



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA
CENTRO PREUNIVERSITARIO

SEMANA N.º 9

Habilidad Verbal



(VIDEOS)
TEORÍA Y
EJERCICIOS

IV. CONSISTENCIA TEXTUAL II

i) LA INCOMPATIBILIDAD LITERAL

Los enunciados incompatibles son inatingentes respecto del desarrollo textual, debido a que son aseveraciones contrarias a lo planteado en la lectura. Este tipo de pregunta, en principio, busca que el alumno sea capaz de advertir las ideas que contradicen el desarrollo textual en distintos niveles, ya que los enunciados incompatibles pueden corresponderse con la idea principal, las ideas secundarias o, incluso, las ideas terciarias.

EJEMPLOS SOBRE LA INCOMPATIBILIDAD LITERAL

TEXTO 1

A Isaac Newton —que en la mente de los críticos de la ciencia personifica la «visión única»— el universo le parecía como un mecanismo de relojería. Literalmente. Describió con gran precisión los movimientos regulares y orbitales predecibles de los planetas alrededor del Sol, o de la Luna alrededor de la Tierra, esencialmente mediante la misma ecuación diferencial que predice el vaivén de un péndulo o la oscilación de un muelle. Hoy tenemos tendencia a pensar que ocupamos una posición ventajosa eminente y a lamentarnos de que los pobres newtonianos tuvieran un punto de vista tan limitado. Pero, dentro de ciertos límites razonables, las mismas ecuaciones armónicas que describen el mecanismo del reloj describen los movimientos de objetos astronómicos en todo el universo. Es un paralelismo profundo, no trivial. Desde luego, en el sistema solar no hay engranajes y las partes componentes del mecanismo de reloj gravitacional no se tocan. Los movimientos de los planetas son más complicados que los de péndulos y muelles. Además, el modelo de mecanismo de relojería se quiebra en ciertas circunstancias. Sin embargo, en los relojes de péndulo también se conoce algo como el movimiento caótico; si desplazamos el plomo demasiado lejos de la perpendicular, el movimiento es arrítmico y desordenado. Pero el sistema solar marca mejor el tiempo que cualquier reloj mecánico y toda la idea de marcar el tiempo viene del movimiento observado del Sol y las estrellas.

Sagan, Carl (2000). *El mundo y sus demonios. La ciencia como una luz en la oscuridad*. Barcelona: Planeta. (Texto editado, pp. 261-262)

1. Acerca de los movimientos de los astros en el marco de la propuesta de Newton, es incompatible afirmar que
- A) por su regularidad fueron descritos por el físico de forma muy precisa.
 - B) el físico analizó los desplazamientos de los planetas alrededor del Sol.
 - C) fueron descritos mediante mecanismos predictivos bastante generales.
 - D) este propuso ecuaciones diferenciales distintas para el Sol y la Luna.
 - E) estaba incluido en su estudio el giro de la Luna alrededor de la Tierra.

Solución:

En el texto se señala que la ecuación diferencial era la misma para todos los astros.

Rpta.: D

2. Sobre el paralelismo entre los mecanismos de los astros realizada por Newton y los mecanismos del reloj, es incompatible sostener que
- A) este se plantea de forma didáctica, pero es, en sentido estricto, muy superficial.
 - B) con base en ciertos límites razonables, es posible sostenerlo de forma profunda.
 - C) carece de correlatos totales, pues los engranajes son inexistentes en el espacio.
 - D) los cuerpos celestes y sus relaciones son de mayor complejidad que un péndulo.
 - E) el tiempo astral es mucho más preciso que el determinado de forma mecánica.

Solución:

En el texto se indica que el paralelismo es profundo, no trivial, debido a la especificidad de la predicción y la caracterización.

Rpta.: A

3. Es incompatible afirmar que el mecanismo temporal del espacio es completamente equivalente al de un reloj, entre otros, porque
- A) para Newton el espacio es más atractivo que un mero péndulo.
 - B) los dispositivos mecánicos carecen de movimientos inexactos.
 - C) las predicciones son sensibles al margen del espacio sideral.
 - D) el cosmos es caótico a diferencia del mecanismo de relojería.
 - E) en algún momento los engranajes del objeto pueden averiarse.

Solución:

En el texto se indica que los dispositivos mecánicos del reloj pueden malograrse, en cambio, en el espacio eso no ocurriría.

Rpta.: E

TEXTO 2

Muchos científicos afirman que existe un peligro real si se siguen haciendo las cosas como hasta ahora, que nuestra civilización industrial constituye una trampa explosiva. Sin embargo, resulta muy costoso tomar en serio advertencias tan horribles. Las industrias afectadas perderían beneficios. Aumentaría nuestra propia ansiedad. Hay muchas y buenas razones para desoír esas voces. Tal vez los numerosos científicos que nos previenen de la

inminencia de catástrofes sean unos agoreros. Quizás amedrentar a los demás les proporcione un perverso placer. Tal vez no sea más que una manera de conseguir subvenciones oficiales. Al fin y al cabo, otros científicos dicen que no hay nada de qué preocuparse, que tales afirmaciones no están demostradas, que el medio ambiente se curará solo. Como es lógico, ansiamos creerles. ¿Quién no? Si tienen razón, nos aliviarán de una inmensa carga. Así que no nos precipitemos. Seamos cautelosos. Procedamos lentamente. Asegurémonos primero. Por otro lado, es posible que quienes nos tranquilizan acerca del medio ambiente sean como Pollyannas, la protagonista de la novela de Eleanor Porter, cuyo optimismo ciego era envidiable, o tengan miedo de enfrentarse con los que asumen el poder o quieran gozar del apoyo de los beneficiarios del expolio del medio ambiente. Así que démonos prisa; arreglemos las cosas antes de que sea tarde.

Sagan, Carl (1998). *Miles de millones. Pensamientos de vida y muerte en la antesala del milenio*. Barcelona: Ediciones B. (Texto editado, p. 42)

1. Resulta contrario al texto, sobre la civilización industrial y los peligros que se derivan de esta, afirmar que
- A) constituyen una trampa peligrosa para el desarrollo y la propia vida humana.
 - B) podrían aumentar nuestra ansiedad, pero las voces autorizadas son ignoradas.
 - C) devinieron en cierto escepticismo, posiblemente impulsado por las industrias.
 - D) generarían la neutralización de opiniones de alarma por parte de los científicos.
 - E) son, para el autor, alarmantes por las potenciales consecuencias en el futuro.

Solución:

En el texto se indica que los científicos afirman que este proceso de industrialización es peligroso, de manera que las opiniones de alarma más bien se hacen manifiestas.

Rpta.: D

2. Respecto del deterioro del medioambiente, es incompatible afirmar que
- A) los científicos de manera categórica afirman que podría ser irreversible.
 - B) algunos especialistas afirman que tenemos que tomárnoslo con calma.
 - C) ansiamos creerles a quienes sostienen que habrá de estabilizarse solo.
 - D) genera opiniones especializadas contrapuestas sobre esta problemática.
 - E) para Carl Sagan, tiene que revertirse antes de que sea demasiado tarde.

Solución:

Las posturas científicas al respecto no son unánimes.

Rpta.: A

3. Es incompatible con el texto afirmar que las advertencias sobre el inminente peligro son tomadas en serio, porque
- A) ciertos científicos solo actúan de forma perversa para hacernos sufrir.
 - B) los intereses de las industrias procuran solaparlas para evitar pérdidas.
 - C) los empresarios actúan con responsabilidad y evitan dañar el planeta.
 - D) quienes las hacen son agoreros que han perdido completa credibilidad.
 - E) es evidente que el planeta puede arreglarse a través de ciclos cortos.

Solución:

Quienes dirigen las industrias evitan que los comentarios sean tomados en serio, pues las consecuencias serían negativas en términos de rentabilidad.

Rpta.: B**ii) LA INCOMPATIBILIDAD INFERENCIAL**

La incompatibilidad inferencial se define como el marco informativo contrario al texto, pero que se desprende de las premisas de este. En tal sentido, se busca que el alumno supere el marco de ideas literales y se permita reconstruir información adicional que niegue algunas de las ideas del texto; es decir, el discente debe sustentarse en el desarrollo del texto para definir la plausibilidad de la información discordante que se desprende del texto.

EJEMPLOS SOBRE LA INCOMPATIBILIDAD INFERENCIAL**TEXTO 1**

El gran movimiento de liberación que se inició con el Renacimiento y condujo, a través de las muchas vicisitudes de la Reforma y las guerras religiosas y revolucionarias, a las sociedades libres en las que los pueblos de habla inglesa tienen el privilegio de vivir, se hallaba inspirado en su totalidad por un inigualado optimismo epistemológico, por una concepción optimista del poder del hombre para discernir la verdad y adquirir conocimiento. En el corazón de esta nueva concepción optimista de la posibilidad del conocimiento se encuentra la doctrina de que la *verdad es manifiesta*. Quizás se pueda cubrir la verdad con un *velo*, pero ella puede revelarse. Y si no se revela por sí misma, puede ser revelada por nosotros. Quitar el velo puede no ser fácil, pero una vez que la verdad desnuda se yergue revelada ante nuestros ojos, tenemos el poder de verla, de distinguirla de la falsedad y de saber que ella es la verdad. El nacimiento de la ciencia moderna y de la tecnología moderna estuvo inspirado por este optimismo epistemológico cuyos principales voceros fueron Bacon y Descartes. Ellos afirmaban que nadie necesita apelar a la autoridad en lo que concierne a la verdad, porque todo hombre lleva en sí mismo las fuentes del conocimiento.

POPPER, Karl (1991). *Conjeturas y refutaciones. El desarrollo del conocimiento científico*. Barcelona: Paidós. (Texto editado, p. 26)

1. Es incompatible afirmar que Descartes se decanta por la consideración de que la búsqueda de la verdad es una empresa irrealizable, porque
 - A) el nacimiento de la ciencia moderna fue el fin supremo del quehacer filosófico desde sus orígenes.
 - B) los filósofos se ocupan de definir problemas y, en tal sentido, dejan más interrogantes que respuestas.
 - C) el optimismo epistemológico aludido en el texto es impulsado por otros filósofos con mayor ímpetu.
 - D) su propuesta está signada por la seguridad de que la consecución de la verdad es intrínseca al individuo.
 - E) se requiere apelar a una autoridad para conseguir conocimiento fiable a diferencia de las opiniones.

Solución:

En efecto, el develamiento de la verdad es un proceso que puede ser realizado por el hombre: «[...] todo hombre lleva en sí mismo las fuentes del conocimiento». Así, conseguir la verdad es intrínseco al sujeto pensante.

Rpta.: D

2. Sobre el optimismo epistemológico aludido en el texto, es incompatible afirmar que

- A) en el seno de este se plantea la doctrina de que *la verdad es manifiesta*.
- B) hizo posible el nacimiento del procedimiento científico y el auge tecnológico.
- C) este se gesta exclusivamente en procesos de innovación del pensamiento.
- D) fue asumido y propugnado por pensadores de la talla de Bacon y Descartes.
- E) impulsó la develación de la verdad como un objetivo complejo pero factible.

Solución:

Son procesos sociales los que también originaron el optimismo epistemológico.

Rpta.: C

3. Resulta incompatible con el desarrollo textual, acerca de la distinción entre el conocimiento fiable y las falsedades, afirmar que

- A) esta contraposición es fundamental para distinguir la ciencia de lo que no lo es.
- B) aún se carece de procedimientos serios para establecerla de manera pertinente.
- C) los científicos presentan un marco de conocimientos cimentado en este distingo.
- D) el optimismo epistemológico posibilita la búsqueda de la verdad gracias a esta.
- E) presenta sus cimientos en el Renacimiento, en tanto este era de corte transgresor.

Solución:

El optimismo epistemológico se funda en que la verdad se puede conseguir, de manera que es posible distinguirla de las ideas falsas.

Rpta.: B**TEXTO 2**

No es suficiente enseñar a un hombre una especialidad. Aun cuando esto logre convertirlo en una especie de máquina útil no tendrá una personalidad desarrollada de manera armoniosa. Es indispensable que el estudiante adquiera una comprensión de los valores y una profunda afinidad con ellos. Tiene que alcanzar un vigoroso sentimiento de lo bello y de lo moralmente bueno. De lo contrario, la especialización de sus conocimientos lo asemejarán más a un perro adiestrado que a una persona de desarrollo culto y equilibrado. Ha de aprender a intuir las motivaciones de los seres humanos, sus sufrimientos e ilusiones para conseguir una relación adecuada con su prójimo y la comunidad. Estos elementos espirituales se transmiten a las generaciones más jóvenes a través del contacto personal con quienes enseñan, —no en lo esencial por lo menos— mediante los libros de texto. Estos constituyen la cultura y la preservan. Pienso en todo ello cuando recomiendo el «arte y las letras» como disciplinas importantes, y no solo el árido y estéril conocimiento especializado en el campo de la historia y la filosofía.

EINSTEIN, Albert (1952). «Educación y pensamiento independiente». En *Mis creencias*, texto en línea: <http://www.sld.cu/galerias/pdf/sitios/bmn/mis_creencias.pdf>. (Texto editado, p. 44)

1. Respecto de la estricta especialización en alguna disciplina como la medicina, resultaría incompatible afirmar que
- A) se erige como suficiente para formarse moralmente dada su complejidad teórica.
 - B) esta debe complementarse con una comprensión de los valores a través del arte.
 - C) solo generaría individuos diestros y útiles si se prescinde de las letras y el arte.
 - D) debe matizarse con ciertas disciplinas como el arte para obtener mayor empatía.
 - E) resulta insuficiente si se quiere formar a un profesional equilibrado y con cultura.

Solución:

En el texto se señala sustancialmente que se requiere del arte y las letras para enriquecer a un individuo espiritualmente.

Rpta.: A

2. De acuerdo con lo planteado por Einstein sobre el conocimiento filosófico, resultaría incompatible afirmar que
- A) se erige como un saber que es complementario a las letras y el arte.
 - B) debe enseñarse de forma conjunta con otras materias de humanidades.
 - C) resultaría insuficiente si se quiere formar a un profesional con empatía.
 - D) el físico propone que solo este determinaría la moral de un profesional.
 - E) es parte constitutiva de la formación cultural y profesional de una persona.

Solución:

El autor señala que la filosofía es una rama estéril, de forma tal que no basta con esta materia como mecanismo formativo. Esos aspectos (los valores que devienen en una actitud empática) se logran, además, mediante las letras y el arte.

Rpta.: D

3. Es contrario a lo sostenido por el autor afirmar que las humanidades son estériles para interactuar de forma armónica con nuestros congéneres, porque
- A) generan el desarrollo espiritual *ad hoc* que desplaza a la especialización recta.
 - B) estas permiten desarrollar una perspectiva acorde con los sentimientos del otro.
 - C) posibilitan que nos diferenciamos de los animales al exigir una mayor sabiduría.
 - D) ocasionan que el individuo se desmarque de sus metas racionales y proficuas.
 - E) las personas jamás llegan a comprender a sus pares por lo ignota que es el alma.

Solución:

Las letras y el arte posibilitan el aprendizaje de «[...] las motivaciones de los seres humanos, sus sufrimientos e ilusiones para conseguir una relación adecuada con su prójimo y la comunidad», de manera que es contrario afirmar que son estériles para tal fin.

Rpta.: B

COMPRENSIÓN LECTORA

Toda crítica de ese declaradamente nebuloso *Zeitgeist* (talante de la época) que llamamos posmodernismo se justifica por la necesidad de develar su incapacidad propositiva, y por el **abuso** reiterado de conceptos y términos procedentes de las ciencias físico-matemáticas. Son frecuentes ciertas confusiones de pensamiento muy extendidas en los escritos posmodernos y que tienen que ver con el contenido o la filosofía de las ciencias naturales. Para ser más precisos, la palabra «abuso» puede designar aquí una o varias de las características siguientes:

1. Hablar prolijamente de teorías científicas de las que, en el mejor de los casos, solo se tiene una idea muy vaga. La táctica más común es emplear una terminología científica —o pseudocientífica— sin preocuparse demasiado de su *significado*.
2. Incorporar a las ciencias humanas o sociales nociones propias de las ciencias naturales, sin ningún tipo de justificación empírica o conceptual de dicho proceder. Si un biólogo quisiera utilizar en su campo de investigación nociones elementales de topología matemática, de la teoría de conjuntos o de geometría diferencial, se le pedirían explicaciones y sus colegas no tomarían demasiado en serio una vaga analogía. Sin embargo, para Lacan, la estructura del neurótico coincide exactamente con la del toro (¡es la mismísima realidad!), para Kristeva, el lenguaje poético puede teorizarse en términos de la cardinalidad del continuo y para Baudrillard, las guerras modernas tienen lugar en un espacio no euclidiano: todo ello sin la menor explicación.
3. Exhibir una erudición superficial lanzando, sin el menor sonrojo, una avalancha de términos técnicos en un contexto en el que resultan absolutamente incongruentes. El objetivo, sin duda, es impresionar y, sobre todo, intimidar al lector no científico. Por lo demás, algunos comentaristas académicos y de los medios de comunicación han picado el anzuelo: Roland Barthes está impresionado por la precisión del trabajo de Julia Kristeva y *Le Monde* admira la erudición de Paul Virilio.
4. Manipular frases sin sentido. Se trata, en algunos autores mencionados, de una verdadera intoxicación verbal, combinada con una soberana indiferencia por el significado de las palabras.

Los autores mencionados hablan con una arrogancia que su competencia científica no justifica. Lacan se vanagloria de utilizar «la topología más reciente» y Latour se pregunta si acaso no habrá enseñado algo a Einstein. Quizá se creen capaces de aprovechar el prestigio de las ciencias naturales para dar un barniz de rigor a sus discursos. Y parecen convencidos de que nadie se va a dar cuenta del mal uso que hacen de los conceptos científicos, pero lo cierto es que sus propuestas son no menos que un espejismo intelectual.

SOKAL, Alan y Jean BRICMONT (1999). *Imposturas intelectuales*. Barcelona: Paidós.

1. El tema central del texto es
- A) el espejismo intelectual creado por autores legos como Lacan, Barthes y Latour, quienes desconocen los presupuestos de la física.
 - B) la manera arrogante con la que ciertos autores posmodernos actúan por su conocimiento de las matemáticas y la física.
 - C) la aceptación inopinada que los autores posmodernos obtienen de especialistas serios debido al uso abusivo de las matemáticas.
 - D) las diversas formas en que se manifiesta el uso inatingente que hacen los autores posmodernos de ciertos conceptos físico-matemáticos.
 - E) las matemáticas empleadas por los autores posmodernos para granjearse consistencia y credibilidad infundadas.

Solución:

El autor sostiene que el uso abusivo de los posmodernos se manifiesta de cuatro formas y desarrolla cada una de ellas.

Rpta.: D

2. En el texto, la palabra ABUSO connota
- A) impertinencia.
 - B) violencia.
 - C) impiedad.
 - D) deterioro.
 - E) disyunción.

Solución:

En el texto el vocablo se usa para referirse a la falta de propiedad para usar conceptos en las ciencias sociales. Por consiguiente, el vocablo connota IMPERTINENCIA.

Rpta.: A

3. Es incompatible, sobre los discursos que articulan autores posmodernos como Latour, afirmar que
- A) se sustentan en conceptos de los cuales desconocen su significado real.
 - B) constituyen una muestra de arrogancia injustificada y de aparente erudición.
 - C) evidencian un profundo desconocimiento de los conceptos físicos que usan.
 - D) son diferentes al discurso científico, que está sustentado a través de hechos.
 - E) están matizados de conceptos matemáticos y físicos para saberse profundos.

Solución:

En principio, la ciencia no es un discurso. Además, las matemáticas no están sustentadas en hechos.

Rpta.: C

4. Resulta contrario al texto afirmar que los posmodernos aludidos actúan de forma involuntaria, porque
- A) su objetivo medular es sonrojar a los lectores mal formados en tales temas.
 - B) estos pretenden mostrar una erudición e intimidar al lector lego en ciencias.
 - C) cuestionan las matemáticas y la física al usar sus conceptos arbitrariamente.
 - D) conocen muy bien el formalismo matemático y deberían usarlo con propiedad.
 - E) es condenable que utilicen argucias de autoridad para sustentar sus devaneos.

Solución:

Estos autores usan conceptos que carecen de relevancia en sus estudios con fines específicos. Si se trazan fines previamente, es porque lo hacen de forma premeditada no involuntaria.

Rpta.: B

5. Se colige de la lectura que la rigurosidad académica de los autores aludidos

- A) es parte de la finalidad posmoderna de conseguir notoriedad a cualquier precio.
- B) sería sometida a escrutinio si alguno de estos contara con doctorados de nivel.
- C) debe denunciarse públicamente para que estos sean expulsados de sus trabajos.
- D) es cuestionable, aunque hayan ganado ciertos espacios en el ámbito académico.
- E) jamás ha sido tomada en serio por las universidades más prestigiosas del mundo.

Solución:

Tal rigurosidad es inexistente toda vez que estos autores usan de forma caprichosa conceptos que desconocen.

Rpta.: D

6. Si conceptos matemáticos como el toro fueran usados en las ciencias sociales para definir un fenómeno acorde con la naturaleza del concepto, entonces

- A) el posmodernismo sería una corriente predictiva y sólida.
- B) autores como Lacan tendrían que replantear sus postulados.
- C) los posmodernos cuestionarían de forma airada la atingencia.
- D) tendría que gestionarse la autorización de algún matemático.
- E) se podría sostener que, en tal caso, el uso ha sido pertinente.

Solución:

En este caso aislado, podría justificarse la pertinencia en el uso del concepto matemático en el ámbito de las ciencias sociales.

Rpta.: E**SECCIÓN B****TEXTO 1A**

Es importante no utilizar el castigo como única herramienta, pero sí saber qué es válido y utilizarlo de manera puntual para tener más efecto, sin olvidarnos de aplicarlo adecuadamente. Como padres tenemos, por lo tanto, que verlo desde un punto de vista diferente al que teníamos antes. Más que hablar de castigo como tal y utilizarlo como sanción habría que considerarlo como producto de las consecuencias de sus actos. Los niños tienen que estar informados de que sus acciones tienen unas consecuencias, no de que se les castigará si no hacen algo. Tienen que ser conscientes de que si no hacen algo tienen una consecuencia, en función de cómo se ha comportado o actuado, que puede que no le guste y no sea positiva para ellos. Es por esto que, informarles y hacerles ver esas consecuencias es fundamental. De esta manera, si no actúan como esperamos o como les corresponde nosotros no seremos quienes estamos castigando, sino que serán ellos mismos los que recojan los frutos de lo que han sembrado. Este estilo educativo tiene unos resultados muy buenos porque no hablamos de castigo como tal, pero sí les hacemos conscientes y responsables de sus acciones.

Dichas consecuencias tendrán que aplicarse de manera inmediata a la acción para que entienda que es el resultado de su acción. Si se espera a que pase tiempo o se aplican de manera prolongada no tendrán tanto efecto porque puede que incluso se les olvide el motivo por el que habían sido castigados. Si por algún motivo no se puede llevar a cabo el castigo o las consecuencias al instante, en el momento que retomemos el tema habrá que explicarles la situación y recordarles o volverles a poner en la situación en la que no se han comportado de manera adecuada para hacerles conscientes y que relacionen siempre ese hecho con su comportamiento. Debemos tratar que esas consecuencias sean acordes y vayan al mismo nivel de la acción. Por ejemplo, si un niño desaprueba, no logrará aprobar ya sea porque deje de ir a jugar al fútbol, que es lo que más le gusta. Creemos que haciéndole daño y tocando el punto más sensible para ellos pueden reaccionar mejor. Probablemente, reaccionará, pero no implica que vaya a estudiar más y no resulta del todo positivo eliminar hábitos buenos, como puede ser la práctica de un deporte, para corregir otros que no son tan buenos. Si no estudia, deberá estudiar.

Campo, M. (17 diciembre de 2020). Castigos: ¿podrían ser una opción adecuada en algún momento? Recuperado de <https://www.serpadres.es/3-6-anos/educacion-desarrollo/articulo/cuando-si-y-cuando-no-castigar-a-los-ninos-281512123446>

TEXTO 1B

El castigo es un fracaso de la educación. Existe una forma muy bonita de enseñar, solo hay que seguir tres pasos: comprensión, educación y elección. Los niños que constantemente son castigados suelen tener una baja autoestima, porque van interiorizando los siguientes mensajes: «soy malo», «no acierto nunca», «lo hago todo mal». Y dependiendo de cómo sea su temperamento optan por dos caminos: son sumisos o son agresivos; y creo que un padre no quiere esto para su hijo. Es cierto que algunos padres señalan que los castigos son eficaces, pero eso no significa que sean buenos. Pues, nadie quiere doblegar a su hijo, sino enseñarle y eso se consigue razonando con él. Si un niño mete los dedos en el enchufe y le pegas y le dices «esto no se hace», a lo mejor no aprende que «el enchufe es peligroso», y no que «no tenía que ir gateando por el suelo».

Se debe tener en cuenta que a un niño no hay que **limitarlo**, simplemente hay que decirle que en una casa hay unas normas de convivencia y unos valores morales. Por ejemplo, en esta casa no se debe gritar ni pegar, pero sería una norma no solo los niños, sino para todos. Se les enseña que no se debe robar, a partir de inculcarle el valor de la honradez. El problema está en que, muchas veces, se exige a los niños cosas que los padres no hacen. Por ejemplo, ¿a cuántos pequeños se les obliga a ducharse o a comerse un puré de verduras y sus padres no lo hacen? Los niños ven que los mayores se gritan, y luego, cuando lo hacen ellos, está mal.

Un niño tiene que aprender que sus actos tienen consecuencias. Que, si grita o chilla, no va a ver la tele porque no se lo ha ganado; y que, cuando empiece a portarse bien de nuevo, recuperará ese privilegio. Sin embargo, cuando les castigamos por todo se desmotivan, porque piensan: «si estoy castigado siempre, ¿para qué me voy a portar bien?». Los niños necesitan normas y límites; cuando no los tienen, no saben qué es lo que deben hacer o qué es lo que se espera de ellos. Si no aprenden que las cosas hay que ganárselas, se pueden convertir en jóvenes infelices, porque todo lo consideran un derecho.

Zavala, R. (s. f.) ¿Hay que castigar a los niños? Recuperado de <https://www.miarevista.es/ninos/articulo/hay-que-castigar-a-los-ninos-141463679068>

1. La controversia que gira entre ambos textos gira en torno a la siguiente pregunta
- A) ¿Cómo afecta el castigo en los hijos?
 - B) ¿Se les debe castigar a los niños?
 - C) ¿Es el castigo eficaz en infantes?
 - D) ¿Cuáles son los riesgos del castigo?
 - E) ¿Por qué es necesario el castigo?

Solución:

El autor del texto A responde a tal pregunta y manifiesta que el castigo en niños debe ser aplicado salvo en algunas circunstancias y bajo una finalidad específica. De otro lado, en el texto B se señala que el castigo no resulta eficaz en la educación de los niños.

Rpta.: B

2. De acuerdo con el texto 2B, el término LIMITAR connota

- A) fijación de fronteras.
- B) falta de toda libertad.
- C) reducción de derechos.
- D) cambios de beneficios.
- E) obligación deleznable.

Solución:

En el texto, se refiere a cuando los padres establecen ciertos derechos que permite que los niños puedan realizar ciertas actividades y prohibiéndoles la no ejecución de otras.

Rpta.: C

3. Respecto de lo sostenido en el texto 2A, es incompatible señalar que

- A) considera que el castigo nunca es perjudicial para la educación de los niños.
- B) se debe motivar a que el niño reflexione sobre las consecuencias de sus actos.
- C) el castigo que se le impone al niño debe estar acorde con la acción cometida.
- D) se debe aplicar un castigo de manera adecuada, si no perdería su efectividad.
- E) el castigo a un niño jamás puede lindar con el abuso por las consecuencias.

Solución:

En 2 A, se sostiene que sí resulta útil el castigo, pero en ciertas ocasiones, considera que más que imponer un castigo debería buscar otras vías de reflexión, pues perdería toda su efectividad.

Rpta.: A

4. Para el autor del texto B, se infiere que la imposición de castigos acarrea

- A) enfermedades psiquiátricas irreversibles.
- B) ciudadanos rebeldes para acatar leyes.
- C) niños sin capacidad de tomar decisiones.
- D) problemas psicológicos en las personas.
- E) problemas de pánico escénico e insomnio.

Solución:

Como consecuencia los niños pierden la autoestima, pueden volverse hasta pesimistas: problemas psicológicos.

Rpta.: D

5. Si a un niño al castigarle con el lavar los platos por no haber tomado su sopa, cambia su actitud a partir de ese castigo y siempre come lo que le sirven, entonces,
- A) sería un ejemplo de la correspondencia que debe haber entre la acción y el castigo.
 - B) para Zavala, esa situación no sería prueba contundente de lo positivo del castigo.
 - C) se corroboraría todas las argumentaciones expuestas por el autor del texto B.
 - D) sería evidencia de que el castigo siempre es la mejor vía para cambiar actitudes.
 - E) sería una prueba irrefutable de que, para Zavala, el castigo es imprescindible.

Solución:

Según el autor del texto B, los castigos, aunque parezcan eficaces no son buenos, puesto que lo que debería pasar es que los padres hagan razonar a sus hijos de sus acciones y no solo los obliguen en la realización o no de acciones.

Rpta.: B**TEXTO 2**

Mark Gluck, profesor de neurociencia en la Universidad Estatal de Nueva Jersey, y sus colegas analizaron qué ocurría al interior de los cerebros de afroestadounidenses de edad avanzada que realizan ejercicio de manera regular. Para ello, estudiaron los lóbulos temporales mediales. Esta es la parte del cerebro que contiene el hipocampo y es el núcleo del centro de memoria. Por desgracia, su funcionamiento interno suele comenzar a decaer con la edad, lo cual deriva en fallas en el razonamiento y la memoria.

Participaron de la investigación 34 voluntarios, donde la mitad solía realizar ejercicio, mientras que la otra parte llevaba una vida sedentaria. Realizaron escaneos cerebrales para observar la actividad sincronizada en sus lóbulos temporales mediales. Lo que obtuvieron fue que los cerebros de quienes hacían ejercicio reorganizaban sus conexiones con flexibilidad, lo cual **agudiza** el funcionamiento de la memoria y el razonamiento, situación que no se observaba en el grupo sedentario. De igual forma, cuando se les evaluó en sus habilidades cognitivas, los que hacían ejercicio obtuvieron mejores resultados respecto de ejercicios de razonamiento y memoria a diferencia del otro grupo.

Los investigadores mencionan que este estudio es un indicio que permite afirmar que la actividad física regular evita la pérdida de memoria relacionada con la edad y puede reducir el riesgo de padecer demencia.

Reynolds, G. (14 marzo de 2021). El ejercicio mejora el envejecimiento del cerebro en los adultos mayores. *New York Times*. Recuperado de <https://ojo-publico.com/2552/el-ejercicio-mejora-el-envejecimiento-del-cerebro-en-adultos-mayores>



Fuente: www.webconsultas.com



Recuperado de <https://jovenhadeser.com/deporte-para-la-tercera-edad/>

1. En conjunto, el texto desarrolla como eje central
- recomendaciones para evitar un envejecimiento prematuro.
 - la importancia del ejercicio físico para los adultos mayores.
 - las actividades necesarias a realizar por todas las personas.
 - los beneficios de cómo cuidar mejor la salud de los adultos.
 - la necesidad de contar con innumerables centros geriátricos.

Solución:

El texto aborda la necesidad de que las personas de edad avanzada realicen ejercicios físicos en pro de su salud.

Rpta.: B

2. En el texto la palabra AGUDIZAR puede ser reemplazada por

- | | | |
|---------------|---------------|--------------|
| A) agravar. | B) pulir. | C) empeorar. |
| D) potenciar. | E) apuntalar. | |

Solución:

En el texto, la palabra «agudizar» refiere a la idea de intensificar, por lo que sería potenciar, mejorar el funcionamiento de la memoria.

Rpta.: D

3. En virtud de la imagen, es congruente afirmar que
- A) son ocho los deportes que necesariamente deben practicar nuestros padres una vez a la semana.
 - B) para los de tercera edad, es aconsejable practicar más los deportes individuales que los grupales.
 - C) todos los adultos mayores de 60 años deben practicar una hora de baile diariamente.
 - D) el *tai chi* es un deporte altamente recomendado exclusivamente para las personas de edad avanzada.
 - E) los adultos mayores requieren una exigencia física mayor si desean adquirir mayor resistencia.

Solución:

En la imagen se menciona algunos deportes recomendados a ser practicados por los adultos mayores, los cuales, implica que su ejercicio sea solo individual: ejercicios con las piernas y brazos, muchos de ellos sin que involucre desplazamiento alguno.

Rpta.: B

4. Respecto de los beneficios de practicar ejercicios físicos regularmente, se infiere que
- A) es aconsejable para personas de todas las edades.
 - B) resulta indispensable para tener una buena memoria.
 - C) previene de padecer enfermedades como el Alzheimer.
 - D) se obtienen mejores resultados en afrodescendientes.
 - E) puede ser muy pernicioso para los adultos mayores.

Solución:

Se menciona que resulta efectivo para mejorar el envejecimiento de la memoria propia de la edad, con lo que se infiere que resultaría aconsejable para todas las personas y no exclusivo de las personas de avanza edad.

Rpta.: A

5. Si una persona de 80 años tiene como rutina diaria caminar treinta minutos, es probable que
- A) esté exento de sufrir algún tipo de daño cerebral o enfermedad.
 - B) no tenga ningún obstáculo para participar en la próxima maratón.
 - C) no presente tanta dificultad para recordar la mayoría de las cosas.
 - D) su práctica deportiva devenga desde sus primeros años de vida.
 - E) olvide con demasiada facilidad el camino de retorno a su hogar.

Solución:

Según lo señalado en el texto, el ejercicio físico, a medida que se envejece, facilita aspectos del razonamiento y la memoria; en tanto previene que la persona sufra de los problemas frecuentes de memoria relacionados con la edad.

Rpta.: C

PASSAGE 3

In 2014, a team led by archaeologist Vicente Lull of the Autonomous University of Barcelona discovered the skeletons of a man and a woman in a large jar under what appears to be a royal structure at a site called La Almoloya. Radiocarbon dating indicates that both individuals died about 3 700 years ago. This recent discovery at La Almoloya (southeastern Spain), describe the political context of Early Bronze Age El Argar society.

