



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA
CENTRO PREUNIVERSITARIO

Semana N.º 9

Habilidad Verbal

SECCIÓN A

COMPRENSIÓN LECTORA: LECTURA INFERENCIAL



**(VIDEOS)
TEORÍA Y
EJERCICIOS**

La inferencia es un proceso cognitivo mediante el cual la mente humana llega a ciertas conclusiones sobre la base de determinadas informaciones. Si el *input* es un conjunto de datos, el *output* puede ser una información de calidad en la medida en que el proceso sea conducido por un dispositivo inferencial potente y confiable. Las inferencias realizadas durante la comprensión lectora satisfacen dos funciones generales:

1. Permiten establecer conexiones entre el nuevo material que exhibe el texto y el conocimiento ya existente en la memoria. Gracias a esta operación inferencial, el nuevo material se torna inteligible, se construye una cierta organización que le da sentido al texto y, en consecuencia, el lector puede apropiarse de la nueva información presentada. Por ejemplo, si se lee que Chomsky escribió una dura reseña contra el libro de B. F. Skinner *Verbal Behavior* (1957), se puede inferir que Chomsky es un agudo detractor del conductismo psicológico.

2. Permiten cubrir las lagunas en la estructura superficial global del texto. Por ejemplo, si se lee que Helena está en un café y nerviosamente mira su reloj, cabe inferir que está esperando a alguien con quien tendrá una entrevista importante.

Las inferencias se emplean en la comprensión de todo tipo de texto, puesto que los recursos elípticos son imprescindibles para garantizar la economía del lenguaje. Evidentemente, una buena lectura se caracteriza por llevar a cabo inferencias adecuadas y, en consecuencia, se trata de obtener una conclusión sobre la base de un proceso de razonamiento válido que se adecúe a las normas rigurosas de un pensamiento fuerte.

EJERCICIOS DE INFERENCIAS EN COMPRENSIÓN LECTORA

TEXTO A

El problema de las bolsas de plástico es la lucha más significativa que se lleva a cabo contra la plastificación de nuestro planeta, y no es de gratis: cada año se consumen en el mundo 500 000 millones de bolsas de plástico, y un porcentaje altísimo de ellas acaban contaminando los mares y los océanos del mundo entero, provocando la muerte por asfixia de especies marinas (las tortugas marinas ingieren las bolsas al confundirlas con medusas, por dar solo un ejemplo). Y no solo afecta a las especies marinas, porque en la capital de Mauritania, el 70% del ganado que se muere lo hace a consecuencia de la ingesta de bolsas de plástico. Asimismo, cabe mencionar además que incluso en el proceso de su fabricación, el plástico resulta muy contaminante por su gran necesidad de consumo energético y por el uso de numerosas sustancias químicas tóxicas empleadas.

S/A. (26/10/2014). «¿Por qué prohibir las bolsas de plástico?». En blog Sin plástico. Recuperado de <<http://blog.sinplastico.com/por-que-prohibir-las-bolsas-de-plastico/>>. (Texto editado)

1. De las muertes de especies provocadas por la ingesta de plástico, podemos inferir que
- A) es la lucha más significativa que se lleva a cabo en nuestro planeta.
 - B) es evidente la carencia de medidas eficientes de reciclaje de plástico.
 - C) estas fueron causadas por las sustancias químicas tóxicas usadas.
 - D) han causado reveses económicos en los ganaderos de toda Europa.

Solución:

El texto nos dice que la ingesta de plástico por las especies marinas y el ganado ha provocado la muerte de ellas, ahora bien, para que sean digeridos por estos animales, es porque no hay medidas eficientes de reciclaje de plástico que eviten que vayan a parar a los océanos y a los lugares cercanos donde se crían animales.

Rpta.: B

TEXTO B

La verdad se puede hallar gracias al diálogo que debe existir entre el docente y su discente, hecho que supone que el aprendizaje es, más que un resultado, un proceso dinámico. Esto es, concebir el aprendizaje como proceso basado en el diálogo de estos dos actores implica dos cuestiones fundamentales que involucran a ambos por igual: un sentido alto de humildad por parte del profesor y una perspectiva distinta a la convencional por parte de su estudiante, lo que supone a su vez una actitud tolerante y respetuosa del primero, y el compromiso de asumir un rol activo que contribuya en la construcción del conocimiento por parte del segundo. En ese sentido, apostar por el diálogo en el proceso educativo entre el docente y su estudiante, favorece a ambos por igual, en tanto hace posible que la relación entre ellos sea horizontal, permitiendo que el estudiante goce de libertades como el hecho de que pueda sorprenderse y pueda expresar con espontaneidad su curiosidad, la misma que debe ser percibida y aceptada por el docente. Así, se sientan las bases de una educación democrática basada en una actitud de respeto y tolerancia a la libertad de preguntar de sus estudiantes, caso contrario, estaría cayendo en la «castración de la curiosidad», o sea, en la falta del principio democrático del proceso de aprendizaje, advertido cuando el profesor proyecta autoritarismo dentro del aula cada vez que vuelve a su estudiante un oyente pasivo en un contexto donde el diálogo está ausente.

FREIRE, P. (2013). *Por una pedagogía de la pregunta. Crítica a una educación basada en respuestas a preguntas inexistentes*. Buenos Aires, Siglo XXI. (Texto editado)

2. De acuerdo con la línea medular del texto, se desprende que la perspectiva convencional de la que debe alejarse el estudiante
- A) permite sentar las bases de una educación democrática.
 - B) conduce a hallar la verdad, pero de una forma más ardua.
 - C) pese a ser infructuosa, siempre será vigente en la educación.
 - D) refiere una actitud receptora por parte de los estudiantes.

Solución:

El aprendizaje es un proceso basado en el diálogo entre el docente y los estudiantes, lo que implica tolerancia por parte del primero y una actitud participativa por parte del segundo, lo que es distinta a la perspectiva convencional.

Rpta.: D

TEXTO C

De cara al bicentenario de la independencia del Perú, es capital comprender cómo se gestó la semilla de independencia en nuestro país. Al respecto Scarlett O'Phelan sostiene que el sur andino tuvo una nítida trayectoria de protesta social, en tanto la élite peruana elaboró tempranamente (1730) un programa de indiscutible carácter anticolonial, siendo escenario en 1780 de un movimiento de masas sin precedentes e instalando en 1809 la primera junta de gobierno autónomo de Hispanoamérica. Es decir, la historiadora evidencia una continuidad entre una rebelión y otra, lo que demuestra un programa anticolonial que permite explicar por qué la rebelión de 1814, liderada por Pumacahua, recibió el apoyo incondicional del Alto Perú.

Por su parte, Heraclio Bonilla sostiene que en el Perú los movimientos libertadores lograron la ruptura política de los lazos con la metrópoli, pero este desprendimiento externo no estuvo acompañado por una transformación de las estructuras internas de la sociedad forjadas durante el periodo colonial, esto es, el carácter colonial de la economía y de la sociedad peruana se mantuvo hasta más allá del ocaso siglo XIX, sirviendo de base a una dominación de nuevo tipo, ejercida esta vez por Inglaterra, la potencia hegemónica de aquel momento. En ese sentido, el historiador sostiene que la élite peruana no luchó por la independencia, solo se acomodaron a ella, que fue traída por militares externos convencidos de la imperiosa necesidad de derrotar al ejército realistas en el Perú a fin de asegurar la independencia de sus países.

3. Respecto a los argumentos expuestos por los historiadores O'Phelan y Bonilla sobre el proceso independentista en América Latina y el Perú, podemos deducir que
- A) O'Phelan sobredimensiona la rebelión de Túpac Amaru II, cuando esta solo buscó acabar con los corregimientos, como lo hace entrever Bonilla, al señalar una continuidad en la forma de dominación colonial.
 - B) son antagónicas en tanto la historiadora concibe la independencia como un proceso gestado por la propia élite peruana; mientras que Bonilla, como un proceso el cual le fue otorgado a la élite nacional.
 - C) se complementan ya que ambos señalan que la Independencia en el Perú fue un proceso que se inició en el siglo XVIII, pero sus consecuencias inmediatas se dejaron ver en la política y sociedad decimonónica.
 - D) discrepan en sus sentencias debido a que las fuentes que han consultado durante sus investigaciones no solo no han sido las mismas, sino que incluso fueron producidas por la élite y los españoles.

Solución:

En el texto mixto se percibe una disidencia en la concepción del proceso independentista peruano de O'Phelan y Bonilla, en tanto la primera la entiende como un proceso concebido por la propia élite peruana; y el segundo como algo otorgado a ella.

Rpta.: B**TEXTO D**

La búsqueda del secreto químico de la hoja de coca ha fascinado a los investigadores durante años. ¿Qué sustancia secreta es la que provee tanta chispa y energía al hombre? Cuando el Dr. Albert Niemann en 1850 descubrió un alcaloide que nombró cocaína, la ciencia le atribuyó todas las propiedades ocultas de la coca y el campo científico concentró exclusivamente su atención en sus investigaciones en este

alcaloide, al punto de cegar al hombre y llevarlo a ignorar los trece alcaloides restantes y el juego de sustancias en el que todos están actuando dinámicamente. La hoja de coca tiene una gran cantidad de sustancias químicas que actúan en conjunto, por lo tanto, un análisis aislado de cada alcaloide no es semejante al efecto de consumirlo en conjunto.



BARRIO, S. (s/a). «Propiedades medicinales de la hoja de coca». Recuperado de http://www.mamacoca.org/docs_de_base/Consumo/AnatomiadelaHojadeCoca.pdf. (Texto editado) EL COMERCIO (2017). Infografía «Hoja de coca: los 14 compuestos de la planta milenaria». Recuperado de <https://elcomercio.pe/tecnologia/ciencias/hoja-coca-noticia-472323>.

4. Sobre la exclusiva atención que atrajo la cocaína en los científicos, podemos deducir que
- los hallazgos obtenidos, al presentar sesgos, adolecían de imperfecciones.
 - tiene su justificación por la adicción que provoca en quienes la consumen.
 - se explica porque era el propósito de la investigación iniciada por Niemann.
 - en un primer momento los otros trece alcaloides de la coca eran ignorados.

Solución:

El texto nos dice que la cocaína gozó de la atención exclusiva del campo científico, provocando «ignorar los trece alcaloides restantes y el juego de sustancias en el que todos están actuando dinámicamente»; en ese sentido, podemos deducir que el conocimiento que se obtuvo era sesgado y, en ese sentido, imperfecto.

Rpta.: A

5. Del desarrollo textual y la infografía, podemos colegir que la hoja de coca podría ser utilizada para ayudar a la descomposición de proteínas luego de que estas han sido ingeridas
- porque posea el alcaloide papaína.
 - porque logra ralentizar la digestión.
 - por sus propiedades analgésicas.
 - porque optimiza la función del hígado.

Solución:

El texto nos dice que la hoja de coca tiene 14 alcaloides que interactúan dinámicamente, la infografía nos muestra los 14 alcaloides refiriendo las propiedades y uso de cada uno; uno de ellos es la papaína, que acelera la digestión.

Rpta.: A

TEXTO E

Si hay un problema sobre el que es difícil hablar en el Perú de hoy, este es el racismo. Traerlo a colación es visto como una manifestación de mal gusto porque transgrede las normas sociales de convivencia que todos debiéramos respetar. En el Perú de los noventa, el racismo era un tema tabú, incluso, a pesar de múltiples evidencias que demostraban que su vigencia era cotidiana, su existencia se discutía, y si se aceptaba que existía, era **de lejitos**, porque se trata de un tema que toca fibras muy sensibles y cuando lo tocamos, solemos movernos entre el temor de herir o ser heridos, de modo tal que tanto los pedestres, como los intelectuales, ofrecen resistencias al momento de tratar el tema. Hablar de racismo, entonces, moviliza sentimientos negativos, que van desde las actitudes evasivas hasta la agresión abierta.



MANRIQUE, N. (2003). *La piel y la pluma. Escritos sobre literatura, etnicidad y racismo*. Lima: Sur Casa de Estudios del Socialismo y Centro de Informe y Desarrollo Integral de Autogestión – CIDIAG. (Texto editado)
Imagen extraída de <http://toda-mafalda.blogspot.pe/2010/11/tiras-de-susanita.html>.

6. Podemos inferir del texto que la expresión DE LEJITOS connota

- A) pánico. B) ignorancia. C) incomodidad. D) dificultad.

Solución:

En el texto dicha expresión transmite la idea de que hablar de racismo implica disimularlo ya que expresa actitudes censurables, o sea, expresa incomodidad.

Rpta.: C

7. Del desarrollo textual sobre el racismo y la viñeta de Mafalda, podemos colegir que

- A) los juegos infantiles están exentos de prácticas discriminatorias.
B) los padres inducen a sus hijos a ser displicentes con sus amigos.
C) Mafalda tras escuchar el comentario de Susanita, se quedó absorta.
D) la amiga de Mafalda intenta encubrir su actitud irracional y lacerante.

Solución:

El texto nos dice que, dado que reconocerse como racista es incómodo, se busca disimularlo, ya que se lastima a otras personas o porque podemos salir lastimados. La caricatura nos muestra que Susanita, luego de su comentario sobre el muñeco, busca no quedar como racista ante Mafalda; en ese sentido, podemos deducir que la niña intenta disimular su actitud irracional e hiriente.

Rpta.: D**COMPRENSIÓN DE LECTURA****TEXTO 1**

Si analizamos los principios del pensamiento sobre los que se funda la magia en todo el mundo, sin duda encontraremos que se resuelven en dos: primero, que lo semejante produce lo semejante, o que los efectos semejan a sus causas, y segundo, que las cosas que una vez estuvieron en contacto se actúan recíprocamente a distancia, aun después de haber sido cortado todo contacto físico. El primer principio puede llamarse ley de semejanza y el segundo ley de contacto o contagio. Del primero de estos principios, el mago deduce que puede producir el efecto que desee sin más que imitarlo. Así, los encantamientos fundados en la ley de semejanza pueden denominarse de magia imitativa u homeopática (creemos que el término de homeopática es preferible a los términos alternativos de imitativa o mimética, puesto que éstos sugieren un agente consciente que imita, cuando en este principio no es así).

Quizá la aplicación más familiar del postulado «lo semejante produce lo semejante» es el intento hecho por muchas gentes en todas las épocas para dañar o destruir a un enemigo, dañando o destruyendo una imagen suya, por creer que lo que padezca esta imagen será sufrido por el enemigo y que cuando se destruya su imagen él perecerá. Por ejemplo, se nos cuenta que los indios norteamericanos creen que, dibujando la figura de una persona en la arena, arcilla o cenizas, y también considerando cualquier objeto como si fuera su cuerpo, y después clavándolo con una estaca aguzada o haciéndole cualquier otro daño, infligirán una lesión correspondiente a la persona representada. Los indios del Perú, de igual forma, moldean figuritas de sebo mezclado con grano, dándoles el mejor parecido posible con las personas que odian o temen, y después queman las efigies en el sendero por donde las supuestas víctimas habrán de pasar, dando a esta operación el nombre de quemar su alma.

Si bien es cierto que la magia homeopática o imitativa se ha practicado a menudo con el rencoroso propósito de arrojar fuera de este mundo a las gentes aborrecidas, no obstante, aunque más raramente, esta también ha sido empleada con la buena intención de ayudar a entrar en él a otras. Es decir, se ha usado para facilitar el nacimiento y conseguir la **gravidez** de las mujeres estériles. Así, por ejemplo, en el archipiélago Babar, cuando una mujer desea tener una criatura, ruega a un hombre que sea padre de numerosos hijos que rece por ella a Upulero, el espíritu del sol, en un rito colmado de simbolismo: hacen un muñeco de algodón rojo que la mujer sostiene en sus brazos como si estuviera amamantándolo, después, el padre prolífico coge una gallina por las patas y acercándola a la cabeza de la mujer dice: «Toma esta ave, ¡oh Upulero!, y consiente que descienda una criatura, te lo ruego y suplico. Permite que venga una criatura y la recoja en mis manos y en mi regazo». Dicho esto, pregunta a la mujer: «¿Ha llegado ya la criatura?» Y ella responde: «Sí, y ya está mamando.» Entonces, sostiene el ave sobre la cabeza del marido y musita algunas palabras. Finalmente, matan al ave y, junto con un poco de betel, la colocan en el lugar de la casa destinado a los sacrificios domésticos.

Terminada la ceremonia, corre por la aldea la noticia de que la mujer ha dado a luz y las amistades vienen a la casa para felicitarla. Aquí la simulación del nacimiento de un niño es simplemente un rito mágico, designado para asegurar por medio de la imitación o pantomima que realmente nacerá una criatura, y se intenta ayudar a la eficacia del rito mediante la oración y el sacrificio, es decir, la magia está mezclada y reforzada en este caso con religión.

FRAZER, J. (1981). *La rama dorada. Magia y religión*. Buenos Aires: FCE (Texto editado).

1. Luego de hacer una lectura global del texto, podemos inferir que el mismo trata sobre
- A) el sincretismo entre la magia y la religión en los ritos
 - B) los diferentes tipos de magias existentes en el orbe
 - C) las diferencias entre los dos principios de la magia
 - D) el principio homeopático de la magia en las culturas

Solución:

El texto en su extensión trata sobre el principio homeopático de la magia, el cual se basa en la imitación y es practicado por diferentes culturas, ya sea para hacer el bien, como provocar embarazos, o para causar el mal, provocando daño o muerte.

Rpta.: D

2. En el texto, el término GRAVIDEZ implica
- A) desarrollo.
 - B) dificultad.
 - C) fertilidad.
 - D) embrión.

Solución:

En el texto, con dicha palabra se busca transmitir la idea de que la mujer pueda quedar embarazada, es decir, sea capaz de procrear, razón por la cual implica fertilidad.

Rpta.: C

3. Del argumento expuesto por el autor para justificar el nombre de homeopática al primer principio, podemos deducir que
- A) carece de asidero en tanto ha establecido, equivocadamente, una relación de sinonimia con lo mimético.
 - B) permite discernir de manera clara las diferencias existentes entre el primer y segundo principio de la magia.
 - C) expresa su preferencia sobre los términos imitativa o mimética, porque estos sugieren un agente consciente.
 - D) es atinado, ya que, de haber preferido los otros nombres, se hubiese restringido el campo de esta clase de magia.

Solución:

El texto señala que el autor opta por el término homeopático sobre mimético o imitativo porque estos términos se ciñen a un agente consciente de realizar una imitación, cuando no ocurre así en el primer principio; en ese sentido, lo hace para evitar la restricción del campo de esa clase de magia.

Rpta.: D

4. De acuerdo con el rito del archipiélago Baber referido en el texto, cuyo propósito es la concepción de una mujer que anhela ser madre, es compatible afirmar que
- A) tiene un origen pagano porque se invoca a falsos dioses.
 - B) revela un sincretismo espiritual entre la magia y la religión.
 - C) por su noble objetivo, soslaya el sacrificio de seres vivos.
 - D) propicia el matrimonio entre los participantes en el ritual.

Solución:

El rito del archipiélago de Baber referido en el texto es practicado para que una mujer estéril pueda embarazarse, y se da en un contexto en el que se combina el aspecto mágico con el religioso (se levanta una oración a un dios), en ese sentido, es correcto afirmar que existe una conjunción entre estas dos prácticas espirituales.

Rpta.: B

5. Si al mago le resultase imposible lograr provocar un efecto por medio de la imitación, es posible que
- A) la magia perdería credibilidad en todas las culturas del mundo.
 - B) las religiones animistas no se conjugan con la homeopática.
 - C) la denominación de magia homeopática carecería de asidero.
 - D) sería erróneo concebir la idea de la unidad de todas las cosas.

Solución:

El texto nos dice que del primer principio (ley de semejanza), el mago infiere que es capaz de producir el efecto que desee solo imitando, lo que da pie a denominar a este tipo de magia como homeopática; en ese sentido, de no darse esa posibilidad entonces, es posible que no sería acertado llamar así a ese tipo de magia.

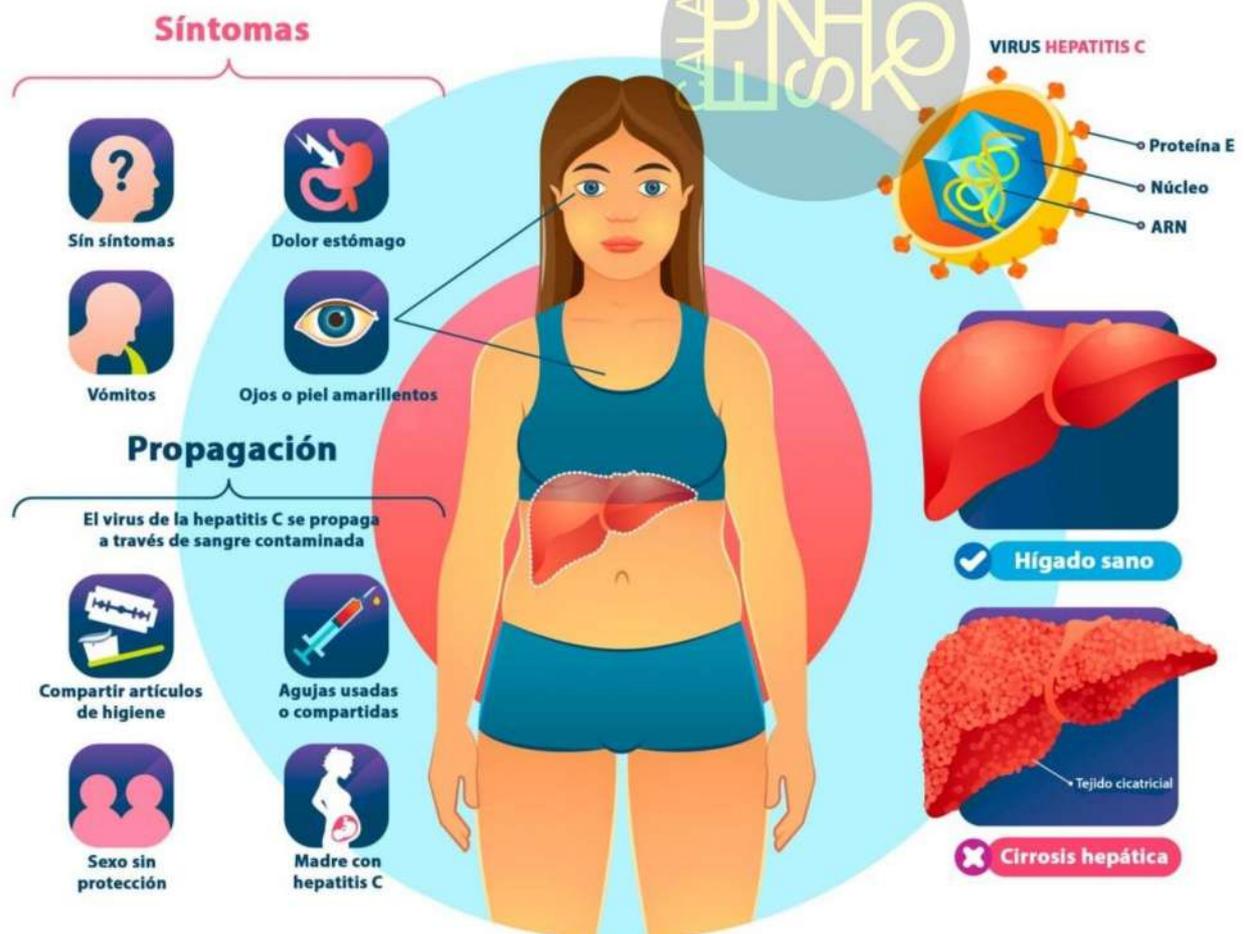
Rpta.: C

TEXTO 2

Hepatitis C

La hepatitis es la inflamación del hígado. Inflamación es la hinchazón de órganos que ocurren cuando los órganos se lesionan o infectan. La inflamación puede dañar los órganos.

La hepatitis C, es causada por el virus de la hepatitis C (VHC). La hepatitis C puede variar desde una enfermedad leve que dura unas pocas semanas hasta una grave de por vida.



Infografía recuperada de <<https://www.noticiasensalud.com/infografias/galeria/image/hepatitisc-nes>>.

1. Se puede inferir que el tema central de la infografía es

- A) la hepatitis y su afección en mujeres.
- B) aspectos generales de la hepatitis C.
- C) los tres tipos de hepatitis existentes.
- D) la hepatitis y sus estragos en el hígado.

Solución:

En la infografía se evidencia la causa, los síntomas, la propagación de la hepatitis C, además de lo que provoca en el hígado humano; en ese sentido, brinda información variada sobre esta enfermedad.

Rpta.: B

2. Si una persona sufre de hepatitis por un largo tiempo, se infiere que

- A) tiene una enfermedad oscilante. B) fue tratada con suma negligencia.
C) se contagió en un medio inhóspito. D) sufre de un padecimiento muy grave.

Solución:

Con dicho término se busca transmitir la idea de que la hepatitis C puede ir de algo simple de curarse hasta algo más difícil de poder hacerlo por la gravedad.

Rpta.: D

3. Con respecto a la causa de la hepatitis C es incompatible afirmar que esta es una enfermedad que puede curarse con antibióticos porque

- A) el agente patógeno que la crea no es una bacteria.
B) esos medicamentos dañarían del hígado del paciente.
C) podría provocar abortos en las pacientes gestantes.
D) ralentizaría el proceso de variación de la enfermedad.

Solución:

La infografía señala que lo que crea la hepatitis C es el virus de la hepatitis C (VHC) y no una bacteria, es por ello que decir que puede curarse ingiriendo antibióticos, es expresar una incompatibilidad.

Rpta.: A

4. Respecto de los síntomas de la hepatitis C ilustrados en la infografía, podemos colegir que

- A) durante el desarrollo de la enfermedad, el paciente no es aquejado por dolores.
B) una persona que padece esta enfermedad podría ser identificada a simple vista.
C) afecta seriamente el desarrollo cognitivo del feto en las pacientes embarazadas.
D) estos varían de una forma simple a otra compleja por las mutaciones del virus.

Solución:

Respecto a los síntomas ilustrados en la infografía podemos ver que los pacientes presentan un color amarillento o en los ojos o en la piel, lo que puede percibirse a simple vista por cualquier persona; en ese sentido, podrían ser identificados.

Rpta.: B

5. Si la transferencia de sangre contaminada no fuese un medio de propagación de la hepatitis C,

- A) esta enfermedad tendría un mayor número de pacientes asintomáticos.
B) las relaciones sexuales casuales resultarían seguras para las parejas.
C) las embarazadas estarían seguras de que sus bebés nacerán sanos.
D) los fetos podrían verse exentos de ser contagiados por sus madres.

Solución:

La infografía señala que la causa de propagación es la transferencia de sangre contaminada, lo que incluye la relación entre la madre gestante y su feto; en ese sentido, de no darse este caso, es posible que las madres no contagien a sus fetos.

Rpta.: D

SECCIÓN B**TEXTO 1**

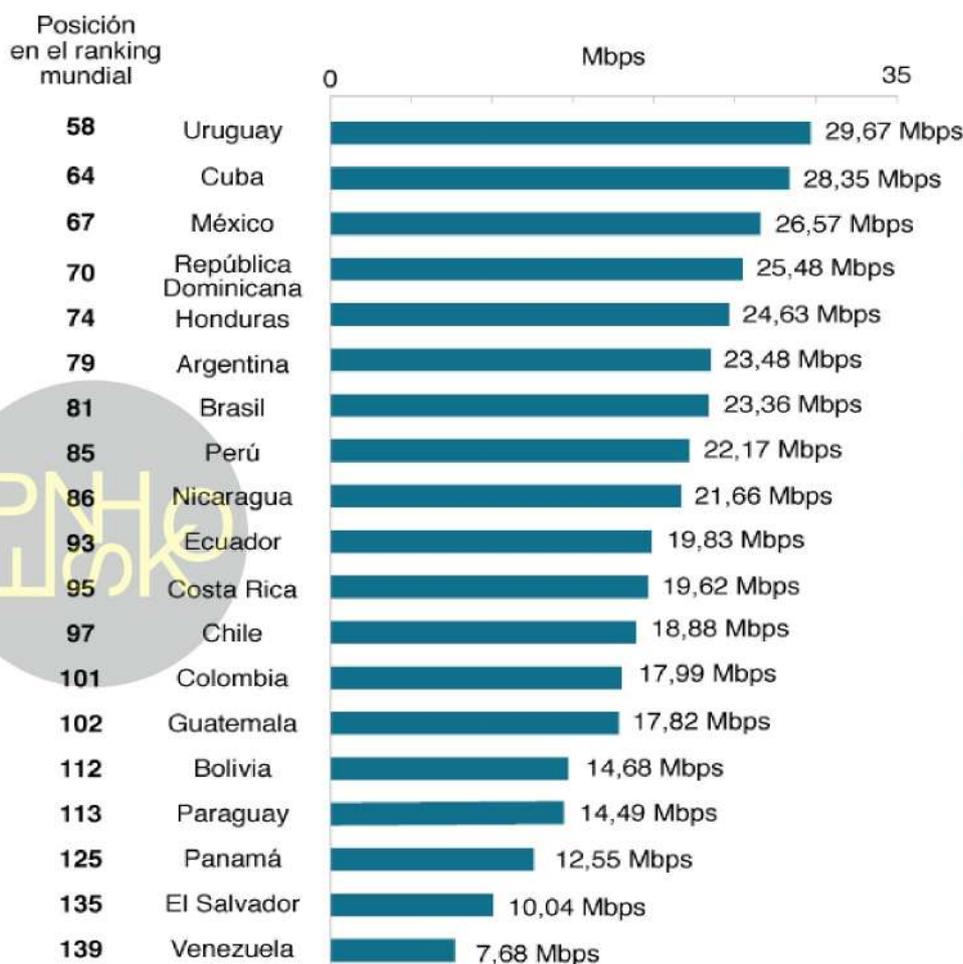
Ahora que, debido a la pandemia por la Covid-19, tanto algunos trabajos, como los estudios y otras actividades, se llevan a cabo por internet, te has preguntado ¿qué posición del ranking mundial de velocidad de conexión ocupa tu país?

Déjame decirte que de 141 países analizados por Speedtest (la web que mide la velocidad de las conexiones) son tres los países situados **bien al fondo** de la lista: Venezuela, Argelia y Afganistán, siendo el país sudamericano el que se encuentra por encima de los otros dos, lo que ciertamente no es digno de aplausos ya que, según Speedtest, la mayoría de los países latinoamericanos se encuentran en el cuadrante de «rezagados», tanto en lo que se refiere al servicio de internet fijo, como al servicio disponible por celular; lo que refleja la lamentable situación que aqueja a los país de la región, con excepción de Uruguay, que no obstante, se encuentran lejos de Corea del Sur, el país ubicado en el primer lugar de la nómina con una velocidad de descarga en su banda móvil de 112 Mbps y casi 18 Mbps de subida, seguido de Qatar y Noruega, con velocidades de bajada de 75 Mbps y 69 Mbps en banda móvil respectivamente.

Cabe mencionar que, en el último año, la velocidad media mundial de descarga en dispositivos móviles aumentó un 21,4% hasta algo más de 27 megabits por segundo (Mbps, la unidad con la que se mide la velocidad de internet) en julio de 2019 y un 37,4% hasta los 63 Mbps en conexiones fijas. Asimismo, también es importante señalar que el estudio analiza la velocidad y no otros componentes claves de la calidad de internet, como los cortes, el precio o lo que se conoce como «latencia», es decir, la capacidad de respuesta de la red a una petición nuestra. Tampoco se incluye la capacidad de acceso de los ciudadanos o el número de servicios digitales.

Índice global de velocidad de internet

Países de América Latina



Fuente: Speedtest

BBC

BBC NEWS MUNDO. (29/11/2019). «Los países de América Latina con la velocidad de internet más rápida (y la más lenta)». Recuperado de <<https://www.bbc.com/mundo/noticias-50604735>>. (Texto editado)

1. El texto mixto se refiere centralmente

- A) a los países con mayor velocidad de descarga y subida de internet en bandas móviles.
- B) a la ubicación de países latinoamericanos en el ranking mundial de velocidad de internet.
- C) a Corea del Sur como la nación con la mayor velocidad de internet en todo el mundo.
- D) al ranking latinoamericano de Speedtest sobre conectividad a internet en bandas móviles.

Solución:

El texto en su conjunto trata sobre la ubicación de los países latinoamericanos en el ranking mundial de velocidad de internet.

Rpta.: B

2. En el texto, la expresión BIEN AL FONDO implica
- A) vanguardia. B) conectividad. C) deficiencia. D) saturación.

Solución:

Con dicha expresión se busca transmitir la idea de que la ubicación de los países de América Latina en el ranking mundial de velocidad de internet es en los últimos lugares porque tiene una velocidad lenta que podría deberse a deficiencias del servicio.

Rpta.: C

3. A partir del gráfico de barras sobre la ubicación de los países latinoamericanos en el ranking mundial de velocidad de internet, se desprende que
- A) la velocidad de internet de Uruguay supera al doble de la velocidad de Bolivia.
B) la velocidad de Venezuela se explica por el gobierno dictatorial de N. Maduro.
C) Perú está ubicado en el puesto 85 del ranking mundial de velocidad de internet.
D) Sudamérica tiene 5 países entre los primeros 100 a nivel mundial en velocidad.

Solución:

Observando los datos del gráfico de barras podemos darnos cuenta que la velocidad de internet de Uruguay es de 29,67 Mbps y la de Bolivia es de 14,68 Mbps, que, si multiplicamos por 2, alcanzaría una velocidad de 29,36 Mbps, inferior a la de Uruguay.

Rpta.: A

4. Respecto del estudio realizado por Speedtest que concluye en el ranking mundial de velocidad de internet, es incompatible afirmar que es un estudio completo porque
- A) muestra la velocidad de internet de todos los países en un ranking detallado.
B) elude componentes como el precio del internet y la accesibilidad al servicio.
C) solo compara las velocidades de internet de los países de América Latina.
D) se enfoca en los primeros y últimos puestos, desestimando al resto de países.

Solución:

El texto nos dice que el estudio «analiza la velocidad y no otros componentes claves como el precio ni tampoco incluye la capacidad de acceso de los ciudadanos», en ese sentido, decir que es un estudio completo es afirmar una incompatibilidad.

Rpta.: B

5. Si la velocidad de internet en nuestra América se triplicara,
- A) todo se convertiría en trabajo de índole remota.
B) la velocidad media mundial se incrementaría.
C) Noruega perdería su privilegiada ubicación.
D) el Perú estaría a la vanguardia de velocidad.

Solución:

Al incrementarse la velocidad en nuestra América, el promedio del mundo mejoraría por un efecto de rebote.

Rpta.: D

TEXTO 2

El ictus es una enfermedad cerebrovascular que afecta a los vasos sanguíneos que suministran sangre al cerebro. También se le conoce como accidente cerebrovascular (ACV), embolia o trombosis. Los dos últimos términos, no obstante, se refieren más bien a distintas causas del ictus. Un ictus ocurre cuando un vaso sanguíneo que lleva sangre al cerebro se rompe o es **taponado** por un coágulo u otra partícula. Debido a esta ruptura o bloqueo, parte del cerebro no consigue el flujo de sangre, oxígeno y glucosa, que necesita. La consecuencia es que las células nerviosas del área del cerebro afectada no reciben oxígeno, por lo que no pueden funcionar y mueren transcurridos unos minutos.

Los tipos de ictus que existen son dos: el ictus isquémico y el ictus hemorrágico. En el ictus isquémico los vasos están obstruidos dentro. Los coágulos causantes del problema se denominan trombos cerebrales o embolismo cerebral, y es causado por una obstrucción del vaso sanguíneo. Este problema se suele producir por el desarrollo de depósitos de grasa en los muros del vaso, lo que se denomina aterosclerosis, que pueden ser a su vez de dos tipos: trombosis (un coágulo que se desarrolla en el mismo vaso sanguíneo cerebral) y embolismo (el coágulo se desarrolla en otra parte del cuerpo, generalmente en las grandes arterias de la parte superior del pecho y el cuello o el corazón). En el ictus hemorrágico, el vaso se rompe, provocando que la sangre irrumpa en el cerebro comprimiendo el tejido cerebral. Existen dos subtipos de este tipo de ictus: la hemorragia intercerebral y la subaracnoidea. Sucede cuando se rompe un vaso sanguíneo débil. Existen dos tipos de estos vasos débiles que provocan ictus hemorrágicos: los aneurismas y las malformaciones arteriovenosas.

De los dos tipos de ictus, los isquémicos son los más frecuentes, comprendiendo un 80 por ciento del total. En España, por ejemplo, se estiman de 150 a 200 casos anuales por cada 100 000 habitantes.

EL TIEMPO ES CEREBRO EN EL ICTUS

quirónsalud
La salud persona a persona

El ICTUS es la mayor causa de dependencia en adultos, la primera causa de muerte en mujeres y la segunda en hombres.

