



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA
CENTRO PREUNIVERSITARIO

Semana N.º 9

Habilidad Verbal

SECCIÓN A

CONSISTENCIA TEXTUAL II

i) LA INCOMPATIBILIDAD LITERAL



**(VIDEOS)
TEORÍA Y
EJERCICIOS**

Los enunciados incompatibles son aseveraciones contrarias a lo planteado en la lectura. Este tipo de pregunta, en principio, busca que el alumno sea capaz de advertir las ideas que contradicen el desarrollo textual en distintos niveles, ya que los enunciados incompatibles pueden corresponderse con la idea principal, las ideas secundarias o, incluso, las ideas terciarias.

TEXTO DE EJEMPLO

La violencia existe desde siempre: violencia para sobrevivir, violencia para controlar el poder, violencia para sublevarse contra la dominación, violencia física y psíquica.

Los etólogos, en sus investigaciones sobre el comportamiento innato de los animales, llegaron a la conclusión de que el instinto agresivo tiene un carácter de supervivencia. Por lo tanto, la agresión existente entre los animales no es negativa para la especie, sino un instinto necesario para su existencia.

El hombre, desde el instante en que levantó una piedra y la arrojó contra su adversario, utilizó un arma de defensa y supervivencia muchísimo antes de que el primer trozo de sílex hubiese sido convertido en punta de lanza.

Desde la más remota antigüedad, los hombres se enfrentaron entre sí por diversos motivos. En los últimos 5000 años de la historia, la humanidad ha experimentado miles de guerras, y en todas ellas se han usado armas más poderosas que la fuerza humana. La historia de la humanidad es una historia de guerras y conquistas, donde el más fuerte se impone al más débil, y que, si de los textos de historia quitásemos las guerras, se convertirían en un puñado de páginas en blanco.

En la Edad de la Piedra, los mismos instrumentos ideados para defenderse de la naturaleza salvaje fueron trocados en armas de guerra. Después, cuando el hombre descubrió los metales, construyó armas más mortíferas que la honda y la lanza con punta de piedra. Al irrumpir la pólvora en la historia, se fabricaron proyectiles para ser disparados por medio de un cañón. De modo que el arte de la guerra se perfeccionó entre el siglo XV y XVIII, con la progresiva consolidación del arma de fuego como factor decisivo en la contienda. El uso de la pólvora se extendió rápidamente a los campos de batalla y las armas tradicionales fueron sustituidas por arcabuces, mosquetes y cañones. La guerra, que es un producto de la violencia y el deseo de poder, está generada por los instintos agresivos de la psicología humana.

Montoya, V. (2006). Teorías de la violencia humana.

<http://www.razonypalabra.org.mx/anteriores/n53/vmontoya.html>

1. Es incompatible con el desarrollo textual afirmar que el instinto agresivo de los humanos
- A) es negativo, porque es innecesario para la existencia de estos.
 - B) motivó que los hombres se arrojen piedras los unos a los otros.
 - C) ha causado que estos se enfrenten entre sí por varios motivos.
 - D) tiene una naturaleza innata que viabiliza la existencia humana.

Solución:

En el segundo párrafo, se expone que se ha llegado a la conclusión de que el instinto agresivo de los humanos no es negativo para la especie, porque es un instinto necesario para la existencia del humano.

Rpta.: A

2. Es incompatible con el texto sostener que la historia de la humanidad es una historia de
- A) guerras en los últimos 5000 años de historia.
 - B) un continuo desarrollo del carácter violento.
 - C) cómo el más débil se impone al más fuerte.
 - D) la continua evolución de las armas de guerra.

Solución:

Literalmente, la «historia de la humanidad es una historia de guerras y conquistas, donde el más fuerte se impone al más débil».

Rpta.: C

3. Es inconsistente con la lectura sostener que la opresión
- A) ha utilizado la violencia para subvertir el orden establecido.
 - B) ha sido confrontada a veces con sublevaciones violentas.
 - C) ha espoleado el uso de armas cada vez más sofisticadas.
 - D) motivó que los hombres utilicen también la violencia física.

Solución:

En el primer párrafo, se afirma que siempre se ha utilizado la violencia para sublevarse contra la dominación.

Rpta.: B

4. Es incompatible con el texto afirmar que las armas de guerra surgieron a partir
- A) del uso de una piedra como arma.
 - B) del deseo de la autoconservación.
 - C) de la defensa ante la naturaleza.
 - D) del descubrimiento de los metales.

Solución:

En efecto, a partir del último párrafo, es pertinente pensar que el hombre utilizó instrumentos en su afán de defenderse de la naturaleza, instrumentos que posteriormente devinieron en armas de guerra.

Rpta.: D

5. Es incompatible con la lectura afirmar que las armas de guerra surgieron a partir del descubrimiento de los metales, porque
- A) los humanos son los únicos seres que pueden crear para autodestruirse.
 - B) armas como la honda y la lanza con punta de piedra ya existían antes.
 - C) el afán de poder se tradujo en actos violentos para lograr los objetivos.
 - D) la violencia siempre ha existido para, verbigracia, sobrevivir y sublevarse.

Solución:

Si consultamos el último párrafo, encontraremos que, «cuando el hombre descubrió los metales, construyó armas más mortíferas que la honda y la lanza con punta de piedra».

Rpta.: B

ii) LA INCOMPATIBILIDAD INFERENCIAL

La incompatibilidad inferencial se define como el marco informativo contrario al texto, pero que se desprende de las premisas de este. En tal sentido, se busca que el alumno supere el marco de ideas literales y se permita reconstruir información adicional que niegue algunas de las ideas del texto; es decir, el discente debe sustentarse en el desarrollo del texto para definir la plausibilidad de la información discordante que se desprende del texto.

TEXTO DE EJEMPLO

En 1980, la ludopatía era considerada un problema de control de impulsos. A partir de los noventa, su inclusión en el Manual Diagnóstico y Estadístico de los Trastornos Mentales (o DSM, por sus siglas en inglés) como un trastorno de adicción cambió por completo su concepción. Así, desde 1992, la ludopatía está reconocida por la OMS como un trastorno genuino, diagnosticable y tratable. Recientemente se la ha considerado como una enfermedad con un fuerte rasgo fisiológico.

Todo esto sirve para mostrar una cosa: es un problema con un origen muy complejo y difícil de entender. En la definición actual, correspondiente al DSM, la ludopatía es una adicción no mediada por sustancias. Por tanto, puede reconocerse por cuatro elementos básicos que ayudan al diagnóstico:

- La impaciencia adictiva: cuando las ansias por satisfacer la conducta adictiva alteran el comportamiento
- La falta de control: cuando no se puede impedir la actitud adictiva
- El síndrome de abstinencia: que aparece cuando se interrumpe la conducta adictiva
- La tolerancia: que hace que el adicto necesite cada vez más

Como todo lo relacionado con nuestra biología, la ludopatía tiene un fuerte componente fisiológico. Conocemos al menos tres mecanismos moleculares que participan en el disparo de la ludopatía. El primero es el sistema de control de impulsos, donde la serotonina juega un papel fundamental. Este neurotransmisor se relacionó con la ludopatía porque muchos jugadores compulsivos han mostrado un déficit de producción o un fallo en los receptores de este neurotransmisor en ciertas partes del cerebro.

El segundo de los mecanismos conocidos implica la activación del sistema nervioso en un concepto llamado «arousal» o búsqueda de sensaciones. Esto es, la noradrenalina y su déficit provocaría una búsqueda constante de estímulo que excite al jugador, que

Solución:

A partir de los noventa, la ludopatía se incluyó en el Manual Diagnóstico y Estadístico de los Trastornos Mentales como un trastorno de adicción, con lo cual, cambió por completo su concepción.

Rpta.: C

4. Resulta inconsistente con la lectura pensar que el origen de la ludopatía

- A) posee una naturaleza que lo hace complejo.
- B) es algo que no es fácil de comprender al inicio.
- C) es muy complejo en incluso incomprensible.
- D) se origina a partir del consumo de sustancias.

Solución:

A la letra, «en la definición actual, correspondiente al DSM, la ludopatía es una adicción no mediada por sustancias». Entonces, cabe sostener que la ludopatía no se origina con el consumo de sustancias.

Rpta.: D

5. Es incompatible con el texto afirmar que el organismo de un ludópata funciona exactamente igual al organismo de alguien que no es ludópata, porque

- A) las máquinas de azar y los juegos activos provocan una mayor activación del sistema nervioso al ludópata.
- B) la ludopatía es un problema médico en el que el ludópata tiene una patente adicción a ciertas sustancias.
- C) un ludópata presenta un déficit de producción de serotonina o un fallo en los receptores de este neurotransmisor.
- D) las personas que no son ludópatas no tienen que acudir al psicólogo para solucionar sus problemas de adicción.

Solución:

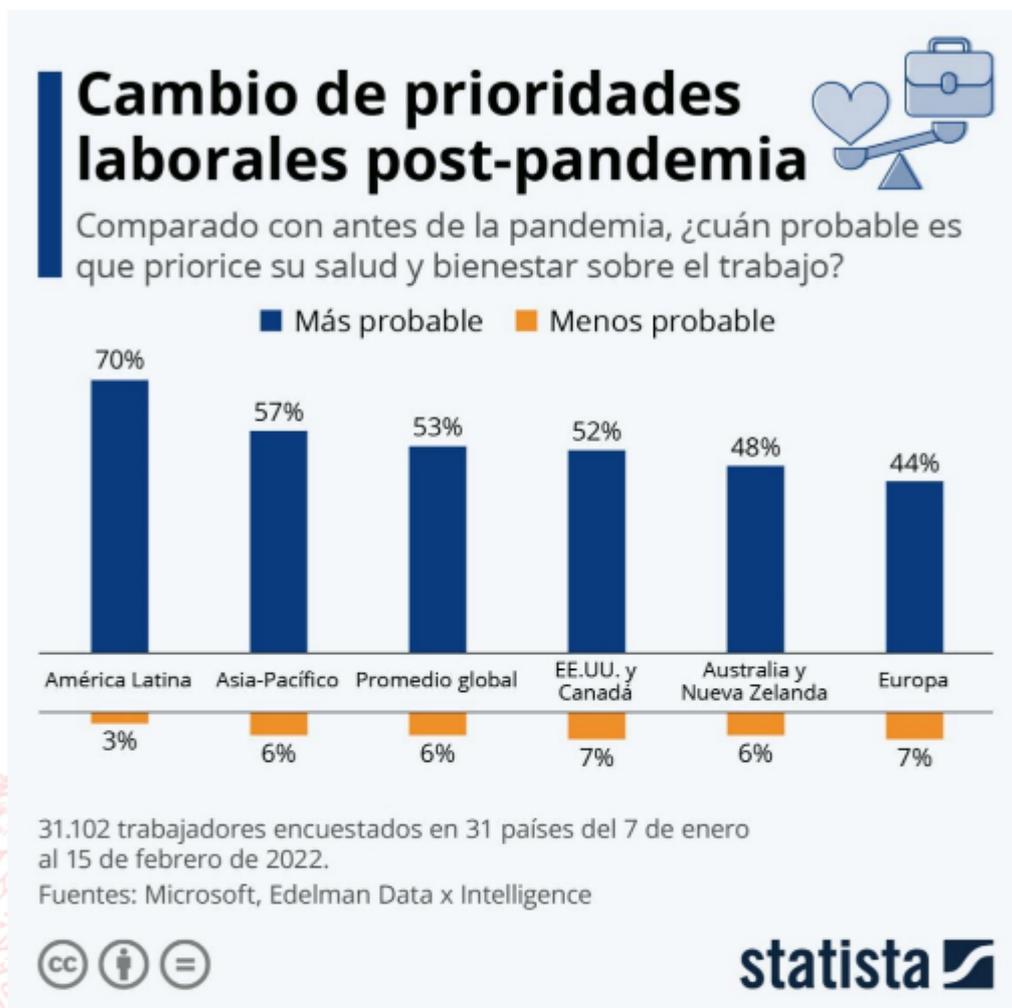
Según se expone en el texto, muchos jugadores compulsivos han mostrado un déficit de producción o un fallo en los receptores de serotonina en ciertas partes del cerebro.

Rpta.: C**TEXTO DE APLICACIÓN**

Según el informe “Índice de tendencias laborales 2022”, recientemente publicado por Microsoft, América Latina es la región donde más trabajadores cambiaron sus prioridades de vida después de la pandemia. El estudio se vale de los datos recabados por la firma de investigación Edelman Data x Intelligence en un sondeo de más de 31 000 empleados y trabajadores autónomos en 31 países.

Para una gran cantidad de personas, los últimos dos años implicaron reevaluar el lugar que ocupa el trabajo en sus vidas y comenzar a prestar más atención al balance entre el mundo laboral y la vida privada, un tema muchas veces subestimado en Latinoamérica. Y curiosamente, de acuerdo con los resultados del sondeo, al menos siete de cada diez encuestados en Argentina, Brasil, Colombia y México consideran que, después de la pandemia de COVID-19, es más probable que prioricen su salud y bienestar por encima del trabajo.

El estudio apunta que más de la mitad de los trabajadores a nivel mundial tienen una nueva ecuación respecto a qué es lo que vale la pena. Con más frecuencia tras varias olas de contagio y períodos de aislamiento, el trabajo es visto como solo una parte de la vida, en la que la salud, la familia, el tiempo y el sentido de propósito ocupan un lugar más importante.



Pasquali, M. (). La pandemia trastocó el balance entre el bienestar y el trabajo. *Statista*. <https://es.statista.com/grafico/27099/cambio-de-prioridades-post-pandemia/>

- Es incompatible con el texto sostener que los trabajadores latinoamericanos mantuvieron inmutable sus prioridades de vida después de la pandemia, porque
 - las remuneraciones propias del trabajo no compensan con creces los sacrificios que se tienen que realizar día a día.
 - los trabajadores latinoamericanos deben haber pasado las de Caín para asistir al trabajo y desempeñarse óptimamente.
 - la pandemia habría golpeado con mayor énfasis en los países de América Latina, ya que ahora ahí se valora más la vida.
 - los latinoamericanos, producto de la pandemia, reevaluaron el lugar que ocupa el trabajo en medio de toda su vida.

Solución:

Los trabajadores latinoamericanos comenzaron a «prestar más atención al balance entre el mundo laboral y la vida privada, un tema muchas veces subestimado».

Rpta.: D

2. Resulta incompatible con el desarrollo textual afirmar que, después de la pandemia, se registró una ola a nivel mundial en la se entendió que el trabajo debía seguir siendo más valorado que la salud o la familia, porque

- A) todos los trabajadores se enfermaron producto de las diferentes olas de covid-19.
- B) ahora hay una nueva ecuación en la que el trabajo dejó de ser lo más importante.
- C) una investigación sondeó a más de 31 000 empleados y trabajadores autónomos.
- D) siete de cada diez encuestados valoraron más el trabajo sobre su salud y familia.

Solución:

El tercer párrafo sirve de sustento en este problema.

Rpta.: B

3. Es incompatible con el gráfico sostener que todos los latinoamericanos consideraron más probable priorizar su salud y bienestar en vez del trabajo, ya que

- A) la salud y el bienestar deben estar por encima de lo demás que es nimio.
- B) quienes son latinoamericanos deben tener trabajos que son extenuantes.
- C) se registra un 3% que consideró menos probable cambiar de prioridades.
- D) la tabla expone que un 70% consideró menos probable tener prioridades.

Solución:

Según el gráfico, un 3% consideró menos probable considerar la salud y el bienestar sobre el trabajo.

Rpta.: C

4. Es incompatible con el gráfico considerar que los europeos superaron a los latinoamericanos en la revalorización del lugar que ocupa el trabajo en la vida diaria, porque

- A) la cantidad que representa a los latinoamericanos supera a los europeos en 26 puntos porcentuales.
- B) los europeos consideraron, en un 7%, menos probable priorizar el trabajo sobre su salud bienestar.
- C) hay 63% de diferencia entre los americanos que reevaluaron el lugar que ocupa el trabajo en su vida diaria.
- D) los europeos que consideraron menos probable priorizar la salud y el bienestar sobre el trabajo son 10%.

Solución:

Según el gráfico, los latinoamericanos que consideraron más probable priorizar la salud y la vida sobre el trabajo representan un 70%; en cambio, los europeos, un 44%.

Rpta.: A

SECCIÓN B

EVALUACIÓN DE LA COMPRENSIÓN LECTORA EN ESPAÑOL

TEXTO 1

Cuando entro a Netflix, Prime Video u otra de las varias opciones de plataformas de *streaming* que existen, siempre busco encontrar algo que no haya visto antes. Algo nuevo que satisfaga mis necesidades del momento, pero son raras las veces donde logro este cometido y, en muchos casos, acabo viendo algo repetido.

Los usuarios podemos pasar horas decidiendo qué ver y tomar una decisión puede ser frustrante porque queremos encontrar el *match* perfecto: una película o serie hecha a nuestra medida. Otro escenario es tener que enfrentarnos a 120 minutos de un contenido que no nos encante, sabiendo que pudimos haber tomado una mejor decisión.

Este es un ejercicio **cotidiano**, por el que millones de peruanos pasan todos los días, que causa incertidumbre al no saber qué hay detrás. Ahora imagínate a esas mismas personas, con déficit de cualidades de toma de decisión, ante la necesidad de elegir un presidente. Otros países la tienen más fácil. Los gringos tienen que elegir entre dos partidos. O te gusta uno, o el otro. Nosotros no tenemos esa opción, tenemos un gran número de candidatos que busca un nicho en lugar de una masa electoral.

Un elector responsable leería los planes de gobierno de cada uno para sacar sus propias conclusiones. Pero ¿cuántos electores responsables hay? Al igual que en Netflix, el electorado busca recomendaciones en las mismas plataformas que ofrecen los candidatos, consejos de sus amigos o que la experiencia pasada dicte su decisión según sus gustos anteriores. Aun así, no logra convencerse porque teme a equivocarse. El resultado es que los electores no saben a quién elegir o no quieren elegir a nadie.

Somos una sociedad a la que se le dificulta tomar decisiones. Imagina, entonces, tener que elegir quién será el líder del país por los cinco próximos años, en medio de la peor crisis económica y sanitaria de las últimas décadas. Esto no es ficción, no podemos presionar el botón de *restart* como si fuera una consola de videojuego, debemos decidir bien.



De Piérola, F. (8 de abril de 2021). "La incertidumbre y la indecisión". En *Perú 21*. Extraído de <<https://peru21.pe/opinion/la-incertidumbre-y-la-indecision-pelas-y-series-francisco-de-pierola-elecciones-2021-elecciones-generales-candidatos-candidatos-2021-noticia/>>. [Texto editado].

Imagen extraída de <<https://magnet.xataka.com/why-so-serious/29-vinetas-de-mafalda-que-definen-perfectamente-el-panorama-sociopolitico-de-2016>>

1. La unidad textual trata principalmente acerca de

- A) el desinterés de la ciudadanía por ejercer sus derechos democráticos.
- B) el complicado proceso de decidir por quién votar durante las elecciones.
- C) la falta de representatividad de los ciudadanos durante las elecciones.
- D) el pesar que supone elegir un candidato presidencial en Latinoamérica.

Solución:

La unidad textual aborda las dificultades que poseen los ciudadanos para elegir a un gobernante durante las elecciones.

Rpta.: B

2. El antónimo contextual de COTIDIANO es

- A) conocido.
- B) ordinario.
- C) periódico.
- D) inhabitual.

Solución:

El significado de COTIDIANO es 'diario, habitual', lo contrario es 'inhabitual, poco usual'.

Rpta.: D

3. De la caricatura de Mafalda, es posible inferir que el papá de Libertad

- A) no ha vivido nunca una situación parecida.
- B) tiene cara de apenado las 24 horas del día.
- C) se encuentra insatisfecho con su elección.
- D) siente compunción cuando toma decisiones.

Solución:

Puede deducirse que la cara del papá de Libertad se debe a la decisión que tomó y a la insatisfacción que la misma le provoca.

Rpta.: C

4. Resulta incompatible afirmar que decidir entre la programación de una plataforma de *streaming*

- A) deviene siempre en una elección satisfactoria para los espectadores.
- B) puede asemejarse más a un reto que a una experiencia placentera.
- C) es equiparable a la toma de decisiones durante un proceso electoral.
- D) sería más sencillo de tener una oferta menos variada de contenido.

Solución:

La toma de decisiones es complicada. En el texto, se hace referencia a lo que ocurre cuando un usuario intenta ver «algo nuevo» en Netflix o Prime video; en tal sentido, resulta incompatible afirmar que siempre es satisfactorio porque, o puede ser retador, o puede un usuario decepcionarse de lo escogido.

Rpta.: A

5. Si en el Perú la población electoral se caracterizara por ser responsable,
- A) el número de candidatos presidenciales se reduciría notablemente.
 - B) se erradicaría por completo la constante inestabilidad política del país.
 - C) su voto se determinaría por conocimiento y no por recomendación.
 - D) los peruanos siempre realizarían una toma de decisiones inteligente.

Solución:

Si la población electoral es responsable, leería el plan de gobierno de cada uno de los candidatos, y no necesitaría pedir recomendaciones. Decidiría por propia voluntad y conocimiento de causa.

Rpta.: C

TEXTO 2

TEXTO A

La acción humana, para cumplir con cambiar la realidad por el bien de las personas y las familias, requiere conocer perfectamente qué hay que cambiar, dónde generar el cambio y cuándo hacerlo. Esto es clave en la gestión pública para un buen gobierno.

Recientemente, el Consejo de Ministros aprobó y remitió al Congreso el proyecto de ley 1761/2021-PE. En este documento, se introduce la llamada castración química obligatoria como castigo para aquellos que cometan violación sexual, la cual sería ejecutada una vez cumplida la pena privativa de la libertad.

En el 2018, el Instituto Nacional de Salud (INS) desarrolló el informe *Terapia hormonal para agresores sexuales con desórdenes parafílicos*. Entre sus conclusiones, indica que «la evidencia disponible [sobre la castración química] es escasa y de baja calidad». Asimismo, la Coordinadora Nacional de Derechos Humanos señaló que la castración química «[como pena] viola el derecho fundamental de dignidad de la persona y el principio constitucional de rehabilitación y reinserción social del reo. Además, contraviene también los tratados internacionales ratificados por el Estado peruano, que prohíben el uso de penas inhumanas o degradantes contra la persona».

¿El citado proyecto de ley demuestra «conocer perfectamente qué hay que cambiar»? Obviamente no, esta propuesta no contiene un análisis **serio** y profundo de la catástrofe social y humana que significan las violaciones sexuales para todos los peruanos. Menos aún podría abordar las causas primarias del problema que no resuelven el meollo de la cuestión. ¿Y las víctimas? El efectismo demagógico una vez más.

Solari, L. (22 de abril de 2022). "¿Demagogia o verdad?". En *El Comercio*. Extraído de <<https://elcomercio.pe/opinion/colaboradores/cara-y-sello-demagogia-o-verdad-por-luis-solari-de-la-fuente-noticia/>> [Texto editado].

TEXTO B

Pongamos las cartas sobre la mesa. En frío, pues, ¿qué hacemos con los delincuentes sexuales, cuya biografía está salpicada de violaciones y cuyo informe médico es altamente pesimista respecto a su reinserción social?

El debate sobre la eficacia de la castración química es tan intenso como dividido, aquellos que se oponen y que han hecho de lo políticamente correcto una forma de censura del pensamiento, olvidan que un sistema excesivamente garantista con el violador, como el nuestro, acaba siendo injusto y lesivo para las víctimas. Aquellos se olvidan que tienen la responsabilidad democrática de proteger a la sociedad de este tipo de delitos.

La delincuencia sexual es un tema central y no puede ser tratada como si fuera un delito ordinario. Ningún pedófilo debe estar fuera de control legal, incluso después de haber cumplido la pena. Si existe el menor riesgo de reincidencia, es exigible el control legal posterior porque la situación actual ni es eficaz, ni es justa, ni resulta tranquilizadora.

La castración química debe ser bienvenida, aunque solo sirva para inhibir el deseo de agredir sexualmente de uno solo de estos delincuentes. Recordemos que no es definitiva y que se trata de una inyección que inhibe el deseo sexual e imposibilita la erección. Y no solo eso, en aquellos países donde se ha legalizado los datos son remarcables, se han evidenciado un número de casos con resultados positivos nada desdeñable.

Rahola, P. (14 de setiembre de 2007). "El incómodo debate de la castración química". En *El País*. Extraído de <https://elpais.com/diario/2007/09/15/catalunya/1189818446_850215.html> [Texto editado].

1. La polémica que se discute en el texto dialéctico es

- A) el uso de la castración química para erradicar el abuso sexual.
- B) la castración química como condena para violadores sexuales.
- C) la eficacia de la castración química para evitar delitos sexuales.
- D) la implementación de la castración química en varones peruanos.

Solución:

La polémica del texto radica en la castración química como condena para los abusadores sexuales.

Rpta.: B

2. La palabra SERIO puede ser reemplazada por

- A) moderado.
- B) adusto.
- C) preciso.
- D) escrupuloso.

Solución:

La palabra SERIO puede ser reemplazada por 'escrupuloso, minucioso, cuidadoso'.

Rpta.: D

3. Se colige del texto B que, para el autor, las evidencias sobre la castración química

- A) evidencian la necesidad de resocializar a los agresores sexuales apresados.
- B) revelan que esta resulta menos efectiva que la castración física o quirúrgica.
- C) son suficientes para que esta sea aplicada a los imputados por abuso sexual.
- D) fortalecen la idea de que los abusadores son enfermos mentales inimputables.

Solución:

«La castración química debe ser bienvenida, aunque solo sirva para inhibir el deseo de agredir sexualmente de uno solo de estos delincuentes». Para el autor, si la castración química pudiese evitar al menos un abuso, debe ser aplicada.

Rpta.: C

4. Con respecto al texto A, resulta incompatible afirmar que los gobernantes peruanos conocen plenamente la problemática del país, porque
- A) algunas de sus propuestas para resolver problemas sociales carecen de un análisis concienzudo de la realidad nacional.
 - B) han logrado aplacar la división de los poderes del Estado, con el fin de erradicar la inestabilidad política y económica.
 - C) en los últimos meses han evidenciado enfrentamientos y crisis institucionales que afectan directamente a la población.
 - D) han demostrado que poseen la capacidad para representar sectores históricamente marginados de nuestra sociedad.

Solución:

En el primer y último párrafo del texto A refieren la ineficiencia del Estado peruano al abordar la problemática nacional relacionada con los abusos sexuales; por esta razón, es incompatible que los gobernantes peruanos la conozcan bien.

Rpta.: A

5. Si se demostrara que la castración química tiene un 100% de efectividad en la prevención de abusos sexuales,
- A) su implementación sería obligatoria en todos los países como castigo a los violadores sexuales.
 - B) Perú aún se enfrentaría a una flagrante violación de los derechos humanos de promulgar dicha ley.
 - C) el siguiente paso será someter la pena de muerte para los condenados por pedofilia a referéndum.
 - D) las alarmantes cifras de mujeres y niñas que han sufrido abuso sexual disminuirían considerablemente.

Solución:

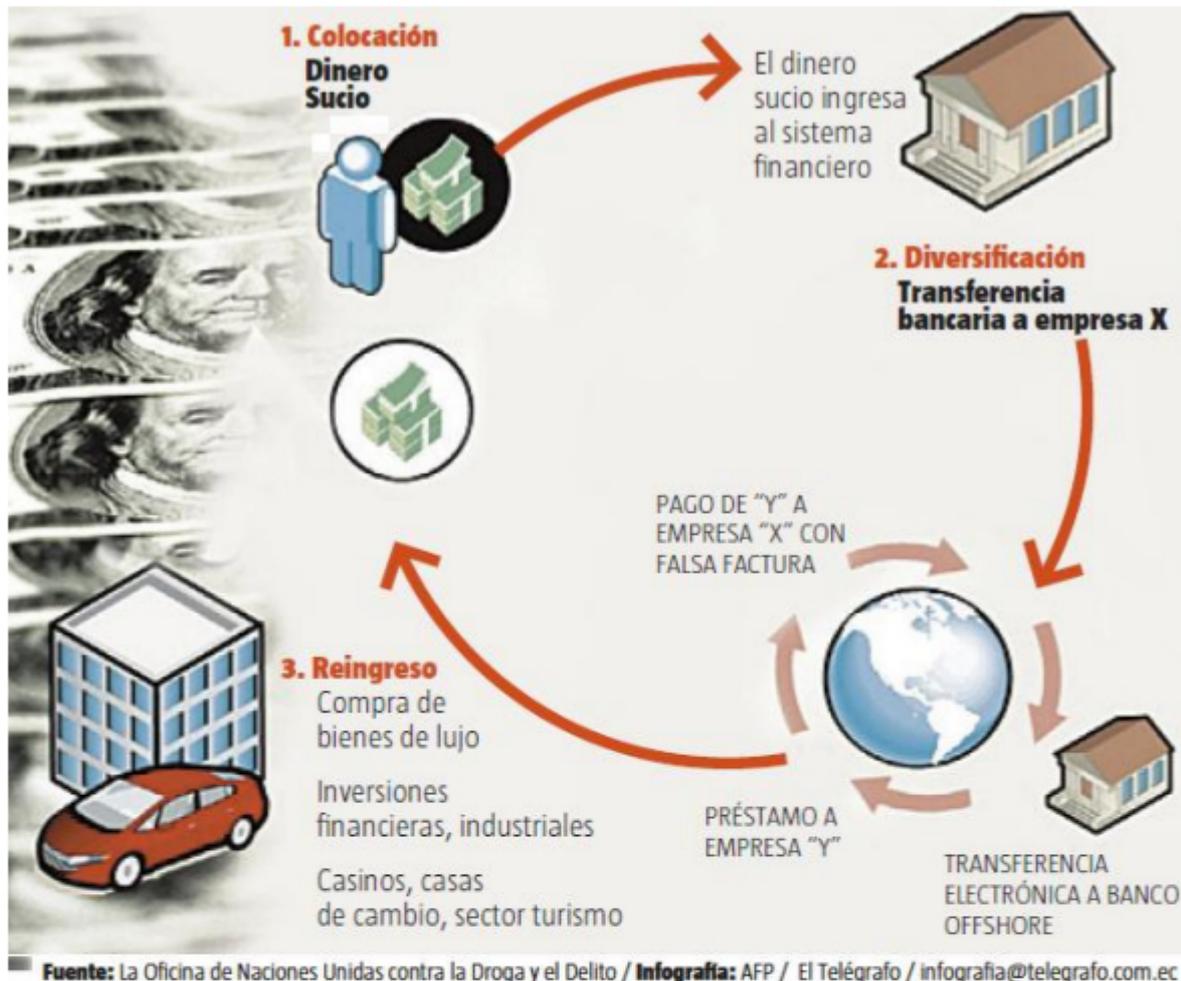
El Perú, además de la falta de evidencia científica, tiene como óbice el posible incumplimiento de los derechos humanos de implementar la castración química en abusadores sexuales.

Rpta.: B

TEXTO 3

El lavado de activos busca ocultar o disimular el origen, ubicación, propiedad, o control de dinero o bienes obtenidos ilegalmente. Implica introducirlos en la economía activos de procedencia ilícita, dándoles apariencia de legalidad al valerse de actividades lícitas, lo que permite a delincuentes y organizaciones criminales disfrazar la **naturaleza** ilegal de su producto, sin poner en peligro su fuente.

Generalmente se identifica el narcotráfico como el principal delito base del lavado de activos. No es el único: el lavado de activos también se puede originar en la venta ilegal de armas, la trata de personas, las redes de prostitución, la malversación de fondos públicos, el uso malicioso de información privilegiada, el cohecho, el fraude informático y el terrorismo, entre otros delitos. Todos ellos producen beneficios y ganancias mal habidas, que crean incentivos para que se intente legitimarlas.



1. El texto responde a la siguiente pregunta:

- A) ¿Cómo prevenir el lavado de activos?
- B) ¿Cuál es la pena por lavado de activos?
- C) ¿Qué impacto tiene el lavado de activos?
- D) ¿En qué consiste el lavado de activos?

Solución:

El texto y la imagen responden a la pregunta ¿En qué consiste el lavado de activos?

Rpta.: D

2. El sinónimo contextual de la palabra NATURALEZA es

- A) esencia.
- B) origen.
- C) propiedad.
- D) carácter.

Solución:

El sinónimo contextual es origen.

Rpta.: B

3. Se deduce de la unidad textual que la colocación de dinero sucio
- A) le otorga total legitimidad al dinero cuando ingresa en el sistema financiero.
 - B) tiene un paso previo, que consiste en la comisión del delito para recaudarlo.
 - C) se realiza temerariamente por las cabezas de las organizaciones criminales.
 - D) implica el uso de efectivo para borrar todo rastro que evidencie su origen.

Solución:

El desarrollo textual menciona de dónde se obtiene el dinero y la imagen representa los pasos posteriores (una vez que se cuenta con el dinero sucio o lavado). En tal sentido, es posible deducir que la colocación del dinero cuenta con un paso previo que es su recaudación.

Rpta.: B

4. Resulta incompatible afirmar que el lavado de dinero
- A) no tiene repercusión en la economía y la estabilidad financiera.
 - B) está intrínsecamente relacionado a la comisión de delitos graves.
 - C) autofinancia las actividades delictivas con las que recauda capital.
 - D) le da una fachada lícita a recursos o bienes de origen prohibido.

Solución:

Al realizar compras e inversiones, hay una repercusión en la economía. Al provenir de una fuente ilícita, no hay paso de impuestos, hay repercusión en la estabilidad financiera.

Rpta.: A

5. Si las entidades de nuestro sistema financiero fiscalizaran rigurosamente el origen de todo el dinero que ingresa en ellas,
- A) las organizaciones criminales tendrían serias dificultades para lavar su dinero.
 - B) se crearía una legislación tributaria más severa a lo largo del territorio peruano.
 - C) la corrupción política en el Perú permitiría la continuidad del lavado de activos.
 - D) simplificaría la detección del financiamiento ilícito a todos los partidos políticos.

Solución:

Si el origen del dinero fuese fiscalizado con rigurosidad, sería muy difícil lavar dinero.

Rpta.: A

SECCIÓN C

PASSAGE 1

In the field of ecology, classifying a species as a generalist or a specialist is a way to identify what kinds of food and habitat resources it relies on to survive. Generalists can eat a variety of foods and thrive in a range of habitats. Specialists, on the other hand, have a limited diet and stricter habitat requirements.

Raccoons are an example of a generalist species. They can live in a wide variety of environments, including forests, mountains, and large cities, which they do throughout North America. Raccoons are omnivores and can feast on everything from fruit and nuts to insects, frogs, eggs, and human trash.

An example of a specialist species is the koala. Koalas are herbivorous marsupials that feed only on the leaves of the eucalyptus tree. Within this diet, some koalas specialize even further and eat leaves from only one or two specific trees.

Specialist species evolved to fit a very specific niche. This can pose a problem when environmental **disruptions**, like effects from climate change or habitat loss, occur. In fact, some scientists have found that the number of specialist species is declining due to human activity, and the number of generalist species is on the rise.

Keise, A. (n.D). "Generalist and Specialist Species". In National Geographic. Retrieved from <<https://www.nationalgeographic.org/encyclopedia/generalist-and-specialist-species/>>.

TRADUCCIÓN

En el campo de la ecología, clasificar una especie como generalista o especialista es una forma de identificar de qué tipo de alimentos y recursos del hábitat depende para sobrevivir. Las generalistas pueden comer una gran variedad de alimentos y prosperar en diversos hábitats. Los especialistas, en cambio, tienen una dieta limitada y unos requisitos de hábitat más estrictos.

Los mapaches son un ejemplo de especie generalista. Pueden vivir en una gran variedad de entornos, incluidos los bosques, las montañas y las grandes ciudades, algo que hacen en toda Norteamérica. Los mapaches son omnívoros y pueden darse un festín de todo tipo, desde fruta y frutos secos hasta insectos, ranas, huevos y basura humana.

Un ejemplo de especie especializada es el koala. Los koalas son marsupiales herbívoros que se alimentan únicamente de las hojas del eucalipto. Dentro de esta dieta, algunos koalas se especializan aún más y solo comen hojas de uno o dos árboles concretos.

