



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA
CENTRO PREUNIVERSITARIO

SEMANA N.º 7

Habilidad Verbal

SECCIÓN A

INFERENCIA II



(VIDEOS)
TEORÍA Y
EJERCICIOS

La inferencia es un modelo poderoso por el cual las personas complementan la información disponible utilizando el conocimiento conceptual y lingüístico y los esquemas que poseen. Los lectores utilizan estrategias de inferencia para establecer lo que no está explícito en el texto o la información que se ofrecerá más adelante; la inferencia es utilizada para inferir el antecedente de un pronombre, la relación entre caracteres, las preferencias del autor, entre otras cosas.

TIPOLOGÍA DE LA INFERENCIA

III) SEGÚN EL ORIGEN TEXTUAL DE LA INFERENCIA

1) INFERENCIA DE MARCO

Es un tipo de inferencia mediante la cual el lector puede establecer el tema general de la lectura cuando este no es presentado explícitamente en el texto.

Por ejemplo:

La confianza en los experimentos cuidadosamente diseñados y controlados es clave, como he intentado subrayar antes. No aprenderemos mucho de la mera contemplación. Es tentador quedarse satisfecho con la primera explicación posible que se nos ocurre. Una es mucho mejor que ninguna. Pero ¿qué ocurre cuando inventamos varias? Francis Bacon proporcionó la razón clásica:

Puede ser que la argumentación no baste para el descubrimiento de un nuevo trabajo, porque la sutileza de la naturaleza es muchas veces mayor que la del argumento.

La industria del tabaco americana factura unos cincuenta mil millones al año. Admiten que hay una correlación estadística entre fumar y el cáncer, pero no una relación causal, dicen. Añaden que se está cometiendo una falacia lógica. ¿Qué podría significar eso? Quizá las personas con propensión hereditaria al cáncer tienen una propensión hereditaria a tomar drogas adictivas, por lo que el cáncer y el fumar podrían estar correlacionados, pero el cáncer no sería provocado por fumar. Pueden inventarse relaciones cada vez más inverosímiles de este tipo. Esta es exactamente una de las razones por las que la ciencia insiste en los experimentos de control.

Sagan, C. (2000). *El mundo y sus demonios*. Editorial Planeta. (Adaptación)

1. Se infiere del texto que el tema que dirige la lectura es

- A) la adopción de mecanismos precisos de control en la ciencia actual.
- B) la oposición entre la mera suposición y la argumentación razonada.
- C) la importancia de los experimentos de control en la ciencia moderna.
- D) la falta de correlación estadística entre el hábito de fumar y el cáncer.
- E) el desarrollo de la ciencia por experimentos cada vez más precisos.

Solución:

El texto plantea el tema de la necesidad de usar en la ciencia moderna los experimentos controlados.

Rpta.: C

2) INFERENCIA HOLÍSTICA

Es un tipo de inferencia mediante el cual el lector modela una macro composición de acuerdo con el principio de jerarquía, de manera que mediante una abstracción se obtiene un esquema general que vincula cada acontecimiento que acaece con un razonamiento más global.

Por ejemplo:

La Lima actual, contemporánea del siglo XXI, no se puede entender sin esa suerte de inicio o creación original que significaron los cambios que se dieron desde los años cincuenta; cambios que, finalmente, refundaron la capital e hicieron que tomara un rumbo distinto. A partir de esa fecha, Lima ya no sería la misma. La arcadia previa a esos años se desdibujó y en la ciudad se fueron configurando un nuevo espacio, un nuevo rostro, nuevos gustos, colores y sonidos. Los que le dieron un nuevo contenido fueron los peruanos que no estuvieron en la escena oficial del país en los años precedentes y que, después de la mitad del siglo pasado, asumen un rol protagónico: los «otros», antes, principalmente imaginados como indios o campesinos, se hicieron masivamente presentes en la ciudad, pero no como indígenas, campesinos o runas, sino como cholos, aquellos que se convertirían en los nuevos limeños.

Quispe, A. (2013). *Del «Perú hirviente» a la «cultura chicha»: transculturación y relaciones conflictivas en el medio urbano limeño*. En *Arguedas, la dinámica de los encuentros culturales*. T. II. Fondo Cultural de PUCP.

1. En el texto se informa medularmente que

- A) La ciudad de Lima dejó de ser la misma a partir de la década de los 50.
- B) Los nuevos limeños fueron anteriormente indígenas, campesinos o runas.
- C) La Lima del siglo XXI presenta un fuerte contraste con las épocas pasadas.
- D) Los «otros» irrumpieron en Lima y dejaron de ser indígenas o campesinos.
- E) Lima sufrió una transformación radical por el fenómeno migratorio de los 50.

Solución:

El autor afirma que en Lima se produjo en los 50 un cambio profundo debido a la irrupción de nuevos sujetos sociales.

Rpta.: E

3) INFERENCIA LÉXICA

A partir de las pistas textuales o de un determinado entorno textual, se infiere plausiblemente el sentido de un vocablo o de una expresión.

Por ejemplo:

El sistema sudafricano del Apartheid establece una división entre blancos y negros que pretende ser bastante **rígida** y en el que cada cual tiene un lugar establecido por la ley. No hay un desfase entre leyes y el accionar cotidiano, que es, para Portocarrero, uno de los requisitos para que exista discriminación: “[en la sociedad colonial]... podemos decir que no hay discriminación, no hay **desfase** entre legalidad y costumbre” (1992: 195). El ejemplo de Sudáfrica se adecua a lo que señala Portocarrero sobre la sociedad colonial: “[tiene] intención de construir dos mundos separados”. La propia palabra Apartheid significa “aparte”. Se trata de un régimen segregacionista de dos mundos aparte, pero uno subordinado al otro. Recordemos además que los archivos parroquiales de la colonia anotaban en cada partida de bautismo, matrimonio o defunción la condición de cada tino: indio, mestizo, criollo o de cualquiera de las castas; tal como en la Sudáfrica del Apartheid se anota en los documentos personales de cada cual su condición de negro, blanco, asiático —con la diferencia ya señalada entre japoneses y otros—, o coloured —de ancestro mezclado.

Spivac, M. (1992). *Cálculo Infinitesimal* (2º Ed.). Editorial Reverté, S.A. (Texto editado).

1. ¿Cuál es el sentido del término RÍGIDA?

- A) Estricta B) Vertical C) Exacta D) Justa E) Radical

Solución:

RÍGIDA en el texto indica la característica de estar apegada de manera estricta a la ley o normas, sin admitir desviaciones o interpretaciones.

Rpta.: B

2. Es posible inferir que la palabra DESFASE implica

- A) amplitud. B) unión. C) instinto.
D) discrepancia. E) coerción.

Solución:

En el texto, DESFASE implica una falta de correspondencia entre lo que indica la ley y lo que establece la costumbre, es decir, implica discrepancia entre una y otra.

Rpta.: D

4) INFERENCIA DE DATOS

Es un tipo de inferencia mediante el cual el lector obtiene una información oculta en el texto, pero que se puede extraer sobre la base de otros datos explícitos.

Por ejemplo:

Año tras año, unas cuantas ballenas grises (*Eschrichtius robustus*) aparecen varadas en las costas estadounidenses que el océano Pacífico baña. Algunas consiguen volver al mar, pero otras tantas mueren ahí mismo. Nadie sabe a ciencia cierta a qué se debe, pero algunos biólogos sugieren que podría ser consecuencia de ciertas enfermedades, la acción de algún parásito o que se trata de ejemplares ancianos que se dirigen a las playas para morir. No obstante, entre ellas también hay especímenes jóvenes y sanos. Ahora, un equipo de investigadores ha descubierto que estos cetáceos son mucho más propensos a perder el rumbo durante el transcurso de las tormentas solares. Según han explicado en la última reunión de la Sociedad de Biología Comparativa e Integrativa, celebrada a inicios del año en la ciudad de Austin, Texas (EUA), esto es sobre todo perceptible cuando existe una mayor presencia de manchas solares y aumentan las emisiones de ondas de radio que provienen del Sol: en esas ocasiones, las ballenas grises tienen cinco veces más probabilidades de encallar y quedar atrapadas en algún litoral. Para determinarlo, los expertos, coordinados por la biofísica Jesse Granger, de la Universidad Duke (EUA), estudiaron los datos recogidos sobre este tipo de sucesos ocurridos entre 1985 y 2018. Así, se percataron de que estos cetáceos terminaban varados mucho más a menudo cuando se formaba un número más elevado de esas regiones oscuras del astro rey y, con ello, se daba un incremento significativo de la actividad magnética.

Muy Interesante (Abril, 2020). *Las tormentas solares norlean a las ballenas grises*. México.

1. Se puede colegir que las ballenas grises varadas en las costas estadounidenses del océano Pacífico
 - A) pertenecen a diferentes edades.
 - B) constituyen un fenómeno inusitado.
 - C) fueron afectadas por los rayos solares.
 - D) terminaron muriendo todas ellas.
 - E) comenzaron a aparecer desde 1985.

Solución:

Según el texto: "Nadie sabe a ciencia cierta a qué se debe, pero algunos biólogos sugieren que podría ser consecuencia de ciertas enfermedades, la acción de algún parásito o que se trata de ejemplares ancianos que se dirigen a las playas para morir. No obstante, entre ellas también hay especímenes jóvenes y sanos".

Rpta.: A

2. Es posible inferir sobre los estudios coordinados por la biofísica Jesse Granger que estos
 - A) señalaron por qué murieron las ballenas.
 - B) demoraron un lapso de treinta y tres años.
 - C) fueron financiados por el Gobierno de EE.UU.
 - D) tuvieron básicamente un carácter correlacional.
 - E) fueron auspiciados por la Universidad de Texas.

Solución:

Los estudios mencionados vincularon la cantidad de ballenas varadas en ese lapso con los momentos de mayor actividad de las manchas solares y establecieron una correlación.

Rpta.: D**5) INFERENCIA CAUSAL**

Es un tipo de inferencia mediante la cual el lector establece la causa probable de un acontecimiento o fenómeno que se describe en el texto.

Por ejemplo:

Cada año, y después de casi cada lluvia, la noticia es la misma. Venecia se inunda y se hunde al mismo tiempo, lo cual lleva a un resultado igual de húmedo: más agua que llena sus calles, de 1 200 años de antigüedad, con más frecuencia y durante periodos más largos. El alcalde de Venecia, Luigi Brugnaro, asegura que la ciudad "volverá a brillar", pero, ¿tendrá esta isla la posibilidad de sobrevivir a un mundo en calentamiento? El nivel del mar en la laguna de Venecia es 10 centímetros más alto que hace 50 años. El Grupo Intergubernamental de Expertos sobre el Cambio Climático de la ONU espera que las llamadas inundaciones de 100 años ocurran cada seis para 2050, y cada cinco meses para 2100. Una de esas inundaciones, en noviembre pasado, dejó sumergido 70 % de la ciudad. La prioridad más urgente sería salvar los tesoros y artefactos de Venecia. Expertos en arte y estudiantes universitarios visitaron los museos para mover los objetos a pisos más altos. En algunos casos, su intención fue encontrar un nuevo hogar para las piezas, fuera de Venecia. Esto es solo provisional, hasta que llegue MOSE, el plan de defensa del gobierno italiano, que utilizará diques gigantes para sellar la laguna. Programado para completarse en 2011, el proyecto se retrasó. Ahora, las autoridades esperan que MOSE comience a proteger Venecia para 2022.

National Geographic (Abril, 2020). *Inundación histórica en Venecia*.

1. La decisión de mover los tesoros y artefactos de los museos de Venecia a pisos más altos obedece a
 - A) una disposición del grupo de expertos climáticos de la ONU.
 - B) la intención de encontrar un nuevo hogar para las piezas.
 - C) el retraso en la aplicación del proyecto MOSE de Italia.
 - D) el peligro de nuevas inundaciones como la de noviembre.
 - E) la construcción de diques gigantes para sellar la laguna.

Solución:

En el texto se menciona el aumento constante del nivel del agua y las inundaciones frecuentes, como las de noviembre, de manera que, podemos inferir que las piezas fueron movidas para evitar su daño.

