



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA
CENTRO PREUNIVERSITARIO



(VIDEOS)
**TEORÍA Y
EJERCICIOS**

Semana N.º 9

Habilidad Verbal

SECCIÓN A

COMPRENSIÓN LECTORA: LECTURA INFERENCIAL

La inferencia es un proceso cognitivo mediante el cual la mente humana llega a ciertas conclusiones sobre la base de determinadas informaciones. Si el *input* es un conjunto de datos, el *output* puede ser una información de calidad en la medida en que el proceso sea conducido por un dispositivo inferencial potente y confiable. Las inferencias realizadas durante la comprensión lectora satisfacen dos funciones generales:

1. Permiten establecer conexiones entre el nuevo material que exhibe el texto y el conocimiento ya existente en la memoria. Gracias a esta operación inferencial, el nuevo material se torna inteligible, se construye una cierta organización que le da sentido al texto y, en consecuencia, el lector puede apropiarse de la nueva información presentada. Por ejemplo, si se lee que Chomsky escribió una dura reseña contra el libro de B. F. Skinner *Verbal Behavior* (1957), se puede inferir que Chomsky es un agudo detractor del conductismo psicológico.

2. Permiten cubrir las lagunas en la estructura superficial global del texto. Por ejemplo, si se lee que Helena está en un café y nerviosamente mira su reloj, cabe inferir que está esperando a alguien con quien tendrá una entrevista importante.

Las inferencias se emplean en la comprensión de todo tipo de texto, puesto que los recursos elípticos son imprescindibles para garantizar la economía del lenguaje. Evidentemente, una buena lectura se caracteriza por llevar a cabo inferencias adecuadas y, en consecuencia, se trata de obtener una conclusión sobre la base de un proceso de razonamiento válido que se adecúe a las normas rigurosas de un pensamiento fuerte.

EJERCICIOS DE INFERENCIAS EN COMPRENSIÓN LECTORA

TEXTO A

Después de treinta años de una enseñanza tan singular en el fondo como en la forma, dada públicamente en las plazas, en los gimnasios y en todas partes, Sócrates es llevado a los tribunales atenienses a la edad de más de setenta años, por ser considerado como hombre pernicioso para la república. En el primer año de la Olimpiada 95 (399 a. C.) y en la segunda mitad del mes Muniquión (abril), aparece en el pórtico del Arconte Rey, un acta de acusación concebida en estos términos:

«Sócrates es culpable porque no cree en los dioses que la ciudad venera, sino que introduce otras divinidades nuevas: es también culpable porque corrompe a los jóvenes. Pena, la de muerte».

Y es lo más admirable que esto acontecía en la ciudad más libre de la Antigüedad, en donde ya fuese por espíritu de novedad, o por ansia de saber, se daba oídos a todas las doctrinas; donde los sabios expulsados de otros estados hallaban benévola acogida; y en donde la juventud ateniense retribuía con largueza a cuantos maestros prometían enseñarla el arte del buen decir y la ciencia política. ¿Cómo se explica este suceso? ¿Qué causas tan especiales o qué conjunto de circunstancias acumularon tantos odios sobre un hombre cuya doctrina hizo la revolución más grande en la historia filosófica de la Grecia y cuyas virtudes han sido la admiración de la posteridad? Son muchos y diversos los juicios que se han hecho sobre este punto y los límites de estas observaciones preliminares son demasiado estrechos para tratarle detenidamente; pero es necesario dar alguna explicación para la mejor inteligencia de la *Apología*.

Academia Peruana de la Lengua (2017). *El Juicio y la muerte de Sócrates*. Lima: Alastor Editores. (Texto editado).

1. Es posible inferir que la acusación formulada contra Sócrates

- A) se sustenta en los intentos de este por liderar una revolución.
- B) estuvo libre de sesgos por el pensamiento religioso imperante.
- C) se pudo llevar a cabo luego de treinta años de evidente perjurio.
- D) sorprende al autor por las características del pueblo ateniense.

Solución:

La sorpresa o admiración del autor se apoya en que el pueblo ateniense daba oídos a diferentes doctrinas y conocimientos, incluso aquellos que eran rechazados en otros lugares.

Rpta.: D

2. Se puede colegir del texto que las razones por las que Sócrates es acusado ante los tribunales

- A) solo se entienden considerando la edad proveya del gran filósofo griego.
- B) fueron previamente discutidas por los filósofos más célebres de la época.
- C) distan de alinearse en una sola postura que pueda abordarse a plenitud.
- D) soslayaron tomar en cuenta la conducta del acusado en lugares públicos.

Solución:

El texto explica la complejidad que involucra explicar por qué tan célebre filósofo como lo es Sócrates pudo haber recibido tal condena. En ese sentido, indica que son diversos los juicios y que las diferentes perspectivas distan muy poco unas de otras como para tratarse con detenimiento.

Rpta.: C

TEXTO B

Desde que se completó en 1869, el canal de Suez ha sido una de las vías de agua más importantes del mundo; un portal entre Oriente y Occidente que ha sido controlado por varios países, cuyo uso amenazó con iniciar una guerra y que se convirtió en la base de la economía global.

Pero el gigantesco buque portacontenedores que se ha encallado al otro lado de la vía fluvial plantea un problema muy moderno: alrededor de una décima parte del comercio mundial pasa por el canal de Suez y podría estar enfrentando un bloqueo de una semana de duración.

Los trabajadores continúan limpiando arena y lodo del Ever Given, un barco de 224 000 toneladas que encalló después de que vientos de 40 nudos y una tormenta de arena que causó poca visibilidad y mala navegación lo encallaran.

La velocidad con la que pueden mover el barco, que es tan largo como el edificio *Empire State* es de alto, tiene importancia en todo el mundo, y es un desafío único incluso en la agitada historia de Suez.

Desalojar el Ever Given, que actualmente bloquea la vía fluvial, podría llevar «días o semanas, dependiendo de lo que se encuentre», según el director ejecutivo de Boskalis, cuya empresa hermana SMIT Salvage está trabajando ahora para liberar el barco. Eso significa problemas para el comercio mundial. La aseguradora líder de transporte marítimo Allianz ha dicho que los barcos «se enfrentan a desviaciones largas y costosas si el canal no se abre pronto». Desviar buques a través del extremo sur de África agregaría aproximadamente dos semanas a sus viajes.

No está claro si el bloqueo del canal afectará a los consumidores y con qué gravedad. Pero los analistas de Commerzbank dijeron en una nota a los clientes el viernes que el incidente podría hacer que el petróleo se vuelva más caro para los consumidores debido a las mayores tarifas de los petroleros como resultado del bloqueo.

Picheta, R. (2021). «Por qué el canal de Suez es tan importante (y por qué el bloque allí podría ser muy dañino a nivel mundial)» en *CNN en español*. Recuperado de <https://cnnespanol.cnn.com/2021/03/26/canal-de-suez-importante-bloqueo-economia-trax/> (Texto editado).

1. Se infiere que el buque portacontenedores Ever Given

- A) se ha encallado en el Suez, primordialmente, por un acto de negligencia.
- B) depende de factores ajenos a sus dimensiones para poder ser liberado.
- C) ostenta el récord de ser el primer buque dedicado a acciones económicas.
- D) una vez liberado, deberá tomar una ruta alterna para llegar a su destino.

Solución:

Si bien el gran tamaño del Ever Given dificulta su liberación, el texto indica que esta se podrá dar en días o semanas dependiendo de lo que se encuentre.

Rpta.: B

2. Podemos colegir que, desde su creación en 1869, el canal de Suez

- A) tiene una incidencia primordial en la economía del mundo actual.
- B) es el lugar que evidencia el mayor número de conflictos bélicos.
- C) puede lidiar fácilmente con el encallamiento de buques marinos.
- D) ha sido objeto de controversia acerca de su condición geográfica.

Solución:

El canal de Suez mueve la economía del mundo.

Rpta.: A

3. Es posible deducir que el comercio mundial podría verse seriamente afectado con el encallamiento del Ever Given debido a que
- A) fue del todo inconveniente construir una nave con una dimensión tan grande en la historia.
 - B) fundamentalmente se asociará con los retrasos de las embarcaciones a sus destinos.
 - C) los expertos del Commerzbank han tratado de entender la dinámica del mundo financiero.
 - D) la trascendencia del canal donde este buque encalló se ha incrementado en el último siglo.

Solución:

El texto explica que la economía mundial se puede afectar gravemente puesto que los buques y otras embarcaciones tendrían que recorrer África a través del extremo sur, lo que tomaría mucho más tiempo.

Rpta.: B

TEXTO C

Era de noche. Jesús, enclavado en el madero, no había muerto aún; de rato en rato los músculos de sus piernas se retorcían con los calambres de un dolor intenso, y su hermoso rostro, hermoso aun en las convulsiones de su prolongada agonía, hacía una mueca de agudo sufrimiento... ¿Por qué su Padre no le enviaba, como un consuelo, la caricia paralizadora de la muerte?... Le parecía que el horizonte iluminado por rojiza luz se dilataba inmensamente. Poco a poco fue saliendo la luna e iluminó con sarcástica magnificencia Sus carnes enflaquecidas, las oquedades espasmódicas que se formaban en su vientre y en sus flancos, sus llagas y sus heridas, su rostro desencajado y angustioso... —Padre mío, ¿por qué me has abandonado? ¿Por qué esta burla cruel de la Naturaleza?

Los otros dos crucificados habían muerto hacía ya tiempo, y estaban rígidos y helados, expresando en sus rostros la última sensación de la vida; el uno tenía congelada en los labios una mueca horrorosa de maldición; el otro una sonrisa de esperanza. ¿Por qué habían muerto ellos, y él, el Hijo de Dios, no? ¿Se le reservaba una nueva expiación? ¿Quedaba aún un resto de amargura en el cáliz del sacrificio? ...

En aquel momento oyó Jesús una carcajada espantosa que venía de detrás del madero. ¡Oh! esa risa, que parecía el aullido de una hiena hambrienta, la había él oído durante cuarenta noches en el desierto. Ya sabía quién era el que se burlaba de su dolorosa agonía: Satán, Satán que infructuosamente le había tentado durante cuarenta días, estaba allí a sus espaldas, encaramado a la cruz; sentía que su aliento corrosivo le quemaba el hombro martirizando las desolladuras con la acción dolorosa de un ácido denso. Oyó su voz burlona que le decía al oído:

—¡Pobre visionario! Has sacrificado tu vida a la realización de un ideal estúpido e irrealizable. ¿salvar a la Humanidad! ¿Cómo has podido creer, infeliz joven, que la arrancarías de mis garras, si desde que surgió el primer hombre, la Humanidad está muy a gusto entre ellas? Sabe, ¡oh, desventurado mártir! que soy yo la Carne, que soy yo el Deseo, que soy yo la Ciencia, que soy yo la Pasión, que soy yo la Curiosidad, que soy yo todas las energías y estímulo de la naturaleza viva, que soy yo todo lo que invita al

hombre a vivir... ¡Loco empeño y necia vanidad es el querer aniquilar en el futuro lo que yo sabiamente he labrado en un pasado eterno!...

Palma, C. (2009). «El quinto Evangelio» en *Cuentos Malévolos*. Lima: Arsam Ediciones. (Texto editado).

1. Es posible desprender que el anhelo de Jesús por acabar con su vida
- A) aún no podía darse pues tenía que cumplir las órdenes de su progenitor.
 - B) era similar a los dos crucificados previamente antes de que estos fallezcan.
 - C) se debía fundamentalmente al agobio intenso en el que se encontraba.
 - D) sería el detonante de que posteriormente apareciera Satán a mofarse de él.

Solución:

El texto describe el lamentable estado en el que se encontraba Jesús que motivaba a preguntarle a su padre por qué lo había abandonado. Jesús anhelaba la «caricia paralizadora de la muerte».

Rpta.: C

2. Se infiere que la muerte se asocia con una caricia paralizadora en virtud
- A) del poder del destino de la humanidad.
 - B) del dolor insoportable de la agonía.
 - C) del talante frío del estado cadavérico.
 - D) del pensamiento satánico inmemorial.

Solución:

La muerte se entiende como una caricia porque la agonía debe implicar un dolor insufrible.

Rpta.: B

3. Podemos deducir del texto que la mordacidad de Satán hacia Jesús
- A) radicaba íntegramente en la candidez del buen Jesús.
 - B) se explica por su propósito de ejecutar pronto a Jesús.
 - C) es ignorada por el crucificado dado su estado de salud.
 - D) se sustenta en su visión acerca de la maldad humana.

Solución:

Satán consideraba a Jesús un infeliz joven que sacrificó su vida en busca de un ideal iluso porque asume la maldad de la humanidad.

Rpta.: D

COMPRESIÓN DE LECTURA

TEXTO 1

En su deliciosa biografía del Dante (cap. 1360), Boccaccio expuso su opinión acerca del origen de la palabra 'poesía': «otros lo atribuyen a razones diferentes, acaso aceptables; pero esta me gusta más». El novelista aplicaba al conocimiento acerca de la

poesía y de su nombre, el mismo criterio que podría usarse para apreciar la poesía misma: el gusto. Confundía así valores situados en niveles diferentes: el estético, perteneciente a la esfera de la sensibilidad y el gnoseológico, que está enriquecido con una cualidad emergente: la razón.

Semejante confusión no es exclusiva de poetas: incluso Hume, en una obra célebre por su crítica mortífera de varios dogmas tradicionales, escogió el gusto como criterio de verdad. En su *Treatise of Human Nature* (1739) puede leerse: «No es solo en poesía y en música que debemos seguir nuestro gusto, sino también en la filosofía [que en aquella época incluía habitualmente a la ciencia]. [...] Cuando prefiero un conjunto de argumentos por sobre otros no hago sino decidir, sobre la base de mi sentimiento, acerca de la superioridad de su influencia».

El recurso al gusto no era, por supuesto, peor que el argumento de autoridad, criterio de verdad que ha mantenido enjaulado al pensamiento durante tanto tiempo y con tanta eficacia. Desgraciadamente, la mayoría de los filósofos aún creen que la manera correcta de decidir el valor de verdad de un enunciado es someterlo a prueba de algún texto: es decir, verificar si es compatible con frases más o menos célebres tenidas por verdaderas eternas, o sea principios infalibles de alguna escuela de pensamiento. Los dogmáticos — antiguos y modernos, fuera y dentro de la profesión científica, maliciosos o no— obran de esta manera aun cuando no desean convalidar creencias que simplemente no pueden ser comprobadas, sea empíricamente, sea racionalmente. Porque «dogma» es toda opinión no confirmada de la que no se exige verificación porque se la supone verdadera. [...]

Pregúntese a un científico si cree que tiene derecho a suscribir una afirmación en el campo de la ciencia tan solo porque le guste, o porque la considere un dogma inexpugnable, o porque a él le parezca evidente, o porque la encuentre conveniente. Probablemente conteste más o menos así: ninguno de esos presuntos criterios de verdad garantiza la objetividad, y el conocimiento objetivo es la finalidad de la investigación científica. Lo que se acepta solo por gusto, o por conveniencia, no es sino creencia u opinión, pero no es conocimiento científico. El conocimiento científico es a veces desagradable, a menudo contradice a los clásicos, en ocasiones **tortura** al sentido común y humilla a la intuición; por último, puede ser conveniente para algunos y no para otros. En cambio, aquello que caracteriza al conocimiento científico es su verificabilidad: siempre es susceptible de ser verificado (confirmado o desconfirmado).

Bunge, M. (1959). *La ciencia. Su método y su filosofía*. Buenos Aires: Siglo Veinte.

1. ¿Cuál es la idea principal del texto?

- A) Poetas y filósofos han cometido errores al considerar el gusto como criterio lícito.
- B) El conocimiento científico se sustenta racionalmente en el criterio de verificación.
- C) Los criterios del gusto y el argumento de autoridad son ajenos a los de la ciencia.
- D) A diferencia de la ciencia, los dogmas se respaldan en opiniones incuestionables.

Solución:

El texto sustenta fundamentalmente que, lejos del gusto o el argumento de autoridad, aquello que caracteriza al conocimiento científico es su verificabilidad.

Rpta.: B

2. En el texto, el término TORTURA connota, fundamentalmente,

- A) mortandad.
- B) asunción.
- C) violencia.
- D) refutación.

Solución:

La ciencia puede refutar concluyentemente el sentido común, y metafóricamente Bunge habla de tortura.

Rpta.: D

3. Cabe inferir del texto que el pensamiento dogmático presente en el plano académico

- A) es aquello que marca la diferencia entre la poesía y el plano filosófico.
- B) opera con un criterio de verdad que no se sustenta en la racionalidad.
- C) contrasta con el juicio de autoridad desarrollado por el autor del texto.
- D) podrá ser comprobado siempre que sea un científico quien lo plantee.

Solución:

El pensamiento dogmático puede ser malicioso o no, pero se caracteriza por plantear ideas incuestionables que no se corroboran racionalmente.

Rpta.: B

4. Con respecto a la postura del autor, es incompatible sostener que la razón

- A) es, sin duda, un criterio más sólido que el mero gusto o autoridad.
- B) permite distinguir valores del plano gnoseológico frente al estético.
- C) es el único medio por el que se puede corroborar una conjetura.
- D) posiblemente sea un concepto valorado en el método científico.

Solución:

El texto indica que una creencia puede ser comprobada empíricamente o racionalmente, cosa que los dogmas no hacen.

Rpta.: C

5. Si un epistemólogo siguiera el pensamiento de Boccaccio, valoraría la ciencia según un criterio

- A) histórico.
- B) decimonónico.
- C) estético.
- D) dogmático.

Solución:

Tal como lo indica al inicio, utilizar el gusto para evaluar una obra se enmarcaría dentro del criterio estético, nivel distinto al gnoseológico.

Rpta.: C**TEXTO 2**

Islandia se convirtió en el primer país del mundo en obligar a las compañías y empresas a pagar a hombres y mujeres de forma equitativa. Eso fue el año pasado tras décadas de reclamo. El pago equitativo —es decir, mismo salario para mujeres y hombres que realizan igual trabajo— ha sido un reclamo de larga data en la lucha por la igualdad de género que se ha reflejado incluso en leyes no solo de Islandia, sino de otros países europeos. Este paso **coincide** con el dato de que Islandia, una nación de poco más de 350 000 habitantes, es considerado el mejor país del mundo en cuestiones de igualdad de género. Pero, ¿es posible que otros países se beneficien de su estrategia?

En Europa, se ha hecho un esfuerzo para que las empresas publiquen las diferencias entre lo que le pagan a los varones y a las mujeres. A esa diferencia se la llama brecha salarial y se puede ver en cada país en el mundo. Por ejemplo, en la Unión Europea y otros 35 países en 2014 se pagaba un 13,8% más por hora de trabajo a los varones que a las mujeres, de acuerdo con la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE). En ese entonces, entre los países relevados por la OCDE, la brecha en Rumania era del 1,5% —la menor— y la de Corea del Sur era 34,6%, la mayor.

Por otro lado, ¿cómo es la brecha salarial en América Latina? De acuerdo con la Comisión de Estudios para América Latina (CEPAL), en América Latina, las mujeres ganan un 84% de lo que ganan los varones. «Desde la década de los 90 hasta la actualidad, esta brecha ha ido disminuyendo. En números, representa una disminución del 12% entre 1990 y 2014», explicó Nieves Rico, directora de Asuntos de Género de la CEPAL. Sin embargo, contrario a lo que ocurre con la brecha en el mercado laboral, en Latinoamérica el número de años de instrucción de la población activa femenina (9,6 en promedio) es superior al de la población masculina.



Rubery, J. (2019). «Por qué es tan difícil la igualdad salarial entre hombres y mujeres incluso cuando un gobierno lo decreta» en *BBC*. Recuperado de <https://www.bbc.com/mundo/noticias-47342450> (Texto editado).

1. En esencia, se puede afirmar que el texto gira en torno

- A) a la evidente brecha salarial en los países de América Latina.
- B) a la necesidad de desaparecer la brecha salarial en el Tierra.
- C) a la situación de la brecha salarial de género a nivel mundial.
- D) al caso de Islandia, primer país en liquidar su brecha salarial.

Solución:

La lectura brinda un panorama de la brecha salarial de género en todo el mundo a partir del caso de Islandia y considerando lo que acontece en Europa, América Latina y otros países.

Rpta.: C

2. En el texto, el término COINCIDIR implica

- A) regulación.
- B) coherencia.
- C) inestabilidad.
- D) organización.

Solución:

El hecho de que Islandia es la primera nación en implementar una completa equidad laboral «coincide» con que sea considerado «el mejor país del mundo en cuestiones de igualdad de género». Por ende, el término «coincidir» implica «coherencia».

Rpta.: B

3. Con respecto al gráfico es compatible afirmar que la información sobre brecha salarial de algunos países de América Latina

- A) señala que Uruguay se ha conservado por debajo de la media mundial.
- B) revela que Costa Rica tiene mayor igualdad de género que El Salvador.
- C) evidencia que cuatro países sudamericanos exceden la media mundial.
- D) indica que es más marcada en los países de la zona de Centroamérica.

Solución:

Según el gráfico, Argentina, Uruguay, Chile y Perú son países sudamericanos que superan la media mundial con respecto a la brecha de salarial de género.

Rpta.: C

4. Del gráfico y la lectura se desprende que, a veces, en los países de América Latina,

- A) la remuneración laboral no se corresponde con el grado de instrucción.
- B) la diferencia de sueldos entre varones y mujeres es casi imperceptible.
- C) el distingo al momento de imponer sueldos se ha mantenido constante.
- D) se respeta la igualdad salarial como en el caso de Brasil y El Salvador.

Solución:

El gráfico muestra los niveles de desigualdad salarial entre varones y mujeres en Latinoamérica, y la lectura sostiene que, en promedio, el nivel de instrucción de estas últimas es superior. Por ello, es probable que no exista una correspondencia entre ambas variables en consideración de la barrera de género.

Rpta.: A

5. Si los países de América Latina en conjunto asumieran políticas laborales como las implementadas en Rumania,
- A) las diferencias laborales en Argentina aumentarían exponencialmente.
 - B) las protestas por la falta de equidad en el trabajo serían más comunes.
 - C) la falta de equidad debilitaría la estabilidad de las naciones de Europa.
 - D) la media mundial de brecha salarial se reduciría de modo significativo.

Solución:

La brecha salarial en Rumanía es una de las menores a nivel mundial (1,5). Si los países latinoamericanos en bloque asumieran las estrategias de este país europeo, dada su cantidad, podrían afectar el promedio mundial de brecha salarial.

Rpta.: D

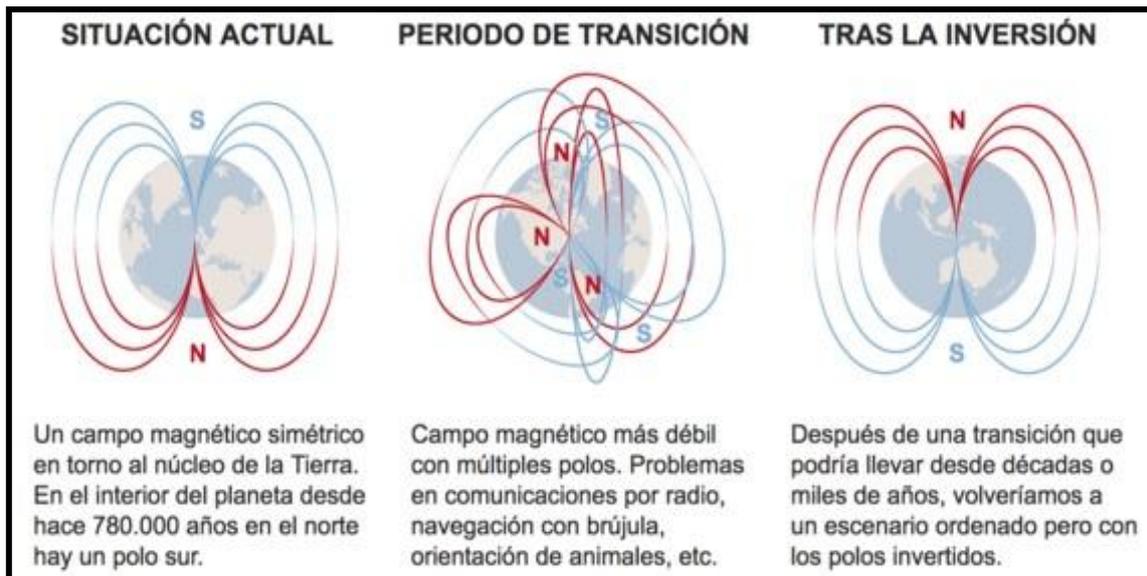
SECCIÓN B

TEXTO 1

Los polos magnéticos de la Tierra se han invertido varias veces a lo largo de la historia del planeta; la última fue hace 780 000 años. Actualmente, los geofísicos creen que los polos podrían estar en proceso de intercambiar sus posiciones de nuevo. En efecto, la red de satélites Swarm, de la ESA, ha observado que el campo magnético terrestre se está debilitando diez veces más deprisa de lo que se pensaba: un 5% cada diez años, en lugar de cada siglo. Esa merma tal vez indique la inminencia de la próxima inversión, la cual podría completarse antes de 2000 años. De hecho, el norte magnético parece estar desplazándose hacia Siberia.

Los expertos no conocen por completo qué provoca la inversión de los polos, pero coinciden en que el campo magnético del planeta presenta una configuración dipolar. El centro de la Tierra consta de un núcleo interior de hierro sólido y uno exterior de hierro líquido, muy buen conductor de la electricidad. Al calentarse en las proximidades del núcleo interior, el hierro líquido asciende, tras lo cual se enfría y se hunde de nuevo. La rotación terrestre retuerce su trayectoria, lo que genera un campo magnético con polos norte y sur que se perpetúa a sí mismo.

De tanto en tanto, el flujo de hierro líquido experimenta perturbaciones locales que invierten parcialmente el sentido del campo magnético, lo que debilita el campo total. Se ignora por qué se desencadenan esas perturbaciones. Parecen consecuencia inevitable de un sistema caótico, y aparecen a menudo en las simulaciones por ordenador. «Al igual que ocurre con un huracán, no podemos predecir con exactitud cuándo o dónde comenzará una inversión, a pesar de que conocemos bien la física básica del proceso», explica Gary Glatzmaier, geofísico de la Universidad de California en Santa Cruz. Por regla general, esas inversiones locales **remiten** pasados unos mil años. A veces, sin embargo, la contorsión se extiende y acaba por invertir la polaridad de todo el campo. De media, esos volteos se suceden cada 5000 años, si bien pueden ocurrir en tan solo 1000 años o demorarse hasta 20 000.



Sneed, A. (2014). «La próxima inversión magnética» en *Investigación y ciencia*. Recuperado de <https://n9.cl/bxgfw> (Texto editado).

1. Medularmente, el texto sostiene que

- A) cada 5000 años los campos magnéticos del planeta invierten sus posiciones.
- B) la red satelital Swarm establece que el campo magnético siempre se debilita.
- C) los polos podrían estar en proceso de intercambiar sus ubicaciones actuales.
- D) la inversión magnética es resultado del debilitamiento de los polos terrestres.

Solución:

La lectura busca informar sobre un proceso que podría desencadenar la inversión de los polos magnéticos terrestres, aunque señala que constituye un fenómeno natural del que no se puede predecir ni el lugar ni el momento exactos.

Rpta.: C

2. En el texto, el término REMITIR se entiende como

- A) desaparecer.
- B) reiterar.
- C) instalar.
- D) aligerar.

Solución:

En su contexto enunciativo, el término «remitir» alude a que las inversiones locales finalmente *desaparecen* pasado un tiempo aproximado, aunque, a veces, pueden invertir la polaridad de los campos.

Rpta.: A

3. Sobre el fenómeno relacionado con los polos magnéticos, no se condice sostener que

- A) el flujo de hierro líquido del núcleo experimenta alteraciones locales.
- B) la transición polar podría demorar algunas décadas o miles de años.
- C) un campo magnético es indiscernible de un campo con múltiples polos.
- D) luego del periodo de transición, se volverá al campo definido por simetría.

Solución:

En la lectura, se indica que las inversiones locales pueden desaparecer pasado un periodo de tiempo, pero, a veces, pueden provocar que se invierta «la polaridad de todo el campo». Por ende, si es posible discernir entre ambos fenómenos.

Rpta.: C

4. Del gráfico se colige que, durante el periodo de transición,

- A) los polos realizarán un movimiento que no modificará su ubicación.
- B) la navegación deberá recurrir a implementos auxiliares a la brújula.
- C) los polos se ubican definitivamente de manera invertida a la actual.
- D) los órganos de orientación de los animales evolucionarán sin duda.

Solución:

Se indica en el gráfico que existirán problemas al navegar con brújula en el periodo de transición. Por ello, es necesario, cuando llegue ese momento, emplear recursos que suplan la ausencia de esta herramienta.

Rpta.: B

5. Si la tecnología actual permitiera determinar fehacientemente cuál es el agente que genera las perturbaciones locales del núcleo terrestre,

- A) el sistema caótico que rige la inversión polar adquiriría una mayor complejidad.
- B) el hierro líquido con el tiempo afectaría la transición de los campos magnéticos.
- C) aumentaría de manera notable la cantidad de inversiones locales en los polos.
- D) la capacidad de predicción científica sobre la inversión polar se incrementaría.

Solución:

Según la lectura, los científicos ignoran las causas que desencadenan las perturbaciones locales del núcleo. Es por esa razón que no pueden predecir ni el lugar ni el tiempo en que ocurrirán. Conocer qué genera esas perturbaciones mejoraría la capacidad predictiva de la ciencia con respecto a la inversión polar.

Rpta.: D**TEXTO 2**

Desde la atmósfera hasta los confines más profundos de los océanos, los diferentes entornos en los que se desarrolla la vida en la Tierra están altamente oxigenados. La mayor parte del oxígeno en la atmósfera terrestre procede de un evento que tuvo lugar entre hace unos 2800 millones de años —cuando se cree que surgieron los primeros microorganismos productores de oxígeno, las llamadas cianobacterias— y en algún momento entre hace 2400 y 2050 millones de años, la proliferación de estos microorganismos produjo unas cantidades masivas de oxígeno que cambió para siempre la vida en nuestro planeta.

Sabemos pues de donde viene el oxígeno que respiramos. Sin embargo, al haber sido producido por las formas de vida surgidas al comienzo del Paleoproterozoico, podríamos considerar su presencia una anomalía en la historia geológica de nuestro planeta. Y en este sentido los científicos siempre se han preguntado hasta cuándo nuestra atmósfera dispondrá del oxígeno necesario para soportar una biosfera tal y como hoy la conocemos.

Ahora, un nuevo estudio aborda este problema utilizando un modelo numérico que aúna biogeoquímica y climatología. Kazumi Ozaki, profesor asistente en la Universidad de Toho, descubrió que nuestra atmósfera ahora rica en oxígeno probablemente permanecerá relativamente **estable** durante otros 1000 millones de años antes de que se produzca una rápida desoxigenación equivalente al Gran Evento de Oxidación que tuvo lugar hace unos 2400 años. «La atmósfera posterior a la Gran Desoxigenación se caracterizará por altos niveles de metano, bajos niveles de CO₂ y una capa de ozono ausente. El sistema terrestre probablemente se convertirá en un mundo de formas de vida anaeróbicas», afirma Ozaki.

Para examinar cómo evolucionará la atmósfera de la Tierra en el futuro, Ozaki y su colega del Instituto de Tecnología de Georgia, Christopher Reinhard, construyeron un modelo del sistema terrestre que fue ejecutado más de 400 000 veces variando los distintos parámetros.

La atmósfera rica en oxígeno de la Tierra representa un signo importante de vida que puede detectarse de forma remota. Sin embargo, este estudio sugiere que la atmósfera oxigenada de la Tierra, la cual se presume que tiene un tiempo de vida útil en torno al 20-30% del tiempo que nuestro planeta ha estado habitado, no sería una característica permanente de nuestro planeta.

El oxígeno —y su subproducto fotoquímico, el ozono— es la firma biológica más aceptada para la búsqueda de vida en los exoplanetas. No obstante, si podemos extrapolar la información que se desprende del estudio de Ozaki a planetas similares a la Tierra, entonces los científicos deberían considerar firmas biológicas adicionales a la hora de buscar vida más allá de nuestro sistema solar y contemplar de esta manera mundos anóxicos y débilmente oxigenados.

Rodríguez, H. (2021). «La atmósfera de la Tierra tiene fecha de caducidad» en *National Geographic*. Recuperado de https://www.nationalgeographic.com.es/ciencia/breve-historia-oxigeno-tierra_16547 (Texto editado).

1. En el estudio mostrado, se informa principalmente sobre

- A) la plausibilidad de descubrir oxígeno más allá de la tierra en un futuro próximo.
- B) el registro más arcaico de oxígeno hallado en la historia de la atmósfera terrestre.
- C) un estudio de los seres vivos capaces de sobrevivir con poco o nulo oxígeno.
- D) el tiempo que la tierra contará con el oxígeno suficiente para seguir subsistiendo.

Solución:

El texto introduce la idea de la cantidad de oxígeno en la Tierra para luego plantearse hasta cuándo tendremos el suficiente para soportar una biósfera tal y como la conocemos.

Rpta.: D

2. El sentido contextual de la palabra ESTABLE se opone al de

- A) hipotético. B) constante. C) precario. D) sucesivo.

Solución:

El término ESTABLE remite a la idea de una cantidad que se mantiene o no varía. Lo contrario de ello sería inestable o precario.

Rpta.: C

3. Se desprende de la lectura que las cianobacterias
- A) sobrevivirían en un entorno posterior a la Gran Desoxigenación.
 - B) cumplieron un papel trascendental en el consumo de oxígeno.
 - C) lucharon contra las formas prístinas de vida en nuestro planeta.
 - D) serían las culpables de acabar con la mayoría de CO₂ en la Tierra.

Solución:

Las cianobacterias son uno de los primeros productores de oxígeno en nuestro planeta, por lo que su entorno tuvo escasa o nula oxigenación. Una posible pérdida de oxígeno a gran escala nos permitiría suponer que no afectaría tanto a las cianobacterias.

Rpta.: A

4. Es incompatible con el contenido del texto decir que la investigación hecha por Ozaki y Reinhard
- A) analizó variables vinculadas a la climatología y la biogeoquímica.
 - B) puede utilizarse para estimar posibles formas de vida extraterrestre.
 - C) implicó ejecutar una serie de pruebas cambiando diversos factores.
 - D) concluyó que una posible desoxigenación de la tierra es inminente.

Solución:

El estudio indica que la tierra se mantendría con suficiente oxígeno por al menos 1000 millones de años antes de una rápida desoxigenación.

Rpta.: D

5. Si se descubriera un exoplaneta débilmente oxigenado,
- A) inexorablemente mostraría formas de vida elaboradas.
 - B) se desarrollaría una cantidad inmensa de cianobacterias.
 - C) podría desarrollar en el futuro un alto nivel de oxigenación.
 - D) se tornaría anóxico en un tiempo menor a cien mil años.

Solución:

Se plantea un modelo donde un gran evento de oxidación es una ruta probable.