Las especies especializadas evolucionaron para adaptarse a un nicho muy específico. Esto puede suponer un problema cuando se producen **alteraciones** ambientales, como los efectos del cambio climático o la pérdida de hábitat. De hecho, algunos científicos han descubierto que el número de especies especializadas está disminuyendo debido a la actividad humana, y el número de especies generalistas está aumentando.

1. The text is mainly about

- | | |
|--|---|
| A) the survival of specialist species. | B) the lifestyle of generalist animals. |
| C) generalist and specialist species. | D) the diversity of species in ecology. |

Solution:

The text deals mainly with generalist and specialist species.

Key: C

2. The word DISRUPTION can be replaced by

- | | |
|---------------------|-----------------|
| A) discontinuation. | B) confusion. |
| C) disorderliness. | D) disturbance. |

Solution:

The word DISRUPTION can be replaced by DISTURBANCE.

Key: D

3. It is possible to infer that koalas

- A) can live in many different places and eat a wide variety of foods.
- B) have a range limited to habitats that support eucalyptus trees.
- C) have a good chance of surviving changes in their environment.
- D) only feed on *Eucalyptus torquata* and *Eucalyptus camaldulensis*.

Solution:

Koalas are a specialist species; therefore, it follows that they inhabit a limited area where they can gather their food source.

Key: B

4. It is compatible to affirm that generalists

- A) have less difficulties in adapting than specialists.
- B) are unable to tolerate the slightest dietary changes.
- C) are more evolved species of animals than the rest.
- D) are more likely to become extinct early and quickly.

Solution:

It is true to say that generalists have less trouble adapting than specialists.

Key: A

5. If a raccoon's habitat were to be devastated by wildfire,

- A) it would feed on all the debris generated by the fire.
- B) the entire species would be at serious risk of extinction.
- C) it would have a good chance of surviving afterwards.
- D) it could have great difficulty feeding for a long time.

Solution:

Raccoons are a generalist species; if their habitat is affected, they can survive elsewhere.

Key: C**PASSAGE 2**

Anybody who's a natural-born citizen, over 35 years old, and a U.S. resident for at least 14 years can become president. When people go to the polls, they aren't actually voting for president—they're voting for people who are pledged to vote for a specific candidate. Here's how the process works on Election Day.

In many countries, national elections are somewhat simple: The candidate with the most votes wins. But citizens of the United States participate in a more complex, two-step process. After individual citizens across the country have participated in the popular vote,

it's up to a group called the electoral college to **consider** those votes and choose the president. Based on population, each state has a certain number of delegates, or voters, in the electoral college who vote for the president according to how people in their state voted. The candidate who wins the popular vote in the state gets all the state's delegates, and the candidate who reaches 270 electoral votes wins the White House.

Sometimes, more people across the United States vote for one candidate. But the other candidate wins the popular vote in states with a lot of delegates, winning the 270 electoral votes. That's why it's possible for a candidate to not win as many votes across the country but still win the presidency. This has happened five times!

What is the job of the U.S. president? (n.d.). National Geographic Kids.
<https://kids.nationalgeographic.com/history/article/what-is-the-job-of-the-us-president>

1. The passage primarily focuses on
- A) how the election of presidents is.
 - B) the role of the 270 electoral votes.
 - C) the election of five U.S. presidents.
 - D) how the U.S. president is elected.

Solution:

The passage explains how the presidents of the United States are elected, first by the voters, then by the delegates of the electoral colleges.

Answer: D

2. The expression CONSIDER most nearly means
- A) count.
 - B) declare.
 - C) judge.
 - D) evaluate.

Solution:

The electoral college CONSIDERS the votes to elect the president; therefore, CONSIDER means COUNT the votes that will allow you to elect the president.

Answer: A

3. It is inferred that the elected president is probably
- A) respected.
 - B) execrated.
 - C) unpopular.
 - D) abominated.

Solution:

Since the president can be elected by the delegates, even if he does not have the majority of the popular votes, since it has already happened five times, we can infer that such presidents may not be popular.

Answer: C

4. According to the passage, one of the main characteristics of the U.S. presidential election is that
- A) state delegates illegally elected presidents five times.
 - B) the popular vote does not elect the president directly.
 - C) the electoral college disregards the will of the people.
 - D) the elected presidents are characterized by being young.

Solution:

As explained throughout the passage, the president is elected by the delegates of the electoral college, who have received the popular vote. Therefore, the voters elect the president indirectly.

Answer: B

5. If tomorrow the US authorities were to modify the presidential elections to be a one-step process, then
- A) American presidents would always have high popular approval.
 - B) all the countries would have a less complex electoral process.
 - C) these elections will be regarded worldwide as truly democratic.
 - D) the logic of 270 votes would be considered an obsolete method.

Solution:

Since, in the United States, first, the popular vote elects the delegates of the electoral houses, then, through the logic of the 270 votes, the delegates elect the presidents, this whole mechanism would be obsolete if the elections were a one-step process.

Answer: D

Habilidad Lógico Matemática

EJERCICIOS

1. Carol tiene 36 esferas idénticas, en peso y tamaño, en una caja no transparente; de las cuales 13 son rojas, 11 son azules, 7 son verdes y el resto son blancas. ¿Cuántas esferas debe extraer al azar, como mínimo, para tener la certeza de haber extraído 10 esferas rojas, 9 azules, 3 verdes y 2 blancas?
- A) 34 B) 35 C) 33 D) 32

Solución:

Blancas son 5

Peor caso = 13 rojas + 7 verdes + 5 blancas + 9 azules = 34

Rpta.: A

2. Martín tiene 46 bolos idénticos, en peso y tamaño, en una urna no transparente; numerados del 8 al 53, sin repetir. El día jueves extrae bolos con los 5 menores números primos y los desecha. El día viernes de la misma semana, ¿cuántos bolos adicionales debe extraer al azar y como mínimo, para tener la certeza de haber extraído, en ese día, un bolo con numeración impar menor que 36?

A) 31 B) 32 C) 33 D) 34

Solución:

Se extrae el día jueves: 11, 13, 17, 19 y 23

Quedan 41 bolos

Se desea uno de estos: 9, 15, 21, 25, 27, 29, 31, 33, 35 (9 bolos)

Peor caso = $41 - 9 + 1 = 33$

Rpta.: C

3. Ana colocó en su caja vacía de juguetes su nuevo juego didáctico, el cual consta de 11 cubos blancos, 10 cubos negros y 9 esferas negras. ¿Cuántos juguetes, como mínimo, tendrá que sacar Ana de su caja, de uno en uno y sin mirar, para tener la seguridad de haber extraído, un par de cubos y un par de esferas, todos del mismo color?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15

Solución:

Sacamos primero cubos:

11 cubos blancos + 2 cubos negros + 2 esferas negras = 15

Sacamos primero esferas:

2 esferas negras + 11 cubos blancos + 2 cubos negros = 15

Número mínimo de extracciones = 15

Rpta.: D

4. En una urna no transparente se tiene 31 bolitas idénticas en peso y tamaño; de las cuales 8 son rojas, 13 son verdes y 10 son negras. Lucy extrae una bolita e informa que es verde, luego Mary extrae otra e informa que no es roja, después Julia extrae otra bolita e informa que no es verde. Si Diego escuchó los tres informes, ¿cuántas bolitas debe extraer Diego, al azar y como mínimo, para tener la certeza de haber extraído entre estas, al menos, una bolita negra?

A) 19 B) 20 C) 21 D) 22

Solución:

Con la primera bolita extraída quedarán: 8R, 12V y 10N

Luego el peor caso para que Diego llegue a extraer una negra, se da, cuando las dos bolitas extraídas siguientes son negras; para que sigan quedando así, más bolitas de otro color.

Así al final quedarán: 8R, 12V y 8N

Peor caso = $8R + 12V + 1 = 21$

Rpta.: C

5. En una urna no transparente se tiene 20 bolos idénticos en peso y tamaño, numerados con letras y números, del 1 al 20; sin repetir. Si ya se extrajo el bolo indicado en la figura, ¿cuántos bolos más se deben extraer al azar, como mínimo, para tener la certeza de haber extraído dos bolos que colocados en los círculos punteados cumplan con la operación mostrada?



- A) 11 B) 10 C) 9 D) 12

Solución:

Esto es equivalente a:

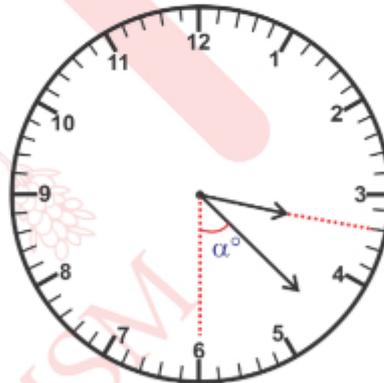


Peor caso = $\{1, 2, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$ + un bolo = 12
Todos lo bolos que no forman diferencia 9

Rpta.: D

6. Alex recibe una llamada justo en el instante en que su reloj se muestra como en la figura. Terminó su llamada cuando el minutero ha girado (a partir de su posición en la figura mostrada) $3\alpha^\circ$. ¿Cuántos minutos duró su llamada?

- A) 12 min
 B) 18 min
 C) 15 min
 D) 21 min



Solución:

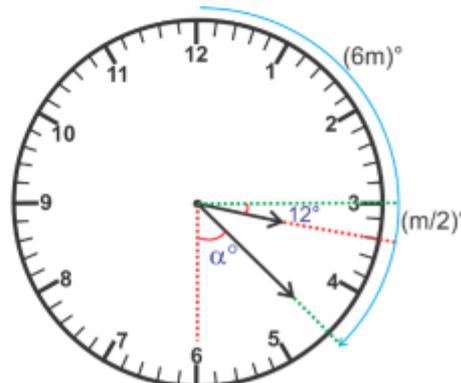
Hora que indica el reloj: 3h m min

Del gráfico tenemos:

$$12 = \frac{m}{2} \wedge 6m + \alpha = 180$$

Reemplazando:

$$12 = \frac{m}{2} \Rightarrow m = 24 \text{ min}$$



$$\alpha \leftrightarrow 6 \text{ min}$$

$$3\alpha \leftrightarrow 18 \text{ min}$$

Luego, la llamada duró 18 minutos.

Rpta.: B

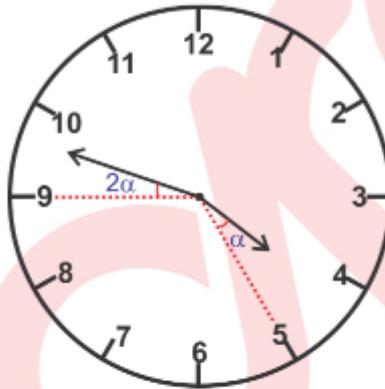
7. Sofía tiene que salir de viaje, su vuelo está programado para que salga a las 6 a.m. Ella sabe que tiene que llegar a las 4 a.m. para realizar el embarque. Si llega al aeropuerto cuando las manecillas de su reloj se encontraban como la figura mostrada, ¿con cuántos minutos de retraso llegó Sofía al aeropuerto, para realizar el embarque?

A) $47\frac{1}{7}$ min

B) 47 min

C) $46\frac{1}{7}$ min

D) 46 min



Solución:

Hora que indica el reloj: 4h m min

Del gráfico tenemos:

$$\alpha = 30 - \frac{m}{2} \quad \wedge \quad 6m = 270 + 2\alpha$$

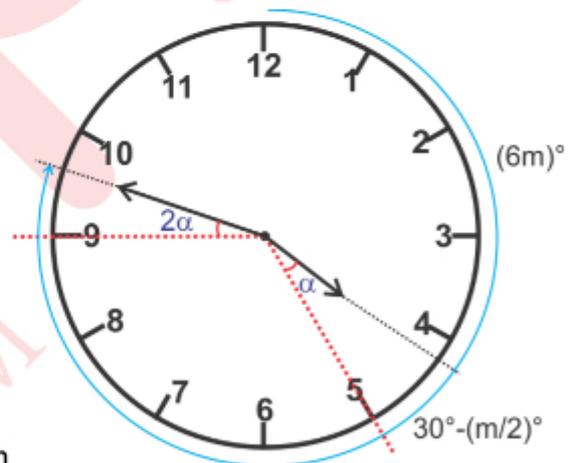
Reemplazando:

$$6m = 270 + 2\left(30 - \frac{m}{2}\right)$$

$$m = \frac{330}{7} = 47\frac{1}{7} \text{ min}$$

Sofía llegó al aeropuerto a las $4:47\frac{1}{7}$ a.m.

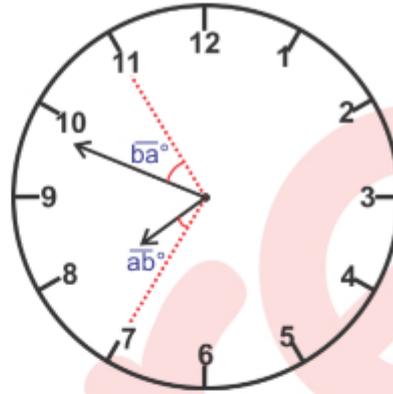
Llegó al aeropuerto con $47\frac{1}{7}$ min de retraso.



Rpta.: A

8. Los hermanos Fernando y Mathias juegan a dar la hora observando gráficos de relojes de manecillas que se ponen como reto entre ellos. Si Fernando le presenta a Mathias el siguiente gráfico y le pide que indique la hora exacta, ¿qué hora indicó Mathias, si fue la correcta?

- A) 7 h 47 min
- B) 7 h 48 $\frac{6}{11}$ min
- C) 7 h 47 $\frac{6}{11}$ min
- D) 7h 48 min



Solución:

Hora que indica el reloj: 7h m min

Del gráfico tenemos:

$$\overline{ab} = \frac{m}{2} \wedge 6m + \overline{ba} = 330$$

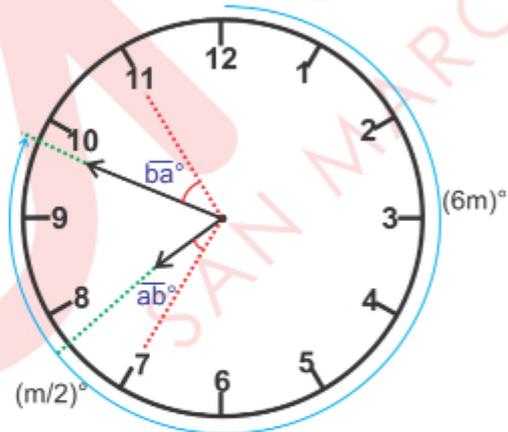
Reemplazando:

$$6(2ab) + \overline{ba} = 330$$

$$11a + 2b = 30 \Rightarrow a = 2 \wedge b = 4$$

$$m = 2ab = 48 \text{ min}$$

Son las 7h 48 min



Rpta.: D

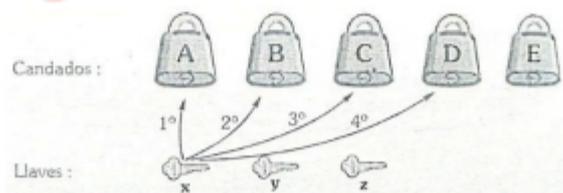
EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Martín tiene cinco candados y tres llaves. Cada llave abre solo un candado, pero el desconoce cuál llave le hace a su respectivo candado. ¿Cuál es el número mínimo de veces que Martín debe insertar las llaves en los candados, al azar, para hallar con seguridad, la que le corresponde a cada candado?

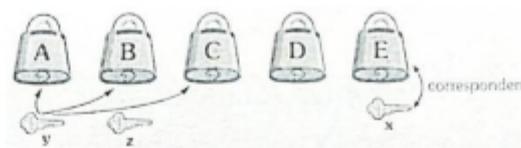
- A) 6
- B) 7
- C) 8
- D) 9

Solución:

Observe el siguiente gráfico:



En el peor de los casos es que la llave "x" corresponda con el último candado (E) y para deducir esto se debió haber probado solo 4 veces (A, B, C, D)



En el peor de los casos es que la llave "y" abra el candado "D", y esto se deduce luego de haber probado con A, B, C es decir 3 veces. Análogamente se deduce que para encontrar qué candado corresponde con la llave "z" este se debe probar 2 veces. Por lo tanto, número mínimo de veces = $4 + 3 + 2 = 9$

Rpta.: D

2. Renata tiene 18 bolos idénticos, en peso y tamaño, en una urna no transparente, los cuales están numerados de la siguiente manera: 1,1,1,2,2,2,3,3,3,...,6,6,6. ¿Cuántos bolos debe extraer al azar, como mínimo, y sin reposición para tener la certeza de haber extraído dos bolos cuyos números sumen 7? Dé como respuesta la suma de dígitos de dicha cantidad.

A) 1 B) 2 C) 6 D) 7

Solución:

Peor de los casos = $(1,1,1,2,2,2,3,3,3) + 1 \text{ bolo} = 10$
Suma de cifras = $1 + 0 = 1$

Rpta.: A

3. Sergio, en una bolsa no transparente, tiene 90 bolas idénticas, en peso y tamaño, de las cuales: 40 bolas están coloreadas de rojo y blanco (media bola es roja y la otra es blanca), 30 coloreadas de negro y blanco (media bola es negra y la otra es blanca) y 20 coloreadas de rojo y negro (media bola es roja y la otra es negra). ¿Cuántos bolos debe extraer al azar, como mínimo, para tener la certeza de haber extraído al menos 17 bolas que compartan un mismo color?

A) 18 B) 37 C) 23 D) 25

Solución:

Caso extremo, se extraen de cada grupo:

1° grupo (rojo y blanco): 8 bolas

2° grupo (negro y blanco): 8 bolas

3° grupo (rojo y negro): 8 bolas

Por último, extraemos uno adicional.

Por tanto, el menor número de bolas que se deben extraer: $8 + 8 + 8 + 1 = 25$.

Rpta.: D

4. Dana estaba buscando guantes y calcetines en la oscuridad de su cuarto ya que el foco se había malogrado. Ella sabe que en un cajón solo hay pares de guantes de box útiles, de los cuales hay 10 pares de guantes negros y 10 pares de guantes blancos. También sabe que en otro cajón hay 6 pares de calcetines blancos y 5 pares de calcetines negros. ¿Cuántos guantes y cuántos calcetines, como mínimo, tuvo que extraer al azar, de uno en uno, para tener la seguridad de haber extraído un par de guantes utilizables, y un par de calcetines del mismo color? Dé como respuesta la suma de dichas cantidades.

A) 28 B) 20 C) 24 D) 29

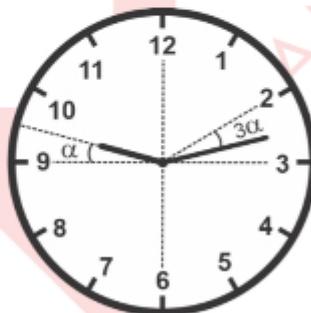
Solución:

Para guantes: Se tiene 10Ni, 10Nd, 10Bi, 10Bd
 Extraer: 10Ni, 10Bi, 1 guante cualquiera (Nd o Bd)
 Para calcetines: Se tiene 6B, 5N
 Extraer: 1N, 1B, 1 calcetín cualquiera (N o B)
 Total, puntos extracciones = 21 + 3 = 24

Rpta.: C

5. Nicolás sale de su casa cuando su reloj está marcando las 9 a.m. y llega a su centro de trabajo cuando el reloj de su oficina se muestra como en la figura. Si el reloj de Nicolás está adelantado 5 minutos, y el de su oficina está atrasado 5 minutos, ¿qué tiempo realmente duró su viaje?

A) 22 min 20 s
 B) 33 min 20 s
 C) 13 min 20 s
 D) 23 min 20 s



Solución:

Hora que indica el reloj: 9h x min

Para el horario:

$$\alpha = \frac{x}{2} \Rightarrow x = 2\alpha \quad (1)$$

Para el minutero

$$6x = 60 + 3\alpha \quad (2)$$

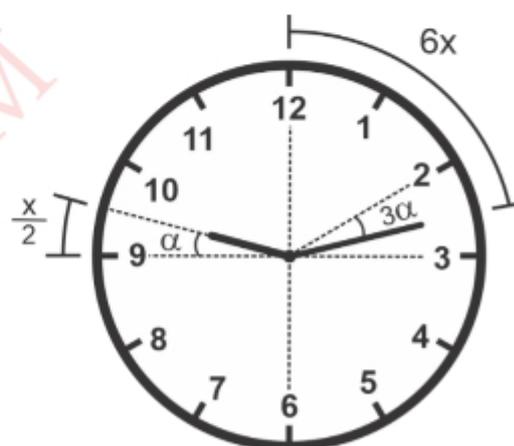
Reemplazando (1) en (2) se obtiene

$$\alpha = \frac{20}{3}$$

Llegó 9:13min 20s

Por dato salió a la 8h 55 min y llegó a las 9h 18 min 20 s

Por tanto, su viaje duro 23 min 20 s



Rpta.: D

6. ¿A qué hora, entre las 2:30 p.m. y 3 p.m., el minuterero adelanta a la marca de las 6, tantos grados como el triple del ángulo generado por el horario y la marca de las 3?

A) 2:37 p.m. B) 2:35 p.m. C) 2:34 p.m. D) 2:36 p.m.

Solución:

$$\boxed{2:2(\alpha)}$$

α horario, $12(\alpha)$ minuterero

$$12(\alpha) = 180 + 3(30 - \alpha)$$

$$\alpha = 18$$

$$\therefore 2:36$$

Rpta.: D

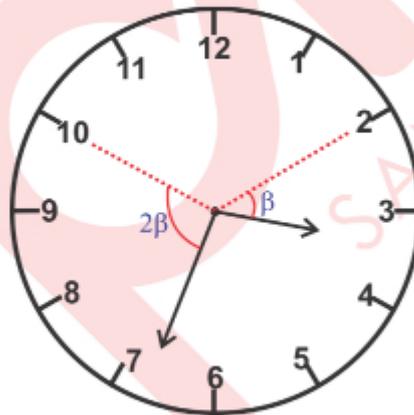
7. Cada mañana, Edwar sale de su casa para trabajar, justo en la hora que indica el reloj que muestra la figura. ¿A qué hora sale a trabajar Edwar?

A) 3 h $34\frac{2}{7}$ min

B) 3 h 33 min

C) 3 h $33\frac{2}{7}$ min

D) 3 h 34 min



Solución:

Hora que indica el reloj: 3 h t min

De la gráfica:

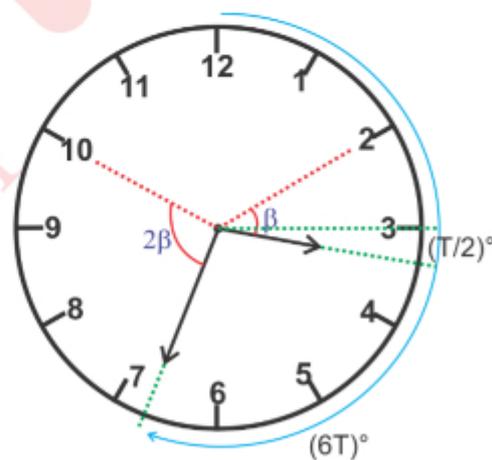
$$\beta = t/2 + 30$$

$$6t + 2\beta = 300$$

Resolviendo: $t = 240/7 = 34 + (2/7)$

Luego la hora que marca el reloj es:

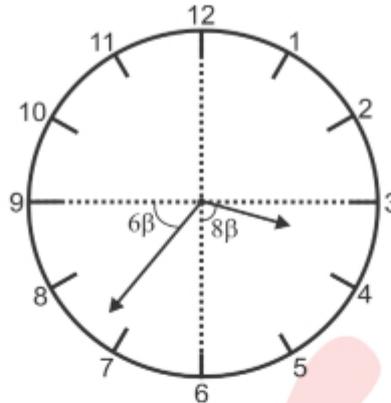
3 horas $(34 + (2/7))$ minutos



Rpta.: A

8. La figura adjunta representa un reloj. Calcule el valor de β .

- A) 5°
- B) 9°
- C) 6°
- D) 8°

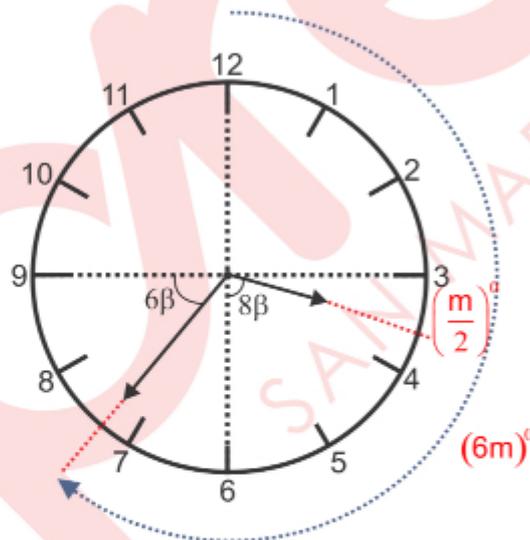


Solución:

Sea m los minutos transcurridos

De la figura tenemos que:

$$\left. \begin{aligned} 6m + 6\beta &= 270 \\ \frac{m}{2} + 8\beta &= 90 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \beta = 9$$



Rpta.: B

Aritmética

EJERCICIOS

1. En una clase de Aritmética, el profesor Ricardo les comenta a sus alumnos: "Si repartiera íntegramente los 46 soles que tengo en el bolsillo entre todos ustedes, cada uno recibiría $0,4\hat{3}_{(6)}$ soles". ¿Cuántos soles, como mínimo, tendría que agregar el profesor para que cada alumno reciba una cantidad entera de soles?

- A) 12
- B) 14
- C) 13
- D) 15

Solución:

$$\frac{46}{n} = 0,4\hat{3}_{(6)} = \frac{43_{(6)} - 4_{(6)}}{50_{(6)}}$$

$$\frac{46}{n} = \frac{23}{30} \rightarrow n = 60 \text{ alumnos}$$

$$\frac{46+x}{60} = 1 \quad \therefore x = 14$$

Rpta.: B

2. Un viajero decide trasladarse a otra ciudad recorriendo diariamente en kilómetros:

$$4, \frac{20}{7}, \frac{4}{7^2}, \frac{20}{7^3}, \frac{4}{7^4}, \dots$$

¿Cuántos kilómetros recorrió en total para llegar a la otra ciudad?

- A) 6 B) 8 C) 7 D) 5

Solución:

$$\begin{aligned} K &= 28 \left(\frac{1}{7} + \frac{5}{7^2} + \frac{1}{7^3} + \frac{5}{7^4} + \dots \right) \\ &= 28(0, \overline{15}_7) \\ &= 28 \left(\frac{15_7}{66_7} \right) \\ &= 28 \left(\frac{12}{48} \right) \\ K &= 7 \end{aligned}$$

Rpta.: C

3. Para que un conductor tenga una infracción leve sobre la "influencia del alcohol" debe tener entre $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{5}$ gramos de alcohol por litro de sangre. Si la cantidad de personas que se detectó con esta infracción es igual a la cantidad de números decimales periódicos puros con 2 cifras en el periodo que se encuentran en dicho intervalo de infracción, ¿cuántas personas fueron detectadas?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12

Solución:

$$\frac{1}{5} < 0, \overline{ab} < \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{5} < \frac{\overline{ab}}{99} < \frac{1}{3}$$

$$19,8 < \overline{ab} < 33$$

$$\overline{ab} \in \{20, 21, 22, 23, \dots, 32\}$$

De estos valores no cumple el 22,

por lo tanto, existirían $(32 - 19) - 1 = 12$ fracciones

\therefore Fueron detectadas 12 personas

Rpta.: D

4. El número Midy de la forma $0,\overline{a(a-1)(a-2)(a+3)(a+4)(a+5)}$, es generado por una fracción irreducible cuya suma de términos representa la cantidad de soles que tiene Andrea ahorrado. Si para comprar un regalo gastó la tercera parte de lo que tenía ahorrado, ¿cuántos soles le quedan a Andrea?

A) 200 B) 180 C) 126 D) 150

Solución:

Por ser número de Midy se cumple $a + (a + 3) = 9$ entonces $a = 3$

$$\text{Luego } 0,\overline{321678} = \frac{321678}{999999} = \frac{46}{143}$$

Entonces la cantidad de dinero que tiene ahorrado Andrea es $46 + 143 = 189$.

Gasto = $\frac{1}{3}(189) = 63$. Por tanto, le queda $189 - 63 = 126$ soles.

Rpta.: C

5. Le preguntaron a Juan por la cantidad de galones de gasolina que contenía el tanque de su nuevo modelo económico de auto que compró a lo que respondió $a+b$, que resulta de resolver: $0,\overline{ab}_{(6)} + 0,\overline{ba}_{(6)} = 1,\overline{2}_6$. Determine la cantidad de gasolina que contiene dicho tanque

A) 7 B) 5 C) 2 D) 8

Solución:

$$\frac{\overline{ab}_6 - a}{50_6} + \frac{\overline{ba}_6 - b}{50_6} = \frac{12_6 - 1}{5}$$

De donde $a+b=7$

Rpta.: A

6. Jorge compra una impresora y el número de serie que está ubicada en la parte trasera son las cifras de un número Midy decimal, periódico puro de 12 cifras. Si el bloque de las seis cifras centrales del periodo es 573148, determine la suma de cifras de los extremos de la serie de la impresora.

A) 21 B) 18 C) 14 D) 32

Solución:

$$\text{Como } f = \frac{n}{999\dots999} = 0,\overline{abc573148xyz}$$

Por el teorema de Midy: $\overline{abc573} + \overline{148xyz} = 999999$

$$a = 8 \quad b = 5 \quad c = 1 \quad x = 4 \quad y = 2 \quad z = 6$$

9. La cantidad de papayas que tiene Jaime para vender es \overline{ab} , si al dividir por \overline{ba} , se obtiene una fracción propia e irreducible que genera el número decimal $0, (2n) \overline{n(n+2)(n-2)}$. Si al mediodía ha vendido $a + b + n$ papayas, ¿cuántas papayas le quedan por vender?

A) 33 B) 42 C) 38 D) 30

Solución:

Por dato

$$\frac{\overline{ab}}{\overline{ba}} = 0, (2n) \overline{n(n+2)(n-2)}$$

Como el número decimal generado es periódico mixto con:

cifras no periódicas = 1 entonces uno de los factores de \overline{ba} es 2 o 5 o 2×5

cifras periódicas = 3 (nivel 3) entonces uno de los factores de \overline{ba} es 27 o 37

De este modo

$$\overline{ba} = 2 \times 27 = 54 \text{ o } \overline{ba} = 2 \times 37 = 74$$

$$\text{Si } \overline{ba} = 54 \rightarrow \frac{\overline{ab}}{\overline{ba}} = \frac{45}{54} \text{ irreducible (no verifica)}$$

$$\text{Si } \overline{ba} = 74 \rightarrow \frac{\overline{ab}}{\overline{ba}} = \frac{47}{74} = 0,6\overline{351} = 0, (2n) \overline{n(n+2)(n-2)} \text{ (verifica)}$$

De este modo: $a = 4, b = 7, n = 3$, luego

$$\# \text{ papayas vendidas} = a + b + n = 4 + 7 + 3 = 14$$

$$\text{Le queda por vender} = 47 - 14 = 33$$

Rpta.: A

10. En el país X el precio del kilogramo de azúcar es $0, ab_{(4)}$ de dólar y el kilogramo de arroz cuesta $0, bac_{(6)}$ de dólar. Si hoy, por coincidencia, ambos productos están al mismo precio, determine el valor de $a + b + c$.

A) 2 B) 5 C) 3 D) 6

Solución:

$$0, ab_{(4)} = 0, bac_{(6)} \rightarrow \frac{\overline{ab}_{(4)}}{100_{(4)}} = \frac{\overline{bac}_{(6)}}{1000_{(6)}} \rightarrow \frac{4a + b}{16} = \frac{36b + 6a + c}{216}$$

$$\rightarrow 108a + 27b = 72b + 12a + 2c$$

$$96a = 45b + 2c$$

$$\therefore a = 1, b = 2, c = 3 \rightarrow a + b + c = 6$$

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Por sorteo, el profesor repartió 4 ejercicios a sus mejores alumnos, y estas fueron sus afirmaciones:

I. Arthur dice que $0,25 = 0,2_{(9)}$

II. Brandon afirma que $0,321_{(5)} = 0,688$

III. Cristy menciona que $0,54 + x = 0,8$ entonces $x = 0,17$

IV. Dylan comunica que $\frac{a}{b} = \frac{4}{3^2} + \frac{7}{3^4} + \frac{4}{3^6} + \frac{7}{3^8} + \dots$ de modo que $\frac{a}{b}$ fracción irreducible entonces $b - a = 47$.

¿Cuántas son verdaderas?

A) 2

B) 1

C) 4

D) 3

Solución:

I. $0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$; $0,2_{(9)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ (V)

II. $0,321_{(5)} = \frac{321_{(5)}}{1000_{(5)}} = \frac{86}{125}$; $0,688 = \frac{688}{1000} = \frac{86}{125}$ (V)

III. $0,54 + x = 0,8 \rightarrow \frac{54}{99} + x = \frac{8}{9} = \frac{88}{99} \rightarrow x = \frac{34}{99} = 0,34$ (F)

IV. $\frac{a}{b} = \frac{4}{3^2} + \frac{7}{3^4} + \frac{4}{3^6} + \frac{7}{3^8} + \dots = \frac{4}{9} + \frac{7}{9^2} + \frac{4}{9^3} + \frac{7}{9^4} + \dots = 0,47_{(9)} = \frac{47_{(9)}}{88_{(9)}}$
 $= \frac{43}{80} \rightarrow b - a = 37$ (F)

Rpta.: A

2. Se tiene cierta cantidad de gramos de KOKACHO (plaguicida agrícola), para fumigar se separa en 2 bolsas de $\frac{1}{n}$ gramos y 5 bolsas de $\frac{1}{n^2}$ gramos, siendo n un número entero mayor a 5. Se observa que si dicha cantidad se separaría en bolsas que contienen $\frac{1}{8}, \frac{1}{8^2}, \frac{1}{8^3}, \frac{1}{8^4}, \frac{1}{8^5}, \frac{1}{8^6}, \frac{1}{8^7} \dots$ gramos se obtendrían 3; a ; b ; a ; b ; a ; b ;... bolsas respectivamente, siendo a y b números enteros menores a 8. ¿Cada una de las dos bolsas que se distribuyó para fumigar cuántos gramos de KOKACHO contiene?

A) $0,1_{(6)}$

B) 0,6

C) $0,05_{(6)}$

D) $0,1_{(7)}$

Solución:

$$2\left(\frac{1}{n}\right) + 5\left(\frac{1}{n^2}\right) = 3\left(\frac{1}{8}\right) + a\left(\frac{1}{8^2}\right) + b\left(\frac{1}{8^3}\right) + a\left(\frac{1}{8^4}\right) + b\left(\frac{1}{8^5}\right) + \dots$$

$$0,25_{(n)} = 0,3\widehat{ab}_{(8)} \rightarrow 5 < n < 8$$

$$\text{Si } n = 7 \rightarrow 0,25_{(7)} = 0,3064\dots_{(8)} \quad (\text{No cumple})$$

$$\text{Si } n = 6 \rightarrow 0,25_{(6)} = 0,3\widehat{61}_{(8)} \quad (\text{Si cumple})$$

$$\therefore \frac{1}{n} = \frac{1}{6} = 0,1_{(6)}$$

Rpta.: A

3. La edad del hijo de Pedro es equivalente a la suma de cifras del numeral \overline{ab} . Si se cumple $0,\overline{ab}_5 = 0,21_4 \times 0,231_5$, ¿cuántos años tiene el hijo de Pedro?

A) 3

B) 2

C) 5

D) 4

Solución:

$$0,\overline{ab}_5 = 0,21_4 \times 0,231_5$$

$$0,\overline{ab}_5 = \frac{21_4}{33_4} \times \frac{231_5 - 2}{440_5}$$

$$0,\overline{ab}_5 = \frac{21_4}{33_4} \times \frac{231_5 - 2}{440_5}$$

$$a = 1; b = 3$$

entonces la edad del hijo de Pedro es 4.

