdot C_B} &= \frac{5}{6} \rightarrow \frac{(C_A + C_B)}{C_A \cdot C_B} &= \frac{5(8)}{6(8)(8)} = \frac{40}{24(16)} \end{aligned}$$

$\therefore$ La suma de cifras pedida es $1 + 6 = 7$.

Rpta.: E

3. Un químico debía preparar una solución mezclando alcohol, agua y un reactivo en la proporción 4, 2 y 5 respectivamente. Para completar la mezcla le faltaban 4 litros de alcohol y 6 litros del reactivo; sin embargo, decidió preparar la solución en una proporción distinta y, sin agregar los litros que le faltaban de alcohol y de reactivo, añadió cierta cantidad de agua a los ingredientes que ya tenía; así las cantidades quedaron proporcionales a 5, 7 y 6. respectivamente, ¿cuántos litros de agua contiene la solución que preparó?

A) 35 B) 28 C) 42 D) 21 E) 14

Solución:

Sean

A : # de litros de alcohol.

H : # de litros de agua.

R : # de litros de reactivo.

$$\frac{A}{4} = \frac{H}{2} = \frac{R}{5} = k$$

Cantidad de alcohol disponible: $4k - 4$,

Cantidad de reactivo disponible: $5k - 6$

Cantidad de agua agregado: x

$$\begin{aligned} \frac{4k - 4}{5} &= \frac{2k + x}{7} = \frac{5k - 6}{6} \rightarrow 6(4k - 4) = 5(5k - 6) \rightarrow k = 6 \\ &\rightarrow \frac{2k + x}{7} = \frac{5(6) - 6}{6} = 4 \rightarrow 2k + x = 28 \end{aligned}$$

$\therefore$ La solución que preparó tiene 28 litros de agua.

Rpta.: B

4. Las cantidades de gasolina en dos tanques están en la proporción de 3 a 8. Si se añadieran 40 litros a cada tanque, la proporción de sus volúmenes sería 8 a 13. Sin embargo, se extrajo la misma cantidad de litros de gasolina de ambos tanques, y la proporción de sus volúmenes quedó como 3 a 13. ¿Cuántos litros de gasolina quedaron en el tanque que tenía el menor volumen al inicio?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14



Solución:

Sean A : volumen en el primer tanque,
 B : volumen en el segundo tanque

Por dato,

$$\frac{A}{B} = \frac{3}{8} \rightarrow A = 3k, B = 8k \rightarrow \frac{3k + 40}{8k + 40} = \frac{8}{13} \rightarrow k = 8$$

Sea x litros de gasolina que se han extraído de cada tanque, luego

$$\frac{3(8) - x}{8(8) - x} = \frac{3}{13} \rightarrow x = 12$$

∴ La cantidad de litros de gasolina que quedaron es 12.

Rpta.: C

5. Con los pesos, en kilogramos enteros, de seis paquetes se forman tres razones geométricas equivalentes continuas, donde la suma de los antecedentes es 38 y la suma de los consecuentes 57. Si el paquete más pesado pesa 19 kilogramos más que el más liviano, determine la suma del peso de estos dos paquetes.

A) 38 B) 37 C) 36 D) 39 E) 35

Solución:

Sean a, b, b, c, c, d los pesos de los seis paquetes

Por dato,

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k, a + b + c = 38, b + c + d = 57, \text{ más pesado} - \text{ más liviano} = 19$$

Por propiedad

$$\frac{a + b + c}{b + c + d} = k \rightarrow \frac{38}{57} = k \rightarrow k = \frac{2}{3} \rightarrow c = \frac{2}{3}d, b = \frac{4}{9}d, a = \frac{8}{27}d$$

Del dato

$$d - a = 19 \rightarrow d - \frac{8}{27}d = 19 \rightarrow d = 27 \rightarrow a = 8, b = 12, c = 18$$

∴ La suma de los pesos (más pesado y más liviano) = $27 + 8 = 35$.

Rpta.: E

6. Con las cantidades de energía, en kilovatios hora, consumidas en seis meses consecutivos, se forman tres razones geométricas equivalentes. Si la suma de los términos de cada razón es 240, 210 y 150 respectivamente, y además el producto de los consecuentes es 280 000, determine la suma de las energías, en kilovatios hora, consumidas en los tres meses con menor consumo.

A) 190 B) 200 C) 180 D) 215 E) 210

Solución:

Sean a, b, c, d, e, f los consumos de energía

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}, a + b = 240, c + d = 210, e + f = 150, b \cdot d \cdot f = 280\,000$$

Por propiedad

$$\frac{a + b}{b} = \frac{c + d}{d} = \frac{e + f}{f} = k \rightarrow \frac{(a + b)(c + d)(e + f)}{bdf} = k^3 \rightarrow \frac{(240)(210)(150)}{280\,000} = k^3$$
$$\rightarrow k = 3 \rightarrow \frac{240}{b} = \frac{210}{d} = \frac{150}{f} = 3$$



$$\rightarrow b = 80, d = 70, f = 50 \rightarrow a = 160, c = 140, e = 100$$

$\therefore$ La suma de los tres meses de menor consumo $= 80 + 70 + 50 = 200$.

Rpta.: B

7. El número de horas trabajadas, en un proyecto, por cuatro ingenieros son a^2, b, c^2 y d^3 . Se sabe que b es la media proporcional de a^2 y c^2 , además que $a + b = 60$. Si $\frac{b}{c^2} = \frac{a^2 + b}{a + b + c} = d$, determine la suma de las cifras del menor número de horas trabajadas por alguno de los cuatro ingenieros.

A) 7 B) 10 C) 12 D) 9 E) 8

Solución:

Por dato: horas trabajadas a^2, b, c^2 y d^3

$$\frac{a^2}{b} = \frac{b}{c^2} \dots (1), \quad a + b = 60 \dots (2), \quad \frac{b}{c^2} = \frac{a^2 + b}{a + b + c} = d \dots (3)$$

$$\text{de (1), (3)} \rightarrow \frac{a^2 + b}{b + c^2} = \frac{b}{c^2} = \frac{a^2 + b}{a + b + c} = d \rightarrow b + c^2 = a + b + c \rightarrow a = c(c - 1) \dots (4)$$

$$\text{de (1)} \quad b = ac \rightarrow b = c^2(c - 1) \text{ en (2)} \quad c(c - 1) + c^2(c - 1) = 60 \\ \rightarrow c(c - 1)(c + 1) = 60 = 4(3)(5) \rightarrow c = 4 \rightarrow a = 12, b = 48, d = 3$$

Así los números de horas trabajadas son 144, 48, 16, 27.

$\therefore$ La suma de cifras del menor número de horas trabajadas es $1 + 6 = 7$.

Rpta.: A

8. En una tienda de productos electrónicos, durante una semana, se observó que por cada 13 unidades vendidas del auricular modelo A, se venden 15 unidades del modelo B, y por cada 5 unidades vendidas del modelo B, se venden 9 unidades del modelo C. Si al finalizar la semana, la cantidad de unidades vendidas del modelo C superó en 204 a la del modelo B, ¿en cuántas unidades la venta del modelo C fue mayor que la del modelo A?

A) 229 B) 238 C) 244 D) 227 E) 242

Solución:

Sean a, b, c # auriculares del modelo A, B y C respectivamente vendidos en esa semana

Por dato

$$\frac{a}{b} = \frac{13}{15} \dots (1), \quad \frac{b}{c} = \frac{5}{9} \dots (2), \quad c - b = 204 \dots (3)$$

Entonces

$$\frac{a}{b} = \frac{13}{15}, \quad \frac{b}{c} = \frac{5 \times 3}{9 \times 3} = \frac{15}{27} \rightarrow \frac{a}{13} = \frac{b}{15} = \frac{c}{27} = k$$

Luego en (3)

$$27k - 15k = 204 \rightarrow 12k = 204 \rightarrow k = 17 \\ \rightarrow c - a = 27(17) - 13(17) = 14(17) = 238$$

$\therefore$ Se vendieron 238 modelos más de C que de A.

Rpta.: B



9. Para un experimento, Marcos prepara en dos frascos una mezcla de ácido y agua destilada. El primer frasco contiene 20 ml de ácido y 40 ml de agua, mientras que el segundo frasco contiene 25 ml de ácido y 35 ml de agua. Si su colega Diana le pide que intercambie cierta cantidad de mililitros de ambos frascos para que en el primer frasco la proporción de ácido a agua sea de 11 a 19, ¿cuántos mililitros debe intercambiar Marcos para lograrlo?

A) 24 B) 36 C) 12 D) 42 E) 48

Solución:

Primer frasco $\begin{cases} \text{ácido} = 20 \text{ mililitros} \\ \text{agua} = 40 \text{ mililitros} \end{cases}$ Segundo frasco $\begin{cases} \text{ácido} = 25 \text{ mililitros} \\ \text{agua} = 35 \text{ mililitros} \end{cases}$

Si se intercambia x mililitros del primer frasco con x mililitros del segundo frasco

$$\text{Primer frasco: } \frac{\text{ácido}}{\text{agua}} = \frac{20}{40} = \frac{a}{2a}, \quad \text{Segundo frasco: } \frac{\text{ácido}}{\text{agua}} = \frac{25}{35} = \frac{5b}{7b}$$

Luego $3a = 12b \rightarrow a = 4b$, de este modo la proporción de ácido a agua es:

$$\frac{\text{ácido}}{\text{agua}} = \frac{20 - a + 5b}{40 - 2a + 7b} = \frac{13}{17} \rightarrow \frac{20 + b}{40 - b} = \frac{11}{19} \rightarrow b = 2 \rightarrow a = 8$$

$\therefore$ Se debe intercambiar $3(8) = 24$ mililitros.

Rpta.: A

10. Carlos organiza un viaje con sus cinco empleados, quienes tienen menos años de experiencia que él. En cierto momento, Carlos comenta que los años de experiencia de los seis forman una serie de tres razones geométricas equivalentes y continuas, con una constante de proporcionalidad entera. Si la suma de los años de experiencia de los seis es 104, y el costo en soles del pasaje de cada uno equivale a los años de experiencia de Carlos, ¿cuál es la cantidad de soles que pagó Carlos por los seis pasajes?

A) 330 B) 318 C) 312 D) 336 E) 324

Solución:

Sea los años de experiencia de Carlos: a ;

y los años de experiencia de sus empleados: b, b, c, c, d

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k \rightarrow c = dk, \quad b = dk^2, \quad a = dk^3$$

Por dato

$$\begin{aligned} a + 2b + 2c + d &= 104 \rightarrow dk^3 + 2dk^2 + 2dk + d = 104 \\ d(k^3 + 2k^2 + 2k + 1) &= 104 \rightarrow d(k+1)(k^2 + k + 1) = 2(4)(13) \rightarrow d = 2, k = 3 \\ a &= 2(3^3) = 54, b = 2(3^2) = 18, c = 2(3) = 6 \end{aligned}$$

$\therefore$ El costo de los seis pasajes es $=6(54) = 324$ soles.

Rpta.: E



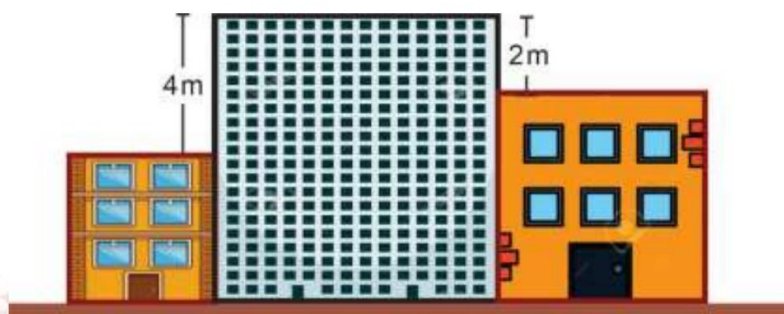
GEOMETRÍA

“El triángulo no solo encierra un área, sino también la historia del pensamiento humano.”

EJERCICIOS DE CLASE

1. En la figura se muestra la vista frontal de tres edificios continuos, tal que el frontis de cada edificio es un cuadrado. Si la suma de las áreas de las tres regiones cuadradas es 83 m^2 , halle el área del frontis del edificio más alto.

- A) 20 m^2
B) 36 m^2
C) 49 m^2
D) 50 m^2
E) 64 m^2



Solución:

- Dato: $\sum S_{\text{ÁREAS REGIONES CUADRADAS}} = 83$

$$\Rightarrow S_{QPRA} + S_{ABCD} + S_{DSMN} = 83$$

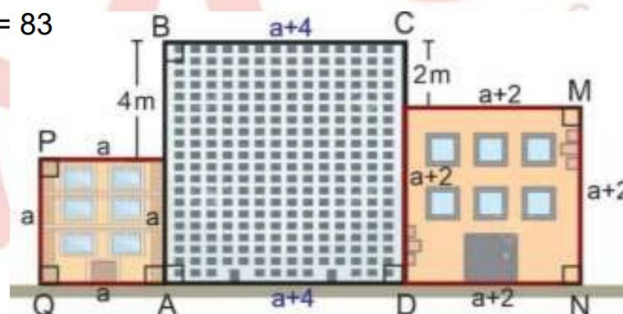
$$\Rightarrow a^2 + (a + 4)^2 + (a + 2)^2 = 83$$

$$\Rightarrow 3a^2 + 12a - 63 = 0$$

$$\Rightarrow a = 3$$

- $S_{ABCD} = (a + 4)^2 = 7^2 = 49$

$\therefore$ El área del frontis del edificio más alto es 49 m^2 .



Rpta.: C

2. Un sastre dispone de un rollo de tela rectangular de 2 m de ancho como se muestra en la figura. El sastre obtiene 1000 pañuelos cuadrados de 20 cm de lado. Halle la cantidad de tela que había en el rollo si no ha faltado ni ha sobrado tela.

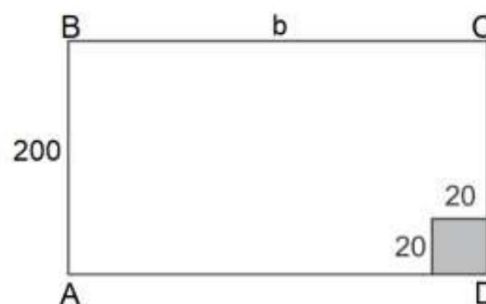
- A) 28 m^2
B) 34 m^2
C) 38 m^2
D) 40 m^2
E) 44 m^2





Solución:

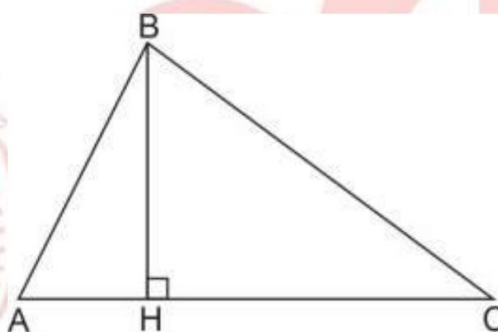
- Dato: $2 \text{ m} \Leftrightarrow 200 \text{ cm}$
 $(b)(200) = (20^2)(850)$
 $\Rightarrow b = 2(850)$
 $\Rightarrow b = 1700$
- $S_{ABCD} = (1700)(200)$
 $S_{ABCD} = (1700)(200)$
 $\Rightarrow S_{ABCD} = 340000 \text{ cm}^2 = 34 \text{ m}^2$
 $\therefore$ La cantidad de tela es 34 m^2 .



Rpta.: B

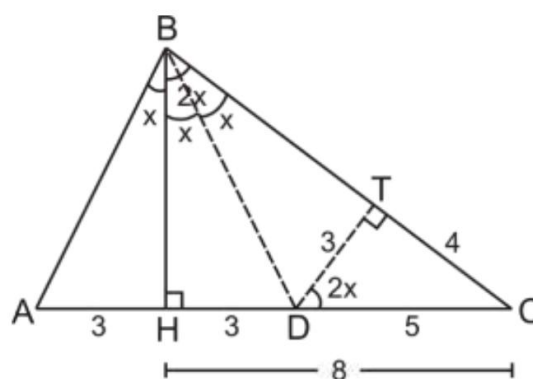
3. En la figura, $m\angle HBC = 2m\angle ABH$, $AH = 3 \text{ cm}$ y $HC = 8 \text{ cm}$. Halle el área de la región triangular ABC.

- A) 31 cm^2
 B) 32 cm^2
 C) 33 cm^2
 D) 40 cm^2
 E) 42 cm^2



Solución:

- Trazar la bisectriz $\overline{BD}$ del ángulo $\angle HBC$
 $\Rightarrow \triangle ABD$ es isósceles
 $\Rightarrow AH = HD = 3$
- Teorema de la bisectriz: $HD = TD = 3$
 $\Rightarrow DC = 5$
- $\triangle DTC$: notable de 37° y 53°
 $\Rightarrow 2x = 53^\circ$
- $\triangle BHC$: notable de 37° y 53°
 $\Rightarrow BH = 6$
 $\therefore S_{ABC} = \frac{(3+8) \cdot 6}{2} = 33 \text{ cm}^2$

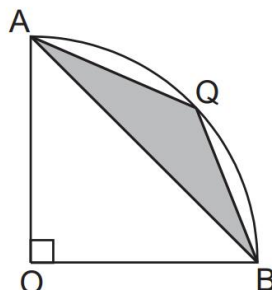


Rpta.: C



4. En la figura, AOB en un cuadrante cuyo radio mide 20 m y $\widehat{mBQ} = 37^\circ$. Halle el área de la región triangular AQB.

- A) 55 m^2
B) 60 m^2
C) 75 m^2
D) 76 m^2
E) 80 m^2



Solución:

- Trazamos $\overline{BH}$ perpendicular a la prolongación de $\overline{AQ}$

$\Rightarrow \triangle BHQ$: notable de 45°

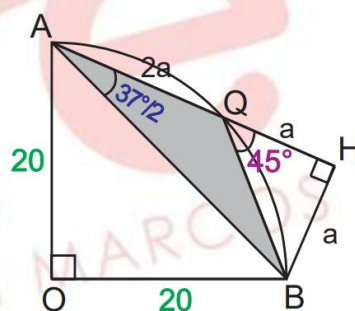
$\Rightarrow QH = BH = a$

- $\triangle AHB$: notable de $37^\circ/2$

$\Rightarrow AB = a\sqrt{10} = 20\sqrt{2}$

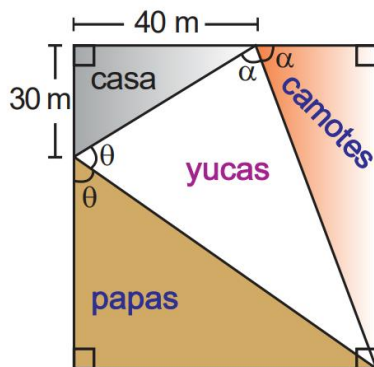
$\Rightarrow a = 4\sqrt{5}$

- $S_{AQB} = \frac{2a \cdot a}{2} = \frac{(8\sqrt{5})(4\sqrt{5})}{2} = 80$
 $\therefore S_{AQB} = 80 \text{ m}^2$



Rpta.: E

5. Un agricultor ha dividido su terreno de forma rectangular en parcelas destinadas para construir una casa, y el resto para sembrío de papas, yucas y camotes como se muestra en la figura. Halle el área destinada para el sembrío de yucas.



- A) 1800 m^2 B) 1400 m^2 C) 1350 m^2 D) 1500 m^2 E) 1200 m^2



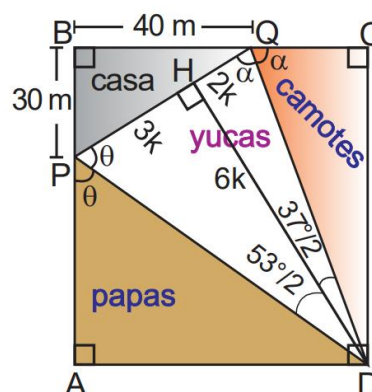
Solución:

- $\triangle PBQ$: notable de 37° y 53°
 $\Rightarrow PQ = 50$
- $\triangle PHD$: notable de $53^\circ/2$
 $\Rightarrow PH = 3k$ y $DH = 6k$
- $\triangle QHD$: notable de $37^\circ/2 \Rightarrow HQ = 2k$

Del gráfico: $5k = 50 \Rightarrow k = 10$

$$S_{\text{yucas}} = \frac{50 \cdot 60}{2} = 1500$$

$\therefore$ El área destinada para el sembrío de yucas es 1500 m^2 .



Rpta.: D

6. En un pedazo de triplay de forma triangular ABC se traza la línea de corte $\overline{PQ}$, tal que $PB = 4AP$, $7BQ = 2QC$. Si el área de la superficie cuadrangular APQC es 37 dm^2 , halle el área de la superficie triangular PBQ.

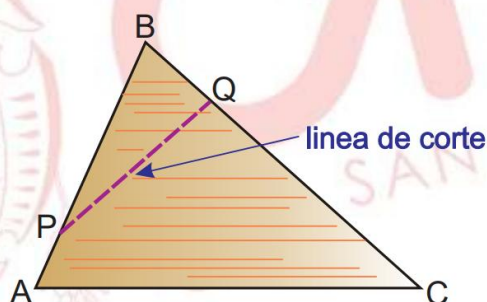
A) 4 dm^2

B) 10 dm^2

C) 8 dm^2

D) 6 dm^2

E) 9 dm^2



Solución:

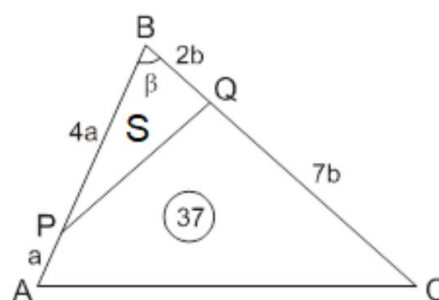
Sea S el área de la superficie triangular PBQ.

- $\triangle PBQ$ y $\triangle ABC$ tienen un ángulo común β .
- Por teorema:

$$\frac{S}{S + 37} = \frac{4a \cdot 2b}{5a \cdot 9b}$$

$$\Rightarrow S = 8$$

$\therefore$ El área de la superficie triangular PBQ es 8 dm^2 .



Rpta.: C



7. La figura muestra un letrero luminoso circular de diámetro 80 cm, y para reforzar su estructura, se coloca lámina triangular, cuyos vértices pertenecen al borde del letrero luminoso. Si el producto de las longitudes de sus lados es 6400 cm^3 , halle el área de la superficie de la lámina.

A) 40 cm^2

B) 30 cm^2

C) 38 cm^2

D) 36 cm^2

E) 49 cm^2



Solución:

Sea S el área de la superficie de la lámina triangular ABC .

- Dato: $2R = 80 \Rightarrow R = 40$

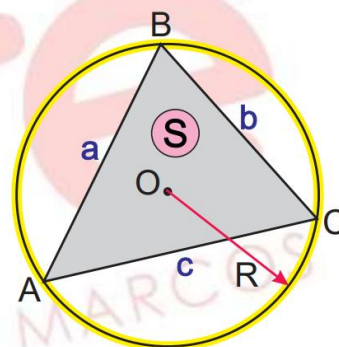
- Dato: $abc = 6400$

- Por teorema:

$$S = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R} = \frac{6400}{4 \cdot 40}$$

$$\Rightarrow S = 40$$

$\therefore$ El área de la superficie de la lámina es 40 cm^2 .



Rpta.: D

8. Para la base de un mueble de una pieza triangular de MDF, cuyos lados miden 13 m, 14 m y 15 m, se traza un círculo inscrito en el triángulo determinado por la pieza. Halle la longitud del radio del círculo.

A) 2 m

B) 3 m

C) 4 m

D) 5 m

E) 6 m

Solución:

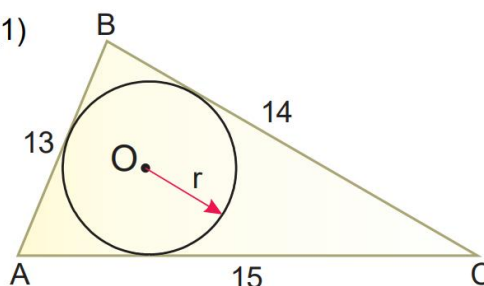
- $S_{ABC} = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = 84 \dots (1)$

$$S_{ABC} = pr = 21r \dots (2)$$

- De (1) y (2):

$$\Rightarrow 84 = 21r$$

$$\therefore r = 4 \text{ m}$$

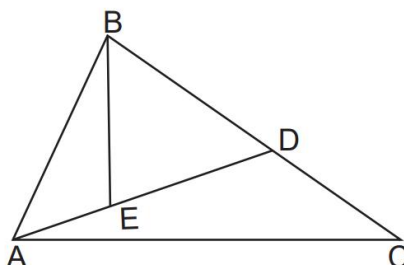


Rpta.: C



9. En la figura, $3BD = 4DC$, $3ED = 4AE$ y el área de la región triangular BED es 16 m^2 . Halle el área de la región triangular ABC.

- A) 42 m^2
B) 50 m^2
C) 49 m^2
D) 48 m^2
E) 52 m^2



Solución:

- $\triangle ABD$: relación de áreas

$$\frac{S_{ABE}}{S_{EBD}} = \frac{3b}{4b} \Rightarrow \frac{S_{ABE}}{16} = \frac{3}{4}$$

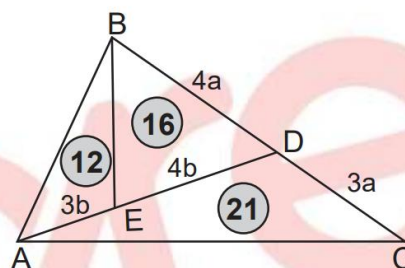
$$\Rightarrow S_{ABE} = 12 \text{ m}^2$$

- $\triangle BAC$: relación de áreas

$$\frac{S_{DAC}}{S_{BAD}} = \frac{3a}{4a} \Rightarrow \frac{S_{DAC}}{28} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow S_{DAC} = 21 \text{ m}^2$$

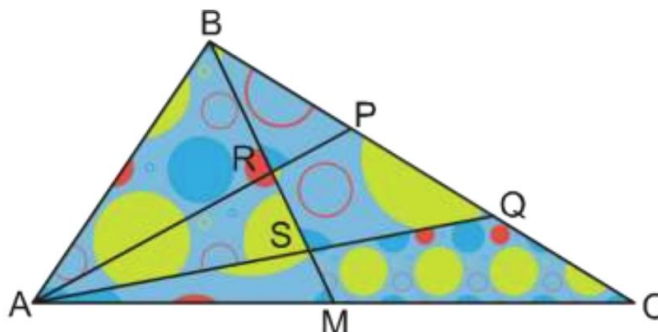
$$\therefore S_{ABC} = 49 \text{ m}^2$$



Rpta.: C

10. La figura muestra un rompecabezas formado por cuatro piezas triangulares y dos piezas cuadrangulares, tal que $BP = PQ = QC$ y $AM = MC$. Si el área de la pieza cuadrangular SRPQ es 55 cm^2 , halle el área total del rompecabezas (A, R y P son puntos colineales; A, S y Q son puntos colineales).