Rpta.: C

TEXTO 3 A

Si observamos la tendencia de la mayoría de los países desarrollados y en vías de desarrollo, veremos que las políticas públicas funcionan desde una óptica positiva. Ello se debe a que el uso de la bicicleta es materia prioritaria y objeto de incentivo. La idea es que su uso crezca masiva y rápidamente. En ese contexto, si se producen situaciones complejas que requieran ser corregidas, ya sea porque afectan a terceros o van contra la dirección de las políticas, estas se combaten con la misma óptica, es decir, con educación, campañas informativas, eventos masivos, involucrando líderes de opinión, etc. Desde este punto de vista, la acción de Carabineros responde a una estrategia **disonante** respecto de todo lo que está sucediendo en el contexto normativo internacional y lo que está sucediendo en las calles del país con el inaudito aumento del uso de la bicicleta como medio de transporte.

El principal problema es que la actual Ley de Tránsito nunca fue concebida para incluir a la bicicleta como medio de transporte diferente e integrado respecto del resto de los demás vehículos, sino al contrario: contiene disposiciones dispersas, inconsistentes y varias de ellas difíciles de cumplir por parte de los usuarios.

La señal que ha dado la autoridad cursando multas a ciclistas no debe seguir siendo parte de las políticas públicas. Por lo tanto, son las autoridades responsables de la educación, regulación del tránsito e incentivos en materias ambientales las que deben tomar la conducción con fuerza de este proceso, con el fin de maximizar las acciones de fomento y evitando acciones punitivas como las multas que han abundado los últimos meses.

Diario Mayor (2014). «¿Es ético multar a los ciclistas?» en *Diario Mayor*. Recuperado de antiguo.diariomayor.cl/detallenot/detallenot-mundomayor.index/3012/ (Texto editado).

TEXTO 3 B

Los han atrapado *in fraganti*. Conducían la bici en la Gran Vía de Las Cortes Catalanas, pero no respetaban la ley. La Guardia Urbana de Barcelona les ha multado con 200 euros.

Fueron atrapados por la Guardia Urbana con los auriculares puestos mientras pedaleaban. La sanción que conlleva la infracción alcanza los 200 euros. En caso de hacer el pago antes de quince días, el descuento es del 50%. Es decir, 100 euros. La diferencia entre una y otra sanción ha sido solo de cinco minutos.

Estos son dos ejemplos de las multas que reciben los ciclistas quienes, en numerosas ocasiones, pasan desapercibidos en ciudad. Solo el año pasado se multaron a 2772 ciclistas por incumplir las normas de circulación saltándose un semáforo, circular utilizando auriculares o hablar por el teléfono móvil, lo que supone un 39% de sanciones más que en el 2010, cuando se registraron 1991.

La infracción más sancionada fue la de no respetar la luz roja de un semáforo con 1616 multas, seguida del uso de auriculares conectados a reproductores de música, con 603, y de la utilización de teléfonos móviles, con 553, si bien estas dos últimas han multiplicado sus cifras, según los datos que facilitó la Guardia Urbana.

También se registró un incremento importante en las denuncias por utilizar auriculares conectados a reproductores de música en pleno trayecto, que subieron de 333 en el 2010 a 603 el año pasado, casi el doble.

Carles Reyner, portavoz e intendente de la Guardia Urbana, ha explicado que el incremento de sanciones responde a la voluntad de disciplinar a un colectivo que ha duplicado el número de desplazamientos desde el 2006, pasando de 47 000 diarios a 106 000 en el año pasado.

Gaceta.es (2011) «¿Hay que 'disciplinar' a los ciclistas infractores?» en *Enbicipormadrid*. Recuperado de <https://www.enbicipormadrid.es/2012/02/hay-que-disciplinar-los-ciclistas.html> (Texto editado).

1. De forma medular, ambos textos polemizan en torno

- A) al proceso educativo aplicado a los ciclistas ante una infracción.
- B) al incremento de ciclistas que vulneran las normas gubernamentales.
- C) a la intención de multar a ciclistas que cometan infracciones a la ley.
- D) a la plausibilidad de crear campañas informativas dirigidas a ciclistas.

Solución:

El texto A indica en la parte final que las multas a ciclistas no deberían seguir siendo parte de las políticas públicas. El texto B indica en el último párrafo que la cantidad de ciclistas multados responde a la intención de disciplinar a los ciclistas, implicando que ello será mediante multas.

Rpta.: C

2. En el marco del texto, el término DISONANTE connota

- A) oposición. B) estridencia. C) impericia. D) confusión.

Solución:

El texto explica que, si se busca promover el uso de bicicletas, la imposición de multas sería una estrategia DISONANTE. En ese sentido se puede entender como OPUESTA al objetivo de promover su uso.

Rpta.: A

3. Con respecto a la Ley de Tránsito indicada en el texto A, se deduce que

- A) su intención principal es regular a los ciclistas y motivarlos a seguir manejando las bicicletas.
B) refleja el denodado esfuerzo del Gobierno por integrar el transporte alternativo en un sistema mundial.
C) quienes la plantearon jamás imaginaron un aumento tan inopinado de ciclistas en las vías públicas.
D) solamente podría aplicarse en ciudades con un gran desarrollo urbano y un buen parque vehicular.

Solución:

La Ley de Tránsito fue diseñada sin incluir a la bicicleta como medio de transporte. En el párrafo anterior se indica que hay un aumento inaudito de uso de bicicleta. Podemos inferir que los que plantearon la ley no fueron capaces de imaginar tal aumento.

Rpta.: C

4. A partir de la argumentación del texto B, es falso decir que, entre las sanciones aplicadas a ciclistas,

- A) se consideran también aquellas que impliquen el uso indebido de dispositivos.
B) en el año 2010, 1991 ciclistas fueron multados solo por pasarse un semáforo.
C) el número de infracciones relacionadas al uso del teléfono móvil se incrementó.
D) las denuncias por utilizar auriculares en el 2011 prácticamente se duplicaron.

Solución:

El texto indica que, en 2010, 1991 fueron los ciclistas multados en tres categorías: pasarse el semáforo, usar auriculares y usar el teléfono móvil.

Rpta.: B

5. Si la aplicación de multas repercutiera en una considerable disminución de infracciones por parte de los ciclistas de nuestro país, entonces
- A) las campañas de concientización masiva habrían surtido efecto.
 - B) las estrategias punitivas mostrarían un cierto nivel de eficacia.
 - C) ello desencadenaría un acrecentamiento de ciclistas prudentes.
 - D) los argumentos planteados en el texto B perderían credibilidad.

Solución:

En este caso, el sistema de multas mostraría eficacia.

Rpta.: B

SECCIÓN C**Inferences: reading between the lines**

Authors often do not explain everything to the reader. In stories, for example, the writer may not tell the reader the time or place. Thus, readers often have to guess these stuffs. Readers frequently need to find small clues that lead them to infer things that the author doesn't explicitly state. They need to use information in the text to guess other information about the text. Hence, the words of a text are prompts for understanding.

If you read «The waves rushed up around his legs and he could feel the coarse sand between his toes», you can infer that the man was at the beach.

Exercise:

Read the sentence: «In all cultures, gestures are used as a form of communication, but the same gestures may have very different meanings in different cultures». Now, choice the valid inference based upon the sentence.

- A) Since human languages are so diverse, all human cultures perceive themselves to be basically different.
- B) A person from one culture may misunderstand the gestures used by a person from other culture.
- C) In natural languages around the world, gestures are alternative systems of human communication.
- D) There must be universal gestures for people from different cultures communicate with each other.

Solution:

There are several interpretations for gestures. A person from one culture may understand a gesture in a way another person from another culture does not.

Answer: B

PASSAGE 1

We live in a world of endless cords and cables these days and, as anybody who is hooked up a computer can relate, before you know it, you can find yourself tangled up in an unruly jumble of electronic mess.

In an effort to prevent that problem, numerous modern gadgets —everything from steam irons and hair dryers to USB chargers for portable electronics— are equipped with retractable cords. They work on a pair of rotatable wheels inside a storage space that houses the entire length of the cord. When a user pulls the cord, extending it, the ratchets lock automatically, preventing the cord from rolling back up into its **original** storage position. A snap of the wrist or the press of a button will disengage the ratchets, unlocking them and allowing the cord to retract back into place.

Kiger, P. (2019). "Thank goodness for Retractable Cords, Right?" in howstuffworks. Retrieved from <https://science.howstuffworks.com/thank-goodness-for-retractable-cords-right.htm> (Edited text).

TRADUCCIÓN

Vivimos en un mundo de cables interminables en estos días y, como puede decir cualquiera que esté conectado a una computadora, antes de que te des cuenta, puedes encontrarte enredado en un revoltijo revoltoso de lío electrónico.

En un esfuerzo por prevenir ese problema, numerosos dispositivos modernos, desde planchas de vapor y secadores de pelo hasta cargadores USB para dispositivos electrónicos portátiles, están equipados con cables retráctiles. Funcionan sobre un par de ruedas giratorias dentro de un espacio de almacenamiento que alberga toda la longitud del cable. Cuando un usuario tira del cable, extendiéndolo, los trinquetes se bloquean automáticamente, evitando que el cable se enrolle nuevamente en su posición original de almacenamiento. Un chasquido de muñeca o la presión de un botón desencajarán los trinquetes, desbloqueándolos y permitiendo que el cable se retraiga a su lugar.

1. Mainly, the passage is about the
 - A) advantages that bring retractable cords.
 - B) new cords and gadgets that can help us.
 - C) troubles we face with retractable cords.
 - D) mechanism of usage of modern cords.

Solution:

The passage explains that retractable cords offer many advantages considering that we have to deal with a lot of cables in our everyday life.

Answer: A

2. The word ORIGINAL could be replaced by

A) decisive.	B) earliest.	C) certain.	D) absolute.
--------------	--------------	-------------	--------------

Solution:

The word ORIGINAL refers to an INITIAL or EARLIEST position.

Answer: B

3. It is inferred from the passage about modern gadgets with cables that
 - A) appeared after the invention of retractable cords.
 - B) the long size of them usually exasperates people.
 - C) many of these devices are related to computers.
 - D) all of them are equipped with rotatable wheels.

Solution:

The passage shows the great number of cords that we use talking about someone who is hooked up a computer as an example. So, we can infer that many gadgets are related to computers.

Answer: C

4. It is compatible to say that retractable cords

- A) can be bought at high prices due to its versatility.
- B) are unable to return the cable to its initial position.
- C) can be rolled back depending on the user's need.
- D) are only utilized in USB's and electronic gadgets.

Solution:

The passage explains the mechanism of retractable cords. You can extend or roll back retractable cords depending on what do you want as a user.

Answer: C

5. If, in a few years, most of the devices we use in our everyday life were wireless,

- A) we would probably need to create a system similar to Bluetooth.
- B) the inventor of retractable cords would behind this new situation.
- C) all of the devices that still need cables would have to be removed.
- D) retractable cords would cease to be so transcendent for people.

Solution:

Retractable cords are useful because most of our devices depend on cables. If not, retractable cords would not be that important.

Answer: D**PASSAGE 2**

Diatomite is a friable light-colored sedimentary rock that is mainly composed of the siliceous skeletal remains of diatoms. It is a very porous rock with a fine particle size and a low specific gravity. These properties make it useful as a filter media, an absorbent, and as a lightweight filler for rubber, paint, and plastics.

Diatomite has a very small particle size, a high porosity, and is relatively inert. That makes it an excellent material for use as a filter. Much of the beer brewed in the United States is filtered through crushed diatomite, known as diatomaceous earth. When selecting diatomite for beer filtering, it is important to source the diatomite from a deposit that was formed in a freshwater environment - because the salty marine diatomite will **ruin** the beer! Diatomaceous earth is also used to filter wine, drinking water, syrup, honey, juice, swimming pool water, and much more.

King, H. (2021). «Diatomite» in *Geology.com*. Retrieved from <https://geology.com/rocks/diatomite.shtml> (Edited text).

1. The main intention of the author is to

- A) show the principal properties of diatomite.
- B) introduce diatomite as a sedimentary rock.
- C) explain why you should acquire diatomite.
- D) present diatomite and its use as a filter.

Solution:

The passage presents diatomite and then explains that those characteristics makes diatomite useful as a filter different type of liquids.

Answer: D

2. According to the passage, the word RUIN is closest in meaning to

- A) destroy. B) spoil. C) infect. D) injure.

Solution:

When the passage says that the beer could be RUINED it means that the salt of that diatomite will SPOIL or TAIN'T that beer.

Answer: B

3. It can be inferred that diatomite

- A) is unknown in places outside the United States.
B) can be used to filter different types of liquids.
C) is the main ingredient in alcoholic beverages.
D) it is intended to be used exclusively as a filter.

Solution:

Diatomite is used to filter wine, drinking water, syrup, honey, juice, swimming pool water, and much more.

Answer: B

4. According to the author's point of view, it is inconsistent to argue that beer that uses diatomite

- A) shares that filtering technique with other drinks.
B) is a pretty common beer in the United States.
C) utilizes diatomite that comes from freshwater.
D) is saltier than normal beer because of this rock.

Solution:

The passage says that diatomite used in beer comes from freshwater. Salty diatomite will ruin the beer. The author does not talk about the taste of that beer.

Answer: D

5. If the main characteristic of diatomite were its impermeability

- A) it would still be useful as an absorbent or as a lightweight filler.
B) we would require to take it from salty water to produce beer.
C) it would be almost impossible to be considered a good filter.
D) we would have to find the best filter for different drinks.

Solution:

Its porosity makes diatomite a good filter. Without that characteristic, it wouldn't be.

Answer: C

Habilidad Lógico Matemática

EJERCICIOS

1. En una caja hay 15 bolsas negras y cada bolsa contiene 2 canicas idénticas en peso y tamaño. Se sabe que:
- Hay 7 bolsas que contienen, cada una, 2 canicas verdes.
 - Hay 5 bolsas que contienen, cada una, 1 canica verde y 1 blanca.
 - Hay 3 bolsas que contienen, cada una, 2 canicas blancas.
- Si todas las bolsas son iguales, están selladas y no se debe abrir ninguna, ¿cuántas bolsas hay que extraer al azar, como mínimo, para tener la seguridad de haber extraído al menos 7 canicas verdes?
- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6

Solución:

Extraemos: 3 bolsas negras con 2 canicas blancas + 5 bolsas negras con 1 verde y 1 blanca + 1 bolsa negra con 2 canicas verdes.
Por tanto, las extracciones como mínimo serán 9.

Rpta.: A

2. Abel tiene 80 esferas idénticas, en peso y tamaño en una caja no transparente; de las cuales 22 son verdes, 23 son rojas, 24 amarillas y de las restantes algunas son celestes y otras blancas. ¿Cuántas esferas debe extraer al azar, como mínimo, para tener la certeza de haber extraído 11 esferas del mismo color?
- A) 44 B) 43 C) 42 D) 41

Solución:

Peor Caso = 10 rojas + 10 verdes + 10 amarillas + 11 (blancas y celestes) + 1 = 42

Rpta.: C

3. En una urna no transparente se tiene diez bolos idénticos en peso y tamaño, numerados con letras y números, del 0 al 9; sin repetir. Si ya se extrajeron los dos bolos indicados en la figura, ¿cuántos bolos más se deben extraer al azar, como mínimo, para tener la certeza de haber extraído tres bolos que colocados en los círculos punteados cumplan con la operación mostrada?

$$\bigcirc + \bigcirc + \textcircled{5} = \bigcirc \times \textcircled{6}$$

(Los círculos punteados representan bolos desconocidos. El círculo con '5' tiene 'cinco' debajo. El círculo con '6' tiene 'seis' debajo.)

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7

Solución:

$$\begin{array}{ccccccc}
 \bigcirc & + & \bigcirc & + & \bigcirc & = & \bigcirc & \times & \bigcirc \\
 & & & & 5 & & & & 6 \\
 & & & & \text{cinco} & & & & \text{seis} \\
 7 & & 0 & & & & 2 & & \\
 4 & & 3 & & & & 2 & & \\
 9 & & 4 & & & & 3 & &
 \end{array}$$

Peor caso fichas adicionales extraídas: {1; 8; 0; 4; 7; 9}; + (2 ó 3)
 Por tanto, se debe extraer 7 fichas adicionales.

Rpta.: D

4. Beatriz estaba buscando guantes de box y calcetines en la oscuridad de su cuarto ya que el foco se había malogrado. Ella sabe que en un cajón solo hay guantes de box, de los cuales hay 5 pares negros y 5 pares blancos. También sabe que en otro cajón solo hay 3 pares de calcetines blancos y 4 pares de calcetines negros. ¿Cuántos guantes y cuántos calcetines, como mínimo, tuvo que extraer al azar, de uno en uno, para tener la seguridad de haber extraído un par de guantes utilizables, y un par de calcetines del mismo color?

- A) 10 - 3 B) 10 - 2 C) 11 - 3 D) 11 - 2

Solución:

Para guantes: Se tiene 5Ni, 5Nd, 5Bi, 5Bd
 Extraer: 5Ni, 5Bi, 1 guante cualquiera (Nd o Bd) = 11

Para calcetines: Se tiene 6B, 8N
 Extraer: 1N, 1B, 1 calcetín cualquiera (N o B) = 3

Rpta.: C

5. Yaritza colocó en su caja vacía de juguetes su nuevo juego didáctico, el cual consta de: tres cubos azules y cinco rojos; siete conos rojos y cuatro azules; dos esferas azules y tres rojas. ¿Cuántos juguetes como mínimo tendrá que sacar Yaritza de su caja, de uno en uno y sin mirar, para tener la seguridad de haber extraído un cubo, un cono y una esfera, todos del mismo color?

- A) 10 B) 11 C) 8 D) 15

Solución:

Conos: Co
 Cubos: C
 Esferas: E

Mínimo con certeza: la estrategia indica que se debe extraer conos y la mala suerte que salga primero el de color azul.

Peor Caso = 1CoA + 5CR + 1CA + 3ER + 1EA = 11

Por tanto, el número de objetos que se debe extraer son 11.

Rpta.: B

6. Armando sale de su casa, entre las 6 y las 7 de la mañana, cuando las manecillas de su reloj están superpuestas; y llega a su destino, entre las 4 y las 5 de la tarde del mismo día, cuando las manecillas de su reloj forman un ángulo de 90° por segunda vez. ¿Cuánto tiempo Armando demoró en llegar a su destino?

- A) $10\text{ h } 5\frac{5}{11}\text{ min}$ B) $10\text{ h } 5\text{ min}$ C) $9\text{ h } 54\frac{6}{11}\text{ min}$ D) $10\text{ h } 6\text{ min}$

Solución:

Hora de Salida

$$0 = 30(6) - \frac{11}{2}m_1 \rightarrow m_1 = \frac{360}{11}$$

$$\text{Sale: } 6\text{ h } \frac{360}{11}\text{ min}$$

Hora de Llegada

$$90 = \frac{11}{2}m_2 - 30(4) \rightarrow m_2 = \frac{420}{11}$$

$$\text{Llega: } 16\text{ h } \frac{420}{11}\text{ min}$$

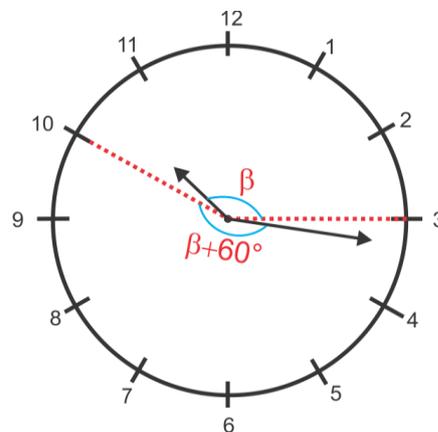
Tiempo que demora en llegar

$$16\text{ h } \frac{420}{11}\text{ min} - 6\text{ h } \frac{360}{11}\text{ min} = 10\text{ h } \frac{60}{11}\text{ min} = 10\text{ h } 5\frac{5}{11}\text{ min}$$

Rpta.: A

7. En el reloj mostrado, ¿qué hora es?

- A) $10\text{ h } 16\text{ min}$
 B) $10\text{ h } 16\frac{6}{11}\text{ min}$
 C) $10\text{ h } 17\text{ min}$
 D) $10\text{ h } 16\frac{4}{11}\text{ min}$

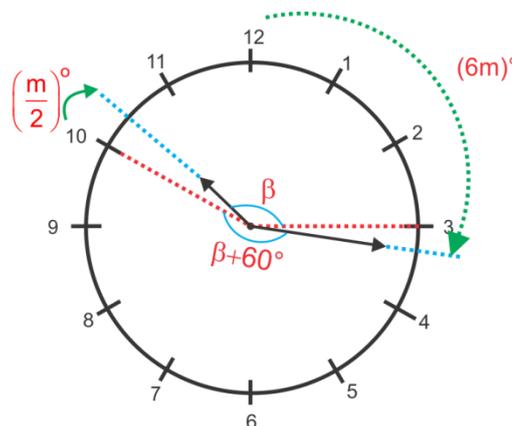
**Solución:**

$$\begin{cases} \frac{m}{2} + \beta = 150 \\ 6m + (\beta + 60) = 300 \end{cases}$$

Resolviendo

$$m = \frac{180}{11} = 16\frac{4}{11}$$

Luego, son las $10\text{ h } 16\frac{4}{11}\text{ min}$



Rpta.: D

8. ¿A qué hora inmediatamente después de las 5 a.m. el minuterero, de un reloj de manecillas, adelanta al horario tanto como el horario adelanta a la marca de las 4?

A) 5 h 35 min B) 5 h 36 min C) 5 h 34 min D) 5 h 33 min

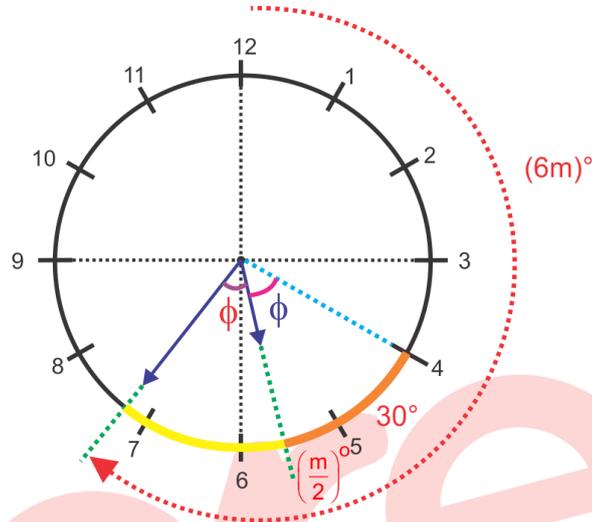
Solución:

Del gráfico tenemos:

$$2\left(\frac{m}{2} + 30\right) + 120 = 6m$$

$$m = 36$$

Luego, son las 5h 36 min



Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Se tiene un mazo de 52 cartas (13 son corazones, 13 espadas, 13 tréboles y 13 diamantes). ¿Cuántas cartas como mínimo se debe extraer al azar para tener la certeza de haber extraído 4 cartas con el mismo número?

A) 40 B) 41 C) 43 D) 44

Solución:

Se tiene:

Cartas con Letras: A, K, Q, J

Salen 4 de cada una Total = 16

Cartas con números: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

Salen 3 de cada uno Total = 27

Finalmente sale una carta que con seguridad tiene un número total = 1

Peor Caso = 16 + 27 + 1 = 44.

Rpta.: D

2. Abel tiene en una caja no transparente 31 esferas idénticas en peso y tamaño; de las cuales 8 esferas son blancas, 12 rojas, 7 azules y 4 verdes. ¿Cuántas esferas debe extraer al azar, como mínimo, para tener la certeza de haber extraído 8 esferas rojas, 7 blancas, 6 azules y 2 verdes?

A) 30 B) 27 C) 31 D) 29

Solución:

Se tiene en la caja 31 fichas: 12 R, 8 B, 7 A, 4 V.

Se tiene cuatro extracciones posibles:

1ro. 27 fichas: (8 R), 8 B, 7 A, 4 V

2do. 30 fichas: 12 R, (7 B), 7 A, 4 V

3ro. 30 fichas: 12 R, 8 B, (6 A), 4 V

4to. 29 fichas: 12 R, 8 B, 7 A, (2 V)

Tomando el caso extremo, resulta el número mínimo de fichas extraídas: 30.

Rpta.: A

3. En una urna se tiene 90 bolos idénticos en peso y tamaño; numerados de 1 al 90, sin repetir. ¿Cuál es el mínimo número de extracciones que debe realizar al azar para tener la seguridad de extraer 13 bolos numerados con números primos de dos cifras?

A) 80 B) 81 C) 82 D) 83

Solución:

Números primos de dos cifras menores a 90:

11;13;17;19;23;29;31;37;41;43;47;53;59;61;67;71;73;79;83;89.

Hay 20 números primos de dos cifras menores a 90.

Peor caso debe salir cualquiera de los otros $(90 - 20) = 70$ números.

#mínimo de extracciones al azar y con certeza = $70 + 13 = 83$.

Rpta.: D

4. Se tiene un juego de siete llaves doradas y otro de siete llaves plateadas, se sabe que, uno de los juegos contiene 6 llaves que corresponden, cada una, a seis candados diferentes. ¿Cuántos intentos como mínimo se debe de realizar al azar para determinar con seguridad que llaves abren los candados?

A) 30 B) 32 C) 33 D) 28

Solución:

Elegimos al azar uno de los juegos de llaves, digamos el dorado en el peor de los casos ninguna de estas llaves abre ningún candado. (Probamos con 2 llaves)

Intentos = $6 + 6 = 12$

Por tanto, concluimos que el juego de llaves doradas es el incorrecto, así el correcto es el otro (plateado).

Así tenemos:

llaves:	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7
candados	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	

En el peor de los casos elegimos una llave, digamos la llave p_7 y la probamos en los 6 candados y no abre ninguno.

Así sucesivamente, luego

Mínimo número de intentos = $6 + 5 + 4 + \dots + 1 = 21$

Luego, en total tenemos = $12 + 21 = 33$

Rpta.: C

5. Abel tiene en una caja no transparente 124 esferas idénticas en peso y tamaño; de las cuales 19 esferas son blancas, 18 rojas, 17 azules, 16 verdes, 15 celestes, 14 negras, 13 marrones y 12 amarillas. ¿Cuántas esferas debe extraer al azar, como mínimo, para tener la certeza de haber extraído 7 esferas rojas, 4 blancas, 7 azules 6 verdes, 6 celestes, 5 marrones, 7 negras y 4 amarillas?

A) 114 B) 115 C) 116 D) 117

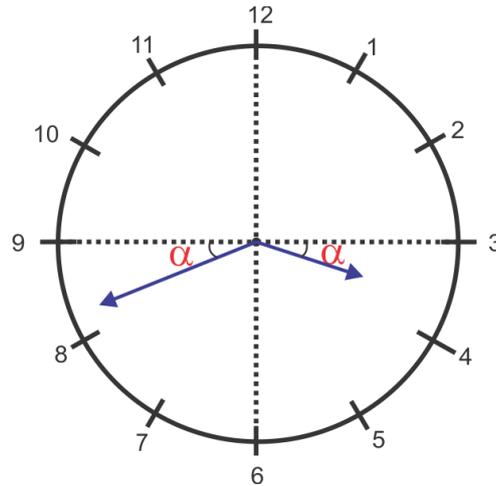
Solución:

Peor Caso = 19 blancas + 18 rojas + 17 azules + 16 verdes + 15 celestes
+ 13 marrones + 12 amarillas + 7 negras = 117

Rpta.: D

6. En el reloj mostrado, ¿qué hora es?

- A) $3\text{h } 42\frac{6}{13}\text{ min}$
- B) $3\text{h } 42\text{ min}$
- C) $3\text{h } 41\text{ min}$
- D) $3\text{h } 41\frac{7}{13}\text{ min}$



Solución:

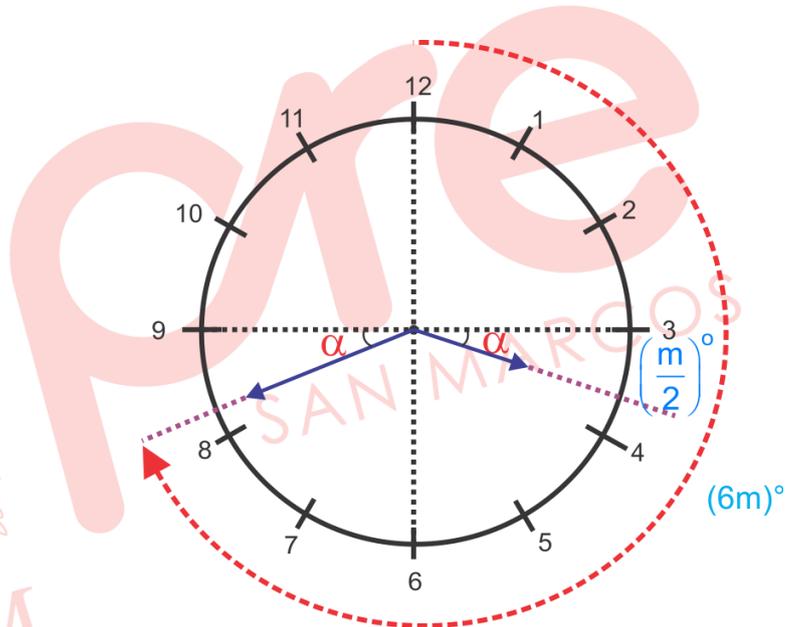
Del gráfico tenemos:

$$\alpha = \frac{m}{2}$$

$$6m + \frac{m}{2} = 270$$

$$m = \frac{540}{13} = 41\frac{7}{13}$$

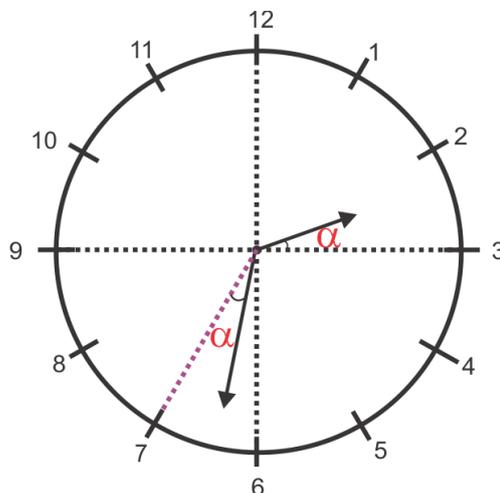
Luego, son las $3\text{h } 41\frac{7}{13}\text{ min}$



Rpta.: D

7. Los hermanos Fernando y Mathías a manera de fortalecer su sistema inmunológico salieron a correr en el instante que indica el reloj mostrado; y terminaron 1 hora más tarde. ¿A qué hora terminaron de correr?

- A) $3\text{h } 32\frac{8}{11}\text{ min}$
- B) $3\text{h } 32\text{ min}$
- C) $3\text{h } 31\frac{7}{11}\text{ min}$
- D) $3\text{h } 31\text{ min}$



Solución:

Del gráfico tenemos:

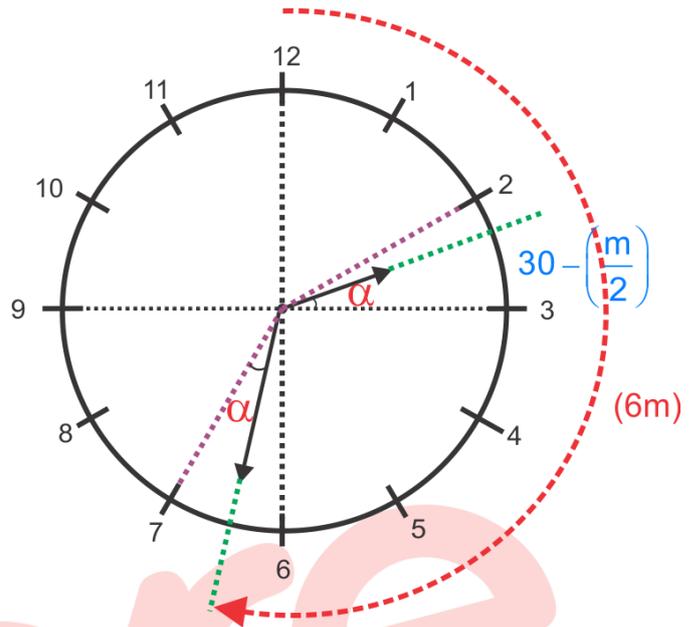
$$\alpha = 30 - \frac{m}{2}$$

$$6m + 30 - \frac{m}{2} = 210$$

$$m = \frac{360}{11} = 32 \frac{8}{11}$$

Son las 2h $32 \frac{8}{11}$ min

Luego, dentro de 1h seran: 3h $32 \frac{8}{11}$ min



Rpta.: A

8. ¿A qué hora entre las 2 y las 3 de la mañana, el horario y el minuterero, de un reloj de manecillas, equidista de la marca de las 12?

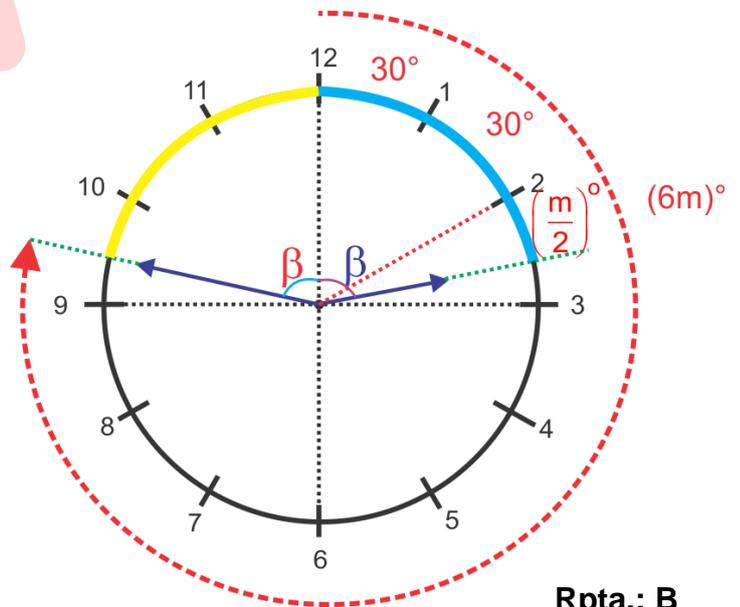
- A) 2 h $45 \frac{6}{11}$ min B) 2 h $46 \frac{2}{13}$ min C) 2 h $47 \frac{6}{13}$ min D) 2 h $46 \frac{4}{13}$ min

Solución:

$$6m + (60 + \frac{m}{2}) = 360$$

$$m = \frac{600}{13} = 46 \frac{2}{13}$$

Luego, son las 2 h $46 \frac{2}{13}$ min



Rpta.: B

Aritmética

EJERCICIOS

1. La suma de la cantidad de cifras periódicas y no periódicas del número decimal generado por la fracción irreducible $f = \frac{7}{96200}$, representa la cantidad de hermanos que tiene Fidel. ¿Cuántos hermanos tiene Fidel?
- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6

Solución:

$$f = \frac{7}{96200} = \frac{7}{2^3 \times 5^2 \times 13 \times 37}$$

Mayor exponente de 2 o 5: **3** → N° de cifras no periódicas = **3**

El 13 es representante del nivel 6 y el 37 del nivel 3 (Regla de nueves)

→ N° de cifras periódicas = MCM (6; 3) = **6**

Por lo tanto, el número de hermanos de Fidel es: **3 + 6 = 9**

Rpta.: A

2. Si el número aval exacto $0,0\overline{(n+1)0}_n$ es generado por la fracción irreducible $f = \frac{77}{625}$ y Javier celebrará su cumpleaños número 48 dentro de n años, ¿cuántos años de edad tiene Javier en la actualidad?
- A) 45 B) 46 C) 44 D) 47

Solución:

$$f = \frac{77}{625} = \frac{302_{(5)}}{10000_{(5)}} = 0,0302_{(5)}$$

Entonces, $n = 2$. Por lo tanto, Javier tiene 46 años.

