



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA
CENTRO PREUNIVERSITARIO

SEMANA N.º 9

Habilidad Verbal



(VIDEOS)
TEORÍA Y
EJERCICIOS

SECCIÓN A

CONSISTENCIAL TEXTUAL II

I. LA INCOMPATIBILIDAD LITERAL

Los enunciados incompatibles son aseveraciones contrarias a lo planteado en la lectura. Este tipo de pregunta, en principio, busca que el alumno sea capaz de advertir las ideas que contradicen el desarrollo textual en distintos niveles, ya que los enunciados incompatibles pueden corresponderse con la idea principal, las ideas secundarias o, incluso, las ideas terciarias.

TEXTO 1

Existen personas que caen en la tela de araña de la mitomanía y hacen de la mentira su forma de vida, se convierten en mentirosos compulsivos. La mentira no nos resulta ajena, recurrimos a ella desde la infancia e incluso siendo adultos. Científicos de la Universidad de Massachusetts revelaron que el 60% de las personas mienten al menos una vez durante una conversación de diez minutos, caen en lo que se conoce como «mentiras esporádicas». Sin embargo, detrás de la costumbre de mentir compulsivamente no siempre se esconde el deseo de obtener algo o evitar un castigo, el mitómano suele mentir sin tener un motivo válido, por compulsión. Esa tendencia a mentir compulsivamente puede colocarlo en situaciones ridículas o llevarle a inventar historias insostenibles. ¿Las mentiras pueden brindar cierto grado de placer al mitómano? Saber que cada mentira implica un nivel de riesgo genera una descarga de adrenalina que actúa a nivel cerebral como recompensa y fortalece la respuesta mitómana, cerrando así un círculo vicioso.

Por otro lado, los mitómanos podrían tener una amígdala menos reactiva ante los comportamientos deshonestos. Investigadores del University College de Londres descubrieron que cuando mentimos por primera vez para ganar algo, se produce una gran activación de la amígdala, la cual se encarga de producir sentimientos negativos que nos hacen sentir mal y limitan el alcance de la mentira. Sin embargo, a medida que seguimos mintiendo, esa activación va decreciendo. Recientemente neurocientíficos de la Universidad de California del Sur también hallaron que el cerebro de los mentirosos compulsivos es ligeramente diferente de quienes suelen decir la verdad: tiene hasta un 26% más de sustancia blanca en la corteza prefrontal.

La sustancia blanca interviene en la transmisión de información, por lo que estos investigadores consideran que un mayor volumen implicaría una mayor capacidad

cognitiva para procesar las mentiras y manipular. De hecho, en algunos casos las historias que cuentan los mitómanos están muy bien hilvanadas y resultan creíbles, ya que contienen un gran nivel de detalles, lo que denota que la persona ha estado procesando cuidadosamente esa información.

Linares, R. (14 de octubre 2021). Mitomanía: la mentira como forma de vida. El prado psicólogos.
<https://www.elpradopsicologos.es/blog/mitomania-mitomano-mentiroso-compulsivo/> (Texto editado)

1. Es incompatible con el desarrollo textual aseverar que los mitómanos

- A) son personas que no dicen la verdad solo por sentir satisfacción.
- B) advierten, en ciertos momentos, la necesidad de decir la verdad.
- C) mienten por un impulso vehemente, sin tener algún fundamento.
- D) pueden idear circunstancias poco probables, así como creíbles.
- E) son rigurosos a la hora de construir ideas que parecen certeras.

Solución:

El texto afirma que los mitómanos mienten con un impulso intenso que le genera deleite. Por ello, no cabe la posibilidad de que ellos usen las verdades como parte de sus argumentos.

Rpta.: B

2. Resulta inconsistente con la lectura aseverar que los investigadores de la Universidad de

- A) College de Londres encontraron la relación que existe entre los mentirosos compulsivos con una parte del cerebro que es denominada amígdala.
- B) California del Sur descubrieron que los cerebros de los mitómanos difieren, mínimamente, de los cerebros de las personas que dicen la verdad.
- C) Massachusetts manifestaron que más de 50 % de las personas dicen como mínimo una mentira en un lapso de diez minutos cuando entablan un diálogo.
- D) California del Sur revelaron que la cantidad de sustancia blanca que tiene el cerebro de los mentirosos compulsivos es igual a los que no mienten.
- E) Massachusetts informaron que el 60 % de individuos incurren a las «mentiras esporádicas», ya que mienten poco en un tiempo corto de una charla.

Solución:

El autor del texto asevera que los científicos de la Universidad de California del Sur manifestaron que los cerebros de los mitómanos tienen más cantidad de sustancia blanca que los cerebros de las personas que dicen la verdad.

Rpta.: D

3. Es incompatible afirmar que la amígdala

- A) es la encargada de causar sentimientos de culpa cuando aquella está muy activa.
- B) limita a que la gente no mienta más cuando aquella se activa con gran intensidad.
- C) tiene una carente reacción frente a una conducta engañosa por parte del mitómano.
- D) presenta una mayor activación en personas que recién comienzan a decir mentiras.
- E) empieza a aumentar su activación cuando las personas constantemente engañan.

Solución:

El texto afirma que la activación de la amígdala comienza a descender cuando los individuos mienten repetitivamente.

Rpta.: E

4. Es inconsistente afirmar que las personas mienten a partir de la adolescencia, ya que
- A) algunos empiezan entrando a la adultez.
 - B) ellos lo hacen desde la etapa de la niñez.
 - C) aquellos dicen la verdad desde la infancia.
 - D) algunos intentan practicarlo en la senectud.
 - E) ellos son honestos desde esa etapa de vida.

Solución:

El texto asevera que las personas han mentido desde que eran unos niños.

Rpta.: B**II. LA INCOMPATIBILIDAD INFERENCIAL**

La incompatibilidad inferencial se define como el marco informativo contrario al texto, pero que se desprende de las premisas de este. En tal sentido, se busca que el alumno supere el marco de ideas literales y se permita reconstruir información adicional que niegue algunas de las ideas del texto; es decir, el discente debe sustentarse en el desarrollo del texto para definir la plausibilidad de la información discordante que se desprende del texto.

TEXTO 2

Fue su espíritu independiente, más que su coquetería, lo que las convirtió en heroínas populares. Su indumentaria estaba compuesta por la saya, una especie de falda que cubría desde la cintura a los pies, la camisa, el manto y el chal. Solo una parte de su cuerpo quedaba sin cubrir: un ojo. Las «tapadas» limeñas nada tenían que ver con el puritanismo. Con sus vestidos ceñidos aparecían provocativas y sensuales, de forma que desafiaban las ideas tradicionales sobre la subordinación de la mujer. De esta forma, nadie podía saber quién se ocultaba tras el atavío.

El anonimato aseguraba libertad y, por tanto, impunidad para las transgresiones. Las autoridades civiles y religiosas intentaron una y otra vez, sin ningún éxito, suprimir aquella práctica perturbadora. El Tercer Concilio Limense, celebrado entre 1582 y 1583, prohibió que las mujeres, durante las procesiones religiosas, se asomaran a la ventana con el rostro cubierto. El virrey Diego Fernández de Córdoba protagonizó, en 1624, una nueva tentativa de suprimir el vestuario de las tapadas, tan fallida como todas las demás. En su exposición de motivos lamentaba que aquellas mujeres provocaran molestias en los actos religiosos: «Turban e inquietan la asistencia y devoción de los templos y de las procesiones».

En consecuencia, las que se saltaran su disposición serían castigadas de acuerdo con su estamento social. Las nobles perderían el manto con el que se cubrían y pasarían diez días en la cárcel. En el caso de las plebeyas, el período de reclusión sería de un mes. A finales del siglo XVII, el poeta andaluz Juan del Valle y Caviedes insistía en la

misma crítica: «Son víboras insolentes que a la herejía asemejan cuando, cubiertas del velo, pierden el de la vergüenza». Las vestimentas resistieron hasta bien entrado el siglo XIX, cuando el éxito de la moda francesa convirtió en obsoletos sus ropajes.



Martínez, F. (18 de enero del 2022). La "tapada" limeña, un icono erótico cubierto de la cabeza a los pies. La Vanguardia. <https://www.lavanguardia.com/historiayvida/edadmoderna/20220118/7967285/tapadas-limenas-mujeres-libres-anonimato.html> (Texto editado)

1. Es inconsistente sostener con el texto que las «tapadas» limeñas

- A) sufrieron discriminación por el virrey Diego Fernández.
- B) fueron insultadas por el poeta español Juan Del Valle.
- C) enfrentaban a las autoridades civiles como religiosas.
- D) mantuvieron la rudimentaria hasta fines del siglo XIX.
- E) mostraban coquetería y libertad con sus vestimentas.

Solución:

El texto argumenta que los atavíos de las «tapadas» limeñas, que se usaron hasta los principios del siglo XIX, fueron reemplazadas por la ropa de moda que llegaba desde Francia.

Rpta.: D

2. Es incompatible con el texto aseverar que los castigos para las que incumplen la propuesta hecha por el virrey Fernández de Córdoba

- A) eran totalmente desiguales solo por pertenecer a estratos sociales diferentes.
- B) afectaban a la libertad por un lapso de treinta días, solamente, a las plebeyas.
- C) fueron irrelevantes para ellas, ya que a fin y al cabo nunca fueron legalizadas.
- D) intentaron persuadir a las mujeres para desistir en utilizar dicha indumentaria.
- E) eran perdonados solo a la nobleza, si esta ofrecía una retribución económica.

Solución:

El autor del texto asevera que el Virrey Fernández de Córdoba manifiesta que aquellas mujeres que usen sus atuendos en ceremonias religiosas serán castigadas con privación de la libertad, según su condición social. Y no eran eximidas por factores monetarios.

Rpta.: E

3. Es incompatible con la imagen y el texto sostener que la indumentaria de las «tapadas» limeñas
- A) muestran decoraciones en algunas partes; en otras, no hay bordados.
 - B) tienen diferentes ejemplares de falda como la ceñida o acampanada.
 - C) permiten exaltar la silueta de sus cuerpos como forma de coquetería.
 - D) estaban prohibidas usarlas de colores por resultar muy provocativas.
 - E) mantienen en anonimato a ellas, ya que el manto esconde el rostro.

Solución:

Tanto la imagen como el texto señalan que la vestimenta de las «tapadas» ostentaban sensualidad. En la imagen, los colores forman parte de su atuendo y de su seducción.

Rpta.: D

4. Es falso afirmar que el Tercer Concilio Limense
- A) intentó frenar que las «tapadas» sigan usando los mantos que cubrían sus caras.
 - B) fue realizado a finales del siglo XVI por las autoridades eclesiásticas de la Iglesia.
 - C) quiso perjudicar a las «tapadas» limeñas elaborando diferentes normas religiosas.
 - D) pretendió eliminar las «costumbres revoltosas» que tenían las «tapadas» limeñas.
 - E) dejó participar a las mujeres en las ceremonias religiosas con el semblante cubierto.

Solución:

El texto afirma que las autoridades religiosas hacían lo posible para suprimir el tipo de ropaje que usaban las «tapadas». El Concilio se sumó a ello, privando a las mujeres en observar el desfile religioso, desde su casa, cubierto con el manto.

Rpta.: E

TEXTO DE APLICACIÓN

TEXTO 3A

El uso de la tecnología en la educación no puede ser ignorada. La tecnología ha revolucionado la forma en que los profesores enseñan y los estudiantes aprenden al facilitar la manera en la que se transmite el conocimiento y la forma en la que este se adquiere. Además, se ha convertido en un aprendizaje más divertido y dinámico. Hace solo una década se utilizaba el tablero de tiza, luego se pasó al tablero de acrílico y ahora se están utilizando tableros inteligentes. Estos tableros permiten a los profesores enseñar y compartir conocimiento de muchas maneras posibles. La habilidad audio-visual de los computadores que incluye desde presentaciones de Power Point hasta software animados está siendo usada para presentar información de manera interactiva y dinámica.

Además, el uso de proyectores, micrófonos y parlantes permite a los profesores llegar a un número masivo de estudiantes de manera inmediata. Todas estas herramientas aumentan los niveles de concentración de los estudiantes y los llevan a mejorar el nivel de atención frente al contenido. Es necesario recalcar que Internet **jugó** un rol determinante en la educación de hoy en día; al ser una inmensa fuente de

información, los estudiantes lo ven como una herramienta efectiva para adquirir conocimiento; no solo encuentran todo tipo de información de manera rápida y fácil, sino que ahora las clases lo reciben desde la comodidad de sus casas.

Collazos, A. (10 de febrero del 2014). Tecnología educativa: los pro de usarlas en espacios escolares. *Revista Educación Virtual*. <https://revistaeducacionvirtual.com/archives/755> (Texto editado)

TEXTO 3B

Los usos generales de la tecnología en la educación, por ejemplo, comunicación, entretenimiento y habilidad, para hacer las cosas más fáciles y rápidas, puede convertirse en uno de los obstáculos en el salón de clase. Los dispositivos tecnológicos son distractores para los estudiantes y, por ello, el motivo de su mal aprendizaje. Varios de ellos como los celulares, juegos móviles, aplicaciones y, en general navegar por internet lo son. Además, el uso de los teléfonos celulares, para mandar mensajes, por ejemplo, aumenta drásticamente la falta de concentración entre compañeros. Gracias a los dispositivos tecnológicos los estudiantes pueden obtener buenas notas sin el mayor esfuerzo haciendo búsquedas rápidas para resolver cualquier tipo de problema.

La tecnología hizo que el fraude se convirtiera en una acción muy simple de hacer como nunca antes había ocurrido, al punto de que hay una probabilidad muy baja de ser atrapado. Por ejemplo, a los estudiantes se les permite usar la calculadora en un examen para sus operaciones matemáticas; sin embargo, en ella pueden obtener todas las fórmulas para que puedan resolver el examen fácilmente. Otro de los escenarios que se pueden presentar es que los estudiantes tomen una foto de su tarea con sus celulares inteligentes y la envíen a sus amigos a través de mensajería instantánea para que puedan copiar.

Gordillo, M. (15 de abril del 2022). Reflexiones sobre la educación tecnológica. *Revista Iberoamericana de Educación*. <https://rieoei.org/historico/documentos/rie28a01.htm> (Texto editado)

1. El texto trata sobre

- A) los usos de la tecnología en el campo educativo secundario y universitario.
- B) los beneficios de las herramientas tecnológicas para docentes y discentes.
- C) las causas y consecuencias por la utilización de instrumentos tecnológicos.
- D) las ventajas y desventajas del uso de la tecnología en el sistema educativo.
- E) las capacidades e ineptitudes de los alumnos por el manejo de la tecnología.

Solución:

Los textos señalan que existen pro y contra en usar la tecnología en el ámbito de la educación. Así, el texto 3A fundamenta las ventajas que se puede obtener; mientras el texto 3B argumenta las desventajas en utilizarlas.

Rpta.: D

2. En el texto 3A el sinónimo del verbo JUGAR es

- A) resolver.
- B) encontrar.
- C) obedecer.
- D) desempeñar.
- E) observar.

Solución:

El término, semánticamente, expresa el cumplimiento que tuvo en el ámbito educativo.

Rpta.: D

3. Es incompatible con el texto 3B aseverar que los dispositivos tecnológicos
- A) son la causa de un rendimiento académico bajo en los estudiantes.
 - B) ayudan a que los alumnos investiguen asuntos de manera rigurosa.
 - C) hacen que los estudiantes adquieran calificaciones muy favorables.
 - D) libran a los estudiantes de toda dificultad en beneficio de sus notas.
 - E) afectan la atención de los educandos cuando manipulan los móviles.

Solución:

El texto afirma que los estudiantes buscan información de una manera simple y rápida frente a dificultades para obtener calificaciones positivas.

Rpta.: B

4. Se deduce del texto 3A que el uso de internet actualmente
- A) ha dejado sin efecto las consultas que se hacían físicamente.
 - B) ha sido proficuo exclusivamente para propósitos académicos.
 - C) ha llevado a que la educación se desarrolle de manera virtual.
 - D) ha resultado contraproducente para el estudiante disciplinado.
 - E) ha causado que los estudiantes aprueben todas sus materias.

Solución:

El autor señala que el internet ayudó a innovar la forma tradicional del sistema educativo, implantando diferentes aparatos tecnológicos. De esta manera, los estudiantes pueden usarlo de manera favorable e incluso sin ir de manera física a clases.

Rpta.: C

5. Si los discentes tienen celulares sin cámara, entonces
- A) ellos podrían buscar muchas otras formas de enviar las tareas a sus compañeros.
 - B) algunos tendrían la oportunidad de estar más concentrado en las clases virtuales.
 - C) aquellos decidirían en ser más responsables y cumplir con la tarea honestamente.
 - D) ellos exigirían a sus padres la adquisición de un nuevo dispositivo de alta calidad.
 - E) aquellos carecerían la posibilidad de auxiliar a sus amistades a plagiar las tareas.

Solución:

El texto asevera que los estudiantes con celulares que tienen cámara, toman fotos de sus tareas y los mandan a otros compañeros que no lo hicieron para poder ayudarlos.

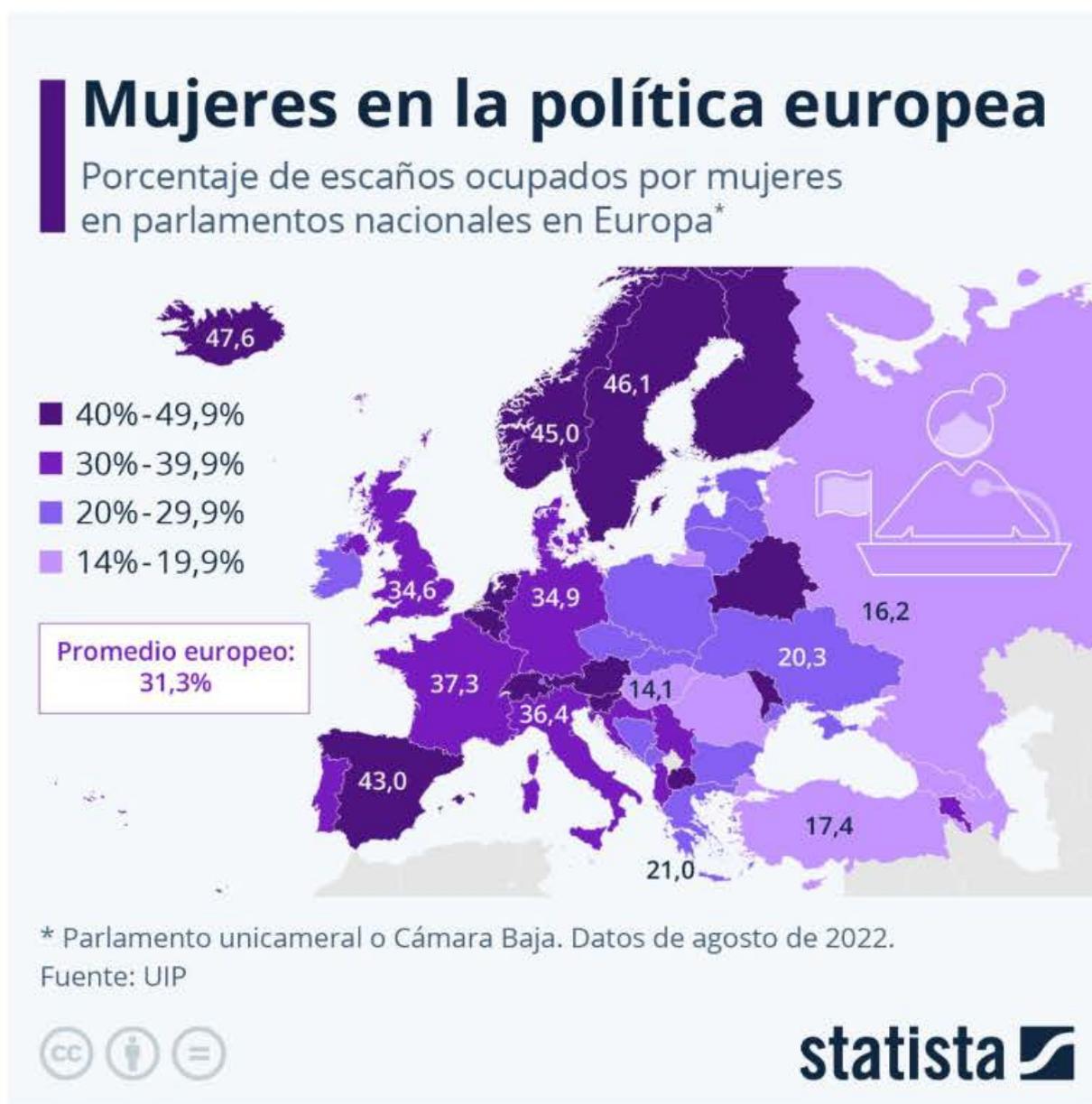
Rpta.: E

SECCIÓN B

TEXTO 1

Liz Truss es oficialmente la nueva primera ministra del Reino Unido desde el 5 de septiembre de 2022, luego de la dimisión de Boris Johnson. Truss se impuso al exministro de Finanzas, Rishi Sunak, por 81 326 votos contra 60 399 en la elección interna de un nuevo líder del Partido Conservador, lo que la convirtió en la tercera mujer en ocupar el cargo de jefa de Gobierno del Reino Unido, tras Margaret Thatcher y Theresa May.

Ante esta noticia nos **planteamos**: ¿cómo es el panorama europeo de la participación de las mujeres en la política? Según los datos más recientes de la Unión Interparlamentaria (UIP), el promedio europeo de la proporción de mujeres en las cámaras bajas o únicas de los parlamentos nacionales alcanzó un 31,3% en agosto de este año.



Melo, M. F. (12 de septiembre de 2022). Participación de la mujer en la política europea. *Statista*.
<https://es.statista.com/grafico/28212/porcentaje-de-escaños-ocupados-por-mujeres-en-parlamentos-nacionales-en-europa/>

1. ¿Cuál es el tema central de la lectura?
- A) Cifras sobre la participación femenina en la política europea reciente
 - B) Los porcentajes históricos de la participación femenina en política
 - C) Guarismos acerca de la presencia de las mujeres políticas europeas
 - D) Porcentajes sobre el panorama europeo de la participación femenina
 - E) La evolución de la participación de las mujeres en la política europea

Solución:

El texto expone los porcentajes de mujeres que participan en política en Europa, en 2022.

Rpta.: A

2. El verbo PLANTEAR connota
- A) admonición.
 - B) testimonio.
 - C) experimento.
 - D) admiración.
 - E) indagación.

Solución:

El verbo plantear refiere a la interrogación que se propone el autor, o sea, cuáles son las cifras de la participación de las mujeres en la política europea, lo cual lo ha motivado a investigar.

Rpta.: E

3. Se infiere de la imagen que la participación de las mujeres en la política
- A) los países del Mediterráneo tienen cifras muy preocupantes.
 - B) tiende a ser menos afianzada en los países europeos centrales.
 - C) España tiene la mejor posición de los países cerca del Atlántico.
 - D) Inglaterra ha escalado posiciones debido a la elección de Truss.
 - E) está más consolidada en los países europeos septentrionales.

Solución:

Los países nórdicos e Islandia presentan los mejores porcentajes de participación femenina en la política de Europa.

Rpta.: E

4. Es incompatible con la lectura en general sostener que la participación de la mujer en la política europea es homogénea, ya que
- A) países europeos orientales tienden a tener cifras bajas a diferencia de países europeos occidentales.
 - B) los países nórdicos deben tener una alta tasa de participación femenina en las diversas esferas políticas.
 - C) Islandia es el país que presenta el mejor porcentaje de participación de las mujeres en la política.
 - D) los países africanos deben presentar porcentajes muy bajos sobre la participación femenina en política.
 - E) Hungría presenta el porcentaje más bajo de participación femenina en política con exactamente 14%.

Solución:

Los porcentajes que se exponen reflejan la participación de las mujeres en la política de Europa, y son cifras heterogéneas, pues hay países con mejores porcentajes, por ejemplo, España, a diferencia de países como Hungría.

Rpta.: A

5. Si Liz Truss no hubiese sido elegida primera ministra del Reino Unido, entonces

- A) este país hubiese dejado de ser un país ejemplar sobre las mujeres en política.
- B) Reino Unido tendría un porcentaje muy semejante al de la República de Irlanda.
- C) la participación femenina en la política de ese país seguiría siendo una realidad.
- D) la participación femenina en política en Inglaterra habría sufrido una baja notable.
- E) las mujeres de dicho país deberían revelarse ante el sistema machista opresor.

Solución:

Antes de Liz Truss, ya hubo dos mujeres que llegaron a ser primeras ministras del Reino Unido. Así que la participación de las mujeres en dicho país ya es una realidad.

Rpta.: C**TEXTO 2****TEXTO A**

La domótica es la automatización de una vivienda o edificación para aportar servicios de gestión energética, seguridad, bienestar y comunicación, y que pueden estar integrados por medio de redes interiores y exteriores de comunicación, cableadas o inalámbricas, y cuyo control se puede realizar desde dentro y fuera del hogar.

Podemos programar todos los aparatos para que se enciendan o apaguen en el momento necesario. El control domótico de la iluminación y climatización controla la gestión del 70% del consumo energético. Es posible garantizar que todas las luces de la vivienda estén apagadas y que la temperatura de referencia de la climatización esté en modo ahorro cuando no haya nadie en la casa. Al ir a dormir, se automatiza el apagado de luces y persianas y el cambio a la temperatura de referencia para la noche. La detección de presencia o no en cada zona de la vivienda puede activar otras políticas de ahorro. Lo que produce efectos en la economía doméstica y contribuye a ser más ecológicos.

En un hogar domótico, podemos detectar incendios, intrusos, fugas de gas o un escape de agua. Podemos ver todo lo que pasa desde cualquier lugar a través de cámaras y simular presencia con el encendido y apagado de luces a distancia.

El sistema domótico consta de un conjunto de sensores que monitoriza los hábitos de vida del usuario, por ejemplo, el tiempo que permanece en la cama o en el baño, si toma medicamentos o no, etc. Los parámetros obtenidos por esos sensores configuran un perfil que se almacena en un servidor central **supervisado** por profesionales sociosanitarios las 24 horas del día.

Cardete, R. (25 de enero de 2018). Pros y contras de la domótica. CEAC. <https://www.ceac.es/blog/pros-y-contras-de-la-domotica>

TEXTO B

La domótica nos ofrece la oportunidad de instalar sistemas automatizados e inteligentes dentro de cualquier espacio. Esto nos permite facilitar la gestión de ciertas funciones en el hogar, como el control de la climatización durante las diferentes estaciones o realizar el riego del jardín. Muchas de las comodidades que habías imaginado, estarán a tu alcance a través de la instalación de un servicio domótico en tu domicilio. Pero como dice el famoso refrán: «No todo lo que brilla es oro».

Para disponer de esta clase de servicios y realizar un uso correcto, debemos contar con ciertos conocimientos para garantizar un buen funcionamiento del sistema domótico. Así, se requiere obligatoriamente de un aprendizaje y asesoramiento profesional a la hora de querer utilizar la domótica.

Por otro lado, el importe final dependerá de los objetivos y funciones que deseemos controlar, así como de las dimensiones de la vivienda. Por ejemplo, si el espacio ya está construido, el precio del sistema domótico puede ser más elevado ante la necesidad de realizar obras y modificaciones.

Además, el sistema puede congestionarse y, consecuentemente, se pueden **ralentizar** las distintas tareas para el control de los aparatos y suministros de la vivienda. Al encontrarse tantos sistemas integrados y trabajando al mismo tiempo, es normal que cualquier dispositivo baje en rendimiento, como ocurre cuando abrimos muchas páginas en el ordenador y lo saturamos.

Ventajas e inconvenientes de la domótica: Todo lo que tienes que saber. (07 de enero de 2021).

PENTADOM. Edificios Inteligentes. <https://pentadom.com/ventajas-e-inconvenientes-de-la-domotica/>

1. Principalmente, en el texto en general se expone

- A) los diversos beneficios que presentan las casas domóticas hoy en día.
- B) un disenso sobre las consecuencias de implementar un hogar domótico.
- C) las claras desventajas de poner en práctica la domótica en los hogares.
- D) las varias opiniones acerca de la domótica como muestra de modernidad.
- E) las ventajas e inconvenientes de la tecnología inteligente de la actualidad.

Solución:

En el texto, se exponen opiniones divididas acerca de las consecuencias benéficas o perjudiciales de llevar a cabo una casa domótica.

Rpta.: B

2. En el texto A, el término SUPERVISAR connota _____; en el texto B, el término RALENTIZAR connota _____.

- | | |
|-----------------------------|----------------------------|
| A) consejo; impedimento | B) tratamiento; dilatación |
| C) custodiar; lentificación | D) seguimiento; dificultad |
| E) demostración; retardo | |

Solución:

En los hogares domóticos, se recogen datos para establecer un perfil del habitante; así, especialistas médicos pueden hacerle un seguimiento. Las múltiples tareas que se ejecuta en un hogar domótico pueden ocasionar frenar la fluidez del sistema, por lo que esto representa un problema.

Rpta.: D

3. A partir del último párrafo del texto A, se colige que alguien podría objetar que

- A) todos los perfiles almacenados podrían ser de suma importancia para el país.
- B) la seguridad fallará cuando haya severas dificultades en el suministro eléctrico.
- C) si alguien quiere atenderse en el médico tendrían que llamarles telefónicamente.
- D) se podría estar invadiendo la privacidad de los habitantes de casas domóticas.
- E) el consumo de energía eléctrica podría ser el principal problema de la domótica.

Solución:

Debido a que se forma un perfil con todas las conductas de los habitantes de las casas domóticas, y más aun que esta información puede ser supervisada, alguien podría oponerse debido a que se estaría vulnerando la privacidad de la persona dentro de su hogar.

Rpta.: D

4. Resulta incompatible afirmar que entre ambos textos hay una falta total de consenso, porque,

- A) en ambos textos, se coincide en cómo la domótica apoya a la seguridad.
- B) en el texto A, se expone una patente oposición a las casas domóticas.
- C) en el texto B, se reconocen algunos beneficios de las casas domóticas.
- D) en el texto B, se reconoce la necesidad de aprender a usar la domótica.
- E) en el texto A, se destaca el ahorro producto de los sistemas domóticos.

Solución:

En el texto B, se comienza la exposición señalando algunos beneficios de los hogares domóticos, lo cual coincide con lo expuesto en el texto A.

Rpta.: C

5. Si una investigación demostrara que, en efecto, las casas domóticas suponen, a futuro, un verdadero ahorro económico para sus habitantes, entonces

- A) el Estado empezaría a construir casas domóticas porque estas dejarían de presentar inconvenientes totalmente.
- B) el argumento de un elevado gasto inicial en la construcción de casas domóticas expuesto en el texto B se vería refutado.
- C) seguiría habiendo rechazo a la construcción de casas domóticas cuando se trate de modificar las casas ya construidas.
- D) la argumentación expuesta a lo largo del texto B sería completamente invalidada a la luz de los datos de la investigación.
- E) todas las casas domóticas ostentarían exactamente las mismas características en sus sistemas y en la comodidad de las mismas.

Solución:

Uno de los argumentos expuestos en el texto B se refería al elevado gasto en la implementación de casas domóticas, pero esto no parte de una visión a futuro.

Rpta.: B

TEXTO 3

Pensar en la adolescencia es pensar en problemas como alcohol, mal humor, **abuso** de las nuevas tecnologías y redes sociales por horas y horas, primeras relaciones sexuales, drogas, embarazos no deseados, peleas... Es pensar en una etapa complicada que los adultos difícilmente recordamos y raramente entendemos.

Los avances científicos de la neurociencia ayudan a comprender cómo los y las adolescentes llevan a cabo el proceso de toma de decisiones. Quizás, el resultado más significativo sea que lo hacen con un cerebro que está aún desarrollándose, es decir, que no tiene completamente adquiridas todas sus competencias. Y eso puede llevarlos a cometer errores.

Durante la adolescencia, se afrontan multitud de situaciones que exigen tomar decisiones: probar algo nuevo, acercarse a otra persona que nos resulta atractiva o transgredir una regla establecida por la familia. En todas estas decisiones entran en juego dos zonas del cerebro que aún están en desarrollo y en momentos muy diferentes.

Por un lado, el sistema mesolímbico, encargado entre otras cosas de regular el sistema de recompensas. Este sistema refuerza la repetición de conductas que causan placer —como ir de fiesta con amigos con quienes lo pasas bien—, o conductas de supervivencia —como beber agua cada cierto tiempo o en días de mucho calor—. La activación del sistema mesolímbico está mediada en parte por la producción hormonal. Por eso durante la adolescencia su activación es muy alta. Por otro lado, interviene el córtex prefrontal, encargado de las funciones ejecutivas, es decir, de la regulación de los impulsos y el autocontrol. Una de sus funciones es valorar las consecuencias de un comportamiento. El córtex prefrontal, sin embargo, se encuentra en pleno desarrollo durante los años adolescentes.

Viejo, C., y Toledano Fernández, N. (19 de septiembre de 2022). ¿Quién entiende a los adolescentes? *The Conversation*. <https://theconversation.com/quien-entiende-a-los-adolescentes-187486>

1. El texto es fundamentalmente una presentación de
- A) las relaciones entre la conducta y la maduración del sistema nervioso de los adolescentes.
 - B) la multitud de situaciones que exigen que los adolescentes tengan que tomar decisiones importantes para su vida.
 - C) la forma como el sistema mesolímbico se encarga de regular el sistema de recompensas para reforzar conductas.
 - D) las decisiones acertadas y mayormente desacertadas con las que tienen que lidiar los adolescentes.
 - E) las bases orgánicas que explican el porqué de la calidad de las decisiones de los adolescentes.

Solución:

Principalmente, en el texto se presenta la razón de por qué los adolescentes suelen tomar decisiones desacertadas, y esto ocurre porque toman decisiones con un cerebro que recién está desarrollándose.

Rpta.: E

SECCIÓN C

PASSAGE 1

LaMDA is short for *Language Model for Dialog Application*. In other words, it is a machine learning language model that is specifically designed to generate natural dialogue. Machine learning methods permit computers to **discover** patterns and relationships in data. So, for example, you can “train” a machine-learning algorithm such as GPT-3 (another pioneering system) on all of the works of Shakespeare and then have it generate new original texts that read like Shakespeare.

As Sundar Pichai (CEO of Google) explains in an interview with Yahoo Finance, LaMDA is a system that is different because it is been trained on dialogue specifically. The intent is to give Google’s systems the ability to engage in human-like open-ended dialogue with users.

In other words, people asking Google products for specific things do not have to change how they think or speak. They can interact with the computer system in the same way that they would interact with another person.

Butler, S. (2022). What Is Google’s LaMDA AI, and Why Does a Google Engineer believe It’s Sentient?. How-To Geek. Retrieved from <https://www.howtogeek.com/813427/what-is-googles-lamda-and-why-does-a-google-engineer-believe-its-sentient/> (Edited text).

TRADUCCIÓN

LaMDA es la abreviatura de *Language Model for Dialog Application*. En otras palabras, es un modelo de lenguaje de aprendizaje automático que está diseñado específicamente para generar un diálogo natural. Los métodos de aprendizaje automático permiten que las computadoras **descubran** patrones y relaciones en los datos. Entonces, por ejemplo, puede “entrenar” un algoritmo de aprendizaje automático como GPT-3 (otro sistema pionero) en todas las obras de Shakespeare y luego hacer que genere nuevos textos originales que se lean como Shakespeare.

Como explica Sundar Pichai (CEO de Google) en una entrevista con Yahoo Finance, LaMDA es un sistema diferente porque ha sido entrenado específicamente para el diálogo. La intención es dar a los sistemas de Google la capacidad de entablar un diálogo abierto similar al humano con los usuarios.

En otras palabras, las personas que solicitan productos de Google para cosas específicas no tienen que cambiar su forma de pensar o hablar. Pueden interactuar con el sistema informático de la misma manera que lo harían con otra persona.