- A) 280 cm^2
B) 300 cm^2
C) 320 cm^2
D) 340 cm^2
E) 340 cm^2





Solución:

- Trazando paralelas a $\overline{BM}$ por los puntos P y Q

⇒ Teorema de Tales:

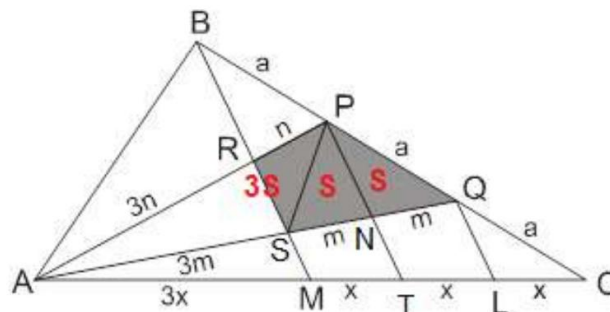
$$SN = NQ = m \text{ y } MT = TL = x$$

- $\triangle PAN$: teorema de Tales

$$PR = n \text{ y } RA = 3n$$

- $\triangle APQ$: relación de áreas

$$S_{APS} = 3S \text{ y } S_{SPQ} = 2S$$



- $\triangle ASP$: relación de áreas $S_{RSP} = \frac{3}{4}S$

- Dato: $S_{SRPQ} = 55$

$$\frac{3}{4}S + S + S = 55 \Rightarrow S = 20$$

$$\Rightarrow S_{APQ} = 5S = 100$$

- $S_{ABC} = 3(100)$

$$\therefore S_{ABC} = 300 \text{ cm}^2$$

Rpta.: B

11. En la figura se muestra la vista superior de un jardín circular y una piscina en forma cuadrada ABCD, tal que los tramos de las veredas representadas por $\overline{AP}$ y $\overline{CH}$ miden 3 m y 4 m respectivamente. Halle el área de la piscina.

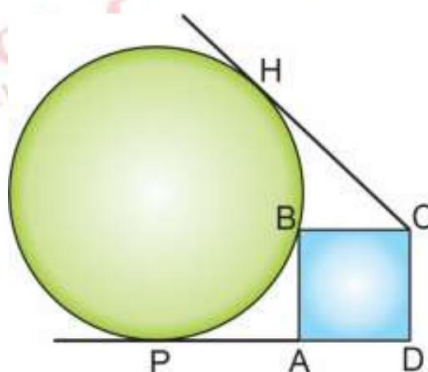
A) 4 m^2

B) 6 m^2

C) 8 m^2

D) 5 m^2

E) 9 m^2



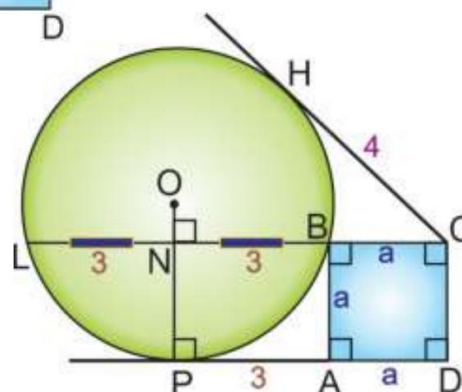
Solución:

- Sea O el centro de la circunferencia.

$$\Rightarrow \overline{OP} \perp \overline{PD}$$

- Prolongar $\overline{CB}$ hasta el punto L

$$\Rightarrow BN = 3$$



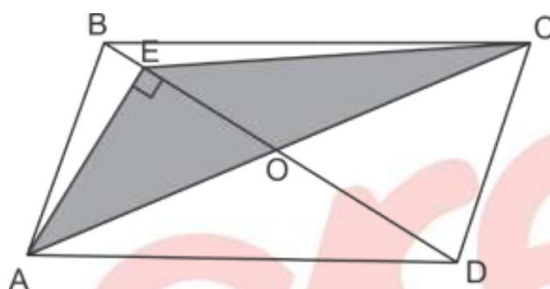


- Teorema de la tangente:
 $4^2 = (6 + a)(a)$
 $\Rightarrow a^2 + 6a - 16 = 0 \Rightarrow a = 2$
- $S_{ABCD} = 2^2 = 4$
 $\therefore$ El área de la piscina es 4 m^2 .

Rpta.: A

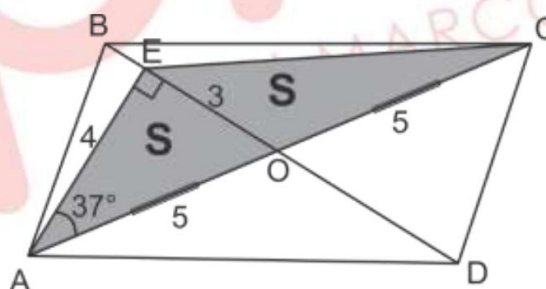
12. En la figura, ABCD es un romboide, OE = 3 cm y AC = 10 cm. Halle el área de la región sombreada.

- A) 12 cm^2
B) 10 cm^2
C) 9 cm^2
D) 11 cm^2
E) 13 cm^2



Solución:

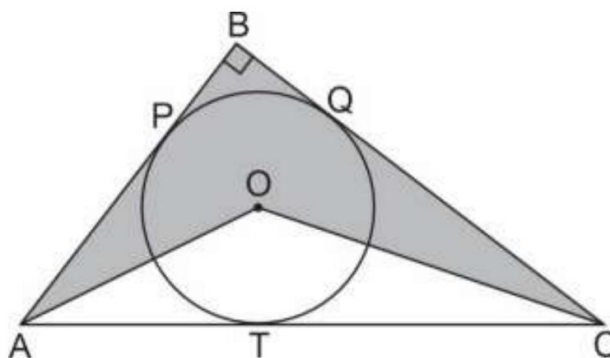
- $\triangle AEO$: notable 37° y 53°
 $\Rightarrow AE = 4$
- $\triangle AEC$: $\overline{EO}$ mediana
 $\Rightarrow S_{AEO} = S_{CEO}$
- $S_{AEO} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$
 $2S = 2(6) = 12 \text{ cm}^2$



Rpta.: A

13. En la figura, P, Q y T son puntos de tangencia, O centro de la circunferencia, $AB = 6 \text{ m}$ y $m\angle ACB = 37^\circ$. Halle el área de la región sombreada.

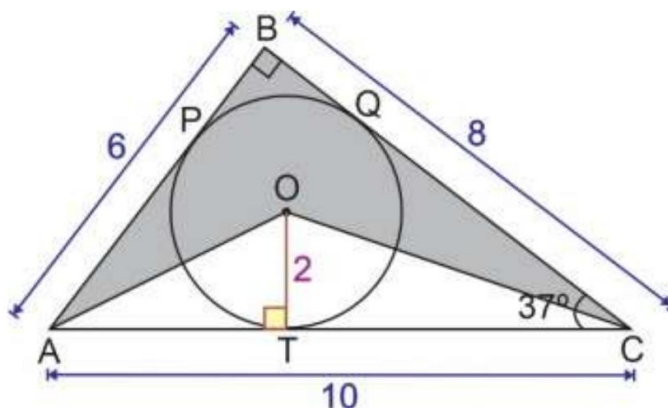
- A) 12 m^2
B) 14 m^2
C) 16 m^2
D) 13 m^2
E) 11 m^2





Solución:

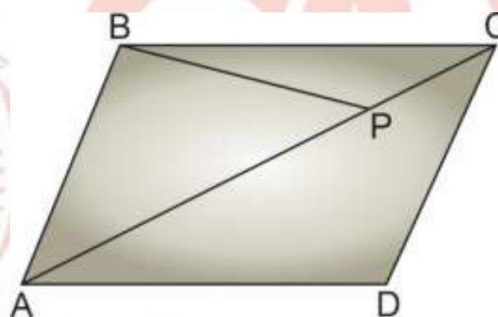
- $\triangle ABC$: notable de 37° y 53°
 $AC = 10$ y $BC = 8$
- $\triangle ABC$: Teorema de Poncelet
 $6 + 8 = 10 + 2r \Rightarrow r = 2$
- $S_X = S_{ABC} - S_{AOC}$
- $S_X = \frac{8 \cdot 6}{2} - \frac{10 \cdot 2}{2}$
 $\therefore S_X = 14 \text{ m}^2$



Rpta.: B

14. En un terreno limitado por el romboide ABCD, cuya área es 900 m^2 cuesta \$ 72 000 y para venderlo es dividida en tres parcelas como muestra la figura. Si $AP = 2PC$, halle el costo de la parcela BPC.

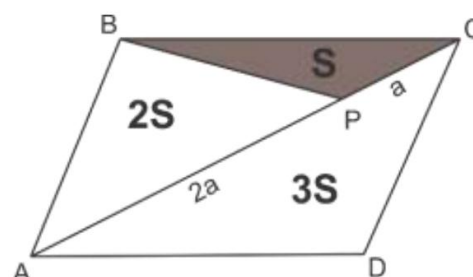
- A) \$ 12 000
- B) \$ 17 000
- C) \$ 16 000
- D) \$ 10 000
- E) \$ 18 000



Solución:

Sea x el costo de la menor parcela

- Relación de áreas:
 $A_{PBC} = S$, $A_{PBA} = 2S$ y $A_{DCA} = 3S$
- $S_{ABCD} = 6S$ y $S_{BPC} = S$
- $6S \longrightarrow \$ 72000$
 $S \longrightarrow x$
 $\Rightarrow S = \$ 12 000$
 $\therefore$ El costo de la parcela BPC es \$ 12 000.



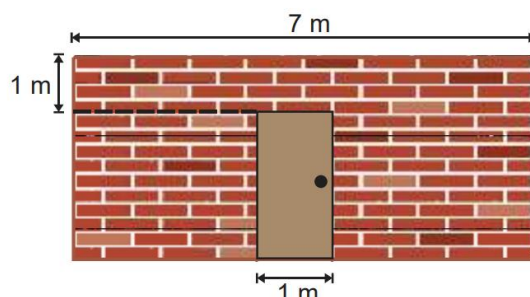
Rpta.: A



EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En la figura se muestra la fachada de una casa de forma rectangular. Si el perímetro de la fachada es el triple del perímetro de la puerta rectangular y el ancho de la puerta es 1 m, halle el área de la zona cubierta por ladrillos.

- A) 18 m^2
B) 20 m^2
C) 22 m^2
D) 26 m^2
E) 32 m^2



Solución:

- Dato: $(2p)_{\text{fachada}} = 3(2p)_{\text{puerta}}$

$$\Rightarrow 14 + 2(h + 1) = 3(2h + 2)$$

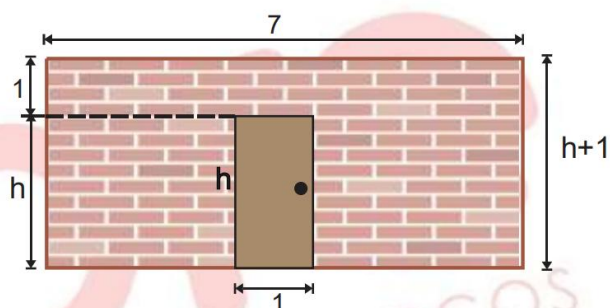
$$\Rightarrow h = 2,5$$

- $S_{\text{LADRILLOS}} = S_{\text{FACHADA}} - S_{\text{PUERTA}}$

$$\Rightarrow S_{\text{LADRILLOS}} = (7)(3,5) - (1)(2,5)$$

$$\Rightarrow S_{\text{LADRILLOS}} = 22 \text{ m}^2$$

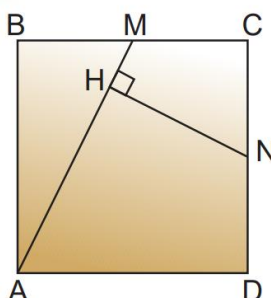
$\therefore$ El área de la zona cubierta por ladrillos es 22 m^2 .



Rpta.: C

2. En la figura; A, B, C y D representan la ubicación de cuatro ciudades, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{AD}$, $\overline{AM}$ y $\overline{NH}$ representan las vías de acceso entre las ciudades, tal que ABCD es un cuadrado. Si M y N puntos medios y el camino $\overline{HN}$ mide 3 km, halle el área de la región cuadrada ABCD.

- A) 18 km^2
B) 20 km^2
C) 22 km^2
D) 28 km^2
E) 30 km^2

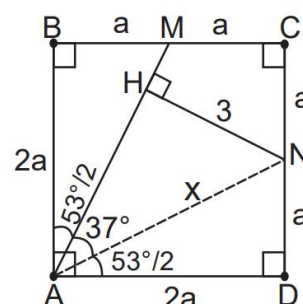


Solución:

- $\triangle ABM$ y $\triangle ADN$: notables de $53^\circ/2$

$$\Rightarrow AM = AN = x$$

- $\triangle AHN$: notable de $37^\circ \Rightarrow x = 5$





- $\triangle ADN$: notables de $53^\circ/2$

$$\Rightarrow 2a = 2\sqrt{5}$$

- $S_{ABCD} = (2\sqrt{5})^2$
 $\therefore S_{ABCD} = 20 \text{ km}^2$

Rpta.: B

3. En la figura ABCD es un rombiode, B centro de la circunferencia y H punto de tangencia, AH = 4 cm y el radio de la circunferencia mide $4\sqrt{3}$ cm. Halle el área de la región sombreada.

A) $36\sqrt{3} \text{ cm}^2$

B) $28\sqrt{3} \text{ cm}^2$

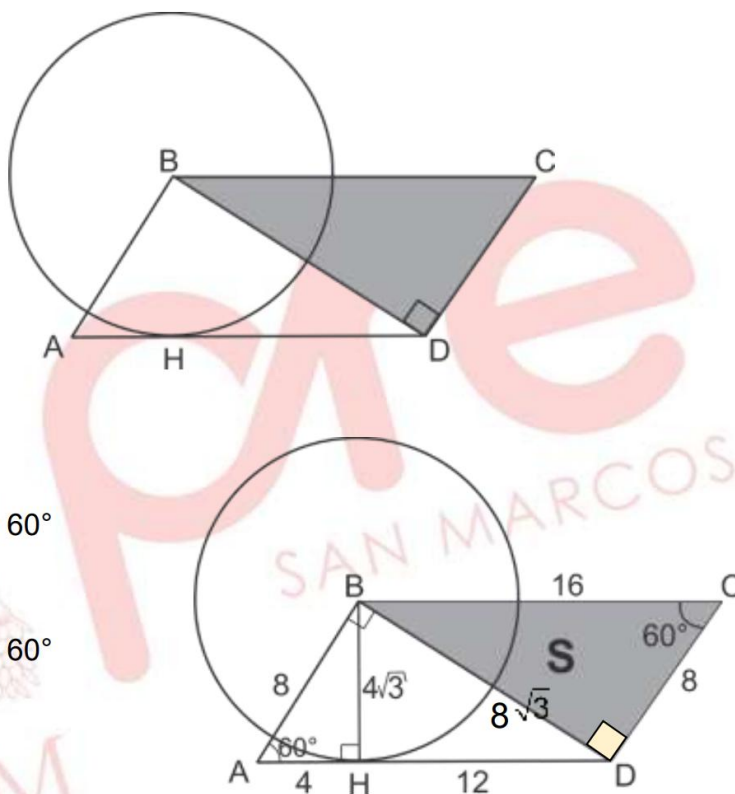
C) $36\sqrt{3} \text{ cm}^2$

D) $30\sqrt{3} \text{ cm}^2$

E) $32\sqrt{3} \text{ cm}^2$

Solución:

- Dato: $r = 4\sqrt{3}$
- $\triangle AHB$: notable de 30° y 60°
 $\Rightarrow m\angle BAD = 60^\circ$
- $\triangle ABD$: notable de 30° y 60°
 $\Rightarrow BD = 8\sqrt{3}$
- $S_{BDC} = \frac{8\sqrt{3} \cdot 8}{2}$
 $\therefore S_{BDC} = 32\sqrt{3} \text{ cm}^2$



Rpta.: E

4. En la figura, $\overline{AE}$ y $\overline{BD}$ son medianas, $AD = BG = 8 \text{ m}$. Halle el área de la región triangular ABC.

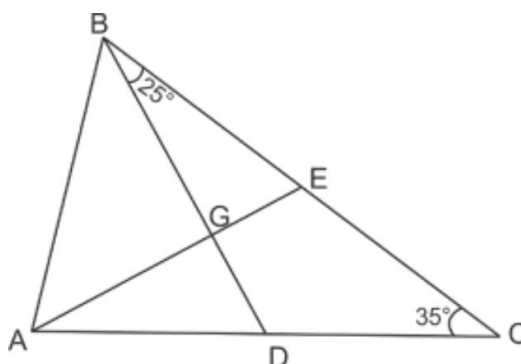
A) $48\sqrt{3} \text{ m}^2$

B) $24\sqrt{3} \text{ m}^2$

C) $36\sqrt{3} \text{ m}^2$

D) $64\sqrt{3} \text{ m}^2$

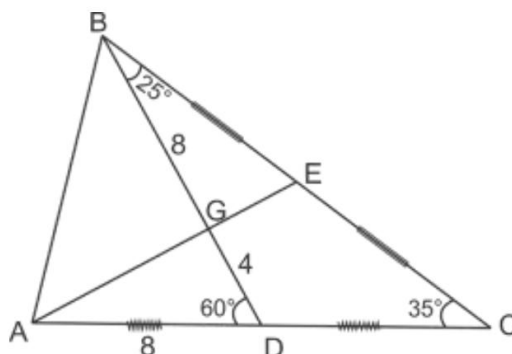
E) $66\sqrt{3} \text{ m}^2$





Solución:

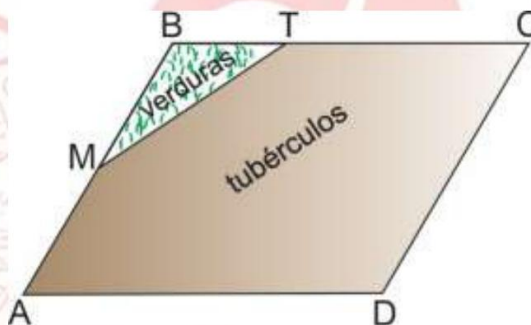
- G : baricentro $\Rightarrow GD = 4$
 $\Rightarrow \angle BDA = 60^\circ$
- Por fórmula trigonométrica:
$$S_{ABD} = \left(\frac{12 \cdot 8}{2} \right) (\sin 60^\circ) = 24\sqrt{3}$$
- $S_{ABC} = 2(24\sqrt{3}) = 48\sqrt{3}$
 $\therefore S_{ABC} = 48\sqrt{3} \text{ m}^2$



Rpta.: A

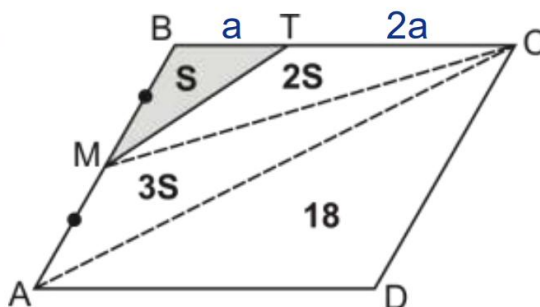
5. Un terreno agrícola representado por el romboide ABCD está dividido en dos parcelas para la siembra de verduras y tubérculos como se muestra en la figura. Si $AM = MB$, $TC = 2BT$ y el área del terreno es 360 m^2 , halle el área de la parcela sembrada por verduras.

- A) 50 m^2
B) 20 m^2
C) 10 m^2
D) 30 m^2
E) 40 m^2



Solución:

- Dato: $S_{ABCD} = 360$
 $\Rightarrow S_{ABC} = 180$
- Se trazan $\overline{CM}$ y $\overline{AC}$
 $\Rightarrow S + 2S + 3S = 180$
 $\Rightarrow 6S = 180$
 $\Rightarrow S = 30$



$\therefore$ El área de la parcela sembrada por verduras es 30 m^2 .

Rpta.: D

6. En un triángulo ABC se trazan la mediana $\overline{AM}$ y la bisectriz interior $\overline{BD}$, las cuales se intersecan en el punto P. Si $AB = 8 \text{ cm}$, $BC = 10 \text{ cm}$ y el área de la región triangular ABC es 26 cm^2 , halle el área de la región triangular BMP.

- A) 6 cm^2 B) 5 cm^2 C) 4 cm^2 D) 7 cm^2 E) 8 cm^2



Solución:

- Por teorema: $\frac{S_{ABP}}{S_x} = \frac{8}{5}$

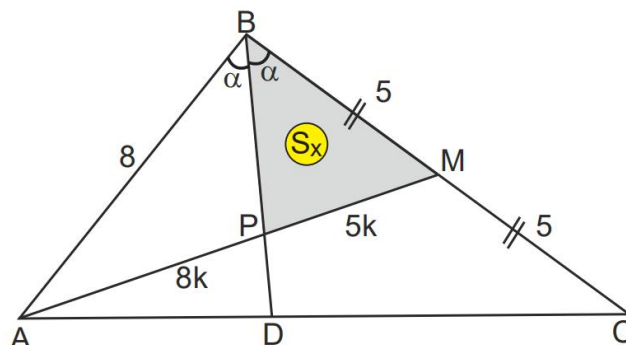
$$\Rightarrow S_{ABP} = \frac{8}{5} S_x$$

- Por teorema: $S_{ABM} = S_{AMC}$

- Dato: $S_{ABC} = 26$

$$\Rightarrow 2\left(\frac{8}{5} S_x + S_x\right) = 26$$

$$\therefore S_x = 5 \text{ cm}^2$$



Rpta.: B

ÁLGEBRA

EJERCICIOS DE CLASE

- Nathalie compró un kilogramo de papa y le alcanzó para 3 porciones de salchipapas, determine cuántas porciones de salchipapa se obtendría con "n" kilogramos de papas, sabiendo que "n" representa la suma de coeficientes de los factores primos del polinomio $p(x, y) = [(x^2 + \sqrt{2}xy)(x^2 - \sqrt{2}xy) + y^4](x^2 + 2xy - 3y^2)$ en $\mathbb{Z}[x, y]$.

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 18 E) 15

Solución:

$$p(x, y) = [(x^2 + \sqrt{2}xy)(x^2 - \sqrt{2}xy) + y^4](x^2 + 2xy - 3y^2)$$

$$\rightarrow p(x, y) = [x^4 - 2x^2y^2 + y^4](x + 3y)(x - y) = (x^2 - y^2)^2(x + 3y)(x - y)$$

$$\rightarrow p(x, y) = (x + y)^2(x - y)^2(x + 3y)(x - y)$$

$$\rightarrow p(x, y) = (x + y)^2(x - y)^3(x + 3y)$$

Factores primos: $\underbrace{x + y}_{\sum \text{coeficientes} = 2}$; $\underbrace{x - y}_{\sum \text{coeficientes} = 0}$; $\underbrace{x + 3y}_{\sum \text{coeficientes} = 4} \rightarrow n = 6$

$\therefore$ Con 6 kg de papa, obtendría 18 porciones de salchipapas.

Rpta.: D

- Los padres de Alejandro solicitaron un pastel de $(2n)$ porciones para su fiesta de cumpleaños, de las cuales se llegaron a repartir "m" porciones. Determine cuántas porciones quedaron, si "n" representa la suma de los términos independientes de los factores primos del polinomio

$$p(x) = (x + 1)(x + 4) + 18(x + 3)(x + 2) + (x^2 + 5x)(x^2 + 5x - 39) - 28 \text{ en } \mathbb{Z}[x]$$

mientras que "m" representa la cantidad de factores algebraicos de $p(x)$.

- A) 5 B) 3 C) 4 D) 13 E) 6



Solución:

$p(x) = (x+1)(x+4) + 18(x+3)(x+2) + (x^2+5x)(x^2+5x-39) - 28$
 $\rightarrow p(x) = (x^2+5x+4) + 18(x^2+5x+6) + (x^2+5x)(x^2+5x-39) - 28$
 Cambio de variable: Sea $a = x^2 + 5x$
 $\rightarrow p(a) = (a+4) + 18(a+6) + (a)(a-39) - 28$
 $\rightarrow p(a) = a^2 - 20a + 84 = (a-14)(a-6)$
 $\rightarrow p(x) = (x^2+5x-14)(x^2+5x-6)$
 $\rightarrow p(x) = (x+7)(x-2)(x+6)(x-1)$
 Luego, $n = 7 + (-2) + 6 + (-1) = 10$ y $m = (2)(2)(2)(2) - 1 = 15$
 $\therefore$ Quedaron $2(10) - 15 = 5$ porciones de pastel.

Rpta.: A

3. El equipo favorito de Jhony ganó su primer campeonato en el año $\overline{20(m-9)(n+2)}$. Determine cuántos años transcurrieron hasta el $\overline{202(c-1)}$, sabiendo que la suma de los factores primos del polinomio $p(x, y) = 21x^2 - 11xy - 2y^2 + 27x + 16y - 30$ en $\mathbb{Z}[x, y]$ es igual a $(mx + ny + c)$.
- A) 6 B) 12 C) 9 D) 8 E) 10

Solución:

Factorizando por Aspa Doble

$$\begin{array}{ccccccc}
 p(x, y) = & 21x^2 & - & 11xy & - & 2y^2 & + & 27x & + & 16y & - & 30 \\
 & \downarrow & & & & \downarrow & & & & & & \downarrow \\
 & 7x & & & & +y & & & & & & -5 \\
 & \swarrow & & \searrow & & \swarrow & & \searrow & & \swarrow & & \searrow \\
 & 3x & & -2y & & & & & & & & 6
 \end{array}$$

Luego, $p(x, y) = (7x + y - 5)(3x - 2y + 6)$

Suma de factores primos: $(7x + y - 5) + (3x - 2y + 6) = 10x - y + 1 = mx + ny + c$

Luego, $m = 10, n = -1$ y $c = 1$

Entonces: $\overline{20(m-9)(n+2)} = 2011$ y $\overline{202(c-1)} = 2020$

$\therefore$ Han transcurrido 9 años.

Rpta.: C

4. Paola paga $(6x^4 - 7x^3 + 14x^2 - 20x + 7)$ soles por la compra de audífonos a un mismo precio con $x > 1$. Si el precio de costo está representado por un factor primo cuadrático en $\mathbb{Z}[x]$; y la diferencia entre el precio de costo de cada audífono y la cantidad de audífonos, en ese orden, es igual a 51. Determine cuántos audífonos compró Paola.
- A) 38 B) 42 C) 48 D) 64 E) 36



Solución:

Sea

$$p(x) = 6x^4 - 7x^3 + 14x^2 - 20x + 7$$

$$\begin{array}{rcccl} & \downarrow & & \downarrow & \\ 2x^2 & & & +1 & \rightarrow +3x^2 \\ 3x^2 & & & +7 & \rightarrow +14x^2 \\ & & & & +17x^2 \end{array}$$

Falta: $14x^2 - (17x^2) = -3x^2$

$$p(x) = 6x^4 - 7x^3 + 14x^2 - 20x + 7$$

$$\begin{array}{rcccl} & \downarrow & \uparrow & \uparrow & \downarrow \\ 2x^2 & & -3x^2 & & +1 \\ 3x^2 & & +x & & +7 \end{array}$$

$$\rightarrow p(x) = (2x^2 - 3x + 1)(3x^2 + x + 7)$$

$$\rightarrow p(x) = \underbrace{(2x - 1)(x - 1)}_{\text{Cant. audífonos}} \underbrace{(3x^2 + x + 7)}_{\text{precio de costo}}$$

Por dato: $3x^2 + x + 7 - (2x^2 - 3x + 1) = 51$

$$\rightarrow x^2 + 4x + 6 = 51 \rightarrow x^2 + 4x - 45 = 0$$

$$\rightarrow (x - 5)(x + 9) = 0 \rightarrow x = 5 \vee x = -9 \text{ como } x > 1 \Rightarrow x = 5$$

$\therefore$ El número de audífonos que compró Paola es: $2x^2 - 3x + 1 = 2(5)^2 - 3(5) + 1 = 36$

Rpta.: E

5. Los factores primos del polinomio $V(x) = x^4 + x^3 - 7x^2 + 29x + 36$ en $\mathbb{R}[x]$, representan las dimensiones, en cm, de un paralelepípedo rectangular, donde únicamente las dimensiones de la base se diferencian en 3 cm. Si se tiene otro paralelepípedo cuya altura es igual a $(x - 2)^2$ cm. Determine la diferencia de las alturas entre los dos paralelepípedos.