Rpta.: B

3. Luego de convertir el número aval $0,1\widehat{4}_{(5)}$ al sistema senario, se obtiene otro número aval cuya suma de cifras avales coincide con la cantidad de horas transcurridas durante cierto día, ¿cuántas horas faltan para terminar dicho día?
- A) 19 B) 17 C) 18 D) 16

Solución:

$$0,1\widehat{4}_{(5)} = \frac{14_{(5)}}{44_{(5)}} = \frac{9}{24} = 0,375 = 0,213_{(6)}$$

N° de horas transcurridas: $2 + 1 + 3 = 6$

Por lo tanto, la cantidad de horas que quedan por transcurrir es: 18

Rpta.: C

4. Daniel ha obtenido cierta cantidad de premios luego de participar en las olimpiadas latinoamericanas de matemáticas. Si esta cantidad está representada por la suma de todas las fracciones propias e irreducibles con denominador menor que 30, que originan números decimales periódicos mixtos con una cifra en la parte no periódica y dos cifras en la parte periódica, ¿cuántos premios ha obtenido Daniel?

A) 3 B) 6 C) 4 D) 5

Solución:

$$f = \frac{a}{b} < 1; a \text{ y } b \text{ PESI y } b < 30$$

Por dato, la fracción genera un número decimal periódico mixto con una cifra no periódica y dos cifras periódicas, entonces $b = 2^1(11)$. [Exponente de 2: 1; el 11 del nivel 2]

Entonces $b = 22$; $a < 22$; $a = \{1; 3; 5; 7; 9; 13; 15; 17; 19; 21\}$

Por lo tanto, el número de premios: $\frac{1+3+5+7+9+13+15+17+19+21}{22} = 5$

Rpta.: D

5. De 137 personas encuestadas sobre su fruta preferida, 81 prefieren manzana. Si la cantidad de personas que prefieren pera son tantos como la suma de las dos últimas cifras del periodo del número decimal generado por la fracción que se obtiene al dividir, el número de personas que prefieren manzana por el número total de encuestados, ¿cuántas personas no prefieren pera ni manzana?

A) 41 B) 40 C) 42 D) 39

Solución:

$$\frac{81}{137} = 0, \dots yz = \frac{\dots yz}{99 \dots 99}, \text{ entonces } 81 \times 99 \dots 99 = 137 \times \dots yz$$

De aquí $y = 8$ y $z = 7$, luego la cantidad de personas que prefieren pera = $8 + 7 = 15$.

Por lo tanto, # personas que no prefieren pera ni manzana = $137 - (81 + 15) = 41$

Rpta.: A

6. Alberto está ahorrando para celebrar sus bodas de plata. Si la cantidad de años que tiene casado con su esposa Gloria está determinado por la cantidad de cifras no periódicas del número decimal generado por la fracción $f = \frac{238}{32! - 28!}$, ¿dentro de cuántos años celebrarán sus bodas de plata Alberto y Gloria?

A) 2 B) 1 C) 3 D) 4

Solución:

$$f = \frac{238}{32! - 28!} = \frac{2 \times 119}{2^{25} \times 5^6 \times k} = \frac{119}{2^{24} \times 5^6 \times k}; \quad k \neq 2, 5$$

Cantidad de años que tienen de casados: 24

Por lo tanto, les falta un año para celebrar sus bodas de plata.

Rpta.: B

7. Las edades de los hijos primogénitos de Antonio y Bernardo están determinadas por la cantidad de cifras no periódicas y periódicas, respectivamente, del número decimal generado por la fracción irreducible que resulta al calcular la siguiente suma infinita

$$M = \frac{1}{5} + \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} + \frac{4}{5^4} + \frac{1}{5^5} + \frac{2}{5^6} + \frac{3}{5^7} + \frac{4}{5^8} + \dots$$

Calcule la diferencia positiva de las edades de los hijos primogénitos de Antonio y Bernardo.

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

Solución:

$$M = 0, \overline{1234}_{(5)} = \frac{97}{2^3 \times 3 \times 13}$$

Edad del primogénito de Antonio es: 3

Edad del primogénito de Bernardo es: MCM (1;6) = 6

Por lo tanto, la diferencia positiva pedida es: $6 - 3 = 3$

Rpta.: C

8. La relación de ventilación y perfusión de un paciente COVID-19 internado en uno de los hospitales de Lima está representado por una fracción irreducible de la forma $\frac{731}{a00a}$ que genera el mayor número decimal periódico puro con 6 cifras en el periodo. Si la edad actual del paciente está determinada por la suma de las cifras del periodo de este número decimal, ¿cuál es su edad?

- A) 25 B) 28 C) 26 D) 27

Solución:

$\frac{V}{P} = \frac{731}{a00a}$, por dato; esta fracción debe generar el mayor número decimal periódico puro con 6 cifras en el periodo. Luego, $a = 1$. Entonces, $\frac{V}{P} = \frac{731}{1001} = \frac{731}{7 \times 11 \times 13} = 0, \overline{730269}$

Por lo tanto, la edad del paciente es: $7 + 3 + 0 + 2 + 6 + 9 = 27$ años.

Rpta.: D

9. El número Midy de la forma $0, \overline{a(a+1)(a+2)(a+5)(a+4)(a+3)}$, es generado por una fracción irreducible cuya suma de términos representa la cantidad de soles que debe pagar Aníbal por cada letra mensual de la compra de su automóvil. Si por la compra de su automóvil firmó 60 letras, ¿cuántos soles suman todas las letras de cambio que firmó Aníbal?

- A) 74160 B) 74100 C) 74040 D) 73980

Solución:

Por ser el número de Midy se cumple que $2a + 5 = 9$, entonces $a = 2$.

$$\text{Luego, } 0,234765 = \frac{234765}{999999} = \frac{235}{1001}$$

Entonces, la cantidad de soles de cada letra del auto de Aníbal es: $235 + 1001 = 1236$.

Por lo tanto, la suma de los valores de las 60 letras será: $60(1236) = 74160$

Rpta.: A

10. El número del DNI de Sonia es $\overline{(a-1)ba(3a)b(a-1)(2a)0}$ y coincide con el numeral que forman las cifras del periodo de un número decimal periódico puro de Midy. Si su edad, en años, coincide con la suma de las cifras periódicas del número decimal generado por la fracción $\frac{b}{ab}$, ¿cuántos años de edad tiene Sonia?

- A) 19 B) 18 C) 20 D) 21

Solución:

Por ser el número $\overline{(a-1)ba(3a)b(a-1)(2a)0}$ el periodo de un número Midy, Luego $3a = 9$, entonces $a = 3$; así mismo $b + 2 = 9$, entonces $b = 7$.

$$\text{Luego, en la fracción } \frac{7}{37} = \frac{189}{999} = 0,189$$

Por lo tanto, la edad de Sonia es: $1 + 8 + 9 = 18$

Rpta.: B**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. La diferencia positiva de la cantidad de cifras periódicas y la cantidad de cifras no periódicas del número decimal que genera la fracción $\frac{23}{73472}$, representa la cantidad de años que tiene Lalita viviendo en Europa. Si ella actualmente tiene 35 años de edad, ¿a qué edad se fue a Europa?

- A) 13 años B) 12 años C) 11 años D) 14 años

Solución:

$$\frac{23}{73472} = \frac{23}{2^8 \times 7 \times 41}$$

Nº de cifras periódicas: $MCM(6; 5) = 30$

Nº de cifras no periódicas: 8

Cantidad de años que tiene viviendo Lalita en Europa: $30 - 8 = 22$.

Luego, $35 - 22 = 13$.

Por lo tanto, Lalita viajó a Europa a los 13 años.

Rpta.: A

2. El número aval exacto $0,\overline{a(a+1)(a+2)}\overline{b}_{(6)}$ es generado por la fracción $f = \frac{311}{1296}$. Si María y Joaquín tienen \overline{ba} años de casados, ¿hace cuantos años cumplieron sus bodas de oro?

A) 2 B) 1 C) 3 D) 4

Solución:

$f = \frac{311}{1296} = \frac{1235_{(6)}}{10000_{(6)}} = 0,1235_{(6)}$, entonces María y Joaquín tienen $\overline{ba} = 51$ años de casados.

Por lo tanto, cumplieron sus bodas de oro hace 1 año.

Rpta.: B

3. Un día lunes, Anjheli le comentó a su papá; que la cantidad de cifras del periodo del número aval $0,2\hat{4}_{(5)}$ convertido al sistema binario, representa la cantidad de horas que faltan para que culmine el día. ¿A qué hora hizo este comentario Anjheli?

A) 9:00 p. m. B) 8:00 a. m. C) 8:00 p. m. D) 9:00 a. m.

Solución:

$0,2\hat{4}_{(5)} = 0,6 = 0,1001_{(2)}$

Según Anjheli, faltan 4 horas para que culmine el día.

Por lo tanto, Anjheli le hizo el comentario a su papá a las 8:00 p. m.

Rpta.: C

4. Calcule el jornal diario, en soles, de un trabajador; cuyo valor es equivalente a la cantidad de fracciones propias con numerador uno y que generan números decimales periódicos puros con seis cifras en el periodo.

A) 94 B) 97 C) 95 D) 96

Solución:

$\frac{1}{b} = 0, \overline{mnpqrs}$, entonces $b = 7[3.9.27.11.13.37]$ o $b = 13[3.9.27.11.37]$

Por lo tanto, el jornal diario del trabajador es: $2^6 + 2^5 = 96$ soles

Rpta.: D

5. La tasa de letalidad (T.L.) por COVID-19 durante 24 horas se determina de la siguiente manera:

$$T.L. = \left(\frac{\text{NÚMERO DE FALLECIDOS}}{\text{NÚMERO DE CONTAGIADOS}} \right) \times 100$$

Si en un determinado día del mes de enero, en cierto país de Europa; hubieron 3367 contagiados y la tasa de letalidad fue $a, a5610a$, determine la cantidad de fallecidos.

A) 113 B) 111 C) 112 D) 115

Solución:

$$\frac{F}{3367} \times 100 = a,a5610a = \frac{\overline{aa5610a}-a}{999999} = \frac{\overline{aa56100}}{999999}$$

$$\text{Entonces, } F = \frac{\overline{aa561}}{297} = 113.$$

Por lo tanto, la cantidad de fallecidos es 113.

Rpta.: A

6. La cantidad de días que faltan para que Eduardo celebre su cumpleaños, está determinado por la cantidad de cifras no periódicas del número decimal generado por la fracción $f = \frac{800}{31!-21!}$. ¿Dentro de cuántos días celebrará su cumpleaños Eduardo?

- A) 12 B) 13 C) 11 D) 14

Solución:

$$f = \frac{800}{31! - 21!} = \frac{2^5 \times 5^2}{21! \times k} = \frac{2^5 \times 5^2}{2^{18} \times 5^4 \times k} = \frac{1}{2^{13} \times 5^2 \times k}; \quad k \neq 2, 5$$

Por lo tanto, faltan 13 días para que Eduardo celebre su cumpleaños.

Rpta.: B

7. Andrés y Marcio están agregados, cada uno, a grupos de WhatsApp diferentes en sus respectivos centros laborales. Si las cantidades de personas que hay en cada grupo está determinado por los términos de la fracción irreducible que resulta al calcular la suma infinita $S = \frac{1}{7} + \frac{3}{7^2} + \frac{5}{7^3} + \frac{1}{7^4} + \frac{3}{7^5} + \frac{5}{7^6} + \dots$, ¿cuántas personas, en total, están agregadas en los dos grupos de WhatsApp?

- A) 138 B) 140 C) 139 D) 141

Solución:

$$S = 0,135_{(7)} = \frac{135_{(7)}}{666_{(7)}} = \frac{75}{342} = \frac{25}{114}$$

Por lo tanto, el total de personas agregadas a los dos grupos de WhatsApp es:

$$25 + 114 = 139$$

Rpta.: C

8. La cantidad de peluches que tiene Valeska está determinada por la suma de las seis cifras del periodo de un número decimal periódico puro generado por una fracción impropia e irreducible cuya suma de términos es 18. ¿Cuántos peluches tiene Valeska?

- A) 26 B) 28 C) 23 D) 27

Solución:

Por dato se tiene que $1 < \frac{18-a}{a}$, entonces $a < 9$; luego $a = 7$.

La fracción buscada es $\frac{11}{7} = 1,571428$

Por lo tanto, la cantidad de peluches que tiene Valeska es:

$$5 + 7 + 1 + 4 + 2 + 8 = 27$$

Rpta.: D

9. La fracción irreducible f genera un número decimal de Midy de la forma $0,cd5b1e$. Determine el tiempo, en minutos, que permanece activado un dispositivo de control para un sistema de refrigeración, si este se define como la suma de los términos de la fracción f .

A) 9

B) 8

C) 10

D) 7

Solución:

Como el decimal es de Midy con 6 cifras decimales, entonces se cumple que

$$b = 7 \text{ y } \overline{cd5} + \overline{71e} = 999.$$

Luego, $c = 2$, $d = 8$ y $e = 4$

Entonces, $f = \frac{a}{7} = \frac{285714}{999999}$, de aquí $a = 2$.

Por lo tanto, el tiempo que permanece activado el dispositivo es: $2 + 7 = 9$ minutos.

Rpta.: A

10. La nota obtenida por Viviana en su examen bimestral de matemática está determinada por la menor suma de las dos cifras centrales del periodo del número de Midy generado por la fracción propia e irreducible que resulta al calcular $S = \frac{a}{7} + \frac{a}{13}$. ¿Cuál fue la nota obtenida por Viviana?

A) 11

B) 10

C) 12

D) 9

Solución:

$$S = \frac{a}{7} + \frac{a}{13} = \frac{20a}{91}, \text{ entonces } a = \{1; 2; 3; 4\}$$

Las fracciones son: $\frac{20}{91} = 0,219780$; $\frac{40}{91} = 0,439560$; $\frac{60}{91} = 0,659340$ y $\frac{80}{91} = 0,879120$

Por lo tanto, la nota obtenida por Viviana es: $9 + 1 = 10$.

Rpta.: B

Geometría

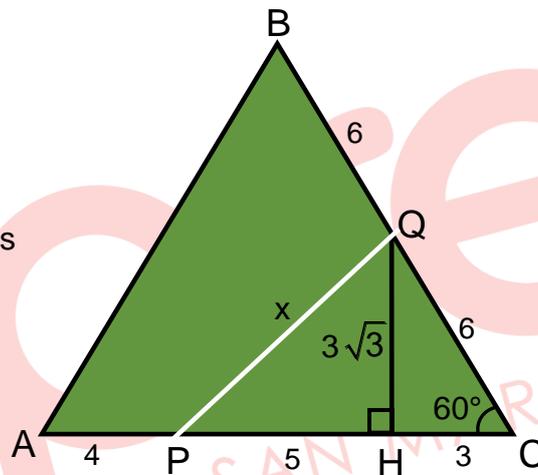
EJERCICIOS

1. Se construye un camino rectilíneo representado por \overline{PQ} que atraviese un jardín cuyo borde está determinado por un triángulo equilátero ABC . Un extremo del camino está en el borde \overline{AC} , a 4 m de A pero a 8 m de C . El otro extremo debe estar en el borde \overline{BC} , a 6 m de B . Halle la longitud del camino.

- A) $6\sqrt{3}$ m B) $2\sqrt{13}$ m C) 8 m D) $4\sqrt{3}$ m

Solución:

- $\triangle QHC$: notable de 30° y 60°
 $\rightarrow QH = 3\sqrt{3}$ y $HC = 3$
- $\triangle PHQ$: Teorema de Pitágoras
 $x^2 = 5^2 + (3\sqrt{3})^2$
 $\therefore x = 2\sqrt{13}$ m



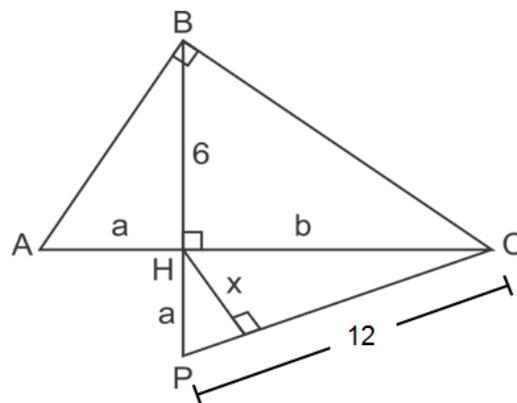
Rpta.: B

2. En un triángulo rectángulo ABC , en la prolongación de la altura \overline{BH} se ubica el punto P . Si $AH = PH$, $BH = 6$ m y $PC = 12$ m, halle la distancia de H a \overline{PC} .

- A) $\sqrt{2}$ m B) $\sqrt{3}$ m C) 2 m D) 3 m

Solución:

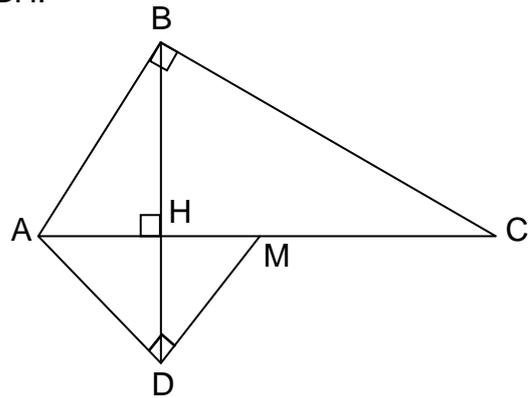
- $\triangle ABC$: Relaciones métricas
 $6^2 = ab \dots (1)$
- $\triangle PHC$: Relaciones métricas
 $ab = 12x \dots (2)$
- De (1) y (2): $6^2 = 12x$
 $\therefore x = 3$ m



Rpta.: D

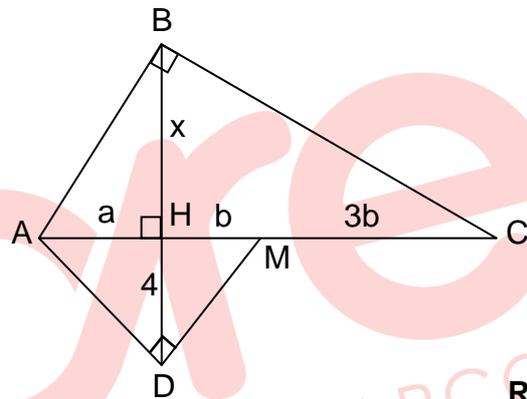
3. En la figura, $MC = 3HM$. Si $HD = 4$ m, halle BH .

- A) 4 m
- B) 6 m
- C) $3\sqrt{2}$ m
- D) $4\sqrt{2}$ m



Solución:

- $\triangle ABC$: Relaciones métricas
 $x^2 = a(4b) \dots (1)$
- $\triangle ADM$: Relaciones métricas
 $4^2 = ab \dots (2)$
- (2) en (1): $x^2 = 4(4^2)$
 $\therefore x = 8$ m



Rpta.: C

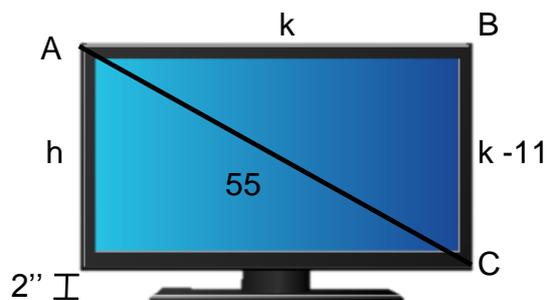
4. En la figura, se tiene un televisor de 55 pulgadas, la diferencia entre el largo y alto de la pantalla es de 11 pulgadas y la altura de la base del televisor es 2 pulgadas. Si la altura del compartimento del mueble correspondiente a televisor es 40 pulgadas, halle la diferencia entre la altura del compartimento y la altura total del televisor.

- A) 1 pulgadas
- B) 2 pulgadas
- C) 4 pulgadas
- D) 5 pulgadas



Solución:

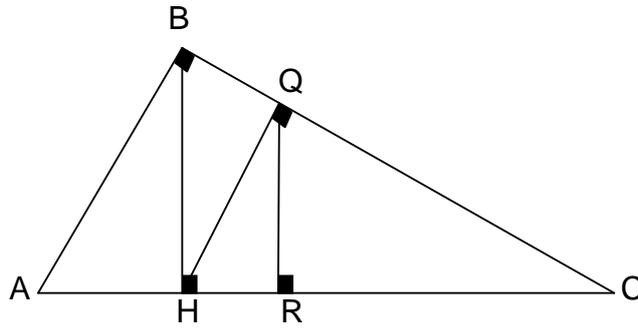
- $\triangle ABC$: Teorema de Pitágoras
 $55^2 = k^2 + (k - 11)^2$
 $\rightarrow k = 44$
 $\rightarrow h = 33$
- $x = H_{\text{compartimento}} - H_{\text{TV}} = 40 - 35$
 $\therefore x = 5$ pulgadas



Rpta.: D

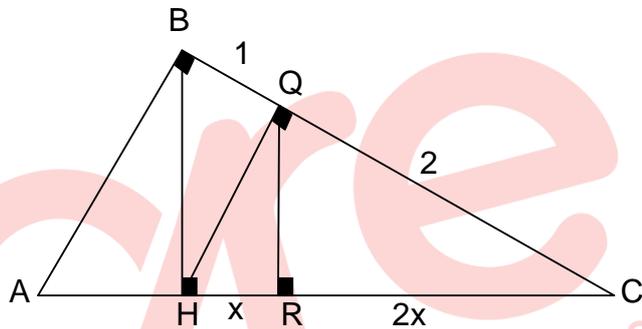
5. En la figura, $BQ = 1$ m y $QC = 2$ m. Halle HR.

- A) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ m
- B) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ m
- C) $\sqrt{6}$ m
- D) $\frac{\sqrt{6}}{6}$ m



Solución:

- $\overline{BH} \parallel \overline{QR}$, teorema de Thales
 $RC = 2x$
- $\triangle HQC$: Relaciones métricas
 $2^2 = (3x)(2x)$
 $\therefore x = \frac{\sqrt{6}}{3}$ m



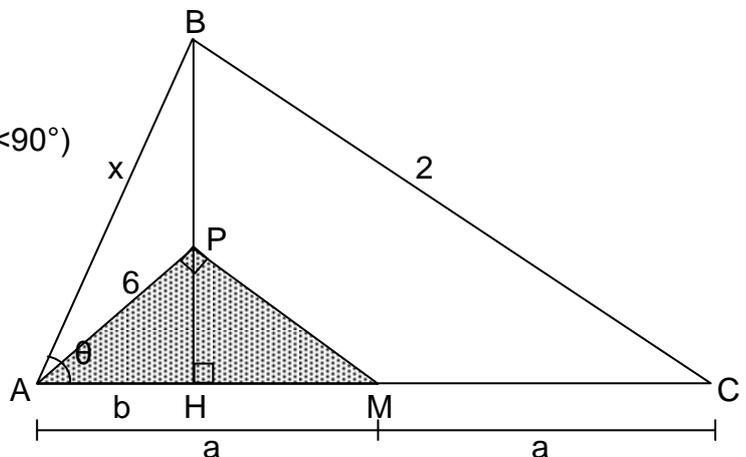
Rpta.: A

6. En un triángulo isósceles ABC ($AC = BC$) se traza la altura \overline{BH} , M es punto medio de \overline{AC} y P un punto de \overline{BH} . Si $\widehat{APM} = 90^\circ$ y $AP = 6$ m, halle AB.

- A) 9 m
- B) 8 m
- C) 12 m
- D) $6\sqrt{2}$ m

Solución:

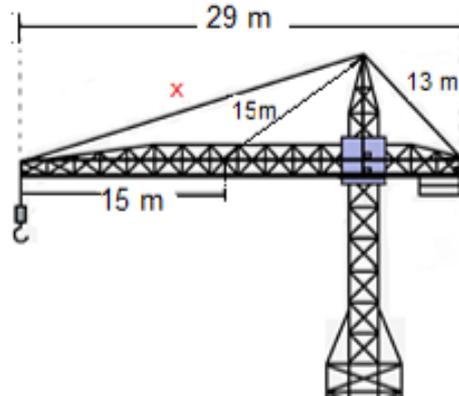
- $\triangle APM$: Relaciones métricas
 $6^2 = ab \dots (1)$
- $\triangle ABC$: Teorema de Euclides ($\theta < 90^\circ$)
 $(2a)^2 = (2a)^2 + x^2 - 2(2a)b$
 $\rightarrow x^2 = 4ab \dots (2)$
- (1) en (2): $x^2 = 4(6^2)$
 $\therefore x = 12$ m



Rpta.: C

7. En la figura, se tiene una grúa de construcción de edificios, se usan los cables tensados de medidas x m, 15 m y 13 m. Halle x .

- A) 24
- B) $12\sqrt{5}$
- C) $13\sqrt{2}$
- D) 18



Solución:

- $\triangle DBC$: Teorema de Euclides ($\theta < 90^\circ$)

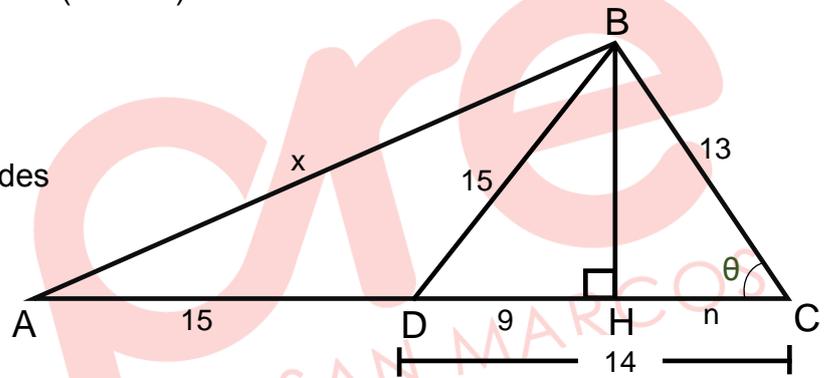
$$15^2 = 13^2 + 14^2 - 2(n)14$$

$$n = 5$$

- $\triangle ABC$: Teorema de Euclides

$$x^2 = 13^2 + 29^2 - 2(5)29$$

$$\therefore x = 12\sqrt{5} \text{ m}$$



Rpta.: B

8. Se tiene un terreno de forma trapezoidal, cuyos linderos laterales miden 9 m y 10 m y los linderos paralelos miden 5 m y 10 m. Si para cercar todo el terreno el costo es S/ 170, halle el costo para instalar cercas similares a través de la diagonal mayor del terreno.

- A) S/ 85
- B) S/ 60
- C) S/ 65
- D) S/ 70

Solución:

- Se traza $\overline{CM} \parallel \overline{AB}$

\rightarrow ABCM paralelogramo

- $\triangle ACD$: Teorema de la mediana

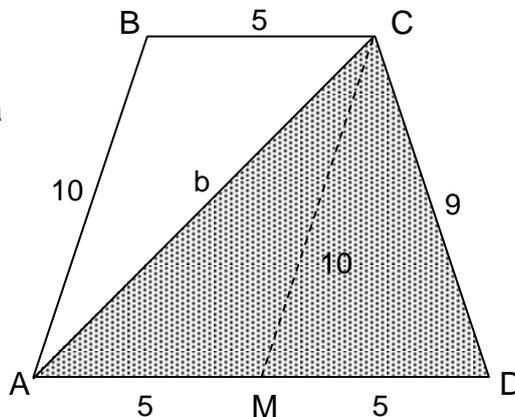
$$\rightarrow b^2 + 9^2 = 2(10)^2 + \frac{10^2}{2}$$

$$b = 13$$

- S/ 170 \rightarrow 34 m

$$x \rightarrow 13 \text{ m}$$

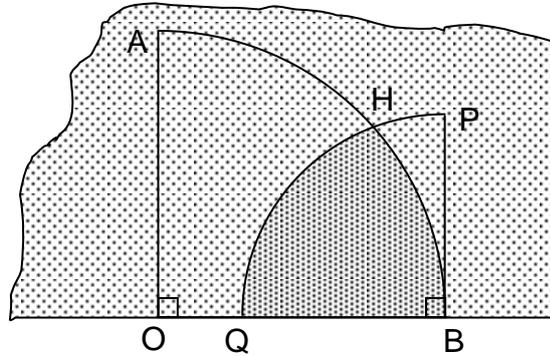
$$\therefore x = \text{S/ } 65$$



Rpta.: C

9. En la figura, la región triangular mixtilínea sombreada representa la entrada a una cueva las paredes laterales están representadas por los arcos de los cuadrantes AOB y PBQ. Si OA = 10 m y PB = 6 m, halle la altura de dicha entrada.

- A) $\frac{3}{5}\sqrt{93}$ m
- B) $\frac{2}{5}\sqrt{93}$ m
- C) $\frac{3}{5}\sqrt{91}$ m
- D) $\frac{2}{5}\sqrt{91}$ m



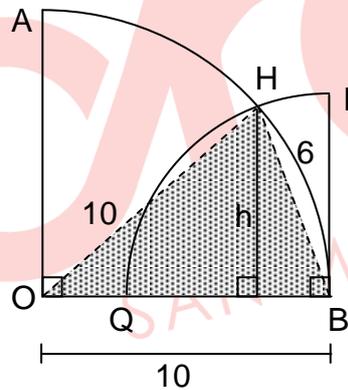
Solución:

- \overline{OH} y \overline{BH} radios
 $OH = OA = 10$ y $BH = BP = 6$

- $\triangle OHB$: Teorema de Herón

$$h = \frac{2}{10} \sqrt{13(3)(3)(7)}$$

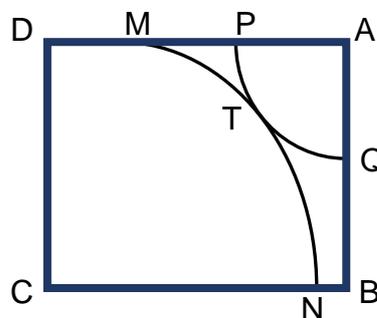
$$\therefore h = \frac{3}{5} \sqrt{91} \text{ m}$$



Rpta.: C

10. En la figura, ABCD representa una ventana rectangular; los arcos MN y PQ con centros en C y A, son tangentes en T y forman parte del diseño de la ventana. Si AQ = 40 cm, NC = 110 cm y la distancia entre Q y C es 130 cm, halle el perímetro de la ventana.

- A) 400 cm
- B) 480 cm
- C) 420 cm
- D) 460 cm



Solución:

- ΔAQC : Teorema de Herón

$$p = 160$$

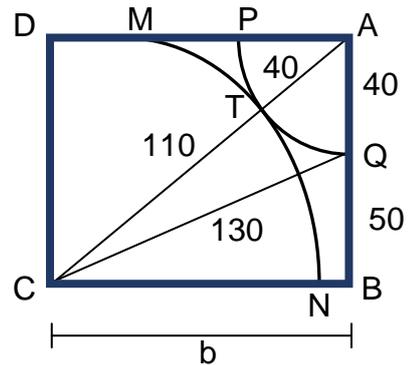
$$b = \frac{2}{40} \sqrt{160(10)(120)(30)} \rightarrow b = 120$$

- ΔQBC : Teorema de Pitágoras

$$QB = 50$$

$$x = 2(120 + 90)$$

$$\therefore x = 420 \text{ cm}$$



Rpta.: C

11. En un cuadrilátero convexo ABCD, $AC = 10 \text{ m}$, $AD = 6 \text{ m}$, $\widehat{m\angle ABC} = 90^\circ$ y $BD = BC$. Halle la longitud de la mediana \overline{BQ} del triángulo ABD.

A) $\sqrt{21} \text{ m}$

B) $\sqrt{30} \text{ m}$

C) $\sqrt{33} \text{ m}$

D) $\sqrt{41} \text{ m}$

Solución:

- ΔABD : Teorema de la mediana

$$a^2 + b^2 = 2x^2 + \frac{6^2}{2} \dots (1)$$

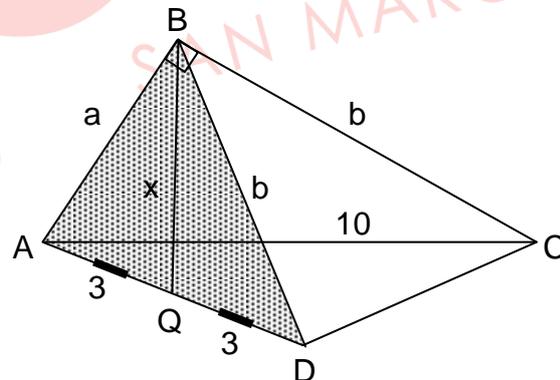
- ΔABC : Teorema de Pitágoras

$$a^2 + b^2 = 10^2 \dots (2)$$

$$(1) = (2)$$

$$2x^2 + 18 = 100$$

$$\therefore x = \sqrt{41} \text{ m}$$



Rpta.: D

12. En un triángulo acutángulo ABC, P es un punto de la prolongación del lado \overline{CB} y \overline{CT} es una recta tangente a la circunferencia que contiene a P y B (T punto de tangencia). Si $AB = PC$, $CT = 6 \text{ m}$ y la distancia de B a \overline{AC} es 4 m , halle la longitud del circunradio del triángulo ABC.