According to the researchers, the remains of the woman were buried next to a man who was slightly older. In addition, it was found that most of the 29 valuables were on the woman and that a semicircular silver diadem was found on her skull. This silver diadem is the most **valuable** of the objects found and is one of only six found in Bronze Age Spain. It is known that diadems were usually worn by the leaders of each culture. However, for Lull's team, it is still difficult to conclude that the woman from La Almoloya is a queen or if she was only a ceremonial leader.

V. Lull et al. Emblems and spaces of power during the Argaric Bronze Age at La Almoloya, Murcia. *Antiquity*. Vol. 95, April 2021. doi: 10.15184/aqy.2021.8.

1. What is the main topic of the passage?

- A) Evidence of the society of El Argar in the Early Bronze Age
- B) The importance of the use of radiocarbon in scientific research
- C) Presence of female power in the earliest civilizations of history
- D) Results of the latest archaeological research led by scientists
- E) the ancient buried remains of a murdered woman in a cave

Solution:

The author explains a research that refers to the possibility of the presence of queens in Almoloya 3700 years ago.

Key: A

2. The word VALUABLE connotes

- A) relevance.
- B) power.
- C) beauty.
- D) wealth.
- E) solution.

Solution:

The word «valuable» worth a great money, that means wealth, richness.

Key: D

3. It is incompatible to affirm with respect to the research that

- A) vestiges discovered date back 3700 years ago.
- B) were found under what could be a royal palace.
- C) the skeletons found belonged to a royal family.
- D) a diadem was found on the woman's cadaver.
- E) the remains of the woman were buried next to a man.

Solution:

It is mentioned that one female and one male were found along with 29 objects. But it is not made explicit that it is a family and there is still the doubt if it was part of the royalty.

Key: C

4. From the configuration of the remains found, it is inferred that

- A) that the first to be put in the ground was the woman.
- B) the male had lower social status than the female.
- C) they belonged to the family that ruled the population.
- D) such a form is very characteristic of early cultures.
- E) the female had lower social status than the male.

Solution:

A great number of valuables and even a diadem were found very close to the woman.

Key: B

5. If it were proven that only those who ruled in Spain 3700 years ago used to wear a diadem, then

- A) the remains found would belong to a queen from La Almoloya.
- B) definitely, it would show that the first civilizations were not poor.
- C) the research completed by Lull and his team would lose credibility.
- D) El Argar would be considered as the first example of monarchy.
- E) the remains found would belong to a king from La Almoloya.

Solution:

It is noted that since crowns are worn by both royalty and religious leaders, it was not possible to determine the status of the woman found. Based on the condition presented, it could already be known with certainty that she was a queen.

Key: A

Habilidad Lógico Matemática

EJERCICIOS DE CLASE

1. Abel tiene 72 esferas idénticas, en peso y tamaño, en una urna no transparente; de ellas, 25 son rojas, 21 son azules, 16 son verdes y el resto son blancas. ¿Cuántas esferas debe extraer al azar, como mínimo, para tener la certeza de haber extraído 18 esferas rojas, 15 azules, 9 verdes y 2 blancas?

A) 64 B) 65 C) 63 D) 67 E) 66

Solución:

Peor de los casos = 25 rojas + 16 verdes + 10 blancas + 15 azules = 66

Rpta.: E

2. Boris tiene 12 bolos idénticos, en peso y tamaño, en una urna no transparente, numerados del 0 al 5, de modo que a cada número le corresponden dos bolos. ¿Cuántos bolos debe extraer, al azar y como mínimo, para tener la certeza de haber extraído tres bolos con los cuales pueda formar un número de la forma \overline{xyy} ?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 8 E) 9

Solución:

Peor de los casos = $\{0,1,2,3,4,5\} + 1$ bolo más = 7

Rpta.: A

3. Carlos tiene 74 bolos idénticos, en peso y tamaño, en una urna no transparente, numerados del 25 al 98, sin repetir. ¿Cuántos bolos debe extraer, al azar y como mínimo, para tener la certeza de haber extraído, dos bolos cuyas numeraciones sean múltiplos de 4, pero no múltiplos de 8?

A) 64 B) 65 C) 66 D) 67 E) 68

Solución:

Múltiplos de 4 = $\{28,32,36,40,44,48, \dots, 88,92,96\}$ son 18 números.

Múltiplos de 8 = $\{32,40,48,56,64,72,80,88,96\}$ son 9 números.

Luego

Múltiplos de 4 pero no de 8 = $\{28,36,44,52,60,68,76,84,92\}$ son 9 números.

Peor de los casos = $(74 - 9) + 2 = 67$

Rpta.: D

4. Daniel tiene 10 bolos idénticos, en peso y tamaño, en una urna no transparente; cada bolo está numerado con un número par diferente desde 32 hasta el 50. ¿Cuántos bolos debe extraer, al azar y como mínimo, para tener la certeza de haber extraído dos bolos cuyos números sumen 82?

A) 7 B) 9 C) 6 D) 5 E) 8

Solución:

Tenemos que:

$$32 + 50 = 34 + 48 = 36 + 46 = 38 + 44 = 40 + 42 = 82$$

$$\text{Peor de los casos} = \{32, 34, 36, 38, 40\} + 1 \text{ bolo} = 6$$

Rpta.: C

5. En una urna no transparente, se tiene 10 bolos idénticos en peso y tamaño, numerados del 0 al 9, sin repetir. Si ya se extrajeron los bolos indicados en la figura, ¿cuántos bolos más se deben extraer al azar, como mínimo, para tener la certeza de haber extraído tres bolos que colocados en los círculos punteados cumplan con la operación mostrada?

A) 6 B) 8 C) 5 D) 7 E) 4

Solución:

Cumplen con la operación indicada:

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \times \textcircled{9} &= \textcircled{6} \times \textcircled{2} - \textcircled{3} && \rightarrow \{1,2,3\} \\ \textcircled{2} \times \textcircled{9} &= \textcircled{6} \times \textcircled{3} - \textcircled{0} && \rightarrow \{2,3,0\} \\ \textcircled{5} \times \textcircled{9} &= \textcircled{6} \times \textcircled{8} - \textcircled{3} && \rightarrow \{5,8,3\} \end{aligned}$$

$$\text{Peor de los casos} = \{4,7,1,0,5,8,2\} + \{3\} = 8$$

Rpta.: B

6. Un boxeador tiene en una caja 3 pares de guantes útiles de box de color negro, 2 pares de guantes útiles de color azul y un par de guantes útiles de color rojo. Halle la cantidad mínima de guantes que se deben de extraer al azar, de uno en uno, para tener la certeza de haber extraído:

- I. Dos guantes azules para entrenar
- II. Dos guantes negros

Dé como respuesta la suma de ambos resultados.

A) 16 B) 18 C) 15 D) 17 E) 19

Solución:

- (I) Peor de los casos = 6 negros + 2 rojos + 2 izquierda azules + 1 derecha azul = 11
 (II) Peor de los casos = 4 azules + 2 rojos + 2 negros = 8

Suma de ambos resultados = 19

Rpta.: E

7. Se tiene tres cajas rotuladas que indican el contenido de las mismas. Por ejemplo, en la primera caja hay 6 moldes con la letra M que son rojas y 5 moldes con la letra M que son negras y así para cada una de las demás cajas, tal como se muestra en la figura. ¿Cuántas letras deben extraerse como mínimo, de uno en uno y sin mirar, para tener la certeza de haber extraído letras del mismo color para poder escribir la palabra MES?

A) 13

B) 15

C) 11

D) 12

E) 14

**Solución:**

Problema de mínimo con seguridad

Por el color, buscamos la certeza.

Primero extraemos una letra M.

1° caso: 1 roja + 5 negras E + 1 roja E + 3 negras S + 1 roja S = 11

2° caso: 1 negra + 4 rojas E + 1 negra E + 6 rojas S + 1 negra S = 13

Peor de los casos = 13

Si extraemos primero una letra E,

Peor de los casos = 15

Si extraemos primero una letra S,

Peor de los casos = 13

Rpta.: A

8. Eric va al cine para ver una película. La película empezó a las 5:45 p.m. y terminó a las 7: x p.m. (x un número entero de minutos), cuando las manecillas del reloj de Eric formaban un ángulo de 177° . ¿Cuánto tiempo duró la película?

A) 1h 15 min B) 1h 21 min C) 1h 26 min D) 1h 30 min E) 1h 18 min

Solución:

$$177 = 30(7) - \frac{11x}{2}$$

$$\frac{11x}{2} = 210 - 177 = 33$$

$$x = 6$$

Luego la película terminó a las 7:06 p.m.

Tiempo que duro la película = 7:06 p.m. – 5:45 p.m. = 1h 21 min

**Rpta.: B**

9. Susana dibuja en su cuaderno el gráfico mostrado. Le indica a su hermana Giovanna que el dibujo representa un reloj de manecillas indicando la hora en que sale a estudiar por las mañanas. Si Giovanna logró calcular correctamente la hora que indicaba el reloj, ¿qué respuesta dio?

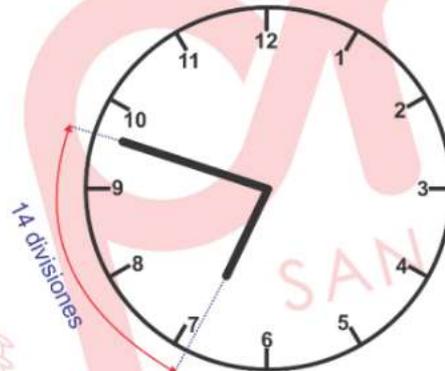
A) $6\text{h } 48\frac{1}{15}\text{ min}$

B) $6\text{h } 48\text{ min}$

C) $6\text{h } 47\frac{1}{12}\text{ min}$

D) $6\text{h } 49\frac{1}{10}\text{ min}$

E) $6\text{h } 49\text{ min}$

**Solución:**

De la figura: 14 divisiones \leftrightarrow 84°

Son las 6h m min, luego tenemos que

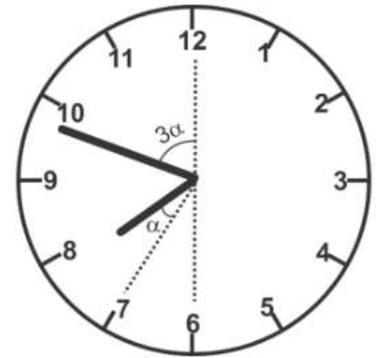
$$84 = \frac{11}{2}m - 30(6) \rightarrow m = \frac{528}{11} = 48$$

Luego, el reloj indica que son las 6h 48 min.

Rpta.: B

10. Mario llegó a su casa entre las 7 y 8 de la mañana, justo en la hora que indica el reloj que muestra la figura. ¿A qué hora llegó Mario a su casa?

- A) $7h\ 48\frac{14}{15}$ min B) 7h 47 min C) $7h\ 47\frac{11}{12}$ min
 D) $7h\ 49\frac{1}{10}$ min E) 7h 48 min



Solución:

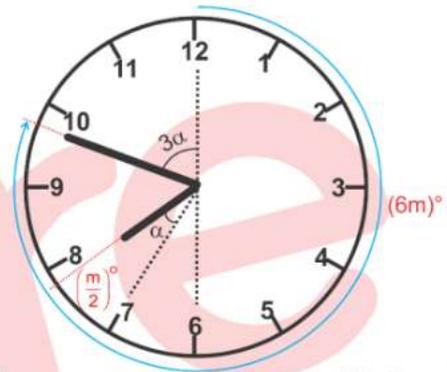
Son las 7h m min, luego del gráfico tenemos que:

$$(6m)^\circ + 3\alpha = 360^\circ \dots(1)$$

$$\alpha = \left(\frac{m}{2}\right)^\circ \dots(2)$$

Resolviendo (2) en (1): $m = 48$

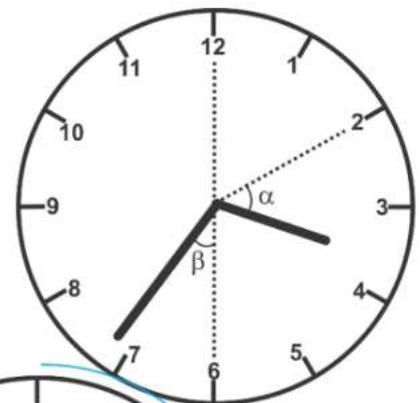
Luego, Boris llegó a las 7h 48 min.



Rpta.: E

11. El reloj mostrado indica la hora en que Julio sale de su casa, por la tarde, para ir al gimnasio. Si $\alpha - \beta = 12^\circ$, ¿qué hora era en ese instante?

- A) $3: 37\frac{1}{15}$ p.m. B) 3: 37 p.m.
 C) $3: 35\frac{11}{12}$ p.m. D) $3: 36\frac{1}{10}$ p.m.
 E) 3: 36 p.m.



Solución:

Son las 3: m p.m.

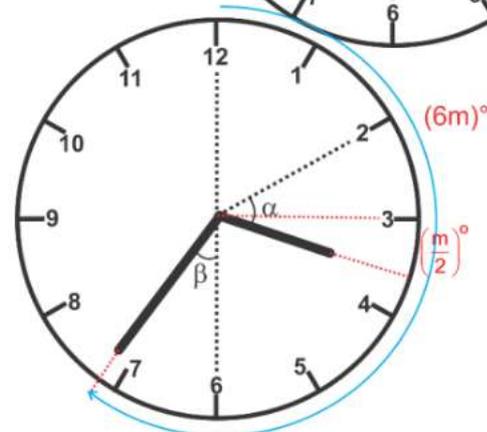
Del gráfico, tenemos que:

$$(6m)^\circ = 180^\circ + \beta \dots (1)$$

$$30^\circ + \left(\frac{m}{2}\right)^\circ = \alpha \dots (2)$$

Resolviendo (2) – (1): $m = 36$

Luego, en ese instante son las 3: 36 p.m.



Rpta.: E

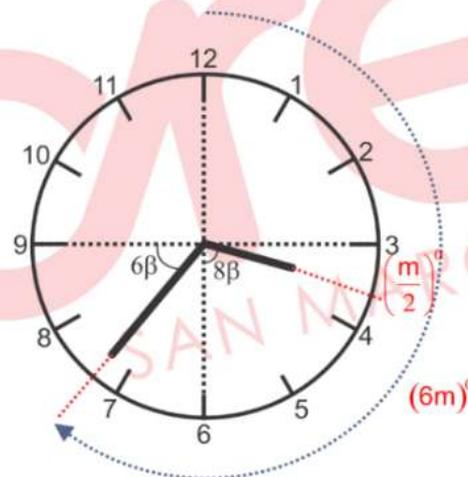
12. La figura adjunta representa el dibujo correcto de un reloj de manecillas que Marita dibujó. Calcule el valor de β que Marita obtuvo correctamente.

A) $7,5^\circ$ B) $8,5^\circ$ C) 7° D) 8° E) 9° **Solución:**

Sea m los minutos transcurridos

De la figura tenemos que:

$$\left. \begin{array}{l} 6m + 6\beta = 270 \\ \frac{m}{2} + 8\beta = 90 \end{array} \right\} \Rightarrow \beta = 9$$



Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Hay nueve cartas en una urna no transparente, numeradas de 1 al 9. Juan elige al azar, cuatro cartas de la urna; a continuación, Luis elige tres cartas de la urna, quedando en ella dos cartas. Juan le dice a Luis: «Con certeza, sé que la suma de los números de tus cartas es un número impar». Si Juan dijo la verdad, al sumar los números de las tres cartas que extrajo Luis, ¿cuál podría ser el mayor resultado?

A) 15

B) 23

C) 21

D) 17

E) 19

Solución:

Nueve cartas numeradas: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Para que la afirmación del primero sea cierta, sus cartas deben ser pares: 2, 4, 6, 8.

Por tanto, suma máxima de los números de las cartas del segundo: $5 + 7 + 9 = 21$.

Rpta.: C

2. Adara necesita entrevistar a un grupo de sus amigos de primaria que escogerá al azar, con la condición de que se tenga entre ellos 6 amigos que nacieron el mismo día de la semana, pero no necesariamente la misma fecha. ¿A cuántas personas, con certeza, deberá entrevistar como mínimo?

A) 36 B) 35 C) 29 D) 30 E) 34

Solución:

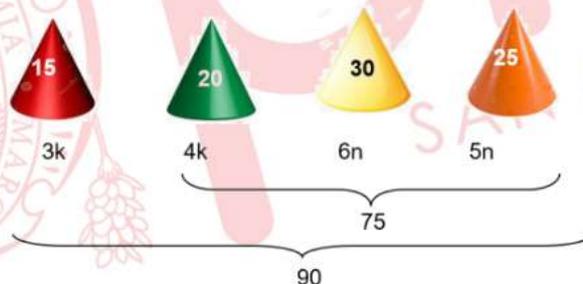
Peor de los casos = 5 (7 personas nacidas en diferentes días) + 1 = 36
 Por tanto, número mínimo de personas que se deben entrevistar = 36

Rpta.: A

3. En una urna no transparente, se tiene 90 conos entre rojos, verdes, amarillos y naranjas, todos del mismo tamaño y de la misma forma. Se sabe que el número de conos rojos es al número de conos verdes como 3 es a 4, y el número de conos amarillos es al número de conos naranjas como 6 es a 5. Si 75 conos no son rojos, ¿cuántos conos se deben extraer al azar, como mínimo, para tener la certeza de haber extraído 22 conos amarillos y 6 conos rojos?

A) 83 B) 84 C) 80 D) 82 E) 81

Solución:



$$3k = 15 \rightarrow k = 5, \quad 11n = 75 - 20 \rightarrow n = 5$$

Se quiere obtener con certeza 22 conos amarillos y 6 conos rojos nos situaremos en el peor de los casos:

$$\text{Nro extracciones} = 20(\text{verdes}) + 25(\text{naranjas}) + 15(\text{rojos}) + 22(\text{amarillos}) = 82$$

$$\text{Nro extracciones} = 20(\text{verdes}) + 25(\text{naranjas}) + 30(\text{amarillos}) + 6(\text{rojos}) = 81$$

Peor de los casos = 82 extracciones.

Rpta.: D

4. Mathias tiene en una urna no transparente 20 plumones de igual tamaño y forma: 5 son de color rojo; 4, negros; 6, amarillos; 3, azules y 2, verdes. El desea pintar un paisaje que ha dibujado en una cartulina, para lo cual necesita un plumón verde, 1 plumón azul y 1 plumón amarillo. ¿Cuántos plumones deberá extraer Mathias, de uno en uno, al azar y como mínimo, para tener la seguridad de haber extraído los plumones mencionados?

A) 18 B) 16 C) 20 D) 17 E) 19

Solución:

Considerando el peor de los casos, él extrae primero los que no necesita y luego los que necesita:

- Rojos todos = 5
- Negros todos = 4
- Como amarillo hay en mayor cantidad, entonces extrae todos los amarillos = 6
- Luego azules = 3
- Y, por último, verde = 1

Luego, considerando el peor de los casos, él necesita extraer, como mínimo, 19.

Rpta.: E

5. Armando tiene, en una urna no transparente, 52 bolos idénticos en peso y tamaño, numerados del 4 al 55, un número en cada bolo y sin repetir. Él desea extraer dos bolos que no estén numerados con números múltiplos de 2 o múltiplos de 3. ¿Cuál es el número mínimo de extracciones que debe realizar al azar, para tener la certeza de haber extraído los bolos requeridos?

- A) 35 B) 34 C) 37 D) 36 E) 38

Solución:

Primero, buscamos los bolos numerados con multiplicidad de 2, 3 y 6

Bolos múltiplos de 2: $2(2), 2(3), 2(4) \dots 2(27) = 26$ bolos

Bolos múltiplos de 3: $3(2), 3(3) \dots 3(18) = 17$ bolos

Bolos múltiplos de 2 y 3: $6(1), 6(2), 6(3), \dots 6(9) = 9$ bolos

Luego, peor caso (bolos múltiplos de 2 o de 3 y 2 más) = $26 + (17 - 9) + 2 = 36$

Rpta.: D

6. En una urna no transparente, Joanna tiene veinte fichas numeradas del 1 al 10, de modo tal que dos fichas tienen la misma numeración, es decir, hay dos fichas numeradas con el 1, dos fichas numeradas con el 2, dos fichas numeradas con el 3 y así sucesivamente. ¿Cuántas fichas, como mínimo, debe extraer al azar para tener con certeza, entre las fichas extraídas, dos fichas cuyo producto de los números con los que están numeradas sea un número par y mayor de 72?

- A) 19 B) 18 C) 17 D) 16 E) 15

Solución:

Tenemos:



Se busca obtener: **A x B = PAR**

Peor de los casos = $10_{1,3,5,7,9} + 8_{2,4,6,8} + 1_{9 \text{ o } 10} = 19$

Rpta.: A

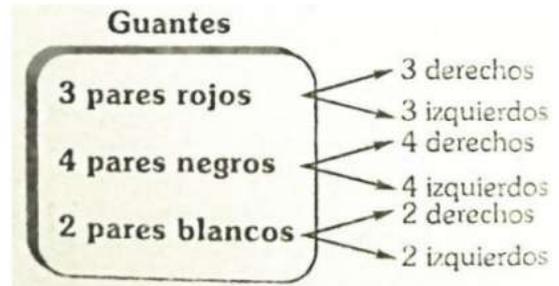
7. Rocky estuvo buscando guantes de box en la oscuridad de su cuarto, ya que el foco de luz se había malogrado. Él sabía que en un cajón había 3 pares útiles de guantes rojos, 4 pares útiles de guantes negros y 2 pares útiles de guantes blancos. ¿Cuántos guantes, como mínimo, debe extraer al azar, de uno en uno, para tener la seguridad de haber extraído un par de guantes utilizables, del mismo color?
- A) 11 B) 18 C) 14 D) 16 E) 10

Solución:

Del enunciado:

Analizando el peor de los casos: «Que al extraer le salga guantes no usables (de una misma mano) puro derechos o puros izquierdos».

Peor caso = 3 derechos rojos + 4 derechos negros + 2 derechos blancos + 1 = 10



Rpta.: E

8. Pedro salió de su casa a las 2:24 p.m. y regresó entre las 3 y 4 de la tarde, del mismo día. Observa en ese momento en su reloj de manecillas, que la manecilla del minuterero adelanta a la manecilla del horario, tantos grados sexagesimales, como la manecilla del horario adelanta a la marca de las 12. Calcule el tiempo que Pedro estuvo fuera de su casa.
- A) 1h 12 min B) 1h 18 min C) 1h 14 min D) 1h 16 min E) 1h 10 min

Solución:

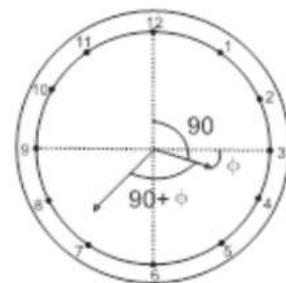
Hora 3:2φ

$$\frac{H}{M} = \frac{1}{12}$$

De la figura: $\frac{\phi}{180^\circ + 2\phi} = \frac{1}{12} \rightarrow \phi = 18^\circ$

La hora es 3:36 p.m.

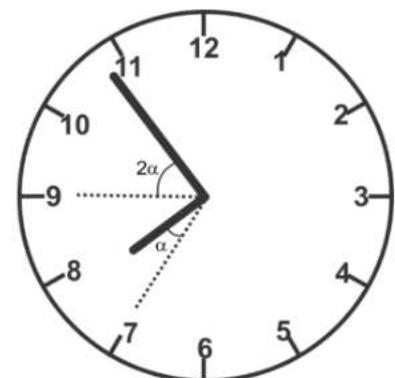
Estuvo fuera de casa = 3:36 p.m. – 2: 24 p.m. = 1 h 12 min



Rpta.: A

9. El reloj mostrado indica la hora en que Miguel sale de su casa, por la noche, para ir al gimnasio. ¿Qué hora es en ese instante?

- A) 7: 54 $\frac{1}{15}$ p.m. B) 7: 54 p.m. C) 7: 54 $\frac{11}{12}$ p.m.
 D) 7: 53 $\frac{1}{10}$ p.m. E) 7: 53 p.m.



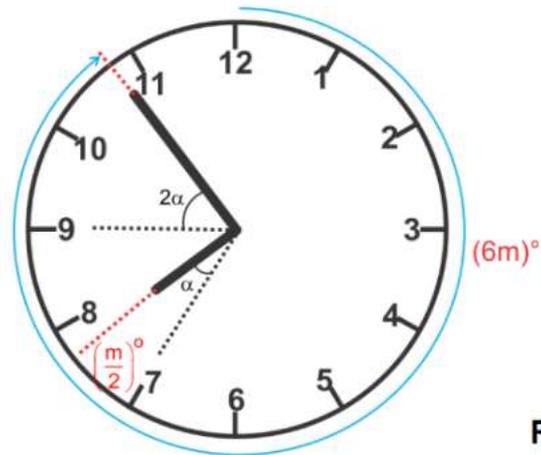
Solución:

Son las 7: m p.m.

Del gráfico tenemos que:

$$\begin{cases} \alpha = \left(\frac{m}{2}\right)^\circ \\ (6m)^\circ = 270^\circ + 2\alpha \end{cases} \rightarrow m = 54$$

Luego, son las 7: 54 p.m.



Rpta.: B

10. El reloj que se muestra en la figura indica la hora en que Luis llega a su casa por la tarde de trabajar. En la figura, la medida del ángulo, en grados sexagesimales, que recorrió el horario desde la marca de las 4 hasta la posición mostrada, es igual a cinco veces la medida, en grados sexagesimales, que le falta recorrer al horario hasta la marca de las 5. ¿Qué hora es en este momento?

A) 4: 50 $\frac{10}{11}$ p.m.

B) 4: 50 p.m.

C) 4: 49 $\frac{10}{11}$ p.m.

D) 4: 51 $\frac{9}{11}$ p.m.

E) 4: 51 p.m.

**Solución:**

Son las 4: m p.m.

Del gráfico tenemos que:

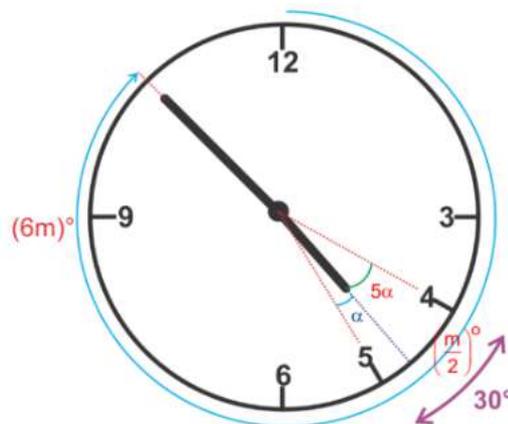
$$6\alpha = 30^\circ$$

$$\alpha = 5^\circ$$

$$5\alpha = 25^\circ = \left(\frac{m}{2}\right)^\circ$$

$$m = 50$$

Luego, son las 4:50 p.m.



Rpta.: B

Aritmética

EJERCICIOS DE CLASE

1. Cuatro amigos juntan su dinero, en soles, para ir al cine. De dicho dinero, lo que aporta Pablo es la tercera proporcional de 9 y 12; Lucas aporta la cuarta proporcional de lo que aporta Pablo, 10 y 40; Marcos aporta la tercera diferencial de lo que aportan Lucas y Pablo; y Simón aporta la cuarta diferencial del doble de lo que aportan cada uno de los amigos Pablo, Marcos y Lucas. ¿Cuánto dinero juntan entre los cuatro?

A) 70 B) 85 C) 75 D) 80 E) 65

Solución:

$$\frac{9}{12} = \frac{12}{P} \rightarrow P = 16$$

$$\frac{16}{10} = \frac{40}{L} \rightarrow L = 25$$

$$25 - 16 = 16 - M \rightarrow M = 7$$

$$32 - 14 = 50 - S \rightarrow S = 32$$

$$\therefore 16 + 25 + 7 + 32 = 80$$

Rpta.: D

2. Con las edades de cuatro hermanas se forma una proporción geométrica cuya constante de proporcionalidad es mayor que la unidad. La mayor de todas las hermanas tiene 16 años más que la menor de todas y las otras dos hermanas tienen 10 años de diferencia. Si la suma de las cuatro las edades es 78 años, determine la suma de las edades de la mayor de todas y la menor de todas las hermanas.

A) 50 B) 52 C) 54 D) 48 E) 46

Solución:

Sean las edades a, b, c, d ($a > b > c > d$) ; $a = d + 16$; $b = c + 10$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{d+16}{c+10} = \frac{c}{d}$$

$$a + b + c + d = 78 \rightarrow 2(c + d) = 52 \rightarrow c + d = 26$$

$$\frac{d+16}{c+10} = \frac{c}{d} = \frac{d+16+c}{c+10+d} = \frac{42}{36} = \frac{7k}{6k} \rightarrow 13k = 26 \rightarrow k = 2 ; c = 14; d = 12$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{28}{24} = \frac{14}{12}$$

$$\therefore 28 + 24 = 52$$

Rpta.: B

3. Nelly realizó una prueba de habilidad lógico-matemática con 60 ítems en la que por cada ítem acertado se obtiene 5 puntos, por cada ítem errado se disminuye 3 puntos y por cada ítem no contestado se disminuye un punto. Si el número de ítems que ha acertado y los que no ha contestado están en la relación de 7 a 2, además obtuvo un total de 120 puntos, determine la razón entre los puntos en contra y a favor que obtuvo Nelly.
- A) 5/7 B) 3/7 C) 11/35 D) 9/35 E) 1/3

Solución:

a : ítems acertados ; e : ítems errados ; n : ítems no contestados

$$a + e + n = 60 \quad ; \quad 5a - 3e - 1n = 120$$

$$\frac{a}{n} = \frac{7k}{2k}$$

$$7k + e + 2k = 60 \quad ; \quad 5(7k) - 3e - 1(2k) = 120$$

$$e + 9k = 60 \quad ; \quad 33k - 3e = 120$$

$$k = 5; \quad e = 15; \quad n = 10; \quad a = 35$$

$$\therefore \frac{\text{Puntos en contra}}{\text{Puntos a favor}} = \frac{3e + 1n}{5a} = \frac{45 + 10}{175} = \frac{55}{175} = \frac{11}{35}$$

Rpta.: C

4. Los amigos Manolo, Nino y Piero tienen cada uno solo un hijo de 4, 6 y 8 años de edad respectivamente. Cada amigo divide la suma entre la diferencia de edades que tienen con sus hijos y obtienen la misma cantidad. Si la suma de los cuadrados de las edades, en años enteros, de los tres amigos es 5684, ¿por cuántos años es mayor Nino que Manolo?
- A) 12 B) 10 C) 8 D) 14 E) 16

Solución:

Edades de Manolo; Nino y Piero: m ; n y p

Edades de sus respectivos hijos: 4; 6 y 8

$$\frac{m+4}{m-4} = \frac{n+6}{n-6} = \frac{p+8}{p-8} \quad ; \quad m^2 + n^2 + p^2 = 5684$$

$$\frac{m}{4} = \frac{n}{6} = \frac{p}{8} = k \quad ; \quad (4k)^2 + (6k)^2 + (8k)^2 = 5684$$

$$k^2 = 49 \quad ; \quad k = 7$$

$$\therefore n - m = 2k = 14$$

Rpta.: D

5. Los primos Álvaro, Bernardo, Carlos, Daniel, Edson y Félix de a, c, d, e y f años de edad, forman con sus edades una serie de tres razones geométricas equivalentes, donde $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k + 1$; $k \in \mathbb{Z}$, además se cumple que $\frac{e^3 - a^3}{f^3 - b^3} = \frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2} + \frac{e}{f} + 44$. Si Álvaro es mayor que Edson por $4k$ años, ¿por cuántos años es mayor Bernardo que Félix?
- A) 4 B) 3 C) 1 D) 2 E) 5

Solución:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k + 1; \quad \frac{e^3 - a^3}{f^3 - b^3} = \frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2} + \frac{e}{f} + 44$$

$$(k + 1)^3 = (k + 1)^2 + (k + 1) + 44$$

$$k + 1 = 4 \rightarrow k = 3 \quad ; \quad a - e = 4k = 12$$

$$\frac{a}{b} = \frac{e}{f} = 4 \rightarrow \frac{a - e}{b - f} = 4 \rightarrow \frac{12}{b - f} = 4 \quad \therefore b - f = 3$$

Rpta.: B

6. Al iniciar un negocio, los socios Aldo, Bruno y Ciro aportaron, cada uno, cierta cantidad de soles equivalente a un número cuadrado perfecto. De manera que la suma de los aportes de Aldo y Bruno; Aldo y Ciro; y de Bruno y Ciro, son entre sí como 29, 20 y 41, además dicha proporción tiene como constante de proporcionalidad a un número cuadrado perfecto. Si Bruno aportó 3600 soles más que Ciro y finalizado el negocio cada uno recibió una ganancia, en soles, equivalente al décuplo de la raíz cuadrada de su aporte, ¿cuánto dinero recibió Aldo en total?
- A) 1800 B) 1640 C) 1800 D) 2000 E) 2200

Solución:

$$\frac{A^2 + B^2}{29} = \frac{A^2 + C^2}{20} = \frac{B^2 + C^2}{41} = k^2 \rightarrow A^2 + B^2 + C^2 = 45k^2$$

$$\rightarrow A^2 = 4k^2, \quad B^2 = 25k^2, \quad C^2 = 16k^2$$

$$\text{Dato: } B^2 - C^2 = 9k^2 = 3600 \rightarrow k^2 = 400$$

$$\therefore \text{ Aldo recibió en total } = A^2 + 10A = 1600 + 400 = 2000$$

Rpta.: D

7. Con las propinas, en número entero de soles, que repartió la tía Queta a sus seis sobrinos, se forman tres razones geométricas equivalentes. Se sabe que la suma de los términos de cada razón es 120, 100 y 80 respectivamente, además el producto de los consecuentes es 405 000. Si de las sobrinas Carolina recibió más que todas y Regina menos que todas, ¿cuántos soles más recibió Carolina que Regina?
- A) 60 B) 50 C) 70 D) 75 E) 65

Solución:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}; \quad a + b = 120; \quad c + d = 100; \quad e + f = 80; \quad b \cdot d \cdot f = 405\,000$$

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} = \frac{e+f}{f} \rightarrow \frac{(a+b)(c+d)(e+f)}{bdf} = \frac{(e+f)^3}{f^3}$$

$$\rightarrow \frac{(120)(100)(80)}{405\,000} = \frac{(80)^3}{f^3} \rightarrow f = 60; \quad e = 20$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{30}{90} = \frac{25}{75} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Carolina} = 90; \quad \text{Regina} = 20 \quad \therefore 90 - 20 = 70$$

Rpta.: C

8. Las hermanas Tina y Tana tienen actualmente $\overline{1n}$ y $\overline{2n}$ años de edad respectivamente. Tina le comenta a Tana, «Dentro de x años cuando tengas entre 92 y 108 años nuestras edades estarán en la relación de $(n+2)$ a $(n+3)$ ». Determine el producto de las cifras de x .