- A) 9 cm B) 2 cm C) 10 cm D) 5 cm E) 7 cm

Solución:

Factorizando por el método de divisores binómicos

$$V(x) = x^4 + x^3 - 7x^2 + 29x + 36 \rightarrow PR: \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm 36\}$$

Utilizando el método de división por Ruffini, para hallar las raíces.

	1	1	-7	29	36
-1	↓	-1	0	7	-36
	1	0	-7	36	0
-4	↓	-4	16	-36	
	1	-4	9	0	

$$\rightarrow V(x) = (x + 1)(x + 4)(x^2 - 4x + 9)$$

Luego, las dimensiones de la base son: $(x + 1)$ cm y $(x + 4)$ cm

Entonces la altura del 1er paralelepípedo está representada por $(x^2 - 4x + 9)$ cm

$\therefore$ La diferencia de las alturas es: $(x^2 - 4x + 9) - (x - 2)^2 = 5$ cm

Rpta.: D



6. Se desea instalar piezas cuadradas de mayólica, todas del mismo tamaño, en el piso de forma rectangular de cocina cuyas dimensiones del largo y ancho son $(x^4 + x^3 - 7x^2 + 29x + 36)$ y $(x^4 - 3x^3 + 8x^2 - 3x + 27)$ respectivamente con $x \in \mathbb{Z}^+$. Determine la expresión que representa la cantidad mínima de mayólicas cuadradas que ingresan en el ancho de la cocina.

- A) $x^2 - 4x + 9$ B) $x^2 + x + 3$ C) $x^2 - 3x + 4$
D) $x^2 + 2x + 5$ E) $x^2 - x + 2$

Solución:

Sea $L(x) = x^4 + x^3 - 7x^2 + 29x + 36$

Por el ejercicio 5, $L(x) = (x + 1)(x + 4)(x^2 - 4x + 9)$

Sea $A(x) = x^4 - 3x^3 + 8x^2 - 3x + 27$

Factorizando por aspa doble especial, se tiene que:

$A(x) = (x^2 - 4x + 9)(x^2 + x + 3)$

Como se requiere la mínima cantidad, entonces la dimensión de la pieza cuadrada $d(x)$ debe ser máxima, luego $d(x) = \text{MCD}[p(x); q(x)] = x^2 - 4x + 9$

∴ El mínimo número de piezas en el ancho de la cocina es:

$$\frac{A(x)}{d(x)} = \frac{(x^2 - 4x + 9)(x^2 + x + 3)}{(x^2 - 4x + 9)} = x^2 + x + 3$$

Rpta.: B

7. Si el polinomio $m(x) = \text{MCM}[p(x), q(x)]$ en $\mathbb{Z}[x]$, determine la suma de cifras de $m(3)$; sabiendo que $p(x) = 6x^4 - 7x^3 + 14x^2 - 20x + 7$ y $q(x) = 4x^3 + 20x^2 - 23x + 6$,

- A) 18 B) 17 C) 24 D) 20 E) 16

Solución:

Por el ejercicio 4, $p(x) = (2x - 1)(x - 1)(3x^2 + x + 7)$

Factorizando $q(x)$ por divisores binómicos:

-6	4	20	-23	6
	↓	-24	24	-6
	4	-4	1	0

→ $q(x) = (x + 6)(4x^2 - 4x + 1) \rightarrow q(x) = (x + 6)(2x - 1)^2$

Luego el $\text{MCM}[p(x); q(x)] = (2x - 1)^2(x + 6)(x - 1)(3x^2 + x + 7) = m(x)$

→ $m(3) = (5)^2(9)(2)(37) = 16650$

∴ La suma de cifras de $m(3)$ es: $1 + 6 + 6 + 5 + 0 = 18$.

Rpta.: A



8. Si $d(7)$ representa el número total de animales que hay en cierto zoológico, teniendo en cuenta que:

- I. $d(x) = MCD[p(x); q(x)]$
- II. $p(x) \cdot q(x) = (x^3 + 2)(x^4 + 7x^3 + 2x + 14)(x^2 - 2x + 1)^2$ en $\mathbb{Z}[x]$
- III. $\frac{MCM[p(x); q(x)]}{MCD[p(x); q(x)]} = (x - 1)(x^2 + 6x - 7)$.

Determine el número total de animales que hay en dicho zoológico.

- A) 1980 B) 2070 C) 1240 D) 1560 E) 2124

Solución:

Factorizando, se tiene:

$$\rightarrow p(x) \cdot q(x) = (x^3 + 2)(x^4 + 7x^3 + 2x + 14)(x^2 - 2x + 1)^2$$

$$\rightarrow p(x) \cdot q(x) = (x^3 + 2)[x^3(x + 7) + 2(x + 7)][(x - 1)^2]^2$$

$$\rightarrow p(x) \cdot q(x) = (x^3 + 2)^2(x + 7)(x - 1)^4$$

$$\text{Por otro lado, } MCM[p(x); q(x)] = (x - 1)(x^2 + 6x - 7) \cdot MCD[p(x); q(x)]$$

$$\rightarrow MCM[p(x); q(x)] = (x - 1)^2(x + 7) \cdot MCD[p(x); q(x)]$$

$$\text{Por propiedad: } MCM[p(x); q(x)] \cdot MCD[p(x); q(x)] = p(x) \cdot q(x)$$

$$\rightarrow (x - 1)^2(x + 7) \cdot MCD[p(x); q(x)] \cdot MCD[p(x); q(x)] = (x^3 + 2)^2(x + 7)(x - 1)^4$$

$$\rightarrow MCD[p(x); q(x)] = (x^3 + 2)(x - 1) = d(x). \text{ Luego, } d(7) = (7^3 + 2)(7 - 1) = 2070$$

$\therefore$ El número total de animales en el zoológico es 2070.

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Con respecto a la factorización del polinomio:

$$p(x, y) = (x^3 + 2x^2y - 4xy^2 - 8y^3)(x^3 + 8y^3) \text{ en } \mathbb{Z}[x, y]$$

Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- I. La suma de coeficientes de uno de los factores primos es igual a -1 .
- II. $p(x, y)$ tiene 4 factores primos
- III. $p(x, y)$ tiene 17 factores algebraicos
- IV. La suma de los factores primos lineales es $(2x)$

- A) FVFFV B) VFFV C) FFVF D) FVVF E) VFVV

Solución:

Factorizando por agrupación, factor común e identidades

$$p(x, y) = (x^3 + 2x^2y - 4xy^2 - 8y^3)(x^3 + 8y^3)$$

$$\rightarrow p(x, y) = [x^2(x + 2y) - 4y^2(x + 2y)](x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2)$$

$$\rightarrow p(x, y) = [(x + 2y)(x^2 - 4y^2)](x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2)$$

$$\rightarrow p(x, y) = (x + 2y)(x + 2y)(x - 2y)(x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2)$$



$$\rightarrow p(x, y) = (x + 2y)^3(x - 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2)$$

$$\text{Factores primos: } \underbrace{x + 2y}_{\Sigma \text{coef}=3}; \underbrace{x - 2y}_{\Sigma \text{coef}=-1}; \underbrace{x^2 - 2xy + 4y^2}_{\Sigma \text{coef}=3}$$

Número de factores primos: 3

Número de factores algebraicos en $\mathbb{Z}[x, y]$: $(3 + 1)(1 + 1)(1 + 1) - 1 = 15$

Suma de los factores primos lineales: $(x + 2y) + (x - 2y) = 2x$

$\therefore$ VFFV

Rpta.: B

2. Miguel compra, al mismo precio, tantos polos como factores primos lineales tiene el polinomio $p(x) = [(x + 4)(x + 3) - 12]^2 - 38x(x + 7) + 240$. Si al momento de pagar le descontaron el $(n + 6)\%$, donde "n" representa la suma de los términos independientes de los factores primos. Determine el precio de lista de cada polo, en soles, sabiendo que solo llegó a pagar 144 soles.

A) 45 B) 48 C) 36 D) 52 E) 64

Solución:

$$p(x) = [(x + 4)(x + 3) - 12]^2 - 38x(x + 7) + 240$$

$$\rightarrow p(x) = (x^2 + 7x)^2 - 38(x^2 + 7x) + 240$$

Cambio de variable, sea $u = x^2 + 7x$

$$\rightarrow p(u) = u^2 - 38u + 240 \rightarrow p(u) = (u - 30)(u - 8)$$

$$\rightarrow p(x) = (x^2 + 7x - 30)(x^2 + 7x - 8)$$

$$\rightarrow p(x) = (x + 10)(x - 3)(x + 8)(x - 1)$$

Luego, $p(x)$ tiene 4 factores primos lineales y $n = 10 - 3 + 8 - 1 = 14$

Entonces el descuento es del $(n + 6)\% = 20\%$

Pagó 144 soles por 4 polos, entonces cada polo costó 36 soles, siendo este el 80 % del precio de lista.

$\therefore$ El precio de lista es 45 soles.

Rpta.: A

3. En el patio de un colegio se encuentran $p(x, y) = 30x^2 + 23xy + 3y^2 + 59x + 12y + 9$ estudiantes formados por $(ax + by + 1)$ filas, donde en cada fila hay $(dx + ey + f)$ estudiantes. Determine el número de filas, sabiendo que en cada fila hay 28 estudiantes, para $x, y \in \mathbb{Z}^+$.

A) 23 B) 12 C) 16 D) 28 E) 14

Solución:

Factorizando por Aspa Doble

$$p(x, y) = 30x^2 + 23xy + 3y^2 + 59x + 12y + 9$$

$$\rightarrow p(x, y) = (6x + y + 1)(5x + 3y + 9)$$



Expresión que representa el número de filas: $(6x + y + 1)$
Expresión que representa el número de estudiantes por fila $(5x + 3y + 9)$
Luego, $5x + 3y + 9 = 28 \rightarrow 5x + 3y = 19 \rightarrow x = 2 \wedge y = 3$
 $\therefore 6x + y + 1 = 6(2) + 3 + 1 = 16$ filas.

Rpta.: C

4. El sueldo de un gerente es al sueldo de uno de los supervisores como $(m + 4)$ es a n con $m > n$; donde m y n representan la suma de coeficientes de cada uno de los factores primos de $p(x) = 6x^4 - 11x^3 + 11x^2 - 6x + 2$. Determine el sueldo de aquel supervisor, sabiendo que el sueldo del gerente es de 12 mil soles.

A) 2000 soles
D) 2400 soles

B) 1680 soles
E) 3000 soles

C) 2500 soles

Solución:

$$p(x) = 6x^4 - 11x^3 + 11x^2 - 6x + 2$$

$$\begin{array}{rcl} \downarrow & & \downarrow \\ 2x^2 & \rightarrow & +1 \rightarrow +3x^2 \\ 3x^2 & \rightarrow & +2 \rightarrow +4x^2 \\ & & \hline & & +7x^2 \end{array}$$

Falta: $11x^2 - (7x^2) = 4x^2$

$$p(x) = 6x^4 - 11x^3 + 11x^2 - 6x + 2$$

$$\begin{array}{rcl} \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 2x^2 & \rightarrow & -1x & \rightarrow & +1 \\ 3x^2 & \rightarrow & -4x & \rightarrow & +2 \end{array}$$

$$p(x) = (2x^2 - x + 1)(3x^2 - 4x + 2)$$

Factores primos: $\frac{2x^2 - x + 1}{\Sigma \text{coef} = 2}$ y $\frac{3x^2 - 4x + 2}{\Sigma \text{coef} = 1} \rightarrow m = 2 \wedge n = 1$

$$\frac{\text{Sueldo del gerente}}{\text{Sueldo del supervisor}} = \frac{m + 4}{n} = \frac{6}{1} \rightarrow \frac{\text{Sueldo del gerente}}{6} = \text{Sueldo del supervisor}$$

$$\rightarrow \text{Sueldo del supervisor} = \frac{12000}{6} = 2000 \text{ soles}$$

$\therefore$ El sueldo del supervisor es de 2000 soles.

Rpta.: A

5. Determine el valor de $(r + c)$, siendo r y c el número de factores primos que se obtiene al factorizar el polinomio $p(x) = x^5 - x^4 - x^3 - 5x^2 - 6x + 24$ en $\mathbb{R}[x]$ y $\mathbb{C}[x]$, respectivamente.

A) 9

B) 10

C) 6

D) 7

E) 8

Solución:

Factorizando por el método de divisores binómicos

$$p(x) = x^5 - x^4 - x^3 - 5x^2 - 6x + 24$$

Como $p(x)$ es un polinomio mónico, entonces las posibles raíces racionales son los divisores del término independiente 24, es decir: P.R: $\{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm 24\}$.



Utilizando el método de división por Ruffini, para hallar las raíces.

	1	-1	-1	-5	-6	24
2	↓	2	2	2	-6	-24
	1	1	1	-3	-12	0

Luego, $p(x) = (x - 2)(x^4 + x^3 + x^2 - 3x - 12)$

Por Aspa Doble Especial, se tiene que:

$$p(x) = (x - 2) \underbrace{(x^2 - 3)}_{\Delta > 0} \underbrace{(x^2 + x + 4)}_{\Delta < 0}$$

$$\rightarrow p(x) = (x - 2)(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3}) \underbrace{(x^2 + x + 4)}_{\Delta < 0}$$

Luego, $p(x)$ tiene 4 factores primos en $\mathbb{R}[x]$ y 5 factores primos en $\mathbb{C}[x] \rightarrow r = 4 \wedge c = 5$

$$\therefore r + c = 9$$

Rpta.: B

6. Jhony compra cierta cantidad de sacos de arroz y azúcar de igual peso cada uno, si compró en total $(x^5 + x^4 - 2x^3 - 2x^2 - 2x + 4)$ kg de arroz y $(x^4 + 4x^3 - 2x - 8)$ kg de azúcar con $x \in \mathbb{Z}$ y $x > 1$. Determine el mínimo número de sacos que llegó a comprar entre arroz y azúcar, sabiendo que cada saco pesa 25 kg.

A) 16 B) 29 C) 17 D) 25 E) 18

Solución:

$$\text{Sea: } p(x) = x^5 + x^4 - 2x^3 - 2x^2 - 2x + 4 \quad y \quad q(x) = x^4 + 5x^3 - 2x - 10$$

Factorizando por el método de divisores binómicos, se tiene:

$$p(x) = (x - 1)(x + 2)(x^3 - 2) \quad y \quad q(x) = (x + 5)(x^3 - 2)$$

Luego, al determinar el mínimo número de sacos, se debe tener en cuenta que el peso de cada saco debe ser el máximo común divisor.

$$MCD[p(x); q(x)] = (x^3 - 2) = 25 \rightarrow x = 3$$

Entonces la cantidad mínima de sacos es:

$$\frac{p(3)}{25} + \frac{q(3)}{25} = (3 - 1)(3 + 2) + (3 + 5) = 18$$

$\therefore$ Jhony compró 18 sacos entre arroz y azúcar.

Rpta.: E



7. Alejandro toma la vitamina M cada $(x^4 - 8x^3 + 23x^2 - 28x + 12)$ horas, y la vitamina N cada $(x^4 - 7x^3 + 13x^2 + 3x - 18)$ horas con $x \in \mathbb{Z}$ y $x > 1$. Determine cada qué tiempo toma la vitamina M , sabiendo que al tomar ambas vitaminas a la vez deben transcurrir 60 horas para que vuelvan a coincidir por segunda vez.

A) 7 horas B) 9 horas C) 12 horas D) 8 horas E) 10 horas

Solución:

Sea: $M(x) = x^4 - 8x^3 + 23x^2 - 28x + 12$ y $q(x) = x^4 - 7x^3 + 13x^2 + 3x - 18$

Factorizando se tiene:

$$M(x) = (x - 2)^2(x - 3)(x - 1) \quad \text{y} \quad q(x) = (x - 3)^2(x - 2)(x + 1)$$

La toma de ambas vitaminas coincide después de 60 horas.

$$\rightarrow MCM[p(x); q(x)] = (x - 2)^2(x - 3)^2(x - 1)(x + 1) = 60 \rightarrow x = 4$$

$$\text{Luego, } M(4) = (4 - 2)^2(4 - 3)(4 - 1) = 12$$

$\therefore$ Alejandro toma la vitamina M cada 12 horas.

Rpta.: C

8. En una reunión de emprendedores, se tiene que en cada una de las salas disponibles hay $(x^2 + 1)q(x)$ emprendedores, siendo $q(x)$ el número de salas disponibles, si el $MCM[p(x); q(x)].MCD[p(x); q(x)] = (x^3 + 5x^2 + x + 5)(x^2 + 4x - 5)(x - 1)$ con $x > 1$, representa el total de emprendedores en $\mathbb{Z}[x]$. Determine el valor numérico de la expresión que representa el número de emprendedores por sala para $x = 3$.

A) 198 B) 205 C) 124 D) 160 E) 224

Solución:

Por propiedad: $MCM[p(x); q(x)].MCD[p(x); q(x)] = p(x).q(x)$

$$\rightarrow p(x).q(x) = (x^3 + 5x^2 + x + 5)(x^2 + 4x - 5)(x - 1)$$

Factorizando, se tiene:

$$\rightarrow p(x).q(x) = [x^2(x + 5) + (x + 5)](x + 5)(x - 1)(x - 1)$$

$$\rightarrow p(x).q(x) = [(x + 5)(x^2 + 1)](x + 5)(x - 1)^2$$

$$\rightarrow p(x).q(x) = (x + 5)^2(x^2 + 1)(x - 1)^2$$

Luego, el número de total de emprendedores: $(x^2 + 1)q(x).q(x) = p(x).q(x)$

$\rightarrow p(x) = (x^2 + 1)q(x) \dots (*)$, donde $p(x)$ es el número de emprendedores por sala.

$$\text{Además, } (x^2 + 1)q(x).q(x) = (x + 5)^2(x^2 + 1)(x - 1)^2 \rightarrow q(x) = (x + 5)(x - 1)$$

$$\text{En } (*): p(x) = (x^2 + 1)q(x) = (x^2 + 1)(x + 5)(x - 1)$$

$$\therefore p(3) = (3^2 + 1)(3 + 5)(3 - 1) = 10(8)2 = 160.$$

Rpta.: D



TRIGONOMETRÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Desde un punto en el suelo, se observa la parte superior de un edificio con un ángulo de elevación θ , como se representa en la figura. Si el edificio tiene una altura de $500(\cos(64^\circ) - \sin(19^\circ))$ m, y la distancia horizontal entre el punto de observación y la base del edificio es $500(\cos(64^\circ) + \cos(19^\circ))$ m, determine el valor del ángulo de elevación.



- A) $\left(\frac{45}{2}\right)^\circ$ B) $(37)^\circ$ C) $(30)^\circ$ D) $\left(\frac{75}{2}\right)^\circ$ E) $(45)^\circ$

Solución:

De la figura 1,

$$\tan \theta = \frac{500(\cos(64^\circ) - \sin(19^\circ))}{500(\cos(64^\circ) + \cos(19^\circ))} = \frac{500(2)\cos\left(\frac{83}{2}\right)^\circ \sin\left(\frac{45}{2}\right)^\circ}{500(2)\cos\left(\frac{83}{2}\right)^\circ \cos\left(\frac{45}{2}\right)^\circ},$$

$$\tan \theta = \tan\left(\frac{45}{2}\right)^\circ \Rightarrow \theta = \left(\frac{45}{2}\right)^\circ$$

Rpta.: A

2. Determine una expresión equivalente a $\frac{\cos x - \cos 5x + e^x \sin 2x}{\sin 5x + \sin x + e^x \cos 2x}$.

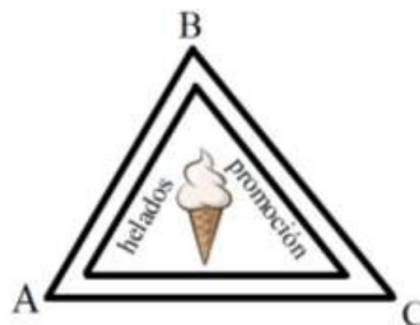
- A) $\tan 3x$ B) $\tan 2x$ C) $-\tan 2x$ D) $\tan 5x$ E) $-\tan 3x$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{\cos x - \cos 5x + e^x \sin 2x}{\sin 5x + \sin x + e^x \cos 2x} &= \frac{-2(\sin 3x \cdot \sin(-2x) + e^x \sin 2x)}{2\sin 3x \cdot \cos 2x + e^x \cos 2x} \\ &= \frac{\sin 2x(2\sin 3x + e^x)}{\cos 2x(2\sin 3x + e^x)} = \tan 2x \end{aligned}$$

Rpta.: B

3. En una heladería anuncian una promoción, representada en un cartel con forma de triángulo, como se muestra en la figura. El precio de la promoción es $4(P + 2)$ soles, que consiste en 3 helados y 1 bebida, donde $P = \frac{\sin A + \sin B}{\cos A + \cos B} \tan\left(\frac{C}{2}\right)$. Si María decide comprar esta promoción con un billete de 20 soles, determine el vuelto que recibe María.



- A) 12 soles B) 10 soles C) 9 soles
D) 8 soles E) 11 soles



Solución:

De el grafico $A + B + C = 180^\circ$

$$P = \left(\frac{\sin A + \sin B}{\cos A + \cos B} \right) \tan\left(\frac{C}{2}\right) = \frac{2\sin\left(\frac{A+B}{2}\right)\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)}{2\cos\left(\frac{A+B}{2}\right)\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)} \tan\left(\frac{C}{2}\right)$$

$$P = \tan\left(\frac{A+B}{2}\right) \tan\left(\frac{C}{2}\right) = \tan\left(90^\circ - \frac{C}{2}\right) \tan\left(\frac{C}{2}\right) = \cot\left(\frac{C}{2}\right) \tan\left(\frac{C}{2}\right) = 1$$

Costo de la promoción $4(1+2) = 12$, recibe de vuelto 8 soles.

Rpta: D

4. Las edades de Rosa y Melissa en años son A y B, respectivamente, y satisfacen la siguiente identidad $\frac{A}{5}\cos 5x - \frac{B^2}{4} = \frac{\sin 8x - \sin 7x}{\sin 3x - \sin 2x}$. ¿Cuántos años tenía Rosa cuando nació Melissa?

A) 10 años B) 8 años C) 6 años D) 4 años E) 2 años

Solución:

$$\frac{A}{5}\cos 5x - \frac{B^2}{4} = \frac{\sin 8x - \sin 7x}{\sin 3x - \sin 2x}$$

$$\frac{A}{5}\cos 5x - \frac{B^2}{4} = \frac{2\cos\left(\frac{15x}{2}\right)\sin\left(\frac{x}{2}\right)}{2\cos\left(\frac{5x}{2}\right)\sin\left(\frac{x}{2}\right)} = \frac{\cos\left(\frac{15x}{2}\right)}{\cos\left(\frac{5x}{2}\right)}$$

$$\frac{A}{5}\cos 5x - \frac{B^2}{4} = \frac{4\cos^3\left(\frac{5x}{2}\right) - 3\cos\left(\frac{5x}{2}\right)}{\cos\left(\frac{5x}{2}\right)} = 4\cos^2\left(\frac{5x}{2}\right) - 3$$

$$\frac{A}{5}\cos 5x - \frac{B^2}{4} = 2(\cos 5x + 1) - 3 = 2\cos 5x - 1$$

Por lo tanto, $A = 10$ y $B = 2$.

Rosa tiene 10 años y Melissa 2 años.

Por lo cual los años que tenía Rosa cuando nació Melissa es 8 años.

Rpta.: B

5. Juan va a la bodega y trae (AB) helados para repartir entre él y sus tres amigos. Se sabe que $\frac{\cos(5x)\cos(x) - \sin(7x)\sin(3x)}{\sin(10x) + \sin(6x)} = A \cdot \cot\left(\frac{64x}{B}\right)$, donde x es un ángulo agudo y $x \neq \frac{\pi}{4}$. Calcule cuántos helados le corresponde a cada uno.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



Solución:

$$\frac{\cos(5x)\cos(x) - \sin(7x)\sin(3x)}{\sin(10x) + \sin(6x)} = A \cdot \cot\left(\frac{64x}{B}\right)$$

$$\left(\frac{1}{2}\right) \frac{(\cos(6x) + \cos(4x)) - (\cos(4x) - \cos(10x))}{\sin(10x) + \sin(6x)} = A \cdot \cot\left(\frac{64x}{B}\right)$$

$$\left(\frac{1}{2}\right) \frac{\cos(6x) + \cos(10x)}{\sin(10x) + \sin(6x)} = A \cdot \cot\left(\frac{64x}{B}\right)$$

$$\left(\frac{1}{2}\right) \frac{2\cos(8x)\cos(-2x)}{2\sin(8x)\cos(2x)} = A \cdot \cot\left(\frac{64x}{B}\right)$$

$$\left(\frac{1}{2}\right) \cot(8x) = A \cdot \cot\left(64 \frac{x}{B}\right) \Rightarrow A = \frac{1}{2} \wedge B = 8$$

$$A \cdot B = 4.$$

Por tanto, a cada uno le corresponde 1 helado.

Rpta.: A

6. En la figura se representa a una pareja observando simultáneamente el vuelo de dos aves. Ambas personas tienen la misma estatura y el segmento AB mide $25(4 - \sqrt{6} - \sqrt{2})$ m. Determine la distancia aproximada que separa a las dos personas.