Rpta.: D

4. El profesor de aritmética le pide a Luisito que le calcule la suma de todos los números de tres cifras que al dividirse por 108 se obtenga un número entero, al dividirse por 81 se obtenga un decimal periódico puro y al dividirse por 5 se obtenga un decimal exacto. Después de obtener la suma, Luisito afirma que, si se divide dicha suma entre el producto de los números 108, 81 y 5 obtengo un número periódico mixto, ¿cuántas cifras periódicas genera dicho cociente?

A) 9

B) 6

C) 8

D) 7

Solución:

Sea el número de tres cifras: $N = \overline{abc}$

$$\frac{N}{108} \in \mathbb{Z} \Rightarrow N = 108k = 108k$$

$$\Rightarrow k = 1, 2, 3, 4, \dots, 9$$

$$\frac{N}{81} \text{ es periodico puro} \Rightarrow \frac{108k}{81} = \frac{4k}{3} \Rightarrow k \neq 3$$

$$\frac{N}{5} \text{ es decimal exacto} \Rightarrow \frac{108k}{5} \Rightarrow k \neq 5$$

Entonces,

$$k = 1, 2, 4, 7, 8$$

$$S = 108(1) + 108(2) + \dots + 108(8)$$

$$S = 108(1 + 2 + 4 + 7 + 8) = 108(22) = 2376$$

$$\text{Luego, } \frac{2376}{108 \times 81 \times 5} = \frac{2^3 \times 3^3 \times 11}{2^2 \times 3^3 \times 3^4 \times 5} = \frac{2 \times 11}{3^4 \times 5} = 0, \overline{xabc\widehat{def}ghi}$$

$$3^4 = 81 = \text{nivel } 9$$

Cantidad de cifras periódicas = 9

Rpta.: A

5. Berenice, luego de su clase de hoy en la mañana, en el Cepreunmsm dedicó un determinado tiempo al repaso. Ella utilizó $0,3\overline{2}_{(5)}$ del tiempo al repaso de matemática, a continuación, utilizó $0,4\overline{28571}$ del tiempo restante para el curso de Lenguaje. Si todavía le quedó 36 minutos para repasar el curso de Literatura, ¿cuánto tiempo le dedicó hoy al repaso de matemática?

- A) 2h 27 min B) 2h 16 min C) 1h 58 min D) 1h 28 min

Solución:

$$\text{Tiempo para repaso} = t, \quad 0,4\overline{28571} = \frac{3}{7}$$

$$\text{Repaso de Matemática: } 0,3\overline{2}_{(5)}t = \frac{7}{10}t$$

$$\text{Repaso Lenguaje: } \frac{3}{7} \left(\frac{3}{10}t \right) = \frac{9}{70}t$$

Además

$$\text{Queda} = 36$$

$$\Rightarrow \frac{4}{7} \left(\frac{3}{10}t \right) = 36 \Rightarrow t = 210 \text{ min}$$

$$\therefore \frac{7}{10}(210) = 147 \text{ min} = 2\text{h } 27 \text{ min}$$

Rpta.: A

6. Jorge postuló a las fuerzas armadas del Perú el año pasado logrando su ingreso. Calcular el puesto en que quedó en el cómputo general, si este lugar es equivalente a la suma de cifras del periodo generada por la fracción:

$$f = \frac{83}{\underbrace{370370370\dots\dots\dots37037}_{32 \text{ cifras}}}$$

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 21

Solución:

$$f = \frac{83}{\underbrace{370370370\dots37037}_{32 \text{ cifras}}} \text{ multiplicando por } 27$$

$$f = \frac{83(27)}{370370370\dots37037(27)}$$

$$f = \frac{2241}{99999\dots9999}$$

$$f = \overbrace{0,0000\dots0000002241}$$

suma de cifras = 9

Rpta.: B

7. Pedro tiene 18 años y participa en un concurso de matemática, donde obtuvo 247 puntos. Al dividir su edad entre dicho puntaje obtenido, origina un decimal periódico puro donde el doble de la última cifra del periodo indica la edad en la cual comenzó a concursar. ¿Cuántos años lleva participando en los concursos de matemáticas?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10

Solución:

Supongamos que el decimal obtenido es:

$$0,\overbrace{abc\dots n} = \frac{18}{247} \text{ donde } n \text{ es la última cifra del periodo}$$

$$\frac{abc\dots n}{9999\dots9} = \frac{18}{247}$$

$$247 \times abc\dots n = 18 \times 9999\dots9$$

$$\dots 7x \dots n = \dots 2$$

solo cumple para $n = 6$ Comenzó al $2n = 12$ años a participar en el concurso

$$18 - 12 = 6$$

Rpta.: B

8. Los alumnos de Álgebra Lineal preguntan al profesor Jhon por su edad en años. Él responde que su edad en años es el doble de la suma de cifras del numerador de la fracción que genera N, donde:

$$N = 0,2 + 0,2\hat{3} + 0,2\hat{6} + 0,3 + \dots + 11,2\hat{6} + 11,3 + 11,\hat{3}.$$

Si los profesores de la universidad se jubilan obligatoriamente a los 70 años de edad, ¿cuántos años le falta al profesor Jhon para jubilarse?

- A) 25 B) 53 C) 36 D) 20

Solución:

$$\begin{aligned}
 N &= 0,2 + 0,2\hat{3} + 0,2\hat{6} + 0,3 + \dots + 11,2\hat{6} + 11,3 + 11,\hat{3} \\
 &= \frac{2}{10} + \frac{21}{90} + \frac{24}{90} + \frac{3}{10} + \dots + \frac{1011}{90} + \frac{1014}{90} + \frac{113}{10} + \frac{102}{9} \\
 &= \frac{18}{90} + \frac{21}{90} + \frac{24}{90} + \frac{27}{90} + \dots + \frac{1011}{90} + \frac{1014}{90} + \frac{1017}{90} + \frac{1020}{90} \\
 &= \frac{3}{90} (6 + 7 + 8 + 9 + \dots + 337 + 338 + 339 + 340) = \frac{1}{30} \left(\frac{340+6}{2} \right) 335 \\
 &= \frac{1}{30} \left(\frac{346}{2} \right) 335 = \frac{11591}{6} = 1931,8\hat{3}
 \end{aligned}$$

La suma de cifras del numerador $1 + 1 + 5 + 9 + 1 = 17$ años

La edad del profesor Jhon es 34.

Por tanto, $70 - 34 = 36$

Rpta.: C

9. La edad de la nieta de Teodoro es equivalente con la cantidad de fracciones propias e irreducibles, cuyo denominador tiene cuatro divisores y generan un decimal de dos cifras periódicas puras. ¿Cuál es la edad de la nieta?

A) 22 B) 23 C) 20 D) 21

Solución:

Sea la fracción $\frac{N}{D} < 1$; $D = p \cdot q = 3 \cdot 11 = 33$

$N < 33$ además $N \neq m(3)$ y $m(11)$

luego los valores de

$N = 1; 2; 4; 5; 7; 8; 10; 13; 14; 16; 17; 19; 20; 23; 25; 26; 28; 29; 31; 32$

La nieta tiene 20 años.

Rpta.: C

10. En una fiesta infantil, la suma de las inversas de las cantidades de niños y niñas es equivalente a un número decimal con tres cifras no periódicas y siete cifras periódicas. Si la cantidad de niños y niñas son las menores posibles, determine la suma de la cantidad de niños y niñas.

A) 18 B) 12 C) 17 D) 15

Solución:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 0, \overline{abc \widehat{ghijklm}} = \frac{\overline{abc \widehat{ghijklm}} - \overline{abc}}{2^3 \times 5^3 \times 9999999}$$

$$= \frac{\overline{abc \widehat{ghijklm}} - \overline{abc}}{2^3 \times 5^3 \times 3^2 \times 239 \times 4649} = \frac{1}{2^3} + \frac{1}{9}$$

Luego:

$$x = 8, \quad y = 9$$

Entonces: $x + y = 17$

Rpta.: C

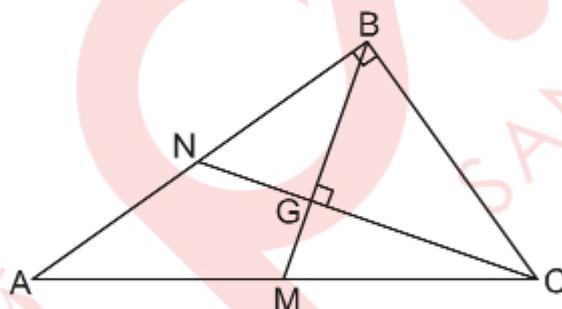
Geometría**EJERCICIOS**1. En la figura, G es baricentro. Si $GC = 6$ cm, halle AB.

A) $6\sqrt{3}$ cm

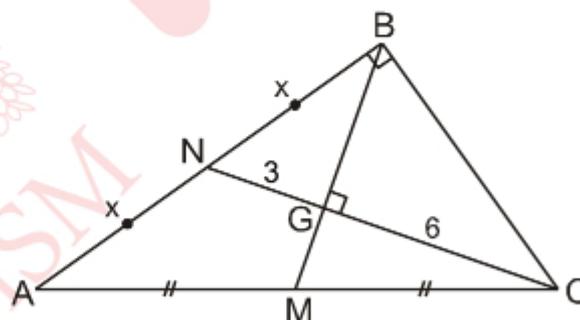
B) $6\sqrt{6}$ cm

C) $8\sqrt{7}$ cm

D) $3\sqrt{6}$ cm

**Solución:**

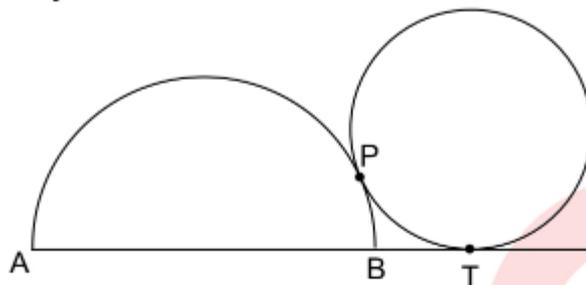
- $\triangle ABC$: G baricentro
 $NG = \frac{1}{2} GC = 3$
- $\triangle NBC$: relaciones métricas
 $x^2 = 9(3) \Rightarrow x = 3\sqrt{3}$
- $AB = 2x$
 $\therefore AB = 6\sqrt{3}$



Rpta.: A

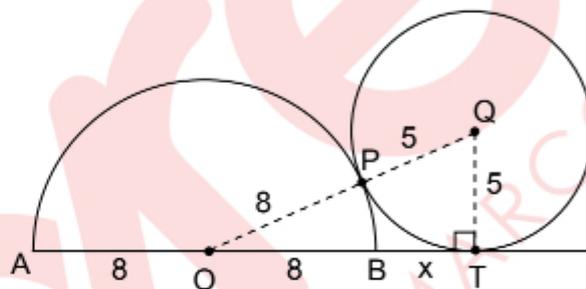
2. En la figura, \overline{AB} es diámetro, P y T son puntos de tangencia. Si el radio de la circunferencia mide 5 m y $AB = 16$ m, halle BT.

- A) 3 m
- B) 4 m
- C) 6 m
- D) 2 m



Solución:

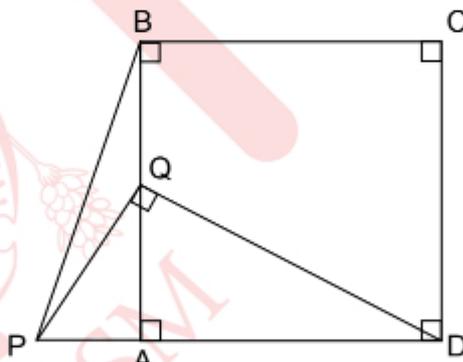
- P punto de tangencia
 $\Rightarrow OQ = 8 + 5 = 13$
- T punto de tangencia
 $\Rightarrow \overline{QT} \perp \overline{OT}$
- $\triangle OTQ$: Teorema de Pitágoras
 $(x + 8)^2 + 5^2 = 13^2$
 $\therefore x = 4$



Rpta.: B

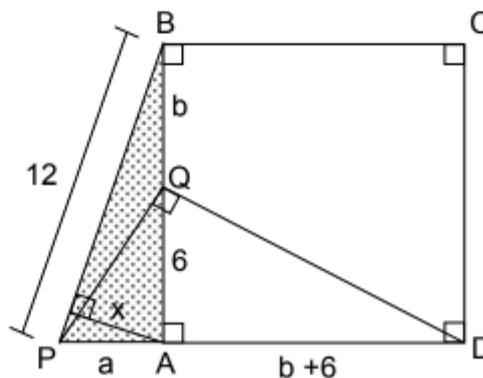
3. En la figura, ABCD es un cuadrado, $PB = 12$ m y $AQ = 6$ m. Halle la distancia de A a \overline{BP} .

- A) 3 m
- B) $2\sqrt{3}$ m
- C) 4 m
- D) $4\sqrt{2}$ m



Solución:

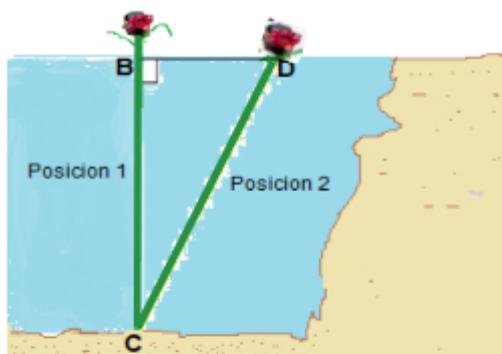
- $\triangle PQD$: relaciones métricas
 $\Rightarrow 6^2 = a(6 + b) \dots (1)$
- $\triangle PAB$: relaciones métricas
 $a(6 + b) = 12(x) \dots (2)$
- $(1) = (2)$
 $12(x) = 6^2$
 $\therefore x = 3$



Rpta.: A

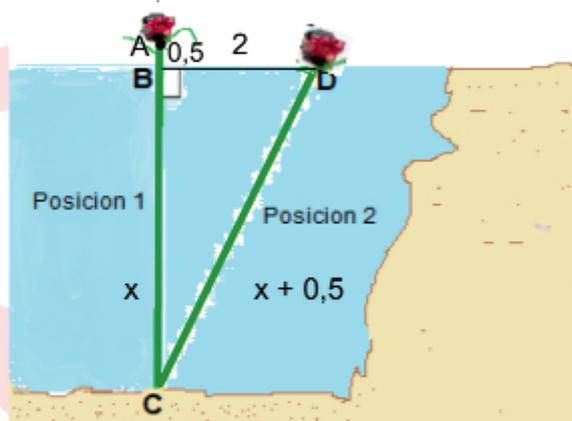
4. En la figura se representa una planta acuática sumergida parcialmente cerca de la orilla de un lago no muy profundo y de aguas tranquilas (Posición 1). Como consecuencia de un repentino y fuerte viento la planta se movió quedando en la posición 2. El tallo de la planta acuática es rectilíneo y sobresalía del agua 0,5 pies. Si $BD = 2$ pies, halle la longitud del tallo de la flor.

- A) 3,75 pies
B) 3,5 pies
C) 4,25 pies
D) 2,5 pies



Solución:

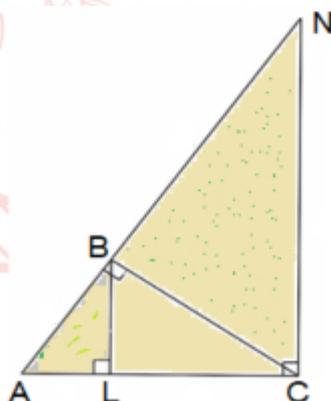
- AC es la longitud del tallo
 $AC = x + 0,5$
- $\triangle CBD$: Teorema de Pitágoras
 $x^2 + 2^2 = (x + 0,5)^2$
 $x^2 + 4 = x^2 + x + 0,25$
 $x = 3,75$
 $\therefore AC = 4,25$



Rpta.: C

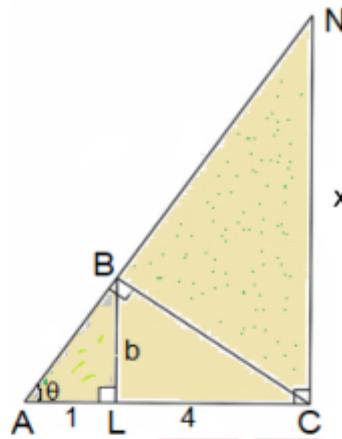
5. Un vivero de forma triangular ACN ha sido dividido en tres parcelas, tal como muestra la figura. Si $LC = 4AL = 4$ km, halle la longitud del lindero \overline{CN} .

- A) 11 km
B) 8 km
C) 10 km
D) 9 km



Solución:

- $\triangle ABC$: relaciones métricas
 $b^2 = 1(4) \Rightarrow b = 2$
- $\triangle ALB$: notable $53^\circ/2$
 $\Rightarrow \theta = 53^\circ/2$
- $\triangle ACN$: notable $53^\circ/2$
 $\Rightarrow x = 2(5)$
 $\therefore x = 10$



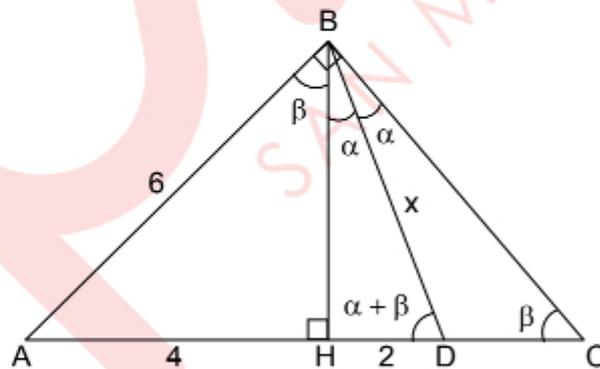
Rpta.: C

6. En un triángulo rectángulo ABC, se traza la altura \overline{BH} y en el triángulo BHC se traza la bisectriz interior \overline{BD} . Si $AH = 4$ m y $HD = 2$ m, halle BD .

- A) $2\sqrt{5}$ m B) $4\sqrt{3}$ m C) $3\sqrt{2}$ m D) $2\sqrt{6}$ m

Solución:

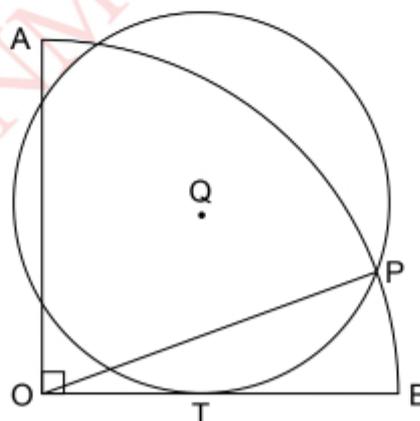
- $\triangle BDC$: por ángulo externo
 $\widehat{mHDB} = \alpha + \beta$
- $\triangle BAD$: isosceles
 $\Rightarrow AB = AD = 6$
- $\triangle BAD$: Teorema de Euclides
 $x^2 = 6^2 + 6^2 - 2(4)(6)$
 $\therefore x = 2\sqrt{6}$



Rpta.: D

7. En la figura, AOB es un cuadrante, Q centro y T punto de tangencia. Si $QP = 4$ m, $TB = 4$ m y $OT = 3$ m, halle la distancia de Q a \overline{OP} .

- A) $\frac{9}{2}\sqrt{7}$ m
 B) $\frac{5}{2}\sqrt{6}$ m
 C) $\frac{4}{3}\sqrt{7}$ m
 D) $\frac{8}{7}\sqrt{6}$ m



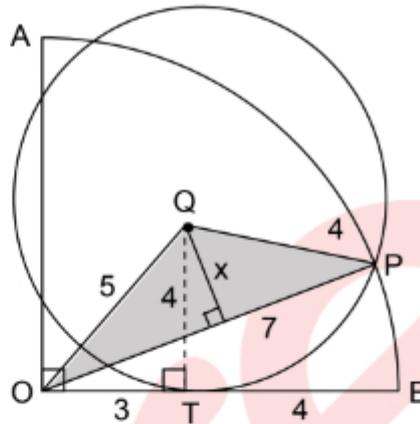
Solución:

- $\triangle OTQ$: notable de 53°
 $\Rightarrow OQ = 5$
- \overline{OP} y \overline{OB} radios
 $\Rightarrow OP = OB = 7$
- $\triangle OPQ$: Teorema de Herón

$$p = \frac{5 + 4 + 7}{2} = 8$$

$$x = \frac{2}{7} \sqrt{8(3)(4)(1)}$$

$$\therefore x = \frac{8}{7} \sqrt{6}$$



Rpta.: D

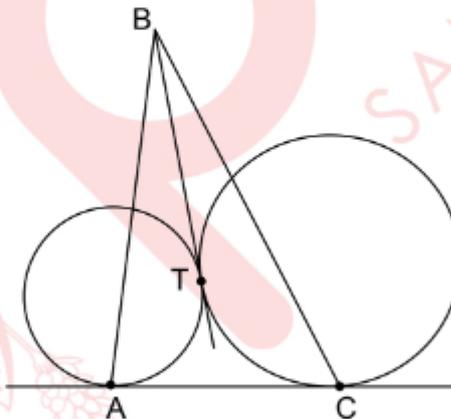
8. En la figura, A, T y C son puntos de tangencia. Si $BT = 6$ m y $AC = 4$ m, halle $AB^2 + BC^2$.

A) 160 m^2

B) 144 m^2

C) 136 m^2

D) 140 m^2

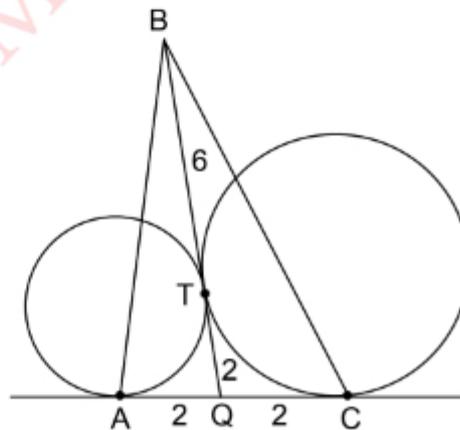


Solución:

- Teorema de las tangentes
 $AQ = QT$ y
 $TQ = QC = 2$
- $\triangle ABC$: teorema de la mediana

$$AB^2 + BC^2 = 2(8)^2 + \frac{4^2}{2}$$

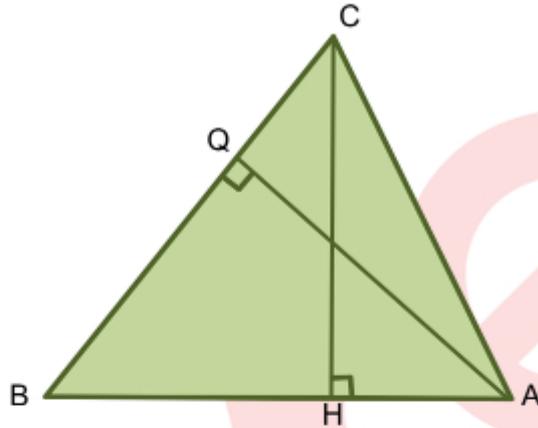
$$\therefore AB^2 + BC^2 = 136$$



Rpta.: C

9. La figura representa un terreno determinado por el triángulo acutángulo ABC. Durante el proceso de construcción, se dividió en cuatro partes por los linderos \overline{AQ} y \overline{CH} . Si $BQ = 14$ m, $BH = 15$ m, $HQ = 13$ m, halle la longitud del lindero \overline{AQ} .

- A) $\frac{35}{3}$ m
- B) $\frac{39}{3}$ m
- C) $\frac{49}{3}$ m
- D) $\frac{56}{3}$ m



Solución:

- $\triangle BQH$: Teorema de Herón

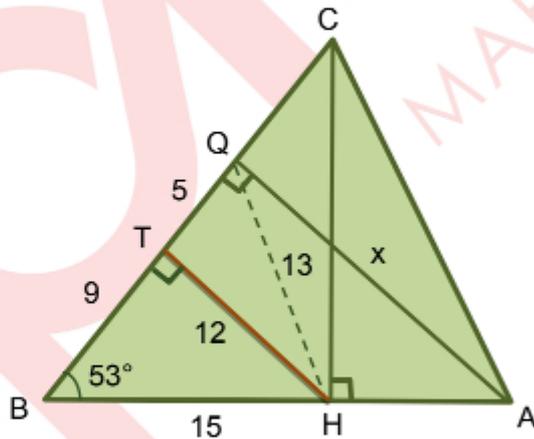
$$HT = \frac{2}{14} \sqrt{21(7)(6)(8)} = 12$$

- $\triangle BTH$: notable de 37° y 53°

$$BT = 9$$

- $\triangle BQA$: notable de 37° y 53°

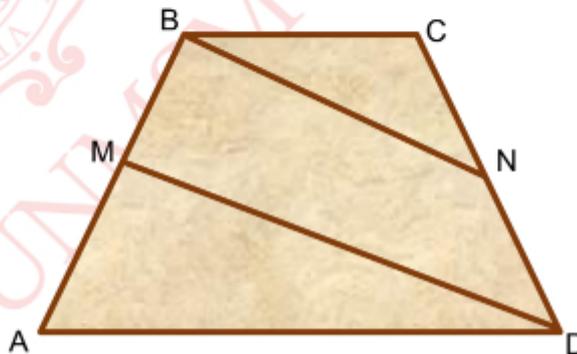
$$\therefore x = \frac{56}{3}$$



Rpta.: D

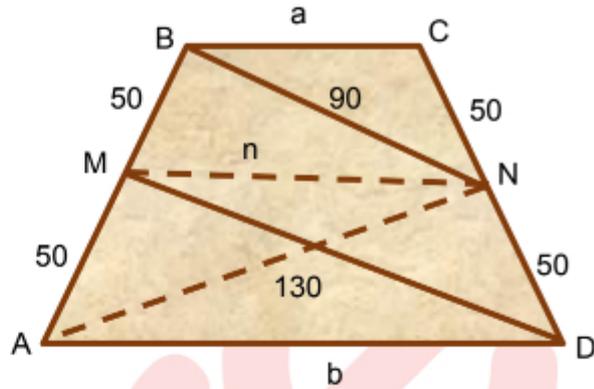
10. En la figura, se tiene un terreno determinado por el trapecio isósceles ABCD de base mayor \overline{AD} . Los canales de riego \overline{BN} y \overline{MD} miden 90 m y 130 m respectivamente. Si $AM = MB = CN = 50$ m, halle el perímetro del terreno.

- A) 360 m
- B) 400 m
- C) 420 m
- D) 480 m



Solución:

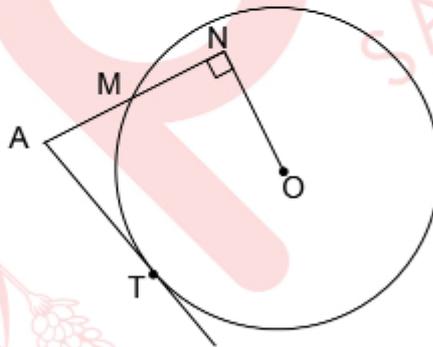
- $x = 100 + 100 + a + b$
- ABCD: \overline{MN} base media
 $a + b = 2n$
- AMND: trapezios isósceles
 $AN = MD = 130$
- $\triangle ABN$: teorema de la mediana
 $90^2 + 130^2 = 2n^2 + \frac{100^2}{2}$
 $n = 100$
- $a + b = 200$
 $\therefore x = 400$



Rpta.: B

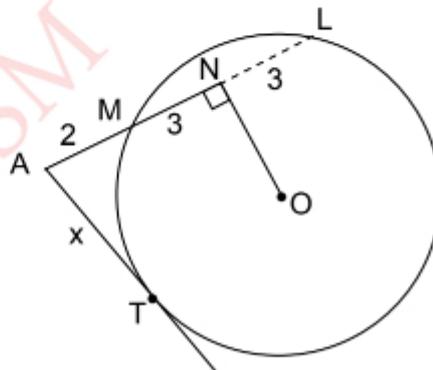
11. En la figura, O es centro y T punto de tangencia. Si $AM = 2$ m y $MN = 3$ m, halle AT.

- A) 4 m
- B) 3 m
- C) $4\sqrt{2}$ m
- D) $3\sqrt{2}$ m



Solución:

- Se prolonga \overline{AN} hasta L.
- $\overline{ON} \perp \overline{ML}$
 $\Rightarrow MN = NL = 3$
- Teorema de la tangente
 $x^2 = 8(2)$
 $\therefore x = 4$



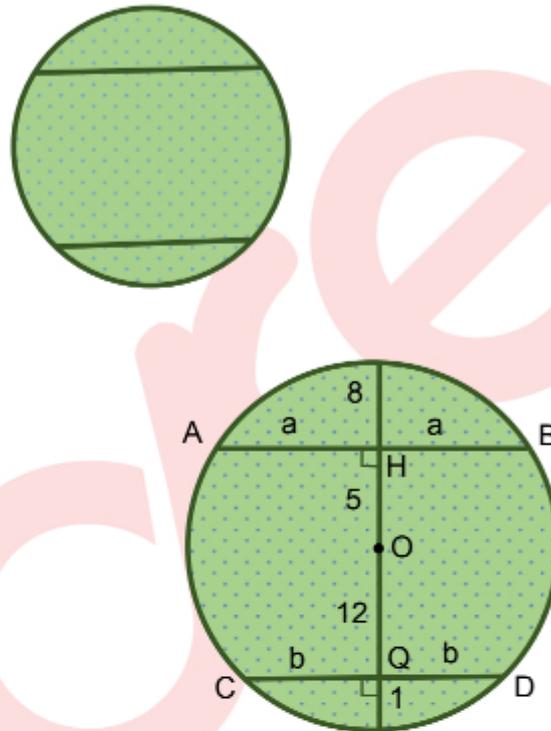
Rpta.: A

12. En la figura, se tiene un jardín circular, cuyo diámetro mide 26 m, el cual es dividido por dos linderos paralelos que están a 5 m y 12 m del centro del jardín. El costo para instalar una cerca en el lindero de menor longitud es de S/ 140 soles, halle el costo para instalar otra cerca similar en el otro lindero.

- A) S/ 360
 B) S/ 336
 C) S/ 320
 D) S/ 340

Solución:

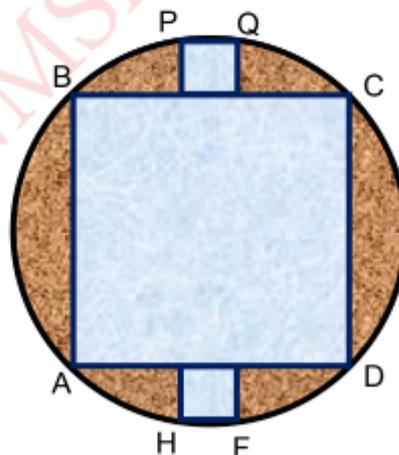
- $\overline{OH} \perp \overline{AB} \Rightarrow AH = HB = a$
- $\overline{OQ} \perp \overline{CD} \Rightarrow CQ = QD = b$
- Teorema de las cuerdas
 $a(a) = 8(18) \Rightarrow a = 12$
 $b(b) = 1(25) \Rightarrow b = 5$
- Por regla de tres
 $S/ 140 \rightarrow 10 \text{ m}$
 $x \rightarrow 24 \text{ m}$
 $\therefore x = S/ 336$



Rpta.: B

13. En la figura, se tiene la vista superior de una piscina determinada por el cuadrado ABCD y de dos pequeñas piscinas para niños, las cuales están determinadas por dos cuadrados congruentes. Las piscinas están dentro de una zona circular. Si $BC = 15 \text{ m}$, halle el perímetro de una de las piscinas para niños.

- A) 16 m
 B) 20 m
 C) 12 m
 D) 24 m



Solución:

- $x = 4a$
- $\overline{PQ} \parallel \overline{BC} \Rightarrow BP = QC$
- BPQC: trapecio isósceles

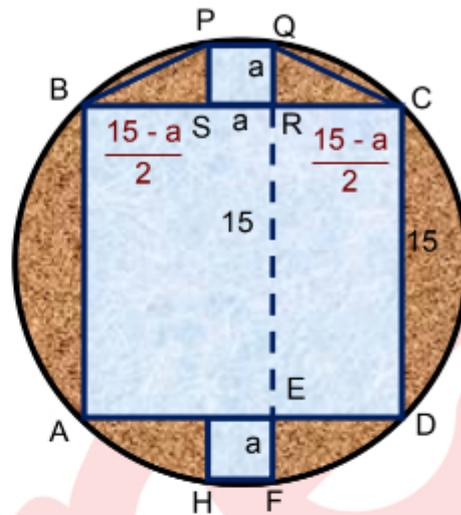
$$BS = RC = \frac{15 - a}{2}$$

- Teorema de las cuerdas

$$a(15 + a) = \left(\frac{15 - a}{2}\right)\left(\frac{15 + a}{2}\right)$$

$$a = 3$$

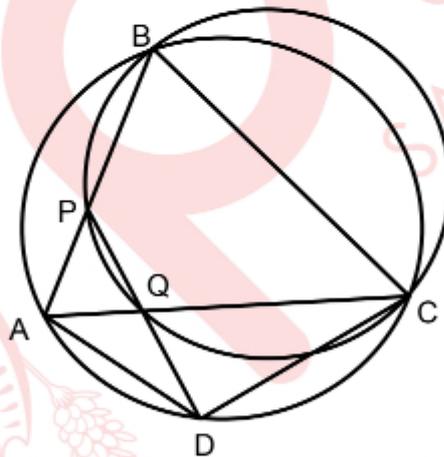
$$\therefore x = 12$$



Rpta.: C

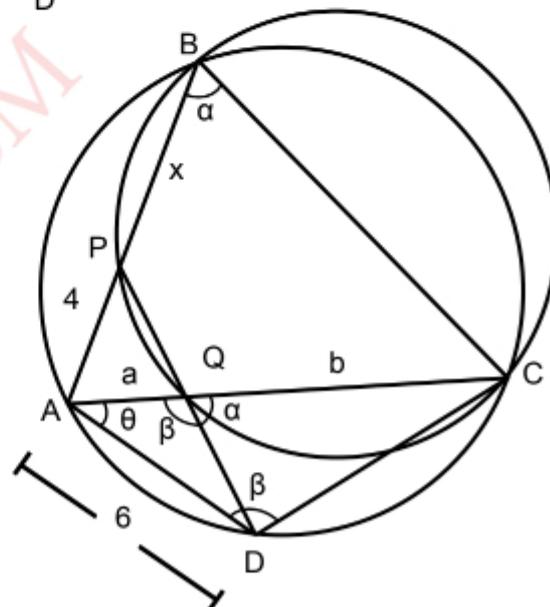
14. En la figura, AP = 4 m y AD = 6 m. Halle PB.

- A) 5 m
- B) 6 m
- C) 4 m
- D) 3 m



Solución:

- ABCD: inscrito
 $\Rightarrow \alpha + \beta = 180^\circ$
- Teorema de las secantes
 $4(4 + x) = a(a + b) \dots (1)$
- $\triangle ADC \sim \triangle AQD$ (AA)
 $\frac{6}{a+b} = \frac{a}{6} \Rightarrow a(a + b) = 36 \dots (2)$
- $(1) = (2): 4(4 + x) = 36$
 $\therefore x = 5$

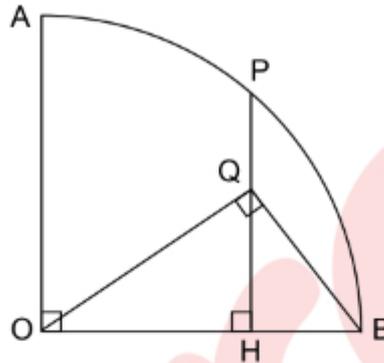


Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

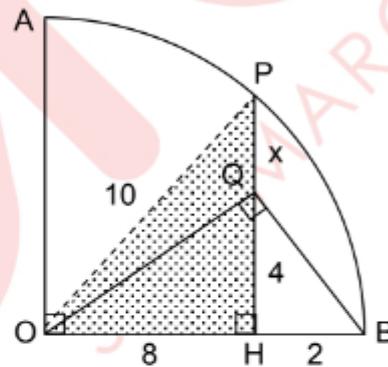
1. En la figura, AOB es un cuadrante. Si OH = 8 m y BH = 2 m, halle QP.