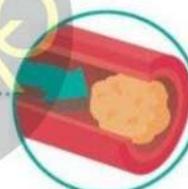
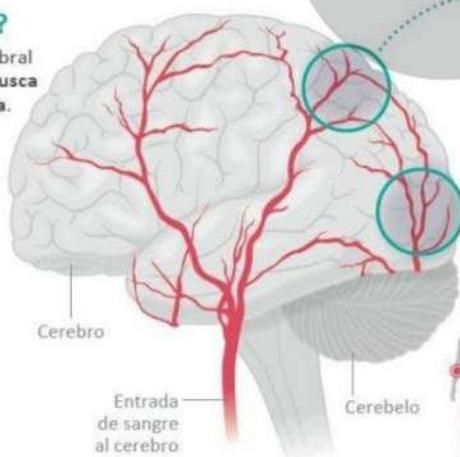
¿QUÉ ES UN ICTUS?

El ICTUS es una lesión cerebral debida a una **alteración brusca de la circulación sanguínea**.

Existen dos tipos:
La hemorragia cerebral y el ICTUS isquémico.

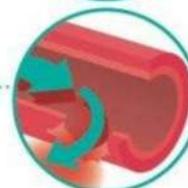


El tiempo de reacción es la clave; el ICTUS es una emergencia médica y el tratamiento precoz disminuye el riesgo de secuelas.



ICTUS isquémico:

Un trombo ocluye las arterias e impide el flujo normal de la sangre.



ICTUS hemorrágico:

Rotura de una arteria que produce un sangrado cerebral.

Síntomas de inicio agudo:

- Pérdida de fuerza o sensibilidad en brazo y/o pierna.
- Dificultad para hablar o para comprender el lenguaje.
- Alteraciones en la visión.
- Problemas de equilibrio e inestabilidad.
- Parálisis facial.

CENTRO MÉDICO HERRERA. (27/10/2017). «Psicotécnicos: Ictus, las señales de alarma que nos pueden salvar la vida». Recuperado de <https://cuidateplus.marca.com/enfermedades/neurologicas/ictus.html>
<https://centromedicoherrera.com/psicotecnicos-ictus-las-senales-de-alarma-que-nos-pueden-salvar-la-vida/>.
(Texto editado)

1. ¿Cuál es el tema central del texto?

- A) El ictus o accidente cerebrovascular B) El tratamiento contra las aneurismas
C) Las causas y síntomas de la trombosis D) Diferencias entre los dos tipos de ictus

Solución:

Tanto el texto como la imagen se refieren al ictus, explicando lo que es y sus tipos.

Rpta.: A

2. Determine la mejor síntesis para el texto.

- A) La diferencia existente entre el ictus isquémico y el hemorrágico se debe a la forma cómo se ha producido la brusca alteración de sangre al cerebro, la misma que puede ser por una obstrucción o una ruptura.
B) Ante un accidente cerebrovascular, el tiempo de reacción es clave para poder salvarle la vida al paciente y evitar las serias lesiones que implica el ictus por muerte cerebral cuando se ha dejado pasar el tiempo.
C) Los tipos de ictus son dos: el ictus isquémico y el hemorrágico, siendo el primero de ellos, el que se presenta con mayor frecuencia entre los españoles, a razón del 80% del total de casos presentados en un año.
D) Un ictus o accidente cerebrovascular es una lesión cerebral que ocurre por la alteración brusca de la circulación sanguínea causada por la ruptura o el bloqueo de un vaso sanguíneo que lleva sangre al cerebro.

Solución:

La idea principal del texto afirma que un ictus es un accidente en el cerebro debido a una variación brusca de la circulación de la sangre.

Rpta.: D

3. El sinónimo contextual del verbo TAPONEAR es

- A) desarmar. B) obstruir. C) afectar. D) guardar.

Solución:

Con dicho término se quiere transmitir la idea de que el flujo sanguíneo no llega hasta el cerebro para irrigarlo, se queda en ese intento y no llega a pasar hacia el cerebro.

Rpta.: B

4. Determine cuál de los siguientes enunciados es incompatible con los datos de la infografía sobre una persona que sufre un ictus.

- A) Presentaría serias dificultades para hablar, además de sufrir parálisis facial.
B) Sin perder tiempo, debería recibir atención inmediata y ser llevado a un hospital.
C) Acarrea más peligro sufrir un ictus hemorrágico que un ictus isquémico.
D) Va a sufrir terribles consecuencias porque el ictus es un mal sin control.

Solución:

La infografía es puntual al respecto: si el paciente es atendido de manera oportuna y pertinente, reduce las terribles consecuencias.

Rpta.: D

5. De acuerdo con la lectura, podemos inferir que la glucosa, en el cerebro,
- A) permite disminuir la presencia de oxígeno en la sangre.
 - B) carece de funciones precisas y es un completo misterio.
 - C) puede reemplazar al oxígeno cuando este hace falta.
 - D) es de vital importancia para su buen funcionamiento.

Solución:

El texto nos dice que cuando hay ruptura o bloqueo de los vasos sanguíneos, parte del cerebro no consigue el flujo de sangre, oxígeno y glucosa, que necesita, lo que conlleva a que las células cerebrales no puedan funcionar y termine muriendo.

Rpta.: D

6. Si una persona tuviera un aneurisma intratable,
- A) muy probablemente sufriría de aterosclerosis.
 - B) podría sufrir un ictus hemorrágico en el futuro.
 - C) experimentaría un infarto al corazón fulminante.
 - D) estaría condenada a una parálisis de por vida.

Solución:

En la medida en que un aneurisma puede generar una hemorragia interior, podría desencadenar un ictus hemorrágico.

Rpta.: B

TEXTO 3 A

La gestación subrogada se trata de una técnica de reproducción asistida que se lleva desarrollando en varios países desde hace más de 30 años, sin que ello haya generado una problemática específica. Por el contrario, es **facilitadora** ya que permite a las parejas que desean tener hijos biológicos y que por múltiples razones no pueden hacerlo por sus propios medios, hacer sus sueños realidad. Es tan igual como donar órganos u óvulos, que terminan siendo proficuos para quienes reciben la donación. Recordemos que al igual que sucedió con la inseminación artificial y la fecundación in vitro (los «bebés probetas»), esta técnica está siendo reconocida cada vez en más países y en nuestro entorno más cercano, Grecia y en Reino Unido por ejemplo, lleva desarrollándose desde 2004 sin mayores problemas ni rechazo por parte de la población, y si queremos limitarnos a nuestra realidad, no ignoremos que según las últimas encuestas, el 87% de la población en nuestro país está a favor de la gestación subrogada, razón por la cual no vemos porque aún no se deciden en legalizarla.

David González, presidente de la Asociación Española de Padres por la Gestación Subrogada.

TEXTO 3 B

La maternidad subrogada consiste en que una pareja contrata a una mujer para que geste durante nueve meses una criatura. Es decir, que se le implante y sobreviva un embrión proveniente de un óvulo fecundado por un espermatozoide cuyos orígenes pueden ser diversos. Ahora, si bien es cierto, hay personas puedan llegar a decidirse a ser padres por

este procedimiento, porque presentan dificultades para quedarse embarazados, también es cierto que puedan decidirse por este medio porque a la mujer no le apetezca pasar nueve meses embarazada o, incluso, porque puede tratarse de parejas homosexuales, lo que es una abominación. Asimismo, esta práctica es un desprecio a la dignidad de la mujer al producirse un mercadeo con ella, razón por la cual se llama a este sistema de reproducción como el de vientres de alquiler. Esto es, el cuerpo de la mujer, al igual que el hijo que nace, se convierten en un objeto que tiene un precio pecuniario, por eso mismo, su legalización no debería ver la luz de ninguna manera.

Mariano Calabuig, presidente del Foro Español de la Familia.

PERAITA, L. (15/02/2017). «Argumentos a favor y en contra del “vientre de alquiler”». En: ABC PADRES E HIJOS. Recuperado de <https://www.abc.es/familia/padres-hijos/abci-argumentos-favor-y-contra-vientre-alquiler-201603210240_noticia.html>. (Texto editado)

1. La polémica entre ambos textos gira en torno a

- A) las consecuencias del embarazo subrogado.
- B) la legalización de los embarazos subrogados.
- C) las implicancias morales de la subrogación.
- D) la legitimidad de los vientres de alquiler.

Solución:

Ambos textos tratan sobre si se debe legalizar o no los embarazos subrogados. El texto A manifiesta que sí, mientras que el texto B rechaza esa propuesta.

Rpta.: B

2. En el texto A, el término FACILITADORA connota

- A) inclusión.
- B) contribución.
- C) dificultad.
- D) transacción.

Solución:

Con dicha palabra se busca transmitir la idea de que el embarazo subrogado les sería beneficioso a las parejas que no pueden tener hijos por sus propios medios.

Rpta.: B

3. Se infiere del texto B sobre los argumentos para rechazar la legalización del embarazo subrogado que

- A) tanto la madre como el bebé son mercantilizados.
- B) ha manipulado las cifras de las últimas encuestas.
- C) señala que es un desprecio a la dignidad de la mujer.
- D) se basan en las interrupciones de dichos embarazos.

Solución:

En el texto B se sostiene que «el cuerpo de la mujer, al igual que el hijo que nace, se convierten en un objeto que tiene un precio pecuniario», esto es, algo que se intercambia por dinero, o sea, una mercancía.

Rpta.: A

4. De acuerdo con el texto A sobre la legalización del embarazo subrogado, es incompatible decir que las condiciones para legalizarlo son adversas y hostiles, ya que
- A) la población se encuentra mayoritariamente a favor del embarazo subrogado.
 - B) contratar un vientre de alquiler supone volver una mercancía a las mujeres.
 - C) aún no hay un reglamento que señale como se tendría que llevar a cabo.
 - D) las parejas que podrían contratar ese servicio podrían ser homosexuales.

Solución:

En el texto A se señala que «el 87% de la población en nuestro país está a favor de la gestación subrogada, razón por la cual no vemos porque aún no se deciden en legalizarla.», en ese sentido, dado que la gran mayoría está a favor, las condiciones son favorables; así que decir que son adversas, es afirmar una incompatibilidad.

Rpta.: A

5. Si se permitiese que las únicas parejas que puedan contratar un embarazo subrogado fuesen heterosexuales y con dificultades para concebir por ellos mismos, es posible que
- A) el 100% de la población estaría de acuerdo.
 - B) las parejas homosexuales adoptarían niños.
 - C) el precio de los contratos se incrementaría.
 - D) Mariano Calabuig seguiría oponiéndose.

Solución:

En el texto B Mariano Calabuig se opone al embarazo subrogado, entre otras razones, porque termina haciendo una mercancía de la mujer y del bebé, así que seguiría creyendo eso y, en consecuencia, oponiéndose al embarazo subrogado.

Rpta.: D**SECCIÓN C****Inferences: reading between the lines**

Authors often do not explain everything to the reader. In stories, for example, the writer may not tell the reader the time or place. Thus, readers often have to guess these stuffs. Readers frequently need to find small clues that lead them to infer things that the author doesn't explicitly state. They need to use information in the text to guess other information about the text. Hence, the words of a text are prompts for understanding.

If you read «The waves rushed up around his legs and he could feel the coarse sand between his toes», you can infer that the man was at the beach.

Exercise:

Read the sentence: «In all cultures, gestures are used as a form of communication, but the same gestures may have very different meanings in different cultures». Now, choice the valid inference based upon the sentence.

- A) Since human languages are so diverse, all human cultures perceive themselves to be basically different.
- B) A person from one culture may misunderstand the gestures used by a person from other culture.
- C) In natural languages around the world, gestures are alternative systems of human communication.
- D) There must be universal gestures for people from different cultures communicate with each other.

Solución:

The valid inference is choice B.

PASSAGE 1

Plants are extraordinary living things. Although they seem simple, they are actually, in some ways, more complicated than us.

For instance, a whole new plant can be grown from just a single leaf. No animal can accomplish that! The way that plants distribute their seeds is amazing too. Plants can shoot seeds from their pods, send them flying on the wind, or grow spines that attach seeds to animals' fur, **spreading** new generations everywhere.

Plants are also amazingly adaptable, finding ways to grow even in impossible environments, both hot and cold. Plants manufacture their own food from sunlight, absorb nutrients from the ground, and fool insects into spreading their pollen. Truly, they are some of nature's finest creations.

Lingua.com. (n. d.) *Plants*. <https://lingua.com/pdf/english-text-plants.pdf>

TRADUCCIÓN

Las plantas son seres vivos extraordinarios. Aunque parezcan simples, en realidad son, de alguna manera, más complicados que nosotros.

Por ejemplo, una planta completamente nueva puede cultivarse a partir de una sola hoja. ¡Ningún animal puede lograr eso! La forma en que las plantas distribuyen sus semillas es asombrosa también. Las plantas pueden disparar semillas desde sus vainas, enviarlas volando en el viento, o hacer crecer espinas para que las semillas se enganchen a la piel de los animales, diseminando nuevas generaciones en todas partes.

Las plantas también son increíblemente adaptables, y encuentran formas de crecer incluso en ambientes imposibles, tanto fríos como calientes. Las plantas fabrican sus propios alimentos a partir de la luz solar, absorben los nutrientes del suelo y engañan a los insectos para que diseminen su polen. En verdad, son algunas de las mejores creaciones de la naturaleza.

1. What is the central topic of the passage?

- A) The most complicated plants
- B) Plants as amazing living things
- C) Different functions of plants
- D) Plant seeds and photosynthesis

Solution:

The reading focuses mainly about plants and their extraordinary properties.

Answer: B

2. The word SPREADING connotes
- A) endurance. B) difference. C) separation. D) multiplication.

Solution:

The word SPREADING refers to the reproduction of plants, therefore, MULTIPLICATION is the best choice.

Answer: D

3. About plants, all the following are true, except
- A) they need pollen and insects to feed. B) its seeds are spread in various ways.
C) soil is important to your well-being. D) they are able to adapt to any climate.

Solution:

Indeed, Plants manufacture their own food.

Answer: A

4. It is inferred that plants
- A) can surprisingly be grown from a leaf.
B) plants move with the support of birds.
C) depend on insects for pollen production.
D) are relatively self-sufficient organisms.

Solution:

Plants need sunlight to make their food. Thus, they depend on themselves.

Answer: D

5. If a plant were locked in a dark room, then that plant
- A) would find a way to adapt to that new condition.
B) would die because it would not photosynthesize.
C) could continue to spread its seeds through birds.
D) could survive thanks to the water and nutrients.

Solution:

Plants need sunlight to photosynthesize, so if they were deprived of that light, they would starve.

Answer: B

PASSAGE 2

Both artificial intelligence and robotics have been improving over the past few years. Large companies are betting billions that in the near future we will have cars that can drive themselves, drones that can fly themselves to deliver packages, automatic fast-food chefs, AI personal assistants, manufacturing robots that can train themselves, and other robots.

This has raised the following question: What happens if a new technology causes million to lose their jobs in a short period of time, or what if most companies simply no longer need many human workers?

In the United States, the current society is built on the premise that companies and government need human workers to function, and most able-bodied adults can perform tasks companies would pay for. Everything is based on this premise.

Roughly 80 percent of all federal tax revenue comes from income or payroll taxes. If even a modest segment of workers is displaced, the impact on government budgets could be substantial.

To deal with this possible problem the world's richest man, Bill Gates, has **floated** the idea of a robot tax. Gates has suggested we tax robots at a rate similar to what we would've taxed the workers so tax revenue could pay for more employment in education and elder care. The idea is also to slow down the speed of the technology's adoption, to give society more time to adjust.

Walker, J. (2017). *Robot Tax – A Summary of Arguments “For” and “Against.”*
<https://www.techemergence.com/robot-tax-summary-arguments/>

TRADUCCIÓN

Tanto la inteligencia artificial como la robótica han ido mejorando en los últimos años. Las grandes empresas apuestan a miles de millones que en el futuro cercano tendremos automóviles que pueden conducir, drones que pueden volar para entregar paquetes, chefs automáticos de comida rápida, asistentes personales de IA, robots de fabricación que pueden entrenarse y otros robots.

Esto ha planteado la siguiente pregunta: ¿Qué sucede si una nueva tecnología hace que millones pierdan sus trabajos en un corto periodo de tiempo, o qué pasa si la mayoría de las empresas simplemente ya no necesitan muchos trabajadores humanos?

En los Estados Unidos, la sociedad actual se basa en la premisa de que las empresas y el gobierno necesitan trabajadores humanos para funcionar, y la mayoría de los adultos físicamente capaces pueden realizar tareas que las empresas pagarían. Todo se basa en esta premisa.

Aproximadamente el 80 por ciento de todos los ingresos fiscales federales proviene de los impuestos a la renta o a la nómina. Si incluso un segmento modesto de trabajadores es desplazado, el impacto en los presupuestos del gobierno podría ser sustancial.

Para lidiar con este posible problema, el hombre más rico del mundo, Bill Gates, ha planteado la idea de un impuesto al robot. Gates ha sugerido que gravemos a los robots a un ritmo similar al que habríamos impuesto a los trabajadores para que los ingresos tributarios puedan pagar por más empleo en educación y atención a personas mayores. La idea también es frenar la velocidad de adopción de la tecnología, para dar a la sociedad más tiempo para adaptarse.

1. What is the main idea?

- A) In the context of progressive job automation, Bill Gates presented the idea of taxing robots.
- B) Artificial intelligence and robots are alarmingly displacing humans from their workplaces.
- C) Bill Gates believes that humans have to adapt to the abrupt changes that are occurring.
- D) The gradual adoption of robots in the workplace is displacing workers and threatening society.

Solution:

The texts state that the adoption of artificial intelligence and robots in workplaces causes workers to be fired, which threatens society because they will no longer pay taxes. Given this, Bill Gates proposes the robot tax.

Answer: A

2. The word FLOATED connotes

- A) education. B) money. C) proposal. D) inference.

Solution:

In the context of the progressive adoption of robots in the workplace, as well as the imminent drop in tax collection by the state, Gates proposes the robot tax.

Answer: C

3. It is inferred that Bill Gates envisions that the adoption of robots in the workplace is

- A) surprising. B) inexorable. C) unexpected. D) imminent.

Solution:

If humans will be dismissed from their jobs, they will have to look for new ways of working in order to get remuneration.

Answer: B

4. It is incompatible to say that the economy of a country

- A) benefits from the massive layoff of workers.
B) is designed to exist thanks to the payment of tax.
C) has to adapt to new situations to continue to exist.
D) is based mainly on income or payroll taxes.

Solution:

The massive layoff of workers causes the economy of that country to have difficulties because it will no longer be able to obtain money from income taxes or payroll.

Answer: A

5. If robots were designed to help humans, then

- A) all workers would be very happy in their jobs.
B) the risk of economic deficit would cease to exist.
C) Bill Gates' recommendation would be useless.
D) Bill Gates would have to work assembling robots.

Solution:

In this new situation, robots no longer pose a risk to workers or to the future of the economy.

Answer: C

Habilidad Lógico Matemática

EJERCICIOS

1. Una caja no transparente contiene sesenta y tres canicas idénticas en peso y tamaño; de las cuales 9 son verdes, 22 son rojas, 19 azules y 13 negras. ¿Cuántas canicas, como mínimo, se deben extraer al azar para tener con certeza entre ellas cuatro canicas azules y tres canicas rojas?

A) 44 B) 47 C) 48 D) 45

Solución:

Peor Caso = 9(verdes) + 13(negras) + 22(rojas) + 4(azul) = 48

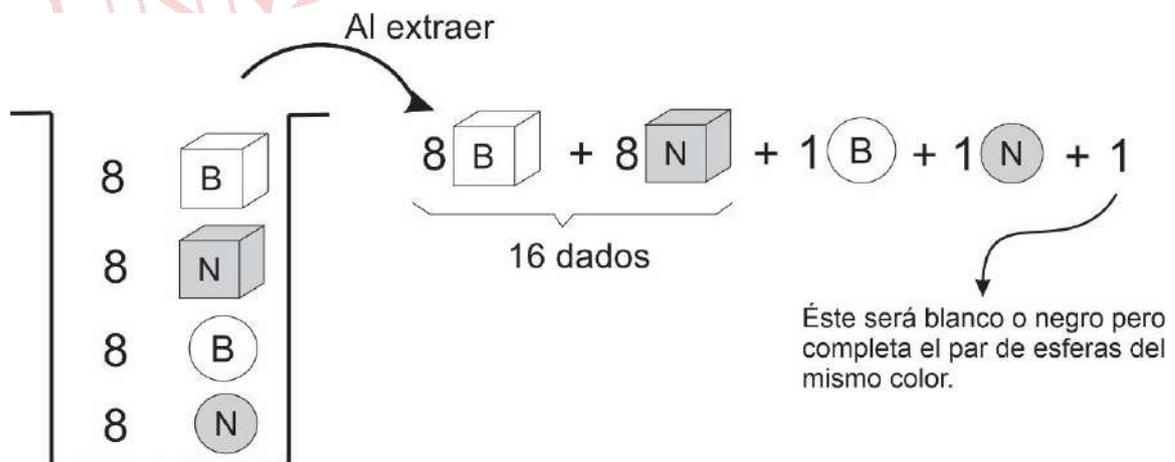
Rpta.: C

2. Una caja no transparente contiene dieciséis cubos idénticos en peso y tamaño, pero de distintos colores: 8 son blancos y 8 son negros; además contiene dieciséis esferas idénticas en peso y tamaño, pero de distintos colores: 8 son blancas y 8 son negras. ¿Cuántos objetos, como mínimo, se deben extraer al azar para tener con certeza entre los extraídos un par de cubos y un par de esferas todos del mismo color?

A) 17 B) 18 C) 16 D) 19

Solución:

Analizando el peor de los casos sería: que salgan puros cubos (o puras esferas) y luego esferas (o cubos) de distinto color.



Peor Caso = 19

Rpta.: D

3. Ana tiene, en una caja no transparente, cincuenta y uno bolos idénticos en peso y tamaño, numerados del 3 al 53, sin repetir. Ella desea obtener en sus manos dos bolos que no estén numerados con números múltiplos de 2 o 3. ¿Cuál es el número mínimo de extracciones que debe realizar al azar para tener con certeza lo pedido?
- A) 36 B) 34 C) 33 D) 35

Solución:

Primero buscamos los bolos numerados con multiplicidad de 2, 3 y 6

Bolos múltiplos de 2: 2(2), 2(3), 2(4) ...2(26) = 25 bolos

Bolos múltiplos de 3: 3(1), 3(2), 3(3) ...3(17) = 17 bolos

Bolos múltiplos de 2 y 3: 6(1), 6(2), 6(3), ...6(8) = 8 bolos

Luego

Peor Caso (bolos múltiplos de 2 o de 3 y 2 más) = 25 + (17 - 8) + 2 = 36

Rpta.: A

4. Una caja no transparente contiene diez bolos idénticos en peso y tamaño, numerados del 1 al 10, sin repetir. Si María extrajo el bolo que se muestra en la figura, ¿cuántos bolos más, como mínimo, debe de extraer al azar para tener con certeza tres bolos que, reemplazados en los casilleros punteados, cumpla con la operación aritmética indicada?

A) 6 B) 5 C) 8 D) 7

Solución:

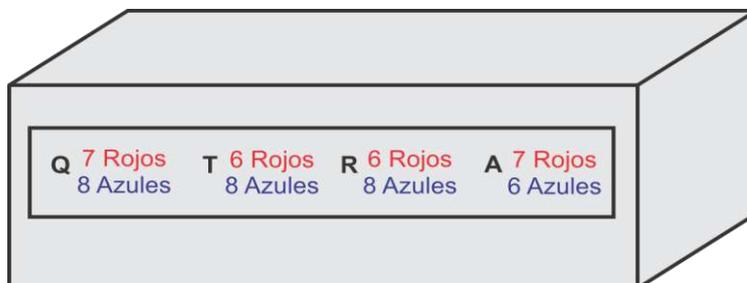
○	×	3	-	○	=	PAR
4				2		10
5				7		8
5				9		6
6				8		10

En el peor caso se extraen adicionalmente: 1; 2; 4; 6; 8; 9; 7 + un bolo más.

Por tanto, se debe extraer 8 fichas adicionales.

Rpta.: C

5. Se tiene una caja no transparente conteniendo fichas de plástico en forma de letras, todas del mismo tamaño y peso. La caja está rotulada indicando el contenido y los colores de las fichas, tal como se muestra en la figura. ¿Cuántas fichas como mínimo se deberá extraer, de uno en uno y sin mirar, para tener la seguridad de poder formar la palabra **QATAR**, pero con fichas del mismo color?



- A) 24 B) 27 C) 25 D) 30

Solución:

Planteamos estrategia porque es mínimo con certeza.

Uno de los casos sería:

Si sale primero la letra Q (puede salir rojo o azul)

1ero: Que salga Q rojo

$$1 \text{ Q Rojo} + 8 \text{ T Azul} + 1 \text{ T Rojo} + 8 \text{ R Azul} + 1 \text{ R Rojo} + 6 \text{ A Azul} + 2 \text{ A Rojo} = 27$$

2do: Que salga Q azul

$$1 \text{ Q Azul} + 6 \text{ T Rojo} + 1 \text{ T Azul} + 6 \text{ R Rojo} + 1 \text{ R Azul} + 7 \text{ A Rojo} + 2 \text{ A Azul} = 24$$

Peor Caso (por el color) = 27

En los otros casos

Si sale primero T el peor caso sería 27.

Si sale primero R el peor caso sería 27.

Si sale primero A el peor caso sería 30.

Luego, lo mínimo con seguridad es que saquemos 27 objetos.

Rpta.: B

6. ¿Cuál es el mayor ángulo que forman las manecillas de un reloj, cuando faltan 20 minutos para que sean las 17 horas con 10 minutos?

- A) 190° B) 260° C) 250° D) 205°

Solución:

Cuando faltan 20 minutos para las 17 h 10 min, son las 16h 50 min

La hora es: 4:50 pm.

Usando la fórmula del ángulo:

$$\alpha = \frac{11}{2}(50) - 30(4) = 155$$

Por tanto, el mayor ángulo formado por las manecillas del reloj es: $360^\circ - 155^\circ = 205^\circ$

Rpta.: D

7. ¿A qué hora, entre las 4 p.m. y 5 p.m., el minutero adelanta a la marca de las 9, tantos grados como los $\frac{3}{4}$ del ángulo generado por el horario desde las 4 p.m.?

- A) 4:48 p.m. B) 4:46 p.m. C) 4:49 p.m. D) 4:47 p.m.

Solución:

Hora: 4 : M

Como:	Minutero		Horario
	12°	\Leftrightarrow	1°
	$270 + 3\alpha$	\Leftrightarrow	4α

Luego:

$$270 + 3\alpha = 48\alpha \Rightarrow \alpha = 6$$

El minutero avanza: $270 + 3(6) = 288^\circ$

Para el minutero:

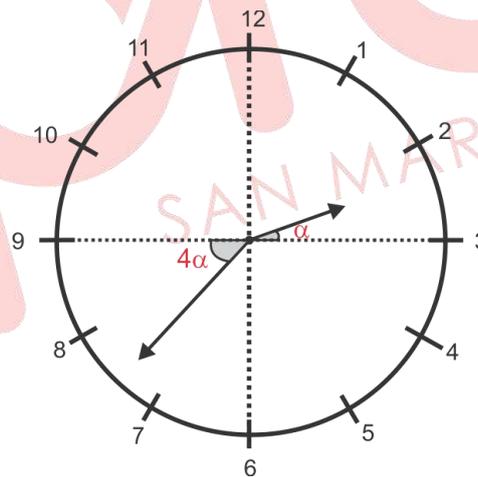
	grados		minutos
	6°	\Leftrightarrow	1 min
	288°	\Leftrightarrow	48 min

Por tanto, la hora será: 4:48 p.m.

Rpta.: A

8. En el reloj mostrado, ¿qué hora es?

- A) 2h 36 min 20 s
 B) 2h 37 min 30 s
 C) 2h 37 min
 D) 2h 36 min



Solución:

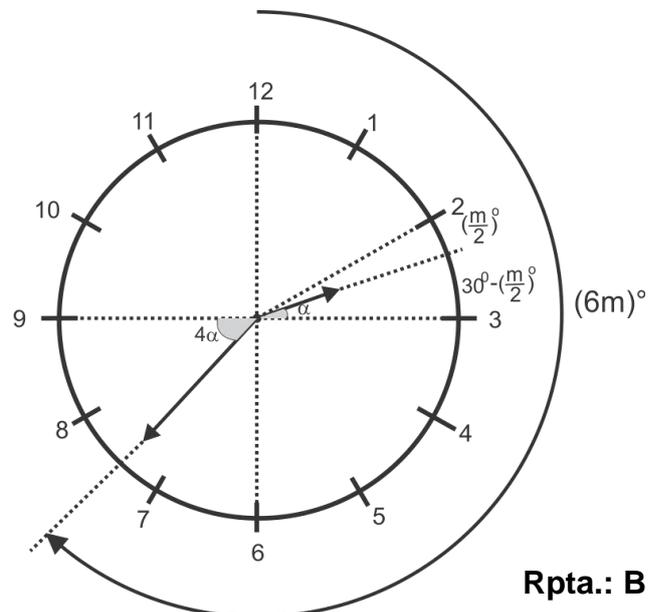
$$\alpha = 30 - \frac{m}{2}$$

$$6m + 4\alpha = 270$$

$$6m + 4\left(30 - \frac{m}{2}\right) = 270$$

$$m = \frac{150}{4} = 37 \text{ min } 30 \text{ s}$$

Luego, son las 2h 37 min 30 s



Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En el año 2019, en un local se celebraba la fiesta de la primavera. En cierto momento, Raúl que controlaba el ingreso de las personas, contabiliza que en el local hay 280 personas. Raúl se hace la siguiente pregunta: ¿cuántas personas más deben de entrar al local, como mínimo, para tener la seguridad de encontrar 3 personas que coincidan en la fecha de sus cumpleaños?
- A) 451 B) 186 C) 220 D) 450

Solución:

El año 2019 es un año normal, tiene 365 días, el peor de los casos es que haya personas con fecha de cumpleaños en cada uno de los días del año.

Entonces para que tengamos tres personas como mínimo con la misma fecha es:

$365 + 365 + 1 = 731$, como ya está presentes 280, entonces después de ese momento tendrían que llegar $731 - 280 = 451$ personas.

Rpta.: A

2. Clara tiene en una urna no transparente 141 fichas idénticas en peso y tamaño, pero de colores diferentes: rojas, verdes y negras. Ella sabe que el número de fichas verdes es al número de negras como 5 es a 3 y el número de fichas rojas es al número de verdes como 3 es a 4. ¿Cuántas fichas, como mínimo, tiene que extraer al azar para tener con certeza entre ellas 11 fichas de cada color?
- A) 136 B) 116 C) 120 D) 166

Solución:

De acuerdo a los datos tenemos:

de fichas rojas: $15k$

de fichas verdes: $20k$

de fichas negras: $12k$

Pero: $15k + 20k + 12k = 141$, así $k = 3$. Luego:

Rojas: 45

Verdes: 60

Negras: 36

Como queremos con certeza 11 fichas de cada color, el peor caso será:

$60 + 45 + 11 = 116$ extracciones.

Rpta.: B

3. Al final de un proceso electoral el resultado a boca de urna es el siguiente: 15 dicen haber votado por el partido A, 13 por el partido B y 31 por el partido C. Se sabe que solo tres de ellos mintieron. De la urna no transparente conteniendo las 59 papeletas con los votos, ¿cuántas de estas papeletas se debe extraer, como mínimo, para obtener con certeza entre ellas un voto para el partido C?
- A) 34 B) 33 C) 32 D) 35

Solución:

Peor caso que primero sale los votos del partido A y B; y que los que mintieron sean los que dicen haber votado por C luego votaron por A o B.

mínimo extracciones = $15 + 13 + 3 + 1 = 32$.

Rpta.: C

4. Una caja no transparente contiene 4 calcetines blancos, 6 rojos y 8 azules. Elisa sabe que un tercio de los calcetines tienen un agujero, pero no sabe de qué color son los calcetines agujereados. ¿Cuál es la cantidad mínima de extracciones que debe realizar al azar para obtener con certeza entre ellas tres calcetines sin agujero, todos del mismo color?

A) 9

B) 12

C) 11

D) 13

Solución:

En total hay 18 calcetines, pero por dato 6 tienen hueco.

Peor Caso:

6 azules agujereados

2 azules buenos

2 rojos buenos

2 blancos buenos

1 adicional.

Por tanto, son necesarios extraer 13 calcetines.

Rpta.: D

5. ¿Cuánto tiempo tiene que pasar, como mínimo, para que las manecillas de un reloj vuelvan a estar superpuestas?

A) $1\text{ h }5\frac{5}{11}\text{ min}$

B) $1\text{ h }2\frac{5}{11}\text{ min}$

C) 1 h 2 min

D) 1 h 5 min

Solución:

Supongamos que es después de las 12 h (manecillas superpuestas)

Luego, serán 1h M min (manecillas superpuestas) de tiempo transcurrido

$$0 = 30(1) - \frac{11}{2}M \rightarrow M = \frac{60}{11} = 5\frac{5}{11}\text{ min}$$

∴ Deben pasar $1\text{ h }5\frac{5}{11}\text{ min}$

Rpta.: A

6. ¿Cuál es el menor ángulo que forman las manecillas de un reloj a las 3:12 a.m.?

A) 34°

B) 24°

C) 26°

D) 36°

Solución:

Partiendo de las 3 horas (90°) y teniendo en cuenta que en 60 minutos la aguja horaria recorre un ángulo de 30° y la del minuterero 360° , en 12 minutos habrán recorrido 6° y 72° , respectivamente; por tanto, el ángulo que forman ambas agujas es de: $90^\circ - 72^\circ + 6^\circ = 24^\circ$.

Rpta.: B

7. En un reloj de manecillas, desde las 12 h el minuterero ha girado 1452° . En ese momento, ¿cuál es el menor ángulo que el minuterero forma con el horario?

A) 102° B) 109° C) 117° D) 131°

Solución:

$$1452^\circ = 4(360^\circ) + 12^\circ$$

Pero $12^\circ = 2$ minutos

Entonces 4 vueltas + $12^\circ = 4\text{h } 2\text{ min}$ (Tiempo transcurrido)

Entonces son las 4:02 PM

Luego por ángulo central

$$\alpha = 30(4) - \frac{11}{2}(2) = 109^\circ$$

Rpta.: B

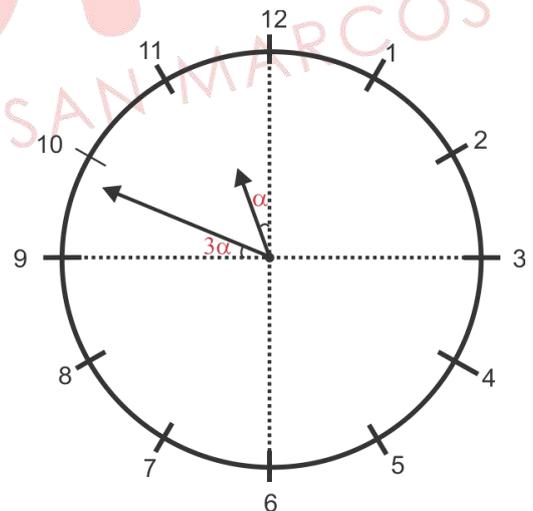
8. En el reloj mostrado, ¿qué hora es?

A) $11\text{h } 48\frac{2}{11}\text{ min}$

B) $11\text{h } 47\text{ min}$

C) $11\text{h } 47\frac{3}{11}\text{ min}$

D) $11\text{h } 48\text{ min}$

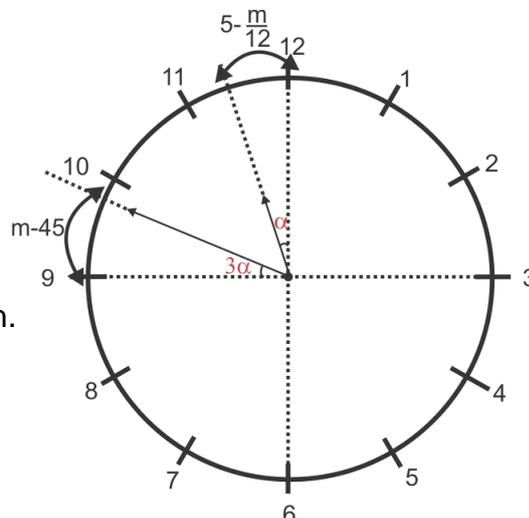
**Solución:**

$$\frac{1}{3} = \frac{5 - \frac{m}{12}}{m - 45}$$

Resolviendo

$$m = 48$$

Luego, son las 11h 48 min.

**Rpta.: D**

Aritmética

EJERCICIOS

1. Noelia tiene $(r + s + t \cdot u)$ años de edad. Si se sabe que los avales $0,12_{(8)}$ y $0,\overline{rstu}_{(7)}$ representan la misma cantidad, ¿cuántos años tiene Noelia?