1. The main intention of the author is to
 - A) distinguish language from that of systems such as LaMDA.
 - B) show the advances of Sundar Pichai, the creator of LaMDA.
 - C) illustrate how LaMDA recreates the writing of Shakespeare.
 - D) advertise an AI that easily interacts with Google customers.
 - E) give an explanation of the functions performed by LaMDA.

Solution:

The main purpose of the reading is to show how LaMDA works. In other words, an explanation of its principal functions.

Answer: E

2. According to the passage, the word DISCOVER implies

- A) sense. B) fragment. C) work. D) learning. E) spot.

Solution:

When the computer DISCOVERS patterns and relationships in data, it is LEARNING from them.

Answer: D

3. It can be inferred that machine learning language models

- A) are exclusive to the company Google.
B) can learn at most about 100 sentences.
C) require another AI to function properly.
D) can be trained for different purposes.
E) are unable to write like Vargas Llosa.

Solution:

LaMDA is specifically trained to generate natural dialogue. That means that other machine learning language models could be useful for different purposes.

Answer: D

4. According to the author's point of view, it is inconsistent to argue that LaMDA

- A) hardly creates messages similar to that of humans.
B) is short for Language Model for Dialog Application.
C) can interact with clients in open-ended dialogues.
D) is the object of interest to Pichai, CEO of Google.
E) shares elements with machine learning methods.

Solution:

The passage explains that LaMDA is specifically designed to generate human-like messages and it generate texts that read like human writers.

Answer: A

5. If a Google customer interacted with LaMDA virtually

- A) he would never want to interact with humans in that context again.
B) he would probably expect to take some quotes from Shakespeare.
C) he would become a very loyal customer of the Google company.
D) he would not know the difference between it and talking to a human.
E) he would hesitate whether he is interacting with LaMDA or GPT-3.

Solution:

The passage says that LaMDA is specially trained to generate human-like dialogues. A normal person that interacted with LaMDA would not notice the difference between it and talking to a real person.

Answer: D**PASSAGE 2**

NASA is going back to the moon and it has the rocket to do it — the SLS. Meanwhile, Elon Musk and SpaceX are hard at work on their own giant Starship rocket, meant to one day bring humans to Mars. Despite their different goals, the SLS and Starship serve surprisingly similar purposes — even more surprising when you consider how NASA plans to use the Starship to land the astronauts on the Moon.

NASA **made history** in 1969 when Apollo 11 sent humans to the Moon in 1969. It hopes to do the same in 2025 when Artemis 3 sends the first woman and first person of color to the Moon. To do this, it is going to use a giant, under-development rocket known as the Space Launch System (SLS).

SpaceX has equally grand goals. The company is testing the Starship, a fully-reusable rocket capable of sending humans to the Moon, Mars, and beyond. But first, SpaceX plans to use the Starship to send Japanese billionaire Yusaku Maezawa and a crew of specially chosen passengers around the Moon. This mission was originally announced in 2018 with a 2023 launch date. However, the Starship has yet to complete an orbital test flight.

Brown, M. (2022). Nasa SLS vs Starship: size, launch price, thrust, and capabilities for the ambitious rockets. Inverse. Retrieved from <https://www.inverse.com/innovation/sls-vs-starship>

TRADUCCIÓN

La NASA regresará a la luna y tiene el cohete para hacerlo: el SLS. Mientras tanto, Elon Musk y SpaceX están trabajando arduamente en su propio cohete gigante Starship, destinado a algún día traer humanos a Marte. A pesar de sus diferentes objetivos, el SLS y Starship tienen propósitos sorprendentemente similares, incluso más sorprendentes cuando consideras cómo la NASA planea usar el Starship para enviar astronautas a la Luna.

La NASA **hizo historia** en 1969 cuando el Apolo 11 envió humanos a la Luna en 1969. Espera hacer lo mismo en 2025 cuando Artemis 3 envíe a la primera mujer y primera persona de color a la Luna. Para hacer esto, utilizará un cohete gigante en desarrollo conocido como Space Launch System (SLS).

SpaceX tiene objetivos igualmente elevados. La compañía está probando Starship, un cohete totalmente reutilizable capaz de enviar humanos a la Luna, Marte y más allá. Pero primero, SpaceX planea usar Starship para enviar al multimillonario japonés Yusaku Maezawa y una tripulación de pasajeros especialmente elegidos alrededor de la Luna. Esta misión se anunció originalmente en 2018 con una fecha de lanzamiento para 2023. Sin embargo, Starship aún tiene que completar un vuelo de prueba orbital.

1. What is the central topic of the passage?
- A) The main changes between SpaceX and Starship
 - B) A recount of the most significant space journeys
 - C) The first joint voyage of the SLS and the Starship
 - D) A plan led by NASA to go to the moon and Mars
 - E) The comparable purposes of NASA and SpaceX

Solution:

The passage highlights that despite their different goals, NASA and SpaceX have similar purposes.

Answer: E

2. Based on the passage, the phrase MADE HISTORY connotes
- A) transcendence.
 - B) evolution.
 - C) exquisiteness.
 - D) domination.
 - E) enlargement.

Solution:

When the passage says that NASA MADE HISTORY, it refers to a fact of great TRANSCENDENCE or IMPORTANCE.

Answer: A

3. About the Starship, we can infer that
- A) it will be incorporated into the NASA assignments in 2024.
 - B) it may be the first rocket to transport a woman to the moon.
 - C) there is still a reasonable time before it can travel to Mars.
 - D) it has a rocket under development generally known as SLS.
 - E) there are still serious doubts about its ability to reach space.

Solution:

The Starship needs to send Yusaku Maezawa around the Moon first to go Mars or beyond.

Answer: C

4. About the SLS, it is valid to say that
- A) it is the first rocket made by NASA.
 - B) it is being developed by SpaceX.
 - C) it will send people to Mars soon.
 - D) it never travelled to the moon.
 - E) it needs to be launched by 2023.

Solution:

The passage says that the SLS is a rocket under development. So, it has never been used.

Answer: D

5. If NASA were not interested in using the Starship for its own purposes
- A) that agency would reconsider transporting women and persons of color.
 - B) they would have no rocket available to deliver astronauts to the space.
 - C) it would be more difficult to affirm that it shares objectives with SpaceX.
 - D) Elon Musk would stop sending rockets like Starship to the deep space.
 - E) it would be essential to create the spacecrafts used in Apollo missions.

Solution:

The reason we observe in the passage about the link between NASA and SpaceX is NASA's use of Starship. So, if that did not exist, that link would be weaker.

Answer: C

Habilidad Lógico Matemática

EJERCICIOS DE CLASE

1. Carol tiene 36 esferas idénticas, en peso y tamaño en una urna no transparente; de las cuales 10 son negras, 8 son azules, 7 son blancas y 11 son verdes. ¿Cuántas esferas debe extraer al azar, como mínimo, para tener la certeza de haber extraído por lo menos 5 esferas de un color y por lo menos 5 esferas de otro color diferente?
- A) 25 B) 23 C) 22 D) 24 E) 21

Solución:

Peor caso = 11 verdes + 4 negras + 4 azules + 4 blancas + 1 = 24

Rpta.: D

2. Isabella tiene 90 bolos idénticos, en peso y tamaño en una urna no transparente; numerados del 1 al 90, sin repetir. ¿Cuántos bolos debe extraer al azar y como mínimo, para tener la certeza de haber extraído, un bolo cuya numeración sea un número primo de dos cifras?
- A) 71 B) 69 C) 79 D) 73 E) 75

Solución:

Los números primos de dos cifras menores a 90:

11;13;17;19;23;29;31;37;41;43;47;53;59;61;67;71;73;79;83;89.

Hay 20 números primos de dos cifras menores a 90.

Peor caso debe salir cualquiera de los otros números no primos: $(90 - 20) = 70$.

#mínimo de extracciones al azar y con certeza = $70 + 1 = 71$.

Rpta.: A

3. Mariana tiene 65 fichas idénticas, en peso y tamaño en una urna no transparente; de las cuales 5 fichas tienen impreso el número 1, 5 fichas el número 2, 5 fichas el 3, y así sucesivamente hasta las últimas 5 fichas que tienen impreso el número 13. ¿Cuántas fichas debe extraer al azar y como mínimo, sin reponerlas, para tener la certeza de haber extraído, dos fichas impresas con números de un dígito y que sumen 11?
- A) 44 B) 45 C) 46 D) 41 E) 36

Solución:

Dos fichas de un dígito que sumen 11: $2 + 9$; $3 + 8$; $4 + 7$; $5 + 6$

Peor caso = $\underbrace{1,2,3,4,5,10,11,12,13}_{5 \text{ fichas de cada uno}} + 1 = 5(9) + 1 = 46$

Rpta.: C

4. En una urna no transparente se tiene 10 bolos idénticos en peso y tamaño, numerados con letras y números, del 0 al 9; sin repetir. Si ya se extrajeron los bolos indicados en la figura, ¿cuántos bolos más se deben extraer al azar, como mínimo, para tener la certeza de haber extraído dos bolos que colocados en los círculos punteados cumplan con la operación mostrada?

- A) 7 B) 4 C) 6 D) 5 E) 8

Solución:

Casos en la que cumple la igualdad

Peor caso fichas adicionales extraídas: 0; 8; 2; 3; 5; más un bolo.
Por tanto, se debe extraer 6 fichas adicionales.

Rpta.: C

5. En una caja se tienen 5 cubos blancos y 5 negros; en otra se tienen 8 esferas negras y 7 blancas. Si el contenido de las dos cajas se hecha en una caja grande, ¿cuántos objetos se deberán extraer, como mínimo, para tener la certeza de haber extraído un cubo y una esfera del mismo color?

A) 11 B) 8 C) 9 D) 10 E) 7

Solución:

Primero extraer 1 cubo:

$$1c_n + 7e_b + 1e_n = 9 \quad \text{ó} \quad 1c_b + 8e_n + 1e_b = 10 \quad \text{entonces peor caso} = 10$$

Primero extraer 1 esfera:

$$1e_n + 5c_b + 1c_n = 7 \quad \text{ó} \quad 1e_b + 5c_n + 1c_b = 7 \quad \text{entonces peor caso} = 7$$

Lo mínimo es extraer primero 1 esfera y en el peor caso 7 extracciones.

Rpta.: E

6. Sergio sale de su casa entre las 7 y las 8 de la mañana con destino a su centro de estudio, cuando las agujas de su reloj de manecillas, forman por primera vez, dos ángulos cuyas medidas en grados sexagesimales están en relación de 1 a 7. Si el tiempo que demoró en llegar a su centro de estudio fue de 1 hora, ¿a qué hora llegó?

A) 7h 20 min B) 8h 30 min C) 8h 20 min D) 7h 30 min E) 8h 15 min

Solución:

$$\theta + 7\theta = 360 \Rightarrow \theta = 45$$

$$30(7) - \frac{11}{2}M = 45 \Rightarrow M = 30$$

$$\therefore 7:30 + 1 = 8:30$$

Rpta.: B

7. Cada mañana, Rosa sale de su casa para trabajar, justo en la hora que indica el reloj que muestra la figura. ¿A qué hora sale a trabajar Rosa?

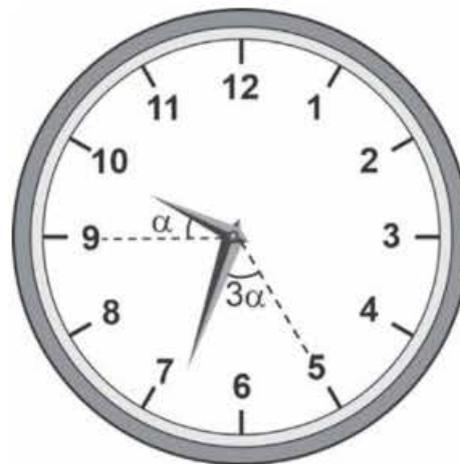
A) $9\text{h } 33\frac{2}{3}\text{min}$

B) 9h 33 min

C) $9\text{h } 34\frac{1}{3}\text{min}$

D) 9h 34 min

E) $9\text{h } 33\frac{1}{3}\text{min}$



Solución:

En la figura se tiene lo siguiente:

Del gráfico se observa lo siguiente:

Para el horario:

$$\alpha = \frac{x}{2} \quad (1)$$

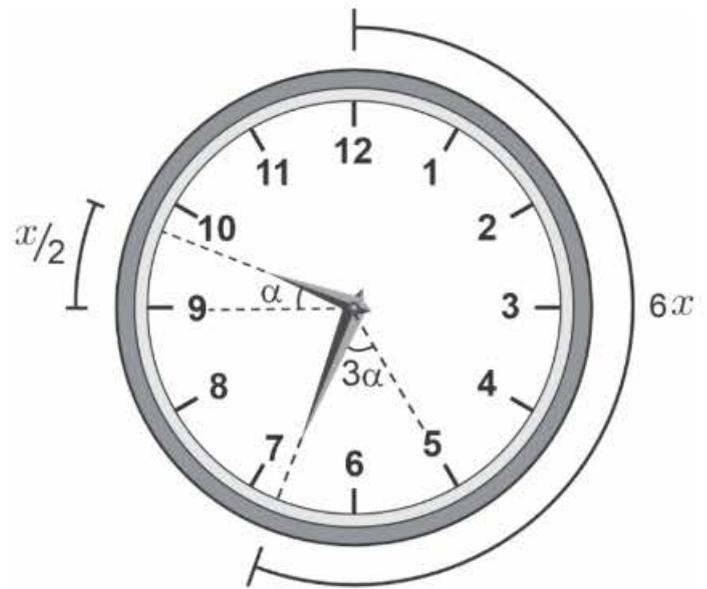
Para el minuterero:

$$150 + 3\alpha = 6x \quad (2)$$

Sustituyendo (1) en (2)

$$150 + \frac{3x}{2} = 6x \rightarrow x = \frac{300}{9} = 33\frac{1}{3}$$

Hora $9h\ 33\frac{1}{3}$ min



Rpta.: E

8. Omar, en la noche de un viernes, después de explicar a sus dos hijos el tema de cronometría, les dice lo siguiente: «En el reloj mostrado en este momento, el menor ángulo entre las manecillas del reloj es un valor entero en grados sexagesimales. Mathías, por ser el menor de mis hijos, iras a dormir cuando, en el reloj mostrado en este momento, la hora sea la menor posible; Miguel, por ser el mayor, vas a dormir cuando, en el reloj mostrado en este momento, la hora sea la mayor posible». Si en ambas situaciones se cumplió que el número de minutos es un número entero, ¿con cuánto tiempo de diferencia se fueron a dormir los hijos de Omar?

- A) 1 min
- B) 3 min
- C) 6 min
- D) 4 min
- E) 2 min



Solución:

Según el grafico mostrado el ángulo entre las manecillas es:

$$\theta^\circ = 30H - \frac{11}{2}M$$

Remplazando los valores:

$$\theta^\circ = 30(9) - \frac{11}{2}M$$

$2\theta^\circ = 540 - 11M$, de donde deducimos que M es par.

Nota: $0^\circ < \theta^\circ < 30^\circ$ además $45 \text{ min} < M < 50 \text{ min}$

Dando valores convenientes en:

$2\theta^\circ = 540 - 11M$ y para "M" valores únicamente pares

Para Mathias: $2\theta^\circ = 540 - 11(46)$, donde $\theta^\circ = 17^\circ$ y $M = 46 \text{ min}$

Para Miguel: $2\theta^\circ = 540 - 11(48)$, donde $\theta^\circ = 6^\circ$ y $M = 48 \text{ min}$

Por lo tanto, los hijos de Omar se fueron a dormir con una diferencia de 2 minutos.

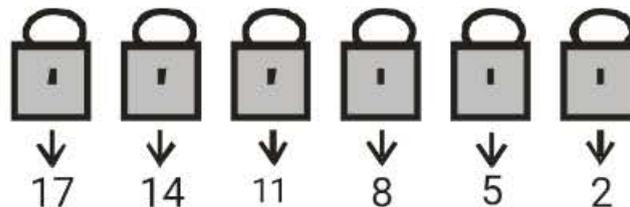
Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Pepita tiene 20 llaves parecidas de 6 candados distintos. Si a cada candado le corresponde solamente 3 llaves, ¿cuál es el número mínimo de veces que Pepita debe de insertar las llaves en los candados al azar, para hallar con seguridad, la que le corresponde a cada candado?
- A) 56 B) 55 C) 58 D) 57 E) 54

Solución:

Candados y número de pruebas con las llaves:



Número mínimo de veces: $17 + 14 + 11 + 8 + 5 + 2 = 57$.

Rpta.: D

2. Sergio, en una urna no transparente, tiene 40 bolos, idénticos en peso y tamaño, de los cuales 20 bolos son de color rojo y están numerados de 1 al 20, sin repetir; 20 bolos son de color negro y están numerados del 1 al 20, sin repetir. ¿Cuántos bolos debe extraer al azar y como mínimo, para tener la certeza de haber extraído, dos bolos de diferentes colores cuyas numeraciones se diferencien en 7?
- A) 27 B) 28 C) 22 D) 21 E) 24

Solución:

Parejas de bolos cuya diferencia sea 7:

20 y 13; 19 y 12; 18 y 11; 17 y 10; 16 y 9; 15 y 8; 14 y 7; 13 y 6; 12 y 5; 11 y 4; 10 y 3; 9 y 2; 8 y 1

Peor de los casos: se extraen de los dos colores 20,19,18,17,16,15,14,6,5,4,3,2,1 y uno más = 27 extracciones.

Rpta.: A

3. Camila tiene, en una urna no transparente, bolos de colores azul, rojo y verde, cada bolo de color entero y, de tal manera que el número de bolos azules es a los rojos como 5 es a 4 y el número de bolos rojos es a los verdes como 7 es a 6. Si para obtener con certeza un bolo de cada color, tuvo que realizar 190 extracciones al azar y como mínimo, ¿cuántos bolos azules más que los verdes hay?

A) 35 B) 25 C) 22 D) 33 E) 44

Solución:

Con los datos tenemos:

#bolos azules: $35k$

#bolos rojos: $28k$

#bolos verdes: $24k$

Pero caso para obtener un bolo de cada color: $35k + 28k + 1$

Por dato: $35k + 28k + 1 = 190 \Rightarrow k = 3$

Luego:

#bolos azules: $35(3) = 105$

#bolos verdes: $24(3) = 72$

Diferencia: 33.

Rpta.: D

4. Una encuestadora quiere entrevistar a un grupo de gente que escogerá al azar, con la condición de que se tenga 7 personas que cumplan años el mismo mes. ¿A cuántas personas, como mínimo deberá entrevistar?

A) 84 B) 72 C) 90 D) 85 E) 73

Solución:

Peor caso: 6(12 personas nacidas en diferentes meses) + 1 persona

Por tanto, número mínimo de personas que se deben entrevistar: 73.

Rpta.: E

5. Se tiene tres cajas rotuladas que indican el contenido de las mismas. Por ejemplo, en la primera caja hay 7 letras D azules y 8 letras D blancas y así para cada una de las demás cajas, tal como se muestra en la figura. ¿Cuántas letras deben extraerse, como mínimo, para tener la certeza de haber extraído letras del mismo color para poder escribir la palabra DOS?

- A) 18
- B) 15
- C) 17
- D) 14
- E) 16



Solución:

La estrategia, para obtener mínimo, es extraer primero de la primera caja:

Extraer 1 letra D azul de la 1° caja.

Extraer 7 letras O blancas de la 2° caja y 1 letra O azul.

Extraer 6 letras S blancas de la 3° caja.

Por último 1 letra S azul de la 3° caja.

Por tanto, total de extracciones con certeza: $1 + 8 + 6 + 1 = 16$

Rpta.: E

6. ¿A qué hora entre las 5h y las 6h, las manecillas de un reloj forman un ángulo de 70° por primera vez?

- A) $5h\ 14\frac{6}{11}min$
- B) 5h 14 min
- C) $5h\ 13\frac{7}{11}min$
- D) 5h 13 min
- E) $5h\ 13\frac{2}{11}min$

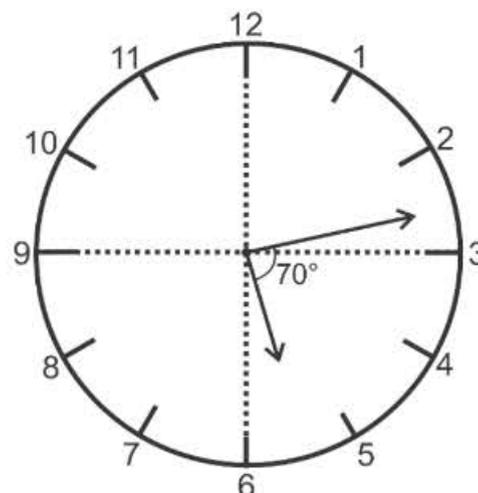
Solución:

$5h\ M\ min ; \alpha = 70^\circ$

$70 = 30(5) - \frac{11}{2} M$

$M = \frac{160}{11} = 14\frac{6}{11} min$

\therefore Son las $5h\ 14\frac{6}{11} min$



Rpta.: A

7. Néstor salió de su casa a trabajar después de las 7 h y antes de las 8 h, en el momento cuando el horario y el minuterero, de su reloj de manecillas, formaban un ángulo de 180° y regresó a su casa el mismo día, antes de las 18 h y después de las 17 h, cuando el horario y el minuterero, de su reloj, estaban superpuestos. Posteriormente él estuvo en su casa todo el resto del día. ¿Cuánto tiempo estuvo Néstor fuera de su casa?

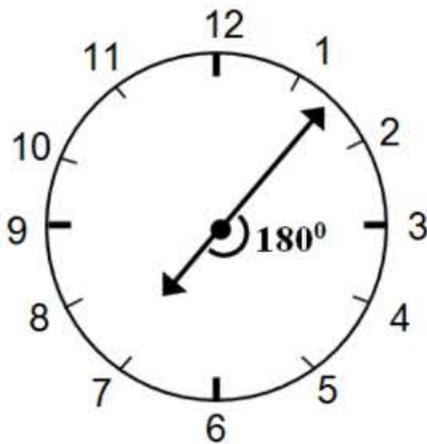
A) $9\text{h } 58\frac{5}{11}\text{min}$

B) 10h

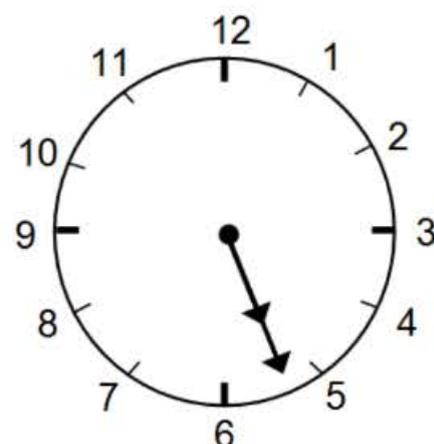
C) $10\text{h } 27\frac{3}{11}\text{min}$

D) 10h 3 min

E) $10\text{h } 21\frac{9}{11}\text{min}$

Solución:

Hora de salida: 7h: M min
 Luego:
 $180 = 30(7) - (11/2)M$
 $\Rightarrow M = 60/11$
 Hora de salida: 7h: $(60/11)$ min



Hora de llegada: 5 pm con N minutos
 En este caso $H = 5$ y # de minutos = N
 Luego:
 $0 = 30(5) - (11/2)N$
 $\Rightarrow N = 300/11$
 Hora de llegada: 17h: $(300/11)$ min

Néstor estuvo fuera de casa: $17\text{h } (300/11)\text{min} - 7\text{h } (60/11)\text{min} = 10\text{h } 21\frac{9}{11}\text{min}$

Rpta.: E

8. ¿A qué hora entre las 2 y 3 de la tarde, el minuterero, de un reloj de manecillas, se encuentra antes de la marca de las 8 y forma con esta última un ángulo cuya medida en número de grados sexagesimales es igual a doce veces la séptima parte del número de minutos que faltan para que sean las 3 de la tarde?

A) 2:34 p. m. B) 2:38 p. m. C) 2:40 p. m. D) 2:36 p. m. E) 2:32 p. m.

Solución:

Se debe cumplir en minutos:

$$40 = m + \frac{1}{6} \left(\frac{12}{7} (60 - m) \right)$$

$$40 \times 42 = 42m + 12(60 - m) = 30m + 12 \times 60$$

$$30m = 40 \times 42 - 12 \times 60$$

$$m = 4 \times 14 - 12 \times 2 = 32$$

La hora que cumple es: 2:32 p.m.

Rpta.: E

Aritmética

EJERCICIOS DE CLASE

1. Un profesor de aritmética, durante el desarrollo de su clase, recibe 4 intervenciones de los 4 primeros alumnos de su lista, y estas fueron:

I. Alejandro expresó que $0,50 = 0,4_{(9)}$

II. Bryan afirmó que $0,321_{(5)} = 0,688$

III. Cristell mencionó que si $0,27 - x = 0,12$, entonces $x = 0,05$

IV. Darío concluyó que si $0,\widehat{ab}_{(7)} = \frac{2}{7} + \frac{6}{7^2}$, entonces $b - a = 4$

¿Cuántas intervenciones son verdaderas?

- A) 2 B) 1 C) 4 D) 3 E)

Solución:

I. $0,50 = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$; $0,4_{(9)} = \frac{4}{9} = \frac{1}{2}$ (V)

II. $0,123_{(5)} = \frac{123_{(5)}}{1000_{(5)}} = \frac{38}{125}$; $0,304 = \frac{304}{1000} = \frac{38}{125}$ (V)

III. $0,27 - x = 0,12 \rightarrow \frac{27}{100} - x = \frac{12}{100} \rightarrow x = \frac{15}{100}$ (F)

IV. $0,\widehat{ab}_{(7)} = \frac{2}{7} + \frac{6}{7^2} = 0,\widehat{26}_{(7)}$ entonces $b - a = 4$ (V)

Rpta.: A

2. Isabel recibe una propina, en soles, equivalente a la suma de los términos de la fracción irreducible que resulta al calcular

$$\frac{2}{10} + \frac{3}{10^2} + \frac{4}{10^3} + \frac{3}{10^4} + \frac{4}{10^5} + \frac{3}{10^6} + \frac{4}{10^7} + \dots$$

¿Cuánto de propina recibe Isabel?

- A) S/ 122 B) S/ 928 C) S/ 1201 D) S/ 611 E) S/ 720

Solución:

$$\frac{2}{10} + \frac{3}{10^2} + \frac{4}{10^3} + \frac{3}{10^4} + \frac{4}{10^5} + \frac{3}{10^6} + \frac{4}{10^7} + \dots = 0,2\overline{34}$$

$$0,2\overline{34} = \frac{234 - 2}{990} = \frac{232}{990} = \frac{116}{495}$$

Por lo tanto: Isabel recibió = $116 + 495 = 611$ soles.

Rpta.: D

3. Benjamín, al dividir el número de años de su edad con el de su hermana, obtiene $0,5\hat{2}_{(6)}$. Si ambas edades están representadas por números pares y los menores posibles, determine la suma de dichas edades.

- A) 114 B) 38 C) 76 D) 152 E) 94

Solución:

$$0,5\hat{2}_{(6)} = \frac{52_{(6)} - 5}{50_{(6)}} = \frac{27}{30} = \frac{9k}{10k}$$

Como las edades son números pares y los menores posibles entonces dichas edades son:

$$9(2) = 18; 10(2) = 20.$$

Por lo tanto, la suma de edades es 38.

Rpta.: B

4. Si expresamos el número pentaval periódico mixto $0,20\hat{2}3_{(5)}$ al sistema heptaval, este resulta un periódico puro de cuatro cifras en su período. Si el producto de las cifras periódicas representa la profundidad, en metros, de un gigantesco sumidero kárstico descubierto en China en mayo del 2022, ¿cuántos metros de profundidad tiene este sumidero?

- A) 480 B) 300 C) 192 D) 152 E) 124

Solución:

$$0,20\hat{2}3_{(5)} = \frac{2023_{(5)} - 20_{(5)}}{4400_{(5)}} = \frac{253}{600} = 0,2\overline{644}_{(7)}$$

∴ El nuevo sumidero gigante con un bosque en sus profundidades descubierto en China tiene $2 \times 6 \times 4 \times 4 = 192$ metros de profundidad y alberga árboles antiguos de 40 metros de altura, que estiran sus ramas hacia la luz solar que se filtra a través de la superficie.

Rpta.: C

5. El tamaño del píxel de una cámara fotográfica puede ser calculado conociendo el tamaño del sensor y la cantidad de píxeles que forman una fotografía en dirección horizontal. En el caso de la cámara de Manuel, una Canon EOS 450D, la inversa de la relación de estos valores está representado por la fracción $\frac{178}{925}$, y se sabe que esta cámara tiene tantos años de uso como la suma de cifras periódicas y no periódicas del decimal generado por dicha fracción. ¿Cuántos años de uso tiene la cámara de Manuel?

A) 5 B) 7 C) 8 D) 6 E) 4

Solución:

$$\frac{178}{925} = \frac{2 \times 89}{37 \times 25} = \frac{2^1 \times 89}{37 \times 5^2} \dots (\text{fracción irreducible})$$

De lo anterior, la fracción dada genera un decimal periódico mixto:

2 cifras exactas (exponente de "5")

3 cifras periódicas ("37" corresponde al nivel 3)

∴ Los años de uso de dicha cámara: $2+3=5$

Rpta.: A

6. Una empresa dedicada al comercio de materiales educativos, desea incentivar la investigación entre un grupo de jóvenes de una determinada edad. A ellos se les ha planteado el siguiente problema: «Se vende un lápiz por $\bar{n}, \widehat{n+1}_{(6)}$ soles cuyo costo fue de \bar{m}, \widehat{m}_n soles. Si estas cantidades no son valores enteros y en la venta de este lápiz se ha obtenido ganancia, ¿cuál fue esta ganancia?». ».

A) 1,5 B) 3,8 C) 2,3 D) 4,5 E) 3,7

Solución:

Para que no sean enteros: $n = 3$ y $m = 1$

$$\bar{n}, \widehat{n+1}_6 = 3, \widehat{4}_6 = 3 + \frac{4}{6} \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{6}} \right) = 3,8$$

$$\bar{m}, \widehat{m}_n = 1, \widehat{1}_3 = 1 + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{3}} \right) = 1,5$$

Se gana: $3,8 - 1,5 = 2,3$ soles

Rpta.: C

7. El factor de seguridad en el diseño de taludes se expresa mediante la razón entre las fuerzas resistentes del terreno y las inestabilizadoras. Para el diseño de un talud, el ingeniero Marcio determinó que dicho factor es $0,\overline{5a16b3cd}$. Si se sabe que ambas fuerzas resultantes, expresadas en toneladas, son primos entre sí y para el replanteamiento del diseño el ingeniero requiere determinar la fuerza resultante resistente, en toneladas, ¿cuál es dicho valor?
- A) 41 B) 73 C) 37 D) 23 E) 97

Solución:

$$FS = \frac{M_R}{M} = 0,5\overline{a16b3cd}$$

Por el teorema de Midy: $\overline{5a16} + \overline{b3cd} = 9999$

$$d = 3 ; c = 8 ; a = 6 \text{ y } b = 4$$

$$0,5\overline{6164383} = \frac{56164383}{99999999} = \frac{3^2 \times 11 \times 41 \times 101 \times 137}{3^2 \times 11 \times 101 \times 137 \times 73} = \frac{41}{73}$$

$\therefore M_R = 41$ toneladas.

Rpta.: A

8. Carlos observa que al dividir la cantidad de regiones naturales que tiene el Perú por la cantidad de jugadores inscritos en la alineación de un equipo de fútbol en el mundial Qatar 2022 resulta un número decimal periódico puro. Si al sumar el numeral formado por las dos primeras cifras del periodo con la última cifra, resulta exactamente su edad, ¿qué edad tiene Carlos?
- A) 39 B) 35 C) 37 D) 38 E) 34

Solución:

$$\frac{8}{23} = 0,34\overline{\dots x}$$

$$\frac{8}{23} = \frac{\overline{34 \dots x}}{\dots 99}$$

$$\dots 92 = 23(\overline{34 \dots x}) \rightarrow x = 4$$

Edad de Carlitos: $34 + 4 = 38$

Rpta.: D

9. Se tiene dos fracciones cuyos numeradores son dos números enteros consecutivos, donde uno de los denominadores representa la cantidad de objetivos de desarrollo sostenible (ODS) establecidos en el 2015 por miembros de la ONU y ciudadanos de todo el mundo. Si la suma de estas dos fracciones es uno, ¿cuál es la suma de los términos de la mayor fracción?
- A) 26 B) 25 C) 37 D) 19 E) 23

Solución:

$$\frac{a}{17} + \frac{a+1}{d} = 1 \rightarrow d = 17$$

De ello: $a = 8$

Mayor fracción: $\frac{9}{17}$

Suma de términos es 26.

Rpta.: A

10. Bruno divide su remuneración mensual, en soles, por el producto de los doce primeros enteros positivos y obtiene un número decimal periódico mixto con siete cifras no periódicas y dos cifras periódicas. Si la remuneración de Bruno es la menor cantidad posible, determine la suma de sus cifras.

A) 9 B) 10 C) 7 D) 12 E) 15

Solución:

Remuneración mensual = N

$$\frac{N}{12!} = \frac{N}{2^{10} \cdot 3^5 \cdot 5^2 \cdot 7^1 \cdot 11^1} \Rightarrow N = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 7 = 1512 \quad \therefore 1+5+1+2=9$$

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Un profesor de aritmética, durante el desarrollo de su clase, recibe 4 intervenciones de los 4 primeros alumnos de su lista, y estas fueron:

I. Alberto dice que $0,24 = 0,6_{(25)}$

II. Briana afirma que $0,321_{(5)} = \frac{172}{250}$

III. Christopher menciona que $0,5\overline{3} + x = 0,7\overline{8}$ entonces $x = \frac{25}{99}$

IV. Diana concluyó que si $\frac{a}{b} = \frac{2}{3^2} + \frac{5}{3^4} + \frac{2}{3^6} + \frac{5}{3^8} + \dots$, de modo que, $\frac{a}{b}$ fracción irreducible entonces $b - a = 47$

¿Cuántas son verdaderas?

A) 2 B) 1 C) 4 D) 3 E) 0

Solución:

$$I. 0,24 = \frac{24}{100} = \frac{6}{25}; \quad 0,6_{(25)} = \frac{6}{25} \quad (V)$$

$$II. 0,321_{(5)} = \frac{321_{(5)}}{1000_{(5)}} = \frac{86}{125}; \quad \frac{172}{250} = \frac{86}{125} \quad (V)$$

$$III. 0,\widehat{53} + x = 0,\widehat{78} \rightarrow \frac{53}{99} + x = \frac{78}{99} \rightarrow x = \frac{25}{99} \quad (V)$$

$$IV. \frac{a}{b} = \frac{2}{3^2} + \frac{5}{3^4} + \frac{2}{3^6} + \frac{5}{3^8} + \dots = \frac{2}{9} + \frac{5}{9^2} + \frac{2}{9^3} + \frac{5}{9^4} + \dots = 0,\widehat{25}_{(9)} = \frac{25_{(9)}}{88_{(9)}} = \frac{23}{80}$$

$$\rightarrow b - a = 57 \quad (F)$$

Rpta.: D

2. Celeste decide trasladarse de Zárate hacia el norte en moto recorriendo diariamente en kilómetros:

$$24, \frac{96}{5}, \frac{24}{5^2}, \frac{96}{5^3}, \frac{24}{5^4}, \dots$$

¿Cuántos kilómetros recorrió en total para llegar a su destino?

- A) 45 B) 38 C) 42 D) 53 E) 56

Solución:

$$24 + \frac{96}{5} + \frac{24}{5^2} + \frac{96}{5^3} + \frac{24}{5^4} + \dots$$

$$120 \left(\frac{1}{5} + \frac{4}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \frac{4}{5^4} + \frac{1}{5^5} + \dots \right)$$

$$120(0,\widehat{14}_{(5)}) = 120 \left(\frac{14_{(5)}}{99_{(5)}} \right) = 120 \left(\frac{9}{24} \right) = 45$$

Rpta.: A

3. En el año que se declaró la pandemia del Covid-19, las edades de Adrián y su hijo Betto eran a y b respectivamente. Si dichas edades se encuentran representadas en la siguiente ecuación:

$$\frac{a}{66} = 0,b(b-2)0(\widehat{b-2})$$

halle la suma de edades, en años, que cumplirán padre e hijo en el año 2025.

