



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA
CENTRO PREUNIVERSITARIO

SEMANA N.º 10

Habilidad Verbal

**FUNDAMENTOS DE LA COMPRENSIÓN LECTORA 2
INTENCIÓN COMUNICATIVA Y CONTEXTO**



(VIDEOS)

**TEORÍA Y
EJERCICIOS**

SECCIÓN A

La intención comunicativa es el propósito u objetivo con el que el emisor desarrolla el mensaje. No obstante, la intención comunicativa no tiene que ver únicamente con el emisor. El propio receptor la intuye al escuchar o leer el mensaje, la deduce del contexto o la presupone a partir de sus propias experiencias, por lo que su papel en la comunicación no es pasivo. Esto permite que la interacción comunicativa no se limite al sentido estricto de lo dicho, sino que abarque también otros aspectos pragmáticos de la comunicación, como el contexto, el énfasis, la gestualidad, entre otros.

ACTIVIDAD

Determine la intención comunicativa del autor de cada texto.

TEXTO A

De acuerdo a datos difundidos por el Ministerio de Salud del Perú, existe una mayor presencia de casos positivos de la viruela del mono en personas homosexuales. Esto ha dado pie a que se difunda información errónea acerca de la forma de transmisión de esta infección. Estas últimas semanas, en redes sociales ha estado circulando la versión de un presunto médico que afirma que esta enfermedad está presente únicamente en gays. Si bien es cierto existe mayor incidencia de esta dolencia en tal grupo, eso no significa que sea una enfermedad exclusivamente de hombres que comparten relaciones sexuales con otros hombres. Tampoco indica que estas personas sean consideradas un factor de riesgo en la población. Infobae conversó con especialistas en infectología y Salud Pública, quienes explicaron que cualquier persona puede contagiarse de esta enfermedad sin importar su orientación sexual.

Intención del autor: _____

TEXTO B

Para que ocurran incendios forestales, se necesitan tres ingredientes, que además deben aparecer de forma simultánea: igniciones (naturales o humanas), vegetación densa y continua (combustible) y sequía. La relación de estos factores con los incendios no es lineal, sino de tipo umbral. Es decir, hay un nivel de igniciones, de continuidad de vegetación, y de sequía a partir de los cuales la probabilidad de incendio aumenta de manera exponencial. Cuando se superan los tres umbrales se generan megaincendios de difícil control.

Los umbrales varían con las condiciones meteorológicas. Concretamente, son muy bajos cuando las temperaturas son especialmente elevadas (olas de calor), la humedad baja o los vientos son fuertes. En estas condiciones, se necesita menos igniciones, menos combustible y menos sequía para que se generen incendios. Por lo tanto, los incendios son mucho más probables, siempre y cuando haya igniciones y continuidad del combustible.

Intención del autor: _____

COMPRENSIÓN LECTORA

Cuando la marca Budweiser se preparaba para lanzar un aviso potencialmente polémico a finales del 2017, su equipo de monitoreo de medios sociales se puso a trabajar. El anuncio tocaba el candente tema de la inmigración al mostrar al fundador de la compañía, Adolphus Busch, llegando a Estados Unidos en el siglo XIX. La empresa no estaba segura de la reacción de sus clientes, así que **rastreó** decenas de miles de posts para ver cómo era recibido el comercial. Los directivos de Budweiser se sintieron aliviados cuando el 78 % de las conversaciones online resultaron ser neutras o positivas. A pesar de algunas promesas de boicotear a la empresa, los gerentes determinaron que habían tomado la decisión adecuada al transmitir el aviso.

Ese tipo de deliberaciones son cada vez más comunes para las compañías en la polarizada cultura estadounidense, que presenta un dilema del tipo «mal si lo haces y mal si no lo haces». Si publicita en *Breitbart News* será boicoteado. Deje de publicitar en *Breitbart* y será boicoteado. No coopere con Trump y será boicoteado. Coopere con ese candidato y será boicoteado. Ya no es posible para las compañías de Estados Unidos evitar la controversia, de modo que a menudo deben decidir a qué grupos es menos arriesgado ofender.

«Los consumidores están responsabilizando a las marcas como si fueran candidatos políticos, y votan una y otra vez», dijo Micho Spring, jefe de práctica corporativa global en Weber Shandwick, una firma de relaciones públicas que se ocupa de gestión de crisis. Un estudio de esta firma comprobó que el 57 % de los altos ejecutivos creen que un boicot puede afectar los resultados de una compañía. La encuesta interrogó a más de 1.000 ejecutivos y 2.100 consumidores de todo el mundo el año pasado, justo cuando Donald Trump obtenía la nominación republicana en su camino a la Casa Blanca. Incluso, el propio presidente exhortó a los consumidores a boicotear marcas durante su campaña, entre ellas Macy's y las galletas Oreo.

Coca-Cola, PepsiCo, Starbucks, Nike, Uber Technologies, Under Armour y Kellogg son algunas de las compañías que enfrentaron la ira de consumidores furiosos a ambos lados de la contienda. Entre sus reacciones, ha habido desafíos directos a las políticas del presidente, intentos de mantenerse por encima del fragor, mostrándose ajenas a la política, y la no menos útil apelación a un silencio inquebrantable.

EL COMERCIO. (07 de marzo de 2017). «La cultura del boicot es un reto para el manejo de las marcas». Recuperado el 20 de noviembre de 2017 de <http://elcomercio.pe/economia/ejecutivos/ceo-sorprendidos-porque-sus-marcas-adquieren-matices-politicos-noticia>

1. Medularmente, el texto destaca que las empresas estadounidenses

- A) han seguido el ejemplo de Budweiser en sus métodos para enfrentar la crisis.
- B) se sienten amenazadas constantemente por la posibilidad de ser boicoteadas.
- C) advirtieron en la campaña de Trump un potencial peligro contra sus intereses.
- D) se han visto obligadas a mantenerse al margen de las controversias políticas.
- E) han escogido la neutralidad durante el tiempo que dure el gobierno de Trump.

Solución:

El texto remarca que, en la actualidad, las empresas en Estados Unidos se encuentran permanentemente en riesgo de ser boicoteadas por sus propios clientes.

Rpta.: B

2. En el texto, el término RASTREAR connota

- A) suficiencia.
- B) incidencia.
- C) análisis.
- D) reiteración.
- E) conclusión.

Solución:

En el texto, se señala que, ante la incertidumbre de la recepción que podía suscitar su aviso publicitario, los directivos decidieron realizar una investigación previa. En ese sentido, RASTREAR sugiere «análisis».

Rpta.: C

3. Del caso Budweiser, es falso sostener que los directivos de esta compañía

- A) sintieron alivio cuando conocieron los resultados positivos de su investigación.
- B) tuvieron en mente el origen de su empresa al momento de crear su publicidad.
- C) promovieron una investigación para conocer la reacción de sus consumidores.
- D) desdeñaron la opinión que tienen los consumidores en relación con su marca.
- E) se mostraron inquietos por las reacciones que pudiera provocar su publicidad.

Solución:

Los directivos de Budweiser se mostraron preocupados por la opinión de sus clientes. Por ende, no manifiestan desdén contra ellos.

Rpta.: D

4. De las posibles reacciones que han manifestado algunas empresas estadounidenses, es válido inferir que

- A) la aplicación de ninguna de estas las exime de la posible crítica de sus clientes.
- B) se ha enfatizado el embate directo contra las políticas propugnadas por Trump.
- C) requieren asumir la responsabilidad que les corresponde por la crisis industrial.
- D) les han permitido ubicarse en una posición sumamente cómoda en el mercado.
- E) solo se vinculan con la campaña convocada por Budweiser a principios del año.

Solución:

El texto señala que, actualmente, las empresas estadounidenses se encuentran atrapadas en una encrucijada, en la que, sea cual sea su actitud, son víctimas de la crítica de sus clientes.

Rpta.: A

5. Si la marca de galletas Oreo hubiera respaldado abiertamente la campaña presidencial de Donald Trump,

- A) desde el Gobierno se mantendría firme el veto político contra la marca.
- B) habría rechazado aportar económicamente a su candidatura sin dudar.
- C) el nivel de sus ventas se incrementaría en los países de Latinoamérica.
- D) su decisión habría estado respaldada por el resto de compañías afines.
- E) aún se habría visto amenazada por un posible complot de sus clientes.

Solución:

Dada la situación que atraviesan las empresas en Estados Unidos, cualquier acción que emprendan es controversial. Por lo tanto, respaldar la campaña de Trump no desembaraza a la marca Oreo de un posible complot.

Rpta.: E**SECCIÓN B****TEXTO 1**

El contraste, que resulta irresistible, ha sido ingeniosamente captado en la caricatura de David Levine: de un lado se encuentra el cultivado erudito francés, Claude Lévi-Strauss, conocedor de las tradiciones filosóficas clásicas y poseedor de profundos conocimientos antropológicos sobre numerosas culturas del mundo; del otro lado, una versión del noble salvaje de Rousseau, extraído directamente del estado natural, que representa a la humanidad libre de trabas. Ambos saborean un cóctel mientras hablan quizá de complicados temas en un elegante salón francés. La caricatura señala el principal aporte de Claude Lévi-Strauss al tema socio-científico de nuestra época: su afirmación de que la mente humana, sea civilizada o salvaje, es la misma en todos, refleja los mismos principios y opera sobre los mismos tipos de contenido.

En efecto, Levi-Strauss ha dedicado la mayor parte de su larga y prestigiosa carrera académica a **defender** la tesis de que todos los miembros de nuestra especie piensan del mismo modo y elaboran productos comparables. Ya sea el mito o la ciencia, las relaciones de parentesco o los modelos computarizados de entrada y salida de datos, el arte de las cuevas paleolíticas o las obras maestras del realismo académico, cada una de estas manifestaciones entraña similares grados de sutileza y complejidad. La mente salvaje es la mente de todos nosotros.



FIGURA 3.1. Dibujo de David Levine. Reproducido con autorización de *The New York Review of Books*, Copyright © 1967, N. Y. Rev. Inc.

Howard, G. (2005). *Arte, mente y cerebro*. España: Ediciones Paidós Ibérica.

1. ¿Cuál es el tema central del texto?

- A) La naturaleza salvaje de la mente del ser humano
- B) El origen y desarrollo de la configuración mental
- C) La dicotomía entre la razón y el instinto del hombre
- D) El funcionamiento omnímodo de la mente humana
- E) La naturaleza instintiva del procesamiento mental

Solución:

El texto gira entorno a la tesis de Levine-Strauss: la mente humana tiene una sola manera de funcionamiento, es decir, no hay diferentes maneras como pueda funcionar.

Rpta.: D

2. En el texto, el antónimo contextual del término DEFENDER es
- A) deplorar. B) refutar. C) vulnerar. D) desamparar. E) menoscabar.

Solución:

En el texto, se sostiene que Levi-Strauss defiende una tesis. Entonces, el antónimo de DEFENDER sería REFUTAR.

Rpta.: B

3. Se puede afirmar que, en la caricatura de David Levine,
- A) se muestra la oposición diametral entre el hombre cultivado y el animal.
B) es posible apreciar gustos muy afines entre los seres humanos y los monos.
C) las diferencias de los personajes representados son meramente superficiales.
D) no hay el menor sentido, ni coherencia en lo que este ha tratado de representar.
E) se halla plasmada la paradoja de la mente humana: sabiduría contra ignorancia.

Solución:

La imagen que presenta el texto es una caricatura que hace alusión a lo muy similares que son ambos personajes, el erudito Calude Lévi-Strauss y el hombre en su estado natural (la postura, la conversación, la bebida, etc.).

Rpta.: C

4. Se colige del texto que la tesis defendida por Lévi-Strauss
- A) enfatiza la superioridad de la mente en el desarrollo de la ciencia.
B) no se halla aludida en la caricatura dibujada por David Levine.
C) sostiene que todos los seres humanos pensamos de manera igual.
D) minimiza el pensamiento del hombre sin instrucción académica.
E) se erige en torno a la unicidad funcional de la mente humana.

Solución:

Al margen de cuestiones culturales o académicas, para Lévi-Strauss todos los seres humanos piensan del mismo modo y elaboran productos comparables.

Rpta.: E

5. Si se demostrara, categóricamente, que existe un número ilimitado de modos en que funciona la mente humana,
- A) la hipótesis que defiende Levi-Strauss quedaría refrendada.
B) sería plausible sostener que esta dista de ser homogénea.
C) la manera en que opera el pensamiento carecería de diversidad.
D) sería innegable la igualdad entre la mente salvaje y la civilizada.
E) el mito y la ciencia serían un ejemplo de nuestro pensar uniforme.

Solución:

En el texto se sostiene que para Lévi-Strauss la mente humana, sea salvaje o civilizada, es una sola, pues opera o funciona de la misma manera en ambos. De plantearse lo contrario, la mente humana carecería de homogeneidad.

Rpta.: B

TEXTO 2 A

Las creencias no pueden ser contradichas, «falsadas» según el requisito esencial establecido por Karl Popper para el conocimiento científico, porque ellas no pretenden ser un verificable reflejo del mundo exterior. Ellas son, como las religiones y las ficciones, una construcción imaginaria o una verdad revelada cuyo apoyo en la realidad depende de su propia gravitación, de su **recóndita** fuerza persuasiva: la credibilidad bajo palabra. Subjetividad pura —lo que, por cierto, no es incompatible con su coherencia interna—, toda visión mágico-religiosa es irracional, no científica, pues presupone la existencia de un orden secreto en el seno del orden natural y humano fuera de toda aprehensión racional e inteligente, al que solo se llega gracias a ciertos atributos innatos o adquiridos de orden sobrenatural. Una cultura mágico-religiosa puede ser de un notable refinamiento y de elaboradas asociaciones —de hecho, lo son la mayoría de ellas— pero será siempre primitiva si aceptamos la premisa de que el tránsito entre el mundo primitivo y el tribal y el principio de la cultura moderna es, justamente, la aparición de la racionalidad, la actitud «científica» de subordinar el conocimiento a la experimentación y al cotejo de las ideas y de las hipótesis con la realidad objetiva, actitud que, según mostró Karl Popper en *The Open Society and Its Enemies* irá sustituyendo la cultura tribal por la sociedad abierta, el conocimiento mágico por el científico, y disolviendo la realidad humana colectivista de la horda y la tribu en la comunidad de individuos libres y soberanos.

Vargas Llosa, M. (1996). *La utopía arcaica. José María Arguedas y las ficciones del indigenismo*. México D. F., Fondo de Cultura Económica.

TEXTO 2 B

No se puede contraponer el pensamiento mágico a la racionalidad científica, pues constituiría una oposición arbitraria por distintas razones. En principio, la esfera emotiva y la cognoscitiva no se dan de manera absolutamente separada en el proceso de aprehensión del objeto por parte del sujeto cognoscente. Este piensa y siente al mismo tiempo, por eso, se habla actualmente de la inteligencia emocional que implica el acto de pensar acompañado de los procesos emotivos correspondientes. Lo cognitivo, en consecuencia, presupone el funcionamiento de emociones en el acto de conocimiento. Se observa aquí el problema de la subjetividad que está en el centro de la reflexión de las humanidades en el mundo contemporáneo. Es importante que el investigador de las ciencias humanas trate de ser objetivo, pero no es posible evitar que determinado rasgo de la subjetividad (obviamente bajo cierto control) aparezca de alguna manera. Por ello, lo que se señala como una «realidad objetiva» se halla percibida por un sujeto cognoscente que posee una determinada subjetividad, la cual puede ser controlada, pero no desterrada. En segundo lugar, algunas teorías científicas se han formulado, por lo menos en su etapa inicial, en términos metafóricos y poéticos. Y, por último, no se puede reducir la racionalidad a la «racionalidad científica», porque deja de lado el pensamiento mítico que implica una compleja forma de organizar el mundo, como lo han demostrado los historiadores y antropólogos; por ello, aquellos que pertenecen a la «horda» o «tribu» revelan una racionalidad con gran capacidad para el pensamiento abstracto.

Fernández Cozman, C. (2016). "El etnocentrismo radical en *La utopía arcaica* y *La civilización del espectáculo*, de Mario Vargas Llosa". *Castilla. Estudios de Literatura*. Recuperado de <http://repositorio.ulima.edu.pe/handle/ulima/2344>. [Adaptado].

1. En ambos textos, la discusión gira en torno a
- A) las consecuencias de la evolución de un pensamiento mítico hacia uno más científicista.
 - B) la diferencia esencial entre el pensamiento moderno, basado en la ciencia, y el mítico.
 - C) las características inherentes a todo desarrollo científico en detrimento de la razón mágica.
 - D) la racionalización de todos los conceptos del mundo moderno, que se aleja de lo mítico.
 - E) las implicancias del pensamiento mágico en la evolución del conocimiento científico.

Solución:

Mientras que el texto 1A plantea la diferencia jerárquica y medular entre los pensamientos científico (moderno) y mítico, el texto 1B niega dicha diferencia mediante argumentos. Entonces, uno afirma la diferencia en tanto el otro la rechaza.

Rpta.: B

2. En el texto A, la palabra RECÓNDITA connota

- A) científicidad.
- B) autoridad.
- C) irracionalidad.
- D) refutabilidad.
- E) paradoja.

Solución:

La afirmación de que la realidad humana colectivista se va a disolver en la comunidad de hombres libres tiende a suponer que esa forma de vida, bajo el amparo del pensamiento mágico, se hunde en lo irracional.

Rpta.: C

3. Resulta incongruente con la argumentación del texto B sostener que

- A) la racionalidad científica halla puntos de conexión con el pensamiento mágico.
- B) el desarrollo cognitivo tiene como base exclusiva la verificación de proposiciones.
- C) la investigación humanística gira en torno a la expresión de las subjetividades.
- D) el uso de un lenguaje metafórico resulta ineludible en el pensamiento racional.
- E) es implausible contraponer el pensamiento mágico a la racionalidad científica.

Solución:

El texto B apunta a demostrar que la cognición tiene como base la subjetividad y que no se basa exclusivamente en la objetividad de la demostración.

Rpta.: B

4. De acuerdo con el texto A, hay una disociación entre pensamiento tribal y

- A) coherencia.
- B) subjetividad.
- C) libertad.
- D) alegoría.
- E) creencia.

Solución:

Para el texto A, la racionalidad se basa en la ciencia, la experimentación y la objetividad de sus postulados, los cuales deben ser verificados con la realidad. En cambio, rechaza cualquier pensamiento que se libere de las anclas de la tribu.

Rpta.: C

5. Si se demostrara que hay un hiato esencial entre el pensamiento científico y el discurso mágico,

- A) la postura del texto B se vería recusada inobjetablemente.
- B) la fundamentación científica de Karl Popper sería abandonada.
- C) la base argumentativa del autor del texto A se vería contradicha.
- D) el debate entre la ciencia y el mito no podría dirimirse nunca.
- E) el conocimiento tribal resultaría equivalente al saber científico.

Solución:

El autor del texto A se inclina por el pensamiento científico, el cual se verifica con la realidad para constatar sus demostraciones. El autor del texto B propugnaría una visión insostenible.

Rpta.: A**SECCIÓN C****PASSAGE 1**

Researchers have found evidence of an existing body of liquid water on Mars. What they believe to be a lake sits under the planet's south polar ice cap, and is about 20 km (12 miles) across. Previous research found possible signs of **intermittent** liquid water flowing on the Martian surface, but this is the first sign of a persistent body of water on the planet in the present day.

The discovery was made using Marsis, a radar instrument on board the European Space Agency's (ESA) Mars Express orbiter. This radar examines the surface and immediate subsurface of the planet by sending out a signal and examining what is bounced back.

What does this discovery mean for life? Nothing definitive. Yet. Dr. Manish Patel from the Open University explained: "We have long since known that the surface of Mars is inhospitable to life as we know it, so the search for some kind of life on Mars is now in the subsurface."

Halton, M. (2018). *Liquid water 'lake' revealed on Mars*. Retrieved from <https://www.bbc.com/news/science-environment-44952710>

TRADUCCIÓN

Los investigadores han encontrado evidencia de la existencia de una masa de agua líquida en Marte. Lo que creen que es un lago se encuentra bajo la capa de hielo del polo sur del planeta y tiene unos 20 kilómetros (12 millas) de ancho. Investigaciones anteriores encontraron posibles signos de agua líquida intermitente fluyendo sobre la superficie marciana, pero este es el primer signo de una masa de agua persistente en el planeta en la actualidad.

El descubrimiento se realizó utilizando Marsis, un instrumento de radar a bordo del orbitador Mars Express de la Agencia Espacial Europea (ESA). Este radar examina la superficie y el subsuelo inmediato del planeta enviando una señal y examinando lo que rebota.

¿Qué significa este descubrimiento para la vida? Nada definitivo. Todavía. El Dr. Manish Patel de la Open University explicó: «Sabemos desde hace mucho tiempo que la superficie de Marte es inhóspita para la vida tal como la conocemos, por lo que la búsqueda de algún tipo de vida en Marte ahora está en el subsuelo».

1. What is the topic?

- A) A body of underground liquid water on Mars using the Marsis radar
- B) The discovery of a body of liquid water in the subsurface of Mars
- C) The possible consequences of the discovery of liquid water on Mars
- D) The meaning of the discovery of liquid water on the Martian surface
- E) The body of liquid water found in the subsoil of the planet Mars

Solution:

The three paragraphs refer to the discovery of a body of liquid water in the subsurface of Mars.

Key: B

2. The antonym of INTERMITTENT is

- A) perpetual. B) comparable. C) invariable. D) immutable. E) ceaseless.

Solution:

The liquid water on the Martian surface flowed and then stopped, and so on periodically; for that reason, the author maintains that the water that flowed was intermittent. The opposite would be to argue that the water flowed incessantly.

Key: E

3. From the point of view of Dr. Manish Patel, we can plausibly assert that

- A) living Martian organisms would be different from life as we know it.
- B) human expeditions to Mars could stay on the surface permanently.
- C) the water in the subsurface of Mars will allow the existence of life.
- D) humans have to adapt to the conditions of the Martian subsurface.
- E) the Marsis radars could have found signs of permanent life on Mars.

Solution:

Dr. Manish Patel maintains that the inhospitable conditions of the Martian surface are not suitable for life as we know it, therefore, having found underground water, the search for some kind of life should be sought below the surface.

Key: A

4. It is consistent with the reading to state that the discovery of the underground body of water is possibly
- A) the second evidence of water existing on Mars.
 - B) suitable for the consumption of future expeditions.
 - C) the irrefutable proof of the existence of life there.
 - D) a consequence of the joint work of NASA and ESA.
 - E) the origin of the water that flows on the surface.

Solution:

The investigations have conjectured that in the surface of Mars it has signs of water that flows in certain periods. The body of underground water, researchers believe, is the second evidence of water on Mars, but persistent.

Key: A

5. If it were shown that the water from the Martian subsurface is not permanent, then
- A) astronauts should search for fossil remains on that planet.
 - B) humans could never organize expeditions to that planet.
 - C) the possibility of finding living organisms would decrease.
 - D) Mars would no longer be interesting for ESA researchers.
 - E) the Marsis radar would no longer be used by NASA and ESA.

Solution:

If it were determined that the water of the subsurface of Mars was intermittent, then also that region would be inhospitable as the surface, which would not allow the existence of life as we know it.

Key: C

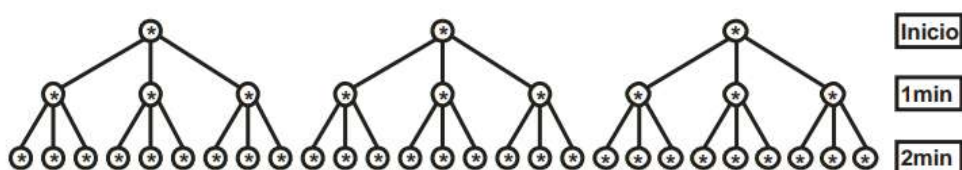
Habilidad Lógico Matemática

EJERCICIOS DE CLASE

1. Un virus informático se multiplica por 3 exactamente cada minuto. Tres virus son capaces de infectar o propagarse por todas las computadoras de una red en tres horas. ¿Cuánto tiempo le llevará a un solo virus infectar la misma red de computadoras?
- A) 3 h 2 min
 - B) 6 h
 - C) 3 h 1 min
 - D) 4 h 59 min
 - E) 3 h 59 min

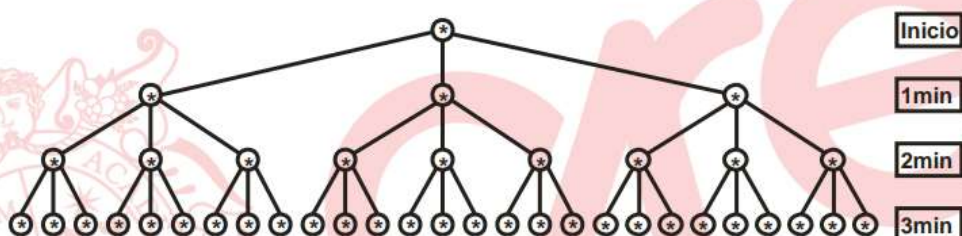
Solución:

Multiplicación de 3 virus cada minuto:



Los 3 virus se reproducen en tres horas infectando toda una red de computadoras, es decir, en tres horas habrá $3 \times 3^{3 \times 60}$ virus en la red.

Ahora deseamos saber el tiempo que se demora 1 virus en reproducir $3 \times 3^{3 \times 60}$ virus. Multiplicación de 1 virus cada minuto para infectar la misma red de computadoras:



Observando (1) y (4), deducimos que 1 virus necesita 3h 1min para infectar todos los ordenadores de la red.

Rpta.: C

2. El campanario de una iglesia indica las horas con igual número de campanadas. Si para indicar las 3 horas tarda un segundo y el tiempo entre dos campanadas consecutivas es el mismo, ¿cuántas horas habrá transcurrido desde el instante en que empleó dos segundos para indicar una cierta hora, hasta el instante en que utilizó cuatro segundos para indicar la hora correspondiente?

A) 4 B) 6 C) 5 D) 7 E) 8

Solución:

Del campanario:

#horas = #campanadas

$$\#campanadas = 3 = \frac{1}{t} + 1 \rightarrow t = \frac{1}{2}$$

Si emplea 2 segundos: $\#campanadas = \frac{2}{\frac{1}{2}} + 1 = 5 \rightarrow$ son las 5 horas

Si emplea 4 segundos: $\#campanadas = \frac{4}{\frac{1}{2}} + 1 = 9 \rightarrow$ son las 9 horas

Luego, habrá transcurrido 4 horas.

Rpta.: A

3. Una campana da 13 campanadas en 24 segundos y el tiempo que emplea entre campanada y campanada es el mismo. Otra campana da 15 campanadas en 42 segundos y el tiempo que emplea entre dos campanadas consecutivas es constante. Si ambas tocan su primera campanada juntas, ¿cuántas veces coinciden sus campanadas en 1000 segundos?

A) 166 B) 167 C) 169 D) 164 E) 165

Solución:

Para la primera campana: $13 = \frac{24}{t_1} + 1$, $t_1 = 2s$

Para la segunda campana: $15 = \frac{42}{t_2} + 1$, $t_2 = 3s$

Coinciden cada 6 segundos, luego en 1000 segundos coinciden:

$$n = \frac{1000}{6} + 1 = 167,6 \rightarrow n = 167 \rightarrow 167 \text{ veces}$$

Rpta.: B

4. Rodrigo debe tomar dos tipos de pastillas. Inicia su tratamiento tomando dos pastillas del tipo A cada ocho horas. La pastilla del tipo B debe empezar a tomarla cuando tome por décima vez la dosis del tipo A, a partir de ese instante tomará una pastilla del tipo B cada seis horas. Si el tratamiento durará una semana, ¿cuántas pastillas tomará en total?

A) 62 B) 59 C) 63 D) 61 E) 60

Solución:

Por determinar el número de pastillas que tomará en total Rodrigo.

Por dato, el tratamiento dura una semana el cual equivale a 168 horas.

Ahora calculamos el tiempo empleado hasta la décima vez que tome dosis del tipo A que es cuando empieza a tomar B.

$$\text{Tiempo empleado} = (8h)9 = 72 \text{ horas}$$

De la semana que es de 168 horas queda $168 - 72 = 96$ horas

Luego

$$\# \text{pastillas A} = 2 \left(\frac{168}{8} + 1 \right) = 44$$

y

$$\# \text{pastillas B} = 1 \left(\frac{96}{6} + 1 \right) = 17$$

Por tanto, Rodrigo, en total, toma $44 + 17 = 61$ pastillas.

Rpta.: D

5. El médico recetó a Andrea tomar una pastilla de cierto tipo cada 2 días. Ella inicia tomando la primera pastilla un miércoles. Si en total tiene que tomar 51 pastillas, ¿qué día de la semana toma la última pastilla?

A) Domingo B) Miércoles C) Viernes D) Martes E) Sábado

Solución:

Número de días transcurridos: d

$$51 = \frac{d}{2} + 1 \Rightarrow d = 100 = 7 \times 14 + 2$$

Por tanto, día que tomará la última pastilla: miércoles + 2 días = viernes.

Rpta.: C

6. Mariana toma 3 pastillas por vez, cada t horas. Si el tratamiento duró 108 horas y el número de veces que tomó 3 pastillas más el número de periodos de tiempo que duró su tratamiento es 19, ¿cuántas pastillas tomó en total?

A) 27 B) 33 C) 24 D) 30 E) 35

Solución:

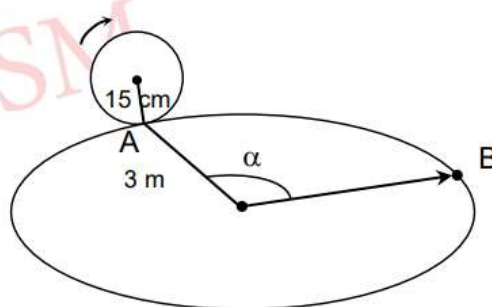
$$\frac{108}{t} = \# \text{periodos} \rightarrow \# \text{periodos} + (\# \text{periodos} + 1) = 19 \rightarrow \# \text{periodos} = 9$$

$$\text{total de pastillas} = 30$$

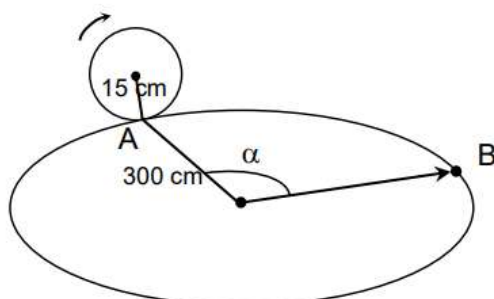
Rpta.: D

7. En la figura, se muestra una pista de forma circular sobre la cual gira un aro de radio 15 cm. Si al pasar girando y sin resbalar desde el punto A hasta el punto B, el aro da cinco vueltas, ¿cuántas vueltas más debe dar el aro para completar una vuelta sobre la pista circular?

A) 15
B) 20
C) 15,5
D) 14,5
E) 18



Solución:



$$mAB = \alpha \text{ (radio)}$$

$$5(2\pi(15)) = 300\alpha$$

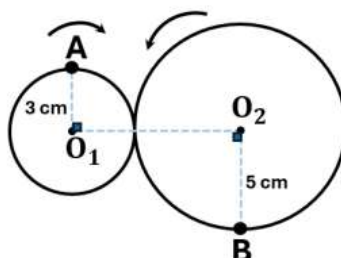
$$\alpha = \frac{\pi}{2} \rightarrow 5 \text{ vueltas}$$

$$\frac{3\pi}{2} \rightarrow 15 \text{ vueltas}$$

Rpta.: A

8. De la figura, se tiene dos ruedas tangentes de centro O_1 y O_2 cuyos radios miden 3 y 5 cm respectivamente. Si A y B son puntos sobre las ruedas y estas giran en el sentido indicado, ¿cuántas vueltas, como mínimo, debe dar la rueda de centro O_1 para que los puntos A y B se encuentren en contacto por segunda vez?

- A) $6\frac{1}{4}$ vueltas
 B) $2\frac{1}{4}$ vueltas
 C) 3 vueltas
 D) $11\frac{1}{4}$ vueltas
 E) $3\frac{1}{4}$ vueltas



Solución:

Para el encuentro de los puntos A y B se tiene:

L recorrida por A = L recorrida por B

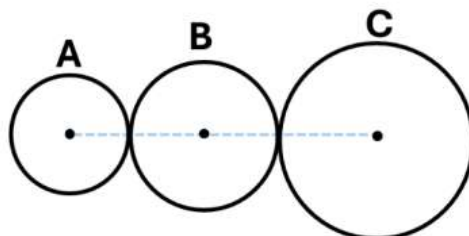
Sean m y n números enteros de vueltas de las ruedas pequeña y grande respectivamente:

$$\frac{\left(m + \frac{1}{4}\right)}{\left(n + \frac{3}{4}\right)} = \frac{5}{3} \rightarrow \begin{array}{ccc} 3m & = & 5n + 3 \\ 1 & & 0 \\ 6 & & 3 \end{array}$$

La rueda de radio menor: #vueltas = $6 + \frac{1}{4}$ vuelta

Rpta.: A

9. Las ruedas A, B y C tienen 10 cm, r cm y 30 cm de radio respectivamente. Si en un determinado momento B dio 15 vueltas y la diferencia del número de vueltas que dan los engranajes A y C es 20, determine el radio de la rueda B.



- A) 20 cm B) 10 cm C) 14 cm D) 18 cm E) 15 cm

Solución:

$$n_A(10) = n_B(r) = n_C(30) \rightarrow n_A = 3n_C$$

$$\text{Dato: } n_A - n_C = 20 \quad \wedge \quad 3n_C - n_C = 20$$

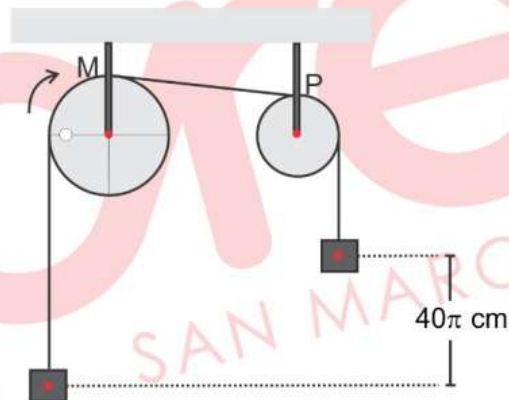
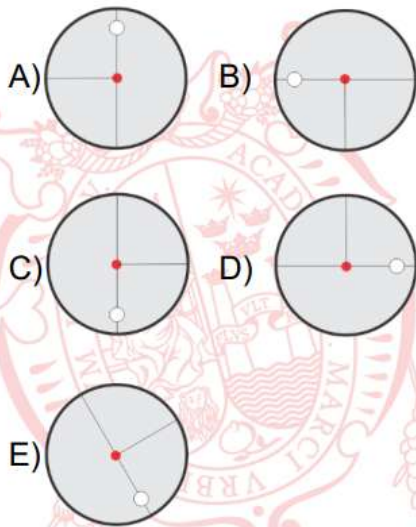
$$\text{Entonces: } n_C = 10 \text{ y como } n_B = 15$$

$$\text{Se tiene: } 15(r) = 10(30)$$

Por lo tanto, el radio de la rueda B es 20 cm.

Rpta.: A

10. En el sistema mostrado, los radios de las poleas M y P miden 4 y 2 cm, respectivamente, y la polea M muestra un agujero. Al poner los bloques mostrados al mismo nivel, ¿cuál será la disposición final de la polea M?

**Solución:**

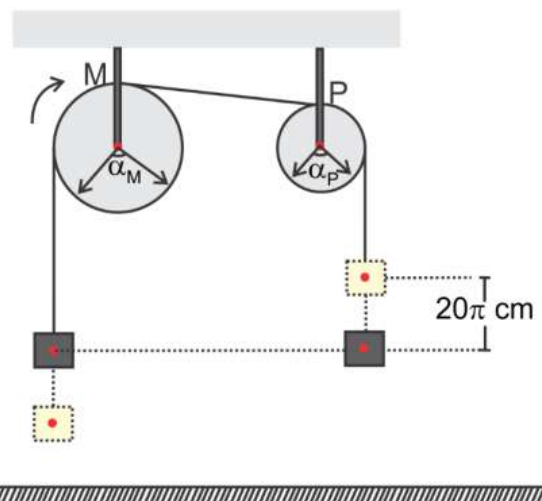
Sean los radios: 4 y 2 cm

$$\Rightarrow 20\pi = \alpha_P \cdot 2 = \alpha_M \cdot 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_P = 2\alpha_M$$

$$\Rightarrow \alpha_M = 5\pi$$

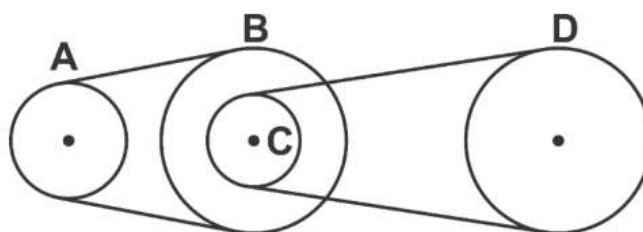
Luego, la polea M dará dos vueltas y media.