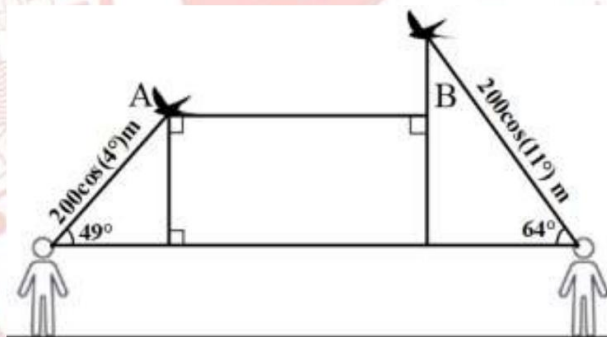
A) 200 m

B) 220 m

C) 250 m

D) 150 m

E) 180 m



Solución:

$$AB = A'B'$$

$$MA' = 200 \cos 49 \cdot \cos 4$$

$$MA' = 100(\cos(53) + \cos(45))$$

$$MA' = 60 + 50\sqrt{2}$$

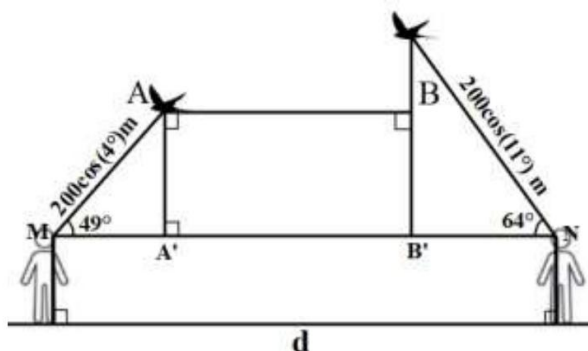
$$NB' = 100 \cos 64 \cos 11$$

$$NB' = 100(\cos(75) + \cos 53)$$

$$NB' = 25\sqrt{6} - 25\sqrt{2} + 60$$

$$d = 60 + 50\sqrt{2} + 100 - 25\sqrt{6} - 25\sqrt{2} + 25\sqrt{6} - 25\sqrt{2} + 60 = 220 \text{ m}$$

Por tanto, la distancia aproximada de separación es 220 m.



Rpta.: B



7. En la figura se observa un poste inclinado, para evitar su caída, se ha colocado un cable tenso, representado por el segmento AB. Si se cumple la relación $\sin(5x)\sin(2x) = \sin(x)\cos(4x) - \cos(x)\cos(6x)$ y además, $\cos(4x) \neq 0$, determine el valor de $\tan(x)$.

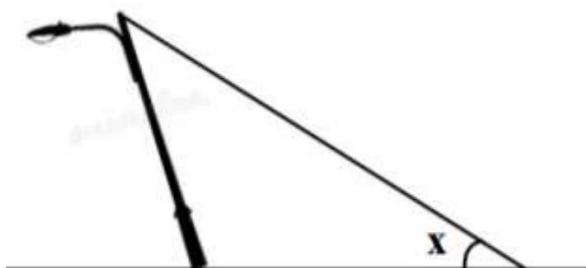
A) $1/4$

B) 2

C) 1

D) 3

E) $1/2$



Solución:

$$2\sin(5x)\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(4x) - 2\cos(x)\cos(6x)$$

$$\cos(3x) - \cos(7x) = \sin(5x) + \sin(-3x) - (\cos(7x) + \cos(-5x))$$

$$\cos(3x) + \sin(3x) = \sin(5x) - \cos(5x)$$

$$\sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(5x - \frac{\pi}{4}\right)$$

Por la figura, x es un ángulo agudo, entonces $x = \frac{\pi}{4} \vee x = \frac{\pi}{8}$, pero como $\cos(4x) \neq 0$, entonces $x = \frac{\pi}{4}$. Por tanto, $\tan x = 1$.

Rpta: C

8. En una plataforma de streaming se mide la cantidad de dispositivos conectados durante el día. Esta cantidad está dada por $C(t) = \sin\left(\frac{\pi t}{216}\right)\cos\left(\frac{\pi t}{72}\right) + \frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi t}{108}\right)$, donde $C(t)$ representa el número de dispositivos conectados (en millones), luego de t horas transcurridas desde las 3:00 a.m. Determine cuántos dispositivos se encuentran conectados a las 12:00 a.m.

A) 100 000

B) 125 000

C) 150 000

D) 200 000

E) 250 000

Solución:

$$C = \sin\left(\frac{\pi t}{216}\right)\cos\left(\frac{\pi t}{72}\right) + \frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi t}{108}\right)$$

$$C = \frac{1}{2}\left(\sin\left(\frac{\pi t}{54}\right) + \sin\left(-\frac{\pi t}{108}\right)\right) + \frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi t}{108}\right)$$

$$C = \frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi t}{54}\right) - \frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi t}{108}\right) + \frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi t}{108}\right)$$

$$C = \frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi t}{54}\right)$$



$$\text{Tomando } t = 9 \text{ se tiene } C = \frac{1}{2} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi 9}{54}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{4}.$$

Por tanto, hay 250 000 dispositivos conectados.

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Lucía se dispone a participar de una carrera 21K. Al cabo de 2 horas de iniciada la carrera, la distancia que ha recorrido es $\frac{\operatorname{sen}(4x) + \operatorname{sen}(6x) + \operatorname{sen}(8x)}{(4 \cos^2(x) - 1) \operatorname{sen}(3x) \cos(3x)}$ decenas de kilómetros. Si $0 < x < \frac{\pi}{6}$, calcule la distancia que aún le falta a Lucía para terminar la carrera.

A) 1 Km B) 3 Km C) 5 Km D) 10 Km E) 20 Km

Solución:

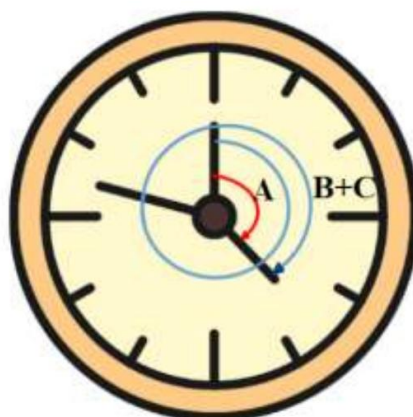
$$\frac{\operatorname{sen}(4x) + \operatorname{sen}(6x) + \operatorname{sen}(8x)}{(4 \cos^2(x) - 1) \operatorname{sen}(3x) \cos(3x)} = \frac{2 \operatorname{sen}(6x) \cos(-2x) + \operatorname{sen}(6x)}{(2(1 - \cos 2x) - 1) \left(\frac{1}{2}\right) 2 \operatorname{sen}(3x) \cos(3x)}$$
$$\frac{\operatorname{sen}(6x)(2 \cos(2x) + 1)}{(2 \cos(2x) + 1) \left(\frac{1}{2}\right) \operatorname{sen}(6x)} = 2$$

Lucía a recorrido 20 Km, aún le falta 1 K.

Rpta.: A

2. En la clase de trigonometría, la profesora le pregunta a Pedro y a Carlos, cuál es el ángulo que ha recorrido la aguja horaria del reloj de pared durante el día de hoy. Pedro, considerando únicamente las horas transcurridas en la tarde, responde que el ángulo es A. Carlos, en cambio, tomando en cuenta todas las horas desde las 0:00 horas, indica que el ángulo es B+C, tal como se muestra en la figura. Si luego la profesora les pide que transformen a producto la siguiente expresión $\operatorname{sen} 2B - \operatorname{sen} 2A + \operatorname{sen} 2C$. Si Pedro obtiene la respuesta correcta, determine dicha respuesta.

- A) $2 \cos(A) \cos(B) \cos(C)$
B) $-4 \operatorname{sen}(A) \operatorname{sen}(B) \operatorname{sen}(C)$
C) $-2 \operatorname{sen}(A) \cos(B) \operatorname{sen}(C)$
D) $2 \operatorname{sen}(A) \operatorname{sen}(B) \operatorname{sen}(C)$
E) $4 \operatorname{sen}(A) \operatorname{sen}(B) \operatorname{sen}(C)$





Solución:

De la figura tenemos: $B + C = 2\pi + A \Rightarrow C = 2\pi - (B - A)$

$$\sin 2B - \sin 2A + \sin 2C$$

$$2\cos(B + A)\sin(B - A) + \sin(4\pi - 2(B - A))$$

$$2\cos(B + A)\sin(B - A) - \sin(2(B - A))$$

$$2\cos(B + A)\sin(B - A) - 2\sin(B - A)\cos(B - A)$$

$$2\sin(B - A)(\cos(B + A) - \cos(B - A))$$

$$2\sin(2\pi - C)(-2\sin(B)\sin(A))$$

$$4\sin(A)\sin(B)\sin(C)$$

Rpta.: E

3. La cantidad de abejas en una colmena está dado por $1000\csc(20^\circ)$. A causa de un cambio climático, la población de abejas disminuye en $1000\tan(60^\circ)$. Calcule el número de abejas que permanece en la colmena después de dicha disminución.

A) 1000

B) $1000\tan(40^\circ)$

C) $1000\sqrt{3}$

D) $1000\tan(50^\circ)$

E) 2000

Solución:

$$\begin{aligned} 1000(\csc(20^\circ) - \tan(60^\circ)) &= 1000\left(\frac{1}{\sin(20^\circ)} - \sqrt{3}\right) = 1000\left(\frac{1 - \sqrt{3}\sin(20^\circ)}{\sin(20^\circ)}\right) \\ &= 1000\left(\frac{1 - 2\sin(60^\circ)\sin(20^\circ)}{\sin(20^\circ)}\right) = 1000\left(\frac{1 - (\cos(40^\circ) - \cos(80^\circ))}{\sin(20^\circ)}\right) \\ &= 1000\left(\frac{1 + \cos(80^\circ) - \sin(40^\circ)}{\sin(20^\circ)}\right) = 1000\left(\frac{2\cos^2(40^\circ) - \sin(40^\circ)}{\sin(20^\circ)}\right) \\ &= 1000\left(\frac{\cos(40^\circ)(2\cos(40^\circ) - 1)2\cos(20^\circ)}{2\sin(20^\circ)\cos(20^\circ)}\right) = 1000\left(\frac{2\cos(40^\circ)(4\cos^2(20^\circ) - 3)\cos(20^\circ)}{\sin(40^\circ)}\right) \\ &= 1000\left(\frac{2\cos(40^\circ)(4\cos^3(20^\circ) - 3\cos(20^\circ))}{\sin(40^\circ)}\right) = 1000\left(\frac{2\cos(40^\circ)(\cos 60^\circ)}{\sin(40^\circ)}\right) = 1000\cot(40^\circ) \\ &= 1000\tan(50^\circ) \end{aligned}$$

Rpta.: D

4. Para celebrar su ingreso a la UNMSM, Karina invitó a sus amigos al cine. Si Karina gastó S/ 120 en las entradas y el número de sus amigas dado está por la expresión $6(\cos^2(28^\circ) + \cos^2(88^\circ) - \sin(62^\circ)\sin(2^\circ))$, determine el precio de una entrada al cine.

A) S/ 10

B) S/ 12

C) S/ 15

D) S/ 18

E) S/ 22



Solución:

$$\begin{aligned} & 12(\cos^2(28^\circ) + \cos^2(88^\circ) - \sin(62^\circ)\sin(2^\circ)) \\ & 6(2\cos^2(28^\circ) + 2\sin^2(2^\circ) - 2\cos(28^\circ)\sin(2^\circ)) \\ & 6(1 + \cos(56) + 1 - \cos(4^\circ) - (\sin(30^\circ) - \sin(26^\circ))) \\ & 6\left(2 + \cos(56) - \cos(4^\circ) - \frac{1}{2} + \sin(26^\circ)\right) \\ & 6\left(2 - 2\sin(30^\circ)\sin(26^\circ) - \frac{1}{2} + \sin(26^\circ)\right) = 6\left(2 - \sin(26^\circ) - \frac{1}{2} + \sin(26^\circ)\right) = 9 \end{aligned}$$

Por tanto, el precio de una entrada al cine es de S/ 12.

Rpta.: B

5. Rosa compra tres libros de trigonometría por el valor de S/ 20A donde el valor de A está dado por la expresión $A = \frac{\sin(85^\circ) - 16\sin^5(17^\circ)}{2\cos^2(34^\circ) - 1}$. Calcule el monto que pago Rosa. (considere $\sin(17^\circ) = 0.29$).

A) S/ 75 B) S/ 89 C) S/ 92 D) S/ 99 E) S/ 102

Solución:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sin(85^\circ) - 16\sin^5(17^\circ)}{2\cos^2(34^\circ) - 1} = \frac{\sin(85^\circ) + \sin(17^\circ) - \sin(17^\circ) - 16\sin^5(17^\circ)}{2(1 - 2\sin^2(17^\circ)) - 1} \\ A &= \frac{\sin(85^\circ) + \sin(17^\circ) - \sin(17^\circ) - 16\sin^5(17^\circ)}{2(1 - 2\sin^2(17^\circ)) - 1} \\ A &= \frac{2\sin(51^\circ)\cos(34) - \sin(17^\circ) - 16\sin^5(17^\circ)}{1 - 4\sin^2(17^\circ)} \\ A &= \frac{2(3\sin(17^\circ) - 4\sin^3(17^\circ))(1 - 2\sin^2(17^\circ)) - \sin(17^\circ) - 16\sin^5(17^\circ)}{1 - 4\sin^2(17^\circ)} \\ A &= \frac{6\sin(17^\circ) - 20\sin^3(17^\circ) + 16\sin^5(17^\circ) - \sin(17^\circ) - 16\sin^5(17^\circ)}{1 - 4\sin^2(17^\circ)} \\ A &= \frac{5\sin(17^\circ) - 20\sin^3(17^\circ)}{1 - 4\sin^2(17^\circ)} = \frac{5\sin(17^\circ)(1 - 4\sin^2(17^\circ))}{1 - 4\sin^2(17^\circ)} = 5\sin(17^\circ) = 1.45 \end{aligned}$$

Por tanto, el valor del pack de libros es $3 \times 20(1.45) = 87$ soles.

Rpta.: B



6. Raquel encuentra una nota que su amigo le dejó, en la cual aparece la expresión $2\sin^2(10^\circ) = 1 - a$, al analizarla, Raquel deduce que el valor de a debe cumplir $0 < a < 1$. Más tarde, ese mismo día, recibe otra nota que contiene la expresión $\frac{1 + 4\cos(40^\circ)\sin(10^\circ)}{2}$. Si Raquel determina este nuevo valor, utilizando la información de la primera nota, calcule el valor que encontró Raquel.

A) $2a^2$ B) $2a^2 + 1$ C) $1 - a^2$ D) $a^2 - 1$ E) $2a^2 - 1$

Solución:

$$\begin{aligned}\frac{1 + 4\cos(40^\circ)\sin(10^\circ)}{2} &= \frac{1 + 2(\sin(50^\circ) - \sin(30^\circ))}{2} \\&= \frac{1 + 2\left(\sin(50^\circ) - \frac{1}{2}\right)}{2} = \frac{2\sin(50^\circ)}{2} = \sin(50^\circ) = \cos(40^\circ) \\&= 2\cos^2(20^\circ) - 1 = 2(1 - 2\sin^2(10^\circ))^2 - 1 = 2(1 - (1 - a))^2 - 1 = 2a^2 - 1\end{aligned}$$

Rpta.: E

7. Juan está muy emocionado por su próximo cumpleaños. Si el número de años que cumple está dado por $15\sin(30^\circ)\csc(10^\circ) - 30\sin(70^\circ)$, determine el número de años que le faltan a Juan para ser mayor de edad.

A) 3 B) 0 C) 4 D) 5 E) 2

Solución:

$$\begin{aligned}15\sin(30^\circ)\csc(10^\circ) - 30\sin(70^\circ) &= 15\left(\frac{1}{2\sin(10^\circ)} - 2\sin(70^\circ)\right) \\&= 15\left(\frac{1 - 4\sin(70^\circ)\sin(10^\circ)}{2\sin(10^\circ)}\right) = 15\left(\frac{1 - 2(\cos(60^\circ) - \cos(80^\circ))}{2\sin(10^\circ)}\right) \\&= 15\left(\frac{2\cos(80^\circ)}{2\sin(10^\circ)}\right) = 15\end{aligned}$$

Entonces Juan tiene 15 años y le faltan 3 para ser mayor de edad.

Rpta.: A



LENGUAJE

El lenguaje es el vestido de los pensamientos.

Samuel Johnson (1709-1784) Escritor inglés.

EJERCICIOS DE CLASE

1. El adjetivo es la palabra que expresa propiedades o características del nombre. De acuerdo con la definición anterior, elija la alternativa que presenta más adjetivos.

- A) Los periodistas fotografiaron a la familia feliz.
- B) Aquellos jóvenes tienen óptimas propuestas.
- C) La gran película narra aventuras misteriosas.
- D) Todos los domingos ellos beben café amargo.
- E) La comida peruana me agrada muchísimo.

Solución:

Esta alternativa presenta dos adjetivos: *gran* y *misteriosas*.

Rpta.: C

2. Según su significado, los adjetivos pueden clasificarse en especificativos y explicativos. Elija la opción que presenta adjetivos explicativos.

- A) El río turbulento desbordó de su cauce el fin de mes.
- B) Siempre usaremos una pintura marrón y otra blanca.
- C) Había dos grises sillones y una mesa cuadrada aquí.
- D) Los vendedores fueron seleccionados por los jefes.
- E) El policía fue muy sagaz y prudente en su pesquisa.

Solución:

Los adjetivos explicativos son *sagaz* y *prudente*.

Rpta.: E

3. Sintácticamente, el adjetivo funciona como modificador directo en la frase nominal y como complemento atributo o predicativo en la oración. En ese sentido, marque la alternativa donde el adjetivo funciona como complemento atributo.

- I. Harold está suspendido por no ir a entrenar.
- II. Él solicitó compensación por pago indebido.
- III. Ariana es solidaria con todos sus parientes.
- IV. Vimos en el nuevo video los hechos ocurridos.

- A) II y IV B) I y IV C) II y III D) I y III E) I y II

Solución:

Los adjetivos *suspendido* y *solidaria* funcionan como complemento atributo de los verbos copulativos *está* y *es* respectivamente.

Rpta.: D



4. En la frase nominal, el adjetivo cumple la función de modificador directo; en la frase verbal, funciona como complemento atributo o complemento predicativo. Escriba las funciones de los adjetivos subrayados.

- A) Llevaremos globos coloridos para su cumpleaños.
B) El señor ingresó nervioso al programa institucional.
C) La ropa negra combina con todos los colores, Liz.
D) Pamela, las preguntas de la evaluación eran fáciles.
E) Ellas se mostraron muy emocionadas al ver al actor.

Solución:

- | | |
|---|-------------------------|
| A) Llevaremos globos <u>coloridos</u> para su cumpleaños. | Modificador directo |
| B) El señor ingresó <u>nervioso</u> al programa institucional. | Complemento predicativo |
| C) La ropa <u>negra</u> combina con todos los colores, Liz. | Modificador directo |
| D) Pamela, las preguntas de la evaluación eran <u>fáciles</u> . | Complemento atributo |
| E) Ellas se mostraron muy <u>emocionadas</u> al ver al actor. | Complemento predicativo |

5. Los grados de significación del adjetivo son tres: positivo, superlativo y comparativo. En los enunciados, *Elizabeth es la más locuaz de la familia* y *Se convirtió en un empleado experto en su área*, los adjetivos se encuentran, respectivamente, en grados

- | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| A) superlativo relativo, comparativo. | B) superlativo absoluto, positivo. |
| C) comparativo, superlativo absoluto. | D) comparativo, superlativo relativo. |
| E) superlativo relativo y positivo. | |

Solución:

El adjetivo *locuaz* se encuentra en grado superlativo relativo; *experto*, en grado positivo.

Rpta.: E

6. En el enunciado *La característica clave del falsete es su carácter susurrante. Las cuerdas vocales se expanden, lo que permite a los cantantes alcanzar notas fuera de su rango vocal normal. Esto contrasta con el registro modal, donde las cuerdas vocales se unen completamente en cada vibración, cerrando la brecha entre ellas*, el número de determinantes asciende a

- A) ocho. B) diez. C) once. D) nueve. E) siete.

Solución:

El referido enunciado presenta diez determinantes: *la, el(del), su, las, los, su, el, las, cada y la*.

Rpta.: B

7. Los determinantes posesivos indican la relación de pertenencia del sustantivo a una de las personas gramaticales. Considerando la definición anterior, señale la alternativa que contiene determinantes posesivos.

- A) Estos materiales que sobraron son míos.
B) Me interesan mucho todas sus reflexiones.
C) También sus primos fueron alumnos míos.
D) Las cartas nuestras sirven para los juegos.
E) Ya no aceptaré más favores tuyos, Sandra.



Solución:

En el enunciado hay dos determinantes posesivos: *sus* y *míos*.

Rpta.: C

8. De acuerdo con su significado y función, los determinantes pueden clasificarse en artículos, demostrativos, posesivos y cuantificadores. Lea las oraciones y escriba las clases de los determinantes subrayados en los espacios en blanco.

- A) Se prolongarán por años las negociaciones.
B) Leo hace demasiadas líneas en cada dibujo.
C) Son más rápidos los dos trenes que trajeron.
D) En este canal, sí pasan películas de estreno.
E) Lo bueno es que no se pueda falsificar el ADN.

Solución:

- A) Se prolongarán por años las negociaciones.
B) Leo hace demasiadas líneas en cada dibujo.
C) Son más rápidos los dos trenes que trajeron.
D) En este canal, sí pasan películas de estreno.
E) Lo bueno es que no se pueda falsificar el ADN.

Artículo definido
Cuantificador indefinido
Cuantificador numeral
Demostrativo
Artículo neutro

9. *Las huellas dactilares se han convertido en uno de los distintivos más eficaces para identificar a una persona. Cada persona tiene las suyas propias, y no es un rasgo que pueda heredarse ni dependa de la genética, con lo cual ni siquiera los gemelos idénticos comparten huellas dactilares.* Del enunciado anterior, indique qué afirmaciones son correctas.

- I. Se incluye cinco artículos definidos.
II. Se presenta tres formas contractas.
III. Todos los artículos que hay son definidos.
IV. Se contabiliza, en total, nueve determinantes.

- A) I y II B) II y IV C) I y III D) III y IV E) I y IV

Solución:

El enunciado presenta nueve determinantes: *las, los, las, la, los* (definidos); *una, un* (indefinidos); *cada* (distributivo) y *suyas* (posesivo).

Rpta.: E

10. Correlacione la columna de los determinantes subrayados y la de las clases correspondientes; luego marque la alternativa correcta.

- I. Una huésped del hotel anoche nadó en la piscina.
II. Las canciones tuyas son las mejores del recital.
III. El dispositivo tiene una quíntuple función, Javier.
IV. La segunda temporada de esta serie es la mejor.

- a. Numeral múltiplo
b. Posesivo
c. Numeral ordinal
d. Artículo indefinido

- A) Ib, IId, IIIa, IVc
D) Id, IIb, IIIc, IVa

- B) Ib, IId, IIIc, IVa
E) Ic, IId, IIIb, IVa

- C) Id, IIb, IIIa, IVc



Solución:

- | | |
|---|------------------------|
| I. <u>Una</u> huésped del hotel anoche nadó en la piscina. | d. Artículo indefinido |
| II. Las canciones <u>tuyas</u> son las mejores del recital. | b. Posesivo |
| III. El dispositivo tiene una <u>quíntuple</u> función, Javier. | a. Numeral múltiplo |
| IV. La <u>segunda</u> temporada de esta serie es la mejor. | c. Numeral ordinal |

Rpta.: C

11. Los cuantificadores pueden ser indefinidos y numerales. A su vez, los numerales pueden ser cardinales, ordinales, partitivos o múltiplos. Tomando en cuenta esta clasificación, marque la alternativa que presenta mayor cantidad de cuantificadores.

- A) Amigos, asistan a la décimo segunda reunión de la sociedad.
- B) En este salón, pueden ubicarse hasta doscientas sillas plegables.
- C) Muchos comensales pueden elegir entre cuatro opciones de menú.
- D) Pocos empleados están dispuestos a hacer horas extras, teniendo.
- E) Señores, vuestros intereses coinciden con los de esta empresa.

Solución:

En la referida alternativa, *muchos* es un cuantificador indefinido; *cuatro*, cuantificador numeral cardinal.

Rpta.: C

12. Según la RAE, la cacofonía es la disonancia que resulta de la inarmónica combinación de los elementos acústicos de la palabra. Señale la alternativa en la cual el artículo femenino *la* ha sido empleado correctamente.

- A) Su música conmueve la alma solitaria.
- B) Es la área de capacitación y servicios.
- C) Encontró la arma en el jardín del patio.
- D) La agua es un elemento vital para todos.
- E) La audaz exploradora trabaja en la selva.

Solución:

En esta alternativa, se ha empleado correctamente el artículo femenino *la*. En las otras, debió emplearse el artículo definido masculino *el*.

- A) Su música conmueve el alma solitaria.
- B) Es el área de capacitación y servicios.
- C) Encontró el arma en el jardín del patio.
- D) El agua es un elemento vital para todos.

Rpta.: E



LITERATURA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Marque la alternativa que contiene los enunciados correctos respecto de las características de la obra de Alejo Carpentier.

- I. Ambienta sus novelas en diversos países sudamericanos.
- II. Un eje que adquiere importancia es la tradición africana.
- III. Aborda creencias vinculadas al ocultismo y hechicería.
- IV. Su narrativa propone el problema de la identidad africana.

A) II y III B) I, II y III C) I y II D) I, III y IV E) II y IV

Solución:

I. Su obra está ambientada en el Caribe, no en los andes. (F) II. Aborda la tradición africana como eje central de su obra. (V) III. Describe diversas creencias populares acerca de lo sobrenatural. (V) El problema que aborda es la identidad americana, no la africana. (F)

Rpta.: A

2. Marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado relacionado con el concepto de lo real maravilloso propuesto por Alejo Carpentier: «Se refiere a sucesos _____, míticos o incluso mágicos, que han existido y aún perviven en la _____ de Latinoamérica».

- A) sorprendentes – descripción
- B) imposibles – fantasía
- C) extraordinarios – realidad
- D) cotidianos – identidad
- E) tradicionales – construcción

Solución:

Según el concepto citado en el material, lo real maravilloso se vincula a hechos extraordinarios y estos se han manifestado y aún se manifiestan en la realidad latinoamericana.

Rpta.: C

3. Marque la alternativa que contiene los enunciados correctos con respecto al argumento de la novela *El reino de este mundo*, de Alejo Carpentier.

- I. El esclavo Mackandal inicia una rebelión contra los colonos.
- II. Bouckman lidera la segunda revuelta contra los franceses.
- III. Lenormand de Mezy, arruinado, decide viajar a La Habana.
- IV. Ti Noel desarrolla el poder de transformarse en diversos seres.

A) VFVF B) VVVV C) FVFV D) FFFF E) VVFF

Solución:

I. La primera rebelión descrita es la de Mackandal. (V) II. La segunda rebelión, años después, es la de Bouckman. (V) III. Después de la rebelión de Bouckman, Lenormand de Mezy pierde todo y parte a La Habana. (V) IV. Hacia el final de la obra, Ti Noel se transforma tal como hacía Mackandal. (V)

Rpta.: B



4. Cierta vez, la Mamán Loi enmudeció de extraña manera cuando se iba llegando a lo mejor de un relato. Respondiendo a una orden misteriosa, corrió a la cocina, hundiéndose los brazos en una olla llena de aceite hirviendo. Ti Noel observó que su cara reflejaba una tersa indiferencia, y, lo que era más raro, que sus brazos, al ser sacados del aceite, no tenían ampollas ni huellas de quemaduras, a pesar del horroroso sonido de fritura que se había escuchado un poco antes. Como Mackandal parecía aceptar el hecho con la más absoluta calma, Ti Noel hizo esfuerzos por ocultar su asombro. Y la conversación siguió plácidamente, entre el mandinga y la bruja, con grandes pausas para mirar a lo lejos.