- A) 45 B) 40 C) 50 D) 35 E) 36

Solución:

De la condición tenemos:

$$\frac{a}{66} = 0,b(b-2)0(\widehat{b-2}) \Rightarrow \frac{a}{66} = \frac{\overline{b(b-2)0(b-2)} - \overline{b(b-2)}}{9900} \Rightarrow$$

$$150a = \overline{b(b-2)(10-b)0} \Rightarrow 15a = \overline{b(b-2)(10-b)} \Rightarrow$$

$$15a = 100b + 10(b-2) + 10 - b \Rightarrow 15a = 109b - 20$$

$$a = 35 \text{ y } b = 5$$

Por lo tanto, la suma de edades año 2025 es: $(a + 5) + (b + 5) = 50$.

Rpta.: C

4. Un estudiante obtiene en su examen de admisión a la universidad un puntaje equivalente a la suma de los términos de la fracción irreducible que se obtiene en la siguiente suma: $P = 0,0\overline{27} + 0,0\overline{54} + 0,0\overline{81} + \dots + 0,3\overline{51}$. ¿Cuál fue el puntaje de este estudiante?

A) 129 B) 128 C) 127 D) 130 E) 135

Solución:

$$P = 0,0\overline{27} + 0,0\overline{54} + 0,0\overline{81} + \dots + 0,3\overline{51}$$

$$P = \frac{27}{999} + \frac{54}{999} + \frac{81}{999} + \dots + \frac{351}{999}$$

$$\frac{1}{37} + \frac{2}{37} + \frac{3}{37} + \dots + \frac{13}{37} = \frac{91}{37}$$

$$\text{Suma de términos: } 91 + 37 = 128.$$

Rpta.: B

5. Las edades actuales de los tres hermanos menores de una quinceañera, coinciden con las tres últimas cifras del período del número decimal generado al dividir su edad, por el factorial de su edad más uno. Si la edad de su mamá, cuando ella nació, fue igual a la suma de las edades actuales de sus hermanos, ¿cuál es la edad actual de su mamá?

A) 27 años B) 22 años C) 27 años D) 30 años E) 32 años

Solución:

$$\frac{15}{15! + 1} = 0, \dots xy = \frac{\overline{\dots xyz}}{99 \dots 9999}$$

$$\frac{15}{\dots 001} = 0, \dots xy = \frac{\overline{\dots xyz}}{99 \dots 9999}$$

$$\dots 985 = \overline{\dots xyz}$$

La edad de sus hermanos son 9, 8 y 5 años.

Luego, la edad de su mamá cuando ella nació fue de 22 años.

La edad actual de su mamá es de 37 años.

Rpta.: C

6. Isabel compra un kilogramo de cada uno de los siguientes productos: pallares, harina y fideos a p, q y r soles respectivamente. Si p, q y r, en ese orden, son las tres últimas cifras del período que genera la fracción $\frac{5}{73}$, ¿cuánto gastó Isabel en la compra de dichos productos?

A) S/ 9 B) S/ 12 C) S/ 14 D) S/ 8 E) S/ 10

Solución:

$$\frac{5}{73} = 0, \dots pqr = \frac{\overline{\dots pqr}}{999 \dots 999} \Rightarrow \dots 995 = 73(\overline{\dots pqr})$$

$$p = 3; q = 1; r = 5$$

Por lo tanto, Isabel gastó: $p + q + r = 9$ soles

Rpta.: A

7. El ahorro semanal, en soles, de dos hermanos son \overline{aa} y \overline{mnp} respectivamente. Si al dividir estos ahorros se obtiene una fracción irreducible que genera un número decimal periódico puro de la forma $0, \overline{b(b-1)(b-1)b}$, calcular $a + b + m + n + p$.

A) 19

B) 13

C) 17

D) 12

E) 16

Solución:

$$\frac{\overline{aa}}{\overline{mnp}} = 0, \overline{b(b-1)(b-1)b}$$

$$\overline{mnp} = 101$$

$$\frac{\overline{aa}}{101} = \frac{\overline{b(b-1)(b-1)b}}{99} \rightarrow a = 5 = b$$

$$a + b + m + n + p = 12$$

Rpta.: D

8. Luis piensa dividir su ahorro mensual de 1445 soles por 2023 y obtener $0, \widehat{41}$. ¿En qué sistema de numeración tendrá sentido esta división?

A) quinario

B) senario

C) heptanario

D) octanario

E) nonario

Solución:

$$\frac{1445}{2023} = \frac{5}{7} = 0, \widehat{41}_{(n)}$$

$$n = 6$$

Rpta.: B

9. Si $\frac{m+2}{y} = 0, \widehat{ar\overline{ytme}}$, determine la suma de número de cifras de la parte periódica y no periódica que genera la fracción irreducible $f = \frac{\overline{rr}}{a.y.\overline{mt}}$.

A) 66

B) 55

C) 37

D) 35

E) 33

Solución:

$\frac{m+2}{y} = 0, \overline{arytme}$ La «y» origina 6 cifras periódicas y es de una cifra, entonces $y = 7; m + 2 < 7$ (fracción propia).

Si $m = 4: \frac{6}{7} = 0,85\overline{7142}$ cumple $\therefore a = 8; r = 5; y = 7; t = 1; m = 4; e = 2$.

$$f = \frac{55}{8.7.41} = 0, \overbrace{x \dots z}^{n \text{ cifras}} \overbrace{p \dots q}^{m \text{ cifras}}$$

$8 = 2^3$: Genera 3 cifras no periódicas ($n = CCNP = 3$)

7 contenido en $\overbrace{9 \dots 9}^{6 \text{ cifras}}$ y 41 contenido en $\overbrace{9 \dots 9}^{5 \text{ cifras}}$

7 y 41 contenido en m cifras: $m = MCM(6; 5) = 30$

$\therefore n + m = 33$

Rpta.: E

10. Al dividir el número de celulares de una tienda entre el producto de los 20 primeros enteros positivos, se obtiene un número decimal periódico mixto con diez cifras no periódicas y seis cifras periódicas. Si la cantidad de celulares es la menor posible, determine la suma de sus cifras de dicha cantidad.

A) 9 B) 18 C) 17 D) 8 E) 14

Solución:

celulares = N

$$\frac{N}{15!} = \frac{N}{2^{11} \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11^1 \cdot 13^1} \Rightarrow N = 2 \cdot 3^3 \cdot 7 = 378 \quad \therefore 3 + 7 + 8 = 18$$

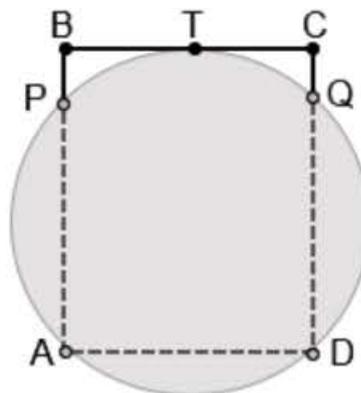
Rpta.: B

Geometría

EJERCICIOS DE CLASE

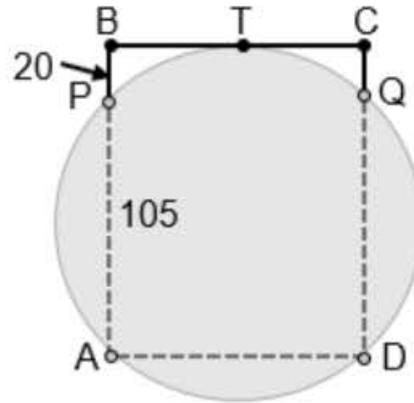
1. La figura representa el diseño de un espejo circular donde ABCD es un soporte rectangular que sirve de apoyo al espejo y se encuentra en la parte posterior del espejo; \overline{BC} es tangente a la circunferencia y \overline{AD} es una cuerda de la circunferencia. Si $AP = 105$ cm, $BP = 20$ cm y T es punto de tangencia, halle AD.

- A) 100 cm
B) 80 cm
C) 96 cm
D) 104 cm
E) 103 cm



Solución:

- Del gráfico, $BT = TC$
- $AB = 125$ cm
- Teorema de la tangente:
 $BT^2 = (125)(20) \Rightarrow BT^2 = 2500$
 $\Rightarrow BT = 50 \Rightarrow CT = 50$

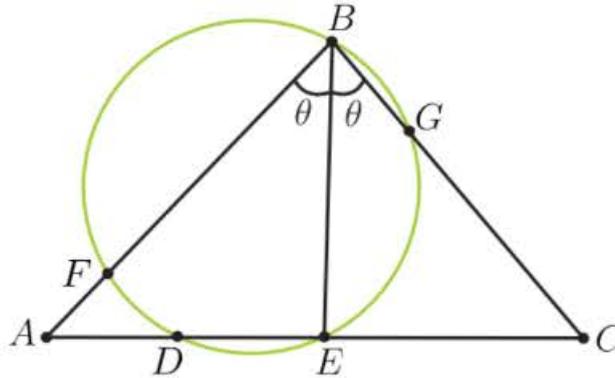


$\therefore AD = 100$ cm

Rpta: A

2. En la figura, $AD = 3$ cm, $DC = 9$ cm y $GC = 6$ cm. Halle AF .

- A) 2,5 cm
- B) 2 cm
- C) 3 cm
- D) 3,5 cm
- E) 1,5 cm



Solución:

- Teorema de la bisectriz interior

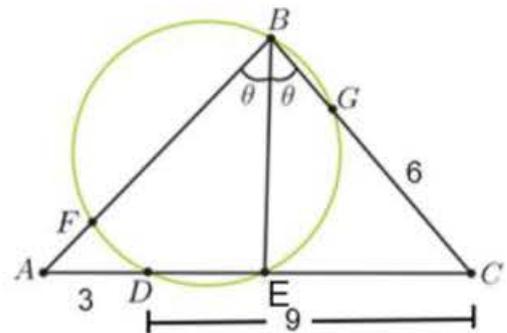
$$\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{EC}$$

- Teorema de las secantes:

$$\left. \begin{aligned} AF \cdot AB &= 3 \cdot AE \\ 6 \cdot BC &= 9 \cdot EC \end{aligned} \right\} \text{dividiendo}$$

$$\frac{AF \cdot AB}{6 \cdot BC} = \frac{3 \cdot AE}{9 \cdot EC} \Rightarrow AF = 2$$

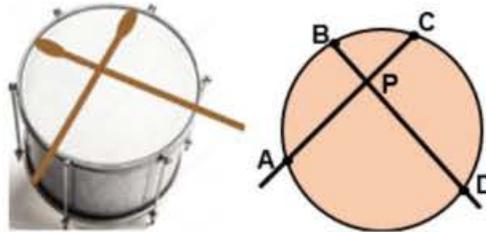
$\therefore AF = 2$ cm



Rpta.: B

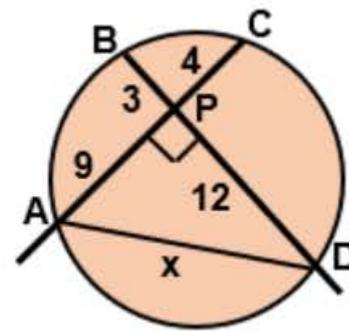
3. La figura 2 muestra la vista superior del tambor con sus baquetas de la figura 1, \overline{AC} y \overline{BD} forman un ángulo de 90° , $BP = 3$ cm, $PC = 4$ cm y $PD = 12$ cm. Halle la distancia entre los puntos A y D.

- A) 15 cm
- B) 12 cm
- C) 20 cm
- D) 18 cm
- E) 25 cm



Solución:

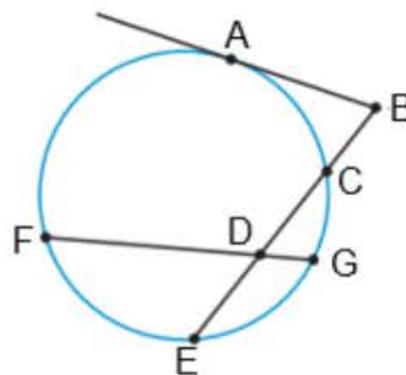
- Teorema de cuerdas
 $(3)(12) = 4(AP) \Rightarrow AP = 9$
 - $\triangle APD$: Notable de 37° y 53°
 $\Rightarrow x = 15$ cm
- $\therefore AD = 15$ cm



Rpta.: A

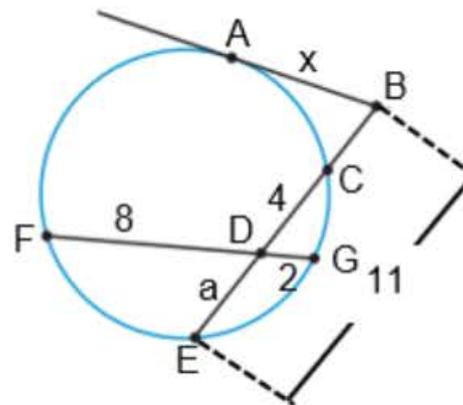
4. En la figura, $FD = 8$ cm, $DG = 2$ cm, $CD = 4$ cm y $BE = 11$ cm. Si A es punto de tangencia, halle AB.

- A) $\sqrt{29}$ cm
- B) $\sqrt{35}$ cm
- C) $\sqrt{31}$ cm
- D) $\sqrt{33}$ cm
- E) $\sqrt{37}$ cm



Solución:

- Teorema de las cuerdas:
 $(8)(2) = 4(a) \Rightarrow a = 4$
 - Teorema de la tangente:
 $x^2 = 11(11 - (4 + a))$
 $x^2 = 11(11 - 8) \Rightarrow x^2 = 33 \Rightarrow x = \sqrt{33}$
- $\therefore AB = \sqrt{33}$ cm



Rpta.: D

Solución:

- Teorema de las tangentes circunferencia

$$AP = AT = 16$$

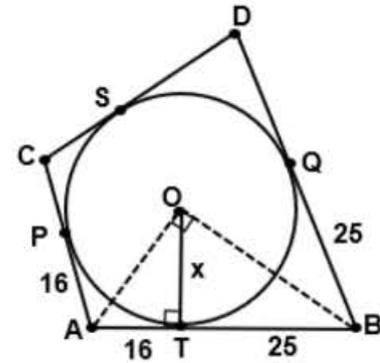
$$BQ = BT = 25$$

- $\triangle AOB$: R. Métricas

$$\Rightarrow x^2 = 16 \cdot 25$$

$$x = 20$$

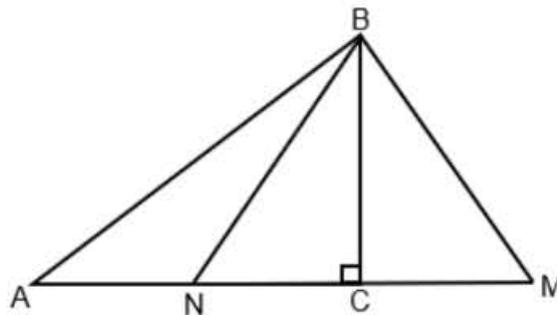
\therefore La distancia del centro a la varilla \overline{AB} es 20 pulgadas.



Rpta.: A

7. En la figura, $AN = NC = CM$. Si $(AB)^2 - (BN)^2 = 12 \text{ m}^2$, halle AM.

- A) 6 m
- B) 7 m
- C) 5 m
- D) 8 m
- E) 4 m



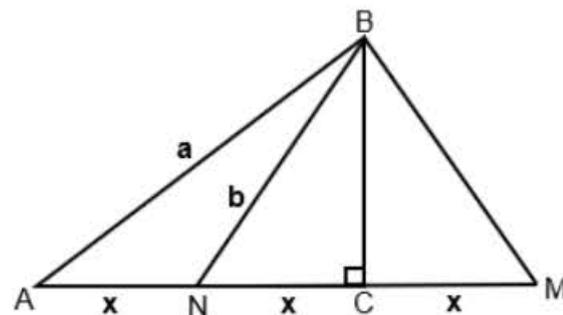
Solución:

- $\triangle ACB$ y NCB : $a^2 - (2x)^2 = b^2 - x^2$

$$\Rightarrow a^2 - b^2 = 3x^2 \Rightarrow 3x^2 = 12 \Rightarrow x = 2$$

- $AM = 3x = 6$

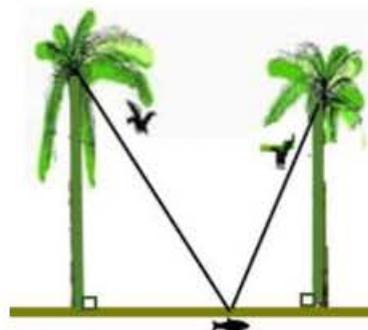
$\therefore AM = 6 \text{ m}$



Rpta.: A

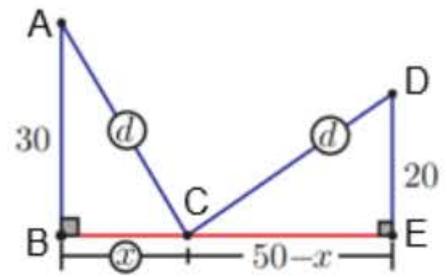
8. En ambas orillas de un río crecen dos palmeras una frente a la otra. La altura de una es de 30 metros, y la otra es de 20 metros. La distancia entre sus troncos es de 50 metros. En la copa de cada palmera hay un pájaro. De súbito los dos pájaros descubren un pez que aparece en la superficie del agua, entre las dos palmeras. Los pájaros se lanzaron con la misma velocidad y alcanzaron al pez al mismo tiempo. ¿A qué distancia del tronco de la palmera más alta apareció el pez?

- A) 25 m
- B) 20 m
- C) 28 m
- D) 18 m
- E) 24 m



Solución:

- Sea x la distancia del tronco de la palmera más alta al pez
- Sea d la distancia de la copa al pez.
- $\triangle ABC: d^2 = x^2 + 30^2 \dots (1)$
- $\triangle DEC: d^2 = 20^2 + (50-x)^2 \dots (2)$
- De (1) y (2):
 $x^2 + 30^2 = 20^2 + (50-x)^2 \Rightarrow x = 20.$

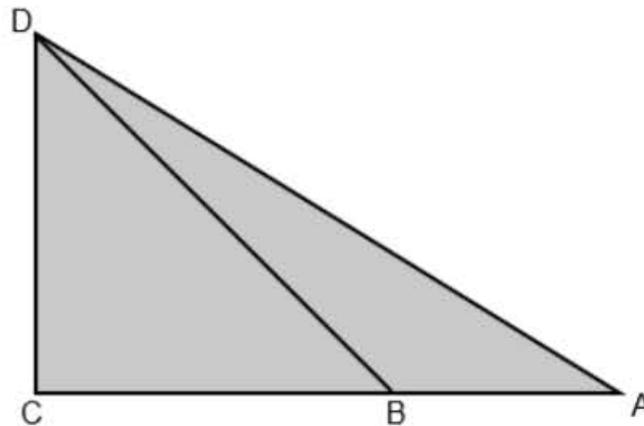


\therefore La distancia del tronco de la palmera más alta al pez es 20 m.

Rpta.: B

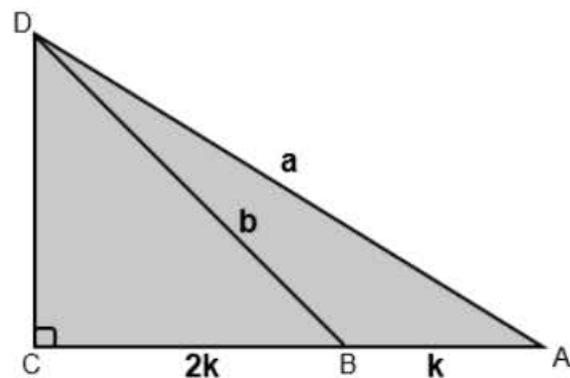
9. La figura muestra el plano de dos terrenos triangulares contiguos: DCB y DBA, donde \overline{DC} y \overline{AC} son perpendiculares Si $(AD)^2 - (BD)^2 = 720 \text{ m}^2$ y $CB = 2AB$, halle AC.

- A) 36 m
- B) 35 m
- C) 32 m
- D) 40 m
- E) 37 m



Solución:

- Datos: $AB = k$ y $BC = 2k$
 $AD^2 - BD^2 = 720$
 $\Rightarrow a^2 - b^2 = 720$
- $\triangle ABD$: Teorema de Euclides
 $a^2 = b^2 + k^2 + 2(2k)(k), \Rightarrow k = 12$



\therefore La longitud de \overline{AC} es 36 m.

Rpta.: A

10. Tres amigos: Antonio, Beto y Carlos se ubican en ese orden en las tres esquinas consecutivas de un parque de forma rectangular. La distancia mínima de Beto a la línea que une a Antonio con Carlos es $8\sqrt{5} \text{ m}$ y la distancia entre Antonio y Carlos es 36 m. Halle la distancia que separa a Beto de Carlos si se sabe que es menor a la distancia que separa a Beto de Antonio.

- A) $12\sqrt{5} \text{ m}$
- B) 30 m
- C) 25 m
- D) 24 m
- E) $24\sqrt{2} \text{ m}$

Solución:

- $\triangle CBA$: Relación métrica:

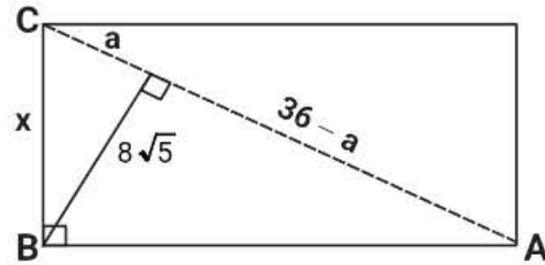
$$(8\sqrt{5})^2 = a(36 - a)$$

$$\Rightarrow a^2 - 36a + 320 = 0$$

$$\Rightarrow (a - 16)(a - 20) = 0$$

$$\Rightarrow a = 20 \wedge a = 16$$

$$\Rightarrow a = 16 \quad (AB > BC)$$



- $\triangle ACB$: Relación métrica:

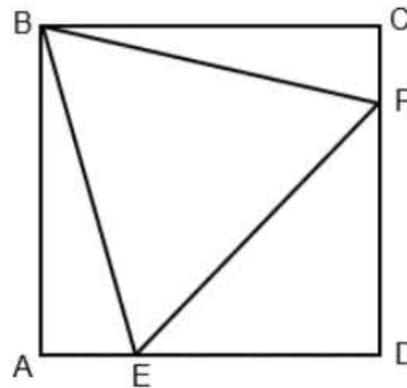
$$x^2 = (36)(16) \Rightarrow x = 24\text{m}$$

\therefore La distancia que separa a Beto de Carlos es 24 m.

Rpta.: D

11. En la figura, el triángulo EBF es equilátero y ABCD es un cuadrado cuyo lado mide 4 cm. Halle AE.

- A) $4(2-\sqrt{3})\text{cm}$
- B) $4(3-\sqrt{3})\text{cm}$
- C) $5(2-\sqrt{3})\text{cm}$
- D) $3(2-\sqrt{3})\text{cm}$
- E) $3(3-\sqrt{3})\text{cm}$

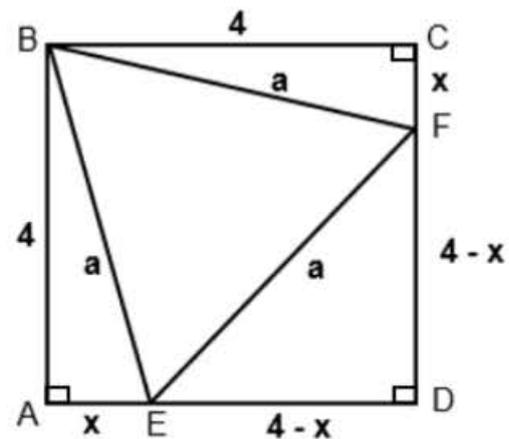


Solución:

- $\triangle BAE \cong \triangle BCF$ (LLL): $AE = CF = x$

- $\triangle EDF$: $a = (4 - x)\sqrt{2}$

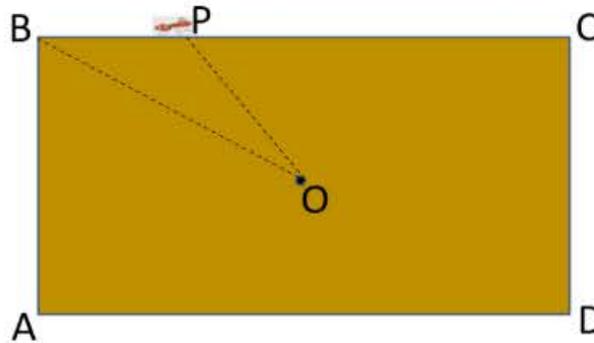
- $\triangle BAE$: $[(4 - x)\sqrt{2}]^2 = 4^2 + x^2$
 $\Rightarrow x^2 + (-4)(4)x + 4^2 = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 16x + 16 = 0$
 $\therefore AE = 4(2 - \sqrt{3})\text{ cm}$



Rpta.: A

12. La figura representa el tablero de una mesa rectangular ABCD de centro O. Una hormiga se desplaza por uno de sus lados, desde la esquina B en dirección a la esquina C. Si al desplazarse de B a P ha recorrido 22 cm, BO = 40 cm y PO = 26 cm, halle la longitud del ancho de la mesa.

- A) 48 cm
- B) 50 cm
- C) 42 cm
- D) 44 cm
- E) 40 cm

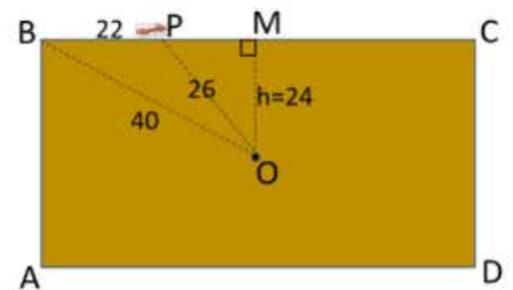


Solución:

- Trazamos la altura \overline{OM} del triángulo BPO.
- Teorema de Heron:

$$h = \frac{2}{22} \sqrt{44(44 - 22)(44 - 26)(44 - 40)} = 24$$

∴ El ancho de la mesa AB = 48 cm.



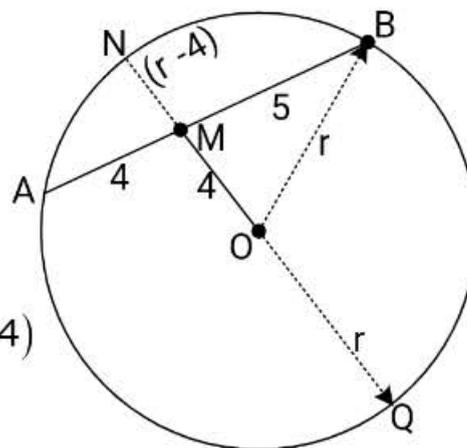
Rpta.: A

13. En una circunferencia de centro «O» se ubican los puntos A y B; luego se ubica el punto M en \overline{AB} tal que AM = MO = 4 m. Si AB = 9 m, halle BO.

- A) 4 m B) 5 m C) 6 m D) 7 m E) 8 m

Solución:

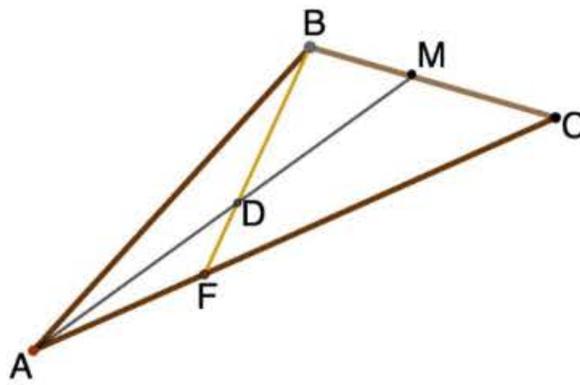
- Datos:
 AM = MO = 4
 AB = 9 ⇒ MB = 5
- Piden: BO = r
- Prolongamos: $\overline{MO} \Rightarrow MN = (r - 4)$
- Teorema de las cuerdas:
 $4 \times 5 = (r + 4)(r - 4)$
 $\Rightarrow r = 6$
 ∴ BO = 6 m



Rpta.: C

14. En la figura, $AC = 12$ m, $AD = DM = BC = 6$ m y M equidista de B y C, halle AB.

- A) $3\sqrt{15}$ m
- B) $7\sqrt{11}$ m
- C) $9\sqrt{2}$ m
- D) 14 m
- E) $7\sqrt{2}$ m



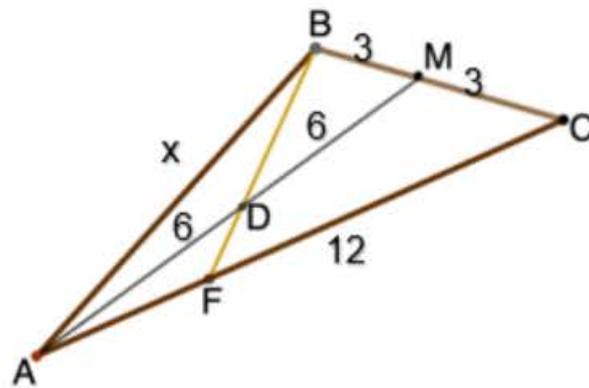
Solución:

- Sea $AB = x$
- $\triangle ABC$ Teorema de la mediana:

$$x^2 + 12^2 = 2(12)^2 + \frac{6^2}{2}$$

$$\Rightarrow x = 9\sqrt{2}$$

$$\therefore AB = 9\sqrt{2} \text{ m}$$

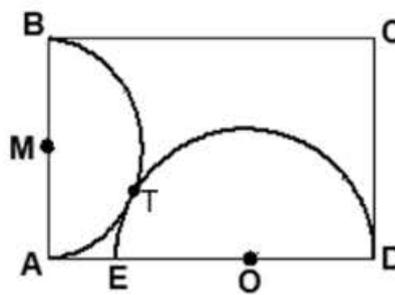


Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En la figura, ABCD es un rectángulo, T punto de tangencia y $BC = 2AB = 8$ cm. Si \overline{AB} y \overline{ED} son diámetros, $AM = MB$ y $EO = OD$, halle OD.

- A) 2,6 cm
- B) 4 cm
- C) 3 cm
- D) 3,2 cm
- E) 1,2 cm



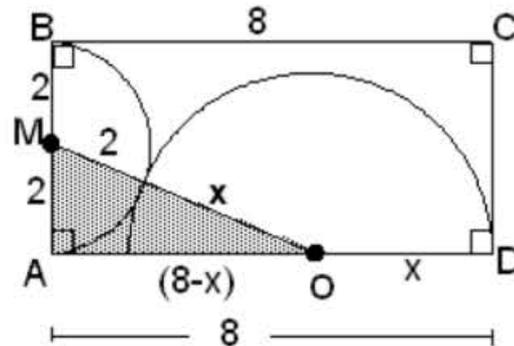
Solución:

- $\triangle MAO$: Teorema de Pitágoras.

$$(x + 2)^2 = 2^2 + (8 - x)^2$$

$$\Rightarrow x = 3,2$$

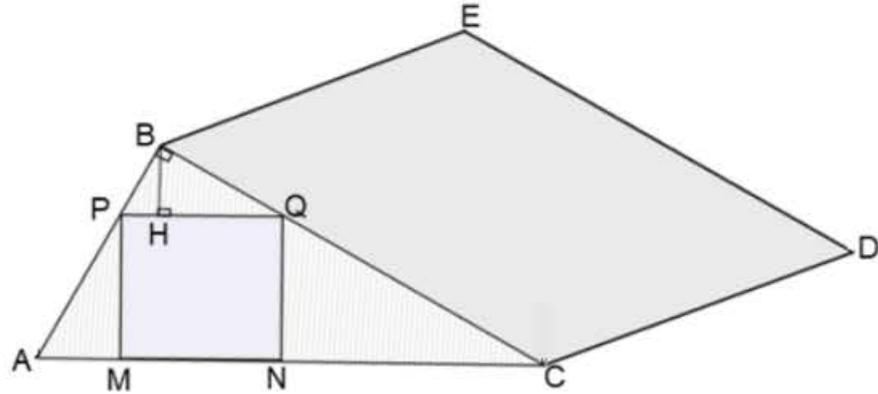
$$\therefore OD = 3,2 \text{ cm}$$



Rpta.: D

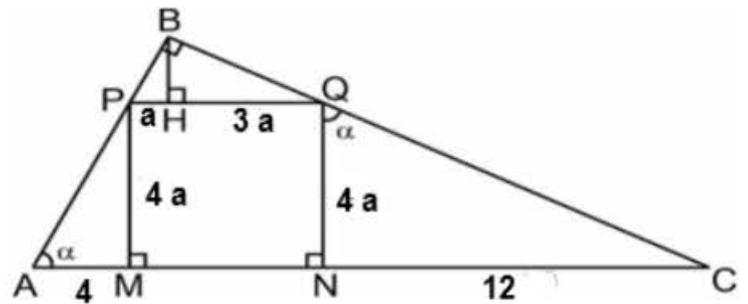
2. La figura muestra el diseño de una estructura metálica de un almacén; la parte frontal es de forma triangular con ángulo recto en B; la puerta MPQN es un cuadrado de metal y \overline{BH} es una varilla de hierro que se coloca para la estabilidad de la puerta. Si $HQ = 3PH$, $AM = 4$ m y $NC = 12$ m, ¿qué longitud tiene la varilla BH?

- A) 3 m
- B) 2 m
- C) 3,5 m
- D) 2,75 m
- D) 2,5 m



Solución:

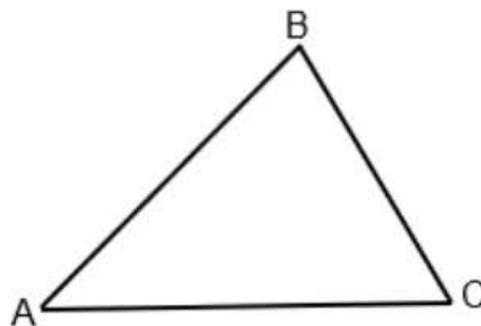
- $\triangle AMP \sim \triangle QNC$
 $\frac{4}{4a} = \frac{4a}{12} \Rightarrow a = \sqrt{3}$
- $\triangle PBQ$: Relaciones métricas.
 $(BH)^2 = (\sqrt{3})(3\sqrt{3}) \Rightarrow BH = 3$ m
 $\therefore BH = 3$ m



Rpta.: A

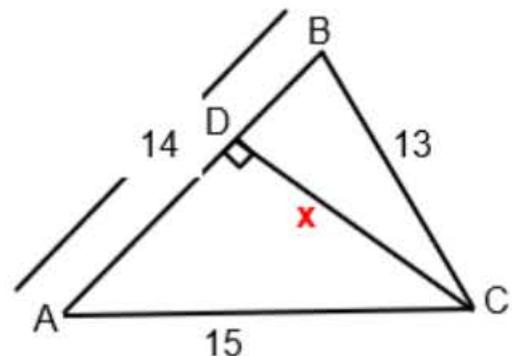
3. En la figura, A, B y C representan las ubicaciones de tres antenas de radio siendo $AB = 14$ km, $BC = 13$ km y $AC = 15$ km. En \overline{AB} se ubica una casa, la cual es la más cercana a la antena ubicada en C. Halle la distancia de dicha casa a la antena ubicada en A.