- A) $\sqrt{2}$ m
- B) 1 m
- C) 2 m
- D) $\sqrt{3}$ m



Solución:

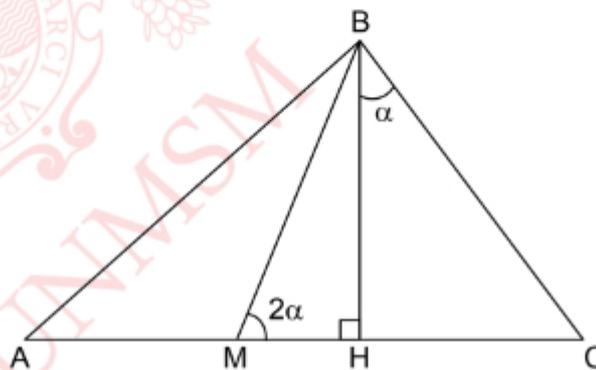
- $\triangle OQB$: relaciones métricas
 $\Rightarrow QH^2 = 8(2)$
 $QH = 4$
- \overline{OP} radio
 $\Rightarrow OP = OB = 10$
- $\triangle OHP$: notable de 37° y 53°
 $\Rightarrow PH = 6 = x + 4$
 $\therefore x = 2$



Rpta.: C

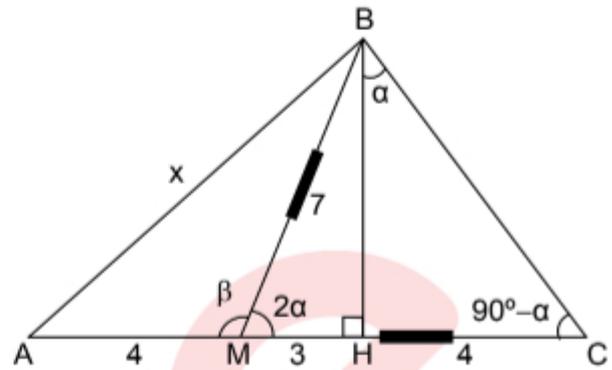
2. En la figura, AM = HC = 4 m y MH = 3 m. Halle AB.

- A) $\sqrt{89}$ m
- B) $\sqrt{91}$ m
- C) $\sqrt{76}$ m
- D) $\sqrt{83}$ m



Solución:

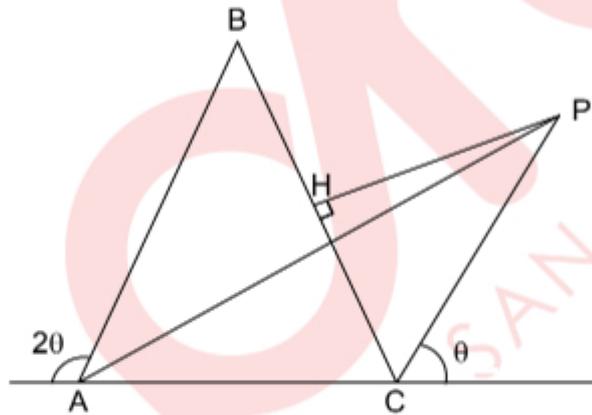
- $\triangle BHC$: $m\widehat{HCB} = 90^\circ - \alpha$
- $\triangle BMC$: isósceles
 $\Rightarrow MB = MC = 7$
- $\triangle AMB$: Teorema de Euclides ($\beta > 90^\circ$)
 $x^2 = 4^2 + 7^2 + 2(3)(4)$
 $\therefore x = \sqrt{89}$



Rpta.: A

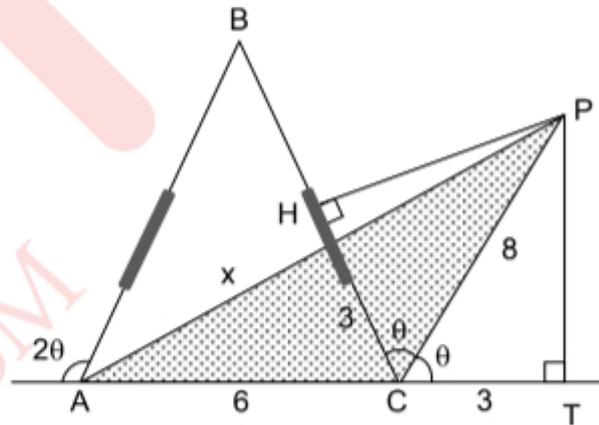
3. En la figura, $AB = BC$, $AC = 6$ m, $CH = 3$ m y $PC = 8$ m. Halle AP .

- A) $\sqrt{134}$ m
- B) $\sqrt{130}$ m
- C) $\sqrt{136}$ m
- D) $\sqrt{139}$ m



Solución:

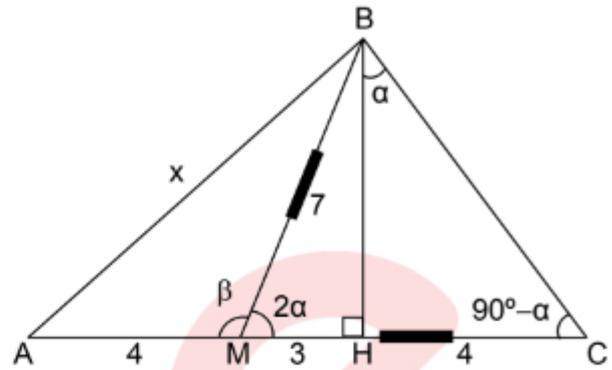
- $\triangle ABC$: isósceles
 $\Rightarrow m\widehat{BCT} = 2\theta$
- Teorema de la bisectriz
 $\Rightarrow CH = CT = 4$
- $\triangle ACP$: Teorema de Euclides
 $x^2 = 6^2 + 8^2 + 2(6)(3)$
 $\therefore x = \sqrt{136}$



Rpta.: C

Solución:

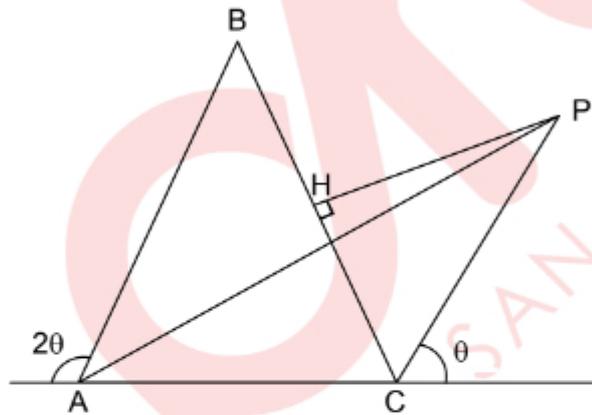
- $\triangle BHC$: $m\widehat{HCB} = 90^\circ - \alpha$
- $\triangle BMC$: isósceles
 $\Rightarrow MB = MC = 7$
- $\triangle AMB$: Teorema de Euclides ($\beta > 90^\circ$)
 $x^2 = 4^2 + 7^2 + 2(3)(4)$
 $\therefore x = \sqrt{89}$



Rpta.: A

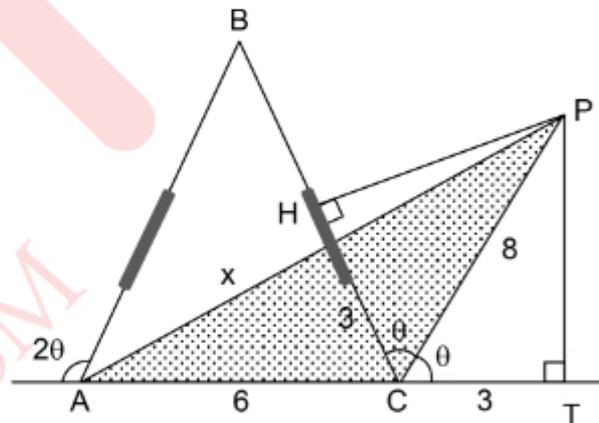
3. En la figura, $AB = BC$, $AC = 6$ m, $CH = 3$ m y $PC = 8$ m. Halle AP .

- A) $\sqrt{134}$ m
- B) $\sqrt{130}$ m
- C) $\sqrt{136}$ m
- D) $\sqrt{139}$ m



Solución:

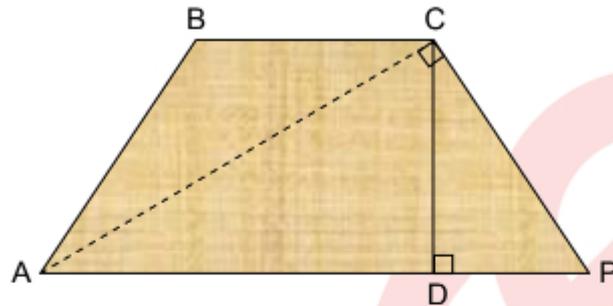
- $\triangle ABC$: isósceles
 $\Rightarrow m\widehat{BCT} = 2\theta$
- Teorema de la bisectriz
 $\Rightarrow CH = CT = 4$
- $\triangle ACP$: Teorema de Euclides
 $x^2 = 6^2 + 8^2 + 2(6)(3)$
 $\therefore x = \sqrt{136}$



Rpta.: C

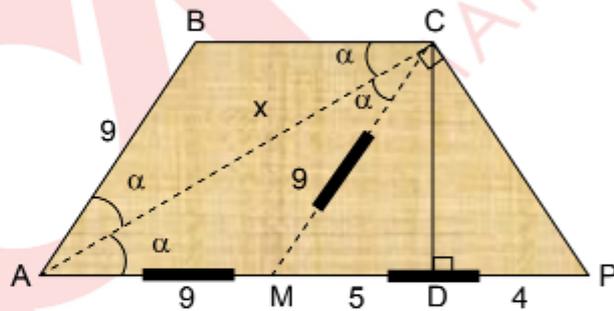
4. En la figura, se tiene un trozo de papel determinado por el trapecio ABCP, $\overline{BC} \parallel \overline{AP}$. Si se hizo un dobléz por \overline{AC} tal que B coincide con un punto de \overline{AP} , $AB = 9$ m y $DP = 4$ m, halle la longitud de línea del dobléz \overline{AC} .

- A) $3\sqrt{6}$ m
- B) $2\sqrt{14}$ m
- C) $6\sqrt{7}$ m
- D) $4\sqrt{6}$ m



Solución:

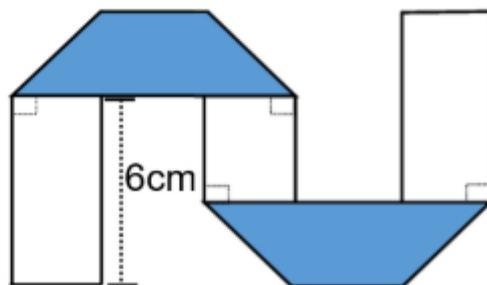
- \overline{AC} dobléz $\Rightarrow m\widehat{BAC} = m\widehat{CAM} = \alpha$
- ABCM: rombo
 $\Rightarrow AM = CM = 9$
- $\triangle ACP$: \overline{CM} mediana
 $\Rightarrow CM = \frac{AP}{2} \Rightarrow AP = 18$
- $\triangle ACP$: relaciones métricas
 $x^2 = 14(18)$
 $\therefore x = 6\sqrt{7}$



Rpta.: C

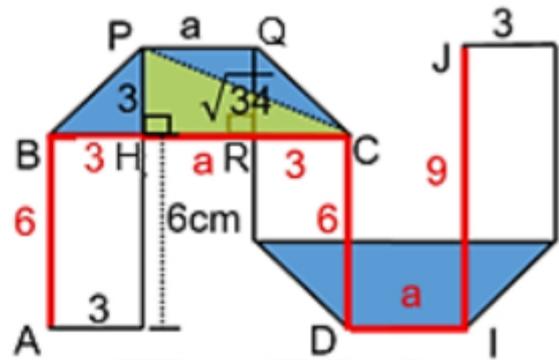
5. Una tira de papel rectangular con 3 cm de ancho se dobla como se muestra en la figura. Las figuras sombreadas están determinadas por trapecios isósceles congruentes y una de sus diagonales mide $\sqrt{34}$ cm, halle la longitud de la tira de papel.

- A) 28 cm
- B) 31 cm
- C) 34 cm
- D) 36 cm



Solución:

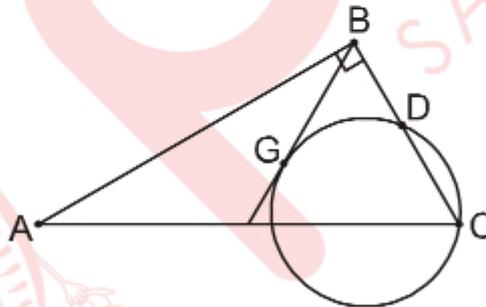
- $\triangle BHP$: notable de 45°
 $\Rightarrow BH = HP = 3$
- $BPQC$: trapecio isósceles
 $\Rightarrow BH = RC = 3$
- $\triangle PHC$: Teoremas de Pitágoras
 $\sqrt{34}^2 = 3^2 + (a+3)^2 \Rightarrow a = 2$
- Longitud de la tira de papel:
 $AB+BC+CD+DI+IJ = 2(6) + 9 + 2(3) + 2a$
 $AB+BC+CD+DI+IJ = 31$
 \therefore Longitud del largo de la tira de papel es 31 cm.



Rpta.: B

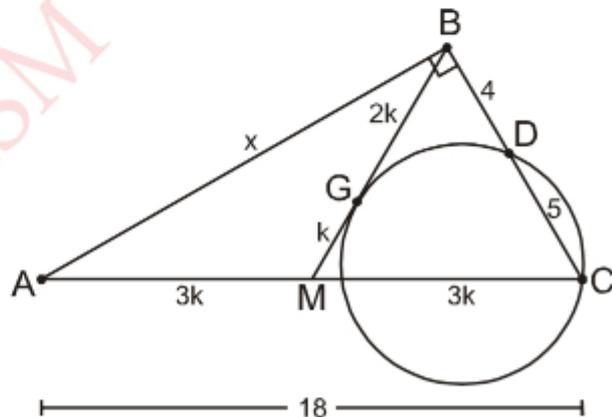
6. En la figura, G es punto de tangencia y baricentro del triángulo ABC. Si $BD = 4$ cm y $DC = 5$ cm, halle AB.

- A) $4\sqrt{3}$ cm
- B) $5\sqrt{3}$ cm
- C) $7\sqrt{3}$ cm
- D) $9\sqrt{3}$ cm



Solución:

- Teorema de la tangente:
 $(2k)^2 = 9(4) \Rightarrow k = 3$
- $\triangle ABC$: G baricentro
 $\Rightarrow GM = \frac{1}{2} GB = 3$
- $\triangle ABC$: \overline{BM} mediana
 $\Rightarrow AM = MC = 9$
- $\triangle ABC$: notable de 30° y 60°
 $\therefore x = 9\sqrt{3}$ cm



Rpta: D

Álgebra

EJERCICIOS

1. El polinomio $p(x) = 2x^2 - (m+6)x + 3m$ tiene raíces positivas que difieren en dos unidades. Halle el mayor valor de la expresión $T = m^2 - 3m + 2$.

A) 72 B) 56 C) 70 D) 90

Solución:

1. Factorizando por aspa simple

$$p(x) = 2x^2 - (m+6)x + 3m$$

$$\begin{array}{ccc} 2x & \nearrow & -m \\ x & \searrow & -3 \end{array}$$

$$p(x) = (2x - m)(x - 3) \rightarrow \text{raíces } \frac{m}{2} \text{ y } 3$$

2. Por condición las raíces difieren en 2.

$$* \frac{m}{2} = 1 \rightarrow m = 2$$

$$* \frac{m}{2} = 5 \rightarrow m = 10$$

3. El mayor valor de $T = 100 - 30 + 2 = 72$

Rpta.: A

2. Determine el valor de α de modo que los polinomios $p(x) = x^3 - \alpha x + 2$ y $q(x) = x^2 + \alpha x + 2$ tengan en común una raíz real.

A) 9 B) -3 C) 5 D) 3

Solución:

1. Sea r la raíz real en común de los polinomios $p(x)$ y $q(x)$

Entonces

$$p(r) = r^3 - \alpha r + 2 = 0 \dots(i)$$

$$q(r) = r^2 + \alpha r + 2 = 0 \dots(ii)$$

$$\text{Sumando (i) y (ii) se tiene: } m(r) = r^3 + r^2 + 4 = 0$$

2. Por el método de divisores binómicos, $r = -2$ es raíz real de $m(r) = r^3 + r^2 + 4$
3. Entonces para el polinomio $p(x)$

$$p(-2) = (-2)^3 - \alpha(-2) + 2 = 0 \rightarrow -8 + 2\alpha + 2 = 0 \rightarrow 2\alpha = 6$$

$$\therefore \alpha = 3.$$

Rpta.: D

3. Si r, s y t son raíces de $p(x) = x^3 - 2x^2 + 18$, halle el valor de

$$T = \frac{r^2}{2r+6} + \frac{s^2}{2s+6} + \frac{t^2}{2t+6} - 1.$$

- A) 3 B) 1 C) 0 D) 2

Solución:

1. Sea el polinomio $p(x) = x^3 - 2x^2 + 18$ con raíces r, s y t .

Por teorema de Cardano

$$\begin{cases} r + s + t = 2 \\ rs + ts + rt = 0 \\ rst = -18 \end{cases}$$

2. Como r es raíz del polinomio $p(x)$, entonces se cumple:

$$p(r) = 0 \rightarrow r^3 - 2r^2 + 18 = 0 \rightarrow r^3 = 2(r^2 - 9) \rightarrow r^3 = 2(r+3)(r-3) \rightarrow \frac{r^2}{2(r+3)} = \frac{r-3}{r}$$

$$\rightarrow \frac{r^2}{2r+6} = 1 - \frac{3}{r};$$

Análogamente

$$\frac{s^2}{2s+6} = 1 - \frac{3}{s} \quad \text{y} \quad \frac{t^2}{2t+6} = 1 - \frac{3}{t}$$

3. Luego

$$T = \frac{r^2}{2r+6} + \frac{s^2}{2s+6} + \frac{t^2}{2t+6} - 1 = 1 - \frac{3}{r} + 1 - \frac{3}{s} + 1 - \frac{3}{t} - 1 = 3 - 3\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{s} + \frac{1}{t}\right) - 1$$

$$T = 3 - 3\left(\frac{rs + st + rt}{rst}\right) - 1 = 3 - 3\left(\frac{0}{-18}\right) - 1 = 2$$

$$\therefore T = 2$$

Rpta.: D

4. La utilidad mensual, en soles, de una tienda desde enero hasta el mes de julio está representada por el polinomio $p(x)$ de grado seis, donde 1 es una raíz doble, -3 es raíz triple y -4 es una raíz simple; "x" representa el número de mes. Si la utilidad en el mes de marzo fue de S/ 1512, calcule la utilidad de la tienda en el mes de mayo.

- A) S/ 18 432 B) S/ 18 225 C) S/ 16 174 D) S/ 18 580

Solución:

1. De los datos se tiene: $p(x) = a(x-1)^2(x+3)^3(x+4)$
 2. En el mes de marzo: $x = 3$, la utilidad fue de S/ 1512

$$\rightarrow p(3) = a(3-1)^2(3+3)^3(3+4) = a(4)(216)(7) = 1512$$

$$\rightarrow a = \frac{1}{4}$$

3. El polinomio es $p(x) = \frac{1}{4}(x-1)^2(x+3)^3(x+4)$

4. La utilidad en el mes de mayo $x = 5$

$$p(5) = \frac{1}{4}(5-1)^2(5+3)^3(5+4) = \frac{1}{4}(4)^2(8)^3(9) = 18432$$

5. La utilidad de la tienda en el mes de mayo es de S/ 18 432.

Rpta.: A

5. Un profesor dicta a sus alumnos un polinomio cuadrático mónico $p(x)$. El alumno Daniel se equivoca en escribir el término independiente y obtiene como raíces a 8 y 2. La alumna Andrea se equivoca en escribir el coeficiente del término lineal y obtiene como raíces a -9 y -1 . ¿Cuál fue el polinomio dictado?

A) $p(x) = x^2 - 10x + 16$

B) $p(x) = x^2 - 10x + 9$

C) $p(x) = x^2 + 10x + 16$

D) $p(x) = x^2 + 10x + 9$

Solución:

1. Sea $p(x) = x^2 + bx + c$ con $b, c \in \mathbb{R}$, el polinomio cuadrático mónico dictado por el profesor.
 2. El alumno Daniel escribió: $p(x) = x^2 + bx + c_1$ con $c_1 \neq c$
 Además, obtuvo por raíces $x_1 = 8$ y $x_2 = 2$
 Por el teorema de Cardano obtendremos: $x_1 + x_2 = -b \rightarrow b = -10$

3. La alumna Andrea escribió: $p(x) = x^2 + b_1x + c$ con $b_1 \neq b$

Además, obtuvo por raíces $x_1 = -9$ y $x_2 = -1$

Por teorema de Cardano obtendremos: $x_1x_2 = c \rightarrow c = 9$

4. De 2. y 3:

Tenemos que el polinomio dictado por el profesor es $p(x) = x^2 - 10x + 9$

Rpta.: B

6. Un electricista debe instalar las lámparas de emergencia de un edificio, por lo que cobra S/ 120 por cada lámpara instalada. Se sabe que el valor de "m" representa el número de lámparas de emergencia a instalar. Si una de las raíces del polinomio $p(x) = x^3 - 13x + m$ es el triple de la otra, ¿cuánto recibió el electricista por la instalación de las lámparas de emergencia?

A) S/ 1200

B) S/ 1440

C) S/ 1560

D) S/ 960

Solución:

1. Sean s, 3s y r las raíces del polinomio p(x)

2. Usando el Teorema de Cardano, se tiene:

i. $s + 3s + r = 0 \rightarrow r = -4s$

ii. $(s)(3s) + sr + (3s)(r) = -13$

iii. $(s)(3s)(r) = -m$

Reemplazando (i) en (ii)

$$3s^2 + (s)(-4s) + (3s)(-4s) = -13 \rightarrow -13s^2 = -13 \rightarrow (s = 1 \vee s = -1)$$

Reemplazando en (iii)

* $s = 1 \rightarrow (1)(3)(-4) = -12 = -m \rightarrow m = 12$

* $s = -1 \rightarrow (-1)(-3)(4) = 12 = -m \rightarrow m = -12$

$\rightarrow m = 12$

Monto : $(12)(120) = 1440$

3. El electricista recibió S/ 1440 por instalar 12 lámparas de emergencia.

Rpta.: B

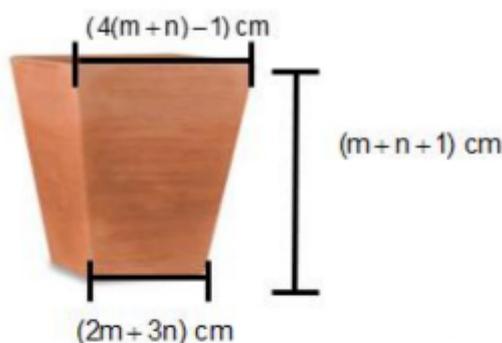
7. En la figura se muestra una maceta en forma de trapecio cuyas caras laterales son congruentes. Si se desea pintar todas sus caras laterales, calcule el área a pintar sabiendo que $3 + \sqrt{2}$ es una raíz del polinomio $p(x) = x^3 - 11x^2 + (4m + 21)x + 7m - 9n - 18$; $\{m, n\} \subset \mathbb{Q}$

A) 1240 cm^2

B) 1160 cm^2

C) 1360 cm^2

D) 1080 cm^2

**Solución:**

- Por dato $3 + \sqrt{2}$ es raíz del polinomio $p(x)$, por el teorema de paridad de raíces como $\{m, n\} \subset \mathbb{Q}$ entonces $3 - \sqrt{2}$ es otra raíz de $p(x)$.
- Sean $3 + \sqrt{2}$, $3 - \sqrt{2}$ y r (la tercera raíz) las raíces de $p(x)$, aplicando el teorema de Cardano, se tiene lo siguiente:

- $3 + \sqrt{2} + 3 - \sqrt{2} + r = 11 \rightarrow r = 5$

- $(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2}) + (3 + \sqrt{2})(5) + (3 - \sqrt{2})(5) = 4m + 21$
 $\rightarrow 37 = 4m + 21 \rightarrow m = 4$

- $(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})(5) = -(7m - 9n - 18)$
 $\rightarrow -7m + 9n = 17 \rightarrow n = 5$

- Dimensiones de una cara del trapecio:

$$\text{Base}_{\text{Menor}} = 23 \text{ cm}, \text{Base}_{\text{Mayor}} = 35 \text{ cm y Altura} = 10 \text{ cm}$$

$$\text{Área de una cara lateral} = \left(\frac{23 + 35}{2} \right) 10 = 290 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \text{El área a pintar es } 1160 \text{ cm}^2.$$

Rpta.: B

8. Sea $p(x)$ un polinomio mónico de grado cuatro con coeficientes reales y de término independiente igual a 130. Con respecto a sus raíces reales se sabe que una de ellas es el doble de la otra, aumentada en una unidad. Si $(3 + 2i)$ es también raíz de $p(x)$, calcule la menor suma de los cuadrados de las raíces reales de dicho polinomio.

A) $\frac{29}{2}$

B) 29

C) $\frac{89}{4}$

D) 74

Solución:

1. Como $(3+2i)$ es una raíz del polinomio $p(x) \in \mathbb{R}[x]$, por el teorema de la paridad de raíces entonces $(3-2i)$ es otra raíz de $p(x)$.
2. Sean $(3+2i)$, $(3-2i)$, r y $(2r+1)$ las raíces de $p(x)$ de grado cuatro, aplicando el teorema de Cardano, se tiene lo siguiente:

$$(3+2i)(3-2i)(r)(2r+1) = 130$$

$$\rightarrow 2r^2 + r - 10 = 0 \rightarrow \left(r = 2 \vee r = -\frac{5}{2} \right)$$

$$\text{Para } r_1 = 2 \rightarrow r_2 = 5$$

$$\text{suma de los cuadrados: } 2^2 + 5^2 = 29$$

$$\text{Para } r_1 = -\frac{5}{2} \rightarrow r_2 = -4$$

$$\text{suma de los cuadrados: } \left(-\frac{5}{2}\right)^2 + (-4)^2 = \frac{25}{4} + 16 = \frac{89}{4}$$

$$\therefore \text{La menor suma de cuadrados es } \frac{89}{4}.$$

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Sean a y b las raíces del polinomio $p(x) = 3x^2 - x + 7$. Numéricamente, el precio de un kilogramo de manzanas en soles es igual al valor de $M = -17 + (3a-2)(3b-2)$. Si Mariana compra 8 kilogramos de manzana pagando con S/100, determine cuánto recibe Mariana como vuelto después de su compra.

A) S/ 52

B) S/ 42

C) S/ 48

D) S/ 64

Solución:

1. Como a y b son raíces del polinomio, por teorema de Cardano se cumple:

$$\begin{cases} a+b = \frac{1}{3} \\ ab = \frac{7}{3} \end{cases}$$

2. Reemplazando en M:

$$M = -17 + (3a - 2)(3b - 2)$$

$$M = -17 + 9ab - 6a - 6b + 4$$

$$M = -13 - 6(a + b) + 9ab$$

$$M = -13 - 6\left(\frac{1}{3}\right) + 9\left(\frac{7}{3}\right) = -13 - 2 + 21 = 6$$

3. Monto final de la compra $6(8) = 48$ soles, entonces el vuelto es 52 soles.

Rpta.: A

2. Si m , n y p son las raíces del polinomio $p(x) = x^3 - x^2 + 3$, determine el valor de

$$T = \frac{m^2 - 4}{m - 1} + \frac{n^2 - 4}{n - 1} + \frac{p^2 - 4}{p - 1}.$$

A) 9

B) 1

C) 5

D) 0

Solución:

1. Como m es raíz de $p(x)$

$$\rightarrow p(m) = 0$$

$$\rightarrow m^3 - m^2 + 3 = 0 \rightarrow m^3 - 1 = m^2 - 4$$

Análogamente

$$\rightarrow n^3 - 1 = n^2 - 4$$

$$\rightarrow p^3 - 1 = p^2 - 4$$

2. En T

$$T = \frac{m^3 - 1}{m - 1} + \frac{n^3 - 1}{n - 1} + \frac{p^3 - 1}{p - 1}$$

$$T = [m^2 + m + 1] + [n^2 + n + 1] + [p^2 + p + 1]$$

$$T = m^2 + n^2 + p^2 + m + n + p + 3$$

3. Por el teorema de Cardano, se tiene lo siguiente:

$$\begin{cases} m + n + p = 1 \\ mn + np + mp = 0 \\ mnp = -3 \end{cases}$$

$$\text{Luego } m^2 + n^2 + p^2 = 1$$

$$\therefore T = 5.$$

Rpta.: C

3. Las edades de Luis y Rubén son "m" y "2n" años respectivamente; además se conoce que $\left(\frac{a+b}{a}\right)$ y $\left(\frac{a+b}{b}\right)$ son las raíces del polinomio $p(x) = x^2 - (m-2)x + 2n-1$; $\{m, n\} \subset \mathbb{R}$. Determine la diferencia positiva de las edades de los dos amigos.

A) 3

B) 1

C) 4

D) 2

Solución:

1. Del dato las raíces son $\frac{a+b}{a}$ y $\frac{a+b}{b}$, entonces por el teorema de Cardano se tiene lo siguiente:

$$* \frac{a+b}{a} + \frac{a+b}{b} = (a+b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) = \frac{(a+b)^2}{ab} = m-2$$

$$* \left(\frac{a+b}{a} \right) \left(\frac{a+b}{b} \right) = \frac{(a+b)^2}{ab} = 2n-1$$

$$\text{Luego : } m-2 = 2n-1$$

2. Se tiene entonces diferencia de las edades $m-2 = 2n-1$

$$m-2n = 1$$

\therefore La diferencia positiva de las edades es 1.

Rpta.: B

4. En un kilogramo de queso hay $\frac{17}{4}(\alpha^2 + \beta^2 + \theta^2)$ litros de leche, y el precio de cada litro de leche es de $-\frac{5(\alpha^3 + \beta^3 + \theta^3)}{2m} + 4$. Determine el costo por elaborar 360 kg de queso, si al momento de ser pesado, su peso se reduce en un 10 %. Considere que α , β y θ son las raíces del polinomio $p(x) = 5x^3 + 4x - m$.

A) S/ 5400

B) S/ 6800

C) S/ 6120

D) S/ 7500

Solución:

1. Del teorema de Cardano, se tiene lo siguiente:

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \theta = 0 \\ \alpha\beta + \beta\theta + \alpha\theta = \frac{4}{5} \\ \alpha\beta\theta = \frac{m}{5} \end{cases}$$

2. Aplicando producto notable (identidad condicional), se obtiene

$$\begin{cases} \alpha^2 + \beta^2 + \theta^2 = -2(\alpha\beta + \alpha\theta + \beta\theta) \\ \alpha^3 + \beta^3 + \theta^3 = 3\alpha\beta\theta \end{cases}$$

Luego de 1. y 2.

* Cantidad de litros de leche $\frac{17}{4}|\alpha^2 + \beta^2 + \theta^2| = \frac{17}{4}\left|-2\left(\frac{4}{5}\right)\right| = 6,8$

* Precio de un litro de leche $-\frac{5(\alpha^3 + \beta^3 + \theta^3)}{2m} + 4 = -\frac{5}{2m}\left(\frac{3m}{5}\right) + 4 = -\frac{3}{2} + 4 = 2,5$

3. Como se reduce entonces para obtener 360 kg, debe elaborar 400 kg de queso.

∴ El costo es de $(6.8)(2.5)(400) = 6800$ soles.

Rpta.: B

5. En el polinomio de grado tres $p(x) = -4mx^2 + x^3 + (m-n)x^4 + (5n^2 + 1)x - 4$; $\{m,n\} \subset \mathbb{R}$, se cumple que la suma de sus raíces no reales es igual a su raíz real; determine la raíz real del polinomio.

A) 2

B) 3

C) 5

D) 1

Solución:

1. El polinomio es de grado 3, entonces $m = n$.

2. Reemplazando en el polinomio se tiene:

$$p(x) = x^3 - 4mx^2 + (5m^2 + 1)x - 4; \{m,n\} \subset \mathbb{R}$$

3. Dado que $p(x) \in \mathbb{R}[x]$, aplicando el teorema de la paridad de raíces se tiene $a + bi$, $a - bi$ y β (otra raíz).

$$\text{Dato: } \beta = a + bi + a - bi = 2a$$

4. Aplicando el teorema de Cardano, se tiene lo siguiente:

i. $\beta + a + bi + a - bi = 4m$

$$4a = 4m \rightarrow a = m$$

ii. $(\beta)(a + bi) + (\beta)(a - bi) + (a + bi)(a - bi) = 5m^2 + 1$

$$2a^2 + 2a^2 + a^2 + b^2 = 5m^2 + 1$$

$$5a^2 + b^2 = 5a^2 + 1 \rightarrow b^2 = 1$$

$$\text{iii. } (\beta)(a+bi)(a-bi) = 4$$

$$2a(a^2+1) = 4 \rightarrow a = 1 \wedge \beta = 2$$

\therefore La raíz real del polinomio es 2.

Rpta.: A

6. Sean a , b y c las raíces del polinomio $p(x) = x^3 - (a^2 - 4)x^2 + (a^2 + b^2 + c^2)x - 64$. Si las medidas de un triángulo en centímetros son los valores de dichas raíces, calcule el perímetro del triángulo.

A) 12 cm

B) 18 cm

C) 24 cm

D) 16 cm

Solución:

1. Sean a , b y c las raíces del polinomio $p(x)$
2. Por el teorema de Cardano, se tiene lo siguiente:

$$\text{i. } a + b + c = a^2 - 4$$

$$\text{ii. } ab + ac + bc = a^2 + b^2 + c^2 \rightarrow a = b = c$$

$$\text{iii. } abc = 64$$

$$\text{de (ii) en (iii) se tiene } a = b = c = 4$$

$$\text{Entonces } a = b = c = 4$$

\therefore El perímetro del triángulo equilátero es 12 cm.

Rpta.: A

7. Sean 3 , $(1-i)$, i y $\sqrt{2}$ las raíces de un polinomio mónico $p(x)$ de menor grado posible con coeficientes reales. Determine el valor de verdad o falsedad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- i. El menor grado posible del polinomio $p(x)$ es 7.
- ii. El término independiente del polinomio $p(x)$ es $6\sqrt{2}$.
- iii. El producto de las raíces reales es 6.

A) VFV

B) FVF

C) VVF

D) FVV

Solución:

- i. Falso, $p(x) \in \mathbb{R}[x]$ tiene coeficientes reales, por teorema de paridad

$$* 1-i \text{ raíz de } p(x) \rightarrow 1+i \text{ es raíz de } p(x)$$

$$* i \text{ raíz de } p(x) \rightarrow -i \text{ es raíz de } p(x)$$

$$\text{raíces: } 3, (1-i), (1+i), i, -i \text{ y } \sqrt{2} \rightarrow p(x) \text{ es de grado } 6$$

ii. Verdadero, el término independiente de $p(x)$ es

$$p(x) = (x-3)(x-(1-i))(x-(1+i))(x-i)(x+i)(x-\sqrt{2})$$

$$p(0) = (-3)(-1+i)(-1-i)(-i)(i)(-\sqrt{2})$$

$$p(0) = (-3)(2)(1)(-\sqrt{2})$$

$$p(0) = 6\sqrt{2}$$

ii. Falso, las raíces reales de $p(x)$ son $3, \sqrt{2} \rightarrow \text{Producto} = 3\sqrt{2}$

Rpta.: B

8. Si $(3-\sqrt{2})$ y r^2 , son las raíces del polinomio $p(x) = x^3 - 10x^2 + (m+13)x - n$, $\{m, n\} \subset \mathbb{Q}$, calcule el menor valor de $E = \frac{m-n+2r}{3}$.