Rpta.: D

6) INFERENCIA PROSPECTIVA

Es un tipo de inferencia mediante la cual el lector obtiene un dato futuro a partir de la información proporcionada en la lectura.

Por ejemplo:

¿Puedes patentar el océano? En teoría no. Hace nueve años, en el contexto del Convenio sobre Diversidad Biológica, se firmó en Nagoya el Protocolo de Acceso a Recursos Genéticos y Distribución de Beneficios, un documento ideado para garantizar un reparto justo de los beneficios que se derivan del uso de los recursos genéticos procedentes de la tierra o el mar. Pretendía pararle los pies a la biopiratería –la apropiación indebida de recursos genéticos sin la autorización de los países de los que proceden–.

Fue insuficiente, porque, según un reciente estudio de la Universidad de Columbia Británica, hay al menos 13.000 secuencias genéticas de especies marinas asociadas a una patente. La mayoría –el 47%–, de la multinacional química BASF. No es que esta se haya saltado la ley, simplemente ha aprovechado que dos tercios del océano no le pertenecen a nadie, no están sujetos a ninguna jurisdicción nacional –incluidas las especies de los fondos abisales y las aguas hidrotermales–, y que, por tanto, el acceso a sus recursos genéticos es libre y pueden ser explotados comercialmente.

Muy Interesante (Abril, 2017). ¿Puedes patentar el océano? España. N° 459.

1. A partir de lo planteado en el texto sobre la empresa química BASF, podemos colegir que, de continuar con esa situación, probablemente esta
 - A) dejaría eventualmente la biopiratería para incursionar en la bioingeniería.
 - B) terminará generando nuevas especies marinas con fines comerciales.
 - C) tendrá la totalidad de la propiedad de los océanos en los próximos años.
 - D) recibirá fuertes sanciones por violar el Convenio sobre Diversidad Biológica.
 - E) aumentará el número de sus patentes de secuencias genéticas marinas.

Solución:

Ya que los dos tercios de los océanos no le pertenecen a nadie, no habría impedimento para que esta compañía siguiera patentando secuencias genéticas.

Rpta.: E

7) INFERENCIA DE INTENCIÓN

Es un tipo de inferencia mediante la cual el lector establece la intención del autor sobre la base de algunas claves presentes en el texto. Las intenciones son variadas: elogiar, criticar, informar, redargüir, etc.

Por ejemplo:

Las bases de la metodología Design Thinking (pensamiento de diseño) fueron planteadas en los años 60 por el Premio Nobel, Herbert Simon, en su aclamado libro 'La Ciencia de lo Artificial'. A partir de ahí, las fases del Design Thinking han cambiado constantemente, creando diferentes variables del método, pero todas basadas en los mismos principios: ayudar a resolver de forma innovadora y colaborativa problemas complejos, teniendo siempre al ser humano y sus necesidades como eje de trabajo.

A finales de los 90, David Kelley le dio un impulso significativo a esta metodología y la llevó al ámbito comercial, a través de la fundación de IDEO, una exitosa compañía de diseño enfocada completamente a trabajar con Design Thinking. Además, Kelley lideró la creación del Hasso Plattner Institute of Design en la Universidad de Stanford, cuya definición de etapas para el trabajo de esta metodología se han convertido en las utilizadas actualmente, gracias a la experiencia adquirida por esta institución en la enseñanza y práctica del pensamiento de diseño.

Gutiérrez, E. (2019, 28 de febrero). Guía práctica para entender Design Thinking. *ACADEMIA pragma*. <https://www.pragma.com.co/blog/guia-practica-para-entender-design-thinking> (Texto editado).

1. Se puede deducir que el objetivo fundamental del autor es

- A) explicar cómo surgió el pensamiento de diseño de la mano de David Kelley.
- B) definir en qué consiste la metodología Design Thinking y sus aplicaciones.
- C) dilucidar las causas del rotundo éxito del pensamiento de diseño en Perú.
- D) relatar algunos sucesos importantes en el desarrollo del Design Thinking.
- E) mostrar las diferencias entre las ideas de David Kelley y Herbert Simon.

Solución:

El texto relata brevemente algunos de los pasajes más importantes de la metodología Design Thinking. Aborda sus inicios (años 60) y su popularización (años 90).

Rpta.: D

COMPRESIÓN DE LECTURA

Esta semana que se va, el Gobierno, a través del Ministerio de Economía y Finanzas (MEF), redujo el estimado de crecimiento del PBI para este año de 3,5% a 2,5%. Asimismo, la inversión privada (un indicador clave) cerraría, por segundo año consecutivo, con una caída de 0,5%.

Pese a este menor crecimiento, Alex Contreras, titular del MEF, resaltó que la peruana será la economía líder y con más solidez en toda la región latinoamericana y del Caribe. Según numerosos economistas, el Perú necesita tasas de crecimiento de cuando menos 4%.

Así, el optimismo del MEF no se refleja en el día a día de todos los peruanos. Solo al cierre del 2022 se reportó la inflación más alta registrada en 30 años (8,46%) y para el cierre de marzo se ubicó en 8,40%.

Otro llamado de alerta lo da el Instituto de Estudios Peruanos (IEP), que en una reciente encuesta (con corte a marzo 2023) advierte que el 46% de personas ha dejado de consumir alimentos por falta de ingresos, mientras que 6 de cada 10 personas (66%) redujo sus raciones en los últimos 3 meses. En esa línea, un 30% indicó que el día anterior no consumió carne y un 35% dejó de ingerir leche más de 5 veces en los últimos 3 meses.

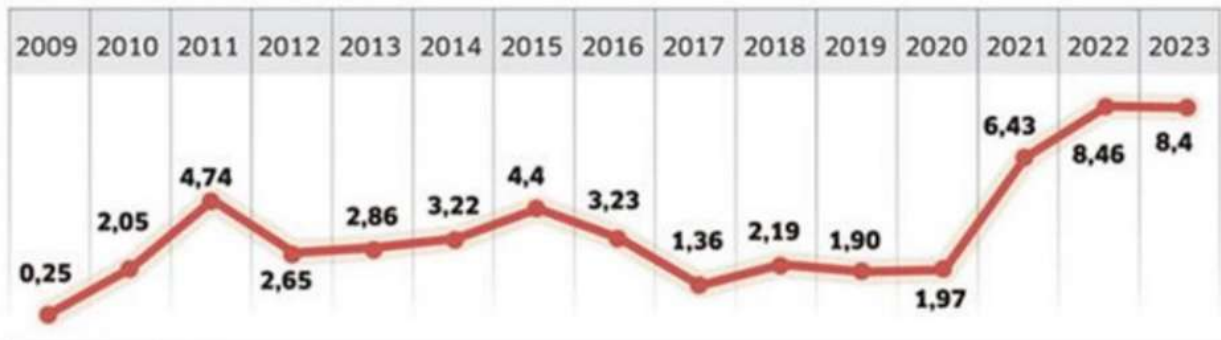
Asimismo, en comparación con la prepandemia, tampoco se reporta un avance en el combate contra la informalidad.

Según el último reporte del INEI, 2 millones 119.300 de ciudadanos laboran de forma **precaria**, lo que representa un 19,5% más que en el 2019.

Además, el ingreso nominal durante el primer trimestre se ubicó en S/1.841, que simboliza en términos reales una caída del 11% respecto a la época pre-COVID-19.



Índice de precios al consumidor



Fuente: IEP, INEI, BCRP

Ferrándiz, S. (23 de abril de 2023). Optimismo del MEF no se siente en hogares del país. *La República*. Recuperado de <https://larepublica.pe/economia/2023/04/29/pobreza-en-peru-optimismo-del-mef-no-se-siente-en-hogares-del-pais-inflacion-2023-alex-contreras-pbi-crecimiento-peru-2023-983912>.

1. Medularmente, el texto expone

- A) los resultados de una encuesta sobre la situación económica del ciudadano del Perú.
- B) el deterioro de la calidad de vida de la población peruana después de la pandemia.
- C) el contraste entre los indicadores económicos del Perú y las expectativas del MEF.
- D) el desenvolvimiento de la inflación peruana durante los últimos veinticinco años.
- E) el recorte del Ministerio de Economía de su estimado del crecimiento económico.

Solución:

El texto nos da información acerca de la caída de los indicadores económicos del Perú y cómo esta situación no se condice con el enfoque del MEF.

Rpta.: C

2. Dentro de la lógica del texto, el término **PRECARIA** implica

- A) inestabilidad. B) debilidad. C) inmovilidad.
D) improcedencia. E) resistencia.

Solución:

El término «precaria» alude a falta de seguridad sobre la permanencia en un empleo, de ahí que implique inestabilidad.

Rpta.: A

3. Con respecto la información del gráfico acerca de la situación económica de los ciudadanos peruanos no se condice afirmar que

- A) el Ministerio de Economía manifiesta cierto pesimismo.
B) 93 % de la población fue afectada en su nivel de consumo.
C) el índice de precios bajó en 0.06 %. entre 2022 y 2023
D) entre 2020 y 2021 se produjo el alza inflacionaria más fuerte.
E) existe una relación entre inflación e inseguridad alimentaria.

Solución:

En ese periodo, de un año al otro la tasa inflacionaria aumentó en más de 5 %, una cifra mayor que en el resto del gráfico.

Rpta.: D

4. Se infiere que los ciudadanos que ejercían un trabajo precario en el 2019

- A) dependían de la ayuda del Gobierno para subsistir.
B) pasaron hambre durante tres meses mínimamente.
C) alcanzaron la cifra de aproximadamente 1,774,051.
D) obtuvieron un trabajo estable después de la pandemia.
E) vieron sus ingresos disminuidos con respecto al 2018.

Solución:

En el 2023, la cantidad de ciudadanos con trabajo precario era de 2 millones 119.300, 19.50 % más que la cifra del 2019. Se infiere entonces que la cifra aumentó 345 mil aproximadamente.

Rpta.: C

5. Si el ingreso nominal durante el primer trimestre de 2023 se hubiera ubicado en S/ 2000, el ingreso real en ese año

- A) habría caído en algo menos a 11 %.
B) se situaría en alrededor del 20 %.
C) sería más bajo entre los subempleados.
D) habría bajado en alrededor de 0.50 %.
E) podría haber alcanzado niveles pre COVID.

Solución:

Si el sueldo nominal hubiera sido mayor al señalado en el texto, los trabajadores no habrían visto reducido su nivel adquisitivo tanto y, por lo tanto, sus ingresos reales no habrían bajado tanto.

Rpta.: A**SECCIÓN B****TEXTO 1A**

“Los jóvenes que no estudian ni trabajan deberán acudir al servicio militar”, anunció el presidente Pedro Castillo en su mensaje de Fiestas Patrias, cuando exponía sus medidas para reducir la inseguridad ciudadana. Días después, su ministro de Defensa, Walter Ayala, explicó que primero se buscará atraer a los jóvenes de manera voluntaria haciéndolo más atractivo. Pero agregó que si una persona no quiere ir al servicio y no estudia ni trabaja, tendrá que hacerlo de manera obligatoria. Aunque Ayala dijo que no se van a vulnerar los derechos de nadie, sus palabras resultan una contradicción: ¿cómo no va a ser una vulneración a los derechos de una persona obligarlo a realizar una actividad como esta, en condiciones extremadamente duras y durante un período tan largo como dos años? Además, la actual normativa (Ley 29248), vigente desde el 2008, prohíbe el reclutamiento forzoso. Sea cual fuere el plan del gobierno, los expertos creen que se trata de una medida facilista, populista y, a la postre, inútil.

Oscar Miranda. La República. Recuperado de <http://larepublica.pe/domingo/2021/08/08/es-necesario-volver-al-servicio-militar-obligatorio/>

TEXTO 1B

Los niveles de inseguridad ciudadana se han disparado en el país y por ello es necesario que el Congreso dé una ley que facilite el retorno del servicio militar obligatorio y las levas para evitar el pandillaje y la delincuencia juvenil.