- A) 9 km
- B) 8 km
- C) 10 km
- D) 7 km
- E) 5 km



Solución:

- Sea AD la distancia de la casa a la antena ubicada en A
- $\triangle BQH$: Teorema de Herón:
 $x = \frac{2}{14} \sqrt{21(7)(6)(8)} = 12$



- $\triangle ADC$: Teorema Pitágoras

$$AD^2 = 15^2 - 12^2$$

$$\Rightarrow AD^2 = (15 + 12)(15 - 12) = 81$$

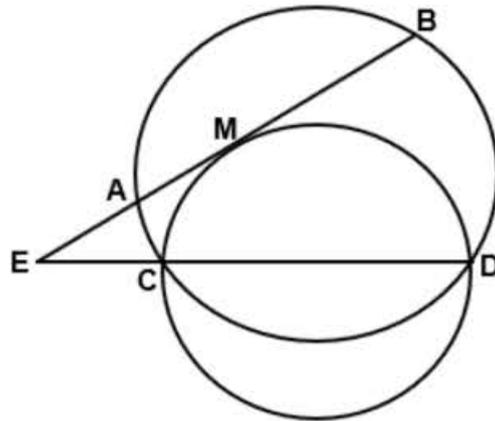
$$\Rightarrow AD = 9$$

\therefore La distancia de la casa a la antena ubicada en A es 9 km.

Rpta.: A

4. En la figura, $EC = 8$ cm, $CD = 10$ cm y $EA = AM$. Halle MB.

- A) 8 cm
- B) 9 cm
- C) 10 cm
- D) 11 cm
- E) 12 cm



Solución:

- Datos:

$$EC = 8; CD = 10, EA = AM = a$$

- Piden: $MB = x$

- Teorema de la tangente:

$$(2a)^2 = (18)(8)$$

$$\Rightarrow a = 6$$

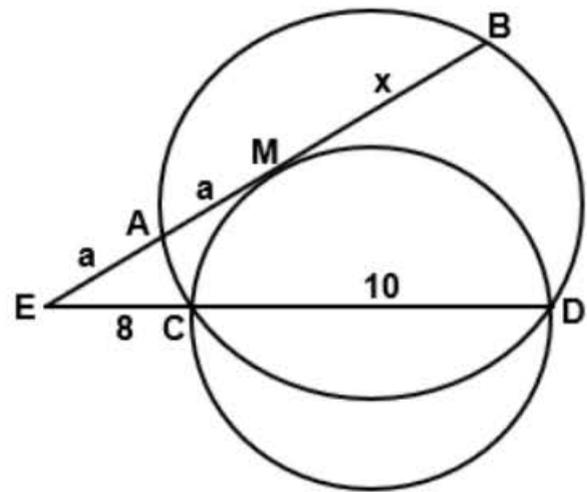
- Teorema de la secante:

$$(2a + x)a = 18(8)$$

$$\Rightarrow (12 + x)6 = 18(8)$$

$$\Rightarrow x = 12$$

$\therefore MB = 12$ cm



Rpta.: E

5. En un triángulo acutángulo ABC la proyección de \overline{AB} sobre \overline{BC} mide la cuarta parte de BC. Si $(AC)^2 - (AB)^2 = 8$ cm², halle BC.

- A) 2 cm
- B) 4 cm
- C) 8 cm
- D) 16 cm
- E) 6 cm

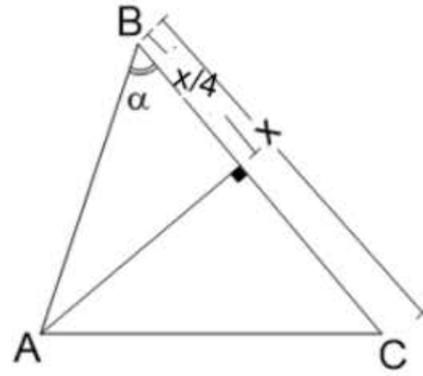
Solución:

- Datos: $(AC)^2 - (AB)^2 = 8\text{cm}^2$
- ΔABC Teorema de Euclides: ($\alpha < 90^\circ$)

$$(AC)^2 = (AB)^2 + x^2 - 2x \cdot \frac{x}{4}$$

$$\Rightarrow AC^2 - AB^2 = x^2 - \frac{x^2}{2}$$

- Del dato: $8 = \frac{x^2}{2} \Rightarrow x = 4$
- $\therefore BC = 4 \text{ cm}$

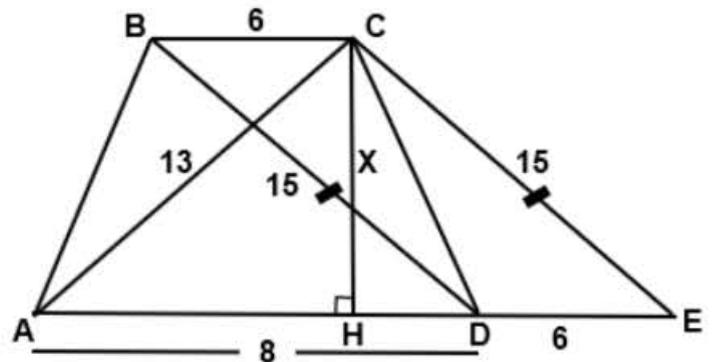


Rpta.: B

6. En un trapecio las bases miden 6 cm y 8 cm. Si las diagonales miden 13 cm y 15 cm, halle la longitud de la altura del trapecio.
- A) 10 cm B) 11 cm C) 11,5 cm D) 12 cm E) 10,5 cm

Solución:

- Se traza $\overline{CE} \parallel \overline{BD}$:
 $\Rightarrow BCED$: paralelogramo
 $BC = DE = 6,$
 $y CE = BD = 15$
- ΔACE : Teorema de Herón
 $p = \frac{13 + 15 + 14}{2} = \frac{42}{2} = 21$
 $\Rightarrow x = \frac{2}{14} \sqrt{(21)(21 - 13)(21 - 14)(21 - 15)}$
 $\Rightarrow x = 12$



\therefore La altura del trapecio mide 12 cm.

Rpta.: D

Álgebra

EJERCICIOS DE CLASE

1. Determine el valor de "k" para que la suma de los cuadrados de las raíces del polinomio $p(x) = x^2 + (k-2)x - (k+2)$ sea mínima con $k \in \mathbb{R}$.

A) 1 B) 2 C) -2 D) 3 E) -1

Solución:

Considerando que x_1 y x_2 son las raíces de $p(x)$. Por el teorema de Cardano, se tiene:

i. $x_1 + x_2 = -(k-2)$

ii. $x_1 x_2 = -(k+2)$

Piden $x_1^2 + x_2^2$ (mínima)

Entonces: $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2$

De i. y ii. $x_1^2 + x_2^2 = (-(k-2))^2 - 2(-(k+2))$

$$x_1^2 + x_2^2 = (k-2)^2 + 2(k+2) = k^2 - 2k + 8 = (k-1)^2 + 7$$

∴ La suma pedida es mínima cuando k es 1.

Rpta.: A

2. Dos números reales diferentes y con el mismo signo son las raíces del polinomio $p(x) = x^2 + (n+6)x + n + 21$, determine la suma del menor valor entero negativo y el menor valor entero positivo de n.

A) -6 B) 16 C) -12 D) -3 E) -15

Solución:

Las raíces de $p(x)$ son reales y diferentes, entonces se cumple $\Delta > 0$

$$\Delta = (n+6)^2 - 4(n+21) > 0$$

$$n^2 + 12n + 36 - 4n - 84 > 0$$

$$n^2 + 8n - 48 > 0$$

$$(n+12)(n-4) > 0$$

$$n \in \langle -\infty; -12 \rangle \cup \langle 4; +\infty \rangle \dots (*)$$

Las raíces tienen el mismo signo, entonces el producto de estas raíces es positivo y la suma es diferente de cero.

$$n+21 > 0 \wedge -(n+6) \neq 0 \rightarrow n > -21 \wedge n \neq -6... (**)$$

De (*) y (**) se tiene $n \in \langle -21; -12 \rangle \cup \langle 4; +\infty \rangle$

El menor valor entero negativo de n es -20 y el menor valor entero positivo es 5 .

\therefore La suma pedida es -15 .

Rpta.: E

3. Con respecto a las raíces del polinomio $p(x) = x^3 - (a-4)x^2 - 9x + 9b$ se sabe que una raíz es la inversa aditiva de la otra y la tercera raíz es el doble de la raíz positiva. Determine la suma de «a» y «b» con la menor raíz del polinomio.

A) 16 B) 10 C) 9 D) 13 E) 15

Solución:

Sean las raíces: r ; $-r$ y $2r$ con $r > 0$. Por el teorema de Cardano se tiene:

i. $(r)(-r) + (r)(2r) + (-r)(2r) = -9$

$$-r^2 + 2r^2 - 2r^2 = -9 \Rightarrow r^2 = 9 \Rightarrow (r = 3 \vee r = -3)$$

Entonces las raíces son $3; -3$ y 6

ii. $(3) + (-3) + (6) = -(-(a-4)) \Rightarrow a = 10$

iii. $(3)(-3)(6) = -(9b) \Rightarrow b = 6$

\therefore La suma de a , b y la menor raíz es $10 + 6 + (-3) = 13$.

Rpta.: D

4. Sean a , b y c las raíces del polinomio $p(x) = x^3 + x^2 + x - 2$, halle el valor de

$$K = \frac{3}{a+1} + \frac{3}{b+1} + \frac{3}{c+1}$$

A) 2 B) 1 C) 3 D) 4 E) 6

Solución:

Por el teorema de Cardano se tiene:

- i) $a + b + c = -1$
- ii) $ab + ac + bc = 1$
- iii) $abc = 2$

Como "a" es la raíz de $p(x) = x^3 + x^2 + x - 2$, se tiene lo siguiente:

$$p(a) = a^3 + a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow a^3 + a^2 + a + 1 = 3$$

$$\Rightarrow a^2(a+1) + (a+1) = (a^2+1)(a+1) = 3 \Rightarrow \frac{3}{a+1} = a^2+1$$

Análogamente:

$$\frac{3}{b+1} = b^2+1 \quad \wedge \quad \frac{3}{c+1} = c^2+1$$

Reemplazando en K

$$K = \frac{3}{a+1} + \frac{3}{b+1} + \frac{3}{c+1} = a^2 + b^2 + c^2 + 3$$

$$\text{De } (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+ac+bc)$$

$$(-1)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(1) \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = -1$$

$$K = -1 + 3 = 2$$

$$\therefore K = 2.$$

Rpta.: A

5. Paco les pide a sus estudiantes Carlos, Javier, Rosa y Matilde hallar el volumen de un paralelepípedo rectangular cuyas dimensiones en metros son $(a+b)$, $(a+c)$ y $(b+c)$. Si la respuesta de Carlos fue 236 m^3 ; Javier, 416 m^3 ; Rosa, 316 m^3 y la de Matilde fue 336 m^3 , ¿qué estudiante respondió correctamente? Considere que a , b y c son raíces del polinomio $p(x) = 2x^3 - 21x^2 + 71,5x - 78,75$.

- A) Carlos B) Javier C) Rosa D) Matilde E) Ninguno

Solución:

Como a , b y c son raíces del polinomio $p(x) = 2x^3 - 21x^2 + 71,5x - 78,75$; por el teorema de Cardano se tiene:

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad a+b+c &= -\frac{(-21)}{2} = \frac{21}{2} \\ \text{ii)} \quad ab+ac+bc &= \frac{71,5}{2} = \frac{143}{4} \\ \text{iii)} \quad abc &= -\frac{(-78,75)}{2} = \frac{315}{8} \end{aligned}$$

Se tiene la igualdad:

$$(a+b)(b+c)(a+c) = (a+b+c)(ab+ac+bc) - abc$$

$$\text{Volumen del paralelepípedo: } (a+b)(b+c)(a+c) = \frac{21}{2} \cdot \frac{143}{4} - \frac{315}{8} = 336 \text{ m}^3$$

∴ Matilde respondió correctamente.

Rpta.: D

6. Isabel compra $(|x_1 + 2x_2| + 3)$ chocolates a $(3x_4 + x_3 - 1)$ soles cada uno. ¿Cuánto pagó Isabel por la compra de los chocolates? Considere que las raíces x_1, x_2, x_3 y x_4 del polinomio $p(x) = x^4 - 8x^3 + px^2 + 328x + q$ forman una progresión aritmética tal que $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$.

- A) S/ 240 B) S/ 444 C) S/ 420 D) S/ 486 E) S/ 520

Solución:

Las raíces forman una progresión aritmética, entonces:

$$x_1 = a - 3r, \quad x_2 = a - r, \quad x_3 = a + r, \quad x_4 = a + 3r \quad (\text{raíces en P.A. de razón } 2r)$$

Por el teorema de Cardano, se tiene:

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 8 \\ (a - 3r) + (a - r) + (a + r) + (a + 3r) &= 8 \Rightarrow 4a = 8 \Rightarrow a = 2 \\ \text{ii)} \quad x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4 &= -328 \\ x_2x_3(x_1 + x_4) + x_1x_4(x_2 + x_3) &= -328 \\ (a - r)(a + r)(a - 3r + a + 3r) + (a + 3r)(a - 3r)(a - r + a + r) &= -328 \\ (a^2 - r^2)(2a) + (a^2 - 9r^2)(2a) &= -328 \\ (2a)(a^2 - r^2 + a^2 - 9r^2) &= -328 \\ (2a)(2a^2 - 10r^2) &= -328 \end{aligned}$$

$$(4)(8 - 10r^2) = -328$$

$$r = \pm 3$$

La progresión aritmética es creciente, entonces $r = 3$.

Las raíces son $-7, -1, 5, 11$, luego:

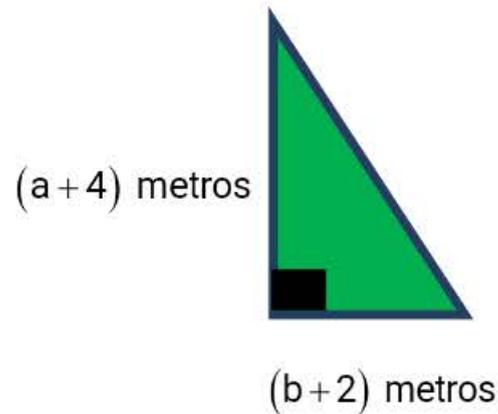
- Cantidad de chocolates $(|x_1 + 2x_2| + 3) = 12$
- Precio de cada chocolate $(3x_4 + x_3 - 1) = 37$ soles

\therefore Isabel pagó $(12)(37) = 444$ soles.

Rpta.: B

7. Calcule el área de la región limitada por el triángulo mostrado en la figura, sabiendo que $(-5 + \sqrt{2})$ es una raíz del polinomio $p(x) = x^3 + (a+b+1)x^2 + 3x - 8a - 3b - 5$; $\{a; b\} \subset \mathbb{Z}$.

- A) 20 m^2
 B) 18 m^2
 C) 16 m^2
 D) 17 m^2
 E) 24 m^2



Solución:

- I. Como $\{a; b\} \subset \mathbb{Z}$, entonces $p(x) \in \mathbb{Z}[x]$ y por el teorema de la paridad de raíces si $r_1 = -5 + \sqrt{2}$ es raíz, $r_2 = -5 - \sqrt{2}$ también es raíz de $p(x)$.
- II. Por el teorema fundamental del álgebra, sea «r» la otra raíz de $p(x)$ y por el teorema de Cardano se tiene:

- i) $(-5 + \sqrt{2})(-5 - \sqrt{2}) + (-5 + \sqrt{2})r + (-5 - \sqrt{2})r = 3 \Rightarrow r = 2$
 ii) $(-5 + \sqrt{2}) + (-5 - \sqrt{2}) + 2 = -(a+b+1) \Rightarrow a+b = 7$
 iii) $(-5 + \sqrt{2})(-5 - \sqrt{2})(2) = -(-(8a+3b+5)) \Rightarrow 8a+3b = 41$

- III. De (ii) y (iii): $(a = 4 \text{ y } b = 3)$

$$\text{Calculando el área: } \frac{(a+4)(b+2)}{2} = \frac{(8)(5)}{2} = 20 \text{ m}^2.$$

\therefore El área de la región limitada por el triángulo es 20 m^2 .

Rpta.: A

8. El ingreso mensual de una empresa durante los siete primeros meses del año está representado por un polinomio $p(x)$ de coeficientes enteros y de grado siete, donde i es una raíz simple, 0 es una raíz doble y -2 es una raíz triple; « x » representa el número de mes. Si el ingreso en el mes de junio es de 21 312 soles, ¿cuánto fue el ingreso en el mes de abril? Considere que i es la unidad imaginaria en \mathbb{C} .
- A) S/ 1836 B) S/ 995 C) S/ 2132 D) S/ 1942 E) S/ 2140

Solución:

I. Como $p(x)$ tiene coeficientes enteros, entonces $p(x) \in \mathbb{Z}[x]$ y por el teorema de la paridad de raíces si $r_1 = i$ es raíz, $r_2 = -i$ también es raíz de $p(x)$.

II. De los datos se tiene: $p(x) = a(x+i)(x-i)(x)^2(x+2)^3 = a(x^2+1)(x)^2(x+2)^3$

$$\text{Para el mes de junio } x = 6 \Rightarrow p(6) = a(37)(36)(512) = 21\,312 \Rightarrow a = \frac{1}{32}$$

$$\text{Entonces: } p(x) = \frac{1}{32}(x^2+1)(x)^2(x+2)^3$$

$$\text{En el mes de abril } x = 4 \Rightarrow p(4) = \frac{1}{32}(17)(16)(216) = 1836$$

\therefore El ingreso en el mes de abril fue de 1836 soles.

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En un parque se tiene dos jardines circulares de rosas rojas y blancas de radios r_1 y r_2 (en metros) respectivamente. Determine el área que ocupan los dos jardines si $(r_1 - \sqrt{2})$ y $(r_2 - \sqrt{2})$ son las raíces de $p(x) = x^2 - 3\sqrt{2}x + 2$.

A) $(30\pi) \text{ m}^2$ B) $(48\pi) \text{ m}^2$ C) $(10\pi) \text{ m}^2$ D) $(20\pi) \text{ m}^2$ E) $(24\pi) \text{ m}^2$

Solución:

Por el teorema de Cardano se tiene:

- $(r_1 - \sqrt{2}) + (r_2 - \sqrt{2}) = 3\sqrt{2} \Rightarrow r_1 + r_2 = 5\sqrt{2}$
- $(r_1 - \sqrt{2})(r_2 - \sqrt{2}) = 2 \Rightarrow 2 - (r_1 + r_2)\sqrt{2} + r_1 r_2 = 2 \Rightarrow r_1 r_2 = 10$

$$\text{Se pide hallar el área total de los 2 jardines: } \pi(r_1^2 + r_2^2) = \pi((r_1 + r_2)^2 - 2r_1 r_2) = 30\pi$$

\therefore El área total es $(30\pi) \text{ m}^2$.

Rpta.: A

2. El polinomio $p(x) = ax^2 + bx + c$ tiene raíces no nulas. Si una de las raíces es la quinta parte de la otra, ¿qué relación existe entre los coeficientes de dicho polinomio?

A) $5b^2 = 12ac$

B) $5b^2 = 36ac$

C) $5a^2 = 36bc$

D) $5a^2 = 12bc$

E) $9b^2 = 25ac$

Solución:

Sean m y $5m$ las raíces del polinomio $p(x)$, entonces se cumple:

i. $m + 5m = -\frac{b}{a} \Rightarrow 6m = -\frac{b}{a}$

ii. $5m^2 = \frac{c}{a}$

De i. $6m = -\frac{b}{a} \Rightarrow 36m^2 = \frac{b^2}{a^2} \Rightarrow m^2 = \frac{b^2}{36a^2}$ reemplazando en ii.

$$5m^2 = \frac{c}{a} \Rightarrow 5\left(\frac{b^2}{36a^2}\right) = \frac{c}{a} \Rightarrow 5b^2 = 36ac$$

$$\therefore 5b^2 = 36ac$$

Rpta.: B

3. Sean a , b y c las raíces del polinomio $p(x) = x^3 + 3kx + 5k$; $k \neq 0$.

Si $T = \frac{a^2}{(b-1)(c-1)} + \frac{b^2}{(a-1)(c-1)} + \frac{c^2}{(a-1)(b-1)}$, determine el valor de $(8k+1)(T)$.

A) $6k$

B) $2k$

C) $9k$

D) $7k$

E) $11k$

Solución:

$$\text{Sea } T = \frac{a^2}{(b-1)(c-1)} + \frac{b^2}{(a-1)(c-1)} + \frac{c^2}{(a-1)(b-1)}$$

$$T = \frac{a^2(a-1) + b^2(b-1) + c^2(c-1)}{(a-1)(b-1)(c-1)} = \frac{a^3 + b^3 + c^3 - (a^2 + b^2 + c^2)}{abc - (ab + bc + ac) + (a + b + c) - 1}$$

Por el teorema de Cardano se tiene:

i. $a + b + c = 0$

- $a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + bc + ac)$

- $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

ii. $ab + bc + ac = 3k$

iii. $abc = -5k$

Reemplazando en T:

$$T = \frac{a^3 + b^3 + c^3 - (a^2 + b^2 + c^2)}{abc - (ab + bc + ac) + (a + b + c) - 1} = \frac{3(-5k) - (-2(3k))}{-5k - 3k + 0 - 1} = \frac{-15k + 6k}{-8k - 1} = \frac{-9k}{-8k - 1}$$

$$T = \frac{9k}{8k + 1}$$

$$\therefore \text{El valor de } (8k + 1)(T) \text{ es } \frac{9k}{8k + 1}(8k + 1) = 9k$$

Rpta.: C

4. Sean m , n y r raíces del polinomio $p(x) = x^3 - bx^2 + 11$ tal que $\frac{bm^2 - 12}{m - 1} + \frac{bn^2 - 12}{n - 1} + \frac{br^2 - 12}{r - 1} = 9$. Determine el doble del mayor valor que puede tomar «b».

- A) 6 B) 4 C) 10 D) 2 E) 7

Solución:

Como m, n y r son raíces del polinomio $p(x) = x^3 - bx^2 + 11$; por el teorema de Cardano se tiene:

- i) $m + n + r = b \Rightarrow (m + n + r)^2 = b^2$
 ii) $mn + mr + nr = 0$
 iii) $mnr = -11$

$$\text{De (i) y (ii) se tiene: } m^2 + n^2 + r^2 + 2(mn + mr + nr) = b^2 \Rightarrow m^2 + n^2 + r^2 = b^2$$

Como m es raíz de $p(x)$, entonces

$$p(m) = m^3 - bm^2 + 11 = 0 \Rightarrow m^3 - 1 = bm^2 - 12 \Rightarrow (m - 1)(m^2 + m + 1) = bm^2 - 12$$

$$\Rightarrow m^2 + m + 1 = \frac{bm^2 - 12}{m - 1} \quad \text{análogamente: } n^2 + n + 1 = \frac{bn^2 - 12}{n - 1} \wedge r^2 + r + 1 = \frac{br^2 - 12}{r - 1}$$

Luego:

$$9 = \frac{bm^2 - 12}{m - 1} + \frac{bn^2 - 12}{n - 1} + \frac{br^2 - 12}{r - 1}$$

$$\rightarrow 9 = m^2 + m + 1 + n^2 + n + 1 + r^2 + r + 1 = m^2 + n^2 + r^2 + m + n + r + 3$$

$$\rightarrow 9 = b^2 + b + 3 \rightarrow (b = 2 \vee b = -3)$$

\therefore El doble del mayor valor de «b» es 4.

Rpta.: B

5. Si las raíces del polinomio $p(x) = x^3 - 9x^2 + (m-3)x + 48$ están en progresión aritmética, calcule la suma de cifras de $m^2 + 1$.

A) 8 B) 10 C) 5 D) 11 E) 2

Solución:

Por el teorema fundamental del álgebra sean las raíces del polinomio: $(a-r)$, (a) y $(a+r)$

Por el teorema de Cardano se tiene:

i. $(a-r) + (a) + (a+r) = 9 \Rightarrow 3a = 9 \Rightarrow a = 3$

ii. $(a-r)(a)(a+r) = -48 \Rightarrow (3-r)(3)(3+r) = -48 \Rightarrow (9-r^2) = -16 \Rightarrow r = \pm 5$

entonces las raíces son $-2, 3$ y 8

Luego:

iii. $(-2 \cdot 3) + (-2 \cdot 8) + (3 \cdot 8) = m - 3$

De aquí $2 = m - 3 \Rightarrow m = 5 \Rightarrow m^2 + 1 = 26$

\therefore La suma de cifras de $(m^2 + 1)$ es $2 + 6 = 8$.

Rpta.: A

6. En una conferencia científica de 500 personas hay "m" matemáticos, "2m + 3" físicos y el resto de los asistentes son químicos. Si $p(x)$ es el polinomio mónico de tercer grado con coeficientes enteros, término independiente -207 y una raíz es $(5 + \sqrt{2})$, además "m" es el coeficiente lineal. Determine la cantidad de químicos asistentes a la reunión.

A) 116 B) 182 C) 158 D) 227 E) 149

Solución:

I. $p(x) \in \mathbb{Z}[x]$ por el teorema de la paridad de raíces si $r_1 = 5 + \sqrt{2}$ es raíz, $r_2 = 5 - \sqrt{2}$ también es raíz de $p(x)$

II. Sea $p(x) = x^3 + ax^2 + mx - 207$ por el teorema fundamental del álgebra, sea "r" la otra raíz de $p(x)$ y por el teorema de Cardano se tiene:

* $(5 + \sqrt{2})(5 - \sqrt{2})(r) = -(-207) \Rightarrow r = 9$

Luego el coeficiente del término lineal es

* $(5 + \sqrt{2})(5 - \sqrt{2}) + 9(5 + \sqrt{2}) + 9(5 - \sqrt{2}) = m \Rightarrow m = 113$

Entonces se tiene:

113 matemáticos y 229 físicos

$$\Rightarrow 500 - (113 + 229) = 158$$

\therefore Asistieron 158 químicos.

Rpta.: C

7. En una lámina de cartón rectangular, el ancho mide $(m^2 + n^2)$ cm y el largo, $(m^2 + n^2 + 8)$ cm. Si $(4 + \sqrt{2})$ es una de las raíces del polinomio $p(x) = x^3 + (4m - 3n - 1)x^2 + (3m + 2n - 24)x + 42$, $\{m, n\} \subset \mathbb{Q}$, calcule la mitad del área de dicha lámina.

A) 280 cm^2 B) 560 cm^2 C) 140 cm^2 D) 260 cm^2 E) 360 cm^2

Solución:

I. $\{m; n\} \subset \mathbb{Q}$, entonces $p(x) \in \mathbb{Q}[x]$ y por el teorema de la paridad de raíces si $r_1 = 4 + \sqrt{2}$ es raíz, $r_2 = 4 - \sqrt{2}$ también es raíz de $p(x)$.

II. Por el teorema fundamental del álgebra, sea «r» la otra raíz de $Q(x)$ y por el teorema de Cardano se tiene:

i) $(4 + \sqrt{2})(4 - \sqrt{2})r = -42 \Rightarrow r = -3$

ii) $(4 + \sqrt{2}) + (4 - \sqrt{2}) + (-3) = -4m + 3n + 1 \Rightarrow -4m + 3n = 4$

iii) $(4 + \sqrt{2})(4 - \sqrt{2}) + (-3)(4 + \sqrt{2}) + (-3)(4 - \sqrt{2}) = 3m + 2n - 24 \Rightarrow 3m + 2n = 14$

De (ii) y (iii): $m = 2 \wedge n = 4$

Ancho: 20 cm y largo: 28 cm

\therefore La mitad del área de la lámina es $\frac{20 \cdot 28}{2} = 280 \text{ cm}^2$

Rpta.: A

8. Lucero pagó «b» soles por la compra de «m» cartucheras del mismo precio y pagó «c» soles por la compra de «m» libros del mismo precio. Halle el costo de una cartuchera más el de un libro, si $(3 - 2i)$ es una raíz del polinomio $Q(x) = mx^3 - bx^2 + cx - 39m$.

A) S / 40 B) S / 30 C) S / 24 D) S / 42 E) S / 18

Solución:

- I. Se tiene que $Q(x) \in \mathbb{R}[x]$ y por el teorema de la paridad de raíces si $r_1 = (3 - 2i)$ es raíz, $r_2 = (3 + 2i)$ también es raíz de $Q(x)$
- II. Por el teorema fundamental del álgebra, sea «r» la otra raíz de $Q(x)$ y por el teorema de Cardano se tiene:
- $(3 - 2i)(3 + 2i)r = 39 \Rightarrow 13r = 39 \Rightarrow r = 3$
 - $(3 - 2i)(3 + 2i) + (3 - 2i)3 + (3 + 2i)3 = \frac{c}{m} \Rightarrow \frac{c}{m} = 31$
 - $(3 - 2i) + (3 + 2i) + 3 = \frac{b}{m} \Rightarrow \frac{b}{m} = 9$
- III. Precio de una cartuchera: $\frac{b}{m} = 9$ soles
 Precio de un libro: $\frac{c}{m} = 31$ soles
- \therefore El precio de una cartuchera más el de un libro es S/ 40.

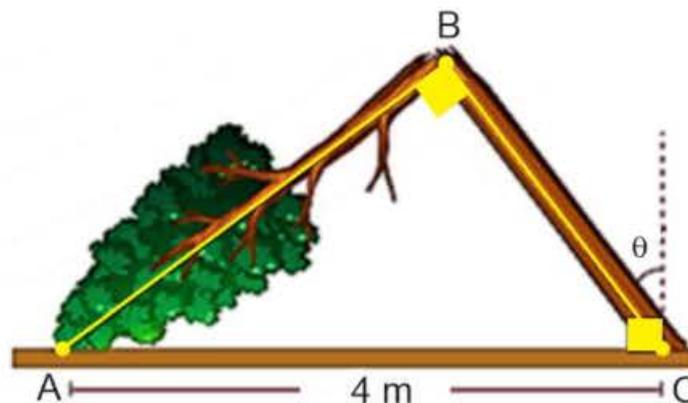
Rpta.: A

Trigonometría

EJERCICIOS DE CLASE

1. En la figura, se representa un árbol que se quebró en el punto B. Si $\tan(2\theta) = \frac{1}{\sqrt{15}}$, halle la altura que tenía el árbol antes de quebrarse.

- $2\sqrt{6}$ m
- $3\sqrt{5}$ m
- $4\sqrt{3}$ m
- $2\sqrt{5}$ m
- $3\sqrt{6}$ m



Solución:

Sea: H m la altura del árbol.

De la figura, tenemos:

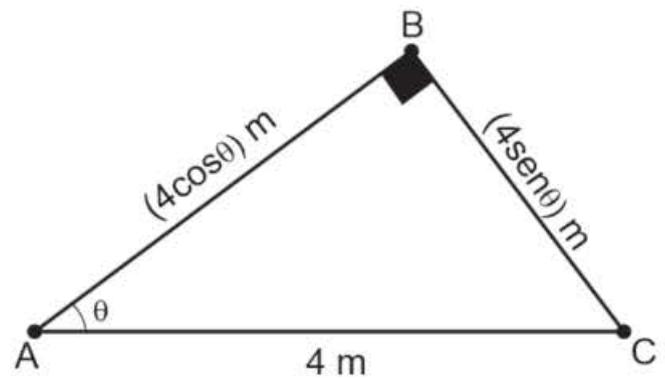
$$H = 4(\cos\theta + \text{sen}\theta)$$

$$\Rightarrow H^2 = 16(\cos\theta + \text{sen}\theta)^2$$

$$\Rightarrow H^2 = 16(1 + \text{sen}(2\theta))$$

Como: $\text{sen}(2\theta) = \frac{1}{4} \Rightarrow H^2 = 20$

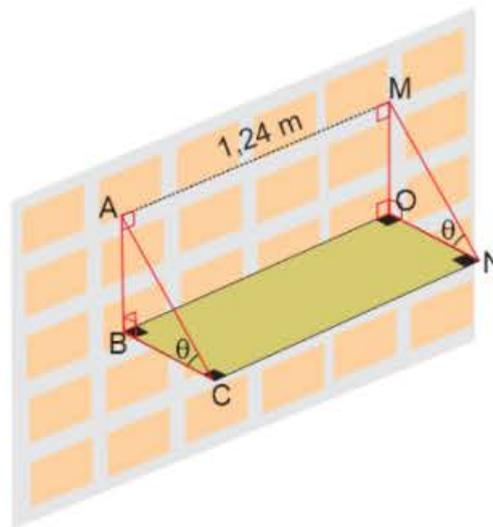
Por lo tanto, la altura del árbol es $2\sqrt{5}$ m.



Rpta.: D

2. En la figura, se representa un estante empotrado en una pared. Si $AB = 14$ cm y $9\cos(2\theta) + 7\text{sen}(2\theta) = 9$, determine el área de la región rectangular BCNO.

- A) 1 736 cm²
- B) 1 984 cm²
- C) 2 480 cm²
- D) 2 232 cm²
- E) 1 860 cm²



Solución:

Del dato: $9\cos(2\theta) + 7\text{sen}(2\theta) = 9$

$$\Rightarrow 7\text{sen}(2\theta) = 9(1 - \cos(2\theta))$$

$$\Rightarrow 7(2\text{sen}\theta \cdot \cos\theta) = 9(2\text{sen}^2\theta)$$

$$\Rightarrow \cot\theta = \frac{9}{7}$$

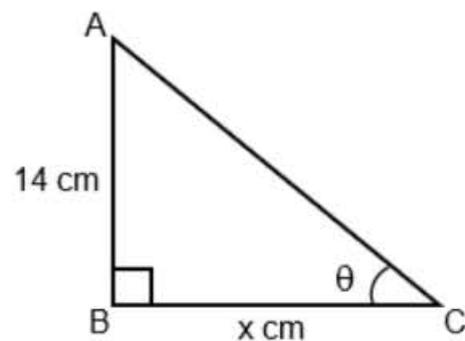
Como: $\cot\theta = \frac{x}{14}$

Entonces $x = 18$

Luego,

$$\text{Área}_{BCNO} = (18 \text{ cm})(124 \text{ cm}) = 2\,232 \text{ cm}^2$$

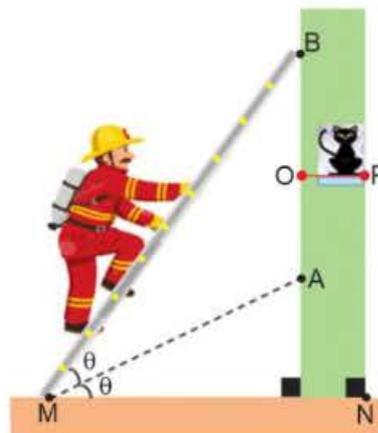
Por lo tanto, el área de la región rectangular es $2\,232 \text{ cm}^2$.



Rpta.: D

3. En la figura, se representa a un bombero utilizando una escalera extensible para bajar a un gato de una casa no habitable, donde $AO = OB = 1,5 \text{ m}$. Si $\overline{OP} \parallel \overline{MN}$ y $\tan \theta = \frac{1}{3}$, ¿a qué altura se encuentra el gato del suelo?

- A) 4,2 m
- B) 3,8 m
- C) 3,6 m
- D) 5,4 m
- E) 3,9 m



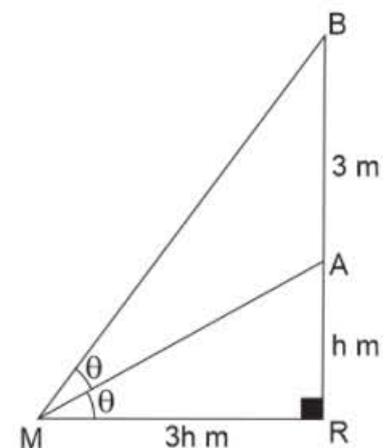
Solución:

De la figura tenemos: $\tan(2\theta) = \frac{3+h}{3h}$

$$\Rightarrow \frac{2\left(\frac{1}{3}\right)}{1-\left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{3+h}{3h} \Rightarrow \frac{3+h}{3h} = \frac{3}{4} \Rightarrow h = \frac{12}{5}$$

Sea $D = (1,5 + h) \text{ m}$, la altura a la que se encuentra el gato.