Rpta.: D

11. En el sistema mostrado, las poleas A, B, C y D tienen radios igual a 25 cm, 40 cm, 20 cm y 40 cm respectivamente. Si la polea D gira $\pi/2$ radianes, ¿qué ángulo gira la polea A?

- A) $\frac{\pi}{6}$ rad B) $\frac{\pi}{4}$ rad
C) $\frac{8\pi}{5}$ rad D) $\frac{3\pi}{5}$ rad
E) $\frac{5\pi}{2}$ rad



Solución:

De los datos tenemos:

$$\alpha_A \cdot 25 = \alpha_B \cdot 40 \wedge \alpha_B = \alpha_C \wedge \alpha_C \cdot 20 = \alpha_D \cdot 40$$

Como D gira $\frac{\pi}{2}$ radianes, entonces:

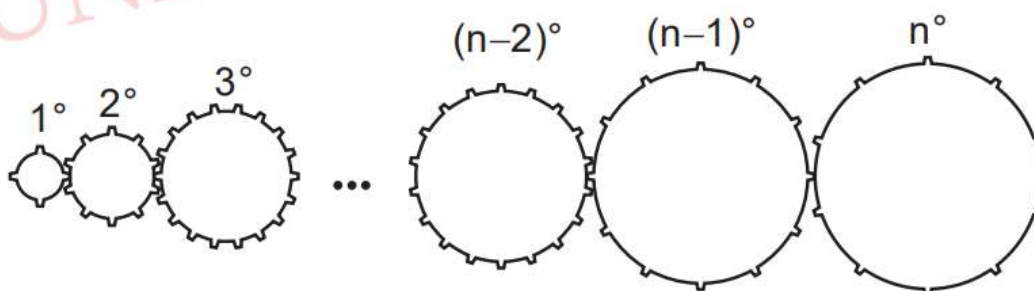
$$\alpha_C \cdot 20 = \frac{\pi}{2} \cdot 40$$

$$\alpha_C = \pi = \alpha_B$$

$$\text{Tenemos: } \alpha_A \cdot 25 = \pi \cdot 40 \Rightarrow \alpha_A = \frac{8}{5} \pi$$

Rpta.: C

12. En la figura se muestra un sistema de «n» engranajes enumerados como 1° ; 2° ; 3° ; ..., $(n-1)^\circ$, n° ; de manera que el número de dientes que posee el engranaje K° está dado por $(K+3)K$, tal que K : 1, 2, 3, 4, ..., $n-1$, n . Se sabe que si el engranaje 1° da 45 vueltas entonces el engranaje n° da una vuelta. Si en cierto momento entre los engranajes 1° , 2° y 3° dan un total de 2920 vueltas, ¿cuántas vueltas dará el engranaje n° ?



- A) 35 B) 50 C) 30 D) 20 E) 40

Solución:

$$\text{Dientes}_{(k)} = D_{(k)} = k(k + 3)$$

$$\text{Luego, } V_1 \cdot D_1 = V_n \cdot D_n \Rightarrow 45(4) = 1(n(n + 3)) \Rightarrow n = 12$$

$$V_1 \cdot D_1 = V_2 \cdot D_2 = V_3 \cdot D_3$$

$$V_1(4) = V_2(10) = V_3(18)$$

$$V_1/45 = V_2/18 = V_3/10 = (V_1 + V_2 + V_3) / (45 + 18 + 10) = 2920/73 = 40$$

$$V_1 = 1800 \quad V_2 = 720 \quad V_3 = 400$$

Se desea conocer las vueltas de la última:

$$4(1800) = (12 \cdot 15) \cdot x \Rightarrow x = 40$$

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. María toma 2 pastillas del tipo A cada 6 horas y 4 pastillas del tipo B cada 8 horas. Empieza su tratamiento tomando las primeras dos pastillas del tipo A un lunes a las 8 a.m., al cabo de 8 horas toma la primera dosis del tipo B y además termina el tratamiento tomando ambos tipos de pastilla. Si tomó, en total, 82 pastillas, ¿qué día y a qué hora tomó su última dosis?

- A) Viernes, 8 a. m. B) Lunes, 8 a. m. C) Martes, 8 a. m.
D) Miércoles, 11 a. m. E) Sábado, 10 a. m.

Solución:

$$\text{Tipo A} + \text{Tipo B} = 82$$

$$2\left(\frac{T}{6} + 1\right) + 4\left(\frac{T-8}{8} + 1\right) = 82$$

$$T = 96$$

Han transcurrido 4 días.

Rpta.: A

2. El médico indicó a Lourdes tomar «m» pastillas de cierto tipo de medicamento cada 8 horas. La cantidad de pastillas en cada dosis coincide con el número de periodos de 8 horas que durará su tratamiento, disminuido en tres. Si en total tomó 32 pastillas, ¿cuántas pastillas habrá tomado, cuando se cumplió 24 horas de iniciado el tratamiento?

- A) 16 B) 24 C) 20 D) 8 E) 12

Solución:

De los datos tenemos: $t = 8$.

$$m = \#periodos - 3$$

$$\# Total \text{ de pastillas} = (\#periodos - 3)(\#periodos + 1) = 32 \rightarrow \#periodos = 7$$

En cada dosis tomará: $m = 7 - 3 = 4$ pastillas

$$\rightarrow \#pastillas \text{ en } 24 \text{ horas} = 4 \cdot \left(\frac{24}{8} + 1 \right) = 16$$

Rpta.: A

3. Pedro ha adquirido un reloj de campana, el cual emplea el mismo tiempo entre campanada y campanada. Su hermana Julia también adquirió un reloj de campana cuyo tiempo entre dos campanadas consecutivas es constante. Se sabe que el reloj de Pedro da 4 campanadas en el mismo tiempo en que el de Julia da 3. Cierta día, para indicar una determinada hora, los dos relojes comenzaron a sonar al mismo tiempo y cuando terminaron de dar la hora, se observó que el reloj de Pedro había dado dos campanadas más que el de Julia. ¿Cuántas campanadas dio el reloj de Pedro en ese momento?

A) 9 B) 5 C) 8 D) 7 E) 6

Solución:

Según los datos:

Reloj de Pedro: Tiempo de cada intervalo = $2t$

Reloj de Julia: Tiempo de cada intervalo = $3t$

Sea n el número de campanadas que da el reloj de Pedro y T el tiempo total para indicar la hora n :

$$\text{Reloj de Pedro: } T = (n - 1) \cdot 2t$$

$$\text{Reloj de Julia: } T = [(n - 1) - 2] \cdot 3t$$

De donde: $n = 7$

Rpta.: D

4. En el campanario de una iglesia, se escucharon, durante 76 segundos, tantas campanadas como 5 veces el tiempo que hay entre campanada y campanada. Si el tiempo entre campanada y campanada es el mismo, ¿cuánto tiempo transcurrió en tocar 5 campanadas?

A) 12 segundos B) 11 segundos C) 16 segundos
D) 13 segundos E) 14 segundos

Solución:

Sea t el tiempo entre campanada y campanada.

$$\# \text{campanadas} = 5t = \frac{76}{t} + 1 \rightarrow t = 4 \text{ s}$$

Sea T el tiempo que demora en dar 5 campanadas.

$$5 = \frac{T}{4} + 1 \rightarrow T = 16 \text{ s}$$

Rpta.: C

5. Aurora tiene la idea de que, si toma dos pastillas para la memoria cada 3 horas durante 2 días, tendrá la capacidad de resolver 3 problemas de matemáticas en 4 minutos en su examen que tiene una duración de 2 horas. Si Aurora tomó, durante dos días, dos pastillas para la memoria cada 3 horas y rindió el examen dándose cuenta de que solo pudo resolver 2 problemas en 5 minutos, ¿cuántas pastillas tomó y cuál es la diferencia entre los ejercicios que había previsto resolver y los que resolvió realmente?

A) 34 y 30 B) 56 y 45 C) 34 y 42 D) 50 y 30 E) 36 y 40

Solución:

Hallamos el total de pastillas:

Tiempo de cada intervalo: 3h

Tiempo total: 2 días = 48 horas

Pastillas por toma: 2

Número de tomas: n

Se tiene $48 = (n - 1) 3$

$$n = 17$$

Luego, Total de pastillas: $2 \cdot 17 = 34$

Número de ejercicios que previó resolver en 2 horas = 120 minutos

$$3 \times (120/4) = 90$$

Número de ejercicios que resolvió

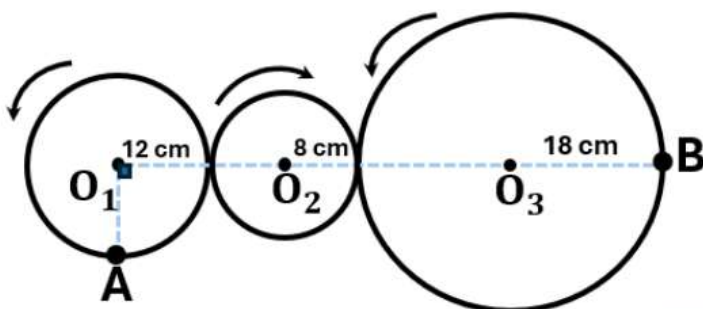
$$2 \times (120/5) = 48$$

Diferencia: $90 - 48 = 42$

Rpta: C

6. En la figura se tiene tres ruedas tangentes de centro O_1 , O_2 y O_3 , que giran en el sentido indicado, y cuyos radios miden 12, 8 y 18 cm, respectivamente. Si A y B son puntos sobre las ruedas mostradas, ¿cuántas vueltas, como mínimo, debe dar la rueda de mayor radio para que los puntos A y B estén a la menor distancia posible, por tercera vez?

- A) 5,5
B) 10,5
C) 7
D) 5
E) 8



Solución:

m = # de vueltas que da "A",

n = # de vueltas que da "B"

$$(m + 1/4)12 = (n + 1/2)18$$

$$2m = 3n + 1$$

$$2 \quad 1 \quad (1ra \text{ vez})$$

$$5 \quad 3 \quad (2da \text{ vez})$$

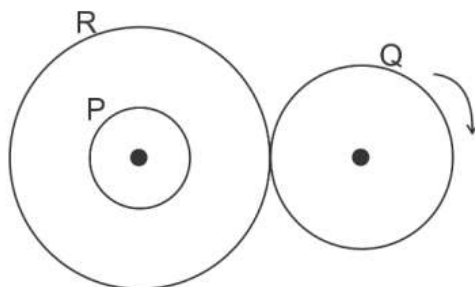
$$8 \quad 5 \quad (3ra \text{ vez})$$

$$N_B = 5,5$$

Rpta.: A

7. En el sistema mostrado, la rueda Q gira 90° . Si los radios de las ruedas P, Q y R miden 1, 3 y 5 cm, respectivamente, ¿cuál es la medida del ángulo que gira la rueda P?

- A) 54°
B) 27°
C) 36°
D) 18°
E) 62°



Solución:

Se tiene que: ángulo de giro de R = ángulo de giro de P = x° .

$$\Rightarrow 5x = 90 \cdot 3 \Rightarrow x = 54$$

Rpta.: A

8. En el sistema de poleas mostrado, los radios de las poleas A, B, C y D están en la relación de 1, 6, 3 y 2 respectivamente. ¿Cuántas vueltas debe dar la rueda A para que la rueda D dé 2 vueltas?

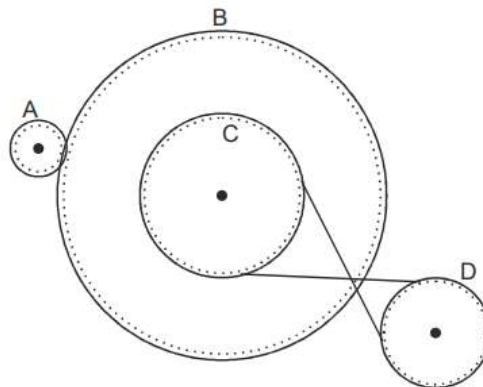
A) 12

B) 4

C) 8

D) 10

E) 2

**Solución:**

$$1) \frac{A}{1} = \frac{B}{6} = \frac{C}{3} = \frac{D}{2} = k$$

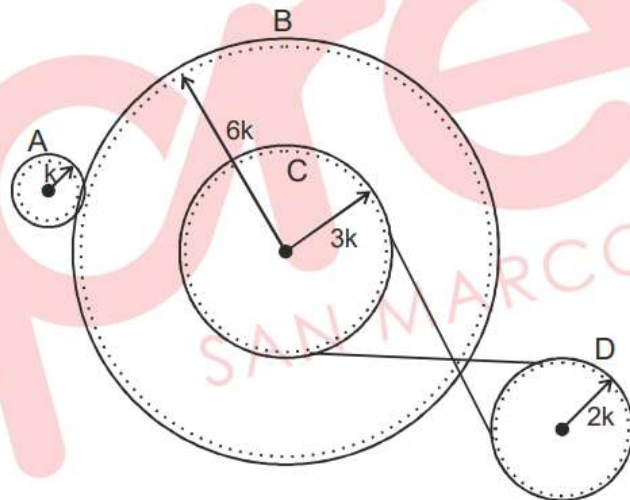
$$\Rightarrow A = k; B = 6k; C = 3k; D = 2k$$

$$2) V_D = 2$$

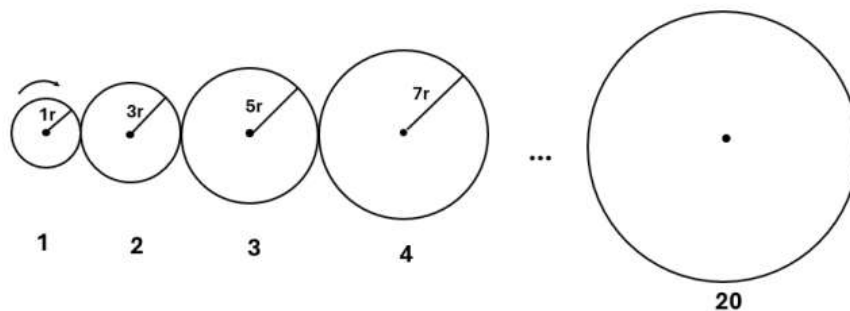
$$\Rightarrow V_D (2k) = V_C (3k)$$

$$\Rightarrow V_C = \frac{4}{3} = V_B$$

$$\Rightarrow V_B (6k) = V_A (k) \Rightarrow V_A = 8$$

**Rpta: C**

9. Se tiene un sistema de 20 ruedas que han sido numeradas de izquierda a derecha desde 1 hasta 20 y en el cual se muestran las medidas de sus radios, en centímetros, tal como se muestra en la figura. Si la décima rueda da 44 vueltas, ¿cuántas dará la sexta rueda?



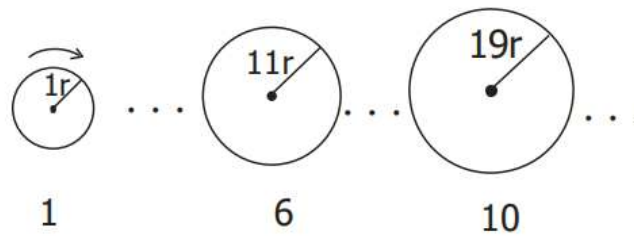
A) 71

B) 81

C) 75

D) 72

E) 76

Solución:

$$\#W_6 \cdot R_6 = \#W_{10} \cdot R_{10}$$

$$\#W_6 \cdot (11r) = (44) (19r) \Rightarrow \#W_6 = 76$$

Rpta.: E

10. En el sistema mostrado, la medida de los radios de las poleas A, B, C y D son 60, 15, 40 y 8 cm, respectivamente. Si la polea A gira un ángulo de 60° en sentido antihorario halle la nueva diferencia de altura, en centímetros, de los bloques P y Q.

- A) π B) 2π
 C) 3π D) 4π
 E) $2,5\pi$

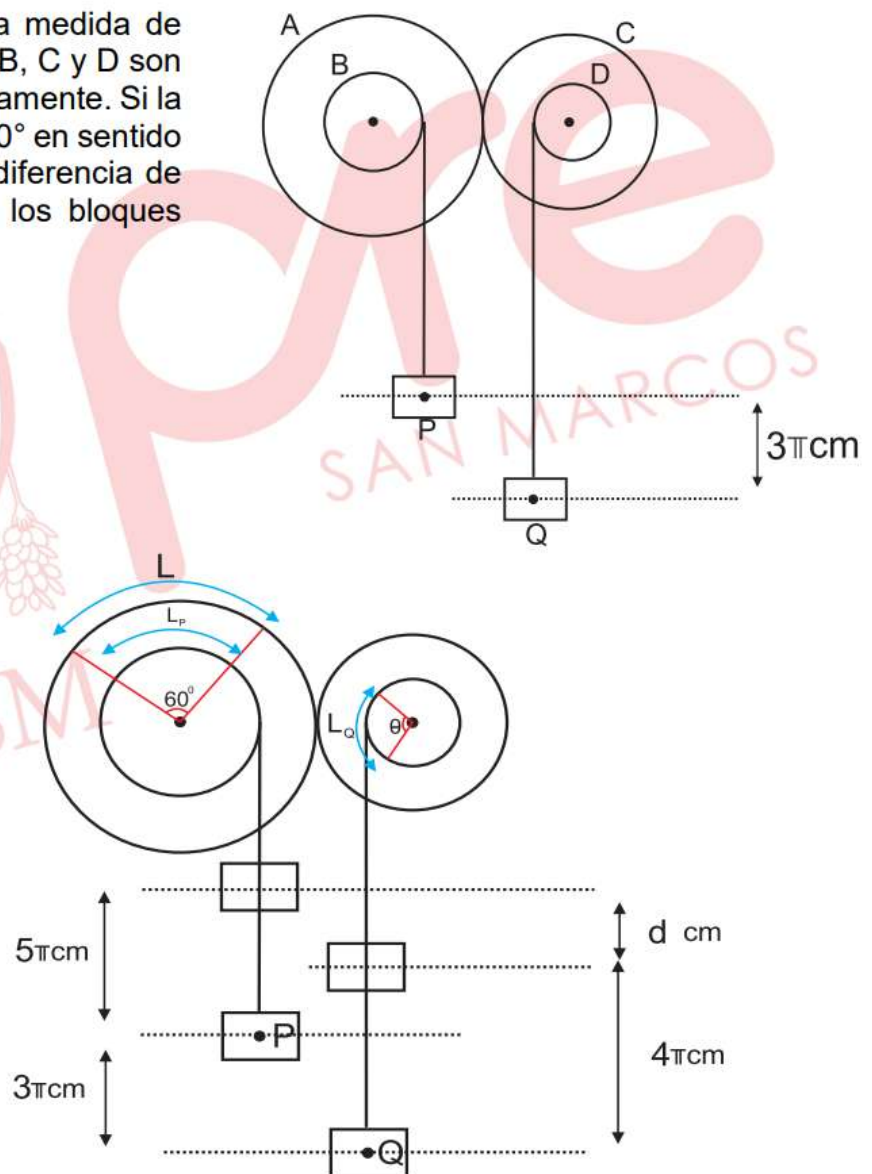
Solución:

$$L = 60 \left(\frac{\pi}{3} \right) = 40\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}$$

$$L_P = 15 \left(\frac{\pi}{3} \right) = 5\pi$$

$$L_Q = 8 \left(\frac{\pi}{2} \right) = 4\pi$$

$$\text{Luego : } d = 4\pi$$

**Rpta.: D**

Aritmética

EJERCICIOS DE CLASE

1. De las edades en años de cuatro integrantes de una familia, se sabe que lo que tiene Polo es la tercera proporcional de 9 y 15; lo que tiene Lito es la cuarta proporcional de 14, 6 y 21; Marcial tiene la tercera diferencial de la edad que tienen Polo con el doble de la edad que tiene Lito; y Susana tiene la cuarta diferencial de 30, 25 y 20. ¿Cuánto suman las cuatro edades?

A) 70 B) 85 C) 55 D) 60 E) 65

Solución:

$$\frac{9}{15} = \frac{15}{P} \rightarrow P = 25$$

$$\frac{14}{6} = \frac{21}{L} \rightarrow L = 9$$

$$25 - 18 = 18 - M \rightarrow M = 11$$

$$30 - 25 = 20 - S \rightarrow S = 15$$

$$\therefore 25 + 9 + 11 + 15 = 60$$

Rpta.: D

2. Con las cantidades, en soles, que tienen cuatro amigos se forma una proporción geométrica continua. Si el que tiene más que todos es 9 soles más de lo que tiene el menor de todos, y la suma de las cuatro cantidades es 81, ¿cuál es la menor cantidad que tiene uno de ellos?

A) 10 B) 16 C) 14 D) 18 E) 12

Solución:

Sean las cantidades a, b, b, d ($a > b > d$) ; $a = d + 9$

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{d} \rightarrow \frac{d+9}{b} = \frac{b}{d}$$

$$d + 9 + b + b + d = 81 \rightarrow 2(b + d) = 72 \rightarrow b + d = 36$$

$$\frac{d+9}{b} = \frac{b}{d} = \frac{d+9+b}{b+d} = \frac{45}{36} = \frac{5}{4} \rightarrow 5k + 4k = 36 \rightarrow k = 4 ; d = 4k = 16$$

Rpta.: B

3. Néstor va al mercado de frutas para comprar entre plátanos, manzanas y naranjas, cuyos precios por unidades, en soles, son 1, 2 y 3 respectivamente. Si por cada 5 plátanos compra 3 naranjas y, en total, compró 28 unidades entre las tres frutas pagando 50 soles en total, ¿cuántas manzanas compró?

A) 5 B) 7 C) 4 D) 5 E) 3

Solución:

$$p + m + n = 28 ; \quad p + 2m + 3n = 50$$

$$\frac{p}{n} = \frac{5}{3}$$

$$5k + m + 3k = 28 ;$$

$$m + 8k = 28 ; \quad m = 28 - 8k$$

$$k = 3; \quad m = 4$$

Rpta.: C

4. Sobre una pista circular tres maratonistas dan 2, 4 y 6 vueltas respectivamente. Si la suma de los cuadrados de los tiempos dados en minutos exactos de los tres en dar sus vueltas es 378 y si cada uno divide la suma entre la diferencia de sus tiempos en dar las vueltas respectivas con su cantidad de vueltas, obtienen la misma cantidad, ¿cuántos minutos demoró el que hizo 2 vueltas?

A) 5 B) 7 C) 9 D) 6 E) 8

Solución:

Sean: m ; n y p el número de minutos en dar las vueltas

$$\frac{m+2}{m-2} = \frac{n+4}{n-4} = \frac{p+6}{p-6} ; \quad m^2 + n^2 + p^2 = 378$$

$$\frac{m}{2} = \frac{n}{4} = \frac{p}{6} = k ; \quad (2k)^2 + (4k)^2 + (6k)^2 = 378$$

$$k = 3$$

$$\therefore m = 2k = 6$$

Rpta.: D

5. Con las edades de 4 amigos se forman una proporción geométrica continua con razón entera; además se cumple que la razón de la diferencia de cubos de los antecedentes con la diferencia cubos de sus respectivos consecuentes es igual a la razón de la suma de los cuadrados de los antecedentes con la suma de los cuadrados de sus respectivos consecuentes, aumentado en 4. Si la diferencia del mayor con el menor de las edades es 36, ¿qué edad tiene el menor?

A) 14 B) 12 C) 16 D) 10 E) 15

Solución:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{d} = k; \quad \frac{a^3 - b^3}{b^3 - d^3} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + d^2} + 4$$

$$k^3 = k^2 + 4$$

$$\rightarrow k = 2 ; \quad a - d = 36$$

$$dk^2 - d = 36 \rightarrow d(k^2 - 1) = 36 \quad \therefore d = 12$$

Rpta.: B

6. Ana, Bertha y Carlín van a una farmacia a comprar pastillas que su médico les recetó; el número de pastillas que compran Ana y Bertha, Ana y Carlín, y Bertha y Carlín, son entre sí como 29, 20 y 41; además dicha proporción tiene como razón a un número entero. Si Bertha compró 27 pastillas más que Carlín, ¿cuántas pastillas compró Ana?

A) 10 B) 16 C) 18 D) 12 E) 22

Solución:

$$\frac{a+b}{29} = \frac{a+c}{20} = \frac{b+c}{41} = k \rightarrow a+b+c = 45k$$

$$\rightarrow a = 4k, \quad b = 25k, \quad c = 16k$$

$$\text{Dato: } b - c = 9k = 27 \rightarrow k = 3$$

$$\therefore a = 12$$

Rpta.: D

7. Con las edades, en años, de 6 amigos, se forman tres razones geométricas equivalentes. Si se sabe que la suma de los términos de cada razón es 90, 75 y 60 respectivamente, además el producto de los consecuentes es 120 000, ¿cuántos años de diferencia existe entre el mayor de todos con el menor de todos?

A) 50 B) 44 C) 40 D) 45 E) 35

Solución:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}; \quad a+b=90; \quad c+d=75; \quad e+f=60; \quad b \cdot d \cdot f = 120\,000$$

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} = \frac{e+f}{f} \rightarrow \frac{(a+b)(c+d)(e+f)}{bdf} = \frac{(e+f)^3}{f^3}$$

$$\rightarrow \frac{(90)(75)(60)}{120\,000} = \frac{(60)^3}{f^3} \rightarrow f = 40; \quad e = 20$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{30}{60} = \frac{25}{50} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

$$\text{mayor} = 60; \quad \text{menor} = 20 \quad \therefore 60 - 20 = 40$$

Rpta.: C

8. Las cantidades de dinero, en soles, que tienen Aldo y Beto son $\overline{1a}$ y $\overline{2a}$ respectivamente. Aldo le dice a Beto que si recibieran la misma cantidad de dinero cada uno y que sea la mayor cantidad entera posible de soles, nuestras cantidades estarán en la relación de 2 a 3. ¿Cuántos soles tendrían entre ambos?

A) 55 B) 60 C) 35 D) 75 E) 80

Solución:

$$\frac{1a + x}{2a + x} = \frac{2}{3};$$

$$1a + x = 2k$$

$$2a + x = 3k$$

$$\text{Restando: } k = 10$$

$$1a + x = 20$$

$$10 + a + x = 20$$

$$x = 10 - a$$

$$x = 10 - 0 = 10 \text{ (max)} \rightarrow \text{juntos} = 20 + 30 = 50$$

Rpta.: A

9. Con las edades de seis miembros de una familia, se forman una serie de tres razones geométricas equivalentes y continuas, de razón entera. Si la suma de las edades es 84 años, ¿dentro de cuántos años la razón del mayor de todos con el menor de todos será 3?

A) 15 B) 10 C) 9 D) 13 E) 8

Solución:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k \rightarrow c = dk ; b = dk^2 ; a = dk^3$$

$$a + 2b + 2c + d = 84$$

$$dk^3 + 2dk^2 + 2dk + d = 84 \rightarrow d(k+1)(k^2+k+1) = 4(3)(7)$$

$$\rightarrow d = 7; k = 2$$

$$\frac{32}{16} = \frac{16}{8} = \frac{8}{4} = 2$$

$$\frac{32 + x}{4 + x} = 3$$

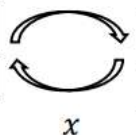
$$\therefore x = 10$$

Rpta.: B

10. Un químico farmacéutico mezcla 8 litros de alcohol puro y 16 litros de agua; en un segundo recipiente, mezcla 12 litros de alcohol puro y 18 litros de agua. Si desea que en el primer recipiente la cantidad de alcohol puro y agua, en ese orden, estén en la relación de 3 a 5, ¿cuántos litros debe intercambiar de estas mezclas para obtener lo deseado?

A) 10 B) 13 C) 20 D) 18 E) 15

Solución:Intercambia: x litros

	1er. Recip.	x	2do. Recip.
alcohol puro:	8		12
agua:	16		18

$$\text{Intercambia } x: \frac{\text{alc. 1}}{\text{agua 1}} = \frac{a}{2a} ; \frac{\text{alc. 2}}{\text{agua 2}} = \frac{2b}{3b} ; x = 3a = 5b; \frac{a}{b} = \frac{5k}{3k}$$

$$\text{Dato: 1er. Recip: } \frac{8 - a + 2b}{16 - 2a + 3b} = \frac{3}{5} \rightarrow \frac{8 + k}{16 - k} = \frac{3}{5} \rightarrow k = 1 \quad \therefore x = 15$$

Rpta.: E**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. La cuarta diferencial de la cantidad que tienen Aldo, Benito y Cecilia es 90; la tercera proporcional de la cantidad que tienen Aldo y Cecilia es 150; además 20 es la tercera diferencial de la cantidad que tienen Cecilia y Daniel. Si Daniel tiene 40 soles, ¿cuántos soles tienen los cuatro juntos?

A) 156 B) 142 C) 178 D) 162 E) 160

Solución:

Sean A, B, C y D la cantidad de soles que tienen Aldo, Benito, Cecilia y Daniel respectivamente, por dato $D = 40$, además

$$A - B = C - 90 \dots (1), \quad \frac{A}{C} = \frac{C}{150} \dots (2), \quad C - 40 = 40 - 20 \dots (3)$$

De (3): $C = 60$, en (2):

$$\frac{A}{60} = \frac{60}{150} \rightarrow A = 24$$

En (1): $24 - B = 60 - 90 \rightarrow B = 54$

Por lo tanto, $A + B + C + D = 178$

Rpta.: C

2. En una reunión social se observa que el número de varones y de mujeres estaban en la relación de cinco a tres. Si después de cierto tiempo, se retiraron 3 varones por cada 2 mujeres, y quedaron solo 18 varones, ¿cuántas mujeres había al inicio?

A) 142 B) 157 C) 108 D) 124 E) 96

Solución:

$$\frac{V}{M} = \frac{5a}{3a}, \quad \frac{VR}{MR} = \frac{3b}{2b}$$

$$\bullet 3a - 2b = 0$$

$$\bullet 5a - 3b = 18, \quad a = 36$$

$$\#M = 108$$

Rpta.: C

3. Para consultar la matrícula del siguiente ciclo del centro pre, asistieron 85 personas entre varones adultos, mujeres adultas y algunos niños que acompañaban a sus padres, observándose que, por cada varón adulto hay 3 mujeres adultas y por cada niño hay 4 varones adultos. ¿Cuántas personas adultas fueron a consulta?

A) 80 B) 86 C) 90 D) 92 E) 76

Solución:

$$VA + MA + N = 85$$

$$\frac{VA}{MA} = \frac{1}{3}; \frac{N}{VA} = \frac{1}{4}, \quad \frac{VA}{4} = \frac{MA}{12} = \frac{N}{1} = K, \quad (4 + 12 + 1)K = 85$$

$$K = 5 \quad \therefore VA + MA = 80$$

Rpta.: A

4. En una reunión de amigos hinchas de los equipos A, B, C y D, se observa que, la cantidad de hinchas del equipo A es a la cantidad de hinchas del equipo B como la cantidad de hinchas del equipo C es a la cantidad de hinchas del equipo D. Si el número total de hinchas es los $\frac{10}{3}$ de la cantidad de hinchas de B y D juntos, además la cantidad de hinchas de A y D juntos es 23, ¿cuántos hinchas tiene el equipo de mayor hinchada en dicha reunión?

A) 16 B) 13 C) 21 D) 24 E) 18

Solución:

Sean a, b, c, d las cantidades de hinchas de A, B, C y D respectivamente. Por dato

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \dots (1), \quad a + b + c + d = \frac{10}{3}(b + d) \dots (2), \quad a + d = 23 \dots (3)$$

Entonces de (2)

$$\frac{a + b + c + d}{b + d} = \frac{10}{3} \rightarrow \frac{a + c}{b + d} = \frac{10 - 3}{3} = \frac{7}{3} = k$$

De este modo por (1) $a = 7k, b = 3k, c = 7m, d = 3m \dots (4)$

Luego por (3) $7k + 3m = 23$. Como $k, m \in \mathbb{Z}^+$, $k = 2, m = 3$ única solución,

en (4) $a = 14, b = 6, c = 21, d = 9$

Rpta.: C

5. Para obtener una vacante de ingreso a una cierta área, en un examen de admisión, se observó que la cantidad de postulantes que alcanzaron una vacante es a la cantidad de postulantes como 8 es a 23. Si de los que alcanzaron una vacante, la quinta parte son varones y 96 son mujeres, ¿cuántos postularon a dicha área?

A) 345 B) 335 C) 385 D) 375 E) 305

Solución:

Sean $n = \#$ de los que alcanzaron vacante de ingreso,

$P = \#$ de postulantes

Por dato

$$\frac{n}{P} = \frac{8}{23} \dots (1),$$

De los n que alcanzaron una plaza por dato

$$\# \text{ varones} = \frac{1}{5}n, \# \text{ mujeres} = 96 \rightarrow \frac{4}{5}n = 96 \rightarrow n = 120$$

En (1)

$$\frac{120}{P} = \frac{8}{23} \rightarrow P = 345$$

Rpta.: A

6. Al concurrir a un evento deportivo semanal, se observó que por cada 11 personas que ingresaron, 6 vestían polo de color azul. A la semana siguiente esa relación varió: por cada 17 personas que ingresaron, 7 vestían polo de color azul. Si en ambos eventos la cantidad de personas que no vestían polos de color azul es la misma, además al primer evento ingresaron 132 personas, ¿cuántas personas que ingresaron al segundo evento vestían polo azul?

A) 22 B) 44 C) 41 D) 32 E) 42

Solución:

Primer evento

$$\frac{\# \text{ pers. que ing.}}{\# \text{ pers. azul.}} = \frac{11k}{6k} \rightarrow \# \text{ pers. que ing.} = 11k, \# \text{ pers. azul.} = 6k$$

$$\# \text{ pers. no azul.} = 5k$$

Segundo evento

$$\frac{\# \text{ pers. que ing.}}{\# \text{ pers. azul.}} = \frac{17n}{7n} \rightarrow \# \text{ pers. que ing.} = 17n, \# \text{ pers. azul.} = 7n$$

$$\# \text{ pers. no azul.} = 10n$$

$$\text{Por dato } 5k = 10n, \quad 11k = 132 \rightarrow k = 12, n = 6$$

$$\text{Por lo tanto, } \# \text{ personas que ingresaron al segundo evento con polo azul} = 7(6) = 42$$

Rpta.: E

7. Con las edades en años de cuatro niños se forma una proporción geométrica de razón igual a tres, donde se observa que la diferencia del primer y último término de la razón es 7 y la suma de los términos medios es 19. ¿Cuántos años tiene el mayor de todos?

A) 20 B) 14 C) 18 D) 12 E) 15

Solución:

Sean las edades a, b, c, d

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = 3 \dots (1), \quad a - d = 7 \dots (2) \quad b + c = 19 \dots (3)$$

$$\rightarrow 3b - d = 7, \quad b + 3d = 19 \rightarrow b = 4, \quad d = 5 \rightarrow a = 12, c = 15$$

Las edades son: 12, 4, 15 y 5.

Por lo tanto, el mayor tiene 15 años.

Rpta.: E

8. Con las cantidades de días trabajados por seis empleados se forma una serie de tres razones geométricas continuas equivalentes. Si el primer antecedente es a la suma del segundo consecuente con el tercer antecedente como 2 es a 9, además la suma de los términos diferentes es 130, ¿cuál es la menor cantidad de los días trabajados por uno los seis empleados?

A) 16 B) 18 C) 14 D) 19 E) 20

Solución:

$$\frac{p}{q} = \frac{q}{r} = \frac{r}{s} = k$$

$$\frac{p}{2r} = \frac{2}{9} \Rightarrow k = \frac{2}{3}$$

además

$$\Rightarrow p + q + r + s = 130 \rightarrow \frac{65}{27}s = 130 \rightarrow s = 54,$$

menor = 16

Rpta.: A

9. Tres amigos Alejandro, Bernardo y Calixto sacan todo el dinero, en soles, que poseen y estas están en la relación de 12, 8 y 15 respectivamente; observan que si Alejandro diera m soles a Bernardo y luego Calixto diera n soles a Bernardo, la nueva relación es de 24, 31 y 36 respectivamente. Si $m - n = 21$, ¿cuántos soles tendría Calixto?