Así lo señaló Juan Sotomayor, alcalde de Bellavista y presidente de la Asociación de Municipalidades del Perú (Ampe), quien señala que unos 300 alcaldes de su organización respaldan su propuesta.

"Mi generación, por ejemplo, creció con el servicio militar obligatorio y no vivió los niveles de inseguridad que hoy se viven. Hoy los escolares consumen drogas y los pandilleros tienen armas de fuego. Eso no debe permitirse", dijo.

Sotomayor indicó que el SMO puede darles una profesión y disciplina a los jóvenes que hoy delinquen por varias razones. "Si hubiera levas, no habría grupos de jóvenes en las esquinas ni perdiendo el tiempo en las calles", aseveró.

Señaló que el Congreso debe debatir el tema a la brevedad.

La República. Recuperado de <https://larepublica.pe/sociedad/257483-por-una-ley-a-favor-del-servicio-militar/>

1. Ambos textos entran en controversia sobre

- A) la pertinencia de la reactivación del servicio militar obligatorio.
- B) las medidas para combatir el aumento de la delincuencia en Lima.
- C) el efecto formativo en la juventud del servicio militar obligatorio.
- D) el carácter populista de una propuesta formulada por Pedro Castillo.
- E) la incapacidad del Estado para enfrentar la delincuencia en Lima.

Solución:

Los textos presentan razones a favor y en contra de la reactivación del servicio militar obligatorio.

Rpta.: A

2. En el texto A, el antónimo contextual de VULNERAR es

- A) blindar. B) afectar. C) transgredir. D) reparar. E) respetar.

Solución:

VULNERAR, cuando se refiere a un derecho, implica violar, transgredir. Lo contrario es RESPETAR un derecho o prerrogativa

Rpta.: E

3. Se infiere que ambos textos parten del reconocimiento de

- A) una situación de preocupante inseguridad.
B) la existencia de desocupación juvenil.
C) la falta de una estrategia policial clara.
D) el peligro de no incrementar el Ejército.
E) el déficit de personal policial en las calles.

Solución:

En el texto A, el anuncio del Gobierno responde a la necesidad de reducir la inseguridad ciudadana y, en el B, se defiende esa medida porque se percibe que es una medida eficaz contra la delincuencia.

Rpta.: A

4. Es incompatible con respecto al contenido del texto A decir que el servicio militar obligatorio

- A) podría ser usado por el Gobierno con finalidades políticas.
B) sería reformulado para hacerlo más atractivo para los jóvenes.
C) estaría orientado básicamente a los jóvenes sin ocupación.
D) está permitido expresamente por la actual normativa (Ley 29248).
E) planteado así, implica una contradicción en términos de derechos.

Solución:

Según el texto A, la legislación actual lo prohíbe.

Rpta.: D

5. Si se demostrara que el servicio militar obligatorio es un método efectivo de insuflar disciplina entre los jóvenes

- A) todavía sería cuestionable tal medida.
B) su vuelta acabaría con la delincuencia.
C) la Ley 29248 se derogaría rápidamente.
D) ya habría sido restaurado años atrás.
E) más de 300 alcaldes pedirían aplicarlo.

Solución:

Existen varias razones para oponerse al SMO. Invalidar una no desaparece a las otras, por lo que aún habría objeciones.

Rpta.: A**TEXTO 2**

En julio de 1494, durante su segundo viaje, la flota de Cristóbal Colón navegaba entre Cuba y Jamaica bajo la lluvia **torrencial** del monzón. La expedición corría peligro: las trombas de agua inundaban las bodegas y corrompían las provisiones, y el calor sofocante hacía imposible conservar los alimentos. En esta situación crítica, Cristóbal Colón hacía la siguiente reflexión: "El cielo, la disposición del aire y del tiempo en estos lugares son los mismos que en los alrededores", es decir, que "cada día aparece una nube cargada de una lluvia que dura una hora, a veces más y a veces menos, hecho que se atribuye a los grandes árboles de este país". La prueba que Colón aporta acerca del vínculo entre la cubierta forestal y las precipitaciones es la siguiente: sabía "por experiencia" que lo mismo había ocurrido con anterioridad "en Canarias, en Madeira y en las Azores", pero que desde que cortaron los árboles "que las atestaban, ya no se generan tantas nubes ni tanta lluvia como antes".

Según la leyenda, los guanches indígenas conocían una fuente celestial, un árbol prodigioso que les suministraba agua. El secreto había estado bien guardado hasta que una mujer guanche enamorada de un soldado español se lo reveló a los conquistadores. En realidad, desde la primera expedición normanda de 1402, los cronistas franciscanos que viajaron con ella destacaron la presencia de árboles extraordinarios "de los que siempre gotea un agua hermosa y clara, la mejor que se podía encontrar para beber". Cristóbal Colón, que se avitualló en las Canarias para sus sucesivas expediciones, tenía que conocer aquel prodigio tan famoso a finales del siglo XV, y es probable que de ahí dedujese la capacidad de desecación de la deforestación.

Fressoz, Jean-Baptiste. "Colón también descubrió el cambio climático". (Adaptación). Descargado de http://elpais.com/elpais/2016/06/09/ciencia/1465489189_275680.html (07/07/2016)

1. ¿Cuál es la idea principal del texto?

- A) Cristóbal Colón recibió información de los indígenas sobre el cambio climático.
- B) Los exploradores europeos se preocuparon por la destrucción de la naturaleza.
- C) Cristóbal Colón percibió una relación entre deforestación y cambio climático.
- D) La simbiosis entre los grandes árboles americanos y las lluvias constantes.
- E) La importancia de fuentes de agua potable para los primeros descubridores.

Solución:

El texto revela la relación que encontró Cristóbal Colón entre la eliminación de los enormes árboles americanos por parte de los exploradores europeos y la morigeración del clima.

Rpta.: C

2. El término TORRENCIAL implica

- A) destrucción.
- B) abundancia.
- C) fluidez.
- D) temperatura.
- E) fortaleza.

Solución:

En el texto TORRENCIAL alude a la gran cantidad de agua de lluvia que se precipitaba y que ponía en peligro la expedición.

Rpta.: B

3. Se puede inferir de las observaciones y declaraciones de Cristóbal Colón sobre el cambio del clima en América que

- A) los cronistas franciscanos le habían advertido sobre la deforestación.
- B) se habría iniciado entonces un proceso irreversible de desertificación.
- C) era un fenómeno de carácter continental que no afectaba a las islas.
- D) los indígenas guaches habían elaborado explicaciones del fenómeno.
- E) la presencia europea impactó negativamente en el medioambiente.

Solución:

El cambio del clima observado por Colón se produjo a partir de la presencia europea, por lo que se puede inferir un vínculo entre ambos fenómenos.

Rpta.: E

4. Es compatible con la información del texto decir que el segundo viaje de Cristóbal Colón

- A) fue claramente amenazado por el clima hostil.
- B) le permitió contactarse con los indios guaches.
- C) tuvo como objetivo conquistar las islas Canarias.
- D) le advirtió sobre el impacto de la deforestación.
- E) antecedió a la primera expedición normanda.

Solución:

La lluvia torrencial puso en peligro la expedición.

Rpta.: A

5. Si los árboles no tuvieran relación con la frecuencia y cantidad de las precipitaciones

- A) la presencia europea no hubiera propiciado un cambio climático.
- B) las leyendas de los indios guaches serían solo relatos fantasiosos.
- C) la segunda expedición de Colón no hubiera estado cerca de fracasar.
- D) las Canarias habrían estado cubiertas de vegetación en el siglo XVI.
- E) los cronistas franciscanos no hubieran denunciado la deforestación.

Solución:

El clima comenzó a cambiar a partir de la tala indiscriminada iniciada por los europeos.

Rpta.: A

TEXTO 3

The first thirty years of this century saw the emergence of three theories that radically altered man's view of physics and of reality itself. Physicists are still trying to explore their implications and to fit them together. The three theories are the special theory of relativity (1905), the general theory of relativity (1915), and the theory of quantum mechanics (c. 1926). Albert Einstein was largely responsible for the first, was entirely responsible for the second, and played a major role in the development of the third. Yet Einstein never accepted quantum mechanics because of its element of chance and uncertainty. His feelings were summed up in his oft-quoted statement "God does not play dice." Most physicists, however, readily accepted both special relativity and quantum mechanics because they described effects that could be directly observed. General relativity, on the other hand, was largely ignored because it seemed too complicated mathematically, was not testable in the laboratory, and was a purely classical theory that did not seem compatible with quantum mechanics. Thus, general relativity remained in the doldrums for nearly fifty years.

The great extension of astronomical observations that began early in the 1960s brought about a revival of interest in the classical theory of general relativity because it seemed that many of the new phenomena that were being discovered, such as quasars, pulsars, and compact X-ray sources, indicated the existence of very strong gravitational fields—fields that could be described only by general relativity.

Hawking, S. (1993). *The quantum mechanics of black holes*. Bantam Books.

1. The author's primary purpose in this passage is to
- A) describe black holes, pulsars, quasars and gravitational fields.
 - B) defend the observations made by Einstein on quantum mechanics.
 - C) contrast the most important scientific theories of modern times.
 - D) explain the resurgence of interest in the general theory of relativity.
 - E) challenge the idea about the mathematical complexity of Einstein's theory.

Solution:

The author helps us understand why the theory of relativity went from being relegated to being an object of interest for scientists starting in the 1960s.

Answer: D

2. According to the passage, the word DOLDRUMS is closest in meaning to
- A) mediocrity. B) discontent. C) tightness. D) doldrums. E) deadlock.

Solution:

The term refers to the lack of development and attention by scientists to the general theory of relativity.

Answer: E

3. From the case of the theory of relativity presented in Hawkins' text, it is inferred that science,
- A) is limited by the prejudices of its agents.
 - B) presents a perfectible and dynamic character.
 - C) excludes any type of religious belief.
 - D) has a tendency to ignore facts.
 - E) has experienced a great boost in the 1960s.

Solution:

The case of the theory of general relativity indicates that science is in a continuous process of development, during which it changes its concepts, discarding some, accepting others, etc.

Answer: B

4. It is compatible with the general theory of relativity to affirm that
- A) introduces chance as a fundamental explanatory concept
 - B) cannot be linked to observations in the physical world.
 - C) was completely unknown for 50 years by physicists.
 - D) is based on a purely classical conception of physics.
 - E) is at the opposite end of the theory of special relativity.

Solution:

The text states that "it was a purely classical theory that did not seem compatible with quantum mechanics".

Answer: D

5. If Einstein had been willing to accept the role of uncertainty in the physical world he would have
- A) state more willing to accept quantum mechanics.
 - B) adopted a completely anti-religious stance.
 - C) unified to the general and special theory of relativity.
 - D) made his theory of relativity less complex.
 - E) was able to fully explain phenomena such as pulsars.

Solution:

Because Einstein rejected the role of chance in physical phenomena, he was reluctant to accept quantum mechanics.

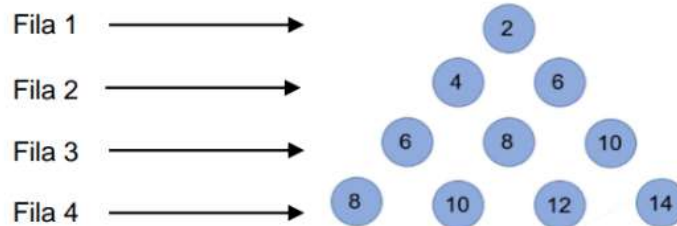
Answer: A

Habilidad Lógico Matemática

EJERCICIOS DE CLASE

1. En el siguiente arreglo de números que se muestra, la suma de los números que aparecen en cada ficha de la última fila es 1180. ¿Cuántas filas tiene el arreglo?