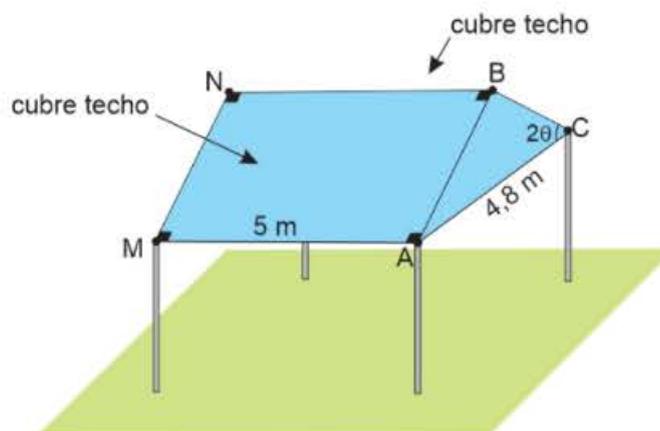
Por lo tanto; el gato se encuentra a una altura de 3,9 m.



Rpta.: E

4. En la figura, se representa una carpa para una campaña de salud, donde su parte superior tiene forma de un prisma triangular recto. Si $AB = BC$ y $\frac{1 + \tan \theta}{5 - 19 \tan \theta} = \frac{1}{5} \cot \theta$, halle el doble del área de la región comprendida por ABNM.

- A) 13 m^2
- B) 30 m^2
- C) 20 m^2
- D) 25 m^2
- E) 26 m^2



Solución:

$$\text{Dado que: } \frac{1 + \tan \theta}{5 - 19 \tan \theta} = \frac{1}{5} \cot \theta$$

$$\Rightarrow 24 \tan \theta = 5(1 - \tan^2 \theta) \Rightarrow \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{5}{12}$$

$$\Rightarrow \tan(2\theta) = \frac{5}{12}$$

Así, $AB = BC = 2,6 \text{ m}$.

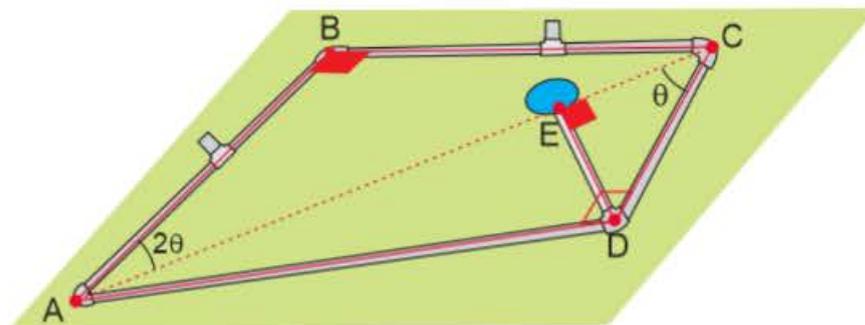
$$\text{Luego: } \text{Área}_{ABNM} = (5 \text{ m})(2,6 \text{ m}) = 13 \text{ m}^2$$

Por lo tanto; el doble del área de la región comprendida por ABNM es 26 m^2 .

Rpta.: E

5. En la figura, se representa una instalación de tuberías para desagüe que desemboca en el punto E. Si $DE = 5 \text{ m}$, halle la longitud del tubo representado por el segmento \overline{BC} .

- A) 8 m
B) 10 m
C) 12 m
D) 14 m
E) 9 m

**Solución:**

De la figura, tenemos:

$$CE = (5 \cot \theta) \text{ m} \quad \wedge \quad AE = (5 \tan \theta) \text{ m}$$

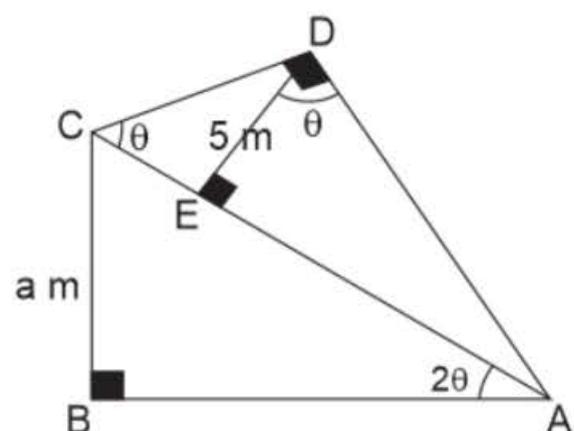
Luego:

$$\text{sen}(2\theta) = \frac{a}{5(\cot \theta + \tan \theta)}$$

$$\Rightarrow a = 5 \text{sen}(2\theta) \cdot (\cot \theta + \tan \theta)$$

$$\Rightarrow a = 5 \text{sen}(2\theta) \cdot (2 \csc(2\theta))$$

Por lo tanto; $BC = 10 \text{ m}$.



Rpta.: B

6. Juan, por motivos de las fiestas navideñas, va a comprar un árbol de Navidad a un centro comercial cuyo precio es $(3M^2 + 2)$ soles, donde M es el mayor valor entero de la expresión $\left[5(\tan\theta + 2\text{sen}^2\theta \cdot \text{cot}(2\theta)) - 3\right]^2$ con $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$. Si paga con un billete de 200 soles, ¿cuánto le dieron de vuelto?
- A) 10 soles B) 8 soles C) 6 soles D) 4 soles E) 5 soles

Solución:

$$\begin{aligned} \text{Sea } F &= \left[5(\tan\theta + 2\text{sen}^2\theta \cdot \text{cot}(2\theta)) - 3\right]^2 \\ \Rightarrow F &= \left[5(\text{csc}(2\theta) - \text{cot}(2\theta) + (1 - \cos(2\theta)) \cdot \text{cot}(2\theta)) - 3\right]^2 \\ \Rightarrow F &= \left[5\text{csc}(2\theta)(\text{sen}^2(2\theta)) - 3\right]^2 = \left[5\text{sen}(2\theta) - 3\right]^2 \end{aligned}$$

$$\text{Como, } 0 < 2\theta < \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow 0 < \text{sen}(2\theta) < 1$$

$$\Rightarrow 0 \leq \left[5\text{sen}(2\theta) - 3\right]^2 < 9$$

Así,

$$M = 8$$

Luego, el precio del árbol de Navidad es 194 soles.

Por lo tanto, le dieron 6 soles de vuelto.

Rpta.: C

7. El profesor de Trigonometría copia en la pizarra la siguiente expresión $\text{sen}111^\circ$. Un alumno, por premura, comete un error y escribe en su cuaderno $\text{sen}11^\circ$. Si la razón geométrica entre lo que estaba escrito en la pizarra y lo que copió el alumno está dada por $A\text{sec}(79^\circ)$, determine el valor de A .

A) $\frac{117}{125}$ B) $\frac{137}{125}$ C) $\frac{147}{25}$ D) $\frac{127}{125}$ E) $\frac{147}{150}$

Solución:

$$\text{Sea: } R = \frac{\text{sen}111^\circ}{\text{sen}11^\circ} = \frac{\text{sen}[3(37^\circ)]}{\text{sen}11^\circ}$$

$$R = \frac{\text{sen}(37^\circ)(2\cos(74^\circ) + 1)}{\text{sen}(11^\circ)} = \frac{117}{125} \text{csc}(11^\circ) = \frac{117}{125} \text{sec}(79^\circ)$$

Por lo tanto, el valor de A es $\frac{117}{125}$.

Rpta.: A

8. Tres socios compraron un terreno valorizado en 80 000 soles, el primer socio aportó $27\cos(3x)$ miles de soles, el segundo $729\cos(6x)$ centenas de soles y el tercero lo restante. Si $3\sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = 1$, ¿cuánto dinero aportó el tercer socio?

A) S/ 24 100 B) S/ 22 300 C) S/ 26 000 D) S/ 28 200 E) S/ 25 200

Solución:

Del dato tenemos: $3\sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = 1$

Como: $\sin\left[3\left(\frac{\pi}{6} - x\right)\right] = 3\sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) - 4\sin^3\left(\frac{\pi}{6} - x\right) \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) = \frac{23}{27}$

Además:

$$\cos(6x) = 2\cos^2(3x) - 1 = 2\left(\frac{23}{27}\right)^2 - 1 = \frac{329}{729}$$

Así; Aporte_{3er socio} = $(80\,000 - 23\,000 - 32\,900)$ soles = 24 100 soles

Por lo tanto, el tercer socio aportó S/. 24 100.

Rpta.: A

9. Simplifique la expresión $\csc(2\alpha)\cos(8\alpha) + \sec(2\alpha)\sin(8\alpha) - \cos(2\alpha)\cot(2\alpha)$.
- A) $-\sin(2\alpha)$ B) $-3\sin(2\alpha)$ C) $\operatorname{sen}\alpha$ D) $3\sin(2\alpha)$ E) $-\operatorname{sen}\alpha$

Solución:

Sea $A = \csc(2\alpha)\cos(8\alpha) + \sec(2\alpha)\sin(8\alpha) - \cos(2\alpha)\cot(2\alpha)$

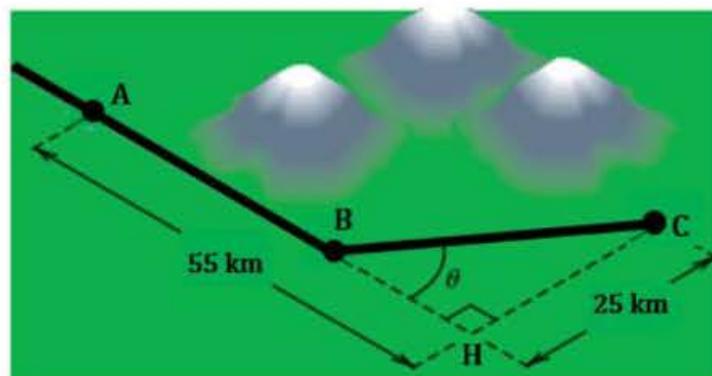
$$A = \frac{\cos(8\alpha)\cos(2\alpha) + \sin(8\alpha)\sin(2\alpha) - \cos^3(2\alpha)}{\sin(2\alpha)\cos(2\alpha)}$$

$$A = \frac{\cos(6\alpha) - \cos^3(2\alpha)}{\sin(2\alpha)\cos(2\alpha)} = \frac{3\cos^3(2\alpha) - 3\cos(2\alpha)}{\sin(2\alpha)\cos(2\alpha)} = \frac{3(\cos^2(2\alpha) - 1)}{\sin(2\alpha)} = -3\sin(2\alpha)$$

Rpta.: B

10. En la figura, se muestra una ruta de ferrocarril que pasa por tres ciudades ubicadas en los puntos A, B y C. Determine la máxima cantidad entera de kilómetros que podría recorrer un tren al ir desde la ciudad A hacia C por dicha ruta.

- A) 79
B) 58
C) 80
D) 60
E) 75



Solución:

Del gráfico:

$$BC = 25\csc(\theta) \text{ km} \quad \wedge \quad BH = 25\cot(\theta) \text{ km}$$

Sea D la distancia recorrida por el tren, entonces:

$$D = AB + BC \Rightarrow D = [55 - 25\cot(\theta) + 25\csc(\theta)] \text{ km} = \left[55 + 25\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \text{ km}$$

$$\text{Como: } 0 < \theta < \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 < \frac{\theta}{2} < \frac{\pi}{4} \Rightarrow 0 < \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) < 1$$

$$\Rightarrow 55 < 55 + 25\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) < 80$$

Por lo tanto, la máxima cantidad de kilómetros que podría recorrer un tren es 79.

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En la figura, se representa una mesa donde $AB = 0,5(2\text{sen}x + 3\text{cos}x)$ m y $BC = 0,5(2\text{cos}x + 3\text{sen}x)$ m con $0 < 2x < \frac{\pi}{2}$. Si se barniza la parte superior de la mesa, determine la máxima cantidad entera de metros cuadrados que se podrá barnizar.

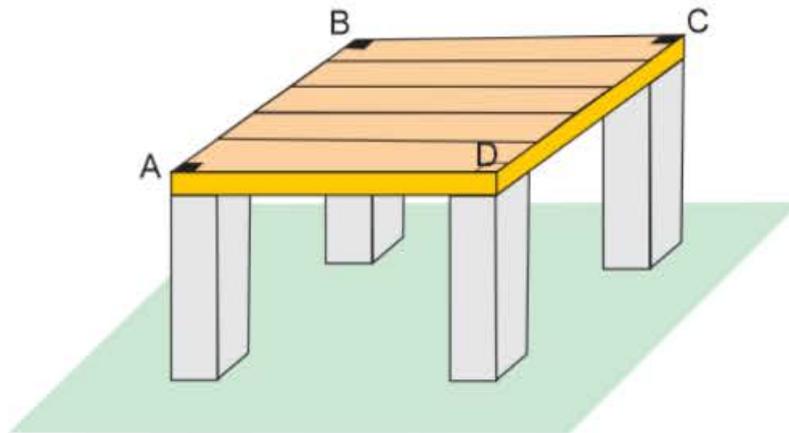
A) 5

B) 3

C) 2

D) 6

E) 4

**Solución:**

$$\text{Tenemos: } \text{Área}_{ABCD} = \frac{1}{4}(2\text{sen}x + 3\text{cos}x)(2\text{cos}x + 3\text{sen}x) \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow \text{Área}_{ABCD} = \frac{1}{4}\left(\frac{13}{2}\text{sen}(2x) + 6\right) \text{ m}^2$$

$$\text{Como } 0 < 2x < \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 < \text{sen}(2x) < 1$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} < \frac{1}{4}\left(\frac{13}{2}\text{sen}(2x) + 6\right) < \frac{25}{8}$$

$$\text{Luego: } \text{Área}_{\text{Máx. entero}} = 3 \text{ m}^2$$

Por lo tanto, la máxima cantidad entera de metros cuadrados que se podrá barnizar es 3.

Rpta.: B

2. Los ingresos del mes de septiembre de dos empresas de transportes A y B son $(1,5 + 18\sqrt{3} \operatorname{sen} x \cos x)$ y $6\sqrt{3}(\operatorname{sen}(2x) - \cos(4x) \operatorname{sen}(2x))$ en miles de soles, respectivamente, donde $0 < x < \frac{\pi}{4}$. Si en dicho mes la empresa A tuvo mayor ingreso que B y la diferencia de los ingresos de ambas empresas es 1 500 soles, ¿a cuánto ascendió el ingreso de la empresa A en dicho mes?

- A) 15 500 soles B) 15 300 soles C) 15 000 soles
D) 16 200 soles E) 1 350 soles

Solución:

Planteamos la diferencia de los ingresos de la siguiente manera:

$$1,5 = 1,5 + 18\sqrt{3} \operatorname{sen} x \cos x - 6\sqrt{3}(\operatorname{sen}(2x) - \cos(4x) \operatorname{sen}(2x))$$

$$0 = 9\sqrt{3} \operatorname{sen}(2x) - 6\sqrt{3} \operatorname{sen}(2x)(1 - \cos(4x))$$

$$0 = 3\sqrt{3}(3 \operatorname{sen}(2x) - 4 \operatorname{sen}^3(2x))$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen}(6x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{\pi}{6}$$

$$\text{Luego: Ingreso(A)} = 1,5 + 9\sqrt{3} \operatorname{sen}\left(2\left(\frac{\pi}{6}\right)\right) = 15$$

Por lo tanto; el ingreso de la empresa A es 15 000 soles.

Rpta: C

3. Si $E = \operatorname{sen}(3\theta) \cdot \operatorname{csc}^3 \theta - \cos(3\theta) \cdot \operatorname{sec}^3 \theta$ con $2\theta \neq \pi k$ y $k \in \mathbb{Z}$, halle el mínimo valor de la expresión E.

- A) 2 B) 8 C) 6 D) 4 E) 5

Solución:

$$\text{Tenemos: } E = \frac{\operatorname{sen}(3\theta)}{\operatorname{sen}^3 \theta} - \frac{\cos(3\theta)}{\cos^3 \theta}$$

$$E = \frac{2\cos(2\theta) + 1}{\operatorname{sen}^2 \theta} - \frac{2\cos(2\theta) - 1}{\cos^2 \theta}$$

$$E = \frac{2\cos(2\theta)(\cos^2 \theta - \operatorname{sen}^2 \theta) + 1}{\operatorname{sen}^2 \theta \cdot \cos^2 \theta}$$

$$E = \frac{4[2\cos^2(2\theta) + 1]}{\sin^2(2\theta)} = \frac{4[3 - 2\sin^2(2\theta)]}{\sin^2(2\theta)}$$

$$E = 12\csc^2(2\theta) - 8$$

Como $2\theta \neq \pi k, k \in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow 1 \leq \csc^2(2\theta)$$

$$\Rightarrow 4 \leq 12\csc^2(2\theta) - 8$$

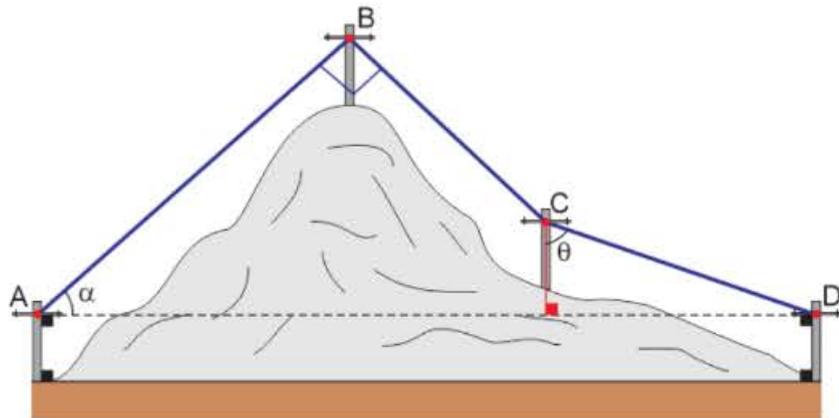
Luego: $E_{\text{Mínimo}} = 4$

Por lo tanto, el mínimo valor de la expresión es 4.

Rpta.: B

4. En la figura, se representa la vista lateral de postes con cables de alta tensión, donde $AB = \sqrt{2}$ km y $BC = CD = 1$ km. Si el costo por mantenimiento de los cables de alta tensión es $2\left(\frac{\cos(2\theta) + \cos(2\alpha)}{1 - \sqrt{2}\sin(2\alpha)}\right)$ miles de soles, determine el costo.

- A) 2 400 soles
- B) 3 600 soles
- C) 5 000 soles
- D) 4 000 soles
- E) 4 200 soles



Solución:

De la figura:

$$BH = \sqrt{2}\sin\alpha \text{ km}$$

$$\Rightarrow \cos\theta + \cos\alpha = \sqrt{2}\sin\alpha$$

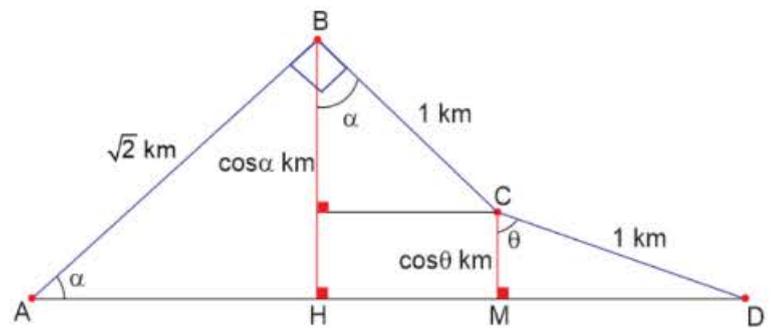
$$\Rightarrow \cos\theta = \sqrt{2}\sin\alpha - \cos\alpha$$

$$\Rightarrow \cos^2\theta = 1 + \sin^2\alpha - \sqrt{2}\sin(2\alpha)$$

$$\Rightarrow \cos(2\theta) = 2 - \cos(2\alpha) - 2\sqrt{2}\sin(2\alpha)$$

$$\text{Así; } \frac{\cos(2\theta) + \cos(2\alpha)}{1 - \sqrt{2}\sin(2\alpha)} = 2$$

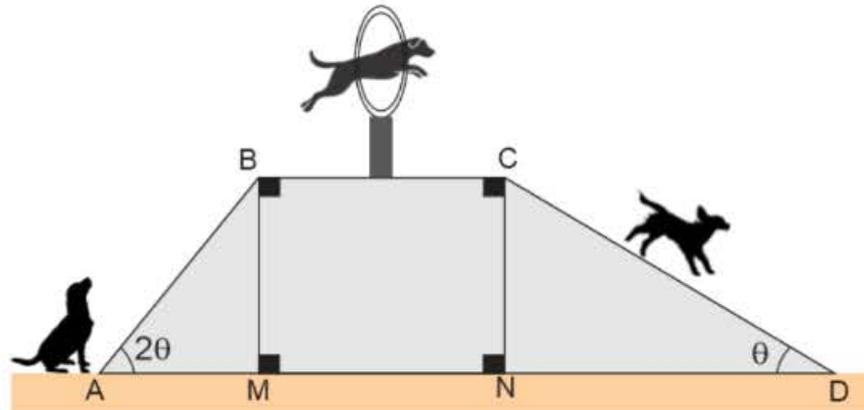
Por lo tanto, el costo es 4 000 soles.



Rpta.: D

5. En la figura, se representa la rutina acrobática realizada por un perro. Si MBCN es un cuadrado y $AD = 4BC$, halle $\tan\theta$.

- A) $\sqrt{3} + 1$
- B) $4 - \sqrt{3}$
- C) $2\sqrt{3} - 3$
- D) $\sqrt{3} + 2$
- E) $3 - \sqrt{3}$



Solución:

De la figura tenemos:

$$3k = k(\cot(2\theta) + \cot\theta)$$

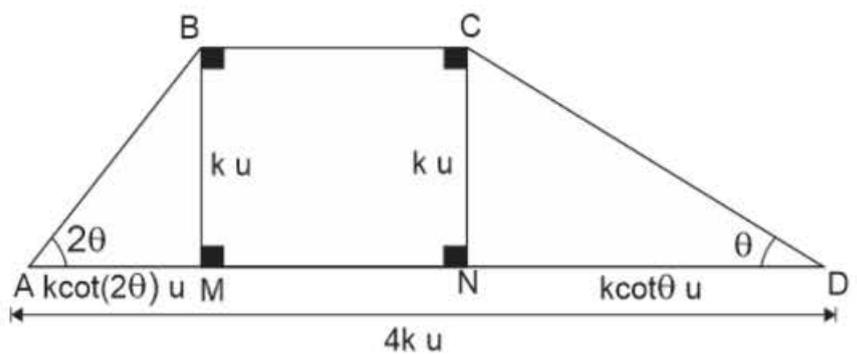
$$\Rightarrow 3 = \frac{1 - \tan^2\theta}{2\tan\theta} + \frac{2}{2\tan\theta}$$

$$\Rightarrow 6\tan\theta = 3 - \tan^2\theta$$

$$\Rightarrow \tan^2\theta + 6\tan\theta - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \tan\theta = 2\sqrt{3} - 3$$

Por lo tanto, $\tan\theta = 2\sqrt{3} - 3$.



Rpta.: C

Lenguaje

EJERCICIOS DE CLASE

1. La frase nominal es la unidad sintáctica cuyo núcleo es un nombre o un pronombre, y puede presentar modificadores directos e indirectos en su estructura. De acuerdo con esta aseveración, señale la opción que presenta mayor número de frases nominales.
 - A) La sociedad chimú desarrolló una agricultura de regadío.
 - B) Elisa, la entrega de la tarjeta de crédito será el miércoles.
 - C) Nunca te pediremos la contraseña de tu cuenta de ahorros.
 - D) Tú cómprale un helado de vainilla al niño que está llorando.
 - E) Estimada maestra, presénteme el registro auxiliar mañana.

Solución:

Esta opción presenta 4 frases nominales: *tú, le, un helado de vainilla, el niño que está llorando.*

Rpta.: D

2. La frase nominal puede llevar modificadores directos e indirectos. Aquellas que presentan modificador indirecto (frases preposicionales, frases apositivas o proposiciones subordinadas adjetivas) se clasifican como complejas. Considerando lo anterior, identifique la alternativa que presenta una frase nominal compleja.

- A) Teresa, mi vecina estuvo enferma toda la semana.
 B) Después de la batalla legal, Irene ganó la demanda.
 C) La película que hemos visto fue demasiado violenta.
 D) El teatro cerrará sus puertas después de treinta años.
 E) Enviaré un arreglo floral a mi amiga por su aniversario.

Solución:

La frase nominal compleja es *la película que hemos visto*. Esta admite el modificador indirecto *que hemos visto* (proposición subordinada adjetiva), el cual modifica al núcleo *película*.

Rpta.: C

3. La frase nominal, cuyo núcleo es un nombre o un pronombre, cumple la función de sujeto cuando es el tema de la predicación verbal. Según ello, en el enunciado *Nacido al pie de aquellas altas montañas, perfumado por el aroma de aquellas espesas selvas, el Zeus indio no se detuvo en su cuna de palmas*, determine el núcleo de la frase nominal sujeto.

- A) Montañas B) Aroma C) Selvas D) Zeus E) Cuna

Solución:

El núcleo de la frase nominal en función de sujeto es *Zeus*, el cual concuerda con el verbo *detuvo*, núcleo de la frase verbal.

Rpta.: D

4. La frase nominal desempeña diferentes funciones sintácticas dentro de la oración. En ese sentido, correlacione las frases nominales subrayadas con sus respectivas funciones; luego señale la secuencia correcta.

- | | |
|---|---------------------|
| I. Nosotros no compramos en <u>esa ferretería</u> . | a. Objeto indirecto |
| II. Gabriela, <u>véndeme</u> aquellos diccionarios. | b. Circunstancial |
| III. Estuvo delicioso <u>aquel pastel de fresa</u> . | c. Objeto directo |
| IV. La batería suministra <u>la energía necesaria</u> . | d. Sujeto |

- | | | |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| A) Ib, IIa, IIIc, IVd | B) Ic, IId, IIIb, IVa | C) Ib, IIa, IIIId, IVc |
| D) Ib, IIc, IIIId, IVa | E) Ic, IIa, IIIId, IVb | |

Solución:

La frase nominal *esa ferretería* funciona como complemento circunstancial de lugar; el pronombre *me*, como objeto indirecto, pues este designa a la persona a la que se destina *aquellos diccionarios*; *aquel pastel de fresa*, como sujeto del verbo *estar*; *la*

energía necesaria, como objeto directo, ya que completa el significado del verbo transitivo *suministrar*.

Rpta.: C

5. La frase nominal cumple las funciones de sujeto, vocativo y complemento (OD, OI, circunstancial, agente, de nombre, de adjetivo y de verbo). De acuerdo con esta aseveración, lea los enunciados y seleccione la alternativa que correlaciona correctamente la columna de las frases nominales subrayadas y la de las funciones que cumplen.

I. Están agotados <u>los trabajadores</u> .	a. OD	
II. Carol viajará pronto a <u>Londres</u> .	b. Sujeto	
III. Luisa, ayuda a <u>tu padre</u> , por favor.	c. Vocativo	
IV. Tu nuevo celular está genial, <u>Inés</u> .	d. C. Circunstancial	
A) Ib, Ila, IIIId, IVc	B) Ia, IIc, IIIIb, IVd	C) Ib, IIId, IIIIa, IVc
D) Ia, IIId, IIIIb, IVc	E) Ic, IIb, IIIIa, IVd	

Solución:

En I, la FN *los trabajadores* cumple la función de sujeto; en II, la FN *Londres* asume la función de C. Circunstancial de lugar; en III, la FN *tu padre* cumple la función de OD del verbo *ayudar*; en IV, la FN *Inés* asume la función de vocativo.

Rpta.: C

6. Los pronombres son categorías gramaticales con significado referencial, es decir, refieren a las entidades denotadas por los sustantivos. Según ello, en el enunciado *La actriz y cantante francesa realizó un reconocido monólogo que expresa el desprecio al ser amado. Ella no se había atrevido a estrenarlo por temor a subirse a un escenario sin músicos*, el número de pronombres asciende a

A) siete. B) cinco. C) tres. D) seis. E) cuatro.

Solución:

Los pronombres son cinco: *que* (relativo), *ella* (personal tónico), *se* (personal átono), *lo* (personal átono), *se* (personal átono).

Rpta.: B

7. Los pronombres personales átonos pueden cumplir las funciones de objeto directo e indirecto. Teniendo en cuenta ello, elija la alternativa donde el pronombre subrayado cumple la función de objeto directo.

A) No <u>le</u> dieron el aumento de sueldo.	B) Las niñas <u>se</u> las obsequiaron ayer.
C) Afortunadamente, <u>te</u> conozco bien.	D) Ana <u>me</u> lo informará en la reunión.
E) <u>Nos</u> prestará su bicicleta mañana.	

Solución:

El pronombre personal *te* cumple la función de objeto directo del verbo transitivo *conocer*. Los demás pronombres subrayados cumplen la función de objeto indirecto.

Rpta.: C

8. Los pronombres son un grupo variado de palabras que sustituyen al sustantivo y pueden clasificarse según su función en personales, posesivos, demostrativos, relativos, indefinidos, interrogativos y exclamativos. Considerando ello, establezca la correlación correcta entre los pronombres subrayados y sus clases.

- | | |
|---|-----------------|
| I. Está hermoso ese vestido y no <u>aquel</u> . | a. Personal |
| II. Me gustaría tener una plática <u>contigo</u> . | b. Demostrativo |
| III. Luis dijo que esa revista no era <u>suya</u> . | c. Indefinido |
| IV. <u>Algunos</u> recibieron muchos obsequios. | d. Posesivo |
-
- | | | |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| A) Ic, Ila, IIIId, IVb | B) Ic, Ila, IIIIb, IVd | C) Ia, IIc, IIIId, IVb |
| D) Ib, IIId, IIIa, IVc | E) Ib, Ila, IIIId, IVc | |

Solución:

Aquel es un pronombre demostrativo; *contigo*, personal tónico; *suya*, posesivo; *algunos*, indefinido.

Rpta.: E

9. Según su significado, los sustantivos se pueden clasificar en común, propio, concreto, abstracto, individual, colectivo, primitivo y derivado. De acuerdo con ello, establezca la correlación correcta entre los sustantivos subrayados y sus clases.

- | | |
|--|--------------|
| I. Es un relato poderoso de una concisión y <u>pulcritud</u> extrema. | a. Propio |
| II. El <u>aroma</u> del monte y el viento había volado como un águila. | b. Concreto |
| III. <u>Cuba</u> es un país soberano insular asentado en las Antillas. | c. Derivado |
| IV. Ha sido un <u>pedregal</u> de poco relieve entretejido de malezas. | d. Abstracto |
-
- | | | |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| A) Id, Ila, IIIIb, IVc | B) Ic, IIId, IIIa, IVb | C) Ib, IIc, IIIId, IVa |
| D) Ib, IIc, IIIa, IVd | E) Id, IIb, IIIa, IVc | |

Solución:

El sustantivo *pulcritud* es abstracto, pues no es perceptible mediante los sentidos; *aroma* es su sustantivo concreto, porque es un elemento perceptible; *Cuba* es un sustantivo propio; *pedregal* es un sustantivo derivado de *piedra*.

Rpta.: E

10. El nombre o sustantivo propio tiene valor denominativo, lo que le permite asignar nombre a individuos particulares. Este se clasifica según la naturaleza y características del referente, entre ellos se pueden mencionar a los antropónimos, hipocorísticos, zoónimos, topónimos, hidrónimos, etc. Considerando lo señalado, identifique la opción que relaciona cada sustantivo subrayado con su respectiva clase.

- | | |
|---|------------------|
| I. <u>Mariela</u> se matriculó ayer en el curso de capacitación. | a. Zoónimo |
| II. <u>Jalisco</u> es un estado autónomo y soberano de México. | b. Antropónimo |
| III. Aunque tenía cincuenta y dos años, lo llamaban <u>Goyito</u> . | c. Topónimo |
| IV. <u>Bucéfalo</u> fue el caballo del rey Alejandro de Macedonia. | d. Hipocorístico |
-
- | | | |
|------------------------|------------------------|-----------------------|
| A) Ib, IIc, IIIa, IVd | B) Id, IIc, IIIb, IVa | C) Id, IIb, IIIa, IVc |
| D) Ib, IIc, IIIId, IVa | E) Ib, IIId, IIIa, IVc | |

Solución:

Mariela es un antropónimo, ya que es nombre propio de persona; *Jalisco* es un topónimo, nombre que se le atribuye al lugar; *Goyito* es un hipocorístico, se usa como designación cariñosa en forma diminutiva; *Bucéfalo*, el nombre del animal.

Rpta.: D

11. El nombre o sustantivo es una palabra que se caracteriza por ser variable, asume la función de núcleo de la frase nominal y designa elementos de la realidad. Se clasifica en común, propio, concreto, abstracto, individual y colectivo; este último puede ser primitivo o derivado. De acuerdo con lo afirmado, establezca la correlación correcta entre los sustantivos subrayados y sus clases.

- | | |
|--|------------------------|
| I. En ese momento, la anciana respondió con <u>sabiduría</u> . | a. Colectivo primitivo |
| II. Juan oyó las bandas y la ensordecedora <u>trompetería</u> . | b. Abstracto |
| III. Había una <u>piara</u> de cerdos alimentándose lejos de allí. | c. Topónimo |
| IV. <u>Yerupajá</u> es la segunda montaña más alta del Perú. | d. Colectivo derivado |

A) Ib, IId, IIIc, Iva

B) Id, IIa, IIIb, IVc

C) Ib, IIc, IIIa, IVd

D) Ib, IId, IIIa, IVc

E) Id, IIb, IIIa, IVc

Solución:

El sustantivo *sabiduría* es abstracto, ya que designa un elemento no perceptible por los sentidos; *trompetería*, colectivo derivado porque se refiere a un conjunto de sonidos producidos por la trompeta; *piara*, colectivo primitivo que indica manada de cerdos y *Yerupajá*, topónimo, pues designa el nombre de un nevado.

Rpta.: D

12. Dentro de la oración, las frases nominales cumplen diversas funciones, como sujeto, OD, OI, CC, vocativo, atributo, etc. En el espacio correspondiente, escriba el nombre de la función que cumple cada frase nominal subrayada.

- | | |
|---|-------|
| A) Las caricaturas son <u>mi pasatiempo preferido</u> . | ----- |
| B) Cortaron las manzanas con <u>el cuchillo oxidado</u> . | ----- |
| C) <u>Este automóvil de gama alta</u> no está a la venta. | ----- |
| D) La alumna ofreció las condolencias a <u>su maestro</u> . | ----- |
| E) El juez ordenó <u>la expropiación de estos bienes</u> . | ----- |

Rpta.: A) Atributo, B) CC, C) sujeto, D) OI, E) OD

Literatura

EJERCICIOS DE CLASE

1. Marque la alternativa que completa correctamente el siguiente enunciado «La producción literaria generada por los representantes de la Nueva narrativa hispanoamericana tiene como contexto social el gran desarrollo _____, el cual es producto de _____».

- A) de la producción capitalista – la instauración de dictaduras
- B) de las ciudades latinoamericanas – la modernización
- C) de las sociedades rurales – un destacado manejo político
- D) del catastro urbano – la preocupación por la ciudad
- E) del sistema comunista – un interés por el debate político

Solución:

La producción literaria, brindada por los representantes de la Nueva narrativa hispanoamericana, tiene como contexto social el gran desarrollo de las ciudades latinoamericanas, el cual es producto de la modernización.

Rpta.: B

2. En la narrativa hispanoamericana de inicios del siglo XX, predominaba el estilo realista del regionalismo. Posteriormente, hacia los años 40, se afirma la influencia de las _____ en la narrativa. Esto coincide con el período de la Nueva narrativa hispanoamericana denominado etapa de _____.