A) 145 B) 120 C) 180 D) 155 E) 195

Solución:

Sean A, B, C el número de soles que poseen Alejandro, Bernardo y Calixto, respectivamente.

Por dato

$$\frac{A}{12} = \frac{B}{8} = \frac{C}{15} = k \rightarrow A = 12k, \quad B = 8k, \quad C = 15k \dots (1)$$

Al dar m soles A a B y luego C al dar n soles a B, tendrían $A - m$, $B + m + n$, $C - n$

Pero por dato

$$\frac{A - m}{24} = \frac{B + m + n}{31} = \frac{C - n}{36}$$

Por (1)

$$\frac{12k - m}{24} = \frac{8k + m + n}{31} = \frac{15k - n}{36} = \frac{12k - m + 8k + m + n + 15k - n}{24 + 31 + 36} = \frac{5k}{13}$$

Luego

$$\frac{12k - m}{24} = \frac{5k}{13} \rightarrow m = \frac{36}{13}k; \quad \frac{15k - n}{36} = \frac{5k}{13} \rightarrow n = \frac{15}{13}k$$

Y como por dato se tiene:

$$m - n = 21 \rightarrow \frac{36}{13}k - \frac{15}{13}k = 21 \rightarrow k = 13, n = 15, C = 15(13) = 195$$

Rpta.: E

10. Respecto a la cantidad pantalones, camisas y polos vendidos por un comerciante, cierto día se observó que, por cada 23 pantalones vendidos, se vendieron 14 camisas y por cada 5 camisas vendidas, se vendieron 7 polos. Si la cantidad de polos vendidos aquel día excede en 56 a la cantidad de camisas vendidas, ¿cuántos pantalones más que polos se vendieron ese día?

A) 30 B) 28 C) 48 D) 34 E) 42

Solución:

a, b, c # de pantalones, camisas y polos vendidos en el día

Por dato

$$\frac{a}{b} = \frac{23}{14} \dots (1), \quad \frac{b}{c} = \frac{5}{7} \dots (2), \quad c - b = 56 \dots (3)$$

$$\rightarrow \frac{a}{b} = \frac{23 \times 5}{14 \times 5} = \frac{115}{70}, \quad \frac{b}{c} = \frac{5 \times 14}{7 \times 14} = \frac{70}{98} \rightarrow \frac{a}{115} = \frac{b}{70} = \frac{c}{98}$$

por propiedad

$$\frac{a - c}{115 - 98} = \frac{c - b}{98 - 70} \rightarrow \frac{a - c}{17} = \frac{56}{28} \rightarrow a - c = 34$$

Rpta.: D

Geometría

EJERCICIOS DE CLASE

1. En la figura, se quiere reservar una zona en forma cuadrada BDEF para la construcción de una casa. Si $AE = 10$ m y $CE = 20$ m, halle el área de la región cuadrada.

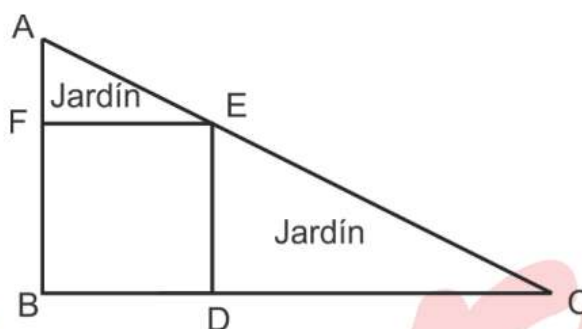
A) 80 m^2

B) 70 m^2

C) 90 m^2

D) 110 m^2

E) 70 m^2



Solución:

- Teorema Tales: $\frac{AF}{FB} = \frac{AE}{EC} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow AF = k \text{ y } FB = 2k$$

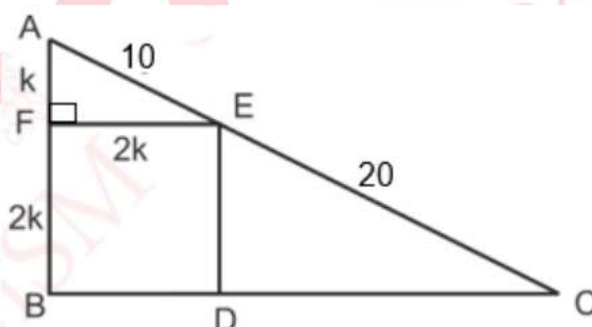
- $\triangle AFE$: teorema de Pitágoras

$$k^2 + 4k^2 = 10^2$$

$$\Rightarrow k = 2\sqrt{5} \Rightarrow 2k = 4\sqrt{5}$$

- $A_{BFED} = (4\sqrt{5})^2 = 80$

$$\therefore A_{BFED} = 80 \text{ m}^2$$



Rpta.: A

2. En la figura, MNPQ es un rectángulo, NP = 6 cm, ST = 4 cm y $m\angle SNQ = m\angle SQN$. Halle el área de la región sombreada.

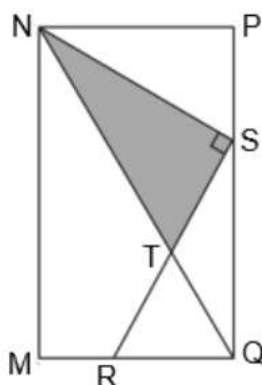
A) $6\sqrt{3} \text{ cm}^2$

B) $10\sqrt{3} \text{ cm}^2$

C) $8\sqrt{3} \text{ cm}^2$

D) $5\sqrt{3} \text{ cm}^2$

E) $7\sqrt{3} \text{ cm}^2$

**Solución:**

- Se traza $\overline{EF} \parallel \overline{MQ}$.

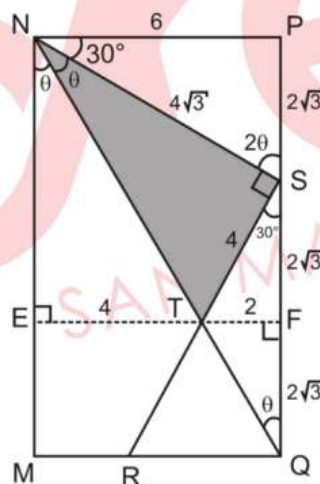
$$\Rightarrow ST = ET = 4$$

- De la figura:

$$2\theta = 60^\circ \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

- $A_{\text{sombreada}} = \frac{4 \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$

$$\therefore A_{\text{sombreada}} = 8\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

**Rpta.: C**

3. En la figura, se muestra un terreno, representado por el paralelogramo ABCD, dividido en cuatro parcelas, de modo que el área de la parcela triangular MNC es 60 m^2 , $BM = MC$ y $DN = 2NC$. Si para abonar 100 m^2 se requiere 10 kg de abono, ¿cuántos kilogramos de abono de este tipo se necesita para abonar la parcela triangular ABD?

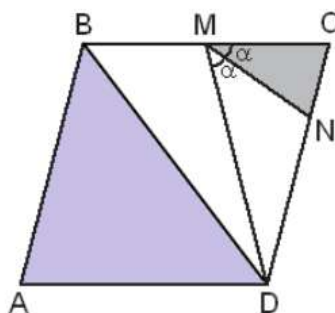
A) 36 kg

B) 26 kg

C) 36,5 kg

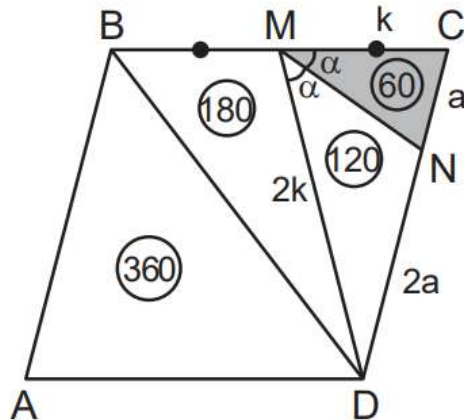
D) 37 kg

E) 37,5 kg



Solución:

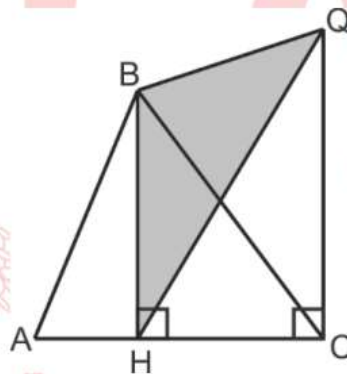
- $\triangle DMC$: teorema de la Bisectriz
 $\Rightarrow CN = a$ y $ND = 2a$
- $\triangle DMC$: teorema
 $\Rightarrow A_{DMN} = 120$ y $A_{DMB} = 180$
- $ABCD$: teorema
 $\Rightarrow A_{ABD} = A_{BDC} = 360$
- $100 \text{ m}^2 \rightarrow 10 \text{ kg}$
 $360 \text{ m}^2 \rightarrow 36 \text{ kg}$
 $\therefore$ Se necesita 36 kg .



Rpta.: A

4. En la figura, $AB = 13$ m, $BC = 15$ m y $AC = 14$ m. Halle el área de la región triangular HBQ.

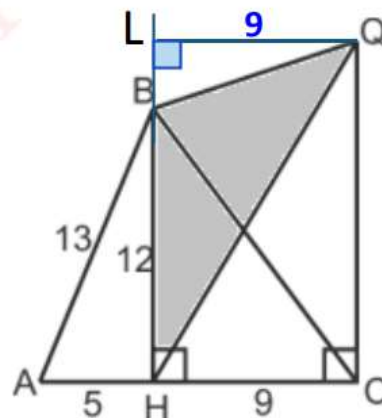
- A) 54 m^2
B) 60 m^2
C) 48 m^2
D) 36 m^2
E) 42 m^2



Solución:

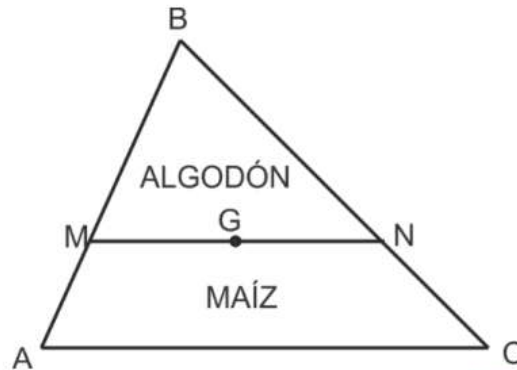
- Por teorema de Heron

$$BH = \frac{2}{14} \sqrt{21 \times 6 \times 7 \times 8} = 12$$
 - $\triangle BHA$: teorema de Pitágoras
 $AH = 5 \Rightarrow HC = 9$
 - $A_{BHQ} = \frac{12 \times 9}{2} = 54$
- $\therefore A_{BHQ} = 54 \text{ m}^2$



Rpta.: A

5. En la figura, ABC representa un terreno de cultivo y G su baricentro, para optimizar la producción se recomienda dividirlo en dos parcelas por el lindero $\overline{MN}$. Si $\overline{MN} \parallel \overline{AC}$ y el área de la parcela MBN donde se sembrará algodón es 120 m^2 , halle el área de la parcela AMNC donde se sembrará maíz.

A) 210 m^2 B) 270 m^2 C) 120 m^2 D) 150 m^2 E) 200 m^2 **Solución:**

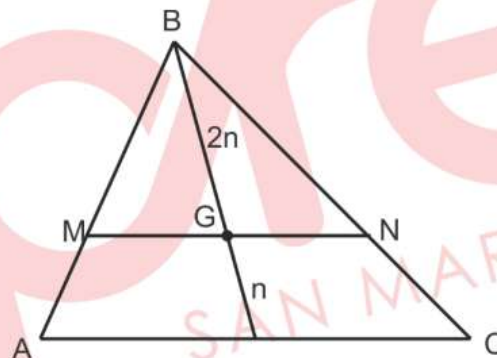
$$\bullet \Delta MBN \sim \Delta ABC$$

$$\Rightarrow \frac{A_{MBN}}{2^2} = \frac{A_{ABC}}{3^2}$$

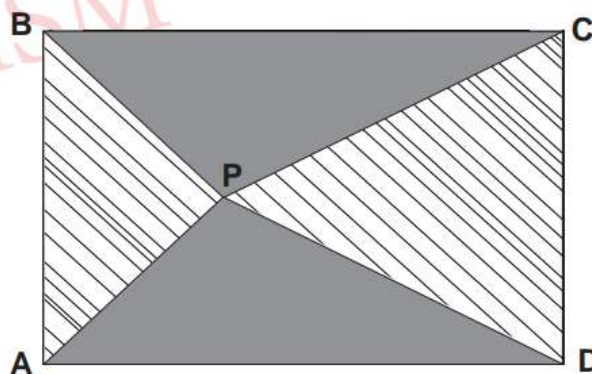
$$\Rightarrow A_{ABC} = 270$$

$$\bullet A_{AMNC} = 270 - 120 = 150$$

$$\therefore A_{AMNC} = 150 \text{ m}^2$$

**Rpta.: D**

6. En la figura, ABCD es un rectángulo, $BP = PA$ y $PC = PD$. Si las áreas de las regiones triangulares APB y CPD son 20 m^2 y 48 m^2 , respectivamente, halle el área de la región triangular BPC.

A) 28 m^2 B) 34 m^2 C) 32 m^2 D) 36 m^2 E) 30 m^2 

Solución:

- Dato: $A_{APB} + A_{CPD} = 68$

$$\Rightarrow \frac{2b \cdot m}{2} + \frac{2b \cdot n}{2} = 68$$

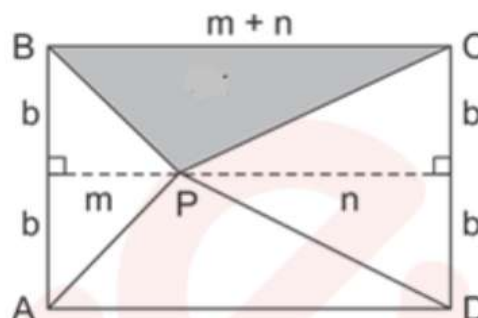
$$\Rightarrow b(m+n) = 68 \dots (1)$$

- $A_{BPC} = \frac{b(m+n)}{2} \dots (2)$

- (1) en (2):

$$A_{BPC} = 34$$

$$\therefore A_{BPC} = 34 \text{ m}^2$$

**Rpta.: B**

7. Un panel publicitario que tiene la forma de un sobre de carta está dividido en dos partes por la línea discontinua $\overline{CB}$, tal como se muestra en la figura. Si $3CE = 4FB = 12 \text{ m}$ y $ABCD$ es un cuadrado, halle el área de la región triangular DFE .

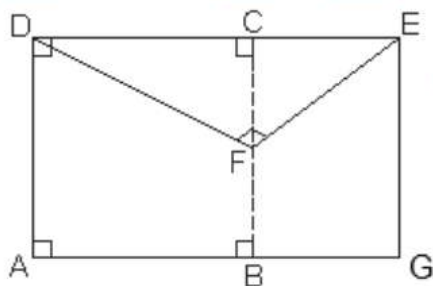
A) 39 m^2

B) 48 m^2

C) 40 m^2

D) 36 m^2

E) 38 m^2

**Solución:**

- Sea $DC = x$

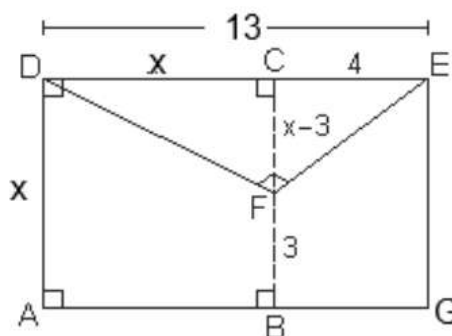
- $\triangle DFE$: relaciones métricas

$$(x-3)^2 = 4 \cdot x$$

$$\Rightarrow x = 9$$

- $A_{DFE} = \frac{13 \cdot 6}{2} = 39$

$$\therefore A_{DFE} = 39 \text{ m}^2$$

**Rpta.: A**

8. La siguiente figura muestra dos cuadrados de lado 4 cm, donde AEFG se ha obtenido a partir de ABCD, al girar este cuadrado 45° sobre el vértice A en sentido antihorario. Halle el área de la región sombreada.

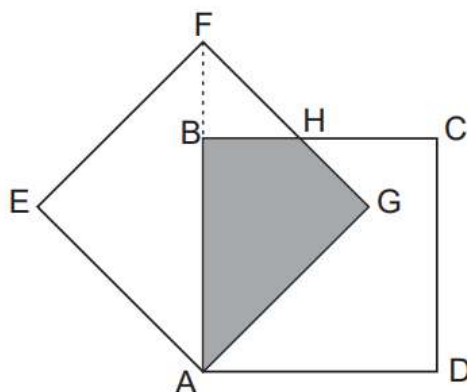
A) $16(\sqrt{2}+1) \text{ cm}^2$

B) $8(\sqrt{2}-1) \text{ cm}^2$

C) $16(\sqrt{2}-1) \text{ cm}^2$

D) $16(2-\sqrt{2}) \text{ cm}^2$

E) $8(2\sqrt{2}-1) \text{ cm}^2$

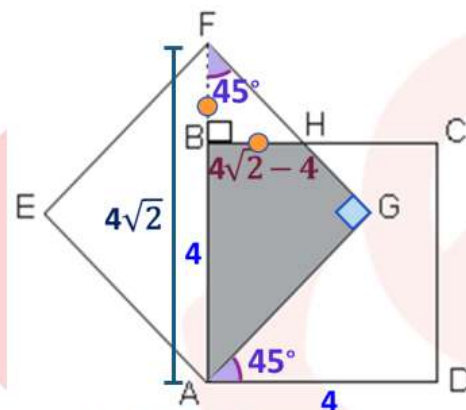
**Solución:**

$$\bullet \quad A_{\text{SOMBREADA}} = \text{Área}(\triangle AGF) - \text{Área}(\triangle FBH)$$

$$\Rightarrow A_{\text{SOMBREADA}} = 4(4)/2 - (4\sqrt{2}-4)(4\sqrt{2}-4)/2$$

$$\Rightarrow A_{\text{SOMBREADA}} = 8 - 8(3-2\sqrt{2}) = 8 - 24 + 16\sqrt{2}$$

$$\therefore A_{\text{SOMBREADA}} = 16(\sqrt{2}-1) \text{ cm}^2$$

**Rpta.: C**

9. Un agricultor tiene un terreno de forma de una región triangular ABC; fija cuatro estacas en M, N, P y Q para cercar la región sombreada. Si $\overline{MN} \parallel \overline{PQ}$, $MB = 2AM$ y $BP = 3PC$, además, se sabe que las áreas de las regiones triangulares AMN y CPQ son 30 m^2 y 40 m^2 , respectivamente, halle el área del terreno triangular ABC.

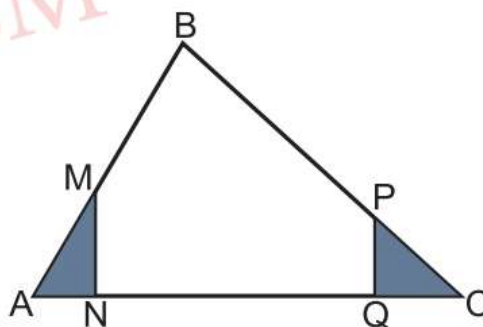
A) 910 m^2

B) 920 m^2

C) 930 m^2

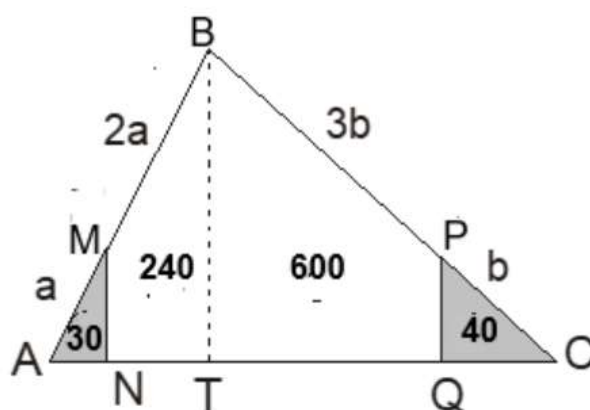
D) 940 m^2

E) 900 m^2



Solución:

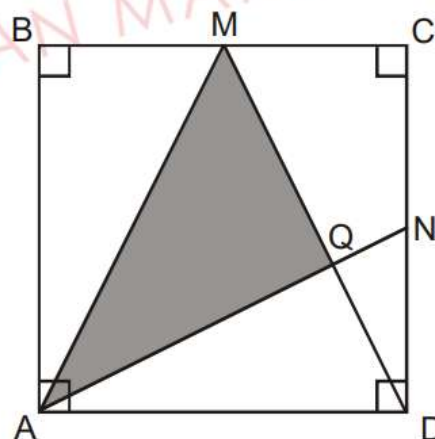
- Dato: $MB = 2AM$
 $\Rightarrow AM = a$ y $MB = 2a$
- Dato: $BP = 3PC$
 $\Rightarrow PC = b$ y $BP = 3b$
- Se traza $\overline{BT} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{PQ}$
- $\triangle AMN \sim \triangle ABT$
 $\Rightarrow \frac{A_{AMN}}{a^2} = \frac{A_{ABT}}{(3a)^2} \Rightarrow A_{ABT} = 370$
- $\triangle PQC \sim \triangle BTC$
 $\Rightarrow \frac{A_{PQC}}{b^2} = \frac{A_{BTC}}{(4b)^2} \Rightarrow A_{BTC} = 640$
- $A_{\triangle ABC} = 270 + 640 = 910 \text{ m}^2$
 $\therefore A_{ABC} = 910 \text{ m}^2$



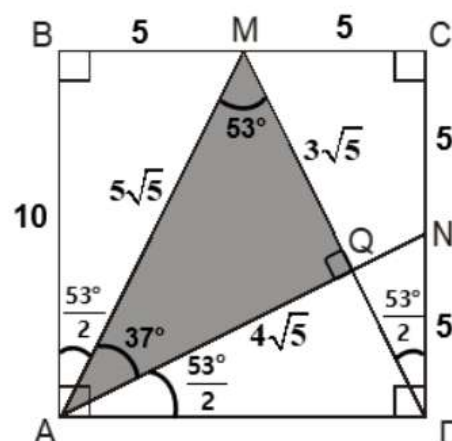
Rpta.: A

10. En la figura, ABCD es un cuadrado; M y N son puntos medios de $\overline{BC}$ y $\overline{CD}$ respectivamente. Si $AB = 10 \text{ cm}$, halle el área de la región sombreada.

- A) 30 cm^2
 B) 35 cm^2
 C) 25 cm^2
 D) 40 cm^2
 E) 36 cm^2

**Solución:**

- $\triangle ABM$ y $\triangle MCD$ notables de $\left(\frac{53^\circ}{2}\right)$
 $\Rightarrow m\angle AMD = 53^\circ$
- $\triangle ABM$: notable de $\left(\frac{53^\circ}{2}\right)$
 $\Rightarrow AM = 5\sqrt{5}$



- $\triangle AQM$: notable 37° y 53°
 $\Rightarrow AQ = 4\sqrt{5}$ y $MQ = 3\sqrt{5}$
- $A_{\text{SOMBREADA}} = \frac{4\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{5}}{2} = 30$
 $\therefore A_{\text{SOMBREADA}} = 30 \text{ cm}^2$

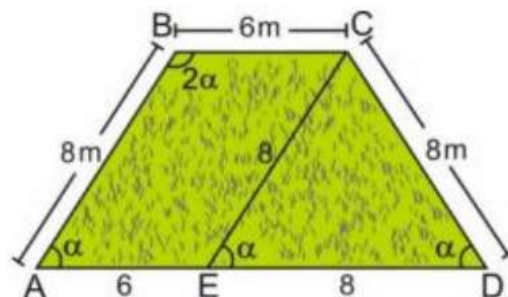
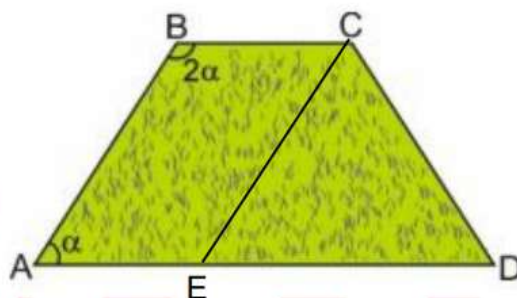
Rpta.: A

11. La figura muestra el proyecto de un terreno para un huerto ecológico en forma de trapecio isósceles $ABCD$ dividido en dos parcelas dividido por el lindero $\overline{CE}$, donde $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ y $\overline{CE} \parallel \overline{AB}$. Si los lados $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ miden 8 m y 6 m, respectivamente, halle el área de la región triangular ECD .

- A) $16\sqrt{3} \text{ m}^2$
 B) $8\sqrt{3} \text{ m}^2$
 C) $12\sqrt{3} \text{ m}^2$
 D) $15\sqrt{3} \text{ m}^2$
 E) $18\sqrt{3} \text{ m}^2$

Solución:

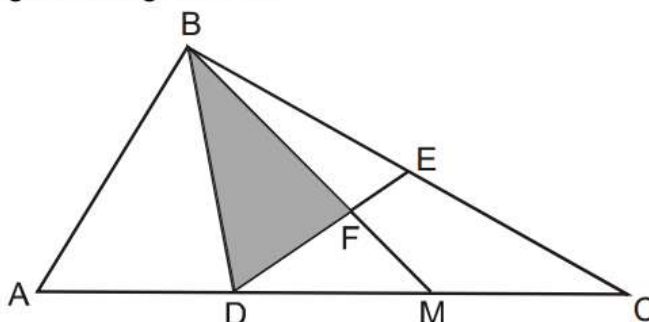
- $ABCD$: trapecio isósceles
 $\Rightarrow AB = DC = 8$ y $3\alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ$
 $\Rightarrow ABCE$ es romboide
 $\Rightarrow AE = 6$ y $EC = 8$
- $\triangle ECD$: equilátero $\Rightarrow ED = 8$
- $A_{ECD} = \frac{8^2 \sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3}$
 $\therefore A_{ECD} = 16\sqrt{3} \text{ m}^2$



Rpta.: A

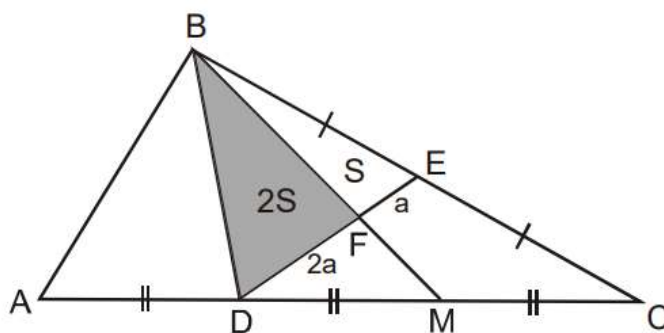
12. En la figura, $AD = DM = MC$ y $BE = EC$. Si el área de la región triangular ABC es 90 m^2 , halle el área de la región triangular DBF .

- A) 20 m^2
 B) 10 m^2
 C) 15 m^2
 D) 25 m^2
 E) 18 m^2



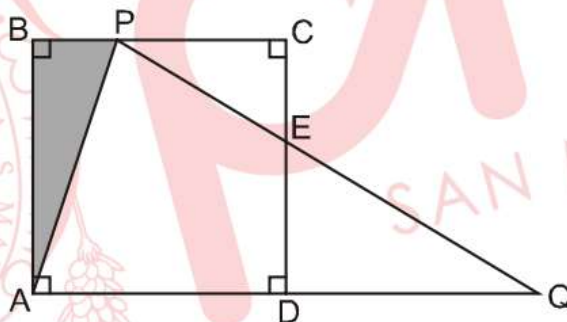
Solución:

- $A_{ABD} = A_{DBM} = A_{MBC} = 30$
- $\triangle BDC$: F es baricentro
 $\Rightarrow FE = a$ y $DF = 2a$
- Sea $A_{BFE} = S \Rightarrow A_{BDF} = 2S$
- $A_{BDE} = 3S = 30 \Rightarrow S = 10$
 $\Rightarrow 2S = 20$
 $\therefore A_{BDF} = 20 \text{ m}^2$

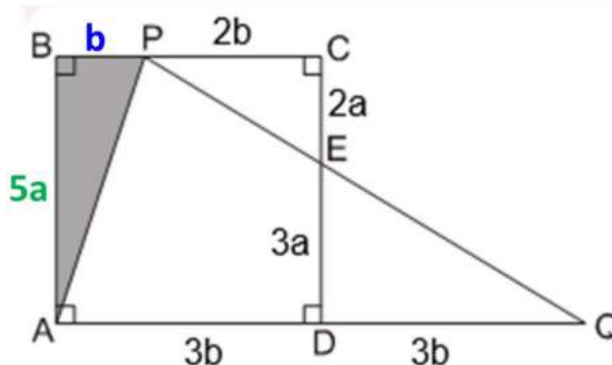
**Rpta.: A**

13. En la figura, las áreas de las regiones triangulares PCE y QDE son 4 m^2 y 9 m^2 respectivamente. Si $AD = DQ$, halle el área de la región sombreada.

- A) 3 m^2
 B) 6 m^2
 C) 7 m^2
 D) 4 m^2
 E) 5 m^2

**Solución:**

- $\triangle PCE \sim \triangle EDQ$
 $\Rightarrow CE = 2a$, $ED = 3a$;
 $PC = 2b$ y $DQ = 3b$
- Dato: $AD = DQ$
 $\Rightarrow AD = DQ = 3b$
 $\Rightarrow BP = b$ y $AB = 5a$
- $A_{PEC} = \frac{2a \cdot 2b}{2} = 4 \Rightarrow ab = 2$
- $A_{ABP} = \frac{5ab}{2} = \frac{5(2)}{2} = 5$
 $\therefore A_{ABP} = 5 \text{ m}^2$

**Rpta.: E**

14. En la figura, ABCD es un trapecio rectángulo, $AB = 12$ m, $AF = ED = 2$ m y $AE = 8$ m. Halle el área de la región sombreada.

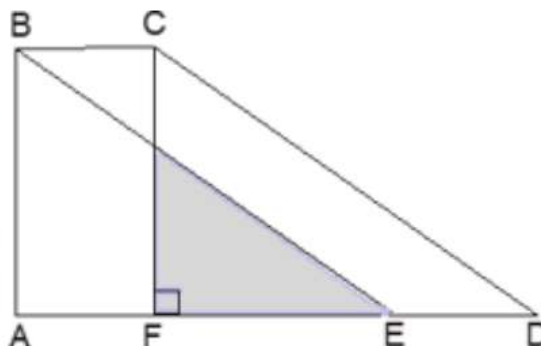
A) 25 m^2

B) 27 m^2

C) 26 m^2

D) 24 m^2

E) 28 m^2

**Solución:**

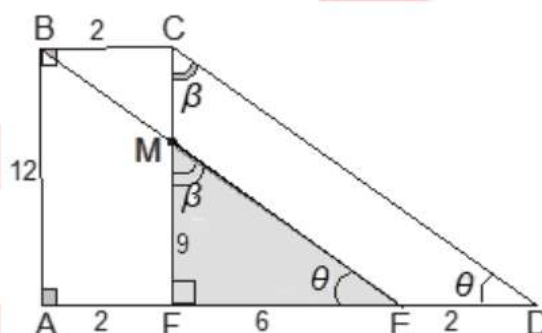
- $BC = AF = ED = 2$ y $CF = BA = 12$

- $\triangle MFE \sim \triangle CFD$ (AA)

$$\frac{MF}{12} = \frac{6}{8} \Rightarrow MF = 9$$

- $A_{MFE} = \frac{6 \times 9}{2} = 27$

$$\therefore A_{MFE} = 27 \text{ m}^2$$



Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En la figura, $AB = 5$ m, $BC = 12$ m, $BP = PQ$ y $3AQ = 2QC$. Halle el área de la región sombreada.

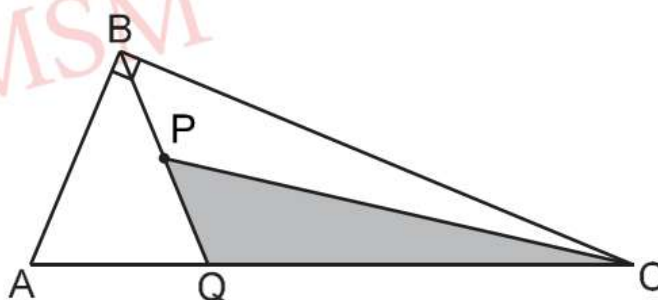
A) 12 m^2

B) 10 m^2

C) 8 m^2

D) 11 m^2

E) 9 m^2

**Solución:**

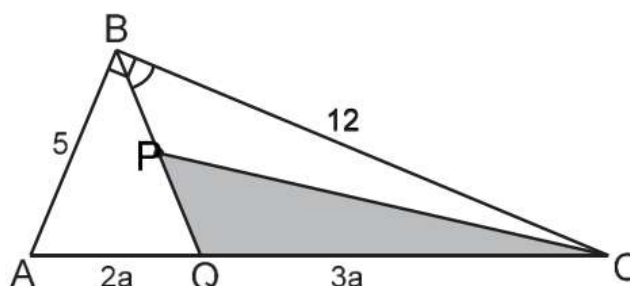
- $A_{ABC} = \frac{5 \cdot 12}{2} = 30$

- Dato: $3AQ = 2QC$.

$$\Rightarrow AQ = 2a \text{ y } QC = 3a$$

$$\Rightarrow A_{ABQ} = 4S \Rightarrow A_{BQC} = 6S$$

$$\Rightarrow 10S = 30 \Rightarrow S = 3$$



- Dato: $BP = PQ$
 $\Rightarrow A_{PQC} = A_{BPC} = 3S = 9$
 $\therefore A_{PQC} = 9m^2$

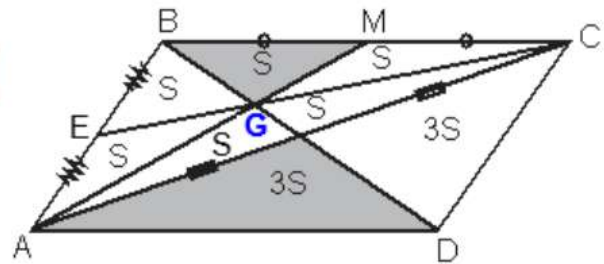
Rpta.: E

2. En la figura, ABCD representa un terreno agrícola que tiene la forma de un paralelogramo cuya área es $24\,000\,m^2$. Si en las parcelas sombreadas se quiere sembrar espárragos y M es punto medio de $\overline{BC}$, halle el área total de las regiones a sembrar espárragos.

- A) $9000\,m^2$
 B) $6000\,m^2$
 C) $5000\,m^2$
 D) $7000\,m^2$
 E) $8000\,m^2$

Solución:

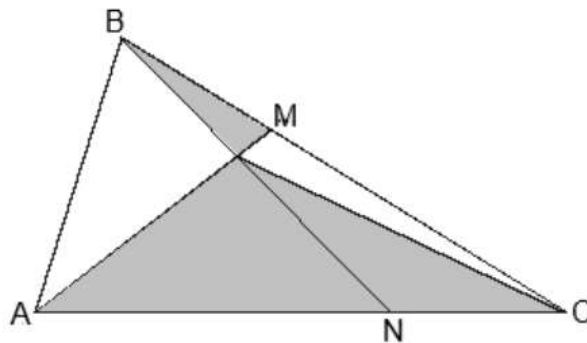
- $A_{ABC} = A_{ACD} = 12\,000\,m^2$
- Trazar $\overline{CE}$:
 $\Rightarrow A_{ABC} = 6S = 12\,000 \Rightarrow S = 2\,000$
- Área a sembrar = $S + 3S = 4S$
 $\Rightarrow 4S = 8\,000$
 $\therefore$ Área a sembrar espárragos es $8000\,m^2$.