- A) 20
B) 19
C) 22
D) 21
E) 24



Solución:

| Fila | Suma Total | Forma |
|------|----------------------------------|-------------------------|
| 1 | 2 | $2 : 1(3 \cdot 1 - 1)$ |
| 2 | $4 + 6$ | $10 : 2(3 \cdot 2 - 1)$ |
| 3 | $6 + 8 + 10$ | $24 : 3(3 \cdot 3 - 1)$ |
| 4 | $8 + 10 + 12 + 14$ | $44 : 4(3 \cdot 4 - 1)$ |
| ⋮ | | |
| n | $2n + (2n + 2) + (2n + 4) \dots$ | $: n(3n - 1)$ |

Por dato: $n(3n - 1) = 1180$
 $n = 20$

Rpta.: A

2. Halle la suma de las cifras del resultado que se obtiene después de efectuar la diferencia y la potencia de la expresión mostrada.

$$\left(\underbrace{1111 \dots 111}_{2024 \text{ cifras}} - \underbrace{4444 \dots 445}_{2023 \text{ cifras}} \right)^2$$

- A) 18198 B) 16136 C) 18189 D) 20163 E) 18207

Solución:

Proceso de inducción:

| | |
|--------------------|-------------------------------|
| $(6)^2 = 36$ | suma de cifras = 1×9 |
| $(66)^2 = 4356$ | suma de cifras = 2×9 |
| $(666)^2 = 443556$ | suma de cifras = 3×9 |

....

Por tanto, para 2023 cifras tendremos = $2023 \times 9 = 18207$

Rpta.: E

3. En el triángulo formado con números, llamamos camino 1234567 a una línea formada por segmentos horizontales y verticales que pasa sucesivamente por un 1, un 2, un 3, un 4, un 5, un 6 y un 7. ¿Cuántos caminos 1234567 hay en el triángulo?

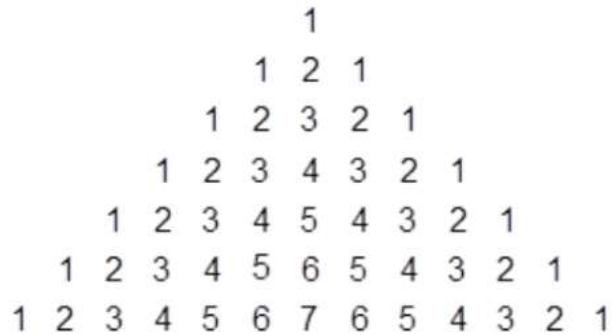
A) 255

B) 31

C) 127

D) 63

E) 127



Solución:

1) Proceso de inducción:

Camino 12: $\begin{array}{c} 1 \\ 1 \ 2 \ 1 \end{array} \Rightarrow \# \text{caminos} = 2^2 - 1$

Camino 123: $\begin{array}{c} 1 \\ 1 \ 2 \ 1 \\ 1 \ 2 \ 3 \ 2 \ 1 \end{array} \Rightarrow \# \text{caminos} = 2^3 - 1$

Camino 1234: $\begin{array}{c} 1 \\ 1 \ 2 \ 1 \\ 1 \ 2 \ 3 \ 2 \ 1 \\ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1 \end{array} \Rightarrow \# \text{caminos} = 2^4 - 1$

Por tanto, número de caminos 1234567: $2^7 - 1 = 127$.

Rpta.: C

4. En el siguiente arreglo, ¿de cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra ALIADA, a igual distancia mínima de una letra a otra?

A) 100

B) 40

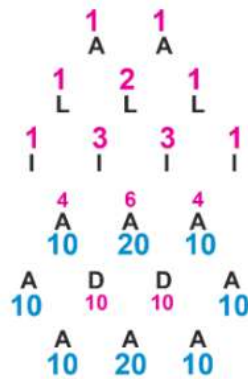
C) 80

D) 120

E) 160



Solución:

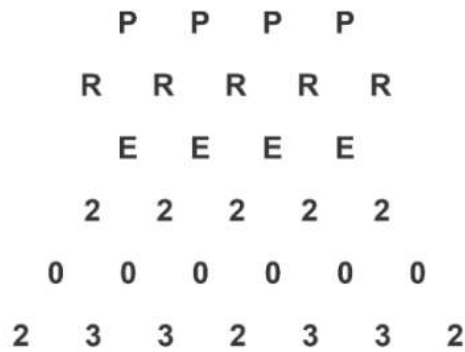


$$10 + 20 + 10 + 10 + 10 + 20 + 10 + 10 = 100$$

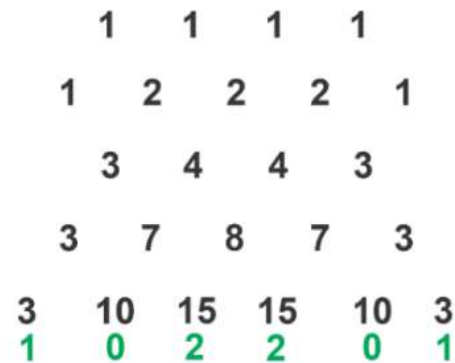
Rpta.: A

5. En el siguiente arreglo, ¿de cuántas maneras diferentes se puede leer PRE2023, a igual distancia mínima de una letra o número a otro en cada lectura?

- A) 66
- B) 64
- C) 86
- D) 68
- E) 70



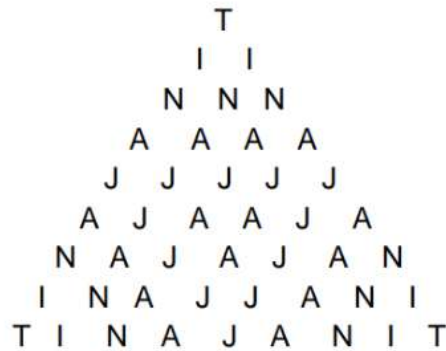
Solución:



$$3(1) + 15(2) + 15(2) + 3(1) = 66$$

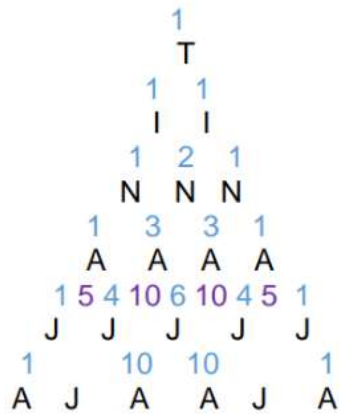
Rpta.: A

6. En el siguiente arreglo, ¿de cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra TINAJA, a igual distancia mínima de una letra a otra en cada lectura?



- A) 156 B) 186 C) 180 D) 160 E) 190

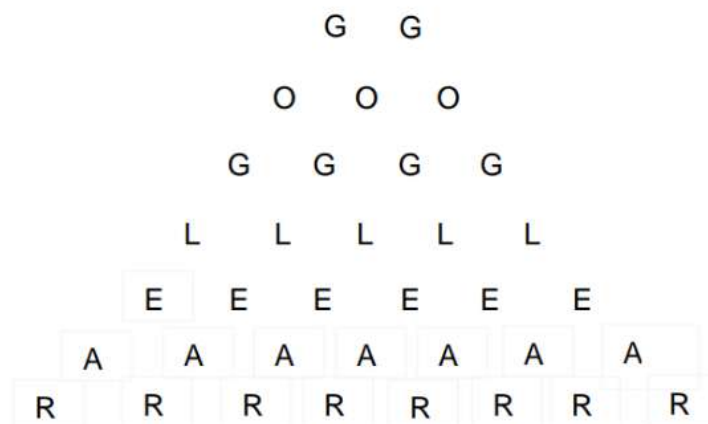
Solución:



$$3(1+10+10+1+5+10+10+5)=156$$

Rpta.: A

7. En el siguiente arreglo de letras, ¿de cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra GOOGLEAR, considerando igual distancia mínima de una letra a otra en cada lectura?

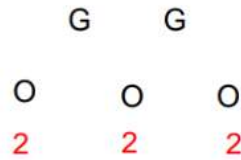


- A) 192 B) 448 C) 512 D) 320 E) 256

Solución:

Primero si empezamos de la 1ra G

- Veamos las lecturas de GOO



- N° de lecturas de GOO = $2 + 2 + 2 = 6$
- N° de lecturas de GOOGLEAR = $6 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 192$

Ahora si empezamos desde la G de la tercera fila

- Veamos las lecturas de GOO



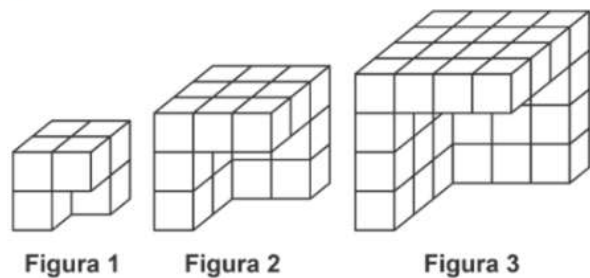
- N° de lecturas de GOO = $2 + 4 + 2 = 8$
- N° de lecturas de GOOGLEAR = $8 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 256$

Luego en total: $192 + 256 = 448$

Rpta.: B

8. Los sólidos mostrados han sido construidos con cubitos idénticos. Determine el número de cubitos que tendrá el sólido de la figura 12.

- A) 469 B) 397
- C) 547 D) 480
- E) 624



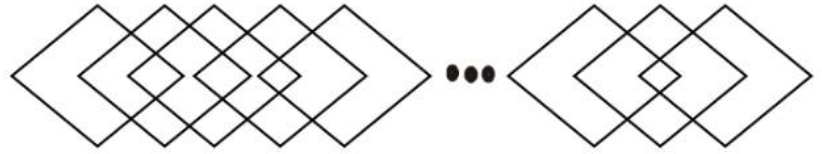
Solución:

| Figura | número de cubos |
|--------|---------------------|
| 1 | $2^3 - 1^3$ |
| 2 | $3^3 - 2^3$ |
| 3 | $4^3 - 3^3$ |
| ⋮ | |
| 12 | $13^3 - 12^3 = 469$ |

Rpta.: A


9. En la figura se tiene 100 rombos, ¿cuántos puntos de intersección existen entre ellos?


- A) 394
- B) 396
- C) 395
- D) 398
- E) 392

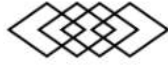


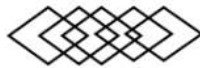
Solución:

1) Analizando:

Para 2 rombos: N° ptos de inters = $2 + 4^0$ 

Para 3 rombos: N° ptos de inters = $2 + 4^1$ 

Para 4 rombos: N° ptos de inters = $2 + 4^2$ 

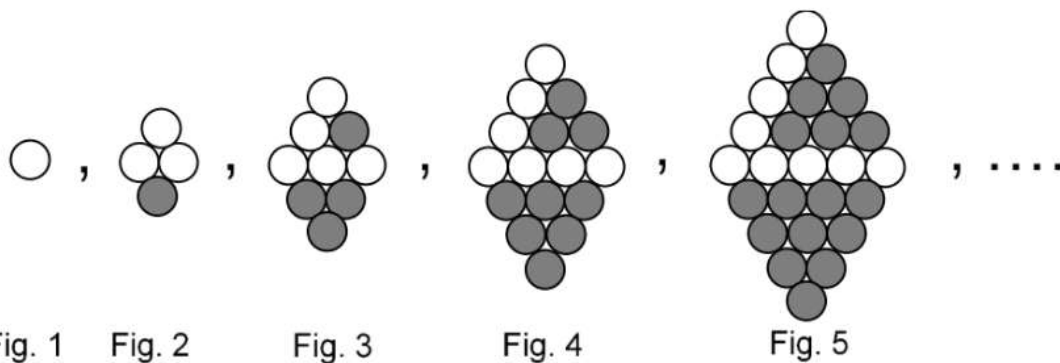
Para 5 rombos: N° ptos de inters = $2 + 4^3$ 

Para 100 rombos: N° ptos de inters = $2 + 4^{98}$

2) Entonces en 100 rombos hay 394 puntos de intersección distintos.

Rpta.: A

10. En la siguiente secuencia de figuras, halle la diferencia positiva entre la cantidad de círculos grises y la cantidad de círculos blancos que hay en la figura 21.