A) 10 B) 13 C) 17 D) 26

Solución:

$$0,12_{(8)} = \frac{12_{(8)}}{100_{(8)}} = \frac{5}{32} \Rightarrow \text{Dividiendo en base 7: } \frac{5}{32} = 0,1044_{(7)} = 0,\overline{rstu}_{(7)}$$

Por lo tanto, Noelia tiene $= 1 + 0 + 4 \times 4 = 17$ años.

Rpta.: C

2. Juan recibió de su tío Frank tantos soles como la suma de los términos de la fracción irreducible f . Si se sabe que $f = \frac{6}{7} + \frac{3}{7^3} + \frac{3}{7^5} + \frac{3}{7^7} + \dots$, ¿cuántos soles recibió Juan?

A) 209 B) 627 C) 265 D) 211

Solución:

$$f = \frac{6}{7} + \frac{0}{7^2} + \frac{3}{7^3} + \frac{0}{7^4} + \frac{3}{7^5} + \frac{0}{7^6} + \frac{3}{7^7} + \dots$$

$$f = 0,603_{(7)} = \frac{603_{(7)} - 6}{660_{(7)}} = \frac{291}{336} = \frac{97}{112}$$

Por lo tanto, Juan recibió $97 + 112 = 209$ soles.

Rpta.: A

3. Si se divide la edad de Jaime por 37, se obtiene una fracción propia e irreducible que genera un número decimal periódico puro, cuya parte periódica es un número de tres cifras consecutivas y crecientes de izquierda a derecha. Determine la suma de las cifras de la edad de Jaime.

A) 9 B) 3 C) 12 D) 6

Solución:

Sea x la edad de Jaime.

El 37 es representante del nivel 3: $999 = 27(37)$

$$\frac{x}{37} = 0,\overline{(a-1)a(a+1)} \Rightarrow 27x = \overline{(a-1)a(a+1)} = \overset{0}{9} \quad \text{De donde } a = 3 \text{ o } a = 6.$$

$$\Rightarrow 27x = 234 \quad (\text{no cumple}); \quad 27x = 567 \quad \rightarrow x = 21$$

\therefore Suma de cifras = $2 + 1 = 3$

Rpta.: B

4. Alfredo, de 98 años, comenta con sus nietos: Mi edad dividida por "d" resulta una fracción impropia e irreducible. Si la cantidad de nietos que tiene Alfredo coincide con la suma de la cantidad de cifras periódicas y no periódicas del número decimal generado por la inversa de la cantidad de valores que puede tomar "d", ¿cuántos nietos tiene Alfredo?

A) 4 B) 1 C) 5 D) 7

Solución:

$$f = \frac{98}{d} > 1 \quad ; \quad (98 \text{ y } d: \text{PESI})$$

$$\rightarrow d < 98 \text{ y } (98; d: \text{PESI})$$

Usando la función ϕ de Euler: $98 = 2^1 \cdot 7^2$

$$v = \# \text{ valores}(d) = \phi(98) = 2^0(2-1)7^1(7-1) = 42$$

$$\text{Inversa: } \frac{1}{v} = \frac{1}{42} = \frac{1}{2^1 \cdot 3 \cdot 7}$$

#cifras no periódicas = 1 ;

Como el 3 (nivel 1) y el 7 (nivel 6) \rightarrow #cifras no periódicas = $\text{MCM}(1;6) = 6$

Por lo tanto, Alfredo tiene 7 nietos.

Rpta.: D

5. Pedro atendió un negocio por cierto tiempo y cada día obtuvo ganancias de 10; 40; 88; 154 soles y así sucesivamente. Si la suma de las inversas de todas las ganancias diarias es una fracción decimal que genera el aval $0,022_{(4)}$, ¿cuántos soles ganó Pedro el último día que atendió?

A) 754 B) 928 C) 598 D) 460

Solución:

$$0,022_{(4)} = \frac{22_{(4)}}{1000_{(4)}} = \frac{10}{64} = \frac{5}{32}$$

$$\frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{(k-3) \cdot k} = \frac{5}{32}$$

$$\frac{3}{2 \times 5} + \frac{3}{5 \times 8} + \frac{3}{8 \times 11} + \dots + \frac{3}{(k-3) \cdot k} = 3 \cdot \left(\frac{5}{32} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{k} = \frac{15}{32} \rightarrow \frac{k-2}{2k} = \frac{15}{32} \rightarrow \frac{k-2}{k} = \frac{30}{32} \rightarrow k = 32$$

Por lo tanto, el último día ganó $(k-3)k = (29)(32) = 928$ soles.

Rpta.: B

6. Andrés de 41 años le asevera a su padre de 73 años: Al dividir mi edad entre la tuya se genera un número decimal, de modo que la suma de las cifras de su parte periódica coincide con la edad de mi esposa Luisa. ¿Cuántos años es mayor Andrés que Luisa?

A) 6 B) 7 C) 4 D) 5

Solución:

Como $\frac{41}{73}$ es fracción propia e irreducible, 73 primo distinto de 2 y 5, genera un decimal periódico puro, además 73 es representante del nivel 8, entonces por el Teorema de Midy:

$$\frac{41}{73} = 0,\overline{mnpqwx}yz \rightarrow \overline{mnpq} + \overline{wxyz} = 9999$$

$$\Rightarrow (m+w) + (n+x) + (p+y) + (q+z) = 4(9) = 36$$

Por lo tanto, diferencia de edades = $41 - 36 = 5$

Rpta.: D

7. El DNI de Julia es $\overline{abcdefgh}$, su código de verificación es "k" y ella tiene 17 años. Si la inversa de su edad genera el número decimal $0,\overline{ba8c2dk2efg1h647}$, halle la diferencia entre la suma de las cifras del DNI y el código de verificación de Julia.

A) 35 B) 31 C) 32 D) 33

Solución:

Como sabemos $\frac{1}{17}$ es un número Midy; donde las primeras cifras decimales son

$$\frac{1}{17} = 0,\overline{05\dots} \text{ entonces } b = 0 \text{ y } a = 5; \text{ además se cumple que:}$$

$$\overline{ba8c2dk2} + \overline{efg1h647} = 99999999$$

Entonces, $e = 9; f = 4; g = 1; c = 8; h = 7; d = 3; k = 5$.

Por lo tanto, $(a + b + c + d + e + f + g + h) - k = 37 - 5 = 32$.

Rpta.: C

8. El número de horas que semanalmente trabajan los profesores Carlos y Luis coincide con la cantidad de cifras periódicas y no periódicas, respectivamente, que tiene el número decimal generado por la fracción $\frac{378}{16!}$. ¿Cuántas horas menos que Luis trabaja Carlos semanalmente?

A) 7 B) 4 C) 8 D) 6

Solución:

$$\frac{378}{16!} = \frac{2 \cdot 3^3 \cdot 7}{2^{15} \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13} = \frac{1}{2^{14} \cdot 5^3 [3^3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13]}$$

Cifras no periódicas = Mayor Exp.(2,5) = 14

Cifras periódicas = Nivel del (7 y 13) = 6

∴ Diferencia = 14 – 6 = 8

Rpta.: C

9. Leandro, empleado de una farmacia, el día de hoy vendió cierto número de mascarillas sanitarias que coincide con el factorial del último dígito de la parte periódica del número decimal generado por la fracción $\frac{12}{533^{2021}}$. ¿Cuántas mascarillas vendió hoy?

A) 24

B) 120

C) 720

D) 5040

Solución:

$$\frac{12}{533^{2021}} = 0,\overline{ab\dots x} = \frac{\overline{ab\dots x}}{99\dots 9} \Rightarrow (12)(99\dots 9) = (533^{2021})(\overline{ab\dots x})$$

$$\Rightarrow \dots 8 = (533^4)^{505} (533)(\overline{ab\dots x})$$

$$\Rightarrow \dots 8 = (\dots 1)^{505} (533)(\overline{ab\dots x})$$

$$\Rightarrow \dots 8 = (\dots 3)(\overline{ab\dots x}) \Rightarrow x = 6$$

Mascarillas vendidas hoy: 6! = 720

Rpta.: C

10. Si la edad de Benito coincide con el producto de las dos últimas cifras periódicas del mayor número decimal periódico puro con siete cifras periódicas que puede ser generado por la fracción irreducible $\frac{\overline{ab}}{cde}$, ¿cuál es su edad?

A) 45

B) 36

C) 27

D) 9

Solución:

El nivel 7: $9999999 = 3^2 \times 239 \times 4649$

De la fracción $\frac{\overline{ab}}{\overline{cde}}$, se tiene: $\overline{cde} = 239$ o $\overline{cde} = 717 = 239(3)$

Si $\overline{cde} = 239 \rightarrow \frac{\overline{ab}}{\overline{cde}} = \frac{99}{239}$; si $\overline{cde} = 717 \rightarrow \frac{\overline{ab}}{\overline{cde}} = \frac{98}{717}$,

Como $\frac{99}{239} > \frac{98}{717} \rightarrow \frac{\overline{ab}}{\overline{cde}} = \frac{99}{239} = \frac{\overline{mnpqrst}}{9999999}$

...01 = $239(\overline{...st}) \rightarrow s = 5; t = 9$

Edad de Benito = $5(9) = 45$ años.

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Dante, de menos de 29 años, forma una fracción propia cuyo denominador es su edad. Si dicha fracción genera un número decimal que tiene una cifra no periódica y dos cifras periódicas; además la edad de su hermano Nelson coincide con la cantidad de fracciones que cumplen dicha condición, determine la diferencia positiva de sus edades.

A) 10 B) 13 C) 12 D) 9

Solución:

$$f = \frac{N}{D} ; N < D < 29$$

D tiene como factores a 2^1 o 5^1 ; D tiene como factor a 11

$D = 22 \rightarrow N = 1; 3; 5; 7; 9; 13; 15; 17; 19; 21$ (N toma 10 valores, habrá 10 fracciones)

Por lo tanto: $D - N = 22 - 10 = 12$ años.

Rpta.: C

2. La clave de la cuenta Tik Tok de Carmen es $\overline{9411c64ba58e2xyz}$. Si la edad de Carmen con la edad de su primo José de 17 años forman la mayor fracción propia que genera un número decimal cuya parte periódica coincide con dicha clave, halle la suma de la edad de Carmen con la suma de los tres últimos dígitos de esa clave.

A) 28 B) 27 C) 31 D) 26

Solución:

De los datos tenemos:

$$\frac{N}{17} \rightarrow \text{Mayor fracción: } N = 16$$

$$\frac{16}{17} = \frac{\overline{9411c64ba58e2xyz}}{9999999999999999} \Rightarrow 16(\overline{...9999}) = 17(\overline{...2xyz}) \rightarrow z = 2$$

Por el teorema de Midy se cumple que:

$$\overline{9411c64b} + \overline{a58e2xy2} = 99999999$$

$$a = 0; e = 8; c = 7; x = 3; y = 5; b = 7$$

$$\text{Por lo tanto: } N + x + y + z = 16 + 3 + 5 + 2 = 26$$

Rpta.: D

3. El año pasado el comerciante Jacinto tuvo un ingreso máximo de \overline{abcd} soles y mínimo de \overline{mnp} soles. Si con dichos ingresos se forma la mayor fracción propia e irreducible que genera un número decimal periódico puro con 5 cifras en su periodo, halle la diferencia positiva de dichos ingresos, en soles.

A) 1440

B) 1442

C) 1441

D) 1443

Solución:

Sea el sueldo máximo: \overline{abcd}

Sea el sueldo mínimo: \overline{mnp}

Nivel 5: $99999 = 3^2 \cdot 41.271$

De los datos: $\frac{\overline{mnp}}{\overline{abcd}} = 0,\overline{rstuv} \rightarrow \overline{abcd} = 9(271) = 2439$ y

$\overline{mnp} = 998$ (Por ser mayor fracción irreducible).

Por lo tanto, diferencia = $2439 - 998 = 1441$ soles

Rpta.: C

4. Los esposos Hugo y Gilda pesan 91,5 y 68,5 kg respectivamente, sus hijos André y Flavio pesan 74,4 y 81,6 kg respectivamente. Si el peso total de los padres se divide por el peso total de los hijos, en kilogramos, se obtiene una fracción que genera un número decimal cuya cantidad de cifras periódicas coincide con el peso en kilogramos que tiene el único nieto de Hugo, determine dicho peso.

A) 3

B) 6

C) 5

D) 4

Solución:

$$f = \frac{91,5 + 68,5}{74,4 + 81,6} = \frac{160}{156} = \frac{40}{3(13)} \Rightarrow 3(\text{nivel: } 1) \text{ y } 13(\text{nivel: } 6)$$

$$\# \text{cifras periódicas} = \text{MCM}(1; 6) = 6$$

$$\therefore \text{Peso del nieto} = 6 \text{ kg.}$$

Rpta.: B

5. María y Lupe observan que al dividir sus edades forman la fracción irreducible $\frac{\overline{aa}}{\overline{ab}}$, que genera el número decimal de la forma $0,\overline{mnpaqb}$. Si Lupe es la mayor, ¿cuántos años cumplirá María dentro de $(m + p - n - q)$ años?

A) 17

B) 14

C) 18

D) 16

Solución:

$$\frac{\overline{aa}}{\overline{ab}} = \frac{\overline{mnpaqb}}{999999} = \frac{11}{13} \rightarrow \overline{ab} = 13 \text{ y } \frac{11}{13} \text{ es un número de Midy}$$

Luego, tenemos: $\overline{mnp} + \overline{1q3} = 999 \rightarrow p=6, n+q=9, m=8$

Entonces, la Edad de María dentro de "m+p – (n+q)" años: $11+(6+8)-(9)=16$

Rpta.: D

6. Julia de $\overline{a(4a+3)}$ años de edad le asevera a su hermana Martha de 32 años de edad: "Diez mil veces mi edad dividida por el factorial de tu edad, resulta una fracción que genera un número decimal cuya cantidad de cifras no periódicas coincide con la edad de nuestro hermano Marcos". ¿Cuántos años es mayor Marcos que Julia?

A) 10

B) 11

C) 12

D) 9

Solución:

Edad de Julia: $\overline{a(4a+3)} = 17$

$$\frac{170000}{32!} = \frac{17 \cdot 2^4 \cdot 5^4}{2^{31} \cdot 5^7 \cdot p} = \frac{17}{2^{27} \cdot 5^3 \cdot p}$$

→ #cif. no periódicas = 27 = Edad de Marcos

Por lo tanto: $M - J = 27 - 17 = 10$

Rpta.: A

7. Pedro, cuya contraseña del celular es 306434, le demuestra a su hijo Carlos de 22 años lo siguiente: "Mi edad coincide con la cantidad de cifras periódicas del número decimal generado por la fracción propia formada por tu edad y mi contraseña de celular". Determine la suma de las cifras de la edad de Pedro.

A) 9

B) 6

C) 12

D) 15

Solución:

$$f = \frac{22}{306434} = \frac{11}{37 \times 41 \times 101}$$

37 (Nivel:3) ; 41 (Nivel:5) ; 101 (Nivel:4)

cifras periódicas = $MCM(3;4;5) = 60 = \text{Edad de Pedro}$

Por lo tanto, $6 + 0 = 6$

Rpta.: B

8. Con el valor de las propinas de Rosa y Edith se forma una fracción propia e irreducible que genera un número decimal con seis cifras periódicas. Si las propinas de ambas suman 22 soles y Rosa tiene más que Edith, ¿cuántos soles tiene Edith?

A) 5

B) 7

C) 9

D) 8

Solución:

$$\frac{22-x}{x} < 1 \rightarrow 22-x < x$$

$$22 < 2x \rightarrow x > 11$$

$$\rightarrow f = \frac{9}{13} \quad \therefore \text{Edith 9 soles}$$

Rpta.: C

9. José y su padre Miguel tienen \overline{ab} y \overline{ba} años de edad respectivamente. Si la inversa de la edad de José genera un número decimal de la forma $0,0\overline{(a+1)b}$, ¿cuántos años tenía don Miguel cuando nació José?

A) 45

B) 36

C) 54

D) 27

Solución:

Tenemos:

$$\frac{1}{\overline{ab}} = 0,0\overline{(a+1)b}$$

Entonces por la regla de nueve estamos en el nivel 3, por lo que:

$$\overline{ab} = 27 \rightarrow \frac{1}{27} = 0,0\overline{37} \quad \text{o} \quad \overline{ab} = 37 \rightarrow \frac{1}{37} = 0,0\overline{27} \quad (\text{no cumple})$$

$$\text{Por lo tanto, } \overline{ba} - \overline{ab} = 72 - 27 = 45.$$

Rpta.: A

10. Diana comprobó que la fracción $\frac{(320)^n}{95! - 71!}$ genera un número decimal periódico mixto con siete cifras no periódicas. Si ella tiene tantos hijos como la suma de las cifras de "n", ¿cuántos hijos tiene Diana?

A) 3

B) 4

C) 2

D) 1

Solución:

$$f = \frac{320^n}{95! - 71!} = \frac{2^{6n} \cdot 5^n}{71!(72 \cdot 73 \cdot 74 \dots 95-1)} = \frac{2^{6n} \cdot 5^n}{2^{67} \cdot 5^{16} \cdot p} = \frac{1}{2^{67-6n} \cdot 5^{16-n} \cdot p}$$

Entonces: $67 - 6n = 7$, así $n = 10$; suma de cifras = 1

Por lo tanto, tiene 1 hijo.

Rpta.: D

Geometría

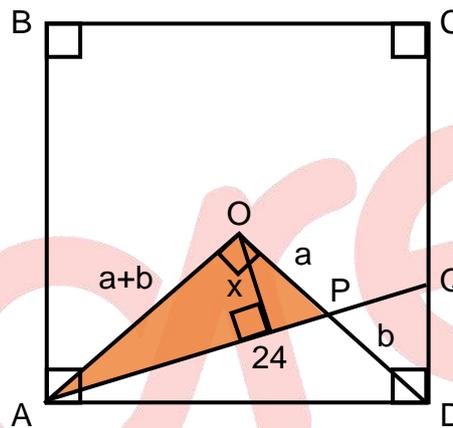
EJERCICIOS

1. En un cuadrado ABCD de centro O, Q es un punto de \overline{CD} , tal que $\overline{OD} \cap \overline{AQ} = \{P\}$. Si $AP = 24$ m y $(OP)(OD) = 72$ m², halle la distancia de O a \overline{AP} .

- A) 2 m B) 1 m C) 3 m D) 4 m

Solución:

- ABCD: O centro
 $\rightarrow OA = OD = a + b$
 y $\widehat{AOP} = 90^\circ$



- $\triangle AOP$: Relaciones métricas
 $a(a + b) = 24x$
 $72 = 24x$
 $\therefore x = 3$

Rpta.: C

2. En la figura 1, se tiene un bosquejo de la instalación de un columpio colgante. En la figura 2, se tiene que el punto A (un punto de la pared) está a igual distancia de B y del piso, el punto Q está a 50 cm del piso. Halle el ancho de la base del columpio.

- A) 20 cm
 B) 18 cm
 C) 22 cm
 D) 24 cm

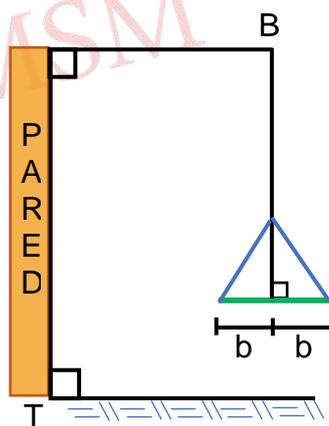


Figura 1

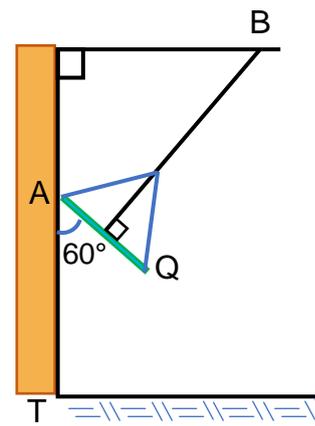
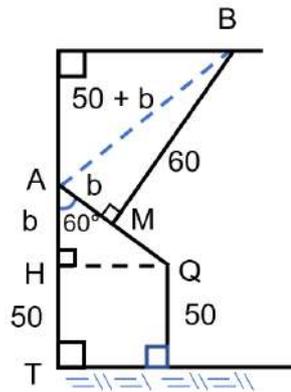


Figura 2

Solución:

- $AQ = 2b$
- $\triangle AHQ$: notable de 30° y 60°
 $\rightarrow AH = b$
- Dato: $AT = AB = 50 + b$
- $\triangle AMB$: Teorema de Pitágoras
 $(50 + b)^2 = b^2 + 60^2$
 $b = 11$
 $\therefore AQ = 22$



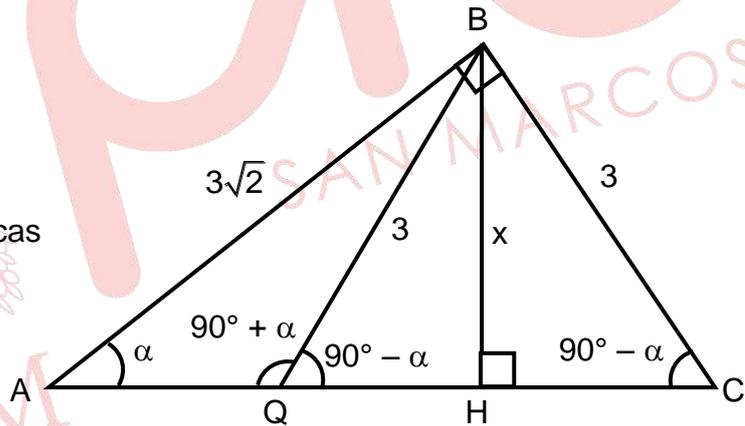
Rpta.: C

3. En un triángulo rectángulo ABC, se traza la ceviana \overline{BQ} , tal que $m\hat{AQB} - m\hat{BAC} = 90^\circ$, $AB = 3\sqrt{2}$ m y $BQ = 3$ m. Halle la longitud de la altura \overline{BH} de dicho triángulo.

- A) $\sqrt{3}$ m B) $\sqrt{2}$ m C) $\sqrt{6}$ m D) 2 m

Solución:

- $\triangle QBC$: isósceles
 $\rightarrow BQ = BC = 3$
- $\triangle ABC$: Relaciones métricas
 $\frac{1}{x^2} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{(3\sqrt{2})^2}$
 $\therefore x = \sqrt{6}$



Rpta.: C

4. En la figura 1, se tiene una piscina de base rectangular. En la figura 2, se tiene el proyecto de la construcción de una zona de playa de la piscina determinada por una circunferencia que está a 1 metro de cada esquina de la piscina. Halle la longitud del diámetro de la playa de la piscina.

- A) 17 m
 B) 20 m
 C) 19 m
 D) 21 m

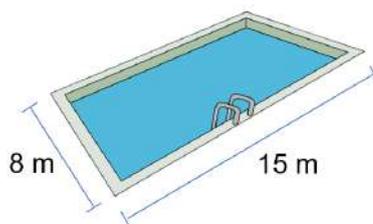


Figura 1

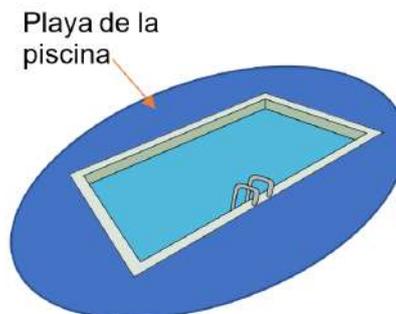
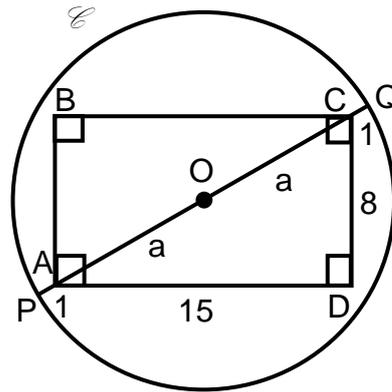


Figura 2

Solución:

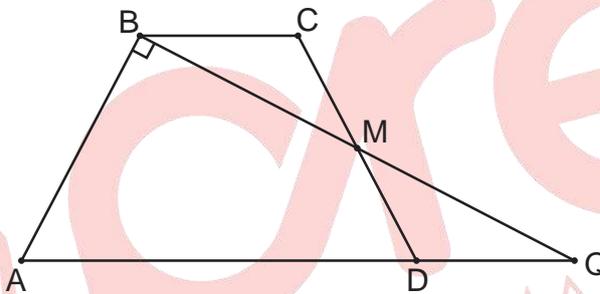
- $OC = OA$ y $OQ = OP = a + 1$
O centro de la circunferencia
- $\triangle ADC$: Teorema de Pitágoras
 $\rightarrow AC = 17$
- $PQ = 1 + AC + 1$
 $\therefore PQ = 19$



Rpta.: C

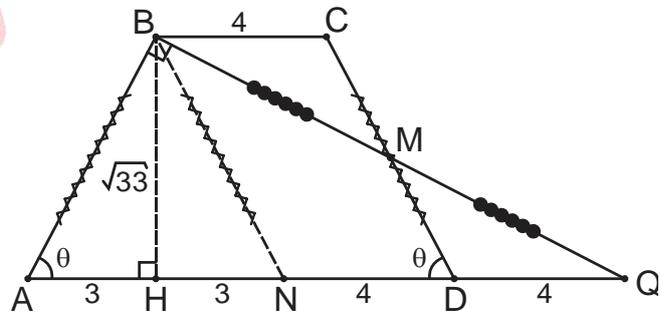
5. En la figura, ABCD es un trapecio isósceles ($\overline{BC} \parallel \overline{AD}$), $BM = MQ$, $AD = 10$ m y $DQ = 4$ m. Halle la distancia de B a \overline{AQ} .

- A) $\sqrt{33}$ m
- B) $\sqrt{34}$ m
- C) $\sqrt{35}$ m
- D) $2\sqrt{33}$ m



Solución:

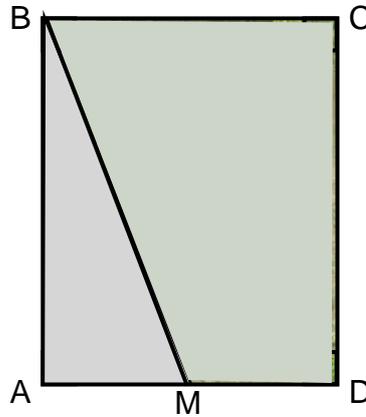
- Se traza \overline{BN} tal que $\overline{BN} \parallel \overline{CD}$
 \rightarrow BNDC paralelogramo
 $\rightarrow BN = CD$
- $\triangle ABN$: isósceles
 $\rightarrow AH = HN = 3$
- $\triangle ABQ$: Relaciones métricas
 $BH^2 = 3(11)$
 $BH = \sqrt{33}$



Rpta.: A

6. En la figura se tiene un terreno rectangular ABCD, dividido en dos parcelas. Para dividirlo en tres parcelas se traza un lindero de menor longitud desde C hasta el lindero \overline{BM} . Si $AB = 12$ m y $AM = MD = 5$ m, halle la longitud de dicho lindero.

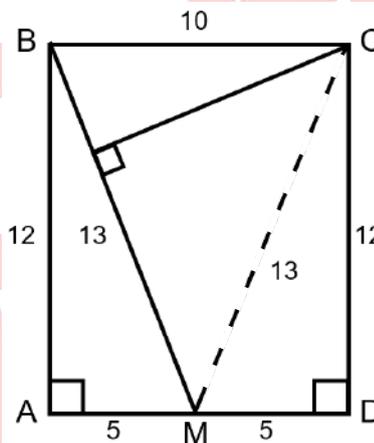
- A) $\frac{120}{13}$ m
- B) $\frac{130}{17}$ m
- C) $\frac{100}{13}$ m
- D) $\frac{125}{18}$ m



Solución:

- $\triangle BAM \cong \triangle CDM$ (LAL)
 $\rightarrow BM = MC = 13$
- $\triangle BCM$: Teorema de Herón

$$x = \frac{2}{13} \sqrt{18(8)(5)(5)}$$
- $x = \frac{120}{13}$



Rpta.: A

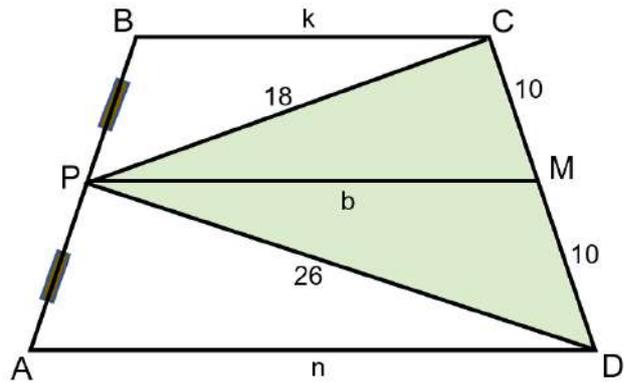
7. Un campesino tiene un terreno cuyos linderos determinan un trapecio isósceles ABCD ($\overline{BC} \parallel \overline{AD}$) como muestra la figura y $AB = 20$ m. Si el campesino se encuentra en el punto medio del lindero \overline{AB} , además está a una distancia de 18 m y 26 m de los extremos C y D, halle el perímetro del terreno.

- A) 90 m
- B) 60 m
- C) 120 m
- D) 80 m



Solución:

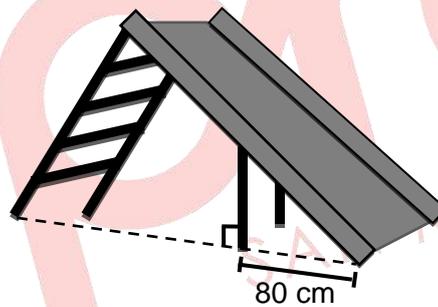
- $x = 20 + 20 + k + n = 40 + k + n$
- $\triangle DPC$: Teorema de la mediana
 $\rightarrow 18^2 + 26^2 = 2b^2 + \frac{20^2}{2} \rightarrow b = 20$
- $ABCD$: \overline{MP} base media
 $\rightarrow 20 = \frac{k+n}{2} \Rightarrow k+n = 40$
 $\therefore x = 80$



Rpta.: D

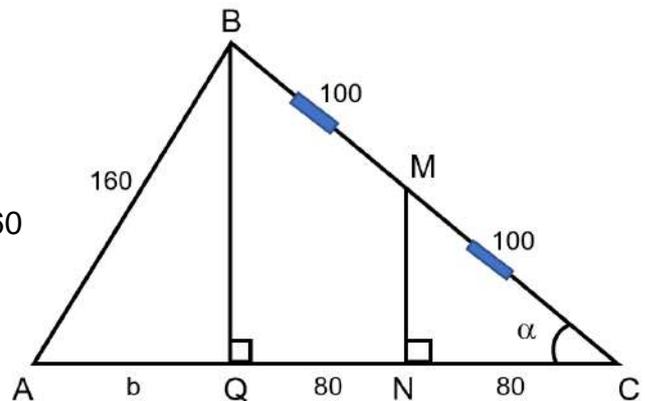
8. En la figura se muestra un juego para niños, el largo de la escalera es 160 cm y el largo de la resbaladera es 200 cm. Si a la mitad de la resbaladera se ha colocado un soporte, halle el largo del juego infantil.

- A) $60(\sqrt{3} + 4)$ cm
- B) $40(\sqrt{7} + 4)$ cm
- C) $50(\sqrt{3} + 4)$ cm
- D) $40(\sqrt{7} + 5)$ cm



Solución:

- $\triangle BQC$: T. de los puntos medios
 $\rightarrow QH = HC = 40$
- $\triangle ABC$: Teorema de Euclides ($\alpha < 90^\circ$)
 $160^2 = 200^2 + (b + 160)^2 - 2(b + 160)160$
 $b = 40\sqrt{7}$
- $x = b + 80 + 80$
 $\therefore x = 40(\sqrt{7} + 4)$



Rpta.: B

9. En las figuras 1 y 2 se tienen los cortes transversales de dos canales de regadío los cuales están determinados por trapecios (canal 1 y canal 2 respectivamente). En el canal 1, las paredes laterales miden 130 cm y 150 cm. En el canal 2, las paredes laterales miden 160 cm cada una. ¿Qué se puede afirmar de las profundidades de dichos canales?

- A) Ambos tienen la misma profundidad.
- B) El canal 1 tiene mayor profundidad.
- C) El canal 2 tiene mayor profundidad.
- D) No se pueden comparar las profundidades.

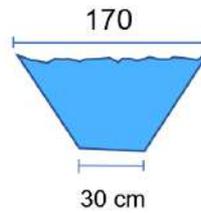


Figura 1

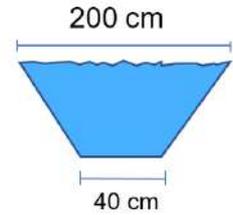
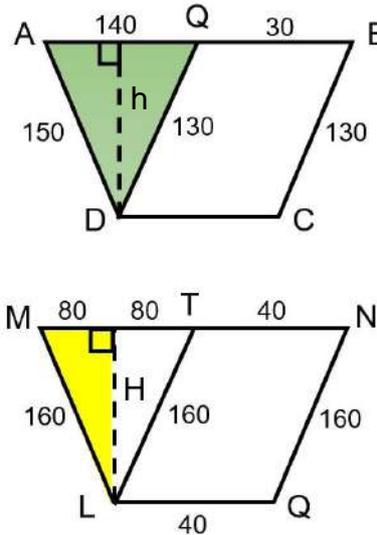


Figura 2

Solución:

- $\overline{DQ} \parallel \overline{BC}$
 → DQBC paralelogramo
- $\triangle ADQ$: Teorema de Herón

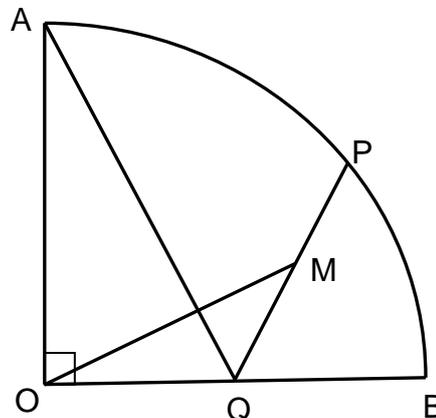
$$h = \frac{2}{140} \sqrt{210(80)(70)(60)}$$
 → $h = 120 \dots (1)$
- $\triangle MLT$: equilátero
 → $H = 80\sqrt{3} \dots (2)$
- De (1) y (2): $H > h$



Rpta.: C

10. En la figura, AOB es un cuadrante y $QM = MP$. Si $OM = 5$ m y $AQ = 8$ m, halle QP .

- A) $3\sqrt{7}$ m
- B) $2\sqrt{7}$ m
- C) $2\sqrt{6}$ m
- D) $3\sqrt{6}$ m



Solución:

- ΔPOQ : Teorema de la mediana

$$a^2 + R^2 = 2(5^2) + \frac{(2b)^2}{2} \dots (1)$$

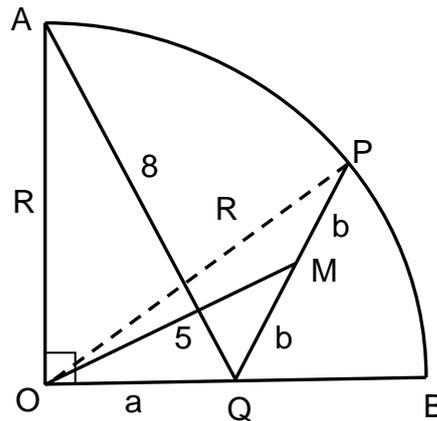
- ΔAOQ : Teorema de Pitágoras

$$a^2 + R^2 = 8^2 \dots (2)$$

- (1) = (2): $2(5^2) + 2b^2 = 8^2$

$$\rightarrow b = \sqrt{7}$$

$$\therefore PQ = 2\sqrt{7}$$



Rpta.: B

11. En la figura 1, se tiene un estacionamiento de bicicletas. En la figura 2, se muestra una bicicleta estacionada, donde se observa que el punto A está a la misma altura que el centro de la llanta, T es un punto de tangencia, $BP = 8$ pulgadas y $BT = 12$ pulgadas. Halle el diámetro de la llanta.