En el fragmento citado, perteneciente a la novela *El reino de este mundo*, de Alejo Carpentier, se aprecia _____, uno de los temas más relevantes de la obra.

- A) la esclavitud de afroamericanos
- B) la tiranía impuesta por los colonos
- C) la magia como parte de la realidad
- D) lo tradicional de algunos esclavos
- E) lo fantástico que era el protagonista

Solución:

En la novela, este evento muestra uno de los ejemplos más claros de lo real maravilloso, al incorporar un hecho sobrenatural como algo cotidiano.

Rpta.: C

5. Con respecto a los personajes de la novela *Cien años de soledad*, de Gabriel García Márquez, marque la alternativa que contiene los enunciados correctos.
- I. Melquíades lidera a un grupo de gitanos que visita el pueblo de Macondo.
 - II. El coronel Aureliano Buendía muere en la revolución contra el gobierno.
 - III. José Arcadio Segundo se convierte en dueño de la compañía bananera.
 - IV. Aureliano Babilonia nace con cola de cerdo, por ser producto del incesto.

- A) I y III B) Solo IV C) I y II D) Solo I E) II y IV

Solución:

I. El pueblo de Macondo en sus primeros años estaba desconectado del mundo y solo los gitanos, liderados por Melquíades, llegaban ahí con novedades. (V) II. El coronel Aureliano Buendía participa en 32 guerras civiles, pero no muere en ninguna. Alcanza la vejez y muere en Macondo. (F) III. José Arcadio Segundo trabaja en la compañía bananera norteamericana y dirige una huelga en su contra. Nunca es su dueño. (F) IV. Aureliano Babilonia no nace con cola de cerdo. Quien tiene esa particularidad es su hijo con Amaranta Úrsula. (F).

Por lo tanto, solo es correcto el enunciado I.

Rpta.: D

6. Respecto de los niveles de análisis de la novela *Cien años de soledad*, de Gabriel García Márquez, determine la secuencia correcta del valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.
- I. A nivel histórico, muestra sucesos de la historia de Colombia.
 - II. En el plano social, refleja costumbres propias del Caribe colombiano.
 - III. Sobre el aspecto mítico, incorpora elementos de magia negra y vudú.

- A) FVV B) VVV C) FFV D) VFV E) VVF



Solución:

I. A nivel histórico, tal como indica el material, muestra pasajes de la historia real de Colombia. (V) II. En el plano social, describe costumbres propias de las poblaciones del Caribe colombiano (V) III. Sobre el aspecto mítico, este se refleja en el uso del realismo mágico y la hipérbole, además del tiempo cíclico. La magia negra y el vudú corresponden a la novela *El reino de este mundo*. (F)

Rpta.: E

7. En la larga historia de la familia, la tenaz repetición de los nombres le había permitido [A Úrsula Iguarán] sacar conclusiones que le parecían terminantes. Mientras los Aurelianos eran retraídos, pero de mentalidad lúcida, los José Arcadio eran impulsivos y emprendedores, pero estaban marcados por un signo trágico. Los únicos casos de clasificación imposible eran los de José Arcadio Segundo y Aureliano Segundo. Fueron tan parecidos y traviesos durante la infancia que ni la propia Santa Sofía de la Piedad podía distinguirlos.

Después de realizar la lectura del fragmento citado, perteneciente a la novela *Cien años de soledad*, de Gabriel García Márquez, es correcto afirmar que

- A) las mujeres del pueblo de Macondo conocen el destino de sus hijos.
- B) los miembros de la familia Buendía están marcados por la soledad.
- C) el tiempo parece repetirse a través de las generaciones de Buendía.
- D) los hermanos José Arcadio y Aureliano tuvieron un destino trágico.
- E) la historia de la familia Buendía es tan extensa que no tendrá final.

Solución:

En el fragmento citado, la repetición de los nombres alude también a una secuencia de personalidades asociadas a cada generación. Esto es parte del tiempo cíclico que muestra lo mítico de esta novela.

Rpta.: C

8. El coronel Aureliano Buendía era una sombra. Desde la última vez que salió a la calle a proponerle una guerra sin porvenir al coronel Gerineldo Márquez, apenas si abandonaba el taller para orinar bajo el castaño. No recibía más visitas que las del peluquero cada tres semanas. Se alimentaba de cualquier cosa que le llevaba Úrsula una vez al día, y aunque seguía fabricando pescaditos de oro con la misma pasión de antes, dejó de venderlos cuando se enteró de que la gente no los compraba como joyas sino como reliquias históricas.

En el fragmento citado, perteneciente a la novela *Cien años de soledad*, de Gabriel García Márquez, destaca el tema de

- A) la historia de Colombia reflejada en Macondo.
- B) la tristeza que expresaban los caudillos liberales.
- C) los conflictos familiares entre los protagonistas.
- D) la soledad que caracteriza a la familia Buendía.
- E) las diferencias políticas que llegaron a Macondo.

Solución:

En el fragmento citado, se aprecia el destino del coronel Aureliano Buendía, que después de sus levantamientos contra el Gobierno permanece encerrado en su taller, alejado de todos, tal como dicta la soledad de los miembros de la familia Buendía.

Rpta.: D



PSICOLOGÍA

EJERCICIOS DE CLASE

Lea atentamente las preguntas y conteste eligiendo la alternativa correcta.

1. El cociente intelectual es un concepto que contribuyó de manera significativa a entender y estimar las capacidades de un individuo. En ese sentido, cuando un psicólogo evaluador pretende medirlo deberá tener en cuenta información relevante, como
- A) exclusivamente la edad mental que resulta del *test* aplicado.
 - B) prioritariamente la edad cronológica del sujeto en años y meses.
 - C) las observaciones clínicas durante la evaluación realizada.
 - D) la edad mental, los años de vida y su constante numérica.
 - E) realizar una entrevista para determinar las habilidades del sujeto.

Solución:

El cociente intelectual se mide mediante una fórmula matemática que considera la edad mental sobre la edad cronológica y lo multiplica por 100 para obtener un resultado que le permita establecer una categoría intelectual de su rendimiento.

Rpta.: D

2. En las teorías clásicas de la inteligencia se debate sobre el origen de la inteligencia y si es de carácter global o está compuesta de habilidades específicas. En ese sentido, señale el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones.
- I. La mayoría de las teorías coinciden en la importancia del factor hereditario en el origen de la inteligencia.
 - II. Para Spearman, el factor «G» está presente en la aptitud implícita de las habilidades que implican resolver problemas cognitivos.
 - III. Las habilidades que componen la inteligencia son de tipo lógico, abstracto y práctico.
- A) FVV B) FFV C) VVF D) FFF E) VFV

Solución:

- I. (V): En las teorías clásicas de la inteligencia varios autores destacan la importancia del factor hereditario en el origen de la inteligencia.
- II. (V): Según Spearman, el factor "G" participa en cualquier esfuerzo intelectual que realiza un individuo en tareas cognitivas.
- III. (F): Para las teorías clásicas de la inteligencia, esta se compone de habilidades lógicas y abstractas, no se incluye una inteligencia práctica hasta las teorías contemporáneas con Sternberg y su teoría Triárquica.

Rpta.: C



3. Thrustone propuso que la inteligencia general estaba compuesta por siete capacidades que funcionan de manera independiente. En ese sentido, relacione las situaciones presentadas con cada una de las habilidades propuestas por el mencionado autor.

- | | |
|-----------------------|---|
| I. Rapidez perceptual | a. En un examen, Daniel tiene que leer un texto y responder preguntas relacionadas. |
| II. Fluidez verbal | b. Javier, después de hacer un experimento de germinación, explicó los principios que lo guiaron. |
| III. Razonamiento | c. Eduardo tiene que reconocer la parte de la figura que falta en unas fotos que le muestran. |

A) Ia, IIb, IIIc
D) Ic, IIb, IIIa

B) Ib, IIa, IIIc
E) Ic, IIa, IIIb

C) Ib, IIc, IIIa

Solución:

Ic: La rapidez perceptual se refiere a la habilidad para detectar semejanzas y diferencias entre distintos dibujos; asimismo identificar detalles significativos ausentes. Y en la tarea que tiene que hacer Eduardo está implicada dicha capacidad.

IIa: La fluidez verbal es la habilidad para comprender, hablar y escribir con rapidez, en forma coherente y estructurada. En el caso presentado, Daniel es puesto a prueba en relación la comprensión de una lectura.

IIIb: Razonamiento se refiere al pensamiento lógico, es decir a la habilidad para generar una regla describa un conjunto de observaciones. Javier después de una experiencia concreta tiene que inferir ciertos principios que lo explican.

Rpta.: E

4. Los exámenes de admisión suelen evaluar los conocimientos y habilidades adquiridos por los estudiantes, por lo que, desde la perspectiva de Catell, podríamos afirmar que dicha estimación corresponde a la inteligencia _____. Mientras que en algunas empresas consultoras de selección de recursos humanos evalúan la capacidad intelectual usando problemas de diseños con cubos de dos colores donde los examinados tienen que construir la figura en el más corto tiempo posible, lo cual se tipifica como inteligencia _____.

A) general – específica
D) lógica – espacial

B) analítica – práctica
E) fluida – cristalizada

C) cristalizada – fluida

Solución:

La inteligencia cristalizada es la habilidad de aplicar razonamientos usando información de contenido **verbal y numérico**. Interviene en la solución de problemas que dependen del conocimiento adquirido como resultado de la educación formal como se evidencia en el caso de los exámenes de admisión.

La inteligencia fluida es la capacidad para razonar en forma rápida y abstracta en problemas visoespaciales, planteados como en el caso presentado en formato de figuras que requieren una solución.

Rpta.: C



5. Las teorías clásicas de la inteligencia constituyen los primeros aportes a un estudio sistemático de las capacidades intelectuales humanas, por lo que asumieron diversas premisas que contribuyeron a mejorar el entendimiento de este constructo teórico. Por tanto, con relación a las referidas teorías, identifique el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones.

- I. Los estudios iniciales pretendían explicar el desarrollo evolutivo de la inteligencia.
- II. Se entendía como una capacidad global, abarcando lo intra e interpersonal.
- III. Métodos matemáticos, como el análisis factorial, sirvieron para medir la inteligencia.

A) FVV B) FFV C) VVF D) FFF E) VFV

Solución:

- I. (F): Los estudios iniciales de la inteligencia se enfocaron, principalmente en establecer la naturaleza y estructura de la inteligencia y, por tanto, como podían medirla.
- II. (F): La motivación del sujeto evaluado constituye una base importante para el rendimiento intelectual del individuo.
- III. (V): Varios autores, entre ellos Spearman y Thrustone, adoptaron el análisis factorial como método para entender y medir los componentes de la inteligencia.

Rpta.: B

6. Los estudiantes del curso Metodología de la investigación I, luego de revisar el *syllabus*, comprenden que dedicarán mucho tiempo y esfuerzo académico en la elaboración de su tema de investigación, sus objetivos generales y específicos, el marco teórico, variables, etc. De acuerdo con la teoría contemporánea de R. Sternberg, los estudiantes emplearán la inteligencia

A) creativa. B) práctica. C) analítica.
D) emocional. E) contextual.

Solución:

La inteligencia analítica propuesta por R. Sternberg comprende habilidades lógicas, matemáticas y verbales. Es la principal responsable del éxito académico, se utiliza para resolver problemas. Enfatiza la habilidad de aprender cómo hacer las cosas, adquirir nuevo conocimiento y realizar tareas con eficacia. Es el pensamiento crítico, que involucra el análisis y evaluación de la información. La mayoría de las pruebas de inteligencia evalúan la inteligencia analítica.

Rpta.: C

7. En un equipo de vóley masculino, el puesto de armador es el más importante, ya que requiere de una gran inteligencia para determinar a qué otro jugador de ataque se le alcanzará el balón para realizar una anotación. El armador puede tener al compañero atacante al frente o a su espalda y para esta última posición no necesita verlo. Teniendo como marco de referencia la teoría de H. Gardner, defina el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. El jugador armador emplea una inteligencia cinestésica.
- II. El jugador más importante hace uso de la inteligencia interpersonal.
- III. El rol de armador exige una elevada inteligencia emocional.

A) VVV B) FVF C) FFF D) VFF E) FFF



Solución:

De acuerdo con la teoría de H. Gardner, la inteligencia cinestésica o corporal es la capacidad de control de todo el cuerpo o de algunas partes de éste en el espacio. Presente en deportistas, bailarines, actores y artesanos.

Rpta.: D

8. La cultura nativa estadounidense aún preserva costumbres muy arraigadas, como el hecho de utilizar plantas medicinales o evitar la excesiva tala de árboles y, tienen asimismo una pesca controlada exclusivamente para su alimentación. Sin embargo, la cultura estadounidense anglosajona dominante contemporánea vive la vorágine del incremento de los medios de producción y el consumismo, teniendo siempre al borde de la extinción a muchas especies de flora y fauna. De acuerdo con la teoría de H. Gardner, se infiere que la cultura estadounidense actual deberá promover una educación con base en el desarrollo de la inteligencia

A) cinestésica.

B) visoespacial.

C) intrapersonal.

D) naturalista.

E) lingüística.

Solución:

De acuerdo con la teoría de H. Gardner, la inteligencia naturalista consiste en la capacidad para identificar, entender, relacionarse, interactuar y clasificar patrones de la naturaleza. Propia de los biólogos.

Rpta.: D

9. De acuerdo con algunos autores, los individuos más destacados en un área del conocimiento pueden estar atrapados en un torbellino de pasiones e impulsos desenfrenados, convirtiéndose así de un momento a otro, en «pilotos» sorprendentemente malos de sus vidas privadas. Del texto referido se infiere la importancia de promover la inteligencia

A) creativa.

B) analítica.

C) emocional.

D) práctica.

E) contextual.

Solución:

Daniel Goleman define la inteligencia emocional como “la capacidad de reconocer nuestros propios sentimientos y los de los demás, de motivarnos y de manejar adecuadamente las relaciones”. Abarca el autodomínio, la persistencia y capacidad de automotivación. La inteligencia definida de modo tradicional no predice necesariamente el éxito en la vida, por ello, antes que un cociente intelectual (C.I.), lo que interesa desarrollar es un *cociente emocional* (C.E.).

Rpta.: C

10. Identifique los tipos de inteligencia que se presentan en los siguientes casos: a) Las religiosas que viven en conventos de clausura profesan votos de pobreza, obediencia y castidad, además oran permanentemente para su encuentro personal con Dios y por la paz mundial y; b) Un políglota que a su vez posee la habilidad para hacer rimas.

A) Analítica – Creativa

B) Intrapersonal – Lingüística

C) Interpersonal – Contextual

D) Espiritual – Práctica

E) Emocional – Analítica



Solución:

La inteligencia intrapersonal desarrollada por H. Gardner refiere la capacidad del entendimiento de sí mismo. Permite tener un conocimiento claro de sentimientos, emociones y metas personales. No está asociada a actividad concreta alguna. Propia de religiosos, psicólogos, etc.

La inteligencia lingüística desarrollada por H. Gardner refiere la habilidad relacionada con la producción y comprensión del lenguaje y su uso comunicacional. Propia de escritores, poetas y traductores.

Rpta.: B

EDUCACIÓN CÍVICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Entendemos a la peruanidad como el sentimiento de identidad que vincula a pueblos y habitantes del país, basado en el afecto hacia sus tradiciones. A partir de lo mencionado, un ejemplo que fundamentaría este proceso sería

- A) priorizar las expresiones culturales de los migrantes extranjeros en las escuelas.
- B) difundir mega eventos culturales con diversas expresiones artísticas foráneas.
- C) transmitir, mediante señal abierta, programación televisiva en lenguas originarias.
- D) revalorar y practicar las expresiones de sistemas coloniales, como el yanaconaje.
- E) reforzar exclusivamente, en el plano educativo, el etnocentrismo e indigenismo.

Solución:

Entre los aspectos que fundamentan la peruanidad tenemos la revaloración de los idiomas de nuestros antepasados, la historia de nuestra patria, el reconocimiento del valor que tienen las ciudades fundadas, la incorporación de las comunidades campesinas y nativas a la vida nacional, la valoración de las manifestaciones folclóricas autóctonas y mestizas, la incorporación del concepto de interculturalidad y la valoración de las técnicas agrícolas utilizadas por los antiguos peruanos.

Rpta.: C

2. En el transcurso del año 2025, se realizaron significativos hallazgos arqueológicos en el país. Se descubrió Peñico, una nueva ciudad de la civilización Caral, así como también se identificaron más de 100 estructuras arqueológicas en la zona de Pajatén, en la selva peruana. El hallazgo y la preservación de esos descubrimientos contribuye a afirmar nuestra peruanidad, ya que permite la valoración de

- A) las comunidades que habitan los referidos recintos arquitectónicos.
- B) las técnicas urbanísticas empleadas durante la época del incanato.
- C) los saberes usados por los antiguos peruanos en sistemas de regadío.
- D) los conocimientos monumentales de las comunidades del periodo lítico.
- E) las ciudades fundadas en nuestro país en el periodo prehispánico.

Solución:

Uno de los aspectos que fundamentan nuestra peruanidad es la revaloración de las ciudades fundadas en el Perú pre y post colombino como manifestaciones de la creación material del hombre. En ese sentido, los hallazgos de Peñico, de la civilización Caral y las estructuras arquitectónicas en la zona de Pajatén, perteneciente a la cultura Chachapoyas permiten dar énfasis a este aspecto.

Rpta.: E



3. En el país confluyen una serie de manifestaciones culturales de cada región, con distintas expresiones y tradiciones, con distintos matices y costumbres. Al respecto, establezca la relación correcta entre las festividades y su respectiva descripción.

- | | |
|-----------------|---|
| I. Candelaria | a. Coincide con el solsticio de junio, tiene como fin homenajear al símbolo supremo y de adoración de la cultura inca. |
| II. San Juan | b. Se desarrolla en la última semana de junio, especialmente en ríos y lagos por simbolizar la purificación del agua. |
| III. Inti Raymi | c. En la primera semana de marzo, se procede a la cosecha y pisa de la uva en largas, para obtener su mosto. |
| IV. Vendimia | d. Se celebra en febrero y se asocia a la vela que sostiene la Virgen en su mano, que simboliza la luz y la purificación. |

A) Id, IIc, IIIb, IVa
D) Id, IIb, IIIa, IVc

B) Ic, IIa, IIIb, IVd
E) Ib, IId, IIIc, IVa

C) Ic, IId, IIIa, IVb

Solución:

(Id) La Candelaria: Celebración propia de la región Puno, durante el mes de febrero y se asocia a la vela que sostiene la Virgen en su mano, simbolizando la luz y la purificación.

(IIb) San Juan: Celebración propia de toda la región amazónica, se realiza en Se desarrolla en la última semana de junio, especialmente en ríos y lagos por simbolizar la purificación del agua.

(IIIa) El Inti Raymi: Celebración de la región andina, principalmente en Cusco, ésta coincide con el solsticio de invierno, tiene como fin homenajear al símbolo supremo (Inti) y de adoración de la cultura inca.

(IVc) La Vendimia: Celebración propia de la región Ica, durante la primera semana de marzo se procede a la cosecha y pisa de la uva en largas para obtener su mosto.

Rpta.: D

4. Las celebraciones de las distintas festividades tradicionales en el Perú se caracterizan por la alegría de la población, el colorido de las ciudades y son oportunidades de unión y fraternidad entre comunidades. En relación con estas festividades, determine aquellas propias u oriundas de ciudades andinas.

- I. Fiesta del Señor de Muruhuay
- II. Fiesta de la Santísima Cruz de Chalpón
- III. Festividad de Tunantada
- IV. Festividad de las Chayahuitas

A) I y II

B) I y III

C) II y III

D) II y IV

E) III y IV

Solución:

I. **Correcto.** La fiesta del Señor de Muruhuay, se realiza en la ciudad de Tarma, región Junín.

II. **Incorrecto.** La fiesta de la Santísima Cruz de Chalpón se realiza en la ciudad de Motupe, en la región Lambayeque.

III. **Correcto.** La festividad de la Tunantada se celebra en la ciudad de Jauja, región Junín.

IV. **Incorrecto.** La fiesta de las Chayahuitas se celebra en la región Loreto en el marco de las celebraciones de la fiesta de San Juan.

Rpta.: B



HISTORIA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Durante el siglo XVIII surgió el movimiento ilustrado, con un espíritu crítico frente al absolutismo; estableció la separación del conocimiento científico del religioso, generando aportes significativos en lo político, económico y filosófico. Respecto de las características de la Ilustración, señale el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. Planteó la división y autonomía de poderes del Estado.
- II. Concilió ideas del antiguo régimen en favor de la monarquía.
- III. Favoreció los privilegios del estamento social del clero.
- IV. Surgió la fisiocracia como uno de sus aportes económicos.

A) VFVF B) VVVF C) FVVF D) VVFF E) VFFV

Solución:

La ilustración trajo consigo diversos aportes en el siglo XVIII, en el aspecto filosófico, político y económico, uno de ellos fue la división de poderes establecida por John Locke como parte de la filosofía política, por otro lado la fisiocracia sostenía que la riqueza se fundamenta en el gobierno de la naturaleza; por último, no concilió ideas del antiguo régimen ya que es parte del despotismo ilustrado, tampoco favoreció los privilegios del clero ya que la esencia ilustrada consistió en ser opositora a esta.

Rpta.: E

2. La independencia de las Trece Colonias tuvo como una de sus principales causas económicas a la imposición de diferentes tributos a los colonos, perjudicando sus actividades comerciales. Esto motivó que los colonos iniciaran su lucha por la independencia, teniendo como evento principal

A) el Congreso de Filadelfia. B) la batalla de Yorktown. C) el motín del té.
D) la batalla de Saratoga. E) la masacre de Boston.

Solución:

En diciembre de 1773 un grupo de colonos disfrazados de indios asaltó un barco de la Compañía Británica de las Indias Orientales y arrojaron al mar su cargamento de té en protesta por la elevación de impuestos a los productos importados, siendo este hecho el origen de la Revolución norteamericana.

Rpta.: C

3. Durante el periodo monárquico de la Revolución francesa, aparecieron grupos políticos basados en diversas ideologías, que se convirtieron en el precedente inmediato de los partidos políticos que conocemos actualmente. Con respecto a estas asociaciones, relacione correctamente el grupo político con sus características.

- I. Fuldenses a. Reformistas radicales de la pequeña burguesía
- II. Girondinos b. Monarquistas moderados constitucionales
- III. Jacobinos c. Republicanos reformistas de la alta burguesía

A) Ia, IIc, IIIb B) Ic, IIa, IIIb C) Ib, IIa, IIIc D) Ic, IIb, IIIa E) Ib, IIc, IIIa



Solución:

El periodo monárquico se caracterizó por la aparición de grupos políticos, cada uno con ideologías diferentes. Por su parte los fuldenses fueron partidarios de una monarquía moderada, mientras que los girondinos eran republicanos moderados y reformistas pertenecientes a la alta burguesía y por último los jacobinos eran reformistas radicales de la pequeña burguesía.

Rpta.: E

4. Durante el desarrollo de la Primera Revolución industrial en Inglaterra, se dio el impulso y apogeo de la industria textil y siderúrgica, teniendo como punto principal la mecanización del trabajo, lo cual se manifestó en la explotación progresiva de la clase _____ permitiendo posteriormente el surgimiento del _____.

- | | |
|----------------------------------|------------------------------|
| A) obrera – gremio | B) proletaria – sindicato |
| C) campesina – trabajo a destajo | D) burguesa – cooperativismo |
| E) media – artesanado | |

Solución:

Durante la Primera Revolución industrial, se produjeron grandes inventos tecnológicos, así como la proliferación de la fuerza de trabajo en favor de los industriales; ello generó la explotación de la clase proletaria, permitiendo posteriormente el surgimiento de los sindicatos.

Rpta.: B

5. Con la caída del régimen napoleónico, las monarquías europeas que habían sido depuestas, buscaban el restablecimiento del absolutismo mediante la convocatoria del Congreso de Viena por Klemens von Metternich, con la finalidad de reordenar el mapa político europeo. Se buscó reforzar este proyecto con la conformación de la Santa Alianza. Con respecto a sus características identifique los enunciados correctos.

- | | | |
|---|------------------|----------------|
| I. Estuvo integrado por Rusia, Austria, Prusia e Inglaterra. | | |
| II. Tenía como objetivo oponerse a las rebeliones liberales. | | |
| III. Buscaba conciliar las ideas religiosas con las ilustradas. | | |
| IV. Intentaba sofocar movimientos independentistas en América. | | |
| A) I, II y III | B) Solo II y III | C) Solo I y II |
| D) I, II y IV | E) Solo II | |

Solución:

La Santa Alianza fue un pacto militar y religioso integrado por Rusia, Austria y Prusia de carácter monárquico impulsado por el zar Alejandro I de Rusia, con el objetivo de sofocar las rebeliones liberales y mantener a las monarquías absolutistas en el poder, bajo los principios religiosos cristianos.

Rpta.: E



GEOGRAFÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Los recursos naturales son el conjunto de elementos ofrecidos por la naturaleza, los cuales son utilizados por las sociedades para su subsistencia y desarrollo. Estos se pueden dividir en renovables y no renovables. En relación con lo mencionado, identifique los enunciados correctos.
- I. Por su capacidad de regenerarse, la vegetación puede aprovecharse de forma ilimitada.
 - II. El zinc, estaño y el cobre son elementos considerados como recursos no renovables.
 - III. El crecimiento demográfico representa una amenaza para su conservación, ya que conlleva a su depredación.
 - IV. Los bosques, la radiación solar y los minerales metálicos son ejemplos de recursos renovables.
- A) I y IV B) II y IV C) I y III D) II y III E) III y IV

Solución:

- I. **Incorrecto.** Es cierto que la vegetación es parte de los recursos renovables, pero si se explota de forma ilimitada terminara extinguiéndose.
- II. **Correcto.** Los elementos como el zinc, estaño, cobre y en general todos los minerales, ya sean metálicos y no metálicos son considerados como recursos no renovables.
- III. **Correcto.** El crecimiento demográfico significa una amenaza para su conservación, debido a que se incrementa la demanda de recursos generando así la depredación.
- IV. **Incorrecto.** los bosques y la radiación solar son ejemplos de recursos renovables mas no los minerales metálicos, pues carecen de la capacidad de regenerarse.

Rpta.: D

2. La desertificación es entendida como el desgaste de las tierras, es decir el suelo pierde su productividad progresivamente y el Perú es uno de los países más afectados en Sudamérica. De lo mencionado, determine el valor de verdad (V o F) de las acciones o actividades que conllevan a este proceso según la región natural.
- I. En la superficie de los suelos costeros, el sobreirriego y el mal drenaje generan el afloramiento de sales.
 - II. El sobrepastoreo, en las mesetas altoandinas, provoca el deterioro de la cobertura vegetal.
 - III. En los valles costeros, la población promueve el uso de abonos naturales y la rotación de cultivos que generan su desgaste.
 - IV. La reforestación permanente en los suelos de la llanura amazónica facilita procesos de erosión y lixiviación.
- A) VFFV B) VVFF C) FFVV D) VFVV E) VFVF



Solución:

- I. **Verdadero.** En la costa cerca del 40 % de los suelos agrícolas están afectados por la salinización, por sobre riego y condiciones de mal drenaje provocando el afloramiento a la superficie de sales que intoxican el suelo y limitan o anulan la producción agrícola.
- II. **Verdadero.** En las mesetas altoandinas, el sobrepastoreo y la quema de pajonales causa deterioro de la cobertura vegetal y origina erosión.
- III. **Falso.** El uso de materiales orgánicos, abonos naturales y la rotación de cultivos son acciones realizadas en campos de cultivo de la región andina, no en la costa.
- IV. **Falso.** La reforestación de árboles reduce los efectos de erosión fluvial, pluvial, etc. Así como reduce los desprendimientos de tierras y evita la lixiviación.