- A) 360
- B) 361
- C) 359
- D) 358
- E) 322

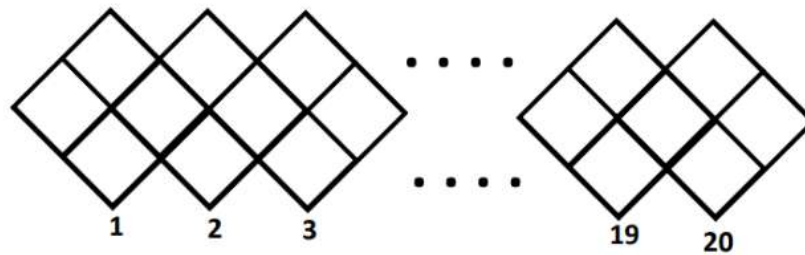
Solución:

| Fig. | Nro. círculos grises | Nro. círculos blancos | diferencia |
|------|----------------------|-----------------------|------------|
| 1 | $0=(1-1)^2$ | $1=2(1)-1$ | |
| 2 | $1=(2-1)^2$ | $3=2(2)-1$ | |
| 3 | $4=(3-1)^2$ | $5=2(3)-1$ | |
| 4 | $9=(4-1)^2$ | $7=2(4)-1$ | |
| 5 | $16=(5-1)^2$ | $9=2(5)-1$ | |
| ... | | | |
| 21 | $(21-1)^2 = 400$ | $2(21)-1=41$ | 359 |

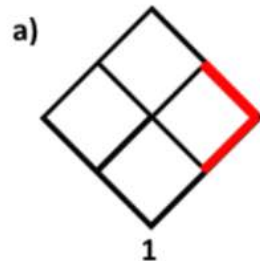
Rpta.: C

11. La figura está formada por 20 cuadrados de lado 2 cm. En cada uno de estos cuadrados hay cuatro cuadraditos de lado 1 cm. ¿Cuál es la menor longitud que debe recorrer la punta de un lápiz, sin levantarla del papel, para dibujar la figura?

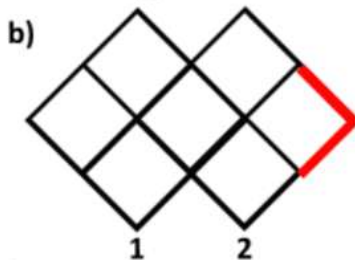
- A) 168 cm
- B) 164 cm
- C) 166 cm
- D) 170 cm
- E) 172 cm



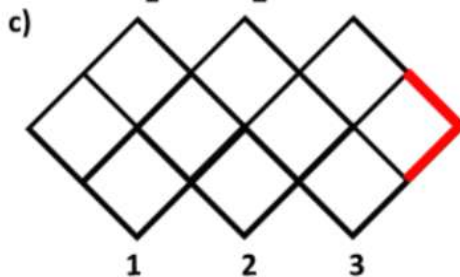
Solución:



$L = \# \text{ de puntos impares} = 4$
 $\# \text{ mínimo de líneas a repetir} = (L-2)/2 = 1$
 Longitud mínima = $(6+6)+2 = 14 = 14 + 8(1-1)$



$L = \# \text{ de puntos impares} = 4$
 $\# \text{ mínimo de líneas a repetir} = (L-2)/2 = 1$
 Longitud mínima = $(10+10)+2 = 22 = 14 + 8(2-1)$

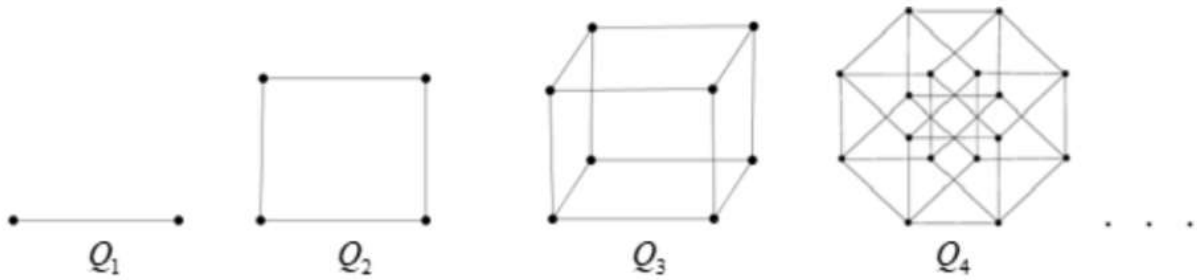


$L = \# \text{ de puntos impares} = 4$
 $\# \text{ mínimo de líneas a repetir} = (L-2)/2 = 1$
 Longitud mínima = $(14+14)+2 = 30 = 14 + 8(3-1)$

Para la figura: Longitud mínima = $14 + 8(20 - 1) = 166 \text{ cm}$

Rpta.: C

12. Lucero dibuja un conjunto de puntos (vértices) y conjunto de líneas (aristas) que tienen por extremos a dos puntos diferentes y cada par de puntos están unidos a lo más por una línea como en la siguiente figura. Al ver los gráficos, su profesora Simone le comenta que esos gráficos que ha dibujado en la Teoría de Grafos son llamados «cubos» de dimensión 1, 2, 3 y 4, además sus notaciones son: Q_1 , Q_2 , Q_3 y Q_4 respectivamente. Lo más curioso es que la dimensión de estos cubos está relacionada con el número de aristas que inciden en cada vértice. ¿Cuál es la suma cifras de la cantidad de aristas que dibujó Lucero en el cubo Q_{11} .



- A) 11 B) 19 C) 14 D) 15 E) 12

Solución:

| | #vértices | #aristas |
|-------|------------|------------------------|
| Q_1 | $2 = 2^1$ | $1 = \frac{2(1)}{2}$ |
| Q_2 | $4 = 2^2$ | $4 = \frac{4(2)}{2}$ |
| Q_3 | $8 = 2^3$ | $12 = \frac{8(3)}{2}$ |
| Q_4 | $16 = 2^4$ | $32 = \frac{16(4)}{2}$ |

Como cada arista es contada dos veces por causa de sus dos vértices extremos, entonces

$$2(\#aristas) = \#vértices(dimensión)$$

Luego

| | #vértices | #aristas |
|-------|-----------|--------------------|
| Q_n | 2^n | $\frac{(2^n)n}{2}$ |

$$\#aristas Q_{11} = \frac{(2^{11})11}{2} = 11264 \rightarrow \sum cifras = 14$$

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En el siguiente arreglo triangular numérico, halle la suma de los elementos de la fila F₂₀.

A) 3161

B) 3000

C) 3136

D) 4650

E) 3116

Solución:

| Fila | Suma |
|-----------------|--|
| F ₁ | 1 |
| F ₂ | 2 |
| F ₃ | 2(2)+1(1) |
| F ₄ | 2(3)+2(1+2) |
| F ₅ | 2(4)+3(1+2+3) |
| F ₆ | 2(5)+4(1+2+3+4) |
| . | |
| . | |
| . | |
| F ₂₀ | 2(19)+18(1+2+3+...+18) |
| | $38+18\left(\frac{18 \cdot 19}{2}\right) = 3116$ |

Rpta.: A

2. Determine la suma de cifras del producto

$$P = \underbrace{5555 \dots 555}_{2023 \text{ cifras}} \times \underbrace{9999 \dots 9997}_{2023 \text{ cifras}}$$

- A) 18198 B) 16098 C) 2026 D) 16184 E) 18207

Solución:

- 1) Para $n=1$ cifras: $P=5 \times 7 = 35$ suma de cifras = **8(1)**
 2) Para $n=2$ cifras: $P=55 \times 97 = 5335$ suma de cifras = **8(2)**
 3) Para $n=3$ cifras: $P=555 \times 997 = 553335$ suma de cifras = **8(3)**
 4) Para $n=4$ cifras: $P=5555 \times 9997 = 55533335$ suma de cifras = **8(4)**
 5) Para $n=2022$ cifras: \sum cifras de $P = 8 \times 2023 = 16184$

Rpta.: D

3. Mathías tiene una hoja rectangular de la cual él desea obtener la máxima cantidad de trozos de papel al realizar 10 cortes rectos, si no se puede doblar, ni alinear, ni superponer el papel en ningún momento. ¿Cuántos trozos, como máximo, podría obtener Mathías?

- A) 56 B) 57 C) 46 D) 55 E) 60

Solución:

- Imaginemos que realizamos líneas por donde se realizarán los cortes, entonces un buen criterio para obtener la máxima cantidad de cortes sería que cada línea nueva que se dibuje, intercepte a todas las líneas anteriores.

| Número de líneas o cortes | Número de trozos |
|---------------------------|------------------|
| 1 | 2 |
| 2 | 4 |
| 3 | 7 |
| 4 | 11 |
| n | $(n(n+1)/2) + 1$ |
| 10 | 56 |

Rpta.: A

4. En el siguiente arreglo de letras, ¿de cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra INGRESARAS, considerando igual distancia mínima de una letra a otra en cada lectura?

```

      I
     N N
    G G G
   R R R R
  E E E E E
 S S S S S S
A A A A A A A
R R R R R R R R

```

- A) 256 B) 128 C) 512 D) 504 E) 1016

Solución:

Si el triángulo estaría completo, se tendría que el # de letras = 10

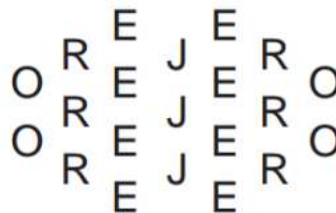
Y el # de lecturas = $2^{10-1} = 512$.

Si le quitamos las lecturas que se incrementarían al reflejar y completar el triángulo las cuales son 8, se tendría $512 - 8 = 504$

Rpta.: D

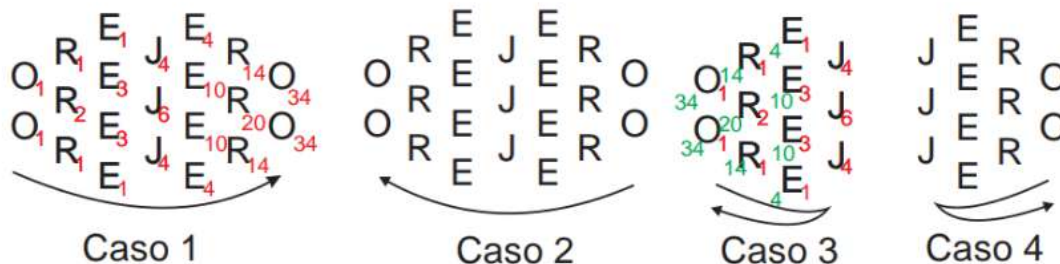
5. En el siguiente arreglo de letras, ¿de cuántas maneras distintas se puede leer OREJERO, a igual distancia mínima de una letra a otra en cada lectura?

- A) 272
- B) 204
- C) 136
- D) 268
- E) 168



Solución:

OREJERO es una palabra palíndroma, luego tenemos 4 casos:



Los casos 1 y 2 son iguales, así como también los casos 3 y 4.

Luego, el número de maneras de leer OREJERO es $68 \times 4 = 272$.

Rpta.: A

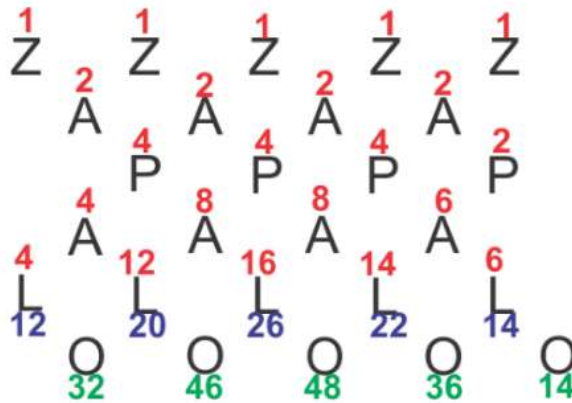
6. Si la distancia mínima es igual de una letra a otra en cada lectura, ¿de cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra ZAPALLO en el siguiente arreglo?