A) $4,5 \text{ m}$

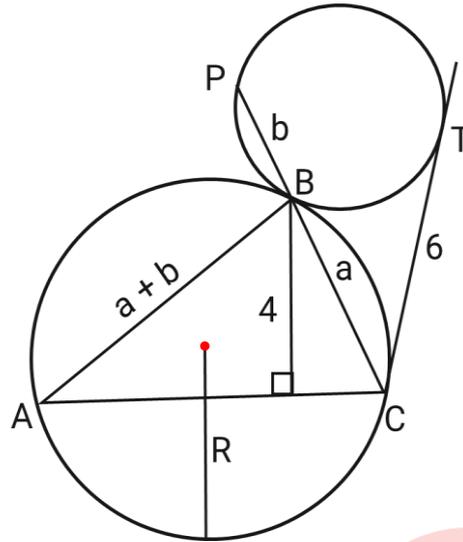
B) $5,4 \text{ m}$

C) $5,6 \text{ m}$

D) $4,8 \text{ m}$

Solución:

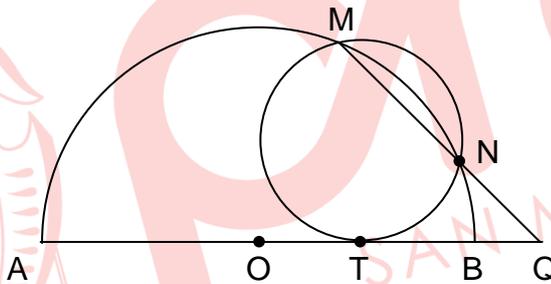
- Teorema de la tangente
 $6^2 = (a + b)a \dots (1)$
- $\Delta ABC: (a + b)a = 4(2R) \dots (2)$
- $(1) = (2): 6^2 = 4(2R)$
 $\therefore R = 4,5 \text{ m}$



Rpta.: A

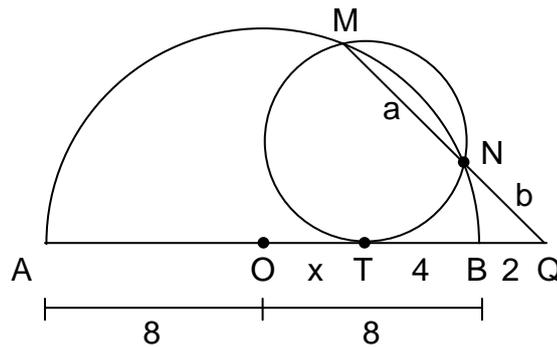
13. En la figura, O es centro y T es un punto de tangencia. Si $AB = 16 \text{ m}$ y $BQ = 2 \text{ m}$, halle OT.

- A) 6 m
- B) 4 m
- C) 5 m
- D) 3 m



Solución:

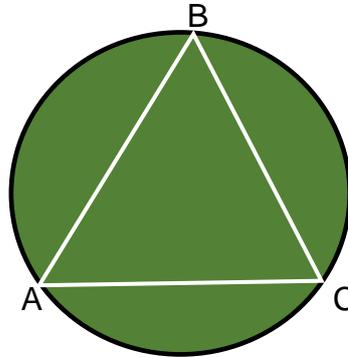
- Teorema de la tangente
 $TQ^2 = (a + b)b \dots (1)$
- T. de las secantes
 $(a + b)b = 18(2) \dots (2)$
- $(1) = (2): TQ^2 = 36$
 $\rightarrow TQ = 6$
- $OB = 4 + x = 8$
 $\therefore x = 4 \text{ m}$



Rpta.: B

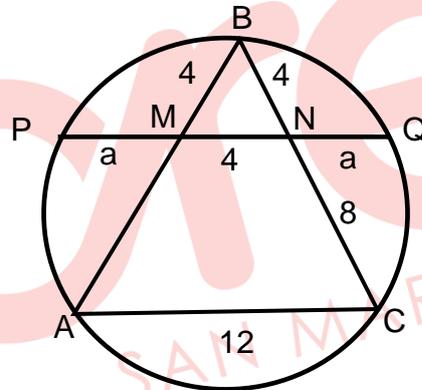
14. En la figura, se tiene un parque circular formado por cuatro jardines determinados por los linderos \overline{AB} , \overline{BC} y \overline{AC} cuyas longitudes son iguales a 12 m. En un nuevo proyecto se desea tener más jardines, trazando un lindero paralelo a \overline{AC} que interseca al lindero \overline{AB} en un punto que está a una distancia de 4 m del extremo B. Halle la longitud de dicho lindero.

- A) 16 m
- B) 9 m
- C) 10 m
- D) 12 m



Solución:

- $\overline{PQ} \parallel \overline{AC} \rightarrow \triangle MBN$ equilátero
 $\rightarrow MN = 4$ y $PM = NQ = a$
- Teorema de las cuerdas
 $a(a + 4) = 4(8)$
 $\rightarrow a = 4$
- $PQ = 2a + 4$
 $\therefore PQ = 12$ m

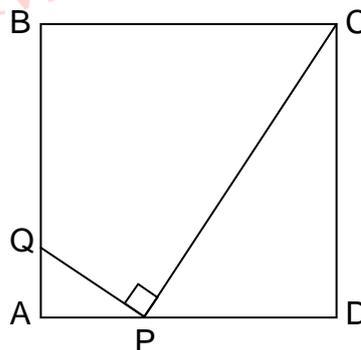


Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

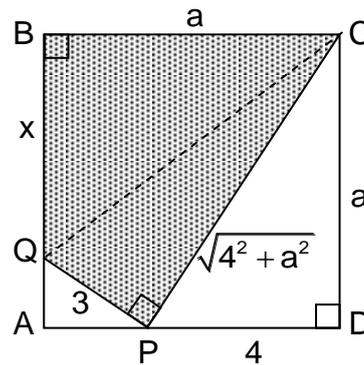
1. En la figura ABCD es un cuadrado. Si $PD = 4$ m y $PQ = 3$ m, halle BQ.

- A) $3\sqrt{3}$ m
- B) $5\sqrt{2}$ m
- C) 6 m
- D) 5 m



Solución:

- $\triangle PDQ$: Teorema de Pitágoras
 $PC = \sqrt{a^2 + 4^2}$
- $\triangle CPQ$: Teorema de Pitágoras
 $QC^2 = 3^2 + a^2 + 4^2 \dots (1)$
- $\triangle CBQ$: Teorema de Pitágoras
 $QC^2 = x^2 + a^2 \dots (2)$
- $(1) = (2)$
 $3^2 + a^2 + 4^2 = x^2 + a^2$
 $\therefore x = 5 \text{ m}$



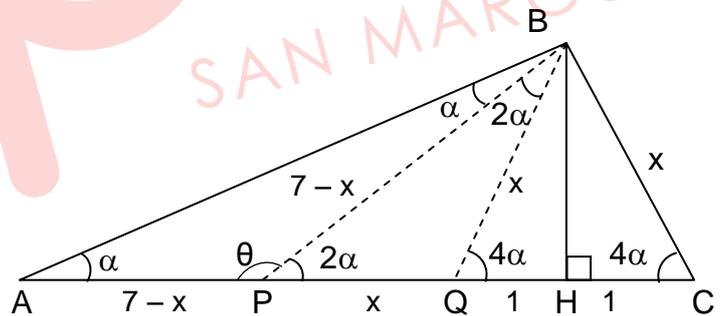
Rpta.: D

2. En un triángulo ABC, se traza la altura \overline{BH} (H en \overline{AC}) tal que $AH = 8 \text{ m}$ y $HC = 1 \text{ m}$. Si $m\hat{ACB} = 4 m\hat{BAC}$, halle BC.

- A) $(\sqrt{110} - 8) \text{ m}$ B) $(\sqrt{113} - 8) \text{ m}$ C) $(\sqrt{115} - 8) \text{ m}$ D) $(\sqrt{119} - 8) \text{ m}$

Solución:

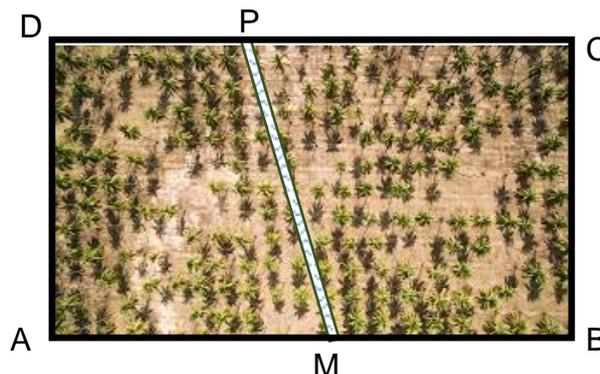
- $\triangle QBC$: isósceles
 $\rightarrow QH = HC = 1$
- $\triangle PQB$: isósceles
 $\rightarrow PQ = BQ = x$
- $\triangle PQB$: Teorema de Euclides
 $(\theta > 90^\circ)$
 $(7 - x)^2 = x^2 + x^2 + 2x(1)$
 $\therefore x = (\sqrt{113} - 8) \text{ m}$



Rpta: B

3. En la figura, se tiene la vista superior de un terreno rectangular. El punto P está a 80 m y 100 m de los extremos del lindero \overline{AB} . Si la longitud del canal rectilíneo de extremos P y el punto medio M del lindero \overline{AB} es $30\sqrt{2} \text{ m}$, halle la longitud de dicho lindero.

- A) 140 m
 B) 150 m
 C) 180 m
 D) 160 m

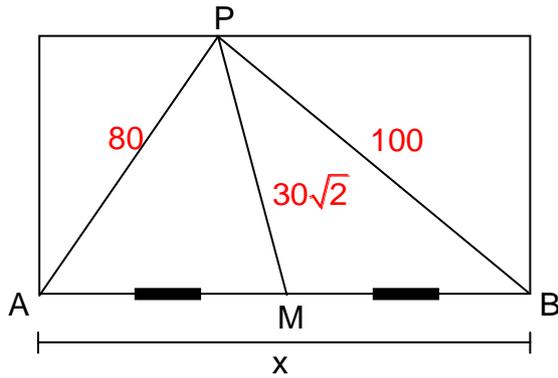


Solución:

- ΔAPB : Teorema de la mediana

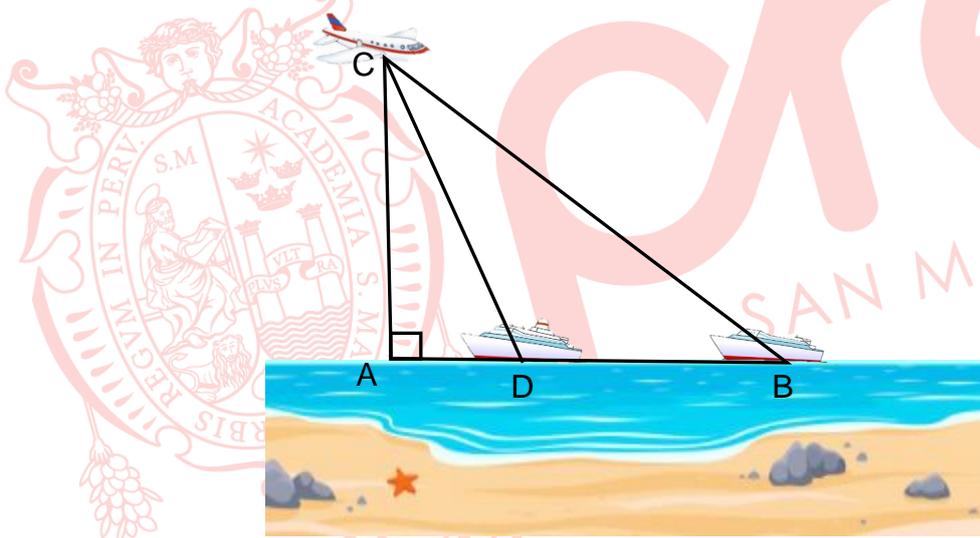
$$80^2 + 100^2 = 2(30\sqrt{2})^2 + \frac{x^2}{2}$$

$$\therefore x = 160 \text{ m}$$



Rpta.: D

4. En la figura, un avión de vigilancia que vuela a una cierta altitud ha detectado al barco ubicado en B a una distancia de 20 km y al mismo tiempo a un segundo barco ubicado en D que dista 13 km de la aeronave. Si los barcos están separados 11 km, halle la altitud de la aeronave (los puntos A, D y B son colineales).



- A) 9 km B) 11 km C) 12 km D) 10 km

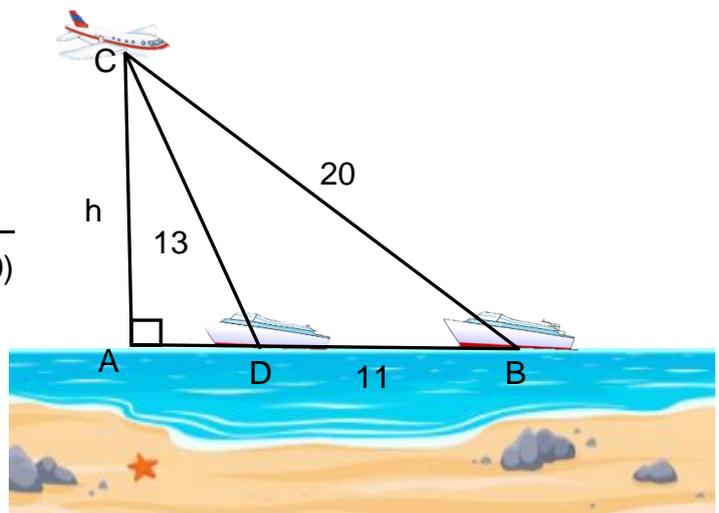
Solución:

- ΔCDB : Teorema de Herón:

$$p = \frac{13 + 20 + 11}{2} = 22$$

$$h = \frac{2}{11} \sqrt{22(22-13)(22-11)(22-20)}$$

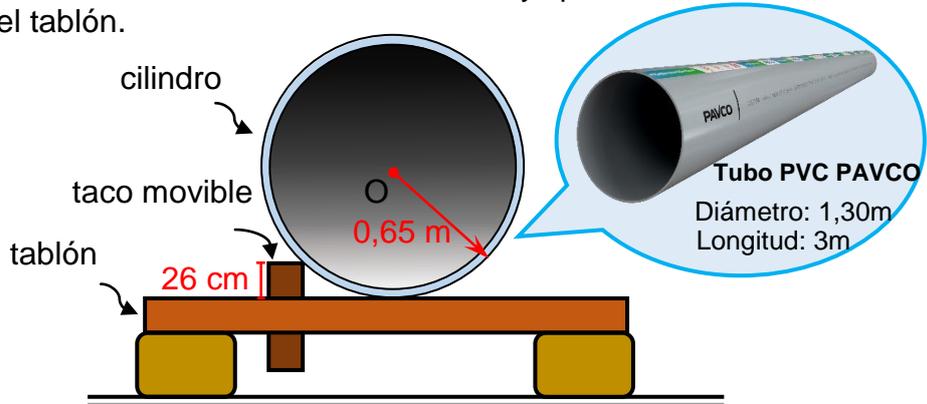
$$h = 12 \text{ m}$$



Rpta.: C

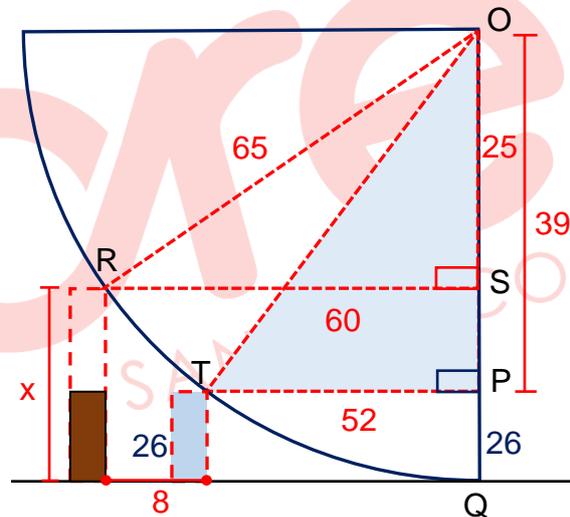
5. En la figura, se muestra la vista frontal de un tubo PVC, apoyado en un tablón; y un taco movible que sobresale 26 cm por encima del tablón. Si se desea mover el tubo 8 cm a la derecha, halle cuantos centímetros hay que elevar verticalmente el taco, por encima del tablón.

- A) 25 cm
- B) 40 cm
- C) 52 cm
- D) 60 cm



Solución:

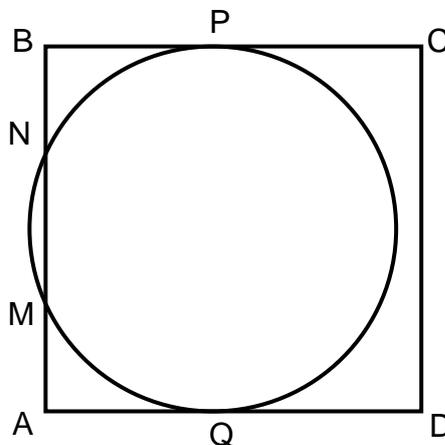
- $OP = 65 - 26 = 39$
- $\triangle OPT$: Teorema de Pitágoras
 $65^2 = 39^2 + PT^2$
 $\rightarrow PT = 52$
- $SR = PT + 8$
 $\rightarrow SR = 60$
- $\triangle OSR$: Teorema de Pitágoras
 $\rightarrow 65^2 = SR^2 + OS^2$
 $\rightarrow OS = 25$
- $x = OQ - OS = 40$ cm



Rpta.: B

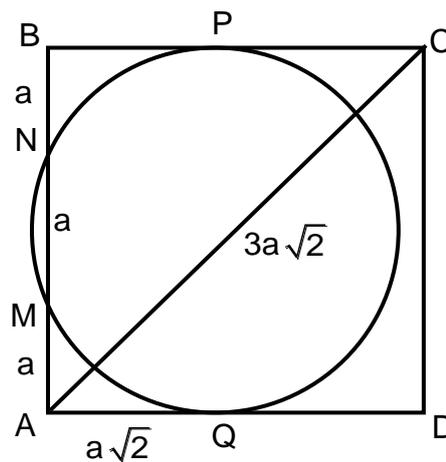
6. En la figura, ABCD es un cuadrado, P y Q son puntos de tangencia y $AM = MN = NB$. Halle $\frac{AQ}{AC}$.

- A) $\frac{1}{2}$
- B) $\frac{1}{3}$
- C) $\frac{2}{3}$
- D) $\frac{3}{4}$



Solución:

- Teorema de la tangente
 $AQ^2 = 2a(a)$
 $\rightarrow AQ = a\sqrt{2}$
- ABCD cuadrado y \overline{AC} diagonal
 $\rightarrow AC = 3a\sqrt{2}$
 $\therefore \frac{AQ}{AC} = \frac{1}{3}$



Rpta: B

Álgebra

EJERCICIOS

1. El polinomio $p(x) = x^2 - 2kx + k^2 - 1 \in \mathbb{Z}[x]$ tiene una raíz menor que 3 y la otra es mayor que 3. Determine la edad de Peter (en años) si su valor numérico es la suma de los divisores positivos de k .
- A) 8 años B) 6 años C) 5 años D) 4 años

Solución:

- 1) Obtenemos las raíces de $p(x)$:

$$x^2 - 2kx + k^2 - 1 = 0$$

Factorizando por aspa simple:

$$[x - (k + 1)][x - (k - 1)] = 0$$

Luego, sus raíces son $x_1 = k + 1$; $x_2 = k - 1$

- 2) Del dato: $k + 1 > 3 \wedge k - 1 < 3$
 $\rightarrow k > 2 \wedge k < 4$; además $k \in \mathbb{Z}$.
 $\rightarrow k = 3$
- 3) La suma de divisores positivos de 3 es $(3 + 1) = 4$.
 Por lo tanto, Peter tiene 4 años.

Rpta.: D

2. El ingreso mensual en decenas de soles de una empresa en los 10 primeros meses del año está representado por un polinomio $p(x)$ de grado 6, donde 11 es una raíz de multiplicidad 2, -1 es una raíz de multiplicidad 3 y 0 es una raíz simple; "x" representa el número del mes en cuestión ($x=1$, enero; $x=2$, febrero...). Si el ingreso de la empresa en el mes de mayo fue de S/ 8100, determine el ingreso en agosto.
- A) S/ 10 935 B) S/ 4374 C) S/ 2187 D) S/ 13 122

Solución:

De los datos:

$$p(x) = a(x - 11)^2(x + 1)^3x.$$

*Mes de mayo : $x = 5$.

$$p(5) = a(-6)^2(6)^3(5) = 810 \Rightarrow a = \frac{1}{48}$$

$$\Rightarrow p(x) = \frac{1}{48}(x - 11)^2(x + 1)^3x.$$

* Mes de agosto : $x = 8$.

$$p(8) = \frac{1}{48}(-3)^2(9)^3(8) = 1093,5 \text{ decenas de soles} = 10935 \text{ soles.}$$

Rpta.: A

3. Gabriel resolvió en su examen de matemática el siguiente ejercicio:

"Si la diagonal de un muro mide 10 m, halle el área de dicho muro sabiendo que las medidas de las longitudes de sus dimensiones (en metros) son las raíces del polinomio $p(x) = x^2 - kx + 5k - 2 - 4x$."

Si la respuesta de Gabriel excedió en 5 metros cuadrados a la respuesta correcta, ¿cuál fue la respuesta de Gabriel?

- A) 35 m² B) 70 m² C) 40 m² D) 53 m²

Solución:

Sean "a" y "b" las medidas de las longitudes de las dimensiones del muro (en metros); entonces son raíces de $p(x) = x^2 - (k+4)x + (5k-2) \wedge a, b \in \mathbb{R}^+$.

Luego:

$$\text{Diagonal del muro} = 10 \text{ m} \rightarrow a^2 + b^2 = 100 \quad \dots(1)$$

$$\text{Por otro lado: } a + b = k + 4 \quad \wedge \quad ab = 5k - 2 \quad \dots(2)$$

De (1) y (2) tenemos:

$$a^2 + b^2 = (k+4)^2 - 2(5k-2).$$

$$100 = k^2 - 2k + 20 \rightarrow k = 10 \vee \underbrace{k = -8}_{\text{absurdo}}.$$

Entonces, el área del muro es $ab = 5(10) - 2 = 48 \text{ m}^2$.

\therefore La respuesta de Gabriel fue 53 m^2 .

Rpta.: D

4. Las cifras del número $\overline{(a-1)(b+3)4}$ son las raíces del polinomio $p(x) = x^3 - 13x^2 + (m+12)x - (2m-8)$. Determine el mayor valor de $(m+ab)$.

A) 50

B) 54

C) 60

D) 66

Solución:

1) 4 es raíz del polinomio, entonces:

$$p(4) = 4^3 - 13(4)^2 + (m+12)(4) - (2m-8) = 0 \Rightarrow m = 44.$$

Luego, el polinomio es $p(x) = x^3 - 13x^2 + 56x - 80$.

2) Por la relación entre raíces y coeficientes:

$$* (a-1) + (b+3) + 4 = 13 \rightarrow a + b = 7.$$

$$* (a-1)(b+3)(4) = 80 \rightarrow (a-1)(b+3) = 20.$$

$$(6-b)(b+3) = 20 \rightarrow b^2 - 3b + 2 = 0 \rightarrow (b-1)(b-2) = 0.$$

$$\rightarrow b = 1 \vee b = 2.$$

$$\text{Si } b = 1 \rightarrow a = 6.$$

$$\text{Si } b = 2 \rightarrow a = 5.$$

3) Por lo tanto, el mayor valor de $(m+ab)$ es $(44 + (5)(2)) = 54$.

Rpta.: B

5. La utilidad en cientos de soles de una empresa está modelada por el polinomio $U(x) = -x^2 + (a+1)x + 9a$, donde "x" es la cantidad en miles de artículos producidos y vendidos. Si la empresa no gana ni pierde cuando vende 9000 artículos, determine la utilidad de la empresa para cuando venda "a.S" cientos de artículos, donde "S" es la suma de las raíces de U(x).

A) S/ 4200 B) S/ 40 000 C) S/ 42 000 D) S/ 3600

Solución:

Cuando vende 9000 artículos (para $x = 9$) recupera su inversión, entonces: $U(9) = 0$.

$$U(9) = -9^2 + (a+1)9 + 9a = 0 \Rightarrow -81 + 9a + 9 + 9a = 0$$

$$\Rightarrow a = 4.$$

Luego: $U(x) = -x^2 + 5x + 36$.

Suma de raíces de U(x): $S = 5$

$$\Rightarrow (a.S) = 20.$$

Si vende 20 cientos = 20(100) = 2000 artículos, su utilidad será

$$U(2) = -4 + 10 + 36 = 42 \text{ cientos de soles.}$$

\therefore La utilidad es de 4200 soles.

Rpta.: A

6. Las coordenadas de tres partículas sobre la recta numérica están dadas por los valores reales x_1, x_2 y x_3 , que son las raíces del polinomio $p(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2a$; $a \neq 0, b \in \mathbb{R}$. Calcule $|x_1 - x_2|$, si las coordenadas de dichas partículas verifican la siguiente condición: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = x_3$.

A) $2\sqrt{a^2 - 2}$ B) $\sqrt{a^2 + 2}$ C) $2\sqrt{a^2 + 2}$ D) $\sqrt{a^2 - 2}$

Solución:

Usando la relación entre raíces y coeficientes, obtenemos

- $x_1 + x_2 + x_3 = -a \dots (1)$
- $x_1 x_2 x_3 = -2a \dots (2)$

Además, de la condición del ejercicio y (2) tenemos

- $x_1 + x_2 = x_1 x_2 x_3 = -2a \dots (3)$

Reemplazando (3) en (1) obtenemos $x_3 = a$. Reemplazando este último en (2) tenemos

- $x_1 x_2 = -2 \dots (4)$

Luego, usando la identidad de Legendre y las condiciones (3) y (4) obtenemos

$$(x_1 + x_2)^2 - (x_1 - x_2)^2 = 4x_1x_2 \rightarrow (x_1 - x_2)^2 = 4a^2 + 8.$$

Finalmente, $|x_1 - x_2| = 2\sqrt{a^2 + 2}$.

Rpta.: C

7. El precio de 1 kg de naranja es $(m+n)$ soles, donde $\{m;n\} \subset \mathbb{R}$ y $(1-2i)$ es raíz de $p(x) = x^3 + mx^2 + nx - 15$. ¿Cuánto deberá pagar Susana por la compra de 5 kg de naranja?

A) S/ 30

B) S/ 20

C) S/ 40

D) S/ 15

Solución:

- 1) Raíces de $p(x)$: $x_1 = 1 - 2i$; $x_2 = 1 + 2i$; $x_3 = ?$

Por la relación entre raíces y coeficientes:

- $x_1x_2x_3 = 15 \rightarrow (1-2i)(1+2i)x_3 = 15 \rightarrow x_3 = 3$.
- $x_1 + x_2 + x_3 = -m \rightarrow (1-2i) + (1+2i) + 3 = -m \rightarrow m = -5$.
- $x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = n \rightarrow (1-2i)(1+2i) + (1-2i)3 + (1+2i)3 = n \rightarrow n = 11$.

- 2) Precio de 1 kg de naranjas: $(-5 + 11)$ soles = 6 soles.

Por 5 kg, Susana pagará S/ 30.

Rpta.: A

8. Si $\sqrt{3}$ y $3i$ son raíces de multiplicidad 2 y 3, respectivamente, del polinomio $p(x)$ de menor grado posible con coeficientes reales tal que $p(-\sqrt{3}) = 144$; halle el valor numérico de $4\left(\frac{p(0)}{27}\right)$.

A) 2

B) $\frac{9}{4}$

C) $\frac{5}{4}$

D) 3

Solución:

Obtenemos las raíces de $p(x)$ usando el teorema de paridad:

Raíces de $p(x)$	Multiplicidad
$\sqrt{3}$	2
$3i$	3
$-3i$	3

Construyendo el polinomio:

$$p(x) = a(x - \sqrt{3})^2(x - 3i)^3(x + 3i)^3.$$

$$p(x) = a(x - \sqrt{3})^2(x^2 + 9)^3.$$

Por dato: $p(-\sqrt{3}) = a(-2\sqrt{3})^2(12)^3 = 144 \rightarrow a = \frac{1}{144}.$

Luego: $p(0) = \frac{1}{144}(-\sqrt{3})^2(9)^3 \rightarrow 4\left(\frac{p(0)}{27}\right) = \frac{12}{81}p(0) = \frac{3(9)}{12} = \frac{9}{4}.$

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. El gobierno levantó la cuarentena en Lima y provincias y ha considerado las siguientes restricciones: las peluquerías deben tener $(-a)0\%$ de aforo y los restaurantes $b0\%$; donde a y b son raíces del polinomio $p(x) = x^2 + 6px - 2k$, con $a < b$. Se sabe además que el polinomio $T(x) = 3x^2 + (k+a)x + 5 - k$ tiene raíces recíprocas y $R(x) = 6x^2 + (2p-1)x + 8$ tiene raíces simétricas. Indique los porcentajes de aforo permitidos para las peluquerías y restaurantes, en ese orden.

- A) 40% y 10% B) 10% y 40% C) 30% y 20% D) 20% y 15%

Solución:

- 1) $T(x) = 3x^2 + (k+a)x + 5 - k$ tiene raíces recíprocas, luego:

Producto de raíces = 1

$$\rightarrow \frac{5-k}{3} = 1 \rightarrow k = 2.$$

- 2) $R(x) = 6x^2 + (2p-1)x + 8$ tiene raíces simétricas, luego:

Suma de raíces = 0

$$\rightarrow \frac{-(2p-1)}{6} = 0 \rightarrow p = \frac{1}{2}.$$

Tenemos que

$$p(x) = x^2 + 6\left(\frac{1}{2}\right)x - 2(2)$$

$$\rightarrow p(x) = x^2 + 3x - 4$$

$$\rightarrow p(x) = (x+4)(x-1)$$

$$\rightarrow a = -4 \wedge b = 1.$$

\therefore Aforo permitido en peluquerías: 40%.

Aforo permitido en restaurantes: 10%.

Rpta.: A

2. El polinomio de cuarto grado $p(x)$ representa la producción (en decenas de polos) de la empresa "Wolf Design" en los primeros diez meses del año 2020 ($x = 1$, enero; $x = 2$, febrero;... $x = 10$, octubre). Se sabe que en marzo la empresa confeccionó 420 polos, pero en los dos meses siguientes no produjo ninguno debido al inicio de la pandemia. Si el polinomio $-p(x)$ es mónico y su término independiente es igual a 60, ¿cuál fue la producción de la empresa (en unidades de polos) en junio?
- A) 500 B) 520 C) 540 D) 560

Solución:

De los datos, la empresa no produjo ningún polo en los meses de abril y mayo. Luego:

$p(4) = 0 \wedge p(5) = 0$; de donde 4 y 5 son raíces de $p(x)$. Tenemos:

$$p(x) = (x - 4)(x - 5)(ax^2 + bx + c) \rightarrow -p(x) = -(x - 4)(x - 5)(ax^2 + bx + c).$$

Como $-p(x)$ es mónico $\rightarrow a = -1$.

$$-p(0) = 60 \rightarrow -20c = 60 \rightarrow c = -3.$$

$$\text{Luego: } p(x) = (x - 4)(x - 5)(-x^2 + bx - 3).$$

$$\text{Además: } p(3) = 42 \rightarrow b = 11.$$

Por lo tanto:

$$p(x) = (x - 4)(x - 5)(-x^2 + 11x - 3).$$

La producción en junio (en unidades de polos) será

$$10 \cdot [p(6)] = 10 \cdot [(2)(1)(-36 + 66 - 3)] = 540.$$

Rpta.: C

3. Dado el polinomio $p(x) = x^2 + mx + n$; donde $m, n \in \mathbb{Z}$ y $(-1 + \sqrt{2})$ es una de sus raíces, halle la edad (en años) de Sebastián si su valor numérico coincide con $m^2 + n^2$.
- A) 15 años B) 17 años C) 5 años D) 10 años

Solución:

Por el teorema de paridad, las raíces de $p(x)$ son $x_1 = -1 + \sqrt{2}$; $x_2 = -1 - \sqrt{2}$.

Luego por la relación entre raíces y coeficientes tenemos que

$$(-1 + \sqrt{2}) + (-1 - \sqrt{2}) = -m \rightarrow m = 2.$$

$$(-1 + \sqrt{2})(-1 - \sqrt{2}) = n \rightarrow n = -1.$$

\therefore La edad de Sebastián es: $2^2 + (-1)^2 = 5$ años.

Rpta.: C

4. El ingreso en miles de soles de una empresa en el mes "x" del año 2020 ($x = 1$, enero; $x = 2$, febrero...) está expresado por el polinomio $p(x)$ de menor grado posible cuyas raíces no nulas tienen multiplicidad par. Si los únicos meses del año en que la empresa no tuvo ingresos fueron febrero y mayo, y en el mes de marzo su ingreso fue de 3000 soles, además 0 es raíz de $p(x)$; ¿a cuánto asciende el ingreso en el mes de abril?
- A) 6000 soles B) 4000 soles C) 40000 soles D) 5000 soles

Solución:

Febrero: $x = 2 \rightarrow p(2) = 0$; mayo: $x = 5 \rightarrow p(5) = 0$; además: $p(0) = 0$.

Construyendo el polinomio de acuerdo a los datos: $p(x) = a(x-2)^2(x-5)^2x$.

Además, marzo: $x = 3 \rightarrow p(3) = 3$.

$$a(3-2)^2(3-5)^2 \cdot 3 = 3 \Rightarrow a = \frac{1}{4}; \text{ luego:}$$

$$p(x) = \frac{1}{4}(x-2)^2(x-5)^2x.$$

Para el mes de abril: $x = 4$.

$$p(4) = \frac{1}{4}(4-2)^2(4-5)^2 \cdot 4.$$

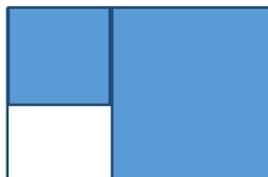
$$p(4) = 4 \text{ miles de soles.}$$

\therefore El ingreso en el mes de abril ascendió a 4000 soles.

Rpta.: B

5. Calcule el área de la región sombreada, que está formada por cuadrados cuyos lados miden α y β metros, si las raíces del polinomio $p(x) = x^2 - 3\sqrt{2}x + 2$ son $(\alpha - \sqrt{2})$ y $(\beta - \sqrt{2})$.

- A) 30 m^2
 B) 48 m^2
 C) 10 m^2
 D) 20 m^2

**Solución:**

1) Por teorema se tiene que

$$1.1 \text{ Suma de raíces de } p(x) = 3\sqrt{2}$$

$$\rightarrow (\alpha - \sqrt{2}) + (\beta - \sqrt{2}) = 3\sqrt{2}$$

$$\rightarrow \alpha + \beta = 5\sqrt{2}.$$

1.2 Producto de raíces de $p(x) = 2$

$$\rightarrow (\alpha - \sqrt{2})(\beta - \sqrt{2}) = 2$$

$$\rightarrow (\sqrt{2} - \alpha)(\sqrt{2} - \beta) = 2$$

$$\rightarrow 2 - (\alpha + \beta)\sqrt{2} + \alpha\beta = 2$$

$$\rightarrow \alpha\beta = 10.$$

2) Lo pedido es

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (5\sqrt{2})^2 - 2(10)$$

$$\rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 30.$$

Por lo tanto, el área de la región sombreada es 30 m^2 .

Rpta.: A

6. De los 47 soles de propina que recibió Yosué en una semana, el lunes gastó $7 + |M| + 8(a^{-1} + b^{-1} + c^{-1})$ soles y el día martes gastó 7 soles más. Se cumple que

$$M = \frac{1}{a^2 + 10} + \frac{1}{b^2 + 10} + \frac{1}{c^2 + 10}, \text{ donde } a, b \text{ y } c \text{ son raíces del polinomio}$$

$p(x) = \frac{x^3}{5} - x^2 + 2x - 20$. Determine cuánto dinero le queda a Yosué para los días faltantes.

A) S/ 32

B) S/ 28

C) S/ 33

D) S/ 24

Solución:

I. Las raíces de $p(x)$ son también las raíces de $5p(x) = x^3 - 5x^2 + 10x - 100$; luego por la relación entre raíces y coeficientes: $a + b + c = 5 \wedge ab + bc + ac = 10 \wedge abc = 100$.