Rpta.: E

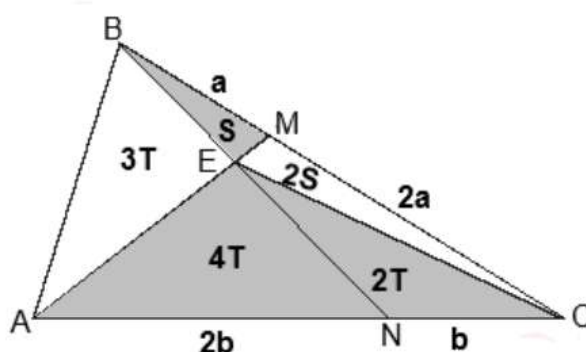
3. En la figura, el área de la región triangular ABC es $84\,m^2$. Si $MC = 2BM$ y $AN = 2NC$, halle la suma de las áreas de las regiones sombreadas.

- A) $40\,m^2$
 B) $56\,m^2$
 C) $58\,m^2$
 D) $60\,m^2$
 E) $52\,m^2$



Solución:

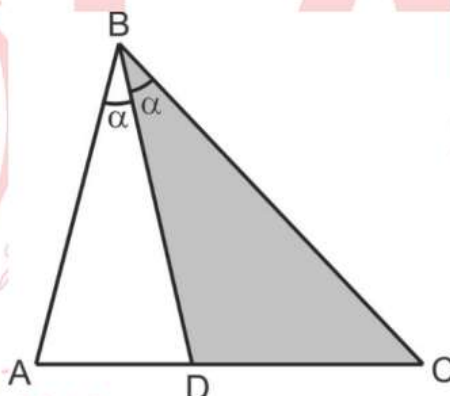
- Dato: $MC = 2BM \Rightarrow BM = a$ y $MC = 2a$
 $\Rightarrow A_{BEM} = S$ y $A_{EMC} = 2S$
- Dato: $AN = 2NC \Rightarrow NC = b$ y $AN = 2b$
 $\Rightarrow A_{ENC} = 2T$ y $A_{EAN} = 4T$
- Dato: $MC = 2BM \Rightarrow A_{ABE} = 3T$
- Del gráfico: $7T = 2(3S + 2T)$
 $\Rightarrow 6S = 3T \Rightarrow T = 2S$
- $21S = 84 \Rightarrow S = 4 \Rightarrow 13S = 52$
 $\therefore$ Área de la región sombreada es 52 m^2 .



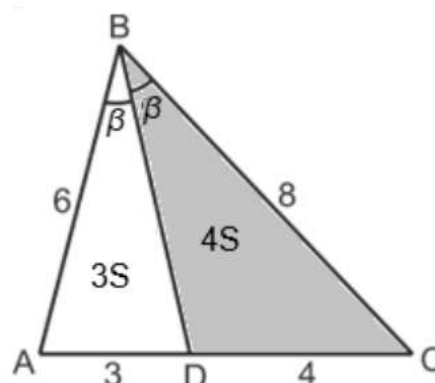
Rpta.: E

4. En la figura, $AB = 6 \text{ m}$, $BC = 8 \text{ m}$ y $AC = 7 \text{ m}$. Halle el área de la región triangular BDC.

- A) $3\sqrt{15} \text{ m}^2$
 B) $4\sqrt{15} \text{ m}^2$
 C) $3\sqrt{3} \text{ m}^2$
 D) $6\sqrt{3} \text{ m}^2$
 E) $8\sqrt{15} \text{ m}^2$

**Solución:**

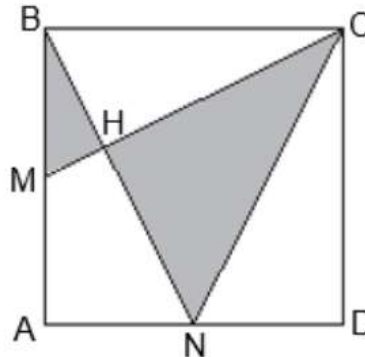
- Dato: BD bisectriz
 $\Rightarrow AD = 3$ y $CD = 4$
 $\Rightarrow A_{ABD} = 3S$ y $A_{BDC} = 4S$
- $p = \frac{6+8+7}{2} = \frac{21}{2}$
 $\Rightarrow A_{ABC} = \sqrt{\frac{21}{2} \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{7}{2}} = \frac{21\sqrt{15}}{4}$
 $\Rightarrow 7S = \frac{21\sqrt{15}}{4} \Rightarrow S = \frac{3}{4}\sqrt{15} \Rightarrow 4S = 3\sqrt{15}$
 $\therefore A_{BDC} = 3\sqrt{15} \text{ m}^2$



Rpta.: A

5. Un agricultor tiene un terreno de forma cuadrada ABCD; fija cinco estacas en M, B, C, H y N para cercar la región sombreada. Si $AM = MB$, $AN = ND$ y la longitud del lindero AB mide $40\sqrt{5}$ m, halle la suma de las áreas de las regiones sombreadas.

- A) 600 m^2
 B) 800 m^2
 C) 700 m^2
 D) 500 m^2
 E) 900 m^2



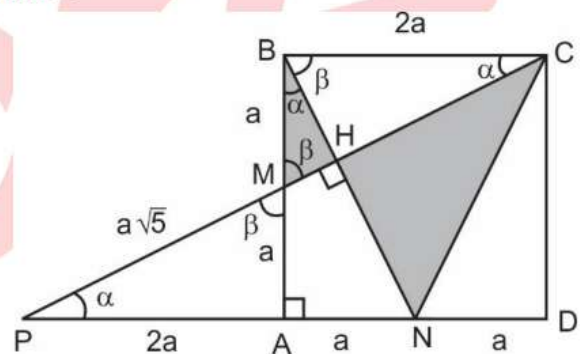
Solución:

- Prolongando $\overline{CM}$ y $\overline{DA}$ hasta la intersección P.

- Se tiene las semejanzas:
 $\triangle PAM \sim \triangle MHB \sim \triangle BHC$.

$$\Rightarrow \begin{cases} BH = \frac{2a}{\sqrt{5}}, MH = \frac{a}{\sqrt{5}} \\ HC = \frac{4a}{\sqrt{5}}, HN = \frac{3a}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

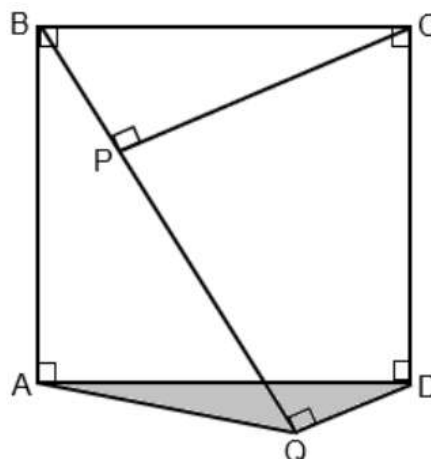
- $A_{\text{SOMBREADA}} = \frac{MH \times BH}{2} + \frac{HN \times HC}{2} = \frac{7}{5}a^2 = \frac{7}{5}(10\sqrt{5})^2 = 700$
 $\therefore A_{\text{SOMBREADA}} = 700 \text{ m}^2$



Rpta.: C

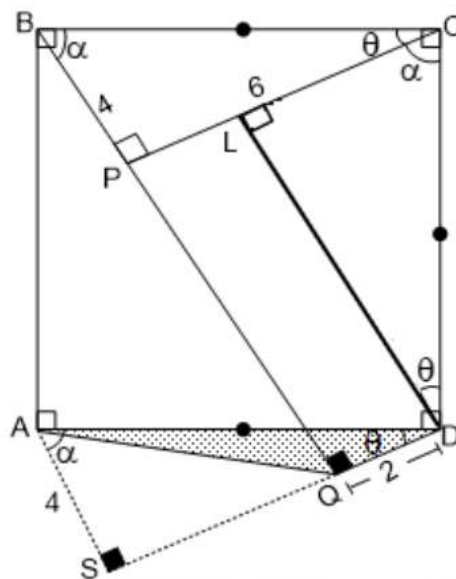
6. En la figura, ABCD es un cuadrado, $BP = 4 \text{ cm}$ y $PC = 6 \text{ cm}$. Halle el área de la región triangular AQD.

- A) 4 cm^2
 B) 2 cm^2
 C) 5 cm^2
 D) 3 cm^2
 E) 6 cm^2



Solución:

- Trazar $\overline{DL} \perp \overline{CP}$:
 $\Rightarrow \triangle BPC \cong \triangle CLD$
 $\Rightarrow BP = CL = 4 \Rightarrow DQ = 2$
- Trazar $\overline{AS} \perp \overline{DS}$,
 S en la prolongación de $\overline{DQ}$
 $\Rightarrow \triangle BPC \cong \triangle ASD$
 $\Rightarrow AS = 4$
- $A_{AQD} = \frac{2 \cdot 4}{2} = 4$
 $\therefore A_{AQD} = 4 \text{ cm}^2$



Rpta.: A

Álgebra

EJERCICIOS DE CLASE

1. En una tienda de celulares se encuentran trabajando " $(R - 4)$ " vendedores y " $(T + 2)$ " vigilantes, siendo R y T el número de factores y el número de factores primos en $\mathbb{Z}[x, y]$, respectivamente, del polinomio $p(x, y) = x^5 + 7x^4y - 8x^3y^2 - x^2y^3 - 7xy^4 + 8y^5$. Determine cuántos trabajadores hay en la tienda de celulares.

A) 20 B) 19 C) 14 D) 16 E) 12

Solución:

$$p(x; y) = x^5 + 7x^4y - 8x^3y^2 - x^2y^3 - 7xy^4 + 8y^5$$

$$p(x; y) = x^5 - x^2y^3 + 7x^4y - 7xy^4 - 8x^3y^2 + 8y^5$$

$$p(x; y) = x^2(x^3 - y^3) + 7xy(x^3 - y^3) - 8y^2(x^3 - y^3)$$

$$p(x; y) = (x^3 - y^3)(x^2 + 7xy - 8y^2)$$

$$p(x; y) = (x - y)(x^2 + xy + y^2)(x + 8y)(x - y)$$

$$p(x; y) = (x - y)^2(x^2 + xy + y^2)(x + 8y)$$

Luego, el número de factores primos es: $3 \Rightarrow T = 3$

El número de factores: $(2 + 1)(1 + 1)(1 + 1) - 1 = 11 \Rightarrow R = 11$

$\therefore$ En la tienda hay: $(R - 4) + (T + 2) = 7 + 5 = 12$ trabajadores.

Rpta.: E

2. Determine la suma de los factores primos lineales del polinomio

$$p(a) = 4a^8 - 5a^4 + 1 \text{ en } \mathbb{R}[a].$$

- A) $2a(1 + \sqrt{2})$ B) $2a$ C) $4a(1 - \sqrt{2})$
 D) $4a(1 + \sqrt{2})$ E) $4a$

Solución:

$$p(a) = 4a^8 - 5a^4 + 1$$

$$p(a) = 4a^8 - 4a^4 + 1 - a^4$$

$$p(a) = (2a^4 - 1)^2 - (a^2)^2$$

$$p(a) = (2a^4 - a^2 - 1)(2a^4 + a^2 - 1)$$

Por aspa simple

$$p(a) = (2a^2 + 1)(a^2 - 1)(2a^2 - 1)(a^2 + 1)$$

$$\rightarrow p(a) = (2a^2 + 1)(a + 1)(a - 1)(\sqrt{2}a + 1)(\sqrt{2}a - 1)(a^2 + 1) \text{ en } \mathbb{R}[a].$$

Luego, los factores primos lineales son: $a + 1$, $a - 1$, $\sqrt{2}a + 1$ y $\sqrt{2}a - 1$

$\therefore$ La suma de los factores primos lineales es: $2a + 2\sqrt{2}a = 2a(1 + \sqrt{2})$

Rpta.: A

3. La suma de coeficientes de los factores primos obtenidos al factorizar

$$p(x, y) = 12x^2 + 17xy - 5y^2 + 10x + 9y + 2 \text{ en } \mathbb{Z}[x, y]$$

representan las longitudes, en cm, de la base de una caja de forma de un paralelepípedo rectangular recto. Halle el volumen de la caja, sabiendo que la altura es la diferencia de las dimensiones de su base.

- A) 162 cm^3 B) 180 cm^3 C) 126 cm^3 D) 72 cm^3 E) 120 cm^3

Solución:

Factorizando por Aspa Doble

$$p(x, y) = 12x^2 + 17xy - 5y^2 + 10x + 9y + 2$$

$$\text{Luego, } p(x, y) = (4x - y + 2)(3x + 5y + 1)$$

Factores primos: $\frac{4x - y + 2}{\sum \text{coef}=5}$ y $\frac{3x + 5y + 1}{\sum \text{coef}=9}$

Por tanto, las dimensiones de la base de la caja son 5 cm y 9 cm

Y la altura de la caja es 4 cm

$\therefore$ El volumen de la caja es $5(9)(4) = 180 \text{ cm}^3$.

Rpta.: B

4. Si las edades de Alejandro y de su único hijo están representadas por los factores primos en $\mathbb{Z}[x]$ de la expresión polinómica $p(x) = 3x^4 - 5x^3 + 21x^2 - 4x + 30$ donde $x \in \mathbb{Z}^+$ y $x > 1$, determine la edad actual de Alejandro, sabiendo que se hizo padre a los 26 años.

A) 33 años B) 41 años C) 39 años D) 45 años E) 35 años

Solución:

$p(x) = 3x^4 - 5x^3 + 21x^2 - 4x + 30$
 $\downarrow$
 $3x^2 \rightarrow 5 \rightarrow 5x^2$
 $x^2 \rightarrow 6 \rightarrow 6x^2$
 $\frac{5x^2}{6x^2} = \frac{5}{6}$
 $\frac{18x^2}{23x^2}$
 Falta: $21x^2 - 23x^2 = -2x^2$
 $p(x) = 3x^4 - 5x^3 + 21x^2 - 4x + 30$
 $\downarrow$
 $3x^2 \rightarrow -2x^2 \rightarrow x$
 $x^2 \rightarrow -2x \rightarrow 5$
 $\frac{x}{-2x} = -\frac{1}{2}$
 $\frac{5}{-2x} = -\frac{5}{2x}$
 $p(x) = (3x^2 + x + 5)(x^2 - 2x + 6)$
 Luego, $|3x^2 + x + 5 - (x^2 - 2x + 6)| = 26$
 $\rightarrow 2x^2 + 3x - 1 = 26 \quad \vee \quad 2x^2 + 3x - 1 = -26$
 $\rightarrow 2x^2 + 3x - 27 = 0 \quad \vee \quad \frac{2x^2 + 3x + 25}{\Delta < 0} = 0$
 Trinomio positivo
 $\rightarrow (2x + 9)(x - 3) = 0 \quad \wedge \quad x > 1 \Rightarrow x = 3$
 $\therefore$ La edad del Alejandro es: $3(3)^2 + 3 + 5 = 35$ años.

Rpta.: E

5. Paola tiene «m» meses estudiando el idioma portugués; determine cuánto tiempo le falta para culminar, si el curso dura 1 año; además «m» es el mayor término independiente de los factores primos del polinomio $p(x) = x^4 + x^3 - 19x^2 - 49x - 30$ en $\mathbb{Z}[x]$.

A) 8 meses B) 4 meses C) 9 meses D) 5 meses E) 7 meses

Solución

Factorizando por el método de divisores binómicos

$$p(x) = x^4 + x^3 - 19x^2 - 49x - 30$$

Como $p(x)$ es un polinomio mónico, entonces las posibles raíces racionales son los divisores del término independiente 30, es decir:

$$\text{P.R.: } \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 5, \pm 6, \pm 10, \pm 15, \pm 30\}.$$

Utilizando el método de división por Ruffini, para hallar las raíces.

	1	1	-19	-49	-30
-1	↓	-1	0	19	30
	1	0	-19	-30	0
-2	↓	-2	4	30	
	1	-2	-15	0	

$$\text{Luego, } p(x) = (x + 1)(x + 2)(x^2 - 2x - 15)$$

$$\rightarrow p(x) = (x + 1)(x + 2)(x + 3)(x - 5)$$

$$\text{Mayor término independiente: } 3 \rightarrow m = 3$$

$\therefore$ Le falta 9 meses para culminar el idioma portugués.

Rpta.: C

6. Diana y Milagros compraron abrigos a 90 soles la unidad, para la temporada de invierno; si Diana pagó en total $(x^3 + x^2 - 10x + 8)$ soles y Milagros pagó $(2x^2 - 6x + 4)$ soles menos que Diana por los abrigos que adquirieron, determine cuántos abrigos pudieron comprar juntas si el precio del abrigo fue el mayor posible con $x \in \mathbb{Z}$ y $x > 2$.

A) 24 B) 18 C) 21 D) 15 E) 28

Solución:

$$\text{Sea } p(x) = x^3 + x^2 - 10x + 81$$

Factorizando por el método de divisores binómicos, se tiene:

	1	1	-10	8
1		1	2	-8
	1	2	-8	0

$$p(x) = (x - 1)(x^2 + 2x - 8) \rightarrow p(x) = (x - 1)(x - 2)(x + 4)$$

$$\text{Milagros pagó: } x^3 + x^2 - 10x + 8 - (2x^2 - 6x + 4) = x^3 - x^2 - 4x + 4$$

Sea $q(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$. Factorizando tenemos:

$$q(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$$

$$q(x) = x^2(x - 1) - 4(x - 1)$$

$$q(x) = (x - 1)(x^2 - 4) \rightarrow q(x) = (x - 1)(x - 2)(x + 2)$$

Luego, el precio de cada abrigo es: $(x - 1)(x - 2) = 90$

$$\rightarrow x^2 - 3x + 2 = 90 \rightarrow x^2 - 3x - 88 = 0 \rightarrow (x - 11)(x + 8) = 0 \rightarrow x = 11$$

$\therefore$ Juntas compraron: $(x + 4) + (x + 2) = 2x + 6 = 2(11) + 6 = 28$ abrigos.

Rpta.: E

7. Jhony sufre un accidente que le provocó un corte en la pierna, por lo que el médico le receta dos pastillas para evitar la infección; una de las pastillas la debe tomar cada $(x^3 - 2x^2 - x + 2)$ horas; y la otra pastilla cada $(x^3 - x^2 - 2x)$ horas; siendo $x \in \mathbb{Z}$ y $x > 2$. Al iniciar el tratamiento toma ambas pastillas, de las cuales vuelven a coincidir al día siguiente y a la misma hora. Determine cada qué tiempo toma una de las pastillas.

A) 12 horas B) 6 horas C) 7 horas D) 5 horas E) 10 horas

Solución:

$$\text{Sea } p(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$$

$$\rightarrow p(x) = x^2(x - 2) - (x - 2)$$

$$\rightarrow p(x) = (x - 2)(x^2 - 1)$$

$$\rightarrow p(x) = (x - 2)(x + 1)(x - 1)$$

$$\text{Por otro lado, sea } q(x) = x^3 - x^2 - 2x$$

$$\rightarrow q(x) = x^3 - x^2 - 2x$$

$$\rightarrow q(x) = x(x^2 - x - 2)$$

$$\rightarrow q(x) = x(x - 2)(x + 1)$$

$$\text{Luego, } MCM[p(x), q(x)] = (x - 2)(x + 1)(x - 1)x$$

Como ambas pastillas vuelven a coincidir al día siguiente y a la misma hora.

$$\rightarrow (x - 2)(x - 1)x(x + 1) = 24 = (1)(2)(3)(4) \rightarrow x = 3$$

$$\rightarrow p(3) = (3 - 2)(3 + 1)(3 - 1) = 8 \quad \text{y} \quad q(3) = 3(3 - 2)(3 + 1) = 12$$

$\therefore$ Una de las pastillas la toma cada 8 horas, y la otra pastilla la toma cada 12 horas.

Rpta.: A

8. Determine el valor de $d(-4)$, siendo $d(x)$ el $MCD[p(x); q(x)]$ tal que:

$$p(x)q(x) = (x^3 + 8)^2(x^2 + 2x + 1) \text{ y } MCM[p(x), q(x)] = (x^2 - 2x + 4)^2 d(x).$$

A) 20 B) 15 C) 6 D) 12 E) 42

Solución:

$$\text{Factorizando: } p(x)q(x) = (x^3 + 8)^2(x^2 + 2x + 1)$$

$$p(x)q(x) = (x + 2)^2(x^2 - 2x + 4)^2(x + 1)^2$$

Por propiedad, se tiene que:

$$MCM[p(x); q(x)]MCD[p(x); q(x)] = p(x)q(x)$$

$$\rightarrow (x^2 - 2x + 4)^2 d(x) \cdot d(x) = (x + 2)^2(x^2 - 2x + 4)^2(x + 1)^2$$

$$\rightarrow [d(x)]^2 = (x + 2)^2(x + 1)^2 \rightarrow d(x) = (x + 2)(x + 1)$$

$$\therefore d(-4) = (-4 + 2)(-4 + 1) = 6$$

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Determine el valor de $q(5)$, siendo $q(x)$ el polinomio conformado por el producto de los factores primos lineales en $\mathbb{Z}[x]$ del polinomio

$$p(x) = (x + 2)(x + 3)(x - 4)(x - 5) - 60.$$

- A) 0 B) 12 C) 21 D) 32 E) 6

Solución:

$$p(x) = (x + 2)(x + 3)(x - 4)(x - 5) - 60$$

$$p(x) = (x + 2)(x - 4)(x + 3)(x - 5) - 60$$

$$p(x) = (x^2 - 2x - 8)(x^2 - 2x - 15) - 60$$

Hacemos que: $a = x^2 - 2x$, luego:

$$p(a) = (a - 8)(a - 15) - 60$$

$$p(a) = (a^2 - 23a + 120) - 60$$

$$p(a) = a^2 - 23a + 60$$

$$p(a) = (a - 20)(a - 3)$$

Volviendo a la variable inicial

$$p(x) = (x^2 - 2x - 20)(x^2 - 2x - 3) = (x^2 - 2x - 20)(x - 3)(x + 1)$$

Factores primos lineales: $x - 3$ y $x + 1$

$$\text{Luego, } q(x) = (x - 3)(x + 1)$$

$$\therefore q(5) = (5 - 3)(5 + 1) = 12$$

Rpta.: B

2. Rachel asiste al cine con sus « N » compañeros de clase, en donde el precio de cada entrada es « M » soles. Si Rachel decide pagar todas las entradas con su tarjeta de crédito, determine el monto total descontado de su tarjeta, sabiendo que « N » y « M » son respectivamente, el número de factores primos y número de factores en $\mathbb{Z}[x]$ del polinomio $p(x, y) = x^6 - 5x^5y - 6x^4y^2 - x^2y^4 + 5xy^5 + 6y^6$.

A) 120 soles B) 92 soles C) 115 soles D) 125 soles E) 84 soles

Solución:

$$p(x, y) = x^6 - 5x^5y - 6x^4y^2 - x^2y^4 + 5xy^5 + 6y^6$$

$$p(x, y) = x^6 - x^2y^4 - 5x^5y + 5xy^5 - 6x^4y^2 + 6y^6$$

$$p(x, y) = x^2(x^4 - y^4) - 5xy(x^4 - y^4) - 6y^2(x^4 - y^4)$$

$$p(x, y) = (x^4 - y^4)(x^2 - 5xy - 6y^2)$$

$$p(x, y) = (x^2 + y^2)(x^2 - y^2)(x - 6y)(x + y)$$

$$p(x, y) = (x^2 + y^2)(x + y)(x - y)(x - 6y)(x + y)$$

$$\rightarrow p(x, y) = (x^2 + y^2)(x + y)^2(x - y)(x - 6y)$$

Número de factores primos: 4 $\rightarrow N = 4$

Número de factores: $(1 + 1)(2 + 1)(1 + 1)(1 + 1) - 1 = 23 \rightarrow M = 23$

$\therefore$ Se descontó de la tarjeta: $(4 + 1)(23) = 115$ soles.

Rpta.: C

3. $F(x, y)$ es uno de los factores primos con mayor término independiente de $p(x, y) = 15x^2 + 14xy + 3y^2 + 51x + 25y + 42$ en $\mathbb{Z}[x, y]$

Determine la suma de coeficientes de $F(x, y)$.

A) 10 B) 9 C) 11 D) 7 E) 15

Solución:

Factorizando por Aspa Doble

$$p(x, y) = 15x^2 + 14xy + 3y^2 + 51x + 25y + 42$$

The diagram illustrates the Aspa Doble method. It shows the polynomial $15x^2 + 14xy + 3y^2 + 51x + 25y + 42$ with arrows indicating the grouping of terms to find the factors. The factors are $(3x + y + 6)$ and $(5x + 3y + 7)$.

$$\text{Luego, } p(x, y) = (3x + y + 6)(5x + 3y + 7)$$

$$\rightarrow F(x, y) = 5x + 3y + 7$$

$$\therefore F(1, 1) = 5 + 3 + 7 = 15$$

Rpta.: E

4. Juan decide comprar «m» audífonos para luego venderlos a $5(m+1)$ soles cada uno. Si el valor numérico para $m > 1$ de uno de los factores primos en $\mathbb{Z}[m]$ del polinomio $p(m) = m^4 - 56m^2 + 16$ es igual a 13, determine la ganancia total de Juan si cada audífono le costó 42 soles.

A) 130 soles B) 90 soles C) 63 soles D) 72 soles E) 198 soles

Solución:

$$p(m) = m^4 - 56m^2 + 16$$

$$p(m) = m^4 + 8m^2 + 16 - 64m^2$$

$$p(m) = (m^2 + 4)^2 - (8m)^2$$

$$p(m) = (m^2 - 8m + 4)(m^2 + 8m + 4)$$

Por dato:

$$m^2 + 8m + 4 = 13 \quad \vee \quad m^2 - 8m + 4 = 13$$

$$m^2 + 8m - 9 = 0 \quad \vee \quad m^2 - 8m - 9 = 0$$

$$(m+9)(m-1) = 0 \quad \vee \quad (m-9)(m+1) = 0$$

$$(m = -9 \vee m = 1) \quad \vee \quad (m = 9 \vee m = -1)$$

Como $m > 1 \Rightarrow m = 9$

Luego, Juan compra 9 audífonos y los vende a 50 soles cada uno.

$\therefore$ Gana en total: $9(50 - 42) = 72$ soles.

Rpta.: D

5. Manuel necesita comprar una impresora multifuncional para su trabajo, cuyo precio, en soles, asciende a $(18n + 15m - 10p)$, siendo «n» el número de factores en $\mathbb{Z}[x]$ del polinomio $p(x) = x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 10x^2 - 40x + 48$; «m» y «p» son respectivamente, el mayor y menor término independiente de los factores primos de $p(x)$. Determine el monto que le falta a Manuel, si solo cuenta con 350 soles.

A) 80 soles B) 140 soles C) 70 soles D) 35 soles E) 40 soles

Solución:

Factorizando por el método de divisores binómicos

$$p(x) = x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 10x^2 - 40x + 48$$

Como $p(x)$ es un polinomio mónico, entonces las posibles raíces racionales son los divisores del término independiente 48, es decir:

P.R: $\{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 8, \pm 12, \pm 16, \pm 24, \pm 48\}$.

Utilizando el método de división por Ruffini, para hallar las raíces.

	1	−2	3	−10	−40	48
1	↓	1	−1	2	−8	−48
	1	−1	2	−8	−48	0
−2	↓	−2	6	−16	48	
	1	−3	8	−24	0	
3	↓	3	0	24		
	1	0	8	0		
	$x^2 + 8$					

Luego, $p(x) = (x - 1)(x + 2)(x - 3)(x^2 + 8)$

$$\rightarrow n = (1 + 1)(1 + 1)(1 + 1)(1 + 1) - 1 = 15, \quad m = 8 \quad y \quad p = -3$$

Entonces, el precio de la impresora es: $18(15) + 15(8) - 10(-3) = 420$ soles.

∴ Le falta 70 soles.

Rpta.: C

6. Si la suma de cifras de $m(1)$ representa la edad en años actual de Emir, sabiendo que $m(x) = MCM[p(x), q(x)]$ en $\mathbb{Z}[x]$. Determine la edad actual de Romina, si se sabe que es mayor a Emir por 3 años, teniendo en cuenta que:

$$p(x) = x^4 - 5x^3 + 14x^2 - 28x + 24 \quad y \quad q(x) = x^4 + 11x^2 + 36.$$

- A) 15 años B) 9 años C) 12 años D) 8 años E) 10 años

Solución:

Factorizando:

$$p(x) = x^4 - 5x^3 + 14x^2 - 28x + 24$$

$$\begin{array}{r} x^2 \quad \quad \quad 4x^2 \\ \downarrow \quad \quad \quad \uparrow \\ x^2 \quad \quad \quad -4x \quad \quad \quad \uparrow \\ \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \uparrow \\ \quad \quad \quad -x \quad \quad \quad \downarrow \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \downarrow \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 4 \rightarrow 4x^2 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 6 \rightarrow 6x^2 \\ \hline \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 10x^2 \end{array}$$

$$\text{Falta: } 14x^2 - 10x^2 = 4x^2$$

$$p(x) = (x^2 - 4x + 4)(x^2 - x + 6) \rightarrow p(x) = (x - 2)^2(x^2 - x + 6)$$

$$\text{Factorizando: } q(x) = x^4 + 11x^2 + 36 = (x^2 - x + 6)(x^2 + x + 6)$$

Luego, $m(x) = MCM[p(x), q(x)] = (x - 2)^2(x^2 - x + 6)(x^2 + x + 6)$

$$\rightarrow m(1) = (1 - 2)^2(1^2 - 1 + 6)(1^2 + 1 + 6) = (1)(6)(8) = 48$$

Por tanto, la edad actual de Emir es: $4 + 8 = 12$ años

$\therefore$ La edad actual de Romina es $12 + 3 = 15$ años.

Rpta.: A

7. René compra polos para dama y caballero, al mismo precio cada uno, para luego venderlos en su tienda. Si llegó a pagar $(x^{12} - 1)$ soles por polos para dama; y $(x^5 + 3x^4 + x^3 + 3x^2 + x + 3)$ soles por polos para caballeros con $x \in \mathbb{Z}$ y $x > 1$, determine cuántos polos para caballero compró, si llegó a comprar la menor de cantidad de polos en total y a un precio unitario de 21 soles.

A) 12

B) 5

C) 13

D) 4

E) 15

Solución:

Sea $p(x) = x^{12} - 1$

Factorizando: $p(x) = (x^6 + 1)(x^6 - 1) = (x^6 + 1)(x^3 - 1)(x^3 + 1)$

$$\rightarrow p(x) = (x^6 + 1)(x - 1)(x^2 + x + 1)(x + 1)(x^2 - x + 1)$$

Sea $q(x) = x^5 + 3x^4 + x^3 + 3x^2 + x + 3 = x^5 + x^3 + x + 3x^4 + 3x^2 + 3$

$$\rightarrow q(x) = x(x^4 + x^2 + 1) + 3(x^4 + x^2 + 1) = (x + 3)(x^4 + x^2 + 1)$$

$$\rightarrow q(x) = (x + 3)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$$

Luego, $MCD[p(x), q(x)] = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$

$$\rightarrow (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) = 21$$

$$\rightarrow x^4 + x^2 + 1 = 21 \rightarrow x^4 + x^2 - 20 = 0 \rightarrow (x^2 - 4)(x^2 + 5) = 0$$

$$\rightarrow (x - 2)(x + 2)(x^2 + 5) = 0 \rightarrow x = 2$$

$\therefore$ René compró: $x + 3 = 5$ polos para caballeros.

Rpta.: B

8. Si $p(x) = 3x^4 + 17x^3 - 4x^2 - 80x + 64$ y $q(x) = x^4 + 8x^3 + 15x^2 - 8x - 16$ en $\mathbb{Z}[x]$, determine el valor de $R(4)$, siendo:

$$R(x) = \frac{MCM[p(x); q(x)]}{MCD[p(x); q(x)]} - 11(x + 1)$$

A) 52

B) 95

C) 63

D) 75

E) 48

Solución:

$$\bullet \quad p(x) = 3x^4 + 17x^3 - 4x^2 - 80x + 64$$

Factorizando por el método de divisores binómicos.

	3	17	-4	-80	64
1	↓	3	20	16	-64
	3	20	16	-64	0
-4	↓	-12	-32	64	
	3	8	-16	0	

$$\rightarrow p(x) = (x - 1)(x + 4)(3x^2 + 8x - 16) = (x - 1)(x + 4)^2(3x - 4)$$

$$\bullet \quad q(x) = x^4 + 8x^3 + 15x^2 - 8x - 16$$

	1	8	15	-8	-16
1	↓	1	9	24	16
	1	9	24	16	0
-4	↓	-4	-20	-16	
	1	5	4	0	

$$\rightarrow q(x) = (x - 1)(x + 4)(x^2 + 5x + 4) = (x - 1)(x + 1)(x + 4)^2$$

$$\text{Luego, } MCM[p(x); q(x)] = (3x - 4)(x + 1)(x - 1)(x + 4)^2$$

$$\text{y } MCD[p(x); q(x)] = (x - 1)(x + 4)^2$$

Entonces,

$$R(x) = \frac{MCM[p(x); q(x)]}{MCD[p(x); q(x)]} + 11(x + 1) = \frac{(3x - 4)(x + 1)(x - 1)(x + 4)^2}{(x - 1)(x + 4)^2} + 11(x + 1)$$

$$\rightarrow R(x) = (3x - 4)(x + 1) + 11(x + 1) = (x + 1)(3x + 7)$$

$$\therefore R(4) = (4 + 1)(3(4) + 7) = 5(19) = 95.$$

Rpta.: B

Trigonometría

EJERCICIOS DE CLASE

1. Si $10x = \pi$, determine el valor de la expresión $\frac{\cos(8x)\tan(3x) + \cos(2x)\tan(3x)}{\sin^2(4x) - \sin^2(x)}$.

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

E) 0,5

Solución:

Sea E el valor pedido, entonces:

$$E = \frac{\tan 3x (\cos 8x + \cos 2x)}{\sin(4x + x) \cdot \sin(4x - x)} = \frac{\tan 3x (2 \cos 5x \cos 3x)}{\sin 5x \sin 3x} = 2 \tan 3x \cot 5x \cot 3x = 2 \cot 5x$$

Reemplazando:

$$E = 2 \cot\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

Por lo tanto; el valor pedido es 0.

Rpta.: A

2. Un terreno de forma rectangular se vende a razón de 1000 soles el metro cuadrado. Si el largo mide $100 \left[\sin\left(\frac{105^\circ}{2}\right) - \sin\left(\frac{15^\circ}{2}\right) \right] \text{ m}$, y el ancho mide $\sqrt{6} \left[\sin\left(\frac{105^\circ}{2}\right) + \sin\left(\frac{15^\circ}{2}\right) \right] \text{ m}$, determine el precio del terreno.

A) 150 000 soles

B) 155 000 soles

C) 140 000 soles

D) 130 000 soles

E) 160 000 soles

Solución:

Sea A m² el área del terreno, entonces:

$$\begin{aligned} A &= 100\sqrt{6} \left[\sin^2 \frac{105^\circ}{2} - \sin^2 \frac{15^\circ}{2} \right] \\ &= 50\sqrt{6} \left[2\sin^2 \frac{105^\circ}{2} - 2\sin^2 \frac{15^\circ}{2} \right] \\ &= 50\sqrt{6} [1 - \cos 105^\circ - 1 + \cos 15^\circ] \\ &= 50\sqrt{6} [-2\sin 60^\circ \sin(-45^\circ)] \\ A &= 50\sqrt{6} \left[2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) \right] = 25(6) = 150 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Precio}_{\text{Terreno}} &= 150(1000) \text{ soles} \\ &= 150\,000 \text{ soles} \end{aligned}$$

Rpta.: A

3. Un automóvil sale de la ciudad B a las 1.00 p. m. y viaja con una rapidez constante de $320\text{sen}54^\circ(\text{sen}^2 24^\circ - \text{sen}^2 6^\circ)$ mi/h hacia la ciudad C. Treinta minutos después, otro automóvil sale de B y viaja hacia la ciudad C con una rapidez constante de 55 mi/h. Si no se tiene en cuenta las longitudes de los automóviles y las ciudades B y C están unidas por una carretera rectilínea, ¿a qué hora alcanzará el segundo automóvil al primero?

A) 2.50 p. m. B) 2.40 p. m. C) 2.30 p. m. D) 2.45 p. m. E) 2.55 p. m.