- A) 176
- B) 164
- C) 181
- D) 128
- E) 152



Solución:

Usando el método de Pascal



Maneras diferentes de leer: $32 + 46 + 48 + 36 + 14 = 17$

Rpta.: A

7. En la siguiente secuencia de figuras formadas por corazones (\heartsuit), halle la suma de cifras, del número total de corazones que tendrá la figura 60.

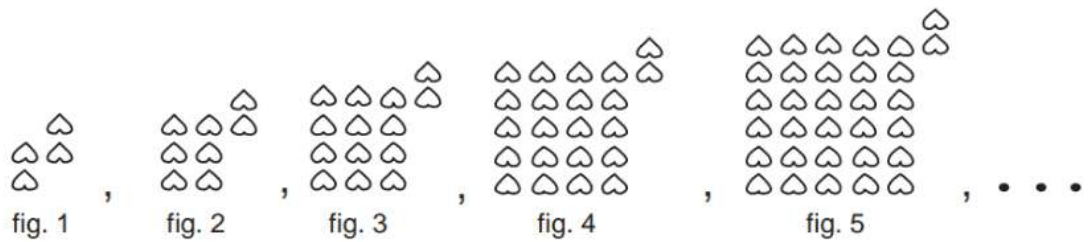
A) 17

B) 10

C) 18

D) 12

E) 16



Solución:

De la secuencia de figuras, notamos que:

Fig. 1: $\Rightarrow 1 \times 2 + 2 = 4$

Fig. 2: $\Rightarrow 2 \times 3 + 2 = 8$

Fig. 3: $\Rightarrow 3 \times 4 + 2 = 14$

Fig. 4: $\Rightarrow 4 \times 5 + 2 = 22$

Fig. 5: $\Rightarrow 5 \times 6 + 2 = 32$

...

Fig. 60: $\Rightarrow 60 \times 61 + 2 = 3662 \Rightarrow$ suma de cifras 17

Rpta.: A

8. La municipalidad de cierto distrito necesita construir un conjunto de 21 estructuras metálicas, como las que muestra la secuencia de figuras adjunta. Luego de convocar a varios cerrajeros, optó por contratar a uno que cobrará por cada estructura metálica de acuerdo con el número máximo de cuadriláteros que se pueda contar en dicha estructura. Si por cada triángulo que se pueda contar en la estructura cobra S/ 1,5, ¿cuánto cobrará por la estructura correspondiente a la figura 21?

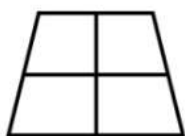


Figura 1

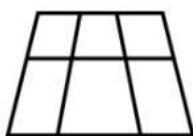


Figura 2

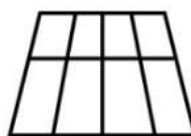


Figura 3

..... Figura 20

- A) S/ 1340,5 B) S/ 1138,5 C) S/ 1318,5 D) S/ 1391,5 E) S/ 1390,5

Solución:

$$\text{FIG 1: } \rightarrow \left[\frac{2(2+1)}{2} \right] \left[\frac{2(2+1)}{2} \right] = 9$$

$$\text{FIG 2: } \rightarrow \left[\frac{2(2+1)}{2} \right] \left[\frac{3(3+1)}{2} \right] = 18$$

$$\text{FIG 3: } \rightarrow \left[\frac{2(2+1)}{2} \right] \left[\frac{4(4+1)}{2} \right] = 30$$

·
·

$$\text{FIG 21: } \rightarrow \left[\frac{2(2+1)}{2} \right] \left[\frac{22(22+1)}{2} \right] = 759$$

Entonces, por la figura 20 cobrará $759(1,5) = 1138,5$ soles.

Rpta.: B

9. De acuerdo a la siguiente figura, ¿cuántos círculos no están pintados?

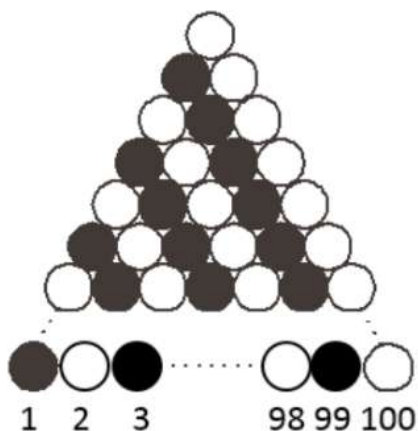
A) 2 550

B) 2 860

C) 2 600

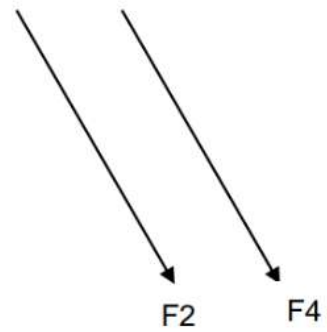
D) 2 560

E) 2 540



Solución:

| # FILA | # de bolas pintadas |
|--------|-----------------------------|
| F2 | 2 |
| F4 | 2 + 4 |
| F6 | 2 + 4 + 6 |
| F8 | 2 + 4 + 6 + 8 |
| | |
| F100 | 2 + 4 + 6 + 8 + + 100 |

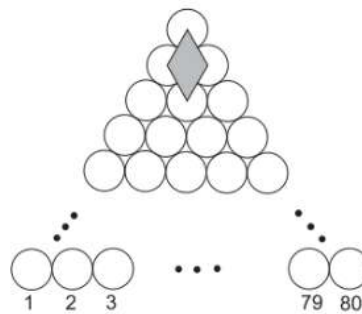


\therefore # CÍRCULOS NO PINTADOS = $2 + 4 + 6 + \dots + 100 = 50(51) = 2550$

Rpta.: A

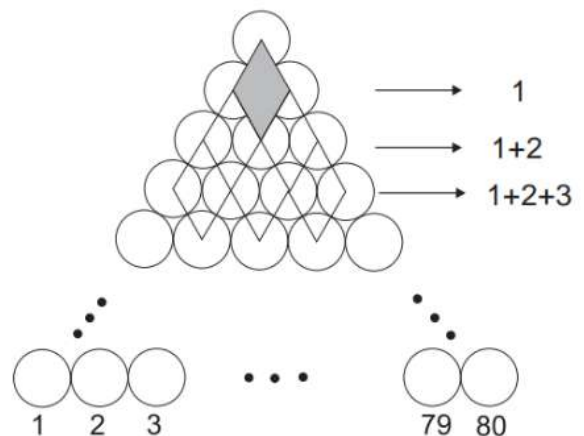
10. En la figura se muestra una pirámide de circunferencias y un rombo sombreado que se forma al unir los centros de 4 circunferencias. ¿Cuántos rombos idénticos al sombreado se puede contar en la figura mostrada?

- A) 3082
- B) 3081
- C) 3080
- D) 3091
- E) 3071



Solución:

- Para $n = 3$ Número de rombos: 1
- Para $n = 4$ Número de rombos: $1+2$
- Para $n = 5$ Número de rombos: $1+2+3$



Para $n = 80$ Número de rombos: $1 + 2 + 3 + \dots + 78 = 3081$

Rpta.: B

Aritmética

EJERCICIOS DE CLASE

1. Adriana y Micaela juntas pueden confeccionar cierta cantidad de polos en 6 días. Si Micaela, trabajando sola, puede confeccionar la misma cantidad de polos en 9 días, ¿cuántos días necesitará Adriana, trabajando sola, para confeccionar dicha cantidad de polos?

A) 9 B) 12 C) 18 D) 20 E) 27

Solución:

Sean:

$a =$ # días que requiere Adriana para confeccionar por si sola el pedido

Por dato

$9 =$ # días que requiere Micaela para confeccionar por si sola el pedido

$6 =$ # días que requieren Adriana y Micaela para confeccionar juntas el pedido

Entonces en un día se tendrá que:

Adriana hará $\frac{1}{a}$ del pedido y Micaela $\frac{1}{9}$ del pedido, asimismo juntas harán $\frac{1}{6}$ del pedido

Luego se tiene que:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{9} = \frac{1}{6} \rightarrow \frac{1}{a} = \frac{1}{6} - \frac{1}{9} = \frac{1}{18} \rightarrow a = 18$$

Por lo tanto, Adriana necesitará de 18 días para hacer por si sola el pedido.

Rpta.: C

2. Una cisterna vacía cuya capacidad es de 600 litros puede ser llenada con agua por un grifo abierto en 32 minutos y un segundo grifo puede vaciar toda la cisterna llena en 40 minutos. Si estando vacía dicha cisterna se abren simultáneamente ambos grifos, ¿en qué tiempo se llenará?

A) 2 horas B) 2 horas y 20 minutos
 C) 2 horas y 40 minutos D) 2 horas y 10 minutos
 E) 2 horas y 50 minutos

Solución:

Datos: Volumen de la cisterna: 600 litros

Tiempo que requiere primer grifo para llenarla = 32 min.

$$\rightarrow \text{En 1 minuto llenará} = \frac{600}{32} = \frac{75}{4} \text{ litros}$$

Tiempo que requiere el segundo grifo para vaciarla = 40 min.

$$\rightarrow \text{En 1 minuto vaciará} = \frac{600}{40} = 15 \text{ min}$$

De este modo al estar vacío la cisterna y al abrir ambos grifos esta se llenará en

$$t = \frac{600}{\frac{75}{4} - 15} = \frac{600}{\frac{15}{4}} = 160 \text{ min} = 2 \text{ horas} + 40 \text{ minutos}$$

Rpta.: C

3. El primer día de clases, la profesora de matemática entregó a Sebastián cierta cantidad de ejercicios para que lo resuelva y lo entregue al final del ciclo. La primera semana resolvió los dos quinceavos del total más dos ejercicios, la segunda semana los dos séptimos de lo que quedaba menos cuatro y la tercera semana los tres séptimos de lo que quedaba menos 10 ejercicios. Si después de estas tres semanas le queda por resolver 38 ejercicios, ¿cuántos ejercicios ha resuelto Sebastián?

A) 37 B) 42 C) 27 D) 39 E) 35

Solución:

Sea N : # de ejercicios dados

| | Resueltos | Falta por resolver |
|----------------|---|--|
| Primera semana | $\frac{2}{15}N + 2$ | $\frac{13}{15}N - 2$ |
| Segunda semana | $\frac{2}{7}\left(\frac{13}{15}N - 2\right) - 4$ | $\frac{5}{7}\left(\frac{13}{15}N - 2\right) + 4$ |
| Tercera semana | $\frac{3}{7}\left(\frac{5}{7}\left(\frac{13}{15}N - 2\right) + 4\right) - 10$ | 38 |

De este modo: $\frac{4}{7}\left(\frac{5}{7}\left(\frac{13}{15}N - 2\right) + 4\right) + 10 = 38 \rightarrow N = 75$

Por lo tanto, resolvió $75 - 38 = 37$ ejercicios

Rpta.: A

4. Un grupo de amigos realizaron una jornada de limpieza de playas durante cuatro horas, luego de la jornada se formaron grupos de cuatro para contar la cantidad de objetos de plástico que habían encontrado cada uno y luego anotarlo en un block de notas. Javier el líder del grupo observó que con las cantidades anotadas por cada grupo se formaba dos fracciones irreducibles cuya suma es 3 y la suma de sus numeradores 54. Si cada uno encontró más de 10 objetos de plástico, determine la mayor cantidad de grupos formados.

A) 6 B) 8 C) 14 D) 10 E) 12

Solución:

Sean a, b, c, d las cantidades de objetos anotados por uno de los grupos formados

Por dato $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ son fracciones irreducibles con $a + c = 54 \dots (1)$, $a, c \geq 10 \dots (2)$ además

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = 3$$

Por propiedad

$$b = d \rightarrow \frac{a + c}{b} = 3 \rightarrow \frac{54}{b} = 3 \rightarrow b = 18 \rightarrow a, c \neq 2k, 3m, k, m \in \mathbb{Z}^+, \dots (3)$$

De este modo de (1), (2) y (3)

| | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|----|----|
| a | 11 | 13 | 17 | 19 | 23 | 25 |
| c | 43 | 41 | 37 | 35 | 31 | 29 |

Por lo tanto, se formaron $2(6) = 12$ grupos de cuatro como máximo.