- A) 21 B) 16 C) 14 D) 24 E) 28

Solución:Dentro de « x » años:

$$\frac{\overline{1n} + x}{\overline{2n} + x} = \frac{n+2}{n+3}; \quad \overline{1n} + x = (n+2)k$$

$$\overline{2n} + x = (n+3)k$$

$$\text{Restando:} \quad k = 10$$

$$\overline{1n} + x = (n+2)(10)$$

$$10 + n + x = 10n + 20$$

$$x = 9n + 10$$

$$x = 9(8) + 10 = 82 \rightarrow \text{Tana} = 28 + 82 = 110$$

$$x = 9(7) + 10 = 73 \rightarrow \text{Tana} = 27 + 73 = 100$$

$$x = 9(6) + 10 = 64 \rightarrow \text{Tana} = 26 + 64 = 90$$

$$x = 73$$

$$\therefore \text{Producto de cifras} = 21$$

Rpta.: A

9. Leyla se va al teatro con sus cinco sobrinos, menores que ella. En un determinado momento, Leyla les comenta: «Nuestras edades forman una serie de tres razones geométricas equivalentes y continuas, cuya constante de proporcionalidad es entera». Si la suma de las edades de las seis personas es 147 años, además el precio en soles del boleto de adulto equivale al producto de las cifras de la edad de Leyla, y el de un menor de edad equivale a la edad del menor de los sobrinos, ¿cuánto pagó Leyla por los seis boletos?

- A) 157 B) 111 C) 97 D) 134 E) 88

Solución:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k \rightarrow c = dk ; b = dk^2 ; a = dk^3$$

$$a + 2b + 2c + d = 147$$

$$dk^3 + 2dk^2 + 2dk + d = 147 \rightarrow d(k+1)(k^2 + k + 1) = 7(3)(7)$$

$$\rightarrow d = 7; k = 2$$

$$\frac{56}{28} = \frac{28}{14} = \frac{14}{7} = 2$$

$$\text{Boleto de adulto} = 5(6) = 30; \quad \text{Boleto de menor de edad} = 7$$

$$\therefore \text{Leyla pagó} = 3(30) + 3(7) = 111$$

Rpta.: B

10. Filomeno, para celebrar su cumpleaños, prepara, en dos recipientes, una mezcla de vino puro y gaseosa. El primero contiene 13 litros de vino puro y 26 litros de gaseosa, mientras que el segundo contiene 16 litros de vino puro y 24 litros de gaseosa. Si Hugo le pide a su hermano Filomeno que intercambie cierta cantidad de litros de ambos recipientes de modo que en el primer recipiente la cantidad de vino puro y gaseosa, en ese orden, estén en la relación de 5 a 8, ¿cuántos litros debe intercambiar Filomeno para obtener el pedido de su hermano Hugo?

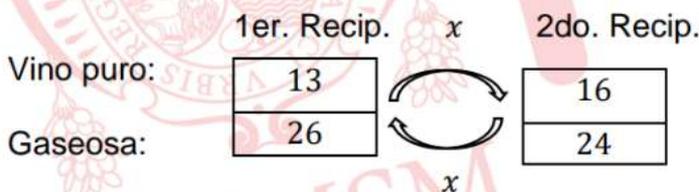
A) 20

B) 23

C) 25

D) 27

E) 30

Solución:Intercambia: x litros

$$\text{Intercambia } x: \frac{\text{Vino 1}}{\text{Gaseosa 1}} = \frac{a}{2a} ; \frac{\text{Vino 2}}{\text{Gaseosa 2}} = \frac{2b}{3b} ; x = 3a = 5b; \quad \frac{a}{b} = \frac{5k}{3k}$$

$$\text{Dato: 1er. Recip: } \frac{13 - a + 2b}{26 - 2a + 3b} = \frac{5}{8} \rightarrow \frac{13 + k}{26 - k} = \frac{5}{8} \rightarrow k = 2 \quad \therefore x = 30$$

Rpta.: E**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Con respecto a la cantidad de horas semanales que trabajan de forma remota cuatro amigos se sabe que, las horas de Aldo es la media diferencial de 14 y 10; las de Bruno es la tercera proporcional de 6 y las de Aldo; las de Sandro es la cuarta diferencial de las horas de Bruno, Aldo y 30; y de Danilo es la cuarta proporcional de Sandro, Bruno y Aldo. ¿Cuántas horas semanales más trabaja Danilo que Aldo, de forma remota?

A) 7

B) 8

C) 4

D) 6

E) 5

Solución:

$$14 - A = A - 10 \rightarrow A = 12$$

$$\frac{6}{12} = \frac{12}{B} \rightarrow B = 24$$

$$24 - 12 = 30 - S \rightarrow S = 18$$

$$\frac{18}{24} = \frac{12}{D} \rightarrow D = 16$$

$$\therefore D - A = 4$$

Rpta.: C

2. De cuatro hermanas se sabe que Ana es mayor que Betty, Betty mayor que Claudia y Claudia mayor que Diana. Además, con dichas edades se forma una proporción geométrica con una constante de proporcionalidad mayor que la unidad. Si Ana tiene 11 años más que Diana y Betty 2 años más que Claudia y la suma de las edades de las cuatro hermanas es 117 años, determine la suma de las cifras de la edad de Ana.

A) 9

B) 8

C) 10

D) 6

E) 9

Solución:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{d+11}{c+2} = \frac{c}{d}$$

$$2d + 2c + 13 = 117$$

$$c + d = 52$$

$$\frac{d+11}{c+2} = \frac{c}{d} = \frac{d+c+11}{c+d+2} = \frac{63}{54} = \frac{7k}{6k}$$

$$7k + 6k = 52 \rightarrow k = 4$$

$$\frac{35}{30} = \frac{28}{24}$$

$$\therefore \text{Suma de cifras de la edad de Ana} = 3 + 5 = 8$$

Rpta.: B

3. Filomena, Rigoberta y Constanza participan en una carrera de atletismo que tiene cierta cantidad de metros planos. Si Filomena vence a Rigoberta por 60 m, Rigoberta vence a Constanza por 50 m y Filomena vence a Constanza por 108 m, determine la suma de las cifras de la cantidad de metros que tuvo dicha carrera.

A) 2

B) 6

C) 4

D) 8

E) 5

Solución:Sea # metros de la carrera = x

$$\frac{F}{R} = \frac{x}{x-60} ; \frac{R}{C} = \frac{x}{x-50} ; \frac{F}{C} = \frac{x}{x-108}$$

$$\frac{F}{C} = \frac{x}{x-108} = \left(\frac{x}{x-60}\right)\left(\frac{x}{x-50}\right)$$

$$x^2 - 108x = x^2 - 110x + 3000$$

$$2x = 3000 \rightarrow x = 1500$$

$$\therefore \text{Suma de cifras de } x = 6$$

Rpta.: B

4. En un determinado momento de la fiesta del matrimonio de Hugo y Luisa, se observa que la cantidad de mujeres y varones están en la relación de 4 a 3, solo hay parejas mixtas bailando; y por cada 7 mujeres que no están bailando hay 9 varones que están bailando. Si todos los presentes son adultos, ¿en qué relación se encuentran la cantidad de varones que no bailan y las mujeres que bailan en ese momento?
- A) 1/3 B) 1/2 C) 2/3 D) 3/4 E) 3/5

Solución:

	Mujeres(16k)	Varones(12k)
Bailan	9k	9k
No bailan	7k	3k

$$\therefore \frac{\text{Varones no bailan}}{\text{Mujeres que bailan}} = \frac{3k}{9k} = \frac{1}{3}$$

Rpta.: A

5. Una piedra preciosa entera que tiene un precio de 18 000 dólares, se parte en tres pedazos cuyos pesos son $2k$; $3k$ y $4k$ respectivamente; además los precios en dólares de la piedra entera y de los pedazos, en ese mismo orden, están en la relación de $9k$; $2k - 10$; $3k - 20$ y $4k - 30$ respectivamente. Si el pedazo que pesa $3k$ gramos tiene un precio de 4000 dólares, ¿cuántos dólares se perdió al vender los tres pedazos mencionados?
- A) 4000 B) 5000 C) 6000 D) 7000 E) 8000

Solución:

$$\frac{18000}{9k} = \frac{P_1}{2k-10} = \frac{P_2}{3k-20} = \frac{P_3}{4k-30} = \frac{P_1+P_2+P_3}{9k-60}$$

$$\frac{18000}{9k} = \frac{4000}{3k-20} \rightarrow k = 20; \quad 100 = \frac{P_1+P_2+P_3}{120} \rightarrow P_1+P_2+P_3 = 12\,000$$

$$\therefore \text{Se perdió } 18\,000 - 12\,000 = 6000$$

Rpta.: D

6. Del total de asistentes a una obra de teatro, al cabo de media hora de iniciada la misma, se retiraron 50 mujeres y quedaron 2 mujeres por cada 5 varones. Quince minutos después, se retiraron 70 parejas mixtas, quedando así 6 varones por cada mujer, hasta el final de la obra. ¿Cuántos varones vieron toda la obra?
- A) 100 B) 190 C) 150 D) 180 E) 120

Solución:

$$\frac{M - 50}{V} = \frac{2}{5} \rightarrow 5M - 250 = 2V \rightarrow 5M - 2V = 250$$

$$\frac{M - 120}{V - 70} = \frac{1}{6} \rightarrow 6M - 720 = V - 70 \rightarrow 6M - V = 650$$

$$V = 250$$

$$\therefore \# \text{ Varones que vieron toda la obra} = V - 70 = 250 - 70 = 180$$

Rpta.: D

7. Para la fiesta por la despedida de soltero de Federico, se mezcló en un recipiente 10 litros de pisco con 2,5 litros de gaseosa. ¿Cuántos litros de dicha mezcla se debe extraer y reemplazar por gaseosa, para que el pisco y la gaseosa queden en la relación de 16 a 9 en dicho recipiente?

- A) 2,5 B) 2 C) 1,5 D) 2,25 E) 2,75

Solución:

$$\text{Relación inicial: } \frac{\text{Pisco}}{\text{Gaseosa}} = \frac{10}{2,5}$$

Se extrae $12,5k$ litros del contenido: $10k$ de pisco y $2,5k$ de gaseosa

$$\text{Relación final: } \frac{\text{Pisco}}{\text{Gaseosa}} = \frac{10 - 10k}{2,5 - 2,5k + 12,5x} = \frac{16}{9} \rightarrow k = \frac{1}{5}$$

$$\therefore \text{ Se extrae } 12,5x = 12,5 \left(\frac{1}{5} \right) = 2,5$$

Rpta.: A

8. Con las edades de seis primos se forman tres razones geométricas equivalentes y continuas, de constante de proporcionalidad entera, donde la suma de antecedentes es 42 y la suma de consecuentes es 21. Si la suma de las edades del primo mayor con la del primo menor es 27 años, determine la diferencia de edades de esos mismos primos.

- A) 18 B) 21 C) 20 D) 16 E) 22

Solución:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k = \frac{a + b + c}{b + c + d} = \frac{42}{21} = 2$$

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = 2 \rightarrow c = 2d ; b = 4d ; a = 8d$$

$$\text{Dato: } a + d = 27 \rightarrow 9d = 27 \rightarrow d = 3$$

$$\frac{24}{12} = \frac{12}{6} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\therefore a - d = 24 - 3 = 21$$

Rpta.: B

9. En una bodega, hay un tonel que contiene una mezcla de 500 litros de vino puro con 120 litros de agua. Luego a dicho contenido se le agrega 200 litros de vino puro y cierta cantidad de agua, de modo que se obtiene una mezcla cuya relación entre vino puro y agua es de 5 a 1. Si de esta última mezcla se extrae 72 litros, ¿cuántos litros de agua hay en el contenido que quedó en el tonel?

A) 120 B) 124 C) 128 D) 130 E) 132

Solución:

$$\text{Relación inicial: } \frac{\text{Vino}}{\text{Agua}} = \frac{500}{120}$$

$$\text{Relación intermedia: } \frac{\text{Vino}}{\text{Agua}} = \frac{500 + 200}{120 + a} = \frac{5}{1} \rightarrow a = 20$$

$$\text{Se extrae: } 6k \quad ; \quad \text{Vino} = 5k \quad ; \quad \text{Agua} = k$$

$$\text{Dato: } 6k = 72 \rightarrow k = 12$$

$$\text{Relación final: } \frac{\text{Vino}}{\text{Agua}} = \frac{700 - 5(12)}{140 - 1(12)} = \frac{640}{128}$$

$$\therefore \text{Agua} = 128$$

Rpta.: C

10. Elena tiene tres perritos, Anky, Belka y Cuty, cuyas edades, en número entero de años, son diferentes entre sí. La edad de Anky es la media proporcional de las edades que tienen Belka y Cuty. La razón, entre la suma de los cuadrados y la suma de las inversas de los cuadrados del número de años que tienen los tres perritos, es 256. Si ningún perrito tiene más de 15 años, ¿cuántos años más tiene Belka que Anky?

A) 4 B) 2 C) 3 D) 7 E) 6

Solución:

$$\frac{b}{a} = \frac{a}{c} \rightarrow a^2 = bc$$

$$\text{Razón} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}} = \frac{bc + b^2 + c^2}{\frac{1}{bc} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}} = \frac{bc + b^2 + c^2}{\frac{bc + c^2 + b^2}{b^2c^2}} = b^2c^2$$

$$b^2c^2 = 256 \rightarrow bc = 16$$

$$\rightarrow a^2 = 16 \rightarrow a = 4; b = 8; c = 2$$

$$\therefore b - a = 4$$

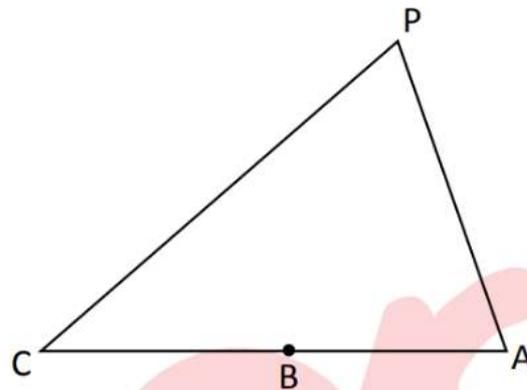
Rpta.: A

Geometría

EJERCICIOS DE CLASE

1. En la figura, $PA = 35$ m, $AC = 40$ m y $PC = 45$ m. Si el punto B equidista de los puntos A y C, halle la distancia de P hacia B.

- A) 30 m
B) 35 m
C) 40 m
D) 32 m
E) 38 m

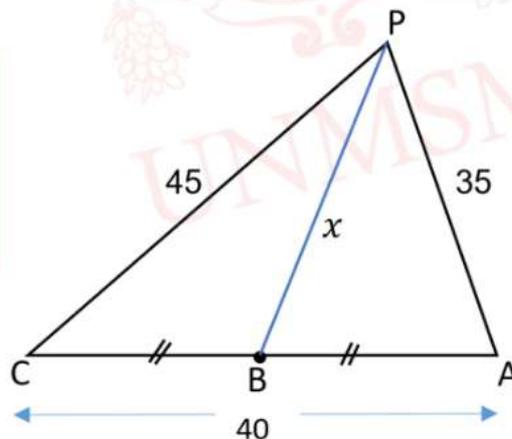


Solución:

- Dato: B es punto medio de \overline{CA}
trazamos la mediana \overline{PB}
- $\triangle CPA$: teorema de la mediana

$$45^2 + 35^2 = 2x^2 + \frac{40^2}{2}$$

$$\therefore x = 35 \text{ m}$$



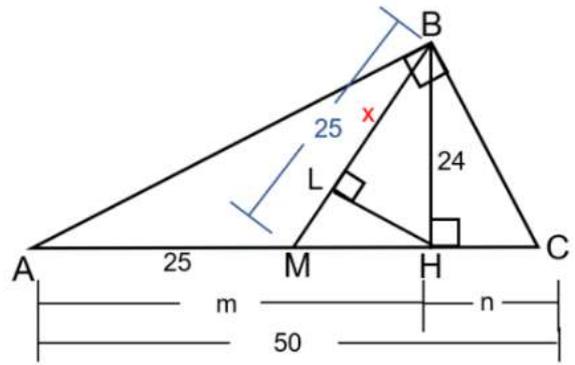
Rpta.: B

2. En un triángulo rectángulo ABC, se traza la altura \overline{BH} y la mediana \overline{BM} . Si $AH - HC = 14$ m y $BH = 24$ m, halle la proyección ortogonal de \overline{BH} sobre \overline{BM} .

- A) $586/25$ m B) $556/25$ m C) $576/25$ m D) $536/25$ m E) $596/25$ m

Solución:

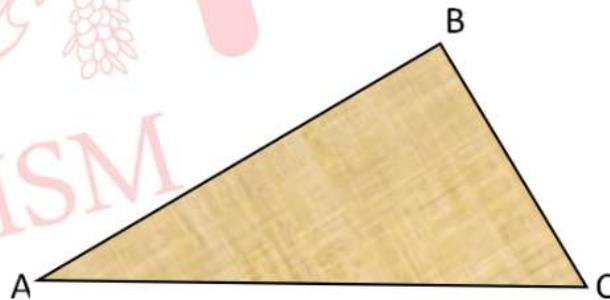
- Sea: $AH = m$ y $HC = n$
 Dato: $m - n = 14 \Rightarrow m = n + 14$
- $\triangle ABC$: relaciones métricas
 $BH^2 = m \cdot n$
 $\Rightarrow 24^2 = (n + 14) \cdot n \Rightarrow n = 18$ y $m = 32$
- $AC = m + n = 50$
 Teorema: $AM = MC = BM = 25$
- $\triangle BHM$: relaciones métricas
 $24^2 = x \cdot 25$
 $\therefore x = 576/25$



Rpta.: C

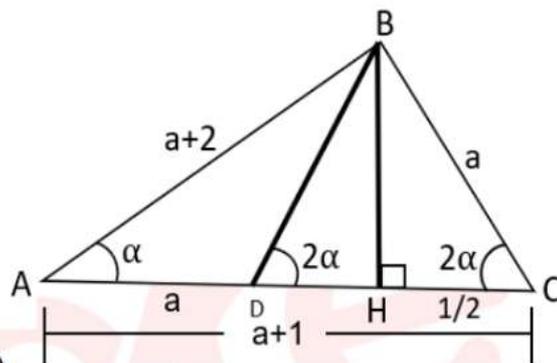
3. En la figura, se muestra un tablero triangular ABC, cuyas longitudes de sus lados son tres números consecutivos expresados en dm. Si en el triángulo ABC se cumple que la medida del ángulo \widehat{BCA} es el doble de la medida del ángulo \widehat{BAC} , halle la longitud de BC. ($AB > AC > BC$)

- A) 7 dm
- B) 5 dm
- C) 6 dm
- D) 4 dm
- E) 8 dm



Solución:

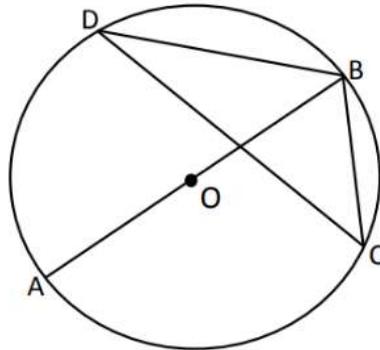
- Trazamos: $\overline{BD}/BD = DA$
- $\triangle ADB$ y $\triangle DBC$ son isósceles:
 \overline{BH} es altura y mediana
- $\triangle ABC$: Teorema de Euclides
 $(a + 2)^2 = a^2 + (a + 1)^2 - 2 \left(\frac{1}{2}\right)(a + 1)$
 $\therefore a = 4$ dm



Rpta.: D

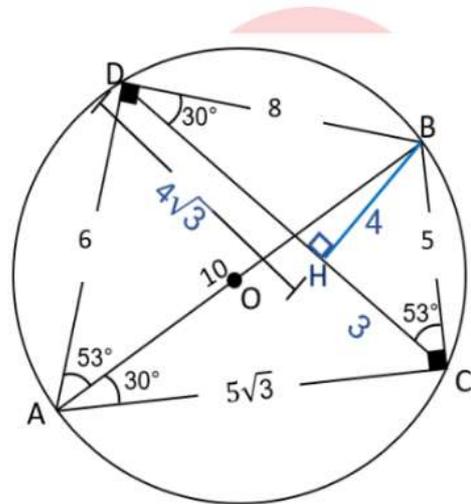
4. En la figura, los puntos A, B, C y D pertenecen a la circunferencia de centro O. Si $AB = 10$ m, $BD = 8$ m y $BC = 5$ m, halle DC.

- A) $(3 + 3\sqrt{3})$ m
- B) $(3 + 5\sqrt{3})$ m
- C) $(2 + 3\sqrt{3})$ m
- D) $(5 + 2\sqrt{3})$ m
- E) $(3 + 4\sqrt{3})$ m



Solución:

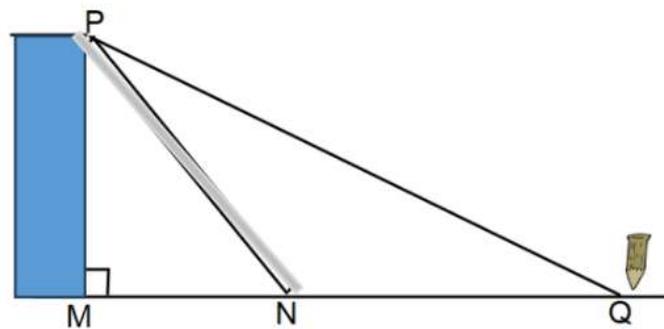
- Teorema: $m\hat{A}DB = 90^\circ$ y $m\hat{A}CB = 90^\circ$
 - $\triangle ADB$: notable 37° y $53^\circ \Rightarrow AD = 6$
 - $\triangle ACB$: notable 30° y $60^\circ \Rightarrow AC = 5\sqrt{3}$
 - $\triangle DBC$: trazamos la altura \overline{BH}
 - $\triangle DHB$: notable 30° y $60^\circ \Rightarrow DH = 4\sqrt{3}$
 - $\triangle CHB$: notable 37° y $53^\circ \Rightarrow HC = 3$
- $\therefore x = (3 + 4\sqrt{3})$ m



Rpta.: E

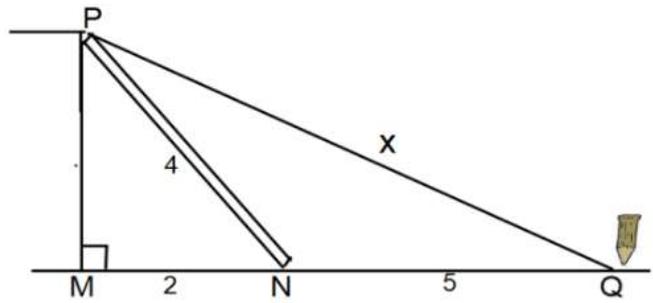
5. Una varilla metálica de 4 m de longitud se apoya en el punto P de la pared y en el punto N del piso tal como muestra la figura. La sombra que hace la varilla sobre el piso tiene por longitud $MN = 2$ m. Si la distancia de una estaca ubicada en el punto Q hacia el punto de apoyo N es 5 m, halle la distancia entre la estaca y el punto de apoyo P.

- A) $\sqrt{53}$ m
- B) $\sqrt{57}$ m
- C) $\sqrt{61}$ m
- D) $\sqrt{67}$ m
- E) $\sqrt{71}$ m



Solución:

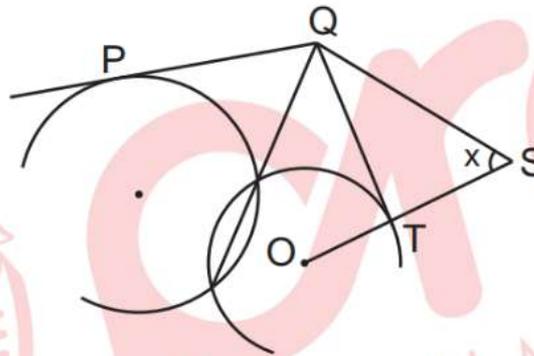
- $\triangle NPQ$: Teorema de Euclides
 $x^2 = 4^2 + 5^2 + 2(5)(2)$
 $\Rightarrow x^2 = 16 + 25 + 20$
 $\therefore x = \sqrt{61}$



Rpta.: C

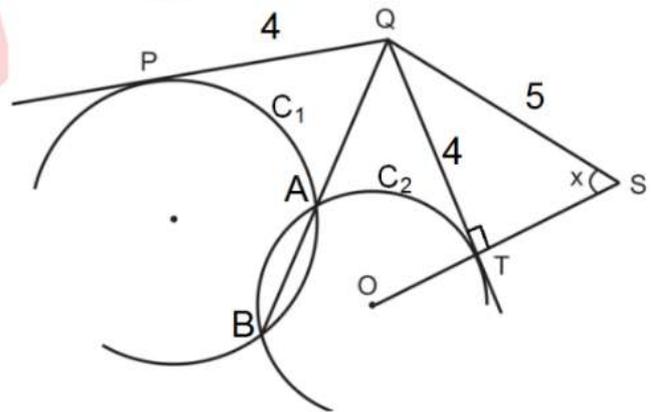
6. En la figura, se muestra la silueta de dos monedas, donde O es centro, P y T puntos de tangencia, PQ = 4 cm y QS = 5 cm. Halle x.

- A) 30°
- B) 37°
- C) 60°
- D) 53°
- E) 45°



Solución:

- C_1 : Teorema de la tangente
 $(4)^2 = (AQ)(QB) \dots (I)$
- C_2 : Teorema de la tangente
 $(QT)^2 = (AQ)(QB) \dots (II)$
- De (I) y (II):
 $QT = 4$
- $\triangle QTS$: notable 37° y 53°
 $\therefore x = 53^\circ$



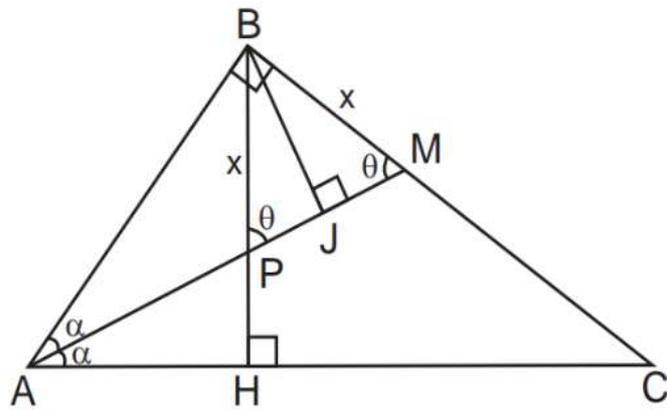
Rpta.: D

7. En un triángulo rectángulo ABC, se trazan la altura \overline{BH} (H en \overline{AC}) y la bisectriz interior \overline{AM} (M en \overline{BC}) que se intersecan en P. Si $AM \cdot PM = 40 \text{ cm}^2$, halle BP.

- A) $3\sqrt{5} \text{ cm}$
- B) $4\sqrt{5} \text{ cm}$
- C) $2\sqrt{5} \text{ cm}$
- D) $3\sqrt{2} \text{ cm}$
- E) $3\sqrt{3} \text{ cm}$

Solución:

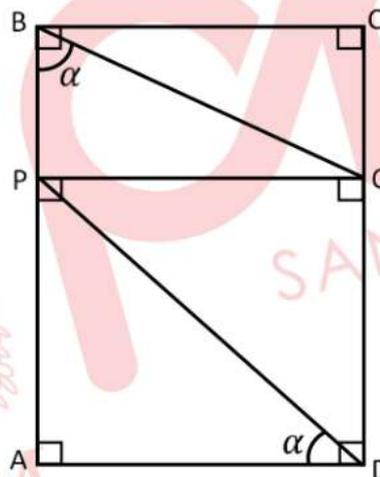
- $\triangle PBM$: isósceles
 $PJ = JM$
- $\triangle ABM$: relaciones métricas
 $x^2 = AM \cdot JM$
 $x^2 = AM \cdot \frac{PM}{2}$
- Dato: $AM \cdot PM = 40$
 $\therefore x = 2\sqrt{5}$ cm



Rpta.: C

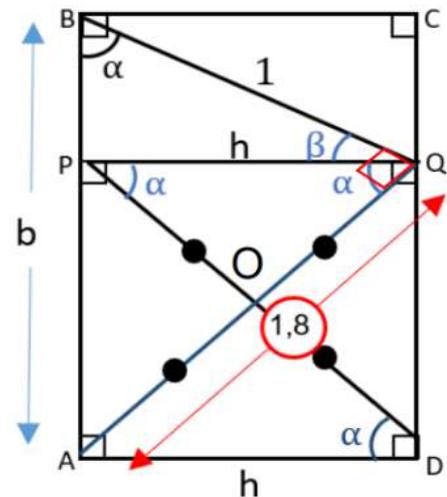
8. En la figura, se muestra la vista frontal de un modelo de puerta de madera. Si $BQ = 1$ m y $PD = 1,8$ m, halle $AB \cdot AD$.

- A) $1,8 \text{ m}^2$
- B) $1,6 \text{ m}^2$
- C) $1,2 \text{ m}^2$
- D) 1 m^2
- E) 2 m^2



Solución:

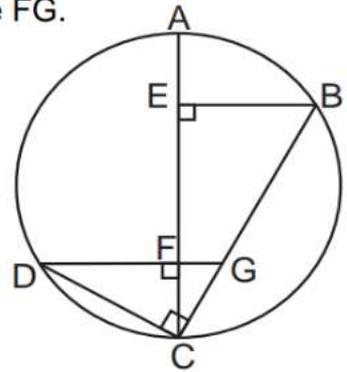
- Trazar \overline{AQ} :
 $\Rightarrow PD = AQ = 1,8$ y $OA = OQ = OP = OD$
- $\alpha + \beta = 90^\circ$
- $\triangle PQO$: es isósceles
 $\Rightarrow m\widehat{PQA} = \alpha \Rightarrow m\widehat{BQA} = 90^\circ$
- $\triangle BQA$: relaciones métricas
 $b \cdot h = (1)(1,8)$
 $\therefore AB \cdot AD = 1,8 \text{ m}^2$



Rpta.: A

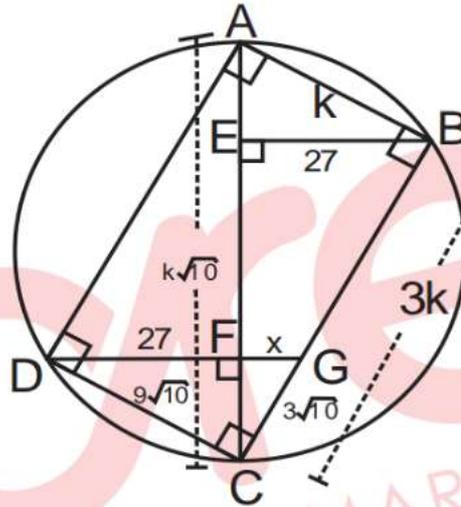
9. En la figura, \overline{AC} es diámetro. Si $BC = 3DC$ y $BE = 27$ cm, halle FG .

- A) 1 cm B) 1,5 cm
- C) 2,5 cm D) 2 cm
- E) 3 cm



Solución:

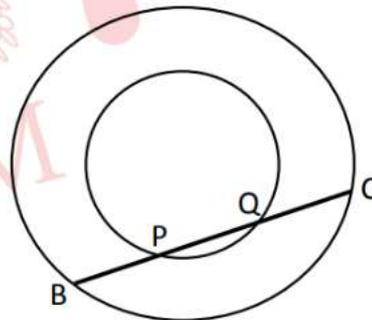
- $\triangle ABC$: relaciones métricas
 $3k \cdot k = 27 \cdot k\sqrt{10} \Rightarrow k = 9\sqrt{10}$
- $\triangle DCG$: notable de $\frac{37^\circ}{2}$
 $DG = 3\sqrt{10} \cdot \sqrt{10} = 30$
- Del gráfico: $27 + x = 30$
 $\therefore x = 3$ cm



Rpta.: E

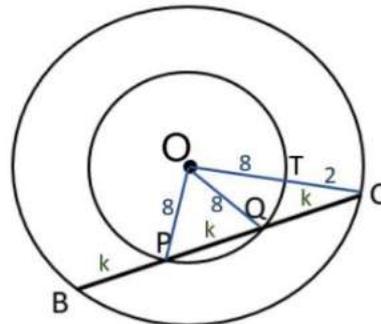
10. En la figura, las circunferencias son concéntricas con radios que miden 8 m y 10 m. Si $BP = PQ = QC$, halle BC .