Rpta.: B

3. La introducción directa o indirecta de sustancias contaminantes en las fuentes hídricas, afecta la calidad de estas y las vuelve perjudiciales para los organismos. Respecto del proceso mencionado, determine el valor de verdad (V o F) de los enunciados que corresponden a fuentes de contaminación del agua.

- I. Los desechos de las operaciones mineras activas se acumulan en zonas de cabeceras de cuenca.
- II. El crecimiento de los vertederos y rellenos sanitarios incrementa la presencia de gases perniciosos.
- III. La fabricación e incremento del uso de vehículos eléctricos acelera la emisión de partículas contaminantes.
- IV. Las aguas servidas son conducidas a través de redes de drenaje de las urbes a colectores marinos.

A) VFVF B) VVFV C) VVFF D) FVfV E) VFFV

Solución:

- I. **Verdadero.** La acumulación de desechos de las operaciones mineras, es conocido como relaves mineros y estos significan la inducción de sustancias residuales en las cabeceras de cuenca si no son tratadas de forma segura.
- II. **Falso.** El crecimiento de los vertederos y rellenos sanitarios significan un impacto en la contaminación directamente de los suelos
- III. **Falso.** El uso de los autos eléctricos es una alternativa sostenible que busca reducir la emisión de gases contaminantes.
- IV. **Verdadero:** la conducción de aguas servidas a través de los sistemas de drenaje de las urbes a los ríos y mares, sin un previo tratamiento, es una de las mayores causas de contaminación de las fuentes hídricas.

Rpta.: E



4. La biodiversidad es entendida como la variedad de seres vivos que habitan el planeta y proporciona suministros de materias primas al hombre. En el transcurso del tiempo se ha visto afectado por distintos factores y amenazas que están generando una progresiva pérdida de las especies. Entre las medidas para protegerla, identifique los enunciados correctos.
- I. Evitar la introducción de especies exóticas en un hábitat ajeno ya que se convertirán en invasoras.
 - II. Emplear de forma intensiva terrenos cultivables y extraer de forma industrial recursos pesqueros.
 - III. Consumir productos químicos o sintéticos sostenibles que generen bajo impacto en la naturaleza.
 - IV. Optar por la reducción del consumo de combustibles fósiles en el parque automotor y la industria.
- A) I y IV B) III y IV C) II y III D) I y III E) II y IV

Solución:

- I. **Correcto.** Evitar la adquisición de especies exóticas como mascotas o abandonarlas en un hábitat ajeno, ya que se convertirán en invasoras y alterarían el ecosistema.
- II. **Incorrecto.** Emplear de forma intensiva terrenos cultivables, implica el desgaste o degradación de los suelos y extraer de forma industrial recursos pesqueros, puede generar la depredación de estos recursos.
- III. **Incorrecto.** El uso y consumo de productos químicos o sintéticos genera un significativo impacto en la naturaleza, pues motivan la pérdida de la productividad de los suelos.
- IV. **Correcto.** La reducción del consumo de combustibles fósiles en el parque automotor y la industria, contribuye con la disminución de emisión de gases de efecto invernadero.

Rpta.: A

ECONOMÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Uno de los determinantes principales del capital humano es la educación, considerada por varios organismos internacionales como la base del desarrollo sostenible. La escolarización permite a las personas adquirir conocimientos, competencias y valores que aumentan su empleabilidad y su capacidad para adaptarse a los cambios tecnológicos. En muchos países en desarrollo, las brechas educativas entre sectores urbanos y rurales reflejan diferencias profundas en la calidad y cantidad de capital humano. Estas desigualdades se convierten en barreras para el crecimiento económico inclusivo, pues limitan la posibilidad de que amplios sectores de la población participen en empleos de mayor productividad. Respecto del papel central de la educación en la teoría del capital humano, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.
- I. Sirve como medio de control social en la población.
 - II. Incrementa la productividad y las oportunidades laborales mediante el aprendizaje.
 - III. Garantiza la reproducción de valores culturales de cada país.
 - IV. Asegura la estabilidad política en las democracias modernas.
 - V. Permite mayor nivel educativo, mayor capacidad de innovación y mayor resolución de problemas.
- A) FVVVF B) FVFFV C) FFFVF D) VFFFV E) FVFVF



Solución:

La inversión en capital humano mediante educación no se limita a la formación inicial. Los programas de capacitación continua, actualización de competencias digitales y formación técnica especializada son vitales en un mundo globalizado y cambiante.

Rpta.: B

2. La relación entre salud y productividad se observa con claridad en países con altas tasas de desnutrición infantil, donde el desarrollo cognitivo de los niños se ve afectado. Estos déficits tempranos condicionan el desempeño académico y limitan las posibilidades de acceder a trabajos calificados en el futuro. Las políticas públicas de salud preventiva (como vacunación, nutrición materno-infantil y campañas de higiene) son inversiones esenciales en capital humano. No solo reducen la mortalidad, sino que también promueven el desarrollo pleno de las capacidades individuales. Los organismos internacionales, insisten en que la salud no debe considerarse solo como un gasto social, sino como una inversión rentable en términos de productividad y desarrollo humano.

Según lo mencionado, relacione correctamente ambas columnas.

- | | |
|---|-----------------------|
| I. Propone la inversión en salud. | a. Estado |
| II. Genera un aumento en el ingreso. | b. Nutrición infantil |
| III. Impacta en sus funciones cognitivas. | c. Capacitación |
| IV. Es responsable de las políticas. | d. OMS |

A) Ib, IIc, IIId, IVa

B) Ia, IId, IIb, IVc

C) Ic, IIb, IIIa, IVd

D) Id, IIb, IIc, IVa

E) Id, IIc, IIb, IVa

Solución:

Los organismos internacionales, como la OMS y el PNUD, insisten en que la salud no debe considerarse solo como un gasto social, sino como una inversión rentable en términos de productividad y desarrollo humano. El estado de salud es otro determinante fundamental del capital humano. Las personas sanas poseen mayor energía, mayor capacidad de concentración y mayor disposición para el trabajo productivo. En cambio, la mala salud puede limitar el aprendizaje, disminuir la asistencia escolar y reducir la productividad en el empleo.

Rpta.: E

3. El salario también está determinado por las fuerzas del mercado, es decir, por la interacción entre la oferta y la demanda de trabajo. Cuando la demanda de trabajadores en un sector es alta y la oferta de mano de obra calificada es escasa, los salarios tienden a elevarse. En cambio, cuando existe abundancia de trabajadores dispuestos a laborar en un sector poco especializado, la competencia entre ellos hace que los salarios bajen. Este fenómeno se observa con frecuencia en sectores informales o de baja calificación. En ese sentido, cuando la demanda de trabajo es alta y la oferta de trabajadores calificados es baja, los salarios

- A) disminuyen porque aumenta la competencia.
B) se mantienen estables por intervención estatal.
C) aumentan debido a la escasez relativa de mano de obra calificada.
D) desaparecen porque se reemplaza el trabajo por capital físico.
E) dependen únicamente de la voluntad empresarial.



Solución:

El salario, desde esta perspectiva, funciona como el “precio” del trabajo en el mercado, sujeto a las mismas dinámicas de equilibrio que cualquier otro bien o servicio.

Rpta.: C

4. El nivel educativo es un determinante crucial de los _____, ya que la inversión en educación permite adquirir habilidades que aumentan la productividad y el valor del trabajador en el mercado. Un profesional con estudios universitarios o de posgrado tiene, en promedio, mayores ingresos que alguien con educación _____, lo cual se explica por la relación entre el capital humano y la productividad. Las empresas suelen valorar no solo los títulos académicos, sino también la calidad de la institución educativa y la pertinencia de la formación frente a los _____ del mercado, las brechas salariales reflejan las desigualdades de acceso a una educación de calidad, lo que contribuye a perpetuar la desigualdad social.

A) precios – alta – demandas
C) sueldos – altos – ofertas
E) precios – superior – necesidades

B) sueldos – elemental – tendencias
D) salarios – básica – necesidades

Solución:

El nivel educativo es uno de los factores más reconocidos que explican las diferencias de ingresos en la sociedad contemporánea, Porque incrementa el capital humano y la productividad del trabajador, pudiendo acceder a salarios más altos.

Rpta.: D

5. La experiencia acumulada es otro factor determinante del salario. Los trabajadores con más años en el mercado laboral suelen poseer conocimientos prácticos, habilidades desarrolladas y una comprensión más amplia de su oficio o profesión. Este aprendizaje empírico se traduce en mayor eficiencia y confianza para enfrentar situaciones complejas en el trabajo. Las empresas reconocen este valor y tienden a recompensarlo con salarios más altos. Sin embargo, en sectores tecnológicos muy dinámicos, la experiencia puede perder valor si no se acompaña de actualización y capacitación continua. Un trabajador experimentado pero desactualizado puede ser menos competitivo que uno joven con formación actual.

Respecto de lo planteado, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. En la alta informalidad laboral, la experiencia no se traduce en aumento salarial
- II. La experiencia otorga al trabajador una mayor productividad.
- III. La experiencia laboral requiere la necesidad de formación académica.
- IV. El salario justo garantiza estabilidad política en el país.
- V. El salario elimina la brecha entre oferta y demanda de trabajo.

A) FVVFF B) FVFFV C) FFFVF D) VFFFV E) FVFVF

Solución:

En general, la experiencia laboral sigue siendo un determinante clave del salario, aunque su impacto depende de la estructura y dinámica del mercado de trabajo. En la informalidad laboral el salario no se reconoce. Mayor experiencia mayor salario y viceversa. La experiencia se puede complementar con una formación para una mejor



productividad. La estabilidad del trabajo implica una estabilidad económica del país. El salario no genera la solución de brechas en el trabajo.

Rpta.: A

6. Los sindicatos y la negociación colectiva son determinantes institucionales del salario. A través de la organización, los trabajadores pueden mejorar su poder de negociación frente a los empleadores. En sectores altamente sindicalizados, los salarios suelen ser más elevados que en aquellos donde no existe representación sindical. Esto se debe a que los sindicatos logran establecer convenios que fijan pisos salariales y beneficios adicionales. La negociación colectiva también permite mejorar condiciones de trabajo como horarios, vacaciones y seguridad laboral. En relación con el papel que cumplen los sindicatos en la determinación de los salarios, determine los enunciados correctos.

- I. Reducen los salarios al aumentar la competencia interna.
- II. Favorecen la reducción de beneficios sociales para flexibilizar el mercado.
- III. Incrementan el poder de negociación de los trabajadores frente a los empleadores.
- IV. Garantizan que los salarios dependan únicamente de la productividad.
- V. Sustituyen completamente el rol del Estado en la economía.

- A) Solo I B) I y II C) III y IV D) I y III E) Solo III

Solución:

- I. (No) Aumenta los salarios cuando se genera la competencia en el interior de una organización.
- II. (No) Favorece el aumento de beneficios sociales, ya que del salario se deduce el pago de ciertos beneficios como asignación familiar.
- III. (Si) El representante del sindicato representa a los trabajadores frente al empleador buscando mejoras salariales.
- IV. (No) Existen muchos factores que están en relación a la productividad y no solamente el salario.
- V. (No) El Estado es un organismo regulador y actúa a través del Ministerio de trabajo, coordinando con los sindicatos y empleadores.

Rpta.: E

7. La Organización Internacional del Trabajo (OIT), fundada en 1919, es una de las agencias más antiguas del sistema multilateral. Su misión principal es promover la justicia social y los derechos laborales a nivel mundial. Una de sus funciones esenciales consiste en elaborar y supervisar normas internacionales del trabajo. Estas normas se materializan en convenios y recomendaciones que abordan temas como la libertad sindical, la igualdad de género, la prohibición del trabajo infantil, la seguridad laboral, entre otros. La aprobación de estas normas se realiza en la Conferencia Internacional del Trabajo, un espacio tripartito donde participan gobiernos, empleadores y trabajadores de los países miembros.

¿Cuál es una de las funciones centrales de la OIT en el ámbito laboral internacional?

- A) Regular directamente los salarios de todos los países.
- B) Velar por un empleo decente con condiciones de equidad, seguridad y dignidad.
- C) Sancionar económicamente a los países que incumplen sus compromisos.
- D) Organizar elecciones sindicales en los Estados miembros.
- E) Imponer políticas económicas a través del FMI.



Solución:

La OIT ha desarrollado el concepto de trabajo decente, que busca garantizar que toda persona acceda a un empleo productivo en condiciones de libertad, equidad, seguridad y dignidad. Este enfoque reconoce que no basta con tener un empleo, sino que este debe garantizar condiciones justas y respetar los derechos fundamentales.

Rpta.: B

8. En una empresa minera, los trabajadores deciden constituir un sindicato para mejorar las condiciones de seguridad en las operaciones subterráneas. La gerencia se muestra renuente, alegando que los sindicatos generan división interna. Pese a ello, los trabajadores explican que el sindicato no busca dividir, sino representar intereses colectivos y proteger la salud y seguridad laboral. Además, recuerdan que la legislación establece que los sindicatos pueden promover mejoras en la seguridad ocupacional, aspecto vital en el sector minero. ¿Qué papel cumplen los sindicatos en la mejora de la seguridad laboral?

- A) Implementan directamente los protocolos de seguridad.
- B) Negocian con la empresa para mejorar condiciones de seguridad.
- C) Sancionan a los trabajadores que incumplen normas.
- D) Reemplazan a las autoridades en la fiscalización minera.
- E) Controlan las inversiones de la empresa en seguridad.

Solución:

El sindicato busca que los trabajadores mineros hagan sus labores en mejores condiciones, a fin de resguardar su seguridad.

Rpta.: B

9. En un colegio privado, los docentes consideran que su carga horaria no corresponde con la remuneración recibida. Deciden organizarse en un sindicato de trabajadores de la educación. El sindicato docente tiene la posibilidad de iniciar un proceso de negociación colectiva con la institución, con el fin de establecer un pliego de reclamos que incluya mejoras salariales, horarios más flexibles y condiciones pedagógicas adecuadas. La negociación colectiva se convierte, en este caso, en un proceso que no solo busca beneficios económicos, sino también mejoras que impacten en la calidad educativa ofrecida a los estudiantes.
¿Cuál es el principal mecanismo utilizado por los sindicatos para mejorar las condiciones laborales?

- A) La negociación directa
- B) La huelga violenta
- C) El arbitraje
- D) La conciliación
- E) La protesta mediática

Solución:

Los trabajadores y empleadores llegan a un acuerdo firmado en el convenio colectivo. El éxito de este proceso depende de la voluntad de ambas partes para llegar a un acuerdo justo.

Rpta.: A



10. En un hospital, los trabajadores de salud perciben que no cuentan con equipos de protección adecuados para enfrentar enfermedades contagiosas. El sindicato se reúne con la administración para exigir mejores insumos médicos. La negociación se desarrolla con el objetivo de proteger la vida y la salud de los trabajadores, lo cual también repercute en la calidad del servicio que se brinda a los pacientes. Si la administración se niega a aceptar las demandas, el sindicato podría optar por medidas de fuerza, siempre respetando los procedimientos legales establecidos. Determine las medidas de presión legítima que pueden usar los sindicatos tras agotar el diálogo.

- I. La huelga
- II. El sabotaje
- III. La amenaza directa al empleador
- IV. La reducción de productividad intencional
- V. La toma de instalaciones sin autorización

A) Solo I B) I y IV C) II y IV D) I y V E) I y II

Solución:

La huelga es un derecho colectivo de los trabajadores que consiste en la suspensión temporal, pacífica y concertada de las labores con el objetivo de presionar al empleador para lograr mejoras en las condiciones de trabajo, salario, seguridad laboral u otros aspectos relacionados con la relación laboral.

Rpta.: A

FILOSOFÍA

LECTURA COMPLEMENTARIA

La primera fase de la filosofía de la ciencia post-positivista (...) está fundamentalmente dominada por el debate en torno al método científico, y el criterio de demarcación de la ciencia. Los neopositivistas recomendaron métodos formales, y la lógica inductiva, como la base del proceder científico, que separaría nítidamente aquellas disciplinas que son científicas de las que no lo son. Más en general, suponiendo una forma de reduccionismo lingüístico, los neopositivistas tendieron a suponer que tales métodos distinguirían con propiedad aquellos enunciados que tienen sentido cognitivo pleno de otros que, o bien son meros instrumentos expresivos, sin pretensión cognitiva, o carecen completamente de sentido. Los críticos post-positivistas del Círculo de Viena se oponen explícitamente y con la mayor firmeza a esta caracterización del método científico y, más en general, del valor cognitivo de los enunciados.

Aun así, como hemos visto, estos críticos a su vez discrepan vehementemente entre sí acerca de cuál es la mejor sustitución posible de la propuesta originaria neopositivista. De este modo, Popper apoyó la idea de que el verdadero método científico es deductivo, y que, en consecuencia, el criterio de demarcación lo constituye la falsabilidad de una teoría científica. Sin embargo, para Popper, este criterio no excluye ninguna hipótesis, por muy metafísica que sea, del ámbito de la ciencia. Y tampoco impide que tal hipótesis tenga sentido, puesto que no sólo aquellas hipótesis que poseen algún grado de corroborabilidad tienen sentido.

Suárez, M. (2022) *Filosofía de la ciencia*, Madrid, Tecnos, pp. 130-131



De acuerdo con el texto, se puede afirmar lo siguiente:

- A) Los neopositivistas defendieron el método deductivo.
- B) El post-positivismo concordó con el neopositivismo.
- C) La corroborabilidad le niega sentido a las hipótesis.
- D) El deductivismo se oponía a los métodos formales.
- E) El post-positivismo recomendó una lógica inductiva.

Solución:

El deductivismo popperiano se oponía a los métodos formales, y la lógica inductiva, del neopositivismo o positivismo lógico. Dentro del post-positivismo, pues, Popper defendió la idea de que el método de la ciencia es deductivo (opera como un *modus tollens*), y su complemento consecuente es la falsación, la corroboración o la refutación, que es a la vez criterio demarcatorio de qué pertenece a la ciencia o no.

Rpta.: D

EJERCICIOS DE CLASE

1. La astrología, la influencia de los astros en la vida de las personas, es una actividad más antigua que la misma astronomía, pues se asume que tiene una edad de 4000 años. Se practicó en civilizaciones como la india o la china, aunque sin el rigor del método científico. Durante buen tiempo fue la única interpretación del universo. Recién en el siglo XVII, gracias a Galileo, apareció propiamente la astronomía. Considerando el criterio de demarcación de Popper es adecuado señalar que la astrología es
 - A) una antigua y rigurosa práctica de la ciencia.
 - B) una actividad que usó un método científico.
 - C) una práctica circunscrita al ámbito científico.
 - D) una actividad distinta de la práctica científica.
 - E) una ciencia que estudia la influencia astral.

Solución:

La astrología es una actividad distinta a la práctica científica, pues carece del rigor del método científico que sí usaba Galileo. Ella estudia la influencia de los astros en la vida de las personas, lo que, como ha señalado Karl Popper, no se puede falsar. No se puede falsar, por ejemplo, que tanto influyen los astros en el destino de cada uno.

Rpta.: D

2. Señale cuáles de los siguientes enunciados contienen información adecuada sobre el falsacionismo de Karl Popper como criterio demarcatorio.
 - I. El falsacionismo se basa en la inducción científica.
 - II. Hace el intento de refutar las teorías de la ciencia.
 - III. Se basa esencialmente en buscar contraejemplos.
 - IV. Realiza una separación entre ciencia y tecnología.

A) Solo I B) Solo II y III C) I, II y IV D) II, III y IV E) Solo III y IV



Solución:

Sobre el falsacionismo como criterio demarcatorio son correctos los enunciados II y III. El falsacionismo se basa en la deducción y realiza una separación entre ciencia y lo que no pertenece a la ciencia.

Rpta.: B

3. Los drones son objetos tecnológicos útiles debido a sus diversos usos civiles y comerciales: inspecciones de infraestructuras, agricultura de precisión, logística (entrega de paquetes), vigilancia y seguridad, etc. Sin embargo, este objeto tecnológico también puede ser convertido en arma de guerra, como lo que hace el gobierno ruso con la tecnología de drones proveída por la empresa israelí *Aerospace Industries*. Por eso, se puede señalar que el uso que hace el gobierno ruso de esta tecnología

- A) solo favorece la vigilancia y la seguridad.
- B) posibilita la producción de conocimiento.
- C) supone un tema de comercio o mercado.
- D) plantea un problema de naturaleza ética.
- E) está relacionado con manejar desastres.

Solución:

El uso político de tecnología plantea un problema de naturaleza ética. Sobre el asunto, mucho antes, la Escuela de Fráncfort mostraba una perspectiva crítica acerca de la tecnología, debido a que puede obedecer a intereses políticos como la guerra.

Rpta.: D

4. Luis y Alberto son dos obreros que conversan acerca de las bondades de la homeopatía, aunque esta carece del rigor metodológico de la medicina humana. El primero de ellos, Luis, ha señalado que siempre se ha tratado homeopáticamente cuando tiene alguna dolencia y le ha ido bien. Por eso, se lo ha recomendado a Alberto. Aunque la homeopatía tiene eficacia en varios casos, no se basa en la corroboración de sus afirmaciones. Consiguientemente, según el criterio de falsación, podemos señalar que la homeopatía

- A) posee tanto rigor como la medicina misma.
- B) su eficacia es mucho mejor que la medicina.
- C) tiene afirmaciones sin corroboración alguna.
- D) a veces se ha basado en la corroboración.
- E) cura muchas más dolencias que la medicina.

Solución:

La homeopatía tiene afirmaciones sin corroboración alguna. Aunque esta práctica tiene efectividad en algunos casos, carece del rigor científico que sí posee la medicina humana. Y siguiendo la posición de Popper, podemos ubicar a la homeopatía en el terreno de la no ciencia porque no tiene el rigor de la falsación o corroboración.

Rpta.: C



5. Desde la óptica del neoempirismo solo pertenecían a la ciencia aquellas teorías susceptibles de ser verificadas a partir de datos de la experiencia sensorial. Por eso, cuando apareció en 1915, la teoría de la relatividad general de Albert Einstein fue cuestionada por el neoempirismo. Dicha teoría albergaba la posibilidad de la existencia de objetos masivos en el espacio (los agujeros negros) o de ondas gravitacionales, entidades empíricas que no podían ser observadas. Por lo que para el neoempirismo dicha teoría de Einstein no pertenecería a la ciencia. Sin embargo, para Popper sí era científica, porque esta teoría de Einstein
- A) podía confirmarse gracias al empleo de lógica inductiva.
 - B) tenía la posibilidad de ser refutada con contraejemplos.
 - C) empleaba de una manera correcta el método científico.
 - D) se basaba en matemáticas no clásicas o no euclidianas.
 - E) era verificable al menos en una buena proporción de ella.

Solución:

Para Karl Popper esta teoría de Einstein sí era científica porque tenía la posibilidad de ser refutada con contraejemplos. Naturalmente, el criterio demarcatorio empleado por Popper era opuesto al del neoempirismo, que se basaba en confirmaciones empíricas, lo que no constituía una virtud desde la óptica del epistemólogo austriaco.

Rpta.: B

6. En el siglo XVII, el químico inglés Joseph Priestley defendió la teoría del flogisto, que explicaba la combustión como la liberación de una sustancia invisible (el *flogisto*), presente en la materia inflamable, y el proceso de quemarse era la pérdida de esta sustancia. Dicho modelo fue refutado por el químico francés Lavoisier quien asoció correctamente la combustión de la materia al oxígeno, oponiéndose al modelo de la teoría del flogisto. Desde la óptica de Tomás Kuhn es adecuado afirmar que Lavoisier
- A) complementó la conocida teoría del flogisto.
 - B) defendió el modelo propuesto por Priestley.
 - C) propuso un paradigma científico equivocado.
 - D) planteó en esencia un cambio de paradigma.
 - E) hizo la correcta verificación de un paradigma.

Solución:

Lavoisier planteó en esencia un cambio de paradigma. El cambio de visión que asumió Lavoisier, frente a la posición de Joseph Priestley, implicó un cambio de modelo o paradigma respecto del problema de la combustión, como ha resaltado Thomas Kuhn en el libro *La estructura de las revoluciones científicas*.

Rpta.: D

7. Usualmente se asocia la investigación tecnológica a mejorar o producir objetos tecnológicos (celulares, televisores, medicamentos, etc.), conforme al requerimiento del mercado. Ello es plenamente cierto cuando se trata de los capitales de las grandes empresas transnacionales que buscan más ganancias. Sin embargo, esto no es una regla general, porque, por ejemplo, en el ámbito de la medicina humana, una ciencia aplicada, se ha ido perfeccionando la tecnología de la anestesia para operaciones quirúrgicas, pero también a la vez se han producido nuevos conocimientos sobre cómo reacciona el cuerpo humano ante los diversos elementos anestésicos. Por lo anterior, es adecuado señalar que la tecnología



- A) solo crea objetos tecnológicos y más capital.
- B) contribuye solamente a satisfacer necesidades.
- C) posibilita incrementar el conocimiento teórico.
- D) favorece al desarrollo de las transnacionales.
- E) elabora y contrasta soluciones provisionales.

Solución:

La tecnología posibilita el incremento de conocimiento teórico. Como ha señalado el epistemólogo Mario Bunge, si bien la investigación en el ámbito de la tecnología usualmente se asocia la producción tecnológica, también es cierto que puede producir conocimiento teórico.

Rpta.: C

8. Durante mucho tiempo era bastante común la afirmación: *Todos los cisnes son blancos*, porque constantemente se observaban solo cisnes de tal color en la naturaleza, una y otra vez. Hasta que un buen día Willem de Vlamingh descubrió un cisne negro en Australia en 1697. Sobre este contexto, y tomando en cuenta el problema del método y la posición de Karl Popper, es correcto señalar que

- A) las teorías de la ciencia se basan en la inducción.
- B) tanto la deducción como la inducción son posibles.
- C) el método científico se basa solo en observación.
- D) la inducción científica es un mito o algo inexistente.
- E) el descubrimiento de Vlamingh verificó una teoría.

Solución:

Desde la perspectiva de Karl Popper, la inducción científica es un mito, ya que no se puede arribar de manera taxativa a un enunciado general a partir de casos particulares. Análogamente a como antes David Hume lo expresara, Popper tampoco creía en la inducción científica, defendía más bien la deducción.

Rpta.: D

FÍSICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. Se construye un termómetro con una escala en °X de modo que el punto de congelación del agua corresponde a -20 °X y el punto de ebullición a 180 °X. ¿A qué temperatura en °X, corresponden 20°C?