II. Como "a" es raíz de $5p(x)$ entonces: $a^3 - 5a^2 + 10a - 100 = 0$

$$\rightarrow a^3 + 10a = 5a^2 + 100 \rightarrow a(a^2 + 10) = 5(a^2 + 20)$$

$$\rightarrow \frac{a}{5} = \frac{(a^2 + 20)}{(a^2 + 10)} = \frac{(a^2 + 10) + 10}{(a^2 + 10)} = 1 + \frac{10}{a^2 + 10};$$

$$\text{además "b" y "c" también son raíces} \rightarrow \frac{b}{5} = 1 + \frac{10}{b^2 + 10} \wedge \frac{c}{5} = 1 + \frac{10}{c^2 + 10}.$$

$$\text{III. } M = \frac{1}{a^2 + 10} + \frac{1}{b^2 + 10} + \frac{1}{c^2 + 10}$$

$$\rightarrow 10M + 3 = 1 + \frac{10}{a^2 + 10} + 1 + \frac{10}{b^2 + 10} + 1 + \frac{10}{c^2 + 10}$$

$$\rightarrow 10M + 3 = \frac{a}{5} + \frac{b}{5} + \frac{c}{5} = \frac{1}{5}(a + b + c) = 1 \rightarrow M = \frac{-1}{5} \rightarrow |M| = \frac{1}{5}.$$

IV. El lunes Yosué gastó

$$7 + \frac{1}{5} + 8 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) = \frac{36}{5} + 8 \left(\frac{ab+bc+ac}{abc} \right) = \frac{36}{5} + 8 \left(\frac{10}{100} \right) = 8 \text{ soles.}$$

El martes gastó $(8 + 7) = 15$ soles.

Por lo tanto, le quedan $(47 - (8 + 15)) = 24$ soles.

Rpta.: D

7. Finalizó el semestre 2020-II de estudios generales del área de Ingeniería de la UNMSM. De un total de 1170 alumnos ingresantes, $(87m + 48n + 78)$ alumnos aprobaron Cálculo I y $(46m^2 + 17n^2 - 76)$ aprobaron Geometría Analítica. Sabiendo que $(5 + \sqrt{7})$ es raíz del polinomio $p(x) = x^3 - (3m + 2n - 5)x^2 + 48x - (7m + 5n + 10)$; $m, n \in \mathbb{Q}$, determine el número de alumnos desaprobados en Cálculo I y Geometría Analítica (en ese orden), si ambos cursos fueron llevados por todos los ingresantes.

A) 700 y 650

B) 630 y 450

C) 350 y 450

D) 230 y 450

Solución:

- 1) Las raíces de $p(x)$ son $x_1 = 5 + \sqrt{7}$; $x_2 = 5 - \sqrt{7}$; $x_3 = \alpha$; luego por la relación entre raíces y coeficientes:

ii. $(5 + \sqrt{7})(5 - \sqrt{7}) + \alpha(5 + \sqrt{7}) + \alpha(5 - \sqrt{7}) = 48 \rightarrow 25 - 7 + 10\alpha = 48 \rightarrow \alpha = 3.$

i. $(5 + \sqrt{7}) + (5 - \sqrt{7}) + 3 = 3m + 2n - 5 \rightarrow 3m + 2n = 18 \dots (1)$

iii. $(5 + \sqrt{7})(5 - \sqrt{7})3 = 7m + 5n + 10 \rightarrow 7m + 5n = 44 \dots (2)$

De (1) y (2): $m = 2 \wedge n = 6.$

- 2) N° de alumnos aprobados en Cálculo I:

$$87m + 48n + 78 = 87(2) + 48(6) + 78 = 540 \rightarrow \text{Desaprobaron : 630.}$$

N° de alumnos aprobados en Geometría Analítica:

$$46(2)^2 + 17(6)^2 - 76 = 720 \Rightarrow \text{Desaprobaron : 450.}$$

Rpta.: B

8. A don Álex le falta aún pagar "a" letras al banco por un préstamo que recibió, y el valor de cada letra (en decenas de soles) es igual a la suma de coeficientes de $p(x)$, que es el polinomio mónico de menor grado posible con coeficientes racionales que tiene como raíces a -2 , $\sqrt{5} - 3$ y $1 + i$. Si el préstamo que recibió don Álex se dividió en 12 letras, determine el monto en soles que don Álex ya pagó al banco, sabiendo que "a" es el grado de $p(x)$.

A) S/ 990

B) S/ 2180

C) S/ 2310

D) S/ 1980

Solución:

Por dato, $p(x) \in \mathbb{Q}[x]$.

Entonces las raíces de $p(x)$ son $\{-2, -3 + \sqrt{5}, -3 - \sqrt{5}, 1 + i, 1 - i\}$

$$\rightarrow p(x) = (x + 2)(x + 3 - \sqrt{5})(x + 3 + \sqrt{5})(x - 1 - i)(x - 1 + i)$$

$$\rightarrow \text{grad}[p(x)] = 5 \rightarrow a = 5.$$

$$\text{Además, } p(1) = (1 + 2)(1 + 3 - \sqrt{5})(1 + 3 + \sqrt{5})(1 - 1 - i)(1 - 1 + i)$$

$$\rightarrow p(1) = (3)(4 - \sqrt{5})(4 + \sqrt{5})(-i)(i) = 33;$$

luego el valor de cada letra es 330 soles.

\therefore Don Álex ya pagó al banco $[(12 - 5)330]$ soles = 2310 soles.

Rpta.: C

Trigonometría

EJERCICIOS

1. El profesor de Trigonometría copia en la pizarra la siguiente expresión $\frac{\text{sen} \frac{\pi}{5}}{\text{sen} \frac{\pi}{15}}$. Si un alumno comete un error y escribe $\frac{\text{cos} \frac{\pi}{5}}{\text{cos} \frac{\pi}{15}}$, calcule la razón aritmética entre lo que estaba escrito en la pizarra y lo que copió el alumno.

A) 2

B) 3

C) 4

D) 1

Solución:

$$\text{Sea: } r = \frac{\text{sen} \frac{\pi}{5}}{\text{sen} \frac{\pi}{15}} - \frac{\text{cos} \frac{\pi}{5}}{\text{cos} \frac{\pi}{15}} \Rightarrow r = \frac{\text{sen} \frac{\pi}{5} \cdot \text{cos} \frac{\pi}{15} - \text{cos} \frac{\pi}{5} \cdot \text{sen} \frac{\pi}{15}}{\text{sen} \frac{\pi}{15} \cdot \text{cos} \frac{\pi}{15}}$$

$$\Rightarrow r = \frac{2 \text{sen} \frac{2\pi}{15}}{2 \text{sen} \frac{\pi}{15} \cdot \text{cos} \frac{\pi}{15}}$$

Por lo tanto, la razón aritmética es 2.

Rpta.: A

2. Francisco, Ana y Frank tienen tres cartas que están enumeradas por $4\sin 2\theta$, $3\cos 2\theta$ y $32\tan^2 \theta$ respectivamente, donde $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$. Si la diferencia entre los números de las cartas de Francisco y Ana en ese orden es igual al menor número primo impar, ¿cuál es el número de la carta de Frank?
- A) 24 B) 16 C) 18 D) 27

Solución:

Tenemos:

$$4\sin 2\theta - 3\cos 2\theta = 3$$

$$4(2\sin\theta \cdot \cos\theta) = 3(1 + \cos 2\theta)$$

$$4(2\sin\theta \cdot \cos\theta) = 3(2\cos^2\theta)$$

$$\tan\theta = \frac{3}{4}$$

Por lo tanto, el número de la carta de Frank es 18.

Rpta.: C

3. La empresa de transportes Logística, debe transportar sus productos en camiones que admiten solamente 4 productos. Si cada producto pesa $2\sec^2(2\theta)$ ton y además se cumple $\frac{2}{\cot^2 \theta} + \frac{2}{\cot \theta} = 2\tan^2\left(\frac{\pi}{4}\right)$, donde $\theta \neq \frac{n\pi}{4}$ con $n \in \mathbb{Z}$, ¿cuántos camiones como mínimo requiere la empresa para transportar todos sus productos, si la cantidad total de productos requeridos pesan 400 ton?
- A) 20 camiones B) 10 camiones C) 16 camiones D) 8 camiones

Solución:

Dado que $\frac{2}{\cot^2 \theta} + \frac{2}{\cot \theta} = 2\tan^2\left(\frac{\pi}{4}\right)$

$$2\tan^2 \theta + 2\tan \theta = 2 \Rightarrow \frac{2\tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = 2$$

$$\tan 2\theta = 2 \Rightarrow 2\sec^2 2\theta = 10$$

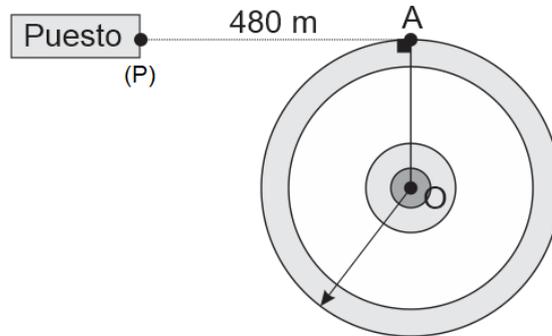
Luego, cada producto pesa 10 ton. Entonces tienen 40 productos.

Por lo tanto; el total de camiones requeridos es 10 camiones.

Rpta.: B

4. Andrea (A) se ubica en una Plaza circular a 480 m al este de un puesto de bebidas (P), tal como se muestra en la figura. En ese instante recorre el contorno de la plaza un arco θ en sentido antihorario con $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, ubicándose en un punto Q tal que $Q \in \overline{PO}$. Si $PQ = 360$ m, halle la medida aproximada del ángulo θ .

- A) 74°
- B) 32°
- C) 37°
- D) 53°



Solución:

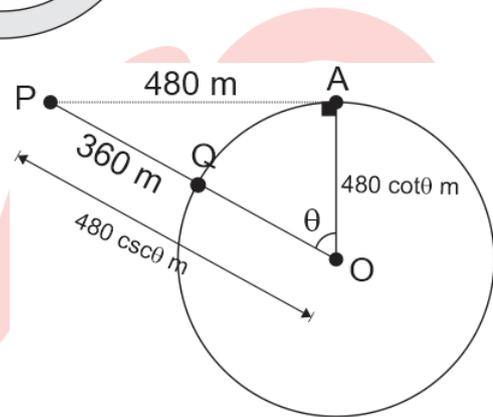
De la figura, $480(\csc\theta - \cot\theta) = 360$

$$\Rightarrow 480 \tan \frac{\theta}{2} = 360$$

$$\Rightarrow \tan \frac{\theta}{2} = \frac{3}{4}$$

Así, $\frac{\theta}{2} = 37^\circ \Rightarrow \theta = 74^\circ$

Por lo tanto, el ángulo aproximado es 74° .



Rpta.: A

5. Si $4\cos 24^\circ \sin^3 8^\circ + 4\sin 24^\circ \cos^3 8^\circ = m \sin 32^\circ$, determine $m^m + m$.

- A) 6
- B) 30
- C) 2
- D) 26

Solución:

Sea:

$$H = \frac{4\cos 24^\circ \sin^3 8^\circ + 4\sin 24^\circ \cos^3 8^\circ}{(4\sin^3 8^\circ)\cos 24^\circ + (4\cos^3 8^\circ)\sin 24^\circ} = m \sin 32^\circ$$

$$H = (3\sin 8^\circ - \sin 24^\circ)\cos 24^\circ + (\cos 24^\circ + 3\cos 8^\circ)\sin 24^\circ = m \sin 32^\circ$$

$$H = 3\sin 8^\circ \cos 24^\circ - \cancel{\sin 24^\circ \cos 24^\circ} + \cancel{\cos 24^\circ \sin 24^\circ} + 3\cos 8^\circ \sin 24^\circ = m \sin 32^\circ$$

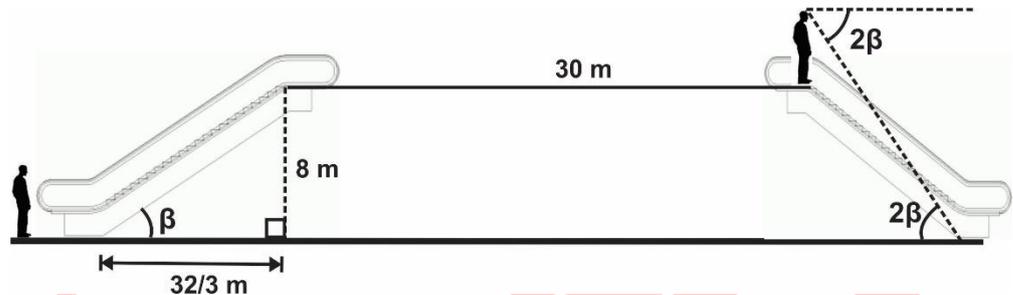
Luego: $m = 3$

Por lo tanto, $m^m + m = 3^3 + 3 = 30$.

Rpta.: B

6. En la figura, se muestra a una persona que se dispone a subir al segundo nivel mediante una escalera mecánica de 8 m de altura. Al llegar al segundo nivel recorre en línea recta una distancia de 30 m hasta encontrarse con otra escalera mecánica que va al primer nivel y observa la base de este con un ángulo de depresión de 2β . Si la distancia entre las bases de las escaleras es $\frac{652}{15}$ m, halle la altura de la persona.

- A) 1,7 m
- B) 1,5 m
- C) 1,8 m
- D) 1,6 m



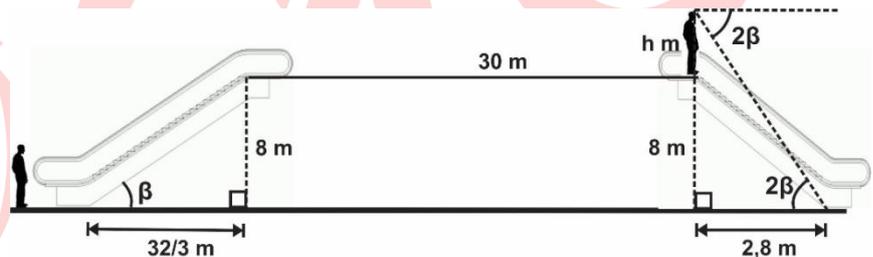
Solución:

Del gráfico:

$$\tan \beta = \frac{3}{4} \Rightarrow \tan(2\beta) = \frac{24}{7}$$

Luego:

$$\frac{24}{7} = \tan(2\beta) = \frac{h+8}{2,8} \Rightarrow h = 1,6$$



Por lo tanto; la altura de la persona es 1,6 m.

Rpta.: D

7. Si el volumen de un cubo está determinado por $(750\text{sen}x - 250\text{sen}3x) \text{ cm}^3$, donde $0 < x < \pi$, ¿cuánto es el área lateral máxima de dicho cubo?

- A) 800 cm^2
- B) 400 cm^2
- C) 600 cm^2
- D) 500 cm^2

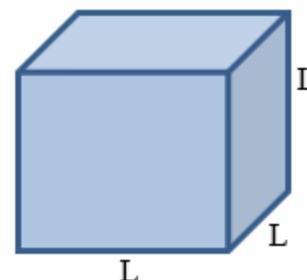
Solución:

$$\begin{aligned} \text{Sea } L^3 &= 750\text{sen}x - 250\text{sen}3x \\ L^3 &= 750\text{sen}x - 250(3\text{sen}x - 4\text{sen}^3x) \\ L^3 &= 1000\text{sen}^3x \\ L &= 10\text{sen}x \end{aligned}$$

$$\text{Como } 0 < x < \pi \Rightarrow L_{\text{Máx}} = 10 \text{ cm}$$

$$\text{Luego } \text{Área}_{\text{Máx}} = 4 L^2 \text{ cm}^2$$

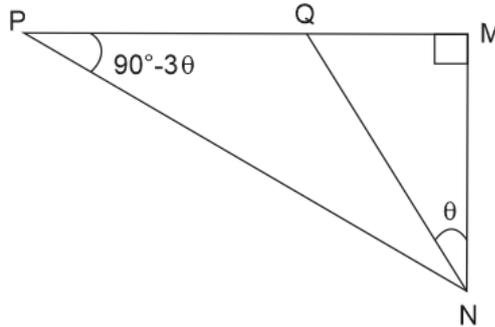
Por lo tanto, el área lateral máxima de este cubo es 400 cm^2 .



Rpta.: B

8. En la figura adjunta, se observan a cuatro ciudades M, N, P y Q. Si $MQ = 4\text{ km}$ y $MN = 8\text{ km}$, halle la distancia entre las ciudades P y M.

- A) 40 km
- B) 45 km
- C) 47 km
- D) 44 km



Solución:

Sea d la distancia

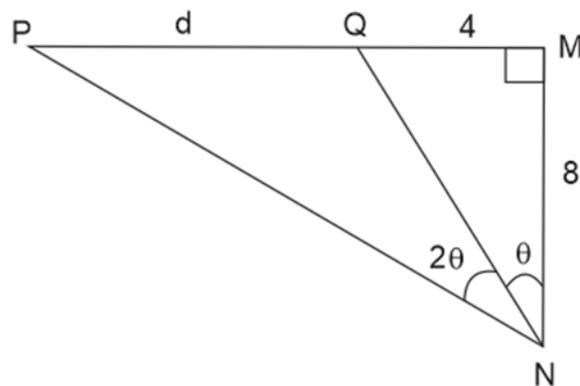
$$\tan \theta = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \dots (1)$$

$$\tan 3\theta = \frac{d+4}{8}$$

$$\frac{3 \tan \theta - \tan^3 \theta}{1 - 3 \tan^2 \theta} = \frac{d+4}{8} \dots (2)$$

Reemplazando (1) en (2)

$$\frac{3 \left(\frac{1}{2} \right) - \left(\frac{1}{2} \right)^3}{1 - 3 \left(\frac{1}{2} \right)^2} = \frac{d+4}{8} \Rightarrow d = 40\text{ km.}$$



Por lo tanto, la distancia entre las ciudades P y M es 44 km.

Rpta.: D

9. La temperatura de una ciudad de la selva del Perú en un día, está modelado por la siguiente expresión $T(t) = 32 + 6 \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi t}{48} \right)$ en $^{\circ}\text{C}$, donde t es el número de horas transcurridas desde la medianoche. Determine la temperatura de la ciudad a las 8 p.m.

- A) 36,5 $^{\circ}\text{C}$
- B) 35,5 $^{\circ}\text{C}$
- C) 33,5 $^{\circ}\text{C}$
- D) 30,5 $^{\circ}\text{C}$

Solución:

Del dato

$$T(t) = 32 + 6 \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi t}{48} \right)$$

$$\Rightarrow T(t) = 32 + 3 \left(\cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi t}{24} \right) + 1 \right)$$

$$\Rightarrow T(t) = 35 + 3 \text{sen} \left(\frac{\pi t}{24} \right)$$

Nos piden la temperatura a las 8 p.m., reemplazando $t = 20$:

$$\Rightarrow T(20) = 35 + 3\text{sen}\left(\frac{20\pi}{24}\right) = 35 + 3\text{sen}\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 35 + 3\left(\frac{1}{2}\right) = 36,5 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Rpta.: A

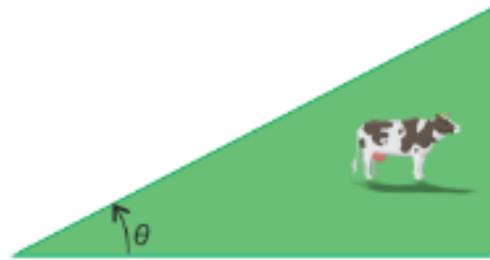
10. Un campesino desea cercar el borde de un pastizal con forma de un triángulo rectángulo usando 2000 m de cerca que tiene a la mano. Si la medida de uno de los ángulos es θ , halle el área del pastizal.

A) $\text{csc}\theta\left(\frac{2000}{\sec\theta + \csc\theta + 2\csc 2\theta}\right)^2 \text{ m}^2$

B) $\text{sen}2\theta\left(\frac{2000}{\sec\theta + \csc\theta + 2\csc 2\theta}\right)^2 \text{ m}^2$

C) $\text{csc}2\theta\left(\frac{2000}{\sec\theta + \csc\theta + 2\csc 2\theta}\right)^2 \text{ m}^2$

D) $\tan 2\theta\left(\frac{2000}{\sec\theta + \csc\theta + 2\csc 2\theta}\right)^2 \text{ m}^2$



Solución:

Sea S: Área de la región triangular

De la figura:

$$S = \frac{z^2 \text{sen}\theta \cos\theta}{2} \text{ m}^2$$

$$x + y + z = 2000 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow z \cos\theta + z \text{sen}\theta + z = 2000$$

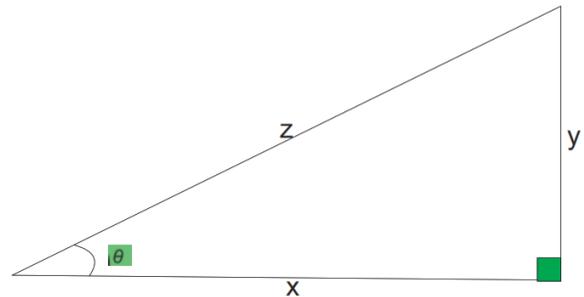
$$\Rightarrow z(\text{sen}\theta + \cos\theta + 1) = 2000$$

$$\Rightarrow z^2(\text{sen}\theta + \cos\theta + 1)^2 = 2000^2$$

$$\Rightarrow z^2 = \left(\frac{2000}{\text{sen}\theta + \cos\theta + 1}\right)^2 \Rightarrow S = \left(\frac{2000}{\text{sen}\theta + \cos\theta + 1}\right)^2 \left(\frac{\text{sen}\theta \cos\theta}{2}\right) \text{ m}^2$$

$$S = \frac{1}{2\text{sen}\theta \cos\theta} \left(\frac{2000\text{sen}\theta \cos\theta}{\text{sen}\theta + \cos\theta + 1}\right)^2 \text{ m}^2 = \text{csc}(2\theta) \left(\frac{2000}{\text{sen}\theta + \cos\theta + 1}\right)^2 \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow S = \text{csc}2\theta \left(\frac{2000}{\sec\theta + \csc\theta + 2\csc 2\theta}\right)^2 \text{ m}^2$$



Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Juan adquiere una barra de acero cuya longitud es $12(\sec x + \csc x)\cos(x + \frac{\pi}{4})$ m, para algún $x \in \left(\frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{4}\right)$. Si Juan divide dicha barra en partes iguales, donde cada parte tiene una longitud de $2\sqrt{2}\cot 2x$ m, ¿cuántos cortes se debe realizar a la barra de acero?
- A) 4 B) 5 C) 6 D) 3

Solución:

$$\text{Sea } L = 12(\sec x + \csc x)\cos(x + \frac{\pi}{4}) = 12\left(\frac{\sec x + \csc x}{\cos x}\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x - \sin x)$$

$$\Rightarrow L = 12\sqrt{2}\left(\frac{\cos 2x}{\sin 2x}\right) = 12\sqrt{2}\cot 2x$$

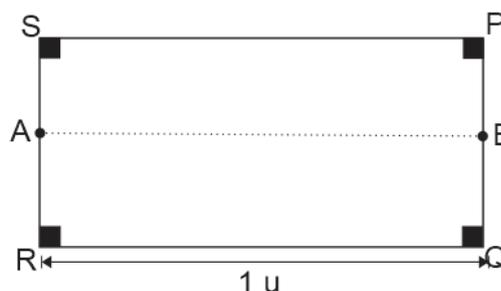
$$\text{Piden: } A = \frac{12\sqrt{2}\cot 2x}{2\sqrt{2}\cot 2x} \Rightarrow A = 6$$

Por lo tanto; se realiza 5 cortes.

Rpta.: B

2. En la figura, se muestra una hoja de papel de forma rectangular que se dobla por la línea \overline{AB} . Si $BP = (2\sin^2 10^\circ \cot 20^\circ \cot 10^\circ)$ u y $BQ = \left(\frac{\cos 80^\circ + 2\cos 40^\circ + 1}{\sin 80^\circ}\right)$ u, ¿en qué proporción se encuentran las áreas de las partes ASPB respecto a ABQR?

- A) $\sin 20^\circ$
 B) $\cos 20^\circ$
 C) $\sin 10^\circ$
 D) $\cos 10^\circ$

**Solución:**

$$BP = 2\sin^2 10^\circ \cdot \cot 20^\circ \cdot \cot 10^\circ = 2\sin^2 10^\circ \left(\frac{\cos 20^\circ \cdot \cos 10^\circ}{2\sin^2 10^\circ \cdot \cos 10^\circ}\right) = \cos 20^\circ$$

$$BQ = \frac{\cos 80^\circ + 2\cos 40^\circ + 1}{\sin 80^\circ} = \frac{2\cos^2 40^\circ + 2\cos 40^\circ}{2\sin 40^\circ \cdot \cos 40^\circ} = \frac{\cos 40^\circ + 1}{\sin 40^\circ} = \frac{2\cos^2 20^\circ}{2\sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ} = \cot 20^\circ$$

$$\text{Luego, } R = \frac{\text{Área}_{\text{ASPB}}}{\text{Área}_{\text{ABQR}}} = \frac{(1) \cdot \cos 20^\circ}{(1) \cdot \cot 20^\circ} = \sin 20^\circ$$

Por lo tanto, la proporción es $\sin 20^\circ$.

Rpta: A

3. El largo y el ancho de un jardín de forma rectangular miden $(\sqrt{3} B)$ m y $(\csc 2\theta)$ m respectivamente, para algún $\theta \in \left[\frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{6}\right]$. Si el área de dicho jardín es $\left(\frac{\tan\theta + \cot\theta}{\cot\theta - \tan\theta}\right) m^2$, halle la longitud del largo de dicho jardín.

A) $(\cot 2\theta)$ m B) $(\csc \theta)$ m C) $(\tan \theta)$ m D) $(\tan 2\theta)$ m

Solución:

$$\text{Tenemos } \text{Área} = (\sqrt{3} B \cdot \csc 2\theta) m^2$$

$$\text{Entonces; } \frac{\tan\theta + \cot\theta}{\cot\theta - \tan\theta} = \sqrt{3} B \cdot \csc 2\theta$$

$$\frac{2 \csc 2\theta}{2 \cot 2\theta} = \sqrt{3} B \cdot \csc 2\theta \Rightarrow B = \frac{1}{\sqrt{3}} \tan 2\theta$$

Por lo tanto, la longitud del largo es $(\tan 2\theta)$ m.

Rpta: D

4. Se quiere cercar con madera un terreno de forma rectangular que mide $34 \left[\frac{\cos x(4 \cos^2 x - 3) - \sin 3x}{\sin x + \cos x} \right]$ m de largo y $(136 \sin x \cos x)$ m de ancho para cierto $0 < x < \frac{\pi}{20}$. Si el metro lineal de madera cuesta 25 soles, ¿cuánto es el costo para cercar el terreno?

A) S/. 2 500 B) S/. 2 400 C) S/. 1 900 D) S/. 1 700

Solución:

$$\text{Perímetro} = 68 \left[\frac{\cos x(4 \cos^2 x - 3) - \sin 3x}{\sin x + \cos x} \right] + 272 \sin x \cos x$$

$$\text{Perímetro} = 68 \left[\frac{4(\sin^3 x + \cos^3 x) - 3(\sin x + \cos x)}{\sin x + \cos x} \right] + 136 \sin 2x$$

$$\text{Perímetro} = 68 [4(\sin^2 x + \cos^2 x - \sin x \cdot \cos x) - 3] + 136 \sin 2x$$

$$\text{Perímetro} = 68 m$$

$$\text{costo} = (68)(25) = 1700 \text{ soles.}$$

Rpta.: D

5. El Sr. Javier desea colocar 16 losetas para enchapar un piso de forma rectangular. Si cada loseta tiene forma rectangular con dimensiones de 1 m de largo y $-(\cos 3\alpha - \operatorname{sen}^2(\alpha - 30^\circ))$ m de ancho, para algún $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ y $\sqrt{3} \operatorname{sen} \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$, halle el área de la superficie del piso que se desea enchapar.
- A) 15 m² B) 9 m² C) 12 m² D) 18 m²

Solución:

$$\text{Tenemos: } \frac{1}{2}(\sqrt{3} \operatorname{sen} \alpha - \cos \alpha) = \frac{1}{4}$$

$$\text{Entonces } \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} 60^\circ - \cos \alpha \cos 60^\circ = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos(\alpha + 60^\circ) = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen}(30^\circ - \alpha) = -\frac{1}{4}$$

$$\text{Luego; } H = \cos 3\alpha - \operatorname{sen}^2(\alpha - 30^\circ) = -\cos(180^\circ + 3\alpha) - \operatorname{sen}^2(\alpha - 30^\circ)$$

$$H = -\cos(60^\circ + \alpha) [4 \cos^2(60^\circ + \alpha) - 3] - \operatorname{sen}^2(\alpha - 30^\circ)$$

$$H = -\left(-\frac{1}{4}\right) \left[\frac{4}{16} - 3\right] - \frac{1}{16} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{4} - 3\right) - \frac{1}{16} = -\frac{3}{4}$$

$$\text{Luego; el área de cada loseta es } (1) \cdot (-H) = \frac{3}{4} \text{ m}^2.$$

Por lo tanto; el área del piso es 12 m².

Rpta.: C

Lenguaje

EJERCICIOS

1. Los sustantivos, que dan nombre o identifican a los elementos de la realidad, son clasificados en común/propio, individual/colectivo, concreto/abstracto. Considerando lo señalado, identifique la opción que relaciona cada sustantivo subrayado con su respectiva clase.
- | | |
|--|------------------------|
| I. Hay una <u>alameda</u> en un viejo distrito de Lima. | a. abstracto |
| II. Un pastor alemán vigilaba el <u>rebaño</u> de ovejas. | b. colectivo primitivo |
| III. Si la <u>justicia</u> existe, tiene que ser para todos. | c. colectivo derivado |
- A) Ib, IIa, IIIc B) Ic, IIa, IIIb C) Ic, IIb, IIIa D) Ib, IIc, IIIa

Solución:

Los sustantivos *rebaño* y *alameda* son colectivos primitivo y derivado respectivamente, pues expresan una agrupación de objetos. El sustantivo *justicia* es abstracto, dado que refiere a un concepto, el cual no se puede percibir por los sentidos.

Rpta.: C

2. El elemento que siempre debe estar presente en una frase nominal es el núcleo, sustantivo o pronombre. Este núcleo puede estar acompañado por modificadores directos e indirectos. Según esta caracterización, señale el enunciado que contiene más frases nominales.

- A) Todas las noches, el fiel sereno recorría las calles del barrio.
 B) Cuando menos lo esperas, ese es el momento perfecto.
 C) Marisol, tu sonrisa me hace feliz y tu mirada me enloquece.
 D) Ella nos dijo que la diligencia es la madre de la buena suerte.

Solución:

Las frases nominales de este enunciado son, respectivamente, *Marisol, tu sonrisa, me, tu mirada y me*.

Rpta.: C

3. Los pronombres son palabras cuyo referente no es fijo, sino que se determina en relación con otras que normalmente ya se han nombrado. Según ello, en el enunciado *Yo nací cuando ella me besó, morí el día que me abandonó, y viví el tiempo que me amó*, la cantidad de pronombres asciende a

- A) cuatro. B) cinco. C) seis. D) siete.

Solución:

Las palabras subrayadas del enunciado son pronombres: *Yo nací cuando ella me besó, morí el día que me abandonó, y viví el tiempo que me amó*.

Los pronombres personales son *yo, ella, me, me, me*; y los pronombres relativos, *que, que*.

Rpta.: D

4. Los pronombres son palabras que sustituyen sustantivos. Según sus diversas funciones, los pronombres se clasifican en personales, posesivos, demostrativos, relativos, indefinidos, interrogativos y exclamativos. En ese sentido, determine la relación correcta entre los pronombres de los enunciados y sus clases.

- I. Esta guitarra obséquiase a tu hermano. a. posesivo
 II. La canción decía: «Nada soy sin tu cariño...». b. indefinido
 III. Si no es suya, no toque esa laptop, señor. c. personal

- A) Ia, IIb, IIIc B) Ic, IIb, IIIa C) Ic, IIa, IIIb D) Ib, IIc, IIIa

Solución:

Los pronombres personales se hallan en *obséquiase*. *Nada* es un indefinido. *Suya* es pronombre posesivo.

Rpta.: B

5. El pronombre relativo *que* refiere a una persona, animal u objeto a los que ya se ha hecho referencia con anterioridad. Considerando ello, señale el enunciado que contiene pronombre relativo.
- A) Gwendolin le dijo a Julio que no volvería más.
B) A Delia le gusta más el pescado que la carne.
C) Levante la basura que arrojó al suelo, señora.
D) Llamó la atención que Laurita nos gritase así.

Solución:

El relativo *que* encabeza una proposición subordinada adjetiva, la cual modifica a un antecedente nominal dentro de la frase nominal. En este enunciado, encontramos la frase nominal con pronombre relativo *la basura que arrojó al suelo*.

Rpta.: C

6. La frase nominal, que tiene como núcleo al nombre o al pronombre, es compleja cuando presenta modificadores indirectos. Estos modificadores son la frase preposicional, la frase apositiva y la proposición subordinada adjetiva. De acuerdo con lo mencionado, ¿qué enunciados presentan frase nominal compleja?
- I. El travieso niño comía los caramelos de cinco en cinco.
II. El mar, amigo y enemigo del pescador, hundió la nave.
III. El alumno, con mucho respeto, saludaba a su profesor.
IV. Hubo muchos accidentes de tránsito en la vía expresa.
- A) I y III B) II y III C) II y IV D) I y IV

Solución:

Las frases nominales subrayadas de los enunciados *El mar, amigo y enemigo del pescador, hundió la nave* y *Hubo muchos accidentes de tránsito en la vía expresa* son complejas, dado que presentan modificador indirecto, aposición y frase preposicional, respectivamente.

Rpta.: C

7. La frase nominal, cuyo núcleo es un nombre o un pronombre, cumple la función de sujeto cuando es el tema de la predicación verbal; es decir, el verbo habla de él, señalando actividad, estado, etc. Según ello, en el enunciado *Desde el cielo siciliano, además de cubrirse con una capa gris y densa de ceniza, cayeron pequeñas piedras volcánicas venidas del volcán Etna*, determine el núcleo de la frase nominal sujeto.
- A) Etna B) Piedras C) Cielo D) volcán

Solución:

El núcleo de la frase nominal sujeto *pequeñas piedras volcánicas venidas del volcán Etna* es el nombre *piedras*.

Rpta.: B

8. En la oración, la frase nominal cumple diversas funciones sintácticas. En los enunciados *Cristóbal Colón llegó a América con tres carabelas*, *Cristóbal Colón descubrió América en 1492* y *América fue llamada el Nuevo Mundo*, se puede afirmar que las frases nominales subrayadas cumplen, respectivamente, funciones de
- A) objeto directo, complemento circunstancial, sujeto.
 B) objeto directo, objeto directo, atributo.
 C) complemento circunstancial, objeto directo, sujeto.
 D) complemento de verbo, objeto directo, sujeto.