- A) $5\sqrt{2}$ m
- B) $8\sqrt{2}$ m
- C) $9\sqrt{2}$ m
- D) $7\sqrt{2}$ m
- E) $6\sqrt{2}$ m



Solución:

- $\triangle POC$: teorema de la mediana
 $8^2 + 10^2 = 2(8)^2 + \frac{(2k)^2}{2}$
 $\Rightarrow k = 3\sqrt{2}$
- $BC = 3k$
 $\therefore BC = 9\sqrt{2}$ m

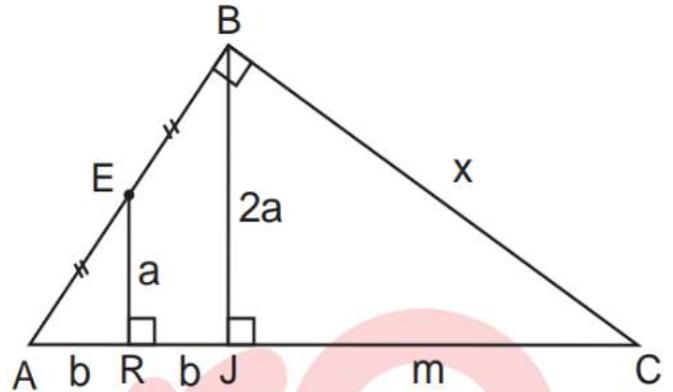


Rpta.: C

11. En un triángulo rectángulo ABC, E es punto medio de \overline{AB} y se traza \overline{ER} perpendicular a \overline{AC} (R en \overline{AC}). Si $CR^2 - AR^2 = 25 \text{ cm}^2$, halle BC.
- A) 3 cm B) 4 cm C) 5 cm D) 6 cm E) 2 cm

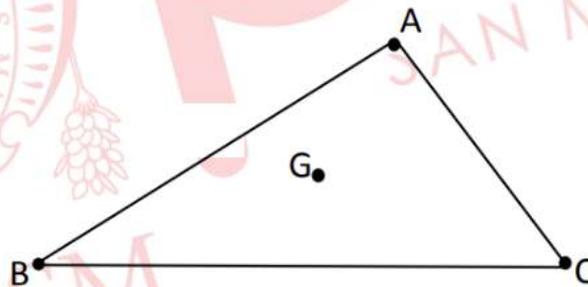
Solución:

- $\overline{ER} \parallel \overline{BJ}$: Teorema de puntos medios
 $ER = a$ y $BJ = 2a \Rightarrow AR = RJ = b$
- Dato: $CR^2 - AR^2 = 25 \text{ cm}^2$
 $\Rightarrow (b + m)^2 - b^2 = 25$
 $m^2 + 2bm = 25$
- $\triangle ABC$: relaciones métricas
 $x^2 = m(m + 2b) = m^2 + 2bm = 25$
 $\therefore x = 5 \text{ cm}$



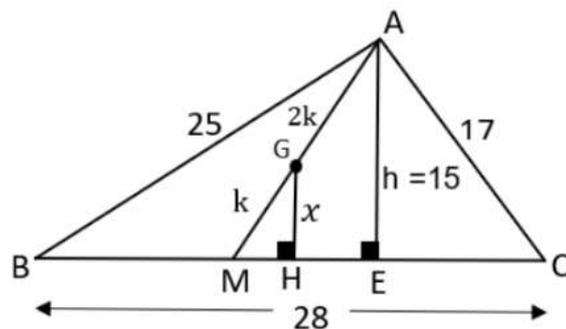
Rpta.: C

12. En la figura, el punto G es baricentro del triángulo ABC. Si $BA = 25 \text{ m}$, $AC = 17 \text{ m}$ y $BC = 28 \text{ m}$, halle la distancia de G a \overline{BC} .
- A) 4 m
 B) 6 m
 C) 5 m
 D) 3 m
 E) 7 m



Solución:

- $\triangle ABC$; teorema de Herón:
- Sea $p = 35$
 $AE = \frac{2}{28} \sqrt{35 \times 10 \times 18 \times 7} = 15$
- $\triangle MHG \sim \triangle MEA$ (AA)
 $\Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{k}{3k}$
 $\therefore x = 5$



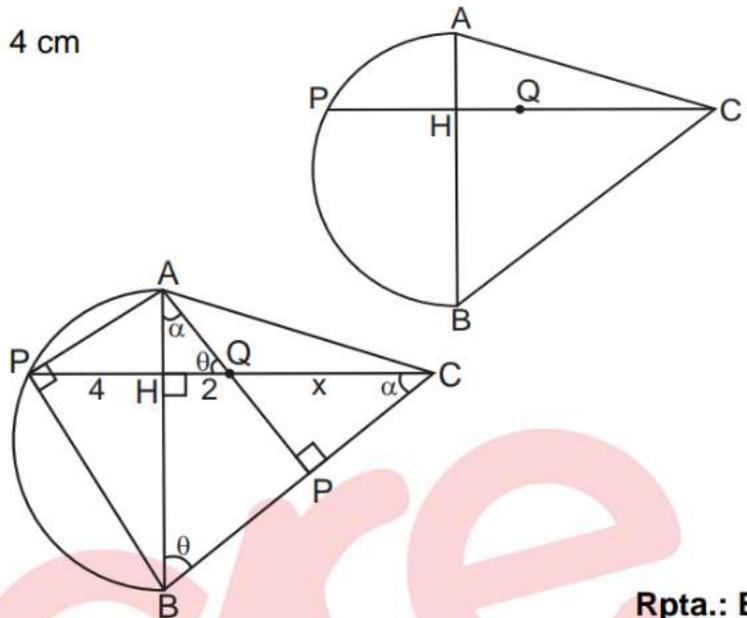
Rpta.: C

13. En la figura, Q es ortocentro del triángulo ABC y \overline{AB} es diámetro. Si $PH = 4$ cm y $QH = 2$ cm, halle QC.

- A) 5 cm B) 6 cm C) 4 cm
- D) 3 cm E) 7 cm

Solución:

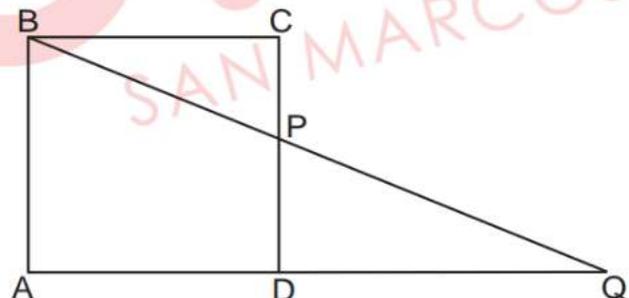
- $\triangle BPA$: relaciones métricas
 $16 = AH \cdot HB$
- $\triangle AHQ \sim \triangle CHB$ (AA)
 $HB \cdot AH = 2(x + 2)$
- De (1) y (2): $x = 6$ cm



Rpta.: B

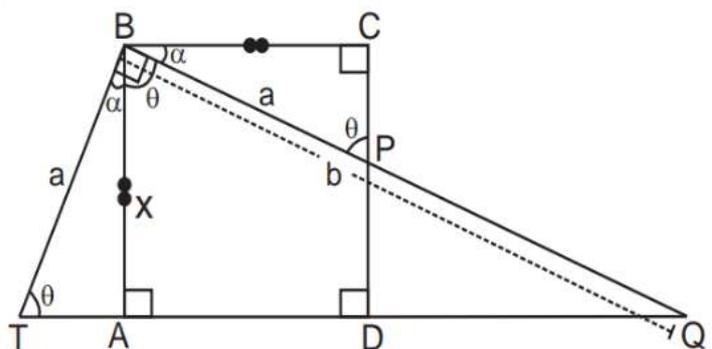
14. En la figura, ABCD es un cuadrado y numéricamente se cumple $\frac{1}{BP^2} + \frac{1}{BQ^2} = \frac{1}{25}$, halle AB (en centímetros).

- A) 3 cm
- B) 4 cm
- C) 5 cm
- D) 6 cm
- E) 7 cm



Solución:

- Prolongar QA hasta T / $TB \perp BQ$
- Dato: $\frac{1}{BP^2} + \frac{1}{BQ^2} = \frac{1}{25} \dots (1)$
- $\triangle BCP \cong \triangle BAT$ (ALA)
 $BT = BP = a \dots (2)$
- $\triangle TBQ$: relaciones métricas
 $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{x^2} \dots (3)$
- De (1), (2) y (3):
 $\therefore x = 5$ cm

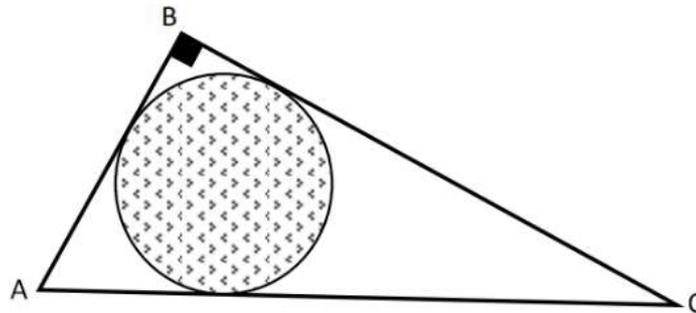


Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

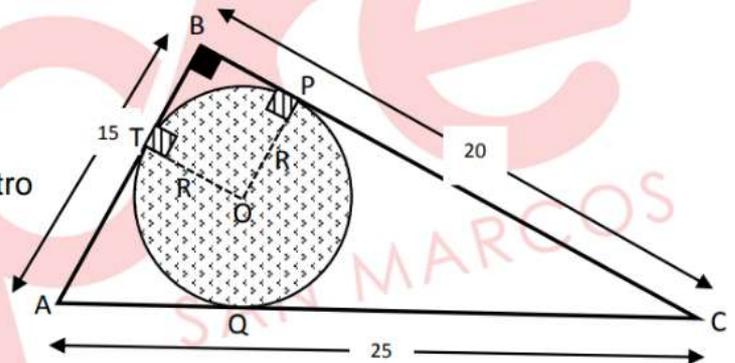
1. Un triplay tiene la forma de un triángulo rectángulo ABC, como se muestra en la figura, y se desea hacer un corte circular tangente a los lados del triángulo. Si $AB = 15$ m y $BC = 20$ m, halle la longitud del radio de la circunferencia.

- A) 6 m
B) 4 m
C) 7 m
D) 5 m
E) 3 m

**Solución:**

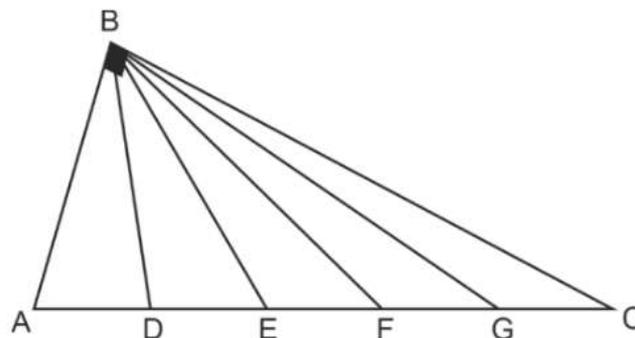
- $\triangle ABC$: teorema de Pitágoras
 $\Rightarrow AC = 25$

- Teorema de Poncelet: sea O centro
 $\Rightarrow 15 + 20 = 25 + 2R$
 $\therefore R = 5$

**Rpta.: D**

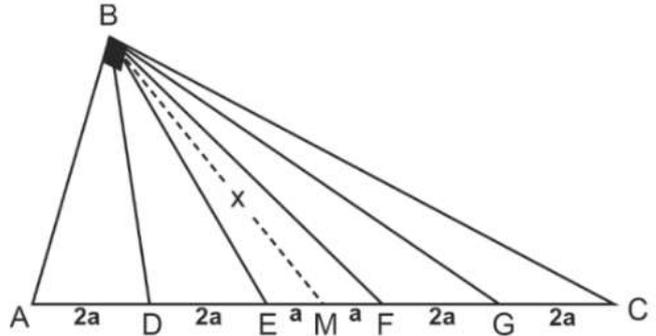
2. En la figura, los puntos A, B y C son los extremos de los linderos de un terreno agrícola que va a ser dividido en parcelas triangulares. Si $AD = DE = EF = FG = GC$ y $BD^2 + BG^2 = 6800$ m², halle la longitud de un nuevo lindero que une B con el punto medio de \overline{AC} .

- A) 50 m
B) 60 m
C) 45 m
D) 40 m
E) 55 m

**Solución:**

- Dato: $AD = DE = EF = FG = GC = 2a$

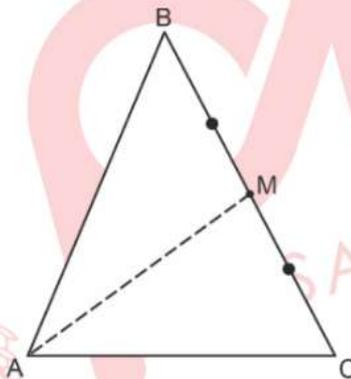
- $\triangle ABC$: teorema
 $x = BM = \frac{AC}{2} = 5a \dots (1)$
- $\triangle DBG$: teorema de la mediana
 $BD^2 + BG^2 = 2x^2 + \frac{(6a)^2}{2} \dots (2)$
- De (1) y (2):
 $a = 10$
 $\therefore x = 5a = 50 \text{ m}$



Rpta.: A

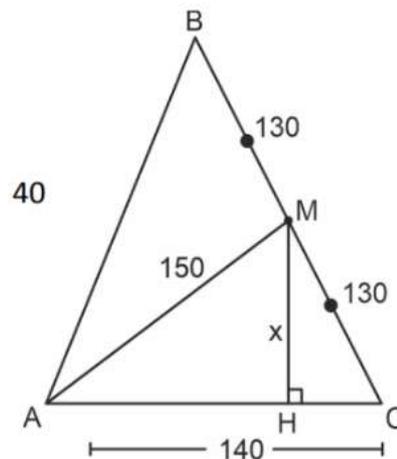
3. En la figura, $AB = 40\sqrt{37} \text{ m}$, $BC = 260 \text{ m}$ y $AC = 140 \text{ m}$. Si M es punto medio de \overline{BC} , halle la distancia del punto M a \overline{AC} .

- A) 100 m
- B) 120 m
- C) 80 m
- D) 110 m
- E) 90 m



Solución:

- $\triangle ABC$: teorema de la mediana
 $(40\sqrt{37})^2 + (140)^2 = 2 AM^2 + \frac{260^2}{2}$
 $\Rightarrow AM = 150$
- $\triangle AMC$: teorema de Herón
 $p = \frac{150 + 130 + 140}{2} = 210$
 $x = \frac{2}{140} \sqrt{210 \times 60 \times 80 \times 70}$
 $\therefore x = 120 \text{ m}$



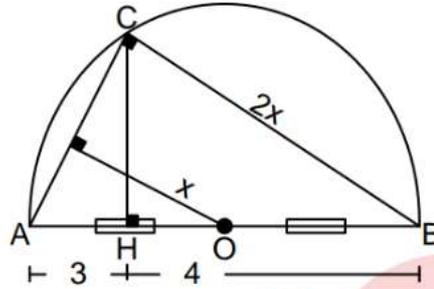
Rpta.: B

4. En una semicircunferencia de diámetro \overline{AB} y centro O , se traza la cuerda \overline{AC} y \overline{CB} perpendicular a \overline{AB} (H en \overline{AB}). Si $AH = 3$ m y $HB = 4$ m, halle la distancia de O a \overline{AC} .

- A) $\sqrt{7}$ m B) $2\sqrt{3}$ m C) $\sqrt{3}$ m D) $2\sqrt{7}$ m E) 5 m

Solución:

- Trazamos \overline{CB}
 $\Rightarrow \triangle ABC$ es rectángulo
- $\triangle ACB$: relaciones métricas
 $(2x)^2 = 7 \cdot 4$
 $\therefore x = \sqrt{7}$ m



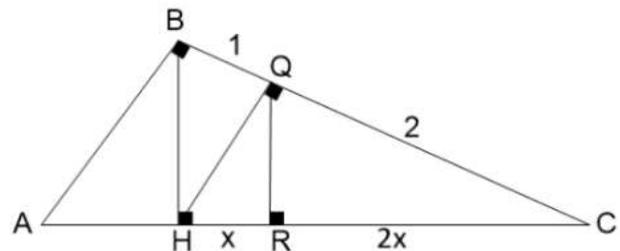
Rpta.: A

5. En la figura, $BQ = 1$ m y $QC = 2$ m. Halle HR .

- A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ m B) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ m C) $\sqrt{6}$ m D) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ m E) $\frac{\sqrt{6}}{12}$ m

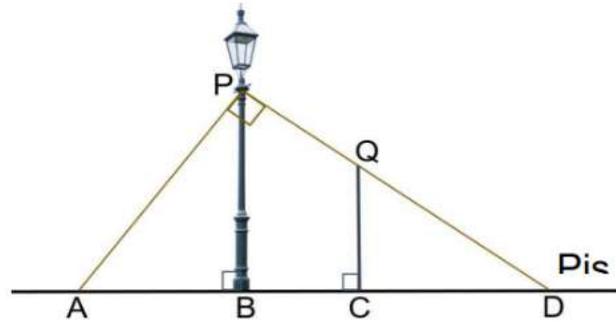
Solución:

- $\triangle BHC$: teorema de Tales
 $\frac{1}{2} = \frac{x}{RC}$
 $\Rightarrow RC = 2x$
- $\triangle HQC$: relaciones métricas
 $2^2 = (3x)(2x) \Rightarrow \frac{4}{6} = x^2$
 $\Rightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{3}$ m



Rpta.: D

6. La figura muestra un poste antiguo, el cual es sostenido por los cables \overline{AP} y \overline{PD} , además de un soporte \overline{QC} perpendicular al piso. Si $PQ = QC$, $BC = 10$ m y $CD = 15$ m, halle la altura del punto de anclaje P al piso. (A, B, C y D son puntos colineales)



- A) $12\sqrt{5}$ m B) $10\sqrt{5}$ m C) $12\sqrt{3}$ m D) $15\sqrt{3}$ m E) $14\sqrt{5}$ m

Solución:

- Dato: $PQ = QC$, trazamos \overline{AQ}

$\Rightarrow \overline{AQ}$ es bisectriz

$\Rightarrow AP = AC = a + 10$

- $\triangle APD$: relaciones métricas

$$(a + 10)^2 = a(a + 25)$$

$$\Rightarrow a = 20 \dots (1)$$

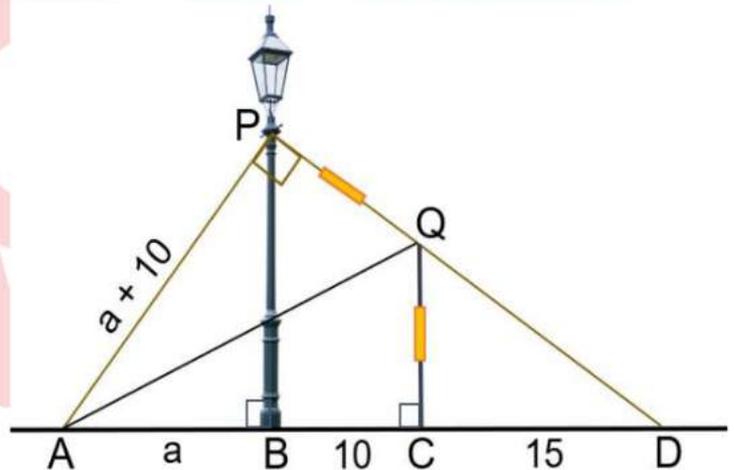
- $\triangle ABP$: teorema de Pitágoras

$$(a + 10)^2 = a^2 + BP^2 \dots (2)$$

- De (1) y (2):

$$BP^2 = 500$$

$$\therefore BP = 10\sqrt{5} \text{ m}$$



Rpta.: B

Álgebra

EJERCICIOS DE CLASE

1. Determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones

- I. -2 es una raíz doble del polinomio $p(x) = x^2 - 4x + 4$.
- II. El polinomio $p(x) = x^2 + x + 1$ tiene raíces reales.
- III. 2 es raíz triple del polinomio $p(x) = 3(x^2 - 4)^2(x - 2)$
- IV. Si i es una raíz del polinomio $p(x)$ entonces $-i$ es otra raíz de $p(x)$.

A) FVVV B) FVVF C) FFVF D) FFFF E) FVFF

Solución:

Analizando cada proposición:

- I. Sea $p(x) = x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$, entonces 2 es una raíz de doble de $p(x)$ (F)
- II. $\Delta = 1^2 - 4(1)(1) = -3$, entonces el polinomio $p(x)$ tiene raíces no reales. (F)
- III. El polinomio $p(x) = 3(x^2 - 4)^2(x - 2) = 3(x - 2)^3(x + 2)^2$, entonces 2 es una raíz de multiplicidad 3. (V)
- IV. Sea el polinomio $p(x) = ix + 1$ se tiene que i es una raíz, pero $-i$ no es raíz de $p(x)$ pues: $p(-i) = i(-i) + 1 = 2 \neq 0$. (F)

Rpta.: C

2. Dado el polinomio $p(x) = (x - r)(x - s)$ con término independiente 8 y la suma de raíces es -1 . Halle la suma de coeficientes de $p(x)$.

A) 4 B) 7 C) 6 D) 10 E) 8

Solución:

Como $p(r) = 0$ y $p(s) = 0$, entonces r y s son raíces del polinomio $p(x)$

Datos:

- $r + s = -1$
- $p(0) = 8 \rightarrow (-r)(-s) = 8 \rightarrow rs = 8$

hallamos la suma de coeficientes de $p(x)$:

$$p(1) = (1 - r)(1 - s) = 1 - (r + s) + rs = 1 - (-1) + 8 = 10$$

Rpta.: D

3. Dado el polinomio cuadrático $p(x+2) = (m-3)^2x^2 + (10-8m)x - 14$. Si $(x-1)$ es un factor de $p(x)$, halle el valor de «m».
- A) 4 B) -3 C) 5 D) -5 E) -1

Solución:

Como $(x-1)$ es un factor de $p(x) \rightarrow 1$ es una raíz de $p(x)$

Entonces se tiene $p(1) = 0$

Luego: $p(-1+2) = (m-3)^2(-1)^2 + (10-8m)(-1) - 14 = 0$

$$\Rightarrow m^2 - 6m + 9 - 10 + 8m - 14 = 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 2m - 15 = 0 \Rightarrow m = -5 \vee m = 3$$

Como $p(x)$ es un polinomio cuadrático, entonces $m \neq 3$.

\therefore El valor de «m» es -5

Rpta.: D

4. En la ciudad de Juliaca, se registró la temperatura de un día en grados centígrados ($^{\circ}\text{C}$), dado por el polinomio $T(t) = -0,01t^3 + mt^2 + nt + 1,4$ en términos del tiempo transcurrido t en horas a partir de las 0 horas y además, se sabe que a las 7 a.m. y 8 p.m. en ese día se registró una temperatura de 0°C . Determine la temperatura que alcanzó al mediodía.
- A) $4,4^{\circ}\text{C}$ B) $5,2^{\circ}\text{C}$ C) $2,2^{\circ}\text{C}$ D) $2,4^{\circ}\text{C}$ E) 6°C

Solución:

La función $T(t)$ es un polinomio cúbico cuyo valor de t se restringe al intervalo $[0,24]$.

Por dato: $T(7) = 0$ y $T(20) = 0$; es decir 7 y 20 son raíces de $T(t)$, por el teorema fundamental del álgebra, se tiene otra raíz r .

Por el teorema de Cardano se tiene:

$$7(20)r = -\frac{1,4}{-0,01} \rightarrow r = 1$$

Por el teorema del factor para las raíces 7, 20 y 1 tenemos:

$$T(t) = -0,01(t-7)(t-20)(t-1)$$

Entonces la temperatura que alcanzó en el mediodía es:

$$\therefore T(12) = -0,01(12-7)(12-20)(12-1) = 4,4^{\circ}\text{C}.$$

Rpta.: A

5. Ana tiene ahorrado \overline{nr} soles, y compra un regalo a $\overline{r(3-m)}$ soles. Determine el dinero que le sobra luego de la compra del regalo, si $1 + \sqrt{2}$ y r son las raíces del polinomio $p(x) = x^3 + 3mx^2 + nx - 2m$.

A) 18 soles B) 29 soles C) 33 soles D) 8 soles E) 25 soles

Solución:

De los datos se tiene que m, n y r son valores enteros, entonces $p(x) \in \mathbb{Q}[x]$ y por el teorema de la paridad de raíces si $r_1 = 1 + \sqrt{2}$ es raíz de $p(x)$, entonces $r_2 = 1 - \sqrt{2}$ también es raíz de $p(x)$.

Por el teorema de Cardano se tiene:

- i) $1 + \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + r = -3m \rightarrow 2 + r = -3m$
 ii) $(1 + \sqrt{2})r + (1 - \sqrt{2})r + (1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = n \rightarrow 2r - 1 = n$
 iii) $(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2})r = 2m \rightarrow r = -2m$

De i) y iii) $2 - 2m = -3m \rightarrow m = -2$

Luego, $r = 4$ y $n = 7$.

Ahorro $\overline{nr} = 74$ soles y gasta $\overline{r(3-m)} = 45$ soles

\therefore Le sobra 29 soles.

Rpta.: B

6. Determine el valor de $H - 10 \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{1}{p} \right)$ sabiendo que:

$$H = \frac{m-3}{m^2-m+1} + \frac{n-3}{n^2-n+1} + \frac{p-3}{p^2-p+1}$$

donde m, n y p son las raíces del polinomio $p(x) = -2x^3 + x - 5$.

A) 4 B) 5 C) 3 D) 2 E) 6

Solución:

Por el teorema de Cardano se tiene:

- i) $m + n + p = 0$
 ii) $mn + np + mp = -\frac{1}{2}$
 iii) $mnp = -\frac{5}{2}$

Como « m » es la raíz de $p(x) = -2x^3 + x - 5$, se tiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} p(m) &= -2m^3 + m - 5 = 0 \Rightarrow 2m^3 + 2 = m - 3 \\ \Rightarrow 2(m^3 + 1) &= m - 3 \Rightarrow 2(m + 1) = \frac{m - 3}{m^2 - m + 1} \end{aligned}$$

Análogamente:

$$2(n+1) = \frac{n-3}{n^2-n+1} \wedge 2(p+1) = \frac{p-3}{p^2-p+1}$$

Reemplazando en H

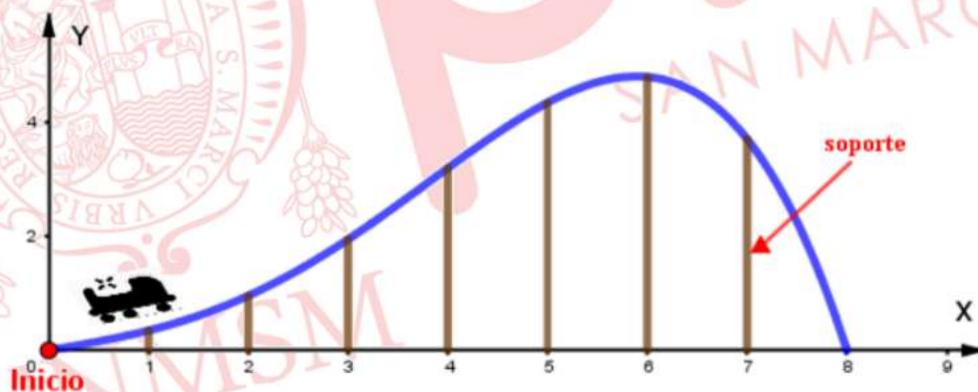
$$H = 2(m+1) + 2(n+1) + 2(p+1) = 2(m+n+p) + 6 \Rightarrow H = 6$$

$$\therefore H - 10\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{1}{p}\right) = 6 - 10\left(\frac{mn+mp+np}{mnp}\right) = 6 - 10\left(\frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{5}{2}}\right) = 4$$

Rpta.: A

7. Se desea diseñar la pista para una montaña rusa, se coloca los datos en un simulador y se tiene la siguiente información:

- La altura de la pista de la montaña rusa en metros se modela por un polinomio $p(x)$ de menor grado posible y de coeficientes reales.
- El valor de x varía según la distancia horizontal desde el inicio de la pista hasta 8 metros.
- $2i$, 0 y 8 son raíces simples de polinomio $p(x)$.
- La altura del soporte ubicado a 6 metros de iniciado la pista tiene una longitud de 4,8 metros.



¿Cuánto mide la altura del soporte ubicado a 4 metros del inicio de la pista?

- A) 3,8 m B) 3,2 m C) 2,8 m D) 3,5 m E) 3 m

Solución:

I. Como $p(x) \in \mathbb{R}[x]$ y por el teorema de la paridad de raíces, si $2i$ es raíz, entonces $-2i$ también es raíz de $p(x)$.

II. Por el teorema fundamental del álgebra:

$$\rightarrow p(x) = ax(x-8)(x-2i)(x+2i) \quad (\text{menor grado posible})$$

$$\rightarrow p(x) = ax(x-8)(x^2+4)$$

$$\text{Dato } p(6) = 4,8 \rightarrow a(6)(6-8)(6^2+4) = \frac{48}{10} \rightarrow a = -\frac{1}{100}$$

$$p(4) = -\frac{1}{100}(4)(4-8)(4^2+4) = 3,2 \text{ m}$$

∴ El soporte ubicado a 4 metros mide 3,2 m de altura.

Rpta.: B

8. La utilidad en miles soles de una empresa se modela por el polinomio:

$$U(x) = x^3 + 3mx^2 + 3m^2x - 0,125$$

donde «x» es el tiempo transcurrido en meses desde que se crea la empresa hasta el quinto mes. Determine la utilidad de la empresa en su segundo mes.

A) 12 500 soles

B) 2500 soles

C) 15 625 soles

D) 2700 soles

E) 3375 soles

Solución:

Si x_1 , x_2 y x_3 son las raíces del polinomio $U(x)$, por Cardano, se tiene:

$$\text{i) } x_1 + x_2 + x_3 = -3m$$

$$\text{ii) } x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = 3m^2$$

$$\text{iii) } x_1x_2x_3 = \frac{1}{8}$$

De i) y ii) tenemos:

$$\rightarrow x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = 3 \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{-3} \right)^2$$

$$\rightarrow 3(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3) = (x_1)^2 + (x_2)^2 + (x_3)^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$$

$$\rightarrow x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = (x_1)^2 + (x_2)^2 + (x_3)^2$$

$$\rightarrow x_1 = x_2 = x_3$$

$$\text{De iii) se tiene } (x_1)^3 = \frac{1}{8} \rightarrow x_1 = x_2 = x_3 = \frac{1}{2}.$$

Luego, por el teorema del factor, la utilidad se expresa:

$$U(x) = \left(x - \frac{1}{2} \right)^3$$

$$U(2) = \left(2 - \frac{1}{2} \right)^3 = \frac{27}{8} \text{ miles soles} = 3375 \text{ soles}$$

∴ La utilidad de la empresa luego de 2 meses es 3375 soles.

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. -2 es una raíz doble del polinomio $p(x) = x^3 + x^2 + mx + n$ entonces el producto de raíces de $p(x)$ es 12.
- II. Si r es una raíz del polinomio $p(x) = x^3 - rx^2 + x - 3$ entonces $(x - 3)$ es un factor de $p(x)$.
- III. El discriminante del polinomio $p(x) = x^2 + mx - 1$ es 13, entonces la suma de raíces de $p(x)$ es -3 .
- IV. Si $\sqrt{2}$ es una raíz del polinomio $p(x)$, se tiene que $-\sqrt{2}$ es otra raíz de $p(x)$.

A) VVVV B) VFFF C) VVFFV D) VVVV E) VVFF

Solución:

Analizando cada proposición:

- I. Sean $-2, -2$ y r raíces del polinomio $p(x)$; por teorema de Cardano se tiene:
 $-2 - 2 + r = -1 \rightarrow r = 3 \rightarrow$ producto de raíces: $(-2)(-2)(3) = 12$ (V)
- II. Como r es raíz: $p(r) = 0 \rightarrow r^3 - rr^2 + r - 3 = 0 \rightarrow r = 3$ (raíz)
 $\rightarrow (x - 3)$ es un factor del polinomio $p(x)$ (V)
- III. Sea $\Delta = m^2 + 4 = 13 \rightarrow m = \pm 3$, pero para $m = -3$ la suma de raíces es 3. (F)
- IV. Sea el polinomio $p(x) = \sqrt{2}x - 2$ se tiene que $\sqrt{2}$ es una raíz, pero $-\sqrt{2}$ no es raíz de $p(x)$ pues: $p(-\sqrt{2}) = \sqrt{2}(-\sqrt{2}) - 2 = -4 \neq 0$. (F)

Rpta.: E

2. Si $(x - m)$ es un factor del polinomio $p(x) = x^3 + mx^2 - 42x - 8m$, halle la mayor suma de coeficientes de $p(x)$.

A) -76 B) -6 C) -41 D) 5 E) 76

Solución:

Como $(x - m)$ es un factor de $p(x) \rightarrow m$ es una raíz de $p(x)$

Luego, para $x = m$

$$p(m) = m^3 + m m^2 - 42m - 8m = 0$$

$$\Rightarrow 2m^3 - 50m = 0 \Rightarrow m = 0, \quad m = -5, \quad m = 5$$

$$\text{Para } m = 0 \quad : \quad p(1) = 1^3 - 42(1) = -41$$

$$\text{Para } m = 5 \quad : \quad p(1) = 1^3 + 5(1)^2 - 42(1) - 40 = -76$$

$$\text{Para } m = -5 \quad : \quad p(1) = 1^3 - 5(1)^2 - 42(1) + 40 = -6$$

Rpta.: B

3. Dado el polinomio $p(x) = x^4 + 4x^3 + mx^2 + nx + 2$, si la suma de las raíces complejas de $p(x)$ es -1 y el producto de las raíces reales de $p(x)$ es 2. Halle el valor de $m - n$.

A) -2 B) 1 C) -4 D) 2 E) -1

Solución:

Por el teorema fundamental del álgebra se tiene las siguientes raíces:

a, b (raíces reales) y r, s (raíces complejas)

Datos: $ab = 2$ y $r + s = -1$

Por el teorema de Cardano, se tiene:

- i. $a + b + r + s = -4 \rightarrow a + b = -3$
 ii. $ab + ar + as + br + bs + rs = m \rightarrow 2 + (a + b)(r + s) + 1 = m$
 $\rightarrow 2 + (-3)(-1) + 1 = m \rightarrow m = 6$
 iii. $abr + abs + ars + brs = -n \rightarrow ab(r + s) + rs(a + b) = -n$
 $\rightarrow n = -(2(-1) + 1(-3)) \rightarrow n = 5$
 iv. $abrs = 2 \rightarrow rs = 1$
 $\therefore m - n = 6 - 5 = 1.$

Rpta.: B

4. En un congreso de Matemática, asistieron « m » personas; determine cuántos asientos quedaron libres si el auditorio donde se realizó tiene 100 asientos y las raíces del polinomio $p(x) = 2x^3 - 21x^2 + (m - 1)x - 54$ están en progresión geométrica.

A) 46 B) 64 C) 80 D) 37 E) 36

Solución:

Por el teorema fundamental del álgebra, sean las raíces del polinomio:

a, ar, ar^2 (en progresión geométrica a razón $r \neq 0$)

Por el teorema de Cardano, se tiene:

- i. $a + ar + ar^2 = \frac{21}{2}$
 ii. $a(ar) + a(ar^2) + (ar)(ar^2) = \frac{m-1}{2}$
 iii. $a(ar)(ar^2) = 27 \rightarrow (ar)^3 = 27 \rightarrow ar = 3$

Luego, reemplazando i y iii en ii:

$$ar(a + ar + ar^2) = \frac{m-1}{2} \rightarrow 3 \left(\frac{21}{2} \right) = \frac{m-1}{2} \rightarrow m = 64$$

\therefore La cantidad de asientos libres es 36.

Rpta.: E

5. Sean m , n y r raíces del polinomio $p(x) = x^3 - bx^2 + 2$ tal que:

$$\frac{1}{b-m} + \frac{1}{b-n} + \frac{1}{b-r} = \frac{9}{2}$$

Determine el triple del mayor valor que puede tomar « b ».