- A) modas norteamericanas – decadencia
- B) tradiciones latinoamericanas – iniciación
- C) técnicas del Realismo – declinación literaria
- D) corrientes vanguardistas – consolidación
- E) novelas de estilo testimonial – apogeo o «boom»

Solución:

El estilo de la narrativa hispanoamericana de inicios del siglo XX era conocido como regionalismo o criollismo. Solo hacia la década del 40, se afianza la influencia de las vanguardias narrativas. Esto coincide con la etapa de consolidación de la Nueva narrativa hispanoamericana.

Rpta.: D

3. Debido al uso de novedosas técnicas vanguardistas en el relato, las novelas de la Nueva narrativa hispanoamericana resultan complejas. El lector debe estar atento a los cambios de narrador o de tiempo narrativo, lo que implica una _____ para conseguir una reconstrucción del _____ de la obra.

- A) postura política – eje temático
- B) revisión permanente – argumento
- C) participación activa – sentido global
- D) lectura profunda – estilo narrativo
- E) disposición abierta – carácter fantástico

Solución:

La complejidad de las obras de la Nueva narrativa hispanoamericana demanda a un lector más comprometido con la lectura de las novelas. Su participación activa es necesaria para que pueda conseguir la reconstrucción del sentido global de la obra.

Rpta.: C

4. Respecto al siguiente fragmento de *El señor presidente*, novela de Miguel Ángel Asturias, ¿qué característica de la Nueva narrativa hispanoamericana se evidencia?

¡Alumbra, lumbré de alumbre, Luzbel de piedralumbre! Como zumbido de oídos persistía el rumor de las campanas a la oración, maldobestar de la luz en la sombra, de la sombra en la luz. ¡Alumbra, lumbré de alumbre, Luzbel de piedralumbre, sobre la podredumbre! ¡Alumbra, lumbré de alumbre, sobre la podredumbre, Luzbel de piedralumbre! ¡Alumbra, alumbra, lumbré de alumbre!

- A) La ruptura del orden cronológico
 B) El empleo del monólogo interior
 C) La inserción de lo real maravilloso
 D) La transculturación narrativa
 E) El experimentalismo lingüístico

Solución:

En el fragmento citado, hay una exploración del nivel expresivo del lenguaje; en tal sentido, se puede apreciar el empleo del experimentalismo lingüístico, característica de la Nueva narrativa hispanoamericana.

Rpta.: E

5. Una de las características de la Nueva narrativa hispanoamericana es el empleo de la narración objetiva. ¿Cuál de las siguientes alternativas es un ejemplo de este rasgo?

- A) «Los rostros se suavizaron en el resplandor vacilante que el globo de luz difundía por el recinto, a través de escasas partículas limpias de vidrio».
 B) «Cayó en mala posición: el empuje del pie izquierdo cargó con todo el peso del cuerpo. Al pronto sintió un dolor agudísimo».
 C) «El día en que lo iban a matar, Santiago Nasar se levantó a las 5.30 de la mañana para esperar el buque en que llegaba el obispo».
 D) «Se les agradecían esas demostraciones de aprecio, pensando, además, que alguna vez sería necesaria su protección».
 E) «El paisaje, sin embargo, parecía haber perdido sus propiedades sensibles, pues donde quiera que pusiera los ojos, don Fernando se veía a sí mismo».

Solución:

A diferencia de las otras alternativas, la primera, A), se muestra objetiva, porque solo se concentra en expresar los hechos; no refiere la subjetividad del personaje («sintió un dolor agudísimo», «pensando, además, que alguna vez sería necesaria su protección»), tampoco brinda información sobre lo que ocurrirá luego («El día en que lo iban a matar» «donde quiera que pusiera los ojos, don Fernando se veía a sí mismo»), ni expresa una interpretación de los hechos («El paisaje, sin embargo, parecía haber perdido sus propiedades sensibles»).

Rpta.: A

6. Para los escritores de la Nueva narrativa hispanoamericana, el cine se constituyó en una fuente importante de innovación narrativa, como por ejemplo en _____, que se expresa a través del desplazamiento entre diversos espacios o marcos temporales que constituyen la trama de la historia.

- A) la presencia de múltiples voces narrativas
- B) la alteración del orden lógico y cronológico
- C) el uso de la técnica del monólogo interior
- D) la incorporación del realismo mágico
- E) la exploración de la capacidad lingüística

Solución:

Entre las características que distinguen a la Nueva narrativa hispanoamericana, destaca la alteración del orden lógico y cronológico del relato, mediante la cual la narración puede desplazarse entre varios espacios y tiempos, como consecuencia de la influencia del cine en la literatura.

Rpta.: B

7. En relación con el párrafo citado del cuento «Los teólogos», de Jorge Luis Borges, marque la alternativa que contiene el enunciado correcto sobre los rasgos formales de su obra.

Arrasado el jardín, profanados los cálices y las aras, entraron a caballo los hunos en la biblioteca monástica y rompieron los libros incomprensibles [...] Ardieron palimpsestos y códices, pero en el corazón de la hoguera, entre la ceniza, perduró casi intacto el libro duodécimo de la *Civitas Dei*, que narra que Platón enseñó en Atenas que, al cabo de los siglos, todas las cosas recuperarán su estado anterior, y él, en Atenas, ante el mismo auditorio, de nuevo enseñará esa doctrina.

- A) Muestra predilección por la temática histórica.
- B) Desarrolla, en el argumento, un enigma policial.
- C) Se menciona una fuente bibliográfica apócrifa.
- D) Hace referencia a diversos autores inexistentes.
- E) Se define a un personaje según sus acciones.

Solución:

En el relato de Borges, se hace referencia a un libro apócrifo o ficticio, la *Civitas Dei*, el cual supuestamente narra las enseñanzas de Platón acerca del eterno retorno.

Rpta.: C

8. En el relato «La otra muerte», Borges aborda la historia del gaucho Pedro Damián. En el cuento, el narrador testigo se encuentra ante una contradicción: por un lado, ha recibido la noticia de la muerte de Damián en una estancia, producto de sufrir una pulmonía ya en su vejez; por otro lado, descubre que este hombre había muerto, también, en la batalla de Masoller. A partir de lo expuesto, ¿qué característica de la narrativa de Borges podemos identificar?
- A) Describe una situación de carácter fantástico.
 - B) Plantea un relato desde distintas perspectivas.
 - C) Metaforiza la vida en la imagen del laberinto.
 - D) Propone un enigma de naturaleza filosófica.
 - E) Se aprecia una trama realista de fondo policial.

Solución:

El argumento de «La otra muerte» propone una situación fantástica, pues trata de la historia de un hombre que muere dos veces, una en la que fallece de pulmonía y otra en la que cae en la batalla de Masoller.

Rpta.: A

9. Lea el fragmento que se cita a continuación, perteneciente al cuento «Tlön, Uqbar, Orbis Tertius», incluido en el libro *Ficciones*, de Jorge Luis Borges, y marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado relacionado con la línea temática de la cuentística del autor: «El narrador, al referirse a las escuelas de Tlön, induce al lector a pensar en la _____, del cual se infiere que es _____».

Una de las escuelas de Tlön llega a negar el tiempo: razona que el presente es indefinido, que el futuro no tiene realidad sino como esperanza presente, que el pasado no tiene realidad sino como recuerdo presente. Otra escuela declara que ha transcurrido ya todo el tiempo y que nuestra vida es apenas el recuerdo o reflejo crepuscular, y sin duda falseado y mutilado, de un proceso irrecuperable. Otra, que la historia del universo -y en ellas nuestras vidas y el más tenue detalle de nuestras vidas- es la escritura que produce un dios subalterno para entenderse con un demonio. Otra, que mientras dormimos aquí, estamos despiertos en otro lado y que así cada hombre es dos hombres.

- A) importancia de la memoria – una evocación de lo ya vivido
- B) magnitud del universo – una creación ambigua y divina
- C) presencia del doble – una metáfora de la identidad
- D) aparición del recuerdo – un simple reflejo crepuscular
- E) influencia del sueño – una obra de dios y del demonio

Solución:

En la última parte del fragmento citado se menciona lo siguiente: «mientras dormimos aquí, estamos despiertos en otro lado y que así cada hombre es dos hombres», esto denota la presencia del doble o del otro, entendidos ambos como metáforas de la identidad. Se trata de un tema presente en los cuentos de Jorge Luis Borges.

Rpta.: C

10. Lea el siguiente fragmento del cuento «El milagro secreto», incluido en el libro *Ficciones*, de Jorge Luis Borges, y luego marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado: «En el relato, se desarrolla un aspecto temático de la cuentística del escritor argentino, pues se alude al -----».

El piquete se formó, se cuadró. Hladík, de pie contra la pared del cuartel, esperó la descarga. [...].

Las armas convergían sobre Hladík, pero los hombres que iban a matarlo estaban inmóviles. El brazo del sargento eternizaba un ademán inconcluso. En una baldosa del patio una abeja proyectaba una sombra fija. El viento había cesado, como en un cuadro.

Hladík ensayó un grito, una sílaba, la torsión de una mano. Comprendió que estaba paralizado. No le llegaba ni el más tenue rumor del impedido mundo. Pensó «estoy en el infierno, estoy muerto». Pensó «estoy loco».

- A) sentimiento de extrema cobardía ante la muerte
- B) uso de armas y cuchillos, símbolos de violencia
- C) azar como origen de una posterior vida eterna
- D) tiempo que, luego de fluir, de pronto se detiene
- E) interés de los seres humanos por lo metafísico

Solución:

En el fragmento citado, se hace referencia al tiempo que se inmoviliza, una situación que el protagonista Hladík ha experimentado durante su inminente ejecución. Se trata, entonces, de un aspecto temático abordado en la narrativa cuentística de Jorge Luis Borges, pues el autor suele reflexionar en muchas ocasiones sobre el concepto del tiempo.

Rpta.: D

Psicología

EJERCICIOS DE CLASE

1. Pensar implica el uso de procesos cognitivos en forma transversal como, imaginar, atender, evocar, reconocer, etc., sin limitarse a ellos, pues su función es desarrollar la capacidad de operar con representaciones mentales de objetos y eventos con el fin de resolver problemas. En tal sentido, identifique la alternativa que ilustre la función elaborativa del pensamiento.
- A) La abuelita entona una canción de cuna a su nieto mientras lo acuesta.
 - B) Un alumno orienta su atención al llamado sorpresivo de su profesor.
 - C) Un joven descubre el nombre del antepenúltimo mes del año.
 - D) Un adolescente identifica la batería de un mototaxi cuando la observa.
 - E) El conserje saluda cordialmente a los residentes que ingresan al edificio.

Solución:

La función elaborativa del pensamiento: gestar nuevos conocimientos o ideas utilizando operaciones intelectuales. Esta función se ilustra en la alternativa en donde el joven descubre el nombre del antepenúltimo mes del año, para ello, tuvo que ordenar mentalmente la secuencia de los meses del año.

Rpta.: C

2. Rafaela es considerada como «una joven creativa» por los docentes de la universidad donde estudia. Para establecer dicha afirmación, los profesores deben haber observado que ella

- A) disfruta al observar actividades artísticas en su universidad.
- B) imita las estrategias exitosas de otros estudiantes.
- C) elabora soluciones novedosas ante los problemas presentados.
- D) utiliza constantemente su pensamiento lógico ante un desafío.
- E) sigue una secuencia definida de pasos para resolver problemas.

Solución:

Se entiende por creatividad a aquella capacidad que tiene una persona de usar su pensamiento de forma original para contribuir a la solución de un problema.

Rpta.: C

3. Una de las labores de Andrea en su centro de trabajo consiste en calcular los impuestos que la empresa debe pagar sobre las ganancias obtenidas en el año. Según Guilford, para realizar dicha actividad, ella debe utilizar su pensamiento

- A) convergente.
- B) egocéntrico.
- C) lateral.
- D) divergente.
- E) vertical.

Solución:

De acuerdo a los planteamientos de Guilford, el pensamiento convergente es aquel que se basa en el pensamiento lógico para buscar una solución única a los problemas, como se infiere en el ejemplo planteado.

Rpta: A

4. Pretender enseñar conceptos a un niño mediante definiciones o solo haciendo uso del diccionario podría resultar estéril y fútil, pues sería como querer enseñar a caminar a un niño con las leyes del equilibrio. El concepto se asimila en un contexto con intención comunicativa y con experiencias que permitan un curso del pensamiento de lo particular a lo general o de lo simple a lo complejo. Por tanto, podemos inferir que los conceptos se forman por un proceso intelectual denominado

- A) imaginación.
- B) predicción.
- C) simbolismo.
- D) abstracción.
- E) heurística.

Solución:

La formación de conceptos se realiza a través de un proceso de abstracción o generalización de las características comunes y esenciales de un conjunto de elementos que se logra sintetizar en una categoría.

Rpta.: D

5. *Carpe diem* es una locución latina que significa literalmente «vive el hoy y el ahora». Esta expresión puede entenderse en distintos sentidos; algunas personas la interpretan como, «aprovecha el día haciendo algo extraordinario»; otras como, «vive intensamente los placeres que la vida te ofrece»; o también «vive cada día como si fuera el último». Considerando el uso de la locución *Carpe Diem* en el enunciado, identifica el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones.
- I. La función simbólica permite atribuir a un significante distintos significados.
 - II. Los sentidos que se le atribuyen corresponden a los significantes.
 - III. Sus interpretaciones son abstracciones sobre cómo vivir el presente.
- A) FFV B) VFF C) FVV D) VVF E) VFV

Solución:

- I. (V): La expresión *Carpe diem* (significante) tienen distintos sentidos (significados).
- II. (F): Los sentidos de la expresión aludida no es el significante, sino el significado.
- III. (V): Las interpretaciones sobre la expresión *Carpe diem* que describe el enunciado, efectivamente, son abstracciones.

Rpta.: E

6. Algunos bebés antes de cumplir su primer año de edad comienzan a articular palabras como «ma-má» o «pa-pá», indistintamente, ante diferentes personas y sin evidenciar intención comunicativa. Siguiendo la teoría de Jean Piaget, identifique la(s) proposición(es) correcta(s).
- I. Un bebé menor a un año de edad logra adquirir la función simbólica.
 - II. Lo expresado por los bebés constituyen una imitación diferida.
 - III. Estos bebés utilizarían las referidas expresiones sin contenido simbólico.
- A) Solo I B) I y II C) I y III D) Solo III E) II y III

Solución:

Según Piaget el niño adquiere la función simbólica entre los 18 y 24 meses de edad, cuando es capaz de transmitir nociones o significados a través del uso de significantes. En el caso presentado, los bebés menores de un año de edad evidencian que, la expresión de los referidos términos, carecen de contenido representacional por la ausencia de una relación significantes-significado.

Rpta.: D

7. En una campaña electoral un candidato que se perfilaba a ganar una elección, la perdió, porque rechazó ingerir comida típica en una zona popular. Ante ello, el elector masivamente tomó la decisión de no darle su voto a este candidato por considerarlo soberbio y repudiable, sin considerar sus propuestas políticas. El elector de este caso asumió la estrategia de solución de problemas denominada _____ la cual se basa en una _____ cognitiva.
- A) ensayo y error – práctica
 - B) algoritmo – taxonomía
 - C) heurística – simplificación
 - D) recuperación de la información – evocación
 - E) divergente – inferencia

Solución:

La estrategia de solución de problemas heurística permite tomar una decisión rápida sin requerir análisis de la información, porque esta tiende a utilizar un atajo cognitivo o una simplificación del problema, lo cual ocurre cuando se usa un estereotipo o un criterio empírico. Es el caso del elector que, al observar en el candidato el gesto de rechazar ese tipo de comida, consideró como criterio que ello lo descalifica como futura autoridad pública.

Rpta.: C

8. La dislalia por déficit auditivo es un trastorno que afecta a la articulación de los fonemas del habla. Pedro es un niño que ha sido diagnosticado con dicho trastorno, sugiriéndose a los padres que lleve rehabilitación con un logopeda. Considerando la adquisición del lenguaje en el caso presentado, identifique los enunciados correctos.

- I. La dislalia que presenta el niño se debe a variables de aprendizaje.
- II. Un funcionamiento auditivo óptimo facilita la adquisición del lenguaje.
- III. El trastorno del habla que presenta Pedro ya no tiene solución.

- A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) I y II E) II y III

Solución:

Solo II. El caso presentado ilustra la importancia que tienen las condiciones biológicas en la adquisición del lenguaje. Así, como en el caso citado, existen trastornos en el desarrollo del lenguaje que pueden deberse a déficits auditivos u otros problemas orgánicos. El funcionamiento óptimo de las estructuras biológicas relacionadas al lenguaje facilita la adquisición del mismo.

Rpta.: B

9. El lenguaje egocéntrico es un estadio de la etapa lingüística en el desarrollo del niño. En relación a las características de dicho periodo, identifique el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. Los niños comunican intencionalmente sus pensamientos en voz alta.
- II. Constituye un eslabón en el tránsito del habla vocal al pensamiento verbal.
- III. Los niños usan soliloquios para responder a las voces que oyen en su entorno.

- A) FFV B) VFF C) FVV D) VVF E) FVF

Solución:

- I. (F): En el lenguaje egocéntrico no existe intención comunicativa.
- II. (V): El habla egocéntrica permite transitar del habla externa hacia el habla interna.
- III. (F): Los soliloquios se utilizan sin esperar respuestas del entorno.

Rpta.: E

10. El lenguaje evoluciona en diferentes etapas. A continuación, establezca la relación correcta entre los estadios del lenguaje con los casos presentados.
- | | |
|----------------------------|--|
| I. Explosión del lenguaje. | a. Tania dice «agüita» cada vez que desea que le alcancen su botella para beber líquido. |
| II. Habla telegráfica | b. Cada día, Kiara aprende nuevas palabras y a veces usa frases de dos palabras. |
| III. Estadio holofrástico | c. Aunque omite conectores, Ana ya usa pronombres posesivos al hablar. |
- A) Ib, IIa, IIIc B) Ia, IIb, IIIc C) Ic, IIa, IIIb D) Ib, IIc, IIIa E) Ic, IIb, IIIa

Solución:

- Ib. La adquisición rápida de palabras, usando dos de ellas para formar frases, es característica en el estadio de la explosión del lenguaje.
- IIc. En el estadio del habla telegráfica es común el uso de pronombres posesivos, frases de más de dos palabras, pero sin utilizarse los conectores.
- IIIa. En el periodo holofrástico, se suele utilizar una palabra para reemplazar a todo un enunciado.

Rpta.: D

Educación Cívica

EJERCICIOS DE CLASE

1. La identidad nacional es un proceso en constante construcción, sustentado en la conciencia nacional y en el sentido de pertenencia del individuo hacia su colectividad. De lo mencionado, identifique casos que fomenten la peruanidad.
- I. La realización de ferias gastronómicas tradicionales por parte de las municipalidades
 - II. Los festivales de danzas típicas realizadas por organizaciones folklóricas durante los carnavales
 - III. El fomento de educación formativa centrada en el aprendizaje de idioma extranjero en escuelas rurales
 - IV. La promoción de megaconciertos de conocidas bandas internacionales en el Estadio Nacional
- A) Solo IV B) II y III C) I y IV D) II y IV E) I y II

Solución:

La identidad nacional es un proceso de construcción social, libre y consciente, continuo y permanente, sustentado en la conciencia nacional y en el sentido de pertenencia del individuo hacia su colectividad. Por lo tanto:

- I. Correcto. Las ferias gastronómicas de platos tradicionales refuerzan la peruanidad.
- II. Correcto. Los festivales de danzas típicas y tradicionales permiten reforzar la peruanidad.

- III. Incorrecto. El fomento de educación formativa centrada en el aprendizaje de idioma extranjero en escuelas rurales no contribuye.
- IV. Incorrecto. Los conciertos de bandas o cantantes internacionales no favorecen en fomentar la peruanidad.

Rpta.: E

2. La identidad cultural es entendida como un proceso dinámico a partir del cual las personas que comparten una cultura se autodefinen y autovaloran como pertenecientes a ella. Sobre los elementos y acciones que evidencian el desarrollo de esta identidad, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. Es fundamental reconocer el pasado y el legado heredado de nuestros antepasados.
- II. Al ser un proceso cambiante, las costumbres deben actualizarse, abandonando patrones obsoletos.
- III. Se caracteriza por el respeto de símbolos como escudos, banderas o cánticos representativos.
- IV. Se enriquece adoptando expresiones de una lengua foránea en busca de superioridad.

A) VFFV B) VVVF C) VFVF D) VVFF E) FVFV

Solución:

La identidad cultural no existe sin la memoria, sin la capacidad de reconocer el pasado, sin elementos simbólicos o referentes que le son propios y que ayudan a construir el futuro. Se construye a lo largo de todo el proceso de desarrollo del individuo, e incluso involucra todo el pasado histórico del grupo. Por lo tanto

- I. Verdadero. Es fundamental reconocer el pasado y el legado diseñado por nuestros antepasados.
- II. Falso. Al ser un proceso cambiante, las costumbres deben actualizarse, abandonando patrones obsoletos.
- III. Verdadero. Se caracteriza por el respeto de símbolos como escudos, banderas o cánticos representativos.
- IV. Falso. Se enriquece adoptando expresiones de una lengua foránea en busca de superioridad.

Rpta.: C

3. El plurilingüismo es definido como la presencia simultánea de dos o más lenguas en un territorio. Al respecto, identifique los enunciados correctos sobre estas diferentes expresiones que existe en nuestro país.

- I. La mayor variedad lingüística se concentra en zonas altoandinas.
- II. Las lenguas originarias solo se hablan en zonas rurales.
- III. El quechua es la lengua autóctona más hablada en el país.
- IV. Las 48 lenguas originarias se hablan en la región amazónica.

A) II y IV B) Solo III C) II y III D) I, II y IV E) I y II

Solución:

- I. Incorrecto. La mayor variedad lingüística se concentra en la Amazonia.
- II. Incorrecto. Las lenguas originarias también se hablan en zonas urbanas.
- III. Correcto. El quechua es la lengua autóctona más hablada en el país.
- IV. Incorrecto. Las 48 lenguas originarias se hablan en todo el país.

Rpta.: B

4. La diversidad cultural es un aspecto importante del país. Reconocerla y valorarla permite en la sociedad que se conviva de manera inclusiva y respetuosa. En este contexto, la interculturalidad se entiende como

- A) la causa de las distinciones entre las expresiones culturales en el país.
- B) el resultado de la imposición de costumbres y tradiciones foráneas.
- C) la degradación progresiva de los valores y códigos morales en la sociedad.
- D) el proceso de comunicación horizontal entre grupos humanos con diferente cultura.
- E) la identidad híbrida entre las manifestaciones culturales locales y extranjeras.

Solución:

La Interculturalidad es la interacción entre culturas; es el proceso de comunicación entre diferentes grupos humanos, con diferentes costumbres, siendo la característica fundamental: la «horizontalidad»; es decir, que ningún grupo cultural está por encima del otro, promoviendo la igualdad, integración y convivencia armónica entre ellas.

Rpta.: D

Historia

EJERCICIOS DE CLASE

1. Cristóbal Colón recibió la autorización de la reina Isabel de Castilla para realizar su viaje firmando la capitulación de Santa Fe en 1492, estos viajes tuvieron como causas la expansión comercial europea y la toma de Constantinopla, que generaron la necesidad de buscar nuevas rutas comerciales a oriente. Relacione correctamente los viajes realizados por Colón y el lugar donde llegaron.

- | | |
|-------------------|--|
| I. Primer Viaje | a. Llegó a las costas de Venezuela pisando por primera vez Tierra Firme. |
| II. Segundo Viaje | b. Arribó a las islas de Cuba, llamada Juana y Haití, llamada La Española. |
| III. Tercer Viaje | c. Descubrió la isla de Puerto Rico, denominada como San Juan Bautista. |
| IV. Cuarto Viaje | d. Recorrió Centroamérica por los actuales países de Panamá y Honduras. |

- A) Ic, IIb, IIIc, IVa
- D) Ib, IIc, IIIa, IVd

- B) Ic, IIb, IIIa, IVd
- E) Ib, IIa, IIIc, IVd

- C) Ib, IIc, IIIc, IVa

Solución:

Cristóbal Colón recibió la autorización de la reina Isabel de Castilla para realizar su viaje firmando la capitulación de Santa Fe en 1492. En el primer viaje llegó a las islas Guanahani (Bahamas), Cuba y Haití. En el segundo viaje, arribó a la isla de Puerto Rico y Jamaica. En el tercer viaje, recorrió las costas de Venezuela llegando por primera vez a Tierra Firme y finalmente, durante el cuarto viaje, navegó por Centroamérica por los actuales países de Nicaragua, Panamá y Honduras.

Rpta.: D

2. Manco Inca fue hijo de Huayna Cápac e inicialmente apoyó a los españoles contra Atahualpa. Posteriormente se enfrentó a los españoles. En 1536 asedió las ciudades de Lima y Cusco y, tras su derrota, trasladó su rebelión a Vilcabamba. Identifique el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados respecto a los Incas de Vilcabamba.

- I. Una de las consecuencias fue la eliminación de los títulos nobiliarios incaicos.
- II. La Paz de Acobamba firmada por Titu Cusi Yupanqui permitió el ingreso de misioneros.
- III. Sayri Túpac reconoció como soberano a Felipe II, y recibió la encomienda de Yucay.
- IV. Túpac Amaru II, cacique de Tungasuca, es considerado el último inca de Vilcabamba.

- A) FVVF B) FVVV C) VVVF D) FFFV E) VFFV

Solución:

La resistencia Inca de Vilcabamba tenía como objetivo recuperar el poder político del Tahuantinsuyo. Esta resistencia inició con Manco Inca en 1536. Seguido a él encontramos a Sayri Túpac, quien reconoció como soberano al rey Felipe II, y recibió la encomienda de Yucay. Continuó Titu Cusi Yupanqui, conocido como el inca cronista firmando la Paz de Acobamba en donde permitió el ingreso de misioneros. Finalmente, el último inca de Vilcabamba fue Túpac Amaru, ejecutado por las órdenes del virrey Toledo. Una de las consecuencias de esta resistencia fue el surgimiento del mito de carácter mesiánico, el Inkarrí.

Rpta.: A

3. La segunda guerra civil entre los españoles (1542-1548) tuvo entre sus principales causas la disminución del poder y privilegios de los encomenderos. La derrota de Gonzalo Pizarro en la batalla de Jaquijahuana trajo como consecuencia

- A) la resistencia ideológica indígena liderada por Juan Chocne.
- B) el fin de la hegemonía de los primeros conquistadores del Perú.
- C) la promulgación por parte de la Corona de las Leyes Nuevas de Indias.
- D) el recrudecimiento de la rebelión en Vilcabamba con Túpac Amaru.
- E) el establecimiento del poder virreinal y un nuevo reparto de encomiendas.

Solución:

El proceso de las guerras civiles entre los españoles tuvo tres confrontaciones principales, la guerra entre los conquistadores que enfrentó a Francisco Pizarro con Diego de Almagro, y tuvo como consecuencia el fin de su hegemonía. Otra confrontación fue la rebelión de los encomenderos que tuvo como causa la promulgación de las Leyes Nuevas de Indias que disminuían los privilegios de los encomenderos. Este último enfrentamiento tuvo como consecuencia el establecimiento del poder virreinal y un nuevo reparto de encomiendas.

Rpta.: E

4. Dentro de la organización política colonial se establecieron diversas instituciones, tanto en la metrópoli como en las colonias. Dentro de las instituciones políticas en América española destacaron las audiencias, corregimientos y cabildos. En la metrópoli encontramos al Real y Supremo Consejo de Indias que dentro de sus funciones se encontraban _____ y _____.

- A) elaborar las leyes de Indias – ejercer la justicia al interior de los virreinos
- B) emitir las reales cédulas – reclamar el derecho del regio patronato para el rey
- C) impartir justicia en las audiencias – gobernar las jurisdicciones provinciales
- D) realizar el juicio de residencia – proponer a las autoridades para las colonias
- E) organizar el gobierno a nivel local – ser la última instancia de justicia en América

Solución:

El gobierno colonial creó instituciones que ordenaron política, social y económicamente el virreinato del Perú, y de esta forma se consolidó el poder de la corona en sus dominios americanos. Se establecieron instituciones en la metrópoli y en América. En España encontramos al Real y Supremo Consejo de Indias, que era el máximo organismo del gobierno de las colonias y dentro de sus funciones estaban, proponer a las autoridades para las colonias, elaborar las Leyes de Indias y realizar el juicio de residencia de los virreyes.

Rpta.: D

5. La educación colonial desarrolló dos tipos de enseñanza: la formalizada, dirigida básicamente a los varones donde se les enseñaba primeras letras y estudios menores; por otro lado, la enseñanza no formalizada, organizada al interior de las familias, parroquias y gremios. Establezca los enunciados correctos.

- I. Desde los inicios del Virreinato se educó en base al pensamiento ilustrado.
- II. No existió un pensamiento crítico, se priorizó la enseñanza memorística.
- III. Era religiosa impartiendo conocimiento con una mentalidad escolástica.
- IV. Estableció niveles educativos altamente diferenciados y jerarquizados.

- A) II y IV B) I y IV C) II y III D) I, II y III E) III y IV

Solución:

La educación colonial era elitista, religiosa y sujeta a la memorización de los conocimientos con una mentalidad escolástica. Desarrolló dos tipos de enseñanza, la formalizada, dirigida básicamente a los varones donde se les enseñaba primeras letras y estudios menores y educación superior. La no formalizada orientada básicamente a las mujeres y organizada al interior de las familias y parroquias. Además, existió una educación superior donde existieron colegios mayores y universidades, destacando la Real y Pontificia Universidad de Lima, hoy Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

Rpta.: C

Geografía

EJERCICIOS DE CLASE

1. Nuestro país cuenta con 52 variedades identificadas de maíz, siendo incluso los Andes la zona con mayor diversidad de este recurso. Gracias a la selección del agricultor y adaptación de la mazorca se ha logrado la evolución cromosómica, logrando una mayor diversificación y favoreciendo principalmente a los productores de Lambayeque, Cajamarca y La Libertad. De lo descrito, ¿qué nivel de biodiversidad se hace referencia?

- A) Ecológico B) Específico C) Ecosistémico
D) Poblacional E) Genético

Solución:

La diversidad genética se refiere a la variación hereditaria dentro y entre poblaciones de determinada especie o grupo de especies. Esta les permite a las especies responder y adaptarse (o no) a las características o cambios en su entorno. La variación genética de las especies es la base fundamental de la evolución con beneficios directos para la humanidad.

Rpta.: E

2. Los bosques del estado de Carolina del Norte, zona cercana al océano Atlántico, son los más afectados, producto de la deforestación. Esta reducción amplia de floresta conllevará a la falta de agua en las comunidades cercanas. Sobre el bioma afectado, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. El bioma norteamericano impactado por este proceso es el Bosque Templado.
II. La ecozona mencionada se extiende en la zona occidental de Norteamérica.
III. La vegetación predominante de este bioma corresponde a los árboles caducifolios.
IV. La reforestación es una solución plausible y necesaria en el ecosistema dañado.

- A) VVFF B) FVfV C) FFFV D) VFVF E) VFVV

Solución:

El bioma que se plantea en la pregunta es el Bosque Templado

- I. Verdadero. El bioma norteamericano descrito corresponde al Bosque Templado, zona ampliamente afectada por la acción antropogénica.
- II. Falso. Dicho espacio se ubica en la zona oriental de Norteamérica, con cercanía al Atlántico.
- III. Verdadero. El bioma del Bosque Templado presenta de forma predominante especies caducifolias, aunque también zonas de bosques perennifolios y mixtos.
- IV. Verdadero. La reforestación es una solución plausible y necesaria en el ecosistema dañado, frente al cambio climático y deforestación.

Rpta.: E

3. Establezca la relación correcta entre los biomas y los problemas ambientales que enfrentan en diferentes partes del planeta.

- | | |
|--------------------|---|
| I. Bosque Tropical | a. Liberación de metano por pérdida del permafrost en Alaska |
| II. Taiga | b. Quema de pluvisilvas para fines agrícolas en el sudeste asiático |
| III. Tundra | c. Tala descontrolada de abetos en el sur de Escandinavia |
| IV. Sabana | d. Sobrepastoreo en los alrededores del PN Serengueti |

A) Id, IIa, IIIb, IVc

B) Ia, IIc, IIIc, IVb

C) Ib, IIc, IIIa, IVd

D) Ic, IIb, IIIa, IVd

E) Ib, IIc, IIIc, IVa

Solución:

- | | |
|----------------------|---|
| I. Bosque Tropical : | b. Quema de pluvisilvas para fines agrícolas en el sudeste asiático |
| II. Taiga : | c. Tala descontrolada de abetos en el sur de Escandinavia |
| III. Tundra : | a. Liberación de metano por alteración del permafrost en Alaska |
| IV. Sabana : | d. Sobrepastoreo en los alrededores del PN Serengueti, zona ubicada en Tanzania |

Rpta.: C

4. En el año 2015 se adoptó una nueva agenda de desarrollo sostenible, que presenta un listado de 17 objetivos y 169 metas a alcanzar en el 2030. Sobre los logros y retrocesos presentados por el programa en mención durante el primer año de pandemia, identifique los enunciados correctos.

- I. La pobreza multidimensional y la desigualdad de ingresos se han incrementado, afectando a más de un objetivo de desarrollo sostenible.
- II. Los servicios de acceso al agua potable han mejorado, garantizando la disponibilidad del recurso para todo el país.
- III. La disminución de la contaminación marina por el confinamiento permitió mejorar los indicadores del ODS Vida Submarina.

IV. La cooperación internacional en relación con la ciencia y tecnología fue una muestra fehaciente de la alianza para lograr objetivos.

- A) I, II y IV B) I, III y IV C) II, III y IV D) I y III E) II y IV

Solución:

- I. Correcto. La pobreza multidimensional y la desigualdad de ingresos se relacionan con los objetivos de fin de la pobreza, hambre cero, reducción de las desigualdades.
- II. Incorrecto. Los servicios de acceso al agua potable y su disponibilidad se relacionan con el objetivo seis de agua limpia y saneamiento.
- III. Correcto. La disminución de la contaminación marina por el confinamiento se relaciona directamente con el objetivo 14 de vida submarina.
- IV. Correcto. La cooperación internacional en relación con la ciencia y tecnología es parte importante del objetivo 17 de alianza para lograr objetivos, pues ha permitido la comunicación en confinamiento y el intercambio de medicamentos.

Rpta.: B

Economía

EJERCICIOS DE CLASE

1. En este 2022, las exportaciones de Ucrania de maíz y aceite vegetal vienen siendo afectadas por la guerra; por otro lado, las sequías en China y Estados Unidos está disminuyendo los cultivos de alimentos. La reducción de la producción genera un incremento de precios lo que impacta negativamente en los costos de las empresas que emplean estos productos como insumos. Considerar los costos de producción para determinar los precios de los productos finales es un planteamiento de la teoría

- A) keynesiana. B) clásica. C) mercantilista.
D) neoclásica. E) monetarista.

Solución:

El precio del bien en el mercado se define en función a los costos de producción, este es un planteamiento de la teoría clásica.

Rpta.: B

2. En el poblado *Vista Alegre*, el mecánico Esteban Barraza es el único capacitado para realizar un mantenimiento del sistema electrónico de los vehículos eléctricos. Además, el señor Barraza tiene información de los ingresos de cada uno de los vecinos que han adquirido este tipo de vehículos. Eso le permite al mecánico saber cuál es el excedente de cada uno de los consumidores de este servicio mecánico pudiendo cobrarles lo que realmente pueden pagar, este es un caso de discriminación de precios de

- A) segundo grado. B) primer grado. C) tercer grado.
D) cuarto grado. E) mercado.

Solución:

Este es un caso de discriminación de primer grado que se da cuando el productor conoce el excedente de cada uno de los consumidores, puede establecer exactamente el precio que cada uno de los clientes, puede pagar porque dispone de una información privilegiada respecto a los demandantes.