Solución:

En el primer enunciado, *América* cumple función de complemento circunstancial de lugar. En el segundo, *América* es el objeto directo del verbo transitivo *descubrir*. En el tercer enunciado, *América* es el sujeto, pues es el tema de la predicación verbal.

Rpta.: C

9. Los pronombres personales átonos son los que cumplen las funciones de objeto directo e indirecto. En ese sentido, correlacione las frases nominales o preposicionales con sus respectivos pronombres; luego señale la secuencia correcta.
- I. El chofer mostró sus documentos al policía.
 II. La tutora regañó sutilmente a la estudiante.
 III. María devolvió los exámenes a los alumnos.
- a. la (objeto directo)
 b. les (objeto indirecto)
 c. le (objeto indirecto)
- A) Ib, IIa, IIIc B) Ic, IIb, IIIa C) Ia, IIc, IIIb D) Ic, IIa, IIIb

Solución:

Las frases nominales o preposicionales pueden ser reemplazadas por sus respectivos pronombres átonos de la manera siguiente:

- I. El chofer LE mostró sus documentos.
 II. La tutora LA regañó sutilmente.
 III. María LES devolvió los exámenes.

Rpta.: D

10. La frase nominal desempeña diferentes funciones sintácticas dentro de la oración. En ese sentido, relacione las palabras subrayadas con sus respectivas funciones; luego señale la secuencia correcta.
- I. Aún no ha cesado la lluvia en Piura.
 II. El verano pasado hizo mucho calor.
 III. Ayúdame con mis tareas, por favor.
- a. circunstancial
 b. sujeto
 c. objeto directo
- A) Ib, IIa, IIIc B) Ib, IIc, IIIa C) Ic, IIa, IIIb D) Ia, IIb, IIIc

Solución:

La frase nominal *la lluvia* funciona como sujeto del verbo *cesar*. En la frase *ayúdame*, el pronombre *me* funciona como objeto directo, pues este completa el significado del verbo transitivo *ayudar*. *El verano pasado* funciona como complemento circunstancial de tiempo.

Rpta.: A

11. Dentro de la frase nominal, los modificadores directos deben mantener concordancia de género y número con el nombre. De acuerdo con ello, determine qué alternativa presenta concordancia nominal.

- A) Esa herida en el estómago puede infectar todo el área abdominal.
- B) En Chosica, se detuvo a veintiuna personas por diferentes delitos.
- C) ¿Qué países están mejores preparados para enfrentar la COVID-19?
- D) La moto con el cual tuvo el accidente quedó totalmente destrozada.

Solución:

Hay concordancia de género y número en la frase nominal *veintiuna personas* y de número en *diferentes delitos*.

Rpta.: B

12. El complemento agente es un complemento del predicado en las oraciones pasivas y es el que ejerce la acción del verbo. Dicho esto, seleccione la alternativa en la que hay complemento circunstancial agente.

- A) El sexagenario fue estafado por ingenuo.
- B) ¿Has cortado el pastel con este cuchillo?
- C) El ladronzuelo fue atrapado por un sereno.
- D) Está molesta por tu mal comportamiento.

Solución:

La frase nominal *un sereno* cumple la función de complemento circunstancial agente en la oración pasiva.

Rpta.: C

Literatura

EJERCICIOS

1. «Un fuerte golpe de viento pasó estremeciendo las espigas y llevándose sus pensamientos. La oscuridad se había adensado y, aunque los fogones de la hondonada continuaban haciéndole amables señas, el viejo alcalde se sentía muy solo en la noche».

Considerando el fragmento anterior de *El mundo es ancho y ajeno*, de Ciro Alegría, complete el siguiente enunciado: «Se trata de un narrador _____, pues _____».

- A) personaje – se incluye en los eventos narrados
- B) objetivo – describe imparcialmente lo sucedido
- C) omnisciente – conoce la subjetividad del personaje
- D) testigo – posee la mirada de un personaje secundario

Solución:

Un rasgo importante del narrador omnisciente, sumado al hecho de narrar en tercera persona, es que conoce lo que sienten los personajes, por lo que puede incorporar su subjetividad. Eso sucede claramente hacia el final del fragmento citado, cuando la voz narra: «el viejo alcalde se sentía muy solo en la noche».

Rpta.: C

2. Con respecto al valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados en torno a las características del narrador, marque la alternativa correcta.

- I. Es una presencia o voz intratextual, es decir, ficticia.
- II. Coincide con las características del autor de la obra.
- III. Interviene siempre en los diálogos con otros personajes.
- IV. Puede ser una o varias voces que relatan los hechos.

- A) VFVV B) VFFV C) FFFV D) FVfV

Solución:

I. El narrador es la voz que cuenta los acontecimientos. Se trata de una presencia intratextual y ficcional. (V) II. Dado que solo existe dentro de la obra, no debe ser confundido con el autor de esta. (F) III. Hay que distinguir la voz de la narración de la de los diálogos. (F) IV. Puede haber uno o más narradores dentro de la obra. (V)

Rpta.: B

3. «Llegó el día de apartarme de la mejor vida que hallo haber pasado. Dios sabe lo que sentí el dejar tantos amigos y apasionados, que eran sin número. Vendí lo poco que tenía, de secreto, para el camino, y, con ayuda de unos embustes, hice hasta setecientos reales. Alquilé una mula y salí de la posada, adonde ya no tenía que sacar más de mi sombra. ¿Quién contara las angustias del zapatero por lo fiado, [...] las voces del huésped de la casa por el arrendamiento?».

En el fragmento citado de *La vida del buscón llamado don Pablos, ejemplo de vagabundos y espejo de tacaños*, de Francisco de Quevedo, se puede apreciar el empleo del narrador _____, ya que relata _____.

- A) testigo – sucesos acaecidos a otro personaje
 B) en primera persona – desde un enfoque externo
 C) en tercera persona – diversos hechos de su pasado
 D) protagonista – acontecimientos de su propia vida

Solución:

En el fragmento citado, podemos distinguir el uso de la narración en primera persona; se aprecia un narrador personaje que relata sucesos de su vida, es decir, es el protagonista de los acontecimientos que narra.

Rpta.: D

4. «Y si hubierais observado aquella noche la cara de Ahab, habríais pensado que también en él guerreaban dos cosas diferentes. Mientras su única pierna viva despertaba vivaces ecos por la cubierta, cada golpe de su miembro muerto sonaba como un golpe en un ataúd. Ese hombre andaba sobre la vida y la muerte. Pero aunque el barco avanzaba con tanta rapidez, y aunque todos los ojos disparaban miradas ansiosas como flechas, sin embargo, el chorro plateado no volvió a verse esa noche [...] Ese chorro de medianoche casi se había convertido en cosa olvidada cuando, varios días después, he aquí que, a la misma hora silenciosa, volvió a ser anunciado [...] Y así se nos presentó noche tras noche hasta que nadie le prestó atención sino para sorprenderse de él».

Marque la alternativa que contiene los enunciados correctos respecto del fragmento citado de *Moby Dick*, novela de Herman Melville.

- I. Los sucesos son contados por un narrador omnisciente.
 II. La voz narrativa corresponde a un personaje testigo.
 III. El narrador forma parte de la historia que se cuenta.
 IV. El punto de vista o voz predominante es el externo.

- A) II y III B) I y IV C) I, II y III D) III y IV

Solución:

I. En el fragmento citado se aprecia un narrador personaje; está dentro de la historia, no fuera de los sucesos que cuenta. (F) II. El personaje es testigo de lo que ocurre al capitán Ahab y su tripulación. (V) III. La voz narrativa está involucrada en los acontecimientos relatados (“Y así se nos presentó noche tras noche”). (V) IV. Es una

narración en primera persona mediante un personaje testigo. (F). Son correctos los enunciados II y III.

Rpta.: A

5. Marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado relacionado con el concepto del tiempo en la narración: «Cuando en una obra narrativa el tiempo del relato logra coincidir en el tiempo de la historia, es porque el narrador ha

- A) privilegiado la secuencia “nudo, inicio y desenlace” en el relato».
B) procurado el desarrollo de múltiples historias en forma paralela».
C) alterado la temporalización al quebrar la linealidad narrativa».
D) presentado los acontecimientos en orden lógico y cronológico».

Solución:

En una obra narrativa, cuando el narrador presenta los acontecimientos en forma natural, el orden lógico y cronológico de dichos acontecimientos no sufre ninguna alteración con respecto a la temporalización. Esto permite que, en ocasiones, el tiempo del relato coincida con el tiempo de la historia.

Rpta.: D

6. En la novela *El Lazarillo de Tormes*, el escudero es un personaje _____. Esto se sustenta en que su influencia en la historia incide notoriamente en el personaje protagonista, además que desarrolla uno de los temas relevantes de la obra.

- A) incidental B) secundario C) estático D) dinámico

Solución:

En la novela *El Lazarillo de Tormes*, el escudero es un personaje secundario. Esto se sustenta en la influencia notoria en Lázaro (protagonista) y su clara vinculación con el concepto tergiversado de honra, tema principal de la novela.

Rpta.: B

7. En la novela *Doña Bárbara*, de Rómulo Gallegos, Mister Danger, extranjero coludido con doña Bárbara, es un personaje _____, porque _____ en el llano venezolano.

- A) simple – representa la amenaza del poder imperialista
B) estático – encarna rasgos negativos de la civilización
C) secundario – ayuda a la cacica a cometer diversas tropelías
D) complejo – pretende seducir a Marisela, símbolo de la barbarie

Solución:

En *Doña Bárbara*, Mister Danger se colude con Doña Bárbara, quien es personaje principal de la novela. Su participación, por tanto, se puede afirmar que es la de un personaje secundario, según el criterio de relevancia.

Rpta.: C

8. Marque la alternativa que completa correctamente el siguiente enunciado: «En la novela *La metamorfosis*, Grete se muestra solidaria cuando su hermano Gregorio se transforma en insecto y lo atiende; sin embargo, a medida que avanza la novela, deja de verlo como un ser humano y, al final, pronuncia un discurso violento contra él. Por eso, podemos afirmar que es un personaje _____, porque experimenta variaciones en su comportamiento.

A) complejo B) simple C) episódico D) dinámico

Solución:

Grete es un personaje dinámico debido a que experimenta una serie de transformaciones: pasa de tener asco por su hermano a atenderlo y luego a desinteresarse de él, y hasta mostrarse violenta al final de la novela cuando incita a sus padres a deshacerse de él.

Rpta.: D

9. En la novela *Crimen y castigo*, Sonia, hija de Marmeladov, es una joven que se prostituye por necesidad para poder proveer a su familia del sustento; sin embargo, pese al oficio que tiene, sigue siendo la misma joven sencilla, humilde, tímida y generosa en toda la obra. Acorde con esta descripción realizada sobre este personaje podemos afirmar que es _____ debido a que _____.

A) estático – mantiene su conducta
B) dinámico – modifica su forma de vida
C) simple – no posee conflictos emocionales
D) incidental – participa en toda la trama

Solución:

En *Crimen y castigo*, Sonia es un personaje estático porque mantiene la misma conducta: sencilla, generosa y capaz de sacrificarse solo por mantener a su familia. Sus valores no se modifican pese a lo abyecto de su oficio.

Rpta.: A

10. «Todavía hay embotellamientos en el centro, pero República y Arequipa están despejadas y el auto puede ir de prisa, un nuevo vals, las limeñas tenían alma de tradición. [...] Piensa: ¿qué me pasa hoy? Tiene el mentón en el pecho y los ojos entrecerrados, va como espíandose el vientre: caramba, Zavalita, te sientas y esa hinchazón en el saco. ¿Sería la primera vez que tomó cerveza? ¿Quince, veinte años atrás? [...] Piensa: dentro de poco seré barrigón. [...] Piensa: deporte, ésa es la solución. El parque de Miraflores ya, la Quebrada, el Malecón, en la esquina de Benavides maestro. Baja, camina hacia Porta, las manos en los bolsillos, cabizbajo, ¿qué me pasa hoy?».

Luego de leer el fragmento citado, perteneciente a la novela *Conversación en La Catedral*, de Mario Vargas Llosa, marque la alternativa que contiene el enunciado correcto con respecto al espacio narrativo.

A) La urbe limita la posibilidad de desplazamiento y acción del personaje.
B) El escenario referenciado está contextualizado en el ámbito urbano.
C) Las calles de la ciudad y el auto se definen como espacios cerrados.
D) El parque, la Quebrada y el Malecón son espacios rurales civilizados.

Solución:

En el fragmento citado de *Conversación en La Catedral*, de Mario Vargas Llosa, el espacio narrativo donde el personaje Zavalita desarrolla las acciones es urbano, puesto que se alude a un escenario donde se mencionan determinadas avenidas y calles de la ciudad de Lima: República, Arequipa, Benavides, Porta, etc.

Rpta.: B

Psicología

EJERCICIOS

1. La humanidad primitiva nos dejó vestigios de su existencia, como las pinturas rupestres. Éstas son dibujos que han sido descubiertos en piedras o cavernas y retratan escenas de las formas de vida en aquella época. Dicha actividad ejemplifica la función _____ del pensamiento, a través de la actividad denominada _____.

A) elaborativa – imagen mental
C) elaborativa – juego simbólico

B) simbólica – imitación diferida
D) representacional – imagen gráfica

Solución:

Mediante la función representacional, el pensamiento reemplaza los objetos del mundo por imágenes, signos y símbolos. A través de la imagen gráfica, como una pintura rupestre, se plasma en un soporte físico la representación objetos o situaciones de aquella época.

Rpta.: D

2. Temístocles es un adolescente que desea seguir la carrera de Ingeniería Civil al terminar el colegio, sin embargo, enfrenta el problema de elegir en qué universidad estudiar. Ante ello, decide formarse en la UNI debido a su prestigio. Respecto a las estrategias de solución de problemas, marque las proposiciones correctas.
- La decisión de Temístocles fue azarosa y se realizó en base a la estrategia heurística.
 - La necesidad de tomar una decisión rápida, generó que él usara la recuperación de información.
 - Temístocles hizo uso de un atajo cognitivo para tomar decisiones sobre su futuro centro de estudios.

A) Solo I

B) I y III

C) II y III

D) Solo III

Solución:

Solo III. La razón de la decisión vocacional de este adolescente se relaciona a la estrategia de solución de problemas por heurística, en donde se hace uso de atajos cognitivos y creencias estereotipadas.

Rpta.: D

6. A lo largo de su crecimiento, el niño pasa por distintas etapas del desarrollo del lenguaje. Establezca la relación entre los estadios de la etapa lingüística y los casos presentados.
- | | |
|----------------------------|---|
| I. Explosión del lenguaje. | a. El pequeño Miguel dice «aba» cada vez que quiere comer, que lo carguen o lo saquen de la cuna. |
| II. Lenguaje egocéntrico | b. Andrea se muestra curiosa y pregunta por el nombre de cada cosa que ve en casa. |
| III. Estadio Holofrásico | c. Santiago habla solo mientras juega a la guerra con sus soldados y tanques. |
- A) Ib, IIa, IIIc B) Ia, IIb, IIIc C) Ic, IIa, IIIb D) Ia, IIc, IIIb

Solución:

(Ic). En el periodo holofrásico se da el habla polisintética donde se utiliza un término para señalar varias acciones. (IIa) Explosión del lenguaje: muestra curiosidad por aprender el nombre de las cosas. (IIIb) Lenguaje egocéntrico: uso de soliloquios o monólogos.

Rpta.: C

7. Un profesor encuentra una tabla en el fondo del salón y les pregunta a sus estudiantes de dónde salió. Luego de algunas hipótesis, surgió una lluvia de bromas. Unos decían que se cayó del techo, otros que quizá sería bueno guardarla para hacer una fogata y alguien mencionó que podría servir hasta para castigar a los indisciplinados. Según la teoría de Joy Guilford, la respuesta de estos estudiantes es un ejemplo de pensamiento
- A) divergente. B) vertical. C) convergente. D) lateral.

Solución:

El **pensamiento divergente** se caracteriza por las respuestas «abiertas» u originales ante problemas complejos donde no existe una sola solución. Ejemplo de este pensamiento es el uso de la técnica «Lluvia de ideas».

Rpta.: A

8. Amelia es una madre de familia que intenta hacer que su pequeño hijo de 6 meses hable. A pesar de que lo estimula e intenta hacer que repita lo que ella le dice, el pequeño no logra pronunciar palabra alguna. De acuerdo con las variables de la adquisición de lenguaje se puede afirmar que
- A) el hijo de Amelia presenta un retardo en el desarrollo del lenguaje.
 B) las variables maduracionales aún no permiten que el infante hable.
 C) la estimulación que brinda la madre no es la adecuada.
 D) el niño se encuentra atravesando el periodo holofrásico del lenguaje.

Solución:

Este caso nos muestra que las variables maduracionales aún no permiten que el pequeño infante, a pesar de la estimulación que le brinda la madre, pueda decir palabra alguna.

Rpta.: B

9. Martina va a dar un examen de admisión para poder ingresar a la universidad. Este examen consiste en cien preguntas con cuatro alternativas de respuesta donde solo una de ellas es la correcta. Según Edward de Bono, este tipo de exámenes estaría relacionado al pensamiento

A) vertical. B) divergente. C) convergente. D) lateral.

Solución:

Un examen de admisión de las características mencionadas pone a prueba el pensamiento **vertical**, que se caracteriza por ser lógico, demanda análisis e inferencias porque trabaja con caminos preestablecidos que buscan una única respuesta verdadera, pues deben negarse los caminos errados. Se basa en la deducción y en la secuencia ordenada de las ideas.

Rpta.: A

10. Darío es un niño de dos años que juega con su muñeco y cuando su primo se lo pide, lo oculta y le dice «muñeco mío, no tuyo». Podemos afirmar que Darío se encuentra atravesando el estadio denominado

A) lenguaje holofrástico. B) habla telegráfica.
C) explosión del lenguaje. D) lenguaje egocéntrico.

Solución:

El estadio del habla telegráfica se caracteriza porque el niño hace uso de pronombres personales («yo», «tú») y posesivos («mío», «tuyo»).

Rpta.: B

Educación Cívica

EJERCICIOS

1. Una universidad, como parte de sus actividades para la celebración del bicentenario de la independencia, transmitirá en su plataforma digital, de manera abierta, temas relacionados con la historia, el folclor y la literatura nacional, para resaltar la peruanidad. Estas acciones tienen como principal propósito

A) consolidar el sentido de pertenencia únicamente en los universitarios.
B) difundir los mejores trabajos de investigación de la casa de estudios.
C) promover la construcción de la identidad nacional en la comunidad.
D) impulsar el empleo de las nuevas tecnologías de la información.

Solución:

El Estado peruano y diversas instituciones de la sociedad civil, como es el caso de las universidades que, con el propósito de difundir cultura, juegan un rol fundamental en la construcción de la identidad nacional.

Rpta.: C

2. Un niño, durante sus vacaciones escolares, viajó a la región andina para visitar a sus abuelos; al encontrarse con ellos y escucharlos hablar con sus vecinos en una lengua distinta a la suya, se interesa en aprender algunas de sus palabras. Respecto a la revalorización de las lenguas de nuestros antepasados, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.
- I. Implica la enseñanza obligatoria de estas, en todas las escuelas.
 - II. Se constituye como un elemento para la construcción de la peruanidad.
 - III. El Estado diseña políticas para su rescate y puesta en valor.
 - IV. Busca reforzar la aculturación en las nuevas generaciones.
- A) VVVF B) FVVF C) FVfV D) VFVV

Solución:

- I. La educación intercultural bilingüe viene siendo una política progresiva.
- II. Se constituye como uno de los fundamentos para la construcción de la peruanidad.
- III. El Estado diseña diversas políticas para su rescate y puesta en valor.
- IV. Busca preservación de la identidad cultural revalorando las lenguas originarias.

Rpta.: B

3. La cultura peruana es objeto de cambios y permanencias. Algunos comportamientos de la población varían con las nuevas generaciones y adoptan el nombre de costumbres. En relación a estos usos, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.
- I. Con el transcurrir del tiempo pueden constituirse en tradiciones.
 - II. La globalización tiende a homogenizar algunas costumbres.
 - III. En general, las más antiguas se imponen sobre las más recientes.
 - IV. Permiten reconocer la identidad de diversas comunidades originarias.
- A) VFFV B) FVfV C) FFVF D) VVfV

Solución:

- I. Las costumbres pueden consolidarse con el pasar del tiempo y constituirse en tradiciones.
- II. La globalización expande patrones y tiende a homogenizar algunos comportamientos.
- III. El dinamismo social marca la aparición de nuevas prácticas que suelen reducir las más antiguas.
- IV. Permiten reconocer los diversos rasgos característicos de las comunidades originarias.

Rpta.: D

4. La diversidad es uno de los principales atributos que posee el país, nuestra riqueza cultural se alimenta de las tradiciones y costumbres que se practican en distintas localidades. Relacione las siguientes tradiciones con la imagen que le corresponda.

- I. Fiesta de San Juan
- II. Festividad de la Candelaria
- III. Fiesta de la Vendimia



a



b



c

A) Ic, IIb, IIIa

B) Ia, IIc, IIIb

C) Ic, IIa, IIIb

D) Ib, IIa, IIIc

Solución:

- I. Fiesta de San Juan (c)
- II. Festividad de la Candelaria (a)
- III. Fiesta de la Vendimia (b)

Rpta.: C

Historia

EJERCICIOS

1. Cristóbal Colón se aventuró a atravesar el océano Atlántico con destino a las Indias Occidentales, entre los factores que permitieron estas nuevas exploraciones destacan los nuevos instrumentos para la navegación que permitían a los marineros orientarse con mayor exactitud. Señale las afirmaciones correctas sobre los otros factores para los viajes de descubrimiento.

- I. Búsqueda de nuevos territorios para realizar la evangelización.
- II. La necesidad española por frenar el avance del Imperio turco.
- III. Necesidad de encontrar nuevas rutas para llegar al Lejano Oriente.
- IV. El creciente interés por la obtención de riquezas.

A) I, III y IV

B) I, II y III

C) II, III y IV

D) I, II y IV

Solución:

La alternativa II no corresponde a los factores para los viajes de descubrimiento ya que la necesidad española por frenar el avance del Imperio turco se dio a mediados del siglo XVI. Así es como empezó a tomar contacto con los grandes geógrafos de la

época, como el florentino Toscanelli. Colón pensaba que la tierra era esférica y que la costa oriental de Asia podía alcanzarse fácilmente navegando hacia el este.

Rpta.: A

2. Durante el gobierno del virrey Francisco Toledo (1569-1581) se sentaron las bases del régimen colonial. Toledo buscó reorganización del gobierno colonial fortaleciendo el poder estatal, convirtiéndolo en el eje de vida colonial. Entre sus principales medidas, se puede mencionar

- A) el establecimiento de la mita y las reducciones.
- B) la eliminación de la esclavitud y el tributo indígena.
- C) la ampliación de los privilegios de los caciques.
- D) la creación de las gobernaciones y factorías.

Solución:

En la época colonial el virrey Francisco de Toledo buscó imponer un modelo de organización política, social y económica para lo cual realizó una serie de medidas como el establecimiento de la mita, de las reducciones indígenas, traer los esclavos.

Rpta.: A

3. En el periodo virreinal, desde el siglo XVI hasta los inicios del siglo XIX, se dieron una serie de fenómenos económicos, sociales y políticos. En ese sentido indique la alternativa correcta.

- A) La invasión trajo una serie de enfermedades que provocaron una catástrofe demográfica de la población indígena, en especial en la sierra peruana.
- B) La base de la economía fue la manufactura de exportación. Se fabricaron textiles finos de algodón.
- C) El virrey Francisco de Toledo se encargó de reorganizar el Virreinato para ello creó las intendencias que reemplazaron a los corregimientos corruptos.
- D) El sistema de “repúblicas” o estamentos fue establecido para otorgar derechos particulares a cada grupo social de acuerdo a su origen étnico.

Solución:

La sociedad virreinal se caracterizó por ser estamental. Se dividió en dos repúblicas; la de indios y la de los españoles. La primera estaba conformada por los indios nobles y del común; mientras que la segunda estuvo conformada por los nacidos en la península Ibérica. Pero no todas las personas estuvieron incluidas en dichas repúblicas.

Rpta.: D

4. Determine el valor de la verdad (V o F) de los siguientes enunciados relativo a la economía en el virreinato.

- I. El diezmo era el impuesto que pagaban quienes accedían a los cargos públicos.
- II. La moneda de uso corriente en el Virreinato del Perú fue el doblón.
- III. El comercio se basó en el mercantilismo y el monopolio.
- IV. Casa de Contratación de Sevilla, regulaba el comercio trasatlántico.

A) FFVV

B) VFVF

C) VVFF

D) FVfV

Solución:

La economía en el virreinato del Perú durante la segunda mitad del siglo XVI y finales del siglo XVII, estuvo influenciada por objetivos comerciales. De esta forma para alcanzar estos objetivos se dependía de la abundancia de dinero, a través de la acumulación de oro y metales preciosos (mercantilismo) y la corona controlaba el comercio a través del monopolio (prohibido el intercambio entre colonias). La institución que se encargaba de controlar el comercio entre España y sus colonias.

Rpta.: A

5. Se denominan guerras civiles entre los españoles en el Perú a las luchas que surgieron entre conquistadores españoles del Imperio Incaico por la disputa de los territorios conquistados, así como por el control del poder político. Respecto a ello, elija la alternativa que relaciona las consecuencias de las guerras civiles entre los españoles.

- | | |
|----------------------------------|--|
| I. Guerra de los conquistadores | a. Reafirmación del poder de la Corona. |
| II. Guerra de los encomenderos | b. Fin de la hegemonía de los primeros conquistadores. |
| III. Guerra de los insatisfechos | c. Establecimiento del sistema virreinal. |
- A) Ib, IIc, IIIa B) Ic, IIb, IIIa C) Ia, IIc, IIIb D) Ib, IIa, IIIc

Solución:

La guerra entre Francisco Pizarro y Diego de Almagro surgió al disputarse la posesión de la ciudad del Cuzco, teniendo como consecuencia el fin de la hegemonía de los primeros conquistadores, en la guerra de los encomenderos ante el temor de perderlo todo se levantaron contra el virrey, pero fueron derrotados por Pedro de La Gasca y se estableció el sistema virreinal. Finalmente la rebelión de los insatisfechos tuvo como consecuencia la reafirmación del poder de la corona sobre sus colonias.

Rpta.: A

Geografía

EJERCICIOS

1. Un experto en biogeografía sostiene que generalmente existe una relación directa entre la cantidad de precipitación y la temperatura con respecto a la distribución de los biomas terrestres. Un ejemplo son las zonas con precipitaciones estacionales entre los 1200 y 1800 mm al año con una temperatura superior a los 25 °C; estos indicadores mencionados corresponden al bioma
- A) Sabana. B) Bosque tropical. C) Pradera. D) Bosque templado.

Solución:

La sabana es un bioma caracterizado por un estrato arbóreo-arbustivo disperso con predominancia de hierbas de mayor altura; están ubicados en los trópicos. Tiene características climáticas como:

- ✓ Temperaturas medias anuales de 25°C y precipitaciones entre los 1200 y 1800 mm al año.
- ✓ Se caracteriza por poseer una estación seca en el verano y otra lluviosa en invierno.

Rpta.: A

2. En las siguientes imágenes se observa un bosque templado y una taiga. Luego, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados relativos a estos biomas.

Imagen X



Imagen Z



- I. X muestra bosques perennifolios de latitudes medias.
- II. Z muestra al bosque boreal de hojas perennes.
- III. De X se infiere que son bosques del centro y oeste de Europa.
- IV. X y Z muestran los bosques más alterados por acción del hombre.

A) VFVV

B) FVVV

C) VVFF

D) FVVF

Solución:

FVVF

- I. X representa a bosques caducifolios como robles, hayas, arces, nogales ubicadas entre 30° y 50° de latitudes medias (bioma bosque templado).
- II. Z representa al bosque boreal o también denominadas bosque de coníferas con hojas perennes (bioma taiga).
- III. X representa bosques del este de Asia, centro y oeste de Europa. Así como en la parte oriental de Norte América (bioma bosque templado).
- IV. X representa a los bosques templados que es uno de los biomas más alterados por acción del hombre. Pero no así el bosque de la imagen Z, que representa al bosque de taiga.

Rpta.: D

3. La actividad humana está generando peligros reales en el planeta como, la degradación de ecosistemas en sus diferentes latitudes. Si se continúa con este proceso, los cambios ambientales serán irreversibles y abruptos. Para contrarrestar esta acción, la comunidad internacional en el informe redactado en el 2015 "Transformar Nuestro Mundo", busca impulsar

A) los Objetivos de Desarrollo del Milenio. B) el uso de energías de origen fósil.
C) la Agenda 2030 como vinculante. D) el Programa 21 igualitario.

Solución:

La Agenda 2030 propone un plan de acción a favor de las personas, el planeta y la prosperidad, también tiene la intención de fortalecer la paz y el acceso a la justicia. Por lo tanto, el desarrollo sostenible promueve la prosperidad y las oportunidades económicas, un mayor bienestar social y la protección del medio ambiente. Promueve un crecimiento global sostenido, con una sociedad más justa y equitativa.

Rpta.: C

4. La Constitución Política en el Perú establece que, el fin supremo del Estado es proveer el bien común. Es decir, es deber del Estado proteger, entre otros, el medio ambiente que es el entorno esencial de la vida y de los recursos naturales. Sobre este último deber del Estado, ¿cuál de las siguientes alternativas ejemplifica este rol?

A) Crear áreas naturales protegidas que resguarde la diversidad biológica existente en el país.
B) Participar en los procesos de exploración, extracción y exportación de los recursos naturales.
C) Promover las actividades extractivas tradicionales en acuíferos y en cabeceras de cuenca.
D) Impulsar en la llanura amazónica, la agricultura comercial y la construcción de infraestructura vial.

Solución:

El fin supremo del Estado es proveer el bien común, especialmente el bienestar general. Es pues deber del Estado proteger el medio ambiente, entorno esencial de la vida y los recursos naturales que satisfacen las necesidades vitales de todos los habitantes del Perú.

- ✓ Crear áreas naturales protegidas que resguarde la diversidad biológica existente en el país. Esta acción del Estado está respaldada por el artículo 68° CPP.
- ✓ Participar en los procesos de exploración, extracción y exportación de los recursos naturales. Según el artículo 66° CPP, por ley orgánica se fijan las condiciones de su utilización y de su otorgamiento a particulares. Por lo tanto, el Estado no participa en la exploración, extracción y exportación de los recursos naturales.
- ✓ Promover las actividades extractivas tradicionales en acuíferos y en cabeceras de cuenca, no es un rol del Estado.
- ✓ Impulsar en la llanura amazónica, la agricultura comercial y la construcción de infraestructura vial. Según el artículo 69°, el Estado promueve el desarrollo sostenible de la Amazonía con una legislación adecuada.

Rpta.: A

Economía

EJERCICIOS

1. El Bono de Electricidad otorga, de manera excepcional y por única vez, un apoyo a favor de los usuarios residenciales focalizados que permita cubrir los montos de sus recibos de luz pendientes de pago entre marzo y diciembre de este año hasta por S/ 160, siempre que no estén en proceso de reclamo. El bono será aplicado a partir de la primera recarga que efectúe el usuario, siempre que se realice hasta el 31 de diciembre del 2020. El texto anterior hace referencia al concepto denominado

- A) subsidio.
- B) subvención.
- C) programas sociales.
- D) control de precios.

Solución:

El subsidio es una transferencia de dinero que trata de satisfacer de forma extraordinaria una necesidad concreta en un momento determinado. Por ejemplo, el gobierno planea subsidiar a los damnificados por el fenómeno del niño; también se puede subsidiar los combustibles con la intención de aliviar los gastos en la canasta básica de consumo.

Rpta.: A

2. Los medicamentos tienen una validación internacional de países que son muy estrictos en otorgar los registros sanitarios, en el Perú el principal actor es el Estado, con el 80% de las compras, por lo que hace falta mejorar la gestión para acelerar las adquisiciones. Una intervención en los precios de medicamentos en plena pandemia, en pleno exceso de demanda, haría que los precios aumenten mucho más y los productos puedan llegar incluso a desaparecer en el mercado formal. De acuerdo al texto anterior se hace referencia al concepto denominado

- A) control de precios.
- B) redistribución del estado
- C) discriminación de precios.
- D) oferta y demanda de medicamentos.

Solución:

El control de precios, se entiende por un tipo de intervención directa hecha por un gobierno como mecanismo para regular los precios en el mercado. El gobierno de un país puede tomar esta decisión con la intención de fomentar la producción nacional, favorecer a los consumidores o combatir la inflación.

Rpta.: A

3. Avianca implementó desde el 2018 un nuevo modelo de viajes con tarifas más económicas para vuelos domésticos. Este modelo le permite al pasajero pagar únicamente por los servicios que utilice. La empresa, explicó, en rueda de prensa, que el modelo permite a los clientes acceder a tarifas hasta un 28% más baratas. Según la empresa, en el momento de compra del boleto, el pasajero tendrá la opción de escoger entre cuatro categorías de tarifas: Promo, Light, Plus y Top. Cada tarifa ofrecerá diferentes servicios que se acomodarán a las necesidades del viajero. De acuerdo al texto anterior se hace referencia al concepto denominado
- A) discriminación de precios de 3er grado.
 - B) discriminación de precios de 2do grado.
 - C) estrategia de precios en el mercado informal.
 - D) control de precios.

Solución:

La discriminación de precios de 3er grado se da cuando se cobra precios diferentes de acuerdo a grupos de consumidores o segmentos del mercado. Es una de las técnicas más utilizadas dentro de las políticas de precios de numerosas compañías.

Rpta.: A

4. En el Perú el delito de acaparamiento se había eliminado del Código Penal en el 2008. Ahora, en esta etapa de emergencia, el Congreso lo reactivó y busca sancionar con cárcel a quienes cometan esta falta. Asimismo, es considerarlo como delito: el incrementar los “precios habituales” de los productos o servicios esenciales para la vida o la salud de las personas. De acuerdo al texto anterior se hace referencia al concepto denominado
- A) especulación.
 - B) mercado negro.
 - C) precios mínimos.
 - D) precio máximo.

Solución:

La especulación tiene la finalidad de conseguir un beneficio aprovechando la fluctuación de precios, ósea comprar barato y vender caro. Se realiza comprando mercancías, valores u otros bienes, con el fin de lucrarse. La mayoría suelen ser a corto plazo.

Rpta.: A

5. Desde que comenzó en Chile una de las mayores crisis político-sociales de su historia, en el espectro político, el Gobierno de centroderecha de Sebastián Piñera ha buscado apaciguar las demandas de la ciudadanía con sus propuestas, entre ellas una reforma al sistema de pensiones chileno (las llamadas AFP, sistema privado), al que se agregará un nuevo Fondo de Ahorro Colectivo y Solidario, de carácter estatal, entre otras novedades. Tanto el oficialismo como la oposición lograron llegar a un acuerdo para elaborar una nueva Carta Magna, ambos sectores políticos parecen no tener el respaldo de parte de la ciudadanía, que pide a gritos cambios estructurales en el sistema. Lo mencionado en el texto anterior se originó por
- A) una inadecuada distribución de la renta por parte del mercado.
 - B) un problema de permanente incremento de precios en los mercados.
 - C) una disminución de la renta per cápita en comparación con los otros países.
 - D) una desigualdad social debido a la presencia de muchas empresas públicas.