Rpta.: E

5. Las dimensiones de cierto porcelanato de tipo terrazo son $\frac{3}{4}$ m y $\frac{5}{6}$ m. Si de este porcelanato se requiere obtener una mínima cantidad de baldosas cuadradas sin desperdiciar el material, ¿cuántas de estas baldosas se obtendrá?

A) 90 B) 88 C) 74 D) 96 E) 95

Solución:

Por dato, dimensiones del porcelanato $\frac{3}{4}$ m por $\frac{5}{6}$ m. Si l m es la medida del lado de la baldosa de forma cuadrada que se quiere obtener entonces:

$$l = M.C.D. \left(\frac{3}{4}, \frac{5}{6} \right) = \frac{M.C.D.(3,5)}{M.C.M.(4,6)} = \frac{1}{12} \text{ m}$$

Por lo tanto

$$\# \text{ baldosas a obtener} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{12}} \times \frac{\frac{5}{6}}{\frac{1}{12}} = 9 \times 10 = 90$$

Rpta.: A

6. Flavio, comerciante de vino, tiene dos toneles llenos de vino semiseco de distintas calidades. Luego de extraer los $\frac{4}{9}$ del contenido del primer tonel y los $\frac{5}{12}$ del contenido del segundo, observa que con todo lo extraído puede llenar un tercer tonel vacío cuya capacidad representa los $\frac{10}{9}$ del contenido del primer recipiente. Si los contenidos sobrantes se diferencian en 85 litros, ¿cuántos litros de diferencia hay entre las capacidades del primer y segundo tonel?

A) 135 B) 150 C) 160 D) 124 E) 120

Solución:

Sean Capacidad del 1° tonel = m litros

Capacidad del 2° tonel = n litros

Capacidad del 3° tonel = p litros

Por dato

$$\frac{4}{9}m + \frac{5}{12}n = p = \frac{10}{9}m \rightarrow \frac{5}{12}n = \frac{6}{9}m \rightarrow \frac{m}{n} = \frac{5}{8} \rightarrow m = 5k, \quad n = 8k, \quad k \in \mathbb{Z}^+$$

También

$$\frac{7}{12}n - \frac{5}{9}m = 85 \rightarrow \frac{7}{12}(8k) - \frac{5}{9}(5k) = 85 \rightarrow k = 45$$

De este modo $m = 5(45) = 225$, $n = 8(45) = 360$

Por lo tanto, $n - m = 360 - 225 = 135$

Rpta.: A

7. Lucas, quien está ahorrando para comprar una esclava de plata, visitó diferentes joyerías y luego de obtener el precio observa que, cuando haya ahorrado 124 soles le faltará por ahorrar menos de los $\frac{3}{7}$ del precio de la esclava, en cambio, cuando haya ahorrado 130 soles, la cantidad de soles que le faltará será mayor que los $\frac{2}{7}$ del precio de la esclava. Si el precio de la esclava es una cantidad entera de soles ¿cuántos valores puede tomar dicho precio?

- A) 36 B) 34 C) 32 D) 35 E) 33

Solución:

Sea P : precio de la esclava, luego por dato

$$P - 124 < \frac{3}{7}P \rightarrow \frac{4}{7}P < 124 \rightarrow P < 217$$

En cambio

$$P - 130 > \frac{2}{7}P \rightarrow \frac{5}{7}P > 130 \rightarrow P > 182$$

Luego,

$$182 < P < 217 \rightarrow P = 183, 184, \dots, 216$$

Por lo tanto, # valores de $P = 216 - 182 = 34$ valores

Rpta.: B

8. A cierta reunión de padres de familia asistieron $2k+3$ varones y $k+6$ mujeres, luego de finalizar la misma, la maestra observa que con ambas cantidades puede formar una fracción impropia, irreducible y menor que $\frac{3}{2}$. Determine la mayor cantidad posible de mujeres que asistieron a dicha reunión.

- A) 17 B) 25 C) 16 D) 13 E) 15

Solución:

Por dato, # mujeres = $k + 6$, # varones = $2k + 3$.

Como se pide la mayor cantidad de mujeres luego k debe tomar su mayor valor

De este modo la fracción debe ser de la forma:

$$f = \frac{2k + 3}{k + 6} \text{ es impropia e irreducible ... (1)}$$

Entonces,

$$1 < \frac{2k + 3}{k + 6} < \frac{3}{2} \rightarrow 1 < 2 - \frac{9}{k + 6} < \frac{3}{2} \rightarrow 3 < k < 12$$

\rightarrow posibles valores de k : 4,5,6,7,8,9,10,11

Como f es irreducible luego $k \neq \overset{\circ}{3} \rightarrow k$: 4,5,7,8,10,11

Luego mayor cantidad de mujeres = $11 + 6 = 17$

Rpta.: A

9. Luego de preguntar Arturo a su profesor de Cálculo por su promedio final, éste le responde: "Tu promedio es equivalente a la cantidad de fracciones equivalentes a $72/264$ cuya diferencia de sus términos sea un número de tres cifras y múltiplo de 7". Determine el promedio final de dicho curso.

A) 15 B) 12 C) 13 D) 16 E) 10

Solución:

Sea, Promedio = # f , donde $f = \frac{72}{264}$, ... (1)

Así de (1) $f = \frac{72}{264} = \frac{3}{11} = \frac{3k}{11k}$, entonces los términos son de la forma $3k, 11k, k \in \mathbb{Z}^+$

En el dato, $11k - 3k = \overline{abc} = \overset{\circ}{7} \rightarrow 8k = \overline{abc} = \overset{\circ}{7} \rightarrow k = \overset{\circ}{7} \dots (2)$

Como $100 \leq \overline{abc} < 1000 \rightarrow 100 \leq 8k < 1000 \rightarrow 12,5 \leq k < 125$

Luego, por (2) k : 14, 21, 28, 35, 42, ..., 119 $\rightarrow \#f = \frac{119-14}{7} + 1 = 16$

Por lo tanto, el promedio final del curso es 16.

Rpta.: D

10. Pablo llegó al concierto de su grupo de reggaetón favorito cuando había transcurrido $1/12$ del tiempo que duró el concierto, 4 minutos después llegó Paula y solo vio $8/9$ del total del concierto. Si ambos se quedaron hasta el final de dicho evento que empezó a las 21 horas, ¿a qué hora terminó?

A) 22 h 15 min B) 23 h 20 min C) 23 h 30min
D) 23 h 24 min E) 23h 45 min

Solución:

Sea t minutos el tiempo que duró todo el concierto

$$(1/12)t + 4 + (8/9)t = t, \text{ entonces } t - (35/36)t = 4$$

$$\text{Luego, } t = 144 \text{ min} = 2\text{h } 24\text{min}$$

Por lo tanto, el concierto terminó a las 23h 24min

Rpta.: D**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Un tanque de gasolina cuenta con dos bombas para ser llenado, sola la primera bomba puede llenar el tanque en 18 horas y sola la otra bomba en 15 horas. Estando vacío el tanque, se activa la primera bomba y luego de dos horas se activa la segunda y ambas trabajan durante 4 horas. Si en ese instante se dejan de usar ambas bombas, ¿qué fracción del tanque queda por llenar?

- A) 2/5 B) 3/5 C) 4/7 D) 1/5 E) 2/7

Solución:

Primera bomba llena en 18 horas \rightarrow en 1 hora llena $\frac{1}{18} \rightarrow$ en dos horas llena $\frac{2}{9}$

Segunda bomba llena en 15 horas \rightarrow en 1 hora llena $\frac{1}{15}$

Ambas bombas en 1 hora llenan $\frac{1}{18} + \frac{1}{15} = \frac{11}{90} \rightarrow$ en 4 horas llenan $\frac{22}{45}$

Luego, hasta ese instante llenaron $\frac{2}{9} + \frac{22}{45} = \frac{3}{5}$

Por lo tanto, queda por llenar $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

Rpta.: A

2. La maestra de Matemática básica manda a realizar un trabajo a los alumnos de su curso, el trabajo debe ser hecho en forma individual o en parejas mixtas. Si los $\frac{3}{5}$ de las mujeres y los $\frac{2}{7}$ de los varones trabajan entre ellos en parejas, ¿qué fracción del total de alumnos trabajan en forma individual?

- A) 19/21 B) 19/31 C) 15/31 D) 17/21 E) 13/21

Solución:

Sea $m = \#$ mujeres y $v = \#$ varones

Del dato del problema $\frac{3}{5}m = \frac{2}{7}v \rightarrow 21m = 10v$

Por lo tanto, $\text{fracción} = \frac{\# \text{ alumnos que trabajan solos}}{\# \text{ total de alumnos}} = \frac{\frac{2}{5}m + \frac{5}{7}v}{m+v} = \frac{\frac{2}{5}(\frac{10}{21}v) + \frac{5}{7}v}{\frac{10}{21}v+v} = \frac{19}{31}$

Rpta.: B

3. Para comprar un vestido, Elsa ahorró la primera semana tres décimos de lo que necesitaba más 7 soles, la segunda semana ahorró los nueve catorceavos de lo que faltaba más 5 soles y en la tercera semana ahorró la tercera parte de lo que aún faltaba. Si todavía le falta 30 soles, ¿cuántos soles cuesta el vestido?

A) 210 B) 242 C) 185 D) 225 E) 195

Solución:

Sea N : Precio, en soles, del vestido

| | Ahorro | Falta por ahorrar |
|----------------|---|--|
| Primera semana | $\frac{3}{10}N + 7$ | $\frac{7}{10}N - 7$ |
| Segunda semana | $\frac{9}{14}\left(\frac{7}{10}N - 7\right) + 5$ | $\frac{5}{14}\left(\frac{7}{10}N - 7\right) - 5$ |
| Tercera semana | $\frac{1}{3}\left(\frac{5}{14}\left(\frac{7}{10}N - 7\right) - 5\right)$ | 30 |
| De este modo: | $\frac{2}{3}\left(\frac{5}{14}\left(\frac{7}{10}N - 7\right) - 5\right) = 30 \rightarrow N = 210$ | |

Rpta.: A

4. El maestro Javier pregunta: “¿cuántos pares de fracciones propias e irreducibles, mayores que $\frac{5}{8}$, cuya suma es 4 y el producto de sus denominadores es 81 existen?” Si Mario respondió acertadamente, ¿qué respuesta dio?

A) 8 B) 5 C) 9 D) 7 E) 10

Solución:

Sean $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ las fracciones irreducibles ...(α) tales que:

$$\frac{a}{b}, \frac{c}{d} > \frac{5}{8}, \dots (1); \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = 4, \dots (2); \quad bd = 81, \dots (3)$$

De (2) y (3) por propiedad, $b = d = 9 \rightarrow$ en (2) $\frac{a+c}{9} = 4 \rightarrow a + c = 36 \dots (4)$

De (α) y (4) $a \neq 3, c \neq 3,$

| | | | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| a | 7 | 8 | 10 | 11 | 13 | 14 | 16 | 17 |
| b | 29 | 28 | 26 | 25 | 23 | 22 | 20 | 19 |

Por lo tanto, # pares de fracciones es 8.

Rpta.: A

5. Saby tiene tres rollos de cintas de diferentes colores cuyas medidas en metros son: $7\frac{1}{2}$, $3\frac{3}{4}$ y $12\frac{1}{2}$. Si ella las corta en pedazos de igual longitud y cada pedazo lo más largo posible, ¿cuántos pedazos de cinta obtendrá en total?

A) 19 B) 18 C) 14 D) 21 E) 23

Solución:

Por dato, las medidas de las tres cintas son: $\frac{15}{2}, \frac{15}{4}, \frac{25}{2}$.