- A) 27,5 pulgadas
- B) 28 pulgadas
- C) 26 pulgadas
- D) 29 pulgadas

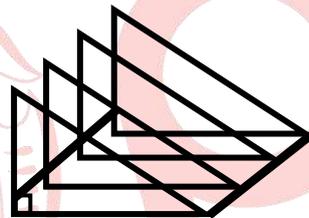


Figura 1

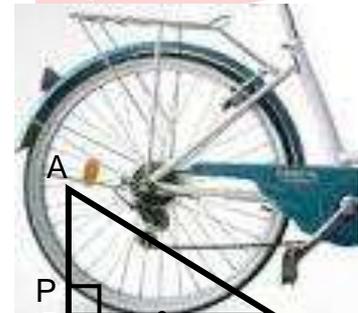


Figura 2

Solución:

- Teorema de la tangente

$$12^2 = BQ (BP) = 8(BQ)$$

$$\rightarrow BQ = 18$$

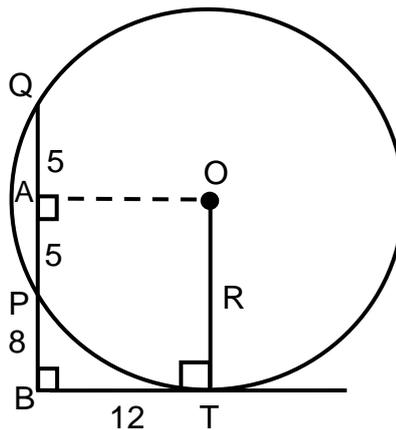
- $\overline{OA} \perp \overline{PQ}$

$$\rightarrow PA = AQ = 5$$

- AOTB: rectángulo

$$\rightarrow R = 13$$

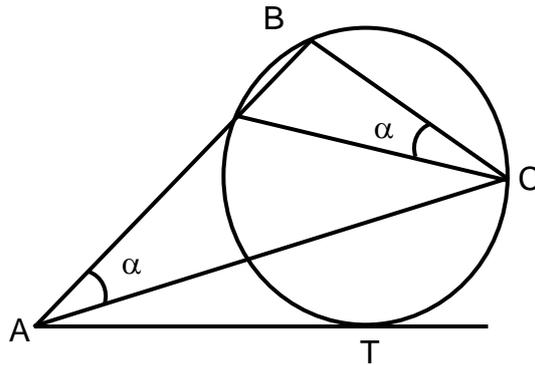
$$\therefore 2R = 26$$



Rpta.: C

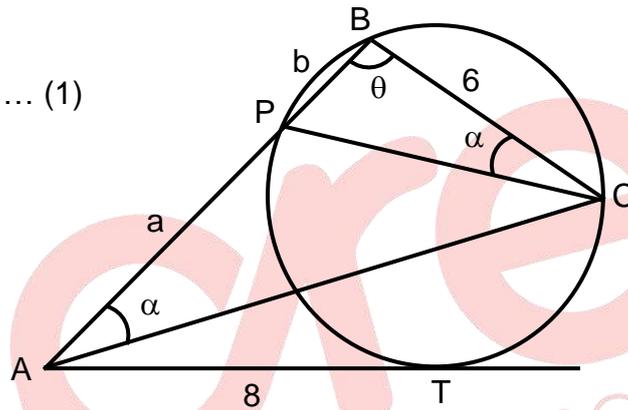
12. En la figura, T punto de tangencia, BC = 6 m y AT = 8 m. Halle AB.

- A) $6\sqrt{2}$ m
- B) $8\sqrt{2}$ m
- C) 10 m
- D) 12 m



Solución:

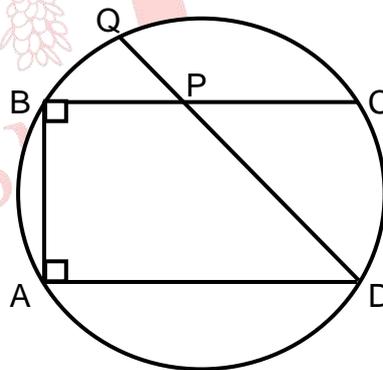
- $\triangle ABC \sim \triangle CBP$ (AA):
 $\frac{6}{a+b} = \frac{b}{6} \rightarrow 6^2 = b(a+b) \dots (1)$
- Teorema de la tangente
 $8^2 = (a+b)a \dots (2)$
- (1) + (2): $(a+b)^2 = 6^2 + 8^2$
 $\rightarrow a+b = 10$
 $\therefore AB = 10$



Rpta.: C

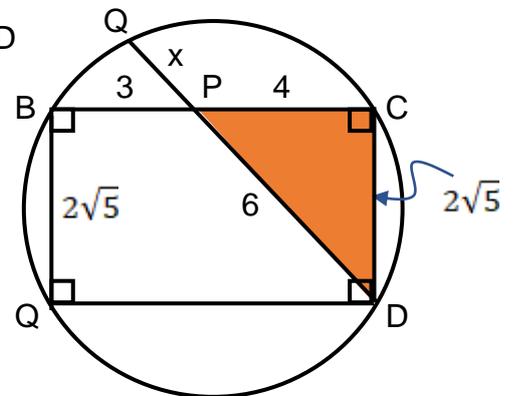
13. En la figura, $AB = 2\sqrt{5}$ m, BP = 3 m y PC = 4 m. Halle PQ.

- A) 2 m
- B) 3 m
- C) $\sqrt{2}$ m
- D) $2\sqrt{2}$ m



Solución:

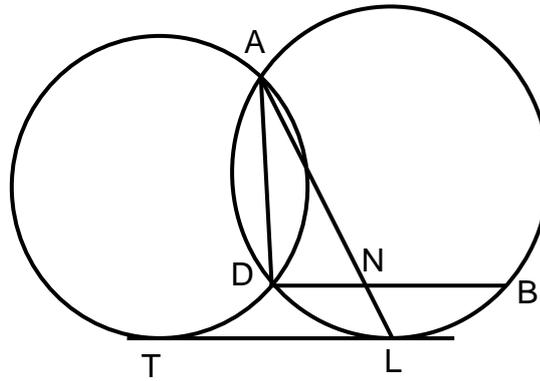
- $\triangle PCD$: Teorema de Pitágoras
 $\rightarrow PD^2 = 4^2 + (2\sqrt{5})^2$
 $PD = 6$
- Teorema de las cuerdas
 $6x = 3(4)$
 $\therefore x = 2$



Rpta.: A

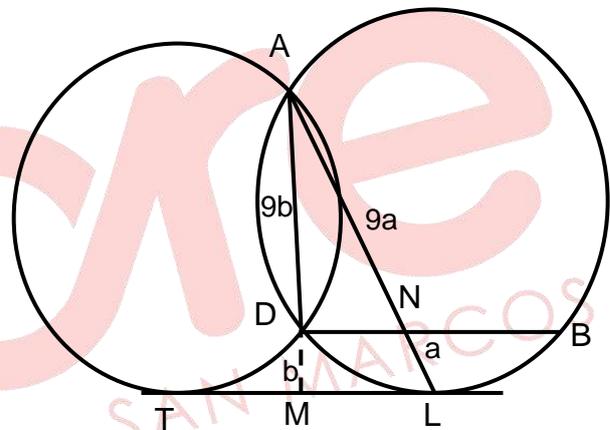
14. En la figura, T y L son puntos de tangencia, $AN = 9(NL)$ y $TL = 2\sqrt{10}$ m. Si $m\widehat{DL} = m\widehat{LB}$, halle AD.

- A) 9 m
- B) 6 m
- C) 12 m
- D) 18 m



Solución:

- $m\widehat{DL} = m\widehat{LB} \rightarrow \overline{TL} \parallel \overline{BD}$
- Teorema de Thales
 $AD = 9DM = 9b$
- Teorema de la tangente
 $TM^2 = (10b)b$ y $ML^2 = (10b)b$
 $\rightarrow TM = ML = b\sqrt{10}$
 Dato: $TL = 2\sqrt{10} = 2b\sqrt{10} \rightarrow b = 1$
 $\therefore AD = 9$

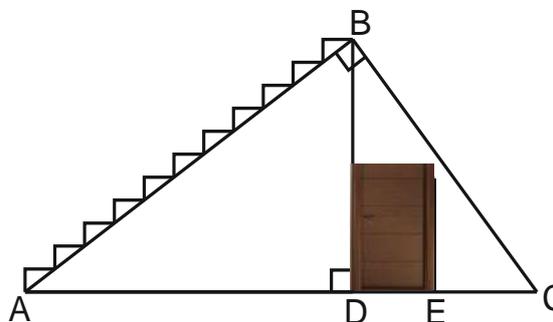


Rpta.: A

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. En la figura, la escalera mide 12 m y $AC = 13$ m. Halle el ancho de la puerta cuya medida es la octava parte de AD.

- A) $\frac{17}{15}$ m
- B) $\frac{18}{13}$ m
- C) $\frac{18}{11}$ m
- D) $\frac{17}{11}$ m

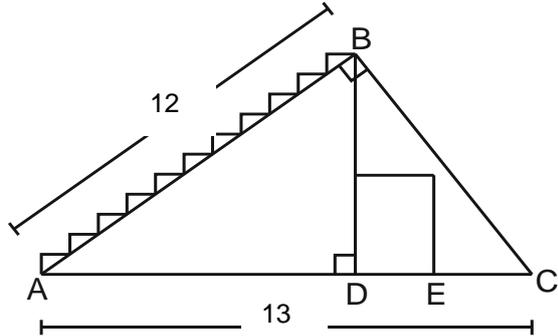


Solución:

- $\triangle ABC$: Relaciones métricas:

$$12^2 = 13(AD) \rightarrow AD = \frac{144}{13}$$

- Dato: $DE = \frac{1}{8} \left(\frac{144}{13} \right) = \frac{18}{13}$



Rpta.: B

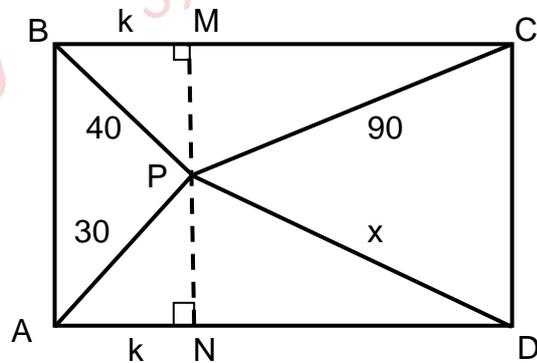
2. Cuatro hormigas situadas cada una en las esquinas del tablero de la mesa rectangular ABCD, las cuales perciben unos granos de azúcar que se encuentran en el punto P y deciden ir por ella, de tal forma que sus trayectorias hacia dicho punto son las mínimas. Si $AP = 30$ cm, $BP = 40$ cm y $PC = 90$ cm, halle la longitud del recorrido realizado por la hormiga ubicada en el punto D.

- A) $10\sqrt{74}$ cm
- B) $2\sqrt{74}$ cm
- C) $6\sqrt{51}$ cm
- D) $3\sqrt{53}$ cm



Solución:

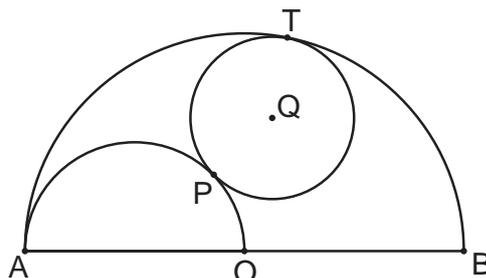
- $\triangle APD$: Teorema de Euclides
 $x^2 = 30^2 + AD^2 - 2k(AD) \dots (1)$
- $\triangle BPC$: Teorema de Euclides
 $90^2 = 40^2 + BC^2 - 2k(BC) \dots (2)$
- $(1) - (2)$: $x^2 - 90^2 = 30^2 - 40^2$
 $\therefore x = 10\sqrt{74}$



Rpta.: A

3. En la figura, \overline{AB} y \overline{AO} son diámetros, P y T puntos de tangencia, $AO = OB$ y Q centro de la circunferencia. Si $AO = 8$ m y $QT = 3$ m, halle la distancia de Q a \overline{AB} .

- A) $\sqrt{5}$ m
- B) $\sqrt{6}$ m
- C) $2\sqrt{2}$ m
- D) $2\sqrt{6}$ m



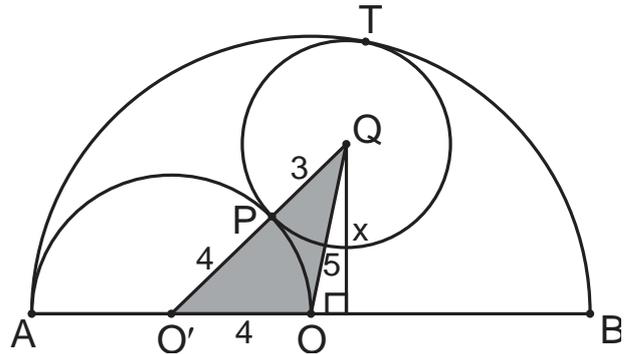
Solución:

- P punto de tangencia
→ O', P y Q son colineales
- ΔO'QO: Teorema de Herón

$$p = \frac{7 + 5 + 4}{2} = 8$$

$$x = \frac{2}{4} \sqrt{8(1)(3)(4)}$$

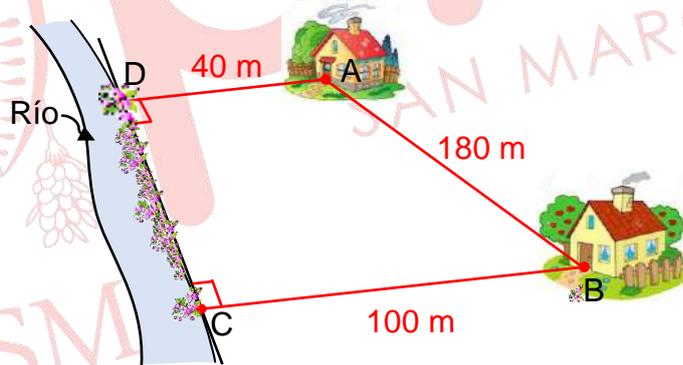
$$\therefore x = 2\sqrt{6} \text{ m}$$



Rpta.: D

4. En la figura, Ronald y su mamá viven en las casas ubicadas en los puntos A y B respectivamente. En el tramo \overline{CD} (borde del río) crecen flores que le encantan a su mamá. Ronald, cada vez que la visita siempre pasa por el río, recogiendo las flores, las que están frente a la casa de ella. Si Ronald recorre la trayectoria más corta para llegar a las flores, ¿cuál es la longitud de dicha trayectoria?

- A) $\sqrt{308}$ m
- B) $\sqrt{312}$ m
- C) $\sqrt{309}$ m
- D) $\sqrt{313}$ m

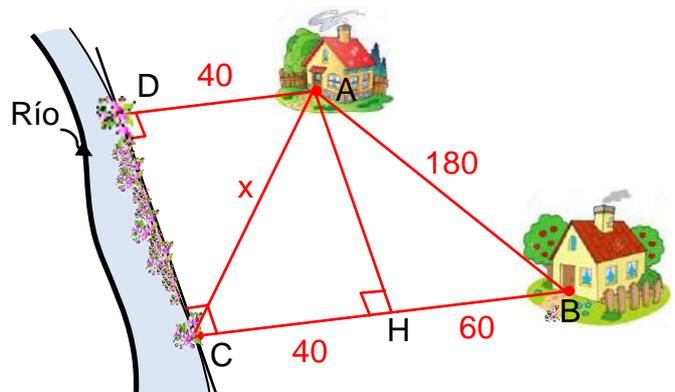


Solución:

- La trayectoria más corta es \overline{AC} .
- Sea \overline{AH} perpendicular a \overline{BC}
→ $CH = AD = 40$
- ΔABC: Teorema de Euclides

$$x^2 = 180^2 + 100^2 - 2(100)(60)$$

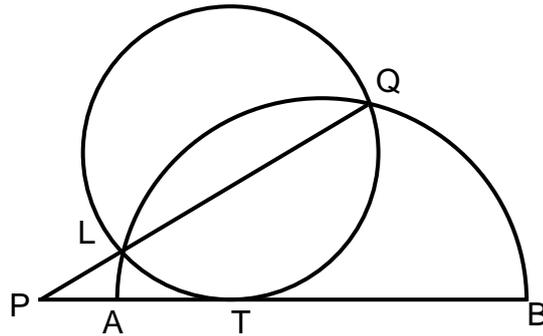
$$\therefore x = \sqrt{308}$$



Rpta.: A

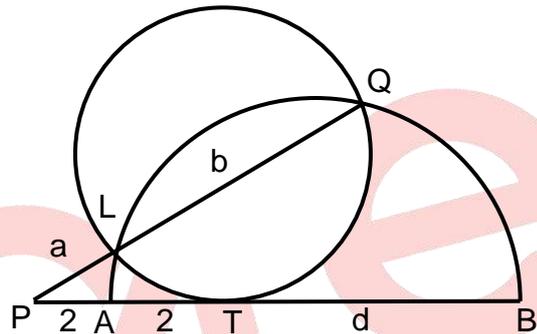
5. En la figura, \overline{AB} es diámetro y T punto de tangencia. Si $PA = AT = 2$ m, halle AB.

- A) 6 m
- B) 4 m
- C) 5 m
- D) 3 m



Solución:

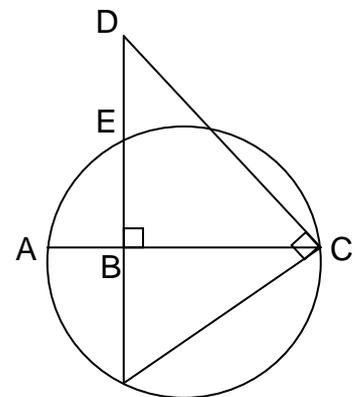
- Teorema de la tangente
 $4^2 = (a + b)a \quad \dots (1)$
- Teorema de las secantes
 $(a + b)a = (4 + d)2 \quad \dots (2)$
- $(1) = (2)$
 $4^2 = (4 + d)2$
 $d = 4$
- $AB = 2 + d$
 $\therefore AB = 6$



Rpta.: A

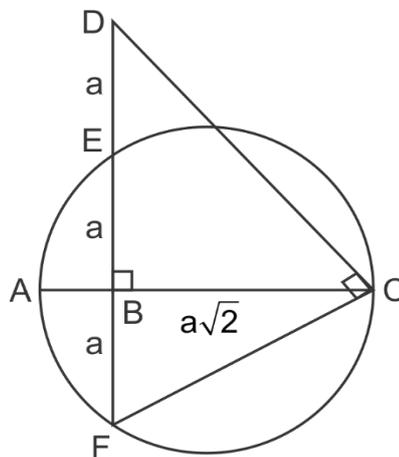
6. En la figura, \overline{AC} es diámetro, $DE = EB$ y $(AB)(BC) = 8 \text{ m}^2$. Halle CB.

- A) 1 m
- B) 2 m
- C) 4 m
- D) 4,5 m



Solución:

- Dato: $(AB)(BC) = 8$
- $\triangle FCD$: relaciones métricas
 $BC^2 = a(2a) \rightarrow BC = a\sqrt{2}$
- Teoremas de las cuerdas
 $\rightarrow a^2 = (AB)(BC)$
 $\rightarrow a^2 = 8 \rightarrow a = 2\sqrt{2}$
 $\therefore BC = 4$



Rpta.: C

Álgebra

EJERCICIOS

1. Nicolás desea hallar el valor de $L = \frac{3a+1}{a+2} + \frac{b^2-5}{3} + ab$ sabiendo que "a" y "b" son las raíces del polinomio $p(x) = x^2 - 3x - 5$. Si el profesor Luis le pregunta, ¿cuál es el duplo de L agregado a 10?, ¿qué respondió Nicolás?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

Solución:

$$p(x) = x^2 - 3x - 5 \text{ entonces por Cardano } \begin{cases} a+b=3 \\ a \cdot b = -5 \end{cases}$$

$$\text{"a" es raíz de } p(x) \Rightarrow a^2 - 3a - 5 = 0 \Rightarrow a^2 - 4 = 3a + 1 \Rightarrow a - 2 = \frac{3a+1}{a+2}$$

$$\text{"b" es raíz de } p(x) \Rightarrow b^2 - 3b - 5 = 0 \Rightarrow b^2 - 5 = 3b \Rightarrow \frac{b^2-5}{3} = b$$

$$L = \frac{3a+1}{a+2} + \frac{b^2-5}{3} + ab = (a-2) + b + ab = (a+b) - 2 - 5 = -4$$

$$\text{Piden } 2L + 10 = -8 + 10 = 2$$

Rpta.: B

2. El número de raíces positivas de los polinomios $p(x) = x^2 + x - 30$ y $q(x) = x^4 - 9x^2 + 8$ son α y β respectivamente. Si $s(x) = x^2p(x) - q(x) + (\alpha + \beta)x$ es un polinomio calcule el valor de $L = \frac{\sum(\text{raíces de } s(x))}{\sum(\text{productos binarios de las raíces de } s(x))}$.

A) -3 B) 9 C) 7 D) $-\frac{20}{3}$

Solución:

$$p(x) = x^2 + x - 30 = (x+6)(x-5), \text{ las raíces son } 5 \text{ y } -6 \text{ entonces } \alpha = 1$$

$$q(x) = x^4 - 9x^2 + 8 = (x^2 - 8)(x^2 - 1) = (x + 2\sqrt{2})(x - 2\sqrt{2})(x+1)(x-1),$$

$$\text{las raíces son } -2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 1 \text{ y } -1 \text{ entonces } \beta = 2$$

$$\text{Ahora } s(x) = x^2p(x) - q(x) + (\alpha + \beta)x = x^4 + x^3 - 30x^2 - x^4 + 9x^2 - 8 + 3x$$

$$\Rightarrow s(x) = x^3 - 21x^2 + 3x - 8$$

$$L = \frac{\sum(\text{raíces de } s(x))}{\sum(\text{productos binarios de las raíces de } s(x))} = \frac{21}{3} = 7$$

Rpta.: C

3. Al preguntársele a la mamá de Paolo por la cantidad de hijos que tiene, ella responde que dicha cantidad es "k", dicho valor está asociado al polinomio cúbico $p(x) = x^3 + 2(k-3)x^2 + (16-5k)x + 2(k-8)$ que tiene dos raíces iguales y una raíz igual a 2. ¿Cuántos hermanos tiene Paolo?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 1

Solución:

Como 2 es raíz de $p(x) = x^3 + 2(k-3)x^2 + (16-5k)x + 2(k-8)$ entonces $p(x)$ es divisible por $x-2$

Aplicando Ruffini $p(x) = (x^2 + (2k-4)x + (8-k))(x-2)$

entonces $x^2 + (2k-4)x + (8-k)$ tiene dos raíces iguales

$$\Rightarrow (2k-4)^2 - 4(8-k) = 0 \Rightarrow (k = -1 \text{ o } k = 4)$$

Paolo tiene 3 hermanos.

Rpta.: B

4. La utilidad en miles de soles de una empresa está modelada por el polinomio $U(x) = ax^3 + \frac{1}{2}x - 2$ donde x es la cantidad de cientos de polos producidos y vendidos. Si 2 es la única raíz entera de $U(x)$, determine la utilidad cuando se venda una cantidad equivalente a la mitad del producto de las raíces no enteras, en cientos de unidades.

A) 4000 soles B) 5000 soles C) 8000 soles D) 10000 soles

Solución:

Por dato: $U(2) = 0 \Rightarrow a(2)^3 + \frac{1}{2}(2) - 2 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{8}$

Se tiene $U(x) = \frac{1}{8}x^3 + \frac{1}{2}x - 2$ y sean sus raíces: 2, α y β

Por dato, $2 \cdot \alpha \cdot \beta = \frac{2}{\left(\frac{1}{8}\right)} \Rightarrow \alpha \cdot \beta = 8$

$\therefore U(4) = \frac{1}{8}(4)^3 + \frac{1}{2}(4) - 2 = 8$. La utilidad será de 8000 soles.

Rpta.: C

5. La casa de Enrique tiene tres patios planos de forma cuadrada. Los valores numéricos de las longitudes de la cantidad de metros de los lados de los tres patios son las raíces del polinomio $p(x) = x^3 - 13x^2 + 54x - k$. Si el hijo de Enrique, Lunié, quiere hallar el área total de los tres patios juntos como parte de una tarea escolar, ¿qué medida encontró Lunié?

A) 53 m^2 B) 80 m^2 C) 61 m^2 D) 48 m^2

Solución:

Supongamos que las raíces de $p(x) = x^3 - 13x^2 + 54x - k$ son a, b y c .

$$\text{Por Cardano } \begin{cases} \text{i. } a + b + c = 13 \\ \text{ii. } ab + bc + ac = 54 \end{cases}$$

Tenemos $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ac)$

$$\Rightarrow 169 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(54) \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 61$$

El área de los tres patios juntos de la casa de Enrique es 61 m^2 .

Rpta.: C

6. Enunciado: Los números $6, 2 - \sqrt{3}, i$ y $\sqrt{2}$ son raíces del polinomio $p(x)$, halle el valor de verdad (V) o de falsedad (F) de las siguientes proposiciones

I. Si $p(x)$ está en $\mathbb{Q}[x]$, el grado mínimo de $p(x)$ es 7.

II. Si $p(x)$ está en $\mathbb{R}[x]$, el grado mínimo de $p(x)$ es 5.

III. Si $p(x)$ está en $\mathbb{C}[x]$, el grado mínimo de $p(x)$ es 4.

en el orden dado.

Los estudiantes Hugo, Paco y Luis respondieron así: VFV, VVF y VVV respectivamente. ¿Quién(es) obtuvieron por lo menos dos respuestas correctas?

- A) Solo Hugo B) Solo Luis C) Todos D) Solo Hugo y Paco

Solución:

I. Si $p(x)$ está en $\mathbb{Q}[x]$, las raíces de $p(x)$ son

$$6, 2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}, i, -i, \sqrt{2} \text{ y } -\sqrt{2} \Rightarrow \text{el grado mínimo de } p(x) \text{ es } 7.$$

II. Si $p(x)$ está en $\mathbb{R}[x]$, las raíces de $p(x)$ son

$$6, 2 - \sqrt{3}, i, -i, \text{ y } \sqrt{2} \Rightarrow \text{el grado mínimo de } p(x) \text{ es } 5.$$

III. Si $p(x)$ está en $\mathbb{C}[x]$, las raíces de $p(x)$ son

$$6, 2 - \sqrt{3}, i \text{ y } \sqrt{2} \Rightarrow \text{el grado mínimo de } p(x) \text{ es } 4.$$

Rpta.: C

7. Gabriel, va a cobrar 10 soles por metro cuadrado para tarrajar las paredes y el techo de una habitación que tiene forma de paralelepípedo rectangular recto de volumen 63 m^3 . Si la suma de las longitudes de las tres aristas diferentes de la habitación es 12 metros y los valores numéricos de esas 3 longitudes son las raíces del polinomio $p(x) = x^3 - sx^2 + (10q + 5s - 600)x - q$. ¿Cuánto le pagarán en total a Gabriel si la puerta y la ventana de la habitación tienen un área juntas de 8 m^2 y el piso tiene un área de 20 m^2 ?

- A) 1435 soles B) 1520 soles C) 1240 soles D) 1540 soles

Solución:

$$p(x) = x^3 - sx^2 + (10q + 5s - 600)x - q$$

Sean a, b y c la cantidad de metros de las tres aristas de la habitación entonces $a + b + c = 12$ y $abc = 63$.

$$\text{Por Cardano} \begin{cases} \text{i. } a + b + c = s \Rightarrow s = 12 \\ \text{iii. } abc = q \Rightarrow q = 63 \\ \text{ii. } ab + bc + ac = 10q + 5s - 600 = 10(63) + 5(12) - 600 = 90 \end{cases}$$

$$\text{Área para tarrajear : } 2(ab + bc + ac) - 8 - 20 = 152 \text{ m}^2$$

Le pagarán en total a Gabriel: $152 \times 10 = 1520$ soles.

Rpta.: B

8. Los números $2 + \sqrt{3}$ y r , son dos raíces del polinomio de coeficientes racionales $p(x) = x^3 + x^2 + mx + n$. Si $(n - r)$ es el número de pares de zapatillas que vendió Jesús al precio unitario de $|n + m|$ decenas de soles, ¿cuál fue el ingreso que obtuvo Jesús al vender toda su mercadería?

- A) 1640 soles B) 1400 soles C) 1080 soles D) 1200 soles

Solución:

$$p(x) = x^3 + x^2 + mx + n \text{ en } \mathbb{Q}[x]$$

Por teorema de paridad, las raíces son $2 + \sqrt{3}$, $2 - \sqrt{3}$ y r .

Por Cardano

$$\text{i. } (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) + r = -1 \Rightarrow r = -5$$

$$\text{ii. } (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) + (2 + \sqrt{3})r + (2 - \sqrt{3})r = m \Rightarrow 1 + 4(-5) = m \Rightarrow m = -19$$

$$\text{iii. } (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})r = -n \Rightarrow n = 5$$

Número de pares de zapatillas vendidas: $n - r = 5 - (-5) = 10$

Precio unitario de cada par de zapatillas: $|n + m| \times 10 \text{ soles} = 140 \text{ soles}$

Al finalizar sus ventas, Jesús obtuvo $(140)(10) = 1400$ soles.

Rpta.: B**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Un terreno rectangular tiene de largo y ancho, $(6 - a)(4 - a)$ y $(6 - b)(4 - b)$ metros de longitud respectivamente, donde a y b son las raíces del polinomio $p(x) = 2x^2 - 9x + 10$. Determine el área del terreno rectangular.

- A) 39 m^2 B) 19 m^2 C) 36 m^2 D) 42 m^2

Solución:

Las raíces de $p(x) = 2x^2 - 9x + 10$ son a y b .

$$\text{entonces } \begin{cases} a+b = \frac{9}{2} \dots (1) \\ ab = 5 \dots (2) \end{cases}$$

$$\text{Área} = (6-a)(4-a)(6-b)(4-b) = ((6-a)(6-b))((4-a)(4-b))$$

$$= \begin{pmatrix} 36 - 6(a+b) + ab \\ \frac{9}{2} & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 16 - 4(a+b) + ab \\ \frac{9}{2} & 5 \end{pmatrix} = (14)(3) = 42 \text{ m}^2$$

Rpta.: D

2. Si las raíces del siguiente polinomio, $p(x) = x^3 - 3x^2 - 4x + 2$ son a , b y c , determine

el valor de $L = (a-3) - 2(b^2 - 3b - 4) + \frac{4}{c} + \frac{2}{a^2}$.

A) -5

B) 11

C) -7

D) 8

Solución:

Las raíces de $p(x) = x^3 - 3x^2 - 4x + 2$ son a , b y c

$$\text{entonces } \begin{cases} a+b+c = 3 \\ ab+ac+bc = -4 \\ abc = -2 \end{cases}$$

$$"a" \text{ es raíz de } p(x) \Rightarrow a^3 - 3a^2 - 4a + 2 = 0$$

$$\Rightarrow a^3 - 3a^2 = 4a - 2 \Rightarrow a - 3 = \frac{4a - 2}{a^2} = \frac{4}{a} - \frac{2}{a^2}$$

$$"b" \text{ es raíz de } p(x) \Rightarrow b^3 - 3b^2 - 4b + 2 = 0$$

$$\Rightarrow b(b^2 - 3b - 4) = -2 \Rightarrow b^2 - 3b - 4 = -\frac{2}{b}$$

$$\text{Piden } L = (a-3) - 2(b^2 - 3b - 4) + \frac{4}{c} + \frac{2}{a^2} = \left(\frac{4}{a} - \frac{2}{a^2}\right) - 2\left(-\frac{2}{b}\right) + \frac{4}{c} + \frac{2}{a^2}$$

$$= 4\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = 4\left(\frac{ab+bc+ac}{abc}\right) = 4\left(\frac{-4}{-2}\right) = 8$$

Rpta.: D

3. Si las raíces del polinomio $p(x) = x^3 - 3x^2 + 8x - 5$ son a , b y c , halle el valor de

$$L = \frac{bc}{a} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c}$$

A) 8,4

B) 7,5

C) 6,8

D) 12,1

Solución:

Las raíces de $p(x) = x^3 - 3x^2 + 8x - 5$ son a, b y c .

$$\text{Por Cardano} \begin{cases} \text{i. } a + b + c = 3 \\ \text{ii. } ab + bc + ac = 8 \\ \text{iii. } abc = 5 \end{cases}$$

$$\text{Piden } L = \frac{bc}{a} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c} = \frac{(bc)^2 + (ac)^2 + (ab)^2}{abc} \dots (1)$$

$$(ab + bc + ac)^2 = (8)^2 \Rightarrow (ab)^2 + (bc)^2 + (ac)^2 + 2(ab \cdot bc + ab \cdot ac + bc \cdot ac) = 64$$

$$\Rightarrow (ab)^2 + (bc)^2 + (ac)^2 + 2(abc)(b + a + c) = 64$$

$$\Rightarrow (ab)^2 + (bc)^2 + (ac)^2 + 2(5)(3) = 64 \Rightarrow (ab)^2 + (bc)^2 + (ac)^2 = 34$$

$$\text{En (1): } L = \frac{34}{5} = 6,8$$

Rpta: C

4. El polinomio $p(x) = 2x^3 + x^2 + tx - 4$ tiene dos raíces opuestas. El precio de un celular es de $|t|$ cientos de soles. Determine cuánto debería pagar Diego, si le realizan un descuento del $|t - 2|\%$ sobre dicho pago.

- A) 720 soles B) 640 soles C) 740 soles D) 820 soles

Solución:

Sean las raíces del polinomio $p(x) = 2x^3 + x^2 + tx - 4$: $-r, r$ y s .

Por Cardano

$$\text{i. } (-r) + r + s = -\frac{1}{2} \Rightarrow s = -\frac{1}{2} \dots (1)$$

$$\text{iii. } -r^2s = 2 \Rightarrow \text{de (1): } -r^2\left(-\frac{1}{2}\right) = 2 \Rightarrow r^2 = 4$$

$$\text{ii. } -r^2 + rs - rs = \frac{t}{2} \Rightarrow \frac{t}{2} = -r^2 \Rightarrow \frac{t}{2} = -4 \Rightarrow t = -8 \Rightarrow |t| = 8$$

Precio final del celular: $800 - 10\%(800) = 720$ soles.

Rpta.: A

5. José paga con un billete de 200 soles por un par de zapatos que compra para su hijo Jesús, a un costo de $(k + r + \alpha)$ docenas de soles; además, por ser cliente de la tienda le hacen un descuento de $\overline{1m}$ soles. Si α es la raíz intermedia del polinomio $p(x) = x^3 + rx^2 + (3k - 6)x - 28$ que se diferencia en 3 de las otras dos y "m" es la suma de coeficientes de $p(x)$, determine cuánto recibe de vuelto, José.

- A) S/ 144 B) S/ 126 C) S/ 114 D) S/ 102

Solución:

Sean las raíces de $p(x) = x^3 + rx^2 + (3k - 6)x - 28$: $\alpha - 3$, α y $\alpha + 3$

Por Cardano

$$\text{iii. } (\alpha - 3)\alpha(\alpha + 3) = 28 \Rightarrow \alpha(\alpha^2 - 9) = 28 \Rightarrow \alpha = 4$$

$$\text{i. } (\alpha - 3) + \alpha + (\alpha + 3) = -r \Rightarrow r = -3\alpha \Rightarrow r = -12$$

$$\text{ii. } (\alpha - 3)\alpha + \alpha(\alpha + 3) + (\alpha - 3)(\alpha + 3) = 3k - 6 \Rightarrow k = \alpha^2 - 1 \Rightarrow k = 15$$

$$\sum \text{coef } p(x) = 1 + r + 3k - 6 - 28 = 1 - 12 + 45 - 6 - 28 = 0 \Rightarrow m = 0$$

$$\text{Tenemos } k + r + \alpha = 15 - 12 + 4 = 7$$

Precio del par de zapatos: $7(12) - 10$ soles = 74 soles

Vuelto a José: $200 - 74 = 126$ soles.

Rpta.: B

6. Determine el polinomio mónico $p(x)$, de menor grado posible y con coeficientes reales que tiene como raíces a los números $\sqrt{2}$ y $1 - 2i$.

A) $p(x) = x^3 - (2 + \sqrt{2})x^2 + (2\sqrt{2} + 5)x - 5\sqrt{2}$

B) $p(x) = x^3 - (2 - \sqrt{2})x^2 + (2\sqrt{2} + 5)x - 5\sqrt{2}$

C) $p(x) = x^4 + 4x^3 - (2 + \sqrt{2})x^2 + (2\sqrt{2} + 5)x - 5\sqrt{2}$

D) $p(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 4x - 10$

Solución:

Si $p(x) \in \mathbb{R} x$ y sus raíces son $\sqrt{2}$ y $1 - 2i$ entonces

por el teorema de paridad las raíces del polinomio mónico

de menor grado posible son $\sqrt{2}$, $1 - 2i$ y $1 + 2i$.

$$\text{Así } p(x) = (x - \sqrt{2})(x - (1 - 2i))(x - (1 + 2i))$$

$$p(x) = (x - \sqrt{2})((x - 1) + 2i)((x - 1) - 2i)$$

$$p(x) = (x - \sqrt{2})((x - 1)^2 - 4(-1))$$

$$p(x) = (x - \sqrt{2})(x^2 - 2x + 5)$$

$$p(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - \sqrt{2}x^2 + 2\sqrt{2}x - 5\sqrt{2}$$

$$p(x) = x^3 - (2 + \sqrt{2})x^2 + (2\sqrt{2} + 5)x - 5\sqrt{2}$$

Rpta.: A

7. Cierta día, Javier le pregunta a su compañera de universidad, Roxana, por su edad, a lo que ella le contesta: "Los años que tengo coincide con el mayor valor de 'n', en el polinomio $p(x) = x^3 - 21x + n$, en el cual una de sus raíces es el cuádruple de la otra". Al día siguiente, Javier le dice: "Ya sé cuál es tu edad, la mía es el cuadrado de la raíz restante de tu polinomio". ¿Cuántos años es mayor Javier que Roxana?