Solución:

La economía de mercado que es el modelo económico imperante en los países en el mundo actual, incluyendo nuestro país, tiene entre otros principios establecer que la renta o ingreso de quienes participan en la generación de la riqueza deberá asignarse mediante las fluctuaciones de la oferta y la demanda, porque según el modelo el mercado es el mejor asignador de recursos. Sin embargo, la realidad muestra una clara concentración de la renta en reducidos sectores sociales que son los principales beneficiados dejando con muy bajos niveles de bienestar a la mayor parte de la población.

Rpta.: A

6. Telefónica del Perú ha presentado este miércoles la nueva apuesta para impulsar sus paquetes Fusión. La operadora española incluirá un 'smartphone' dentro de su oferta para tratar de atraer a los clientes de alto valor a través de una estrategia que lleva explotando casi una década. Así, desde el próximo 11 de abril los usuarios podrán contratar estos nuevos paquetes que, además, estarán disponibles para todos aquellos que ya sean clientes de la compañía. El 'smartphone' que irá incluido en cada paquete será acorde a la tarifa: cuantos más servicios se contraten, de más alta gama será. De acuerdo al texto Telefónica del Perú está aplicando una estrategia de

- A) discriminación de precios de 1er grado. B) oferta de productos.
C) discriminación de precios de 2do grado. D) liderazgo en costos.

Solución:

Discriminación de precios de segundo grado. Los consumidores se "autoseleccionan" al elegir un precio de acuerdo al volumen que adquieren. Esta estrategia es muy común en las ventas de gran de volumen, así como en productos que se venden agrupados o en pack.

Rpta.: C

7. Cuando una empresa segmenta su mercado mediante variables demográficas, es decir, la región donde vive, está realizando una discriminación de precios de

- A) primer grado. B) segundo grado. C) tercer grado. D) cuarto grado.

Solución:

La discriminación de tercer grado se da cuando se cobra un precio único en cada grupo de consumidores o segmento del mercado. Es una de las técnicas más utilizadas dentro de las políticas de precios de numerosas empresas.

Rpta.: C

8. Una empresa comercializa Arándanos debe llevar su producto a los principales mercados del país y el extranjero para lo cual debe asegurar su cadena de abastecimiento y poder alcanzar con la rentabilidad proyectada, después de haber cumplido cubrir los costos de los terrenos alquilados, mano de obra, impuestos al estado e intereses por préstamos del banco. De acuerdo al texto, se hace referencia al concepto denominado

- A) producción. B) distribución.
C) margen de ganancia D) discriminación de precios.

Filosofía

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. De acuerdo con algunos historiadores, Galileo Galilei dejó caer dos objetos de distintos pesos desde la parte más alta de la famosa torre de Pisa. Todo ello con el objetivo de corroborar su hipótesis de que Aristóteles no tenía razón al sostener que los objetos caen a una velocidad proporcional a sus masas.

Ahora bien, el suceso anterior refleja de forma clara que la ciencia moderna, a diferencia de la ciencia antigua,

- A) introdujo la experimentación para la corroboración de conjeturas.
- B) concentró su atención en la identificación de un *arjé* de todo lo real.
- C) despreció los aportes de los pensadores de la antigüedad clásica.
- D) se inclinó por la especulación, mas no por la corroboración empírica.

Solución:

El célebre experimento de Galileo en los albores de la ciencia moderna da cuenta de que en esta etapa es que la investigación científica empezó a preocuparse por alcanzar una fundamentación en la corroboración empírica.

Rpta.: A

2. Actualmente, la biología posee una serie de ramas, tales como la biología molecular, la biología marina, la bioingeniería, la microbiología, la biomedicina, la biotecnología y la bioquímica. Por ello, todo aquel que quiera dedicarse profesionalmente a la investigación biológica de alto nivel, tendrá que profundizar necesariamente en una de estas disciplinas. Cabe pensar que ello se debe, principalmente, a que la ciencia contemporánea

- A) se caracteriza por su especialización.
- B) rechaza toda investigación metafísica.
- C) tiene un evidente enfoque logocéntrico.
- D) posee amplios niveles de aplicabilidad.

Solución:

La ciencia contemporánea es altamente especializada, motivo por el cual requiere que sus profesionales se dediquen a explorar una o dos áreas de manera profunda para obtener resultados relevantes.

Rpta.: A

3. En un salón de clases, el profesor señala lo siguiente a sus alumnos: "Olvídense de la idea de que el desarrollo de la ciencia sucede de forma lineal, pues, en realidad, acontece a partir de grandes transformaciones. Y estas, a su vez, suponen nuevos métodos, principios y categorías, por lo que traen como consecuencia un cambio radical en nuestra visión del mundo".

Esta manera de entender el desarrollo de la ciencia nos lleva a pensar que el profesor coincide con

- A) el enfoque acumulacionista.
- B) el cientificismo greco-latino.
- C) la propuesta del positivismo.
- D) la teoría de los paradigmas.

Solución:

La teoría de los paradigmas establece que el desarrollo de la ciencia es discontinuo, pues se lleva a cabo a partir de saltos o cambios bruscos, razón por la cual se caracteriza por ser dinámico y revolucionario.

Rpta.: D

4. De acuerdo con los fragmentos de sus libros y con la tradición indirecta, Anaximandro de Mileto tuvo la convicción de que el ser humano había evolucionado a partir de animales marinos, por lo que todas las capacidades intelectuales que solemos asociar con él, fueron adquiridas a través de un proceso evolutivo que duró millones de años. Ahora bien, el importante detalle a considerar es que el filósofo griego no habría alcanzado esta conclusión sobre la base de la experimentación, sino por vía especulativa, lo cual revela que la ciencia antigua

- A) buscó la verdad con un enfoque acumulacionista.
- B) tuvo un nivel bastante alto de especialización.
- C) exploró únicamente la temática antropológica.
- D) tuvo un carácter marcadamente logocéntrico.

Solución:

El logocentrismo da cuenta de que los científicos antiguos no siguieron una metodología basada en la experimentación, como la cultivada por los científicos modernos. Más bien, sus investigaciones buscaron fundarse en hipótesis o especulaciones derivadas de la razón.

Rpta.: D

5. Es conocido que los científicos de los primeros siglos de la Edad Moderna, tales como Nicolás Copérnico, Johannes Kepler y Galileo Galilei no cultivaron una sola rama de la ciencia sino más bien varias ramas de esta. Por ejemplo, Galileo fue astrónomo, ingeniero, matemático y físico, razón por la cual pudo brindarnos una visión unitaria acerca de la realidad. Por lo anterior, cabe sostener que la ciencia moderna

- A) tuvo una clara dimensión universalista.
- B) buscó dar cuenta solo de lo observable.
- C) prefirió el avance de las ciencias aplicadas.
- D) rechazó el empleo de metodologías.

Solución:

Los científicos modernos buscaron alcanzar una visión universal de la realidad, a diferencia de los científicos contemporáneos, quienes se encuentran más inclinados hacia la especialización.

Rpta.: A

6. Luis considera que el desarrollo de la ciencia no habría sido posible de no haberse dado una línea de continuidad entre las exploraciones científicas de investigadores de distintas épocas. Por el contrario, piensa que entender el proceso científico como una sucesión de cambios bruscos y desconectados entre sí puede llevarnos a asumir como correcta la idea equivocada de que no acontece un progreso científico en sentido estricto.

De acuerdo con esta forma de entender el despliegue de la ciencia en la historia, cabe pensar que Luis se encuentra de acuerdo con

- A) la teoría de los paradigmas. B) el método hipotético-deductivo.
C) la propuesta logocéntrica. D) el enfoque acumulacionista.

Solución:

La opinión de Luis coincide con la teoría acumulacionista según la cual el progreso de la ciencia se da en forma de crecimiento acumulativo. Desde esta perspectiva, el quehacer científico se vuelve cada vez más preciso y acertado en lo que concierne a su comprensión de la realidad.

Rpta.: D

7. Las ciencias puras tienen como objetivo ampliar el conocimiento humano acerca de los fenómenos del universo, pero no se concentran en buscar soluciones para resolver problemas específicos. Probablemente, esta última sea la razón por la que un gran número de gobiernos en el mundo brindan un apoyo insuficiente a los investigadores que se dedican a la matemática, biología, física y astronomía. Por todo lo anterior, se puede colegir que la ciencia contemporánea

- A) tiene un enfoque logocéntrico frente a los fenómenos de la realidad empírica.
B) se caracteriza por ser científico-tecnológica y dependiente del capitalismo.
C) rechaza la especialización porque bloquea la posibilidad de una comprensión unitaria.
D) se dedica únicamente a la comprensión de realidades observables en el universo.

Solución:

Debido a que la ciencia contemporánea sobre todo busca responder a necesidades y problemas inmediatos, puede plantearse que se caracteriza por ser científico-tecnológica y dependiente del sistema económico capitalista. Y ello a diferencia de las ciencias antigua y moderna.

Rpta.: B

8. Desde el punto de vista de María, el país necesita servirse de los avances científicos logrados en las últimas décadas en las naciones del primer mundo para elevar el nivel de vida de la población en ámbitos como la salud, la educación y la vivienda.

A partir de lo anterior, puede afirmarse que María

- A) alude a la noción de tecnología.
B) rechaza las ciencias empíricas.
C) parte de un enfoque logocéntrico.
D) aboga por un progreso técnico.

Solución:

El concepto de tecnología hace referencia a aquellas técnicas que tienen como base el conocimiento alcanzado por la ciencia. Así, son objetos tecnológicos los celulares, los aviones y las computadoras.

Rpta.: A

Física

EJERCICIOS

1. Los líquidos son sustancias de densidades bajas comparadas con la de muchos sólidos metálicos. Un bidón de cierta capacidad se llena completamente con 100 kg de agua, luego con una cantidad de aceite de densidad 920 kg/m^3 , determine la masa de este aceite. ($\rho_{\text{agua}} = 10^3 \text{ kg/m}^3$)

A) 92 kg B) 62 kg C) 640 kg D) 660 kg

Solución:

$$\text{Volumen del bidón: } V = \frac{m_{\text{agua}}}{\rho_{\text{agua}}} \qquad V = \frac{100}{1000} = 100 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\text{Masa del aceite: } m_{\text{aceite}} = \rho_{\text{aceite}} V$$

$$m_{\text{aceite}} = (920)(100 \times 10^{-3}) = 92 \text{ kg}$$

Rpta.: A

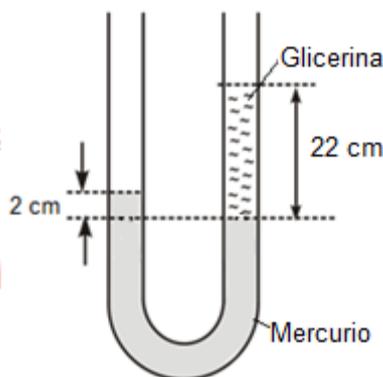
2. Los tubos en forma de "U" son muy usados para construir manómetros, sirven para medir la presión manométrica. En un tubo en forma U, se depositan dos líquidos, mercurio ($\rho_{\text{Hg}} = 13,6 \text{ g/cm}^3$) y glicerina, según muestra la figura. Determine la densidad de la glicerina.

A) $1,24 \text{ g/cm}^3$

B) $1,14 \text{ g/cm}^3$

C) $1,30 \text{ g/cm}^3$

D) $1,2 \text{ g/cm}^3$



Solución:

La presión es la misma en los puntos A y B

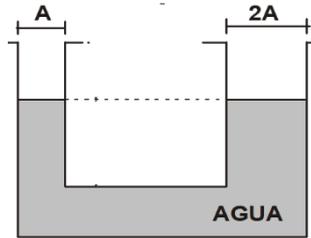
$$P_A + \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}} = P_B + \rho_{\text{glic}} g h_{\text{glic}} \qquad \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}} = \rho_{\text{glic}} g h_{\text{glic}}$$

$$\rho_{\text{Hg}} h_{\text{Hg}} = \rho_{\text{glic}} h_{\text{glic}} \qquad \rho_{\text{glic}} = \frac{\rho_{\text{Hg}} h_{\text{Hg}}}{h_{\text{glic}}} = \frac{(13,6)(2)}{22} = 1,24 \text{ g/cm}^3$$

Rpta.: A

3. Se tiene un tubo en forma de U, el cual tiene brazos de secciones transversales A y $2A$ y que contiene cierta cantidad de agua como se muestra en la figura. Si por la rama izquierda se vierte aceite cuya densidad es $0,8 \text{ g/cm}^3$ ocupando una altura de 9 cm . Determine la altura que sube el nivel del agua en la rama derecha.

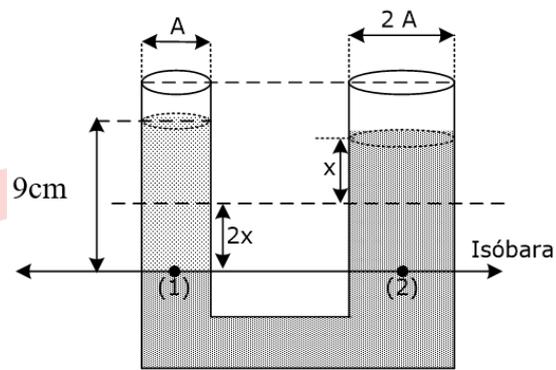
- A) 2,4 cm
- B) 3,0 cm
- C) 3,5 cm
- D) 3,4 cm



Solución:

$$\begin{aligned} \text{Volumen de H}_2\text{O que baja} &= \text{Volumen de H}_2\text{O que sube} \\ (2x \times A) &= (x \times 2A) \end{aligned}$$

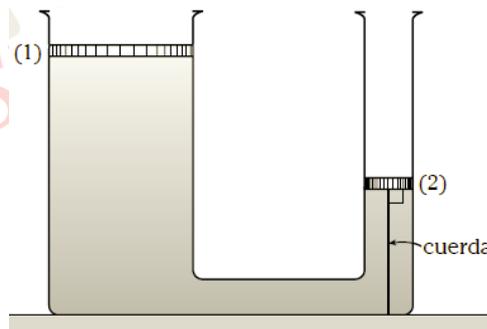
$$\begin{aligned} P_{T(1)} &= P_{T(2)} \\ \rho_{ac} \times 9 \times g &= \rho_{H_2O} \times 3x \times g \\ 0,8 \times 9 &= 1 \times 3x \\ x &= 2,4 \text{ cm} \end{aligned}$$



Rpta.: A

4. Los émbolos (1) y (2) tienen áreas de $0,75 \text{ m}^2$ y $0,025 \text{ m}^2$ respectivamente. Si sobre el émbolo (1) se ejerce una fuerza vertical hacia abajo de 90 N , ¿en cuánto varía la tensión de la cuerda en el émbolo (2)?

- A) 30 N
- B) 90 N
- C) 6 N
- D) 3 N



Solución:

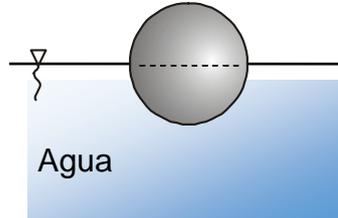
$$\begin{aligned} \frac{F}{A_1} &= \frac{\Delta T}{0,025} \\ \frac{90}{0,75} &= \frac{\Delta T}{0,025} \\ \Delta T &= 3 \text{ N} \end{aligned}$$

Rpta.: D

5. Una esfera hueca, con el 20% de su volumen vacío, flota con la mitad de su volumen sumergido en el agua. ¿Cuál es la densidad de la esfera?

$$(\rho_{\text{agua}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$$

- A) $725 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
 B) $425 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
 C) $525 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
 D) $625 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$



Solución:

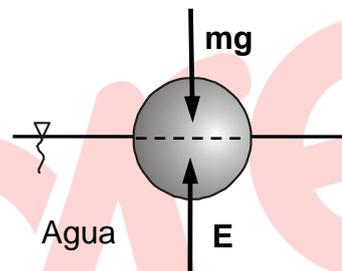
$$E = mg$$

$$\rho_{\text{agua}} g V_S = \rho V_C g$$

$$\rho_{\text{agua}} \frac{1}{2} V_E = \rho (80\% V_E)$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{5}{8} \rho_{\text{agua}}$$

$$\therefore \rho = 625 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$



Rpta.: D

6. Sobre la superficie del aceite se depositó cuidadosamente una aguja de acero engrasada. ¿Qué radio máximo podrá tener esta aguja para mantenerse a flote? ($\gamma_{\text{agua}} = 0,073 \text{ N/m}$; $\rho_{\text{acero}} = 7700 \text{ kg/m}^3$; $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A) 0,84 mm B) 0,96 mm C) 0,88 mm D) 0,77 mm

Solución:

La aguja flota por acción de la fuerza de tensión superficial " F_S " (que tiene dirección vertical puesto que el aceite no moja en absoluto) y la fuerza de gravedad " mg " de la aguja

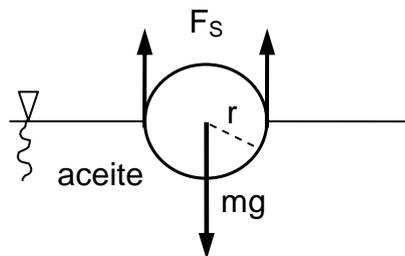
$$F_S = mg$$

$$\gamma_{\text{agua}} (2L) = \rho_{\text{acero}} (\pi r^2 L) g$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{2\gamma_{\text{agua}}}{\rho_{\text{acero}} \pi g}}$$

$$r = \sqrt{\frac{2(0,073)}{(7700)(3,14)(10)}}$$

$$r = 7,77 \times 10^{-4} \text{ m} = 0,77 \text{ mm}$$



Rpta.: D

7. Desde el punto de vista físico, la sangre circula a través de una serie de tuberías que son los vasos sanguíneos en un circuito cerrado, impulsados por una bomba pulsátil que es el corazón. En el caso siguiente, se tiene que en un tramo de un vaso sanguíneo la rapidez de la sangre es de 0,2 m/s. ¿Qué rapidez tendrá la sangre en otro tramo del vaso sanguíneo, de radio interior igual a la cuarta parte del radio del tramo anterior?
- A) 3,0 m/s B) 2,8 m/s C) 3,2 m/s D) 1,8 m/s

Solución:

Por el principio de continuidad:

$$V_1 \cdot A_1 = V_2 \cdot A_2$$

$$V_1 \cdot \pi r_1^2 = V_2 \cdot \pi r_2^2$$

$$(0,2) \cdot r_1^2 = V_2 \cdot r_1^2 / 16$$

$$V_2 = 3,2 \text{ m/s}$$

Rpta.: C

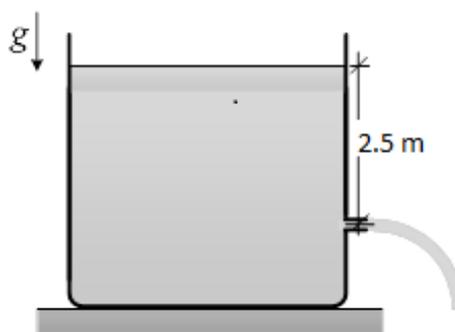
8. Determinar el caudal de agua que fluye de un gran tanque a través de un orificio de 4 cm de diámetro situado 2.5 m por debajo del nivel libre de agua. ($g = 10 \text{ m/s}^2$).

A) $2\pi \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$

B) $2 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$

C) $2\pi \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$

D) $2\sqrt{2}\pi \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$

**Solución:**

Aplicando el Teorema de Torricelli:

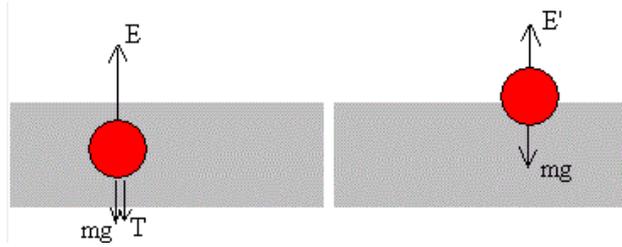
$$V = \sqrt{2gh} \rightarrow V = \sqrt{2 \times 10 \times 2.5} = 5\sqrt{2} \text{ m/s}$$

$$Q = AV = \frac{\pi D^2 V}{4} \rightarrow Q = \frac{\pi}{4} \times 16 \times 10^{-4} \times 5\sqrt{2} = 2\sqrt{2}\pi \times 10^{-3}$$

$$Q = 2\sqrt{2}\pi \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

Rpta.: D**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Un cable anclado en el fondo del mar de aguas tranquilas sostiene una esfera hueca de plástico bajo su superficie. El volumen de la esfera es de 0.3 m^3 y la tensión del cable 900 N. [Densidad del agua de mar $1,03 \text{ g/cm}^3$]
Según esto, conteste las siguientes proposiciones:
- I) ¿Qué masa tiene la esfera?
II) El cable se rompe y la esfera sube a la superficie, cuando está en equilibrio, ¿qué fracción del volumen de la esfera estará sumergida?
- A) 500 kg; 75% B) 340 kg; 80% C) 300 kg; 30% D) 17,2 kg; 70%

Solución:

$$E = m \cdot g + T$$

$$(1030)(0,3)(9,8) = m(9,8) + 900$$

$$m = 217,2Kg$$

$$E' = m \cdot g$$

$$(1030)V(9,8) = m(9,8)$$

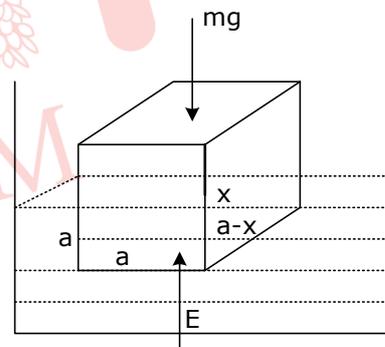
$$V = 0,21m^3$$

Fracción de la esfera sumergida, $\frac{0,21}{0,3} = 0,7 \rightarrow 70\%$

Rpta.: D

2. Un cubo de madera de $0,6 \text{ g/cm}^3$ de densidad es colocada en un recipiente que contiene aceite. Determine que porcentaje del cubo flotará, si la densidad del aceite es $0,8 \text{ g/cm}^3$.

A) 25% B) 20% C) 50% D) 15%

Solución:

$$E = mg$$

$$\rho_{ac} \times g \times (a \times a \times (a - x)) = \rho_M \times g \times a \times a \times a$$

$$0,8 (a - x) = 0,6 a$$

$$0,2 a = 0,8 x$$

$$x = \frac{1}{4} a$$

\therefore Flota (por encima) = 25%

Rpta.: A

3. Un físico sabe que aplicando el principio de Arquímedes se puede determinar la densidad de un material y tener el indicio del posible tipo de material. Se introduce un trozo de un material en una probeta graduada que contiene agua y se observa que flota, estando $\frac{1}{3}$ de su volumen sobre la superficie del agua. Determine su densidad.

$$(\rho_{\text{agua}} = 1\,000\text{ kg/m}^3, g = 10\text{ m/s}^2)$$

A) $\rho_{\text{material}} = \frac{2}{3} \times 10^3\text{ kg/m}^3$
 C) $\rho_{\text{material}} = 1 \times 10^3\text{ kg/m}^3$

B) $\rho_{\text{material}} = \frac{1}{3} \times 10^3\text{ kg/m}^3$
 D) $\rho_{\text{material}} = \frac{4}{3} \times 10^3\text{ kg/m}^3$

Solución:

En equilibrio: $E = mg$

$$\rho_{\text{agua}} g V_{\text{despl}} = \rho_{\text{material}} g V_{\text{material}}$$

$$\rho_{\text{agua}} \vartheta V_{\text{despl}} = \rho_{\text{material}} \vartheta V_{\text{material}}$$

$$\rho_{\text{agua}} V_{\text{despl}} = \rho_{\text{material}} V_{\text{material}}$$

$$10^3 \left(\frac{2}{3}\right) \varPsi = \rho_{\text{material}} \varPsi$$

$$\rho_{\text{material}} = \frac{2}{3} \times 10^3\text{ kg/m}^3$$

Rpta.: A

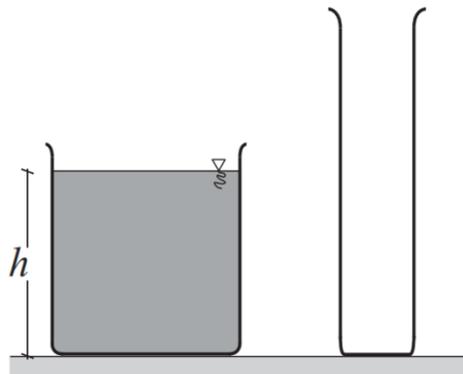
4. Las áreas de las bases de los recipientes mostrados están en la relación de 4 a 1. Si el líquido de uno de los recipientes se vierte por completo en el otro, determine la diferencia entre la presión hidrostática que se tiene con respecto a cada uno de los fondos de los recipientes cuando estos están llenos. (Considere que la densidad del líquido es ρ).

A) ρgh

B) $\frac{\rho gh}{2}$

C) $2\rho gh$

D) $3\rho gh$



Solución:

Por dato: $A_1 = 4A_2$

Luego de verter el líquido:

$$V_1 = V_2$$

$$A_1 \times h = A_2 \times H$$

$$4A_2 \times h = A_2 \times H$$

$$\therefore H = 4h$$

Como piden:

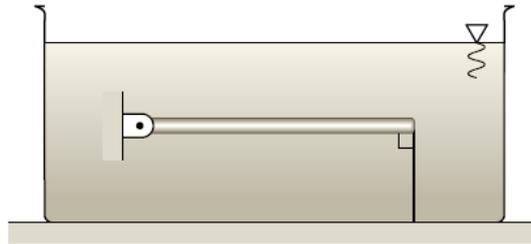
$$\Delta P_H = \rho \cdot g \cdot 4h - \rho \cdot g \cdot h$$

$$\therefore \Delta P_H = 3\rho gh$$

Rpta.: D

5. Se muestra una barra homogénea de 6 kg de masa, la cual se encuentra en reposo sumergida en el agua. Si la magnitud del empuje sobre la barra es 80 N, determine la magnitud de la tensión de la cuerda que sujeta a la barra. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A) 20 N
 B) 10 N
 C) 5 N
 D) 60 N

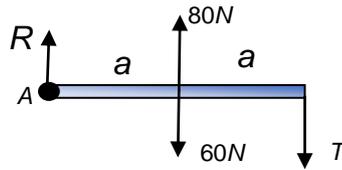


Solución:

$$\sum \vec{M}_A = \vec{0}$$

$$60(a) + T(2a) = 80(a)$$

$$T = 10N$$



Rpta.: B

6. Un bloque cúbico de 3cm de arista flota sumergido parcialmente en el agua, si su cara inferior está a una profundidad de 2 cm. Determine la masa del bloque.

($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A) 22 g B) 18 g C) 20 g D) 24 g

Solución:

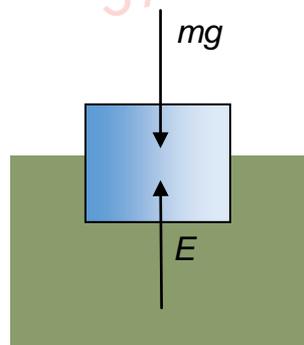
$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$mg = E$$

$$\rho_c V_c g = \rho_L V_{sum} g$$

$$\rho_c \cdot A \cdot 3 = \rho_L A \cdot 2$$

$$\rho_c = \frac{2}{3} 1000 = \frac{2000}{3} \text{ kg/m}^3$$



Luego:

$$m = \rho_c \cdot V = \frac{2000}{3} \cdot (3 \times 10^{-2})^3$$

$$m = 18 \times 10^{-3} \text{ kg} = 18 \text{ g.}$$

Rpta.: B

7. Una regadera tiene 20 agujeros circulares cuyo radio es de 1 mm. La regadera está conectada a un tubo de 0,80 cm de radio. Si la rapidez del agua en el tubo es de 3 m/s. Determine la rapidez con que sale el agua por cada uno de los agujeros de la regadera.

- A) 12 m/s B) 1,8 m/s C) 2,2 m/s D) 9,6 m/s

Solución:

$$v_1 A_1 = v_2 A_2, \quad v_2 = v_1 (A_1 / A_2)$$

$$A_1 = \pi(0,80 \text{ cm})^2, \quad A_2 = 20\pi(0,10 \text{ cm})^2$$

$$v_2 = (3,0 \text{ m/s}) \frac{\pi(0,80)^2}{20\pi(0,10)^2} = 9,6 \text{ m/s}$$

Rpta.: D

8. En un depósito cerrado de gran capacidad que contiene agua, se tiene un orificio situado a 8 m por debajo de la superficie libre del líquido, sabiendo que sobre esta superficie, el aire encerrado ejerce una presión de 248 kPa, determinar la rapidez el chorro de agua que sale por el orificio al exterior. ($g = 10 \text{ m/s}^2$).

A) 8 m/s

B) 12 m/s

C) 16 m/s

D) 24 m/s

Solución:

En el punto (1): Presión = 248 kPa

Velocidad = $V_1 = 0$ Altura = $h_1 = 8 \text{ m}$ En el punto (2): presión = P_0 Velocidad = $V = ?$ Altura = $h_2 = 0$

Aplicando el Teorema de Bernoulli

$$248 \text{ kPa} + \rho g h_1 = 1 \rho V_2 + P_0 \rightarrow 248 \times 10^3 + 10^3 \times 10 \times 8 = 100 \text{ kPa} + \frac{1}{2} \times 10^3 V^2$$

Operando obtenemos: $\therefore V = 16 \text{ m/s}$ **Rpta.: C**

Química

EJERCICIOS

1. Los gases ideales son hipotéticos y cumplen con los postulados de la teoría cinética molecular, el cual es un modelo teórico que explica lo que sucede a nivel molecular en los gases produciendo cambios que se observan a nivel macroscópico. Con respecto a los gases ideales, seleccione la alternativa que contenga la proposición INCORRECTA.

- A) Las colisiones entre las partículas se consideran elásticas.
 B) El volumen de sus moléculas es despreciable con respecto al del recipiente.
 C) Las fuerzas intermoleculares de atracción se consideran nulas.
 D) Un gas se comporta como ideal a altas presiones y bajas temperaturas.

Solución:

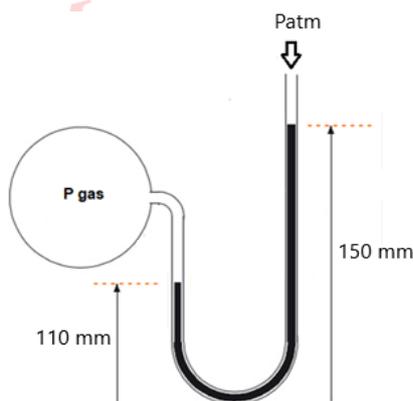
- A) **CORRECTO:** Las colisiones entre las partículas son elásticas, es decir, la energía del sistema se conserva.
 B) **CORRECTO:** El tamaño de las moléculas del gas es muy pequeño, por lo que el volumen que ocupan las moléculas es despreciable en comparación con el volumen total del recipiente.
 C) **CORRECTO:** Debido a que las partículas de gas permanecen separadas, entre ellas no existe ninguna fuerza de atracción significativa.
 D) **INCORRECTO:** Un gas real tiende al comportamiento de un gas ideal cuando se encuentra a bajas presiones y altas temperaturas.

Rpta.: D

2. En el gráfico adjunto se muestran los siguientes datos para un gas confinado en un recipiente. Determine la presión del gas, en atmósferas.

Datos: $1 \text{ atm} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa} = 760 \text{ mmHg}$

- A) $1,05 \times 10^0$
 B) $1,05 \times 10^2$
 C) $1,05 \times 10^1$
 D) $1,05 \times 10^{-1}$



Solución:

$$\text{Presión del gas} = P_{\text{atm}} + P_{\text{manométrica}}$$

$$\text{Presión del gas} = P_{\text{atm}} + (\text{diferencia de altura de ambas ramas})$$

$$\text{Presión del gas} = 760 \text{ mmHg} + (150 \text{ mmHg} - 110 \text{ mmHg})$$

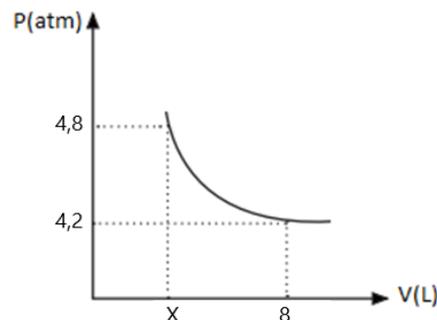
$$\text{Presión del gas} = 760 \text{ mmHg} + 40 \text{ mmHg} = 800 \text{ mmHg}$$

$$\text{Presión del gas} = 800 \text{ mmHg} \times \frac{1 \text{ atm}}{760 \text{ mmHg}} = 1,05 \text{ atm} = 1,05 \times 10^0 \text{ atm}$$

Rpta.: A

3. En el interior de las máquinas que funcionan con termostatos, como por ejemplo, la del aire acondicionado, la temperatura permanece constante a medida que transcurre el tiempo. Con respecto a la gráfica, seleccione la secuencia correcta de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. Corresponde a la ley de Charles.
- II. La presión y el volumen son directamente proporcionales.
- III. A 4,8 atm de presión el volumen final es 7 litros.



- A) FVF B) FFV C) VVV D) FVV

Solución:

- I. **FALSO.** La gráfica corresponde a la ley de Boyle ya que la temperatura permanece constante.
- II. **FALSO:** La presión y el volumen son inversamente proporcionales, al incrementar la presión de 4,2 atm a 4,8 atm el volumen disminuye.
- III. **VERDADERO:** El volumen final es 7 L cuando la presión es 4,8 atm.

$$P_1 \times V_1 = P_2 \times V_2 \rightarrow V_2 = \frac{4,2 \text{ atm} \times 8 \text{ L}}{4,8 \text{ atm}} = 7 \text{ L}$$

Rpta.: B

4. En un recipiente de 9000 mL se tiene gas oxígeno a 27 °C. Determine en cuántos litros aumentará su volumen cuando la temperatura alcance 227 °C, si el proceso es isobárico.

- A) 15 B) 9 C) 4 D) 6

Solución:

Condiciones iniciales

$$V_1 = 9\,000 \text{ mL} = 9 \text{ L}$$

$$T_1 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

Condiciones finales

$$V_2 = ?$$

$$T_2 = 227 + 273 = 500 \text{ K}$$

Debido a que el proceso es isobárico, se cumple la Ley de Charles:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \rightarrow V_2 = \frac{V_1 \times T_2}{T_1}$$

$$V_2 = \frac{9 \text{ L} \times 500 \text{ K}}{300 \text{ K}} \rightarrow V_2 = \frac{4\,500 \text{ L}}{300} \rightarrow V_2 = 15 \text{ L}$$

$$\Delta V = V_2 - V_1 = 15 \text{ L} - 9 \text{ L} = 6 \text{ L} \text{ (aumenta en 6 L)}$$

Rpta.: D

5. En un proceso isocórico la presión y la temperatura son directamente proporcionales. Si se tiene gas nitrógeno a una presión de 3 000 mmHg y 127 °C, determine la temperatura final, en °C, cuando la presión disminuye a la mitad.