Solución:

Sea V_1 mi/h la rapidez del primer automóvil, entonces:

$$\begin{aligned} V_1 &= 320\text{sen}54^\circ(\text{sen}^2 24^\circ - \text{sen}^2 6^\circ) \\ &= 320\text{sen}54^\circ(\text{sen}24^\circ - \text{sen}6^\circ)(\text{sen}24^\circ + \text{sen}6^\circ) \\ &= 320\text{sen}54^\circ(2\cos 15^\circ\text{sen}9^\circ)(2\text{sen}15^\circ\cos 9^\circ) \\ &= 320\text{sen}54^\circ(2\text{sen}15^\circ\cos 15^\circ)(2\text{sen}9^\circ\cos 9^\circ) \\ &= 320\text{sen}54^\circ(\text{sen}30^\circ)\text{sen}18^\circ \\ &= 160\text{sen}54^\circ\text{sen}18^\circ \\ &= 80\text{sen}54^\circ\left(\frac{2\text{sen}18^\circ\cos 18^\circ}{\cos 18^\circ}\right) \\ &= 80\frac{\text{sen}54^\circ\text{sen}36^\circ}{\cos 18^\circ} \\ &= 40\left(\frac{2\text{sen}36^\circ\cos 36^\circ}{\cos 18^\circ}\right) = 40\frac{\text{sen}72^\circ}{\cos 18^\circ} = 40 \end{aligned}$$

			millas recorridas
Primero	$V_1 = 40$ mi/h	t	$40t$
Segundo	$V_2 = 55$ mi/h	$t - \frac{1}{2}$	$55\left(t - \frac{1}{2}\right)$

El segundo automóvil alcanza al primero cuando el número de millas recorridas es igual

$$55\left(t - \frac{1}{2}\right) = 40t$$

$$15t = \frac{55}{2}$$

$$t = \frac{55}{30} = \frac{11}{6} = 1\text{h } 50\text{m}$$

En consecuencia, el segundo automóvil alcanza al primero 2:50 p.m.

Rpta.: A

4. Un almacén de ropa de PIERRE-CARDIN tiene venta de liquidación y anuncia que todos los precios tienen $(20A\sqrt{3})\%$ de descuento, donde A es numéricamente igual a la expresión $\frac{\sin(x-30^\circ) + \cos(60^\circ-x)}{\sin(x-60^\circ) + \cos(30^\circ-x)}$. Si el precio de oferta de una camisa es 92 soles, determine el precio normal de dicha camisa.

A) 250 soles B) 200 soles C) 230 soles D) 240 soles E) 245 soles

Solución:

$$\text{Como: } \cos(60^\circ - x) = \sin(x + 30^\circ) \quad \wedge \quad \cos(30^\circ - x) = \sin(x + 60^\circ)$$

Entonces:

$$A = \frac{\sin(x-30^\circ) + \sin(x+30^\circ)}{\sin(x-60^\circ) + \sin(x+60^\circ)} = \frac{2\sin(x)\cos(30^\circ)}{2\sin(x)\cos(60^\circ)} = \frac{\sin(60^\circ)}{\cos(60^\circ)} = \tan(60^\circ) = \sqrt{3}$$

Sea d% el descuento, entonces:

$$d = 20\sqrt{3}(\sqrt{3}) = 60$$

Luego:

$$\text{Precio}_{\text{Normal}} = 92 \text{ soles} + 60\% \text{ Precio}_{\text{Normal}} \Rightarrow \text{Precio}_{\text{Normal}} = \left(\frac{92}{0,4}\right) \text{ soles} = 230 \text{ soles}$$

Rpta.: C

5. Las calificaciones numéricas de un estudiante en sus dos primeros exámenes son A y B, donde $y B = 78 \left(\frac{\sin 5x + \sin x}{\cos 7x + \cos 3x} \right)$ con $16x = \pi$. ¿Qué calificación debe alcanzar en el tercer examen para obtener un promedio de 80?

A) 98 B) 95 C) 96 D) 90 E) 97

Solución:

$$A = \frac{128}{3} \left(\frac{1 - \cos \frac{2\pi}{9}}{2} + \frac{1 - \cos \frac{4\pi}{9}}{2} + \frac{1 - \cos \frac{8\pi}{9}}{2} \right)$$

$$= \frac{64}{3} \left(3 - \cos \frac{2\pi}{9} - \left(2 \cos \frac{2\pi}{3} \cos \frac{2\pi}{9} \right) \right)$$

$$= \frac{64}{3} \left(3 - \cos \frac{2\pi}{9} + \cos \frac{2\pi}{9} \right) = 64$$

$$B = 78 \left(\frac{2\sin 3x \cos 2x}{2\cos 5x \cos 2x} \right) = 78 \left(\frac{\sin 3x}{\cos 5x} \right) = 78 \left(\frac{\sin \frac{3\pi}{16}}{\cos \frac{5\pi}{16}} \right) = 78$$

C: Calificación en el tercer examen

$$\text{Promedio} = \frac{64 + 78 + C}{3}$$

$$80 = \frac{142 + C}{3} \Rightarrow C = 98$$

Por lo tanto; en el tercer examen debe alcanzar una calificación de 98.

Rpta.: A

6. En la facultad de Medicina Veterinaria se van emplear exactamente mil pies de tela de alambre para construir seis jaulas para cuyes, como se muestra en la figura. Determine x , si $y = 40(\sqrt{3} \cot 20^\circ - 4 \cos 20^\circ)$ pies.

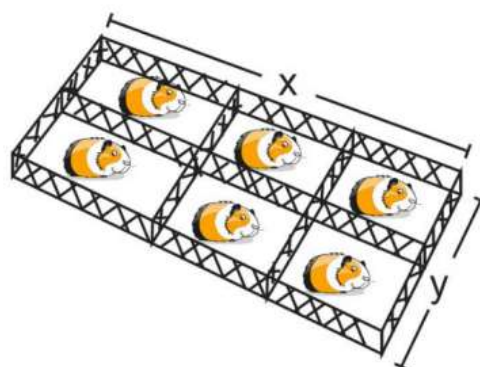
A) 280 pies

B) 290 pies

C) 295 pies

D) 300 pies

E) 270 pies



Solución:

$$\begin{aligned} y &= 40 \left(\frac{\sqrt{3} \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} - 4 \cos 20^\circ \right) \text{ pies} \\ &= 40 \left(\frac{\sqrt{3} \cos 20^\circ - 4 \sin 20^\circ \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} \right) \text{ pies} \\ &= 40 \left(\frac{2 \cos 30^\circ \cos 20^\circ - 2 \sin 40^\circ}{\sin 20^\circ} \right) \text{ pies} \\ &= 40 \left(\frac{\cos 50^\circ + \cos 10^\circ - 2 \cos 50^\circ}{\sin 20^\circ} \right) \text{ pies} \\ &= 40 \left(\frac{\cos 10^\circ - \cos 50^\circ}{\sin 20^\circ} \right) \text{ pies} = 40 \left(\frac{-2 \sin 30^\circ \sin(-20^\circ)}{\sin 20^\circ} \right) \text{ pies} = 40 \text{ pies} \end{aligned}$$

Para la malla se tiene: $3x + 4y = 1000$ pies

$$\begin{aligned} \Rightarrow 3x + 160 \text{ pies} &= 1000 \text{ pies} \\ \Rightarrow 3x &= 840 \text{ pies} \\ \Rightarrow x &= 280 \text{ pies} \end{aligned}$$

Rpta.: A

7. Si $32(\sin^3 \alpha - \sin^3 \alpha \cdot \cos^2 \alpha) = A \sin \alpha + B \sin(3\alpha) + C \sin(5\alpha)$ es una identidad, donde A, B y C son constantes reales, halle $A + B + C$.

A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 8

Solución:

$$\begin{aligned} 32\sin^3 \alpha (1 - \cos^2 \alpha) &= 4(4\sin^3 \alpha)(2\sin^2 \alpha) \\ &= 4(3\sin \alpha - \sin(3\alpha))(1 - \cos(2\alpha)) \\ &= 12\sin \alpha - 12\sin \alpha \cdot \cos(2\alpha) - 4\sin(3\alpha) + 4\sin(3\alpha) \cdot \cos(2\alpha) \\ &= 12\sin \alpha - 6(2\sin \alpha \cdot \cos(2\alpha)) - 4\sin(3\alpha) + 2(2\sin(3\alpha) \cdot \cos(2\alpha)) \\ &= 12\sin \alpha - 6(\sin(3\alpha) - \sin \alpha) - 4\sin(3\alpha) + 2(\sin(5\alpha) + \sin \alpha) \\ &= 20\sin \alpha - 10\sin(3\alpha) + 2\sin(5\alpha) \end{aligned}$$

Luego: $A = 20 \wedge B = -10 \wedge C = 2$

Por lo tanto; $A + B + C = 12$.

Rpta.: B

8. Carlos fabrica una lata cilíndrica circular recta, como se muestra en la figura, donde $h = 80(\cos 6x + \cos 2x)(\cos 9x + \cos 7x)$ cm con $x = \frac{\pi}{17}$. Si la capacidad de la lata es $(1000\sqrt{3}A)$ cm³, donde $A = \frac{2\cos 20^\circ - \sin 50^\circ}{\sin 40^\circ}$, calcule el radio de la base r.

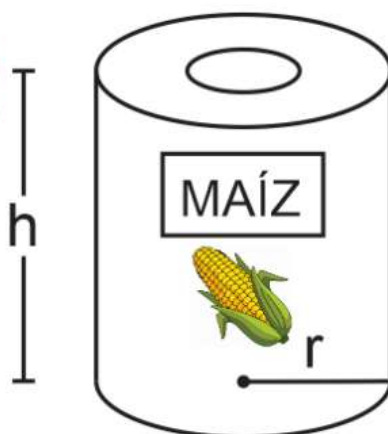
A) $\sqrt{\frac{150}{\pi}}$ cm

B) $\sqrt{\frac{140}{\pi}}$ cm

C) $\sqrt{\frac{160}{\pi}}$ cm

D) $\sqrt{\frac{120}{\pi}}$ cm

E) $\sqrt{\frac{180}{\pi}}$ cm



Solución:

$$h = 80(2\cos 4x \cos 2x)(2\cos 8x \cos x) \text{ cm}$$

$$h = \left(\frac{80(2\sin x \cos x)(2\cos 2x \cos 4x) \cos 8x}{\sin x} \right) \text{ cm}$$

$$h = \left(\frac{80(2\sin 2x \cos 2x) \cos 4x \cos 8x}{\sin x} \right) \text{ cm}$$

$$h = \left(\frac{40(2\sin 4x \cos 4x) \cos 8x}{\sin x} \right) \text{ cm} = \left(\frac{20\sin 16x}{\sin x} \right) \text{ cm}$$

Para $x = \frac{\pi}{17}$, entonces:

$$h = \frac{20\sin\left(\frac{16\pi}{17}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{17}\right)} \text{ cm} = 20 \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi}{17}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{17}\right)} \right) \text{ cm} = 20 \text{ cm}$$

$$A = \frac{2\sin 70^\circ - \sin 50^\circ}{\sin 40^\circ} = \frac{\sin 70^\circ + \sin 70^\circ - \sin 50^\circ}{\sin 40^\circ} = \frac{\sin 70^\circ + \sin 10^\circ}{\sin 40^\circ}$$

$$A = \frac{2\sin 40^\circ \cos 30^\circ}{\sin 40^\circ} = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \sqrt{3}$$

$$\text{Capacidad} = 3000 \text{ cm}^3$$

$$3000 \text{ cm}^3 = r^2 \pi (20 \text{ cm}) \rightarrow r = \sqrt{\frac{150}{\pi}} \text{ cm}$$

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Determine el valor de la expresión $8M + \sqrt{5}$, si $M = \cos 84^\circ \cos 24^\circ$.

A) 2 B) 1 C) 4 D) 5 E) 3

Solución:

$$2M = 2\cos 84^\circ \cos 24^\circ$$

$$= \cos 108^\circ + \cos 60^\circ$$

$$= -\sin 18^\circ + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1 - \sqrt{5}}{4} + \frac{1}{2} \rightarrow 8M + \sqrt{5} = 3$$

$$\operatorname{sen} 18^\circ = ?$$

$$\operatorname{sen} 36^\circ = \cos 54^\circ$$

$$2\operatorname{sen} 18^\circ \cos 18^\circ = 4\cos^3 18^\circ - 3\cos 18^\circ$$

$$2\operatorname{sen} 18^\circ = 4\cos^2 18^\circ - 3$$

$$4\operatorname{sen}^2 18^\circ + 2\operatorname{sen} 18^\circ - 1 = 0$$

$$\operatorname{sen} 18^\circ = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{4} \rightarrow \operatorname{sen} 18^\circ = \frac{-1 + \sqrt{5}}{4}$$

Rpta.: E

2. Juan el 12 de mayo del 2024 tiene $(10 - 8ab)$ años. Si se cumple que $\operatorname{sen}^3 x + \cos^3 x = a \operatorname{sen}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + b \operatorname{sen}\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$, donde a, b son constantes reales y $x \in \mathbb{R}$, ¿cuál es la edad de Juan el 12 de mayo del 2030?

A) 19 años B) 18 años C) 20 años D) 17 años E) 21 años

Solución:

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}^3 x + \cos^3 x &= \frac{1}{4}(3\operatorname{sen} x + 3\cos x) + \frac{1}{4}(\cos 3x - \operatorname{sen} 3x) \\ &= \frac{3}{4}\left(\sqrt{2}\operatorname{sen}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right) + \frac{1}{4}\left(\sqrt{2}\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right)\right) \\ &= \frac{3\sqrt{2}}{4}\operatorname{sen}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \left(-\frac{\sqrt{2}}{4}\right)\operatorname{sen}\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) \end{aligned}$$

$$\operatorname{Edad}_{\text{Juan}} = \left(10 - 8\left(\frac{3\sqrt{2}}{4}\right)\left(-\frac{\sqrt{2}}{4}\right)\right) \text{ años} = 13 \text{ años}$$

Por lo tanto; la edad de Juan el 12 de mayo del 2030 es 19 años.

Rpta.: A

3. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- I. $\csc 10^\circ + \sec 70^\circ = \csc 5^\circ \operatorname{sen} 15^\circ \csc 20^\circ$
 II. $2\operatorname{sen}(10^\circ + x)\cos(5^\circ - x) = \operatorname{sen} 15^\circ + \operatorname{sen}(2x + 5^\circ)$
 III. $\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + \sqrt{6} = 8\operatorname{sen} 67^\circ 30' \operatorname{sen} 82^\circ 30'$

A) VVV B) FFF C) VVF D) FVV E) FVF

Solución:

$$\text{I. } \sec 80^\circ + \sec 70^\circ = \frac{1}{\cos 80^\circ} + \frac{1}{\cos 70^\circ} = \frac{\cos 70^\circ + \cos 80^\circ}{\cos 80^\circ \cos 70^\circ}$$

$$= \frac{2\cos 75^\circ \cos 5^\circ}{\sin 10^\circ \sin 20^\circ} = \frac{2\cos 75^\circ \cos 5^\circ}{2\sin 5^\circ \cos 5^\circ \sin 20^\circ}$$

$$= \csc 5^\circ \sin 15^\circ \csc 20^\circ \quad (\text{V})$$

$$\text{II. } 2\sin(10^\circ + x)\cos(5^\circ - x) = \sin 15^\circ + \sin(2x + 5^\circ) \quad (\text{V})$$

$$\begin{aligned} \text{III. } \sqrt{2} + \sqrt{6} + 2\sqrt{3} &= 4\sin 75^\circ + 2(2\sin 60^\circ) \\ &= 4(\sin 75^\circ + \sin 60^\circ) = 4\left(2\sin \frac{135^\circ}{2} \cos \frac{15^\circ}{2}\right) \\ &= 8\sin 67^\circ 30' \cos 7^\circ 30' \\ &= 8\sin 67^\circ 30' \sin 82^\circ 30' \quad (\text{V}) \end{aligned}$$

Rpta.: A

4. La altura de un árbol está representado por la expresión $\left(\frac{120\sqrt{3}A}{1+200e^{-0,2t}}\right)$ en pies, donde

$A = \frac{\sin 10^\circ + \sin 20^\circ + \sin 30^\circ + \sin 40^\circ + \sin 50^\circ}{\cos 10^\circ + \cos 20^\circ + \cos 30^\circ + \cos 40^\circ + \cos 50^\circ}$ y t es el número de años transcurridos. ¿Cuánto es la altura del árbol a los 10 años? (considere $e^{-2} = 0,1353$)

- A) 4,36 pies B) 4,31 pies C) 4,46 pies D) 4,27 pies E) 4,28 pies

Solución:

$$\begin{aligned} A &= \frac{(\sin 50^\circ + \sin 10^\circ) + (\sin 40^\circ + \sin 20^\circ) + \sin 30^\circ}{(\cos 50^\circ + \cos 10^\circ) + (\cos 40^\circ + \cos 20^\circ) + \cos 30^\circ} \\ &= \frac{(2\sin 30^\circ \cos 20^\circ) + (2\sin 30^\circ \cos 10^\circ) + \sin 30^\circ}{(2\cos 30^\circ \cos 20^\circ) + (2\cos 30^\circ \cos 10^\circ) + \cos 30^\circ} \\ &= \frac{\sin 30^\circ (2\cos 20^\circ + 2\cos 10^\circ + 1)}{\cos 30^\circ (2\cos 20^\circ + 2\cos 10^\circ + 1)} = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

Luego:

$$h(t) = \frac{120\sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)}{1+200e^{-0,2t}} = \frac{120}{1+200e^{-0,2t}}$$

Para $t = 10$:

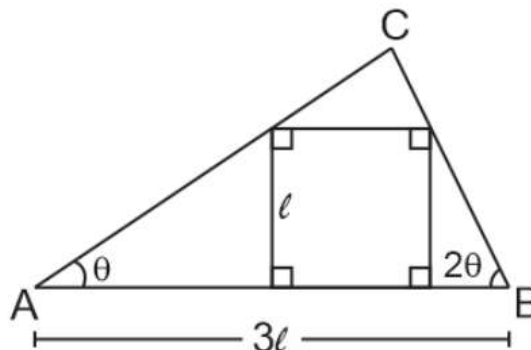
$$h(10) = \frac{120}{1+200e^{-0,2(10)}} = \frac{120}{1+200(0,1353)} = 4,28$$

Por lo tanto, la altura del árbol a los 10 años es 4,28 pies.

Rpta.: E

5. Un arquitecto desea construir una piscina representada por el cuadrado inscrito en el triángulo ABC, tal como se aprecia en la figura. Si el costo de los materiales para dicha construcción es $\left(\frac{\text{sen}3\theta + \cos3\theta}{\cos\theta}\right)$ miles de dólares, determine dicho costo.

- A) 1000 dólares
B) 2000 dólares
C) 500 dólares
D) 1100 dólares
E) 1200 dólares

**Solución:**

En la figura: $AD = \ell \cot \theta$

$$\ell \cot \theta + \ell + \ell \cot 2\theta = 3\ell$$

$$\cot \theta + \cot 2\theta = 2$$

$$\frac{\cos \theta}{\text{sen} \theta} + \frac{\cos 2\theta}{\text{sen} 2\theta} = 2$$

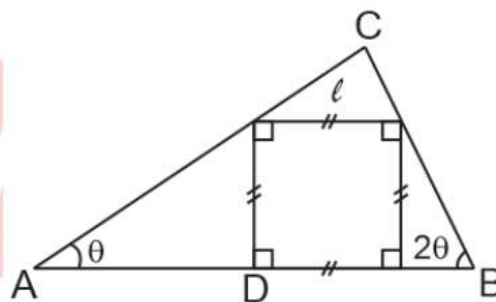
$$\frac{\text{sen} 3\theta}{\text{sen} \theta \cdot \text{sen} 2\theta} = 2$$

$$\text{sen} 3\theta = 2 \text{sen} 2\theta \cdot \text{sen} \theta$$

$$\text{sen} 3\theta = \cos \theta - \cos 3\theta \Rightarrow \text{sen} 3\theta + \cos 3\theta = \cos \theta$$

Luego:

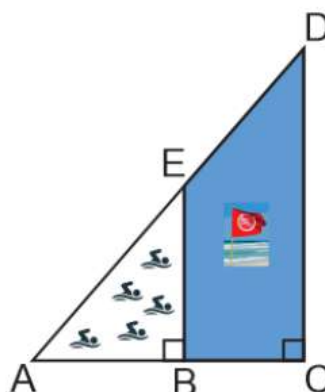
$$\text{Costo} = \left(\frac{\text{sen} 3\theta + \cos 3\theta}{\cos \theta}\right) \text{ miles de dólares} = 1000 \text{ dólares}$$



Rpta.: A

6. En la figura, la parte sombreada representa una zona no apta para bañistas en la playa agua dulce, donde $AC = 10$ m, $DC = 20$ m, $EB = 8(\text{sen} 3\alpha + \text{sen} \alpha)$ m, $AB = (4\text{sen} 2\alpha)$ m y α es un ángulo agudo. Si la municipalidad paga 30 soles por cada metro cuadrado por vigilar la zona no apta al día, halle el monto a pagar por la municipalidad en un día.

- A) 2640 soles
B) 2650 soles
C) 2840 soles
D) 2540 soles
E) 2740 soles



Solución:

Por semejanza de triángulos rectángulos

$$\begin{aligned}\frac{EB}{AB} &= \frac{DC}{AC} \Rightarrow \frac{8(\operatorname{sen}3\alpha + \operatorname{sen}\alpha)}{4\operatorname{sen}2\alpha} = \frac{20}{10} \\ &\Rightarrow \frac{8(2\operatorname{sen}2\alpha \cos \alpha)}{4\operatorname{sen}2\alpha} = 2 \\ &\Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ\end{aligned}$$

$$AB = 4\operatorname{sen}120^\circ \text{ m} = 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{ m} = 2\sqrt{3} \text{ m}$$

$$BC = 2(5 - \sqrt{3}) \text{ m}$$

$$EB = 8(\operatorname{sen}180^\circ + \operatorname{sen}60^\circ) \text{ m} = 8\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{ m} = 4\sqrt{3} \text{ m}$$

Luego:

$$\text{Área} = \frac{(20 + 4\sqrt{3})}{2} (2(5 - \sqrt{3})) \text{ m}^2 = 4(5 + \sqrt{3})(5 - \sqrt{3}) \text{ m}^2 = 4(22) \text{ m}^2 = 88 \text{ m}^2$$

$$\text{Así; Costo} = (88 \text{ m}^2) \left(30 \frac{\text{soles}}{\text{m}^2}\right) = 2640 \text{ soles}$$

Rpta.: A

7. La edad de Ramón en el año 2023 fue $\left[20\sqrt{3} \sec 1100^\circ (\operatorname{sen}40^\circ + \cos 10^\circ)\right]$ años. ¿Qué año nació Ramón?

A) 1963 B) 1964 C) 1965 D) 1966 E) 1962

Solución:

Sea E años la edad que cumplió Ramón el 15 de mayo del 2023, entonces:

$$E = \left[20\sqrt{3} \sec(3(360^\circ) + 20^\circ)(\operatorname{sen}40^\circ + \operatorname{sen}80^\circ)\right]$$

$$E = \left[20\sqrt{3} \sec 20^\circ (2\operatorname{sen}60^\circ \cos 20^\circ)\right]$$

$$E = 20\sqrt{3} \sec 20^\circ \cos 20^\circ \left(2\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$E = 60$$

Por lo tanto; el año que nació Ramón es 1963.

Rpta.: A

Lenguaje

EJERCICIOS DE CLASE

1. Los adjetivos son palabras que indican cualidades o características de los sustantivos a los que acompañan. De acuerdo con ello, en el enunciado *La cantuta es una planta nativa del Perú. Esta planta resalta por la forma tubular de sus hermosas flores y variedad de colores; los grandes beneficios que tiene en la salud y su gran fortaleza de sobrevivir a través del tiempo. Por estas y más características, la flor de kantú o cantuta es considerada como la Flor Nacional del Perú desde el 13 de agosto de 1986*, la cantidad de adjetivos asciende a

A) diez. B) seis. C) nueve. D) ocho. E) cinco.

Solución:

El referido enunciado presenta seis adjetivos: *nativa, tubular, hermosas, grandes, gran y nacional*.

Rpta.: B

2. El adjetivo es la palabra que aporta información objetiva o subjetiva acerca del nombre al cual modifica. Es de tres clases: especificativo, explicativo y epíteto. Dicho esto, señale los enunciados que presentan adjetivo especificativo.

- I. Daniela compró un saco negro que estaba en oferta.
II. Laura tuvo una excelente participación en el coloquio.
III. Esta receta tradicional es para todos los principiantes.
IV. El gran chef preparó una barbacoa de res el domingo.

A) I y IV B) I y III C) II y III D) II y IV E) I y II

Solución:

En I y III, adjetivos *negro* y *tradicional* son *especificativos* porque expresan *características objetivas*. En II y IV, los adjetivos *excelente* y *gran* denotan *características subjetivas*.

Rpta.: B

3. Desde el punto de vista sintáctico, el adjetivo desempeña distintas funciones dentro de la oración. En ese sentido, marque la alternativa que correlaciona correctamente cada adjetivo de los enunciados con sus funciones correspondientes.

- | | |
|---|------------------------|
| I. Padrino, el reloj de mi abuelito es antiguo. | a. Compl. predicativo |
| II. Juan buscaba desesperado sus audífonos. | b. Compl. Atributo |
| III. Natalie y Liz usaban un perfume agradable. | c. Modificador directo |

A) Ib, IIc, IIIa B) Ic, IIa, IIIb C) Id, IIa, IIIb D) Ic, IIb, IIIa E) Ib, IIa, IIIc

Solución:

La correlación correcta es de la siguiente manera:

- | | |
|---|------------------------|
| I. Padrino, el reloj de mi abuelito es antiguo. | b. Compl. atributo |
| II. Juan buscaba desesperado sus audífonos. | a. Compl. Predicativo |
| III. Natalie y Liz usaban un perfume agradable. | c. Modificador directo |

Rpta.: E

4. El adjetivo en grado positivo expresa la cualidad del nombre sin cuantificarla ni compararla. Teniendo en cuenta ello, señale el enunciado que presenta adjetivo en grado positivo.

- A) Gabriela, este tipo de vida es muy costosa.
- B) Ellos están sumamente felices en Europa.
- C) Este viaje es el menos agradable que aquel.
- D) El niño obtuvo buena calificación en Historia.
- E) Iván, ese árbol es el más grande de la ciudad.

Solución:

El adjetivo *buena* está en grado positivo, pues no presenta intensificador alguno. Los demás adjetivos están modificados por los intensificadores *muy*, *sumamente*, *menos*, *más*.

Rpta.: D

5. Los grados de significación del adjetivo son tres: positivo, superlativo y comparativo. Identifique el grado de los adjetivos subrayados en los siguientes enunciados: *Estas verduras tienen un altísimo valor nutricional*, *La última película de la saga fue menos impactante que la anterior*, *Se compró el abrigo más caro de toda la tienda*.

- A) Superlativo relativo, comparativo, superlativo relativo
- B) Superlativo relativo, comparativo, y positivo
- C) Superlativo absoluto, comparativo, superlativo relativo
- D) Comparativo, superlativo relativo, superlativo absoluto
- E) Superlativo absoluto, superlativo relativo, comparativo

Solución:

En el primer enunciado, el adjetivo *altísimo* se encuentra en grado superlativo absoluto; en el segundo, *menos impactante*, en grado comparativo; en el tercero, *más caro*, en grado superlativo relativo.

Rpta.: C

6. La concordancia en la frase nominal se establece en género y número entre el núcleo y sus modificadores directos (determinantes y adjetivos). Según ello, elija la alternativa que evidencia adecuada concordancia nominal.

- A) Para explorar este área, requerimos de una guía local.
- B) Utilice un nuevo aplicador o gasa para limpiar el aguja.
- C) La acta de esa reunión figura en el documento A/SC26.
- D) En el lugar de los hechos, se encontró un alhaja de plata.
- E) Alumnos, el ave nacional de Panamá es el águila harpía.

Solución:

Las demás alternativas deben aparecer de la siguiente manera:

- A) Para explorar esta área, requerimos de una guía local.
- B) Utilice un nuevo aplicador o gasa para limpiar la aguja.
- C) El acta de esa reunión figura en el documento A/SC26.
- D) En el lugar de los hechos, se encontró una alhaja de plata.

Rpta.: E

7. Los determinantes, cuya función es delimitar la extensión significativa del nombre, se clasifican en artículos, demostrativos, posesivos y cuantificadores (numerales e indefinidos). Según lo mencionado, ¿qué enunciado presenta más determinantes?

- A) Nuestro esfuerzo es el cuádruple cuando jugamos, Rodrigo.
- B) No recibimos ninguna ayuda durante estos nuevos proyectos.
- C) Los trabajadores de aquella empresa china recibirán un bono.
- D) Amigos, está a la venta mi departamento y estas camionetas.
- E) Por diez dólares, accedió a todos los beneficios del gimnasio.

Solución:

El referido enunciado presenta cuatro determinantes: *diez* (cuantificador numeral cardinal), *todos* (cuantificador indefinido), *los* y *el* (artículos).

Rpta.: E

8. Los determinantes indefinidos indican cantidad imprecisa del sustantivo al cual modifican. En ese sentido, ¿qué enunciado presenta más determinantes de esta clase?

- A) Paula, tengo muchas responsabilidades en el trabajo.
- B) Tu hermano compró varios regalos para mis amigos.
- C) Conozco a muchos expertos en varias materias, Leo.
- D) En esta localidad, hay demasiados turistas, señoras.
- E) Profesora, no he recibido ningún correo electrónico.

Solución:

En el referido enunciado, los determinantes *muchos* y *varias* son indefinidos, dado que enuncian de manera imprecisa a *expertos* y *materias* respectivamente.

Rpta.: C

9. Los determinantes son de cuatro clases: artículos, demostrativos, posesivos y cuantificadores. De acuerdo con esta aseveración, determine la correlación correcta entre los determinantes subrayados de los enunciados y sus respectivas clases.

- | | |
|--|--------------------|
| I. Visité <u>pocas</u> ciudades durante mis vacaciones. | a. Demostrativo |
| II. Ruth, me gustan mucho <u>aquellos</u> zapatos rojos. | b. Artículo neutro |
| III. <u>Lo</u> triste es que perdí mi billetera, coordinadora. | c. Posesivo |
| IV. Señor, he encontrado estos documentos <u>suyos</u> . | d. Cuantificador |

- A) Ib, IIa, IIIc, IVd
- D) Id, IIa, IIIb, IVc

- B) Ia, IIb, IIIc, IVd
- E) Ic, IId, IIIb, IVa

- C) Ic, IIa, IIIb, IVd

Solución:

La correlación correcta es de la siguiente manera:

- | | |
|--|--------------------|
| I. Visité <u>pocas</u> ciudades durante mis vacaciones. | d. Cuantificador |
| II. Ruth, me gustan mucho <u>aquellos</u> zapatos rojos. | a. Demostrativo |
| III. <u>Lo</u> triste es que perdí mi billetera, coordinadora. | b. Artículo neutro |
| IV. Señor, he encontrado estos documentos <u>suyos</u> . | c. Posesivo |

Rpta.: D

10. Los determinantes son elementos gramaticales que modifican al nombre en la frase nominal y entre estos tenemos a los cuantificadores indefinidos y numerales (cardinales, ordinales, partitivos y múltiplos). Según esta aseveración, determine la correlación correcta entre los determinantes subrayados de los enunciados y sus respectivas clases.

- | | |
|--|----------------------|
| I. Recibirán certificados solo <u>cincuenta</u> participantes. | a. Numeral partitivo |
| II. Andy, para esta guerra, se formó una alianza <u>triple</u> . | b. Numeral cardinal |
| III. Él ha celebrado su <u>cuadragésimo</u> cumpleaños, prima. | c. Numeral ordinal |
| IV. La <u>quinta</u> parte del pastel es para mi sobrina menor. | d. Numeral múltiplo |

A) Ib, Ila, IIlc, IVd

B) Id, Ila, IIlc, IVb

C) Ib, Ild, IIlc, IVa

D) Id, IIc, IIIb, IVa

E) Ic, Ild, IIIb, IVa

Solución:

La correlación correcta es de la siguiente manera:

- | | |
|--|----------------------|
| I. Recibirán certificados solo <u>cincuenta</u> participantes. | b. Numeral cardinal |
| II. Andy, para esta guerra, se formó una alianza <u>triple</u> . | d. Numeral múltiplo |
| III. Él ha celebrado su <u>cuadragésimo</u> cumpleaños, prima. | c. Numeral ordinal |
| IV. La <u>quinta</u> parte del pastel es para mi sobrina menor. | a. Numeral partitivo |

Rpta.: C

11. En el enunciado *En la mitología griega, el fénix es un ave de larga vida que se regenera de las cenizas de su predecesor. Según algunas fuentes, el fénix muere en un espectáculo de llamas y combustión, aunque hay otras fuentes que afirman que el ave legendaria muere y simplemente se descompone antes de nacer de nuevo. Existen diferentes tradiciones con respecto a la vida útil del fénix, pero en la mayoría de estas el fénix vive unos quinientos años antes de su renacimiento*, el número de determinantes asciende a

- A) diecisiete. B) quince. C) dieciséis. D) trece. E) catorce.

Solución:

En el referido enunciado, hay diecisiete determinantes:

- Artículos definidos: *la, el, las, el, el, la, el (del), la, el*
- Artículos indefinidos: *un, un, unos*
- Posesivos: *su, su*
- Cuantificadores indefinidos: *algunas, otras*
- Cuantificador numeral cardinal: *quinientos*

Rpta.: A

12. Los determinantes y los adjetivos funcionan como modificador directo (MD) en la frase nominal. Estos deben establecer concordancia en género y número con el sustantivo. Teniendo en cuenta ello, señale el enunciado que presenta uso correcto de los adjetivos y los determinantes.
- A) El secretario y abogado huancaíno trabajan en los juzgados civiles.
 - B) La Epifanía es conmemorada el doceavo día después de Navidad.
 - C) Liliana, el gerente compró un pantalón y una corbata importadas.
 - D) En la trigésimacuarta asamblea, se realizó varias observaciones.
 - E) Le repartieron la quinceava parte del pastel de fresa con lúcuma.

Solución:

El enunciado *Le repartieron la quinceava parte del pastel de fresa con lúcuma* presenta uso adecuado de las reglas gramaticales de la lengua española.

En los demás enunciados, será de la siguiente manera:

- A) trabaja.
- B) décimo segundo día/ duodécimo día,
- C) importados,
- D) trigésima cuarta/ trigesimocuarta.

Rpta.: E

Literatura

EJERCICIOS DE CLASE

1. Pisaba yo una tierra donde millares de hombres ansiosos de libertad creyeron en los poderes licantrópicos de Mackandal, a punto de que esa fe colectiva produjera un milagro el día de su ejecución. [...] Había respirado la atmósfera creada por Henri Christophe, monarca de increíbles empeños [...] Pero pensaba, además, que esa presencia y vigencia de lo real maravilloso no era privilegio único de Haití, sino patrimonio de la América entera, [...] Lo real maravilloso se encuentra a cada paso en las vidas de hombres [...] buscadores de la Fuente de la Eterna Juventud [...] hasta ciertos rebeldes de la primera hora o ciertos héroes modernos de nuestras guerras de independencia [...]

En el fragmento citado del prólogo de la novela *El reino de este mundo*, de Alejo Carpentier, podemos afirmar que lo real maravilloso

- A) solo está relacionado con la historia colonial y sus personajes célebres.
- B) se vincula de modo preeminente con los levantamientos de esclavos en Haití.
- C) consiste en hechos increíbles que son parte de la historia de Latinoamérica.
- D) proviene del vudú y existe en la mente de los afroamericanos de Cuba y Haití.
- E) se configura en el imaginario de los esclavos que lucharon por su libertad.

Solución:

En el fragmento del prólogo de *El reino de este mundo*, Carpentier afirma que lo real maravilloso se basa en hechos increíbles que son parte de la historia de Latinoamérica.

Rpta.: C

2. Ti Noel se había sentado sobre una batea volcada, dejando que el caballo viejo hiciera girar el trapiche a un paso que el hábito hacía absolutamente regular. Mackandal agarraba las cañas por haces, metiendo las cabezas, a empujones, entre los cilindros de hierro. Con sus ojos siempre inyectados, su torso potente, su delgadísima cintura, el mandinga ejercía una extraña fascinación sobre Ti Noel. [...] sus artes de narrador, caracterizando los personajes con muecas terribles, imponían el silencio a los hombres, sobre todo cuando evocaba el viaje que hiciera, años atrás, como cautivo, antes de ser vendido a los negreros de Sierra Leona.

Luego de leer el anterior fragmento de la novela *El reino de este mundo*, de Alejo Carpentier, marque la alternativa que contiene el enunciado correcto.