A) 5 años

B) 8 años

C) 4 años

D) 6 años

Solución:

Sean $r, 4r$ y s las raíces de $p(x) = x^3 - 21x + n$

Por Cardano:

$$i. \quad r + 4r + s = 0 \Rightarrow s = -5r \dots (1)$$

$$ii. \quad 4r^2 + rs + 4rs = -21 \Rightarrow 4r^2 + 5rs = -21 \dots (2)$$

$$iii. \quad 4r^2s = -n \dots (3)$$

$$(1) \text{ en } (2): 4r^2 + 5r(-5r) = -21 \Rightarrow r^2 = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} r = 1 \text{ en } (1): s = -5 \text{ entonces en } (3): n = 20 \\ r = -1 \text{ en } (1): s = 5 \text{ entonces en } (3): n = -20 \end{cases}$$

Edad de Roxana: 20 años.

Edad de Javier: $s^2 = 25$ años.

La diferencia de edades es 5 años.

Rpta.: A

8. Don Juan adeuda una cierta cantidad de meses de alquiler de su vivienda puesto perdió el trabajo producto de la pandemia. Ana, Beatriz y Cecilia deciden ayudarlo con pagar 3 meses del total de su deuda. Si el número de meses que adeuda Don Juan es equivalente al menor grado de un polinomio $p(x)$ mónico con coeficientes racionales cuyas raíces son $-3, \sqrt{3}-5$ y $2+2i$ y la mensualidad por alquiler (en soles) es numéricamente la suma de coeficientes de $p(x)$, determine el monto que aun adeudará Don Juan.

- A) 1320 soles B) 1800 soles C) 2100 soles D) 1460 soles

Solución:

Por dato: $p(x) \in \mathbb{Q}[x]$

Las raíces de $p(x)$ son $\{-3, -5 + \sqrt{3}, -5 - \sqrt{3}, 2 + 2i, 2 - 2i\}$

$$\Rightarrow p(x) = (x+3)(x+5-\sqrt{3})(x+5+\sqrt{3})(x-2-2i)(x-2+2i) \therefore \text{gr}_{\min}[p(x)] = 5$$

$$\text{Así } p(1) = (1+3)(1+5-\sqrt{3})(1+5+\sqrt{3})(1-2-2i)(1-2+2i) = 660$$

A Don Juan aún le falta pagar: $(5-3)660 = 1320$ soles

Rpta.: A

Trigonometría

EJERCICIOS

1. Si $\tan 2^\circ = a$ con $0 < a < 1$ y $\cot 86^\circ = -2b$ con $0 < b < 1$, determine una relación entre a y b .

A) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 2a$

B) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = a$

C) $\frac{a+b}{a} = 1$

D) $\frac{1-a^2}{1-b^2} = 1$

Solución:

Dado que $\cot 86^\circ = \tan 4^\circ$

$$\cot 86^\circ = \tan 2(2^\circ) = \frac{2 \tan 2^\circ}{1 - \tan^2 2^\circ} = \frac{2a}{1 - a^2},$$

$$\Rightarrow -2b = \frac{2a}{1 - a^2} \Rightarrow b = \frac{a}{a^2 - 1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{a^2 - 1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b} = a - \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = a$$

Rpta.: B

2. Un reportero gráfico se encuentra frente al hotel donde se aloja y concentra la Selección Peruana de Fútbol, en determinado instante consigue tomar fotografías a los jugadores Yotún y Edinson Flores, los cuales se encuentran en pisos diferentes, para el primero elevó su cámara un ángulo θ rad ($\tan \theta = \frac{3}{5}$) y en el mismo plano vertical para fotografiar al segundo jugador elevó su cámara un ángulo de elevación 2θ rad. Si el reportero se encuentra a 60 metros del hotel, determine la distancia entre Yotún y Flores en ese instante.

A) 60 m

B) 50 m

C) 70 m

D) 80 m

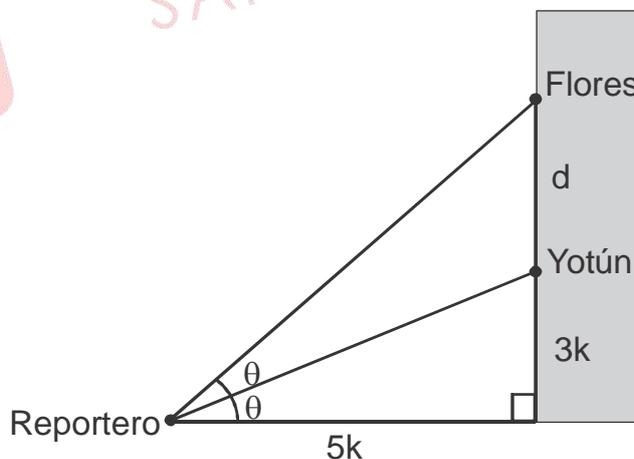
Solución:

A partir de la figura: $\tan \theta = \frac{3}{5}$

$$\tan 2\theta = \frac{d + 3k}{5k} \Rightarrow \frac{2 \left(\frac{3}{5} \right)}{1 - \left(\frac{3}{5} \right)^2} = \frac{d + 3k}{5k}$$

Y como $5k = 60 \Rightarrow k = 12$

$$\Rightarrow \frac{15}{8} = \frac{d + 36}{60} \Rightarrow d = 76,5 \text{ m.}$$

**Rpta.: C**

3. Harumi le cuenta a su hermana mayor que en el curso de Trigonometría, le han dejado un ejercicio en donde le piden encontrar una expresión equivalente a $2M^2 \csc^2 2\alpha - 1$. Si $M = 8 \operatorname{sen} \alpha \cos^4 \alpha - 6 \operatorname{sen} \alpha \cos^2 \alpha$, determine la expresión a la cual debe llegar Harumi.
- A) $\operatorname{sen} 4\alpha$ B) $\cos 8\alpha$ C) $\operatorname{sen} 6\alpha$ D) $\cos 6\alpha$

Solución:

$$M = 8\operatorname{sen}\alpha \cos^4 \alpha - 6\operatorname{sen}\alpha \cos^2 \alpha$$

$$M = 2\operatorname{sen}\alpha \cdot \cos \alpha (4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha)$$

$$M = \operatorname{sen}2\alpha \cdot \cos 3\alpha$$

$$M \operatorname{csc} 2\alpha = \cos 3\alpha$$

$$M^2 \operatorname{csc}^2 2\alpha = \cos^2 3\alpha$$

$$2M^2 \operatorname{csc}^2 2\alpha - 1 = 2\cos^2 3\alpha - 1 = \cos 6\alpha$$

Rpta.: D

4. Al Sr. Raúl se le pagó el 25% de su fondo AFP, el cual equivale a $10\sec^2 2\beta$ miles de soles, donde se cumple que $3\tan^2 \beta + 2\tan \beta - \tan^2 \frac{\pi}{3} = 0$. ¿Cuánto era el fondo total que tenía el Sr. Raúl?

A) 400 000 soles B) 200 000 soles C) 600 000 soles D) 800 000 soles

Solución:

Dado que $3\tan^2 \beta + 2\tan \beta - (\sqrt{3})^2 = 0$

$$2\tan \beta = 3 - 3\tan^2 \beta \Rightarrow \frac{2\tan \beta}{1 - \tan^2 \beta} = 3$$

$$\Rightarrow \tan 2\beta = 3 \Rightarrow \sec^2 2\beta = 10 \Rightarrow 10\sec^2 2\beta = 100$$

Luego, si 100 mil soles es el 25%, entonces el fondo AFP del Sr. Raúl era de 400 mil soles.

Rpta.: A

5. Marcos sabiendo que su hermana Juanita está preparándose para su examen de trigonometría en PRE-SAN MARCOS le dice: por cada ejercicio que resuelvas de esta lista de 20 problemas recibirás $50(\operatorname{sen}2\alpha + \operatorname{sen}\alpha)$ soles, donde $\frac{\alpha}{2}$ es un ángulo en posición normal cuyo lado terminal pasa por $(-1, 2)$. Si Juanita resolvió 13 problemas, ¿cuántos soles recibió?

A) 143 soles B) 104 soles C) 117 soles D) 120 soles

Solución:

De los datos tenemos $\frac{\pi}{2} < \frac{\alpha}{2} < \pi \Rightarrow \pi < \alpha < 2\pi$

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{-1} = -2 \Rightarrow \tan \alpha = \frac{2 \times \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{4}{3}, \quad \alpha \in \text{III C}$$

Luego, recibe $50(\operatorname{sen}2\alpha + \operatorname{sen}\alpha) = 50\left(2 \times \frac{-4}{5} \times \frac{-3}{5} + \frac{-4}{5}\right) = 8$ soles por problema.

Entonces en total recibió $13 \times 8 = 104$ soles.

Rpta.: B

6. Si $\operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha = 2\operatorname{sen}\theta$, calcule el valor de $\frac{\cos^2(45^\circ + \alpha)}{\cos 2\theta}$.

A) 0,25

B) 1

C) 1,25

D) 2

Solución:

$$\operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha = 2\operatorname{sen}\theta$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}\left(\operatorname{sen}\alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \cos\alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 2\operatorname{sen}\theta$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}\operatorname{sen}(45^\circ + \alpha) = 2\operatorname{sen}\theta$$

$$\Rightarrow 2\operatorname{sen}^2(45^\circ + \alpha) = 4\operatorname{sen}^2\theta$$

$$2 - 2\cos^2(45^\circ + \alpha) = 2(1 - \cos 2\theta) = 2 - 2\cos 2\theta$$

$$\frac{\cos^2(45^\circ + \alpha)}{\cos 2\theta} = 1$$

Rpta.: B

7. Sea θ un ángulo tal que $\pi < 16\theta < 2\pi$ y se cumple que $\sec^2\theta + \csc^2\theta + 4\sec^2 2\theta = \frac{64\sqrt{3}}{3}\cos 4\theta \cdot \csc 4\theta$, determine el valor de θ rad.

A) $\frac{\pi}{48}$ rad

B) $\frac{\pi}{24}$ rad

C) $\frac{\pi}{12}$ rad

D) $\frac{5\pi}{24}$ rad

Solución:

$$\sec^2\theta + \csc^2\theta + 4\sec^2 2\theta = \frac{64\sqrt{3}}{3}\cos 4\theta \cdot \csc 4\theta$$

$$\Rightarrow 4\csc^2 2\theta + 4\sec^2 2\theta = \frac{64}{\sqrt{3}}\cos 4\theta \cdot \csc 4\theta$$

$$\Rightarrow \csc^2 2\theta + \sec^2 2\theta = \frac{16}{\sqrt{3}}\cos 4\theta \cdot \csc 4\theta$$

$$\Rightarrow 4\csc^2 4\theta = \frac{16}{\sqrt{3}}\cos 4\theta \cdot \csc 4\theta \Rightarrow \csc 4\theta = \frac{4}{\sqrt{3}}\cos 4\theta$$

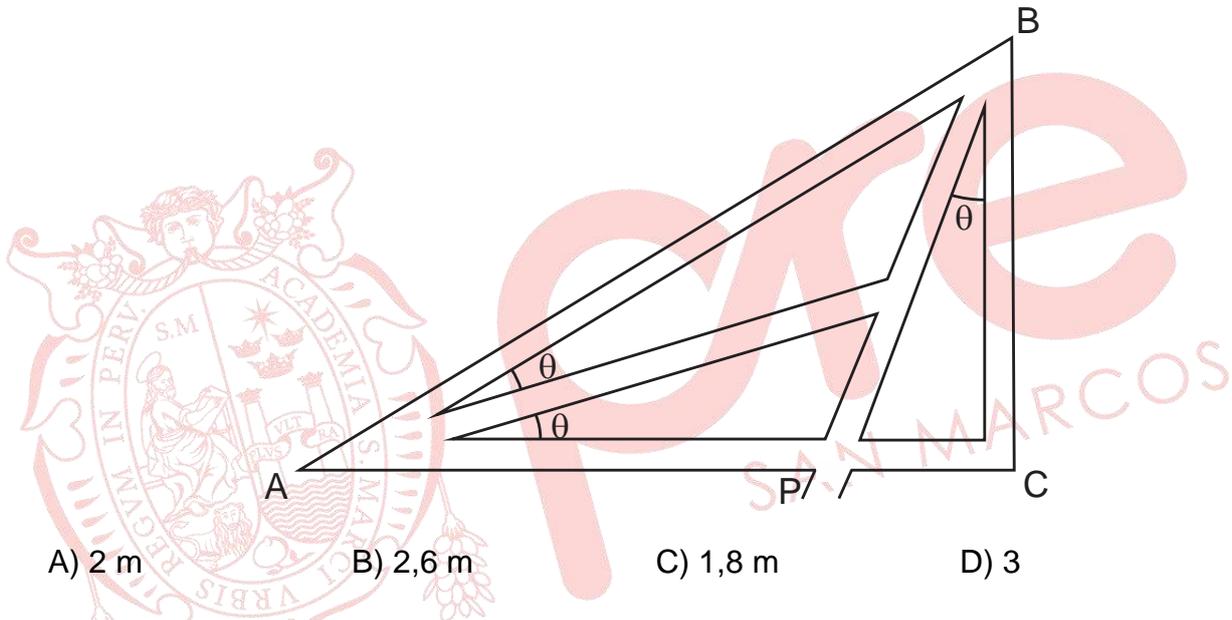
$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\operatorname{sen}4\theta \cos 4\theta \Rightarrow \operatorname{sen}8\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Como $\pi < 16\theta < 2\pi \Rightarrow \frac{\pi}{2} < 8\theta < \pi$ esto es $8\theta \in \text{II C}$

$$\Rightarrow \operatorname{sen} 8\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 8\theta = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \theta_{\text{rad}} = \frac{\pi}{12} \text{ rad.}$$

Rpta.: C

8. Alfredo, Bernardo y Carlos son tres hermanos que están ubicados en los puntos A, B y C respectivamente, dichos puntos se encuentran dentro de un parque de forma triangular recto en C, como se muestra en la figura. Al mismo tiempo los tres parten al encuentro de su padre ubicado en el punto "P". Si Alfredo recorrió 6 m para llegar a P y $\sec 2\theta = 1,4$, indique cuántos metros menos recorrió Carlos respecto de Alfredo.



- A) 2 m B) 2,6 m C) 1,8 m D) 3

Solución:

A partir de la figura: $\tan 2\theta = \frac{x \cdot \cot \theta}{6 + x}$

$$\tan 2\theta \cdot \tan \theta = \frac{x}{6 + x} \Rightarrow \frac{\operatorname{sen} 2\theta}{\cos 2\theta} \cdot \frac{\operatorname{sen} \theta}{\cos \theta} = \frac{x}{6 + x}$$

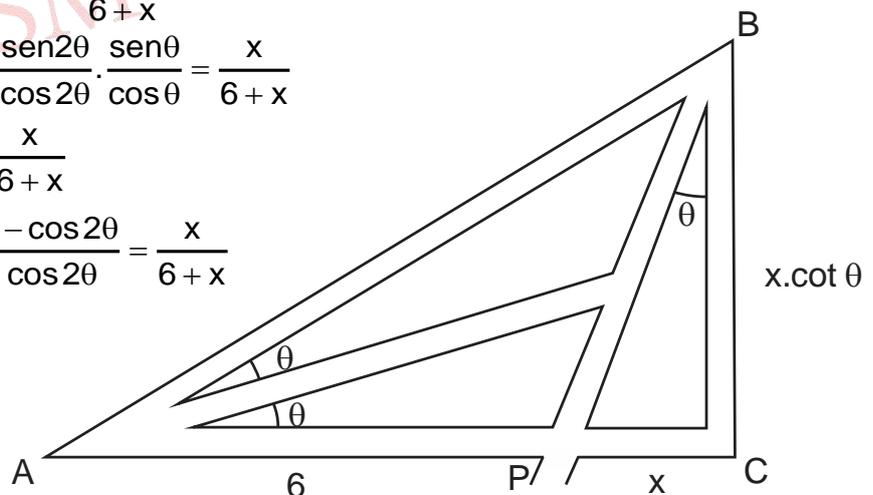
$$\Rightarrow \frac{2\operatorname{sen} \theta \cdot \cos \theta}{\cos 2\theta} \cdot \frac{\operatorname{sen} \theta}{\cos \theta} = \frac{x}{6 + x}$$

$$\Rightarrow \frac{2\operatorname{sen}^2 \theta}{\cos 2\theta} = \frac{x}{6 + x} \Rightarrow \frac{1 - \cos 2\theta}{\cos 2\theta} = \frac{x}{6 + x}$$

$$\Rightarrow \sec 2\theta - 1 = \frac{x}{6 + x}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{6 + x} = 1,4 - 1$$

$$\Rightarrow x = 4$$



Por lo tanto, Carlos recorrio 4 metros para alcanzar a su padre. Recorrio 2 metros menos que Alfredo.

Rpta.: A

9. La temperatura de una ciudad del Sur del Perú en un día está modelada por la siguiente expresión $T = 10 - \frac{5}{2} \left(\frac{\text{sen}\left(\frac{\pi t}{8}\right)}{\text{sen}\left(\frac{\pi t}{24}\right)} - 1 \right)$ en °C . Si $t \in [0;24]$, donde t son las horas transcurridas desde la medianoche, calcule la temperatura a las 4 pm.

- A) 12,5 °C B) 10 °C C) 15 °C D) 20 °C

Solución:

$$T = 10 - \frac{5}{2} \left(\frac{\text{sen}\left(\frac{\pi t}{8}\right)}{\text{sen}\left(\frac{\pi t}{24}\right)} - 1 \right) = 10 - \frac{5}{2} \left(\frac{\text{sen}\left(\frac{3\pi t}{24}\right)}{\text{sen}\left(\frac{\pi t}{24}\right)} - 1 \right)$$

$$\Rightarrow T = 10 - \frac{5}{2} \left((2 \cos\left(\frac{2\pi t}{24}\right) + 1) - 1 \right)$$

$$\Rightarrow T = 10 - 5 \cos\left(\frac{\pi t}{12}\right)$$

Nos piden la temperatura a las 4 pm, reemplazando $t = 16$:

$$T = 10 - 5 \cos\left(\frac{\pi \cdot 16}{12}\right) = 10 - 5 \cos\frac{4\pi}{3} = 10 + 5 \left(-\frac{1}{2}\right) = 12,5^\circ \text{C}$$

Rpta.: A

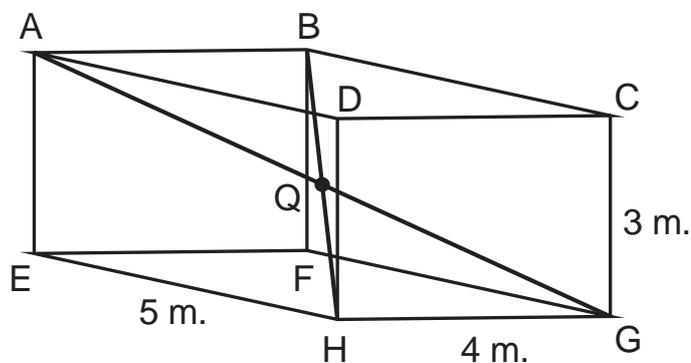
10. Un banco posee una caja fuerte con forma de paralelepípedo rectangular recto cuyas dimensiones se aprecian en la figura. En los vértices A y B se colocan láseres infrarrojos de seguridad que emiten rayos de luz \overline{AG} y \overline{BH} , los cuales se interceptan en el punto Q. Determine el coseno del menor ángulo que forman los rayos \overline{AG} y \overline{BH} .

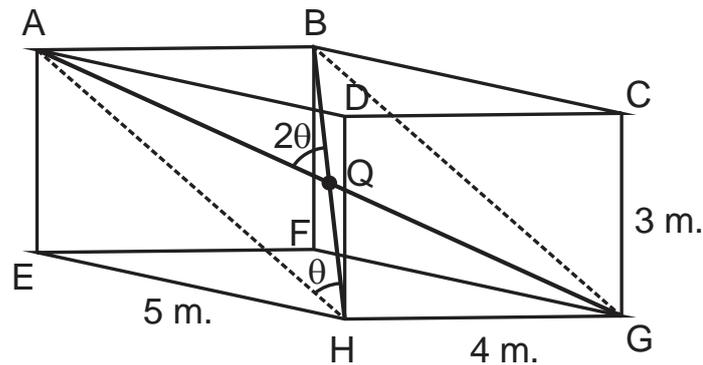
A) $\frac{16}{25}$

B) $\frac{9}{25}$

C) $\frac{9}{16}$

D) $\frac{9}{20}$



Solución:

Trazamos AH y BG de modo que se forma el rectángulo ABGH,

$AH = \sqrt{34}$ y la $m\angle AQB = 2\theta$, entonces en el triángulo rectángulo BAH (recto en A) la $m\angle AHB = \theta$.

$$\tan \theta = \frac{4}{\sqrt{34}}, \text{ luego } \cos 2\theta = 1 - 2\sin^2 \theta = 1 - 2\left(\frac{4}{5\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Uno de los catetos de un triángulo rectángulo mide $\frac{\tan^2 \alpha + \tan^2(90^\circ - \alpha) + 2}{\sec^2(90^\circ - 2\alpha)}$ metros y el otro cateto mide el doble. ¿Cuál es el área de la región del triángulo rectángulo?

A) 16 m^2

B) 8 m^2

C) 12 m^2

D) 20 m^2

Solución:

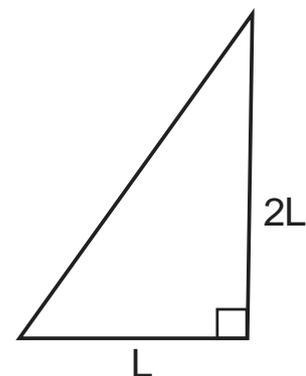
$$L = \frac{\tan^2 \alpha + \tan^2(90^\circ - \alpha) + 2}{\sec^2(90^\circ - 2\alpha)}$$

$$L = \frac{\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha + 2 \tan \alpha \cdot \cot \alpha}{\csc^2 2\alpha}$$

$$L = \frac{(\tan \alpha + \cot \alpha)^2}{\csc^2 2\alpha} = \sec^2 \alpha \csc^2 \alpha \times \sin^2 2\alpha$$

$$L = 4 \csc^2 2\alpha \times \sin^2 2\alpha = 4 \text{ m.}$$

El otro mide 8 m. luego el área será: $\frac{4 \times 8}{2} = 16 \text{ m}^2$



Rpta.: A

2. El Sr. Carlos desea colocar losetas sobre el piso de una sala de forma rectangular con dimensiones $\frac{9(\csc t)(1-\cos 2t)}{\text{sent}}$ metros de largo y $\left(\frac{5+5\text{sent}-5\text{cost}}{1+\text{sent}+\text{cost}}\right)\left(\frac{2+2\text{cost}}{\text{sent}}\right)$ metros de ancho. Si el costo por metro cuadrado para colocar losetas es de 15 soles, determine cuánto tendría que el Sr. Carlos para colocar losetas a toda la superficie de la sala.

- A) 2500 soles B) 2400 soles C) 2700 soles D) 1850 soles

Solución:

$$L = \frac{9\csc t(1-\cos 2t)}{\text{sent}} = \frac{9(2\text{sen}^2 t)}{\text{sen}^2 t} = 18 \text{ m.}$$

$$A = \left(\frac{5+5\text{sent}-5\text{cost}}{1+\text{sent}+\text{cost}}\right)\left(\frac{2+2\text{cost}}{\text{sent}}\right) = 10\left(\frac{1+\text{sent}-\text{cost}}{1+\text{sent}+\text{cost}}\right)\left(\frac{1+\text{cost}}{\text{sent}}\right)$$

$$A = 10\left(\frac{1-\text{cost}}{\text{sent}}\right)\left(\frac{1+\text{cost}}{\text{sent}}\right) = 10 \text{ m.}$$

Luego, el área de la sala: Área = $18 \times 10 = 180 \text{ m}^2$.

Finalmente, Costo = $180 \times 15 = 2700$ soles.

Rpta: C

3. En un plano, la distancia de la casa de Celia a su centro de estudios es de $(12\text{sen}^3 \phi + 3\text{sen}3\phi)\csc \phi + (8\cos^3 \phi - 2\cos 3\phi)\sec \phi$ cm. Si se sabe que la escala del plano es $P = \frac{1}{10^4}$, ¿cuál sería la distancia real en kilómetros?

- A) 1,5 km B) 0,12 km C) 0,6 km D) 1,8 km

Solución:

$$D = (12\text{sen}^3 \phi + 3\text{sen}3\phi)\csc \phi + (8\cos^3 \phi - 2\cos 3\phi)\sec \phi$$

$$D = 3(4\text{sen}^3 \phi + \text{sen}3\phi)\csc \phi + 2(4\cos^3 \phi - \cos 3\phi)\sec \phi$$

$$D = 3(3\text{sen}\phi)\csc \phi + 2(3\cos\phi)\sec \phi$$

$$D = 9 + 6$$

$$D = 15 \text{ cm.}$$

$$\text{Pasando a la escala: } D = 15 \text{ cm} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} \times \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} = \frac{1}{10^4} \times 1,5 \text{ km.}$$

Rpta.: A

4. Carlos se encuentra ubicado a cierta distancia y en dirección $N 90^\circ - 3\theta O$ respecto a Bertha, quien a su vez se encuentra a 4 metros y al Este respecto de Olga. Si Arturo está ubicado a 3 metros y al norte de Olga, pero al Sur de Carlos y el ángulo formado por las ubicaciones de Carlos, Bertha y Arturo es θ ; determine la distancia entre Carlos y Olga.

- A) $\frac{26}{9}$ m B) $\frac{47}{9}$ m C) $\frac{25}{9}$ m D) $\frac{59}{9}$ m

Solución:

De la figura descrita $CA = x$:

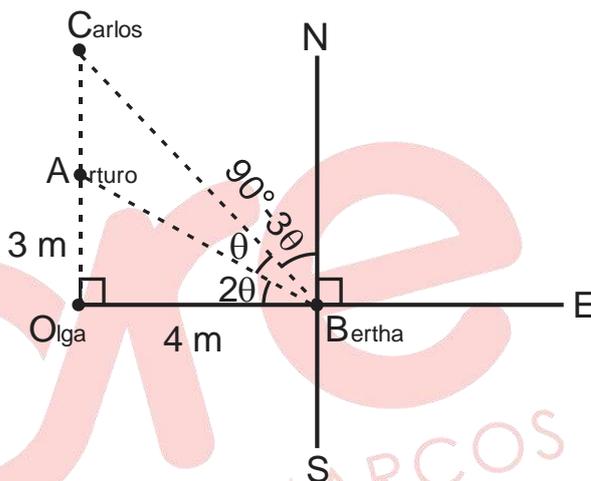
$$\tan 2\theta = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow 3 \tan^2 \theta + 8 \tan \theta - 3 = 0 \Rightarrow \tan \theta = \frac{1}{3}$$

Luego:

$$\tan 3\theta = \frac{x+3}{4} \Rightarrow \frac{\frac{3}{4} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{3}{4} \times \frac{1}{3}} = \frac{x+3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{13}{9} = \frac{x+3}{4} \Rightarrow x = \frac{25}{9} \text{ m.}$$



Rpta.: C

5. Si $A = \frac{\cot 16^\circ \cos 32^\circ + 2 \cos^2 16^\circ \tan 32^\circ}{\sec 32^\circ \cot 16^\circ}$ y $B = \frac{\sen 16^\circ + 2 \cos 8^\circ}{\sec^2 \frac{\pi}{4} + 2 \sen 8^\circ}$, determine una expresión equivalente a $\frac{2B^2 - 1}{A}$.

- A) $\cos^2 14^\circ$ B) $2 \sen 8^\circ$ C) $\cos 16^\circ$ D) $\sen^2 8^\circ$

Solución:

$$A = \frac{\cot 16^\circ \cos 32^\circ + 2 \cos^2 16^\circ \tan 32^\circ}{\sec 32^\circ \cot 16^\circ}$$

$$A = \frac{\cot 16^\circ \cos 32^\circ}{\sec 32^\circ \cot 16^\circ} + \frac{2 \cos^2 16^\circ \tan 32^\circ}{\sec 32^\circ \cot 16^\circ}$$

$$A = \cos^2 32^\circ + \frac{2 \cos^2 16^\circ \times \frac{\sen 32^\circ}{\cos 32^\circ}}{\frac{1}{\cos 32^\circ} \times \frac{\cos 16^\circ}{\sen 16^\circ}} = \cos^2 32^\circ + 2 \sen 16^\circ \cos 16^\circ \cdot \sen 32^\circ$$

$$A = \cos^2 32^\circ + \sen^2 32^\circ = 1$$

$$B = \frac{\text{sen}16^\circ + 2\text{cos}8^\circ}{\sec^2 \frac{\pi}{4} + 2\text{sen}8^\circ} = \frac{2\text{sen}8^\circ \text{cos}8^\circ + 2\text{cos}8^\circ}{2 + 2\text{sen}8^\circ}$$

$$B = \frac{\text{cos}8^\circ(2\text{sen}8^\circ + 2)}{2 + 2\text{sen}8^\circ} = \text{cos}8^\circ$$

$$\text{Luego } \frac{2B^2 - 1}{A} = \frac{2\text{cos}^2 8^\circ - 1}{1} = \text{cos}16^\circ$$

Rpta.: C

Lenguaje

EJERCICIOS

1. La frase nominal es la unidad sintáctica que posee un núcleo (nombre o pronombre) y puede presentar modificadores directos e indirectos según sea el caso. De acuerdo con esta aseveración, los núcleos de las frases nominales de los enunciados «Mañana redactaré el último documento que me solicitaste», «Ya llegaron todos los hermanos de José» y «Daniel, mi vecino, viajó anoche» son, respectivamente,

- A) documento, hermanos y vecino. B) documento, todos y Daniel.
C) documento, hermanos y Daniel. D) último, hermanos y vecino.

Solución:

En el primer enunciado, el núcleo de la FN es *documento*, que presenta modificadores directos e indirecto; en el segundo, *hermanos*, que también tiene modificadores; en el tercero, *Daniel*, que recibe modificador indirecto.

Rpta.: C

2. La frase nominal posee una estructura. Cuando esta carece de modificador indirecto es clasificada como incompleja, esto es, puede presentar solo núcleo o este con modificador directo. De acuerdo con esta afirmación, seleccione la opción en la que hay solo frase nominal incompleja.

- I. Posiblemente vengan los amigos de Nicanor.
II. Ya leímos estos tres libros muy interesantes.
III. Mis compañeros de aula leen atentamente.
IV. Estamos escuchando una hermosa melodía.

- A) I y III B) III y IV C) II y III D) II y IV

Solución:

En los enunciados II y IV, los núcleos *libros* y *melodía* carecen de modificador indirecto, por lo que las frases nominales son incomplejas.

Rpta.: D

3. Como unidad sintáctica, la frase nominal posee una estructura en la cual hay un núcleo y puede haber modificadores. Cuando hay modificadores indirectos, la frase nominal es compleja. Lea los siguientes enunciados y seleccione la alternativa en la que las frases nominales son complejas.
- Caían lentamente las hojas secas de esos árboles.
 - Resolví estos cinco problemas matemáticos anoche.
 - Leí *Los ríos profundos*, obra de José María Arguedas.
 - Hoy he estado podando aquellos tres árboles frutales.
- A) II y III B) I y III C) I y II D) III y IV

Solución:

En el enunciado I, la frase nominal es compleja porque presenta el modificador indirecto *de los árboles*; en el enunciado III, la frase nominal también es compleja porque incluye el modificador indirecto *obra de José María Arguedas*.

Rpta.: B

4. La frase nominal es clasificada como compuesta coordinada cuando presenta varios núcleos. Según ello, seleccione la opción en la que la frase nominal corresponde a esta clasificación.
- Juan José obtuvo dos medallas de plata.
 - Eres un alumno perseverante y reflexivo.
 - Leonardo, el relojero, bailó bien anoche.
 - La naranja y la papaya son frutas sabrosas.

Solución:

En la opción D, la frase nominal es compuesta coordinada porque incluye los núcleos *naranja* y *papaya*.

Rpta.: D

5. La frase nominal es la unidad sintáctica cuyo núcleo es el nombre o el pronombre; posee una estructura y cumple varias funciones. Según esta afirmación, en el enunciado «Los clientes, que eran hombres gordos con tirantes o mujeres viejas con bolsas, lo aplastaban, lo pisaban y desmantelaban bulliciosamente la tienda», el número de frases nominales es
- A) cinco. B) dos. C) cuatro. D) tres.

Solución:

En el enunciado, las frases nominales son las siguientes: 1) *los clientes, que eran hombres gordos con tirantes o mujeres viejas con bolsas*, 2) *lo*, 3) *lo* y 4) *la tienda*.

Rpta.: C

6. La frase nominal cumple las funciones de sujeto, vocativo y complemento (OD, OI, Circ., agente, de nombre, de adjetivo y de verbo). De acuerdo con esta aseveración, lea los enunciados y seleccione la alternativa que correlaciona correctamente la columna de las frases nominales subrayadas y la de las funciones que cumplen.

- | | |
|---|-------------|
| I. Mañana veré <u>una película</u> . | a. Sujeto |
| II. Viajaré <u>el próximo sábado</u> . | b. Vocativo |
| III. <u>Niños</u> , lean estos cuentos. | c. C. Circ. |
| IV. Trabajan <u>los campesinos</u> . | d. OD |

- A) Ic, IIb, IIIa, IVd B) Id, IIc, IIIb, IVa C) Id, IIb, IIIa, IVc D) Ic, IIc, IIIa, IVb

Solución:

En I, la FN *una película* cumple la función de OD del verbo *veré*; en II, la FN *el próximo sábado* asume la función de C. Circ. de tiempo; en III, la FN *niños* como vocativo; en IV, la FN *los campesinos*, como sujeto de la oración.

Rpta: B

7. El nombre o sustantivo es una categoría léxica que se caracteriza por ser variable, asumir la función de núcleo de la frase nominal y designar elementos de la realidad. Es clasificado como común, propio, concreto, abstracto, individual y colectivo; este último puede ser primitivo o derivado. De acuerdo con ello, establezca la correlación correcta entre los sustantivos subrayados y sus clases.

- | | |
|--|------------------------|
| I. La <u>generosidad</u> de Juan no tienen límites. | a. Colectivo primitivo |
| II. Limpiaré el <u>teclado</u> de la computadora. | b. Abstracto |
| III. Amigos, me agrada observar este <u>bosque</u> . | c. Concreto individual |
| IV. Susana ha bordado este hermoso <u>mantel</u> . | d. Colectivo derivado |

- A) Id, IIa, IIIb, IVc B) Ic, IIc, IIIa, IVb C) Ib, IIc, IIIa, IVc D) Ib, IIc, IIIa, IVd

Solución:

El sustantivo *generosidad* es abstracto, ya que designa algo que no es perceptible por los sentidos; el sustantivo *teclado* es colectivo derivado que expresa conjunto de teclas; el sustantivo *bosque* es colectivo primitivo porque designa un conjunto de árboles; el sustantivo *mantel* es concreto individual pues designa un objeto perceptible mediante los sentidos.

Rpta.: C

8. Los pronombres son categorías lexicales con significado referencial, esto es, refieren entidades denotadas por los nombres o sustantivos. De acuerdo con esta aseveración, determine el número de pronombres del enunciado «El sábado participé con ella en una videoconferencia. Sí, ya te lo había dicho cuando me preguntaste cuál fue el tema tratado».

- A) Seis B) Cinco C) Cuatro D) Tres

Solución:

Los pronombres del enunciado son cinco. Los personales son cuatro: *ella*, *te* *lo* y *me*; el interrogativo es *cuál*.

Rpta.: B

9. Los pronombres han sido clasificados en personales, posesivos, demostrativos, relativos, indefinidos, interrogativos y exclamativos. Según ello, escriba, a la derecha, la clase de pronombre de cada oración.

- A) Dora, quien obtuvo una beca, es hermana de Saúl.
 B) Señores, les comunico que su pedido fue atendido.
 C) Nicolás, preguntaré a Julio cuándo viajará a Tacna.
 D) Es muy lamentable que algunos no cuiden su salud.

Solución:

En A), el pronombre *quien* es relativo; en B), el pronombre *les* es personal átono; en C), el pronombre *cuándo* es interrogativo; en D), el pronombre *algunos* es indefinido.