A) -5

B) $\frac{11}{3}$

C) -2

D) $-\frac{14}{3}$

Solución:

- Como $(3-\sqrt{2})$ es una raíz del polinomio $p(x) \in \mathbb{R}[x]$, por el teorema de la paridad de raíces entonces $(3+\sqrt{2})$ es otra raíz de $p(x)$.
- Por el teorema de Cardano, se tiene lo siguiente:

i. $(3-\sqrt{2}) + (3+\sqrt{2}) + r^2 = 10$

ii. $(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2}) + 4(3-\sqrt{2}) + 4(3+\sqrt{2}) = m+13$

iii. $(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})4 = n$

De i. $r^2 = 4 \rightarrow (r = 2 \vee r = -2)$

De ii. $7 + 12 + 12 = m + 13 \rightarrow m = 18$

De iii. $n = 28$

- Reemplazando en E

* $r = 2 \rightarrow E = \frac{18-28+4}{3} = -2$

* $r = -2 \rightarrow E = \frac{18-28-4}{3} = -\frac{14}{3}$

\therefore El menor valor de E es $-\frac{14}{3}$

Rpta.: D

Trigonometría

EJERCICIOS

1. Determine el valor de $6\text{sen}18^\circ \cdot \text{sen}54^\circ$.

A) 2

B) 3

C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{2}$

Solución:

Sea: $M = 6\text{sen}18^\circ \cdot \text{sen}54^\circ$

$$\Rightarrow M = \frac{6\text{sen}18^\circ \cdot \cos 18^\circ \cdot \cos 36^\circ}{\cos 18^\circ}$$

$$\Rightarrow M = \frac{3\text{sen}36^\circ \cdot \cos 36^\circ}{\cos 18^\circ} = \frac{3\text{sen}72^\circ}{2\cos 18^\circ}$$

Por lo tanto, $M = \frac{3}{2}$.

Rpta.: D

2. Una de las chacras de la empresa "Vinos Perú" es medida de dos formas, usando GPS y un teodolito electrónico, obteniéndose $K\text{sec}80^\circ \text{ hm}^2$ y $\frac{\text{sen}50^\circ \cdot \cos 80^\circ}{\text{csc}80^\circ \cdot \text{csc}70^\circ} \text{ hm}^2$ respectivamente. Determine $16K$.

A) $\frac{1}{16} \cos 20^\circ$ B) $\cos 20^\circ$ C) $\text{sen}20^\circ$ D) $\frac{1}{8} \cos 10^\circ$

Solución:

Tenemos:

$$K \text{sec} 80^\circ = \frac{\text{sen}50^\circ \cdot \cos 80^\circ}{\text{csc} 80^\circ \cdot \text{csc} 70^\circ}$$

$$2K \text{sec} 80^\circ = 2\text{sen}10^\circ \cdot \cos 10^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \text{sen}70^\circ$$

$$4K \text{sec} 80^\circ = 2\text{sen}20^\circ \cdot \cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ$$

$$8K \text{sec} 80^\circ = 2\text{sen}40^\circ \cdot \cos 40^\circ$$

$$8K = \text{sen}10^\circ \cdot \cos 10^\circ$$

Por lo tanto, $16K = \text{sen}20^\circ$.

Rpta.: C

3. Si $\tan \theta$ es la única solución real de la ecuación cuadrática $x^2 + ax + b = 0$ con $a \neq 0$, $b \neq 1$, determine $(b-1)\tan 2\theta$.

A) a

B) -a

C) 2a

D) a + 1

Solución:

De la ecuación tenemos: $2 \tan \theta = -a \quad \wedge \quad \tan^2 \theta = b$

$$\text{Luego, } \tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

$$\tan 2\theta = \frac{-a}{1-b} \Rightarrow (1-b) \tan 2\theta = -a$$

Por lo tanto; $(b-1) \tan 2\theta = a$.

Rpta.: A

4. Una empresa mercantil debe transportar cierta cantidad de contenedores en $9 \sec^2(2\theta)$ camiones, para lo cual alquila cada camión a 245 soles. Si $\sec^2 \theta + 3 \tan \theta = 2$, ¿cuánto es el costo total por el alquiler de los camiones?

A) 3 185 soles B) 2 940 soles C) 2 695 soles D) 3 430 soles

Solución:

Dado que: $\sec^2 \theta + 3 \tan \theta = 2$

$$\Rightarrow \tan^2 \theta + 3 \tan \theta = 1 \Rightarrow \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \tan 2\theta = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 9 \sec^2 2\theta = 13$$

Así, hay 13 camiones.

Por lo tanto; el costo total por el alquiler de los camiones es 3 185 soles.

Rpta.: A

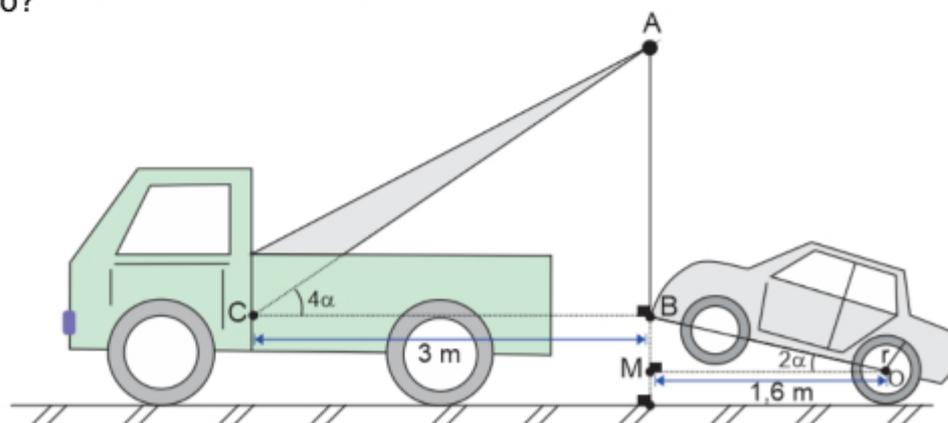
5. La figura representa el instante en que una grúa municipal remolca un automóvil. Si $r = 20 \text{ cm}$ y $8 \sin \alpha + \sec \alpha = 2 \cos \alpha$, ¿a qué altura se encuentra el punto A con respecto al suelo?

A) 2,1 m

B) 2,4 m

C) 2,3 m

D) 2,2 m



Solución:

Tenemos:

$$8\operatorname{sen}\alpha + \sec\alpha = 2\cos\alpha \quad \Rightarrow \quad 8\operatorname{sen}\alpha \cdot \cos\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$$

$$\Rightarrow \quad 4\operatorname{sen}2\alpha = \cos 2\alpha \quad \Rightarrow \quad \tan 2\alpha = \frac{1}{4}$$

Además:

$$\tan(4\alpha) = \frac{2\tan 2\alpha}{1 - \tan^2 2\alpha} \quad \Rightarrow \quad \tan(4\alpha) = \frac{8}{15}$$

Así

$$AB = 1,6 \text{ m} \quad \wedge \quad BM = 0,4 \text{ m}$$

Por lo tanto; el punto A se encuentra con respecto al suelo a 2,2 m.

Rpta.: D

6. La municipalidad de Alto Perú adquiere 6 camiones cisterna para el riego de parques. Si cada camión cuesta $(8M+1)$ miles de dólares, donde M es el máximo valor de la expresión $\frac{1+2\cos\theta \cdot (4\cos\theta+3\operatorname{sen}\theta)}{4}$, ¿cuánto se pagó por dicha compra?

- A) 105 000 dólares
C) 126 000 dólares

- B) 120 000 dólares
D) 114 000 dólares

Solución:

$$\text{Sea } F = \frac{1+2\cos\theta \cdot (4\cos\theta+3\operatorname{sen}\theta)}{4}$$

$$\Rightarrow \quad F = \frac{1}{4} (1 + 4(2\cos^2\theta) + 3 \cdot (2\operatorname{sen}\theta \cdot \cos\theta)) = \frac{1}{4} (1 + 4(1 + \cos 2\theta) + 3\operatorname{sen}2\theta)$$

$$\Rightarrow \quad F = \frac{1}{4} (5 + 4\cos 2\theta + 3\operatorname{sen}2\theta)$$

$$\text{Como, } -5 \leq 4\cos 2\theta + 3\operatorname{sen}2\theta \leq 5 \quad \Rightarrow \quad 0 \leq F \leq \frac{5}{2}$$

$$\text{Así, } M = \frac{5}{2}$$

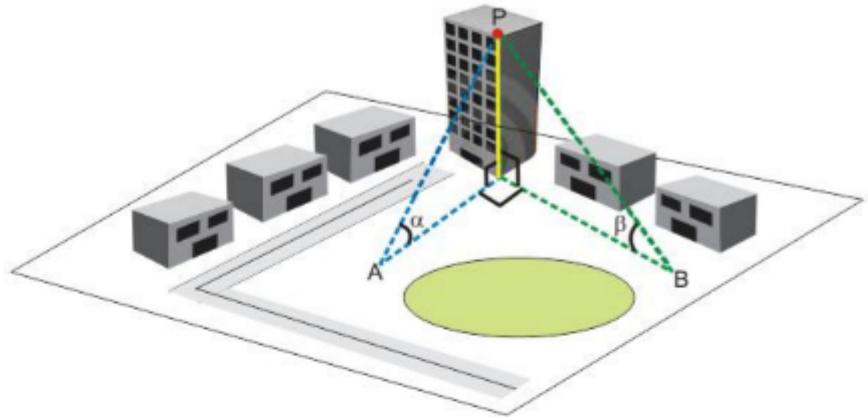
Luego, cada camión cuesta 21 000 dólares.

Por lo tanto, por dicha compra se pagó 126 000 dólares.

Rpta.: C

7. Rodolfo, desde los puntos A y B ubicados en el suelo, observa el punto P del edificio, como se muestra en la figura. Si la altura del edificio mide 56 m y $\alpha + \beta = 90^\circ$, calcule distancia entre los puntos A y B en términos de α .

- A) $56\sqrt{2\cot^2 2\alpha + 1}$ m
- B) $28\sqrt{2\csc^2 2\alpha + 1}$ m
- C) $56\sqrt{4\csc^2 2\alpha - 2}$ m
- D) $28\sqrt{4\cot^2 2\alpha - 2}$ m



Solución:

De la figura tenemos:

$$d^2 = (56\cot\alpha)^2 + (56\cot\beta)^2$$

$$d^2 = 56^2 ((\cot\alpha)^2 + (\tan\alpha)^2)$$

$$d^2 = 56^2 ((\cot\alpha + \tan\alpha)^2 - 2)$$

$$d^2 = 56^2 ((2\csc 2\alpha)^2 - 2)$$

$$d^2 = 56^2 (4\csc^2 2\alpha - 2)$$

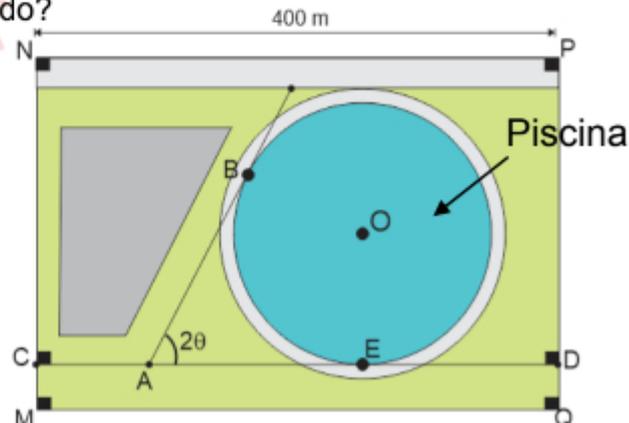
$$d = 56\sqrt{4\csc^2 2\alpha - 2}$$

Por lo tanto, la distancia entre los puntos A y B es $56\sqrt{4\csc^2 2\alpha - 2}$ m.

Rpta.: A

8. La figura muestra el croquis de la vista superior de un centro recreacional, donde la piscina tiene forma de un cilindro circular recto con una profundidad de 1,4 m. Los puntos B y E son de tangencia, O es centro, $AD = 3AB = 9AC$ y $\frac{3\text{sen}2\theta}{1 + \text{cos}2\theta} = \frac{5}{4}$. Si una piscina que tiene la misma forma e igual profundidad cuyo radio mide 20 m se demora 20 minutos en llenarse, ¿cuánto demorará en llenarse la piscina de la figura con el mismo mecanismo de llenado?

- A) 150 min
- B) 125 min
- C) 75 min
- D) 90 min



Solución:

$$\begin{aligned} \text{Tenemos: } \frac{3\text{sen}2\theta}{1+\text{cos}2\theta} &= \frac{5}{4} \quad \Rightarrow \quad \frac{1-\text{cos}2\theta}{\text{sen}2\theta} = \frac{5}{12} \\ &\Rightarrow \quad \text{csc}2\theta - \cot2\theta = \frac{5}{12} \quad \Rightarrow \quad \tan\theta = \frac{5}{12} \end{aligned}$$

De la figura tenemos:

$$CD = 400 \text{ m} \Rightarrow 40k = 400 \Rightarrow k = 10$$

Así: Radio = 50 m

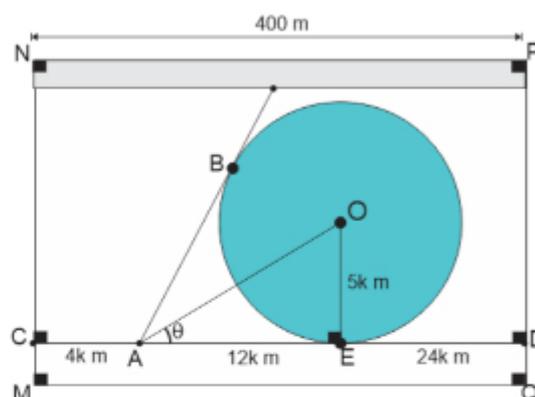
Como:

$$(20)^2 \pi (1,4) \text{ m}^3 \rightarrow 20 \text{ min}$$

$$(50)^2 \pi (1,4) \text{ m}^3 \rightarrow x$$

Luego, $x = 125 \text{ min}$

Por lo tanto; para llenar la piscina se demora 125 min.

**Rpta.: B**

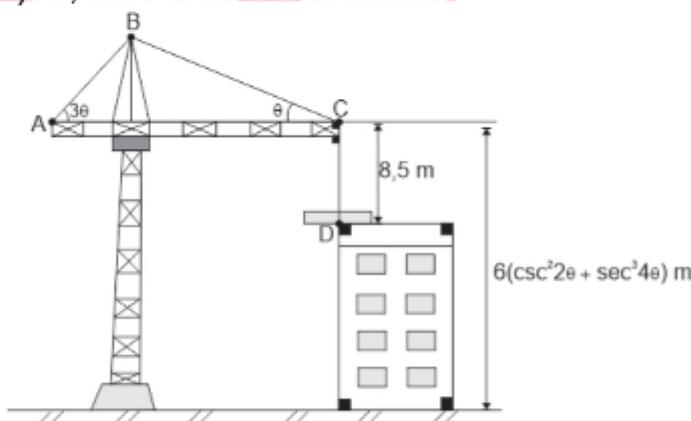
9. La figura muestra una grúa torre trasladando una columna de acero sobre un edificio. Si $AB = 4 \text{ m}$ y $BC = 2(\sqrt{12} + 2) \text{ m}$, halle la altura del edificio.

A) 62,5 m

B) 63,5 m

C) 63 m

D) 64,5 m

**Solución:**

$$\begin{aligned} \text{Tenemos: } 2(\sqrt{12} + 2)\text{sen}\theta &= 4\text{sen}3\theta \\ \Rightarrow (\sqrt{12} + 2)\text{sen}\theta &= 2(3\text{sen}\theta - 4\text{sen}^3\theta) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sqrt{12} + 2 = 6 - 4(2\text{sen}^2\theta)$$

$$\Rightarrow \sqrt{12} = 4 - 4(1 - \text{cos}2\theta)$$

$$\Rightarrow \sqrt{12} = 4\text{cos}2\theta$$

$$\Rightarrow \text{cos}2\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \Rightarrow \quad 2\theta = 30^\circ$$

$$\text{Luego: } \text{Altura}_{\text{Edificio}} = (6(\text{csc}^2 30^\circ + \text{sec}^3 60^\circ) - 8,5) \text{ m} = 63,5 \text{ m.}$$

Rpta.: B

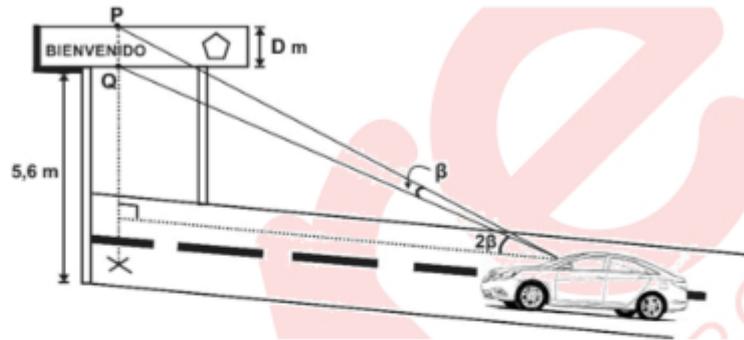
10. Una persona conduciendo un automóvil se aproxima a un letrero de bienvenida de una ciudad; en determinado instante, el ángulo con el que observa a dicho letrero es β y el ángulo de elevación con el que observa la parte más baja del letrero es 2β , como se representa en la figura. Si el ojo de la persona se encuentra a una altura de 1,4 m respecto a la pista y a una distancia de 14,4 m respecto de la vertical que pasa por los puntos P y Q, halle D.

A) $\frac{375}{161}$

B) $\frac{345}{161}$

C) $\frac{25}{161}$

D) $\frac{37}{161}$

**Solución:**

Del gráfico:

$$\tan(2\beta) = \frac{7}{24} \wedge \tan(3\beta) = \frac{4,2 + D}{14,4}$$

Como:

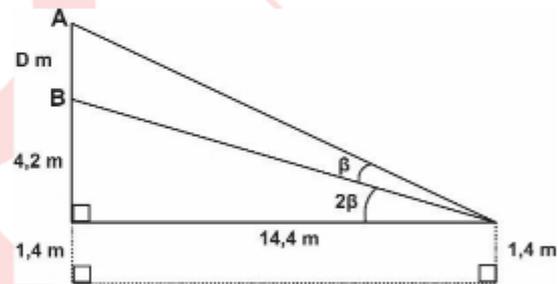
$$\tan(2\beta) = \frac{7}{24} \Rightarrow \tan\beta = \frac{1}{7}$$

Luego:

$$\frac{4,2 + D}{14,4} = \tan(3\beta) = \frac{3 - \frac{1}{49}}{1 - \frac{3}{49}}$$

$$\Rightarrow \frac{21 + 5D}{72} = \frac{73}{161} \Rightarrow D = \frac{375}{161}$$

Por lo tanto, el valor de D es $\frac{375}{161}$.



Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

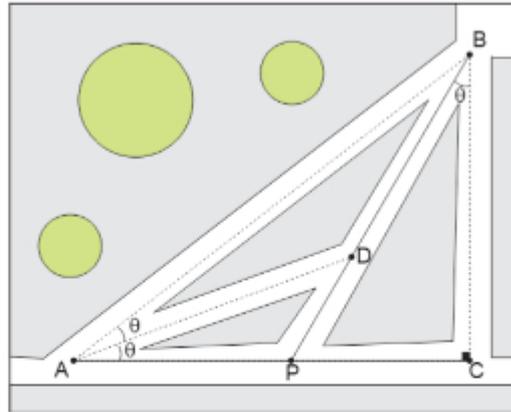
1. Alfredo, Bernardo y Carlos se ubican dentro de un parque en los puntos A, B y C respectivamente, como se muestra en la figura. En ese momento parten los tres al encuentro de su padre ubicado en el punto P, recorriendo distancias mínimas. Si $\sec 2\theta = 1,4$ y Alfredo recorrió 6 m, ¿cuántos metros recorrió Carlos?

A) 3,5 m

B) 3,8 m

C) 4,2 m

D) 4 m

**Solución:**

Del gráfico, tenemos: $\tan 2\theta = \frac{a \cot \theta}{6 + a}$

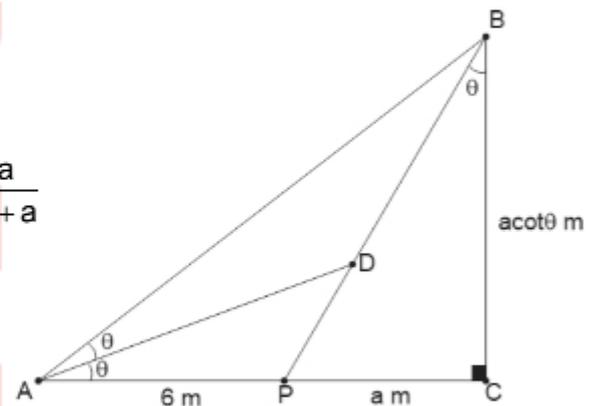
$$\Rightarrow \tan 2\theta \cdot \tan \theta = \frac{a}{6 + a} \quad \Rightarrow \quad \frac{2 \tan^2 \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{a}{6 + a}$$

$$\Rightarrow \frac{1 - \cos 2\theta}{\cos 2\theta} = \frac{a}{6 + a}$$

$$\Rightarrow \sec 2\theta - 1 = \frac{a}{6 + a}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{a}{6 + a} \quad \Rightarrow \quad a = 4$$

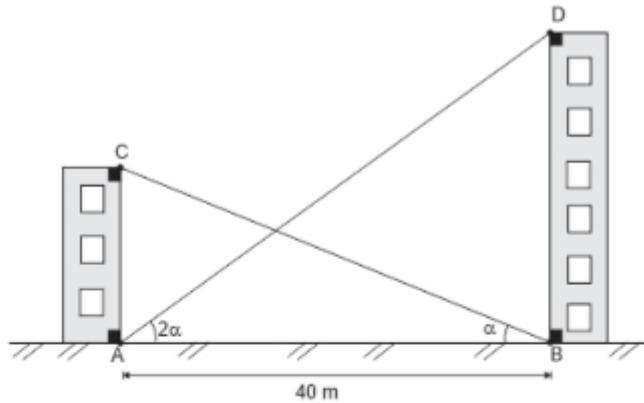
Por lo tanto, Carlos recorrió 4 metros.



Rpta.: D

2. Desde los puntos A y B se observa la parte más alta de los edificios con ángulos de elevación 2α y α , como se representa en la figura. Si se observara desde el punto medio de \overline{AB} los puntos C y D, los ángulos de elevación serían complementarios. Determine la diferencia entre las alturas de los edificios.

- A) $\frac{2}{3}$ m
- B) $\frac{7}{3}$ m
- C) $\frac{5}{3}$ m
- D) $\frac{4}{3}$ m



Solución:

De la figura tenemos: $\tan \alpha = \frac{h}{4}$ \wedge $\tan 2\alpha = \frac{H}{4}$

$$\Rightarrow \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2 \left(\frac{h}{4} \right)}{1 - \left(\frac{h}{4} \right)^2}$$

$$\Rightarrow H = \frac{32h}{16 - h^2} \dots (*)$$

Como $\triangle MBD \sim \triangle MAC$

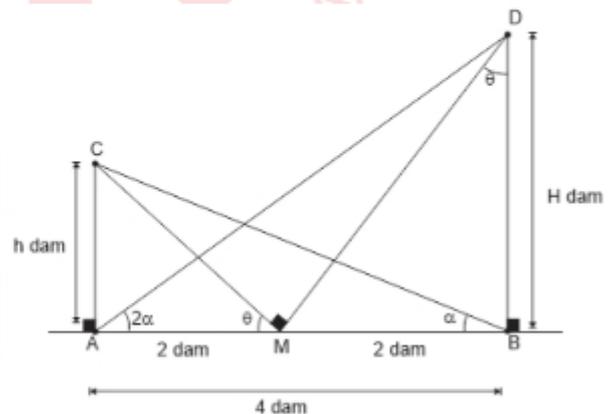
$$\frac{H}{2} = \frac{2}{h} \Rightarrow H = \frac{4}{h}$$

$$\text{En (*) tenemos: } \frac{32h}{16 - h^2} = \frac{4}{h} \Rightarrow h = \frac{4}{3} \wedge H = 3$$

Sea d dam la diferencia entre las alturas de los edificios

$$\text{Luego; } d = H - h \Rightarrow d = \frac{5}{3}$$

Por lo tanto, la diferencia entre las alturas de los edificios es $\frac{5}{3}$ m.



Rpta: C

3. Un terreno de forma rectangular tiene $\left(\frac{\tan(45^\circ + \theta) - \tan(45^\circ - \theta)}{\tan 2\theta}\right)$ m de ancho y $10\left[\frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ}\right]$ m de largo. Si cada metro cuadrado del terreno cuesta 1 000 soles, halle el precio del terreno.
- A) 80 000 soles B) 100 000 soles C) 60 000 soles D) 90 000 soles

Solución:

Tenemos:

$$L = 10\left[\frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ}\right] = 20\left[\frac{\sin 30^\circ}{\sin 10^\circ} - \frac{\cos 30^\circ}{\cos 10^\circ}\right]$$

$$= 20\left[\frac{\sin 30^\circ \cdot \cos 10^\circ - \cos 30^\circ \cdot \sin 10^\circ}{\sin 10^\circ \cdot \cos 10^\circ}\right] = 20\left[\frac{\sin 20^\circ}{\sin 10^\circ \cdot \cos 10^\circ}\right]$$

$$= 20\left[\frac{2\sin 10^\circ \cdot \cos 10^\circ}{\sin 10^\circ \cdot \cos 10^\circ}\right] = 40$$

$$A = \frac{1}{\tan 2\theta} \left[\frac{\tan 45^\circ + \tan \theta}{1 - \tan 45^\circ \cdot \tan \theta} - \frac{\tan 45^\circ - \tan \theta}{1 + \tan 45^\circ \cdot \tan \theta} \right] = \frac{1}{\tan 2\theta} \left[\frac{1 + \tan \theta}{1 - \tan \theta} - \frac{1 - \tan \theta}{1 + \tan \theta} \right]$$

$$= \frac{1}{\tan 2\theta} \left[\frac{(1 + \tan \theta)^2 - (1 - \tan \theta)^2}{1 - \tan^2 \theta} \right] = \frac{1}{\tan 2\theta} \left[\frac{4 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} \right]$$

$$= 2 \left(\frac{1}{\tan 2\theta} \right) \left[\frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} \right] = 2$$

Luego; Área_{terreno} = 80 m²

Por lo tanto, el precio del terreno es 80 000 soles.

Rpta: A

4. Si $\cos 3x = \sin x + \cos x$ con $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right)$, determine $\sqrt{12}(\sin^4 x - \cos^4 x)$.
- A) -1 B) 1 C) $\sqrt{3}$ D) 3

Solución:Tenemos: $\cos 3x = \sin x + \cos x$

$$\Rightarrow 4\cos^3 x - 3\cos x = \sin x + \cos x \quad \Rightarrow 4\cos x \cdot (\cos^2 x - 1) = \sin x$$

$$\Rightarrow -4\cos x \cdot \sin x = 1 \quad \Rightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2}$$

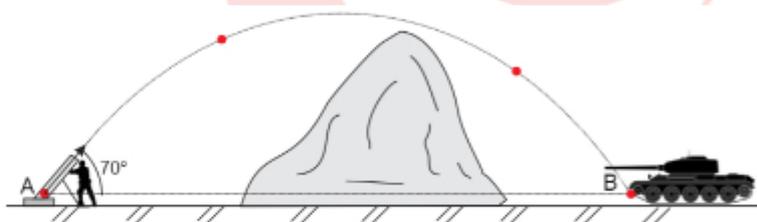
Como $2x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ entonces $\cos 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Sea $F = \sqrt{12}(\sin^4 x - \cos^4 x) = -\sqrt{12}(\cos 2x) = 3$

Rpta.: D

5. La figura muestra la trayectoria de un proyectil disparado desde un mortero con velocidad de $\left(\sqrt[3]{\frac{1}{6} + \cos 20^\circ}\right) \frac{\text{km}}{\text{s}}$ e impactando en un tanque de guerra después de $\left(3 \csc 40^\circ \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{16}{9}}\right)\right) \text{s}$. Si \overline{AB} es paralelo a la horizontal, halle la distancia horizontal que recorre el proyectil.

- A) 1,5 km
B) 2,4 km
C) 2 km
D) 3 km



Solución:

Tenemos:

$$V = \sqrt[3]{\frac{1}{6} + \cos 20^\circ} = \sqrt[3]{\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} + 3 \cos 20^\circ\right)} = \sqrt[3]{\frac{1}{3} \cdot (\cos 60^\circ + 3 \cos 20^\circ)} = \sqrt[3]{\frac{1}{3} \cdot (4 \cos^3 20^\circ)}$$

$$\Rightarrow V = \left(\sqrt[3]{\frac{4}{3}}\right) \cos 20^\circ$$

Como: Distancia_{Horizontal} = $(V \cos 70^\circ)(t)$ km

$$\text{Entonces, Distancia}_{\text{Horizontal}} = \left(\left(\sqrt[3]{\frac{4}{3}}\right) \cos 20^\circ \cdot \cos 70^\circ\right) \cdot \left(3 \csc 40^\circ \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{16}{9}}\right)\right) \text{ km} = 2 \text{ km}$$

Por lo tanto; la distancia horizontal que recorre el proyectil es 2 km.

Rpta.: C

Lenguaje

EJERCICIOS

1. La frase nominal es la unidad sintáctica cuyo núcleo es un nombre o un pronombre, y puede presentar modificadores directos e indirectos en su estructura. De acuerdo con esta aseveración, señale la opción que presenta mayor número de frases nominales.

- A) Yo, Matías y Sonia redactaremos el informe.
- B) Los responsables traerán todo lo necesario.
- C) Lucía, cuéntanos si la llamaste el domingo.
- D) Nos recomendó leer los relatos de Ribeyro.

Solución:

Esta opción presenta 4 frases nominales: *Lucía, nos, la, el domingo*.

Rpta.: C

2. La estructura de la frase nominal cuenta obligatoriamente con uno o más núcleos y opcionalmente con modificadores directos o indirectos. Teniendo en cuenta ello, en el enunciado *Los participantes de la reunión se enfrascaron en una acalorada e inútil discusión sin sentido*, el núcleo de la frase nominal subrayada es

- A) acalorada.
- B) sentido.
- C) inútil.
- D) discusión.

Solución:

El núcleo de la frase nominal subrayada es el sustantivo *discusión*.

Rpta.: D

3. Cuando presenta un núcleo, la frase nominal se denomina simple; si tiene dos o más núcleos es compuesta, sin tomar en cuenta la presencia de los modificadores directos o indirectos. Según lo señalado, seleccione la opción en la que hay frase nominal compuesta.

- I. Cuidemos nuestra salud con ejercicios físicos y una dieta saludable.
- II. Nuestra querida y consagrada actriz juvenil ha sido galardonada hoy.
- III. Los trabajadores reiniciarán sus actividades y atenderán al público.
- IV. Su familia ha visitado algunos lugares turísticos y hermosos valles.

- A) II y III
- B) I y IV
- C) I y III
- D) II y IV

Solución:

En los enunciados I y IV, las frases nominales son compuestas porque presentan dos núcleos: *ejercicios y dieta; lugares y valles*, respectivamente.

Rpta.: B

4. La frase nominal que carece de modificador indirecto es clasificada como incompleja, esto es, puede presentar solo núcleo o este con modificador directo. Si hay modificador indirecto, es compleja. Según lo indicado, seleccione la alternativa en la que las frases nominales son complejas.

- A) Propuso que imaginemos un mundo sin fronteras.
 B) El representante del acusado estuvo en su oficina.
 C) El cuento que leyeron es *Los gallinazos sin plumas*.
 D) Firmen un pacto de no agresión, señores políticos.

Solución:

En este enunciado, hay dos frases nominales complejas: *el cuento que leyeron* y *Los gallinazos sin plumas* cuyos modificadores indirectos son la proposición subordinada adjetiva *que leyeron* y la frase preposicional *sin plumas*.

Rpta.: C

5. La frase nominal cumple las funciones de sujeto, vocativo y complemento (OD, OI, C. Circ., agente, de nombre, de adjetivo y de verbo). De acuerdo con lo señalado, seleccione la alternativa que correlaciona correctamente la columna de los enunciados con la de las funciones que cumplen las frases nominales.

- | | |
|--|-------------|
| I. Retornaron muy contentos la semana pasada. | a. Sujeto |
| II. Ayer revisaron la propuesta minuciosamente. | b. Vocativo |
| III. Ya no será obligatorio el uso de mascarillas. | c. C. Circ. |
| IV. Nuevamente, estamos aquí, estimado amigo. | d. OD |

- A) Ic, IIb, IIIa, IVd B) Id, IIc, IIIb, IVa C) Id, IIb, IIIa, IVc D) Ic, IId, IIIa, IVb

Solución:

En I, la FN *la semana pasada* cumple la función de C. Circ. de tiempo; en II, la FN *la propuesta* asume la función de OD del verbo *revisaron*; en III, la FN *el uso de mascarillas* es sujeto de la oración; en IV, la FN *estimado amigo* es el vocativo.

Rpta.: D

6. La frase nominal cumple la función de atributo cuando complementa el significado de un verbo copulativo. De acuerdo con lo afirmado, elija la opción donde la frase nominal cumple esta función.

- A) Joel es aclamado por el público presente.
 B) Ella fue a la biblioteca de la universidad.
 C) Ustedes serán excelentes profesionales.
 D) Su observación fue oportuna y acertada.

Solución:

En esta opción, la frase nominal *excelentes profesionales* cumple la función de complemento atributo del verbo copulativo *ser*.

Rpta.: C

7. Reconozca la clase de frase nominal que corresponde a la estructura subrayada: incompleja, compleja, simple o compuesta.

- A) Aún se expenden productos sin octógono nutricional. _____
 B) Dejó su tarjeta de propiedad y su licencia de conducir. _____
 C) Acordaron revisar la ley que regula la publicidad estatal. _____
 D) Admitió que presencié una caótica e inusual situación. _____

Rpta.: A) compleja y simple, B) compuesta y compleja, C) compleja y simple, D) incompleja y simple

8. El nombre o sustantivo es una palabra que se caracteriza por ser variable, asumir la función de núcleo de la frase nominal y designar elementos de la realidad. Tomando en cuenta lo señalado, en el enunciado *La voluntad es el impulso propio que tiene cada persona, esa motivación o energía interna que te conduce al logro de tus metas sin importar los inconvenientes que puedas hallar en el camino*, la cantidad de sustantivos presentes asciende a

- A) nueve. B) siete. C) diez. D) ocho.

Solución:

La cantidad de sustantivos presentes en el enunciado es nueve: *voluntad, impulso, persona, motivación, energía, logro, metas, inconvenientes y camino*.

Rpta.: A

9. El sustantivo se clasifica en común, propio, concreto, abstracto, individual y colectivo; este último puede ser primitivo o derivado. De acuerdo con lo afirmado, establezca la correlación correcta entre los sustantivos subrayados y sus clases.

- | | |
|--|------------------------|
| I. Demuestra capacidad y <u>talento</u> para la actuación. | a. Colectivo primitivo |
| II. El <u>teclado</u> de aquel ordenador estuvo averiado. | b. Abstracto |
| III. Las borrascas pueden afectar un <u>archipiélago</u> . | c. Propio topónimo |
| IV. Declaran en emergencia la fortaleza de <u>Kuélap</u> . | d. Colectivo derivado |

- A) Id, Ila, IIIb, IVc B) Ic, IId, IIIa, IVb C) Ib, IId, IIIa, IVc D) Ib, IIc, IIIa, IVd

Solución:

En I, el sustantivo *talento* es abstracto, ya que designa un elemento no perceptible por los sentidos; en II, *teclado*, colectivo derivado porque se refiere a un conjunto de teclas; en III, *archipiélago*, colectivo primitivo que indica conjunto de islas; en IV, *Kuélap*, topónimo propio pues designa el nombre de un complejo arqueológico.