A) 200 B) 56 C) -73 D) 473

Solución:

Condiciones iniciales

$$P_1 = 3\,000 \text{ mmHg}$$

$$T_1 = 127 + 273 = 400 \text{ K}$$

Condiciones finales

$$P_2 = 1\,500 \text{ mmHg}$$

$$T_2 = ?$$

Debido a que el proceso es isocórico, se cumple la Ley de Gay Lussac:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \rightarrow T_2 = \frac{T_1 \times P_2}{P_1} \rightarrow T_2 = \frac{400 \text{ K} \times 1\,500 \text{ mmHg}}{3\,000 \text{ mmHg}}$$

$$T_2 = 200 \text{ K}$$

$$\text{Luego: } T_2 = 200 - 273 = -73 \text{ °C}$$

Rpta: C

6. El volumen ocupado por un gas depende de las condiciones como la presión y la temperatura. Si un gas ocupa un volumen de 90 L a la presión de 6 atm y 273 °C, determine el volumen que ocuparía, en L, a condiciones normales.

A) $2,70 \times 10^{-2}$ B) $1,08 \times 10^2$ C) $1,08 \times 10^{-2}$ D) $2,70 \times 10^2$

Solución:

Condiciones iniciales

$$V_1 = 90 \text{ L}$$

$$P_1 = 6 \text{ atm}$$

$$T_1 = 273 + 273 = 546 \text{ K}$$

Condiciones finales (C.N)

$$V_2 = ?$$

$$P_2 = 1 \text{ atm}$$

$$T_2 = 273 \text{ K}$$

$$\frac{V_1 \times P_1}{T_1} = \frac{V_2 \times P_2}{T_2} \rightarrow V_2 = \frac{V_1 \times P_1 \times T_2}{T_1 \times P_2} \rightarrow V_2 = \frac{90 \text{ L} \times 6 \text{ atm} \times 273 \text{ K}}{546 \text{ K} \times 1 \text{ atm}}$$

$$V_2 = 270 \text{ L} = 2,70 \times 10^2 \text{ L}$$

Rpta.: D

7. La ecuación de estado relaciona las variables que definen las condiciones a las que se encuentra un gas. Un cilindro de acero de 82 L de capacidad contiene hidrógeno a 12 atm y 27 °C, Determine las moles de dicho gas contenidos en el recipiente.

Datos: $A_r \text{ H} = 1$, $R = 0,082 \text{ atm} \times \text{L} / \text{mol} \times \text{K}$

A) $6,72 \times 10^{-3}$ B) $4,0 \times 10^1$ C) $4,0 \times 10^3$ D) $4,0 \times 10^{-1}$

Solución:

$$n = ?$$

$$V = 82 \text{ L}$$

$$P = 12 \text{ atm.}$$

$$T = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

$$R = 0,082 \text{ atm} \times \text{L/mol} \times \text{K}$$

$$PV = nRT \rightarrow n = \frac{PV}{RT} \rightarrow n = \frac{12 \text{ atm} \times 82 \text{ L}}{0,082 \times \frac{\text{atm} \times \text{L}}{\text{K} \times \text{mol}} \times 300 \text{ K}}$$

$$n = 40 \text{ moles} \rightarrow n = 4,0 \times 10^1 \text{ moles de H}_2$$

Rpta.: B

8. El gas natural tiene muchas aplicaciones en el hogar, en la industria alimentaria, agroindustria, etc. Una muestra de gas natural contiene 480 g de metano (CH_4) y 60 g de etano (C_2H_6). Si la presión total dentro del recipiente es 8 atm, determine la presión parcial, en atm, de ambos componentes.

Datos: Masa molar (g/mol): $\text{CH}_4 = 16$; $\text{C}_2\text{H}_6 = 30$

A) 7,5 y 0,5

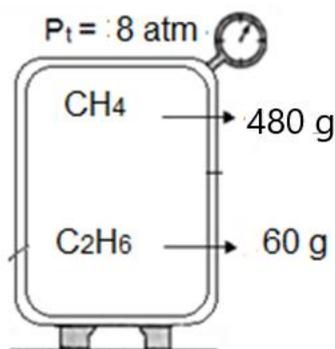
B) 2,5 y 5,5

C) 1,5 y 6,5

D) 1 y 7

Solución:

Cálculo de las moles de los dos componentes principales del gas natural



$$n_{\text{CH}_4} = \frac{m_{\text{CH}_4}}{\bar{M}_{\text{CH}_4}} = \frac{480 \text{ g}}{16 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 30 \text{ mol}$$

$$n_{\text{C}_2\text{H}_6} = \frac{m_{\text{C}_2\text{H}_6}}{\bar{M}_{\text{C}_2\text{H}_6}} = \frac{60 \text{ g}}{30 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 2 \text{ mol}$$

$$n_{\text{total}} = n_{\text{CH}_4} + n_{\text{C}_2\text{H}_6}$$

$$n_{\text{total}} = 30 \text{ mol} + 2 \text{ mol} = 32 \text{ mol}$$

Cálculo de las presiones parciales**Cálculo de la presión parcial del metano:**

$$p_{\text{CH}_4} = X_{\text{CH}_4} \times P_T = \frac{n_{\text{CH}_4}}{n_T} \times P_T$$

$$p_{\text{CH}_4} = \frac{30 \text{ mol}}{32 \text{ mol}} \times 8 \text{ atm} = 7,5 \text{ atm}$$

Cálculo de la presión parcial del etano:

$$p_{\text{C}_2\text{H}_6} = X_{\text{C}_2\text{H}_6} \times P_T = \frac{n_{\text{C}_2\text{H}_6}}{n_T} \times P_T$$

$$p_{\text{C}_2\text{H}_6} = \frac{2 \text{ mol}}{32 \text{ mol}} \times 8 \text{ atm} = 0,5 \text{ atm}$$

Rpta.: A

9. La sustancia azida de sodio (NaN_3) se utiliza en bolsas de aire para los automóviles, el impacto de una colisión ocasiona su descomposición, siendo la reacción química:



El nitrógeno producido infla de inmediato la bolsa que se encuentra entre el conductor y el parabrisas. Determine el volumen del nitrógeno, en litros, a 87°C y 624 mmHg producido por la descomposición de 65 g de NaN_3 .

Datos: M (g/mol): $\text{NaN}_3 = 65$, $\text{N}_2 = 28$, $R = 62,4 \text{ mmHg} \times \text{L} / \text{mol} \times \text{K}$

- A) $1,5 \times 10^1$ B) $5,4 \times 10^1$ C) $5,4 \times 10^{-1}$ D) $1,5 \times 10^2$

Solución:

- a) Determinación del número de moles de nitrógeno molecular en la reacción química



$$x \text{ mol} = \frac{65 \text{ g} \times 3 \text{ mol}}{130 \text{ g}} = 1,5 \text{ mol de N}_2$$

- b) Cálculo del volumen del nitrógeno

$$P = 624 \text{ mmHg}$$

$$T = 87 + 273 = 360 \text{ K}$$

$$n = 1,5 \text{ mol}$$

$$V = ?$$

$$PV = nRT$$

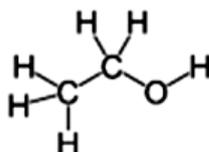
$$V = \frac{nRT}{P} = 1,5 \text{ mol} \times \frac{62,4 \frac{\text{mmHg} \times \text{L}}{\text{mol} \times \text{K}}}{624 \text{ mmHg}} \times 360 \text{ K} = 54 \text{ L} = 5,4 \times 10^1 \text{ L de N}_2$$

Rpta.: B

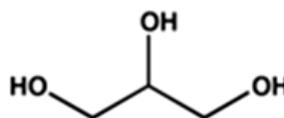
10. Las fuerzas intermoleculares determinan propiedades físicas de las sustancias, por ejemplo, la tensión superficial o el punto de ebullición. Con respecto a las siguientes sustancias.



Pentano



Etanol



Glicerina

Seleccione el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. El pentano tiene mayor punto de ebullición que la glicerina.
- II. La glicerina tiene menor presión de vapor que el etanol.
- III. El etanol no es soluble en el pentano.

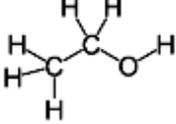
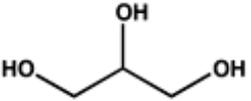
A) VFV

B) VVV

C) FVF

D) FVV

Solución:

Estructura	 Pentano	 Etanol	 Glicerina
Fuerza intermolecular	London	Puente de hidrógeno Dipolo-dipolo London	Puente de hidrógeno Dipolo-dipolo London
Tipo de molécula	apolar	polar	polar
Punto de ebullición (°C)	36	78	290
Presión de vapor mmHg (25°C)	500	59	0,0002

- I. **FALSO:** El punto de ebullición varía en forma directa con las fuerzas intermoleculares, el pentano solo tiene fuerzas de dispersión de London mientras que la glicerina posee puente de hidrogeno, por ello podemos decir que la temperatura de ebullición de la glicerina es mayor que la del pentano.
- II. **VERDADERO:** La presión de vapor varía en forma inversa con las fuerzas intermoleculares, el etanol ($\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$) y la glicerina ($\text{CH}_2\text{OHCHOHCH}_2\text{OH}$) poseen puentes de hidrógeno, pero, la glicerina tiene mayor fuerza de London debido a su mayor masa molar, por ello la presión de vapor de la glicerina es menor respecto al etanol.
- III. **VERDADERO:** El etanol no es soluble en el pentano debido a que el etanol es una molécula polar y el pentano es una molécula apolar.

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. El volumen de un gas puede variar dependiendo de las condiciones de presión, temperatura y la masa de dicho gas. En un proceso isobárico, cierto gas tiene un volumen de 1200 mL a 27 °C, si la temperatura aumenta hasta 127 °C, determine el nuevo volumen del gas en el Sistema Internacional.

- A) $1,6 \times 10^2$ B) $1,6 \times 10^3$ C) $1,6 \times 10^{-2}$ D) $1,6 \times 10^{-3}$

Solución:**CONDICIONES INICIALES**

$$V_1 = 1200 \text{ mL}$$

$$T_1 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

CONDICIONES FINALES

$$V_2 = ?$$

$$T_2 = 127 + 273 = 400 \text{ K}$$

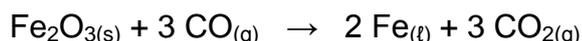
Debido a que el proceso es isobárico, se cumple la Ley de Charles:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \rightarrow V_2 = \frac{V_1 \times T_2}{T_1} \rightarrow V_2 = \frac{1200 \text{ mL} \times 400 \text{ K}}{300 \text{ K}} = 1600 \text{ mL}$$

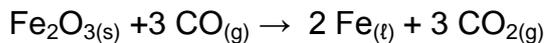
$$V_2 = 1600 \text{ mL} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^6 \text{ mL}} = 1,6 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

Rpta.: D

2. La hematita (Fe_2O_3) es un mineral empleado en la metalurgia del hierro, este proceso se lleva a cabo en un alto horno, en el cual se genera dióxido de carbono, según la siguiente reacción:

Determine los litros de CO_2 que se produce a 927 °C y 3 atm por la reacción de 16 kg de hematita.**Datos:** \bar{M} (g/mol): $\text{Fe}_2\text{O}_3 = 160$, $\text{CO}_2 = 44$, $R = 0,082 \text{ atm} \times \text{L} / \text{mol} \times \text{K}$

- A) $9,84 \times 10^3$ B) $9,84 \times 10^2$ C) $9,84 \times 10^{-3}$ D) $9,84 \times 10^{-1}$

Solución:a) Cálculo de las moles de CO₂ que se han producido

$$160 \text{ g} \quad \text{-----} \quad 3 \text{ mol}$$

$$16\,000 \text{ g} \quad \text{-----} \quad x \text{ mol}$$

$$x \text{ mol} = \frac{16\,000 \text{ g} \times 3 \text{ mol}}{160 \text{ g}} = 300 \text{ mol de CO}_2$$

b) Cálculo del volumen del CO₂

$$P = 3 \text{ atm}$$

$$T = 927 + 273 = 1200 \text{ K}$$

$$n = 300 \text{ mol}$$

$$V = ?$$

$$PV = nRT$$

$$V = \frac{nRT}{P} = 300 \text{ mol} \times \frac{0,082 \frac{\text{atm} \times \text{L}}{\text{mol} \times \text{K}}}{3 \text{ atm}} \times 1200 \text{ K} = 9840 \text{ L} = 9,84 \times 10^3 \text{ L CO}_2$$

Rpta.: A

3. En la ecuación general se pueden hallar los valores de volumen, presión y temperatura si se conocen las condiciones iniciales (P₁, V₁, T₁) y al menos dos de las condiciones finales (P₂, V₂, T₂). Determine el volumen, en L, que ocupará una masa de gas a 127 °C y 200 mmHg, si a las condiciones de 27 °C y 1 atm ocupa un volumen de 6 litros.

- A) $3,04 \times 10^2$ B) $3,04 \times 10^{-2}$ C) $3,04 \times 10^{-1}$ D) $3,04 \times 10^1$

Solución:**CONDICIONES INICIALES**

$$V_1 = 6 \text{ L}$$

$$P_1 = 1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg}$$

$$T_1 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

$$\frac{V_1 \times P_1}{T_1} = \frac{V_2 \times P_2}{T_2} \rightarrow V_2 = \frac{V_1 \times P_1 \times T_2}{T_1 \times P_2} \rightarrow V_2 = \frac{6 \text{ L} \times 760 \text{ mmHg} \times 400 \text{ K}}{300 \text{ K} \times 200 \text{ mmHg}}$$

$$V_2 = 30,4 \text{ L} = 3,04 \times 10^1 \text{ L}$$

CONDICIONES FINALES

$$V_2 = ?$$

$$P_2 = 200 \text{ mmHg}$$

$$T_2 = 127 + 273 = 400 \text{ K}$$

Rpta.: D

4. La masa molar nos ayuda a identificar a una sustancia. Determine la identidad de un gas, si 34 g de este ejerce una presión de 5 atm a una temperatura de 127 °C y ocupa un volumen de 13,12 L.

Datos: A_r H = 1, N = 7, C = 12, O = 16, S = 32, R = 0,082 atm × L / mol × K

A) SO₂

B) NH₃

C) CH₄

D) O₂

Solución:

$$P = 5 \text{ atm}$$

$$T = 127 + 273 = 400 \text{ K}$$

$$R = 0,082 \text{ atm} \times \text{L} / \text{mol} \times \text{K}$$

$$V = 13,12 \text{ L}$$

$$m = 34 \text{ g}$$

$$n = ?$$

$$a) \quad PV = nRT \Rightarrow n = \frac{P \times V}{R \times T} \rightarrow n = \frac{5 \text{ atm} \times 13,12 \text{ L}}{0,082 \frac{\text{atm} \times \text{L}}{\text{mol} \times \text{K}} \times 400 \text{ K}} \rightarrow n = 2 \text{ moles}$$

$$b) \quad 2 \text{ mol} \rightarrow 34 \text{ g}$$

$$1 \text{ mol} \rightarrow x \text{ g}$$

$$x = \frac{1 \text{ mol} \times 34 \text{ g}}{2 \text{ mol}} \rightarrow x = 17 \text{ g}$$

$$\text{entonces: } \bar{M} = 17 \text{ g/mol}$$

Luego, el gas es el amoníaco (NH₃) ya que su masa molar es 17 g/mol.

Rpta.: B

5. Los líquidos son fluidos cuyo volumen es definido, son incomprensibles y adoptan la forma del recipiente que los contiene. Con respecto a los líquidos, seleccione la secuencia correcta de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. Los que tienen fuerzas puente de hidrógeno tienen baja presión de vapor.
- II. Su viscosidad disminuye a medida que la temperatura se incrementa.
- III. Al aumentar la temperatura la tensión superficial disminuye.

A) FVF

B) VVV

C) VVF

D) VFV

Solución:

- I. **VERDADERO.** La presión de vapor guarda una relación inversa con la intensidad de las fuerzas intermoleculares, por ello un líquido que presenta fuerzas puente de hidrógeno (fuerza de gran intensidad) tendrá una baja presión de vapor.
- II. **VERDADERO.** Cuando aumenta la temperatura las fuerzas intermoleculares en el líquido disminuyen, por lo cual la viscosidad también disminuye.
- III. **VERDADERO.** Al aumentar la temperatura las fuerzas intermoleculares se debilitan, por lo cual la tensión superficial también disminuye.

Rpta.: B

Biología

EJERCICIOS

1. Juan Alberto es un aficionado del estudio del sistema nervioso y desea agrupar, según el tipo de sistema nervioso, a los siguientes animales que colectó en la selva: lombrices de tierra, hidras, planarias y escarabajos. ¿Cómo usted le aconsejaría agrupar a los animales según el criterio mencionado? Señale usted la opción correcta.
- A) Las hidras presentan sistema nervioso reticular, mientras que la lombriz de tierra, las planarias y los escarabajos presentan sistema nervioso ganglionar.
 - B) La lombriz de tierra, las planarias y los escarabajos presentan sistema nervioso de tipo reticular, mientras que las hidras presentan sistema nervioso ventral.
 - C) Las hidras presentan sistema nervioso reticular, por otro lado, los demás animales presentan sistema nervioso encefálico.
 - D) La lombriz de tierra y los escarabajos presentan sistema nervioso ventral, mientras que las planarias presentan sistema nervioso complejo.

Solución:

Recordemos que se pueden reconocer en general tres tipos o modelos de sistema nervioso, el de tipo reticular o difuso que está conformado por redes de protoneuronas, el cual es típico de los cnidarios, como por ejemplo las hidras. Por otro lado, tenemos al tipo ganglionar, donde ya existen estructuras especializadas denominados ganglios, los cuales corresponden a grupos de somas de las neuronas, donde tenemos por ejemplo a la lombriz de tierra, planarias y escarabajo; por último, está el tipo de sistema nervioso encefálico, en el cual existen estructuras de mayor especialización, como el encéfalo y médula espinal, como es el caso de los vertebrados.

Rpta.: A

2. El sistema nervioso es uno de los sistemas más complejos que existen, siendo un centro coordinador que relaciona los estímulos captados con los impulsos producidos en el organismo. Con respecto a lo comentado, una de las siguientes alternativas no corresponde.
- A) El sistema nervioso es un centro organizador de información, además es el encargado de regular el funcionamiento de diversos órganos.
 - B) El axón de la neurona motora lleva los potenciales de acción hacia los músculos y provoca la contracción muscular.
 - C) Los impulsos que entran y salen son muy importantes porque permiten responder a los estímulos del entorno.
 - D) Las neuronas sensitivas o aferentes permiten la transmisión de los impulsos nerviosos hacia la médula espinal.

Solución:

Las neuronas aferentes, sensitivas o sensoriales son aquellas que permiten la conducción y transmisión de los impulsos nerviosos hacia la médula espinal, mientras que las llamadas eferentes o motoras permiten la conducción y transmisión desde la médula hacia un órgano efector como es el caso de un músculo. El sistema

encargado de regular el funcionamiento del organismo y/o de los órganos es el sistema endocrino.

Rpta.: D

3. En el salón de clases, Vanesa se encontraba escribiendo muy concentrada un cuento para niños, de pronto sintió que algo caminaba en su pierna derecha y de manera espontánea la movió; se percató que había una pequeña araña subiendo y rápidamente la alejó con un papel. De lo comentado, sería coherente afirmar que

- A) la reacción de Vanesa fue una acción coordinada por sus músculos.
- B) lo que ocurrió a Vanesa es un ejemplo claro del acto reflejo.
- C) lo que le aconteció a Vanessa fue un movimiento espontáneo.
- D) la acción es una demostración del discernimiento del cerebro.

Solución:

Un acto reflejo es una reacción o movimiento espontáneo y rápido, donde participan básicamente tres grupos de neuronas, las sensoriales, las asociadoras y las motoras. Es notable mencionar que el centro de procesamiento se da a nivel de médula espinal. Por otro lado, debe de quedar claro que, el arco reflejo y el acto reflejo no significan lo mismo, pues el primero representa a la secuencia de eventos y elementos que participan en el acto reflejo.

Rpta.: B

4. La sinapsis es un proceso mediante el cual las neuronas se comunican, permitiendo que los impulsos nerviosos puedan viajar de un punto a otro. En la sinapsis ocurren varias actividades a tener en consideración. En relación a la sinapsis, una de las siguientes alternativas no es correcta.

- A) En la sinapsis no existe continuidad, lo que significa que las neuroglías no están unidas físicamente.
- B) En la sinapsis existe contigüidad, lo que significa que las neuronas están una a continuación de otra, pero separadas por un pequeño espacio.
- C) Para que ocurra la sinapsis, las neuronas deben presentar axón y dendritas.
- D) Los neurotransmisores son moléculas que se liberan al espacio o hendidura sináptica y permiten que las neuronas se comuniquen.

Solución:

Entre las neuronas no existe continuidad, lo que significa que no hay una unión física entre una y otra, separadas por un espacio denominado espacio o hendidura sináptica, por lo cual se dice que existe contigüidad. En palabras sencillas podríamos decir que, entre neuronas hay una unión fisiológica, mas no física y justamente es dicha comunicación fisiológica la que permite que los impulsos nerviosos se puedan transmitir, claro está, gracias a la participación de los neurotransmisores. El soma, dendritas, vainas de mielina, nodos de Ranvier, axón y telodendrón corresponden a partes de una neurona. Las neuroglías son células del sistema nervioso que tienen funciones específicas.

Rpta.: A

5. Teniendo en cuenta la conducción de los impulsos nerviosos y los distintos procesos que implica, ¿qué alternativa es la correcta?
- A) Los nodos de Ranvier favorecen la liberación de los neurotransmisores durante la sinapsis.
 - B) Los iones que participan en la conducción de los impulsos nerviosos son el Na, K y Cl.
 - C) La conducción en las neuronas con mielina es de tipo saltatoria, lenta y discontinua.
 - D) Las fibras nerviosas mielínicas conducen con mayor velocidad los impulsos nerviosos.

Solución:

La mielina además de servir como un componente que sirve como un electroaislante, permite y favorece la conducción a mayor rapidez de los impulsos nerviosos, esto debido a los nodos de Ranvier que hacen que los impulsos viajen de manera saltatoria.

Rpta.: D

6. Se dispone de los siguientes términos: mielencéfalo, metencéfalo, telencéfalo, diencéfalo y mesencéfalo y se le solicita que los utilice con la finalidad de poder relacionarlos con las diferentes estructuras que pertenecen al sistema nervioso. Siendo usted un conocedor del tema, la alternativa más idónea sería
- A) del telencéfalo se originan el bulbo raquídeo, el prosencéfalo y el cerebelo.
 - B) del mesencéfalo embrionario origina a una estructura con el mismo nombre.
 - C) el mielencéfalo origina al mesencéfalo, al cerebro y la médula espinal.
 - D) los términos corresponden a estructuras embrionarias de invertebrados.

Solución:

Teniendo en cuenta el desarrollo del sistema nervioso, se sabe por ejemplo que a partir del mesencéfalo se origina una estructura con el mismo nombre. No ocurre lo mismo con el telencéfalo, pues a partir de este se originan los hemisferios cerebrales, a partir del diencéfalo se origina el tálamo, del metencéfalo se forman la protuberancia y el cerebelo y a partir del mielencéfalo se forma el bulbo raquídeo. En el inicio del desarrollo del sistema nervioso se distinguen tres grandes regiones embrionarias primitivas que, desde la región anterior a la posterior, se denominan: el **prosencefalo**, el **mesencéfalo** y el **romboencéfalo**.

Prosencefalo: se producen dos evaginaciones (expansiones) en sentido lateral y anterior que constituyen a) **el telencéfalo**, del cual se originarán los hemisferios cerebrales y b) la porción del prosencefalo que queda entre las dos evaginaciones del telencéfalo es el **diencéfalo**.

Mesencéfalo: no muestra cambios de importancia

Romboencéfalo: se subdivide y la parte más anterior se transforma en el **metencéfalo** (que se va a diferenciar en su parte dorsal en el cerebelo y en su parte ventral, en el puente de Varolio) y la más posterior en el **mielencéfalo**, de la cual se originará la médula oblonga o bulbo raquídeo.

Rpta.: B

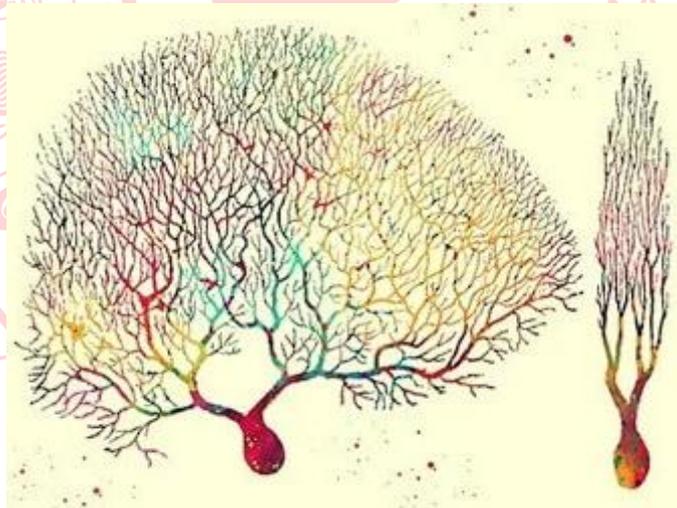
7. El sistema nervioso está conformado por dos tipos de células: las neuronas y las células de la glía. Claro está que, las neuronas son las células representativas del tejido y sistema nervioso, las cuales se agrupan para constituir órganos complejos como el cerebro. De lo expuesto indique el enunciado correcto.
- A) las neuronas se dividen en dos grandes grupos: las que forman la materia gris y las que procesan la información.
- B) el tejido nervioso es el encargado de procesar la información, mientras que las glías se encargan de la conducción de los impulsos nerviosos.
- C) en el cerebro se encuentra la sustancia gris encargada de integrar la información y la sustancia blanca que se encarga de la conducción.
- D) el sistema nervioso está conformado por órganos que presentan la capacidad de procesar e integrar información para luego emitir una respuesta.

Solución:

La sustancia gris y la sustancia blanca se encuentran en el sistema nervioso central. El cerebro es el órgano más representativo del sistema nervioso. En el cerebro la sustancia gris se ubica en la periferia del cerebro constituyendo la corteza cerebral, zona en la cual se procesa e integra la información. Por su parte, la sustancia blanca se encuentra en la parte interna del cerebro y tiene como función principal la conducción de los impulsos nerviosos a través de las distintas zonas.

Rpta.: C

8. Identifique a la siguiente neurona:



Fuente: <https://lamenteesmaravillosa.com/>

- A) De Purkinje B) Astral C) Multipolar D) de la Glia

Solución:

La imagen corresponde a una neurona de Purkinje, la cual es una célula de gran tamaño ubicada en el cerebelo y el miocardio.

Rpta.: A

9. Con respecto a la raíz ventral, o zona anterior, de la médula espinal, se puede afirmar que
- A) la sustancia gris se ubica en la región que corresponde a la raíz ventral.
 - B) la neurona de asociación se ubica en la región de la raíz ventral.
 - C) la raíz ventral participa en integración del arco reflejo.
 - D) en esa región se encuentran las neuronas motoras o eferentes.

Solución:

Las neuronas motoras o eferentes se pueden encontrar a nivel de la raíz ventral que se proyecta a partir de la médula espinal, mientras que en la raíz dorsal se pueden ubicar a las neuronas sensoriales o aferentes. Recordar además que en ocasiones se puede decir raíz ventral o de la zona anterior y raíz dorsal o de la zona posterior.

Rpta.: D

10. Se desea escoger a tres nervios craneales que sean de función mixta y que estén relacionados al aparato digestivo. Teniendo en cuenta sus conocimientos del tema, la opción correcta sería
- A) Pares XII, IX y I.
 - B) Pares V, VII y X.
 - C) Pares IV, IX y XI.
 - D) Pares X, VII y II.

Solución:

Los pares craneales V, VII y X son nervios mixtos debido a que presentan ramas motoras y sensoriales. Todos estos pares tienen relación con órganos digestivos, por ejemplo, el par V está relacionado con los movimientos de los músculos de la masticación, el par VII se relaciona con el sentido del gusto y el par X guarda relación con el esófago y el estómago.

Rpta.: B

11. Se le pide a Cristina realizar una comparación muy puntual entre las acciones que desencadena el sistema nervioso simpático y el parasimpático, para lo cual se le presenta los siguientes casos:
- Tranquilidad de haber dado un examen de admisión de la UNMSM exitoso.
 - Desesperación y nerviosismo en plena situación de robo de pertenencias.
 - Sudoración antes de patear el último tiro de penal en una final de fútbol.

Por lo tanto, sería pertinente que Cristina plantee que

- A) en el primer y tercer caso, el sistema nervioso simpático estaría provocando la reducción de la presión arterial, mientras que en segundo caso el parasimpático estaría provocando su aumento.
- B) el sistema nervioso simpático y parasimpático actúan regulando las distintas acciones, acutando conjuntamente sobre los mismos pares craneales.
- C) en el primer caso la adrenalina estaría desencadenando diversos procesos, mientras que en el segundo caso sería la epinefrina la implicada en la constricción de las pupilas.
- D) el sistema nervioso parasimpático estaría actuando en el primer caso, disminuyendo el ritmo cardiaco, mientras que en el segundo y tercer caso el simpático estaría provocando la aceleración.

Solución:

El sistema nervioso autónomo o vegetativo está relacionado a las siguientes acciones: contracción de los vasos sanguíneos cutáneos, dilatación de la pupila, aceleración del ritmo cardiaco, elevación de la presión arterial, entre otros procesos; por su parte, el sistema nervioso parasimpático tiene que ver con acciones como: promover la constricción de las pupilas, retardar el ritmo cardiaco, disminuir la presión arterial, etc. Según lo presentado, se puede notar claramente donde intervendría el sistema nervioso simpático y el parasimpático.

Rpta.: D

12. Las meninges son cubiertas de tejido conectivo que rodean y aíslan al encéfalo y médula espinal de los huesos del cráneo y las vértebras. Con respecto a lo comentado la secuencia correcta de las capas que constituyen las meninges, desde el exterior hacia el interior serían:

- A) periostio, aracnoides y piamadre.
 B) duramadre, aracnoides y piamadre.
 C) aracnoides, espacio subaracnoideo y piamadre.
 D) piamadre, aracnoides y duramadre.

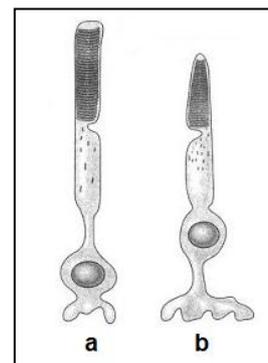
Solución:

Desde el exterior hacia el interior tendríamos las siguientes capas: Piel, periostio, hueso del cráneo, duramadre, aracnoides y piamadre. Estas tres últimas constituyen a las meninges. Cabe resaltar que entre la aracnoides y la piamadre se encuentra un espacio denominado espacio subaracnoideo por donde circula el líquido cefalorraquídeo.

Rpta.: B

13. Observe la siguiente imagen y marque la alternativa correcta según corresponda.

- A) "a" y "b" son células especializadas que se encuentran en la retina y reciben el nombre de conos, además que se caracterizan por presentar pigmentos como la eritropsina.
 B) "b" es una célula especializada en la captación de la luz y se caracteriza por presentar pigmentos como la rodopsina, cianopsina, eritropsina y cloropsina.
 C) "a" representa a un bastón, que corresponde a una célula especializada que participa en la captación de luz y se caracteriza por presentar al pigmento rodopsina.
 D) "b" representa a una célula que se ubica en la coroides y se encarga de transformar la energía luminosa en energía eléctrica.

**Solución:**

"a" y "b" representan células especializadas que reciben el nombre de bastón y cono respectivamente. Los bastones son importantes y adecuados para la visión nocturna, mientras que los conos permiten la visión de los colores. Además, los bastones se caracterizan por presentar al pigmento denominado rodopsina.

Rpta.: C

14. Los siguientes procesos están implicados en la audición:

- a. vibración del tímpano,
- b. estimulación del órgano de Corti,
- c. movimiento del martillo, yunque y estribo,
- d. interpretación de los impulsos nerviosos.

Sin tener en cuenta el orden de los procesos, ¿cuáles serían los procesos faltantes para poder entender mejor la fisiología auditiva?

- A) Conducción del sonido por el conducto auditivo interno, estimulación del nervio cocleovestibular.
- B) Estimulación de la membrana basilar, estimulación de la cóclea, conducción del sonido por el conducto auditivo externo.
- C) Vibración de la cóclea, estimulación de los canales semicirculares, estimulación de la trompa de Eustaquio.
- D) Estimulación del pabellón auricular, conducción del sonido por el conducto auditivo, estimulación del par craneal X.

Solución:

La secuencia de procesos implicados en la audición puede resumirse como sigue: El sonido se canaliza en el conducto auditivo externo. El tímpano vibra con el sonido. Las vibraciones del sonido se desplazan por la cadena de huesecillos hasta la cóclea. Las vibraciones del sonido hacen que el fluido se mueva. Las vibraciones son transmitidas por el líquido hacia la membrana basilar. Las células ciliadas en el órgano de Corti son estimuladas, chocando con la membrana tectorial, las células ciliadas son estimuladas y descargan impulsos nerviosos que son conducidos hacia el cerebro.

Rpta.: B

15. Carlos le pregunta a Teresa, ¿por qué cuando la nariz está congestionada por el moco, no puede saborear los diversos sabores de las comidas?, a lo que Teresa le responde: lo que ocurre es lo siguiente, al tener la nariz congestionada, las moléculas de los sabores dulce, salado, amargo y agrio no pueden estimular las células receptoras olfativas, por lo cual, al no ser estimuladas, no conducen los impulsos nerviosos a las células mitrales y por esa razón no se percibe los sabores como tales. ¿Cuál sería la explicación correcta?

- A) Solo las papilas envían la información al cerebro, mientras que las moléculas olorosas, no son detectadas por la presencia del moco. Así, la información llevada por los nervios del gusto, resulta incompleta para el cerebro
- B) Las células receptoras olfativas se encargan de la detección y transducción de las diversas sustancias olorosas, posteriormente dichas células se encargan de conducir la información nerviosa hacia las pailas gustativas.
- C) Los sabores y los olores no se pueden percibir debido a que no son interpretadas por las células olfatorias, las cuales se encargan de la detección de sabores como el agrio, dulce y salado.
- D) La respuesta de Teresa es muy correcta, ya que los sabores son detectados por el epitelio olfatorio, luego de lo cual la señal es transmitida hacia el cerebro para pueda darse la interpretación de lo percibido.

Solución:

Al no detectarse los olores de los alimentos, el cerebro no recepciona el estímulo completo para asociar los sabores. Este estímulo conocido como “flavor”, resulta de la combinación de olores y sabores y eso estimula al cerebro para el reconocimiento característico de los alimentos.

Rpta.: A