Rpta.: A) relativo, B) personal átono, C) interrogativo, D) indefinido.

10. Los pronombres personales son clasificados en tónicos y átonos según posean acento o no. Los tónicos pueden cumplir las funciones de sujeto, objeto directo, objeto indirecto y complemento circunstancial. Los átonos asumen las funciones de objeto directo y objeto indirecto. Según ello, seleccione la alternativa que presenta pronombres personales átonos que cumplen, respectivamente, las funciones de OI y OD.

- A) Tengo estos tres polos azules. Los traje para ti.
 B) Mis amigos me felicitaron. Los estimo mucho.
 C) Juan compró varias revistas. Él te las mostrará.
 D) Les preguntaré si han traído regalos para mí.

Solución:

Te es un pronombre personal átono en función de OI y *las* es pronombre personal átono en función de OD.

Rpta.: C

11. En la frase nominal, los modificadores directos deben mantener concordancia gramatical con el núcleo en género y número. Según esta aseveración, marque la alternativa que presenta correcta concordancia.

- A) Leí la decimaprimera página de esta revista.
 B) Rosario usará el traje y la cartera nuevas.
 C) Fernando, Mariano trajo el hacha más filudo.
 D) Elena me obsequió estas camisas blancas.

Solución:

En la frase nominal *estas camisas blancas*, el núcleo *camisas* y los modificadores directos *estas* y *blancas* concuerdan en género femenino y número plural. Las otras alternativas deben ser como sigue: A) Leí la decimoprimera página de esta revista, B) Rosario usará el traje y la cartera nuevos, C) Fernando, Mariano trajo el hacha más filuda.

Rpta.: D

12. El pronombre relativo es aquel que hace referencia a un elemento nominal que lo precede; encabeza la proposición subordinada adjetiva y presenta formas variables e invariables. De acuerdo con esta afirmación, seleccione la opción en la que hay empleo adecuado de esta clase de pronombre.

- A) El chef, que sus postres son sabrosos, es mi primo.
- B) Alfonso Ugarte, que luchó en Arica, es héroe nacional.
- C) Humberto, cuya maleta es negra, vive en San Isidro.
- D) Susana habló con Andrés que entregaron una medalla.

Solución:

En C), el elemento relativo *cuya* concuerda con el nombre *maleta*. Las otras opciones deben ser como sigue: A) El chef, cuyos postres son sabrosos, es mi primo, B) Alfonso Ugarte, quien luchó en Arica, es héroe nacional, D) Susana habló con Andrés a quien entregaron una medalla.

Rpta.: C

Literatura

EJERCICIOS

1. Marque la alternativa que contiene los enunciados correctos acerca del narrador.

- I. Es quien relata lo que acontece en la historia.
- II. Emite su voz desde un ámbito intratextual.
- III. Se constituye sobre la base del autor real.
- IV. Organiza internamente el texto narrativo.

- A) I, III B) II, IV C) I, II D) III, IV

Solución:

El narrador es la voz que enuncia el relato, por eso su presencia es intratextual. No debe confundirse al autor real con la voz del narrador; mientras que el autor organiza internamente el texto, el narrador solo se limita a contar la historia.

Rpta: C

2. «Minutos después, Raskólnikov abrió los ojos, contempló largamente la sopa y el té, cogió la cuchara y empezó a comer. Dio tres o cuatro cucharadas, sin apetito, maquinalmente. Se le había calmado el dolor de cabeza. Cuando terminó de comer se echó de nuevo en el diván. Pero no pudo dormir y se quedó inmóvil, de bruces, con la cabeza hundida en la almohada. Soñaba, y su sueño era extraño. Se imaginaba estar en África, en Egipto [...].»

Respecto al fragmento citado de la novela *Crimen y castigo*, de Fedor Dostoievski, ¿qué tipo de narrador nos muestra la obra?

- A) Personaje B) Omnisciente C) Protagonista D) Testigo

Solución:

En la cita perteneciente a *Crimen y castigo*, de Fedor Dostoievski, el narrador es omnisciente porque conoce la subjetividad del personaje, es decir lo que piensa y siente. Por ejemplo, en el caso de la cita, sabe cómo era el sueño que tuvo el personaje: «su sueño era extraño».

Rpta.: B

3. «Entró el viajero al empedrado patio donde el ñorbo y la campanilla enredábanse en las columnas como venas en un brazo y descendió en los de todos nosotros. ¡Cómo se regocijaba mi madre! Tocábalo, acariciaba su tostada piel, encontrábalo viejo, triste, delgado. Con su ropa empolvada aún, Roberto recorría las habitaciones rodeado de nosotros; fue a su cuarto, pasó al comedor, vio los objetos que se habían comprado durante su ausencia [...]»

Seleccione la alternativa que contiene los enunciados correctos respecto al fragmento anterior de «El Caballero Carmelo», de Abraham Valdelomar.

- I. Se emplea la descripción como recurso narrativo.
 II. El narrador es el escritor Abraham Valdelomar.
 III. Se utiliza el narrador parcialmente omnisciente.
 IV. Aparece el narrador testigo incluido en la historia.

A) I y IV

B) II y III

C) I y III

D) II y IV

Solución:

En el fragmento podemos apreciar las imágenes plásticas logradas por medio de la prolija labor descriptiva del narrador que nos cuenta los hechos desde dentro de la historia en la modalidad de narrador testigo.

Rpta.: A

4. «Sé que me acusan de soberbia, y tal vez de misantropía, y tal vez de locura. Tales acusaciones (que yo castigaré a su debido tiempo) son irrisorias. Es verdad que no salgo de mi casa, pero también es verdad que sus puertas (cuyo número es infinito) están abiertas día y noche a los hombres y también a los animales. [...] Otra especie ridícula es que yo, Asterión, soy un prisionero. ¿Repetiré que no hay una puerta cerrada, añadiré que no hay una cerradura? Por lo demás, algún atardecer he pisado la calle; si antes de la noche volví, lo hice por el temor que me infundieron las caras de la plebe, caras descoloridas y aplanadas, como la mano abierta.»

En el fragmento citado del cuento «La casa de Asterión», de Jorge Luis Borges, el narrador

- A) utiliza la tercera persona.
 C) es el mismo protagonista.

- B) aparece como testigo.
 D) está fuera de la historia.

Solución:

En el fragmento citado, el narrador es Asterión (el Minotauro). Él nos cuenta su historia, por lo que se presenta el caso del narrador protagonista, quien relata en primera persona.

Rpta.: C

5. Marque la alternativa que completa correctamente el siguiente enunciado: «En la novela regionalista *Doña Bárbara*, de Rómulo Gallegos, la madre de Marisela puede ser clasificada como un personaje _____ si tenemos en cuenta que, antes de ser dueña de la hacienda El Miedo, se distinguía por _____».

A) principal – representar la barbarie B) dinámico – su carácter angelical
C) complejo – enamorarse de su enemigo D) simple – ser solo la rival de Luzardo

Solución:

En la novela *Doña Bárbara*, el personaje principal cambia su conducta en el transcurso de la historia. Al iniciar, la madre de Marisela, Bárbara, es una muchacha ingenua y angelical, pero, después del ultraje y su vida en la selva, se transformará en un ser violento y corrupto. Desde esa perspectiva, el personaje se clasifica como dinámico.

Rpta.: B

6. Marque la alternativa que completa correctamente el siguiente enunciado: «Un personaje principal posee _____ en el relato. En la novela *Crimen y castigo*, un ejemplo de este tipo de personaje es _____».

A) un papel extenso – Aliona Ivanovna
B) un rol fundamental – Rodión Raskólnikov
C) una acción relevante – el padre de Sonia
D) una función medular – la hermana de Aliona

Solución:

Un personaje principal tiene un rol fundamental en el relato, pues organiza los acontecimientos. En la novela *Crimen y castigo*, un ejemplo de este tipo de personaje es Rodión Raskólnikov, porque en torno a él acontecen todos los hechos centrales de la novela.

Rpta.: B

7. En *Odisea*, de Homero, Euriclea, nodriza del héroe, luego de reconocer al guerrero que retorna después de muchos años, le promete prudencia. Más allá de esta secuencia, las acciones de Euriclea no muestran mayores rasgos del personaje. Por lo tanto, es posible afirmar, según el nivel de complejidad, que la nodriza es un personaje

A) estático. B) incidental. C) secundario. D) simple.

Solución:

El enunciado de la pregunta se refiere a la nodriza Euriclea como un personaje con escasos rasgos dentro de la obra. Por ello, puede ser calificado como un personaje simple. Las otras alternativas se descartan ya que, si bien calzan con el personaje (estático e incidental), el enunciado de la pregunta no se refiere al grado de relevancia (incidental) ni a la evolución que sufre el personaje (estático) dentro de la historia.

Rpta.: D

8. Raskólnikov en *Crimen y castigo*, es condenado a ocho años de trabajos forzados en Siberia. En la cárcel, aún mantiene pensamientos negativos y siente repugnancia por los demás presos. Pero al pasar un año, y enfermarse, se arrepiente y le da a entender a Sonia que se casarán y empezarán una nueva vida juntos. A partir de ello, se puede colegir que Raskólnikov es un personaje _____, porque_____.
- A) complejo — carece de personalidad B) principal — se vuelve un ser ordinario
C) dinámico — cambia de mentalidad D) episódico — presenta antivalores

Solución:

Raskólnikov es el personaje principal de la novela. En el Epílogo de esta, se aprecia su cambio: experimenta en la cárcel una transformación drástica en su psicología y en sus valores que contrastan con sus convicciones y proceder inicial. Por esto, es un personaje dinámico.

Rpta.: C

9. Marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado: «El tiempo es un concepto vinculado con la forma de narrar la historia. Al respecto, se puede afirmar que el tiempo del relato desarrolla un orden natural cuando _____, como se aprecia en la obra _____».
- A) coincide parcialmente con el tiempo de la historia – *Lazarillo de Tormes*
B) altera la linealidad narrativa de los acontecimientos – *Divina comedia*
C) alude al tiempo real y objetivo de la realidad narrada – *La ciudad y los perros*
D) describe los sucesos de manera lógica y cronológica – *Crimen y castigo*

Solución:

El tiempo del relato es el orden en el cual el narrador presenta los sucesos. Si los presenta en orden natural, entonces, estos aparecen respetando una linealidad narrativa, es decir, un orden lógico y cronológico, sin ninguna alteración temporal de la historia que ha sido narrada. Ello se hace perceptible en la novela *Crimen y castigo*, de Fedor Dostoievski.

Rpta.: D

10. «Detrás de este caney se alzaba una hilera de árboles: jobos, dividives y el alto algarrobo que le daba nombre al esguazadero. Lo demás era llanura despejada, la inmensidad de los pastos, en cuyo remoto confín circular y como suspendida en el aire por efecto del espejismo, divisábase la ceja de una arboleda, la “mata” llanera, bosque aislado en medio de las sabanas. –¡Altamira! –exclamó Santos–. ¡Los años que no te veía!».

Del fragmento citado, perteneciente a la novela *Doña Bárbara*, de Rómulo Gallegos, se puede deducir que en el escenario descrito prevalece el

- A) espacio abierto de la gran llanura.
B) ambiente rural asociado al atraso.
C) espacio cerrado de la casa-hacienda.
D) campo como lugar de la barbarie.

Solución:

Del fragmento citado se deduce que en el escenario descrito prevalecen los ambientes o espacios abiertos, pues se menciona a la «llanura despejada» o a las sabanas, los cuales se relacionan con la posibilidad de desplazamiento. Por otro lado, se hace referencia también a espacios rurales, pues se nombra a ciertos árboles como jobos, dividives, el algarrobo, la arboleda, el bosque, etc., como elementos del paisaje de la llanura, pero que en el fragmento no se asocian al atraso o barbarie.

Rpta.: A

Psicología

EJERCICIOS

1. Un infante de dos años le muestra a su niñera los garabatos circulares que ha dibujado en la pared de su habitación, diciéndole «miau, miau». Esta actividad denominada _____ es una representación de la función simbólica del pensamiento.

A) imagen mental
C) juego simbólico

B) imitación diferida
D) imagen gráfica

Solución:

El infante, a través de su garabato (significante), plasma en un soporte físico la representación (significado) de un gato. Esta es una característica de la imagen gráfica como actividad de la función simbólica.

Rpta.: D

2. Un adolescente está decidido a seguir la carrera de Ingeniería de Software. Cuando se le pregunta el motivo, responde que es un amante de los videojuegos en computadora y todos los que se dedican a esta carrera tienen ese tipo de preferencia. Respecto a las estrategias de solución de problemas, marque las proposiciones correctas.

I. Su criterio de decisión se ajusta a la estrategia por algoritmos.
II. El motivo de la elección de su carrera está relacionada a estereotipos.
III. Su carrera ha sido elegida al azar y por ello se vincula a la heurística.

A) II y III

B) Solo III

C) Solo II

D) I y II

Solución:

Solo II. La razón de la decisión vocacional de este adolescente se relaciona a la estrategia de solución de problemas por heurística, en donde se hace uso de atajos cognitivos y creencias estereotipadas (generalizaciones).

Rpta.: C

3. Establezca relación entre los casos presentados y los estadios de la etapa lingüística del desarrollo del lenguaje.
- | | |
|---|--------------------------|
| I. La mamá de Alonso está preocupada porque su hijo habla solo mientras juega. | a) Habla telegráfica. |
| II. Renata, quien aún no va al Inicial, aparta sus juguetes de su prima diciéndole «Barbie mía» | b) Lenguaje egocéntrico. |
| III. Junior le dice «ato» a su papá, mientras señala su pie, cada vez que se le sale su zapato. | c) Habla polisintética. |
- A) Ib, IIa, IIIc B) Ia, IIb, IIIc C) Ic, IIa, IIIb D) Ia, IIc, IIIb

Solución:

(Ib) Lenguaje egocéntrico: uso de soliloquios o monólogos. (IIa) Habla telegráfica: uso de posesivos. (IIIc) Habla polisintética u Holofrasia: utilizar un término para varias funciones, uso del lenguaje simpráxico (gestos).

Rpta.: A

4. La mamá de Luisa trabaja como enfermera. Cada mañana se echa alcohol en las manos antes de abrazar a su hija. Luego de una hora, la pequeña agarra el alcohol y se coloca un poco en las manos antes de tocar sus juguetes. En relación a las actividades de la función simbólica del pensamiento, elija las proposiciones correctas.
- | | |
|--|--|
| I. En Luisa, se genera una representación interna del uso del alcohol. | |
| II. Esta actividad representacional se denomina imitación diferida. | |
| III. El uso diferido del alcohol representa el juego simbólico de Luisa. | |
- A) I y II B) Solo II C) Solo I D) I y III

Solución:

I y II. La imitación diferida consiste en la réplica de una acción (significante), como el uso de alcohol, sin la presencia del modelo. Para ello se genera en el infante una representación interna (significado) de la conducta visualizada para que posteriormente la pueda realizar.

Rpta.: A

5. En clase de geometría se le pregunta a Jaime sobre las diferencias entre un cubo y un cuadrado, un prisma y un rectángulo, una pirámide y un triángulo. El alumno nota que los primeros elementos de cada par tienen volumen, mientras que los segundos, no. Por ello Jaime identifica al primer grupo como sólidos geométricos, porque son tridimensionales, y al segundo como figuras geométricas, ya que son bidimensionales. Respecto a la formación de conceptos, se puede afirmar que
- | |
|---|
| A) «volumen» es el atributo por extensión del concepto «sólido geométrico». |
| B) Jaime ha generado estos conceptos por abstracción de las características. |
| C) «cuadrado» es el atributo por intensidad del concepto «figura geométrica». |
| D) los conceptos mencionados no tienen referentes en la realidad. |

Solución:

La formación de conceptos por abstracción permite generar términos (sólido o figura geométrica) que tienen dos atributos: por intensión, en las características esenciales (como el volumen), y por extensión, en los elementos de clase (cubo, prisma, cuadrado, triángulos, etc.).

Rpta.: B

6. Relacione los casos presentados con las estrategias de solución de problemas:

- | | |
|---|------------------------------------|
| I. Pedro arma la cuna de su bebé siguiendo las instrucciones del manual. | a) Recuperación de la información. |
| II. Javier usa un atajo conocido ante el inesperado cierre de una avenida. | b) Ensayo y error. |
| III. Manuel intenta reparar su tablet, que hace un año le regalaron, apretando cualquier botón. | c) Algoritmos. |

A) Ic, IIb, IIIa

B) Ia, IIc, IIIb

C) Ia, IIb, IIIc

D) Ic, IIa, IIIb

Solución:

(Ic) Algoritmos: procesos estructurados, nada al azar. (IIa) Recuperación de la información: evocación de un procedimiento que antes ha sido exitoso. (IIIb) Ensayo y error: intentos azarosos.

Rpta.: D

7. Una profesora menciona a sus alumnos que algunos meses del año tienen 31 días, mientras que otros tienen 30. A continuación, les pregunta «¿Cuántos meses tienen 28 días?» y un alumno le responde que solo febrero tiene esa cantidad de días. Aun así, la docente menciona que no es el único mes. Todos los alumnos se quedan absortos, pero una alumna levanta la mano y contesta «Todos los meses tienen 28 días». Según la teoría de E. De Bono, la respuesta de esta niña es un ejemplo de pensamiento

A) divergente.

B) vertical.

C) convergente.

D) lateral.

Solución:

El pensamiento lateral, según E. De Bono, permite generar alternativas (plantearse que no solo febrero tiene 28 días) que están fuera de los patrones habituales de respuesta (pensar que la pregunta solo se refiere a la máxima cantidad de días de cada mes) ante eventos complejos.

Rpta.: D

8. Bernardo está preocupado pues considera que su hijo ya debería decir, de forma adecuada, el nombre de sus juguetes. Por ello, le propone que por cada vez que diga la palabra «carro» en vez de «cado», le dará un sticker y si junta 20 le comprará un auto de juguete para que lo añada a su colección. De acuerdo a las variables de la adquisición de lenguaje se puede afirmar que

A) definitivamente el hijo de Bernardo no habla bien por problemas auditivos.

B) el padre aplica una variable de aprendizaje para mejorar el lenguaje del hijo.

C) la recompensa que otorga el padre es un ejemplo de variable maduracional.

D) es seguro que Bernardo sospecha que su hijo tiene un problema neurológico.

Solución:

Este caso ejemplifica la adquisición de lenguaje mediante variables de aprendizaje, específicamente, por condicionamiento operante ya que el padre establece una serie de recompensas para corregir la conducta verbal del niño.

Rpta.: B

9. Para J. Piaget, la función simbólica del pensamiento comienza durante el estadio de explosión del lenguaje en la etapa lingüística. Identifique los casos que se relacionen a otras características de este estadio.

- I. Marjorie le dice a su mamá «lele» mientras señala su brazo arañado por la mascota de la casa.
- II. Julio, quien ya forma frases de dos palabras, siempre le pregunta a su papá por los nombres de las cosas que ve.
- III. La madre de Patricia de dos años le comenta a su hermana que su hija ha aprendido muchas palabras en los últimos seis meses.

A) I y II

B) II y III

C) I y III

D) Solo III

Solución:

II y III. Las características del estadio de explosión del lenguaje se manifiestan en la curiosidad que tiene el infante por nominar los objetos, la formación de frases de dos palabras y el incremento de la cantidad de palabras que adquiere entre los 18 a 24 meses (de una palabra por semana a una palabra por día).

Rpta.: B

10. Cuando Pedro tenía cuatro años mostraba su enojo, en el juego, golpeando sus muñecos entre sí mientras decía en voz alta «pega, pega, pum, pum». Años más tarde, cuando algo lo enojaba se quedaba callado y fruncía el ceño, mientras repetía mentalmente «¡cálmate, cálmate!». De acuerdo a la explicación de L. Vigotsky sobre la relación del pensamiento y el lenguaje, es correcto afirmar que

- A) el habla egocéntrica se manifiesta con mayor frecuencia después de los seis años de edad.
- B) desde los cuatro años, debieron enseñarle a Pedro a internalizar sus verbalizaciones.
- C) ahora Pedro regula su enojo mediante el pensamiento verbal, mientras que a los cuatro años utilizaba el habla autodirigida.
- D) este caso ejemplifica cómo el habla interna se vuelve habla externa mediante la mediación cognitiva.

Solución:

Para L. Vigotsky, el habla externa se internaliza, transitando entre el habla autodirigida o egocéntrica (entre los 3 a 6 años) hasta convertirse en pensamiento verbal, el cual posibilita la planificación de acciones, la comprensión de conceptos abstractos y una creciente autorregulación emocional.

Rpta.: C

Educación Cívica

EJERCICIOS

1. En una Institución Educativa, se realiza un concurso sobre lenguas originarias, una participante decide grabar una entrevista bilingüe con un vecino que pertenece a una comunidad nativa. Sin embargo, al presentar la entrevista en clase, dos compañeras se burlan y comentan en voz alta: “no entendemos nada y para qué escuchar algo incomprensible”. Frente a esta situación, ¿cuál de las siguientes acciones debe realizar la profesora?

- A) Aplicar medidas coercitivas a todo tipo de burla a las expresiones culturales.
- B) Pedir silencio, si continúan, expulsar a las dos estudiantes quejosas del aula.
- C) Trabajar más el tema de revalorar las lenguas originarias en clase.
- D) Solicitar comprensión, porque es más importante la evaluación de todos.

Solución:

Uno de los aspectos que fundamentan nuestra peruanidad es considerar y revalorar los idiomas de nuestros antepasados que aún superviven; nuestra obligación es incorporarlos a la cultura nacional.

Rpta.: C

2. El conocimiento ancestral de las propiedades curativas de las plantas por parte de las comunidades campesinas y nativas, son reconocidos en la actualidad por la comunidad científicas. Muchas de estas plantas, son utilizadas como insumos en los laboratorios. Este aporte constituye una

- A) realización que permite superar en logros a la medicina científica.
- B) fuente que empodera en el mercado a la medicina homeopática.
- C) base para el reconocimiento oficial de los chamanes en medicina.
- D) contribución histórica importante que viene de los pueblos originarios.

Solución:

Por ejemplo, el conocimiento de las propiedades del árbol de la quina, permitió extraer la quinina con la cual se elaboraba remedios contra la fiebre en el siglo XIX.

Rpta.: D

3. Las festividades regionales permiten a las diferentes comunidades celebrar en conjunto, en fechas especiales, las tradiciones propias de su localidad. De esta manera, fortalecen su sentido de pertenencia. Al respecto, establezca el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. Estas actividades responden a una identidad que establece diferencias entre comunidades.
- II. Estas festividades tienen un carácter obligatorio en todo el territorio nacional.
- III. La originalidad de las expresiones culturales es parte de la diversidad cultural.
- IV. La política nacional de interculturalidad es previa a las expresiones tradicionales del Perú.

A) FFFV

B) VFFV

C) VVFF

D) VFVF

Solución:

- I. Estas actividades responden a una identidad que establece diferencias entre comunidades. (V) Según la idea del reconocimiento.
- II. Las festividades son plenamente defendidas por el estado peruano desde el siglo XIX. (F) porque son defendidas desde la segunda mitad del siglo XX.
- III. La originalidad de sus expresiones culturales es parte de la diversidad cultural. (V) De la diversidad regional y local.
- IV. La política estatal de interculturalidad es previa a las expresiones tradicionales del Perú. (F) Porque primero son las tradiciones y costumbres.

Rpta.: D

4. El Perú destaca por su gran diversidad biológica y cultural. A través del tiempo, se han desarrollado tradiciones y costumbres que caracterizan la heterogeneidad cultural del país. Establezca la relación correcta entre la región de nuestro país y la festividad tradicional que se practica.

- | | |
|---------------------|------------------------------|
| I. Costa sur | a. Festival de la Candelaria |
| II. Selva norte | b. Chonguinada de Huancayo |
| III. Sierra central | c. Festival de la Vendimia |
| IV. Sierra sur | d. Carnaval y Junshia |
- A) Ia, IIb, IIIc, IVd B) Ic, IIb, IIIc, IVa C) Id, IIc, IIIa, IVb D) Ic, IIc, IIIb, IVa

Solución:

- | | |
|---------------------|------------------------------|
| I. Costa sur | c. Festival de la Vendimia |
| II. Selva norte | d. Carnaval y Junshia |
| III. Sierra central | b. Chonguinada de Huancayo |
| IV. Sierra sur | a. Festival de la Candelaria |

Rpta.: D

Historia

EJERCICIOS

1. Desde la llegada de los españoles a América en 1492 hasta la consolidación de la conquista del Perú se desarrollaron una serie de acontecimientos. En ese sentido, señale las afirmaciones correctas.
- I. Las primeras zonas que exploró Cristóbal Colón son las actuales Honduras y Panamá.
 - II. Pizarro logró el apoyo de los grupos étnicos como las huancas, cañaris y tumpis.
 - III. Manco Inca derrotó a los españoles y estableció un reino independiente en Tumbamba.
 - IV. La ciudad de Panamá fue un importante centro de operaciones para la conquista del Perú.
- A) I-II B) I-III C) II-IV D) I-IV

Solución:

Las alternativas I y III son falsas en la medida que:

- Las primeras zonas que exploró Colón fueron las Antillas. Las actuales Honduras y Panamá fueron exploradas en el cuarto viaje.
- Manco Inca, si bien sitió Lima y el Cuzco, no logró derrotar a los españoles. Tuvo que refugiarse en Vilcabamba.

Rpta.: C

2. Durante la época colonial (1532-1821) el virreinato del Perú estuvo supeditado a los intereses y necesidades de España. Con relación a esa dependencia podemos afirmar que

- I. los virreyes siempre estuvieron bajo control de los visitadores.
- II. en el siglo XVII los criollos fueron desplazados de los cargos públicos.
- III. el cargo de virrey estaba reservado a miembros de la nobleza española.

- A) I, II B) II C) II, III D) III

Solución:

En la época colonial el cargo de virrey generalmente estuvo reservado a los hijos menores de miembros de la nobleza española. Generalmente eran elegidos para el cargo nobles que ya tenían experiencia previa al servir en la diplomacia española en Europa.

Por su parte las afirmaciones I y II no son correctas por:

- I. Si bien el cargo de visitador existió desde el siglo XVI solo se realizaban visitas para supervisar funcionarios de menor rango y para procesos administrativos (ejemplo: disputas por tierras). Fue recién en el siglo XVIII que la corona trató de supervisar a los virreyes mediante los visitadores.
- II. En el siglo XVII los criollos empezaron a consolidarse económica y socialmente, como consecuencia de esto asumieron cargos públicos. En el siglo XVIII la corona trató de limitar su acceso a la administración estatal debido a los constantes actos de corrupción.

Rpta.: D

3. “Con la caída de la producción de plata en el virreinato, especialmente después de 1640, Lima y sus comerciantes comenzaron a experimentar un menor dinamismo en sus actividades. Otros factores se conjugaron para debilitar la economía de la capital virreinal y aflojar el control monopólico del comercio colonial. Los intrusos extranjeros atacaban los navíos españoles en el Pacífico con mayor frecuencia, elevando los costos al mismo tiempo que el de los bienes de España comprados por los comerciantes limeños también subían. ... Sin embargo, los precios más elevados y la caída en la producción de plata redujeron drásticamente el volumen del comercio trasatlántico, pues el número de viajes entre Panamá y Lima disminuyó en una tercera parte durante la segunda mitad del siglo XVII.”

KLAREN, Peter. *Nación y sociedad en la historia del Perú*, pp. 109. IEP, 2012.

A partir del texto anterior se puede afirmar que

- A) la producción de plata aumentó luego de 1640.
- B) la economía colonial estuvo sujeta a fluctuaciones.
- C) luego de 1640 Lima tuvo un auge comercial y financiero.
- D) Lima y Panamá competían por el mercado europeo.

- I. Expresa motivos religiosos y políticos.
- II. Tuvo influencia llegada desde España.
- III. Todos los pintores fueron criollos.
- IV. Solo se representaron escenas históricas.

- A) I, II B) I, III C) II, IV D) I, IV

Solución:

La pintura colonial se caracterizó por representar (directamente o mediante alegorías) eventos históricos, temas religiosos y políticos. Igualmente estuvo marcada por la influencia técnica y estilística de España y el resto de Europa. Hubieron pintores de todos los grupos sociales como criollos, mestizos e indígenas.

Rpta.: A

Geografía

EJERCICIOS

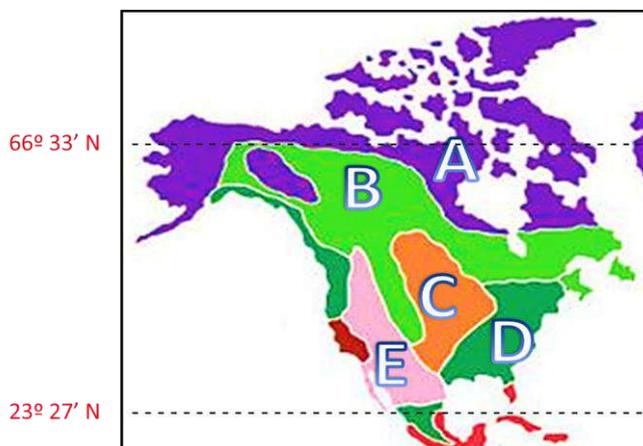
1. La biomasa es la cantidad de materia orgánica que se encuentra en un área en determinado periodo de tiempo y se expresa en gramos por metro cuadrado (g/m^2). Este indicador es mayor en regiones como la cuenca del Congo, en África central, debido
- A) al predominio de una vegetación herbácea perenne.
 - B) a la presencia de bosques de coníferas en la región descrita.
 - C) a su localización en áreas del planeta de mediana latitud.
 - D) a la combinación de altas temperaturas y precipitación en el año.

Solución:

La cuenca del Congo, ubicada en África central, es una de las regiones del planeta donde se desarrolla el bosque tropical. Este bioma presenta la mayor diversidad biológica de plantas y animales, y por ende la mayor biomasa, debido a la combinación de altas temperaturas y precipitación durante todo el año.

Rpta.: D

2. Observe la imagen y determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados relativos a los biomas localizados en América del Norte.



- I. La mayor parte de la superficie de B presenta permafrost.
- II. En D hay más especies arbóreas caducifolias que en B.
- III. C coincide con las zonas de mayor producción de cereales.
- IV. A y E representan a la tundra y el desierto, respectivamente.

A) VFVV B) FVVV C) VVFF D) FVfV

Solución:

FVVV

- I. B corresponde a la taiga, por tanto, la mayor parte no presenta permafrost.
- II. En D (bosque templado) hay más especies caducifolias que en B (taiga).
- III. C al coincidir con la pradera, es el área de mayor producción de cereales.
- IV. A y E representan, respectivamente, a los biomas tundra y el desierto.

Rpta.: B

3. La actual relación entre la sociedad y la naturaleza se expresa en la mayor presión que se ejerce sobre los diferentes ecosistemas. En ese sentido, relacione los biomas y las actividades antrópicas que contribuyen a su degradación.

- | | |
|---------------------|---|
| I. Sabana | a. Expansión urbana en la zona este de Norteamérica |
| II. Bosque Templado | b. Caza y tráfico ilegal de gacelas en el Serengeti |
| III. Pradera | c. Extracción de especies forestales en el sudeste asiático |
| IV. Bosque Tropical | d. Cultivo intensivo de cereales en el sur de Brasil |

A) Ib, IIc, IIIId, IVa B) Ia, IIId, IIIc, IVb C) Ib, IIa, IIIId, IVc D) Ic, IIa, IIIb, IVd

Solución:

- | | |
|---------------------|---|
| I. Sabana | : b. Caza y tráfico ilegal de gacelas en el Serengeti |
| II. Bosque Templado | : a. Expansión urbana en la zona este de Norteamérica |
| III. Pradera | : d. Cultivo intensivo de cereales en el sur de Brasil |
| IV. Bosque Tropical | : c. Extracción de especies forestales en el sudeste asiático |

Rpta.: C

4. La Asamblea General de la Organización de las Naciones Unidas aprobó en el 2015 el documento: "Transformar nuestro mundo: la agenda 2030 para un mundo sostenible", un plan de acción en el que se fijan 17 Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) divididos en cinco esferas o las 5 P: personas, prosperidad, paz, partenariado (alianzas) y planeta. Con relación a esta última, consistente en proteger los recursos naturales, identifique los ODS que le corresponde.

- I. ODS 10: Reducción de las desigualdades
- II. ODS 13: Acción por el clima
- III. ODS 15: Vida de ecosistemas terrestres
- IV. ODS 16: Paz, justicia e instituciones sólidas

A) I y IV B) II y III C) I, II y III D) III y IV

Solución:**ÁREA O ESFERA OBJETIVO DE DESARROLLO SOSTENIBLE**

- | | |
|----------------|---|
| I. Prosperidad | : ODS 10. Reducción de las desigualdades. |
| II. Planeta | : ODS 13. Acción por el clima |
| III. Planeta | : ODS 15. Vida de ecosistemas terrestres |
| IV. Paz | : ODS 16. Paz, justicia e instituciones sólidas |

Rpta.: B

Economía

EJERCICIOS

1. El precio de equilibrio en un mercado en competencia, implica un acuerdo entre demandante y ofertante para que
- A) el consumidor logre el máximo beneficio.
 B) la regulación del Estado permita un precio justo.
 C) el productor logre la máxima utilidad.
 D) el consumidor logre la máxima utilidad y el productor la máxima ganancia.

Solución:

De acuerdo al mercado de competencia perfecta, la determinación del precio se hace en función a los propósitos del consumidor y productor. El precio de mercado es aquel en el que el consumidor alcanza su máxima utilidad y el productor su máxima ganancia.

Rpta.: D

2. El precio que el bien o servicio tendrá en el mercado está en función al grado de satisfacción que el consumidor logre de dicho bien, esto es un planteamiento de la teoría
- A) marxista. B) clásica. C) neoclásica. D) monetarista.

Solución:

Para los teóricos neoclásicos el establecimiento del precio de mercado responde a la subjetividad por parte del consumidor de valorar según el grado de satisfacción que le pueda producir el consumo de un bien. Por tanto, el precio debe determinarse en base a la utilidad marginal que es el grado de satisfacción de la última unidad consumida del bien.

Rpta.: C

3. El Consejo Nacional de Trabajo y Promoción del Empleo (CNTPE), cuando establece que la remuneración mínima es de 930 soles al mes, lo que está determinando es
- A) un precio tope, mayor al precio de mercado.
 B) una discriminación de precios.
 C) un precio máximo, menor al precio de mercado.
 D) un precio mínimo, menor al precio de mercado.

Solución:

La teoría económica señala que si bien es cierto que los precios deben establecerse de acuerdo a los vaivenes de la oferta y la demanda en el mercado. Cabe la posibilidad de una regulación por parte del Estado, el salario es el precio del factor trabajo y muchas veces dicho salario no cubre las mínimas expectativas del trabajador en cuanto a grado de satisfacción de sus necesidades. Por lo que la autoridad decide intervenir en dicho mercado estableciendo un salario que se ubique por encima del salario de mercado. El propósito es tratar de apoyar al trabajador que es el ofertante de trabajo en el mercado.

Rpta.: A

4. Debido a la pandemia el gobierno ha establecido una serie de protocolos para reducir los niveles de contagio. En el mes de julio del 2020 las empresas del servicio de transporte público recibieron 116 millones de soles para reducir el aforo de sus unidades durante el estado de emergencia sanitaria. Estos recursos se tipifican como un

A) bono. B) subsidio. C) transferencia. D) incentivo.

Solución:

El subsidio es una transferencia de dinero que procura satisfacer de forma extraordinaria una necesidad concreta en un momento determinado. Se aplica en sectores económicos donde los productores pueden tener dificultades para lograr un precio que les permita tener beneficios normales.

Rpta.: B

5. El _____ genera un incremento del precio de mercado, mientras que el _____ ocasiona una reducción de dicho precio.

A) subsidio – impuesto B) impuesto – subsidio
C) costo – gravamen D) tributo – arbitrio

Solución:

Los precios en el mercado pueden ser afectados por algún tipo de regulación por parte del Estado. Cuando se establece un impuesto para un bien su precio se va a incrementar, debido a que el productor tiene la capacidad de trasladar dicho impuesto al precio que pagará el consumidor. Por su parte el subsidio opera en sentido contrario en el mercado, un bien con subsidio debe reflejar un menor precio en el mercado.

Rpta.: B

6. La _____ solamente puede ser aplicada por empresas que tienen la capacidad de concentración y dominio de su mercado, como sucede con las _____ en nuestra economía.

A) regulación de precios – empresas públicas
B) discriminación de precios – empresas de telecomunicaciones
C) variación de precios – empresas privadas
D) discriminación de precios – empresas estatales

Solución:

La discriminación de precios es solamente aplicada por empresas cuyo mercado se encuentra altamente concentrado o tienen un claro dominio sobre dicho mercado. Estas empresas con estas características tienen determinadas ventajas que les permite establecer medidas para obtener beneficios extraordinarios como es el caso de los monopolios. El mercado de telecomunicaciones en nuestra economía tiene estos rasgos de concentración y dominio, son muy pocos los operadores de este servicio.