Rpta.: C

10. Los pronombres son categorías lexicales variables e invariables con significado referencial, esto es, refieren entidades denotadas por los nombres o sustantivos. Conforme a lo señalado, determine el número de pronombres del enunciado *¿Cómo puedo demostrarte mi reconocimiento? Me das energía para seguir adelante, para levantarme cuando caigo, para atreverme a vencer los temores que siento... una sonrisa tuya basta para no tenerle miedo ni a la muerte.*

A) Seis B) Cinco C) Ocho D) Siete

Solución:

Los pronombres del enunciado son siete: *cómo* (interrogativo), *te*, *me*, *me*, *me*, *le* (personales) y *que* (relativo).

Rpta.: D

11. Los pronombres son palabras que sustituyen a los sustantivos. Se clasifican en personales, posesivos, demostrativos, relativos, indefinidos, interrogativos y exclamativos. En ese sentido, determine la relación correcta entre los pronombres de los enunciados y sus clases.

I. La diferencia entre unos y otros es mínima.	a. Posesivo
II. Fernando, estos son mis requerimientos.	b. Indefinido
III. Por ahora, quédense en aquel ambiente.	c. Personal
IV. Muchos proyectos en ejecución son suyos.	d. Demostrativo

A) Ib, IId, IIIc, IVa B) Ic, IIa, IIIId, IVb C) Ib, IIa, IIIId, IVc D) Id, IIa, IIIc, IVb

Solución:

I. La diferencia entre unos y otros es mínima.	b. Indefinido
II. Fernando, estos son mis requerimientos.	d. Demostrativo
III. Por ahora, quédense en aquel ambiente.	c. Personal
IV. Muchos proyectos en ejecución son suyos.	a. Posesivo

Rpta.: A

12. Lea los siguientes enunciados, luego determine la verdad (V) o falsedad (F) de las afirmaciones respecto de las clases de pronombres y marque la alternativa correcta.

I. Las firmas demuestran que hubo pocos asistentes.
 II. Nadie sabe cuál es el motivo de su repentino viaje.
 III. Dios mío, guíame para resolver estos problemas.
 IV. Cuénteselo y bríndele todos los detalles, por favor.

a) En I, se presenta pronombre relativo e indefinido.	()
b) En II, hay un pronombre indefinido y un interrogativo.	()
c) En III, aparece un pronombre posesivo y un personal.	()
d) En IV, hay tres pronombres personales átonos.	()

A) VFFV B) FVFV C) VVFF D) FFVF

Solución:

En I, *que* es conjunción completiva y *pocos* es determinante indefinido.

En II, hay un pronombre indefinido (*nadie*) y un interrogativo (*cuál*).

En III, *mío* es determinante posesivo y *me* es pronombre personal.

En IV, *se*, *lo* y *le* son pronombres personales átonos.

Rpta.: B

Literatura

EJERCICIOS

1. La Nueva narrativa hispanoamericana surge en un contexto de modernización de los países de la región. Por el lado ideológico, las naciones comenzaron a organizarse en regímenes de tipo _____, aunque eventos como la Revolución cubana son muestra de una búsqueda de fórmulas _____.
- A) socialista – clasicistas
B) neoliberal – imperialistas
C) libertario – conservadoras
D) capitalista – alternativas

Solución:

La Nueva narrativa hispanoamericana surge en un contexto de modernización y urbanización de los países de la región. Las sociedades comienzan a organizarse en formas capitalistas, pero también hay fórmulas alternativas. El caso más importante de esa búsqueda diferente fue la Revolución cubana.

Rpta.: D

2. Seleccione la alternativa que completa el siguiente enunciado sobre la Nueva narrativa hispanoamericana: «Durante el "Boom" surge un gran auge del _____ cuya productividad abarca los años 60-70. Si bien ello representa un claro signo de la alta creatividad de los autores no debe obviarse el rol fundamental de las influencias literarias _____ que ayudarán a forjar obras de gran nivel narrativo».
- A) arte de narrar – regionalistas
B) mercado editorial – vanguardistas
C) fondo editorial – modernistas
D) circuito literario – naturalistas

Solución:

Durante el «Boom», surge un gran auge del mercado editorial cuya productividad abarca los años 60-70. Si bien ello representa un claro signo de la alta creatividad de los autores, no debe obviarse el rol fundamental de las influencias literarias vanguardistas que ayudarán a forjar obras de gran nivel narrativo.

Rpta.: B

3. «Para qué, aunque serrano, se ha portado como un hombre, ni una palabra para acusar a nadie, aguantó solito el bolondrón, yo fui, yo me tiré el examen de Química, yo solito, nadie sabía, rompí el vidrio y todavía me arañé las manos, miren los rasguños. Y luego otra vez la Prevención, a esperar que el soldado le pase la comida por la ventana –ya se me ocurre qué comida, la de la tropa– y a pensar lo que le hará su padre cuando vuelva a la sierra y le diga: "me expulsaron"».

En el fragmento citado de *La ciudad y los perros*, de Mario Vargas Llosa, se muestra una técnica narrativa novedosa denominada _____, donde se revela el fluir de la conciencia en toda su complejidad.

- A) monólogo interior
B) multiplicidad de voces
C) experimentación lúdica
D) narración objetiva

Solución:

En el fragmento citado, se observa el empleo del monólogo interior, donde el personaje recrea un discurso interno en torno al problema suscitado por el robo del examen.

Rpta.: A

4. «Apenas se entreplumaban, algo como un ulucordio los encrestoriaba, los extrayuxtaba y paramovía, de pronto era el clinón, la esterfurosa convulcante de las mátricas, la jadehollante embocapluvia del orgumio, los esproemios del merpasmo en una sobrehumítica agopausa. ¡Evohé! ¡Evohé!».

En el fragmento citado de *Rayuela*, de Julio Cortázar, ¿qué característica de la Nueva narrativa se observa?

- A) Ruptura del orden lógico
B) Incorporación de lo lúdico
C) Experimentalismo lingüístico
D) Transculturación narrativa

Solución:

En esta famosa novela, se hace gala del experimentalismo lingüístico, como una forma de explorar al máximo la capacidad expresiva del lenguaje.

Rpta.: C

5. «El automóvil se detuvo en la esquina de Isabel la Católica y el chófer le abrió la puerta y se quitó la gorra y él, en cambio, se colocó el fieltro, peinándose con los dedos los mechones de las sienas que le quedaron fuera del sombrero y esa corte de vendedores de billetes y limpiabotas y mujeres enrebozadas y niños con el labio superior embarrado de moco lo rodearon hasta que pasó las puertas giratorias y se ajustó la corbata frente al vidrio del vestíbulo y atrás, en el segundo vidrio, el que daba a la calle de Madero, un hombre idéntico a él, pero tan lejano, se arreglaba el nudo de la corbata también, con los mismos dedos manchados de nicotina, [...]».

¿Qué característica de la Nueva narrativa hispanoamericana se aprecia en el fragmento citado, perteneciente a la novela *La muerte de Artemio Cruz*, de Carlos Fuentes?

- A) Ruptura del tiempo lineal
B) Transculturación narrativa
C) Multiplicidad de voces
D) Narración objetiva

Solución:

En el fragmento citado de la novela *La muerte de Artemio Cruz*, de Carlos Fuentes, se aprecia el empleo de la narración objetiva, pues el narrador se limita a describir lo que observa. Es decir, describe las acciones de los personajes desde el exterior sin participar de ellas, tampoco se interioriza en dichos personajes.

Rpta.: D

6. Marque la alternativa que completa de manera adecuada el siguiente enunciado relacionado con las características de la Nueva narrativa hispanoamericana: «En muchos de los textos representativos de este periodo se observan cambios temporales y espaciales en el desarrollo de la trama como consecuencia del _____ . Esto se produce por la asimilación de la _____ en la literatura».

- A) experimentalismo a nivel lingüístico – escritura lúdica y vanguardista
- B) empleo del monólogo interior – teoría psicoanalítica de Sigmund Freud
- C) quiebre de la linealidad narrativa – técnica del montaje cinematográfico
- D) interés por incorporar lo irracional – compleja realidad latinoamericana

Solución:

Una de las características de la Nueva narrativa hispanoamericana es la ruptura del orden lógico y cronológico del relato o quiebre de la linealidad narrativa. Los hechos aparecen desordenados, hay cambios constantes de tiempos y espacios, por lo tanto, se aprecia el manejo y asimilación de técnicas cinematográficas como la del montaje audiovisual que permite la construcción de secuencias en un orden particular.

Rpta.: C

7. «Para esos “imperfectos escritores”, cuyo nombre es legión, Quain redactó los ocho relatos del libro *Statements*. Cada uno de ellos prefigura o promete un buen argumento, voluntariamente frustrado por el autor. Alguno —no el mejor— insinúa dos argumentos. El lector, distraído por la vanidad, cree haberlos inventado. Del tercero, *The Rose of Yesterday*, yo cometí la ingenuidad de extraer “Las ruinas circulares”, que es una de las narraciones del libro *El jardín de senderos que se bifurcan*».

¿Qué característica de los cuentos de Jorge Luis Borges podemos identificar en el fragmento citado del cuento «Examen de la obra de Herbert Quain»?

- A) Define a sus personajes a partir de las acciones que estos realizan.
- B) Siempre hay un misterio o una incógnita que pretenden ser develados.
- C) Extrae sus argumentos de fuentes bibliográficas, en ocasiones, falsas.
- D) Desarrolla el tema de los espejos para referir la identidad del autor.

Solución:

En el fragmento citado, podemos apreciar un caso, aunque ficticio, en el que un relato de Borges es extraído de otra obra. Este hecho ejemplifica el rasgo distintivo de sus cuentos: la fuente de sus relatos se sostiene en referencias bibliográficas.

Rpta.: C

8. «—En su laberinto sobran tres líneas —dijo por fin—. Yo sé de un laberinto griego que es una línea única, recta. En esa línea se han perdido tantos filósofos que bien puede perderse un mero *detective*. Scharlach, cuando en otro avatar usted me dé caza, finja (o cometa) un crimen en A, luego un segundo crimen en B, en 8 kilómetros de A, luego un tercer crimen en C, a 4 kilómetros de A y de B, a mitad de camino entre los dos. Aguárdeme después en D, a 2 kilómetros de A y de C, de nuevo a mitad de camino. Máteme en D, como ahora va a matarme en Triste-le-Roy. Para la otra vez que lo mate —replicó Scharlach—, le prometo ese laberinto, que consta de una sola línea recta y que es indivisible, incesante. Retrocedió unos pasos. Después, muy cuidadosamente, hizo fuego».

En el fragmento citado del cuento «La muerte y la brújula», de Jorge Luis Borges, ¿cuál es la característica formal de su narrativa?

- A) La expresión de un hecho enigmático a través de referencias históricas
- B) La relación entre una trama policial y un razonamiento lógico-filosófico
- C) El empleo de elementos exotistas como la alusión a un laberinto griego
- D) El destino trágico de sus personajes que luchan contra la adversidad

Solución:

En el fragmento, se alude a una trama policial con un personaje que persigue a otro y que termina matándolo. Este hecho contiene la alusión al mundo alternativo, así como el planteamiento de un razonamiento lógico y filosófico.

Rpta.: B

9. «En todas las ficciones, cada vez que un hombre se enfrenta con diversas alternativas, opta por una y elimina las otras; en la del casi inextricable autor Ts'ui Pên, opta -simultáneamente- por todas. Crea, así, diversos porvenires, diversos tiempos, que también proliferan y se bifurcan. [...] Fang, digamos, tiene un secreto; un desconocido llama a su puerta; Fang resuelve matarlo. Naturalmente, hay varios desenlaces posibles: Fang puede matar al intruso, el intruso puede matar a Fang, ambos pueden salvarse, ambos pueden morir, etcétera. En la obra de Ts'ui Pên, todos los desenlaces ocurren».

Considerando el fragmento citado, de *Ficciones*, de Jorge Luis Borges, se puede afirmar lo siguiente: «En los cuentos del autor, es evidente la inclinación por la temática de la

- A) concepción del tiempo de un modo filosófico».
- B) cobardía ligada a la muerte del protagonista».
- C) representación del mundo de las pesadillas».
- D) presencia enigmática de un doble u "otro"».

Solución:

En la obra cuentística de Jorge Luis Borges, destaca el interés por la representación del tiempo como uno de los temas de carácter filosófico. En ese sentido, el tiempo no es concebido de manera realista o descriptiva, sino como un elemento que fluye infinitamente y plantea miles de posibilidades.

Rpta.: A

10. «Dahlmann se inclinó a recoger la daga y sintió dos cosas. La primera, que ese acto casi instintivo lo comprometía a pelear. La segunda, que el arma, en su mano torpe, no serviría para defenderlo, sino para justificar que lo mataran. Alguna vez había jugado con un puñal, como todos los hombres, pero su esgrima no pasaba de una noción de que los golpes deben ir hacia arriba y con el filo para adentro. [...] Sintió, al atravesar el umbral, que morir en una pelea [...], a cielo abierto y acometiendo, hubiera sido una liberación para él, una felicidad y una fiesta».

Sobre el fragmento citado, perteneciente al cuento «El sur», de Jorge Luis Borges, complete el siguiente enunciado: «En este relato aparecen símbolos como _____, el cual significa que los personajes _____».

- A) el azar – atraviesan un momento crucial de su existencia
- B) el instinto – conciben la vida como una permanente lucha
- C) el umbral – sufren una decepción por su falta de destreza
- D) el cuchillo – están sometidos a momentos de violencia

Solución:

En los cuentos de Borges, aparecen una serie de elementos simbólicos vinculados a las peleas o los enfrentamientos. Uno de ellos es el cuchillo, símbolo de la violencia inminente.

Rpta.: D

Psicología

EJERCICIOS

1. Susana fue a comprar una camiseta de fútbol a su sobrino al que le gusta mucho dicho deporte. Como no estaba segura de qué camiseta comprarle, le preguntó al vendedor cuál era la favorita entre los jóvenes y decidió por llevarse esa. Respecto a las estrategias de solución de problemas, marque las proposiciones correctas.
- I. Susana siguió una serie de pasos precisos y secuenciados correctamente y decidió por la mejor opción de compra.
 - II. Para resolver casos como el del enunciado, el ensayo y error es la mejor estrategia de solución.
 - III. La decisión de Susana es un ejemplo del uso de la heurística para resolver problemas.

- A) Solo I B) I y III C) II y III D) Solo III

Solución:

Solo III. La heurística consiste en resolver un problema usando reglas prácticas o atajos cognitivos (soluciones simples) que nos ayuden a hallar la solución.

Rpta.: D

2. Al ver jugar a su hermano mayor con un carro, Luiggi le quita el juguete y le dice «yo manejar carro». Es correcto afirmar que Luiggi se encuentra atravesando el estadio de la etapa lingüística denominado
- A) lenguaje holofrásico. B) habla telegráfica.
C) explosión del lenguaje. D) lenguaje egocéntrico.

Solución:

El estadio del habla telegráfica se caracteriza porque el niño hace uso de pronombres personales (*yo, tú*) y posesivos (*mío, tuyo*), así como usar frases de más de dos palabras.

Rpta.: B

3. Ricardo lleva 15 minutos intentando ordenar y filtrar información en un cuadro de Excel; como no recuerda la fórmula, intenta resolverlo de distintas maneras hasta que, por fin, logra dar con la solución. Podemos afirmar que Ricardo resolvió el problema utilizando la estrategia denominada _____.
- A) heurística B) algoritmo
C) ensayo y error D) recuperación de información

Solución:

La estrategia del ensayo y error se basa en el tanteo y la eliminación sucesiva de los intentos incorrectos hasta encontrar la solución.

Rpta.: C

4. Ximena es una niña de siete años que no tuvo problemas para definir la palabra «cuaderno» cuando el profesor se lo solicitó; pero, sí mostró dificultades cuando le pidieron que precisara el significado de la palabra «solidaridad». Identifique el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones referidas a este caso.
- I. Ximena probablemente tiene problemas para definir la palabra solidaridad, pues no encuentra ejemplos concretos para dicha palabra.
II. La actividad mental que realiza Ximena está vinculada a la función representativa del pensamiento.
III. El caso mencionado representa un claro ejemplo del empleo de la imitación diferida por parte de la menor.
- A) FFV B) VFF C) FVV D) VVF

Solución:

Solo es verdadera la primera premisa ya que nos sugiere que la menor, al no encontrar un ejemplo tangible (extensión) de la palabra, tiene problemas para elaborar una definición.

Rpta.: B

5. En el aula de primer grado de primaria, la profesora muestra una serie de imágenes y va preguntando a los alumnos si alguien las conoce. Cuando mostró la imagen de un ave, Andrés se levantó y gritó: «Es un pájaro», en simultáneo, Ronald, que es un niño de intercambio escolar nativo de Escocia gritó: «A bird». Respecto a la situación anterior, señale lo correcto.
- I. Ambos niños emplearon diferentes significados para el mismo significante.
II. El signo lingüístico exige que significado y significante siempre sean iguales.
III. «pájaro» y «bird» son dos significantes que representan el mismo significado.
- A) Solo I B) I y II C) Solo III D) I y III

Solución:

Solo III. Según Saussure, el signo lingüístico está compuesto por un significante (elemento perceptible) y un significado (idea o concepto), y es importante tener en cuenta que el significante de un mismo significado puede aparecer en modalidades muy diversas debido a los distintos idiomas, por ejemplo.

Rpta.: C

6. Un psicólogo pretende seleccionar un estudiante con potencial creativo para que realice prácticas en una empresa. Por ello, durante la evaluación, el estudiante que sea seleccionado deberá
- A) copiar las respuestas de su compañero de estudios.
B) buscar la respuesta correcta orientada a lo establecido.
C) utilizar su pensamiento lógico y racional en la resolución del caso.
D) presentar una solución innovadora ante la situación planteada.

Solución:

La creatividad se define como aquella capacidad que tiene una persona de usar su mente de forma original para contribuir a la solución de un problema.

Rpta.: D

7. Mientras Diana usa el periódico para resolver los crucigramas, su hermana Camila los utiliza para confeccionar un vestido reciclado para su muñeca. Es correcto afirmar que, en dichas actividades, el pensamiento que usa Diana es _____, en tanto que el pensamiento que usa Camila es _____.
- A) divergente – convergente B) paralelo – vertical
C) vertical – lateral D) convergente – vertical

Solución:

El pensamiento vertical es aquel que está guiado por el pensamiento lógico, buscando una solución correcta a los problemas, como en el caso de Diana al resolver un crucigrama. A su vez, el pensamiento lateral permite crear nuevas ideas, fuera del patrón de pensamiento habitual, como en el caso de Camila al crear un vestido con instrumentos reciclados.

Rpta.: C

8. Al ser evaluado por los especialistas, un niño es diagnosticado con retraso en el desarrollo del lenguaje. Sin embargo, ellos consideran que el niño no presenta problemas biológicos que le impidan hablar adecuadamente. Relacionando el caso con la adquisición del lenguaje, identifique los enunciados correctos:
- I. Es posible que el niño tenga problemas auditivos severos que le dificultan el desarrollo adecuado del lenguaje.
 - II. El retraso en el desarrollo del lenguaje se puede deber a un problema neurológico cerebral que presenta el niño.
 - III. Es probable que el niño haya carecido de la estimulación necesaria del entorno para el adecuado desarrollo del lenguaje.
- A) I y II B) II y III C) Solo I D) Solo III

Solución:

El caso presentado ilustra la importancia que tienen las variables de aprendizaje en la adquisición del lenguaje. Así, si un niño no ha sido adecuadamente estimulado puede presentar retrasos en su desarrollo.

Rpta.: D

9. Mientras Renata lavaba la ropa en el patio de su casa, su menor hijo de 4 años se metió en una tina, cogió una prenda, se la puso en la cabeza y comenzó a realizar movimientos como si estuviera remando mientras gritaba "Tierra a la vista" como solía decir el personaje de su dibujo favorito. Respecto al caso anterior, señale lo correcto.
- I. Se infiere que la frase mencionada por el niño mientras jugaba es un ejemplo de imitación diferida.
 - II. Podemos afirmar que según Piaget el niño está recién iniciándose en la etapa de la función simbólica.
 - III. En el ejemplo mencionado se logra evidenciar el juego simbólico en el accionar del menor.
- A) Solo I B) I y II C) Solo III D) I y III

Solución:

I y III. La frase estereotipada que mencionó el menor nos permite darnos cuenta de que la ha escuchado previamente y la está imitando. A su vez, la reasignación de significados a los objetos que el niño encontró para elaborar su juego es precisamente un ejemplo de juego simbólico.

Rpta.: D

10. Durante el desarrollo del lenguaje, el niño atraviesa por diferentes etapas. A continuación, establezca la relación correcta entre los estadios del lenguaje con los casos presentados.

- | | |
|---------------------------|--|
| I. Explosión del lenguaje | a. Tony señala y dice «papos» cada vez que quiere que le alcancen sus zapatos. |
| II. Lenguaje egocéntrico | b. Nora aprende nuevas palabras cada día y ya puede formar frases de dos palabras. |
| III. Estadio holofrástico | c. Stephanie habla sola mientras juega a «la costurera» con sus muñecas. |

A) Ib, IIa, IIIc

B) Ia, IIb, IIIc

C) Ic, IIa, IIIb

D) Ib, IIc, IIIa

Solución:

- Ib. La curiosidad por aprender el nombre de las cosas es característico de la etapa de la explosión del lenguaje.
- IIc. En la etapa del lenguaje egocéntrico, el niño suele hacer uso de soliloquios al realizar sus actividades.
- IIIa. En el periodo holofrástico, se suele utilizar una palabra para reemplazar a todo un enunciado.

Rpta.: D

Educación Cívica

EJERCICIOS

1. En una institución educativa bilingüe perteneciente a una comunidad campesina, las estudiantes muestran mayor interés por pronunciar frases en inglés que en hablar el quechua. Según la directora, las escolares sueñan con ser como una muñeca "Barbie" y expresan que en el futuro se mudarán a los Estados Unidos; por eso, comentan "no necesitamos hablar el quechua ni practicar las costumbres de la comunidad". De lo descrito, ¿qué problema están experimentando las alumnas de este colegio?

- A) Viven un proceso desintegrativo con pérdida de su identidad cultural.
- B) Están experimentando consecuencias de la globalización intercultural.
- C) Enfrentan un proceso de aculturación promovido por gestores locales.
- D) Afrontan la homogenización cultural con pérdida de cohesión económica.

Solución:

La identidad cultural es un conjunto de creencias, costumbres, valores que tiene una sociedad, la cual en muchos casos puede estar en peligro debido a la globalización del día de hoy, esto nos puede llevar a la pérdida de identidad, y valores de una sociedad. Existen muchas causas por las cuales la identidad de una sociedad puede estar perdiéndose como es la preferencia de productos extranjeros, tomar costumbres ajenas, imitar patrones culturales ajenas, como ser "Barbie".

Rpta.: A

2. Una empresa minera, luego, de obtener el petitorio de concesión por parte del Ministerio de Energía y Minas, decide entrar en contacto con las comunidades campesinas asentadas en el área de concesión; la compañía, tiene por objetivo obtener autorización para iniciar la fase de perforación y explotación. Tomando en cuenta lo descrito, ¿es correcto que la empresa deba solicitar autorización a las comunidades para iniciar la extracción de los recursos?

- A) No, porque la comunidad rural es persona jurídica con derecho privado.
 B) Sí, porque las comunidades son propietarias de los terrenos comunales.
 C) No, porque los terrenos son propiedad del Estado y no de las comunidades.
 D) Sí, porque las comunidades son autónomas en el usufructo del subsuelo.

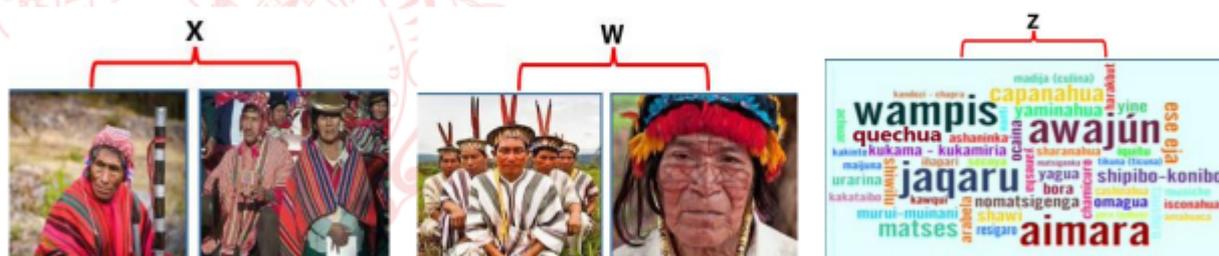
Solución:

Una concesión minera da derecho únicamente a los minerales contenidos en el subsuelo, mas no da derecho sobre los terrenos superficiales. Por lo tanto, para que una empresa minera ejecute un proyecto, debe necesariamente contar con algún tipo de convenio sobre el terreno superficial o efectuar la compra de los terrenos a la comunidad:

Artículo 7: Las tierras de las Comunidades Campesinas son las que señala la Ley de Deslinde y Titulación y son inembargables e imprescriptibles. También son inalienables. Por excepción podrán ser enajenadas, previo acuerdo de por lo menos dos tercios de los miembros calificados de la comunidad, reunidos en Asamblea General convocada expresa y únicamente con tal finalidad. Dicho acuerdo deberá ser aprobado por ley fundada en el interés de la comunidad, y deberá pagarse el precio en dinero por adelantado. (Ley N° 24656).

Rpta.: B

3. Observe las siguientes imágenes referentes a nuestra diversidad etnolingüística. Luego, identifique las proposiciones correctas.



- I. X representa a los dos grupos autóctonos más numerosos.
 II. W simboliza a etnias que se organizan en comunidades campesinas.
 III. X y W representan la interculturalidad entre etnias.
 IV. Z corresponde a la diversidad lingüística de nuestro país.

- A) I y II B) I y III C) I y IV D) I, III y IV

Solución:

- I. **VERDADERO.** X representa al grupo étnico quechua (3 735 682 son quechua hablantes) y aimara (444 389 aimara hablantes).
- II. **FALSO.** W representa a las comunidades nativas amazónicas como Asháninka y Awajún.
- III. **FALSO.** X y W representan la pluriculturalidad, que es una realidad social existente en el siglo XXI.
- IV. **VERDADERO.** Z representa a las 48 lenguas originarias que se hablan en el espacio peruano; es decir, expresa la diversidad lingüística del país.

Rpta.: C

4. Un aula de pregrado de una universidad se encuentra compuesta por estudiantes de diferentes regiones del país, quienes, al principio, tuvieron dificultades de comunicación; pero, con la constante interacción en los trabajos colaborativos, aprendieron a escuchar y dialogar de manera horizontal, así como, respetar sus costumbres. A partir de lo descrito, se puede concluir que los educandos

- A) están poniendo en práctica la interculturalidad.
- B) tienen una visión etnocentrista con aspiraciones diversas.
- C) son condescendientes con ideas segregacionistas.
- D) simbolizan la identidad híbrida latinoamericana.

Solución:

La Interculturalidad es la interacción entre culturas, es el proceso de comunicación entre diferentes grupos humanos, con diferentes costumbres, siendo la característica fundamental: la "horizontalidad", es decir, que ningún grupo cultural está por encima del otro, promoviendo la igualdad, integración y convivencia armónica entre ellas.

Rpta.: A

Historia

EJERCICIOS

1. La conquista del Perú fue un largo proceso que tuvo sus antecedentes en El Caribe y en América Central con el sometimiento de los pueblos nativos de esas regiones. Luego de varios sucesos la conquista del Perú culminó con la derrota total de la élite incaica. Tomando en cuenta lo anterior, establezca la secuencia cronológica correcta de los siguientes acontecimientos.

- I. Fundación de Lima.
- II. Fundación de Piura.
- III. Toma del Cusco.
- IV. Fundación de la ciudad de Panamá.
- V. Capitulación entre Pizarro y la Corona.

- A) I, V, II, III y IV B) IV, V, II, I y III C) IV, V, II, III y I D) I, II, V, III y IV

Solución:

- (IV) Fundación de la ciudad de Panamá (15 de agosto de 1519). Panamá fue la base desde la cual se organizaron los viajes de los conquistadores.
- (V) Capitulación entre Pizarro y la Corona (26 de julio de 1529). La Capitulación de Toledo fue un acuerdo mediante el que la Corona autorizaba a los socios, la conquista y colonización de Nueva Castilla (Perú).
- (II) Fundación de Piura (12 de mayo de 1532). Piura fue la primera ciudad fundada por los españoles en el Perú.
- (III) Toma del Cusco (15 de noviembre de 1533). Cusco fue tomado por los españoles y sus aliados indígenas luego de un intenso asedio.
- (I) Fundación de Lima (18 de enero de 1535). La fundación de Lima tuvo su origen en la necesidad de que los españoles tuvieran en la costa un puerto natural (Callao) y un emplazamiento cercano con acceso a fuentes fluviales (río Rímac).

Rpta.: C

2. La política colonial estuvo marcada por la situación de sometimiento del virreinato al poder de la Corona española. En ese sentido, la Corona dio forma a una estructura de gobierno que garantizara su hegemonía, aunque ese objetivo no siempre se cumplió. En ese contexto es posible afirmar que
- A) el virrey, representante pleno del rey, solo gozó de facultades políticas.
 - B) las leyes coloniales eran elaboradas por las audiencias americanas.
 - C) los presidentes de las audiencias sólo podían ser de origen peninsular.
 - D) las élites criollas gradualmente participaron en el gobierno colonial.

Solución:

En la época colonial, el virrey tuvo diversas atribuciones políticas, judiciales, militares y económicas, en ese sentido réplica, en su persona, las atribuciones totales del rey. Por su parte, la creación y aprobación de las leyes coloniales eran una facultad del Real y Supremo Consejo de Indias y de la Corona respectivamente. En el caso de los presidentes de las audiencias podían ser de origen peninsular o pertenecer a las élites criollas. Finalmente, ya desde fines del siglo XVI las élites criollas gradualmente participaron en el gobierno colonial. Esta tendencia aumentó en el siglo XVII, convirtiéndose en un problema para la hegemonía política de la Corona española.

Rpta.: D

3. La economía en la época del virreinato peruano abarcó diversos sectores como la minería, agricultura, comercio, etc. Sin embargo, la minería tuvo un rol muy importante por la gran capacidad de generación de una mercancía de alto valor y gran aceptación en el mercado internacional que fue la plata. Ahora bien, sobre este sector podemos afirmar que
- A) en el siglo XVIII se introdujo el sistema de amalgama que elevó la producción.
 - B) la minería colonial nunca tuvo capacidad de articular otros sectores económicos.
 - C) solo se trabajó con mano de obra indígena bajo el sistema de la mita minera.
 - D) la producción minera disminuyó en todo el virreinato desde el siglo XVII.

Solución:

Una de las tendencias que tuvo la producción minera en el virreinato fue que disminuyó en el siglo XVII. Desde 1630 la producción de plata cayó drásticamente debido a la baja productividad en Potosí. La razón de esta situación fue la baja ley de

los metales extraídos, la escasez de la mano de obra y otros factores. La producción minera volvería a recuperarse a fines del siglo XVIII, aunque nunca a los niveles que tuvo en el siglo XVI.

Rpta.: D

4. Diversas órdenes religiosas llegaron al Perú. En un primer momento como parte de las huestes conquistadoras y posteriormente participaron en el proceso de evangelización. Determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados relativos a las órdenes religiosas del virreinato peruano.

- I. No intervinieron en actividades económicas, ni poseyeron propiedades.
- II. Participaron de la educación, aunque solo en el nivel universitario.
- III. Estuvieron principalmente integradas por españoles, criollos y mestizos.
- IV. Participaron de la Contrarreforma a través de los concilios limenses.

- A) FVVV B) FFVV C) VVFF D) FVFF

Solución:

Las diversas órdenes religiosas del virreinato peruano como los jesuitas, dominicos, mercedarios y otras intervinieron en diversas actividades económicas. Entre ellas destacan el financiamiento, los préstamos y arriendos. De igual forma tuvieron diversas propiedades especialmente predios urbanos y haciendas. Por otro lado, participaron activamente de la educación en diversos niveles. En ese sentido, administraron los colegios menores, mayores y de caciques, así como las universidades. Estas órdenes estuvieron integradas por españoles, criollos y mestizos, casi siempre provenientes de familias acomodadas. Finalmente, se debe señalar que participaron de la Contrarreforma a través de los llamados Concilios limenses (1551-1552, 1567, 1582, 1591, 1601 y 1772). Los dos primeros Concilios fueron los más importantes. En ellos se trataron temas relativos a la doctrina y la estrategia de evangelización derivadas de la Contrarreforma europea.

Rpta.: B

5. El arte colonial (pintura, escultura y arquitectura) fue muy variado y estuvo bajo la influencia de la religión. Respecto al mismo elige la alternativa que relaciona correctamente las dos columnas.

- | | |
|-------------------------|---------------------------------------|
| I. Estilo Barroco | a. Destacó Diego Quispe Tito. |
| II. Imágenes religiosas | b. Decoración exótica y mitológica. |
| III. Escuela cuzqueña | c. Predominó en las tallas de madera. |

- A) Ib, IIa, IIIc B) Ic, IIb, IIIa C) Ia, IIc, IIIb D) Ib, IIc, IIIa

Solución:

La arquitectura barroca que destacó en los siglos XVII y XVIII se caracterizó por la decoración exótica y mitológica que mezclaba imágenes del mundo greco-latino y de la cristiandad. Las imágenes religiosas, como escenas bíblicas, santos, cruces, etc., predominaron en la escultura colonial. Destacó el trabajo en madera en sillerías, corales, púlpitos, cajonerías, entre otros. La Escuela Cuzqueña, fue una de las más destacadas en la pintura colonial y tuvo en pintores como Diego Quispe Tito y Basilio de Santa Cruz Pumacallao sus mayores representantes.

Rpta.: D

Geografía

EJERCICIOS

1. En un diario local se lee lo siguiente: "El Perú ocupa el primer lugar a escala mundial en variedad de peces, con casi 2 mil especies, igualmente, ocupa la primera ubicación global en mariposas con más de 4400 especies, registra 25 mil especies de flora y ocupa el segundo lugar en extensión de bosques amazónicos después de Brasil". La noticia publicada, hace referencia

- A) a la variabilidad genética en plantas que posee el Perú.
 B) al alto índice de endemismo residente en la Amazonía peruana.
 C) al impacto positivo en el turismo de la biodiversidad amazónica.
 D) a la diversidad biológica existente en el territorio peruano.

Solución:

Diversidad Biológica como expresión conjunta, es comúnmente usado para describir el número y variedad de organismos vivos sobre el planeta. Es definido en términos de genes, especies y ecosistemas que son el resultado de 3,000 millones de años de evolución. La especie humana depende de la diversidad biológica para su propia sobrevivencia. Por ello el término es considerado un sinónimo para «vida sobre la tierra».

En el Artículo 02 del Convenio sobre la Diversidad Biológica es definida como «la variabilidad de organismos vivos de cualquier fuente, incluidos, entre otras cosas, los ecosistemas terrestres y marinos y otros ecosistemas acuáticos y los complejos ecológicos de los que forman parte; comprende la diversidad dentro de cada especie, entre las especies y de los ecosistemas».

Rpta.: D

2. Relacione correctamente las imágenes de los siguientes paisajes que se presentan con el tipo de bioma que corresponde.



- A) Ic, Ila, IIIId, IVb B) Ic, IIId, IIIa, IVb C) Ib, IIId, IIIc, IVa D) Ia, IIb, IIIc, IVd

Solución:

Ic, IIa, IIIId, IVb

- (Ic) En la imagen se observa al canguro rojo de la sabana australiana.
- (IIa) La imagen corresponde a un paisaje de la tundra, con presencia de permafrost.
- (IIIId) En la imagen se observa al oriks, un animal del desierto de Arabia.
- (IVb) La imagen corresponde a ovejas pastando en una pradera europea.

Rpta.: A

3. La tala ilegal indiscriminada en la República Democrática del Congo, en el centro de África, está provocando la desaparición de uno de sus ecosistemas más importantes. En el año 2018, se destruyeron 481 248 hectáreas, colocando en peligro de extinción muchas de las especies que lo habitan. El problema ambiental descrito se produce en una de las áreas continentales del bioma

A) sabana.

B) bosque ecuatorial.

C) bosque caducifolio.

D) páramo.