- A) Un tema importante de la novela es la esclavitud.
- B) La escena desarrolla al detalle el origen de Ti Noel.
- C) Los hechos exponen la noción lo real maravilloso.
- D) El protagonista de la novela es el capataz Mackandal.
- E) Ti Noel es el admirado maestro del joven Mackandal.

Solución:

En *El reino de este mundo*, se trata el tema de la esclavitud. En la escena vemos a los esclavos trabajando en el trapiche y se refiere al origen de uno de ellos vinculado con su condición de esclavo: «antes de ser vendido a los negreros de Sierra Leona».

Rpta.: A

3. Con respecto a la verdad o falsedad (V o F) de los siguientes enunciados sobre el argumento de la novela *El reino de este mundo*, de Alejo Carpentier, marque la alternativa que contiene la secuencia correcta.

- I. Al inicio, Mackandal lidera la primera revuelta armada de esclavos.
- II. Ti Noel se convirtió en un poderoso hechicero desde muy joven.
- III. Mackandal era admirado y respetado, a pesar de haber sido derrotado.
- IV. Los mulatos republicanos se adueñan de Haití de manera justa.

- A) VVVF B) VFVF C) FFVV D) FFVF E) FVVV

Solución:

I. Al inicio, Mackandal lidera la primera revuelta de esclavos, pero no fue armada. (F)
II. Ti Noel pudo aplicar los conocimientos de Mackandal solo cuando era un anciano. (F)
III. Mackandal era admirado y respetado por los esclavos haitianos, a pesar de haber sido derrotado y supuestamente ajusticiado. (V)
IV. Los mulatos republicanos se adueñan de Haití cometiendo atropellos como el de expulsar de su propia casa a Ti Noel. (F)

Rpta.: D

4. Sobre los hechos finales de la novela *El reino de este mundo*, Alejo Carpentier, se puede afirmar que _____, lo que proyecta el sentido de lo real maravilloso como la amalgama entre la realidad y el mito.

A) la magia africana ha prevalecido sobre la fantasía
B) la transformación de Ti Noel es parte de lo fantástico
C) también la cultura europea se basa en lo inverosímil
D) se expone una creencia propia del aborigen caribeño
E) Ti Noel logra dominar el ocultismo de su maestro

Solución:

Respecto al argumento de *El reino de este mundo*, se puede afirmar que Ti Noel logra dominar el ocultismo de su maestro Mackandal. Esto expone el significado de lo real maravilloso como la combinación entre la realidad y el mito.

Rpta.: E

5. José Arcadio Buendía fue el último que conoció el rumor.
-Ya ves, Úrsula, lo que anda diciendo la gente -le dijo a su mujer con mucha calma.
-Déjalos que hablen -dijo ella-. Nosotros sabemos que no es cierto.
De modo que la situación siguió igual por otros seis meses, hasta el domingo trágico en que José Arcadio Buendía le ganó una pelea de gallos a Prudencio Aguilar. Furioso, exaltado por la sangre de su animal, el perdedor se apartó de José Arcadio Buendía para que toda la gallera pudiera oír lo que iba a decirle.
-Te felicito -gritó-. A ver si por fin ese gallo le hace el favor a tu mujer.

Con respecto a la verdad o falsedad (V o F) de los siguientes enunciados sobre el argumento de la novela *Cien años de soledad*, de Gabriel García Márquez, marque la alternativa que contiene la secuencia correcta.

- I. La escena transcurre en Macondo, pueblo fundado por José Arcadio.
II. Los hechos narrados preceden a la muerte de Prudencio Aguilar.
III. La afición por los gallos de combate trae desgracias a los Buendía.
IV. El episodio corresponde al inicio de la historia de la familia Buendía.

A) FVFFV B) VFVF C) FFVV D) VVVF E) FVVV

Solución:

I. El episodio transcurre en Riohacha, pueblo de origen de la pareja fundadora. (F)
II. Los hechos narrados anteceden a la muerte de Prudencio Aguilar. (V) III. Solo en una ocasión, la afición gallera se relacionó con un hecho aciago. (F) IV. Las escenas corresponden al inicio de la historia de la familia Buendía. (V)

Rpta.: A

6. Sus espaldas cuadradas apenas si cabían por las puertas. Tenía una medallita de la Virgen de los Remedios colgada en el cuello de bisonte, los brazos y el pecho completamente bordados de tatuajes crípticos. [...] Tenía un cinturón dos veces más grueso que la cincha de un caballo, botas con polainas y espuelas y con los tacones herrados, y su presencia daba la impresión trepidatoria de un sacudimiento sísmico. [...] Úrsula se quedó una fracción de segundo con la boca abierta, lo miró a los ojos, lanzó un grito y saltó a su cuello gritando y llorando de alegría. Era José Arcadio.

Considerando el fragmento citado de *Cien años de soledad*, de Gabriel García Márquez, marque la afirmación que corresponde al argumento de dicha novela.

- A) El gitano Melquiades retorna luego de muchos años a la casa Buendía.
- B) Se narra el retorno del primogénito de la primera pareja de la familia Buendía.
- C) Se mitifica la imagen del coronel Aureliano Buendía mediante la hipérbole.
- D) Se expone el sufrimiento de José Arcadio Buendía al volver del destierro.
- E) El fundador de Macondo vuelve a casa luego de luchar en las guerras civiles.

Solución:

En el fragmento, se narra el retorno de José Arcadio Buendía hijo, primogénito de José Arcadio y Úrsula, la pareja que inicia la estirpe de la familia Buendía.

Rpta.: B

7. Deslumbrada por tantas y tan maravillosas invenciones, la gente de Macondo no sabía por dónde empezar a asombrarse. Se trasnochaban contemplando las pálidas bombillas eléctricas alimentadas por la planta que llevó Aureliano Triste en el segundo viaje del tren, y a cuyo obsesionante tumtum costó tiempo y trabajo acostumbrarse. Se indignaron con las imágenes vivas que el próspero comerciante don Bruno Crespi proyectaba en el teatro con taquillas de bocas de león, porque un personaje muerto y sepultado en una película, y por cuya desgracia se derramaron lágrimas de aflicción, reapareció vivo y convertido en árabe en la película siguiente.

Marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado relacionado con la novela *Cien años de soledad*, de Gabriel García Márquez: «En la historia de Macondo, la _____ se aprecia a través de una serie de cambios en la forma de vida _____».

- A) lucha entre conservadores y liberales – causados por el conflicto político
- B) falta de desarrollo en la educación – relacionados con las guerras civiles
- C) llegada de la modernidad – vinculados al arribo de la compañía bananera
- D) participación de la familia Buendía – de los habitantes de Riohacha
- E) injerencia de los gitanos – a causa de los inventos que trajeron al pueblo

Solución:

Con respecto a la historia de Macondo en *Cien años de soledad*, la llegada de la modernidad se aprecia a través de una serie de cambios tales como el ferrocarril, la energía eléctrica y el cine, relacionados al arribo de la compañía bananera al pueblo.

Rpta.: C

8. Aureliano no pudo moverse [...] porque en aquel instante prodigioso se le revelaron las claves definitivas de Melquíades, y vio el epígrafe de los pergaminos perfectamente ordenado en el tiempo y el espacio de los hombres: *El primero de lo estirpe está amarrado en un árbol y al último se lo están comiendo las hormigas*. Aureliano no había sido más lúcido en ningún acto de su vida [...] porque entonces sabía que en los pergaminos de Melquíades estaba escrito su destino.

Con respecto a la verdad (V o F) de los siguientes enunciados sobre el fragmento de la novela *Cien años de soledad*, de Gabriel García Márquez, marque la alternativa que contiene la secuencia correcta.

- I. Esta memorable escena corresponde al inicio de la novela.
- II. El «último» al que se refiere el epígrafe es el mismo Aureliano.
- III. El protagonista del episodio es el coronel Aureliano Buendía.
- IV. Melquiades era un amigo del primer José Arcadio Buendía.

A) VVFF B) FFFV C) FFVV D) VVVF E) FVFF

Solución:

I. La escena corresponde al final de la novela. En esta, se descifran los pergaminos en sánscrito que profetizaban la historia de la familia Buendía antes de que ocurran los hechos. (F) II. El «último» al que se refiere el epígrafe es el hijo de Aureliano Babilonia. (F) III. El protagonista del episodio es Aureliano Babilonia. (F) IV. El gitano Melquiades fue amigo del primer José Arcadio Buendía. (V)

Rpta.: B

Psicología

EJERCICIOS DE CLASE

Lea atentamente las preguntas y conteste eligiendo la alternativa correcta.

1. El neurocientífico Joe Tsien (2009) logró clonar una cepa de ratones inteligentes, introduciendo biológicamente un recién descubierto gen de la inteligencia. Luego, la prensa bautizó a estos roedores como los «ratones Einstein». Considerando el concepto de inteligencia, identifique la alternativa que de manera análoga permitiría demostrar que los referidos ratones son inteligentes.
- A) Aprendieron en una jaula a asociar el presionar una palanca con el alimento.
 - B) Hallaron la salida de un laberinto en la mitad del tiempo que los ratones normales.
 - C) Evitaron recibir varias descargas eléctricas en el piso al emitir chillidos de dolor.
 - D) Evidenciaron una conducta de exploración más activa que otras cepas de ratones.
 - E) Comieron su alimento sin dejarse quitar por otros ratones que los molestaban.

Solución:

La inteligencia se define como un principio explicativo acerca de la competencia y velocidad para resolver problemas, extrapolando este concepto al caso, es análogo a la capacidad de algunos ratones para encontrar la salida en un laberinto en menor tiempo que otros ratones.

Rpta.: B

2. Luis, un alumno con dificultades para las matemáticas, es incorporado a un aula de 5° grado de primaria. La maestra lo evaluará a fin de establecer lo que Luis es capaz de realizar sin ayuda de nadie. Considerando la teoría sociohistórica de Vigotsky, lo que la maestra establecerá con su evaluación se denomina _____.

- A) zona de desarrollo real
C) zona de desarrollo potencial
E) zona de desarrollo proximal
B) internalización
D) autovalimiento

Solución:

La zona de desarrollo real comprende lo que el niño es capaz de hacer por sí mismo.

Rpta.: A

3. Las teorías clásicas compartían la misma concepción sobre la naturaleza y la valoración de la inteligencia, surgieron durante la primera mitad del siglo XX; posteriormente, los especialistas adoptaron otros criterios para su comprensión y desarrollo. Identifique el valor de verdad (V o F) de los enunciados relacionados con las teorías clásicas sobre la inteligencia.

- I. Capacidad que se aprecia en la resolución solo de tareas lógico-abstractas
II. Aptitud considerada estable, invariable y que tiene un origen genético
III. Capacidad que mide la creatividad aplicando técnicas estadísticas

- A) FVV B) FVF C) VVF D) VVV E) VFF

Solución:**VVF**

- I. (V) Las teorías clásicas sostienen que la inteligencia es una capacidad cognitiva de tipo lógico-abstracto, destaca en la resolución de problemas en el ámbito académico.
II. (V) Las teorías clásicas asumen que la inteligencia es una aptitud estable y definitiva, carece de modificabilidad socio-ambiental y es de origen hereditario.
III. (F): Las teorías clásicas no se interesaron por estudiar el concepto de creatividad.

Rpta.: C

4. Renato, sentado en la alfombra, no pierde de vista el patrullero a pilas que gira alrededor del coche con el que lo sacan a pasear, situado a escasos metros de él. De pronto, uno de sus polos cayó sobre el patrullero y lo cubrió totalmente. Renato ya no veía el patrullero, sin embargo, a diferencia de otras veces, no lloró; él se incorporó con dificultad, y dirigiéndose lentamente hasta el lugar donde estaba el patrullero, levantó el polo y descubrió el juguete. Considerando las etapas descritas por Piaget, señale el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. Renato, al descubrir el juguete, evidencia haber alcanzado la noción de permanencia del objeto, propia del estadio preoperatorio.
- II. Renato creyó que el polo saltó sobre el patrullero y lo tapó, evidenciando con esto la etapa de operaciones concretas.
- III. Renato evidencia una motricidad gruesa en proceso de desarrollo y se encontraría en el estadio sensorio motriz.

A) VVV B) FVV C) VVF D) VFF E) FFV

Solución:

- I. (F). La noción de permanencia del objeto se alcanza en el estadio sensoriomotriz.
- II. (F). No se menciona esa creencia y tampoco correspondería al estadio de operaciones concretas.
- III. (V). Renato evidencia la permanencia del objeto y una motricidad gruesa en desarrollo, por tanto, se encontraría en el estadio sensoriomotriz.

Rpta.: E

5. En los test de inteligencia para calcular el cociente intelectual se utiliza una famosa fórmula, cuya relación y ubicación de sus variables tiene una lógica y un sentido para lograr un resultado, denominado cociente intelectual, el cual permite predecir el futuro rendimiento académico o laboral del evaluado. Identifique la alternativa correcta en relación la referida fórmula.

- A) La edad mental se obtiene comparando los puntajes que alcanzan las personas de un grupo etario.
- B) Cuando la edad mental es la misma que la edad cronológica se asume que existe un déficit intelectual.
- C) Cuando la edad mental es menor que la edad cronológica el cociente intelectual es mayor a 100.
- D) Una edad cronológica mayor a la edad mental siempre corresponderá a una categoría intelectual de retardo mental.
- E) A mayor edad mental en comparación con su edad cronológica, mayor cociente intelectual a la media poblacional.

Solución:

En la fórmula: $CI = (EM/EC) \times 100$, la cual se utiliza para obtener el cociente intelectual (CI), se asume que en el rendimiento intelectual donde el sujeto obtenga una mayor edad mental en comparación con su edad cronológica, evidentemente, logrará un mayor cociente intelectual a la media poblacional de 100.

Rpta.: E

6. De acuerdo con los planteamientos de Goleman, la inteligencia emocional se vincula con cinco rasgos, que son el autoconocimiento, el autocontrol, la automotivación, la empatía y el manejo de relaciones sociales. A continuación, relaciónelos con los ejemplos que los grafican.

- | | |
|----------------------------------|--|
| I. Autoconocimiento | a. Mary con su discurso emotivo persuadió a los asistentes para que colaboren con la actividad a favor de los niños huérfanos. |
| II. Autocontrol | b. Rafael conoce sus aptitudes y virtudes que lo ayudarán a ser ingeniero, así como los defectos que pueden retrasar sus metas. |
| III. Automotivación | c. Gaby al ver que su amiga regresaba llorosa de ver la nota del examen, evitó preguntarle al respecto, y la acompañó en silencio a su casa. |
| IV. Empatía | d. Saúl, al oír las injurias de un opositor en el grupo de vecinos que lo rodeaba, las grabó y se retiró. |
| V. Manejo de relaciones sociales | e. Marisa desaprobó nuevamente el examen, pero se repite a sí misma «Esto es solo una batalla, perseverando obtendré la ansiada victoria» |

- A) Ib, Iic, IIIa, IVe, Vd
D) Ib, IId, IIIe, IVc, Va

- B) Ic, IIa, IIId, IVb, Ve
E) Ic, IIb, IIIe, IVa, Vd

- C) Ia, IJe, IIId, IVc, Vd

Solución:

- Ib.** En el caso descrito, Rafael es consciente de aptitudes y defectos, conoce su propio sentir acerca de lo favorable y desfavorable que posee para ser ingeniero.
- IId.** Saúl es capaz de controlar impulsos agresivos y desarrolla estrategias adaptativas de afrontamiento a la situación conflictiva planteada.
- IIIe.** Marisa convierte una experiencia de fracaso en la idea de perseverar hasta lograr lo que se ha propuesto, esto le proporciona energía para la consecución de sus metas.
- IVc.** Gaby reconoce la emoción de tristeza de su amiga interpretando su lenguaje gestual y corporal, entiende lo que debe estar sintiendo y sabe que lo que menos quiere es hablar acerca de su fracaso en el examen; por tanto, no la deja sola, la acompaña en silencio.
- Va.** Mary supo expresar en su discurso un mensaje preciso y persuasivo para conseguir que las personas apoyen la causa a favor de los niños huérfanos.

Rpta.: D

7. En un estudio sobre la aplicación de un test de inteligencia en alumnos de segundo grado de primaria de un centro educativo, ubicado en un poblado rural de Huancavelica con alta tasa de analfabetismo, se halló que el 80 % respondía acertadamente a la exigencia «Encuentra la salida de este laberinto, usando el lápiz». Sin embargo, cuando se les preguntaba: «En que se parecen el gato y el ratón» sus respuestas presentaron un déficit de abstracción conceptual marcado, mencionando solo elementos concretos de semejanzas (patas, cola, etc.). Considerando la teoría de la inteligencia de R. Catell, identifique una inferencia válida sobre el caso referenciado.
- A) El estudio evidencia una diferencia de capacidad en los alumnos en el que destaca la inteligencia cristalizada.
 - B) La inteligencia fluida tiene un mejor desarrollo que la cristalizada debido a su contexto espacial y geográfico en ese poblado rural.
 - C) El desempeño en inteligencia cristalizada es menor que la fluida, debido a la privación cultural de los alumnos.
 - D) El pobre razonamiento lógico-abstracto en los alumnos origina un déficit en la inteligencia analítica.
 - E) Las condiciones socioculturales limitantes siempre van a causar una baja en la inteligencia fluida de los alumnos.

Solución:

El subtest que pide encontrar una salida al laberinto evalúa la inteligencia fluida; en cambio, el subtest de semejanzas evalúa inteligencia cristalizada. Por tanto, en los alumnos, el pobre desempeño en inteligencia cristalizada en comparación con los resultados en inteligencia fluida, se puede inferir que tenga como factor causal la privación socio-cultural (analfabetismo), puesto que la inteligencia cristalizada está determinada por el conocimiento, la educación y el entorno cultural.

Rpta.: C

8. A Mariana, por haber ganado un concurso de matemáticas, le permitieron viajar a conocer la casa de sus abuelos en una comunidad a la que solo se accede por vía fluvial. Al desembarcar, reconoció a su tío Ananías y con él emprendió una caminata atravesando un bosque de árboles madereros y frutales. De pronto, Ananías golpeó con su bastón un montículo de hojas; Mariana se detuvo y observó que debajo de las hojas yacía una serpiente. Considerando la teoría de las inteligencias múltiples, identifique el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados:
- I. Mariana evidencia, al ganar el concurso de matemática, la denominada inteligencia analítica.
 - II. Ananías, con el reconocimiento de la serpiente en medio de la hojarasca, demuestra su inteligencia cinestésica.
 - III. Mariana no fue mordida por la serpiente porque su tío Ananías hizo uso de su inteligencia naturalista.

A) VVF B) VFV C) FFV D) FFF E) FVF

Solución:

- I. (F). La inteligencia analítica no corresponde a lo planteado por H. Gardner en su teoría de las inteligencias múltiples.
- II. (F). Lo que Ananías demuestra es su inteligencia naturalista y no la cinestésica.
- III. (V). Lo realizado por Ananías cuando reconoció a la serpiente en medio de la hojarasca evidenció su inteligencia naturalista.

Rpta.: C

9. Alex es un estudiante de secundaria que tiene un rendimiento académico elevado, por ello, tiende a obtener los primeros puestos en su centro de estudios; al ser evaluado psicométricamente, obtiene un cociente intelectual (CI) promedio alto. De acuerdo con los planteamientos de la teoría bifactorial de la inteligencia, sería correcto afirmar que Alex,

- I. mostrará un desempeño intelectual similar en tareas espaciales y mecánicas.
- II. probablemente, sus padres presenten un nivel intelectual mayor al promedio.
- III. posteriormente, en la universidad alcanzará una categoría intelectual superior.

A) Solo I B) I y II C) I y III D) II y III E) Solo II

Solución:**I y II**

- I: La teoría bifactorial sostiene la existencia de una inteligencia general o factor G, la cual es una capacidad común y subyacente a todos los factores específicos como las habilidades verbales, numéricas, mecánicas y espaciales.
- II: La teoría bifactorial plantea que la inteligencia general o factor G es la actividad energética del cerebro y tiene un origen hereditario.

Rpta.: B

10. Roberto todos los años obtiene diplomas por su buen rendimiento académico. Gael, en cambio, estuvo a punto de repetir varias veces, pues desaprobó cursos de matemáticas y ciencias. Sin embargo, gracias a su habilidad para hacer grupo con los más estudiosos, pudo aprobarlos y consiguió pasar de año. Considerando la teoría triárquica de la inteligencia podemos inferir que Roberto y Gael destacan en la inteligencia _____ y _____ respectivamente.

- | | |
|-------------------------------|------------------------------|
| A) visoespacial – emocional | B) analítica – intrapersonal |
| C) creativa – práctica | D) analítica – práctica |
| E) contextual – interpersonal | |

Solución:

La teoría triárquica de la inteligencia señala tres tipos de inteligencia: la analítica, la creativa y la práctica. En el caso descrito, Roberto evidenciaría la inteligencia analítica relacionada con la solución de problemas académicos, y Gael, evidenciaría la inteligencia práctica, al resolver de forma eficaz sus dificultades en los cursos de matemáticas y ciencias aprovechando las capacidades del grupo de los más estudiosos.

Rpta.: D

Educación Cívica

EJERCICIOS DE CLASE

1. La peruanidad hace referencia al sentido de identidad, que une a los pueblos en nuestro país. Su importancia se manifiesta por la diversidad cultural que posee, con respecto a otros países del mundo. En relación con este concepto, identifique la alternativa que mencione los aspectos que fundamentan nuestra peruanidad.

- I. Valorar los idiomas de nuestros antepasados e incorporarlos a la cultura nacional
- II. Priorizar creencias y aspiraciones individuales sobre el bienestar común
- III. Reconocer como manifestaciones culturales a las ciudades pre y post colombinas
- IV. Revalorar expresiones alóctonas para fomentar la integración nacional

- A) Solo IV B) I y III C) II y IV D) II y III E) III y IV

Solución:

- I. Valorar los idiomas de nuestros antepasados e incorporarlos a la cultura nacional
- II. Priorizar creencias y aspiraciones individuales sobre el bienestar común
- III. Reconocer como manifestaciones culturales a las ciudades pre y post colombinas
- IV. Revalorar expresiones alóctonas para fomentar la integración nacional

Los aspectos que fundamentan nuestra peruanidad son los siguientes:

- Revalorar la acción del hombre peruano a través de la historia
- Reconocer valor que tienen las ciudades fundadas en el Perú pre y post colombino como manifestaciones de la creación material del hombre.
- Considerar y revalorar los idiomas de nuestros antepasados que aún superviven; nuestra obligación es incorporarlos a la cultura nacional.
- Valorar las técnicas diseñadas por los antiguos peruanos en la construcción de sus obras de infraestructura agrícola que permitieron el aprovechamiento de sus suelos
- Apreciar las manifestaciones folclóricas autóctonas y las que surgieron producto del mestizaje, practicándolas y difundiendo sin discriminación
- Asumir el concepto de «interculturalidad», que es la capacidad de reconocer e incorporar la diferencia, como una constante en la vida contemporánea
- Incluir a la vida nacional a los millones de peruanos que, organizados en comunidades campesinas y nativas, pueblan el territorio, alejados de los beneficios que otorga la civilización

Rpta.: B

2. Los derechos fundamentales son importantes para una buena convivencia en el país. En el artículo 2° inciso 19 de la Constitución Política, se menciona lo siguiente:

«Toda persona tiene derecho a su identidad étnica y cultural. El Estado reconoce y protege la pluralidad étnica y cultural de la Nación...»

Según lo expuesto, indique la alternativa que represente lo mencionado en el artículo de la Constitución.

- A) Una persona está obligada a usar solo el quechua ante cualquier autoridad.
- B) El Estado promueve la construcción de la identidad personal en todas sus instancias.
- C) La falta de preservación de manifestaciones culturales y lingüísticas en el país.
- D) El Estado fomenta la educación elitista sin importar la erradicación del analfabetismo.
- E) Deficiencia al garantizar el derecho a educarse gratuitamente en todo el Perú.

Solución:

El Tribunal Constitucional señaló que el derecho a la identidad étnica no solo cuenta con protección a nivel constitucional, sino también cuenta con tutela internacional. Además, la vida cultural a la que tienen derecho los grupos minoritarios también debe ser prerrogativa del grupo mayoritario, toda vez que el fenómeno cultural es inherente a todo grupo humano.

Por ello, podemos manifestar que el Estado promueve la construcción de la identidad personal (idioma) en todas sus instancias.

Rpta.: B

3. El Carnaval de Cajamarca es una fiesta llena de color, música y tradición. El 10 de febrero comenzó con la salida del Ño Carnavalón. Dicha festividad se inició en la década de los treinta del siglo pasado, con manifestaciones artísticas como danzas, corsos de carros alegóricos adornados con flores y engalanados por la presencia de bellas reinas, cuyo desfile se realizó alrededor de la Plaza de Armas de la ciudad.



Al respecto, indique la alternativa que interprete correctamente lo manifestado por dicha celebración realizada en Cajamarca.

- A) Es una manifestación discontinua que se realiza después de un fenómeno natural.
- B) Dicha celebración es considerada como una tradición con sus diversas costumbres.
- C) El Estado debe aislar dichas celebraciones para que sean solo de los lugareños.
- D) Es una celebración realizada desde el siglo XXI, importante para la cultura nacional.
- E) Su desarrollo limita el turismo interno y conlleva a pérdidas económicas en la región.

Solución:

Debido a las distintas fiestas, corsos, festivales, concursos y bailes, el Carnaval de Cajamarca se ha ganado el nombre de «La fiesta más alegre del Perú». Dicha celebración es considerada como tradición y costumbre en dicha región.

Rpta.: B

4. Con respecto a las festividades realizadas en el país como representación de la pluriculturalidad y la importancia de la revalorización de las costumbres y tradiciones. De lo expuesto, relacione correctamente las siguientes regiones con sus respectivas festividades.

- | | |
|------------|---|
| I. Costa | a. Festividad del Yawar Fiesta en Coyllurqui |
| II. Sierra | b. Fiesta de la Santísima Cruz de Chalpón de Motupe |
| III. Selva | c. Carnaval y Junshía o matrimonio nativo de Lamas |

A) Ib, Ila, IIlc B) Ic, IIb, IIIa C) Ia, IIb, IIlc D) Ia, IIc, IIlb E) Ic, Ila, IIlb

Solución:

- I. Costa. Fiesta de la Santísima Cruz de Chalpón de Motupe en Lambayeque
II. Sierra. Festividad del Yawar Fiesta en Coyllurqui (Ayacucho y Apurímac)
III. Selva. Carnaval y Junshía o matrimonio nativo de Lamas en San Martín

Rpta.: A

Historia

EJERCICIOS DE CLASE

1. La Ilustración fue un movimiento, principalmente, filosófico surgido en Francia a comienzos del siglo XVIII, expandiéndose por toda Europa, siendo el punto culminante de las ideas burguesas que habían empezado a manifestarse desde inicios de la Edad Moderna. Identifique cuales de los siguientes enunciados corresponden al movimiento ilustrado en el aspecto económico.

- I. La riqueza de un país debe medirse por el oro, siendo el Estado el que dirige la producción industrial y fomenta las exportaciones.
II. División de los poderes del Estado, proponiendo entre ellas como forma de organización un gobierno de tipo republicano.
III. Destaca la escuela fisiocrática que planteó que la base de la riqueza era la tierra, a través del fomento de la producción agrícola.
IV. Protección del mercado interno poniendo barreras como aduanas a la entrada de las mercancías de países extranjeros.

A) II y III B) Solo III C) I y II D) I, II y IV E) II y IV

Solución:

Entre los planteamientos económicos del movimiento ilustrado destaca: el librecambismo que criticaba la política económica proteccionista del mercantilismo, además, plantearon la abolición de los gremios y que los impuestos sean pagados por todos sin distinciones, ni privilegios y finalmente se distinguen dos escuelas económicas: la fisiocracia (François Quesnay) señalaba que la base de la riqueza era la tierra, fomentando la producción agrícola y; la escuela clásica (Adam Smith) planteaba que la riqueza estaba en el trabajo desarrollado de manera libre, expresado en el libre comercio.

Rpta.: B

2. El 16 de diciembre de 1773 un grupo de colonos disfrazados de nativos americanos arrojó al mar un cargamento de té. Este suceso es considerado el origen de la Revolución norteamericana y su independencia. ¿Cuáles de los siguientes acontecimientos corresponden a las consecuencias de esta independencia?

- I. Reconocimiento territorial y concesión de derechos a los nativos norteamericanos
- II. Influencia en las revoluciones francesa y principalmente hispanoamericana
- III. Apoyo económico a las colonias españolas que buscaban su independencia
- IV. Formación de un gobierno republicano federal con un presidente constitucional

- A) I y II B) I, II y III C) II, III y IV D) II y IV E) Solo III

Solución:

Desde que inició el proceso de la Independencia de las 13 colonias con el Motín del té (1773) hasta el reconocimiento de la independencia por Inglaterra en el Tratado de París o Versalles, ninguna otra colonia había alcanzado la independencia de su Metrópoli. Por ello, podemos afirmar que las 13 colonias fueron las primeras en independizarse y estableció el primer Estado liberal y democrático donde establecieron un gobierno republicano federal con un presidente constitucional, siendo el primero de ellos, George Washington. Entre otra, de las consecuencias de este proceso, fue la influencia que ejerció sobre la Revolución francesa y la independencia de Hispanoamérica.

Rpta.: D

3. La Revolución francesa tuvo un proceso dividido en tres fases: la primera fue la Monarquía constituida por los Estados generales, la Asamblea nacional, la Asamblea constituyente y la Asamblea legislativa; la segunda, la República constituida por la Convención, el Directorio y el Consulado; y la tercera, el Imperio, dirigido por Napoleón Bonaparte. Relacione cada una de las siguientes etapas de la Revolución francesa con su evento correspondiente.

- | | |
|----------------------------|---|
| I. Asamblea Constituyente | a. Dictadura de Robespierre quien estableció el «Gobierno del Terror», persiguiendo a sus opositores. |
| II. Asamblea Legislativa | b. Campañas de Napoleón Bonaparte en Egipto destacando: la batalla de las Pirámides y la del Nilo. |
| III. Convención Jacobina | c. Se produce el asalto al Palacio de las Tullerías y se suspenden las funciones constitucionales del rey. |
| IV. Directorio Republicano | d. Se abolió los privilegios feudales y de la servidumbre, además, se aprobó la Constitución Civil del Clero. |

- A) Id, IIc, IIIb, IVa
D) Id, IIc, IIIa, IVb

- B) Ic, IId, IIIb, IVa
E) Ia, IIc, IIIb, IVd

- C) Ic, IId, IIIa, IVb

Solución:

La relación correcta es de la siguiente manera: en la Asamblea Constituyente (1789 – 1791) se abolieron los privilegios feudales y de la servidumbre, además, se aprobó la Constitución Civil del Clero, también en este periodo se tomó la Bastilla y se estableció la Declaración de los Derechos del Hombre y del Ciudadano. Durante la Asamblea Legislativa (1791 – 1792) se produjo el asalto al Palacio de las Tullerías y se suspendieron las funciones constitucionales del rey. En la Convención (1792 – 1795) se estableció la dictadura de Robespierre estableciendo el «Gobierno del Terror» que culminará con la reacción termidoriana, y por último durante el Directorio (1795 – 1799) se desarrolló las campañas de Napoleón Bonaparte en Egipto destacando las batallas de las Pirámides y la del Nilo.

Rpta.: D

4. La primera Revolución Industrial fue un proceso de cambio constante y crecimiento continuo, promovido por la burguesía y originado a mediados del siglo XVIII en Inglaterra. Si bien, su origen es británico, la expansión económica, la gran industria y el desarrollo del comercio se difundieron por la Europa continental y otras partes del mundo. Respecto a la primera Revolución Industrial identifique el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados:

- I. Frederick Taylor empezó a desarrollar un método al que se denominó administración científica del trabajo.
- II. Se produjo innovaciones tecnológicas y una revolución de los medios de transporte y las telecomunicaciones.
- III. Destacó entre los inventos la máquina a vapor, de James Watt, sentando las bases de su aplicación industrial.
- IV. Inició la producción en cadena promoviendo la especialización además de mejoras salariales para obreros.

A) FVVF B) VVFF C) VVFV D) FVFV E) FFFV

Solución:

Los enunciados correspondientes a la primera Revolución industrial son: el que menciona sobre las innovaciones tecnológicas y la revolución de los medios de transporte y telecomunicaciones, destacando los inventos como el ferrocarril, de George Stephenson, el barco a vapor, de Robert Fulton, y el telégrafo, de Samuel Morse. El otro enunciado verdadero es el que hace mención al invento de la máquina a vapor de James Watt, quien mejoró la máquina de Newcomen y sentó las bases de su aplicación industrial. Los otros enunciados corresponden al proceso de la segunda revolución industrial.

Rpta.: A

5. La Restauración fue un periodo comprendido entre la caída de Napoleón Bonaparte y el inicio de la Revolución liberal de 1830. Se caracterizó por una fuerte reacción de las monarquías europeas en su intento de restaurar los regímenes absolutistas europeos, la restructuración del mapa político de Europa, así como difundir el pensamiento conservador. Durante este periodo se estableció la Santa Alianza del cual podríamos afirmar que fue
- A) el principal antecedente de las revoluciones liberales de 1830 y 1848.
B) un pacto militar-religioso monárquico para sofocar las ideas liberales.
C) el inicial acuerdo entre las potencias centrales que inició la Paz Armada.
D) una reunión entre las potencias absolutistas para reordenar el mapa europeo.
E) un intento por conciliar el absolutismo con las ideas de la Ilustración.

Solución:

La Santa Alianza fue un pacto militar-religioso monárquico impulsado por el zar Alejandro I de Rusia, con el objetivo de sofocar las ideas liberales y mantener a las monarquías absolutistas en el poder, bajo los principios religiosos cristianos. Estuvo conformada por Rusia, Prusia y Austria. Después se incorporaron España y Francia. Esta organización intentó intervenir en apoyo a España en el proceso de independencia de Hispanoamérica y posteriormente apoyó a Francia en la invasión a México.

Rpta.: B

Geografía

EJERCICIOS DE CLASE

1. Los recursos naturales son bienes materiales de la naturaleza y estos son aprovechados por las sociedades humanas para contribuir a su bienestar y desarrollo de manera directa o indirecta. Al clasificarlos, por su regeneración o renovación podemos mencionar que son renovables y no renovables. Con respecto a esta forma de clasificar a los recursos naturales, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados:
- I. Son renovables cuando su tasa de renovación es menor a su tasa de uso.
II. Los combustibles fósiles y los minerales son catalogados como renovables.
III. Los no renovables presentan una tasa de extracción mayor que su renovación.
IV. La energía solar, eólica y los bosques son ejemplos de recursos renovables.

A) VFVF B) VFFV C) FVVF D) VVFF E) FFVV

Solución:**FFVV**

- I. **Falso.** Son renovables cuando un recurso su tasa de renovación es relativamente superior a su tasa de uso. De esta forma, mientras se consume el recurso, se puede ir renovando para que no desaparezca en el tiempo.
II. **Falso.** Los combustibles fósiles y los minerales son clasificados como no renovables.

- III. **Verdadero.** Los no renovables presentan una tasa de extracción mayor que su renovación.
- IV. **Verdadero.** La energía solar, eólica y los bosques son ejemplos de recursos renovables, ya que se pueden regenerar naturalmente.

Rpta.: E

2. El Perú presenta aproximadamente una extensión de 516 000 km² de tierras secas, y aproximadamente el 58,14 %, de estas, se halla en proceso de desertificación y 3,8 millones de hectáreas ya están desertificadas. Sobre esta problemática en nuestro país, identifique algunas de las actividades que causan impacto en la tierra

- I. Los suelos de la costa norte son más afectados por la sobreexplotación de acuíferos.
- II. El sobrepastoreo andino y la falta de cobertura vegetal incrementa la erosión hídrica.
- III. La deforestación incontrolada en las laderas de los ríos genera la amplitud de zonas hídricas de uso poblacional.
- IV. Los relaves mineros son contaminantes químicos que afectan los ríos de la costa, Sierra y Selva.

A) III y IV B) I, II y III C) Solo I D) II y IV E) II, III y IV

Solución:

- I. **Incorrecto.** En la Costa norte son más afectados por el sobreirrigación.
- II. **Correcto.** El sobrepastoreo andino y la falta de cobertura vegetal incrementa la erosión hídrica.
- III. **Incorrecto.** La deforestación incontrolada en las laderas y orillas de los ríos desata procesos erosivos graves.
- IV. **Correcto.** Los relaves mineros son contaminantes químicos que afectan los ríos de la Costa, Sierra y Selva.