Rpta.: B

3. En el mes de mayo del 2022 el retrato *Shot Sage Blue Marilyn* de Andy Warhol se vendió por 195 millones de dólares, pasando a ser la obra más cara de una artista estadounidense vendida en una subasta. Esta pintura de Marilyn Monroe creada por el artista plástico en 1964 muestra a la actriz en un primer plano destacando su cabellera amarilla, sus labios rojos, piel rosa y sus párpados con sombra azul. En la determinación del precio de esta obra artística destaca la utilidad que el comprador le ha dado; por la forma en que se estableció el precio se puede afirmar que esto es un planteamiento de la teoría

A) socialista.
D) neoclásica.

B) clásica.
E) keynesiana.

C) monetarista.

Solución:

Es la teoría neoclásica la que plantea que el precio de un bien se determina en función al nivel de utilidad que este le proporciona al consumidor. A mayor nivel de satisfacción mayor precio del bien y a menor nivel de satisfacción menor será el precio.

Rpta.: D

4. El pasado 8 de octubre, la legendaria banda de rock Guns N' Roses llenó el estadio de San Marcos en un apoteósico concierto. Los precios de algunas entradas fueron: Platinum 1638 soles, VIP 585 soles y Campo 257 soles. Por la segmentación que se hizo de este mercado, podemos afirmar que el tipo de discriminación de precios fue de

A) primer grado.
D) mercado.

B) segundo grado.
E) cuarto grado.

C) tercer grado.

Solución:

Cuando un mercado es segmentado para establecer una diferenciación en los precios de acuerdo a la capacidad de pago de los consumidores, se está aplicando una discriminación de precios de tercer grado.

Rpta.: C

5. El Gobierno del presidente Pedro Castillo promulgó el pasado mes de mayo del 2022 un Decreto Supremo que aumenta el salario mínimo vital en 95 soles. De esta manera, el sueldo básico para los trabajadores del sector privado pasó de 930 soles a 1025 soles. Respecto a control de precios, este es un caso de

A) precio tope.
D) costo laboral.

B) salario máximo.
E) precio unitario.

C) precio mínimo.

Solución:

La determinación de un salario mínimo por parte de las autoridades expresa que en este mercado hay un control de precios por parte del gobierno, como en este caso con un precio mínimo. Para la teoría neoclásica este precio, en condiciones de competencia, se ubica por encima del precio de equilibrio.

Rpta.: C

6. En una reciente encuesta de DATUM del 27 de octubre al 01 de noviembre de 2022, respecto a la economía del país se obtuvieron los siguientes resultados: Un 33% cree que mejorará para el 2023, 32% que seguirá igual y 22% que la situación empeorará. Por otro lado, un 54% de peruanos tiene miedo a perder su empleo o emprendimiento, lo que afectaría su
- A) sueldo o interés. B) ganancia o ahorros. C) salario o tributo.
D) impuesto o emolumento. E) salario o ganancia.

Solución:

De acuerdo a la teoría de la retribución a los factores productivos se sabe que el trabajador percibe un salario y el empresario (emprendedor) una ganancia.

Rpta.: E

7. Dentro de nuestra normatividad laboral, las madres gestantes que están aseguradas al Seguro Social de Salud (EsSalud) podrán solicitar el beneficio que cubre todos los gastos que se necesitará hacer para el cuidado del recién nacido. A esto se suma la solicitud que la madre puede hacer pidiendo una licencia por maternidad hasta por 98 días. Este es un caso de
- A) subsidio. B) exoneración. C) subvención.
D) contribución. E) pensión de gracia.

Solución:

El subsidio es la entrega de dinero para satisfacer de forma extraordinaria una necesidad concreta en un momento determinado.

Rpta.: A

8. En el 2021, mediante un Decreto de Urgencia, el Ministerio de Desarrollo Agrario y Riego (MIDAGRI) realizó una transferencia de 250 millones de soles para los pequeños productores de agricultura familiar que posean de dos a diez hectáreas y hayan adquirido fertilizantes durante la Campaña Agrícola 2021-2022. Esta medida busca evitar el encarecimiento de los alimentos debido al incremento en el precio de los fertilizantes y beneficiar a más de 300 mil pequeños productores, los cuales recibirán entre 350 a 1300 soles. Lo anterior refleja el caso de
- A) una ayuda humanitaria.
B) un subsidio al sector agrario.
C) una ganancia extraordinaria a los agricultores.
D) un bono para los ciudadanos.
E) una subvención a los pequeños agricultores.

Solución:

La subvención contribuye a financiar los gastos de una obra o proyecto. En este caso se apoya la actividad agrícola afectada por el incremento de los precios de los fertilizantes.

Rpta.: E

9. El Estado cumple una serie de funciones económicas que le permiten poder atender los requerimientos de la población procurando lograr adecuados niveles de bienestar general. Para lograr la redistribución de la renta, el Gobierno puede emplear

- A) subvenciones y subsidios.
- B) exoneraciones y devoluciones tributarias.
- C) condonación y perdón de deuda.
- D) bonos y servicios básicos gratuitos.
- E) acciones y bonos sociales.

Solución:

Una forma de lograr el bienestar general es a través de la redistribución de la renta mediante el otorgamiento de subsidios y subvenciones.

Rpta.: A

10. En el 2019, el Ministerio de Comercio Exterior y Turismo (MINCETUR) informó que en el marco del programa Turismo Emprende financiará a nivel nacional 40 proyectos de negocios innovadores enfocados en el turismo. El apoyo financiero podía llegar hasta 150,000 soles, cubriendo el 80% del costo del proyecto. El otro 20% debe ser aportado por la empresa. Lo anteriormente descrito es un(a)

- A) subsidio.
- B) exoneración.
- C) donación.
- D) subvención.
- E) bono soberano.

Solución:

La subvención contribuye a financiar los gastos de una obra o proyecto. En este caso se apoya la actividad del turismo afectada por la pandemia en estos últimos tres años.

Rpta.: D

Filosofía

EJERCICIOS DE CLASE

1. Se le considera una de las más poderosas, vastas y complejas herramientas mentales creadas por el ser humano. Es una ciencia precisa, en la medida en que no da pie a la interpretación, la subjetividad o la duda en sus razonamientos, sino que se maneja en términos de exactitud; su comprensión implica un número de complejos sistemas de razonamiento, que combinan axiomas y teoremas deducidos a partir de ellos.

Lo descrito hace referencia a

- A) la relevancia del estudio de la lógica.
- B) la necesidad de una ciencia formal en la investigación.
- C) una descripción de las matemáticas.
- D) las características de la física cuántica.
- E) la necesidad del uso de la aritmética.

Solución:

En el párrafo se hace una descripción de las matemáticas o la matemática entendida como un conjunto de lenguajes formales que, partiendo de axiomas y obedeciendo al razonamiento lógico, sirven para plantear y resolver problemas de modo preciso (no ambiguo), en el marco de contextos muy específicos.

Rpta.: C

2. El ADN nuclear lo encontramos dentro del núcleo de las células eucariotas, que son las que nos conforman a los animales, las plantas o los hongos, entre otros. Nuestros organismos están constituidos por células que son la unidad estructural más básica. Y dentro de estas células hay un núcleo que es donde está el ADN nuclear. Fuera del núcleo está lo que llamamos citoplasma y en él hay unos elementos a los que llamamos orgánulos. Las mitocondrias, que se encargan de las funciones de respiración de las células, son uno de esos orgánulos y dentro de ellas está el genoma mitocondrial.

De lo anterior, con relación a las funciones de la ciencia, podemos deducir que se

- A) fundamenta la ingeniería del ADN.
- B) detalla una explicación basada en pruebas del ADN.
- C) puede predecir lo que ocurrirá en el futuro.
- D) realizará conjeturas sobre las características del ADN.
- E) realiza una descripción del ADN.

Solución:

En el párrafo se señala la función de la ciencia denominada descripción por la cual se registra propiedades, relaciones, duraciones y estructuras de los objetos, fenómenos o eventos. Por ejemplo: la química cuando describe la estructura atómica.

Rpta.: E

3. Los astrónomos Adams y Le Verrier descubrieron, en el siglo XIX, que el planeta Urano no seguía la órbita prevista por las leyes de Newton; ello los llevó a suponer que este fenómeno se explicaría porque habría otro planeta en una órbita más exterior, que con su atracción produjera tales irregularidades. De ahí que consideraron que, si existiera tal planeta, debía tener tal masa y debía encontrarse en tal punto en el cielo, y por tanto con un telescopio se debería observar. El astrónomo Galle, que disponía de un telescopio potente, halló efectivamente el planeta supuesto al que llamaron Neptuno.

De acuerdo con el párrafo anterior, considerar que las alteraciones de la órbita del planeta Urano son consecuencia de la existencia de otro planeta significa

- A) demostrar la creatividad humana.
- B) predecir la existencia de otro planeta.
- C) explicar la alteración de la órbita de Urano.
- D) señalar la curiosidad de la mente.
- E) elaborar una hipótesis científica.

Solución:

Elaborar una hipótesis científica; la hipótesis una respuesta o solución tentativa a un problema. La predicción como la explicación científica se dan luego que las hipótesis están confirmadas o corroboradas, antes de ello solo se habla de hipótesis.

Rpta.: E

4. ¿Una Coca Cola puede descomponer un trozo de carne en unos días? De esta pregunta se infiere que la Coca Cola debido a sus componentes es capaz de descomponer un trozo de carne. Para corroborar, se meten trozos de carne en diferentes botellas con bebidas de diferentes sabores y de Coca Cola. Luego de unos días se abren las botellas y se observa que ningún trozo de carne está descompuesto, sin embargo, cambiaron algunas características en el trozo de carne.

Se deduce de la lectura que el colocar trozos de carne en diferentes botellas con bebidas de diferentes sabores, incluso en una de Coca Cola, es

- A) una hipótesis necesaria para poder responder a la pregunta.
- B) la contrastación de la hipótesis o respuesta a la pregunta.
- C) predecir un fenómeno nuevo a partir de los datos resultantes del experimento.
- D) presentar las causas fundamentales que provocan el fenómeno.
- E) analizar el conocimiento adquirido para responder a la pregunta.

Solución:

La contrastación consiste en someter a prueba las hipótesis para determinar si los hechos las comprueban o las refutan. La contrastación requiere, a veces, la realización de experimentos.

Rpta.: B

5. Un gastroenterólogo tiene un paciente con una infección por *Helicobacter pylori*, el cual es tratado con dos antibióticos diferentes al mismo tiempo (esto evita que la bacteria se vuelva resistente a un determinado antibiótico); el tratamiento también incluye medicamentos para ayudar a curar el estómago, como los inhibidores de la bomba de protones, el subsalicilato de bismuto y bloqueadores de la histamina (H-2). La confianza del gastroenterólogo para curar la enfermedad con este tratamiento se basa en la
- A) subjetividad de su diagnóstico.
 - B) seguridad de su predicción.
 - C) dosis infalible que se receta.
 - D) base tecnológica de su diagnóstico.
 - E) evidente fortaleza del paciente.

Solución:

La confianza del gastroenterólogo se basa en la predicción (función de la ciencia), porque considera que ocurrirá el resultado que espera aplicando lo que prescribe.

Rpta.: B

6. El principio de 'indeterminación' o 'incertidumbre', de Heisenberg, nos dice que no podemos conocer a la vez la posición y el momento lineal de una partícula atómica, pues la determinación de una de estas propiedades conduce a la indeterminación o a la incertidumbre de la otra. En efecto, para poder observar una partícula atómica se necesita, por lo menos, una partícula de luz, es decir, un fotón, el cual, al entrar en contacto con la partícula, modifica su posición o su momento. De esta forma, una conclusión es que todo acto físico de observación modifica a lo observado, es decir, que la interacción entre el sujeto y el objeto de conocimiento, que normalmente se considera exclusiva de las ciencias sociales, se presenta también en las ciencias naturales.

De lo anterior, de acuerdo con las características de la ciencia, podemos concluir que la teoría de la incertidumbre

- A) pone en tela de juicio la objetividad de la ciencia.
- B) cuestiona los fundamentos de las ciencias formales.
- C) debe pasar por un proceso de contrastación.
- D) tiene un poder explicativo menor que la ley científica.
- E) permite predecir un fenómeno o hecho.

Solución:

De acuerdo con las características de la ciencia, podemos concluir que la teoría de la incertidumbre pone en tela de juicio la objetividad de la ciencia, una característica básica del saber científico.

Rpta.: A

7. Los productos que se usan en la agricultura y en la industria convencional liberan enormes cantidades de gases de efecto invernadero, que son causantes directos del deterioro de la capa de ozono y del cambio climático, perjudicando también el estado de los suelos destinados al cultivo y las fuentes de agua; sumándose a ello, la desaparición de cientos de bosques en el mundo; así como la producción de desechos industriales y domésticos; además de los altos índices de producción de basura, la excesiva explotación del carbón, el petróleo y el gas natural, entre otros.

Del párrafo anterior, se colige la función de la ciencia denominada

- A) aplicación por incidir en un conjunto de principios físicos.
- B) explicación por presentar las causas que provocan el fenómeno.
- C) descripción tras señalar características del fenómeno ambiental.
- D) precisión del riesgo que presupone la contaminación ambiental.
- E) predicción por señalar sucesos que ocurrirán en un tiempo futuro.

Solución:

Del párrafo se deduce la función de la ciencia denominada explicación, de acuerdo con la cual se presentan las causas que provocaron un determinado fenómeno o hecho.

Rpta.: B

8. En el siglo XVII se creía que los seres vivos aparecían de la nada, lo que se conoció como «generación espontánea». El científico italiano Francesco Redi (1626-1697) veía que la carne se llenaba de gusanos que luego se transformaban en moscas. Su curiosidad lo llevó a cuestionar cómo llegaban estos gusanos. Él consideraba que las moscas llegaban a la carne y dejaban allí sus huevos. Por ello, realizó el siguiente experimento: colocó frascos con diferentes clases de carnes y los cerró muy bien. En otros frascos puso las mismas carnes, pero dejó los frascos abiertos. Poco tiempo después vio gusanos en la carne de los frascos abiertos, pero ninguno en los cerrados. Después de tres semanas, los frascos abiertos estaban llenos de moscas, mientras no había ninguna en los frascos cerrados.

Marque la alternativa que contiene la hipótesis que busca explicar lo anterior.

- A) La generación espontánea es posible.
- B) Es imposible que la carne se llene de gusanos.
- C) Se trata de un problema que no se puede explicar.
- D) Los frascos abiertos ya estaban llenos de moscas.
- E) Las moscas llegan a la carne y dejan sus huevos allí.

Solución:

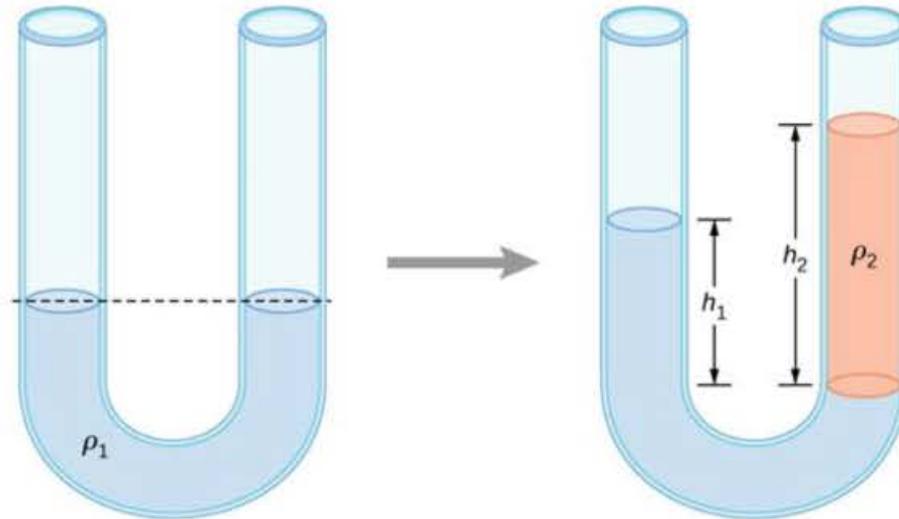
La hipótesis es una respuesta tentativa o momentánea que se debe corroborar. En este caso la hipótesis sostiene que las moscas llegaban a la carne y dejaban allí sus huevos.

Rpta.: E

Física

EJERCICIOS DE CLASE

1. Un líquido 1 de densidad ρ_1 se encuentra en reposo en un tubo uniforme abierto en forma de U. Si por la rama derecha del tubo se vierte otro líquido 2 de densidad ρ_2 y ambos líquidos quedan finalmente en reposo, como muestra la figura, indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:



- I) La densidad del líquido 1 es mayor que la densidad del líquido 2.
 II) Las densidades de los líquidos son iguales.
 III) Si $h_2 = 2h_1$, entonces $\rho_1 = 2\rho_2$.

- A) VFV B) FVF C) VVF D) FFV E) VVV

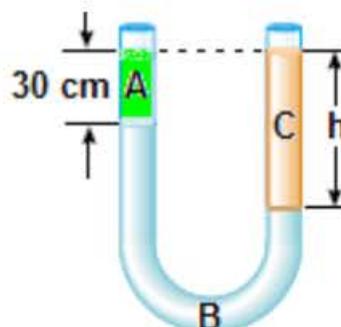
Solución:

- I) V ; II) F ; III) V

Rpta.: A

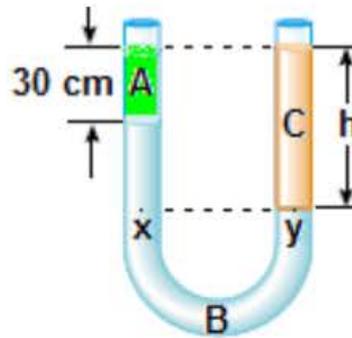
2. La figura muestra un tubo uniforme en forma de U que contiene tres líquidos A, B y C no miscibles cuyas densidades son $\rho_A = 3 \text{ g/cm}^3$, $\rho_B = 5 \text{ g/cm}^3$ y $\rho_C = 4 \text{ g/cm}^3$ respectivamente. Si la longitud de la columna de líquido A es 30 cm, ¿cuál debe ser la longitud h de la columna de líquido C para que los tres líquidos permanezcan en reposo?

- A) 40 cm
 B) 60 cm
 C) 50 cm
 D) 30 cm
 E) 45 cm



Solución:

Por equilibrio de presiones, en los puntos x e y (véase la figura) se cumple:



$$P_x = P_y$$

$$P_0 + \rho_A g(0,3) + \rho_B g(h - 0,3) = P_0 + \rho_C g h$$

$$3(0,3) + 5(h - 0,3) = 4h$$

$$h = 0,6 \text{ m} = 60 \text{ cm}$$

Rpta.: B

3. Se desea mantener en equilibrio un auto de masa 900 kg sobre la plataforma de una prensa hidráulica, aplicando una fuerza vertical F sobre el brazo de palanca, como muestra la figura. Determine la magnitud de F , asumiendo que las secciones transversales de los recipientes están en la relación $A_1 = 100 A_2$ y $A_2 = 100 \text{ cm}^2$. Desprecie el peso de los émbolos.

$(g = 10 \text{ m/s}^2)$

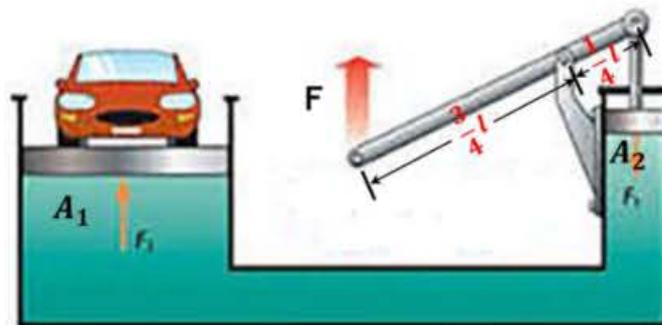
A) 60 N

B) 20 N

C) 30 N

D) 35 N

E) 45 N



Solución:

Aplicando el principio de Pascal.

$$p_1 = p_2 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{mg}{100A_2} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow F_2 = \frac{900 \times 10}{100} = 90 \text{ N}$$

Aplicando momentos relativos al eje de la palanca, se tiene.

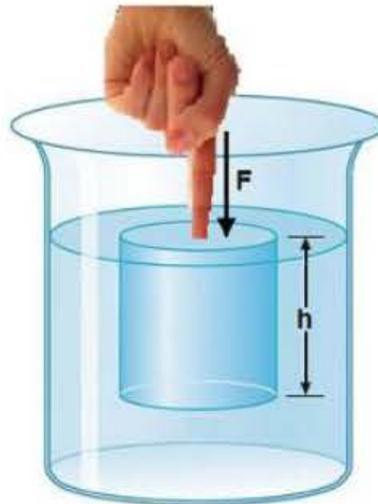
$$F \frac{3}{4} l \cos \theta = F_2 \frac{1}{4} l \cos \theta \Rightarrow F = \frac{90}{3} = 30 \text{ N}$$

Rpta.: C

4. Un cilindro recto de densidad 900 kg/m^3 , altura $h = 20 \text{ cm}$ y sección circular de área 75 cm^2 se mantiene en equilibrio sumergido en agua, tal como se muestra en la figura. Determine la magnitud mínima de la fuerza vertical hacia abajo F que se debe ejercer sobre el cilindro para mantenerlo completamente sumergido.

$(\rho_{\text{agua}} = 1000 \text{ kg/m}^3; g = 10 \text{ m/s}^2)$

- A) 1,8 N
- B) 1,2 N
- C) 1,6 N
- D) 1,5 N
- E) 1,0 N



Solución:

En el estado de equilibrio:

$$E = F + mg$$

$$\rho_{\text{agua}}(Ah)g = F + \rho(Ah)g$$

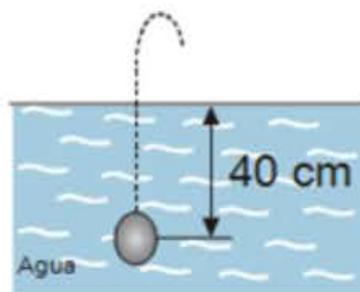
$$F = (\rho_{\text{agua}} - \rho)Ahg = (1000 - 900)(75 \times 10^{-4})(20 \times 10^{-2})$$

$$F = 1,5 \text{ N}$$

Rpta.: D

5. Una pelota de densidad 800 kg/m^3 sumergida en agua es liberada a una profundidad de 40 cm , como muestra la figura. Determine la altura que ascenderá por encima del nivel de agua. Desprecie la fricción.

- A) 8 cm
- B) 20 cm
- C) 16 cm
- D) 12 cm
- E) 10 cm



Solución:

En el agua

$$F = ma = E - mg$$

En el aire

$$0 = V^2 - 2gh_{\text{max}} \Rightarrow h_{\text{max}} = 0,1\text{m}$$

$$\rho_C Va = \rho_{H_2O} gV - \rho_C Vg$$

$$a = \frac{g(\rho_{H_2O} - \rho_C)}{\rho_C} \Rightarrow a = 2,5 \text{ m./s}^2$$

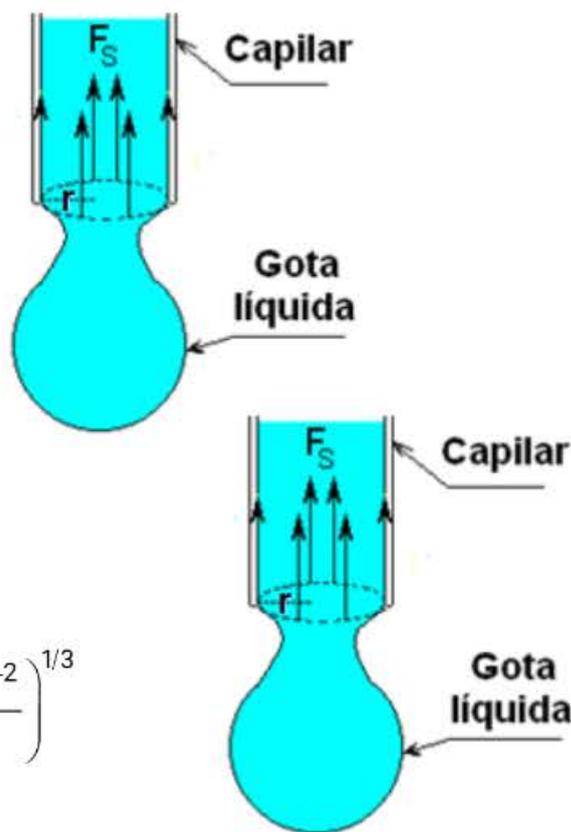
$$V^2 = 2ah \Rightarrow V^2 = 2$$

Rpta.: E

6. De un tubo capilar, cuyo radio interior es $r = 1 \text{ mm}$ gotea un líquido, como se muestra en la figura. Si las gotas de líquido, formadas por la acción de la fuerza de tensión superficial F_s , son esféricas en el momento de desprenderse, determine el radio de las gotas.

($\rho_{\text{líquido}} = 1500 \text{ kg/m}^3$; $\gamma_{\text{líquido}} = 0,08 \text{ N/m}$; $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A) 1,0 mm
- B) 2,0 mm
- C) 1,5 mm
- D) 2,5 mm
- E) 1,2 mm



Solución:

$$F_s = mg$$

$$\gamma(2\pi r) = \rho \left(\frac{4\pi R^3}{3} \right) g$$

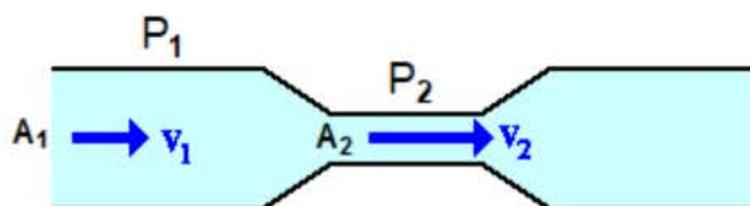
$$R = \left(\frac{3r\gamma}{2\rho g} \right)^{1/3} = \left(\frac{3 \times 1 \times 10^{-3} \times 8 \times 10^{-2}}{2 \times 1,5 \times 10^3} \right)^{1/3}$$

$$R = 2 \times 10^{-3} \text{ m} = 2 \text{ mm}$$

Rpta.: B

7. Por una tubería horizontal de sección transversal variable fluye agua, como se muestra en la figura. La sección de área A_1 tiene un diámetro de 6 cm, la rapidez del agua es $v_1 = 2 \text{ m/s}$ y la presión es $P_1 = 180 \text{ kPa}$. Si la sección de área A_2 tiene un diámetro de 2 cm, determine la rapidez v_2 y la presión P_2 respectivamente. ($\rho_{\text{agua}} = 1000 \text{ kg/m}^3$)

- A) 20 kPa
- B) 10 kPa
- C) 25 kPa
- D) 15 kPa
- E) 30 kPa



Solución:

De la ecuación de continuidad:

$$v_2 = \left(\frac{A_1}{A_2} \right) v_1 = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 v_1$$

$$v_2 = \left(\frac{3}{1} \right)^2 (2) = 18 \text{ m/s}$$

De la ecuación de Bernoulli: $P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$

Puesto que el tubo es horizontal: $h_1 = h_2$

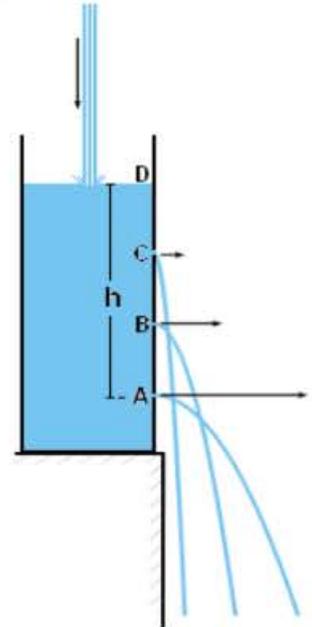
$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$P_2 = P_1 + \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2) = 1,8 \times 10^5 + \frac{1}{2} (1000)(2^2 - 18^2)$$

$$P_2 = 0,20 \times 10^5 \text{ N/m}^2 = 20 \text{ kPa}$$

Rpta.: A

8. En un recipiente que contiene agua se hacen tres orificios A, B y C para verificar que el chorro de agua sale con mayor rapidez y tendrá mayor alcance cuando el orificio se encuentre a mayor distancia del nivel del agua, como se muestra en la figura. Si el agua en el recipiente se mantiene al nivel del punto D y $AB = BC = CD$, indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:



- I) La rapidez del agua que sale por el orificio B es $2/3$ de la rapidez del agua que sale por el orificio A.
 II) La rapidez del agua que sale por el orificio B es el doble de la rapidez del agua que sale por el orificio C.
 III) La rapidez del agua que sale por el orificio C es $1/3$ de la rapidez del agua que sale por el orificio A.

- A) VVV B) VFF C) FFV D) FVF E) rrr

Solución:

- I) F II) F III) F

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Un bloque de madera de 36 N de peso y densidad de $0,6 \text{ g/cm}^3$, es colocado en un estanque con agua y se agrega encima un bloque de plomo, de tal manera que solo 10% de su volumen está fuera del agua. Determine el peso del plomo.

Datos: $\rho_{ag} = 10^3 \text{ kg/m}^3$; $g = 10 \text{ m/s}^2$

- A) 16 N B) 12 N C) 15 N D) 20 N E) 18 N

Solución:

$$w_{mad} = \rho_{mad} V g = 36 \quad \Rightarrow \quad V = \frac{36}{10 \times 600} = 6 \times 10^{-3} m^3$$

$$E_{ag} - w_{mad} - w_{pb} = 0$$

$$\Rightarrow w_{pb} = E_{ag} - w_{mad} = 0,9 \times 6 \times 10^{-3} \times 10^3 \times 10 - 36 = 18 N$$

Rpta.: E

2. Un trozo de fundición de hierro pesa 270 N en el aire y 180 N en el agua. Determinar el volumen de las cavidades vacías en el trozo.

$$\text{Datos: } \rho_{ag} = 10^3 \text{ kg/m}^3; \rho_{Fe} \approx 8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \quad g = 10 \text{ m/s}^2$$

A) $5,625 \times 10^{-3} m^3$

B) $3,375 \times 10^{-3} m^3$

C) $9,000 \times 10^{-3} m^3$

D) $4,625 \times 10^{-3} m^3$

E) $6,625 \times 10^{-3} m^3$

Solución:

$$w - E = w' \quad \Rightarrow \quad E = \rho V g = w - w'$$

$$\Rightarrow V = \frac{w - w'}{\rho g} = \frac{270 - 180}{10 \times 1000} = 9 \times 10^{-3} m^3$$

$$w = \rho_{Fe} V_{Fe} g \quad \Rightarrow \quad V_{Fe} = \frac{w}{\rho_{Fe} g} = \frac{270}{8 \times 10^3 \times 10} = 3,375 \times 10^{-3} m^3$$

$$\Delta V = V - V_{Fe} = (9 - 3,375) \times 10^{-3} = 5,625 \times 10^{-3} m^3$$

Rpta.: A

3. Una esfera sólida pequeña hecha de material liviano que tiene la mitad de la densidad del agua, es lanzada hacia abajo con una rapidez de 20 m/s sobre la superficie del agua de un estanque profundo. Determine la profundidad que puede ir la esfera, despreciar la viscosidad del agua.

$$\text{Datos: } \rho_{ag} = 10^3 \text{ kg/m}^3; \quad g = 10 \text{ m/s}^2$$

A) 10 m

B) 20 m

C) 30 m

D) 40 m

E) 25 m

Solución:

$$E - w = \rho_{ag} V g - \rho_c V g = \rho_c V a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{(\rho_{ag} - \rho_c)}{\rho_c} g = (2 - 1)g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$2\Delta y a = v^2 - v_0^2 \quad \Rightarrow \quad \Delta y = -\frac{v_0^2}{2a} = -\frac{400}{20} = -20 \text{ m}$$

$$|\Delta y| = 20 \text{ m}$$

Rpta.: B

4. El émbolo pequeño de una palanca hidráulica tiene un diámetro de 4 cm, y el émbolo grande, uno de 50 cm. Se coloca un automóvil de 20 kN peso sobre el émbolo grande, calcular la fuerza sobre el émbolo pequeño.

A) 14,4 N

B) 10,6 N

C) 21,8 N

D) 12,8 N

E) 25,6 N

Solución:

$$p_1 = \frac{F_1}{A_1} = p_2 = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1 = \frac{\pi 2^2}{\pi 25^2} \times 2000 = 12,8 \text{ N}$$

Rpta.: D

5. Se coloca un disco circular delgado de cobre con mucho cuidado sobre el agua un vaso. Determine el espesor del disco si su radio es 1 cm y está a punto de hundirse.

$$\text{Datos: } \gamma_{ag} = 72 \text{ din/cm}; \rho_{ag} = 10^3 \text{ kg/m}^3; \rho_{Cu} \approx 9 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \quad g = 10 \text{ m/s}^2$$

- A) 0,08 mm B) 0,32 mm C) 0,20 mm **D) 0,16 mm** E) 0,1 mm

Solución:

$$F_s = \gamma_{ag} 2\pi r = m_{Cu} g \Rightarrow m_{Cu} = \pi r^2 h \rho_{Cu} = \frac{\gamma_{ag} 2\pi r}{g}$$

$$\Rightarrow h = \frac{2\gamma_{ag}}{r g \rho_{Cu}} = \frac{2 \times 72 \times 10^{-3}}{10^{-2} \times 10 \times 9 \times 10^3} = 0,16 \text{ mm}$$

Rpta.: D

6. Está cayendo agua desde una altura de 18 m a razón de 0,3 m³/s e impulsa una turbina. Determine la máxima potencia que se puede obtener de esta turbina.

$$\text{Datos: } \rho_{ag} = 10^3 \text{ kg/m}^3; g = 10 \text{ m/s}^2$$

- A) 50 kW B) 27 kW **C) 54 kW** D) 40 kW E) 45 kW

Solución:

$$P = pQ = \rho_{ag} g h Q = 10^3 \times 10 \times 18 \times 0,3 = 54000 = 54 \text{ kW}$$

Rpta.: C

7. Una manguera de jardín tiene un diámetro interior de 2 cm y está conectada a un rociador que tiene 25 agujeros de 2 mm de diámetro. Si la velocidad del agua en la manguera es 1 m/s, determine la velocidad que saldrían por los agujeros.

- A) 2 m/s B) 3,5 m/s **C) 4 m/s** D) 3 m/s E) 5 m/s

Solución:

Aplicando la ecuación de continuidad.

$$A_1 v_1 = \pi 10^{-4} \times 1 = 24 A_2 v_2 = 25 \times \pi 10^{-6} v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{100}{25} = 4 \text{ m/s}$$

Rpta.: C

Química

EJERCICIOS DE CLASE

1. La teoría cinético – molecular de los gases es un modelo que permite simplificar el estudio de los gases, y considera a un gas formado por un conjunto de moléculas que se mueven libremente a través del espacio. Con respecto a dicha teoría, seleccione la alternativa con el enunciado correcto.

- A) Entre las moléculas de un gas ideal se consideran las fuerzas de atracción.
 B) Durante los choques entre las moléculas de un gas ideal se libera energía.
 C) El volumen de un gas ideal es igual a la suma del volumen de las moléculas.
 D) La presión del gas ideal es producto de las colisiones entre sus moléculas.
 E) Un gas tiene comportamiento ideal a bajas presiones y a altas temperaturas.

Solución:

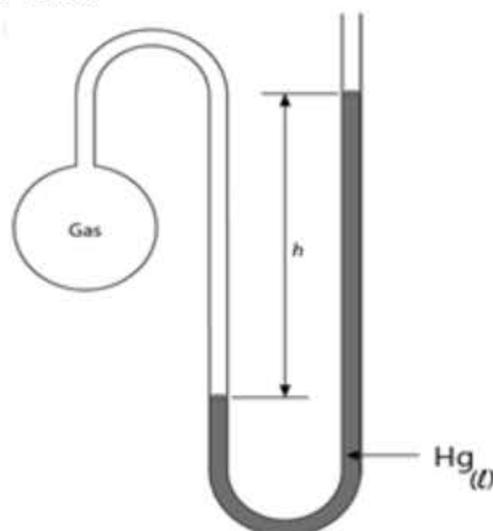
- A) **INCORRECTO**. Entre las moléculas de un gas ideal no se consideran las fuerzas de atracción.
 B) **INCORRECTO**. Los choques entre las moléculas de un gas ideal son perfectamente elásticos, por ello, no se libera energía.
 C) **INCORRECTO**. El volumen de un gas ideal es igual al volumen del recipiente que lo contiene.
 D) **INCORRECTO**. La presión del gas es producto de las colisiones de las moléculas y las paredes del recipiente.
 E) **CORRECTO**. Un gas se comporta como ideal a bajas presiones y a altas temperaturas.