Rpta.: B

7. Los movimientos sociales generados en el vecino país de Chile, que terminó con la aprobación, mediante un plebiscito, de una nueva Constitución Política a redactar en el 2021 en una Convención Constitucional, todo esto debido a las brechas sociales, expresa
- A) una inadecuada distribución de la renta por parte del mercado.
 - B) un problema de permanente incremento de precios en los mercados.
 - C) una disminución de la renta per cápita en comparación con los otros países.
 - D) una desigualdad social debido a la presencia de muchas empresas públicas.

Solución:

La economía de mercado que es el modelo económico imperante en los países en el mundo actual, incluyendo nuestro país, tiene entre otros principios establecer que la renta o ingreso de quienes participan en la generación de la riqueza deberá asignarse mediante las fluctuaciones de la oferta y la demanda, porque según el modelo el mercado es el mejor asignador de recursos. Sin embargo, la realidad muestra una clara concentración de la renta en reducidos sectores sociales que son los principales beneficiados dejando con muy bajos niveles de bienestar a la mayor parte de la población.

Rpta.: A

8. El monopolista tiene la posibilidad de ejercer un dominio de mercado, por lo que para lograr un máximo nivel de ganancia puede
- A) imponer una regulación de precios.
 - B) establecer precios máximo y mínimo.
 - C) aplicar una discriminación de precios.
 - D) eliminar los subsidios y las transferencias.

Solución:

Como ya se ha argumentado líneas arriba, el monopolista es un tipo de productor que puede establecer algunas condiciones en el mercado que el domina para tratar de obtener una mayor ganancia. Entre estas ventajas es la de poder discriminar precios para lograr obtener el mayor excedente que posee cada uno de los consumidores.

Rpta.: C

9. La renta que disponen las familias, se asigna una parte para él _____ y la otra parte para el _____, el cual cuando se va acumulando periodo tras periodo se convierte en _____.
- A) pago de impuestos – consumo – ahorro
B) consumo – ahorro – riqueza
C) ahorro – inversión – riqueza
D) consumo productivo – gasto en inversión – ahorro

Solución:

En lo que respecta a la asignación de la renta por parte de las familias se espera que una vez que disponen de dicho ingreso una parte se destinará al consumo y la otra parte al ahorro. Cuando el ahorro se va acumulando de periodo en periodo, estos recursos pasan a constituir la riqueza de una familia.

Rpta.: B

10. Cuando una empresa con dominio sobre su mercado tiene la capacidad de segmentar su mercado en función al género o edades, está realizando una discriminación de precios de
- A) primer grado. B) segundo grado. C) tercer grado. D) cuarto grado.

Solución:

La discriminación de tercer grado se da cuando se cobra un precio único en cada grupo de consumidores o segmento del mercado. Es una de las técnicas más utilizadas dentro de las políticas de precios de numerosas empresas.

Rpta.: C

Filosofía

EJERCICIOS

1. Tanto el paso de la teoría geocéntrica a la heliocéntrica como el de la teoría del flogisto al de la combustión pone en evidencia que la ciencia no es acumulativa, sino que, por el contrario, avanza producto de cambios bruscos y revolucionarios. Este enfoque es defendido por la teoría
- A) positivista. B) paradigmática. C) racionalista. D) empirista.

Solución:

El enfoque kuhniano refiere que no hay acumulación en la ciencia, ya que esta avanza por cambios bruscos y revolucionarios (teoría de los paradigmas).

Rpta.: B

2. Hubo un momento en la antigua Grecia en donde se dejaron de lado las explicaciones fantásticas sobre la realidad para dar paso a explicaciones racionales. Así, se abandonó la descripción basada en la creencia y se buscó aprehender y conceptualizar la realidad. Todo ello aconteció en el plano de la especulación, mas no en el de la experimentación.
Por todo lo anterior, se sostiene que la ciencia antigua es
- A) fisicalista. B) logocéntrica. C) cosmológica. D) materialista.

Solución:

A diferencia de los babilonios y egipcios que fueron descriptivos, los griegos buscaron las conceptualizaciones y raciocinios sobre las cosas y procesos.

Rpta.: B

3. Durante mucho tiempo estuvo vigente la formulación aristotélica de que, entre dos cuerpos, uno más pesado que el otro, el primero siempre caerá antes que el segundo. Este planteamiento mantuvo su vigencia por casi dieciocho siglos hasta que con Galileo Galilei se comprobó que, aunque dos cuerpos tengan un peso diferente entre sí, siempre caerán simultáneamente. Todo lo anterior explicita que la ciencia moderna es

A) matematizada. B) experimental. C) universal. D) técnica.

Solución:

Una de las características de la ciencia moderna es su carácter experimental. Para sus representantes, una teoría debe estar respaldada en hechos observables.

Rpta.: B

4. El señor Rigoberto es un campesino de Ayacucho que durante mucho tiempo se ha dedicado al cultivo de sus tierras. Los conocimientos que tiene sobre estas tienen un origen ancestral. Por ejemplo, al mirar el cielo, él sabe qué hora es y si va a llover o no. No obstante, su sobrino Iván es un ingeniero agrónomo que no se explica cómo su tío, sin conocer nada sobre ciencia y tecnología como él, realiza buenas cosechas cada año. Este caso nos puede llevar a sostener que la

A) tecnología no implica saberes técnicos.
B) técnica implica saberes tecnológicos.
C) tecnología y la técnica son incompatibles.
D) técnica no necesita de tecnología.

Solución:

El conocimiento tecnológico necesariamente debe fundarse en la técnica, pero la técnica no necesita de la tecnología.

Rpta.: D

5. El sentido común nos diría que resulta imposible que dos partículas estén en dos lugares distintos al mismo tiempo. No obstante, la microfísica al referirse al mundo cuántico es completamente posible que acontezca lo anterior, pues las partículas se encuentran en una superposición de estados posibles y esto no puede determinarse por un simple experimento empírico mediante objetos comunes y corrientes. La explicación anterior puede ser asociada con los planteamientos de

A) Max Planck.
B) Erwin Schrödinger.
C) Werner Heisenberg.
D) Albert Einstein.

Solución:

La mecánica cuántica fue una teoría propuesta en el siglo XX por el físico alemán Max Planck para estudiar el comportamiento de dimensiones mínimas de la materia, lo cual incluye los niveles subatómicos.

Rpta.: A

6. El desarrollo de los dispositivos móviles, de las tarjetas de micro USB y de las tarjetas de memoria de las radios o televisores es producto del desarrollo de uno de los tantos sectores de investigación científica que han surgido en las últimas décadas: la microelectrónica. Fundamentalmente, esto refleja que la ciencia contemporánea es

A) experimental. B) instrumental. C) matematizada. D) especializada.

Solución:

Una de las características de la ciencia de los últimos años es su especialización, motivo por el cual se han desarrollado disciplinas como la microelectrónica y la biotecnología.

Rpta.: D

7. Uno de los acontecimientos más importantes en el ámbito de la química se dio cuando esta empezó a demostrar mediante fórmulas simbólicas los hechos que iba encontrando de manera experimental. Así se constituyó, por ejemplo, la "ley de las presiones parciales" de John Dalton.

Esta forma de operar de la química da cuenta de que la ciencia moderna tuvo entre sus características el ser

A) universalista. B) matematizada. C) experimental. D) técnica.

Solución:

Una de las cosas importantes de la ciencia moderna fue su carácter matemático. Ocurre que sus hallazgos no solo eran hechos de la naturaleza, sino que los mismos eran traducidos a fórmulas matemáticas.

Rpta.: B

8. "La mecánica cuántica es una teoría física que surgió en el primer tercio del siglo XX como un formalismo matemático que brindaba una explicación de los fenómenos relacionados con la materia y la radiación en el dominio de los átomos, sus núcleos y partículas elementales constituyentes. El disparador histórico sería un complejo formado por diversos descubrimientos, observaciones e innovaciones teóricas, que acusaban la incapacidad de la física clásica para explicar ciertos fenómenos atómicos".

Melogno, Pablo (2011). *Elementos de historia de la ciencia*. Editorial de la Unidad de Comunicación de la Universidad de la República (UCUR), Montevideo, p. 359.

Del texto se puede inferir que la física cuántica

- A) provoca un cambio en la forma de ver la realidad.
B) coincide plenamente con la llamada física clásica.
C) deja a un lado la matematización de las ciencias.
D) se inventa un nuevo mundo para transformarlo.

Solución:

Respecto de la física cuántica se suele plantear que no es una teoría física más, sino que representa un auténtico quiebre en nuestra forma de ver la realidad. Las consecuencias de la mecánica cuántica son, generalmente, contrarias a nuestra intuición pues contrastan con las nociones derivadas de nuestra experiencia macroscópica de la naturaleza.

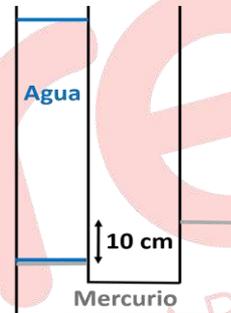
Rpta.: A

Física

EJERCICIOS

1. La figura muestra un tubo en forma de **U** que contiene agua y mercurio. Sabiendo que la altura del mercurio en la rama derecha es de 10 cm; determine la altura del agua en la rama izquierda. Datos: densidad del agua = 1 g/cm^3 , densidad del mercurio = $13,6 \text{ g/cm}^3$, $g = 10 \text{ m/s}^2$

- A) 136 cm
B) 12 cm
C) 20 cm
D) 236 cm

**Solución:**

Planteo la fórmula para tubos en U $\rho_A \cdot h_A = \rho_B \cdot h_B$ donde el elemento A es el agua y el elemento B es el mercurio, entonces despejamos h_A y reemplazamos los datos:

$$\bullet P_{\text{Hidros}}^{\text{Agua}} = P_{\text{Hidros}}^{\text{Mercurio}}$$

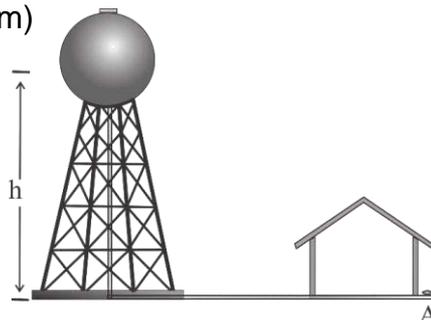
$$\rho_{\text{H}_2\text{O}} g \cdot H_{\text{H}_2\text{O}} = \rho_{\text{Hg}} g \cdot H_{\text{Hg}}$$

$$\rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot H_{\text{H}_2\text{O}} = \rho_{\text{Hg}} \cdot H_{\text{Hg}}$$

$$(1) H_{\text{H}_2\text{O}} = (13,6)(10) \Rightarrow H_{\text{H}_2\text{O}} = 136 \text{ cm}$$

Rpta.: A

2. El propósito de las cisternas elevadas es proporcionar capacidad de almacenamiento y suficiente presión en las tuberías que entregan agua a los domicilios. La figura muestra un depósito esférico que contiene agua. Si el depósito se encuentra expuesto a la presión atmosférica en la parte superior. Determine la presión manométrica que tiene el agua en el grifo del punto A. Ignore el diámetro de las tuberías de suministro. ($h = 70 \text{ m}$)

 $(g = 10 \text{ m/s}^2)$

- A) $7 \times 10^5 \text{ Pa}$
B) $3,5 \times 10^5 \text{ Pa}$
C) $4 \times 10^5 \text{ Pa}$
D) $2 \times 10^5 \text{ Pa}$

Solución:

La presión P_A debajo de una altura h , teniendo la cisterna abierta en la parte superior es:

$$\bullet P_{\text{Absoluta}} = P_{\text{Atm}} + P_{\text{Hidro}}^{\text{Agua}}$$

$$P_{\text{Absoluta}} = P_{\text{Atm}} + \rho_{\text{H}_2\text{O}} gh$$

La presión manométrica es:

$$\bullet P_{\text{Absoluta}} = P_{\text{Atm}} + P_{\text{Hidro}}^{\text{Agua}}$$

$$\underbrace{P_{\text{Absoluta}} - P_{\text{Atm}}}_{P_{\text{Mano.}}} = \rho_{\text{H}_2\text{O}} gh$$

$$P_{\text{Mano.}} = \rho_{\text{H}_2\text{O}} gh$$

$$P_{\text{Mano.}} = (1 \times 10^3)(10)(70) \Rightarrow P_{\text{Mano.}} = 7 \times 10^5 \text{ Pa}$$

Rpta.: A

3. Un recipiente contiene dos líquidos no miscibles, aceite y mercurio. Una esfera uniforme y homogénea colocada en el recipiente flota de tal modo que la mitad de ella está sumergida en el mercurio, tal como se muestra en la figura. Determine la densidad del aceite.

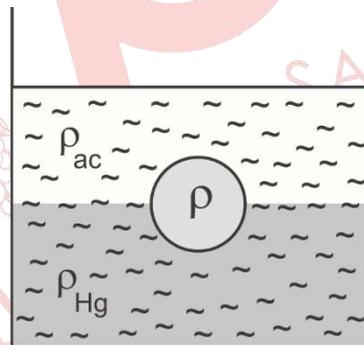
(Considere $\rho_{\text{Hg}} = 13,6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{esfera}} = 7,22 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $g = 10 \text{ m/s}^2$)

A) $8400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

B) $940 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

C) $840 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

D) $740 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

**Solución:**

Datos: $\rho_{\text{Hg}} = 13,6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{ac}} = 7,22 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$.

Por condición de flotabilidad se tiene

$$P = E_{\text{Hg}} + E_{\text{ac}} \Rightarrow \rho g V = \rho_{\text{Hg}} g V_{\text{Hg}} + \rho_{\text{ac}} g V_{\text{ac}}$$

Considerando que $V_{\text{Hg}} = V_{\text{ac}} = V/2$, se obtiene

$$\rho_{\text{esfera}} = \frac{1}{2} \rho_{\text{Hg}} + \frac{1}{2} \rho_{\text{ac}}$$

$$7,22 \times 10^3 = \frac{1}{2} \times (13,6 \times 10^3) + \frac{1}{2} \rho_{\text{ac}}$$

$$0,42 \times 10^3 = \frac{1}{2} \rho_{\text{ac}} \Rightarrow \rho_{\text{ac}} = 840 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Rpta.: C

4. Durante un juego de tenis, una pelota cae en una piscina de agua. Considerando que la pelota tiene una masa de 60 g y está sumergida con las 3/5 partes de su volumen; determine el volumen de la pelota.

$(\rho_{\text{agua}} = 10^3 \text{ kg/m}^3; g = 10 \text{ m/s}^2)$

- A) $100 \mu\text{m}^3$ B) $75 \mu\text{m}^3$ C) $80 \mu\text{m}^3$ D) $60 \mu\text{m}^3$

Solución:

Como la pelota está flotando, entonces:

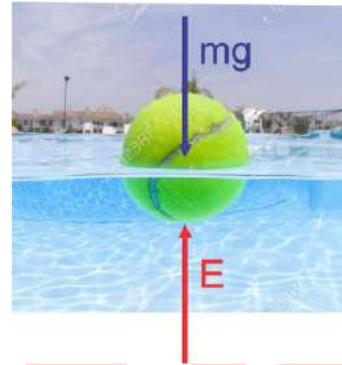
$E = F_g$

$\rho_{\text{agua}} g V_{\text{sum}} = mg$

$\rho_{\text{agua}} V_{\text{sum}} = m \wedge V_{\text{sum}} = \frac{3}{5} V_{\text{pelota}}$

$(1000) \left(\frac{3}{5} V_{\text{pelota}} \right) = 60 \times 10^{-3}$

$V_{\text{pelota}} = 100 \mu\text{m}^3$

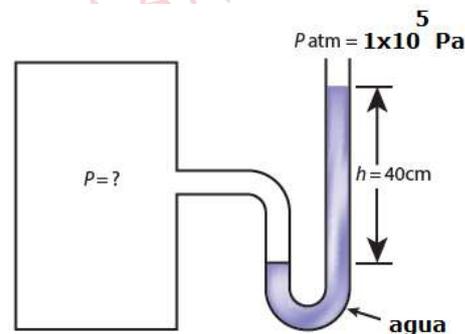


Rpta.: A

5. En un laboratorio se quiere estimar la presión del gas contenido en un tanque. En ese contexto, la figura muestra un tanque conectado a una manguera en forma de U que contiene agua; determine la presión absoluta del tanque.

$(\rho_{\text{agua}} = 10^3 \text{ kg/m}^3; g = 10 \text{ m/s}^2)$

- A) $11,04 \times 10^5 \text{ Pa}$
 B) $1,40 \times 10^5 \text{ Pa}$
 C) $2,40 \times 10^5 \text{ Pa}$
 D) $1,04 \times 10^5 \text{ Pa}$



Solución:

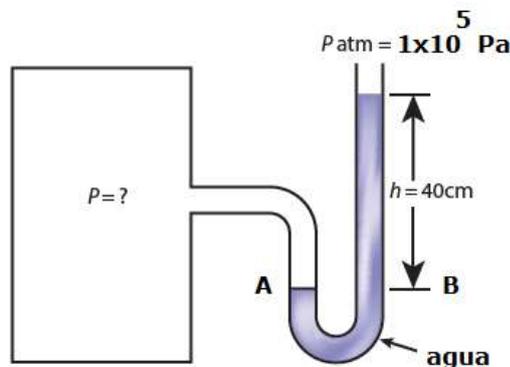
$P = P_A \wedge P_A = P_B$

$P = P_B \wedge P_B = P_{\text{H}_2\text{O}} + P_{\text{Atm.}}$

$P = \rho_{\text{H}_2\text{O}} gh + P_{\text{Atm.}}$

$P = (10^3)(10)(0,4) + 1 \times 10^5$

$P = 1,04 \times 10^5 \text{ Pa}$



Rpta.: D

6. En un experimento con globos aerostáticos hechos con tela impermeable muy liviana que contienen helio, se trata de elevar lentamente una carga de 3000 kg de masa. Determine el volumen de helio contenido en el globo aerostático. (Considere $\rho_{\text{aire}} = 1,3 \text{ Kg/m}^3$, $\rho_{\text{He}} = 0,18 \text{ Kg/m}^3$, $g = 10 \text{ m/s}^2$. No tener en cuenta el peso de tela impermeable del globo aerostático.

A) 2678,6 m³ B) 2307,7 m³ C) 1666 m³ D) 3000 m³

Solución:

Aplicando el principio de Arquímedes, se tiene.

$$\bullet F_{g_{\text{carga}}} + F_{g_{\text{He}}} = E_{\text{Globo}}$$

$$m_{\text{carga}} \cdot g + m_{\text{He}} \cdot g = \rho_{\text{aire}} \cdot g V_{\text{globo}} \wedge m = \rho V$$

$$m_{\text{Casa}} + \rho_{\text{He}} \cdot V_{\text{He}} = \rho_{\text{aire}} \cdot V_{\text{globo}} \wedge V_{\text{globo}} = V_{\text{He}}$$

$$3000 + (0,18)V_{\text{He}} = (1,3) V_{\text{He}}$$

$$3000 = 1,12V_{\text{He}} \Rightarrow V_{\text{He}} = 2678,6 \text{ m}^3$$

Rpta.: A

7. La presión que ejercen los fluidos sobre un cuerpo sumergido, varía linealmente con la profundidad. Un buzo de masa total 80 kg desciende a 20 m de profundidad en el mar. Indique la verdad (V) y falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

$$(P_0 = 10^5 \text{ Pa}, \rho_{\text{agua}} = 10^3 \text{ kg/m}^3, g = 10 \text{ m/s}^2)$$

- I. La presión absoluta es el triple de la presión atmosférica.
 II. La presión manométrica es el doble de la presión atmosférica.
 III. El empuje que actúa sobre el buzo es 800 N.

A) VVF B) VVV C) VFF D) VFV

Solución:

I. $P_{\text{abs}} = P_{\text{atm}} + \rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot g \cdot H$

$$P_{\text{abs}} = 10^5 \text{ Pa} + 10^3 \times 10 \times 20$$

$$P_{\text{abs}} = 3 \times 10^5 \text{ Pa}$$

II. $P_m = 10^3 \times 10 \times 20 = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$

III. $E = m \cdot g = 800 \text{ N}$

Rpta.: B

8. Una aplicación del principio de Pascal se da en la prensa hidráulica, una herramienta mecánica útil para elevar o sostener objetos muy pesados. Determine la magnitud de la fuerza F aplicada al pistón de área $A_1 = 50 \text{ cm}^2$ para mantener en equilibrio una carga de 200 kg colocada en el pistón de área $A_2 = 400 \text{ cm}^2$, tal como se muestra en la figura.

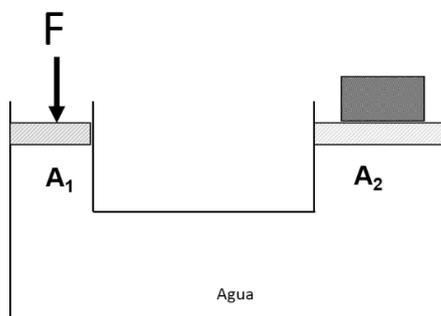
$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

A) 125 N

B) 250 N

C) 750 N

D) 500 N

**Solución:**

Por el principio de Pascal:

$$P_1 = P_2$$

$$\frac{F}{A_1} = \frac{F_g}{A_2}$$

$$\frac{F}{50} = \frac{2000}{400}$$

$$\Rightarrow F = 250 \text{ N}$$

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. La presión que ejercen los fluidos sobre un cuerpo sumergido varía linealmente con la profundidad y la fuerza que se ejerce el fluido sobre un cuerpo sumergido es llamado empuje. Un bloque de hielo de densidad $\rho = 0,8 \text{ g/cm}^3$ flota en un lago con el 80% de su volumen total sumergido. Indique la verdad (V) o falsedad (F) de las proposiciones siguientes:

- I. El peso del bloque de hielo es menor que el empuje que ejerce el lago, en magnitud.
- II. La densidad del agua del lago es 10^3 kg/m^3 .
- III. Si la masa del bloque de hielo se incrementa entonces aumenta el porcentaje del volumen del hielo sumergido.

A) VFF

B) VVV

C) FVF

D) FVV

Solución:

- I. Por equilibrio: Peso del iceberg = empuje (F)

$$\text{II. } \bullet F_{g_{\text{iceberg}}} = E \quad (\text{V})$$

$$\rho_{\text{bloquehielo}} gV = \rho_{\text{lago}} gV_{\text{Sum}}$$

$$\rho_{\text{bloquehielo}} V = \rho_{\text{lago}} V_{\text{Sum}} \wedge V_{\text{Sum}} = 80\%V$$

$$0,8V = \rho_{\text{lago}} \left(\frac{80}{100} V \right)$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{lago}} = 1 \text{ g/cm}^3$$

III. Si las densidades no varían entonces el volumen sumergido será la misma. (F)

Rpta.: C

2. La figura muestra una esfera de volumen $V = 10 \text{ cm}^3$, unida a un resorte de constante elástica $k = 2 \text{ N/m}$. Al ser suspendido en el aire el resorte se deforma 20 cm. Determine la deformación del resorte cuando la esfera se encuentra completamente sumergida en el agua.

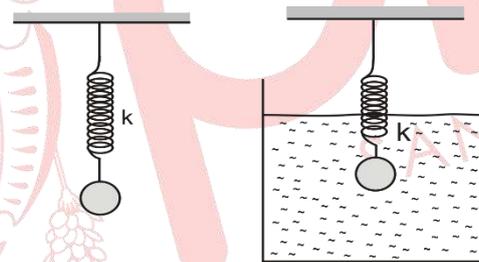
$$(g = 10 \text{ m/s}^2 \text{ y } \rho_{\text{agua}} = 10^3 \text{ kg/m}^3)$$

A) 15 cm

B) 9 cm

C) 7 cm

D) 12 cm



Solución:

Datos: $V = 10 \text{ cm}^3$, $k = 2 \text{ N/m}$,

$$x_1 = 20 \text{ cm}, \rho_{\text{agua}} = 10^3 \text{ kg/m}^3,$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2.$$

De acuerdo con la figura, el peso de la esfera en el aire es

$$\bullet F_g = Fk_1$$

$$F_g = kx_1$$

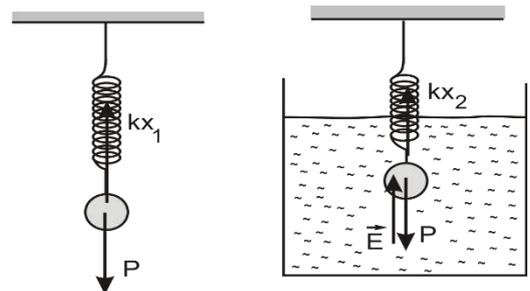
$$F_g = (2)(0,2) \Rightarrow F_g = 0,4 \text{ N}$$

El empuje que experimenta la esfera sumergida es

$$\bullet E = \rho_{\text{agua}} gV$$

$$E = (10^3)(10)(10 \times 10^{-6})$$

$$E = 0,1 \text{ N}$$



La fuerza elástica del resorte, cuando la esfera se encuentra completamente sumergida en el agua:

$$\begin{aligned} \bullet Fk_2 + E &= Fg \\ kx_2 + E &= Fg \\ (2)x_2 + 0,1 &= 0,4 \\ 2x_2 = 0,3 &\Rightarrow x_2 = 0,15\text{m} \end{aligned}$$

Rpta.: A

3. Se aplica una fuerza de 5 N en dirección perpendicular al pistón de una máquina cuya área es 10^{-3} m^2 . Determine la presión que ejerce la fuerza sobre el pistón.

A) $2,5 \times 10^3 \text{ Pa}$ B) $0,5 \times 10^3 \text{ Pa}$ C) $10 \times 10^3 \text{ Pa}$ D) $5 \times 10^3 \text{ Pa}$

Solución:

Por definición de presión:

$$\begin{aligned} \bullet P &= \frac{F}{A} \\ P &= \frac{5}{10^{-3}} \\ \Rightarrow P &= 5 \times 10^3 \text{ Pa} \end{aligned}$$

Rpta.: D

4. Un buzo y su grupo de trabajo se dirigen a la profundidad de un lago. Durante la inmersión se da cuenta que a cierta profundidad la presión absoluta es el doble de la presión manométrica. Determine a que profundidad respecto de la superficie se encuentra el buzo.

Considere $P_0 = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$, $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 10^3 \text{ kg/m}^3$, $g = 10 \text{ m/s}^2$

A) 10 m B) 5 m C) 100 m D) 20 m

Solución:

A una profundidad h:

$$\begin{aligned} * P_{\text{Abs}} &= P_{\text{Hidro}} + P_0 \\ * P_{\text{Mano.}} &= (P_{\text{Hidro}} + P_0) - P_0 \quad \therefore P_{\text{Mano.}} = P_{\text{Hidro}} \end{aligned}$$

Por condición del problema:

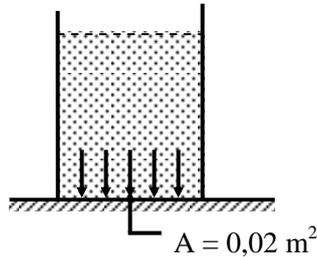
$$\begin{aligned} * P_{\text{Abs}} &= 2P_{\text{Mano.}} \\ P_{\text{Hidro}} + P_0 &= 2P_{\text{Hidro}} \\ \Rightarrow P_{\text{Hidro}} &= P_0 \\ 10^3 \times 10 \times h &= 10^5 \quad \therefore h = 10 \text{ m} \end{aligned}$$

Rpta.: A

5. En la figura se tiene un recipiente de 10^{-2} m^3 de volumen que pesa vacío 10 N. Si se llena de glicerina ($\rho_G = 1,26 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$), determine la presión que el recipiente lleno de glicerina ejerce sobre el suelo.

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

- A) 7800 N/m^2
 B) 8600 N/m^2
 C) 6800 N/m^2
 D) 4800 N/m^2



Solución:

$$* P_{\text{base}} = P_{\text{glicerina}} + P_{\text{peso recipiente}}$$

$$P_{\text{base}} = \frac{F_{\text{glicerina}}}{A} + \frac{F_{\text{peso recipiente}}}{A} \wedge F_g = \rho V g$$

$$P_{\text{base}} = \frac{(1,26 \times 10^3)(10^{-2})(10)}{0,02} + \frac{10}{0,02}$$

$$P_{\text{base}} = 6300 + 500$$

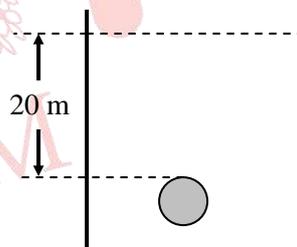
$$P_{\text{base}} = 6800 \text{ N/m}^2$$

Rpta.: C

6. La figura muestra una esfera en reposo, de masa 50 g y densidad $0,8 \text{ g/cm}^3$, dentro de un profundo contenedor con agua. Si se suelta; determine el tiempo que tarda en llegar a la superficie.

$$(\rho_{\text{AGUA}} = 1 \text{ g/cm}^3, g = 10 \text{ m/s}^2)$$

- A) 1,5 s
 B) 2 s
 C) 4 s
 D) 4,5 s



Solución:

Se determina la magnitud de la aceleración:

$$* F_R = ma$$

$$E - F_g = ma$$

$$\rho_{\text{H}_2\text{O}} g V_{\text{esfera}} - mg = ma \wedge V_{\text{esfera}} = \frac{m_{\text{esfera}}}{\rho_{\text{esfera}}}$$

$$(1000)(10) \left(\frac{50 \times 10^{-3}}{800} \right) - (50 \times 10^{-3})(10) = (50 \times 10^{-3}) a$$

$$\frac{5}{8} - \frac{1}{2} = (50 \times 10^{-3}) a$$

$$\frac{1}{8} = (50 \times 10^{-3}) a \Rightarrow a = 2,5 \text{ m/s}^2$$

Por cinemática:

$$* d = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$20 = \frac{1}{2} (2,5) t^2$$

$$16 = t^2 \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

Rpta.: C

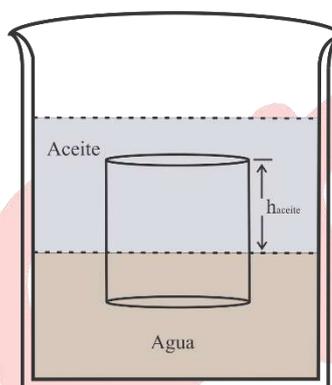
7. La figura muestra un cilindro sólido uniforme de 7 kg de masa, de radio $r = 0,15 \text{ m}$ y altura $H = 0,12 \text{ m}$. El cilindro está flotando en la interface entre el agua y aceite, determine la altura del aceite. Considere: $\rho_{\text{aceite}} = 725 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{agua}} = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 10 \text{ m/s}^2$

A) $1,2 \times 10^{-3} \text{ m}$

B) $1,52 \times 10^{-2} \text{ m}$

C) $7,6 \times 10^{-2} \text{ m}$

D) $3,7 \times 10^{-2} \text{ m}$



Solución:

La altura del cilindro en el aceite:

$$h_{\text{aceite}} = \frac{V_{\text{aceite}}}{\pi r^2} \dots\dots (1)$$

$$V_{\text{cilindro}} = H \pi r^2$$

$$V_{\text{aceite}} + V_{\text{agua}} = H \pi r^2$$

$$V_{\text{aceite}} + V_{\text{agua}} = (0,12 \text{ m}) \pi (0,15 \text{ m})^2 = (0,0027 \pi) \dots\dots (2)$$

Por condición de equilibrio en la interfase de agua-aceite

$$\rho_{\text{agua}} g V_{\text{agua}} + \rho_{\text{aceite}} g V_{\text{aceite}} = m_{\text{sólido}} g$$

$$\rho_{\text{agua}} V_{\text{agua}} + \rho_{\text{aceite}} V_{\text{aceite}} = m_{\text{sólido}}$$

$$\left(1 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (V_{\text{agua}}) + \left(725 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) V_{\text{aceite}} = (7 \text{ kg})$$

$$V_{\text{agua}} + (0,725) V_{\text{aceite}} = (7 \times 10^{-3} \text{ m}^3) \dots\dots (3)$$

Resolviendo de (2) y (3):

$$V_{\text{aceite}} = 5,38 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\text{Luego en (1): } h_{\text{aceite}} = \frac{5,38 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{\pi (0,15 \text{ m})^2} = 7,6 \times 10^{-2} \text{ m}$$

Rpta.: C

Química

EJERCICIOS

1. El estado gaseoso es un estado de la materia que se caracteriza por el alto grado de desorden molecular. Para explicar el comportamiento de los gases ideales se estableció la teoría cinético molecular. Con respecto a dicha teoría, señale la proposición **INCORRECTA**.

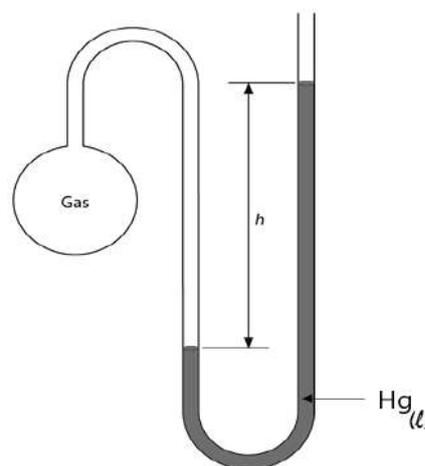
- A) Las fuerzas de atracción entre las moléculas se consideran nulas.
 B) Los choques entre las moléculas son elásticos.
 C) El volumen de las moléculas es despreciable comparado al volumen del gas.
 D) La presión de un gas se debe a los choques intermoleculares.

Solución:

- A) **CORRECTO:** Las fuerzas de atracción entre las moléculas de un gas ideal se consideran nulas debido a su gran separación.
 B) **CORRECTO:** Los choques entre las moléculas y contra la pared del recipiente son elásticos, es decir la energía cinética se conserva.
 C) **CORRECTO:** El volumen de las moléculas es despreciable comparado al volumen que ocupa toda la masa gaseosa.
 D) **INCORRECTO:** La presión de un gas se genera debido a los choques de las moléculas contra las paredes del recipiente, no se debe a los choques entre ellas.

Rpta.: D

2. Para poder determinar la presión de un gas en un recipiente, un estudiante de fisicoquímica arma un sistema tal como se muestra en la figura. Determine la presión de dicho gas en mmHg y en atmósferas, respectivamente.



Datos: $h = 390 \text{ mm}$; presión barométrica = 750 mmHg

- A) 1140; 1,5 B) 380; 0,5
 C) 1520; 2,0 D) 760; 1,0

Solución:

$$P_{\text{manométrica}} = 390 \text{ mmHg}$$

$$\text{Presión del gas} = P_{\text{barométrica}} + P_{\text{manométrica}}$$

$$\text{Presión del gas} = 750 \text{ mmHg} + 390 \text{ mmHg}$$

$$\text{Presión del gas} = 1140 \text{ mmHg}$$

Convirtiéndolo a unidades de atmósfera (atm):

$$1140 \text{ mmHg} \times \frac{1 \text{ atm}}{760 \text{ mmHg}} = 1,5 \text{ atm}$$

Rpta.: A

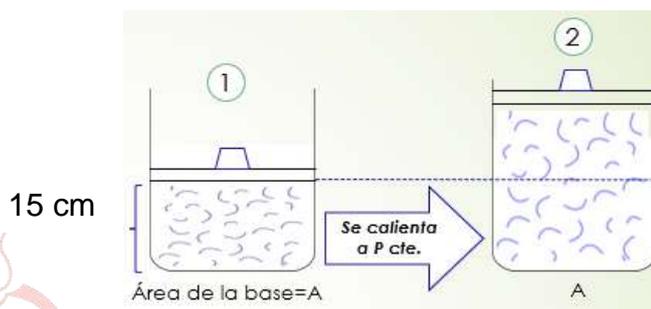
3. Los procesos de expansión y compresión de los gases son usados en la generación de energía. Si en un cierto proceso industrial se tiene gas propano a 27°C , contenido en un recipiente que tiene un pistón a 15 cm de la base del cilindro y luego se calienta hasta 127°C a presión constante, como se muestra en la figura, determine el incremento de altura, en cm, que experimenta el pistón.