Rpta.: D

3. El suelo está compuesto por minerales, materia orgánica, agua, aire y organismos vivos. Es un recurso natural fundamental para la vida en la Tierra, por lo que es muy importante su conservación; pero, con las malas prácticas agrícolas, trae como una de sus consecuencias

- A) el aumento de organismos útiles en su capa superior.
- B) la disminución del lecho rocoso de su estructura.
- C) la extensión de vegetación y animales silvestres.
- D) el desarrollo de la producción de arcilla, arena y humus.
- E) la pérdida de la capacidad productiva del suelo.

Solución:

Los agentes contaminantes del suelo son muy diversos y proceden generalmente de las actividades desarrolladas por el hombre. Es así como las consecuencias por las malas prácticas agrícolas generarán: pérdida de la capacidad productiva, muerte de organismos útiles del suelo y concentración de plaguicidas en la cadena alimenticia.

Rpta.: E

4. La biodiversidad se encuentra amenazada por diversas actividades humanas, como la deforestación, la contaminación, la urbanización y la sobreexplotación de recursos naturales. De lo mencionado, identifique algunas medidas que podemos adoptar para su conservación.

- I. Reducir el uso de energía de origen fósil, que daña el medio ambiente.
- II. Permitir la interacción y domesticación de animales silvestres.
- III. Asumir las tres erres ecológicas: reducir, reutilizar y reciclar.
- IV. Exigir a las autoridades el cumplimiento de las normas que lo protegen.

A) I, III y IV B) II, III y IV C) I y II D) Solo II E) I, II y III

Solución:

- I. **Correcto.** Reducir el uso de energía y combustibles que dañan el medio ambiente.
- II. **Incorrecto.** Se busca respetar el hábitat y no domesticar especies exóticas o silvestres.
- III. **Correcto.** Asumir las tres erres ecológicas: reducir, reutilizar y reciclar.
- IV. **Correcto.** Exigir a las autoridades el cumplimiento de las normas que lo protegen.

Rpta.: A

Economía

EJERCICIOS DE CLASE

1. La Organización Internacional del Trabajo (OIT) es el organismo de las Naciones Unidas para el trabajo. Fue fundada sobre la convicción de que la paz universal y duradera solo puede establecerse si se basa en la justicia social. En todas sus actividades que realiza, congrega a gobiernos, empleadores y trabajadores con la finalidad de

- A) reducir la informalidad.
- B) fortalecer el tripartismo.
- C) incrementar los salarios.
- D) reducir la pobreza.
- E) acortar la brecha de género.

Solución:

La OIT es la única agencia «tripartita» de las Naciones Unidas, pues congrega a representantes de gobiernos, empleadores y trabajadores para que diseñen conjuntamente normas de trabajo, políticas y programas. El diálogo entre el Gobierno y los dos «interlocutores sociales» promueve los consensos y la participación democrática de los actores clave en el mundo del trabajo.

Rpta.: B

2. Este año el Perú tendría un panorama muy favorable para debatir un incremento de la remuneración mínima vital (RMV). El compromiso de la presidenta Dina Boluarte y del titular del Ministerio de Trabajo y Promoción del Empleo (MTPE) así como la posibilidad de mejores resultados económicos durante el periodo 2024, permitirían abrir el debate dentro del Consejo Nacional del Trabajo.

Para Juan, que labora en una empresa y que percibe de manera mensual un _____, esto representaría pagar más porcentaje en seguro social y AFP.

A) honorario
D) emolumento

B) bono
E) sueldo

C) jornal

Solución:

El sueldo es el pago percibido por los trabajadores asalariados (sector público o privado) que están en planilla. Entre los beneficios que se tiene es poder contar con acceso al seguro de salud y fondo de pensiones.

Rpta.: E

3. Desde enero de este año, los trabajadores del sector público gozan de un incremento en sus remuneraciones gracias al Convenio Colectivo Centralizado 2023-2024, que fue suscrito el 30 de junio del 2023 entre representantes del Estado y dirigentes de las confederaciones sindicales de los tres niveles de gobierno. Esta mejora remunerativa fue incluida en el presupuesto público 2024 para que el pago sea asignado este año.

Según el Decreto Supremo N.º 313-2023-EF, publicado el 28 de diciembre del 2023, el aumento de sueldo para los más de 540 000 empleados del Estado asciende a S/ 100. Sin embargo, la implementación se realiza en dos etapas: el primer incremento que ya se hizo efectivo es de S/ 50, mientras que la segunda alza será por el mismo valor y registrará a fines de este año.

<https://actualidadempresarial.pe/noticia/aumento-de-s-50-a-trabajadores-publicos-quienes-podran-recibirlo-y-que-requisitos-necesitas/5f2a3e1d-a966-420b-90ae-6ea9d3721a4a/1>

De acuerdo al texto, el incremento salarial, tuvo como factor importante para su realización

- A) el aumento de la productividad laboral.
B) los mejores resultados del sector público.
C) el poder de negociación de los sindicatos.
D) el nuevo presupuesto para el periodo 2024.
E) el incremento del costo de vida en el país.

Solución:

El poder de negociación de los sindicatos y de las organizaciones que defienden al trabajador es un factor importante a la hora de buscar mejoras salariales. A través de un Convenio colectivo firmado por representantes del Estado y dirigentes sindicales se establecen las condiciones de dicho incremento.

Rpta.: C

4. Durante los últimos años, la llegada de migrantes venezolanos al país ha generado un incremento de la competencia por los puestos de trabajo presionando los salarios hacia _____ especialmente en aquellas ocupaciones donde la sustituibilidad con los trabajadores locales es alto provocado por un aumento de la _____ laboral.

A) la baja – oferta
D) el alza – oferta

B) el alza – demanda
E) el alza – productividad

C) la baja – demanda

Solución:

La migración es uno de los principales problemas que enfrentan las economías. Pues generan un fuerte incremento de la oferta laboral ocasionando que los salarios se deterioren, ya que estos tienden a caer. Muchos trabajadores compitan por los escasos puestos de trabajo.

Rpta.: A

5. Un total de 150 trabajadores de la empresa CRIFARMA, decidieron, luego de 42 días de _____, retornar a su centro de labores luego que representantes sindicales llegaran a un acuerdo con la empresa. La firma del convenio colectivo se produjo gracias al papel de _____ realizado por representantes del Ministerio de Trabajo y Promoción del Empleo (MTPE).

A) paro – conciliador
D) huelga – arbitraje

B) paro – negociador
E) huelga – independiente

C) paro – negociador

Solución:

La huelga de los trabajadores llevaba 42 días sin solucionarse, tiempo en el cual habían dejado de laborar en la empresa. El Estado a través del Ministerio de Trabajo y Promoción del Empleo (MTPE) en su papel de promover la solución pacífica de los conflictos laborales entra en la negociación como árbitro para lograr la firma de un convenio colectivo.

Rpta.: D

6. Un grupo de 3 ambulancias del servicio de urgencias de una clínica han sido pintarrajeadas esta tarde, luego del plantón realizado por el personal de salud que mantiene una lucha frontal con la gerencia en aras de obtener mejores condiciones salariales y de trabajo.
Lo anterior, guarda relación con el concepto de

A) boicot. B) sabotaje. C) huelga. D) extorsión. E) lockout.

Solución:

El sabotaje representa daños a la propiedad de la empresa por parte de los trabajadores.

Rpta.: B

7. Argentina ha alcanzado en enero el 245.2 % de aumento de precios. Las liberalizaciones y la devaluación llevadas a cabo por el gobierno de Javier Milei a mediados de diciembre han llevado a un aumento del precio de los bienes y servicios en 40 %, en tanto que la salud y los alimentos han superado el 20 %; mientras tanto, los trabajadores ven caer constantemente la capacidad de compra de su salario _____ o en su defecto se ven empujados a buscar otras opciones labores en donde les paguen en moneda americana y logren cubrir sus _____.

A) nominal – gastos y ahorros
C) nominal – costos de vida
E) nominal – niveles socioeconómicos

B) real – necesidades
D) real – gustos y preferencias

Solución:

El salario debe cubrir el costo de vida que son los gastos que realice una persona o grupo familiar. La inflación afecta la capacidad adquisitiva del salario nominal.

Rpta.: C

8. De acuerdo con el informe técnico «Variación de los indicadores de precios de la economía» elaborado por el INEI (Instituto Nacional de Estadística e Informática, el índice de precios al consumidor (IPC) de Lima Metropolitana se incrementó 0.56 % en febrero y en los dos primeros meses del año en 0.58 %, lo que generó que

- A) aumenten los salarios. B) aumente el empleo.
C) disminuyan los intereses. D) disminuya el salario real.
E) aumente el consumo.

Solución:

El aumento del precio de los productos hace que compremos menos productos con la misma cantidad de dinero. Disminuye el salario real.

Rpta.: D

9. Carlos, es un docente que trabaja de manera particular para diferentes instituciones de educación, cada vez que cobra recibe un _____ por sus servicios profesionales; Roberto, es un abogado que trabaja en el Estado bajo la modalidad de CAS, cada fin de mes percibe una retribución denominada _____.

- A) jornal – sueldo B) honorarios – sueldo C) bono – salario
D) honorarios – jornal E) emolumento – sueldo

Solución:

Carlos es un profesional independiente y, de acuerdo con la legislación sus ingresos se denominan honorarios. Mientras, que Roberto es un trabajador dependiente del Estado que percibe un sueldo bajo la modalidad de contratación CAS.

Rpta.: B

10. En muchos países del mundo, entre ellos el Perú, existe el mecanismo para que un segmento de la población que, por sus capacidades y otros factores, no tiene poder de negociación de sus salarios frente a sus empleadores. Para ello, en el caso del Estado peruano, a través de la promulgación del (la) _____ en favor de estos grupos de trabajadores, les permita obtener los ingresos para satisfacer sus necesidades básicas, ya que dicho salario se ajusta, entre otros factores y criterios técnicos, al costo de vida.

- A) remuneración mínima vital B) salario nominal
C) salario neto D) salario real
E) salario mínimo vital

Solución:

El salario decretado por el Gobierno para proteger esencialmente al segmento de la población que por diversos factores o causas no tienen suficiente poder de negociación sobre sus condiciones salariales, se le denomina remuneración mínimo vital, que en nuestro país también se le conoce como salario mínimo legal.

Rpta.: A

Filosofía

LECTURA COMPLEMENTARIA

Se puede considerar la ciencia del Renacimiento como la continuación directa de la cosmología griega de los jónicos y los pitagóricos, los platónicos y los aristotélicos, los atomistas y los geómetras. El método de Galileo y de Kepler es el método crítico racional, hipotético, de estos precursores suyos. Las hipótesis se inventan y se critican. Bajo la influencia de la crítica, se modifican. Cuando las modificaciones resultan insatisfactorias, se las descarta y se producen nuevas hipótesis. Un ejemplo típico es la cosmología geocéntrica ptolemaica con sus modificaciones e hipótesis auxiliares. Cuando fueron demasiado engorrosas, Copérnico redescubrió la cosmología heliocéntrica de Aristarco. La hipótesis heliocéntrica también llevó a su vez a graves dificultades. Pero se resolvieron triunfalmente gracias a Kepler y Newton. Así el método de la ciencia consiste en proponer con audacia hipótesis tentativas y someterlas a contrastaciones críticas. Desde Einstein sabemos que no pueden llevar nunca a la certeza. Pues ya sea que Newton tenga razón, o que la tenga Einstein, de este hemos aprendido al menos una cosa: que también la teoría de Newton es solo una hipótesis, una conjetura, y tal vez falsa, a pesar de su increíble éxito de predicción, una predicción de máxima precisión, de casi todos los fenómenos astronómicos del sistema solar.

Popper, K. (2005). *El mito del marco común*, Barcelona, Paidós, 2005, p. 249

Según el texto, las hipótesis de la ciencia

- A) constituyen realmente verdades absolutas.
- B) se modifican conforme a las circunstancias.
- C) si son verdaderas pueden predecir hechos.
- D) deben ser siempre criticadas o contrastadas.
- E) conducen normalmente a una certeza real.

Solución:

Karl Popper defiende que las teorías científicas, y toda la ciencia misma, deben ser sometidas a contrastación o crítica constante, puesto que se trata de conjeturas y se debe buscar constantemente su refutación.

Rpta.: D

EJERCICIOS DE CLASE

1. Considerando los siguientes enunciados, señale cuáles contienen información adecuada referida al verificacionismo como criterio demarcatorio.

- I. Paul Feyerabend fue un defensor del verificacionismo.
- II. Solo la refutación confiere carácter científico a las teorías.
- III. La verificación ocurre a partir de la información sensorial.
- IV. El criterio verificacionista fue rechazado por Karl Popper.

- A) Solo I B) Solo III C) I, II y IV D) II y III E) III y IV

Solución:

Respecto de lo asumido por el verificacionismo, son correctos los enunciados III y IV. Feyerabend no defendió el verificacionismo, y el refutacionismo o falsacionismo fue asumido por Popper.

Rpta.: E

2. Juan, un técnico electricista, es un ferviente admirador del terraplanismo o la teoría de la Tierra plana. Por este motivo sigue con bastante regularidad los argumentos terraplanistas por internet, en las redes sociales, y considera que las afirmaciones científicas en contra del terraplanismo son solo creencias muy arraigadas en la comunidad científica, y aceptadas por muchos. La postura de Juan es concordante ¿con qué posición?

- A) El refutacionismo de Karl Popper
- B) El verificacionismo de Carnap
- C) La postura anarquista de Feyerabend
- D) El realismo crítico de Mario Bunge
- E) El antirrealismo de Larry Laudan

Solución:

El epistemólogo Paul Feyerabend afirma que el conocimiento científico es solo una forma más de conocimiento o una creencia especial arraigada en cada *comunidad científica* (término acuñado por Kuhn). Por lo tanto, en virtud de la propia libertad de cada uno, la posición emancipada de Juan es afín al anarquismo defendido por Paul Feyerabend.

Rpta.: C

3. En la segunda mitad del siglo XIX, para explicar la existencia de las diversas especies que habitan el planeta, el naturalista inglés Charles Darwin propuso su teoría de la evolución, mediante la que describe cómo en la naturaleza hay una permanente lucha por la vida y cómo sobreviven los más aptos. El también inglés Herbert Spencer reinterpretó socialmente el evolucionismo, y posteriormente, a partir de este darwinismo social, en la Alemania imperial apareció la ideología de la superioridad y la inferioridad de las razas. Esta afirmación supuestamente evolucionista, desde la óptica de la falsación

- A) se puede aceptar como algo que sí es verificable.
- B) es una idea que sí puede ser falsada o refutada.
- C) es realmente un planteamiento pseudocientífico.
- D) es un ejemplo real de afirmación neoempirista.
- E) sí se puede considerar como científica o natural.

Solución:

Las ideologías constituyen por lo común dogmas y, por tanto, se oponen a la misma naturaleza crítica de la ciencia. El carácter irrefutable o no falsable de la ideología de la superioridad de las razas hace que sea considerada pseudocientífica y no pertenezca a la ciencia.

Rpta.: C

4. En el ámbito de la ciencia se suele aseverar que Issac Newton fue el físico más importante de todos los tiempos, esto debido a que combinaba armoniosamente la observación experimental y el cálculo matemático. Sin embargo, el conocido economista John Maynard Keynes lo llamó el *último mago*, considerando que el científico inglés practicaba la alquimia (mezclar ciencia con astrología, espiritualismo o misticismo) y que, además, aceptaba que el espacio era el *sensorium Dei* (Dios presente en cualquier lugar de la naturaleza). Desde la perspectiva del epistemólogo Karl Popper, dicha práctica, la alquimia
- A) es una pseudociencia porque no se puede falsar.
 - B) es básicamente una práctica empírica o inductiva.
 - C) es bastante afín al anarquismo epistemológico.
 - D) se puede refutar en el ámbito del neoempirismo.
 - E) pertenece en verdad a la llamada ciencia normal.

Solución:

Varios elementos presentes en la alquimia han hecho en que esta antigua práctica no sea considerada científica sino pseudocientífica. Aunque tal vez lo más exacto sea llamarla protocientífica; aquí, por ejemplo, no se puede falsar el adivinar el futuro de cada ser humano mediante los astros, así como la influencia o presencia de seres espirituales.

Rpta.: A

5. Mientras que Popper trataba de defender una noción conjetural del conocimiento recurriendo a sus conceptos de verosimilitud y veracidad, Kuhn proponía en su *The Structure of Scientific Revolutions* (1962) que el término *verdad* debería ser excluido del análisis del progreso científico. Para Kuhn (así como para los realistas críticos tales como Popper), el progreso no puede consistir en la acumulación de verdades. Sin embargo, y a diferencia de Popper, Kuhn recomendaba que renunciáramos a *la noción [...] de que los cambios de paradigma lleva a los científicos, así como a quienes de ellos aprenden, más cerca de la verdad*. Para la ciencia normal, *la resolución de problemas o puzzles que definen sus paradigmas debe inevitablemente ser progreso*. La resolución de problemas constituye, asimismo, la clave del progreso a través de revoluciones.

Niiniluoto, I. (2001) El progreso científico a revisión. En Rorty, R. et al., Cultura y modernidad (p. 374). Barcelona: Kairós.

Según refiere el autor, el progreso de la ciencia, para Kuhn, ocurre mediante

- A) el descubrimiento de nuevas verdades.
- B) la resolución de problemas o *puzzles*.
- C) la contrastación de cualquier hipótesis.
- D) la acumulación de nuevas verdades.
- E) el tema de la verosimilitud en la ciencia.

Solución:

Aunque tanto Popper como Kuhn aceptan el progreso de la ciencia como un proceso evolutivo, Kuhn afirma que la ciencia progresa mediante la resolución de problemas y revoluciones.

Rpta.: B

6. Antes de que apareciera la teoría evolucionista de Charles Darwin en 1859, el problema del origen de los seres vivos era explicado tanto por la teoría catastrofista de Georges Cuvier como por la teoría evolucionista de Jean-Baptiste Lamarck, cada una a su modo. Incluso algunos llegaron a considerar la misma teoría de Darwin como tan solo una variante de la de Lamarck, especialmente en Francia, donde el neolamarckismo cobró un renacido vigor en 1870. No obstante, con el advenimiento del siglo XX, la teoría evolucionista de Darwin logró imponerse a las otras teorías y ser aceptada plenamente por la comunidad científica de biólogos. Por lo que finalmente, considerando la posición epistemológica del norteamericano Thomas Kuhn, se puede concluir en lo siguiente:

- A) el darwinismo pasó a convertirse en *ciencia normal*.
- B) el lamarckismo fue refutado por la teoría de Darwin.
- C) el catastrofismo de Cuvier era la ciencia en revolución.
- D) darwinismo y lamarckismo eran una misma teoría.
- E) la teoría darwinista fue refutada por la de Lamarck.

Solución:

Finalmente, en el asunto del origen de las especies, la teoría evolucionista de Darwin se impuso a otras teorías y fue aceptada por la comunidad científica de biólogos, o sea se convirtió en lo que Kuhn denomina *ciencia normal*.

Rpta.: A

7. Adán es un estudiante de ingeniería electrónica que asegura que la física es básicamente una ciencia experimental. Él afirma que cuando se empezó a estudiar las partículas elementales que existen en la naturaleza, en la primera mitad del siglo XX, se empleaba la cámara de Wilson o de niebla para evidenciar paulatinamente la presencia física de dichas partículas. Así, afirma Adán, Carl David Anderson evidenció empíricamente en 1932 la existencia del antielectrón o positrón gracias a una cámara de niebla (dicha partícula había sido anunciada por Paul Dirac antes, en 1928). El hecho de poder constatar empíricamente la existencia del positrón o electrón positivo, según el verificacionismo, nos permite afirmar que

- A) en la naturaleza solo existen electrones negativos.
- B) se ha producido la falsación de lo dicho por Dirac.
- C) la afirmación de Dirac carece de rigor científico.
- D) sí posee científicidad la existencia del positrón.
- E) la física de partículas es demasiado especulativa.

Solución:

Para el verificacionismo, solo posee rigor científico aquello que se puede constatar empíricamente. La cámara de Wilson permitía aportar pruebas empíricas de las partículas elementales, como era el caso del positrón o electrón positivo, una partícula antimaterial.

Rpta.: D

8. Uno de los problemas más discutidos en el ámbito de la química moderna fue la estructura del benceno o la teoría del anillo bencénico. La estructura ahora familiar de anillo hexagonal simétrico que posee el benceno fue desconocida hasta 1866. En dicho año August Kekulé, un químico alemán, publicó un trabajo en el que establecía dicha forma regular para el benceno; antes habían existido otras propuestas estructurales químicas para el benceno (Dewar, Ladenburg, Claus, Armstrong y Baeyer). No obstante, el mismo Kekulé reconoció que el origen de su teoría se remontaba a un sueño que había tenido. En dicho sueño contempló a una serpiente que se mordía la cola. En otras palabras, Kekulé no había seguido realmente una metodología científica. Por este motivo el descubrimiento del químico alemán concuerda con la siguiente posición:

- A) El concepto de *ciencia en crisis* de Tomás Kuhn.
- B) El verificacionismo defendido por los neoempiristas.
- C) La epistemología anarquista de Paul Feyerabend.
- D) La idea de que el método científico es inductivista.
- E) La posición falsacionista o refutacionista de Popper.

Solución:

Para Paul Feyerabend, no existe en la ciencia propiamente un método en la investigación científica. Más bien, Feyerabend afirma que, con frecuencia, los científicos han empleado diversos modos, estrategias y recursos para obtener logros, como ocurrió con Kekulé.

Rpta.: C

Física

EJERCICIOS DE CLASE

1. En relación a la calorimetría, señale la verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:
- I. La energía transmitida a un cuerpo como consecuencia de la diferencia de temperaturas recibe el nombre de calor.
 - II. El calor específico de una sustancia es el mismo en sus distintas fases.
 - III. Un cuerpo de mayor temperatura tiene mayor energía térmica.
- A) VVF B) VFF C) FFV D) FFF E) VFV

Solución:

- I. **Verdadero.** El calor es la energía transferida debido a una diferencia de temperatura.
- II. **Falso.** El calor específico de una sustancia puede variar en diferentes fases.
- III. **Verdadero.** Un cuerpo de mayor temperatura tiene una mayor cantidad de energía térmica.

Rpta: E

2. La escala Réaumur es una escala en desuso donde la temperatura de ebullición del agua es de 80° y la de fusión del hielo es de 0° . Si la temperatura de una sustancia en la escala Kelvin es 293° , determinar la lectura en la escala Réaumur.

A) 8° B) 16° C) 32° D) 20° E) 40°

Solución:

$$\frac{R - 0}{80 - 0} = \frac{293 - 273}{373 - 273}$$

$$\frac{R}{80} = \frac{20}{100}$$

$$R = 16^\circ$$

Rpta.: B

3. Una muestra de un material desconocido con masa de 50 g, inicialmente a 20°C , se coloca en un horno. Si la muestra gana 880 cal de calor aumentado su temperatura a 100°C , determine el material según la tabla siguiente.

Material	Cobre	Concreto	Plomo	Zinc	Vidrio
Calor específico (cal/g°C)	0,092	0,22	0,031	0,093	0,186

A) Cobre B) Concreto C) Plomo D) Zinc E) Vidrio

Solución:

Se cumple para el calor ganado.

$$Q = c_e m \Delta T$$

$$880 = c_e (50)(80)$$

$$c_e = 0,22 \rightarrow \text{concreto}$$

Rpta.: B

4. En un termo de capacidad calorífica despreciable y de 0,5 L de capacidad, se agregan m_1 gramos de agua a 20°C y m_2 gramos de agua a 70°C , llenándolo completamente. Si alcanzan el equilibrio térmico a una temperatura de 50°C , determine las masas m_1 y m_2 respectivamente.

$$(C_{e_{\text{agua}}} = 1 \text{ cal/g } ^\circ\text{C})$$

A) 400 g y 100 g
D) 150 g y 350 g

B) 200 g y 300 g
E) 350 g y 150 g

C) 100 g y 400 g

Solución:

Aplicando el principio de calorimetría

$$Q_{\text{ganado}} = Q_{\text{perdido}}$$

$$c_{e1}m_1\Delta T_1 = c_{e2}m_2\Delta T_2$$

$$(1)m_1(50 - 20) = (1)m_2(70 - 50)$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{3} \rightarrow m_1 = 2m; m_2 = 3m$$

Además.

$$m_1 + m_2 = 500 \text{ g}$$

$$2m + 3m = 500 \text{ g}$$

$$m = 100 \text{ g}$$

$$\rightarrow m_1 = 200 \text{ g}; m_2 = 300 \text{ g}$$

Rpta.: B

5. En la preparación de una limonada se introducen 10 cubitos de hielo con una masa de 40 g cada uno y se encuentra a una temperatura de -20°C , en un recipiente con 0,4 L de agua a una temperatura de 20°C . Determine la masa de hielo que se derrite.

$$(C_{e_{\text{hielo}}} = 0,5 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}; C_{e_{\text{agua}}} = 1 \text{ cal/g } ^\circ\text{C})$$

A) 50 g

B) 40 g

C) 80 g

D) 20 g

E) 10 g

Solución:

Aplicando el principio de calorimetría, considerando que no se derrite todo, entonces la temperatura de equilibrio es 0°C .

$$Q_{\text{ganado}} = Q_{\text{perdido}}$$

$$c_{e1}m_1\Delta T_1 + Lm_1 = c_{e2}m_2\Delta T_2$$

$$(0,5)(400)(20) + (80)(m) = (1)(400)(20)$$

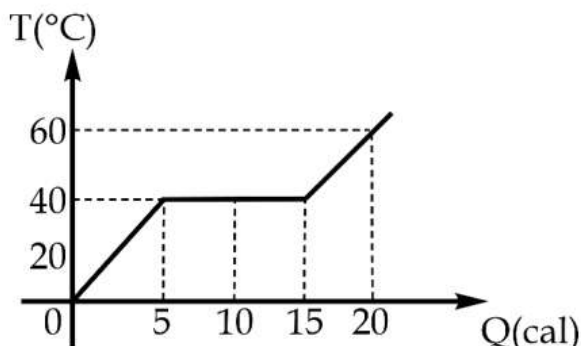
$$4000 + 80m = 8000$$

$$m = 50 \text{ g}$$

Rpta.: A

6. La figura muestra el cambio de la temperatura respecto a la cantidad de calor absorbido de una sustancia de masa 5 g. Si a 0 °C se encuentra en estado líquido, determine el calor específico en estado gaseoso.

- A) 0,05 cal/g °C
 B) 0,04 cal/g °C
 C) 0,06 cal/g °C
 D) 0,08 cal/g °C
 E) 0,09 cal/g °C



Solución:

Analizando en el intervalo de 15 cal a 20 cal.

$$Q = c_e m \Delta T$$

$$5 = c_e (5) (20)$$

$$c_e = 0,05 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$$

Rpta.: A

7. El patio de un colegio está hecho de losas de concreto, las cuales son cuadradas de 10 m de lado. Si es sometida a una temperatura máxima de 45 °C y las losas fueron construidas a 5 °C, determine la mínima separación para evitar la ruptura.

$$(\alpha_{\text{concreto}} = 12 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$$

- A) 0,12 cm B) 0,96 cm C) 1,92 cm D) 0,48 cm E) 0,24 cm

Solución:

Aplicando dilatación lineal, la separación entre las losas coinciden con la dilatación lineal.

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta T$$

$$\Delta L = (10)(12 \times 10^{-6})(40)$$

$$\Delta L = 48 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$\Delta L = 0,48 \text{ cm}$$

Rpta.: D

8. Un líquido con coeficiente de dilatación volumétrica de $44 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ tiene una densidad de $7,2 \text{ g/cm}^3$ a 20 °C. Determine la densidad del líquido a 120 °C.

- A) 5 g/cm^3 B) $5,2 \text{ g/cm}^3$ C) $6,5 \text{ g/cm}^3$
 D) $3,6 \text{ g/cm}^3$ E) $1,8 \text{ g/cm}^3$

Solución:

Aplicando dilatación volumétrica en la densidad final.

$$\rho_{final} = \frac{m}{V} = \frac{m}{V_0(1 + \alpha\Delta T)} = \frac{\rho_0}{1 + \alpha\Delta T}$$
$$\rho_{final} = \frac{7,2}{1 + (44 \times 10^{-4})(100)}$$
$$\rho_{final} = \frac{7,2}{1,44} = 5 \text{ g/cm}^3$$

Rpta.: A**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. En relación a las escalas de temperatura a condiciones normales, indique la verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. La escala Celsius y la escala Fahrenheit tienen el mismo punto de congelación del agua.
- II. La escala Kelvin es una escala de temperatura relativa que comienza desde el cero absoluto.
- III. En la escala Celsius, el punto de ebullición del agua es de 100 grados.

A) VVF B) VFF C) FFV D) FVV E) VFV

Solución:

- I. **Falso.** La escala Celsius y la escala Fahrenheit tienen diferentes puntos de congelación del agua. En la escala Celsius, el punto de congelación del agua es 0°C, mientras que en la escala Fahrenheit es 32°F.
- II. **Falso.** La escala Kelvin es una escala de temperatura absoluta que comienza desde el cero absoluto, donde las partículas no tienen movimiento térmico.
- III. **Verdadero.** En la escala Celsius, el punto de ebullición del agua es de 100 grados Celsius.

Rpta.: D

2. En una estufa se coloca una sartén de cobre de masa 600 g a la temperatura 20 °C. Si esta se incrementa hasta 120 °C, determine la cantidad de calor que absorbe la sartén.

$$(C_{e(\text{cobre})} = 0,093 \text{ cal/g}^\circ \text{C})$$

A) 2790 cal B) 5580 cal C) 2300 cal D) 6200 cal E) 3570 cal

Solución:

Se cumple para el calor ganado.

$$Q = c_e m \Delta T$$

$$Q = (0,093)(600)(100)$$

$$Q = 5580 \text{ cal}$$

Rpta.: B

3. Se tienen 200 g de hierro a 1535 °C, siendo su calor latente de fusión de 5,5 cal/g. Si el hierro se funde completamente a 1535 °C, determine la cantidad del calor absorbido.

A) 1400 cal B) 1240 cal C) 1810 cal D) 1100 cal E) 1520 cal

Solución:

Se cumple para el calor ganado.

$$Q = Lm$$

$$Q = (5,5)(200)$$

$$Q = 1100 \text{ cal}$$

Rpta.: D

4. En un recipiente térmicamente aislado se tienen dos esferas macizas A y B del mismo material de radio r y $2r$ respectivamente. Si la temperatura inicial de la esfera A es 45 °C y de la esfera B es 90 °C, determine la temperatura de equilibrio.

A) 80°C B) 85°C C) 70°C D) 75°C E) 50 °C

Solución:

Aplicando el principio de calorimetría.

$$Q_{\text{ganado}} = Q_{\text{perdido}}$$

$$c_e m_1 \Delta T_1 = c_e m_2 \Delta T_2$$

$$\frac{\rho}{V_1} \Delta T_1 = \frac{\rho}{V_2} \Delta T_2$$

$$\frac{T - 45}{r^3} = \frac{90 - T}{8r^3}$$

$$8(T - 45) = 90 - T$$

$$T = 50 \text{ °C}$$

Rpta.: E

5. Una regla de acero de longitud 1 m se encuentra a la temperatura de 20 °C. Determine la variación de la longitud de la regla, si la temperatura aumenta a 25 °C.

$$(\alpha_{\text{acero}} = 12 \times 10^{-6} \text{ °C}^{-1})$$

A) $60 \times 10^{-6} \text{ cm}$ B) $30 \times 10^{-6} \text{ cm}$ C) $20 \times 10^{-6} \text{ cm}$
 D) $40 \times 10^{-6} \text{ cm}$ E) $10 \times 10^{-6} \text{ cm}$

Solución:

Aplicando dilatación lineal.

$$\begin{aligned}\Delta L &= L_0 \alpha \Delta T \\ \Delta L &= (1)(12 \times 10^{-6})(5) \\ \Delta L &= 60 \times 10^{-6} \text{ m}\end{aligned}$$

Rpta.: A

6. Un calorímetro, de equivalente en agua 100 g, contiene 50 g de agua a punto de solidificarse; si se le introduce un pedazo de metal de calor específico 0,2 cal/g °C, masa 500 g y a 50 °C, determine la temperatura de equilibrio.

A) 10 °C B) 20 °C C) 12 °C D) 15 °C E) 25 °C

Solución:

Aplicando el principio de calorimetría, considerando en total 150 g

$$\begin{aligned}Q_{\text{ganado}} &= Q_{\text{perdido}} \\ c_{e1}m_1\Delta T_1 &= c_{e2}m_2\Delta T_2 \\ (1)(150)(T - 0) &= (0,2)(500)(50 - T) \\ 150T &= 5000 - 100T \\ T &= 20 \text{ °C}\end{aligned}$$

Rpta.: B

7. Una bala de plomo que se desplaza con rapidez de 400 m/s, impacta en una pared. Si el 95 % de su energía cinética se disipa al medio ambiente en forma de calor, determine la variación de temperatura de la bala.

$$(C_{e(\text{plomo})} = 0,03 \text{ cal/g}^\circ\text{C} ; 1\text{J} = 0,24 \text{ cal})$$

A) 10 °C B) 20 °C C) 32 °C D) 15 °C E) 25 °C

Solución:

Se cumple para el calor ganado y conservación de la energía.

$$\begin{aligned}Q &= \frac{c_e m \Delta T}{\text{calorías}} = \frac{5\% \Delta E_c}{\text{joule}} \\ (0,03)(1000m)\Delta T &= \frac{5}{100} \left(\frac{1}{2} m 400^2 \right) (0,24) \\ \Delta T &= 32 \text{ °C}\end{aligned}$$

Rpta.: C

Química

EJERCICIOS DE CLASE

1. La cinética química estudia la velocidad de las reacciones, los factores que la influyen y los mecanismos moleculares subyacentes, como la difusión y la catálisis, esenciales en campos como la bioquímica e ingeniería industrial. Al respecto, seleccione la alternativa correcta.

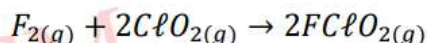
- A) La velocidad de reacción es función de la concentración de productos.
 B) El $t_{1/2}$ depende de la concentración de reactante para cinéticas de orden 1.
 C) La concentración de productos disminuye conforme avanza la reacción.
 D) El complejo activado siempre presenta la mayor energía en una reacción.
 E) La velocidad de reacción aumenta con la disminución de la temperatura.

Solución:

- A) **Incorrecto.** La velocidad de reacción es función de la concentración de **reactantes**.
 B) **Incorrecto.** El $t_{1/2}$ **no** depende de la concentración de reactante para cinéticas de orden 1.
 C) **Incorrecto.** La concentración de productos **aumenta** conforme avanza la reacción.
 D) **Correcto.** El complejo activado siempre presenta la mayor energía en una reacción.
 E) **Incorrecto.** La velocidad de reacción aumenta con **el aumento** de la temperatura.

Rpta.: D

2. El $\text{FC}\ell\text{O}_2$, conocido como fluoruro de clorilo, es el fluoruro de acilo del ácido clórico y se utiliza en la síntesis de compuestos orgánicos e inorgánicos. Su obtención se da a través de la siguiente reacción:



La siguiente tabla muestra la velocidad inicial de reacción como función de la concentración de F_2 y $\text{C}\ell\text{O}_2$:

# Experimento	$[\text{F}_2]$ (M)	$[\text{C}\ell\text{O}_2]$ (M)	Velocidad inicial (M/s)
1	0,10	0,010	$1,2 \times 10^{-3}$
2	0,10	0,040	$4,8 \times 10^{-3}$
3	0,20	0,010	$2,4 \times 10^{-3}$

Al respecto, determine el orden parcial del flúor y el orden global de reacción.