Rpta.: E

2. Un investigador del SENAMHI realiza un experimento para medir la presión atmosférica en Puno. Para ello, primero mide la presión de un gas en Arequipa, por lo cual el manómetro mostrado en la figura indica una altura de 12 cm. Cuando realiza el experimento con los mismos dispositivos y con la misma cantidad de gas en Puno, el manómetro indica una altura de 21 cm. Sabiendo que la presión atmosférica en Arequipa es 590 mmHg y considerando que las mediciones se han realizado a la misma temperatura en ambos lugares, determine la presión atmosférica en Puno, en atm.

Datos: 1 atm = 760 mmHg

- A) 0,27
 B) 0,45
 C) 0,66
 D) 0,82
 E) 0,35



Solución:**Experimento en Arequipa:**

$$P_{\text{manométrica}} = 12 \text{ cmHg} = 120 \text{ mmHg}$$

$$\text{Presión del gas} = P_{\text{barométrica}} + P_{\text{manométrica}}$$

$$\text{Presión del gas} = 590 \text{ mmHg} + 120 \text{ mmHg}$$

$$\text{Presión del gas} = 710 \text{ mmHg}$$

Experimento en Arequipa:

$$P_{\text{manométrica}} = 21 \text{ mmHg} = 210 \text{ mmHg}$$

Como es la misma cantidad de gas, el mismo volumen y la misma temperatura, la presión del gas es la misma.

$$\text{Presión del gas} = P_{\text{barométrica}} + P_{\text{manométrica}}$$

$$710 \text{ mmHg} = P_{\text{barométrica}} + 210 \text{ mmHg}$$

$$P_{\text{barométrica}} = 500 \text{ mmHg}$$

Convirtiéndolo a unidades de atmósfera (atm):

$$500 \text{ mmHg} \times \frac{1 \text{ atm}}{760 \text{ mmHg}} = 0,66 \text{ atm}$$

Rpta.: C

3. El hidrógeno es un gas muy empleado en los viajes en el espacio, ya que es empleado para producir el agua necesaria para los astronautas. Dicho gas se puede producir mediante el proceso cloro – álcali que consiste en la electrólisis del agua de mar. En un laboratorio de investigación se lleva a cabo el proceso cloro – álcali y se recolecta 1 L de gas hidrógeno a 1 atm, luego se traslada por seguridad, a temperatura constante, a un recipiente de 4 L de capacidad. Al respecto, determine la presión del gas, en mmHg, en el nuevo recipiente.

- A) 98 B) 190 C) 380 D) 570 E) 950

Solución:

Condición inicial	Condición final (2)
$P_1 = 1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg}$	$P_2 = ?$
$V_1 = 1 \text{ L}$	$V_2 = 4 \text{ L}$

Cuando la temperatura es constante, se cumple la ley de Boyle:

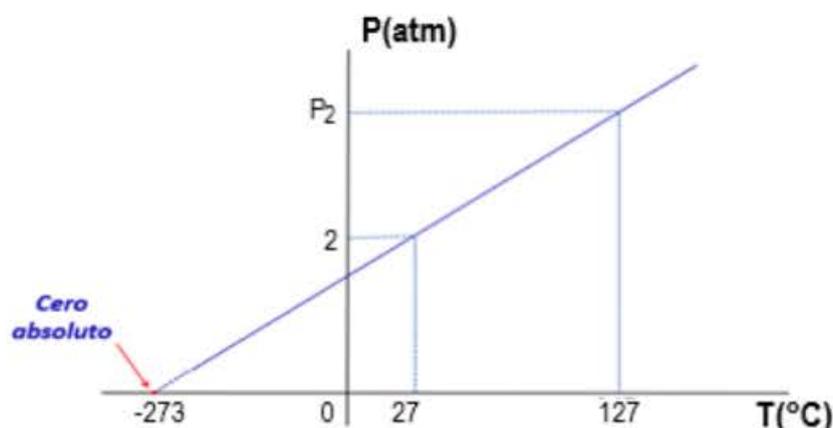
$$P_1 \times V_1 = P_2 \times V_2$$

$$\text{Entonces: } 760 \text{ mmHg} \times 1 \text{ L} = P_2 \times 4 \text{ L}$$

$$P_2 = 190 \text{ mmHg}$$

Rpta.: B

4. El comportamiento de una muestra de gas puede describirse con cuatro variables de estado: presión, volumen, temperatura y cantidad de sustancia. Para conocer la relación entre dichas variables y el comportamiento de los gases se realizó una serie de experimentos, de los cuales se determinaron las leyes empíricas. Dichas leyes se definen con ecuaciones y gráficas, por ejemplo, se tiene la siguiente gráfica que representa un proceso para un mol de un gas ideal:

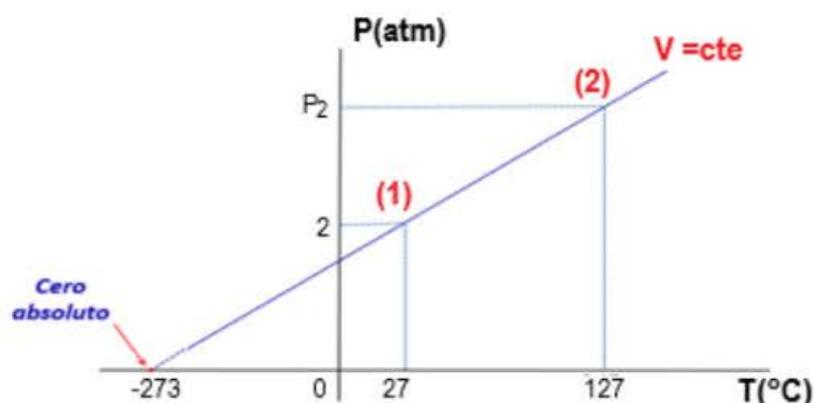


Al respecto, seleccione el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. La gráfica corresponde a un proceso isobárico.
- II. Cuando la temperatura es 400 K, la presión es 2,67 atm.
- III. Si la temperatura aumenta de 27 °C hasta 54 °C, la presión se duplica.

A) FVV B) VVV C) FVF D) VFF E) VVF

Solución:



- I. **FALSO.** La gráfica representa a un proceso isocórico, debido a que el volumen es constante.
- II. **VERDADERO.**

Datos:

Condición inicial (1)	Condición final (2)
$P_1 = 2 \text{ atm}$	$P_2 = ?$
$T_1 = 27^\circ\text{C} + 273 = 300 \text{ K}$	$T_2 = 127^\circ\text{C} + 273 = 400 \text{ K}$

Cuando el volumen es constante, se cumple la ley de Gay Lussac:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \quad \text{entonces} \quad \frac{2 \text{ atm}}{300 \text{ K}} = \frac{P_2}{400 \text{ K}}$$

$$P_2 = 2,67 \text{ atm}$$

III. FALSO.

Condición inicial	Condición final (2)
$P_1 = 2 \text{ atm}$	$P_2 = ?$
$T_1 = 27^\circ \text{C} + 273 = 300 \text{ K}$	$T_2 = 54^\circ \text{C} + 273 = 327 \text{ K}$

Cuando el volumen es constante, se cumple la ley de Gay Lussac:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \quad \text{entonces} \quad \frac{2 \text{ atm}}{300 \text{ K}} = \frac{P_2}{327 \text{ K}}$$

$$P_2 = 2,18 \text{ atm}$$

(la presión no se duplica)

Rpta.: C

5. El freón – 12 (CF_2Cl_2) es un gas refrigerante que se emplea en los congeladores domésticos, aire acondicionado, entre otros. En una planta industrial se necesita el gas freón – 12 para utilizarlo en un ciclo de refrigeración, para ello se cuenta con una cierta cantidad de dicho gas en un recipiente de 40 litros a 7°C y 1 atm, y se introduce en un compresor donde la presión aumenta hasta 5 atm y el volumen disminuye hasta 4 litros. Al respecto, determine la temperatura final del gas freón – 12, en $^\circ \text{C}$ que será utilizado en el ciclo de refrigeración.

- A) 133 B) 140 C) –133 D) –140 E) 280

Solución:

Condición inicial	Condición final (2)
$P_1 = 1 \text{ atm}$	$P_2 = 5 \text{ atm}$
$V_1 = 40 \text{ L}$	$V_2 = 4 \text{ L}$
$T_1 = 7^\circ \text{C} = 280 \text{ K}$	$T_2 = ?$

Ecuación general: $\frac{P_1 \times V_1}{T_1} = \frac{P_2 \times V_2}{T_2}$

$$\frac{1 \text{ atm} \times 40 \text{ L}}{280 \text{ K}} = \frac{5 \text{ atm} \times 4 \text{ L}}{T_2}$$

Entonces: $T_2 = 140 \text{ K} = -133^\circ \text{C}$

Rpta.: C

6. El dióxido de azufre, SO_2 , es un gas que se obtiene en la tostación de minerales sulfurados, y es uno de los causantes de la lluvia ácida. Con la finalidad de reducir su impacto ambiental, una industria metalúrgica ha diseñado un proceso que captura el $\text{SO}_{2(g)}$ procedente de los procesos de tostación, para finalmente almacenarlo en tanques de 34 m^3 a una presión de $0,41 \text{ atm}$ y $67 \text{ }^\circ\text{C}$. Al respecto, determine la masa, en kg , de dicho gas almacenado en uno de los tanques.

Datos: Masa molar (g/mol): $\text{SO}_2 = 64$, $R = 0,082 \text{ atm} \times \text{L} / \text{mol} \times \text{K}$

- A) 64 B) 16 C) 28 D) 32 E) 80

Solución:

Datos:

$$V = 34 \text{ m}^3 = 34000 \text{ L}$$

$$P = 0,41 \text{ atm}$$

$$T = 67 \text{ }^\circ\text{C} = 340 \text{ K}$$

$$R = 0,082 \text{ atm} \times \text{L/mol} \times \text{K}$$

$$PV = nRT \rightarrow n = \frac{PV}{RT} \rightarrow n = \frac{0,41 \text{ atm} \times 34000 \text{ L}}{0,082 \times \frac{\text{atm} \times \text{L}}{\text{K} \times \text{mol}} \times 340 \text{ K}} = 500 \text{ mol}$$

$$n = \frac{m}{M} \rightarrow m = 500 \text{ mol} \times 64 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 32000 \text{ g} = 32 \text{ kg}$$

Rpta.: D

7. Cuando se inhala el aire, este ingresa a los alvéolos del pulmón y los componentes del aire se intercambian con los gases disueltos en la sangre, por lo que la composición del gas alveolar es muy diferente al del aire atmosférico. A continuación, se muestra la composición molar y las presiones parciales del aire en la atmósfera y los alvéolos respectivamente.

GAS	ATMÓSFERA (nivel del mar)	ALVÉOLOS
	PORCENTAJE MOLAR	PRESIÓN PARCIAL (mmHg)
N_2	78,6	569
O_2	20,9	104
CO_2	0,04	40
H_2O	0,46	47

Al respecto, seleccione las proposiciones correctas.

- I. La presión parcial del nitrógeno en el aire atmosférico es $597,36 \text{ mmHg}$.
- II. El porcentaje molar del dióxido de carbono en los alvéolos es $5,26 \%$.
- III. En $0,5 \text{ L}$ de aire alveolar a $37 \text{ }^\circ\text{C}$, están contenidos $131,4 \text{ mg}$ de oxígeno.

Datos: Masa molar (g/mol): $\text{O}_2 = 32$, $R = 62,4 \text{ mmHg} \times \text{L} / \text{mol} \times \text{K}$

- A) I y II B) Solo III C) II y III D) I y III E) I, II y III

Solución:

- I. **CORRECTO.** La presión parcial del nitrógeno en el aire atmosférico es 597,36 mmHg

En el aire:

$$P_{\text{total}} = 1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg (a nivel del mar)}$$

$$\% n(\text{N}_2) = 78,6 \% \rightarrow \text{Fracción molar}(\text{N}_2) = 0,786$$

$$P_{\text{N}_2} = X_{\text{N}_2} \times P_{\text{T}}$$

$$\text{Entonces: } P_{\text{N}_2} = 0,786 \times 760 \text{ mmHg} = 597,36 \text{ mmHg}$$

- II. **CORRECTO.** El porcentaje molar del dióxido de carbono en los alvéolos es 5,26 %.

En el alvéolo:

$$P_{\text{total}} = 569 \text{ mmHg} + 104 \text{ mmHg} + 40 \text{ mmHg} + 47 \text{ mmHg} = 760 \text{ mmHg.}$$

$$p(\text{CO}_2) = 40 \text{ mmHg.}$$

$$P_{\text{CO}_2} = X_{\text{CO}_2} \times P_{\text{T}}$$

$$\text{Entonces: } 40 \text{ mmHg} = X_{\text{CO}_2} \times 760 \text{ mmHg}$$

$$\text{Luego: } X_{\text{CO}_2} = 0,0526 \rightarrow \% n(\text{CO}_2) = 5,26 \%$$

- III. **INCORRECTO.** En 0,5 L de aire alveolar a 37 °C, están contenidos 86 mg de oxígeno.

En el alvéolo:

$$V = 0,5 \text{ L}$$

$$T = 37 \text{ °C} = 310 \text{ K}$$

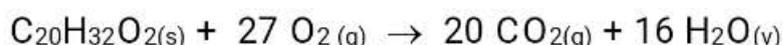
$$p(\text{O}_2) = 104 \text{ mmHg}$$

$$\text{Para el O}_2: PV = nRT \rightarrow n = \frac{PV}{RT} \rightarrow n = \frac{104 \text{ mmHg} \times 0,5 \text{ L}}{62,4 \times \frac{\text{mmHg} \times \text{L}}{\text{K} \times \text{mol}} \times 310 \text{ K}} = 0,0027 \text{ mol O}_2$$

$$n = \frac{m}{M} \rightarrow m = 0,0027 \text{ mol} \times 32 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 0,086 \text{ g} = 86 \text{ mg}$$

Rpta.: A

8. Algunos animales como el oso, el lagarto, el murciélago, entre otros, entran en un estado de hibernación en ciertas épocas del año para protegerse del frío y la escasez de alimentos. El calor para que dichos animales puedan hibernar procede de la combustión del ácido araquidónico, $\text{C}_{20}\text{H}_{32}\text{O}_2$ que se encuentra en su tejido adiposo:



Determine el volumen de aire, en m^3 , medido a 27 °C y 1 atm, que necesita un animal para la combustión de 3,04 kg de ácido araquidónico, necesario para su hibernación, sabiendo que el aire presenta 78 % en moles de N_2 y 21 % en moles de O_2 .

Masa molar (g/mol): $\text{C}_{20}\text{H}_{32}\text{O}_2 = 304$, $R = 0,082 \text{ mmHg} \times \text{L} / \text{mol} \times \text{K}$

- A) $3,16 \times 10^4$ B) $3,16 \times 10^3$ C) $1,58 \times 10^1$ D) $3,16 \times 10^1$ E) $1,58 \times 10^4$

Solución:

- a) Determinación del número de moles del
- O_2
- necesario en la reacción química.



$$1 \text{ mol} \dots\dots\dots 27 \text{ mol}$$

$$304 \text{ g} \dots\dots\dots 27 \text{ mol}$$

$$3\,040 \text{ g} \dots\dots\dots n$$

$$n = \frac{3\,040 \text{ g } C_{20}H_{32}O_2 \times 27 \text{ mol } O_2}{304 \text{ g } C_{20}H_{32}O_2} = 270 \text{ mol de } O_2$$

- b) Cálculo de las moles de aire:

$$270 \text{ mol} \dots\dots\dots 21 \%$$

$$n_{\text{total}} \dots\dots\dots 100 \%$$

$$n_{\text{total}} = \frac{270 \text{ mol} \times 100 \%}{21 \%} = 1285,7 \text{ mol}$$

En el aire:

$$P_T = 1 \text{ atm}$$

$$T = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

$$n_T = 1285,7 \text{ mol}$$

$$V_T = ?$$

$$P_T V_T = n_T R T$$

$$V_T = \frac{n_T R T}{P_T} = 1\,285,7 \text{ mol} \times \frac{0,082 \frac{\text{atm} \times \text{L}}{\text{mol} \times \text{K}}}{1 \text{ atm}} \times 300 \text{ K} = 31\,628,2 \text{ L} = 3,16 \times 10^4 \text{ L}$$

$$V_T = 3,16 \times 10^4 \text{ L de aire} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^3 \text{ L}} = 3,16 \times 10^1 \text{ m}^3 \text{ de aire}$$

Rpta.: D

9. La mezcla entre el óxido nitroso, $N_2O(g)$, y el oxígeno, $O_2(g)$, se puede emplear como anestésico para tratamiento del dolor, su efecto es inmediato y es equivalente a la aplicación de morfina. Para preparar dicha mezcla se dispone de 2 tanques, cada uno de 5 m^3 de capacidad, separados por una barrera, los cuales contienen en uno de ellos $8,8 \text{ kg}$ de óxido nitroso y en el otro una cierta cantidad de oxígeno. Al retirar la barrera, los gases se difunden entre sí en condiciones de Avogadro, formando la mezcla gaseosa deseada. Al respecto, determine la masa de oxígeno, en kg , y el porcentaje molar del óxido nitroso en la mezcla final, respectivamente.

Datos: Masa molar (g/mol): $N_2O = 44$; $O_2 = 32$

- A) 3,2 y 50 B) 3,2 y 80 C) 6,4 y 50 D) 1,6 y 80 E) 6,4 y 80

Solución:

Por dato el N_2O y el O_2 se difunden en condiciones de Avogadro, es decir, se encuentran en las mismas condiciones de presión y temperatura.

$N_2O_{(g)} (1)$	$O_2 (2)$
$m_1 = 8800 \text{ g}$	$m_2 = ?$
$\bar{M}_1 = 44 \text{ g/mol}$	$\bar{M}_2 = 32 \text{ g/mol}$
$V_1 = 5 \text{ m}^3$	$V_2 = 5 \text{ m}^3$

$$n_{N_2O} = \frac{m_1}{M_1} = \frac{8800 \text{ g}}{44 \text{ g/mol}} = 200 \text{ mol}$$

En condiciones de Avogadro, se cumple que: $\frac{V_{N_2O}}{n_{N_2O}} = \frac{V_{O_2}}{n_{O_2}}$ entonces $\frac{5 \text{ m}^3}{200 \text{ mol}} = \frac{5 \text{ m}^3}{n_{O_2}}$

Luego: $n_{O_2} = 200 \text{ mol}$

$$n_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} \rightarrow m_{O_2} = 200 \text{ mol} \times 32 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 6400 \text{ g} = 6,4 \text{ kg}$$

En la mezcla final:

$$n_{N_2O} = 200 \text{ mol}$$

$$n_{O_2} = 200 \text{ mol}$$

$$n_{total} = 200 \text{ mol} + 200 \text{ mol} = 400 \text{ mol}$$

$$x_{N_2O} = \frac{n_{N_2O}}{n_{total}} = \frac{200 \text{ mol}}{400 \text{ mol}} = 0,5 \rightarrow \%n(N_2O) = 50 \%$$

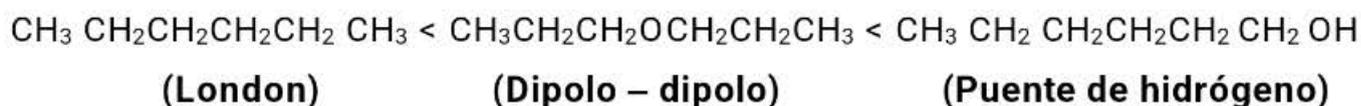
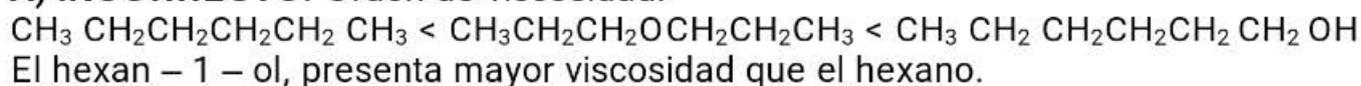
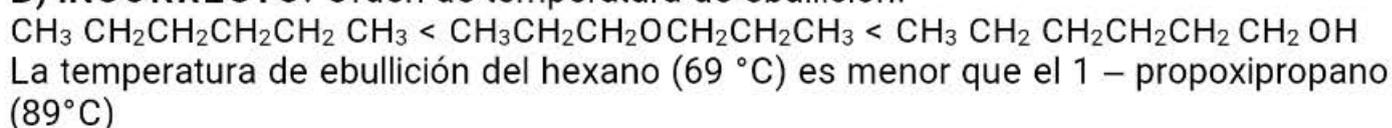
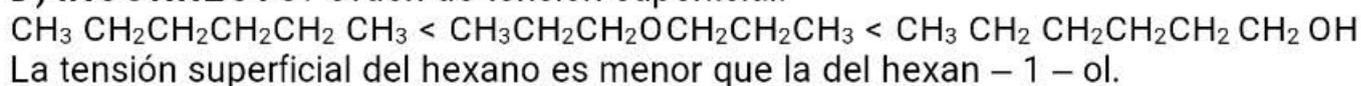
Rpta.: C

10. El estado líquido presenta diversas propiedades físicas tales como la tensión superficial, viscosidad, presión de vapor, entre otros. Dichas propiedades están relacionadas con el tipo de interacción entre las partículas que la constituyen. A continuación, se presentan valores de presión de vapor a 20 °C para tres diferentes líquidos:

Sustancia	Fórmula	Presión de vapor (mmHg) a 20 °C
1 – propoxipropano	$CH_3CH_2CH_2OCH_2CH_2CH_3$	55 mmHg
Hexano	$CH_3CH_2CH_2CH_2CH_2CH_3$	127,5 mmHg
Hexan – 1 – ol	$CH_3CH_2CH_2CH_2CH_2CH_2OH$	0,75 mmHg

Al respecto, seleccione la alternativa con el enunciado correcto.

- A) El hexan – 1 – ol, presenta menor viscosidad que el hexano.
- B) La temperatura de ebullición del hexano es mayor que el 1 – propoxipropano.
- C) El 1 – propoxipropano es el líquido con menor volatilidad.
- D) La tensión superficial del hexano es mayor que la del hexan – 1 – ol.
- E) La presión de vapor del hexan – 1 – ol a 50 °C es mayor que 0,75 mmHg.

Solución:**Orden de presión de vapor:****Orden de fuerzas intermoleculares:****A) INCORRECTO.** Orden de viscosidad:**B) INCORRECTO.** Orden de temperatura de ebullición:**C) INCORRECTO:** Orden de volatilidad:**D) INCORRECTO.** Orden de tensión superficial:

E) CORRECTO. La presión de vapor aumenta con el incremento de la temperatura; por ello la presión de vapor del hexan – 1 – ol a 50 °C es mayor que 0,75 mmHg.

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Es muy peligroso que los balones de gas se expongan al calor ya que pueden explotar. Los balones de gas de uso doméstico están diseñados de tal modo, que su sistema de seguridad puede soportar como máximo 15 atm, si la presión supera dicho valor se produce la explosión. Si un balón de gas utilizado para un negocio de comidas al paso, se encuentra inicialmente a 8 atm y 27 °C, por error es colocado cerca de la cocina por lo cual su temperatura aumenta hasta 177 °C. Al respecto, determine la presión final, en atm, del gas en el balón e indique si se produce la explosión.
- A) 9 – No explota B) 18 – Sí explota C) 12 – Sí explota
D) 18 – No explota E) 12 – No explota

Solución:

Condición inicial (1)	Condición final (2)
$P_1 = 8 \text{ atm}$	$P_2 = ?$
$T_1 = 27^\circ\text{C} + 273 = 300 \text{ K}$	$T_2 = 177^\circ\text{C} + 273 = 450 \text{ K}$

Como es un balón de acero, el volumen es constante, se cumple la ley de Gay Lussac:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \text{ entonces } \frac{8 \text{ atm}}{300 \text{ K}} = \frac{P_2}{450 \text{ K}}$$

$$P_2 = 12 \text{ atm}$$

Como la presión máxima que puede soportar el sistema de seguridad es de 15 atm, entonces NO se produce la explosión.

Rpta.: E

2. Los globos aerostáticos se emplean en meteorología para el estudio de los parámetros del clima, tales como la temperatura, presión, velocidad del viento, entre otros. Un globo aerostático se infla con gas helio a 1 atm, alcanzando un volumen de $1\,800 \text{ m}^3$ a una temperatura de 127°C , cuando asciende hasta una altura de 300 km sobre la superficie de la tierra sus sensores indican una presión de 10^{-8} mmHg y una temperatura de 500 K. Al respecto, determine el volumen final del globo aerostático, expresado en unidades del SI.

- A) $1,71 \times 10^1$ B) $1,71 \times 10^2$ C) $1,71 \times 10^{-2}$ D) $3,42 \times 10^{-2}$ E) $3,42 \times 10^2$

Solución:

Condición inicial	Condición final (2)
$P_1 = 1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg}$	$P_2 = 10^{-8} \text{ mmHg}$
$V_1 = 1\,800 \text{ m}^3$	$V_2 = ?$
$T_1 = 127^\circ\text{C} = 400 \text{ K}$	$T_2 = 500 \text{ K}$

Ecuación general:

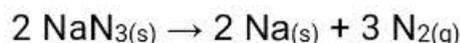
$$\frac{P_1 \times V_1}{T_1} = \frac{P_2 \times V_2}{T_2}$$

$$\frac{760 \text{ mmHg} \times 1800 \text{ m}^3}{400 \text{ K}} = \frac{10^{-8} \text{ mmHg} \times V_2}{500 \text{ K}}$$

Entonces: $V_2 = 0,0171 \text{ m}^3 = 1,71 \times 10^{-2} \text{ m}^3$

Rpta.: C

3. Las bolsas de aire de protección de los automóviles se activan durante una colisión generando una descarga eléctrica que causa la descomposición de la azida de sodio, $\text{NaN}_3(\text{s})$, según la siguiente reacción química:



Durante una simulación en un laboratorio industrial, se produjo 89,4 mL de nitrógeno gaseoso a 25°C y 624 mmHg. Al respecto, determine la masa de la azida de sodio, en gramos, que se descompuso.

Datos: Masa molar (g/mol): $\text{NaN}_3 = 65$, $\text{N}_2 = 28$, $R = 62,4 \text{ mmHg} \times \text{L} / \text{mol} \times \text{K}$

- A) 0,26 B) **0,13** C) 0,39 D) 0,52 E) 0,65

Solución:

Para el $\text{N}_2(\text{g})$:

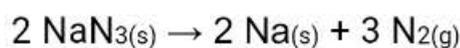
V = 89,4 mL

T = 25 °C = 298 K

P = 624 mmHg

PV = nRT

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{624 \text{ mmHg} \times 89,4 \times 10^{-3} \text{ L}}{62,4 \frac{\text{mmHg} \times \text{L}}{\text{mol} \times \text{K}} \times 298 \text{ K}} = 0,003 \text{ mol}$$



$$m = \frac{2(65 \text{ g NaN}_3)(0,003 \text{ mol N}_2)}{3 \text{ mol N}_2} = 0,13 \text{ g NaN}_3$$

Rpta.: B

4. Las fuerzas intermoleculares son interacciones de naturaleza eléctrica y son propiedades intensivas, es decir, no dependen de la masa, e influyen en las propiedades físicas de los líquidos, tales como la viscosidad, tensión superficial y la presión de vapor, entre otras. Al respecto, indique la(s) proposición(es) correcta(s).

- I. El n-pentano ($\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_3$) posee mayor tensión superficial que el n-heptano ($\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_3$).
- II. El agua (H_2O) tiene mayor presión de vapor que el Br_2 .
- III. La temperatura de ebullición metanol (CH_3OH) es menor que la del etanol ($\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$).

- A) Solo I B) Solo II C) I y II D) I y III E) **Solo III**

Solución:

- I. **INCORRECTO.** La tensión superficial varía en forma directa con las fuerzas intermoleculares, por ello:

Fuerzas intermoleculares: $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_3 < \text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_3$

El heptano tiene mayor fuerza de London, debido a su mayor masa molar.

Tensión superficial: $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_3 < \text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_3$

- II. **INCORRECTO.** La presión de vapor varía en forma inversa con las fuerzas intermoleculares, por ello:

Fuerzas intermoleculares: $\text{Br}_2 < \text{H}_2\text{O}$

(London) (puente de hidrógeno)

Presión de vapor: $\text{Br}_2 > \text{H}_2\text{O}$

- III. **CORRECTO.** La temperatura de ebullición varía en forma directa con las fuerzas intermoleculares, por ello:

Fuerzas intermoleculares: $\text{CH}_3\text{OH} < \text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$

Ambos poseen fuerzas puente de hidrógeno, pero el etanol tiene mayor masa molar, por ello posee fuerzas de London más intensas.

Temperatura de ebullición: $\text{CH}_3\text{OH} < \text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$
(65 °C) (78 °C)

Rpta.: E

Biología

EJERCICIOS DE CLASE

1. Las medusas poseen células nerviosas carentes de mielina asociadas en redes; asimismo, presentan estatocistos que les permiten mantener el equilibrio. Por otro lado, poseen ropalios donde podemos encontrar _____ como estructuras sensibles a la luz.

A) neuronas sensitivas
D) osfradios

B) ganglios cefálicos
E) fotidios

C) ocelos

Solución:

Las medusas son **cnidarios**, presentan un sistema nervioso reticular conformado por protoneuronas carentes de mielina. Los ropalios que presentan son pequeños tentáculos que están compuestos por un **ocelo** (fotorreceptor) y un estatocisto (equilibrio).

Rpta.: C

8. ¿Qué estructuras podemos encontrar en la parte periférica de la médula espinal?

- A) Somas de neuronas sensitivas
 B) Meninges
 C) Axones de neuronas sensitivas
 D) Somas de neuronas motoras
 E) Somas de neuronas de asociación

Solución:

En la médula espinal, la sustancia gris conformada por somas neuronales es de ubicación interna mientras que la sustancia blanca, conformada por **axones neuronales sensitivos** es de ubicación periférica. Además, está protegida por las meninges que están conformadas por tejido conectivo.

Rpta.: C

9. Una mutación determina la aparición de anomalías durante la etapa final del desarrollo del tubo neural. Como resultado de ello, durante la edad adulta, se manifiesta atonía y una incapacidad para agarrar objetos al primer intento. ¿Qué tipo de vesícula se pudo haber atrofiado durante el desarrollo?

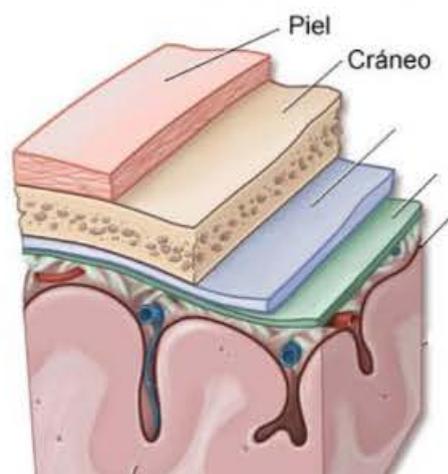
- A) Primaria – Metencéfalo
 B) Secundaria – Mielencéfalo
 C) Secundaria – Rombencéfalo
 D) Primaria – Rombencéfalo
 E) Secundaria – Metencéfalo

Solución:

El romboencéfalo es una de las 3 vesículas primarias que se forman a partir del tubo neural. De esta estructura, se forman las 2 vesículas **secundarias** conocidas como **metencéfalo** y mielencéfalo, de las cuales, solo la primera dará lugar, finalmente, al desarrollo del cerebelo y el puente de Varolio. Las disfunciones cerebelosas se caracterizan por atonía muscular e incapacidad de precisión de movimientos.

Rpta.: E

10. Observe la siguiente figura, y responda ¿a qué estructura está haciendo referencia las tres líneas inferiores?



- A) Meninges
 B) Piamadre
 C) Corteza cerebral
 D) Cráneo
 E) Aracnoides

Solución:

La imagen hace referencia a las **meninges** que son cubiertas de tejido conectivo que ofrecen protección al sistema nervioso central. La duramadre es la más externa, la aracnoides es la intermedia y la piamadre es la más interna.

Rpta.: A

11. Cuando usted lee, la luz reflejada incide primero en la _____, una cubierta transparente en la parte frontal del ojo. Después, la luz atraviesa una cámara llena con un fluido, llamado _____, que nutre tanto a la lente como a la córnea.

- A) lente – córnea
B) córnea – humor acuoso
C) lente – humor vítreo
D) iris – córnea
E) cristalino – humor vítreo

Solución:

La **córnea** es la cubierta transparente donde primero incide la luz e inmediatamente después la luz atravesará el **humor acuoso**.

Rpta.: B

12. El ojo de los mamíferos capta, enfoca y convierte las ondas luminosas en impulsos eléctricos. Aunque el enfoque inicia en la córnea, cuyo contorno redondeado refracta los rayos de luz, a quien corresponde efectuar el enfoque nítido final, tanto de objetos distantes como cercanos, es

- A) la retina.
B) el iris.
C) la fóvea.
D) el humor acuoso.
E) el cristalino.

Solución:

El **cristalino** ajustable por los músculos que lo rodean ajusta su forma para enfocar con nitidez ya sea objetos distantes o cercanos.

Rpta.: E

13. Si una persona, luego de haber sufrido un accidente automovilístico, tuvo lesión a nivel del tronco encefálico, ¿podríamos decir que el paciente tuvo compromiso de los nervios craneales? Además, ¿qué estructuras dentro del cráneo limitarían el daño al cerebro?

- A) No – Meninges y LCR
B) No – Plexo coroideo y LCR
C) Sí – Meninges y LCR
D) Sí – Mesencéfalo y LCR
E) No – Ventriculos y LCR

Solución:

Los pares craneales desde el par III hasta el par XII surgen del tronco encefálico; por lo tanto, una lesión en él sí podría comprometer a dichos pares; además, en un accidente automovilístico, los hemisferios cerebrales y, en general, todo el SNC se protegen por las **meninges**, así como por el **LCR (líquido céfalo raquídeo)**.

Rpta.: C

14. Estando a 4300 msnm, el frío hace que las manos de Dana se entumescan. Para poder calentarse, ella coge una tasa de infusión caliente recién preparada, pero, a pesar del frío, no puede sostenerla por mucho tiempo. Se puede deducir que en las manos de Dana los _____ se activaron y, por ende, no pudo sostener más la tasa.
- A) corpúsculos de Rufini
B) corpúsculos de Barr
C) corpúsculos de Meissner
D) corpúsculos de Krause
E) nervios motores

Solución:

La piel contiene muchos receptores cuya información nos proporciona la sensación del tacto. Entre ellas se encuentran **los corpúsculos de Rufini** de adaptación lenta que responden al calor y también a la presión.

Rpta.: A

15. El oído interno está formado por la cóclea, el órgano del equilibrio y el nervio auditivo (par craneal VIII). La parte del oído interno que se encarga de registrar los movimientos corporales, para ser capaces de mantener el equilibrio, es
- A) la cóclea o caracol.
B) el estribo.
C) el órgano de Corti.
D) el vestíbulo.
E) el yunque.

Solución:

La parte del oído interno considerado como órgano del equilibrio es el **vestíbulo**, que registra los movimientos corporales para ser capaces de mantener el equilibrio. El vestíbulo consta de tres conductos semicirculares llenos de fluido que se mueve conforme a los movimientos del propio cuerpo enviando pequeños impulsos al SNC.

Rpta.: D