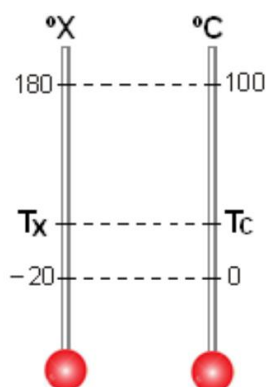
- A) 20 °X B) 30 °X C) 25 °X D) 10 °X E) 15 °X

Solución:

$$\frac{T_C - 0}{100 - 0} = \frac{T_X - (-20)}{180 - (-20)}$$

$$T_C = \frac{T_X + 20}{2} = 20$$

$$T_X = 20 \text{ °X}$$



Rpta.: A



2. Un tubo de hierro tiene la longitud de 100 m a 20 °C. Si por el tubo se transporta vapor de agua a 100 °C, ¿cuál es la longitud final del tubo?

$$(\alpha_{\text{Fe}} = 12 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1})$$

- A) 100,054 m B) 100,096 m C) 100,072 m
D) 100,106 m E) 100,084 m

Solución:

De la fórmula de dilatación lineal:

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$$

$$\Delta L = (12 \times 10^{-6})(100)(100 - 20) = 96 \times 10^{-3} \text{ m} = 0,096 \text{ m}$$

Longitud final:

$$L = L_0 + \Delta L = 100 + 0,096 = 100,096 \text{ m}$$

Rpta.: B

3. Se fabrica una moneda con un material cuyo coeficiente de dilatación lineal es $\alpha = 2 \times 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$. La moneda se encuentra inicialmente a la temperatura de 20 °C. Si al ponerla en un horno el área de su superficie se incrementa en el 1 % de su valor inicial, determine la temperatura del horno.

- A) 250 °C B) 280 °C C) 270 °C D) 300 °C E) 220 °C

Solución:

Por dilatación superficial:

$$\Delta A = 2\alpha A_0 \Delta T \rightarrow \frac{\Delta A}{A_0} = 2\alpha \Delta T \rightarrow \frac{1}{100} = 2(2 \times 10^{-5})(T - 20)$$

$$T - 20 = 250 \rightarrow T = 270 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Rpta.: C

4. La densidad del mercurio a 0 °C es 13 600 kg/m³. Si la temperatura del mercurio se incrementa en 50 °C, indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. La masa del mercurio no varía.
II. El volumen de mercurio aumenta.
II. La densidad del mercurio disminuye.

- A) FVV B) VFV C) VVF D) FFV E) VVV

Solución:

- I. (V). Por conservación de la masa:

$$m = \rho_0 V_0 = \rho V$$



II. (V). El Hg siempre se expande al incrementarse la temperatura. Entonces:

$$V = V_0 + \Delta V > V_0$$

III. (V). De lo anterior, para $\Delta T = 50^\circ\text{C}$:

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{V_0}{V} \right) = \rho_0 \left(\frac{V_0}{V_0 + \Delta V} \right) = \frac{\rho_0}{1 + (\Delta V/V_0)} = \frac{\rho_0}{1 + \beta \Delta T} = \frac{13\,600}{1 + \beta(50)} < 13\,600 \text{ kg/m}^3$$

Rpta.: E

5. Se dispone de un vaso de vidrio pirex que contiene la masa de 10 g de hielo a la temperatura de -15°C . ¿Qué cantidad de calor se requiere suministrar a la masa de hielo para que se transforme en vapor de agua a 100°C ? Asumir que no hay intercambio de calor entre el vidrio pirex y el hielo.

$$(C_{\text{hielo}} = 0,5 \text{ cal/g}^\circ\text{C}; C_{\text{agua}} = 1 \text{ cal/g}^\circ\text{C}; L_F = 80 \text{ cal/g}; L_V = 540 \text{ cal/g})$$

A) 727,5 cal B) 7475 cal C) 72,75 cal D) 7275 cal E) 7750 cal

Solución:

Cantidad de calor total suministrado:

$$\Delta Q = Q_{1(\text{absorción})} + Q_{\text{fusión}} + Q_{2(\text{absorción})} + Q_{\text{vaporización}}$$

$$\Delta Q = m_{\text{hielo}} c_{\text{hielo}} \Delta T_1 + m_{\text{hielo}} L_F + m_{\text{agua}} c_{\text{agua}} \Delta T_2 + m_{\text{vapor}} L_V$$

$$\Delta Q = (10)(0,5)(0 - (-15)) + (10)(80) + (10)(1)(100 - 0) + (10)(540)$$

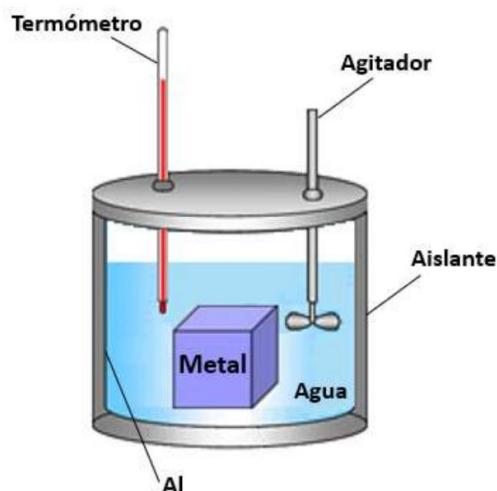
$$\Delta Q = 7275 \text{ cal}$$

Rpta.: D

6. Los estudiantes en el laboratorio de Física desean determinar experimentalmente el calor específico de un metal. Para ello, se calienta una porción del metal de masa 200 g hasta 100°C , que luego se introduce cuidadosamente en el calorímetro cuyo vaso es de aluminio de masa 50 g, que contiene 289 g de agua a 20°C , como muestra la figura. Si la temperatura final de la mezcla es 25°C , ¿cuál es el calor específico del metal?

$$(C_{\text{agua}} = 1 \text{ cal/g}^\circ\text{C}; c_{\text{Al}} = 0,22 \text{ cal/g}^\circ\text{C})$$

A) 0,10 cal/g $^\circ\text{C}$ B) 0,15 cal/g $^\circ\text{C}$
C) 0,12 cal/g $^\circ\text{C}$ D) 0,13 cal/g $^\circ\text{C}$
E) 0,11 cal/g $^\circ\text{C}$



Solución:

Por el principio de la calorimetría:

$$\Delta Q_{\text{ganado (agua)}} + \Delta Q_{\text{ganado (vaso)}} + \Delta Q_{\text{perdido (metal)}} = 0$$



$$(289)(1)(25 - 20) + (50)(0,22)(25 - 20) + (200)c(25 - 100) = 0$$
$$1500 - 15000c = 0 \rightarrow c = 0,10 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$$

Rpta.: A

7. Para enfriar 550 gramos de agua a 80°C contenida en un vaso térmicamente aislado, se agrega hielo de masa 300 gramos a la temperatura $T_0 = -20^\circ\text{C}$, como muestra la figura. Determine la temperatura de equilibrio de la mezcla.

$$(c_{\text{hielo}} = 0.5 \text{ cal/g}^\circ\text{C}; c_{\text{agua}} = 1 \text{ cal/g}^\circ\text{C}; L_F = 80 \text{ cal/g})$$

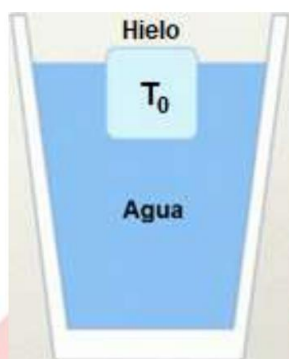
A) 30°C

B) 15°C

C) 25°C

D) 10°C

E) 20°C



Solución:

Del principio de la calorimetría:

$$\Delta Q_{\text{ganado (hielo)}} + \Delta Q_{\text{perdido (agua)}} = 0$$

$$(300)(0,5)[0 - (-20)] + (300)(80) + (300)(1)(T - 0) + (550)(1)(T - 80) = 0$$

$$3000 + 24000 + 300T + 550T - 44000 = 0$$

$$T = \frac{1700}{85} = 20^\circ\text{C}$$

Rpta.: E

8. Una bala de masa 3 g se mueve con rapidez de 180 m/s. Si penetra en una bolsa con arena y se detiene, como muestra la figura. ¿Cuál es el incremento en la temperatura de la bala si toda su energía cinética se transforma en calor?

$$(C_{\text{bala}} = 120 \text{ J/kg}^\circ\text{C})$$

A) 145°C

B) 132°C

C) 135°C

D) 108°C

E) 124°C





Solución:

Energía cinética:

$$E_C = \Delta Q = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(3 \times 10^{-3})(180)^2 = 48,6 \text{ J}$$

Incremento de temperatura:

$$\Delta T = \frac{\Delta Q}{mc} = \frac{48,6}{(3 \times 10^{-3})(120)} = 135 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Para ahorrar energía, los termostatos de un edificio de oficinas están calibrados a 77 °F en verano y a 68 °F en invierno. ¿Cuáles serían las correspondientes temperaturas si los termostatos se calibraran en la escala Celsius?

A) 25 °C; 20 °C

B) 27 °C; 18 °C

C) 26 °C; 22 °C

D) 30 °C; 23 °C

E) 29 °C; 21 °C

Solución:

De la relación:

$$T_C = \frac{5}{9}(T_F - 32)$$

Para $T_F = 77 \text{ } ^\circ\text{F}$:

$$T_C = \frac{5}{9}(77 - 32) = 25 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Para $T_F = 68 \text{ } ^\circ\text{F}$:

$$T_C = \frac{5}{9}(68 - 32) = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Rpta.: A

2. Una barra de acero es 20 cm más larga que una barra de aluminio. Si la expansión térmica es la misma para ambas barras, con el mismo aumento de temperatura, ¿cuál es la longitud inicial de la barra de acero?

$$(\alpha_{\text{acero}} = 12 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}; \alpha_{\text{aluminio}} = 24 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$$

A) 80 cm

B) 40 cm

C) 20 cm

D) 30 cm

E) 50 cm

Solución:

Barra de acero: $L_{01} = L_0 + 20 \text{ (cm)}$

Barra de aluminio: $L_{02} = L_0$

Dato:

$$\Delta L_1 = \Delta L_2 \rightarrow \alpha_1 L_{01} \Delta T = \alpha_2 L_{02} \Delta T \rightarrow (12 \times 10^{-6})(L_0 + 20) = (24 \times 10^{-6})L_0$$

$$L_0 = 20 \text{ cm} \rightarrow L_{01} = 20 + 20 = 40 \text{ cm}$$

Rpta.: B



3. Una placa rectangular delgada de acero se enfría desde la temperatura de 320 °C hasta la temperatura de 20 °C, ¿en qué porcentaje disminuye su área?

$$(\alpha_{\text{acero}} = 12 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1})$$

- A) 0,036 % B) 0,072 % C) 0,084 % D) 0,096 % E) 0,048 %

Solución:

La dilatación superficial de la placa está dada por:

$$\Delta A = 2\alpha A_0 \Delta T$$

$$\frac{\Delta A}{A_0} = 2\alpha \Delta T = 2\alpha (T - T_0)$$

$$\frac{\Delta A}{A_0} = 2(12 \times 10^{-6})(20 - 320) = -72 \times 10^{-4}$$

El porcentaje en que disminuye el área es:

$$\frac{\Delta A}{A_0} \times 100 = -0,072\%$$

Rpta.: B

4. Dos metales A y B de masas iguales están a la misma temperatura. El calor específico del metal A es $c_A = 500 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C}$ y el calor específico del metal B es $c_B = 200 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C}$. Si los metales absorben calor y tienen la misma variación de temperatura, indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. Los metales tienen la misma capacidad calorífica.
II. La capacidad calorífica del metal A es mayor que la del metal B.
III. La relación entre las cantidades de calor que absorben los metales es $\Delta Q_A = 2,5\Delta Q_B$.

- A) FVV B) FFV C) FVF D) VFF E) VVF

Solución:

I) (F). $C_A = mc_A$; $C_B = mc_B$; $c_A \neq c_B \rightarrow C_A \neq C_B$

II) (V). $C_A = mc_A = 500m$; $C_B = mc_B = 200m \rightarrow C_A > C_B$

III) (V).

$$\frac{\Delta Q_A}{\Delta Q_B} = \frac{mc_A \Delta T}{mc_B \Delta T} = \frac{c_A}{c_B} = \frac{500}{200} = 2,5$$
$$\Delta Q_A = 2,5\Delta Q_B$$

Rpta.: A

5. Se dispone de un termómetro de masa 160 g que indica inicialmente una temperatura de 5 °C. Si al utilizar este termómetro para medir la temperatura de 240 g de agua, indica una temperatura de equilibrio de 45 °C, ¿cuál era la temperatura del agua antes de utilizar el termómetro?

$$(c_{\text{agua}} = 4190 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C}; c_{\text{termómetro}} = 838 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C})$$

- A) 45 °C B) 49 °C C) 43 °C D) 54 °C E) 36 °C



Solución:

Del principio de la calorimetría:

$$\Delta Q_{\text{ganado}} (\text{termómetro}) + \Delta Q_{\text{perdido}} (\text{agua}) = 0$$

$$m_t c_t (45 - 15) + m_a c_a (45 - T_0) = 0$$

$$T_0 = 45 + \frac{30 m_t c_t}{m_a c_a} = 45 + \frac{30(160)(838)}{(240)(4190)} = 45 + \frac{4022400}{1005600} = 45 + 4 = 49 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Rpta.: B

6. La masa total de agua en el planeta Tierra es aproximadamente 10^{21} kg. Asumiendo que la temperatura del agua disminuye en $1 \text{ } ^\circ\text{C}$ y que toda la cantidad de calor liberado por el agua se convierte en energía eléctrica, ¿cuántos años podría emplearse esta energía? Considere que el consumo mundial de energía eléctrica por año es aproximadamente 10^{20} J.

$$(c_{\text{agua}} = 1 \text{ cal/g}^\circ\text{C}; 1 \text{ cal} = 4 \text{ J})$$

- A) 42 000 años
D) 40 000 años

- B) 35 000 años
E) 20 000 años

- C) 45 000 años

Solución:

Cantidad de calor liberado en el proceso:

$$\Delta Q = m c_{\text{agua}} \Delta T = 10^{21} \times 10^3 \times 1 \times 1 = 10^{24} \text{ cal}$$

$$\Delta Q = 10^{24} \text{ cal} \times \frac{4 \text{ J}}{1 \text{ cal}} = 4 \times 10^{24} \text{ J}$$

$$\# \text{ años} = \frac{4 \times 10^{24}}{10^{20}} = 4 \times 10^4 \text{ años} = 40 \text{ 000 años}$$

Rpta.: D

7. La variación de la temperatura (T) en función del tiempo (t) en la absorción de calor para 200 g de hielo está dada por la ecuación $T = 0,5t - 20$, donde T se mide en grados Celsius ($^\circ\text{C}$) y t en segundos. Asumiendo que se suministra calor a razón de 50 cal/s, ¿cuánto tiempo debe suministrarse calor al hielo para obtener agua a $0 \text{ } ^\circ\text{C}$?

$$(L_F = 80 \text{ cal/g})$$

- A) 320 s B) 360 s C) 250 s D) 420 s E) 350 s

Solución:

El intervalo de tiempo t_1 en que el hielo llega a su punto de fusión se obtiene poniendo $T = 0 \text{ } ^\circ\text{C}$.

$$T = -20 + 0,5t_1 = 0$$

$$t_1 = 40 \text{ s}$$



El intervalo de tiempo t_2 en que se realiza la fusión del hielo es:

$$t_2 = \frac{\Delta Q}{50} = \frac{mL_F}{50} = \frac{(200)(80)}{50} = 320 \text{ s}$$

Tiempo total:

$$t = t_1 + t_2 = 40 + 320 = 360 \text{ s}$$

Rpta.: B

QUÍMICA

EJERCICIOS DE CLASE

1. El campo de la química que se ocupa de la rapidez o velocidad de las reacciones se llama cinética química (Brown, T. Química, la ciencia central, 9na edición), así como de su mecanismo y factores que la modifican. Es de gran importancia científica y tecnológica, ya que permite modelar desde la acción de los medicamentos en el organismo, hasta los procesos de formación y descomposición del ozono estratosférico. Al respecto, seleccione la alternativa **correcta**.

- A) Las velocidades de reacción son función de las concentraciones de productos.
- B) El tiempo de vida media es una constante para cualquier orden de reacción.
- C) La energía de activación (E_a) se calcula como la energía del complejo activado menos la energía de los productos.
- D) La concentración de productos aumenta conforme avanza la reacción.
- E) A mayor E_a , mayor será la velocidad de reacción.

Solución:

- A) **Incorrecto.** Las velocidades de reacción son función de las concentraciones de **reactantes**.
- B) **Incorrecto.** El tiempo de vida media es una constante **solo para cinéticas de 1er orden**.
- C) **Incorrecto.** La E_a se calcula como la energía del complejo activado menos la energía de los **reactantes**.
- D) **Correcto.** La concentración de productos aumenta conforme avanza la reacción.
- E) **Incorrecto.** A mayor E_a , **menor** será la velocidad de reacción.

Rpta.: D

2. Los pesticidas contaminan cuerpos de agua, siendo tóxicos, persistentes y bioacumulables, alterando ecosistemas y generando riesgos para la salud. Se sabe que la constante de velocidad de primer orden de la descomposición de cierto pesticida en agua es de $0,20 \text{ año}^{-1}$. Una cantidad de este pesticida es arrastrada a un lago hasta alcanzar una concentración de $8,0 \times 10^{-3} \text{ g/L}$ de agua. Al respecto, determine cuánto tiempo, en años, debe transcurrir para que el pesticida deje de ser un problema ambiental, si se sabe que su límite máximo permisible por ley es $0,5 \text{ ppm}$.

Dato: $\ln 2 = 0,70$

- A) 7 B) 14 C) 15 D) 21 E) 28



Solución:

La concentración inicial del pesticida es:

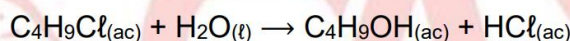
$$8,0 \times 10^{-3} \frac{\text{g}}{\text{L}} \times \frac{10^3 \text{mg}}{1\text{g}} \times \frac{1 \text{ ppm}}{1 \frac{\text{mg}}{\text{L}}} = 8,0 \text{ ppm}$$

El cociente de molaridades para una sustancia es igual al cociente de sus ppm (al dividir, la masa molar se cancela). Por lo tanto:

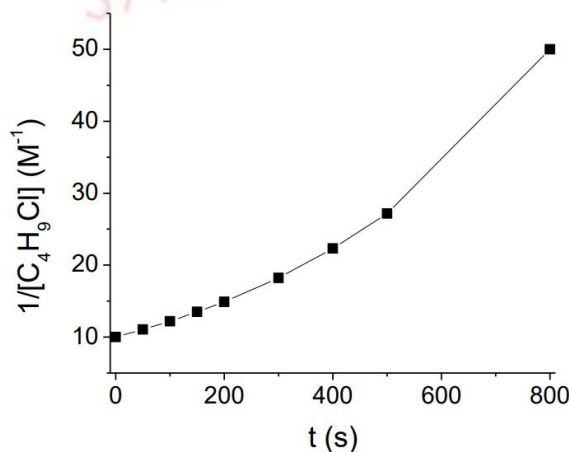
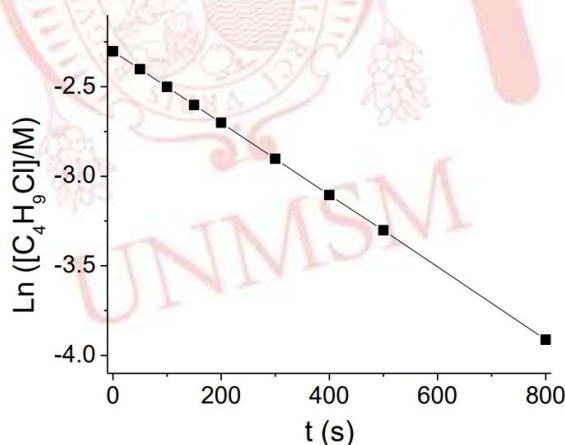
$$\begin{aligned} \ln \left(\frac{[A]_0}{[A]} \right) &= kt \\ \ln \left(\frac{8,0}{0,5} \right) &= \ln 16 = 4 \ln 2 = 2,8 = 0,20t \\ t &= 14 \text{ años} \end{aligned}$$

Rpta.: B

3. Un tesista está analizando la reacción del 1-clorobutano con un exceso de agua (este exceso asegura que su concentración permanece aproximadamente constante a lo largo de la reacción), la cual posee la siguiente ecuación global:



Su directora de tesis le sugiere graficar los datos obtenidos como logaritmo natural y la inversa de la concentración como función del tiempo, obteniendo las gráficas siguientes:



Al respecto, seleccione la alternativa que contenga el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- A tiempo 800 s, la concentración de 1-clorobutano cae al 20%.
- La reacción es de segundo orden con respecto al 1-clorobutano.
- La constante cinética es $2,0 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$.

A) VFF B) VVF C) VFV D) FVF E) FVV



Solución:

I. **Verdadero.** De la segunda gráfica:

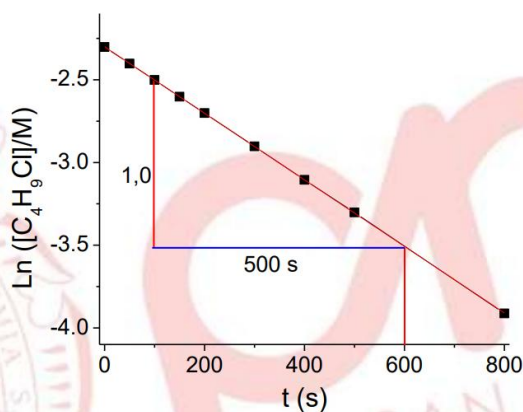
A 0s: $1/[1\text{-clorobutano}] = 10 \text{ M}^{-1}$, por lo tanto, $[1\text{-clorobutano}] = 0,10 \text{ M}$.

A 800s: $1/[1\text{-clorobutano}] = 50 \text{ M}^{-1}$, por lo tanto, $[1\text{-clorobutano}] = 0,02 \text{ M}$.

Por lo tanto, la concentración cae a: $(0,02/0,10) \times 100\% = 20\%$

II. **Falso.** La gráfica de $\ln [1\text{-clorobutano}]$ vs t es lineal; por lo tanto, la cinética es de primer orden con respecto a este reactante.

III. **Falso.** Trazando paralelas a los ejes en la primera gráfica:



Se observa que la pendiente es: $-1,0/500 = -2,0 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$.
Siendo k el negativo de este valor.

Rpta.: A

4. La constante cinética aumenta con la temperatura, ya que las moléculas poseen mayor energía y colisionan más eficazmente. Esta relación se describe mediante la ecuación de Arrhenius. Al respecto, se sabe que la reacción de reacomodo del metilisonitrilo posee una $E_a = 166 \text{ kJ/mol}$ y que a 227°C posee una constante cinética $k = 6,2 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. Al respecto, determine el valor de la constante cinética, en s^{-1} , cuando la temperatura sea 127°C .

Dato: $e^{10} = 2 \times 10^4$

- A) $3,1 \times 10^{-8}$ B) $6,0 \times 10^{-8}$ C) $1,2 \times 10^{-7}$ D) $2,0 \times 10^{-7}$ E) $2,0 \times 10^4$

Solución:

Según la ecuación de Arrhenius:

$$k = Ae^{-E_a/RT}$$

Para 2 temperaturas diferentes y tomando logaritmo natural:

$$\ln \left(\frac{k_2}{k_1} \right) = -\frac{E_a}{R} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)$$



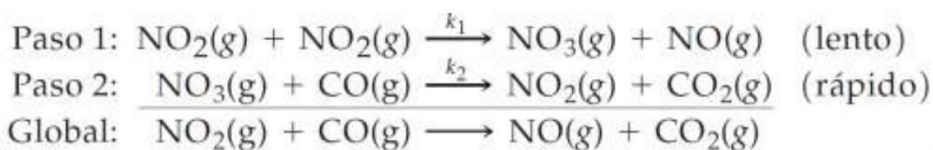
Reemplazando:

$$\ln\left(\frac{x}{6,2 \cdot 10^{-4}}\right) = -\frac{166 \cdot 10^3}{8,3} \left(\frac{1}{400} - \frac{1}{500}\right) = -10$$

$$x = 6,2 \cdot 10^{-4} \cdot e^{-10} = \frac{6,2 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^4} = 3,1 \cdot 10^{-8}$$

Rpta.: A

5. La reacción entre NO_2 y CO contribuye a la formación de contaminantes secundarios como el ozono troposférico. Ambos gases provienen del tráfico vehicular y afectan la calidad del aire. Dicha reacción se produce a través del siguiente mecanismo:



Al respecto, seleccione la alternativa que contenga el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. La reacción es de orden 1 con respecto al NO_2 .
II. $\text{NO}_3(\text{g})$ es un intermediario de la reacción.
III. La velocidad de desaparición de NO_2 es el doble que la de formación de NO.

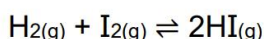
A) VFF B) VVF C) FVF D) FFF E) FVV

Solución:

- I. **Falso.** Como el paso 1 (lento) implica 2 moléculas de NO_2 , el orden será 2 para este compuesto.
II. **Verdadero.** $\text{NO}_3(\text{g})$ es un intermediario de la reacción, debido a que se forma en el paso 1 y se consume en el paso 2.
III. **Falso.** La velocidad de desaparición de NO_2 es **la misma** que la de formación de NO, ya que sus coeficientes estequiométricos son iguales.

Rpta.: C

6. A 448°C , la constante de equilibrio K_p de la reacción siguiente es 50:



Esta es una reacción reversible y exotérmica, donde el hidrógeno reduce al yodo y su producto, el yoduro de hidrógeno, se puede disolver en agua para formar ácido yodhídrico, el cual es muy utilizado en síntesis orgánica. Al respecto, seleccione la alternativa que contenga el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. El equilibrio se desplaza a la derecha si se aumenta la temperatura.
II. Si se reduce la presión el equilibrio se desplaza a la izquierda.
III. Si se introducen 2 mol de cada reactante y 4 mol de producto en un recipiente de 1 L, para alcanzar el equilibrio la reacción debe desplazarse a la derecha.

A) VFF B) VVF C) VFV D) FVF E) FFV

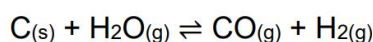


Solución:

- I. **Falso.** El equilibrio se desplaza a la **izquierda** si se aumenta la temperatura, por ser exotérmica.
- II. **Falso.** Si se reduce la presión el equilibrio **no se ve afectado**, ya que hay igual número de moles de gas en ambos lados de la ecuación.
- III. **Verdadero.** Como no hay cambio en el número de moles de gas, $K_p = K_c$. En el instante inicial: $\frac{[HI]^2}{[H_2][I_2]} = \frac{4^2}{2 \times 2} = 4 < 50$; por lo tanto, el equilibrio se debe desplazar hacia la derecha para formar más productos.