- A) 12 B) 9 C) 6 D) -6 E) 27

Solución:

Por el teorema de Cardano, se tiene:

- i) $m + n + r = b$
 ii) $mn + nr + mr = 0$
 iii) $mnr = -2$

Como « m » es la raíz de $p(x) = x^3 - bx^2 + 2$, se tiene lo siguiente:

$$p(m) = m^3 - bm^2 + 2 = 0 \Rightarrow m^2(m - b) = -2 \Rightarrow \frac{m^2}{2} = \frac{1}{b - m}$$

Análogamente:

$$\frac{n^2}{2} = \frac{1}{b - n} \quad \wedge \quad \frac{r^2}{2} = \frac{1}{b - r}$$

Reemplazando en la ecuación:

$$\frac{m^2}{2} + \frac{n^2}{2} + \frac{r^2}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow m^2 + n^2 + r^2 = 9$$

$$\begin{aligned} \text{De i) y ii) se tiene: } (m + n + r)^2 &= b^2 \rightarrow m^2 + n^2 + r^2 + 2(mn + nr + mr) = b^2 \\ &\rightarrow m^2 + n^2 + r^2 = b^2 = 9 \rightarrow b = \pm 3 \end{aligned}$$

\therefore El triple del mayor valor de b es 9.

Rpta.: B

6. Para salvar la fauna de una laguna, se realiza un experimento y se registran los siguientes datos:

- La población de patos silvestres se modela por un polinomio $p(x)$ de menor grado posible y de coeficientes reales.
- El valor de x varía según el tiempo en meses de iniciado el experimento hasta los 8 meses.
- $3i$, -10 y 10 son raíces simples de polinomio $p(x)$.
- La población de patos silvestres iniciado el experimento fue de 90.

¿Cuánto patos silvestres habrán luego de 6 meses de iniciado el experimento?

- A) 288 B) 144 C) 280 D) 250 E) 324

Solución:

I. Como $p(x) \in \mathbb{R}[x]$ y por el teorema de la paridad de raíces, si $3i$ es raíz, entonces $-3i$ también es raíz de $p(x)$.

II. Por el teorema fundamental del álgebra:

$$\rightarrow p(x) = a(x - 10)(x + 10)(x - 3i)(x + 3i) \quad (\text{menor grado posible})$$

$$\rightarrow p(x) = a(x^2 - 100)(x^2 + 9)$$

$$\text{Dato } p(0) = 90 \rightarrow a(-100)(9) = 90 \rightarrow a = -\frac{1}{10}$$

$$\therefore \text{La población, luego de 6 meses será } p(6) = -\frac{1}{10}(6^2 - 100)(6^2 + 9) = 288 \text{ patos.}$$

Rpta.: A

7. Si m y n son raíces dobles del polinomio $p(x) = x^4 - 8x^3 - rx^2 + sx + 441$ con $m < n$. Halle el polinomio mónico $q(x)$ con raíces $m - n$ y r es:

A) $q(x) = x^2 + 36x + 260$

B) $q(x) = x^2 - 36x + 260$

C) $q(x) = x^2 + 16x - 260$

D) $q(x) = x^2 - 16x - 260$

E) $q(x) = x^2 - 16x + 260$

Solución:

Se tienen las raíces m, m, n y n , por el teorema de Cardano se tiene:

i) $m + m + n + n = 8 \rightarrow 2m + 2n = 8$

ii) $mm + mn + mn + mn + mn + nn = -r \rightarrow r = -(m^2 + 4mn + n^2)$

iii) $mmn + mmn + mnn + mnn = -s \rightarrow s = -2mn(m + n)$

iv) $mmnn = 441 \rightarrow m^2n^2 = 441$

De i) y iv): $m + n = 4$ y $mn = \pm 21$

▪ Caso $m + n = 4$ y $mn = 21$: $m^2 - 4m + 21 = 0$ (dado $\Delta < 0$, soluciones no reales)

▪ Caso $m + n = 4$ y $mn = -21$: $m^2 - 4m - 21 = 0 \rightarrow m = -3 \vee m = 7$

dato $m < n$, entonces: $m = -3$, $n = 7$ y $r = -(9 - 84 + 49) = 26$.

\therefore Las raíces del polinomio $q(x)$ son -10 y 26 , por el teorema del factor se tiene:

$$q(x) = (x + 10)(x - 26) = x^2 + (10 - 26)x + (10)(-26)$$

Rpta.: D

8. La utilidad mensual, en soles, de una empresa durante los diez primeros meses del año está representado por un polinomio $p(x)$ de coeficientes reales y de grado seis, donde 0 y $-1 + i$ son raíces simples y 10 es una raíz triple; « x » representa el número de mes transcurrido en el año. Si la utilidad en el mes de abril es de 5616 soles, ¿cuánto fue la utilidad en el mes de junio?
- A) 5600 soles B) 4200 soles C) 4800 soles D) 8100 soles E) 6400 soles

Solución:

I. Como $p(x)$ tiene coeficientes reales, entonces $p(x) \in \mathbb{R}[x]$ y por el teorema de la paridad de raíces si $r_1 = -1 + i$ es raíz, $r_2 = -1 - i$ también es raíz de $p(x)$.

II. De los datos se tiene: $p(x) = a(x - 0)(x + 1 - i)(x + 1 + i)(x - 10)^3$
 $\rightarrow p(x) = ax(x^2 + 2x + 2)(x - 10)^3$

Para el mes de abril $x = 4$: $p(4) = a(4)(4^2 + 2(4) + 2)(4 - 10)^3 = 5616 \rightarrow a = -\frac{1}{4}$

Entonces $p(x) = -\frac{1}{4}x(x^2 + 2x + 2)(x - 10)^3$

En el mes de junio $x = 6$: $p(6) = -\frac{1}{4} \cdot 6 \cdot (6^2 + 2(6) + 2)(6 - 10)^3 = 4800$

\therefore El ingreso en el mes de junio fue de 4800 soles.

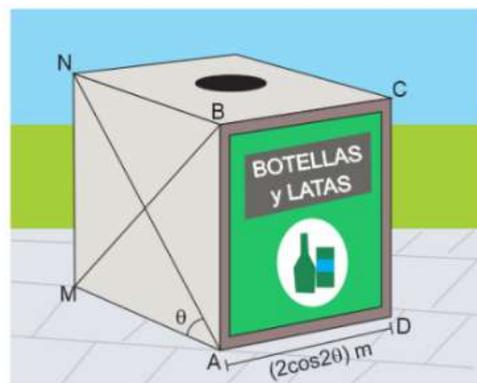
Rpta.: C

Trigonometría

EJERCICIOS DE CLASE

1. En la figura, se muestra el modelo de un contenedor de residuos que tiene forma de un prisma rectangular recto. Si $MB = 2,4$ m y $0 < \theta < \frac{\pi}{8}$, determine el mayor número entero de metros cúbicos que puede almacenar dicho contenedor.

- A) 5
B) 3
C) 4
D) 1
E) 2



Solución:

Sea $V \text{ m}^3$ el volumen de dicho contenedor, entonces:

$$V = (2,4 \operatorname{sen} \theta)(2,4 \cos \theta)(2 \cos(2\theta))$$

$$V = (2,4 \times 1,2)(2 \operatorname{sen} \theta \cos \theta)(2 \cos(2\theta))$$

$$V = 2,88 \operatorname{sen}(4\theta)$$

$$\text{Como: } 0 < 4\theta < \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 < 2,88 \operatorname{sen}(4\theta) < 2,88$$

Por lo tanto, el mayor número entero de metros cúbicos es 2 m^3 .

Rpta.: E

2. En la figura, se muestra una puerta que tiene forma rectangular ABCD. Para pintar la cara frontal de dicha puerta, un pintor cobra $(12 \sec^2(4x))$ soles, donde $0 < x < \frac{\pi}{9}$. Si el perímetro de la puerta mide $(3 \cos(4x) + 2) \text{ m}$, determine el monto que cobra el pintor.

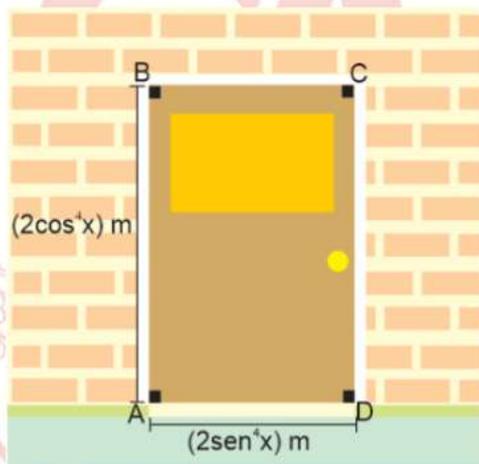
A) 48 soles

B) 56 soles

C) 60 soles

D) 40 soles

E) 54 soles

**Solución:**

Sea $P \text{ m}$ el perímetro de la puerta, entonces:

$$P = 2(2 \operatorname{sen}^4(x) + 2 \cos^4(x))$$

$$\Rightarrow 3 \cos(4x) + 2 = 4 \left(1 - \left(\frac{1 - \cos(4x)}{4} \right) \right)$$

$$\Rightarrow 3 \cos(4x) + 2 = 4 - (1 - \cos(4x))$$

$$\Rightarrow \cos(4x) = \frac{1}{2} \Rightarrow \sec(4x) = 2$$

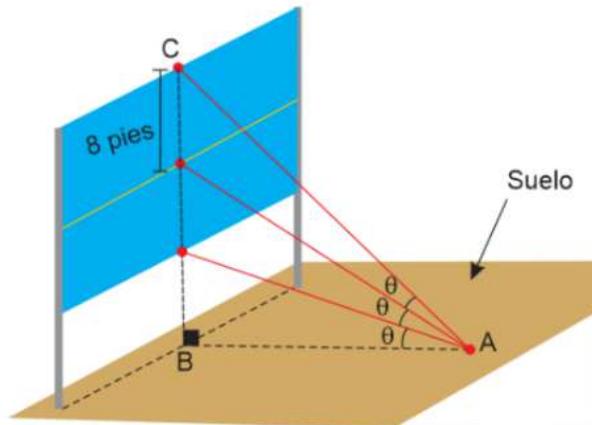
Luego: Pago = $(12 \sec^2(4x))$ soles = 48 soles.

Por lo tanto, el monto que cobra el pintor es 48 soles.

Rpta.: A

3. En la figura, se representa un cartel de publicidad que está sostenido por tres cables tensos sujetos en un punto A, ubicado en el suelo. Si la región comprendida por el suelo está contenida en un plano horizontal y $\cos(\theta) = \frac{\sqrt{7}}{8}$, determine a qué altura se encuentra el punto C respecto al suelo.

- A) 12 m
- B) 15 m
- C) 16 m
- D) 13 m
- E) 14 m



Solución:

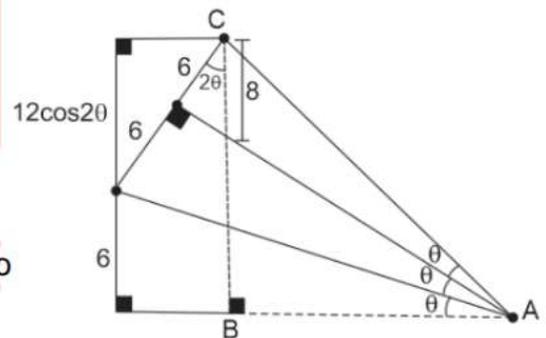
Del dato: $2\cos^2(\theta) = \frac{7}{4}$

Luego, $1 + \cos(2\theta) = \frac{7}{4} \Rightarrow \cos(2\theta) = \frac{3}{4}$

Sea d m la altura del punto C con respecto al suelo

$d = 12\cos(2\theta) + 6 = 15$

Por lo tanto; el punto C se encuentra a 15 m del suelo.



Rpta.: B

4. Un profesor de matemáticas escribe el siguiente problema en la pizarra: «Dado un conjunto $A = \{1; a; b\}$ le dotamos de una operación matemática # definida en el cuadro adjunto». Si la operación es conmutativa, determine el valor de $b \# 1$. Si los alumnos respondieron correctamente, determine dicha respuesta.

- A) 1
- B) 5
- C) 2
- D) 3
- E) 4

#	1	a	b
1	1	$\frac{3}{5}(6 - 8\tan\theta)$	$4\tan(2\theta)$
a	$\frac{9}{5}\sec^2\theta$	1	a
b	$4\tan(2\theta)$	a	1

Solución:

Como la operación # es conmutativa, entonces:

$$a \# 1 = 1 \# a \Rightarrow \frac{9}{5} \sec^2 \theta = \frac{3}{5} (6 - 8 \tan \theta)$$

$$\Rightarrow 3(1 + \tan^2 \theta) = (6 - 8 \tan \theta)$$

$$\Rightarrow 3 \tan^2 \theta + 8 \tan \theta - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{3}{4} \Rightarrow \tan(2\theta) = \frac{3}{4}$$

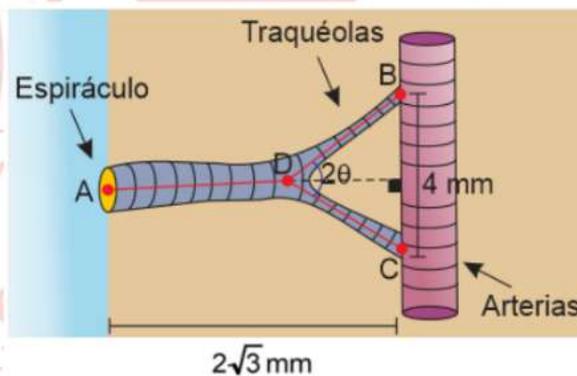
Como: $b \# 1 = 4 \tan(2\theta) = 3$

Por lo tanto, la respuesta correcta es 3.

Rpta.: D

5. En la figura, se muestra el sistema traqueal de un insecto, el cual se divide en una tráquea y dos ramas traqueales, donde el ángulo formado por estas ramas es denominado ángulo de bifurcación y la prolongación de AD biseca al ángulo de bifurcación de medida 2θ e interseca a BC perpendicularmente. Si $AD = DC$, determine la medida del ángulo de bifurcación.

- A) 120°
- B) 60°
- C) 150°
- D) 75°
- E) 135°



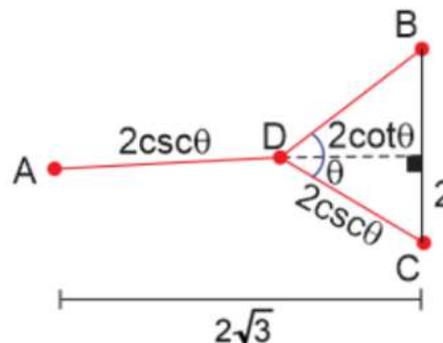
Solución:

De la figura tenemos:

$$2 \csc \theta + 2 \cot \theta = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \cot\left(\frac{\theta}{2}\right) = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{\theta}{2} = 30^\circ$$

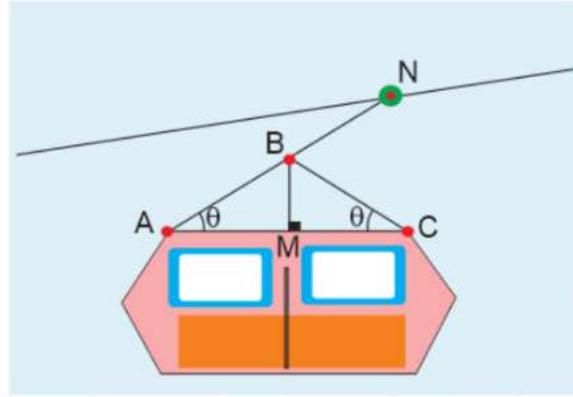


Por lo tanto; la medida del ángulo de bifurcación es 120° .

Rpta.: A

6. En la figura, se representa el funicular de un teleférico que transporta $(3n)$ personas, donde n es numéricamente igual a la expresión $2\left(\cot\theta - \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) + 3\right)$. Si $BM = BN$ y $AC = AN$, ¿cuántas personas se trasladan en el funicular?

- A) 20 personas
- B) 12 personas
- C) 28 personas
- D) 16 personas
- E) 24 personas



Solución:

De la figura, tenemos: $2a\cot\theta = a\csc\theta + a$

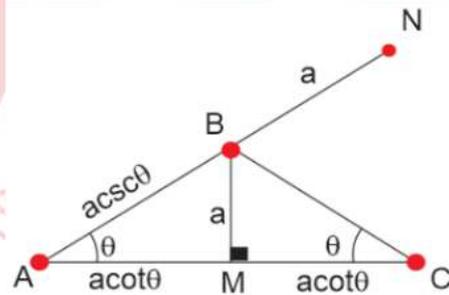
$$\Rightarrow \cot\theta = \csc\theta - \cot\theta + 1$$

$$\Rightarrow \cot\theta = \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) + 1$$

Como: $n = 2\left(\cot\theta - \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) + 3\right) \Rightarrow n = 8$

Luego; $\#_{\text{Personas}} = (3n) = 24$

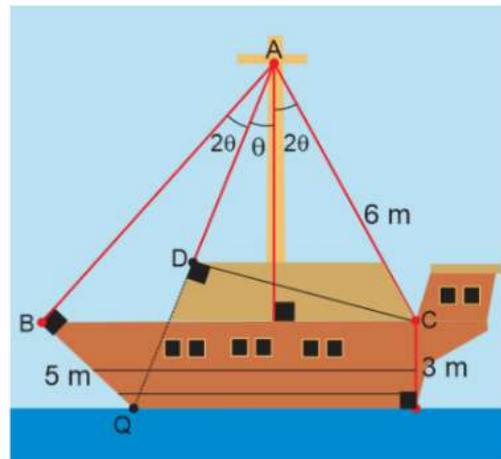
Por lo tanto; se trasladan en el funicular 24 personas.



Rpta.: E

7. En la figura, se representa la vista lateral de un barco donde su mástil está sujeto por tres cables tensos AB, AD y AC, donde los puntos A, D y Q son colineales. Si por motivos de mantenimiento, se desea cambiar el cable AD, determine la longitud de dicho cable.

- A) $\sqrt{11}$ m
- B) 4 m
- C) $\sqrt{5}$ m
- D) $2\sqrt{3}$ m
- E) 5 m



Solución:

De la figura; tenemos: $AQ = 5 \csc(2\theta)$ m

Así

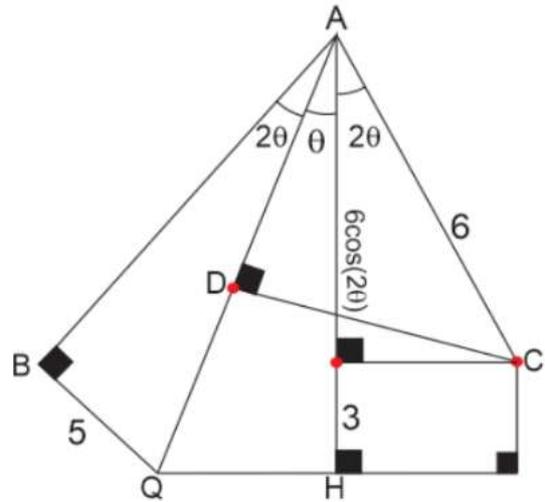
$$\cos \theta = \frac{6 \cos(2\theta) + 3}{5 \csc(2\theta)}$$

$$5 \cos \theta = 3(2 \cos(2\theta) + 1)(2 \sin \theta \cdot \cos \theta)$$

$$\Rightarrow \sin(3\theta) = \frac{5}{6}$$

Como: $AD = 6 \cos(3\theta)$ m

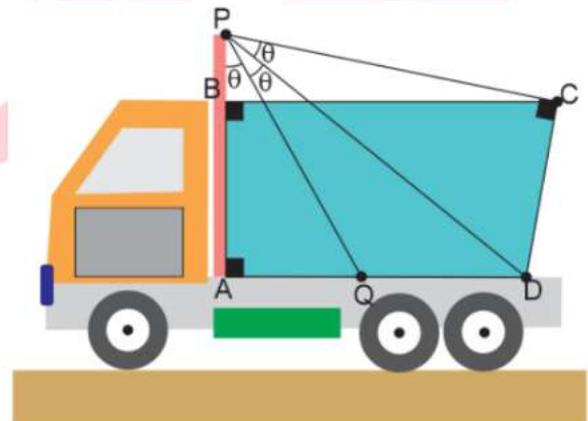
Por lo tanto, la longitud de dicho cable es $\sqrt{11}$ m.



Rpta.: A

8. En la figura, se muestra la vista lateral de un camión tráiler trasladando un contenedor metálico, cuya cara lateral ABCD tiene la forma de un trapecio rectangular. Si $QD = 3$ pies y $CD = \sqrt{5}$ pies, determine la longitud de BC.

- A) $\frac{22}{9}$ pies B) $2\sqrt{5}$ pies
 C) $\frac{55}{27}$ pies D) $\frac{5}{2}$ pies
 E) $\frac{7}{3}$ pies



Solución:

De la figura, tenemos:

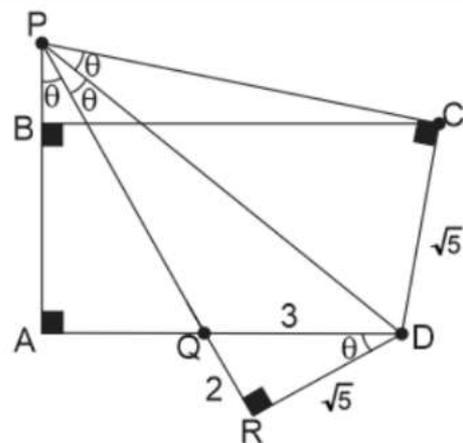
$$PC = \sqrt{5} \cot \theta \text{ pies} \Rightarrow PC = \frac{5}{2} \text{ pies}$$

$$\text{Luego: } \sin(3\theta) = \frac{BC}{PC}$$

$$\Rightarrow BC = \frac{5}{2} (3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta) \text{ pies}$$

$$\Rightarrow BC = \frac{5}{2} \left(3 \left(\frac{2}{3} \right) - 4 \left(\frac{2}{3} \right)^3 \right) \text{ pies} = \frac{55}{27} \text{ pies}$$

Por lo tanto; la longitud de BC es $\frac{55}{27}$ pies.



Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En la procesión de la Cruz de Mayo, la cuadrilla encargada para levantar las andas de la imagen a lo largo de la procesión, está conformada por $(3n+7)$ personas, donde n es el mayor valor entero de la expresión $2\left[\tan\left(\frac{x}{2}\right) + 2\text{sen}^2\left(\frac{x}{2}\right)\cot x\right] + 3,5$, con $x \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$. ¿Cuántas personas conforman la cuadrilla?

- A) 20 personas B) 24 personas C) 18 personas
D) 22 personas E) 28 personas

Solución:

Tenemos: $E = 2\left[\tan\left(\frac{x}{2}\right) + 2\text{sen}^2\left(\frac{x}{2}\right)\cot x\right] + 3,5$

$$E = 2\left[\tan\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{2\text{sen}^2\left(\frac{x}{2}\right)\cos x}{2\text{sen}\left(\frac{x}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{x}{2}\right)}\right] + 3,5 = 2\left[\tan\left(\frac{x}{2}\right)(1 + \cos x)\right] + 3,5 = 2\text{sen}x + 3,5$$

Como:

$$x \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle \Rightarrow 3,5 < 2\text{sen}x + 3,5 < 5,5$$

Luego, $n = 5$

Por lo tanto, la cuadrilla la conforman 22 personas.

Rpta.: D

2. La clínica Nor Salud adquiere 40 sillas de ruedas por motivo de renovación. Si cada silla de rueda cuesta $(4a + 5b)$ soles, donde a y b son los valores que satisfacen la identidad $\text{sen}(x)\text{sen}\left(\frac{\pi}{4} - x\right)\text{sen}\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{\text{sen}(ax)}{b\cos(x)}$, con $b \neq 0$ y $x \neq (2n+1)\frac{\pi}{2}$; $n \in \mathbb{Z}$. ¿cuánto se pagó por dicha compra?

- A) S/ 2240 B) S/ 2000 C) S/ 2420 D) S/ 2120 E) S/ 2200

Solución:

Tenemos: $\text{sen}(x)\text{sen}\left(\frac{\pi}{4} - x\right)\text{sen}\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{\text{sen}(ax)}{b\cos(x)}$

$$\Rightarrow 2\text{sen}(x)\cos(x)\left(\text{sen}^2\left(\frac{\pi}{4}\right) - \text{sen}^2(x)\right) = \frac{2\text{sen}(ax)}{b}$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen}(2x) \left(\frac{1 - 2\operatorname{sen}^2(x)}{2} \right) = \frac{2\operatorname{sen}(ax)}{b}$$

$$\Rightarrow 2\operatorname{sen}(2x) \left(\frac{\cos(2x)}{4} \right) = \frac{2\operatorname{sen}(ax)}{b} \Rightarrow \frac{\operatorname{sen}(4x)}{8} = \frac{\operatorname{sen}(ax)}{b}$$

Luego; $a = 4 \wedge b = 8$

Así; $\text{Costo}_{\text{C/Silla}} = (4a + 5b) \text{ soles} = 56 \text{ soles}$

Por lo tanto, por dicha compra se pagó 2 240 soles.

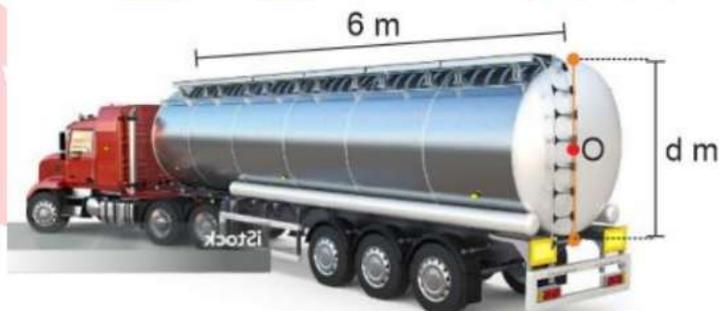
Rpta.: A

3. Ante la escasez de agua en una ciudad, se envía un camión cisterna cuyo tanque tiene forma de un cilindro circular recto, como se muestra en la figura. Si el diámetro de la circunferencia, en metros, es numéricamente igual al mayor valor de la expresión $\frac{4}{\sqrt{\pi}} (\csc(2x) + \cot(2x))$ en el intervalo $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2} \right]$, determine la máxima cantidad de agua, en metros cúbicos, que puede trasladar dicho camión cisterna.

A) 20 m^3 B) 32 m^3

C) 24 m^3 D) 30 m^3

E) 28 m^3



Solución:

Sea E la expresión dada, entonces:

$$E = \frac{4}{\sqrt{\pi}} (\csc(2x) + \cot(2x)) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cot(x)$$

$$\text{Como: } \frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 \leq \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cot(x) \leq \frac{4}{\sqrt{\pi}}$$

$$\text{Luego: } d = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \text{ m} \Rightarrow \text{radio} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \text{ m}$$

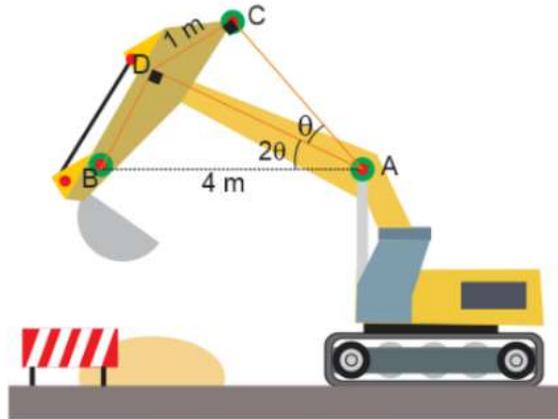
$$\text{Luego: Volumen}_{\text{Tanque}} = 24 \text{ m}^3$$

Por lo tanto, la máxima cantidad de agua en metros cúbicos es 24 m^3 .

Rpta.: C

4. En la figura, se muestra una grúa excavadora y el sistema de cables representados por los segmentos AC, DC, DB y AD, los cuales permiten realizar sus movimientos. Si por motivo de mantenimiento, se desea reemplazar el cable AD y $\text{sen}\theta \neq \frac{1}{2}$, determine la longitud de dicho cable.

- A) 1 m B) $2\sqrt{5}$ m
 C) $(\sqrt{5}-1)$ m D) 2 m
 E) $(\sqrt{5}+1)$ m



Solución:

De la figura, tenemos:

$$\text{sen}\theta = \frac{1}{4\cos(2\theta)} \Rightarrow 4(1-2\text{sen}^2\theta)\text{sen}\theta = 1$$

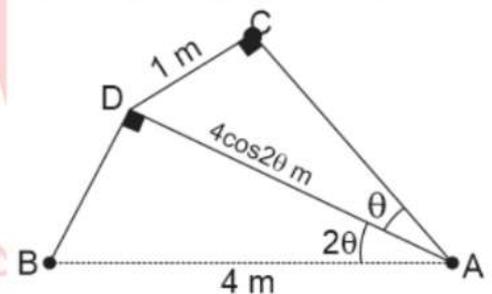
$$\Rightarrow 0 = 8\text{sen}^3\theta - 4\text{sen}\theta + 1$$

$$\Rightarrow 0 = \left(\text{sen}\theta - \frac{1}{2}\right)(8\text{sen}^2\theta + 4\text{sen}\theta - 2)$$

Como: $\text{sen}\theta \neq \frac{1}{2} \Rightarrow \text{sen}\theta = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

Luego, $AD = \text{csc}\theta \text{ m} \Rightarrow AD = (\sqrt{5}+1) \text{ m}.$

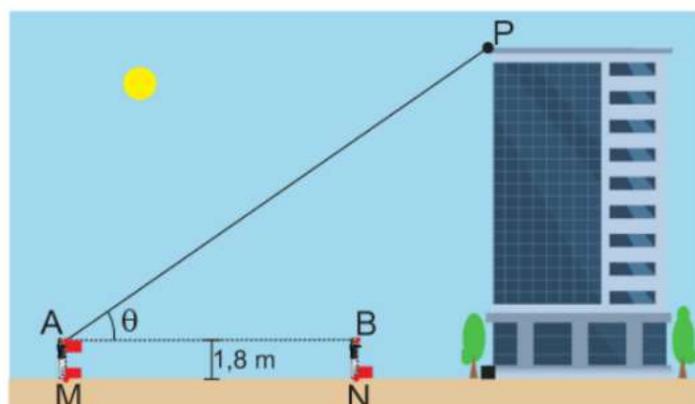
Por lo tanto, la longitud del cable AD es $(\sqrt{5}+1) \text{ m}.$



Rpta.: E

5. Una persona ubicada en el punto M observa el punto P ubicado en la parte más alta del edificio con un ángulo de elevación de medida θ , después de recorrer $2\sqrt{61}$ m se ubica en el punto N, como se muestra en la figura, observando nuevamente el punto P con un ángulo de elevación de medida 2θ . Si $\frac{1+\text{tan}\theta}{3-2\text{tan}\theta} = \frac{1}{3\text{tan}\theta}$, determine la altura del edificio.

- A) 15,8 m
 B) 13,8 m
 C) 12,8 m
 D) 10,8 m
 E) 14,8 m



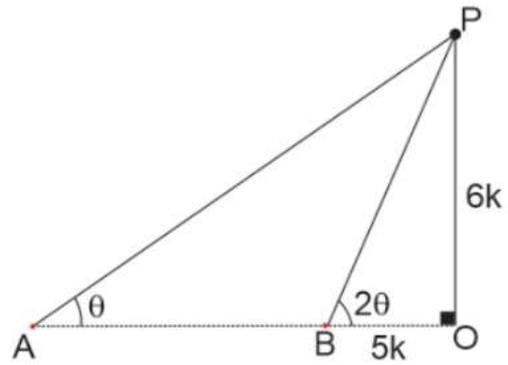
Solución:

Tenemos: $\frac{1 + \tan \theta}{3 - 2 \tan \theta} = \frac{1}{3 \tan \theta}$

$\Rightarrow 3 \tan \theta + 3 \tan^2 \theta = 3 - 2 \tan \theta$

$\Rightarrow 5 \tan \theta = 3(1 - \tan^2 \theta)$

$\Rightarrow \tan(2\theta) = \frac{6}{5}$



De la figura, tenemos:

$AB = BP = \sqrt{61}k \Rightarrow k = 2$

Luego: $\text{Altura}_{\text{Edificio}} = (6k + 1,8) \text{ m}$

Por lo tanto, la altura del edificio es 13,8 m.

Rpta.: B

6. El propietario de una casa desea colocar una ventana de vidrio de forma rectangular cuyas dimensiones son $\left(\frac{9a}{20}\right)$ m de largo y $\left(\frac{2a}{5}\right)$ m de ancho, donde a es el mínimo valor de la expresión $\csc^3(x) \cdot \text{sen}(3x) - \sec^3(x) \cdot \text{cos}(3x)$; $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, determine el perímetro de la ventana.

- A) 6,8 m B) 5,6 m C) 6,4 m D) 7,2 m E) 6 m

Solución:

Sea E la expresión

$E = \csc^3(x) \cdot \text{sen}(3x) - \sec^3(x) \cdot \text{cos}(3x)$

$E = \frac{\text{sen}(3x)}{\text{sen}^3(x)} - \frac{\text{cos}(3x)}{\text{cos}^3(x)} = \frac{2 \text{cos}(2x) + 1}{\text{sen}^2(x)} - \frac{2 \text{cos}(2x) - 1}{\text{cos}^2(x)}$

$E = \frac{2 \text{cos}(2x)(\text{cos}^2(x) - \text{sen}^2(x)) + \text{cos}^2(x) + \text{sen}^2(x)}{\text{sen}^2(x) \cdot \text{cos}^2(x)}$

$E = 4 \left(\frac{2 \text{cos}^2(2x) + 1}{\text{sen}^2(2x)} \right) = 12 \csc^2(2x) - 8$

Como: $0 < 2x < \pi \Rightarrow 1 \leq \csc^2(2x) \Rightarrow 4 \leq 12 \csc^2(2x) - 8$

Luego; $a = E_{\text{Mínimo}} = 4$

$$\text{Así; Perímetro}_{\text{Ventana}} = 2\left(\frac{9a}{20} + \frac{2a}{5}\right) \text{ m} = 6,8 \text{ m}$$

Por lo tanto, el perímetro de la ventana es 6,8 m.

Rpta.: A

7. En un mapa se ubica el archipiélago Hudson, ubicado en el Atlántico. En dicho archipiélago, por su formación, se generan remolinos bruscos, lo cual ocasiona hundimientos de barcos; por tal motivo, dicha archipiélago es limitado por el triángulo ABC para así facilitar la navegación. Si el área de la región comprendida por el archipiélago es $4800\cos(2\theta) \text{ km}^2$ y $\tan(60^\circ) + \tan(60^\circ - \theta) + \tan(60^\circ + \theta) = 5\sqrt{3}$, halle el área de la región comprendida por el archipiélago.