Solución:

La Selva del Congo es el mayor bosque húmedo tropical del continente africano; se extiende por las llanuras de la cuenca del río Congo y sus afluentes en el África Central. Aquí podemos encontrar a los gorilas de montaña, los elefantes de selva o los chimpancés pigmeos. Esta selva es una de las áreas continentales más importantes después del Bosque amazónico del bioma Bosque Ecuatorial.

Una de las mayores amenazas de este bosque es la tala ilegal por fines comerciales, la madera es comercializada de manera ilegal principalmente en Europa.

Rpta.: B

4. Los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) fueron trazados por las Naciones Unidas en el año 2015. Los países del mundo han acudido a este llamado universal y han ido adoptándolos en sus políticas de Estado. Sobre estos objetivos para el mundo se puede afirmar que

- I. están diseñados para acabar con la pobreza en todas sus formas.
- II. buscan garantizar una educación inclusiva, equitativa y de calidad.
- III. están orientados a fortalecer los procesos de la cuarta revolución industrial.
- IV. tienen como finalidad reducir la desigualdad en los países y entre ellos.

A) II y IV

B) I, III y IV

C) I, II y IV

D) I y III

Solución:

- I. Correcto. Acabar con la pobreza en el mundo es el primer ODS de la agenda 2030.
- II. Correcto. La agenda a través del ODS número cuatro busca garantizar una educación inclusiva y de calidad.
- III. Incorrecto. Fortalecer los procesos de la cuarta revolución industrial, no es un ODS.
- IV. Correcto. El ODS N° 10 señala la reducción de la desigualdad.

Rpta.: C

Economía

EJERCICIOS

1. Carlitos quiere comer una hamburguesa de carne, así que se alista y enrumba hacia la tienda Tambo, que es lugar donde venden las mejores hamburguesas, según su parecer; una vez a tendido preguntara el _____, que es la expresión monetaria del producto que ha pedido.

A) precio B) cambio C) saldo D) costo

Solución:

El precio se define como la expresión monetaria del producto.

Rpta.: A

2. El doctor Palacios es el único médico del pueblo y conoce a la mayoría de los lugareños, por no decir que a todos, ya que nació y se crio ahí. De tal forma que cuando alguien se enferma, él bien sabe si pertenece a un estrato económico humilde o acomodado y según ese criterio le cobra la consulta médica. Lo indicado se define como una discriminación de precios de

A) 2do grado. B) 1er grado. C) 3er grado. D) 4to grado

Solución:

La discriminación de precio de primer grado se define porque el vendedor conoce la disposición a pagar de sus clientes.

Rpta.: B

3. Joel se dirige a la farmacia en busca de un par de mascarillas, pero al llegar, la vendedora le recomienda comprar por caja ya que le cuesta más barato y puede elegir más de un diseño. Lo indicado es una discriminación de precios de

A) 4to grado. B) 3er grado. C) 1er grado. D) 2do grado.

Solución:

La discriminación de precios de segundo grado se caracteriza, porque al comprar por cantidad el precio es más conveniente.

Rpta.: D

4. Raúl, María, José y Luisa irán al cine el fin de semana, ellos se sienten entusiasmados de volver a realizar su pasatiempo favorito; luego del aislamiento, producto de la pandemia, Raúl dijo: «Yo invito las entradas», y al momento de pagar, Luisa sacó su carnet de socia del cine, que le redujo el precio de la entrada en un 50%. Por lo explicado, nos encontramos ante una discriminación de precio de

A) 3er grado. B) 2do grado. C) 4to grado. D) 1er grado

Solución:

La discriminación de precios de tercer grado se caracteriza por segmentar los precios en el mercado.

Rpta.: A

5. José hereda diez hectáreas de tierras en el departamento de Piura, pero él no conoce nada de agricultura, por eso decide arrendar dichas tierras a personas que sepan trabajarlas, y a cambio José recibirá su _____ qué es el pago por el alquiler de dichas hectáreas

A) renta B) salario C) interés D) ganancia

Solución:

La renta es el pago al factor naturaleza, por su participación en el proceso productivo.

Rpta.: A

6. Carlitos ha terminado sus estudios de secundaria y ha decidido buscar trabajo, para ahorrar y poder comprar su primera motocicleta; por ello, ha decidido viajar a Cuzco para trabajar en el restaurant de un familiar, ya que al ser zona turística el trabajo nunca falta. El pago por el trabajo realizado de Carlitos se denomina

A) interés. B) ganancia. C) tributo. D) salario.

Solución:

El salario es el pago al factor trabajo, por su participación en el proceso productivo.

Rpta.: D

7. Ángel necesita capital para iniciar su negocio de venta de fruta; para esto recurrirá a la financiera "PARAISO" por un préstamo de 4000 soles, el mismo que se comprometerá a pagar en el plazo de un año. El pago que realiza Ángel por el uso del dinero se denomina

A) tributo. B) renta. C) ganancia. D) interés.

Solución:

El interés es el pago al factor capital, por su participación en el proceso productivo.

Rpta.: D

8. El señor Rodríguez es gerente general de la empresa SERVICIOS SAC, y este mes la meta es llegar al doble de la producción pasada, con la finalidad de que, en algún momento se pueda aperturar una sucursal, esto significaría que las/los _____ que es pago al factor empresa, también se duplicaran.

A) interés B) rentas C) ganancias D) salario

Solución:

La ganancia es el pago al factor empresa, por su participación en el proceso productivo.

Rpta.: C

9. El estado peruano hará la apertura de un nuevo comedor popular en la zona sur de Lima, para poder ayudar a los más necesitados, para ello hará una evaluación socioeconómica y según el resultado, empadronará a los más necesitados. Lo indicado se define como

A) subvención. B) subsidio. C) donación. D) programa social.

Solución:

Los comedores populares pertenecen a los programas sociales.

Rpta.: D

10. Don José carece de condiciones básicas para su manutención a sus 66 años, por lo tanto, tendrá que inscribirse en el programa nacional de asistencia solidaria para poder mejorar su situación y obtener un beneficio económico. Lo indicado se realiza como un

A) subsidio. B) condonación. C) donación. D) programa social.

Solución:

Pensión 65 es el programa social del estado, que ayuda a las personas mayores de 65 años con dinero para su subsistencia.

Rpta.: D

Filosofía

EJERCICIOS

1. «Los objetos matemáticos carecen de propiedades físicas: no tienen masa, no tienen carga eléctrica, etc. Carecen de propiedades biológicas: no están ni vivos ni muertos. Carecen de propiedades sociales: no son ni prosociales ni antisociales».

Bunge, M. (2009) *Vigencia de la filosofía*. Fondo Editorial de UIGV, p. 36.

De lo descrito por el autor en el fragmento anterior, se colige que los objetos matemáticos son _____ y que son estudiados por una ciencia _____.

A) conceptuales – fáctica B) reales – pura
C) ideales – formal D) observables – aplicada

Solución:

El autor menciona que los números no poseen propiedades físicas, medibles ni cuantificables, por lo que se colige que son objetos ideales y que son estudiados por una ciencia formal.

Rpta.: C

2. Cuando decimos que toda investigación científica necesita siempre de la contrastación de sus hipótesis, en el fondo estamos haciendo referencia a una de las cualidades principales del conocimiento científico, ya que este debe
- A) basarse en la opinión de especialistas. B) estar fundamentado en pruebas.
C) predecir lo que ocurrirá en el futuro. D) realizar conjeturas sobre el mundo.

Solución:

El hecho de contrastar las hipótesis en el proceso de la investigación científica pone en evidencia que una cualidad central del conocimiento científico es la fundamentación.

Rpta.: B

3. La geometría molecular es uno de los ámbitos más interesantes de la química, ya que puede determinar cuáles son las cualidades de algunas moléculas en función de su estructura tridimensional. De esta forma, un químico puede usar de dicho ámbito para anticipar cuáles serán las propiedades de una molécula, como su reactividad, polaridad, color y magnetismo, solo a partir de su estructura geométrica. Considerando lo anterior, podemos afirmar que la geometría molecular
- A) es valiosa para la química por su poder de predicción.
B) nos explica la causa de la forma de ciertas moléculas.
C) sirve para enumerar las características de una molécula.
D) podría ser usada en el futuro para realizar experimentos.

Solución:

La geometría molecular permite anticipar las propiedades de una molécula solo a partir de su estructura. Por tanto, podemos sostener que es valiosa para la química debido a su poder de predicción.

Rpta.: A

4. Algunos astrónomos dedican su actividad científica a registrar las características de la corona solar. Por ejemplo, anotan minuciosamente cada vez que observan la presencia de una tormenta solar o alguna actividad inusual en la corona del Sol. Teniendo esto en consideración, podemos afirmar que la actividad realizada por estos astrónomos está enfocada en la
- A) descripción científica. B) observación del problema.
C) contrastación empírica. D) formulación de hipótesis.

Solución:

La actividad científica de estos astrónomos está enfocada en la descripción científica, ya que se encarga de registrar las características de la corona solar.

Rpta.: A

5. «Que yo sepa, el alumbramiento es normalmente doloroso en una sola de los millones de especies animales que pueblan la tierra: la del ser humano. Posiblemente ello sea consecuencia del reciente e incesante incremento de la capacidad craneal. El cráneo de los hombres y mujeres de nuestros días posee doble capacidad que el cráneo del *H. habilis*».

Sagan, C. (2015) *Los dragones del Edén*. Editorial Crítica, p. 98.

Desde el punto de vista científico, lo planteado por el autor representa

- A) un intento de predicción científica. B) una contrastación científica.
C) el establecimiento de una ley. D) la formulación de una hipótesis.

Solución:

El autor esboza una posible explicación al fenómeno señalado, por lo tanto, formula una hipótesis.

Rpta.: D

6. «Un enunciado legaliforme de este tipo afirma que existe una conexión necesaria entre dos fenómenos o acontecimientos, lo cual nos conduce al concepto de causalidad. Pero, por supuesto, en calidad de postulado general que trasciende nuestra experiencia, pues no estamos en condiciones de verificarlo. Nunca podremos tener acceso a todos los metales del universo, los existentes, los habidos y por haber para saberlo con certeza. Pero debemos asumir *a priori* que así debe ser porque en la naturaleza hay regularidad».

Alvarado, C. (2005) *Epistemología*. Editorial Mantaro, p. 121.

Del fragmento anterior, podemos colegir que el autor

- A) está señalando en qué consiste una ley científica.
B) establece la importancia de la contrastación.
C) quiere explicar qué son las teorías científicas.
D) señala las diferencias entre ciencia y tecnología.

Solución:

Cuando el autor señala que este enunciado establece una conexión entre dos fenómenos y que, además, consiste en un postulado general que asume la existencia de regularidad en la naturaleza, se colige que está explicando en qué consiste una ley científica.

Rpta.: A

7. Usualmente, los historiadores dicen que conocer la historia es fundamental para cualquier persona porque "quien no conoce su pasado está condenado a repetirlo". De esta manera, sugieren que la importancia de la historia no solo reside en _____ y _____ los eventos históricos que estudiamos, sino en la función práctica que esta tendría.

- A) predecir – aplicar B) describir – explicar
C) describir – aplicar D) explicar – predecir

Solución:

Cuando se establece el contraste con la función práctica a la que aluden los historiadores, se evidencia que las funciones tradicionales de la ciencia histórica son teóricas, es decir, la descripción y explicación de los hechos históricos.

Rpta.: B

8. Una de las principales razones por las que las ciencias sociales han sido criticadas muchas veces desde el ámbito de las ciencias de la naturaleza es que se considera que las primeras carecen de la rigurosidad de que gozan las segundas. Esto se debe, fundamentalmente a que el objeto de estudio de las ciencias sociales es el ser humano y sus acciones, lo que hace que estas sean más propensas a verse "contaminadas" con las creencias, prejuicios e intenciones de los investigadores. Esta crítica a las ciencias sociales demuestra que

- A) una característica esencial del conocimiento científico es la objetividad.
 B) los científicos de la naturaleza son prejuiciosos con las demás ciencias.
 C) la subjetividad es parte inherente de una investigación científica rigurosa.
 D) los prejuicios son considerados factores inevitables en la investigación.

Solución:

La crítica que usualmente se hace a las ciencias sociales desde las ciencias exactas y de la naturaleza se sostiene en la idea de que toda investigación científica debe ser objetiva y que la naturaleza de las ciencias sociales impide el cumplimiento pleno de esta característica.

Rpta.: A

Física

EJERCICIOS

1. La presión en un fluido en equilibrio varía linealmente con la profundidad. En este contexto, ¿a qué profundidad de un lago la presión absoluta es igual a 3 veces la presión atmosférica?

$$(\rho_{\text{lago}} = 1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3, P_{\text{atm}} = 10^5 \text{ Pa}, g = 10 \text{ m/s}^2)$$

- A) 10 m B) 16 m C) 20 m D) 32 m

Solución:

$$P = P_{\text{atm}} + \rho_{\text{lago}} \cdot g \cdot h$$

$$3P_{\text{atm}} = P_{\text{atm}} + \rho_{\text{lago}} \cdot g \cdot h$$

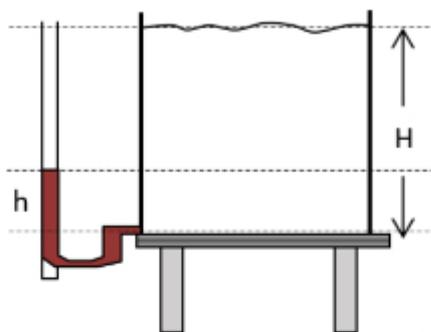
Reemplazando datos: $h = 20 \text{ m}$

Rpta.: C

2. Un tanque está lleno de agua a una altura $H = 1,36$ m, y en su parte inferior se conecta un manómetro en forma de U con mercurio, como se muestra en la figura. Determine la altura h del mercurio cuando los líquidos quedan en reposo.

$$(\rho_{\text{agua}} = 10^3 \text{ kg/m}^3 \text{ y } \rho_{\text{Hg}} = 13,6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)$$

- A) 5 cm
B) 9 cm
C) 10 cm
D) 12 cm



$$P_1 = P_2$$

$$\rho_{\text{mercurio}} g h = \rho_{\text{agua}} g H$$

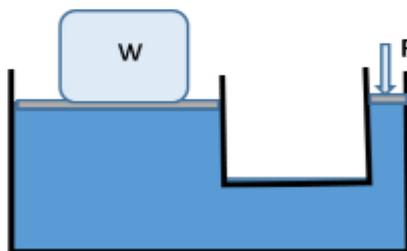
Reemplazando datos:

$$h = 10^{-1} \text{ m} = 10 \times 10^{-2} \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

Rpta.: C

3. Una prensa hidráulica consta de dos cilindros cuyos radios miden 5 cm y 50 cm, tal como se muestra en la figura. ¿Cuál es el peso W del bloque que equilibra a la fuerza de 100 N aplicada al cilindro más pequeño?

- A) 10000 N
B) 5000 N
C) 2500 N
D) 1000 N



$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow \frac{W}{50^2} = \frac{100}{5^2}$$

$$W = 10000 \text{ N}$$

Rpta.: A

4. Un iceberg de densidad $\rho = 0,9 \text{ g/cm}^3$ flota en el mar con el 10% de su volumen fuera del agua. Indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. El peso del iceberg es mayor que el empuje que ejerce el agua de mar.
II. El volumen sumergido es 90% de su volumen total.
III. La densidad iceberg es mayor que del agua de mar.

- A) VFF B) VVV C) FVF D) FFV

Solución:

I. Por equilibrio: Peso del iceberg = empuje (F)

$$\text{II. } W_{\text{iceberg}} = E \quad \rho_c \cdot g \cdot V = \rho_L \cdot g \cdot V_{\text{sumergido}}$$

$$0,9 \cdot g \cdot V = \rho_L \cdot g \cdot 90\%V$$

$$\rho_L = 1 \text{ kgm}^{-3}$$

(V)

III. (F)

Rpta.: C

5. Un bloque de metal de masa 2,7 kg se sumerge totalmente en agua, como se muestra en la figura, experimentando un empuje de 10 N. Determine la densidad del metal.

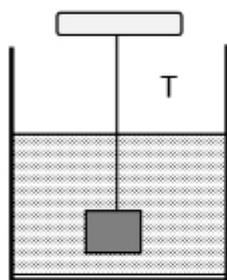
$$(\rho_{\text{agua}} = 1000 \text{ Kg/m}^3 ; g = 10 \text{ m/s}^2)$$

A) 1500 kg/m³

B) 1700 kg/m³

C) 2700 kg/m³

D) 4500 kg/m³

**Solución:**

$$\rho_{\text{metal}} = \left(\frac{W_{\text{aire}}}{W_{\text{aire}} - W_{\text{liquido}}} \right) \rho_{\text{liquido}}$$

$$E = W_{\text{aire}} - W_{\text{liquido}}$$

$$\rho_{\text{METAL}} = \frac{W_{\text{AIRE}}}{E} \cdot \rho_{\text{LIQUIDO}} = \frac{27}{10} \cdot 1000 = \frac{2700 \text{ Kg}}{\text{m}^3}$$

Rpta.: C

6. En un recipiente un cuerpo de forma cilíndrica de densidad ρ y altura 30 cm flota en partes iguales entre tres líquidos no miscibles A, B, y C, como se muestra en la figura. Determine la densidad del cuerpo.

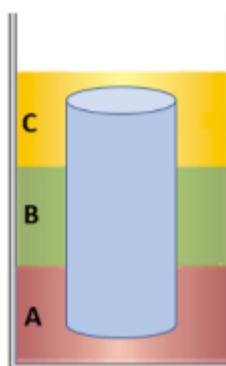
$$(\rho_A = 750 \text{ kg/m}^3, \rho_B = 1000 \text{ kg/m}^3, \rho_C = 1250 \text{ kg/m}^3)$$

A) $4 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

B) $3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

C) $2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

D) $1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$



Solución:

$$E = W \Rightarrow \rho_A \cdot g \cdot \frac{V}{3} + \rho_B \cdot g \cdot \frac{V}{3} + \rho_C \cdot g \cdot \frac{V}{3} = \rho_c \cdot g \cdot V \Rightarrow \frac{\rho_A + \rho_B + \rho_C}{3} = \rho_c$$

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

Rpta.: D

7. Determine la magnitud de la fuerza de tensión superficial que actúa sobre una placa metálica circular de radio $r = 1 \text{ cm}$ que flota horizontalmente en un líquido de coeficiente de tensión superficial $\gamma = \frac{20}{\pi} \times 10^{-2} \text{ N/m}$.

- A) 0,5 mN B) 2 mN C) 3 mN D) 4 mN

Solución:

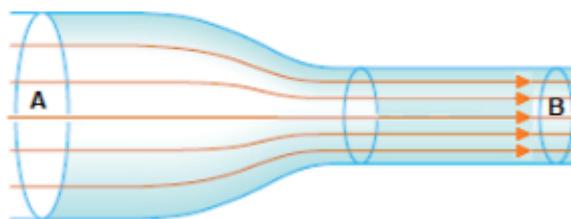
$$\gamma = \frac{F}{2\pi r} \rightarrow F = 2\pi r \gamma = 2\pi \cdot 1 \times 10^{-2} \cdot \frac{20}{\pi} \times 10^{-2} = 4 \times 10^{-3} \text{ N}$$

Rpta.: D

8. Por una tubería fluye gasolina a través de las secciones A y B con rapidez de 5 y 25 m/s, respectivamente, como se muestra en la figura. Si la presión en la sección A es 440 kPa, calcule la presión en la sección B.

$$(\rho_{\text{gasolina}} = 800 \text{ kg/m}^3)$$

- A) 150 kPa
B) 200 kPa
C) 240 kPa
D) 250 kPa

**Solución:**

De la ecuación de Bernoulli

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2$$

$$P_2 = 440 \times 10^3 - \frac{1}{2} \cdot 800 \cdot [25^2 - 5^2] \rightarrow P_2 = 200 \text{ kPa}$$

Rpta.: B**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. El área de la superficie más pequeña de un bloque de aluminio de dimensiones $5 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ reposa sobre un piso horizontal. ¿Cuál es la presión que ejerce el bloque sobre el piso?

$$(\rho_{\text{Al}} = 2700 \text{ kg/m}^3; g = 10 \text{ m/s}^2)$$

- A) 15 kPa B) 20 kPa C) 54 kPa D) 45 kPa

Solución:

$$P = \frac{W}{A} = \frac{\rho \cdot g \cdot V}{A} = \frac{2700 \times 10 \times 5 \times 10 \times 20 \times 10^{-6}}{5 \times 10 \times 10^{-4}} = 54 \text{ kPa}$$

Rpta.: C

2. Un bloque cúbico de 10 cm de arista flota sumergido 8 cm en el agua. Determine la densidad del bloque.

$$(\rho_{\text{agua}} = 1 \text{ g/cm}^3)$$

- A) 80 g/cm³ B) 0,08 g/cm³ C) 0,8 g/cm³ D) 8 g/cm³

Solución:

En el equilibrio, se cumple (donde A: área de la base):

$$W = E$$

$$\rho_{\text{bloque}} \cdot V_{\text{total}} \cdot g = \rho_{\text{liquido}} \cdot V_{\text{sumergido}} \cdot g$$

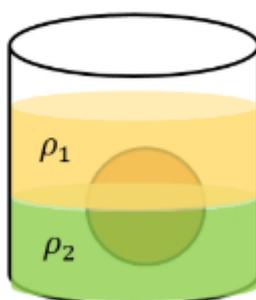
$$\rho_{\text{bloque}} = \frac{\rho_{\text{liquido}} \cdot V_{\text{sumergido}}}{V_{\text{total}}}$$

$$\rho_{\text{bloque}} = \frac{8 \times A}{10 \times A} \times 1 = 0,8 \text{ g/cm}^3$$

Rpta.: C

3. Una esfera de volumen V está en equilibrio entre dos líquidos no miscibles de densidades ρ_1 y ρ_2 , como se muestra en la figura. Si el centro de la esfera está en la separación de ambos líquidos, determine la masa de la esfera.

- A) $(\rho_1 + \rho_2)V/3$
 B) $\rho_2 V/2$
 C) $\rho_1 V/2$
 D) $(\rho_1 + \rho_2)V/2$

**Solución:**

Igualando fuerzas contrarías para el equilibrio.

$$E_1 + E_2 = mg$$

$$\rho_1 \cdot g \cdot \left(\frac{V}{2}\right) + \rho_2 \cdot g \cdot \left(\frac{V}{2}\right) = m \cdot g$$

$$m = \frac{(\rho_1 + \rho_2)V}{2}$$

Rpta.: D

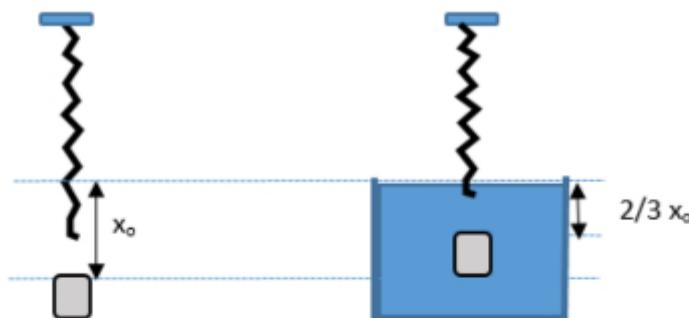
4. Se efectúa el siguiente experimento para averiguar la densidad de cierto líquido: se suspende verticalmente de una cuerda elástica un bloque de $2,4 \text{ g/cm}^3$ observándose un estiramiento; después el mismo bloque con la cuerda se sumerge verticalmente en un líquido observándose un estiramiento igual a las dos terceras partes de la anterior. ¿Cuál es la densidad del líquido?

A) 800 kg/m^3

B) 900 kg/m^3

C) 1000 kg/m^3

D) 700 kg/m^3

**Solución:**

Por equilibrio ($\sum \vec{F}_y = 0$), del primer caso:

$$Kx_0 = mg \rightarrow Kx_0 = \rho_{\text{bloque}} Vg \dots (1)$$

Y del segundo caso:

$$Kx + E = mg$$

Como $x = \frac{2}{3}x_0$ entonces:

$$K\left(\frac{2}{3}x_0\right) + E = mg \rightarrow Kx_0 = \frac{3}{2}(mg - E)$$

$$Kx_0 = \frac{3}{2}(\rho_{\text{bloque}} - \rho_L)gV \dots (2)$$

Igualando (1) y (2):

$$\frac{3}{2}(\rho_{\text{bloque}} - \rho_L) = \rho_{\text{bloque}} \rightarrow \rho_{\text{bloque}} - \rho_L = \frac{2}{3}\rho_{\text{bloque}} \rightarrow \rho_L = \frac{1}{3}\rho_{\text{bloque}}$$

$$\rho_L = \frac{1}{3}(2400)$$

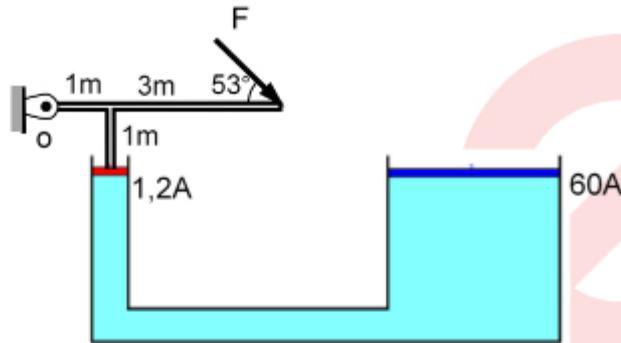
$$\therefore \rho_L = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Rpta.: A

5. Los elevadores o gatos hidráulicos son muy utilizados en los talleres de mecánica, así en la figura se representa esquemáticamente uno de ellos. Si un camión de 3,2 toneladas de coloca en el émbolo menor, para equilibrarlo se necesita aplicar una fuerza de magnitud F en el extremo derecho del brazo mecánico mostrado de peso despreciable. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza F ?

$(g = 10 \text{ m/s}^2)$

- A) 100 N
- B) 200 N
- C) 300 N
- D) 400 N



Solución:

El brazo de peso despreciable que está en equilibrio rotacional, entonces con respecto centro de la articulación "o" se cumple:

$$M_o^F = M_o^F$$

$$F_1(1) = (F \text{ Sen} 53^\circ)(4)$$

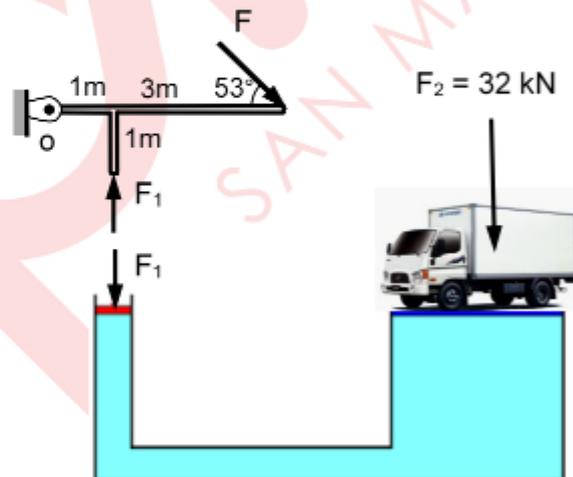
$$\therefore F_1 = \frac{16}{5} F \quad \dots (1)$$

Por el principio de Pascal:

$$\frac{F_1}{1,2A} = \frac{F_2}{60A} \quad \dots (2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$\frac{\frac{16}{5} F}{1,2} = \frac{32000}{60} \rightarrow F = 200 \text{ N}$$



Rpta.: B

6. Un elevador hidráulico tiene pistones cuyas áreas son $0,5 \text{ m}^2$ y $5,6 \text{ m}^2$, estando ambos a la misma altura. Aplicando una fuerza de 2,0 kN en el pistón más pequeño. Determine la masa que podrá soportar el pistón de mayor tamaño.

- A) $2,2 \times 10^3 \text{ kg}$
- B) $24 \times 10^3 \text{ kg}$
- C) $5 \times 10^3 \text{ kg}$
- D) $1,2 \times 10^3 \text{ kg}$

Solución:

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\frac{2 \text{ kN}}{0,5} = \frac{10m}{5,6}$$

$$m = 2,2 \times 10^3 \text{ kg}$$

Rpta.: A

7. El principio de Arquímedes establece que el empuje hidrostático que se ejerce sobre un objeto sumergido en un fluido es igual al peso del fluido desplazado por dicho objeto. Determine el empuje hidrostático experimentado por un globo de helio de 30 cm de diámetro.

$$(\rho_{\text{aire}} = 1,28 \text{ kg/m}^3 ; \rho_{\text{He}} = 0,18 \text{ kg/m}^3 ; g = 10 \text{ m/s}^2 ; \pi = 3)$$

- A) 0,1728 N B) 0,24 N C) 0,158 N D) 0,124 N

Solución:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$V = \frac{4}{3}(3)(0,15)^3$$

$$V = 0,0135 \text{ m}^3$$

Según el principio de Arquímedes, el empuje hidrostático es el peso del aire desplazado:

$$E = m_{\text{aire}} \cdot g$$

$$E = \rho_{\text{aire}} \cdot g \cdot V$$

$$E = 1,28(10)(0,0135)$$

$$E = 0,1728 \text{ N}$$

Rpta.: A

8. Determine el radio máximo de una bola de aluminio que flotaría en el agua a 20°C. (Considere $\sqrt{\frac{219}{54}} = 2$, tensión superficial del agua a 20°C, $\gamma = 0,073 \text{ N/m}$ y $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A) 0,5 mm B) 2 mm C) 3 mm D) 4 mm

Solución:

$$\gamma = \frac{F}{2\pi r} \rightarrow F = 2\pi r \gamma$$

$$W = \rho_{\text{al}} \cdot g \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$W = F$$

$$r = \sqrt{\frac{3 \cdot \gamma}{2 \cdot \rho_{\text{Al}} \cdot g}} = 2 \times 10^{-3} \text{ m} = 2 \text{ mm}$$

Rpta.: B

Química

EJERCICIOS

1. El aire está compuesto por gases cuya composición en volumen se reporta como:

Componente	N ₂	O ₂	Ar	CO ₂ y otros gases nobles
% Volumen	78,08%	20,94%	0,93%	0,05%

De acuerdo a la teoría **Cinético-Molecular** las moléculas del **gas ideal** se desplazan y chocan elásticamente entre ellas y las paredes del recipiente que lo contienen. Entre las moléculas hay grandes espacios y tienden a ocupar un máximo volumen. Al respecto, seleccione la alternativa **incorrecta**.

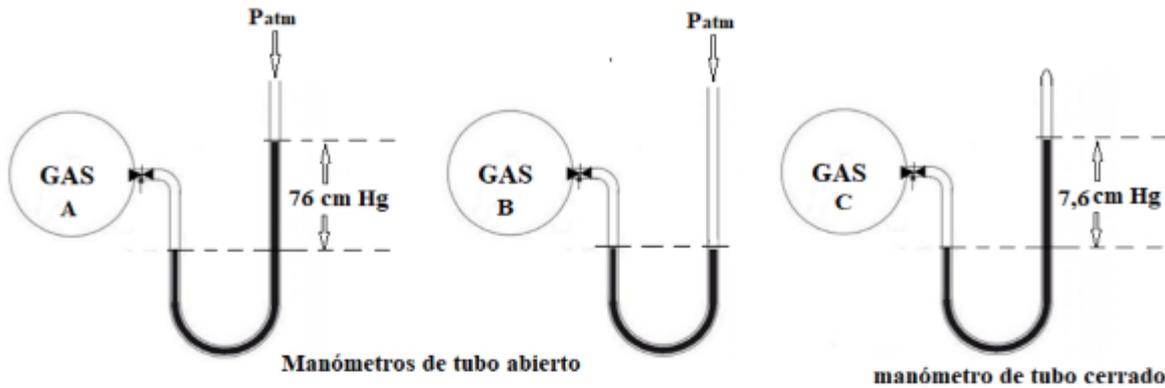
- A) En un gas ideal, no se consideran las fuerzas intermoleculares ni el volumen propio de las moléculas.
B) Los gases nobles como Ar, He, y otros de la familia VIIIA, contenidos en el aire se consideran moléculas.
C) La presión se genera a través de la fuerza de choques de las moléculas contra las paredes del recipiente.
D) Los gases como N₂, O₂, Ar, CO₂, entre otros, se comportan idealmente a altas presiones y bajas temperaturas.

Solución:

- A) **CORRECTO**. En un gas ideal no se consideran las fuerzas intermoleculares ni el volumen propio de las moléculas.
B) **CORRECTO**. Los gases nobles como Ar, He, y otros de la familia VIIIA contenidos en el aire son moléculas monoatómicas.
C) **CORRECTO**. La presión se genera a través de la fuerza de choques de las moléculas contra las paredes del recipiente. $P = \frac{F}{A}$
D) **INCORRECTO**. El comportamiento de un gas como gas ideal considera que este se encuentre a bajas presiones y altas temperaturas.

Rpta.: D

2. Un meteorólogo realiza la medición de tres muestras de gases en una cumbre situada a unos 1 500 metros sobre el nivel del mar, donde la presión atmosférica es alrededor de 0,83 atm. Para la medición emplea manómetros de mercurio:



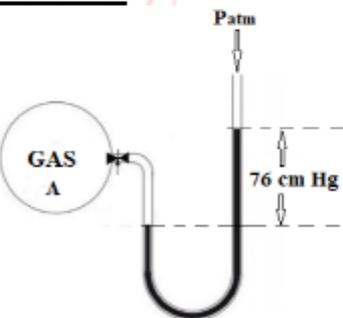
Con respecto a las mediciones mostradas en la gráfica, seleccione la secuencia correcta de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. El gas A tiene una presión doble respecto al del gas B.
- II. El gas C presenta menor presión que los gases A y B.
- III. La presión del gas B es igual a 630,8 mm Hg.

Datos: 1 atm = 760 mmHg

- A) FVF B) VFF C) VVV D) FVV

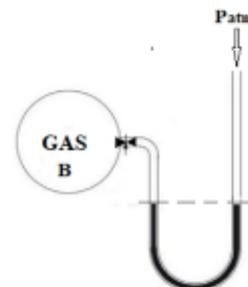
Solución:



$$760 \text{ mmHg} = 76 \text{ cm Hg} = 1 \text{ atm}$$

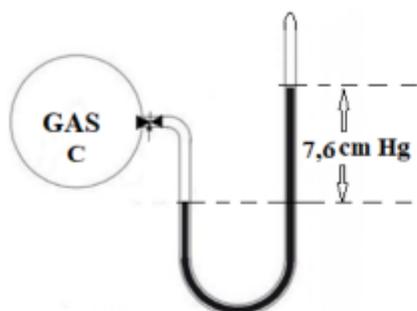
$$P_{\text{gas A}} = P_{\text{man}} + P_{\text{atm}} \text{ (manómetro abierto)}$$

$$P_{\text{gas A}} = 1 \text{ atm} + 0,83 \text{ atm} = 1,83 \text{ atm}$$



$$P_{\text{gas B}} = P_{\text{atm}} \text{ (manómetro abierto)}$$

$$P_{\text{gas B}} = 0,83 \text{ atm} \left(\frac{760 \text{ mm Hg}}{1 \text{ atm}} \right) = 630,8 \text{ mmHg}$$



$$P_{\text{gas C}} = h = 7,6 \text{ cm Hg (manómetro cerrado)}$$

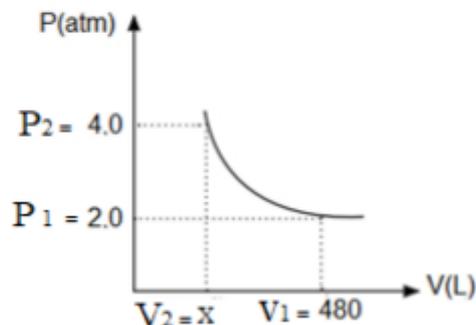
$$P_{\text{gas C}} = 7,6 \text{ cm Hg} \left(\frac{1 \text{ atm}}{76 \text{ cm Hg}} \right) = 0,1 \text{ atm}$$

- I. FALSO. La presión del gas A es 1,83 atm y del gas B es 0,83 atm.
- II. VERDADERO. La presión del gas C es 0,1 atm; por lo tanto, es menor que la presión de los gases A y C.
- III. VERDADERO. La presión del gas B es igual a la presión atmosférica equivalente a 0,83 atm = 630,8 mm Hg.