A) 10,0

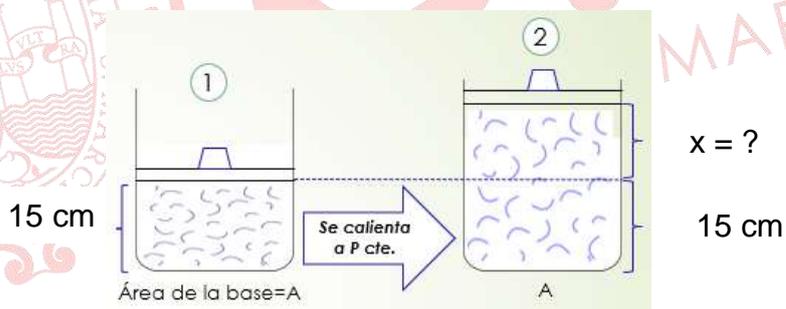
B) 2,5

C) 5,0

D) 20,0



Solución:



Datos:

Condición inicial (1)	Condición final (2)
$T_1 = 27^\circ\text{C} + 273 = 300 \text{ K}$	$T_2 = 127^\circ\text{C} + 273 = 400 \text{ K}$
$V_1 = 15 A \text{ cm}^3$	$V_2 = (15 + x) A \text{ cm}^3$

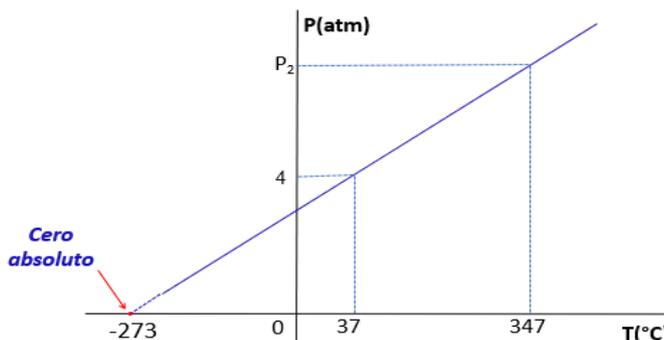
Como la presión es constante (proceso isobárico) se emplea la Ley de Charles:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \text{ entonces } \frac{15A \text{ cm}^3}{300 \text{ K}} = \frac{(15 + x)A \text{ cm}^3}{400 \text{ K}}$$

Luego: $x = 5 \text{ cm}$

Rpta.: C

4. Las leyes empíricas de los gases ideales se establecieron mediante una serie de experimentos manteniendo la masa y una variable de estado (presión, volumen o temperatura) constantes. Se tiene la siguiente gráfica que representa un proceso para un mol de un gas ideal:



Al respecto, indique el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. La gráfica representa a un proceso isotérmico.
- II. Cuando la presión es 4 atm, la temperatura es 310 K.
- III. El valor de la presión P_2 es 8 atm.

- A) FFF B) FVV C) VFF D) VFV

Solución:

I. **FALSO.** Debido a que el volumen permanece constante, la gráfica representa a un proceso isocórico.

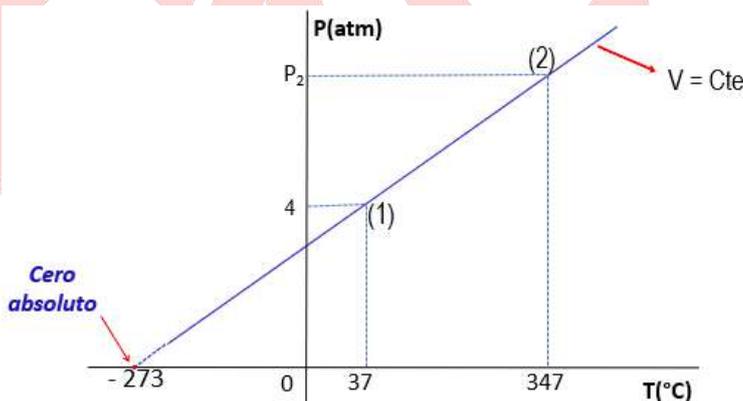
II. **VERDADERO.** Cuando la presión es 2 atm, la temperatura es 37 °C que equivale a 310 K.

$$T_1 = (37 + 273) \text{ K} = 310 \text{ K}$$

III. **VERDADERO.**

Datos:

Condición inicial (1)	Condición final (2)
$P_1 = 4 \text{ atm}$	$P_2 = ?$
$T_1 = 37^\circ\text{C} + 273 = 310 \text{ K}$	$T_2 = 347^\circ\text{C} + 273 = 620 \text{ K}$



Cuando el volumen es constante, se cumple la ley de Gay Lussac:

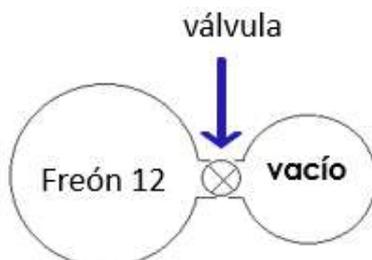
$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \text{ entonces } \frac{4 \text{ atm}}{310 \text{ K}} = \frac{P_2}{620 \text{ K}}$$

$$P_2 = 8 \text{ atm}$$

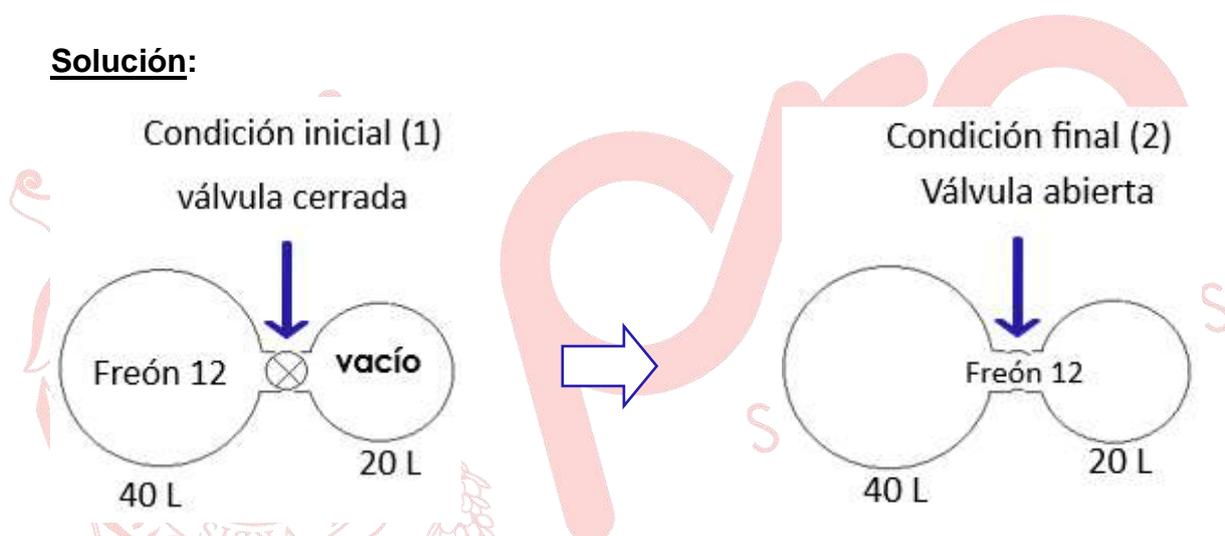
Rpta.: B

5. En un cierto proceso se utiliza gas refrigerante freón 12, CCl_2F_2 , el cual se encuentra inicialmente en un recipiente de 40 litros a -13°C ejerciendo una presión de 1 atm, tal como se indica en la figura. Si luego de abrir la válvula el freón 12 se expande hacia un recipiente vacío de 20 litros, determine la temperatura final, en $^\circ\text{C}$, sabiendo que la presión disminuyó en 0,2 atm. Considere que el volumen de la válvula es despreciable.

- A) 39
 B) - 39
 C) 27
 D) - 27



Solución:



Datos:

Condición inicial (1)	Condición final (2)
$P_1 = 1 \text{ atm}$	$P_2 = 1 \text{ atm} - 0,2 \text{ atm} = 0,8 \text{ atm}$
$V_1 = 40 \text{ L}$	$V_2 = 40 \text{ L} + 20 \text{ L} = 60 \text{ L}$
$T_1 = -13^\circ\text{C} + 273 = 260 \text{ K}$	$T_2 = ?$

Aplicamos, la Ley Combinada de los gases ideales:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{1 \text{ atm} \times 40 \text{ L}}{260 \text{ K}} = \frac{0,8 \text{ atm} \times 60 \text{ L}}{T_2}$$

Luego: $T_2 = 312 \text{ K} = ^\circ\text{C} + 273 \rightarrow ^\circ\text{C} = 39$

Rpta.: A

6. Se desea conocer la identidad de una sustancia gaseosa proveniente de la chimenea de una planta industrial donde se desarrollan procesos de combustión, para lo cual se confina 23 g de dicho gas en un recipiente rígido de 8,2 litros a 127 °C y a una presión de 2 atm. Determine la identidad del gas analizado.

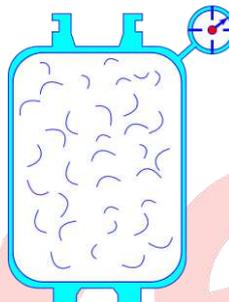
Dato: $R = 0,082 \text{ atm} \times \text{L} / \text{mol} \times \text{K}$

- A) CH_4 ($\bar{M} = 16 \text{ g/mol}$)
 B) CO_2 ($\bar{M} = 44 \text{ g/mol}$)
 C) H_2O ($\bar{M} = 18 \text{ g/mol}$)
 D) $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ ($\bar{M} = 46 \text{ g/mol}$)

Solución:

Datos:

$$\begin{aligned} m &= 23 \text{ g} \\ P &= 2 \text{ atm} \\ V &= 8,2 \text{ L} \\ T &= 127 \text{ }^\circ\text{C} + 273 = 400 \text{ K} \\ \bar{M} &= ? \end{aligned}$$



Aplicamos la ecuación de estado del gas ideal:

$$PV = RTn \quad \text{entonces: } PV = RT \frac{m}{\bar{M}}$$

$$\text{Luego: } \bar{M} = \frac{RTm}{PV} = \frac{\left(0,082 \frac{\text{atm} \times \text{L}}{\text{mol} \times \text{K}}\right) (400 \text{ K})(23 \text{ g})}{(2 \text{ atm})(8,2 \text{ L})} = 46 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

El gas analizado se trata del $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$.

Rpta.: D

7. El nitrógeno es el gas más abundante en la atmósfera terrestre. Una muestra de este gas se encuentra a 0,82 atm de presión y 7 °C, determine su densidad en g/L.

Datos: $A_r \text{ N} = 14$, $R = 0,082 \text{ atm} \times \text{L} / \text{mol} \times \text{K}$

- A) 0,5 B) 1,0 C) 1,5 D) 2,0

Solución:

Gas N_2 : $\bar{M} = 28 \text{ g/mol}$

$P = 0,82 \text{ atm}$

$T = 7 \text{ }^\circ\text{C} + 273 = 280 \text{ K}$

$$\rho = \frac{P\bar{M}}{RT} = \frac{(0,82 \text{ atm})(28 \text{ g/mol})}{\left(0,082 \frac{\text{atm} \times \text{L}}{\text{mol} \times \text{K}}\right) (280 \text{ K})} = 1 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

Rpta.: B

8. El "trimix", una mezcla gaseosa formada por oxígeno, nitrógeno y helio, se emplea en el buceo técnico a grandes profundidades. Un buzo lleva consigo un balón que contiene una mezcla formada por 140 g de helio, 160 g de oxígeno y 280 g de nitrógeno que ejerce una presión de 10 atm. Al respecto, determine la presión parcial del oxígeno y la presión parcial del nitrógeno, en atm, respectivamente.

Datos: Masa molar (g/mol): He = 4; O₂ = 32; N₂ = 28

A) 1 y 7

B) 2 y 6

C) 1 y 2

D) 1 y 6

Solución:

\overline{M} :		m :
4	He	140 g
32	O ₂	160 g
28	N ₂	280 g

$$n_{\text{He}} = \frac{m_{\text{He}}}{\overline{M}_{\text{He}}} = \frac{140\text{g}}{4\text{g/mol}} = 35\text{mol}$$

$$n_{\text{O}_2} = \frac{m_{\text{O}_2}}{\overline{M}_{\text{O}_2}} = \frac{160\text{g}}{32\text{g/mol}} = 5\text{mol}$$

$$n_{\text{N}_2} = \frac{m_{\text{N}_2}}{\overline{M}_{\text{N}_2}} = \frac{280\text{g}}{28\text{g/mol}} = 10\text{mol}$$

$$n_{\text{total}} = n_{\text{He}} + n_{\text{O}_2} + n_{\text{N}_2} = 35\text{mol} + 5\text{mol} + 10\text{mol} = 50\text{mol}$$

Dato: $P_T = 10\text{ atm}$

Calculando la presión parcial del oxígeno:

$$p_{\text{O}_2} = x_{\text{O}_2} P_T = \frac{(n_{\text{O}_2})}{(n_T)} \times P_T \quad \text{luego: } p_{\text{O}_2} = \frac{5\text{mol}}{50\text{mol}} \times 10\text{atm} = 1\text{atm}$$

Calculando la presión parcial del nitrógeno:

$$p_{\text{N}_2} = x_{\text{N}_2} P_T = \frac{(n_{\text{N}_2})}{(n_T)} \times P_T \quad \text{luego: } p_{\text{N}_2} = x_{\text{N}_2} P_T = \frac{10\text{mol}}{50\text{mol}} \times 10\text{atm} = 2\text{atm}$$

Rpta.: C

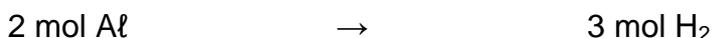
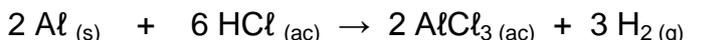
9. Para un proceso industrial se necesita obtener gas hidrógeno, para lo cual se hacen reaccionar 108 g de aluminio con suficiente cantidad de ácido clorhídrico. Determine el volumen, en L, de gas hidrógeno producido a 227 °C y 3 atm. La ecuación química que describe dicha reacción es:



Datos: \bar{M} (g/mol): Al = 27, H₂ = 2, R = 0,082 atm × L / mol × K

- A) $4,10 \times 10^1$ B) $2,05 \times 10^2$ C) $8,20 \times 10^1$ D) $8,20 \times 10^2$

Solución:



$$n = \frac{(108\text{g})(3\text{mol})}{(2 \times 27\text{g})} = 6\text{mol}$$

$$\text{H}_2: P = 3 \text{ atm}$$

$$T = 227 \text{ °C} + 273 = 500 \text{ K}$$

$$n = 6 \text{ mol}$$

$$V = ?$$

$$PV = RTn \text{ entonces:}$$

$$V = \frac{RTn}{P} = \frac{\left(0,082 \frac{\text{atm} \times \text{L}}{\text{mol} \times \text{K}}\right)(500\text{K})(6\text{mol})}{3 \text{ atm}} = 82\text{L} = 8,2 \times 10^1 \text{L}$$

Rpta.: C

10. Los líquidos presentan diversas propiedades, tales como la tensión superficial, la viscosidad, la presión de vapor, entre otras. Dichas propiedades dependen de la intensidad de las fuerzas intermoleculares y de la temperatura a la que se encuentren. Al respecto, indique la alternativa correcta.

- A) La tensión superficial del etanol (CH₃CH₂OH) es menor que la del éter dietílico (C₂H₅OC₂H₅).
 B) La viscosidad del aceite a 20 °C es menor que a 50 °C.
 C) La presión de vapor disminuye con el aumento de la temperatura.
 D) La temperatura de ebullición del Hg es mayor que la del Br₂.

Solución:

- A) **INCORRECTO.** La tensión superficial del etanol, $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$, (22,75 dina/cm) es mayor que la del éter dietílico, $\text{C}_2\text{H}_5\text{OC}_2\text{H}_5$, (17,01 dina/cm), debido a que el etanol posee puente de hidrógeno y el éter dietílico posee dipolo-dipolo.
- B) **INCORRECTO.** La viscosidad disminuye con el incremento de la temperatura, por ello la viscosidad del aceite a 20°C es mayor que a 50°C .
- C) **INCORRECTO.** La presión de vapor aumenta con el incremento de la temperatura.
- D) **CORRECTO.** La temperatura de ebullición del Hg es mayor que la del Br_2 debido a que el mercurio presenta enlace metálico cuya interacción es mayor que cualquier interacción intermolecular incluyendo a la fuerza de London presente en el bromo.

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. El gas metano es el principal componente del gas natural. Cierta masa de gas metano que ocupa 35 L a 77°C y 10 atm de presión se traslada a otro recipiente, en donde la temperatura se incrementa en 50 K y la presión disminuye en 6 atm. Al respecto, determine como varía el volumen.
- A) Disminuye en 65 L
B) Aumenta en 35 L
C) Disminuye en 35 L
D) **Aumenta en 65 L**

Solución:

Condición inicial (1)	Condición final (2)
$P_1 = 10 \text{ atm}$	$P_2 = 10 \text{ atm} - 6 \text{ atm} = 4 \text{ atm}$
$V_1 = 35 \text{ L}$	$V_2 = ?$
$T_1 = 77^\circ\text{C} + 273 = 350 \text{ K}$	$T_2 = 350 \text{ K} + 50 \text{ K} = 400 \text{ K}$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{10 \text{ atm} \times 35 \text{ L}}{350 \text{ K}} = \frac{4 \text{ atm} \times V_2}{400 \text{ K}}$$

Luego: $V_2 = 100 \text{ L}$ Entonces: $\Delta V = V_2 - V_1 = 100 \text{ L} - 35 \text{ L} = 65 \text{ L}$

Es decir, el volumen aumentó en 65 L.

Rpta: D

2. Dos gases se encuentran en condiciones de Avogadro al estar a la misma presión y temperatura. A dichas condiciones se tiene una muestra de 380 g de gas flúor, F_2 , el cual ocupa un volumen de 10 L y en otro recipiente se tiene 160 g de gas oxígeno, O_2 . Determine el volumen, en litros, ocupado por el gas oxígeno.

Datos: Masa molar (g/mol): $\text{F}_2 = 38$; $\text{O}_2 = 32$

- A) 10 B) 20 C) 5 D) 15

Solución:

Por dato el F_2 y el O_2 se encuentran en condiciones de Avogadro, es decir se encuentran en las mismas condiciones de presión y temperatura.

F_2 (1)	O_2 (2)
$m_1 = 380 \text{ g}$	$m_2 = 160 \text{ g}$
$\bar{M}_1 = 38 \text{ g/mol}$	$\bar{M}_2 = 32 \text{ g/mol}$
$V_1 = 20 \text{ L}$	$V_2 = ?$

$$n_1 = \frac{m_1}{\bar{M}_1} = \frac{380\text{g}}{38\text{g/mol}} = 10\text{mol} \quad n_2 = \frac{m_2}{\bar{M}_2} = \frac{160\text{g}}{32\text{g/mol}} = 5\text{mol}$$

En condiciones de Avogadro, se cumple que:

$$\frac{V_1}{n_1} = \frac{V_2}{n_2} \text{ entonces } \frac{20\text{L}}{10\text{mol}} = \frac{V_2}{5\text{mol}}, \text{ luego: } V_2 = 10 \text{ L}$$

Rpta.: A

3. Una de las etapas de la producción del cemento consiste en la descomposición térmica del carbonato de calcio, CaCO_3 , según la siguiente reacción:



Si se descomponen 200 g de CaCO_3 , determine el volumen, en L, producido de CO_2 , medido a 47°C y 624 mmHg, sabiendo que la reacción tiene un rendimiento del 50 %.

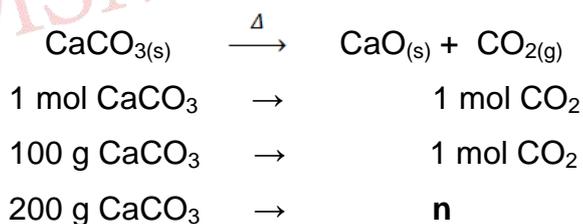
Datos: \bar{M} (g/mol) $\text{CaCO}_3 = 100$, $R = 62,4 \text{ mmHg} \times \text{L} / \text{mol} \times \text{K}$

A) 64

B) 16

C) 32

D) 96

Solución:

$$n_{\text{CO}_2} = \frac{(200\text{g})(1\text{mol})}{(100\text{g})} = 2\text{mol}$$

Datos: $\text{CO}_{2(g)}$

$P = 624 \text{ mmHg}$

$T = 47^\circ\text{C} + 273 = 320 \text{ K}$

$n = 2 \text{ mol}$

$V = ?$

$$PV = RTn, \text{ entonces: } V = \frac{RTn}{P}$$

$$\text{Luego: } V = \frac{\left(62,4 \frac{\text{mmHg} \times \text{L}}{\text{mol} \times \text{K}}\right)(320\text{K})(2\text{mol})}{(624\text{mmHg})} = 64\text{L}$$

$$\text{Dato: } \%R = 50\%$$

$$\%R = \frac{V_{\text{real}}}{V_{\text{teórico}}} \times 100\% \quad \text{entonces: } 50\% = \frac{V_{\text{real}}}{64\text{L}} \times 100\%$$

$$V_{\text{real}} = 32\text{ L}$$

Rpta.: C

4. La mezcla gaseosa utilizada en las pantallas plasma está formada comúnmente por gas neón con un porcentaje pequeño de xenón. Si se tiene en una lámpara dicha mezcla formada por 1,96 g de Ne y 0,262 g de Xe, donde la presión parcial del xenón es 2 mmHg, determine la presión parcial del neón y la presión total en mmHg, respectivamente.

$$\text{Datos: } \bar{M} \text{ (g/mol) : Ne} = 20, \text{ Xe} = 131$$

A) 98 y 100

B) 96 y 98

C) 80 y 82

D) 85 y 87

Solución:

$$\text{Datos: } m_{\text{Ne}} = 1,96\text{ g}$$

$$m_{\text{Xe}} = 0,262\text{ g}$$

$$p_{\text{Xe}} = 2\text{ mmHg}$$

$$n_{\text{Ne}} = \frac{m_{\text{Ne}}}{M_{\text{Ne}}} = \frac{1,96\text{g}}{20\text{g/mol}} = 0,098\text{mol}$$

$$n_{\text{Xe}} = \frac{m_{\text{Xe}}}{M_{\text{Xe}}} = \frac{0,262\text{g}}{131\text{g/mol}} = 0,002\text{mol}$$

$$n_{\text{total}} = n_{\text{Ne}} + n_{\text{Xe}} = 0,098\text{ mol} + 0,002\text{ mol} = 0,1\text{ mol}$$

$$x_{\text{Xe}} = \frac{n_{\text{Xe}}}{n_{\text{total}}} = \frac{0,002\text{mol}}{0,1\text{ mol}} = 0,02$$

$$x_{\text{Ne}} = \frac{n_{\text{Ne}}}{n_{\text{total}}} = \frac{0,098\text{mol}}{0,1\text{ mol}} = 0,98$$

$$p_{\text{Xe}} = x_{\text{Xe}} P_{\text{total}} \quad \text{entonces: } 2\text{mmHg} = 0,02 P_{\text{total}}$$

$$P_{\text{total}} = 100\text{ mmHg}$$

$$\text{Ley de Dalton: } P_{\text{total}} = p_{\text{Ne}} + p_{\text{Xe}}$$

$$100\text{ mmHg} = p_{\text{Ne}} + 2\text{ mmHg}$$

$$p_{\text{Ne}} = 98\text{ mmHg}$$

Rpta.: A

5. El estado líquido se caracteriza porque las moléculas tienen libertad de movimiento, por lo cual los líquidos pueden fluir, además, en dicho estado las fuerzas de atracción y de repulsión tienen valores similares. Respecto a las propiedades de los líquidos, a una misma temperatura, seleccione el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. La presión de vapor del alcohol etílico ($\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$) es mayor que el dietil éter ($\text{C}_2\text{H}_5\text{O C}_2\text{H}_5$)
- II. La viscosidad del pentano ($\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_3$) es menor que el hexano ($\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_3$).
- III. La tensión superficial del agua es mayor que el mercurio.

A) FFF

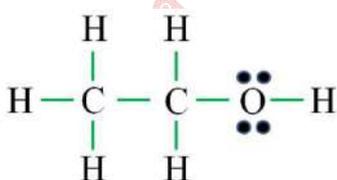
B) FVF

C) FVV

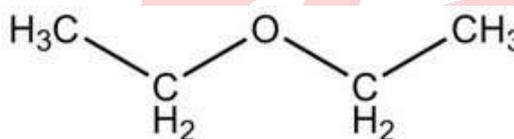
D) VVF

Solución:

- I. **FALSO.** La presión de vapor del alcohol etílico es menor que el dietil éter, ya que la fuerza puente de hidrógeno es de menor intensidad que el dipolo-dipolo.

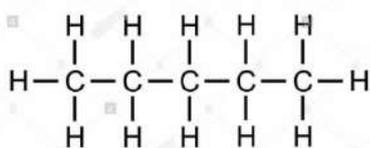


Molécula polar
(Fuerza puente de hidrógeno)

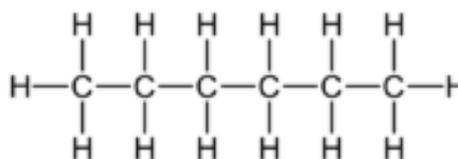


Molécula polar
(Dipolo – Dipolo)

- II. **VERDADERO.** La viscosidad del pentano es menor que el hexano, debido a que presenta una fuerza de London de menor intensidad.

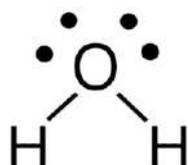


Pentano
Molécula Apolar
(Fuerza de London)



Hexano
Molécula Apolar
(Fuerza de London)

- III. **FALSO.** La tensión superficial del mercurio es mayor que el agua, debido a que el enlace metálico (enlace químico) es de mayor intensidad que la fuerza puente de hidrógeno (fuerza intermolecular).



Molécula Polar
(Fuerza puente de hidrógeno)

Hg

Metal
(Enlace metálico)

Rpta.: B

Biología

EJERCICIOS

1. Durante la evolución de los animales, la complejidad de los procesos de irritabilidad y coordinación conllevó también al desarrollo del sistema nervioso de acuerdo a la forma de vida de los individuos. Al respecto, el modelo más simple del sistema nervioso es

A) ganglionar. B) radial. C) reticular. D) encefálico.

Solución:

Los invertebrados que poseen el sistema nervioso más básico o simple son los cnidarios, los cuales poseen sistema nervioso reticular.

Rpta.: C

2. Las especies animales que presentan a los ganglios como centros básicos de sistema nervioso, desarrollaron reacciones y respuestas más complejas que las especies con células efectoras o protoneuronas en red; un representante de ese grupo de animales en mención es

A) planaria. B) medusa. C) caracol. D) esponja.

Solución:

Los ganglios, conjunto de somas o cuerpos neuronales, son los primeros centros básicos de información lo encontramos desde las medusas hasta los seres humanos.

Rpta.: B

3. La comunicación neuronal depende de pequeñas moléculas que actúan como neurotransmisores, estimulando o inhibiendo respuestas. Al respecto, marque la alternativa correcta.

A) Los neurotransmisores son almacenados en las vesículas sinápticas.
B) La sinapsis siempre es de tipo axodendrítica.
C) El calcio actúa como el principal neurotransmisor en el periférico.
D) La continuidad física del impulso nervioso se da por neurotransmisores.

Solución:

La terminación de la célula presináptica contiene numerosas esferas rodeadas de membrana (llamadas vesículas sinápticas) que contienen el neurotransmisor, la célula postsináptica posee receptores de membrana para el neurotransmisor. En la sinapsis no hay continuidad sino contigüidad. Según el lugar de conexión, la sinapsis puede ser Sinapsis axodendríticas (la conexión sináptica se da entre el axón de la neurona presináptica y las dendritas de la neurona postsináptica); Sinapsis axosomáticas (el axón de la neurona presináptica se conecta con el soma o núcleo de la postsináptica) Sinapsis axo-axónicas entre el axón de la neurona presináptica y la postsináptica).

Rpta.: A

4. Un paciente es atendido de emergencia por caída doméstica, en el cual se comprueba que debido a ello no presenta movimiento en miembros inferiores, los exámenes realizados fueron:
- Estímulos en superficie corporal en las extremidades inferiores (receptores epiteliales) – Sin respuesta.
 - Estímulos a nivel de neuronas de asociación – Respuesta: movimientos musculares.
- De acuerdo a los análisis realizados a su arco reflejo indique la clave correcta.

- A) El paciente muestra signos de quedarse inválido.
- B) El paciente debe tener dañados los nervios aferentes.
- C) El paciente debe tener dañados los nervios eferentes.
- D) El paciente debe tener problemas en los neurotransmisores.

Solución:

La vía aferente del arco reflejo conduce el estímulo de la periferia captado por la piel hacia las interneuronas o neuronas de asociación las cuales conducen la respuesta hacia la vía eferente (neuronas motoras) para la respuesta, usualmente movimientos.

Rpta.: B

5. Se detecta un nuevo síndrome el cual impide que los canales de sodio se aperturen en el axón neuronal en los primeros impulsos nerviosos en la etapa embrionaria, causando que el individuo no desarrolle con normalidad su sistema nervioso central y en la mayor parte de casos no llegan a nacer. De acuerdo a lo mencionado, se infiere que el síndrome
- A) no permite el desarrollo de las neuronas de asociación.
 - B) afecta directamente la despolarización del axón neuronal.
 - C) afecta directamente la repolarización del axón neuronal.
 - D) no permite el desarrollo de nervios motores.

Solución:

La neurona en su estado natural se encuentra con la membrana polarizada, al pasar el impulso nervioso ésta debe despolarizarse gracias a la apertura de canales de sodio y potasio, al no estar activos, éstos no permitirán la despolarización del axón neuronal.

Rpta.: B

6. Si durante la embriogénesis, un virus no permite el normal desarrollo del romboencéfalo, entonces se puede deducir que dicho patógeno afectará
- A) el desarrollo el bulbo raquídeo.
 - B) los procesos de memoria y conciencia.
 - C) el desarrollo del tálamo exclusivamente.
 - D) la madurez del prosencéfalo en su infancia.

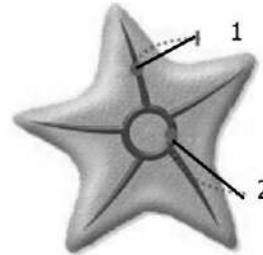
Solución:

Si un virus no permite el correcto desarrollo normal del romboencéfalo el órgano afectado será bulbo raquídeo.

Rpta.: A

7. Identifique los componentes del siguiente tipo de sistema nervioso (1 y 2 respectivamente).

- A) Extensión nerviosa y anillo nervioso
 B) Nervio longitudinal y centro nervioso
 C) Nervio radial y anillo nervioso
 D) Extensión periférica y centro nervios



Solución:

La imagen muestra al sistema nervioso del tipo radial, en ello se puede observar al nervio radial (1) y el anillo (o cordón) nervioso (2).

Rpta.: C

8. Marque la alternativa que relacione correctamente al organismo con su tipo de sistema nervioso que tiene.

- | | |
|----------------------|---|
| I. Langosta | a. Nervios convergen en un anillo alrededor de la boca y se ramifican en cinco radios |
| II. Actinia | b. Cuerpos neuronales centralizados ubicados por pares en los segmentos del cuerpo |
| III. Estrella de mar | c. Protoneuronas unidas formando una red recubriendo todo el animal |

- A) Ib, IIc, IIIa B) Ib, IIa, IIIc C) Ia, IIc, IIIb D) Ic, IIa, IIIb

Solución:

Los artrópodos como las langostas presentan un sistema nervioso ganglionar formado por cuerpos neuronales centralizados (ganglios) ubicados por pares en los segmentos del cuerpo (Ib), mientras que los cnidarios como las anemonas presentan una red nerviosa formada por protoneuronas (IIc) y los equinodermos como el erizo de mar presentan un sistema nervioso radial formado por un anillo nervioso periesofágico de donde se desprenden los radios nerviosos (IIIa).

Rpta.: A

9. Estructura que permite que en lugares muy bulliciosos podamos mantener una conversación con una persona dentro de un grupo y focalizar nuestra atención en ella a pesar del ruido. Nos referimos al

- A) hipotálamo. B) bulbo raquídeo. C) cerebelo. D) tálamo.

Solución:

Los estímulos sensoriales que llegan al cerebro deberán pasar primero por el tálamo que es el filtro de la corteza cerebral y donde se decide si el estímulo sigue o corta su camino (esto si se considera que no tienen importancia para nosotros), lo que nos permite mantener una conversación a pesar de los innumerables estímulos que podamos tener alrededor nuestro.

Rpta.: D

10. Luis, después de un accidente, presenta insensibilidad y alteración de las sensaciones en un lado del cuerpo, dificultad para localizar e identificar sensaciones como dolor, calor, frío y/o dificultad para reconocer objetos mediante el tacto (es decir, por su textura y forma), por lo expuesto es muy probable que Luis haya sufrido una lesión a nivel del

- A) lóbulo frontal. B) cerebelo. C) lóbulo parietal. D) lóbulo occipital.

Solución:

El lóbulo parietal es uno de los cuatro lóbulos de la corteza cerebral, es el área de la sensibilidad general y está encargada de recibir las sensaciones del tacto, así como calor, frío, presión, dolor etc. Cuando se lesiona puede ocurrir la insensibilidad y alteración de las sensaciones y dificulta reconocer la forma y textura de los objetos a través del tacto.

Rpta.: C

11. Determinar verdadero o falso (V o F) de los siguientes enunciados relativo a los pares craneales.

- I. Al peinarnos, el estímulo es recepcionado por el nervio trigémino.
II. La función sensitiva para los sabores está dada por los pares facial y glossofaríngeo.
III. La aceleración de los latidos del corazón se da por el nervio vago.

- A) VVV B) VFV C) VFF D) VVF

Solución:

- I. VERDADERO: El nervio trigémino (par V) tiene función sensitiva de la frente, cuero cabelludo parpado superior, lados de la nariz y dientes.
II. VERDADERO: Los nervios facial (par VII) y glossofaríngeo (par IX) tienen función sensitiva del gusto.
III. FALSO: El nervio vago o neumogástrico (par X) tiene función sensitiva en el corazón; inhibe los latidos del corazón NO los acelera.

Rpta.: D

12. Gino tiene un problema de hiperhidrosis (sudoración excesiva) por cada situación que lo pone nervioso, esto le incomoda de sobremanera y por recomendación médica ha decidido operarse. Dicha operación consiste en inhibir algunos nervios, los cuales son los

- A) raquídeos. B) parasimpáticos. C) simpáticos. D) espinales.

Solución:

El tratamiento que se lleva a cabo para acabar con la hiperhidrosis (exceso de sudoración), consiste en cortar los nervios simpáticos que se encargan de controlar la sudoración.

Rpta.: C

13. Sandra se encontraba jugando la final de pin pon, y debido a la emoción su cuerpo empezó a secretar adrenalina porque ya estaba a punto de ganar, el sudor era intenso, su corazón latía con mayor velocidad, de repente logro obtener el punto de la victoria, lo cual conlleva a una satisfacción enorme. Diga usted qué sistemas estuvieron accionando los últimos momentos del encuentro.
- A) El sistema nervioso somático solamente
 - B) El sistema nervioso simpático y el somático
 - C) El sistema nervioso parasimpático y el visceral
 - D) El sistema nervioso parasimpático solamente

Solución:

Todos los movimientos físicos para las jugadas son realizados por el sistema nervioso somático en tanto que la sudoración y el incremento de los latidos cardiacos son llevados específicamente por el sistema nervioso simpático.

Rpta.: B

14. Existen muchas sustancias naturales o sintéticas que modifican la acción de los neurotransmisores sobre las neuronas impidiendo que estos ejerzan su efecto uniéndose a su receptor correspondiente. Por ejemplo, el ácido acético es una sustancia que dificulta la producción del potencial de acción disminuyendo la actividad del sistema nervioso produciendo entorpecimiento del pensamiento, trastornos en los movimientos, entre otros.

Del texto podemos deducir que el ácido acético:

- A) aumenta la hiperactividad de los neurotransmisores responsables del potencial de acción.
- B) reemplaza al neurotransmisor al unirse al receptor neuronal afectando el potencial de acción.
- C) reemplaza al ión sodio en la bomba de Na-K en la transmisión del impulso nervioso.
- D) Se une al neurotransmisor lo que inhibe el potencial de acción del sistema nervioso.

Solución:

Las sustancias modificadoras, cambian la reacción del sistema nervioso, a nivel celular y/o molecular, en este caso reemplaza a los neurotransmisores que deban unirse a dicho receptor.

Rpta.: B

15. En algunas ocasiones, nuestras manos se enfrían de tal manera que se entumescen por lo que buscamos una fuente de calor, la más inmediata es coger una taza de infusión caliente, pero, a pesar del frío, no podemos sostenerla por mucho tiempo y esto es porque nuestros _____ se activan.

- A) corpúsculos de Rufini
- B) corpúsculos de Barr
- C) corpúsculos de Meissner
- D) corpúsculos de Krause

Solución:

La piel contiene muchos receptores cuya información nos proporciona la sensación del tacto. Entre ellas se encuentran los corpúsculos de Rufini de adaptación lenta que responden al calor y también a la presión.

Rpta.: A