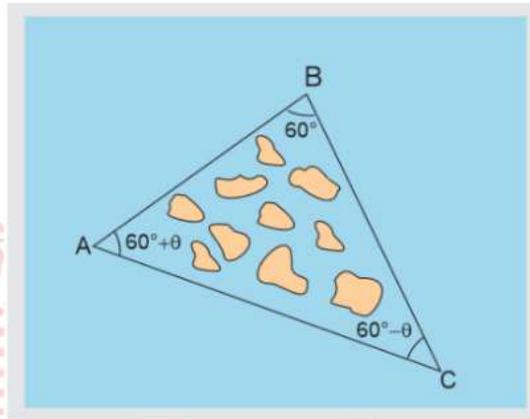
A) $4\,000 \text{ km}^2$

B) $3\,800 \text{ km}^2$

C) $3\,000 \text{ km}^2$

D) $3\,600 \text{ km}^2$

E) $4\,200 \text{ km}^2$



Solución:

Del dato, tenemos:

$$\tan(60^\circ) + \tan(60^\circ - \theta) + \tan(60^\circ + \theta) = 5\sqrt{3} :$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} \cdot \tan(60^\circ - \theta) \cdot \tan(60^\circ + \theta) = 5\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \tan(\theta) \cdot \tan(60^\circ - \theta) \cdot \tan(60^\circ + \theta) = 5 \tan(\theta)$$

$$\Rightarrow \tan(3\theta) = 5 \tan(\theta)$$

$$\Rightarrow \frac{\sin(\theta)(2\cos(2\theta) + 1)}{\cos(\theta)(2\cos(2\theta) - 1)} = 5 \left(\frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)} \right)$$

$$\Rightarrow \cos(2\theta) = \frac{3}{4}$$

Luego:

$$\text{Área}_{\text{Total}} = 4800\cos(2\theta) \text{ km}^2 = 3600 \text{ km}^2$$

Por lo tanto; el área de la región comprendida por el archipiélago es 3600 km^2 .

Rpta.: D

Lenguaje

EJERCICIOS DE CLASE

1. El nombre o sustantivo es una palabra que se caracteriza por ser variable, asume la función de núcleo de la frase nominal y designa elementos de la realidad. Se clasifica en común, propio, concreto, abstracto, individual y colectivo (primitivo o derivado). De acuerdo con lo afirmado, establezca la correlación correcta entre los sustantivos subrayados y sus clases.

- | | |
|--|------------------------|
| I. Es asombroso el <u>conocimiento</u> que se comparte. | a. Concreto |
| II. El <u>sonido</u> de la naturaleza es bastante agradable. | b. Colectivo-primitivo |
| III. Se hará una inspección en el <u>cañaver</u> de Goya. | c. Colectivo-derivado |
| IV. Se sorprendió mucho al observar aquel <u>enjambre</u> . | d. Abstracto |

A) Id, IIa, IIIb, IVc

B) Ic, IIId, IIIa, IVb

C) Id, IIc, IIIb, IVa

D) Id, IIa, IIIc, IVb

E) Ib, IIc, IIIa, IVd

Solución:

El sustantivo *conocimiento* es abstracto, pues no es perceptible mediante los sentidos; *sonido* es un sustantivo concreto porque es un objeto perceptible físicamente; el sustantivo *cañaver* es colectivo derivado, ya que expresa conjunto y deriva de la expresión *caña* y *enjambre* es un sustantivo colectivo primitivo, puesto que alude a un conjunto de abejas, y no deriva de otro término.

Rpta.: D

2. El nombre o sustantivo propio presenta valor denominativo, esto significa que le permite designar a individuos particulares. Se clasifica según la naturaleza y características del referente, entre los que destacan los nombres de personas (antropónimos), ya sean nombres de pila, hipocorísticos, apellidos o sobrenombres; nombres de animales (zoónimos) y nombres de lugares (topónimos). De acuerdo con lo expresado, correlacione ambas columnas y marque la alternativa correcta.

- | | |
|---|------------------|
| I. <i>Le dedico mi silencio</i> es la novela del escritor famoso <u>Mario</u> . | a. Zoónimo |
| II. Han visitado <u>Ayacucho</u> por Semana Santa con sus familiares. | b. Antropónimo |
| III. <u>Pancho</u> ha sido un excelente alumno de Medicina Veterinaria. | c. Topónimo |
| IV. Ely, no sabía que <u>Bucéfalo</u> fue el caballo de Alejandro Magno. | d. Hipocorístico |

A) Ib, IIc, IIIa, IVd

B) Id, IIc, IIIb, IVa

C) Id, IIb, IIIa, IVc

D) Ib, IIc, IIIId, IVa

E) Ib, IIId, IIIa, IVc

Solución:

Mario es un antropónimo; *Ayacucho*, topónimo; *Pancho*, hipocorístico y *Bucéfalo*, zoónimo.

Rpta.: D

3. Los pronombres son palabras que sustituyen sustantivos. Se clasifican en personales, posesivos, demostrativos, relativos, indefinidos, interrogativos y exclamativos. En ese sentido, escriba a la derecha la clase de pronombre subrayado de los enunciados.

- A) Sí, algunos habían mostrado mucha dedicación y esfuerzo. _____
 B) Ana, aquella y esa son las ciudades turísticas más hermosas. _____
 C) Pregunté quiénes son los testigos que declararán en el juicio. _____
 D) Esas revistas interesantes de Derecho Comercial son suyas. _____
 E) La demanda, la cual se admitió ayer, tiene fecha de audiencia. _____

Solución:

Los pronombres subrayados son los siguientes:

- A) indefinido B) demostrativo C) interrogativo D) posesivo E) relativo

4. Los pronombres son categorías lexicales con significado referencial, es decir, refieren a las entidades denotadas por los sustantivos. En el enunciado *El intérprete de «Tú me pides que te olvide», Max Castro, presentará un show en el mes de octubre en el Estadio Nacional y lo celebrará con toda su familia musical*, la cantidad de pronombres asciende a

- A) siete. B) cinco. C) tres. D) seis. E) cuatro.

Solución:

Los pronombres son cuatro: *tú* (personal tónico), *me* (personal átono), *te* (personal átono) y *lo* (personal átono).

Rpta.: E

5. La frase nominal es la unidad sintáctica cuyo núcleo es un nombre o un pronombre, y puede presentar modificadores directos e indirectos en su estructura. De acuerdo con esta aseveración, señale la opción que presenta mayor número de frases nominales.

- A) Se vendieron departamentos en Los Olivos, estimado Fernando.
 B) Donaron varias camisetas de la selección a los niños el domingo.
 C) Querido Anastasio, entrégaselos muy temprano para poder viajar.
 D) El ministro de Salud había mencionado el porcentaje de vacunados.
 E) La presión arterial alta afecta la salud en las mujeres embarazadas.

Solución:

Esta opción presenta cuatro frases nominales: *se*, *departamentos*, *Los Olivos* y *estimado Fernando*.

Rpta.: A

6. La frase nominal, cuyo núcleo es un nombre o un pronombre, cumple la función de sujeto. Según ello, en el enunciado *Debido a que cada vez es más frecuente el uso de Internet por parte de los adolescentes, los padres enfrentan a nuevos desafíos para proteger a esta población de los peligros que implica navegar sin restricciones ni los cuidados necesarios para proteger su identidad*, determine el núcleo de la frase nominal sujeto.
- A) Internet
D) Padres
- B) Adolescentes
E) Peligros
- C) Población

Solución:

El núcleo de la frase nominal en función de sujeto es *padres*, el cual concuerda con el verbo principal *enfrentan*, núcleo de la frase verbal.

Rpta.: D

7. La frase nominal puede presentar modificadores directos e indirectos. Aquella que lleva modificador indirecto como frase preposicional, frase apositiva o proposición subordinada adjetiva se clasifica como compleja. Teniendo en cuenta lo afirmado, identifique la alternativa que presenta más frases nominales complejas.
- A) La Fundación Nobel retiró su invitación a varios representantes de Rusia, Bielorrusia e Irán en Estocolmo.
B) La compañía creadora de la plataforma ChatGPT ha lanzado un nuevo robot de rastreo web.
C) El año pasado, el Ministerio de Salud había confirmado los primeros casos de la variante EG.5.
D) La encuesta de CPI reveló un alto porcentaje de desaprobación hacia nuestras máximas autoridades.
E) Paolo Guerrero, el Depredador, solicitó el aliento de la hinchada para los jugadores de fútbol.

Solución:

La frase nominal compleja es aquella que admite modificador indirecto (MI). En este enunciado, se presenta tres frases nominales complejas con los modificadores indirectos subrayados.

Paolo Guerrero, el Depredador, (aposición), el aliento de la hinchada (frase preposicional) y los jugadores de fútbol (frase preposicional).

Rpta.: E

8. La frase nominal compuesta es aquella que presenta varios núcleos enlazados mediante una conjunción. Teniendo en cuenta lo mencionado, seleccione la alternativa que presenta frases nominales compuestas.
- I. Hubo mucha indignación por los maltratos a los perros y los gatos.
II. Aquel niño bailarín lucía vistosos y coloridos adornos en su traje.
III. Joselito Ruiz traía puesta una blanca y azul chaqueta de invierno.
IV. Julia, te deseo muchos éxitos y parabienes en tu vida profesional.
- A) I y III
B) II y III
C) I y IV
D) II y IV
E) III y IV

Solución:

En las frases nominales compuestas subrayadas, se hallan dos núcleos. Estos son I) *perros y gatos* y IV) *éxitos y parabienes*.

Rpta.: C

9. Dentro de la oración, las frases nominales cumplen las funciones de sujeto, OD, OI, CC, vocativo, atributo. En el espacio correspondiente, escriba la función que cumple cada frase nominal subrayada.

- A) Santiago ha sido un famoso abogado penalista. _____
 B) En el centro campestre, se realizó la ceremonia. _____
 C) Sí, ya se cayeron las hojas secas de ese árbol. _____
 D) Pilar entregó los donativos a los damnificados. _____
 E) El auto lo lavaron con mucho cuidado y esmero. _____

Rpta.: A) Atributo, B) CC, C) sujeto, D) OI, E) OD

10. En la oración, la frase nominal cumple las funciones de sujeto, objeto directo (OD), objeto indirecto (OI), entre otras. En el enunciado El funcionario público ha sido sentenciado por la Corte Suprema a cinco años de pena privativa por el delito de cohecho activo, se puede afirmar que las frases nominales subrayadas cumplen, respectivamente, funciones de

- A) sujeto, complemento agente, objeto directo y complemento agente
 B) objeto directo, objeto directo, atributo y complemento circunstancial
 C) sujeto, complemento agente, complemento circunstancial y complemento circunstancial.
 D) complemento circunstancial, objeto directo, sujeto y complemento agente.
 E) vocativo, objeto indirecto, complemento agente y complemento circunstancial.

Solución:

En el enunciado, *el funcionario público* cumple función de sujeto, *la Corte Suprema* es el complemento agente, *cinco años de pena privativa* complemento circunstancial de tiempo y *el delito de cohecho activo* es complemento circunstancial de causa.

Rpta.: C

11. Los pronombres personales átonos pueden cumplir las funciones de objeto directo e indirecto. En ese sentido, marque la alternativa donde el pronombre subrayado cumple la función de objeto indirecto.

- A) Elsa me ama intensamente. B) Te buscó en el supermercado.
 C) Nos visitaron los sobrinos. D) Te entregó las resoluciones.
 E) Se peina con cuidado, Ely.

Solución:

En esta alternativa, *te* cumple la función de objeto indirecto del verbo *entregar*.

Rpta.: D

12. El sustantivo debe concordar con los artículos definidos en género y número. Sin embargo, la norma señala que –para evitar la cacofonía– el artículo *la* adopta la forma *el* solamente cuando se antepone inmediatamente a sustantivos femeninos que empiezan con /a/ tónica. Por ejemplo, *el ánfora está llena*. Considerando lo afirmado, identifique la alternativa en la cual se muestra discordancia nominal.
- A) La avispa disecada era exhibida en aquel museo.
 - B) Ella había usado el hacha filuda en la excursión.
 - C) El arma nueva que fue exhibida es de Alejandro.
 - D) El aya fue registrada con su segundo nombre.
 - E) La águila volaba libre y liviana en el firmamento.

Solución:

En esta alternativa, se presenta error de concordancia nominal. La forma correcta es *El águila volaba libre y liviana en el firmamento*.

Rpta.: E

Literatura

EJERCICIOS DE CLASE

1. En el contexto sociocultural del surgimiento de la Nueva narrativa hispanoamericana, se puede afirmar que
- A) el Modernismo es una de las principales influencias de los autores del *boom*.
 - B) la Revolución cubana representó el ingreso del capitalismo a Latinoamérica.
 - C) el crecimiento de las ciudades logra la consolidación de una población urbana.
 - D) las dictaduras militares expusieron la crisis política a mediados del siglo XX.
 - E) la modernización capitalista causó el despoblamiento de las metrópolis.

Solución:

En el contexto sociocultural de la aparición y desarrollo de la Nueva narrativa hispanoamericana, uno de los aspectos más resaltantes es el paulatino crecimiento de las ciudades, sobre todo las capitales de los países. Este fenómeno produce la consolidación del público lector urbano que se tornó en importante consumidor de las obras de esta nueva narrativa.

Rpta.: C

2. Marque la opción que completa de manera correcta el siguiente enunciado sobre el contexto literario de la Nueva narrativa hispanoamericana: «Entre los años de 1940 y 1950, la Nueva narrativa atraviesa por la etapa de _____; una de las características de las obras producidas en este momento consistió en _____».
- A) iniciación – alcanzar un rotundo éxito a nivel editorial
 - B) consolidación – afianzar los aportes de la vanguardia
 - C) modernización – el influjo del realismo decimonónico
 - D) apogeo – su alta calidad y complejidad del lenguaje
 - E) declinación – el desgaste de la corriente regionalista

Solución:

La Nueva narrativa hispanoamericana se divide en tres etapas o momentos. A partir de 1940 se desarrolló la segunda etapa denominada de consolidación, la cual se caracterizó por asimilar las nuevas modalidades narrativas, es decir, se afianzan los aportes vanguardistas en el campo de la narración.

Rpta.: B

3. Pensé, nuevamente, que era pura imaginación: el Chac Mool, blando y elegante, había cambiado de color en una noche; amarillo, casi dorado, parecía indicarme que era un dios, por ahora laxo, con las rodillas menos tensas que antes, con la sonrisa más benévola. [...] El cuarto olía a horror, a incienso y sangre. Con la mirada negra, recorrí la recámara. Casi sin aliento, encendí la luz. Allí estaba Chac Mool, erguido, sonriente, ocre, con su barriga encarnada. Me paralizaron los dos ojillos casi bizcos, muy pegados al caballete de la nariz triangular. Los dientes inferiores mordían el labio superior, inmóviles; sólo el brillo del casuelón cuadrado sobre la cabeza anormalmente voluminosa, delataba vida. Chac Mool avanzó hacia mi cama; entonces empezó a llover.

En el fragmento anterior, correspondiente al cuento «Chac Mool», de Carlos Fuentes, se narra la reencarnación de la deidad maya de la lluvia a partir de una estatua que lo representaba. Esta escena _____ se puede asociar con _____.

- A) absurda – el monólogo interior
 B) narrativa – el lector activo
 C) lúdica – lo real maravilloso
 D) onírica – el cosmopolitismo
 E) fantástica – el realismo mágico

Solución:

La transformación de una estatua de ídolo en un ser viviente es una escena fantástica. Al tratarse de una deidad precolombina rediviva, la escena puede enmarcarse en el realismo mágico.

Rpta.: E

4. ¿Qué característica de la Nueva narrativa hispanoamericana se evidencia en el siguiente fragmento, perteneciente a la novela *La tía Julia y el escribidor*, de Mario Vargas Llosa?

En la noche chalaca, húmeda y oscura como boca de lobo, el sargento Lituma se subió las solapas del capote, se frotó las manos y se dispuso a cumplir con su deber. Era un hombre en la flor de la edad, la cincuentena, al que la Guardia Civil entera respetaba; [...].

Las remotas campanas de la iglesia de Nuestra Señora del Carmen de la Legua dieron la medianoche, y, siempre puntual, el sargento Lituma –frente ancha, nariz aguileña, mirada penetrante, rectitud y bondad en el espíritu– empezó a caminar. A su espalda, una fogata en las tinieblas, quedaba la vieja casona de madera de la Cuarta Comisaría.

- A) El empleo de la narración objetiva
 B) La presencia de varios narradores
 C) La inclusión del monólogo interior
 D) El quiebre de la linealidad narrativa
 E) La experimentación con el lenguaje

Solución:

En el fragmento citado, la característica de la Nueva narrativa hispanoamericana que se observa es la narración objetiva, pues el narrador solamente se limita a describir las acciones realizadas por el personaje; sin embargo, no tiene la capacidad de interiorizarse en este.

Rpta.: A

5. Marque la alternativa que completa, de manera correcta, el siguiente enunciado relacionado con las características de la Nueva narrativa hispanoamericana: «El manejo de técnicas como la del montaje cinematográfico, que plantea radicales cambios de tiempo y también de espacio, se aprecia en el desarrollo de un texto narrativo en la medida que
- A) retoma el aporte de los escritores europeos».
 - B) permite la introspección de los personajes».
 - C) prioriza, ante todo, la tendencia a lo mitológico».
 - D) altera notoriamente la cronología del relato».
 - E) posibilita versiones distintas de los hechos».

Solución:

En las obras de la Nueva narrativa hispanoamericana, los acontecimientos no respetan la secuencia «inicio, nudo y desenlace». Por lo tanto, al presentarse cambios de tiempo y de espacio, se produce la ruptura del orden lógico y cronológico del relato.

Rpta.: D

6. En la nueva narrativa hispanoamericana, los relatos de Jorge Luis Borges destacan por _____, lo cual se aprecia en sus cuentos a través de la constante mención de diversas obras, inclusive _____.
- A) emplear una prosa directa y concisa – alejadas del exotismo modernista
 - B) plantear intrigas de tipo policial – involucra alusiones a la realidad política
 - C) interpelar los presupuestos del mundo occidental – relatos fantásticos
 - D) formular incógnitas de tipo filosófico – cuestiona el saber de los griegos
 - E) construir mundos a partir de lecturas literarias y filosóficas – apócrifas

Solución:

Un rasgo distintivo de la narrativa de Borges es la relación que mantienen sus relatos con otros textos, sobre todo de tipo literario y filosófico. Esto se evidencia por las constantes menciones a obras literarias y filosóficas. Incluso el autor llega a mencionar obras y autores de carácter apócrifo.

Rpta.: E

7. El libro *Ficciones* desarrolla temas de tipo filosófico. En el siguiente fragmento del relato «El jardín de los senderos que se bifurcan», ¿cuál es el eje temático predominante?

La explicación es obvia: El jardín de senderos que se bifurcan es una imagen incompleta, pero no falsa, del universo tal como lo concebía Ts'ui Pên. A diferencia de Newton y de Schopenhauer, su antepasado no creía en un tiempo uniforme, absoluto. Creía en infinitas series de tiempos, en una red creciente y vertiginosa de tiempos divergentes, convergentes y paralelos. Esa trama de tiempos que se aproximan, se bifurcan, se cortan o que secularmente se ignoran, abarca todas las posibilidades. No existimos en la mayoría de esos tiempos; en algunos existe usted y no yo; en otros, yo, no usted; en otros, los dos.

- A) El tiempo cambiante que se detiene o que fluye
- B) La interpretación del universo como un laberinto
- C) La presencia del cuchillo como símbolo de valentía
- D) La división del yo a través de la imagen del doble
- E) El azar que determina el sentido trágico de la vida

Solución:

En el fragmento citado, se alude a cómo el Ts'ui Pen elabora un concepto del tiempo como pasadizos que se cruzan y abren, discurren en paralelo, es decir, un laberinto. Borges usa esta metáfora comúnmente en su obra.

Rpta.: B

8. Dentro de los tópicos de la narrativa de Jorge Luis Borges, ¿cuál es el tema planteado en el siguiente fragmento del relato «Tema del traidor y del héroe»?

De esos laberintos circulares lo salva una curiosa comprobación, una comprobación que luego lo abisma en otros laberintos más inextricables y heterogéneos: ciertas palabras de un mendigo que conversó con Fergus Kilpatrick el día de su muerte, fueron prefiguradas por Shakespeare, en la tragedia de Macbeth. Que la historia hubiera copiado a la historia ya era suficientemente pasmoso; que la historia copie a la literatura es inconcebible.

- A) El doble como metáfora de la identidad
- B) El laberinto como símbolo del destino
- C) La interrelación entre ficción y realidad
- D) La existencia impulsada por el azar
- E) La muerte que deviene en trascendencia

Solución:

En el fragmento citado, el narrador refiere la relación entre el hecho relatado y un pasaje de una obra literaria. De este modo, establece un vínculo estrecho entre la ficción y la realidad.

Rpta.: C

Psicología

EJERCICIOS DE CLASE

Lea atentamente el enunciado de cada pregunta y señale la respuesta correcta.

1. Una de las formas de intentar resolver un problema es organizar una serie de operaciones para enfrentar la dificultad, a esto se le llama estrategia. Relacione cada una de las siguientes estrategias con la situación que la ejemplifique.

- | | |
|-------------------|--|
| I. Ensayo y error | a. Armar un mueble siguiendo las indicaciones del manual |
| II. Algoritmo | b. Comprar un parlante porque es de una marca conocida |
| III. Heurística | c. Votar por un candidato porque 'por alguien tengo que votar' |

- A) Ic IIa IIIb B) Ib IIa IIIc C) Ia IIb IIIc D) Ic IIb IIIa E) Ib IIc IIIa

Solución:

- I. La estrategia de ensayo-error es tanteo, elegir al azar una opción, descartándola si no se consigue el resultado deseado (c).
 II. Algoritmo designa a un conjunto finito de instrucciones que prescriben cómo resolver un problema (a).
 III. Las estrategias heurísticas son aquellas donde se soluciona un problema usando el pensamiento lateral o divergente, como en el caso de los estereotipos (b).

Rpta.: A

2. Martha es una niña de tercer grado de primaria que, al culminar sus clases de inglés y ballet, desea realizar otras actividades en el centro de esparcimiento de su comunidad; por ello, camino a casa se dice mentalmente: «Tengo que guardar los libros, colgar mi ropa de ballet, terminar mis tareas, alistar mi mochila y uniforme para poder salir a jugar». En este caso, se puede afirmar que Martha, está empleando lo que Vygotsky denominó

- | | |
|----------------------------|--------------------------|
| A) lenguaje holofrásico. | B) lenguaje egocéntrico. |
| C) pensamiento divergente. | D) habla interna. |
| E) habla externa. | |

Solución:

Según la teoría de Vygotsky, el habla interna permite autorregular su conducta, dirigir sus acciones a objetivos, planificar y regular sus emociones. En el ejemplo, la niña planifica mentalmente varias actividades que desea realizar.

Rpta.: D

3. El pensamiento es el proceso cognitivo que nos hace humanos y nos diferencia de otras especies. Identifique la alternativa que comprende afirmaciones que implican el uso de este proceso cognitivo.
- I. Gaspar, desde pequeño, se santigua automáticamente cada vez que pasa frente a una iglesia.
 - II. Baltasar identifica los errores que cometió en un examen para poder corregir su forma de estudiar.
 - III. Alana utiliza la silla del columpio como soporte para colocar las macetas y armar su jardín.
 - IV. Bernal se paraliza al escuchar una balacera en la calle contigua donde se encuentra.
- A) I y II B) III y IV C) II y III D) I y III E) I y IV

Solución:

El pensamiento es definido como el proceso cognitivo que utiliza representaciones mentales para hallar o crear soluciones a diversos tipos de contrariedades. En tal sentido, las afirmaciones que cumplen con dicha condición son la II y la III.

Rpta.: C

4. Esteban es un abogado que emplea la información del CD para hacer sus alegatos sobre una demanda de alimentos, ya que el juez es escrupuloso con los requisitos de admisibilidad de esta; mientras su hermana Georgina usa los CD para decorar su oficina y agenda de trabajo. Podemos afirmar que, en tal acción Esteban utiliza el pensamiento _____, en tanto que el pensamiento que usa Georgina es _____.
- A) vertical – lateral B) divergente – convergente C) paralelo – vertical
D) convergente – vertical E) lateral – vertical

Solución:

El pensamiento vertical es aquel que está guiado por el pensamiento lógico, requiere análisis e inferencia porque trabaja con caminos preestablecidos que busca una solución correcta a los problemas, como en el caso de Esteban, al realizar sus alegatos sobre la demanda de alimentos. A su vez el pensamiento lateral permite que emerjan nuevas ideas como el caso de Georgina, al crear decoraciones con los elementos reciclados.

Rpta.: A

5. Pensar es operar con representaciones mentales de objetos y/o eventos con el fin de resolver problemas. Identifique la alternativa que ilustre la función elaborativa del pensamiento.
- A) Hermes entona el himno nacional los lunes en la formación de su colegio.
 - B) Igor voltea rápidamente ante el llamado sorpresivo del tutor de su aula.
 - C) Eloísa logró descubrir el nombre del antepenúltimo mes del año.
 - D) Sasha es capaz de identificar el sonido del motor del auto de su padre.
 - E) El vigilante saluda amablemente a personas que ingresan al condominio.

Solución:

La función elaborativa del pensamiento está referida a la producción de nuevos conocimientos o ideas utilizando operaciones intelectuales. Esta función se ilustra en la alternativa en donde la joven descubre el nombre del antepenúltimo mes del año, para ello, tuvo que ordenar mentalmente la secuencia de los meses del año.

Rpta.: C

6. Isaura fue a matricular a su sobrino a un taller de arte porque sabe que a él le encanta dedicarse a algo después de clases; sin embargo, al llegar al club observa que existe una gran variedad de ellos: origami manualidades, plastilina, pintura y dibujo. Entonces pregunta al encargado cuál es el que tiene más acogida por los jóvenes. El empleado responde que el de mayor preferencia era pintura, entonces decide matricularlo en ese taller. Identifique la estrategia que empleó Isaura para tomar su decisión.

- I. Siguió una secuencia de pasos y decidió la mejor opción.
- II. Empleó la estrategia heurística al matricular a su sobrino.
- III. Resolvió el problema mediante tanteos y uso de azar.

- A) Solo I B) I y II C) I y III D) Solo II E) II y III

Solución:

Solo II. La estrategia heurística consiste en resolver un problema usando reglas prácticas o atajos cognitivos que ayudan a encontrar a solución, pero no garantiza que sea la correcta.

Rpta.: D

7. Leila es considerada una joven creativa por los docentes de la universidad donde estudia. Para llegar a esa conclusión, los profesores deben haber notado que ella

- A) disfruta al observar actividades artísticas en su universidad.
- B) imita las estrategias exitosas de otros estudiantes.
- C) elabora soluciones novedosas ante los problemas presentados.
- D) emplea con éxito su pensamiento lógico ante un desafío.
- E) sigue con esmero los pasos indicados para resolver problemas.

Solución:

La creatividad es la capacidad que tiene una persona de usar su pensamiento de forma original para contribuir a la solución de un problema.

Rpta.: C

8. Un adulto mayor, arreglando el ático de su casa, encontró una soga de cáñamo y preguntó a los miembros de su familia qué se podía hacer con ella; la abuela dijo: «Servirá para disciplinar a los niños». El nieto expresó: «Para tender la ropa» y el adulto mayor pensaba que serviría para adornar la huerta. Según la teoría de Guilford, las propuestas de los miembros de la familia ejemplifican el pensamiento

- A) convergente. B) divergente. C) lateral.
D) vertical. E) elaborativo

Solución:

El pensamiento divergente permite que surjan ideas y soluciones. Es el pensamiento creativo donde se emplea la imaginación, busca soluciones de manera espontánea. Se caracteriza por las respuestas abiertas ante problemas complejos donde no existe una sola solución.

Rpta.: B

9. Las manifestaciones de la función simbólica descrita por Piaget comprenden cinco actividades de representación en el proceso de pensamiento. Identifique el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados:

- I. El hecho de que la pequeña Sora baile «como su papá» en el CEI es un ejemplo de imagen mental.
- II. Los dibujos de un niño de tres años sobre su familia celebrando su último cumpleaños es un ejemplo de Imagen gráfica.
- III. Jugar a los doctores que ponen la vacuna a sus pacientes usando un lapicero como aguja es un ejemplo de imitación diferida.

A) VVF B) VFF C) VFV D) FFV E) FVF

Solución: FVF

I : Imitar una acción en ausencia del modelo es Imitación diferida. (F).

II : Los dibujos de hechos sucedidos son ejemplo de Imagen Gráfica. (V).

III : Recrear una situación usando símbolos es ejemplo de juego simbólico. (F).

Rpta.: E

10. Conforme el niño va desarrollándose atraviesa distintas etapas que muestran el progreso de sus capacidades en el empleo del lenguaje. Relacione correctamente los estadios de la etapa lingüística con los ejemplos citados.

- | | |
|--------------------------|--|
| I. Estadio Holofrástico | a. Paul se queja con su padre cuando este llega del trabajo: «Pelota chocó pie». |
| II. Lenguaje egocéntrico | b. Emi habla sola en voz alta mientras juega a la «tiendita» con sus títeres. |
| III. Habla telegráfica | c. Ted dice « chión » y se bambolea cada vez que quiere mirar televisión o escuchar una canción . |

A) Ia, IIc, IIIb

B) Ia, IIb, IIIc

C) Ib, IIc, IIIa

D) Ib, IIa, IIIb

E) Ic, IIb, IIIa

Solución:

Ic. En el estadio holofrástico, una sola palabra expresa una idea o un pensamiento relacionado a la situación que se está viviendo. utiliza una palabra para reemplazar lo enunciado.

IIb. Se caracteriza porque el niño utiliza pronombres personales y posesivos, pero no conectores.

IIIa. En el estadio del lenguaje egocéntrico, el niño habla solo sin intención de comunicarse. Expresa en voz alta sus pensamientos.

Rpta.: E

Educación Cívica

EJERCICIOS DE CLASE

1. Establezca la relación correcta entre los siguientes elementos de la cultura con el ejemplo que lo identifica.

- | | | |
|--------------------------|--|--|
| I. Identidad Nacional | | a. El 2 de febrero el restaurante Brisas del Titicaca reúne a puneños para rendir homenaje a la Virgen de la Candelaria. |
| II. Identidad Cultural | | b. El pasacalle organizado por la Municipalidad de Lima muestra estampas de las diferentes regiones del país. |
| III. Diversidad Cultural | | c. Los migrantes peruanos en New Jersey se reúnen espontáneamente todos los fines de julio de cada año. |

A) Ia, IIb, IIIc B) Ib, IIc, IIIa C) Ic, IIb, IIIa D) Ic, IIa, IIIb E) Ia, IIc, IIIb

Solución:

Ic: Al ser una construcción social, la identidad nacional es libre, permanente y consciente que hace que la comunidad de peruanos en New Jersey se reúnan los fines de julio de cada año para celebrar Fiestas Patrias, manifestando así su sentido de pertenencia al país que los vio nacer.

IIa: La identidad cultural comprende un sentido de pertenencia a un grupo social más homogéneo e identificable; por lo tanto, la persona se autodefine como integrante de ella, por ello, el homenaje a la patrona de la ciudad de Puno, en ese conocido restaurante congrega a personas de esa región.

IIIb: El pasacalle es una fiesta popular, es un desfile en la que intervienen bandas de música alrededor de las que se baila, las organizadas por la Municipalidad de Lima muestran manifestaciones típicas de varias regiones del país, mostrando así la rica diversidad cultural que tiene nuestro país.

Rpta.: D

2. La provincia de Condorcanqui es una de las siete que conforman el departamento de Amazonas en la región nororiental del Perú. Según el censo del 2017, tercero de Comunidades Indígenas, el 96 % de sus habitantes manifestó hablar, además del castellano, la lengua

- | | | |
|---------------|------------|------------|
| A) Asháninka. | B) Awajún. | C) Aymara. |
| D) Shipibo. | E) Kawki. | |

Solución:

El awajún también conocida como aguaruna, es una lengua originaria que se habla en las regiones de Cajamarca, San Martín, Loreto y, sobre todo, en Amazonas; esta última tiene el porcentaje mayor de habitantes que la hablan, siendo su provincia de Condorcanqui, la que tiene un alto porcentaje de awajún hablantes con el 96 % de sus pobladores.

Rpta.: B

3. La Base de Datos de Pueblos Indígenas u Originarios (BDPI) es un instrumento que permite al Ministerio de Cultura (Mincul) conocer cuáles son estos pueblos. Teniendo en cuenta las características de estas comunidades (campesinas y nativas), identifique los criterios correctos que se toman en cuenta para considerarlas como tales.
- I. Son sociedades que retienen o conservan algunas o todas sus instituciones propias.
 - II. La comunidad debe de tener una identidad colectiva respaldada por una historia.
 - III. Estas comunidades obligatoriamente deben de vivir por el trabajo de la tierra.
 - IV. Sus autoridades deben ser elegidas con participación de los organismos electorales.
- A) I y II B) III y IV C) I y III D) II y IV E) II y III

Solución:

La BDPI es la fuente oficial del Estado peruano en cuanto a información sobre los pueblos indígenas u originarios. Para la identificación de estos pueblos la normativa vigente establece criterios de identificación como los siguientes:

Continuidad histórica: da cuenta de la existencia de sociedades desde tiempos anteriores a la conquista, colonización o las actuales fronteras estatales.

Conexión territorial: da cuenta de sociedades cuyos ancestros habitaban el país o la región.

Instituciones distintivas: da cuenta de sociedades que retienen o conservan algunas o todas sus instituciones propias.

Autoidentificación: hace referencia a la conciencia del grupo colectivo de poseer una identidad indígena u originaria. Es decir, independientemente de la utilización del término «indígena» u «originario», lo relevante es la conciencia del grupo de poseer una identidad colectiva, la cual además está respaldada en una historia que da cuenta de su carácter originario.

Por lo tanto, la I y II son los enunciados correctos.

Rpta.: A

4. Teniendo en cuenta lo relacionado el concepto de interculturalidad identifique el ejemplo o enunciado que expresa mejor este enfoque.
- A) En el distrito de San Juan de Lurigancho conviven personas que han venido de diferentes regiones del país practicando libremente sus costumbres.
 - B) Los paisanos Chalhuanquinos, de la región Apurímac, se reúnen todos los domingos del mes de febrero para celebrar los carnavales.
 - C) Dentro del Programa Beca 18, estudiantes de la etnia Chayahuita fueron acogidos afectuosamente por sus compañeros limeños.
 - D) Una Dirección Regional de Educación emite una directiva precisando, que en los festivales de danzas escolares se permitirá solo las de origen afroperuano.
 - E) En la sección policial de un diario capitalino se enfatiza que últimamente los delincuentes tienen rasgos físicos de pueblos originarios.