Rpta.: D

3. El siguiente gráfico presenta datos de una isoterma donde, a temperatura constante, el volumen y la presión varían en forma proporcional. Con respecto a la gráfica, seleccione la secuencia correcta de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. La presión y el volumen son inversamente proporcionales (Ley de Boyle).
- II. Si la presión se duplica, el volumen se reduce a la cuarta parte.
- III. En el proceso, el volumen final expresado en SI es $2,4 \times 10^{-3} \text{ m}^3$.



- A) FVF B) VFF C) VVV D) FVV

Solución:

- I. **VERDADERO.** La ley de Boyle o Ley de la isoterma expresa que cuando la temperatura se mantiene constante, la presión y el volumen son inversamente proporcionales.
Al aumentar la presión las moléculas del gas se comprimen permitiendo que estas se aproximen más disminuyendo el volumen del recipiente que las contiene.

- II. **FALSO.** Si la presión se duplica, el volumen se reduce hasta la mitad.

Inicial

$$V_1 = 480 \text{ L}$$

$$P_1 = 2 \text{ atm}$$

Final

$$V_2 = ?$$

$$P_2 = 4 \text{ atm}$$

A temperatura constante: $P_1 \times V_1 = P_2 \times V_2$

$$V_2 = \frac{P_1 V_1}{P_2}$$

$$V_2 = \frac{2 \text{ atm} \times 480 \text{ L}}{4 \text{ atm}} = 240 \text{ L (El volumen se reduce a la mitad)}$$

III. **FALSO:**

$$V_2 = 240 \text{ L} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^3 \text{ L}} = 2,4 \times 10^{-1} \text{ m}^3$$

Rpta.: B

4. En la etiqueta de una lata de fijador para cabello, se recomienda que el envase no alcance la presión de 6 080 mm por el peligro de explosión. Si el componente dentro del recipiente se encuentra a una presión de 4 atmósferas y a una temperatura de 27 °C y una persona negligente lo arroja al fuego donde alcanza la temperatura de 402 °C, determine la nueva presión dentro del recipiente, en atm, y precise si la lata explota o no por el cambio de temperatura.

A) 7,0 – No B) 9,0 – Sí C) 8,0 – No D) 10,0 – Sí

Solución:

Dato que alcanza la presión dentro del recipiente para su explosión

$$6\,080 \text{ mmHg} = \frac{1 \text{ atm}}{760 \text{ mmHg}} = 8 \text{ atm}$$

Inicial

$$T_1 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

$$P_1 = 4 \text{ atm}$$

Final

$$T_2 = 402 + 273 = 675 \text{ K}$$

$$P_2 = ?$$

A volumen constante

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \rightarrow P_2 = \frac{P_1 \times T_2}{T_1}$$

$$P_2 = \frac{4 \text{ atm} \times 675 \text{ K}}{300 \text{ K}} = \mathbf{9 \text{ atm}}$$

La lata de aerosol explota; según la recomendación, la lata solo soporta hasta 8 atm; en el problema la presión que alcanza la lata es de 9 atm.

Rpta.: B

5. Un globo aerostático meteorológico que contiene helio, a nivel del mar tiene un volumen de 3 m³ a 27°C y 760 mmHg de presión. Si asciende hasta 8 km donde la temperatura es de – 5°C y la presión es de 268 mmHg, calcule el volumen del globo, en litros.

A) $7,6 \times 10^{-3} \text{ L}$ B) $7,6 \times 10^0 \text{ L}$ C) $7,6 \times 10^2 \text{ L}$ D) $7,6 \times 10^3 \text{ L}$

Solución:**Inicial**

$$V_1 = 3 \text{ m}^3$$

$$P_1 = 760 \text{ mmHg}$$

$$T_1 = 27^\circ\text{C} + 273 = 300 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\frac{V_1 \times P_1}{T_1} = \frac{V_2 \times P_2}{T_2} \rightarrow V_2 = \frac{V_1 \times P_1 \times T_2}{T_1 \times P_2}$$

$$V_2 = \frac{3 \text{ m}^3 \times 760 \text{ mmHg} \times 268 \text{ K}}{300 \text{ K} \times 268 \text{ mmHg}} = 7,6 \text{ m}^3$$

$$V_2 = 7,6 \text{ m}^3 \times \frac{10^3 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} = 7,6 \times 10^3 \text{ L}$$

Final

$$V_2 = ? \text{ L}$$

$$P_2 = 268 \text{ mmHg}$$

$$T_2 = -5^\circ\text{C} + 273 = 268 \text{ K}$$

Rpta.: D

6. Una muestra de biogás contiene principalmente metano (CH_4), y se forma por descomposición anaeróbica de la materia orgánica. Un cilindro de $1,64 \times 10^2 \text{ L}$ almacena 96 gramos de metano a 1,8 atm de presión. Determine la temperatura, en $^\circ\text{C}$, a la que se encuentra el biogás.

Datos: Masa molar (g/mol): $\text{CH}_4 = 16$, $R = 0,082 \text{ atm} \times \text{L} / \text{mol} \times \text{K}$

A) 600

B) 327

C) 873

D) 300

Solución:**Datos:**

$$m = 96 \text{ g}$$

$$V = 164 \text{ L}$$

$$P = 1,8 \text{ atm}$$

$$R = 0,082 \text{ atm} \times \text{L/mol} \times \text{K}$$

$$n = \frac{96 \text{ g}}{16 \text{ g/mol}} \rightarrow 6 \text{ mol de } \text{CH}_4$$

$$PV = nRT \rightarrow T = \frac{PV}{n \times R} \rightarrow T = \frac{1,8 \text{ atm} \times 164 \text{ L}}{6 \text{ mol} \times 0,082 \times \frac{\text{atm} \times \text{L}}{\text{K} \times \text{mol}}} = 600 \text{ K}$$

$$^\circ\text{C} = \text{K} - 273 = 327^\circ\text{C}$$

Rpta.: B

7. Un analgésico de corta duración y sedación usado durante la cirugía dental está constituido por una mezcla de dos gases denominado SERYNOX. Para un balón de 82 litros de este analgésico que contiene 440 gramos de monóxido de dinitrógeno (N_2O) y 320 gramos de oxígeno (O_2) a una temperatura de $27^\circ C$, determine la presión total del recipiente y la presión parcial del oxígeno en atmósferas, respectivamente.

Datos: Masa molar (g/mol): $N_2O = 44$; $O_2 = 32$; $R = 0,082 \text{ atm} \times L / \text{mol} \times K$

- A) 3,0 y 6,0 B) 6,0 y 6,0 C) 8,0 y 1,0 D) 6,0 y 3,0

Solución:

Cálculo de las moles de los dos componentes del SERYNOX

$$n_{N_2O} = \frac{m_{N_2O}}{M_{N_2O}} = \frac{440 \text{ g}}{44 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 10 \text{ mol}$$

$$n_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} = \frac{320 \text{ g}}{32 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 10 \text{ mol}$$

$$n_{\text{total}} = n_{N_2O} + n_{O_2}$$

$$n_{\text{total}} = 10 \text{ mol} + 10 \text{ mol} = 20 \text{ mol}$$

Cálculo de la presión total

$$PV = nRT \rightarrow P = \frac{nRT}{V} \rightarrow P = \frac{20 \text{ mol} \times 0,082 \frac{\text{atm} \times L}{K \times \text{mol}} \times 300 K}{8,2 L} = 6 \text{ atm}$$

Cálculo de las presiones parciales

$$\text{Dato: } P_T = 6 \text{ atm}$$

Cálculo de la presión parcial del N_2O :

$$p_{N_2O} = X_{N_2O} \times \frac{n_{N_2O}}{n_T} \times P_T$$

$$p_{N_2O} = \frac{10 \text{ mol}}{20 \text{ mol}} \times 6 \text{ atm} = 3,0 \text{ atm}$$

Cálculo de la presión parcial del O_2 :

$$p_{O_2} = X_{O_2} \times \frac{n_{O_2}}{n_T} \times P_T$$

$$p_{O_2} = \frac{10 \text{ mol}}{20 \text{ mol}} \times 6 \text{ atm} = 3,0 \text{ atm}$$

Rpta.: D

8. El acetileno (C_2H_2) es un gas combustible que se utiliza en combinación con el oxígeno para soldar metales y cortar acero, según la ecuación química:



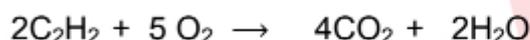
Determine el volumen de CO_2 , en litros, a $27^\circ C$ y 624 mmHg cuando se consumen 260 g de acetileno en la reacción.

Datos: \bar{M} (g/mol): $C_2H_2 = 26$, $R = 62,4 \text{ mmHg} \times L / \text{mol} \times K$

- A) $2,0 \times 10^1$ B) $6,0 \times 10^1$ C) $6,0 \times 10^2$ D) $6,0 \times 10^{-2}$

Solución:

- a) Determinación del número de moles del CO_2 molecular en la reacción química.



$$2 \text{ mol} \dots\dots\dots 4 \text{ mol}$$

$$2(26g) \dots\dots\dots 4 \text{ mol}$$

$$260 \text{ g} \dots\dots\dots x \text{ mol}$$

$$x \text{ mol} = \frac{260 \text{ g} \times 4 \text{ mol}}{2(26 \text{ g})} = 20 \text{ mol de } CO_2$$

- b) Cálculo del volumen del CO_2

$$P = 624 \text{ mmHg}$$

$$T = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

$$n = 20 \text{ mol}$$

$$V = ?$$

$$PV = nRT$$

$$V = \frac{nRT}{P} = 20 \text{ mol} \times \frac{62,4 \frac{\text{mmHg} \times L}{\text{mol} \times K}}{624 \text{ mmHg}} \times 300 \text{ K} = 600 \text{ L} = 6,0 \times 10^2 \text{ L de } CO_2$$

Rpta.: C

9. Un gas desconocido se efunde a través de una barrera porosa en 1,27 minutos mientras que en el mismo equipo se efunde el vapor de bromo en el tiempo de 4,01 minutos, bajo las mismas condiciones de volumen, temperatura y presión. Al respecto, seleccione la alternativa que contiene la masa molar del gas desconocido.

Dato: $\bar{M}_{Br_2} = 160 \frac{g}{mol}$

A) $\bar{M}_{CH_4} = 16 \text{ g/mol}$

B) $\bar{M}_{CO} = 28 \text{ g/mol}$

C) $\bar{M}_{NH_3} = 17 \text{ g/mol}$

D) $\bar{M}_{Ne} = 20 \text{ g/mol}$

Solución:

Según Ley de Graham

$$\frac{\text{velocidad vapor de Br}_2}{\text{velocidad gas desconocido}} = \frac{\text{tiempo gas desconocido}}{\text{tiempo vapor de Br}_2} = \frac{\sqrt{\bar{M}_{\text{gas desconocido}}}}{\sqrt{\bar{M}_{\text{vapor de Br}_2}}}$$

$$\frac{1,27 \text{ min}}{4,01 \text{ min}} = \frac{\sqrt{\bar{M}_{\text{gas desconocido}}}}{\sqrt{160 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}} \Rightarrow \bar{M}_{\text{gas desconocido}} = \frac{16,04 \text{ g}}{\text{mol}}$$

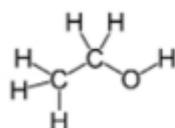
Rpta.: A

10. Conocer los diversos tipos de fuerzas intermoleculares nos permite analizar y explicar las propiedades de los líquidos como la viscosidad, tensión superficial, presión de vapor, punto de ebullición, entre otros. Seleccione la alternativa INCORRECTA.

- A) El etanol ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$) tiene mayor tensión superficial que el hidrocarburo 2,3 – dimetilbutano (C_6H_{14}).
 B) La viscosidad del mercurio (Hg) es mayor que la acetona ($\text{CH}_3 - \text{CO} - \text{CH}_3$).
 C) La capilaridad del agua depende de la tensión superficial.
 D) El agua presenta menor punto de ebullición que el éter porque tiene mayor presión de vapor.

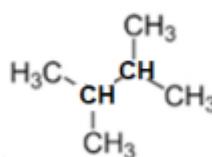
Solución:

A) **CORRECTO.** El etanol ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$: $22,75 \times 10^{-3} \text{ N/m}$) tiene mayor tensión superficial que el hidrocarburo 2,3 – dimetilbutano (C_6H_{14} : $4,5661 \times 10^{-4} \text{ N/m}$), porque en el alcohol predominan las fuerzas intermoleculares puente hidrógeno, respecto a solo London presente en el hidrocarburo.

**ETANOL** $\text{CH}_3 - \text{CH}_2 - \text{OH}$

molécula polar, presenta:

- Fuerzas London
- Dipolo - Dipolo
- Predomina Puente hidrógeno

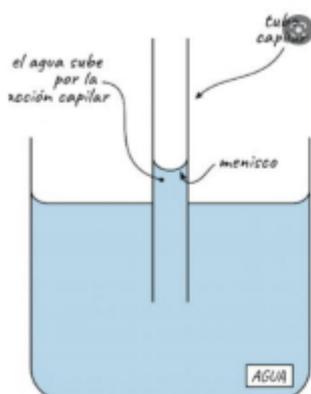
**2,3-DIMETILBUTANO** $\text{CH}_3 - \text{CH}(\text{CH}_3) - \text{CH}(\text{CH}_3) - \text{CH}_3$

molécula apolar.

Sólo presenta fuerza London

B) **CORRECTO.** La viscosidad del mercurio (Hg:0,016 poise) es mayor que el de la acetona ($\text{CH}_3 - \text{CO} - \text{CH}_3$: 0,0032 poise). El mercurio tiene enlace metálico por ello presenta mayor resistencia a fluir, por consiguiente, presentara mayor viscosidad que la acetona, adicional a ello, el mercurio tiene mayor masa molar (200,1 g/mol) que la acetona (58 g/mol).

C) **CORRECTO:** La capilaridad del agua depende de la tensión superficial. La capilaridad del agua ocurre cuando se pone en contacto la superficie del agua con las paredes internas de un tubo capilar en un ángulo determinado. La fuerza que ejerce la tensión superficial en las paredes del tubo capilar causa que el agua se eleve dentro del tubo.



El agua del capilar asciende porque las fuerzas de adhesión son mayores que la de cohesión.

Si el líquido en el tubo de vidrio es agua, esta es arrastrada hacia arriba por las paredes del tubo debido a fuerzas de adhesión entre el agua y el vidrio. La interfase entre el agua y el aire por encima de ella, denominada menisco, es cóncava y con mercurio líquido el menisco es convexo. Las fuerzas de cohesión en el mercurio (son enlaces metálicos) entre los átomos de Hg, son fuertes; el mercurio no moja el vidrio.

- D) INCORRECTO.** El agua presenta mayor punto de ebullición (puente hidrógeno) porque tiene menor presión de vapor con respecto al éter metílico ($\text{CH}_3 - \text{O} - \text{CH}_3$) cuyas moléculas presentan baja o escasa polaridad. Líquidos con alta presión de vapor presentan bajos puntos de ebullición. Punto de ebullición del agua a una atmósfera de presión es de 100°C , mientras que el punto de ebullición del éter metílico es de $34,6^\circ\text{C}$.

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Los manómetros para neumáticos miden la diferencia entre las presiones dentro y fuera del mismo. Para determinar la presión total se debe sumar la presión atmosférica. Antes de iniciar una carrera, se midió la presión manométrica del neumático de un automóvil cuyo registro fue de 30 lb/pulg^2 a 20°C y al finalizar su medición fue de 34 lb/pulg^2 . Al respecto, seleccione la secuencia correcta de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones. (Asuma que el volumen del neumático no cambia).

- I. Al finalizar la carrera, la temperatura del aire contenido en el neumático se eleva.
- II. La presión atmosférica es constante, y la temperatura del aire en el neumático no varía.
- III. La temperatura del aire contenido en el neumático es 46°C .

Dato: $14,7 \text{ lb/pulg}^2 = 1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg}$

- A) FVF B) VVF C) VFV D) VFF

Solución:

- I. **VERDADERO.** Al finalizar la carrera, la temperatura del aire contenido en el neumático se eleva debido a la energía de fricción.
- II. **FALSO.** La presión atmosférica es constante mientras no cambie la altitud. Mientras que la temperatura del aire en el neumático aumenta.
- III. **VERDADERO.** La temperatura del aire contenido en este neumático es 46°C .

A Volumen cte.

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \rightarrow T_2 = \frac{T_1}{P_1} P_2$$

$$T_1 = 20^\circ\text{C} + 273 = 293 \text{ K}$$

$$P_1 = 30 \text{ lb/pulg}^2 + 14,7 \text{ lb/pulg}^2 = 44,7 \text{ lb/pulg}^2$$

$$P_2 = 34 \text{ lb/pulg}^2 + 14,7 \text{ lb/pulg}^2 = 48,7 \text{ lb/pulg}^2$$

$$T_2 = \frac{293K}{44,7 \frac{\text{lb}}{\text{pulg}^2}} \times 48,7 \frac{\text{lb}}{\text{pulg}^2} = 319 K = 46^\circ\text{C}$$

Rpta.: C

2. El hexafluoruro de azufre (SF_6) es un gas invernadero, incoloro, inodoro poco reactivo; cierta masa de gas se encuentra en un recipiente de acero a la presión de 2atm y 27°C ocupando un volumen de 30 litros. Determine el volumen en cm^3 que ocupa el gas si la temperatura cambia a 127°C y la presión se duplica.

A) $2,0 \times 10^3$

B) $2,0 \times 10^{-3}$

C) $2,0 \times 10^{-4}$

D) $2,0 \times 10^4$

Solución:**Inicial**

$P_1 = 2 \text{ atm}$

$T_1 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$

$V_1 = 30 \text{ L}$

$\frac{V_1 \times P_1}{T_1} = \frac{V_2 \times P_2}{T_2} \rightarrow$

$V_2 = \frac{V_1 \times P_1 \times T_2}{T_1 \times P_2}$

$V_2 = \frac{30 \text{ L} \times 2 \text{ atm} \times 400 \text{ K}}{300 \text{ K} \times 4 \text{ atm}}$

$V_2 = 20 \text{ L} = 20\,000 \text{ cm}^3 = 2,0 \times 10^4 \text{ cm}^3$

Final

$P_2 = 4 \text{ atm}$

$T_2 = 127 + 273 = 400 \text{ K}$

$V_2 = ?$

Rpta.: D

3. Las pelotas de tenis suelen llenarse con nitrógeno gaseoso (N_2) hasta una presión mayor que la atmosférica para que "reboten" más. Si una pelota tiene un volumen de 297 cm^3 y contiene 0,56 g de $\text{N}_{2(g)}$, determine la presión en atm que existe dentro de la pelota a 24°C .

A) 1,64

B) 2,12

C) 2,64

D) 1,25

Solución:**Datos:**

$m = 0,56 \text{ g}$

$V = 297 \text{ cm}^3 = 0,297 \text{ L}$

$T = 24 + 273 = 297 \text{ K}$

$R = 0,082 \text{ atm} \times \text{L/mol} \times \text{K}$

$P = ?$

Hallando las moles de N₂

$$n = \frac{0,56 \text{ g}}{28 \text{ g/mol}} \rightarrow 0,02 \text{ moles de N}_2$$

Determinando la presión

$$PV = nRT \rightarrow P = \frac{nRT}{V} \rightarrow P = \frac{0,02 \text{ mol} \times 0,082 \times \frac{\text{atm} \times \text{L}}{\text{K} \times \text{mol}} \times 297 \text{ K}}{0,297 \text{ L}} = 1,64 \text{ atm}$$

Rpta.: A

4. El Hindenburg fue un dirigible famoso a base de hidrógeno. Lamentablemente explotó en 1937, durante una maniobra de aterrizaje. Si el Hindenburg contenía $2,0 \times 10^5 \text{ m}^3$ de hidrógeno gaseoso a 27°C y $1,0 \text{ atm}$, determine la masa de hidrógeno que estaba presente en el dirigible, expresado en unidades del SI.



Datos: Masa molar (g/mol): H₂ = 2,0 R = 0,082 atm × L / mol × K

- A) $1,63 \times 10^7$ B) $1,63 \times 10^{-7}$ C) $1,63 \times 10^{-4}$ **D) $1,63 \times 10^4$**

Solución:

Datos:

$$m \text{ H}_2 = x \quad V = 2,0 \times 10^5 \text{ m}^3 = \frac{10^3 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} = 2,0 \times 10^8 \text{ L}$$

$$P = 1,0 \text{ atm} \quad T = 27^\circ \text{C} + 273 = 300 \text{ K}$$

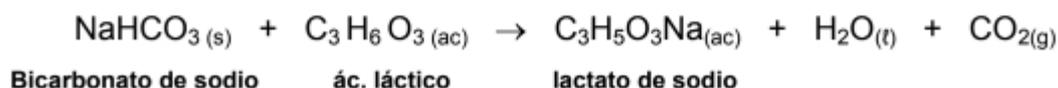
$$PV = \frac{m}{M} RT \rightarrow m = \frac{P \times V \times M}{R \times T} \rightarrow$$

$$m = \frac{1 \text{ atm} \times 2,0 \times 10^8 \text{ L} \times \frac{2 \text{ g}}{\text{mol}}}{0,082 \times \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \times 300 \text{ K}} = \frac{4 \times 10^8}{2,46 \times 10^1} = 1,63 \times 10^7 \text{ g}$$

$$1,63 \times 10^7 \text{ g} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3} = 1,63 \times 10^4 \text{ kg}$$

Rpta.: D

5. En la industria de la panificación, se emplea el “polvo de hornear”, una mezcla de bicarbonato de sodio (NaHCO₃) y ácidos orgánicos para asegurar la formación de anhídrido carbónico (CO₂) cuyo efecto es el aumento de volumen favoreciendo el esponjamiento de la masa según la ecuación química.



Según norma técnica, cada 100 gramos de “polvo de hornear” contiene como mínimo 14 gramos de bicarbonato (en repostería 1 cucharita de polvo de hornear equivale aproximadamente a $\frac{1}{4}$ cucharita de bicarbonato). Si en una formulación se usan 3,36 gramos de bicarbonato a condiciones de 1 atmósfera y 180°C , determine el volumen en litros de CO_2 generado y los gramos de “polvo de hornear empleados”.

Dato : $\bar{M}\left(\frac{\text{g}}{\text{mol}}\right)\text{NaHCO}_3 = 84$

- A) 1,5 - 24 B) 5,0 - 2,4 C) 1,5 - 1,2 D) 5,0 - 1,2

Solución:



$$84 \text{ g} \text{-----} 1 \text{ mol}$$

$$3,36 \text{ g} \text{-----} X \text{ mol}$$

$$X = 0,04 \text{ mol de CO}_2$$

$$V = \frac{nRT}{P} = 0,04 \text{ mol} \times \frac{0,082 \frac{\text{atm} \times \text{l}}{\text{mol} \times \text{K}}}{1 \text{ atm}} \times 453 \text{ K} = 1,486 \approx 1,5 \text{ L CO}_2$$

Del Dato:

$$100 \text{ g de "polvo de hornear"} \text{-----} 14 \text{ g de NaHCO}_3$$

$$X \text{-----} 3,36 \text{ g de NaHCO}_3$$

$$X = 24 \text{ g de polvo de hornear}$$

Rpta.: A

6. Las propiedades de los líquidos están reguladas por la intensidad de las fuerzas intermoleculares y la temperatura; en algunos casos, su gran variabilidad depende principalmente de estos dos factores. Al respecto, analiza la correlación y selecciona la que consideres correcta.

- A) Cuando se incrementa la temperatura de un líquido, su viscosidad y tensión superficial aumenta.
 B) Líquidos que tienen alta intensidad en sus fuerzas intermoleculares presentan alta presión de vapor.
 C) El agua y los líquidos en general hierven a la misma temperatura, ya sea a nivel del mar o en grandes altitudes.
 D) **La presión de vapor de los líquidos se incrementan a medida que se incrementa la temperatura del líquido.**

Solución:

- A) **INCORRECTA.** Cuando se incrementa la temperatura de un líquido, su viscosidad y tensión superficial disminuye porque el incremento de temperatura incrementa la energía cinética y con ello debilita las fuerzas intermoleculares y por ende las propiedades mencionadas.

- B) **INCORRECTA.** Líquidos que tienen alta intensidad en sus fuerzas intermoleculares presentan baja presión de vapor. Una menor cantidad de masa gaseosa se desprende de la masa líquida y alcanzar el equilibrio cuando iguala la velocidad de evaporación con la velocidad de condensación.
- C) **INCORRECTA.** El agua y los líquidos en general hierven a diferentes temperaturas, ya que depende de la presión externa a la que se encuentren sometidos. En el nivel del mar, sus puntos de ebullición son más altos con respecto a las altitudes.
El punto de ebullición es la temperatura a la cual la presión de vapor del líquido iguala a la presión externa (puede ser atmosférica o dentro de un reactor).
Al observa la tabla N°1, Si la ciudad de Lima tiene una presión atmosférica de 760 mmHg, la presión de vapor del líquido se igualará a la presión externa de Lima a los 100°C, por lo que el agua hierve a 100°C a 1 atm de presión; pero en zonas altoandinas la temperatura de ebullición del agua será menor de 100°C, porque en dichas zonas la presión atmosférica es menor. En las ollas de presión, el agua hierve a más de 100°C.
- D) **CORRECTA.** La presión de vapor de los líquidos se incrementa a medida que se incrementa la temperatura del líquido. El incremento de temperatura debilita las fuerzas intermoleculares y desprende mayor masa de vapor (estado gaseoso) de los líquidos. Tal como se aprecia en la tabla N° 1.

Tabla 1: Presión de vapor de agua en función al incremento de temperatura.

°C	-10	0	5	10	15	30	40	60	80	100	110	200
mmHg	2,15	4,58	6,54	9,21	12,79	31,8	55,3	149,4	355,1	760	1074,6	11 659

Rpta.: D

Biología

EJERCICIOS

1. En la práctica del curso de Zoología, Jorge y Ana visualizaron a un primer organismo acuático con 3 pares de ganglios bien diferenciados y unidos por cordones nerviosos. Por otro lado, observaron un invertebrado que posee ganglios nerviosos anteriores que emiten prolongaciones en la región cefálica y dos cordones nerviosos principales que se dirigen hacia atrás y del cual salen ramas laterales. De acuerdo con el texto, ¿qué animales estarían observando respectivamente?
- A) lombriz de tierra y planaria
B) Hidra y salamandra
C) Almeja y planaria
D) Lombriz de tierra y calamar

Solución:

El sistema nervioso de los moluscos bivalvos (como la **almeja**) consiste de 3 pares de ganglios bien diferenciados y unidos por cordones nervioso. Por otro lado, los gusanos planos (como la **planaria**) poseen dos ganglios nerviosos anteriores que emiten prolongaciones en la región cefálica y dos cordones nerviosos principales que se dirigen hacia atrás y salen ramas laterales para las diferentes partes del cuerpo.

Rpta.: C

2. Con respecto al sistema nervioso de los anélidos, marque la alternativa correcta.

- A) Presenta dos cordones nerviosos juntos y ganglios nerviosos fusionados.
- B) Presenta un sistema nervioso radial siguiendo la simetría del cuerpo.
- C) Tiene tres pares de ganglios bien diferenciados y unidos por cordones nerviosos.
- D) Presenta un par cerebros y una doble cadena nerviosa con ganglios.

Solución:

Las lombrices de tierra se caracterizan por presentar **dos cordones nerviosos muy juntos fusionándose los ganglios nerviosos**, un par de ganglios cerebroideos (supraesofágicos e infraesofágicos) y doble cadena nerviosa con ganglios.

Rpta.: A

3. Cuando se generan los impulsos nerviosos durante la función cardíaca, la contracción muscular y el transporte de nutrientes requieren de iones específicos que le permitan a la membrana de las fibras nerviosas generar una variación del potencial de acción que es fundamental. ¿Cuáles son estos iones?

- A) Na^+ y Ca^{++} B) Cl^- y K^+ C) Na^+ y P^+ D) Na^+ y K^+

Solución:

La conducción del impulso nervioso tiene una base iónica, y el cambio de permeabilidad de la membrana (del axón) a los iones **Na^+ y K^+** genera una variación del potencial de acción.

Rpta.: D

4. En relación con las funciones de las fibras nerviosas, determine el valor de verdad o falsedad (V o F) de las siguientes proposiciones y marque la alternativa correspondiente.

- Las fibras nerviosas amielínicas conducen rápidamente los impulsos nerviosos.
- La sinapsis está formada por neuronas dispuestas de manera ordenada.
- El axón de la neurona motora lleva los potenciales de acción hacia los músculos y hacen que estos se contraigan y retiren la parte corporal del estímulo dañino.

- A) VVF B) VFV C) FVV D) FFV

Solución:

FALSO. Las fibras nerviosas mielínicas (no las amielínicas) conducen con mayor velocidad los impulsos nerviosos.

VERDADERO. La sinapsis está formada por neuronas dispuestas ordenadamente, las cuales verifican solas las funciones nerviosas.

VERDADERO. El axón de la neurona motora lleva los potenciales de acción hacia los músculos y hacen que estos se contraigan y retiren la parte corporal del estímulo dañino.

Rpta.: C

5. Durante una clase práctica de anatomía, se ha conectado un modelo del encéfalo humano a un sistema computarizado, de modo que los profesores hacen preguntas que los estudiantes deben contestar presionando las diferentes partes de ese modelo. Los profesores preguntan "Señale las áreas dedicadas a la función motriz del cuerpo y a la comprensión de la palabra hablada". ¿Qué lóbulos deben presionar respectivamente?

- A) El lóbulo temporal y el lóbulo occipital
B) El lóbulo occipital y el lóbulo parietal
C) El lóbulo frontal y el lóbulo temporal
D) El lóbulo parietal y el lóbulo temporal

Solución:

La corteza motriz primaria (también llamada M1 o Área de Brodmann 4) es una región cerebral que en los seres humanos se encuentra en el sector **posterior del lóbulo frontal**. El Área de Wernicke es la región del cerebro que contiene neuronas motoras involucradas en la comprensión del habla. Se halla en la **circunvolución temporal superior** del hemisferio cerebral izquierdo, cerca de la corteza auditiva. Se considera que es el centro del lenguaje receptivo o de comprensión del lenguaje.

Rpta.: C

6. Con respecto a la sinapsis, indicar verdadero (V) o falso (F) según corresponda y luego marque la alternativa correcta.

- La continuidad del impulso se explica por el espacio de 200 Å.
- Los receptores reaccionan frente a los neurotransmisores.
- Las vesículas se fusionan con la membrana para liberar el neurotransmisor.

- A) VVV B) FVV C) FVF D) VFV

Solución:

FALSO. No existe continuidad en la sinapsis sino, contigüidad.

VERDADERO. Los receptores reaccionan frente a los neurotransmisores.

VERDADERO. La fusión de la membrana de la vesícula y la membrana celular permite la liberación del neurotransmisor.

Rpta.: B

7. Un albañil sufrió un accidente al caer de un andamio y las mayores lesiones las presentó en el cerebro, ocasionándole 1) pérdida de capacidad de reconocer lo que le estaba sucediendo, o de contestar una pregunta compleja y 2) dificultad para identificar sensaciones de dolor, calor, frío o vibración. De acuerdo a los síntomas, se infiere que las lesiones podrían estar localizadas en los lóbulos cerebrales _____ respectivamente.

- A) frontal y parietal B) temporal y frontal
C) parietal y temporal D) frontal y occipital

10. Se describe el caso de una mujer de 48 años de edad que llega a emergencias de un hospital con hipertensión, aceleración del ritmo cardíaco, pupilas dilatadas y de contracción intermitente, junto a un excesivo lagrimeo. ¿Cuál sería el diagnóstico del médico teniendo en cuenta los síntomas?

- A) Lesión en el SN Simpático
 B) Tumor cerebral
 C) Tumor cerebelar
 D) Alteración del nervio óptico

Solución:

Sistema nervioso simpático: aumenta la frecuencia cardíaca, la presión arterial, la frecuencia respiratoria y el tamaño de las pupilas. También produce la contracción de los vasos sanguíneos y reduce la secreción salival.

Rpta.: A

11. Elija la alternativa que relacione cada tipo de neurona con la función que cumple.

- | | |
|-------------------|---|
| I. Sensoriales | a. conduce el impulso nervioso desde neurona sensorial hacia la motora. |
| II. Interneuronas | b. conduce el impulso nervioso desde el receptor hacia el SNC. |
| III. Motoras | c. conduce el impulso nervioso desde la interneurona hacia el órgano efector. |

- A) Ia, IIb, IIIc B) Ib, IIa, IIIc C) Ic, IIa, IIIb D) Ib, IIc, IIIa

Solución:

Sensoriales: conduce el impulso nervioso desde el receptor hacia el SNC (**Ib**)

Interneuronas: conduce el impulso nervioso desde la neurona sensorial hacia la motora (**IIa**)

Motoras: conduce el impulso nervioso desde la interneurona hacia el órgano efector (**IIIc**)

Rpta.: B

12. Se ha elaborado la vitamina XT que provee un mecanismo de protección a nuestro sistema nervioso que permita preservar y facilitar los impulsos eléctricos que viajan mediante las neuronas, que son las encargadas de los procesos mentales en todas sus categorías. De lo expuesto, se puede inferir que la vitamina XT

- A) induce la formación de más fibras nerviosas mielinicas.
 B) permite que se desarrollen más neurotransmisores.
 C) estimula la formación de más vesículas sinápticas.
 D) acorta el espacio sináptico para mayor velocidad.

Solución:

Aumentar la velocidad de respuesta del tejido nervioso se relaciona con una mayor velocidad del impulso nervioso y esto se obtiene cuando se **generan más fibras nerviosas melínicas** que acortan el tiempo de recorrido en el axón.

Rpta.: A

13. La capa interna de las meninges es una estructura delicada, muy vascular, de tejido conectivo que rodea y protege al cerebro. En esta capa continua de células muy adheridas a la superficie del cerebro, existen unos espacios que aumentan de tamaño con la edad y la dilatación de estos espacios está asociado con patologías tales como la hipertensión arterial, trastornos neuropsiquiátricos, esclerosis múltiple y trauma. El texto describe a la meninge denominada

A) subaracnoidea. B) duramadre. C) piamadre. D) aracnoides.

Solución:

La **piamadre** es la capa más interna de las meninges. Se trata de una estructura delicada, muy vascular, de tejido conectivo que rodea y protege al cerebro y la médula espinal. En esta capa se encuentran los espacios de Virchow-Robin, que son espacios alrededor de los vasos (perivasculares) que rodean las arterias pequeñas y las arteriolas. Perforan la superficie del cerebro y se extienden hacia dentro desde el espacio subaracnoideo.

Rpta.: C

14. La visión es una de las funciones más complejas del organismo. Las estructuras relacionadas con la función visual son el globo ocular, el nervio óptico y el lóbulo occipital del cerebro. La visión implica una serie de procesos. Indique la secuencia correcta de los procesos para que se realice la visión.

A) Transmisión – interpretación – percepción – transformación
B) Percepción – transformación – transmisión – interpretación
C) Interpretación – transformación – percepción – transmisión
D) Transformación – percepción – transmisión – interpretación

Solución:

Los rayos de luz entran a través de la pupila y se concentran en la córnea y cristalino (Percepción). Se forma la imagen en la retina (transformación) la cual se excita y se transmite por los nervios ópticos en forma de impulsos nerviosos, hasta la corteza cerebral, donde se producen los estímulos inmediatos de las sensaciones y percepciones visuales y se da la interpretación de lo que se ha mirado.

Rpta.: B

15. En algunas ocasiones, nuestras manos se enfrían de tal manera que se entumecan por lo que buscamos una fuente de calor, la más inmediata es coger una taza de infusión caliente, pero, a pesar del frío, no podemos sostenerla por mucho tiempo y esto es porque nuestros _____ se activan.

A) corpúsculos de Rufini B) corpúsculos de Barr
C) corpúsculos de Meissner D) corpúsculos de Krause

Solución:

La piel contiene muchos receptores cuya información nos proporciona la sensación del tacto. Entre ellas se encuentran los **corpúsculos de Rufini** de adaptación lenta que responden al calor y también a la presión.

Rpta.: A