- A) 1 y 1 B) 1 y 2 C) 1 y 3 D) 2 y 3 E) 2 y 4

Solución:

La expresión de la velocidad de reacción, según la Ley de acción de masas será:

$$v = [\text{F}_2]^x [\text{C}\ell\text{O}_2]^y$$

Siendo x el orden parcial del flúor y $(x + y)$ el orden global de la reacción

Tomando en cuenta los experimentos 1 y 2:

$$v_1 = 1,2 \times 10^{-3} = [0,10]^x [0,010]^y$$

$$v_2 = 4,8 \times 10^{-3} = [0,10]^x [0,040]^y$$

Dividiendo (2)/(1):

$$4 = 4^y \rightarrow y = 1$$

Tomando en cuenta los experimentos 1 y 3:

$$v_1 = 1,2 \times 10^{-3} = [0,10]^x [0,010]^y$$

$$v_3 = 2,4 \times 10^{-3} = [0,20]^x [0,010]^y$$

Dividiendo (3)/(1):

$$2 = 2^x \rightarrow x = 1$$

Por lo tanto, el orden parcial del flúor es $x = 1$ y el orden global es $x + y = 2$.

Rpta.: B

3. Las reacciones de primer orden tienen una velocidad proporcional a la concentración del reactante A elevado al exponente 1, como sigue: $v = k[A]$, donde k es la constante cinética y $[A]$ la concentración de A. Se sabe que la forma integrada de la ecuación de primer orden es:

$$\ln\left(\frac{[A]_0}{[A]}\right) = kt$$

Donde $[A]_0$ es la concentración inicial de A y t el tiempo. Se sabe que A reacciona según: $A \rightarrow \text{productos}$. Se introducen 100 mL de una solución 100 mM de A a un recipiente termostatzado y se deja evolucionar la reacción hasta que la concentración de A disminuye en 86,5 % al cabo de 200 min. Al respecto, determine la constante cinética de la reacción, en min^{-1} .

- A) $5,0 \times 10^{-1}$ B) $1,0 \times 10^{-1}$ C) $5,0 \times 10^{-2}$ D) $1,0 \times 10^{-2}$ E) $5,0 \times 10^{-3}$

Dato: $100/13,5 = e^2$

Solución:

Como la reacción hizo disminuir la $[A]_0$ en 86,5 %, quedaron $100 - 86,5 = 13,5$ %.

Entonces:

$$[A] = 13,5 \% [A]_0 = 13,5 \text{ mM}$$

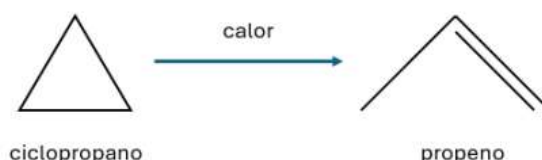
Reemplazando en la ecuación suministrada:

$$\ln\left(\frac{100}{13,5}\right) = \ln(e^2) = 2 = 200k$$

$$k = \frac{1}{100} = 1,0 \times 10^{-2} \text{ min}^{-1}$$

Rpta.: D

4. Las reacciones de isomerización constituyen un ejemplo de reacciones en las cuales las fórmulas moleculares del reactante y del producto son las mismas. Por ejemplo, la isomerización del ciclopropano a propeno es una reacción de primer orden que implica la reorganización de enlaces en el ciclopropano para formar propeno, un proceso que se produce a 500 °C, según:



Al respecto, se ha encontrado experimentalmente que, si se hacen reaccionar 50 mM de ciclopropano, la concentración de este cae a la cuarta parte de su valor inicial en 34,4 min. Determine el valor de la constante cinética a 500°C, en min^{-1} .

Dato: $\frac{\ln 2}{17,2} = 0,040$

- A) 4,0 B) $4,0 \times 10^{-1}$ C) $4,0 \times 10^{-2}$ D) $4,0 \times 10^{-3}$ E) $4,0 \times 10^{-4}$

Solución:

Se sabe que, para una reacción de primer orden, el tiempo de vida media ($t_{1/2}$) es independiente de la concentración inicial de reactantes. Como en el problema la concentración del reactante cayó a la cuarta parte, nos están informando de 2 veces el valor de $t_{1/2}$, por lo tanto: $t_{1/2} = 17,2$ min.

Además, reemplazando en la expresión integrada de la cinética de primer orden, se encuentra una relación entre $t_{1/2}$ y k :

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k} \rightarrow k = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = 0,040 \text{ min}^{-1} = 4,0 \times 10^{-2} \text{ min}^{-1}$$

Rpta.: C

5. Los factores que influyen en la velocidad de una reacción química (v_{rxn}) incluyen la naturaleza de los reactantes, su concentración, la temperatura, la superficie de contacto, la presencia de catalizadores y la presión. Estos elementos pueden aumentar o disminuir la rapidez con que ocurre una reacción. Al respecto, seleccione la alternativa que contiene el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. El hierro expuesto al ambiente se oxida más lento como bloque que en polvo.
- II. Los catalizadores disminuyen la energía de activación, aumentando v_{rxn} .
- III. En fase gaseosa, aumentar la presión isotérmicamente disminuye v_{rxn} .

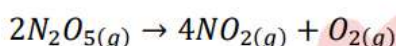
- A) VFF B) VVF C) VFV D) FVF E) FVV

Solución:

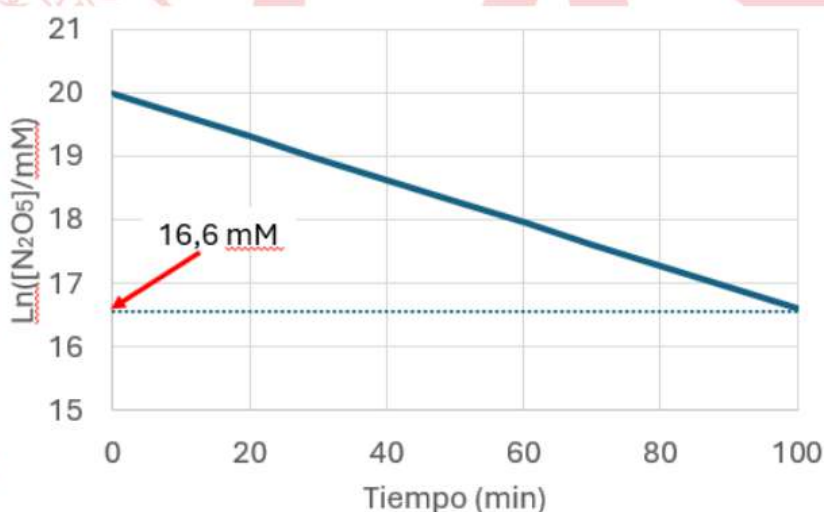
- I. **Verdadero.** El hierro expuesto al ambiente se oxida más lento como bloque que en polvo.
- II. **Verdadero.** Los catalizadores disminuyen la energía de activación, aumentando V_{rxn} .
- III. **Falso.** En fase gaseosa, aumentar la presión isotérmicamente **aumenta** V_{rxn} . Al aumentar la presión, a $T = \text{const}$, disminuye el volumen, haciendo que aumente la concentración. Según la Ley de acción de masas, aumentar la concentración, aumenta la velocidad de reacción.

Rpta.: C

6. El N_2O_5 , o pentaóxido de dinitrógeno, es un compuesto reactivo y peligroso que forma ácido nítrico al disolverse en agua. La reacción global de su descomposición, mostrada a continuación, sigue una cinética de primer orden:



Se realizó un experimento midiendo la concentración de N_2O_5 ($[N_2O_5]$) como función del tiempo a 25°C . Los resultados se muestran en el siguiente gráfico:



Al respecto, determine el valor de la constante cinética, en min^{-1} .

Datos: pendiente de una recta: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

- A) $3,4 \times 10^{-2}$ B) $4,4 \times 10^{-2}$ C) $5,6 \times 10^{-2}$ D) $8,1 \times 10^{-2}$ E) $1,4 \times 10^{-1}$

Solución:

Como ya se sabe, una cinética de primer orden sigue la siguiente ecuación:

$$\text{Ln} \left(\frac{[N_2O_5]_0}{[N_2O_5]} \right) = kt$$

Reordenando:

$$\ln[N_2O_5] = \ln[N_2O_5]_0 - kt \quad \dots \quad (1)$$

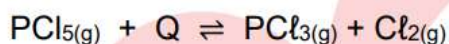
Se puede observar que una gráfica $\ln[N_2O_5]$ vs t da una línea recta. Comparando con la ecuación (1), la pendiente de dicha recta es el negativo de la constante cinética. Recurriendo a la gráfica:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{16,6 - 20}{100 - 0} = -3,4 \times 10^{-2} \text{ min}^{-1}$$

Por lo tanto, la constante cinética será $k = 3,4 \times 10^{-2} \text{ min}^{-1}$.

Rpta.: A

7. El principio de Le Chatelier indica que, si un sistema en equilibrio se perturba, este se ajustará para minimizar el cambio, desplazando el equilibrio en la dirección opuesta a la perturbación, ya sea por cambios en concentración, temperatura o presión. Al respecto, considere la siguiente la siguiente reacción en fase gaseosa:



Seleccione la alternativa que contiene el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. Aumentar la temperatura del sistema desplaza el equilibrio hacia la izquierda.
- II. Disminuir la presión del sistema desplaza el equilibrio hacia la derecha.
- III. Agregar un catalizador desplaza el equilibrio hacia la izquierda.

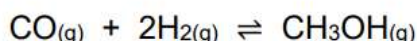
A) VFF B) VVF C) VFV D) FVF E) FVV

Solución:

- I. **Falso.** Aumentar la temperatura del sistema desplaza el equilibrio hacia la **derecha**.
- II. **Verdadero.** Disminuir la presión del sistema desplaza el equilibrio hacia la derecha.
- III. **Falso.** Agregar un catalizador **no modifica** el equilibrio.

Rpta.: D

8. La obtención del metanol (CH_3OH) a nivel industrial se realiza mediante un proceso catalítico que combina monóxido de carbono (CO) e hidrógeno (H_2) a altas temperaturas y presiones, utilizando catalizadores como el ZnO . La ecuación química asociada a dicho proceso a 220°C es:



Se introducen a un reactor cerrado 5 M de CO , 9 M de H_2 y 6,5 M de metanol a 220°C . Al respecto, si el sistema evoluciona hasta que reaccionan 4 M de CO , determine su constante K_c a 220°C , en M^{-1} .

A) 4,0 B) 6,5 C) 7,0 D) 10,5 E) 12,0

Solución:

Considerando la ecuación brindada, y sabiendo que reaccionan 4M de CO:

	$\text{CO}_{(g)}$	+	$2\text{H}_{2(g)}$	$\rightleftharpoons$	$\text{CH}_3\text{OH}_{(g)}$
Inicio:	5 M		9 M		6,5 M
Reacción:	- 4 M		- 8 M		+ 4 M
Equilibrio:	1 M		1 M		10,5 M

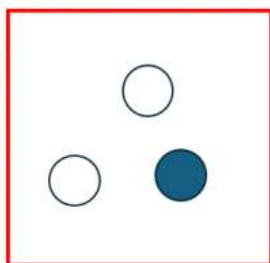
Por lo tanto, la constante K_c vale:

$$K_c = \frac{[\text{CH}_3\text{OH}]}{[\text{CO}][\text{H}_2]^2} = \frac{10,5}{1 \times 1^2} = 10,5 \text{ M}^{-1}$$

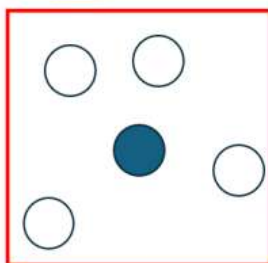
Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

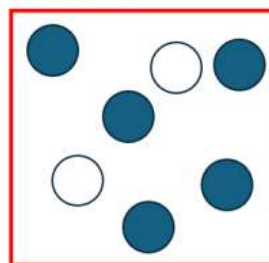
1. La ley de acción de masas en cinética química establece que la velocidad de reacción es proporcional a la concentración de los reactantes elevados a ciertos exponentes, que serán iguales a sus coeficientes estequiométricos si se trata de una etapa elemental. Se dispone de una reacción química del tipo: $2\text{A} + \text{B} \rightarrow \text{productos}$. Se sabe que las velocidades iniciales de reacción en los sistemas 1, 2 y 3 son como 1:4:5:



Sistema 1



Sistema 2



Sistema 3

Donde las esferas sólidas representan a A y las huecas a B. Al respecto, determine el orden de reacción con respecto a A y a B, respectivamente.

- A) 1 y 1 **B) 1 y 2** C) 2 y 1 D) 2 y 2 E) 1 y 3

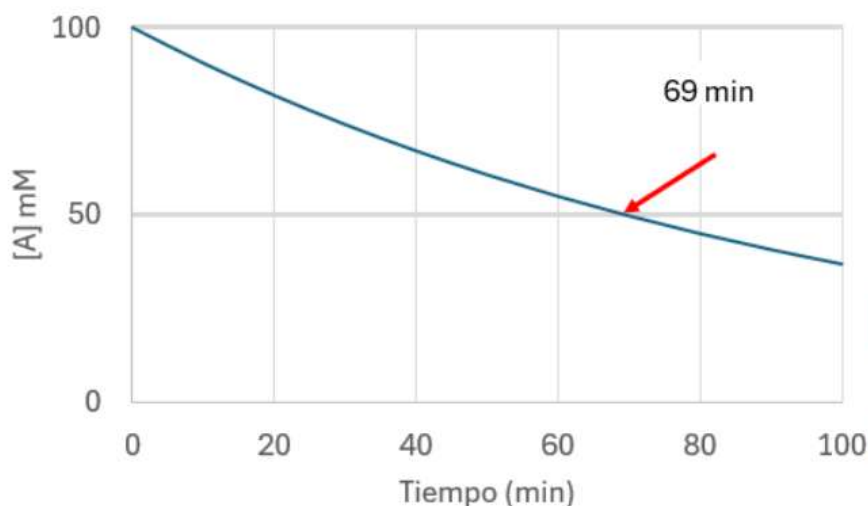
Solución:

Comparando los sistemas 1 y 2: duplicar la concentración de B hace que la velocidad de reacción se cuadruplique. Por lo tanto, el orden con respecto a **B es 2**.

Comparando los sistemas 1 y 3: quintuplicar la concentración de A hace que la velocidad de reacción se quintuplique. Por lo tanto, el orden con respecto a **A es 1**.

Rpta.: B

2. La velocidad de reacción indica qué tan rápido ocurre una reacción química, midiendo el cambio en la concentración de reactivos o productos por unidad de tiempo. Factores como la concentración, temperatura y presencia de catalizadores pueden influir en esta velocidad. Considere la reacción de primer orden $A \rightarrow \text{productos}$. Se realizó un experimento donde se determinó la concentración de A ($[A]$) como función del tiempo:



Al respecto, determine el valor de la constante cinética de dicha reacción, en min^{-1} .

Dato: $\ln 2 \approx 0,69$

- A) $3,4 \times 10^{-2}$ **B) $1,0 \times 10^{-2}$** C) $3,4 \times 10^{-1}$ D) $1,0 \times 10^{-1}$ E) 1,0

Solución:

Se sabe que, para una reacción de primer orden, k y $t_{1/2}$ están relacionados por:

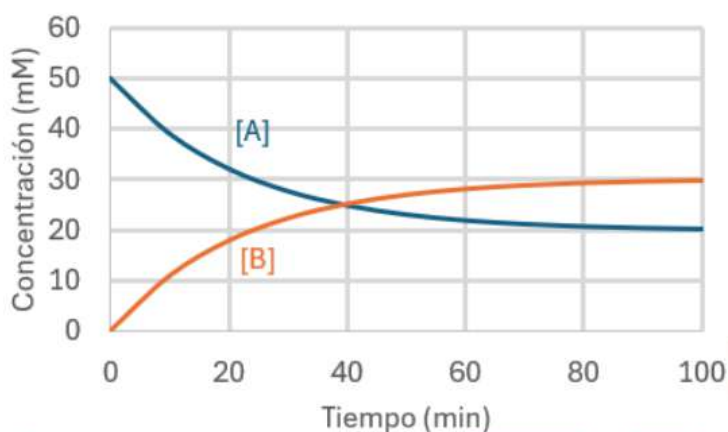
$$k = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

Del gráfico, se puede observar que la $[A]$ disminuye de 100 a 50 mM en 69 min. Esto nos indica que $t_{1/2} = 69 \text{ min}$. Por lo tanto:

$$k = \frac{0,69}{69} = 1,0 \times 10^{-2} \text{ min}^{-1}$$

Rpta.: B

3. El equilibrio químico se refiere a un estado dinámico donde las velocidades de las reacciones directa e inversa son iguales, manteniendo constantes las concentraciones de reactivos y productos. Considere el siguiente gráfico de la concentración de especies químicas como función del avance de una reacción del tipo $A \rightleftharpoons B$:



Al respecto, determine el valor de la constante K_c .

- A) 0,5 B) 1,0 C) 1,5 D) 2,0 E) 2,5

Solución:

Se observa del gráfico que las concentraciones de A y B luego del minuto 80, aproximadamente, permanecen constantes, lo que prueba que a partir de ese punto se alcanzó el equilibrio. Por lo tanto: $[A]_{eq} = 20 \text{ mM}$ y $[B]_{eq} = 30 \text{ mM}$

Por lo tanto:

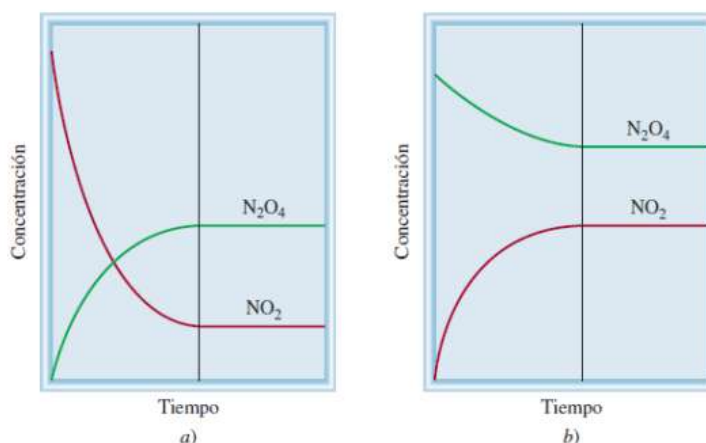
$$K_c = \frac{[B]_{eq}}{[A]_{eq}} = \frac{30}{20} = 1,5$$

Rpta.: C

4. El equilibrio entre N_2O_4 y NO_2 es un ejemplo clásico de equilibrio químico dinámico. A temperatura ambiente, el N_2O_4 incoloro se disocia parcialmente en NO_2 marrón, y la mezcla alcanza un equilibrio donde ambas especies coexisten. La ecuación química asociada a dicho proceso es:



Se realizaron 2 experimentos a diferentes condiciones iniciales de concentración de reactivos y productos a la misma temperatura, los cuales se muestran en las siguientes figuras a y b:



Extraído de: Chang, R., Goldsby, K. A., Álvarez Manzo, R., & Ponce López, S. (2013). Química (11a ed.). México D.F.: McGraw Hill.

Al respecto, seleccione la alternativa que contenga el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. En el experimento (a), solo había NO_2 en el recipiente al inicio de la reacción.
- II. En el experimento (b), solo había N_2O_4 en el recipiente al inicio de la reacción.
- III. Si en (b) las concentraciones de equilibrio de NO_2 y N_2O_4 son 0,068 y 1 M, respectivamente, la constante de equilibrio K_c es igual a 0,068.

A) VFF B) VVF C) VFV D) FVF E) FVV

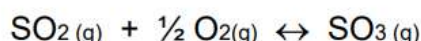
Solución:

- I. **Verdadero.** En el experimento (a), solo había NO_2 en el recipiente al inicio de la reacción, ya que la concentración de N_2O_4 al inicio es cero.
- II. **Verdadero.** En el experimento (b), solo había N_2O_4 en el recipiente al inicio de la reacción, ya que la concentración de NO_2 al inicio es cero.
- III. **Falso.** K_c se calcula como:

$$K_c = \frac{[\text{NO}_2]^2}{[\text{N}_2\text{O}_4]} = \frac{0,068^2}{1} = 4,6 \times 10^{-3}$$

Rpta.: B

5. El SO_2 , un gas incoloro y sofocante, es emitido naturalmente por volcanes y por actividades humanas como la quema de combustibles fósiles. En la atmósfera, reacciona formando SO_3 , según la siguiente reacción:



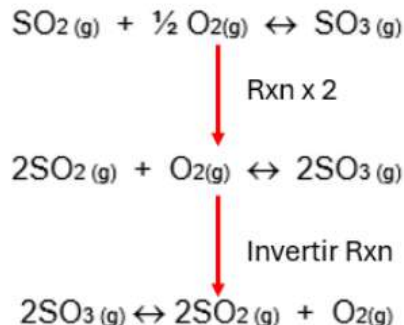
Si se sabe que la constante K_c de dicha reacción es 20, determine el valor de la constante K_c de:



A) $2,5 \times 10^{-3}$ B) $1,25 \times 10^{-2}$ C) $2,5 \times 10^{-2}$ D) $1,25 \times 10^{-1}$ E) $2,5 \times 10^{-1}$

Solución:

Para llegar de la reacción inicial a la final se debe seguir el siguiente camino:



En el primer paso la constante se eleva al cuadrado y en el segundo a la -1 . Por lo tanto, la constante K_c de la reacción final será:

$$K_c = (20^2)^{-1} = 2,5 \times 10^{-3}$$

Rpta.: A

Biología

EJERCICIOS DE CLASE

1. Con respecto a la mitosis, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones y elija la secuencia correcta.

- () Forma parte del ciclo celular.
- () La citocinesis ocurre durante la anafase.
- () Durante la metafase ocurre el crossing-over.
- () Media los tipos de reproducción asexual.
- () Solo hay mitosis en células animales.

- A) VFFVV B) FFFVF C) VFFVF D) VVFVV E) FVFVF

Solución:

La mitosis forma parte del ciclo celular. (V)

La citocinesis ocurre en la etapa final de la telofase no durante la anafase. (F)

El crossing-over es un evento que ocurre durante la profase I de la meiosis. (F)

La mitosis media los tipos de reproducción asexual. (V)

La mitosis ocurre en células animales como en células vegetales. (F)

Rpta.: C

2. La siguiente imagen muestra parte de lo que ocurre con los cromosomas durante la meiosis. Marque la alternativa que indique a qué etapa del proceso de meiosis corresponde el gráfico 2.

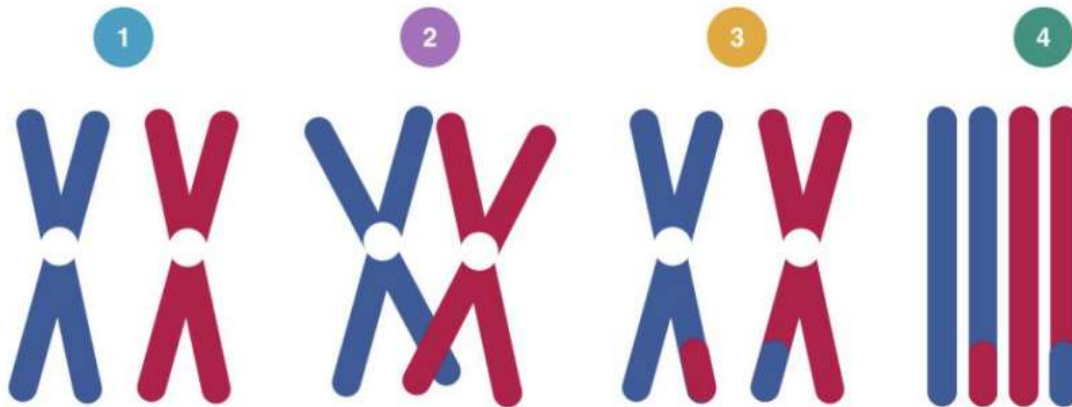


Imagen obtenida de <https://studymind.co.uk/wp-content/uploads/2022/03/Screen-Shot-2022-03-31-at-9.56.28-PM.png>

- A) Meiosis II – diacinesis
C) Meiosis I – leptoteno
E) Meiosis I – diploteno

- B) Meiosis I – paquiteno
D) Meiosis II – cigoteno

Solución:

La etapa de la meiosis que hace referencia el gráfico 2 corresponde al paquiteno, que es parte de la profase I de la meiosis I, durante la cual se da el intercambio de información genética entre los cromosomas homólogos.

Rpta.: B

3. Durante una clase de citogenética, se da una discusión entre dos de los alumnos, ya que uno insiste en que los cromosomas que están observando es de un humano, mientras que otro dice que no, debido a que se observan claramente unos cromosomas que tienen su centrómero en posición terminal, a lo que el profesor le da la razón al segundo estudiante debido a que este tipo de cromosomas no se encuentran en humanos. ¿Qué tipo de cromosomas observó el segundo estudiante?

- A) Acrocéntricos
D) Submetacéntricos

- B) Puntiformes
E) Telocéntricos

- C) Metacéntricos

Solución:

Los cromosomas telocéntricos son aquellos cuyo centrómero se encuentra ubicado en posición terminal, por lo que uno de los brazos del cromosoma será muy corto o no existirá; este tipo de cromosomas no está presente en seres humanos, pero se pueden observar, por ejemplo, en aves.

Rpta.: E

4. Andrea emplea una técnica de horticultura para la propagación de plantas. Consiste en colocar tierra alrededor de una zona de una rama, dejándola hasta que enraíce, luego se separa la rama de la planta madre y se siembra. Según lo mencionado, marque la alternativa que indique la técnica descrita y el tipo de reproducción.
- A) Acodo aéreo – regeneración
 - B) Acodo aéreo – reproducción vegetativa
 - C) Fragmentación – gemación
 - D) Espolón foliar – esporulación
 - E) Foliación – fragmentación

Solución:

La reproducción vegetativa es la producción de una planta a partir de una estructura de una planta madre, tanto de manera natural como artificial, en este último caso tenemos el uso de injertos, estacas, esquejes y acodos.

Rpta.: B

5. Sandra necesita varias planarias para una práctica de laboratorio, pero solo consigue una, así que, como todavía falta alrededor de un mes para entregarlas, decide que mejor es cortar su planaria en tres, de esta manera podrá obtener más planarias. Esto lo hace debido a que sabe que estos animales
- A) pueden desarrollar nuevos individuos de cada fragmento.
 - B) no tienen órganos internos, así que no sufrirán daño.
 - C) liberarán esporas de cada fragmento para nuevas planarias.
 - D) jamás podrán tener descendencia si no se realiza el corte.
 - E) producirán nuevos individuos por gemación inducida.

Solución:

La fragmentación es un tipo de reproducción asexual mediante la cual los animales (como las planarias, estrellas de mar, poliquetos y otros) se rompen en dos o más fragmentos que posteriormente desarrollan en nuevos individuos.

Rpta.: A

6. La microgametogénesis es un proceso mediante el cual se obtienen los gametos masculinos en plantas, los cuales participan en la polinización para la posterior fecundación. Marque la alternativa incorrecta con respecto al primer proceso mencionado.
- A) Se realiza dentro de los sacos polínicos de la antera.
 - B) Los núcleos espermáticos derivan del núcleo generativo.
 - C) Se realizan dos cariocinesis consecutivas.
 - D) Participan todos los microsporocitos.
 - E) El núcleo vegetativo pasa por dos cariocinesis.

Solución:

Cada microsporocito pasa por meiosis de donde se obtienen microsporas; cada microspora pasa por dos mitosis incompletas o cariocinesis. Con la primera cariocinesis, se obtiene el núcleo generativo y el núcleo vegetativo, la segunda cariocinesis solo se da en el núcleo generativo, mientras que el núcleo vegetativo no es afectado, quedando igual hasta el final de la microgametogénesis.

Rpta.: E

7. Con respecto a la macrogametogénesis, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones y elija la secuencia correcta.

- () El líquido estigmático promueve la maduración de la oófera.
- () Solo una macrospora queda funcional las otras tres degeneran.
- () La macrospora pasa por tres cariocinesis o mitosis incompletas.
- () Las sinérgidas se colocan al lado opuesto del micropilo.
- () El saco embrionario inmaduro presenta internamente 8 núcleos.

A) VFVVV B) VFFVF C) FVVVF D) FVVFV E) VVFFV

Solución:

El líquido estigmático ingresa al grano del polen y estimula al núcleo vegetativo para la formación del tubo polínico (F). De las cuatro macrosporas que se obtienen de la meiosis (V), solo una queda funcional, la cual pasa por tres cariocinesis (V). Cuando los núcleos se reorganizan dentro del saco embrionario, las sinérgidas se colocan en el lado del micropilo (F). Después de las tres cariocinesis, se obtiene el saco embrionario inmaduro el cual tiene ocho núcleos en su interior (V).

Rpta.: D

8. Una vez formado el grano de polen se desprende del estambre y se pega al estigma gracias al líquido estigmático, este líquido ingresa al _____ y estimula al _____ para que forme el tubo polínico a través del cual migran los núcleos espermáticos, los cuales ingresan al saco embrionario y se realiza la fecundación. Marque la alternativa que contiene las palabras para completar el texto anterior.

- A) gametofito – núcleo espermático
- B) grano de polen – núcleo generativo
- C) grano de polen – núcleo vegetativo
- D) gameto – núcleo del tubo
- E) pistilo – núcleo vegetativo

Solución:

El líquido estigmático ingresa al grano polen, una vez dentro, estimula al núcleo vegetativo o núcleo del tubo para que se forme el tubo polínico, esta última es una estructura hueca por donde migran los núcleos espermáticos.

Rpta.: C

9. Recuerde lo aprendido en clase sobre la formación de la semilla y del fruto, relacione ambas columnas y marque la alternativa que contiene la secuencia correcta.

I. Fruto	()	Derivado del óvulo
II. Endospermo	()	Protege a la semilla
III. Semilla	()	Derivado del ovario
IV. Embrión	()	Estructura $3n$
V. Endocarpio	()	Estructura $2n$

A) V – II – IV – III – I
D) III – I – IV – V – II

B) III – V – I – II – IV
E) II – V – I – IV – III

C) IV – I – II – V – III

Solución:

Después de la doble fecundación, se da la formación de la semilla en donde el embrión es $2n$ y el endospermo es $3n$. El fruto se forma a partir del ovario, mientras que la semilla se forma a partir del óvulo. El fruto ya formado presenta tres capas, siendo el endocarpio el encargado de proteger la semilla del proceso de digestión cuando esta es ingerida.

Rpta.: B

10. Una de las características de la reproducción sexual es que se necesita de dos progenitores para poder tener descendencia, esto también se cumple cuando los organismos son hermafroditas con la excepción de la tenia, este organismo no necesita de un compañero ya que sus espermatozoides pueden fecundar a los óvulos del mismo proglótide. Este tipo de reproducción se denomina

A) autofecundación.
D) afloramiento.

B) gametogénesis.
E) acoplamiento.

C) moldeamiento.

Solución:

La tenia tiene la capacidad de autofecundarse, cada uno de sus proglótides produce ambos tipos de gametos, de los cuales, los espermatozoides son capaces de fecundar los óvulos del mismo proglótide, lo que asegura su descendencia sin necesitar de la presencia de otra tenia en el mismo hospedero.

Rpta.: A

11. Los testículos tienen internamente a los túbulos seminíferos, que es donde se producen los espermatozoides. Luego, estos pasan y se almacenan en el epidídimo donde terminan su desarrollo. Cuando hay una eyaculación, los espermatozoides salen del epidídimo hacia la uretra a través del vaso deferente, para finalmente salir. Con respecto al tema mencionado, marque la alternativa correcta.

A) La primera parte del texto corresponde a la ovogénesis.
B) Los espermatozoides son transportados por el fluido seminal.
C) La próstata no participa en ninguna de las etapas mencionadas.
D) Los testículos se encuentran dentro del cuerpo de los varones.
E) A mayor temperatura mejor será la producción de espermatozoides.

Solución:

Cuando hay eyaculación, los espermatozoides no se movilizan solos, reciben la ayuda del fluido seminal que aparte de ser medio de transporte también neutraliza el medio ácido de la uretra masculina y del tracto reproductor femenino.

Rpta.: B

12. El ciclo menstrual es un conjunto de acontecimientos de cambios que ocurren en el cuerpo en preparación para el embarazo. Cada mes, uno de los ovarios libera un óvulo. Esto se llama ovulación, la cual ocurre después de la fase folicular; además de estas dos fases también están la fase lútea, que ocurre después de la ovulación y la fase de menstruación. Con respecto a lo mencionado, marque la alternativa incorrecta.

- A) Durante la menstruación se pierde el endometrio.
- B) El cuerpo lúteo se forma después de la ovulación.
- C) El cuerpo amarillo favorece la síntesis de progesterona.
- D) Si no hay implantación el cuerpo lúteo degenera.
- E) La LH alcanza altos niveles en la menstruación.

Solución:

La LH alcanza su máximo nivel durante la ovulación, esto favorece a la liberación del óvulo.

Rpta.: E

13. Dentro de las muestras colectadas, un grupo de entomólogos descubre una nueva especie de insectos, de los cuales encontraron tanto hembras y machos de la misma especie. Al realizar un estudio de sus cromosomas, se dieron cuenta que las hembras eran diploides, mientras que los machos eran haploides. Probablemente esta diferencia se deba a

- A) que los machos se obtienen por partenogénesis.
- B) que las hembras producen dos tipos de gametos.
- C) un error en la identificación de los individuos.
- D) que hubo contaminación de la muestra.
- E) una falla en el momento de la meiosis.

Solución:

La partenogénesis es un tipo de reproducción monogamética, en la que el óvulo inicia con su división sin necesidad de la participación del espermatozoide, dando origen a individuos haploides.

Rpta.: A

14. Recuerde lo aprendido en clase sobre el tema de desarrollo embrionario, relacione ambas columnas y marque la alternativa que contenga la secuencia correcta.

I. Blastocle	()	Sistema excretor
II. Blastoporo	()	Blástula
III. Mesodermo	()	Sistema respiratorio
IV. Endodermo	()	Piel
V. Ectodermo	()	Gástrula

A) V – II – IV – III – I
D) III – I – IV – V – II

B) III – V – I – II – IV
E) II – V – I – IV – III

C) IV – I – II – V – III

Solución:

El blastocle es la cavidad interna de la blástula. El blastoporo está presente en la gástrula. A partir de cada tejido embrionario se diferencian los diferentes sistemas: del mesodermo se diferencia el sistema excretor; del endodermo, el sistema respiratorio y del ectodermo, la piel.

Rpta.: D

15. La siguiente imagen es un ejemplo claro de

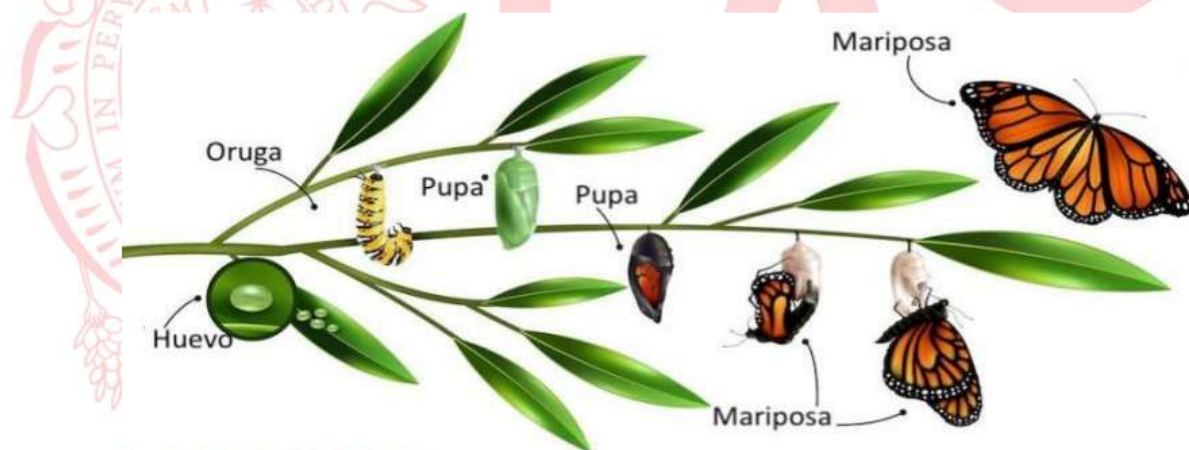


Imagen obtenida de <https://concepto.de/metamorfosis/>

- A) desarrollo directo – partenogénesis.
B) desarrollo indirecto – epigénesis.
C) desarrollo indirecto – morfogénesis.
D) desarrollo directo – metamorfosis.
E) desarrollo indirecto – gametogénesis.

Solución:

La metamorfosis de los lepidópteros (mariposas, polillas) es un típico caso de desarrollo indirecto. Es un proceso biológico mediante el cual un organismo pasa por una serie de cambios para llegar a la forma adulta característica de su especie, es el caso por ejemplo de anfibios e insectos, como la mariposa de la imagen.

Rpta.: D