Solución:

La Interculturalidad es la interacción entre culturas, es el proceso de comunicación entre diferentes grupos humanos, con diferentes costumbres, siendo la característica fundamental: la «horizontalidad», es decir, que ningún grupo cultural está por encima del otro, promoviendo la igualdad, integración y convivencia armónica entre ellas. Teniendo en cuenta este concepto es la alternativa C la correcta ya que los estudiantes limeños reciben sin ningún problema a los provenientes de una etnia amazónica.

Rpta.: C

Historia

EJERCICIOS DE CLASE

1. La fundación de Panamá fue muy importante para el proyecto de conquista debido a que se convirtió en el centro de partida para las exploraciones hacia el sur. También, en esta ciudad se suscribió el Contrato de Panamá entre Francisco Pizarro, Diego de Almagro y Hernando de Luque, conocidos como los socios de la conquista del Perú. A continuación, señale el valor de verdad (V o F) sobre los viajes de Pizarro.
- I. En el segundo viaje llegaron hasta la desembocadura del río Santa.
 - II. La capitulación de Santa Fe dio la autorización para la conquista del Perú.
 - III. En el tercer viaje se confirmó la existencia del imperio del Tahuantinsuyo.
 - IV. El primer viaje fue un fracaso por los obstáculos en Pueblo Quemado.
- A) VFFV B) FVFV C) VFVF D) VVVF E) FVFF

Solución:

De las alternativas planteadas solo la I y IV son verdaderas. El primer viaje significó un fracaso para los españoles. Este comenzó en 1524 y se exploraron las costas tropicales cercanas a Panamá y Colombia. Estas fueron Puerto del Hambre y Pueblo Quemado (Colombia). Finalmente, tras pasar muchas privaciones e inconvenientes los españoles regresaron a Panamá. La primera vez que los españoles llegaron a territorio peruano fue durante el segundo viaje. Atravesaron gran parte de la costa norte llegando hasta la desembocadura del río Santa. Además, se produjeron algunos incidentes, como la captura de algunos indios tumbesinos que al ser interrogados permitieron comprobar la existencia del Tahuantinsuyo, y el incidente de la Isla del Gallo.

Rpta.: A

2. Las guerras civiles entre los españoles fueron una serie de enfrentamientos que se desarrollaron posterior a la conquista. Entre ellas tenemos la guerra de los conquistadores que estuvo protagonizada por Pizarro y Almagro. La posesión del Cusco, la Capitulación de Toledo y el reparto de las encomiendas fueron las causas que conllevaron al enfrentamiento entre los antiguos socios. Señale la alternativa que presente una de las consecuencias de dicho enfrentamiento.
- A) El establecimiento definitivo del virreinato del Perú.
 B) La reafirmación del poder de la Corona española.
 C) El fin de la hegemonía de los primeros conquistadores.
 D) Los nuevos repartos de encomiendas a favor de Pizarro.
 E) La llegada al Perú del pacificador Pedro de la Gasca.

Solución:

La guerra entre los antiguos socios de la conquista, Pizarro y Almagro, tuvo como móvil la posesión del Cusco, el reparto de encomiendas y la Capitulación de Toledo. Finalmente, esta guerra significó el fin de la hegemonía de los primeros conquistadores, la desaparición de los más importantes líderes políticos de la primera generación de españoles asentados en el Perú. Por otro lado, la Corona española tomó conciencia de la necesidad de limitar los poderes económicos y políticos de los españoles establecidos en América.

Rpta.: C

3. La siguiente imagen pertenece al cronista Guamán Poma de Ayala y representa el encuentro entre el virrey Andrés Hurtado de Mendoza y Sayri Tupac, en el contexto de la rebelión de Vilcabamba (1536-1572). Respecto a la resistencia dirigida por este inca es correcto afirmar que



- A) al no recuperar el poder, la nobleza rebelde buscó beneficios con la Corona.
 B) se crearon alianzas estratégicas entre la elite indígena y la monarquía española.
 C) el poder militar del Imperio del Tahuantinsuyo fue superior al de los ibéricos.
 D) la rebelión trajo como consecuencia la extirpación del mito del inkarri.
 E) reconoció como rey a Felipe II y recibió a cambio la encomienda de Yucay.

Solución:

Sayri Tupac fue hijo de Manco Inca y es recordado como el inca rebelde que recibió la encomienda de Yucay como respuesta al reconocimiento de Felipe II como soberano del antiguo territorio del Tahuantinsuyo. En 1558 tras varios años de negociaciones con los españoles fue trasladado a la ciudad de Lima y bajo presión del virrey reconoció el dominio de los españoles.

Rpta.: E

4. Francisco de Toledo, quinto virrey del Perú es considerado como el organizador del sistema colonial peruano, con reformas trascendentales para los siglos XVI y XVII. La reforma social más importante llevada a cabo por este virrey fue
- A) el establecimiento del sistema de reducciones que permitió a la corona disponer de abundante mano de obra indígena.
 - B) la creación del Tribunal del Santo Oficio de la Inquisición para castigar a la población indígena que cometiera herejías.
 - C) el restablecimiento de la mita, como en la época incaica, obteniendo trabajadores para la construcción y el sistema obrajero.
 - D) la imposición del tributo indígena en dinero, para organizar un mercado de consumo interno de carácter regional
 - E) la lucha contra la resistencia de los indígenas araucanos en Chile, los cuales fueron sofocados e incorporados al Perú.

Solución:

El virrey Francisco de Toledo tenía como una misión fundamental incrementar la producción de las minas de Potosí, para ello requería disponer de una inmensa cantidad de mano de obra indígena, por dicho motivo concentró a diferentes poblaciones en un solo espacio geográfico para facilitar su disposición y facilitar el cobro del tributo indígena, además de acelerar su proceso de evangelización. Estos espacios fueron denominados reducciones y le permitió a la Corona española disponer de esa importante mano de obra.

Rpta.: A

5. A nivel social, la República de Indios fue una creación legal, contemplaba leyes especiales que debían proteger a los indios ya que estos eran considerados menores de edad. Esta república estuvo integrada por la élite nobiliaria indígena que gozaba de algunos privilegios y; los indios del común, quienes
- A) se escapaban de las minas recibiendo la denominación de forasteros.
 - B) fueron la principal fuerza de trabajo en las haciendas de la costa.
 - C) vivían en las reducciones bajo el gobierno de los caciques locales.
 - D) al unirse a la población criolla conformaron la casta de los mulatos.
 - E) podían ser educados en el Real Colegio de San Francisco de Borja.

Solución:

Jurídicamente la sociedad colonial fue dividida en dos repúblicas, siendo estos, la República de los indios y la República de los españoles. La primera estaba constituida por la nobleza indígena y los indios del común y la segunda, por los peninsulares y los criollos. Desde las reformas toledanas los indígenas vivían en las reducciones bajo el gobierno de los caciques.

Rpta.: C

Geografía

EJERCICIOS DE CLASE

1. La diversidad genética es la variedad en la composición de los genes que se manifiesta entre los individuos de una misma especie y resulta fundamental para la supervivencia de la toda especie a largo plazo. Identifique el valor de verdad (V o F) de los enunciados relacionados a este concepto.
- I. En los bosques templados de Estados Unidos, habita el oso pardo; existen varias subespecies entre las que se cuentan el Kodiak y el Grizzly.
 - II. En el bosque boreal canadiense existen más de 300 especies de aves y más de 80 especies de mamíferos.
 - III. En Norteamérica, puedes encontrar bosques de coníferas, praderas de hierba alta y hasta desiertos.
 - IV. El pino es un árbol emblemático en España; una de las variedades más conocidas es el pino negro, otra es el pino carrasco, destaca también el pino piñonero en el sur del país.
- A) VFVV B) VVFF C) VFFV D) VFVF E) VVfV

Solución:

- I. Verdadero: en los bosques templados de Estados Unidos habita el oso pardo, existen varias subespecies entre las que se cuentan el Kodiak y el Grizzly.
- II. Falso: cuando se señala en el bosque boreal canadiense existen más de 300 especies de aves y más de 80 especies de mamíferos, se refiere a la diversidad en número.
- III. Falso: al señalar que en Norteamérica puedes encontrar bosques de coníferas, praderas de hierba alta y hasta desiertos, se está refiriendo a la variedad de ecosistemas.
- IV. Verdadero: el pino es un árbol emblemático en España, una de las variedades más conocidas es el pino negro, otra es el pino carrasco, destaca también el pino piñonero en el sur del país.

Rpta.: C

2. En una clase de geografía, la profesora solicita a los estudiantes que realicen una descripción del bioma de la sabana. ¿Cuál de las siguientes descripciones realizadas por los alumnos es la correcta?
- A) Es el nombre que reciben varias comunidades ecológicas de especies leñosas de pequeño porte, la región está siempre bajo un clima templado mediterráneo, se caracteriza por inviernos lluviosos y veranos secos.
 - B) Territorio de vegetación herbácea, propio de climas extremos y escasas precipitaciones. Predominan las hierbas bajas y los matorrales.
 - C) Amplias extensiones de espacio abierto cubiertos por vegetación herbácea, salpicada de árboles. Las intensas lluvias estacionales atraen numerosas manadas de animales de gran tamaño, que llegan al lugar a alimentarse.
 - D) Es un ambiente de matorrales espinosos y cactáceas, aquí se dan eventos climáticos extremos, especialmente heladas fuertes y sequías severas.
 - E) Extensa llanura de vegetación herbácea, con centenares de caballos salvajes al galope y rebaños de ovejas, cuando llega la estación de lluvias, muchas de estas áreas se cubren de flores.

Solución:

La sabana es un bioma que se caracteriza por comprender amplias extensiones de espacio abierto cubiertos por vegetación herbácea, gramíneas y árboles dispersos. Las intensas precipitaciones estacionales favorecen la presencia de grandes manadas de animales, que llegan a alimentarse, todos los años.

Rpta.: C

3. Indonesia registra la mayor deforestación del mundo. En la última mitad de siglo, se han talado, quemado o degradado cerca de 74 millones de hectáreas de bosque, una de las áreas más afectadas es la cuenca del río Musi donde, además de la desaparición de sus bosques, se ha colocado en peligro de extinción las especies que lo habitan. El bioma afectado, al que se hace referencia en el enunciado, es denominado
- A) Selva tropical. B) bosque de coníferas. C) bosque templado.
D) bosque caducifolio. E) Taiga.

Solución:

El bosque ecuatorial, conocido también como selva tropical, se localiza en las regiones próximas al ecuador donde los niveles de temperatura, precipitación pluvial y luz permanecen más o menos constantes durante todo el año, condición que facilita la existencia de la mayor biodiversidad del planeta, uno de ellos se localiza en la cuenca del río Congo, en África Ecuatorial.

Rpta.: A

4. En el curso inferior de un río costero, se ubica un valle muy productivo que se ve amenazado por las actividades humanas que allí se realizan; esta situación ha derivado en problemas ambientales relacionados con la disponibilidad y la calidad del agua del valle. En ese contexto, el alcalde de la ciudad ha recibido de los ciudadanos varias propuestas de desarrollo sostenible. A continuación, identifica las propuestas que se relacionan con la dimensión ambiental.
- I. Crear en la comunidad un comité que lidere la planificación participativa del uso del agua
II. Identificar y monitorear los vertimientos de aguas residuales en el ámbito de la cuenca
III. Dar incentivos para el desarrollo de actividades económicas de bajo consumo de agua
IV. Desarrollar proyectos de reforestación en las riberas del río con especies endémicas
- A) Solo IV B) III y IV C) II y III D) II y IV E) I, II y IV

Solución:

- I. Incorrecto. Ya que crear en la comunidad un comité que lidere la planificación participativa del uso del agua corresponde a la dimensión social.
II. Correcto: Identificar y monitorear los vertimientos de aguas residuales en el ámbito de la cuenca.
III. Incorrecto. Ya que dar incentivos para el desarrollo de actividades económicas de bajo consumo de agua corresponde a la dimensión económica.
IV. Correcto. Desarrollar proyectos de reforestación en las riberas del río con especies endémicas.

Rpta.: D

7. Tras nueve meses de derrumbarse, recién Provías inició los trabajos de la instalación de tres puentes baileys en dos tramos de la destruida carretera Bayóvar – Chiclayo y, a la fecha, se encuentran en un 30 % de avance, esto realizado en base a la _____ del Estado.

- A) contratación B) función C) transferencia
D) distribución E) obligación

Solución:

Con los tributos, el Estado construirá los puentes; es en base a la distribución.

Rpta.: D

8. Los fiscales especializados en materia ambiental de Madre de Dios manifestaron su preocupación por las iniciativas en el Congreso «orientadas a facilitar la minería informal e ilegal, en desmedro de los intereses nacionales», pero que generan

- A) utilidad. B) renta. C) ganancia.
D) excedente. E) retribución.

Solución:

Las empresas informales e ilegales también generan ganancias.

Rpta.: C

9. En el 2022, el porcentaje de pobres volvió a elevarse en medio de un contexto de bajo crecimiento económico, alta inflación y fuertes conflictos sociales. En total, se estima que 2.7 millones de personas han caído en la pobreza desde el 2019, pero todas las familias pobres tienen

- A) ganancias. B) expectativas. C) utilidad.
D) riqueza. E) competencia.

Solución:

La riqueza según la teoría económica son los bienes económicos, activos o dinero que posee una persona física, sin importar el monto.

Rpta.: D

10. A través del Programa Techo Propio, el Ministerio de Vivienda, Construcción y Saneamiento (MVCS) viene ofreciendo a las familias peruanas con limitaciones económicas la posibilidad de financiar la adquisición de una vivienda, construcción o mejora de su casa. Para ello, el Estado otorga el Bono Familiar Habitacional (BFH), un _____ que premia su esfuerzo ahorrador y no se devuelve.

- A) subsidio B) exoneración C) subvención
D) contribución E) obligación

Solución:

Los subsidios son ayudas otorgadas por organizaciones oficiales, cuya finalidad es brindar auxilios sociales o fomentar la demanda de un bien o servicio determinado, como son las viviendas.

Rpta.: A

Filosofía

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Un profesor decide investigar sobre la deserción estudiantil en las carreras universitarias. Las razones que causan este problema, supone el profesor, son el bajo rendimiento académico, la elección inadecuada de la carrera, la menor dedicación al estudio y los problemas económicos o familiares. Estas suposiciones las somete a pruebas logrando establecer que la razón principal de la deserción es la selección inadecuada de la carrera de su agrado. La conclusión es que los estudiantes que eligieron correctamente sus carreras tuvieron mejores resultados académicos.

En relación con el método científico, el procedimiento que más utilizó el profesor para llegar al resultado es

- A) la formulación de una sólida hipótesis al problema de la deserción.
- B) el análisis de los datos proporcionados por los institutos tecnológicos.
- C) la contrastación de las posibles repuestas sobre la deserción.
- D) las diferentes formulaciones sobre el problema estudiantil a investigar.
- E) el planteamiento adecuado de las diferentes preguntas a investigar.

Solución:

Durante la investigación para descubrir el porqué de la deserción estudiantil en los institutos tecnológicos, el profesor sometió a pruebas diferentes respuestas. Lo primordial en la investigación es la contrastación de las posibles respuestas.

Rpta.: C

2. La inmunoterapia ayuda a nuestro sistema de defensa a detectar las células cancerígenas y a atacarlas con nuestros propios medios. Así, nuestros glóbulos blancos combaten dichas células, si no se identifican, las eliminan. Este método permitiría la creación de una vacuna contra el cáncer que prepararía a nuestro sistema inmune para reconocer las futuras amenazas en estadios muy tempranos y neutralizarlas antes de que se extiendan por nuestro cuerpo. Se deduce que la función de la ciencia a la que se refiere la información sobre la vacuna contra el cáncer es la

- A) predicción científica.
- B) observación del problema.
- C) contrastación empírica.
- D) formulación de la hipótesis.
- E) explicación científica.

Solución:

En el texto se explica cómo funcionaría y atacaría la vacuna contra el cáncer, la inmunoterapia. Más que una descripción se está explicando cómo reconocería y atacaría a las células tumorales.

Rpta.: E

3. En 1846, los astrónomos europeos se dieron cuenta que la órbita de Urano era irregular y que no seguía la explicación newtoniana para el movimiento planetario. Conjeturaron que la única explicación posible para este caso era que el planeta estuviera bajo la influencia de otro planeta grande ubicado más lejos. Los astrónomos Urbain Le Verrier, en París, y John Adams, en Cambridge, encontraron el planeta Neptuno por medio de la deducción y la aplicación de la física newtoniana.

El descubrimiento del planeta Neptuno se relaciona con la función de la

- A) demostración de las teorías científicas.
- B) predicción de la existencia de otro planeta.
- C) aplicación de modelos científicos.
- D) elaboración de hipótesis científicas.
- E) explicación de la irregular órbita de Urano.

Solución:

La predicción señala con anterioridad lo que acontecerá en determinadas condiciones. Los astrónomos Urbain Le Verrier, en París, y John Couch Adams, en Cambridge, se dispusieron a predecir la posición de este nuevo planeta y luego encontrarlo. Fue el primer planeta localizado mediante predicciones matemáticas y no mediante observaciones regulares.

Rpta.: B

4. En 1795, Edward Jenner decidió probar los conocimientos empíricos que desarrollaron algunas personas del campo con respecto a la viruela vacuna. Si se contagiaban de viruela vacuna, se volvían inmunes contra la viruela humana. Jenner tuvo la idea de inocular a una persona sana, un niño, con la viruela de las vacas para conferirle inmunidad frente a la viruela humana. El pequeño desarrolló una leve enfermedad entre el séptimo y el noveno día. Una vez recuperado, inoculó al niño con la temida viruela, pero este no se enfermó.

Por lo expuesto, la investigación de Jenner se relaciona con la etapa del método científico denominada

- A) contrastación de hipótesis.
- B) formulación de la hipótesis.
- C) análisis de datos empíricos.
- D) explicación de hipótesis.
- E) planteamiento del problema.

Solución:

Edward Jenner decidió someter a prueba sus hipótesis. Empezó a probar ese conocimiento empírico y tuvo la idea de inocular a una persona sana con la viruela de las vacas para conferirle inmunidad frente a la terrible enfermedad.

Rpta.: A

5. Los *yachachiq* son sabios del campo que cuentan con conocimientos ancestrales de pronósticos del clima y el tiempo. Se trata de saberes que se convierten en prácticas culturales indispensables para vaticinar, programar, adelantar o retrasar los tiempos de siembra mediante el cálculo de la llegada de la estación de lluvias. Los *yachachiq* sabían leer y entender las señas, mensajes y avisos de las estrellas, los vientos y las nubes. Si el zorro llora o se atora en septiembre u octubre, es señal de un buen año agrícola.

Desde el punto de vista científico, las afirmaciones de los *yachachiq*

- A) pueden describir, explicar y predecir cualquier fenómeno climático.
- B) prescinden de la aplicación del método científico en la predicción del clima.
- C) confirman los conocimientos ancestrales como parte de las ciencias.
- D) muestran los conocimientos culturales como incuestionables en el clima.
- E) explican cómo los conocimientos ancestrales parten de algunas hipótesis.

Solución:

El conocimiento científico es aquel tipo de conocimiento que se obtiene mediante la aplicación del método científico. La explicación de los *yachachiq* no se basa en la aplicación de métodos, técnicas, procedimientos e instrumentos.

Rpta.: B

6. Los historiadores estudian registros documentados de los acontecimientos pasados; aquí es donde obtienen las evidencias para respaldar su interpretación del evento o período en cuestión. Su trabajo consiste en estudiar detenidamente todos los documentos escritos que puedan encontrar y luego juntar toda la información que recopilan para formar algún tipo de narrativa histórica. Así pueden responder a las preguntas de qué sucedió, quién estuvo involucrado, por qué ocurrieron aquellos hechos.

De lo anterior, se infiere que la finalidad del trabajo del historiador es

- A) establecer relaciones entre los diferentes objetos.
- B) explicar los hechos sucedidos en el pasado.
- C) plantear hipótesis sobre hechos futuros.
- D) verificar las hipótesis que más le interesan.
- E) elaborar teorías sobre los hechos pasados.

Solución:

El historiador realiza la interpretación de los hechos históricos buscando explicar sus causas y consecuencias.

Rpta.: B

7. Las leyes de la termodinámica explican cómo se produce, transfiere y se aprovecha la energía a través del calor y el trabajo. Estas reglas son la base para comprender muchos de los fenómenos físicos y químicos que se presentan en la naturaleza. Un ejemplo práctico es aquel cuando un horno encendido (sistema) transfiere calor (energía) a una masa de pan, haciéndolo crecer (trabajo).

A partir de lo expuesto sobre la termodinámica, se infiere que las leyes científicas

- A) intentan pronosticar fenómenos no observables.
- B) muestran la validez de las teorías con experimentos.
- C) sostienen la importancia de las fórmulas matemáticas.
- D) interpretan los fenómenos o hechos del universo.
- E) explican la conexión entre fenómenos relacionados.

Solución:

Las leyes como la termodinámica explican como la energía se puede transferir de un sistema a otro a través de trabajo, de calor o masa. Busca esclarecer la conexión entre dos o más fenómenos.

Rpta.: E

8. Eduardo y Josefina dialogan acerca de las carreras que desean estudiar en la universidad. Uno de ellos ha elegido Matemática, mientras que el otro ha optado por Química. De acuerdo con el objeto de estudio, los saberes que estudiarán estos dos amigos constituyen una ciencia _____, respectivamente.

- A) social y una ciencia natural
- B) pura y una pseudociencia
- C) teórica y una ciencia aplicada
- D) formal y una ciencia fáctica
- E) factual y una ciencia aplicada

Solución:

Según su objeto de estudio, existen dos tipos de saberes: las ciencias formales (matemática y lógica) y las ciencias fácticas (Física, Química y Biología). Por ello, si el primero ha elegido Matemática, estudiará una ciencia formal; y si el segundo ha elegido Biología, una ciencia fáctica.

Rpta.: D

Física

EJERCICIOS DE CLASE

1. Para ahorrar energía, los termostatos de un edificio de oficinas están calibrados a 77 °F en verano y a 68 °F en invierno. ¿Cuáles serían las correspondientes calibraciones si el termostato estuviera en la escala Celsius?

A) 25 °C; 20 °C
D) 30 °C; 23 °C

B) 27 °C; 18 °C
E) 29 °C; 21 °C

C) 26 °C; 22 °C

Solución:

De la relación:

$$T_C = \frac{5}{9}(T_F - 32)$$

Para $T_F = 77$ °F:

$$T_C = \frac{5}{9}(77 - 32) = 25 \text{ °C}$$

Para $T_F = 68$ °F:

$$T_C = \frac{5}{9}(68 - 32) = 20 \text{ °C}$$

Rpta.: A

2. Una barra de acero es 20 cm más larga que una barra de aluminio. Si la expansión térmica es la misma para ambas barras, con el mismo aumento de temperatura, ¿cuál es la longitud inicial de la barra de acero?

$$(\alpha_{\text{acero}} = 12 \times 10^{-6} \text{ °C}^{-1}; \alpha_{\text{aluminio}} = 24 \times 10^{-6} \text{ °C}^{-1})$$

A) 80 cm

B) 40 cm

C) 20 cm

D) 30 cm

E) 50 cm

Solución:

Barra de acero: $L_{01} = L_0 + 20$ (cm)

Barra de aluminio: $L_{02} = L_0$

Dato:

$$\Delta L_1 = \Delta L_2 \rightarrow \alpha_1 L_{01} \Delta T = \alpha_2 L_{02} \Delta T \rightarrow (12 \times 10^{-6})(L_0 + 20) = (24 \times 10^{-6})L_0$$

$$L_0 = 20 \text{ cm} \rightarrow L_{01} = 20 + 20 = 40 \text{ cm}$$

Rpta.: B

3. Se fabrica una moneda con un metal cuyo coeficiente de dilatación lineal es $\alpha = 2 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$. La moneda se encuentra inicialmente a la temperatura de $20 \text{ } ^\circ\text{C}$. Si al ponerla en un horno el área de su superficie se incrementa en 1 % de su valor inicial, determine la temperatura del horno.

A) $250 \text{ } ^\circ\text{C}$ B) $280 \text{ } ^\circ\text{C}$ C) $270 \text{ } ^\circ\text{C}$ D) $300 \text{ } ^\circ\text{C}$ E) $220 \text{ } ^\circ\text{C}$

Solución:

Por dilatación superficial:

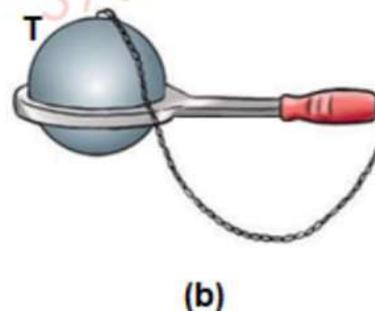
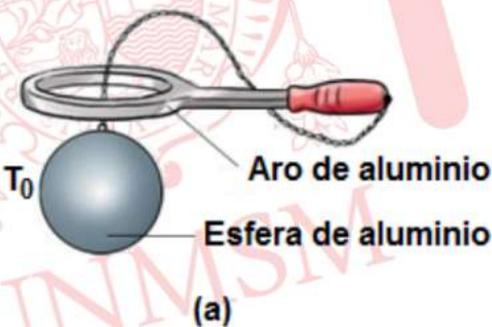
$$\Delta A = 2\alpha A_0 \Delta T \rightarrow \frac{\Delta A}{A_0} = 2\alpha \Delta T \rightarrow \frac{1}{100} = 2(2 \times 10^{-5})(T - 20)$$

$$T - 20 = 250 \rightarrow T = 270 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Rpta.: C

4. Para poner de manifiesto la dilatación volumétrica en los sólidos se utiliza una bola esférica de aluminio que pasa ajustadamente por un aro del mismo material de diámetro 5 cm a la temperatura ambiente $T_0 = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$, como muestra la figura (a). Cuando la bola se calienta a la temperatura $T = 90 \text{ } ^\circ\text{C}$ experimenta un aumento de su volumen, lo que impide que pase por el aro, como muestra la figura (b). Determine el volumen final de la bola.

(Considere: $\alpha_{Al} = 24 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$; $\pi \approx 3$).



- A) $502,28 \text{ cm}^3$ B) $508,36 \text{ cm}^3$ C) $552,25 \text{ cm}^3$
 D) $502,52 \text{ cm}^3$ E) $504,45 \text{ cm}^3$

Solución:

El volumen inicial:

$$V_0 = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4(3)(5)^3}{3} = 500 \text{ cm}^3$$

Aumento del volumen:

$$\Delta V = 3(24 \times 10^{-6})(500)(90 - 20) = 2,520 \text{ cm}^3$$

Volumen final:

$$V = V_0 + \Delta V = 500 + 2,52 = 502,52 \text{ cm}^3$$

Rpta.: D

5. Dos sustancias A y B de masas iguales se encuentran inicialmente a la temperatura ambiente. Las sustancias se someten a la misma fuente de calor, observándose que la sustancia A absorbe el doble de la cantidad de calor que la sustancia B en el mismo tiempo. Indique la verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I) La capacidad calorífica de la sustancia A es el doble que la capacidad calorífica de la sustancia B.
 II) El calor específico de la sustancia A es menor que el calor específico de la sustancia B.
 III) La sustancia A incrementa más rápido su temperatura que la sustancia B.

A) FVV B) FFV C) FVF D) VFV E) VFF

Solución:

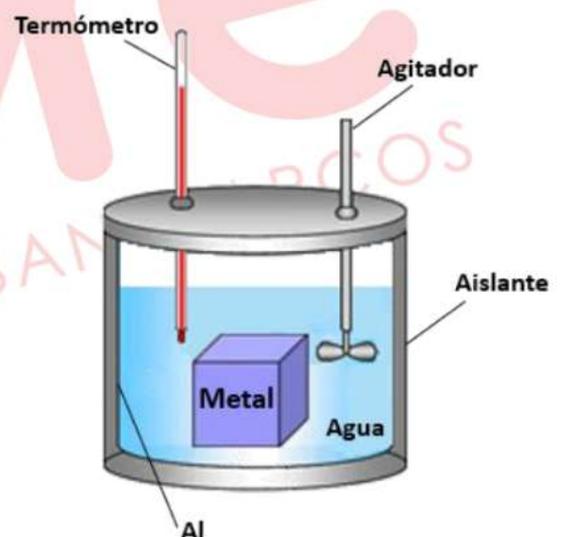
I) V II) F III) F

Rpta.: E

6. Los estudiantes de un laboratorio de Física desean determinar, experimentalmente, el calor específico de un metal. Calientan un trozo del metal de masa 200 g hasta 100 °C, y luego ponen, cuidadosamente, el trozo dentro del vaso de aluminio de un calorímetro que contiene 289 g de agua a 20 °C, como muestra la figura. Si la temperatura final de la mezcla es 25 °C y la masa del vaso es 50 g, ¿cuál es el calor específico del metal?

($c_{\text{agua}} = 1 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$; $c_{\text{Al}} = 0,22 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$)

- A) 0,10 cal/g°C B) 0,15 cal/g°C
 C) 0,12 cal/g°C D) 0,13 cal/g°C
 E) 0,11 cal/g°C



Solución:

Por el principio de la calorimetría:

$$\Delta Q_{\text{ganado (agua)}} + \Delta Q_{\text{ganado (vaso)}} + \Delta Q_{\text{perdido (metal)}} = 0$$

$$(289)(1)(25 - 20) + (50)(0,22)(25 - 20) + (200)c(25 - 100) = 0$$

$$1500 - 15000c = 0 \rightarrow c = 0,10 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$$

Rpta.: A

7. Un bloque de hierro de masa 2 kg se extrae de un horno a la temperatura de 640 °C. El bloque se pone en contacto inmediatamente con un bloque de hielo a 0 °C. Asumiendo que cuando el hierro alcanza la temperatura de 0 °C todo el calor perdido es absorbido por el hielo, determine la masa de hielo fundida.

$$(c_{Fe} = 0,11 \text{ cal/g}^\circ\text{C}; L_{\text{fusión}} = 80 \text{ cal/g})$$

- A) 1,56 kg B) 1,76 kg C) 1,25 kg D) 1,80 kg E) 1,64 kg

Solución:

Del principio de la calorimetría:

$$\Delta Q_{\text{ganado}} + \Delta Q_{\text{perdido}} = 0$$

(hielo) (hierro)

$$m(80) + (2000)(0,11)(0 - 640) = 0$$

$$m = 1760 \text{ g} = 1,76 \text{ kg}$$

Rpta.: B

8. Una bala de plomo, que tiene una rapidez $v_0 = 260 \text{ m/s}$, penetra en un bloque y queda en reposo, como muestra la figura. Si se desprecia la disipación de calor al entorno, ¿cuál es el incremento de temperatura de la bala?

$$(c_{Pb} = 130 \text{ J/kg}^\circ\text{C})$$

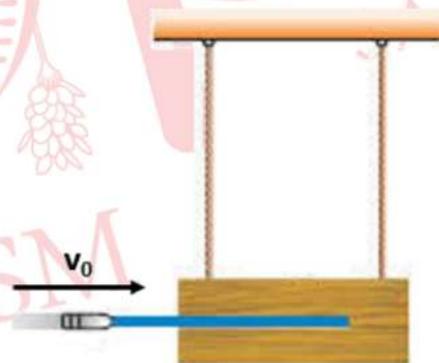
- A) 130 °C

- B) 520 °C

- C) 360 °C

- D) 180 °C

- E) 260 °C



Solución:

Por conservación de la energía:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mc_{Pb}\Delta T \rightarrow \Delta T = \frac{v_0^2}{2c_{Pb}}$$

$$\Delta T = \frac{(260)^2}{2(130)} = 260 \text{ }^\circ\text{C}$$

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Con respecto a las escalas de temperatura Celsius, Fahrenheit y Kelvin, indique la verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:
- I) Cuando la temperatura de un cuerpo varía de $-5\text{ }^{\circ}\text{F}$ a $85\text{ }^{\circ}\text{F}$, la variación de temperatura en la escala Kelvin es 50 K.
- II) Si la temperatura en la escala Kelvin es igual a la temperatura en la escala Fahrenheit, entonces la lectura en la escala Kelvin es 574,25 K.
- III) Si la temperatura en la escala Celsius es el doble que la temperatura en la escala Fahrenheit, entonces la lectura en la escala Celsius es $160\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- A) VVV B) VFV C) VVF D) FVV E) FVF

Solución:

I) V II) V III) V

Rpta.: A

2. Una ventana de vidrio tiene una superficie de área 4 m^2 a la temperatura ambiente de $20\text{ }^{\circ}\text{C}$. Determine el área final del vidrio cuando la temperatura aumenta a $50\text{ }^{\circ}\text{C}$.

$$(\alpha_{\text{vidrio}} = 9 \times 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1})$$

- A) $4,00108\text{ m}^2$ B) $4,00512\text{ m}^2$ C) $4,00216\text{ m}^2$
 D) $4,00325\text{ m}^2$ E) $4,00128\text{ m}^2$

Solución:

De la fórmula de dilatación superficial:

$$A = A_0(1 + 2\alpha\Delta T)$$

$$A = (4) \left[1 + 2 \times 9 \times 10^{-6} (50 - 20) \right] = 4 + 256 \times 10^{-5} = 4,00216\text{ m}^2$$

Rpta.: C

3. Un bloque cúbico de cobre de arista 5 cm experimenta un cambio de temperatura de $200\text{ }^{\circ}\text{C}$ al introducirse en un horno. ¿Cuál será el nuevo volumen del cubo?

$$(\alpha_{\text{Cu}} = 17 \times 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1})$$

- A) $113,125\text{ cm}^3$ B) $120,125\text{ cm}^3$ C) $126,175\text{ cm}^3$
 D) $125,275\text{ cm}^3$ E) $126,275\text{ cm}^3$

Solución:

El volumen inicial:

$$V_0 = (5)^3 = 125\text{ cm}^3$$

Aumento del volumen:

$$\Delta V = 3(17 \times 10^{-6})(125)(200) = 1275 \times 10^{-3}\text{ cm}^3 = 1,275\text{ cm}^3$$

Volumen final:

$$V = V_0 + \Delta V = 125 + 1,275 = 126,275\text{ cm}^3$$

Rpta.: E

4. En relación con los conceptos de la calorimetría, indique la verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:
- Si dos cuerpos A y B están en equilibrio térmico con un tercer cuerpo C, entonces están en equilibrio térmico entre sí.
 - La cantidad de calor absorbida o liberada por un cuerpo, sin cambio de fase, es proporcional al cambio de temperatura.
 - La capacidad calorífica depende de la masa del cuerpo.
- A) VVV B) FVV C) FVF D) FFV E) FFF

Solución:

I) V II) V III) V

Rpta.: A

5. La masa total de agua existente en el planeta Tierra es aproximadamente 10^{21} kg. Asumiendo que la temperatura de esa masa de agua disminuye en 1°C y que toda la cantidad de calor liberada por el agua se convirtiese en energía eléctrica, ¿durante cuántos años podría emplearse esta energía? Considere el consumo mundial de la energía eléctrica por año aproximadamente de 10^{20} J.