Rpta.: E

7. La reacción entre carbono sólido y vapor de agua se produce a través de la siguiente ecuación:



Es un proceso redox utilizado en la generación de gas de hidrógeno, clave en la industria química enfocada a la generación de energía más limpia. Su constante de equilibrio K_p a $800^\circ C$ es 14 atm^{-1} . Al respecto, si se alimenta el sistema hasta que las presiones iniciales sean 1 atm de CO, 6 atm de hidrógeno y 2 atm de agua, y 1 kg de C, determine la relación entre las presiones parciales en equilibrio de hidrógeno y CO.

- A) 3,5 B) 4 C) 5 D) 7 E) 7,5

Solución:

Al inicio, $\frac{p_{CO}p_{H_2}}{p_{H_2O}} = \frac{1 \times 6}{2} = 3 < 14$ el sistema no se encuentra en equilibrio; para alcanzarlo, debe desplazarse hacia la derecha. Por ello:



Inicio	-	2 atm	1 atm	6 atm
Rxn	-	-x	+x	+x
Final	-	2-x	1+x	6+x

$$K_p = 14 = \frac{(1+x)(6+x)}{(2-x)}$$

$$x = 1 \text{ atm}$$

Por lo tanto, las presiones parciales finales son:

$$p_{CO} = 2 \text{ atm}; p_{H_2} = 7 \text{ atm}$$

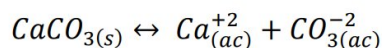
Entonces:

$$\frac{p_{H_2}}{p_{CO}} = 3,5$$

Rpta.: A



8. Cuando se hierve agua en una tetera, se forma a la larga una costra de sarro, que se compone principalmente por carbonato de calcio, el cual es un sólido muy poco soluble en agua. El proceso de disociación de esta sal tiene una constante de equilibrio $K_c = 4,5 \times 10^{-9} \text{ M}^2$ y se lleva a cabo a través de la siguiente ecuación:



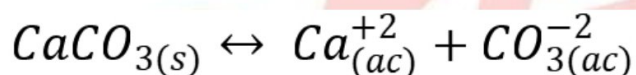
Si se dispone de una muestra de 6,7 mmol de carbonato de calcio, determine el mínimo volumen de agua, en L, que se necesitaría para disolverlo.

Dato: $45^{1/2} = 6,7$

- A) 20 B) 40 C) 50 D) 100 E) 200

Solución:

Para solubilizar toda la cantidad de sal, se debe tener una concentración en equilibrio que no supere el valor de K_c , ya que, de hacerlo, el sistema se desplazaría hacia la izquierda, formando sólido nuevamente. Por ello, la máxima cantidad que se puede disolver será:



Inicio	-	-	-
Rxn	-	+x	+x
Final	-	x	x

$$K_c = 45 \cdot 10^{-10} = x^2$$

$$x = 6,7 \cdot 10^{-5} \text{ M}$$

Por lo tanto:

$$6,7 \cdot 10^{-5} = \frac{6,7 \cdot 10^{-3}}{V(L)}$$

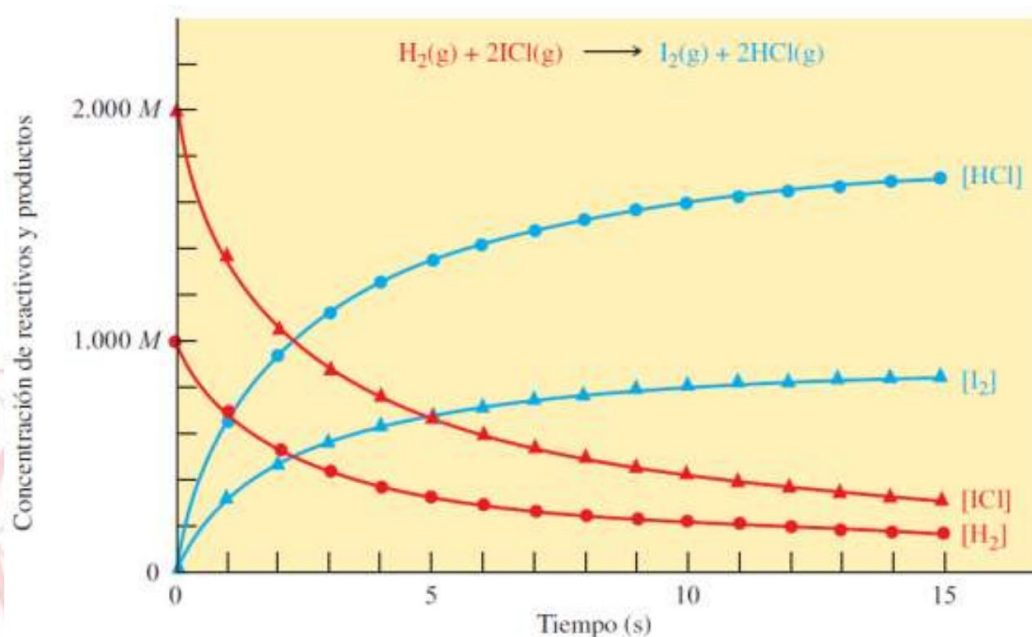
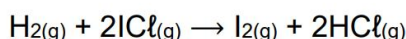
$$V = 100 \text{ L}$$

Rpta.: D



EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Durante una reacción química, la concentración de los reactantes disminuye conforme se consumen, mientras que la concentración de los productos aumenta a medida que se forman, pudiendo medirse la velocidad de reacción a través del cambio temporal de las concentraciones de estas especies. A continuación, se muestra la evolución de la concentración de reactantes y productos para la reacción



Adaptado de: Whitten, K., et al. (2015). Química (10a. ed.). Cengage Learning.

Al respecto, seleccione la alternativa que contenga el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. A los 9 s de iniciada la reacción, la concentración de HCl es 1,600 M.
- II. En todo momento se cumple que: $[\text{HCl}] = 2 [\text{I}_2]$.
- III. El primer tiempo de vida media para ICl es 4s.

A) VFF B) VVF C) VFV D) FVF E) FVV

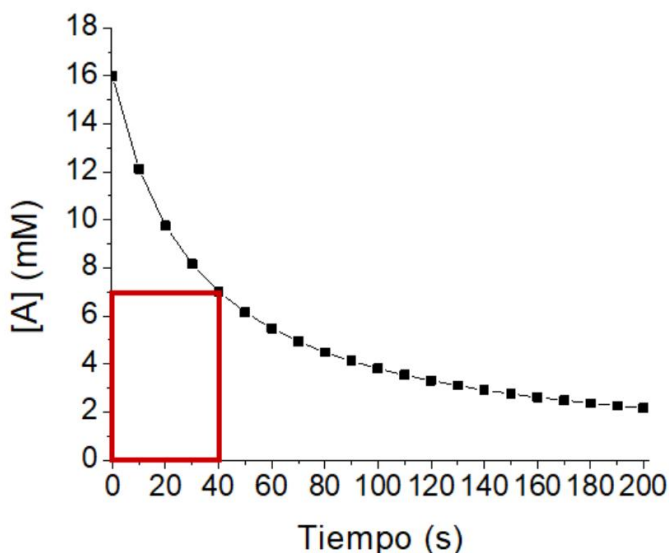
Solución:

- I. **Verdadero.** A los 9 s de iniciada la reacción, la concentración de HCl es 1,600 M.
- II. **Verdadero.** En todo momento se cumple que: $[\text{HCl}] = 2 [\text{I}_2]$, debido a que sus coeficientes estequiométricos se encuentran en relación 2:1.
- III. **Falso.** El primer tiempo de vida media para ICl es aproximadamente 2,3s, que es el tiempo que toma el sistema en disminuir su concentración de 2,000 a 1,000 M.

Rpta.: C



2. La ecuación global siguiente: $A + 2B \rightarrow \text{prod}$, ha sido monitoreada a 25°C siguiendo la concentración del reactante A como función del tiempo. Los resultados se muestran a continuación.



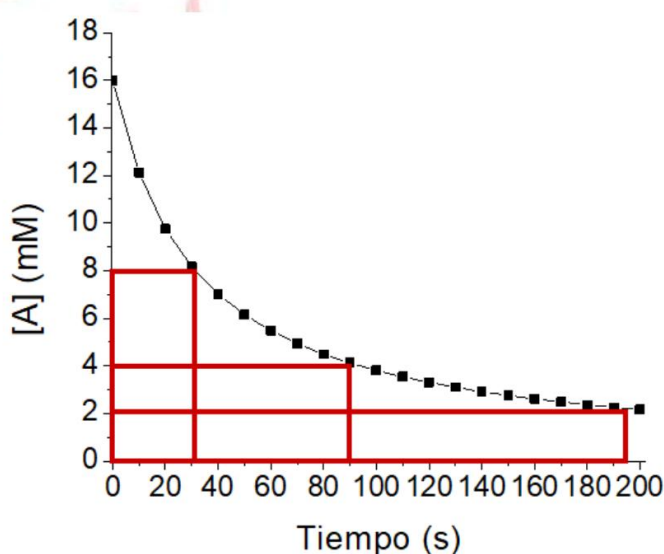
Al respecto, determine el orden parcial con respecto a A y la constante cinética a 25°C , en $\text{mM}^{-1}\text{s}^{-1}$.

Dato: $1/32 = 0,031$; $1/7 = 0,143$

- A) $1,43 \times 10^{-4}$ B) $3,1 \times 10^{-4}$ C) $2,8 \times 10^{-3}$ D) $3,1 \times 10^{-3}$ E) $2,6 \times 10^{-2}$

Solución:

De la gráfica se puede observar que los tiempos de vida media se duplican conforme la concentración se reduce a la mitad, lo cual ocurre si la cinética es de **segundo orden**.





Del punto marcado en el gráfico, se sabe que si $t = 40$ s, $[A] = 7$ mM. Por lo tanto:

$$\frac{1}{[A]} = \frac{1}{[A]_0} + kt$$

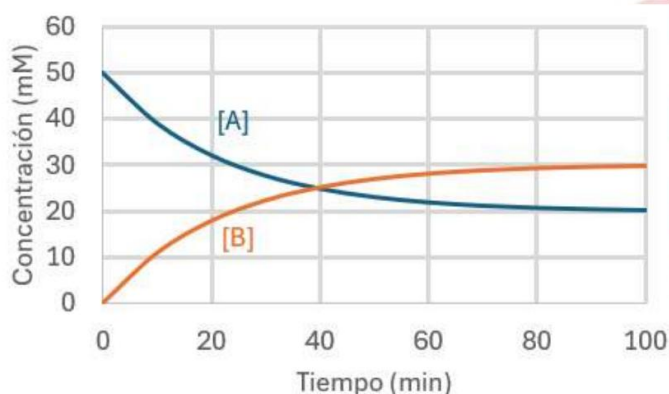
$$\frac{1}{7} = \frac{1}{32} + 40k$$

$$0,143 = 0,031 + 40k$$

$$k = 2,8 \times 10^{-3} \text{ mM}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

Rpta.: C

3. El equilibrio químico se refiere a un estado dinámico donde las velocidades de las reacciones directa e inversa son iguales, manteniendo constantes las propiedades macroscópicas del sistema. A continuación, se muestra el esquema del cambio de la concentración de las especies A y B para la reacción: $A \rightleftharpoons B$:



Al respecto, seleccione la alternativa que contenga el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. A los 60 min, el sistema ya ha alcanzado el equilibrio.
- II. En el equilibrio, A disminuyó su concentración en 60%.
- III. La constante K_c de la reacción es 1,5.

VFF B) VVF C) VFV D) FVF E) FVV

Solución:

- I. **Falso.** A los 60 min aún B se está formando y A se está consumiendo (sus pendientes son no nulas).
- II. **Verdadero.** Se observa que $[A]_0 = 50$ mM y $[A]_{eq} = 20$ mM, por lo tanto, al llegar al equilibrio se consumió 30 mM, lo que representa el $(30/50) \times 100\% = 60\%$.
- III. **Verdadero.** De la gráfica:

$$K_{eq} = \frac{[B]_{eq}}{[A]_{eq}} = \frac{30}{20} = 1,5$$

Rpta.: E



4. El Radón-222 es un gas radiactivo e inodoro, que se genera de forma natural por la desintegración del uranio en el suelo. Su inhalación supone un riesgo significativo para la salud, siendo la segunda causa principal de cáncer de pulmón. Si se sabe que su decaimiento a Polonio-218 tiene un tiempo de vida media de 3,5 días, determine, aproximadamente, el porcentaje remanente de este isótopo luego de 2 semanas

A) 50 % B) 25 % C) 14,0 % **D) 6,25 %** E) 3,5 %

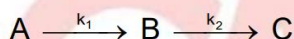
Solución:

El decaimiento radiactivo sigue una cinética de primer orden. En el tiempo planteado, se han producido $2 \times 7 / 3,5 = 4$ tiempos de vida media.

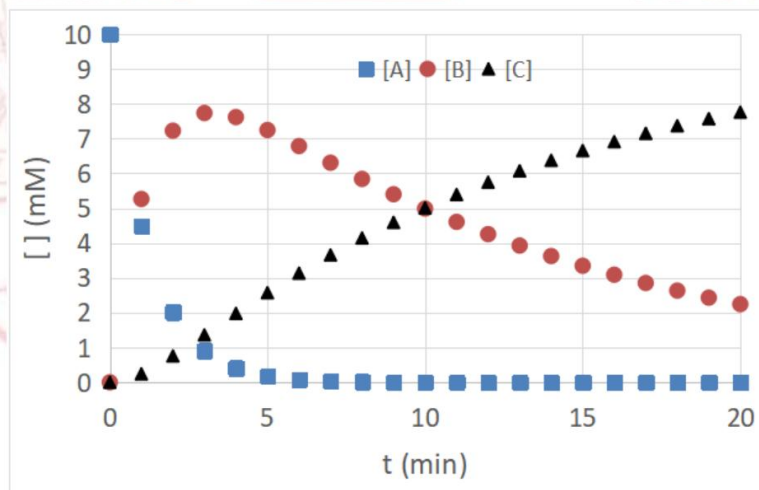
Por lo tanto, el Rn-22 ha decaído hasta $1/2^4 = 1/16$ de su concentración inicial, que representa: $(1/16) \times 100\% = 6,25\%$.

Rpta.: D

5. En las reacciones consecutivas, la especie intermedia (B) se forma y consume a velocidades que dependen de las constantes cinéticas de cada paso, presentándose casos extremos en donde B se acumula o se presenta solo como una traza dependiendo de los valores relativos de k_1 y k_2 , según:



Se tiene el siguiente esquema cinético para una reacción consecutiva, cuya evolución temporal se muestra a continuación:



Al respecto, seleccione la alternativa que contenga el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. La concentración de A cae rápidamente, y se vuelve nula antes de los 3 min.
II. A los 10 min, la concentración de C es 5 mM.
III. Para esta reacción, $k_1 > k_2$.

A) VFF B) VVF C) VFV D) FVF **E) FVV**



Solución:

- I. **Falso.** La concentración de A cae rápidamente, y se vuelve casi nula **alrededor de los 8 min.**
- II. **Verdadero.** A los 10 min, la concentración de C es 5 mM, como se puede deducir de la gráfica.
- III. **Verdadero.** Para que B se acumule rápidamente y luego decaiga lentamente, como se muestra en la gráfica, la primera etapa ($A \rightarrow B$) debe producirse más rápido que la segunda ($B \rightarrow C$), por lo tanto $k_1 > k_2$

Rpta.: E

BIOLOGÍA

EJERCICIOS DE CLASE

1. En una práctica de biología, un grupo de estudiantes describe los siguientes organismos: (i) una bacteria que se divide por bipartición, (ii) una levadura que se multiplica por gemación, (iii) una planta con flores que produce semillas tras la fecundación y (iv) un sapo que tiene renacuajos. Si se clasifican los casos según el tipo de reproducción, ¿cuántos corresponden a reproducción asexual y cuántos a reproducción sexual?

A) 2 asexual – 2 sexual	B) 3 asexual – 1 sexual
C) 1 asexual – 3 sexual	D) 4 asexual – 0 sexual
E) 0 asexual – 4 sexual	

Solución:

La bacteria (bipartición) y la levadura (gemación) se reproducen asexualmente. La planta con flores (semillas) y el sapo (gametogénesis) lo hacen sexualmente.

Rpta.: A

2. Un profesor explica que la esporulación es una estrategia reproductiva propia de la mayoría de los hongos, que asegura la dispersión y la supervivencia del organismo. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones NO corresponde a la esporulación?

A) Las esporas pueden resistir ambientes desfavorables y germinar después
B) Es un proceso frecuente en hongos, algunas algas y bacterias
C) Implica la fusión de esporas para formar un nuevo individuo
D) Permite originar nuevos organismos a partir de esporas
E) Contribuye a la dispersión de la especie en el medio ambiente

Solución:

La fusión de gametos corresponde a la reproducción sexual, no a la esporulación, que es un proceso asexual.

Rpta.: C



3. Un estudiante analiza distintos ejemplos de reproducción asexual en plantas, mediante la formación de estolones, tubérculos y los bulbos. ¿Cuál de las siguientes situaciones no corresponde a los tipos de reproducción vegetativa mencionados?

A) La expansión de una planta de césped por tallos rastreros
B) La multiplicación de papas a partir de tubérculos enterrados
C) El crecimiento de nuevas cebollas a partir de bulbos
D) La formación de esporas en la parte floral de los tubérculos
E) La propagación de fresas por estolones

Solución:

La producción de esporas es un mecanismo asexual distinto, propio de hongos, algas y algunas bacterias, pero no es reproducción vegetativa en plantas.

Rpta.: D

4. Un estudiante revisa las fases del ciclo celular y debe relacionarlas con sus funciones principales. ¿Cuál de las siguientes asignaciones de funciones es incorrecta?

A) Fase G₁ – Crecimiento celular y producción de proteínas
B) Fase S – Síntesis y duplicación del ADN
C) Fase G₂ – Preparación para la división, verificación y reparación de errores
D) Fase M – División nuclear y citoplasmática
E) Fase G₁ – Segregación de cromosomas en células hijas

Solución:

La segregación de cromosomas ocurre en la fase M (mitosis), no en G₁. En G₁ la célula solo crece y se prepara para la replicación del ADN.

Rpta.: E

5. En un laboratorio de biología, un estudiante observa una célula al microscopio. Nota que no se observa el núcleo celular y los cromosomas se hallan unidos a las fibras del huso mitótico dispuestos a la mitad de la célula. ¿En qué fase de la mitosis se encuentra la célula observada?

A) Profase B) Metafase C) Anafase D) Telofase E) Interfase

Solución:

La metafase se caracteriza porque los cromosomas (duplicados) se alinean en el ecuador de la célula, antes de ser separados (cromátidas) en la anafase.

Rpta.: B

6. Durante una explicación en clase, un profesor señala que después de la replicación del ADN, cada unidad formada por dos moléculas de ADN idénticas, unidas por un centrómero, se denomina cromosoma. Un estudiante discrepa y sostiene que en realidad cada una de las copias individuales unidas por el centrómero recibe otro nombre. ¿A qué estructura hace referencia el estudiante?

A) Nucleótido B) Cromatina C) Cromátida
D) Gen E) Centrómero



Solución:

Un cromosoma replicado está formado por dos cromátidas hermanas unidas por el centrómero. Cada cromátida corresponde a una copia idéntica de ADN.

Rpta: C

7. Un investigador observa células en cultivo y nota que en una fase del ciclo celular estas aumentan de tamaño, producen ARN y proteínas necesarias para su actividad normal; mientras que, en otra fase, tras la duplicación del ADN, la célula revisa posibles errores y organiza los organelos para ingresar a la fase M. ¿Cuál alternativa se asigna respectivamente a cada fase?

- A) G1: preparación para la mitosis / G2: crecimiento inicial
- B) G1: alta actividad metabólica / G2: previo a la división celular
- C) G1: división celular / G2: síntesis de ADN
- D) G1: control del ADN / G2: duplicación cromosómica
- E) G1: apoptosis / G2: diferenciación celular

Solución:

La fase G1 corresponde al crecimiento y funciones con alta actividad metabólica; la fase G2 asegura que el ADN duplicado esté íntegro y prepara el paso a la mitosis.

Rpta: B

8. En la profase I de la meiosis, un estudiante observa que los cromosomas homólogos se aparean formando tétradas; sin embargo, en la meiosis II ya no se observa ese apareamiento, sino cromosomas individuales que migran. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones describe correctamente estas observaciones?

- A) En la profase I los cromosomas paternos se encuentran como univalentes
- B) En la profase I los cromosomas homólogos forman una estructura de cuatro cromátidas
- C) En la meiosis II los cromosomas siguen apareados como bivalentes
- D) Los cromosomas univalentes poseen siempre cuatro cromátidas
- E) Los bivalentes corresponden a la unión de cromátidas hermanas

Solución:

Un cromosoma univalente es un cromosoma con una cromátida. Un cromosoma bivalente es un cromosoma con dos cromátidas, producto de la fase S (cada uno es una copia del otro). En la profase I de la meiosis, dos cromosomas bivalentes se alinean, mediante el complejo sinaptonémico.

Rpta: B

9. Un estudiante analiza células en distintas fases de la meiosis. Identifica un grupo de células meióticas A, que tienen la mitad del número de cromosomas que la célula inicial, aunque cada cromosoma aún conserva sus dos cromátidas. En cambio, en un grupo de células meióticas B, el número de cromosomas se mantiene, pero las cromátidas hermanas se separan formando células haploides. ¿Cuál es la interpretación correcta de estas divisiones?

- A) Grupo A: meiosis I (ecuacional) y grupo B: meiosis II (reduccional)
- B) Ambos grupos meióticos son reduccionales
- C) Grupo A: meiosis I (reduccional) y grupo B: meiosis II (ecuacional)
- D) Ambos grupos corresponden a meiosis ecuacionales
- E) Tanto en el grupo A y B, la meiosis I no se altera el número cromosómico



Solución:

En meiosis I ocurre la separación de homólogos → se reduce el número de cromosomas (diploide → haploide). En meiosis II se separan cromátidas hermanas → se mantiene el número de cromosomas, por eso es ecuacional.

Rpta: C

10. En una flor, un estudiante analiza el desarrollo de los granos de polen dentro de las anteras. Observa que una célula madre diploide tras meiosis, origina cuatro células haploides agrupadas en una tétrada, que luego se transforman en granos de polen inmaduros. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones describe correctamente este proceso?

- A) La microsporogénesis produce células diploides llamadas granos de polen
- B) De cada microsporocito se originan cuatro microsporas haploides
- C) La microsporogénesis corresponde a una mitosis sucesiva en las anteras
- D) Cada microspora formada es diploide y dará lugar a un gameto masculino
- E) El proceso ocurre en el ovario, dentro de los primordios seminales

Solución:

La microsporogénesis es el proceso por el cual los microsporocitos ($2n$) de las anteras realizan meiosis y generan tétradas de microsporas haploides (n), que más tarde maduran hasta convertirse en granos de polen.

Rpta: B

11. Una célula madre de la megaspora (megasporocito, $2n$) situada en el saco embrionario de una flor inicia la meiosis. Como resultado, se forman cuatro células haploides (n), de las cuales tres se degeneran y solo una permanece funcional para dar origen al gametofito femenino. ¿Cuál es el número final de megasporas viables que se forman a partir de un megasporocito?

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 4

Solución:

En la megasporogénesis, el megasporocito ($2n$) sufre meiosis → produce 4 megasporas haploides (n) → pero solo 1 es funcional (viable) y dará lugar al saco embrionario (gametofito femenino), mientras que las otras 3 se desintegran.

Rpta: B

12. Una espermatogonia diploide se divide y produce espermátidas haploides. Estas no son aún gametos funcionales; para convertirse en espermatozoides deben pasar por un proceso de diferenciación que implica formación del acrosoma, condensación nuclear y desarrollo del flagelo. ¿Qué etapa corresponde a esta transformación final

- A) Gametogénesis
- B) Meiosis I
- C) Espermiogénesis
- D) Mitosis II
- E) Espermatogénesis

Solución:

La espermatogénesis, es el proceso completo por el cual una espermatogonia ($2n$) pasa por mitosis y meiosis hasta formar espermátidas haploides (n). La espermiogénesis es la etapa final de la espermatogénesis, donde las espermátidas (redondeadas e inmóviles) se transforman en espermatozoides funcionales, con cabeza (acrosoma y núcleo), pieza intermedia (mitocondrias) y flagelo (movilidad).

Rpta: C



13. Durante la ovogénesis humana, las ovogonias diploides ($2n = 46$) atraviesan divisiones celulares con reducción del material genético. Si al final del proceso se obtiene un óvulo haploide, ¿qué número cromosómico y de cromátidas presenta cada célula en la etapa final de la meiosis II?
- A) $2n = 46$ cromosomas con dos cromátidas
 - B) $2n = 46$ cromosomas con una cromátida
 - C) $n = 23$ cromosomas con dos cromátidas
 - D) $n = 23$ cromosomas con una cromátida
 - E) $2n = 92$ cromosomas con dos cromátidas

Solución:

En la ovogénesis, la meiosis reduce los 46 cromosomas ($2n$) a 23 cromosomas (n) en el óvulo maduro, cada uno con una sola cromátida.

Rpta: D

14. Durante el ciclo menstrual femenino, diversas hormonas participan coordinadamente en la maduración folicular, la ovulación y el mantenimiento del endometrio. Si en un ovario se produce un pico de LH que desencadena la ovulación, ¿cuál de las siguientes opciones NO corresponde a una función correcta de las hormonas involucradas?
- A) El estrógeno estimula la proliferación del endometrio en la fase folicular
 - B) La progesterona mantiene el endometrio secretor durante la fase lútea
 - C) La FSH estimula la maduración de los folículos ováricos
 - D) La LH provoca la ruptura del folículo y la ovulación
 - E) La progesterona estimula directamente la liberación de LH desde la hipófisis

Solución:

La progesterona inhibe la liberación de LH, en lugar de estimularla.

Rpta: E

15. En el sistema reproductor masculino, diversas estructuras cumplen funciones específicas relacionadas con la producción, maduración y transporte de los espermatozoides. ¿Cuál de las siguientes alternativas NO corresponde a la función real de una de sus estructuras?
- A) Los testículos producen espermatozoides y secretan testosterona
 - B) El epidídimo permite la maduración y almacenamiento temporal de espermatozoides
 - C) Los conductos deferentes transportan los espermatozoides desde el epidídimo hasta la uretra
 - D) La próstata secreta un líquido ácido que reduce la movilidad espermática
 - E) Las vesículas seminales aportan fructosa para nutrir a los espermatozoides

Solución:

La próstata secreta un líquido alcalino (no ácido), que favorece la movilidad espermática.

Rpta: D



16. En un laboratorio se estudió el caso de un insecto hembra que generó descendencia viable sin intervención de gametos masculinos. El investigador pide a los estudiantes reconocer el mecanismo reproductivo implicado. ¿Cómo ocurrió la formación del nuevo ser?
- A) Formación de gametos por meiosis sin fecundación
 - B) Desarrollo de un embrión a partir de un óvulo no fecundado
 - C) División mitótica repetida que origina clones maternos
 - D) Producción de esporas haploides resistentes al ambiente
 - E) Fusión de dos núcleos haploides provenientes de gametos

Solución:

Este fenómeno corresponde a la partenogénesis, un tipo de reproducción asexual donde no interviene el gameto masculino, a diferencia de la esporulación o la clonación mitótica.

Rpta: B



pre
SAN MARCOS