(C_{agua} = 1 cal/g°C; 1 cal = 4 J)

- A) 42 000 años B) 35 000 años C) 45 000 años
D) 40 000 años E) 20 000 años

Solución:

Cantidad de calor liberado en el proceso:

$$\Delta Q = m_{\text{Cagua}} \Delta T = 10^{21} \times 10^3 \times 1 \times 1 = 10^{24} \text{ cal}$$

$$\Delta Q = 10^{24} \text{ cal} \times \frac{4 \text{ J}}{1 \text{ cal}} = 4 \times 10^{24} \text{ J}$$

$$\# \text{ años} = \frac{4 \times 10^{24}}{10^{20}} = 4 \times 10^4 \text{ años} = 40\,000 \text{ años}$$

Rpta.: D

6. En un calorímetro se mezclan 1 kg de hielo a -20°C con 1 kg de agua a 20°C . ¿Qué composición tiene la mezcla después del equilibrio térmico?

(C_{hielo} = 0,5 cal/g°C; C_{agua} = 1 cal/g°C; L_F = 80 cal/g)

- A) Agua: 1225 g ; Hielo: 775 g B) Agua: 1225 g ; Hielo: 805 g
C) Agua: 1125 g ; Hielo: 875 g D) Agua: 1115 g ; Hielo: 675 g
E) Agua: 1725 g ; Hielo: 975 g

Solución:

Para el hielo:

$$\Delta Q_1 = 1000 \times 0,5 \times 20 = 10\,000 \text{ cal}$$

$$\Delta Q_{\text{fusión}} = 1000 \times 80 = 80\,000 \text{ cal}$$

Para el agua:

$$\Delta Q_2 = -1000 \times 1 \times 20 = -20\,000 \text{ cal}$$

Masa de hielo fundido:

$$m = \frac{\Delta Q_1}{L_F} = \frac{10\,000}{80} = 125 \text{ g}$$

Composición final:

$$m_{\text{agua}} = 1000 + 125 = 1125 \text{ g}$$

$$m_{\text{hielo}} = 1000 - 125 = 875 \text{ g}$$

Rpta.: C

7. Un recipiente térmicamente aislado contiene 10 litros de agua a la temperatura de 80 °C. Se agrega cierto volumen de agua a 10 °C llegando la mezcla a la temperatura de equilibrio de 20 °C. ¿Cuál es la razón de la masa de agua caliente a la masa de agua fría?

(Cagua = 1 cal/g°C)

A) 1/3

B) 1/6

C) 1/5

D) 1/4

E) 1/2

Solución:masa de agua caliente: $m_1 = 10\,000$ gramos

$$\Delta Q_{\text{perdido}} = (10 \times 10^3)(1)(20 - 80)^\circ\text{C} = -600 \times 10^3 \text{ cal}$$

$$-\Delta Q_{\text{perdido}} = \Delta Q_{\text{ganado}}$$

$$600 \times 10^3 = m_2(1)(20 - 10) \Rightarrow m_2 = 60 \text{ kg}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{10 \text{ kg}}{60 \text{ kg}} = \frac{1}{6}$$

Rpta.: B

Química

EJERCICIOS DE CLASE

1. La materia se puede presentar en forma de mezcla, por ejemplo, el agua embotellada, sistema que contiene iones sodio, magnesio, calcio, bicarbonato, entre otros. La pintura posee partículas dispersas de hidróxido de calcio en el agua como solvente. El jugo de frutas es un sistema que puede sedimentar en el tiempo (fibra de fruta). Al respecto, indique el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.
- I. La solución es un sistema disperso cuyo soluto tiene un menor tamaño que las micelas de un coloide.
 - II. El ácido clorhídrico es una solución, la pintura es un coloide y el jugo de piña es una suspensión.
 - III. Las suspensiones son sistemas dispersos y clasificados como mezclas heterogéneas, debido a presentar mínimo dos fases.
- A) VVV B) VFV C) FVV D) VFF E) FFV

Solución:

- I. **Verdadero.** La solución tiene partículas de diámetro menos a 1 nm (nanómetro), los coloides tienen solutos de mayor tamaño (menor a 100 nm).
- II. **Verdadero.** El ácido clorhídrico es una mezcla que contiene iones H^+ , iones Cl^- en un medio acuoso, $HCl_{(ac)}$. La pintura es un coloide (no sedimenta), contiene solutos de mayor tamaño que la solución. El jugo de piña sedimenta en el tiempo, entonces, es una suspensión.
- III. **Verdadero.** Las suspensiones presentan diferentes fases visibles y precipitan en el tiempo. Son clasificados como mezcla heterogénea, debido a que son inmiscibles o insolubles entre si.

Rpta.: A

2. Se presenta la solubilidad KNO_3 en función de la temperatura

Temperatura (C°)	20 C°	40 C°	60 C°	80 C°
Solubilidad ($\frac{\text{gramos } KNO_3}{100 \text{ gramos } H_2O}$)	25	55	90	150

Al respecto, determine la cantidad de iones potasio que se presenta disuelto cuando se satura en 500 gramos de agua a una temperatura de 60°C.

Dato: P.F. $KNO_3 = 101 \text{ g/mol}$

- A) $2,67 \times 10^{24}$ B) $2,12 \times 10^{24}$ C) $2,82 \times 10^{25}$ D) $1,32 \times 10^{25}$ E) $1,67 \times 10^{24}$

Solución:

Tomando en cuenta la tabla solubilidad a determinada temperatura, tenemos:

A 60°C, la solubilidad es 90 gramos de KNO_3 disueltos en 100 gramos de agua.

Para 500 g H_2O , tenemos:

$$500 \text{ g H}_2\text{O} \left(\frac{90 \text{ g KNO}_3}{100 \text{ g H}_2\text{O}} \right) = 450 \text{ g KNO}_3$$

Por otro lado, el peso fórmula del KNO_3 es 101 g $\text{KNO}_3 = 1 \text{ mol de KNO}_3 = 1 \text{ mol K}^+$

$$450 \text{ g KNO}_3 \left(\frac{1 \text{ mol K}^+}{101 \text{ g KNO}_3} \right) \left(\frac{6 \times 10^{23} \text{ iones K}^+}{1 \text{ mol K}^+} \right) \\ = 2,67 \times 10^{24} \text{ iones K}^+ \text{ disueltos}$$

Rpta.: A

3. Un recipiente contiene 100 mililitros de solución de ácido sulfúrico al 98% en masa, dicha solución tiene una densidad igual a 1,84 g/mL, determine los miliequivalentes de ácido contenidos en dicha solución.

Dato: P.F. $\text{H}_2\text{SO}_4 = 98 \text{ g/mol}$

Considere: $\text{H}_2\text{SO}_4 = 2 \text{ equivalentes/mol}$

A) $3,68 \times 10^3$
D) $7,36 \times 10^3$

B) $3,68 \times 10^5$
E) $7,36 \times 10^6$

C) $1,34 \times 10^4$

Solución:

Volumen = 100 mililitros

$$\left(\frac{98 \text{ g H}_2\text{SO}_4}{100 \text{ g solución}} \right) = 98\% \text{ masa}$$

$$\left(\frac{1,84 \text{ g solución}}{100 \text{ mL solución}} \right) = \text{Densidad de solución}$$

$$1 \text{ mol H}_2\text{SO}_4 = 2 \text{ equivalentes}$$

$$100 \text{ mL solución} \left(\frac{1,84 \text{ g solución}}{1 \text{ mL solución}} \right) = 1,84 \times 10^2 \text{ g solución}$$

$$1,84 \times 10^2 \text{ g solución} \left(\frac{98 \text{ g H}_2\text{SO}_4}{100 \text{ g solución}} \right) \left(\frac{1 \text{ mol H}_2\text{SO}_4}{98 \text{ g H}_2\text{SO}_4} \right) = 1,84 \times 10^0 \text{ mol H}_2\text{SO}_4$$

$$1,84 \times 10^0 \text{ mol H}_2\text{SO}_4 \left(\frac{2 \text{ equivalentes}}{1 \text{ mol H}_2\text{SO}_4} \right) \left(\frac{1 \text{ m eq}}{10^{-3} \text{ eq}} \right) = 3,68 \times 10^3 \text{ miliequivalentes (m eq)}$$

Rpta.: A

4. En cierta reunión se obsequia un whisky para una celebración, esta presenta 46% volumen de etanol. Si se consume 50 mililitros del contenido de la botella de whisky, determine las mol de etanol presentes en dicho volumen.

Datos: P.F. etanol = 46 g/mol
Densidad de etanol = 0,78 g/mL

- A) 0,39 B) 0,68 C) 0,17 D) 0,95 E) 0,73

Solución:

Volumen de whisky = 50 mL

$$\% \text{ Volumen} = \left(\frac{46 \text{ mL etanol}}{100 \text{ mL solución}} \right)$$

$$50 \text{ mL} \left(\frac{46 \text{ mL etanol}}{100 \text{ mL solución}} \right) = 23 \text{ mL etanol}$$

$$23 \text{ mL etanol} \left(\frac{78 \text{ g etanol}}{100 \text{ mL etanol}} \right) = 17,94 \text{ g etanol}$$

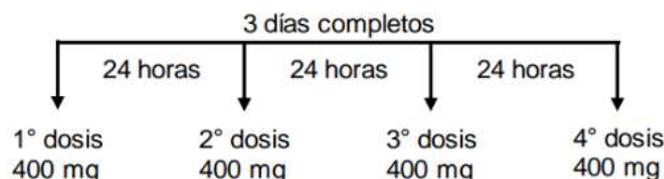
$$17,94 \text{ g etanol} \left(\frac{1 \text{ mol etanol}}{46 \text{ g etanol}} \right) = 0,39 \text{ mol etanol}$$

Rpta.: A

5. En un estudio farmacológico se evalúa la acción del ciprofloxacino en adultos. La dosis recomendada para dicho estudio es 400 miligramos al día (24 horas) por vía intravenosa. Para 3 días completos de tratamiento, determine la alternativa que contenga el volumen de los viales y las mol de ciprofloxacino, consumidos en total durante el tratamiento, respectivamente.

Datos: P.F. ciprofloxacino = 330 g/mol
Cada vial de 100 mL contiene 200 mg ciprofloxacino

- A) 800 mL – $4,8 \times 10^{-3}$ mol B) 200 mL – $2,4 \times 10^{-2}$ mol
 C) 400 mL – $1,2 \times 10^{-3}$ mol D) 800 mL – $3,6 \times 10^{-2}$ mol
 E) 400 mL – $4,8 \times 10^{-4}$ mol

Solución:

$$4 \text{ dosis} \left(\frac{400 \text{ mg ciprofloxacino}}{1 \text{ dosis}} \right) = 1600 \text{ mg ciprofloxacino}$$

Volumen: 1 vial = 100mL contiene 200 mg

$$1600 \text{ mg} \left(\frac{1 \text{ vial}}{200 \text{ mg}} \right) \left(\frac{100 \text{ mL solución}}{1 \text{ vial}} \right) = 800 \text{ mL}$$

1 mol ciprofloxacino = 330 gramos ciprofloxacino

$$4 \text{ dosis} \left(\frac{400 \text{ mg ciprofloxacino}}{1 \text{ dosis}} \right) \left(\frac{10^{-3} \text{ g}}{1 \text{ mg}} \right) \left(\frac{1 \text{ mol}}{330 \text{ g}} \right) = 4,8 \times 10^{-3} \text{ mol ciprofloxacino}$$

Rpta.: A

6. Las soluciones pueden contener iones disueltos que pueden ser utilizadas en productos elaborados por la industria farmacéutica, por ejemplo, las siguientes soluciones:

Diagram showing two cylindrical containers. Container (a) is labeled "80 Litros" and contains "NaCl_(ac) 0,10 M". Container (b) is labeled "20 Litros" and contains "KCl_(ac) 0,05 M".

Al respecto, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. En la solución (a) que contiene NaCl encontramos 8×10^3 miliequivalentes.
- II. Si se desea preparar 10 litros de KCl 0,025 M se necesita 5 litros de la solución (b).
- III. Al mezclar las soluciones (a) y (b) obtenemos una mezcla con una concentración de Cl⁻¹ igual a 9×10^{-2} M

- A) VVV B) VFV C) FFV D) FVF E) VVF

Solución:

I. Verdadero.

$$80 \text{ L} \left(\frac{0,1 \text{ mol NaCl}}{1 \text{ L}} \right) \left(\frac{1 \text{ eq}}{1 \text{ mol}} \right) \left(\frac{1 \text{ m eq}}{10^{-3} \text{ eq}} \right) = 8 \times 10^3 \text{ m eq}$$

II. Verdadero.

$$10 \text{ L} \left(\frac{0,025 \text{ mol KCl}}{1 \text{ L}} \right) = 0,25 \text{ mol KCl}$$

$$5 \text{ L} \left(\frac{0,05 \text{ mol KCl}}{1 \text{ L}} \right) = 0,25 \text{ mol KCl}$$

III. **Verdadero.** (Volumen Total = 100 litros)

$$80 \text{ L} \left(\frac{0,1 \text{ mol}}{1 \text{ L}} \right) = 8 \text{ mol Cl}^{-1}$$

$$20 \text{ L} \left(\frac{0,05 \text{ mol}}{1 \text{ L}} \right) = 1 \text{ mol Cl}^{-1}$$

$$\text{Concentración} = \left(\frac{9 \text{ mol}}{100 \text{ L}} \right) = 9 \times 10^{-2} \text{ M}$$

Rpta.: A

7. En un laboratorio de análisis químico se estudia la reacción realizada por el permanganato (MnO_4)⁻¹ como agente oxidante, la ecuación química es la siguiente:



Al respecto, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones

- I. En 158 gramos de KMnO_4 hay 5 equivalentes.
- II. Según la ecuación, en 10 equivalentes se liberan 5 mol de cloro gaseoso.
- III. Una solución de 100 mL de volumen, KMnO_4 0,2M presenta una concentración de 1,0 normal.

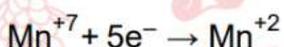
Dato: P.F. $\text{KMnO}_4 = 158 \text{ g/mol}$

- A) VVF B) VFV C) FFV D) FVF E) VVV

Solución:

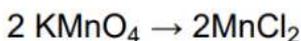
I. **Verdadero.**

$$1 \text{ mol KMnO}_4 = 158 \text{ g KMnO}_4$$



$$1 \text{ mol KMnO}_4 = 158 \text{ g KMnO}_4 = 5 \text{ equivalentes}$$

II. **Verdadero.**



$$10 \text{ equivalentes} = 5 \text{ mol Cl}_2$$

III. **Falso.**

$$100 \text{ L} = 0,1 \text{ L y } 0,2 \text{ M (molar)}$$

$$0,1 \text{ L} \left(\frac{0,2 \text{ mol KMnO}_4}{1 \text{ L}} \right) \left(\frac{5 \text{ eq}}{1 \text{ mol}} \right) = 0,2 \frac{\text{eq}}{\text{L}} = 0,2 \text{ N}$$

Rpta.: A

8. El consumo de vitamina C es importante para el tratamiento de diversas enfermedades. Considerando el consumo de 16 limones durante un día y el volumen de sangre de una persona adulta es igual a 5 litros. Determine el rendimiento de absorción de vitamina C, si la concentración en sangre de dicho soluto después del consumo de los limones es igual a $80 \frac{\text{umol}}{\text{L}}$.

Datos: P.F. vitamina C = 176 g/mol

1 limón = 25 mg vitamina C

Considerar: $\frac{16}{176} = 0,09$; $\frac{8}{45} = 0,177$

- A) 17,7 B) 35,4 C) 1,77 D) 3,54 E) 53,1

Solución:

Cantidad de limones consumidos = 16 limones

1 limón = 25 mg vitamina C

1 mol vitamina C = 176 g vitamina C

$$16 \text{ limones} \left(\frac{25 \text{ mg vit C}}{1 \text{ limón}} \right) \left(\frac{10^{-3}}{1 \text{ mg}} \right) \left(\frac{1 \text{ mol}}{176 \text{ g}} \right) \left(\frac{1 \text{ umol}}{10^{-6} \text{ mol}} \right) = 2,25 \times 10^3 \text{ umol de vitamina C}$$

Considerando que esta cantidad está disuelta en el volumen de 5 litros de sangre, tenemos:

$$\frac{2,25 \times 10^3 \text{ umol}}{5 \text{ litros}} = 450 \frac{\text{umol}}{\text{L}}$$

La concentración medida en sangre después del consumo es $80 \frac{\text{umol}}{\text{L}}$, determinamos el rendimiento:

$$80 \frac{\text{umol}}{\text{L}} \left(\frac{100\%}{450 \frac{\text{umol}}{\text{L}}} \right) = 17,7\%$$

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Los sistemas dispersos son mezclas que contienen uno o varios solutos en un solvente, se clasifican según el tamaño de las partículas dispersas en soluciones, coloides y suspensiones. Al respecto, indique el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. Las partículas dispersas de un coloide son de menor tamaño que el soluto de una solución.
- II. Las soluciones y los coloides son sistemas dispersos homogéneos debido a que presentan una fase en su sistema.
- III. El aire es una solución, la niebla es un coloide y el jugo de fresa es una suspensión.

- A) FVF B) FFV C) VVV D) VFF E) VVF

Solución:

- I. **Falso.** Las partículas de un coloide (mayores a 1 nm) son de menor tamaño que las partículas de una solución (menores a 1 nm).
- II. **Falso.** Las soluciones son sistemas dispersos homogéneos, en tanto que los coloides y las suspensiones son sistemas dispersos heterogéneos.
- III. **Verdadero.** El aire es una solución (N_2 y O_2), la niebla es un coloide (partículas de agua dispersas en el aire) y el jugo de fresa es una suspensión.

Rpta.: B

2. Se disuelve 16 gramos de NaOH en cantidad suficiente de agua para formar 200 mililitros de solución, determine la molaridad y normalidad de dicha solución, respectivamente.

Dato: $\bar{M}(\text{g/mol}) : \text{NaOH} = 40$

- A) 0,6 y 1,2 B) 1,2 y 0,6 C) 1,2 y 1,2 **D) 2,0 y 2,0** E) 2,4 y 1,2

Solución:

Datos: $m_{\text{sto}} = 16 \text{ gramos}$ $V_{\text{sol}} = 200 \text{ mL} = 0,2 \text{ L}$

$$M = \frac{n_{\text{sto}}}{V_{\text{sol}}} = \frac{m_{\text{sto}}}{\bar{M}_{\text{sto}} \times V_{\text{sol}}} = \frac{16 \text{ gNaOH}}{(40 \text{ g/mol})(0,2 \text{ L})} = 2 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

Relación de equivalencia en el NaOH: 1 eq NaOH / mol

$$2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 1 \frac{\text{eq}}{\text{mol}} = 2 \frac{\text{eq}}{\text{L}}$$

Rpta.: D

3. Se prepara 20 gramos de hidróxido de sodio, luego se adiciona agua y se obtiene una mezcla homogénea con una concentración de 505 ppm, siendo su densidad igual a 1,01 g/mL. Determine el valor de la concentración, expresada en porcentaje en masa.

Dato: 1 ppm = 1 mg/L

- A) 0,02 B) 0,04 **C) 0,05** D) 0,03 E) 0,01

Solución:

Concentración en ppm a mg/L:

$$505 \text{ ppm} = \left(\frac{505 \text{ mg NaOH}}{1 \text{ L solución}} \right)$$

Densidad de solución: (unidad que relaciona la masa con respecto a su volumen)

$$\text{Densidad} = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}} = \left(\frac{1,01 \text{ gramos solución}}{1 \text{ mL solución}} \right)$$

$$\left(\frac{505 \text{ mg NaOH}}{1 \text{ L solución}} \right) \left(\frac{1 \text{ mL solución}}{1,01 \text{ gramos solución}} \right) \left(\frac{10^{-3} \text{ L solución}}{1 \text{ mL solución}} \right) \left(\frac{10^{-3} \text{ gramos NaOH}}{1 \text{ mg NaOH}} \right)$$

$$\left(\frac{5 \times 10^{-4} \text{ gramos NaOH}}{1 \text{ gramo solución}} \right)$$

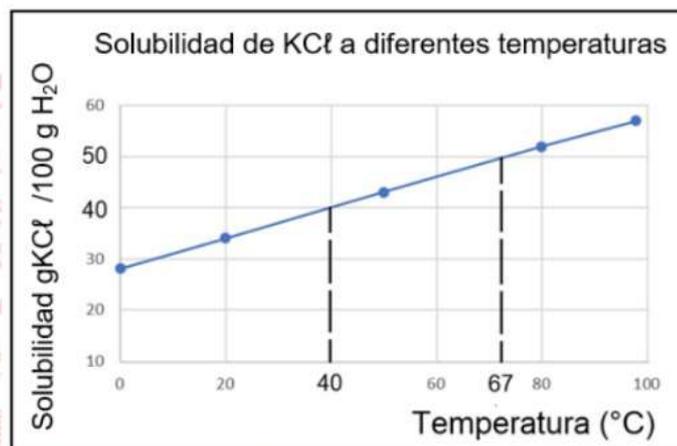
Determinando el % en masa, entonces:

$$\% \text{masa} = \frac{\text{masa de soluto}}{\text{masa de solución}} \times 100\%$$

$$\left(\frac{5 \times 10^{-4} \text{ gramos NaOH}}{1 \text{ gramo solución}} \right) \times 100\% = 5 \times 10^{-2} \% \text{ masa de NaOH}$$

Rpta.: C

4. En la siguiente gráfica se muestra la solubilidad del cloruro de potasio (KCl) en agua (gramos KCl/100 gramos H₂O).



Cuando la solución que contiene 400 gramos de solvente, se calienta desde 40°C hasta 67°C, determine la masa, en gramos, de KCl que se solubiliza en el proceso.

- A) 40 B) 20 C) 10 D) 60 E) 80

Solución:

Se tiene una masa de solvente igual a 400 gramos H₂O, entonces evaluamos los gramos de soluto que se disuelven desde una disolución saturada a 40°C (40 gramos de KCl por cada 100 gramos de agua) hasta 67°C:

Para cada 100 gramos de agua desde 40°C hasta 67°C, tenemos un incremento de solubilidad de 10 gramos de KCl, entonces una masa de 400 gramos de agua, la masa de KCl que se solubiliza adicionalmente será 40 gramos.

Rpta.: A

5. Una bebida alcohólica (contiene etanol como soluto) se obtiene mezclando Vodka y Tequila. Si se dispone de 1000 mililitros de Tequila al 44 %W/V y 1000 mililitros de Vodka 28%W/V. Determine la concentración molar de etanol, en la mezcla final (considere volúmenes aditivos).

Dato: PF. etanol = 46 g/mol

- A) 1,7 B) 7,8 C) 4,5 D) 2,9 E) 3,7

Solución:

$$V_{sol1} \times \% \frac{W}{V}_{sol1} + V_{sol2} \times \% \frac{W}{V}_{sol2} = V_{sol3} \times \% \frac{W}{V}_{sol3}$$

$$(1000 \text{ mL}) \left(44 \% \frac{W}{V} \right) + (1000 \text{ mL}) \left(28 \% \frac{W}{V} \right) = (2000 \text{ mL}) \left(\% \frac{W}{V} \right)_{sol3}$$

$$\% \frac{W}{V}_{sol3} = 36 \% \frac{W}{V}$$

$$\left(\frac{36 \text{ gramos de etanol}}{100 \text{ mL bebida alcohólica}} \right)$$

Dato del problema: 1 mol etanol = 46 gramos de etanol

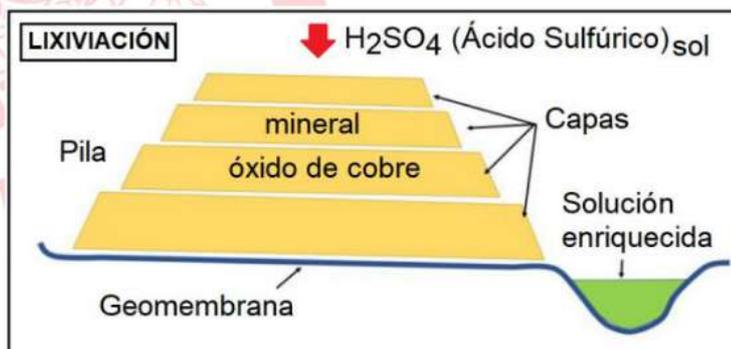
$$\left(\frac{36 \text{ gramos de etanol}}{100 \text{ mL bebida alcohólica}} \right) \left(\frac{1 \text{ mol etanol}}{46 \text{ gramos etanol}} \right) \left(\frac{1 \text{ mL bebida alcohólica}}{10^{-3} \text{ Litros}} \right)$$

$$\frac{7,8 \text{ mol etanol}}{1 \text{ Litro}} = 7,8 \text{ M}$$

Rpta.: B

6. El gráfico corresponde a un proceso químico conocido como lixiviación, realizado en minerales de cobre (óxidos). Para ello, se dispone de 400 litros de volumen de una solución de H_2SO_4 (ac) 0,5 molar y se mezcla con una solución de volumen 200 litros de H_2SO_4 (ac) 2,0 molar, determine la concentración, en unidades de normalidad, de la solución resultante que será usado en el proceso de lixiviación.

Dato: Considerar el $\text{H}_2\text{SO}_4 = 2 \text{ eq/mol}$



- A) 3,0 B) 4,0 C) 2,0 D) 1,0 E) 5,0

Solución:

a) En la mezcla de disoluciones, se cumple:

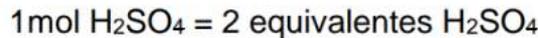
moles de soluto 1 + moles de soluto 2 = moles de soluto final

$$M_1 \times V_1 + M_2 \times V_2 = M_F \times V_F$$

$$0,5 \text{ M} \times 400 \text{ L} + 2 \text{ M} \times 200 \text{ L} = (X) \text{ M} \times (400 + 200) \text{ L}$$

Luego: $X = 1 \text{ mol/L} = 1 \text{ M}$

b) En el H_2SO_4 se cumple en solución acuosa:



La concentración final es 1,0 molar, entonces:

$$\left(\frac{1 \text{ mol } H_2SO_4}{1 \text{ Litro}} \right) \left(\frac{2 \text{ equivalentes } H_2SO_4}{1 \text{ mol } H_2SO_4} \right) = \frac{2 \text{ equivalentes } H_2SO_4}{1 \text{ Litro}} = 2 N$$

Rpta.: C

Biología

EJERCICIOS DE CLASE

1. Durante la disección de un pez óseo, Juan examina el cerebro, notando una organización peculiar. El cerebro anterior exhibe dos hemisferios cerebrales, el cerebelo se encuentra en la parte posterior y el mesencéfalo ocupa la región media. ¿A qué tipo de sistema nervioso correspondería esta organización?
- A) Sistema nervioso ganglionar
 B) Sistema nervioso encefálico
 C) Sistema nervioso radial
 D) Sistema nervioso reticular
 E) Sistema nervioso difuso

Solución:

Los peces óseos presentan un sistema nervioso encefálico caracterizado por un cerebro anterior con dos hemisferios, un cerebelo posterior y el mesencéfalo en la región media. Por lo tanto, la organización descrita corresponde a un sistema nervioso de tipo encefálico.

Rpta.: B

2. En una práctica de fisiología, Luis midió la velocidad de conducción del impulso nervioso en un axón mielínico, obteniendo un valor de 120 m/s. Posteriormente, repitió la medición en un axón amielínico, encontrando una velocidad de 0.5 m/s. ¿A qué se debe esta diferencia de velocidades entre ambos axones?
- A) Diferente diámetro de los axones
 B) Distinto potencial de membrana en reposo
 C) Mayor número de canales iónicos en el axón mielínico
 D) Presencia de nódulos de Ranvier en el axón mielínico
 E) Menor resistencia eléctrica del axón amielínico

Solución:

Los axones mielínicos conducen el impulso nervioso de manera más rápida que los axones amielínicos gracias a la mielina que envuelve segmentos del axón, formando los nódulos de Ranvier. Esto permite la conducción saltatoria del impulso nervioso, acelerando su velocidad.

Rpta.: D

6. El profesor de ciencias desafía a la clase a identificar las estructuras clave que participan en el enfoque de la imagen en el ojo humano mediante un esquema. Los estudiantes deben comprender la interacción de estas estructuras para lograr una visión nítida, por lo tanto, ellos deberían señalar

A) nervio óptico y mácula. B) retina y coroides. C) iris y córnea.
D) cristalino y córnea. E) retina y cristalino.

Solución:

El cristalino y la córnea son estructuras fundamentales para enfocar la imagen sobre la retina. El cristalino modifica su curvatura para enfocar objetos cercanos y lejanos, mientras que la córnea realiza un primer enfoque de la luz que ingresa al ojo.

Rpta.: D

7. En un laboratorio, Pablo colocó un preparado histológico de piel humana bajo el microscopio y observó unas terminaciones nerviosas encapsuladas que pueden responder al calor y presión continua. Nos referimos a los corpúsculos de

A) Pacini. B) Ruffini. C) Meissner.
D) Krause. E) Golgi.

Solución:

Los corpúsculos de Ruffini son receptores nerviosos dérmicos que responden a estímulos de calor, presión continua de objetos. Se encuentran en la dermis profunda, encapsulados y son de adaptación lenta.

Rpta.: B

8. Al observar una muestra al microscopio, Rosa se encuentra con un corte histológico en el cual identifica células con numerosas prolongaciones que generan una intrincada red de comunicación. Entonces se trata de un corte histológico de

A) médula ósea. B) músculo estriado. C) piel.
D) epitelio intestinal. E) cerebro.

Solución:

La descripción corresponde a las neuronas que se observan en un corte histológico de cerebro, las cuales presentan prolongaciones dendríticas y axónicas que forman conexiones entre ellas.

Rpta.: E

9. Juan sufrió un accidente que le produjo una lesión en la parte posterior del cerebro. Como consecuencia, presenta dificultad para reconocer los objetos que observa y problemas para identificar colores. Lo más probable es que Juan tenga una lesión en el

A) tálamo. B) cerebelo. C) lóbulo frontal.
D) lóbulo occipital. E) lóbulo temporal.

Solución:

El lóbulo occipital contiene la corteza visual, responsable del procesamiento e interpretación de la información visual. Una lesión en esta área produce alteraciones en el reconocimiento de objetos y colores.

Rpta.: D

10. Un grupo de científicos investiga la función esencial que permite, al sistema nervioso, recibir señales del medio y coordinar respuestas de los órganos mediante mecanismos eléctricos y químicos. ¿Cuál será la función a que se hace referencia?

- A) Función excretora
 B) Función de relación
 C) Función de reproducción
 D) Función de nutrición
 E) Función de desarrollo

Solución:

La principal función del sistema nervioso es la función de relación, recibiendo y respondiendo a estímulos para coordinar con los demás órganos.

Rpta.: B

11. El neurotransmisor GABA causa hiperpolarización de la membrana plasmática, dificultando la generación de potenciales de acción. Para lograr ello, el neurotransmisor, al ser liberado en la hendidura sináptica,

- A) debe dirigirse al torrente sanguíneo para ubicar a sus células blanco.
 B) debe ingresar a la neurona continua a través del transporte activo.
 C) actúa sobre la membrana presináptica impidiendo la acción neuronal.
 D) se une a sus receptores específicos en la membrana postsináptica.
 E) degrada la vaina de mielina para impedir la conducción saltatoria.

Solución:

Los neurotransmisores son liberados al espacio sináptico, luego los receptores específicos ubicados en la membrana post sináptica reconocen y reaccionan con el neurotransmisor. El neurotransmisor GABA causa hiperpolarización e inhibición neuronal, lo que hace más difícil la generación del potencial de acción.

Rpta.: D

12. Indira, una bailarina, comienza a experimentar mareos y desequilibrios al realizar giros. Se sospecha que hay una alteración en las estructuras del oído ¿Cuál es el componente específico que estaría involucrado en esta situación?

- A) Cóclea
 B) Canales semicirculares
 C) Trompa de Eustaquio
 D) Caracol
 E) Vestíbulo

Solución:

Los canales semicirculares del oído interno regulan el equilibrio. Estos canales semicirculares, llenos de líquido y calcificaciones, desempeñan un papel crucial al enviar señales al sistema nervioso central sobre la posición de la cabeza.

Rpta.: B

13. Andrea, presenta dificultades respiratorias y alteraciones en los latidos cardiacos, por lo que la llevan de emergencia al hospital. El equipo médico sospecha que hay una afectación en una región cerebral específica. Identifica el área responsable para abordar el problema.

- A) Tálamo
D) Protuberancia
- B) Hipotálamo
E) Parietal
- C) Cerebelo

Solución:

La protuberancia o puente de Varolio contiene centros reflejos que controlan funciones como la respiración y los latidos cardíacos.

Rpta.: D

14. En el intrigante mundo del sistema nervioso central, un grupo especial de células despliega un papel crucial. Estas, además de eliminar residuos y restos celulares por fagocitosis, secretan factores neurotróficos y moléculas antiinflamatorias. ¿Cuál de ellas lidera esta misión?

- A) Oligodendrocitos
D) Células de Schwann
- B) Ependimocitos
E) Microglías
- C) Astrocitos

Solución:

La microglía son células fagocíticas encargadas de eliminar residuos tóxicos y restos celulares en el sistema nervioso central, también despliegan factores neurotróficos y moléculas antiinflamatorias.

Rpta.: E

15. Durante la disección de un encéfalo humano, el profesor le pide a Diana que señale dos estructuras, una relacionada con el procesamiento somatosensorial y otra con el procesamiento del lenguaje. Diana debería señalar el

- A) tálamo y lóbulo parietal.
C) lóbulo temporal y tálamo.
E) mesencéfalo y lóbulo frontal.
- B) cerebelo y lóbulo occipital.
D) lóbulo parietal y lóbulo temporal.

Solución:

El lóbulo parietal procesa información somatosensorial, mientras que el lóbulo temporal está involucrado en el procesamiento del lenguaje.

Rpta.: D