Si l m es la medida de cinta entonces:

$$l = M.C.D. \left(\frac{15}{2}, \frac{15}{4}, \frac{25}{2} \right) = \frac{M.C.D(15,15,25)}{M.C.M(2,4,2)} = \frac{5}{4}$$

Por lo tanto,

$$\# \text{ pedazos cinta} = \frac{15}{\frac{5}{4}} + \frac{15}{\frac{5}{4}} + \frac{25}{\frac{5}{4}} = 6 + 3 + 10 = 19$$

Rpta.: A

6. Con las cantidades de pays de manzana y pays de limón que preparó Margarita, en ese orden se forma una fracción irreducible. Al multiplicar el quintuplo de dicha fracción con su séptima parte se obtiene $\frac{35}{9}$. Si cada pay de limón lo vende a 25 soles y la de manzana a 20 soles, ¿cuántos soles obtiene por la venta de todos los pays?

A) 212 B) 220 C) 215 D) 218 E) 225

Solución:

Sean $a = \# \text{ pays de manzana}$, $b = \# \text{ pays de limón}$

Luego, la fracción es de la forma $\frac{a}{b}$.

Por dato, $\left(\frac{5a}{b}\right)\left(\frac{a}{7b}\right) = \frac{35}{9} \rightarrow \frac{5}{7}\left(\frac{a^2}{b^2}\right) = \frac{35}{9} \rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{49}{9} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{7}{3}$ irreducible

De este modo se tiene 7 pays de manzana y 3 pays de limón.

Venta total = $7(20) + 3(25) = 140 + 75 = 215$

Rpta.: C

7. Liliana le comenta a Sara "la cantidad de días que demoré en confeccionar esta chompa es equivalente a la cantidad de fracciones equivalentes a $\frac{15}{57}$ tales que la suma de sus dos términos es un número de tres cifras múltiplo de 5". Si Sara le responde "qué curioso, acabo de terminar la confección de una chompa idéntica a la tuya y me demoré dos días más que tú", ¿qué parte de la chompa confeccionó Sara en tres días?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{7}{10}$

Solución:

Sea, # días = # f , donde $f = \frac{15}{57}, \dots (1)$

Así de (1) $f = \frac{15}{57} = \frac{5}{19} = \frac{5k}{19k}$, entonces los términos son de la forma $5k, 19k, k \in \mathbb{Z}^+$

En el dato, $5k + 19k = \overline{abc} = \overset{\circ}{5} \rightarrow 24k = \overline{abc} = \overset{\circ}{5} \rightarrow k = \overset{\circ}{5} \dots (2)$

Como $100 \leq \overline{abc} < 1000 \rightarrow 100 \leq 24k < 1000 \rightarrow 4,16 \dots \leq k < 41,6 \dots$

Luego, por (2)

$$k: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40$$

Así, # días (que demora Liliana) = 8 \rightarrow # días (que demora Sara) = 8 + 2 = 10

Por lo tanto, en tres días Sara confeccionó los $\frac{3}{10}$ de la chompa.

Rpta.: C

8. Un tonel que contiene vino, está lleno las $\frac{2}{3}$ partes de lo que no está lleno. Si se vacía una cantidad igual a $\frac{1}{4}$ de lo que no se vacía, ¿qué parte del volumen del tonel quedará con vino al final?

A) $\frac{8}{25}$ B) $\frac{7}{15}$ C) $\frac{16}{25}$ D) $\frac{8}{15}$ E) $\frac{4}{25}$

Solución:

Sea x litros la parte del tonel que está lleno. V litros capacidad del tonel

Por dato $x = \frac{2}{3}(V - x) \rightarrow x = \frac{2}{5}V$

Sea y litros la parte que se vacía

Luego, por dato $y = \frac{1}{4}\left(\frac{2}{5}V - y\right) \rightarrow y = \frac{2}{25}V$

Por lo tanto, quedará con vino $\frac{2}{5}V - \frac{2}{25}V = \frac{8}{25}V$

Rpta.: A

9. El gerente de una fábrica de calzados deportivos tiene para la venta un cierto número de pares de zapatillas. Vende primero las $\frac{4}{7}$ partes, posteriormente le hacen un pedido de los $\frac{4}{5}$ de lo que queda, pero antes de atender este pedido nota que 165 pares están defectuosos por lo que envió sólo los pares en buen estado que le quedaron. Si con el envío realizado cubre los $\frac{6}{7}$ de la cantidad pedida, ¿cuántos pares de zapatillas vendió?

A) 1225 B) 1015 C) 1060 D) 1075 E) 1425

Solución:

Sea N la cantidad de pares de zapatillas que tiene.

Por dato del problema:

Primero vende los $\frac{4}{7}N$, luego le queda $\frac{3}{7}N$, de ello 165 pares están defectuosos por lo que cuenta con $\frac{3}{7}N - 165$ pares en buen estado para atender el siguiente pedido.

Por dato también tenemos que $\frac{3}{7}N - 165 = \frac{6}{7} \left(\frac{4}{5} \left(\frac{3}{7}N \right) \right) \rightarrow N = 1225$

Por lo tanto, vendió $1225 - 165 = 1060$.

Rpta.: C

10. Después de perder los $\frac{6}{7}$ de los $\frac{7}{11}$ de lo que había llevado Felipe a un casino gana 350 soles y de esta manera su pérdida final es $\frac{1}{3}$ de lo que había llevado, ¿cuántos soles llevó Felipe al casino?

- A) 1450 B) 1650 C) 1680 D) 1780 E) 1800

Solución:

Sea $n =$ cantidad que llevó Felipe.

Por dato, perdió $\frac{6}{7} \left(\frac{7}{11}N \right) = \frac{6}{11}N \rightarrow$ le queda $\frac{5}{11}N$

Además $\frac{5}{11}N + 350 = \frac{2}{3}N \rightarrow N = 1650$

Rpta.: B

Geometría

EJERCICIOS DE CLASE

1. Se han colocado tres cables tensados, \overline{AB} , \overline{BC} y \overline{EC} a un poste de alumbrado público como muestra la figura. Si los puntos A, D y C son colineales, E ortocentro del triángulo ABC, $AB = EC$ y $DC = 9$ m, halle la longitud del cable \overline{BC} .

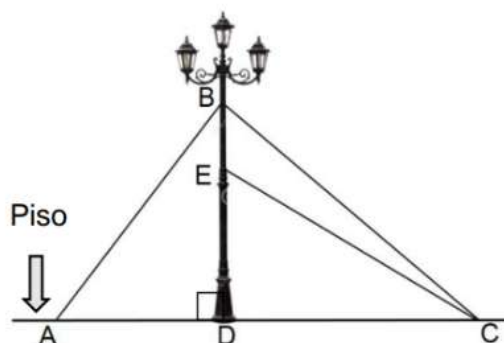
A) $7\sqrt{2}$ m

B) $9\sqrt{2}$ m

C) $8\sqrt{2}$ m

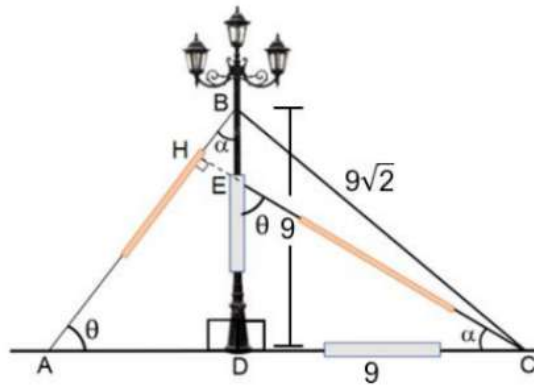
D) $5\sqrt{3}$ m

E) $6\sqrt{3}$ m



Solución:

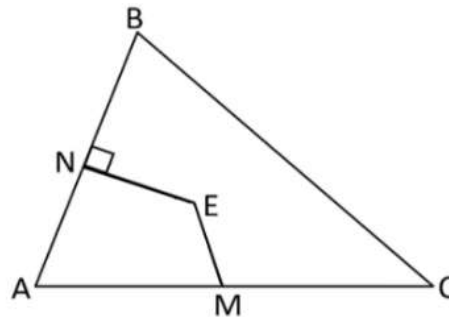
- $\triangle ABC$: E es ortocentro
 $\Rightarrow m\widehat{DCE} = m\widehat{DBA} = \alpha$
- $\triangle CDE \cong \triangle BDA$ (ALA)
 $\Rightarrow BD = DC = 9$
- $\triangle BDC$: notable 45°
 $\therefore BC = 9\sqrt{2}$ m



Rpta.: B

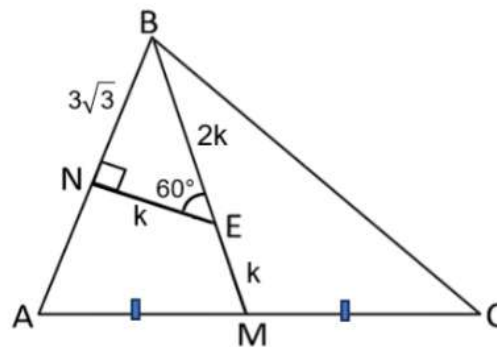
2. En la figura, E es baricentro del triángulo ABC, $NB = 3\sqrt{3}$ m, $AM = MC$ y $ME = EN$. Halle ME.

- A) 3 m
- B) 2,5 m
- C) 4 m
- D) 3,5 m
- E) 6 m



Solución:

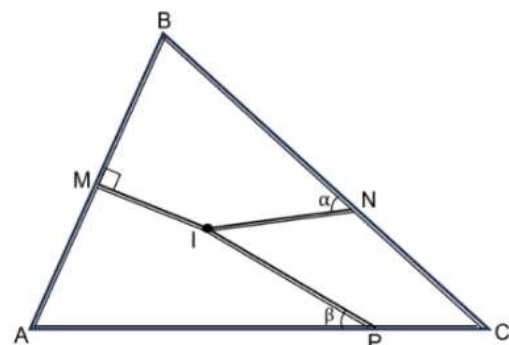
- Dato: $ME = EN = k$
- $\triangle ABC$: E baricentro
 $\Rightarrow BE = 2EM = 2k$
- $\triangle BNE$: notable 30° y 60°
 $\Rightarrow k = 3$
 $\therefore ME = 3$ m



Rpta.: A

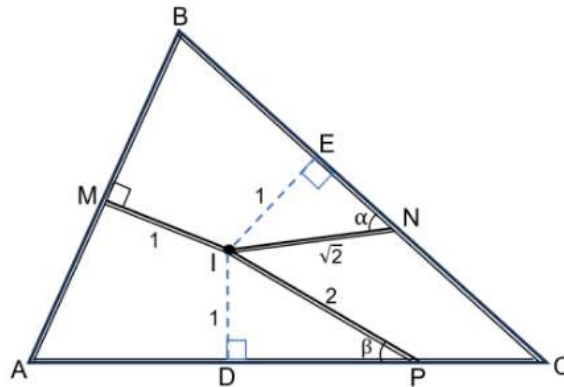
3. La figura muestra parte de una estructura metálica. Para una mayor consistencia, se han colocado las varillas \overline{MI} , \overline{NI} , y \overline{PI} . Si la varilla \overline{MI} mide 1 m, $NI = \sqrt{2}$ m y $PI = 2$ m, halle $\alpha + \beta$. (I es incentro del triángulo ABC)

- A) 80°
- B) 85°
- C) 75°
- D) 84°
- E) 90°



Solución:

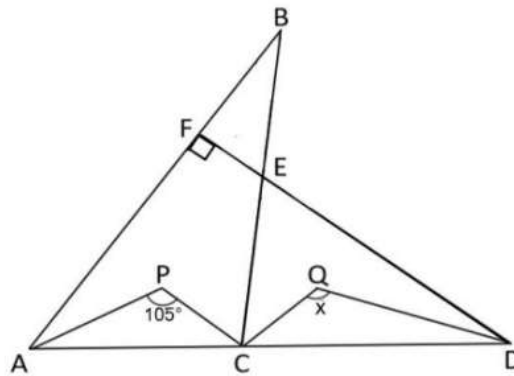
- $\triangle ABC$: I incentro
 $\Rightarrow DI = EI = MI = 1$
- $\triangle PDI$: notable 30° y 60°
 $\Rightarrow \beta = 30^\circ$
- $\triangle NEI$: notable 45°
 $\Rightarrow \alpha = 45^\circ$
 $\therefore \alpha + \beta = 75^\circ$



Rpta.: C

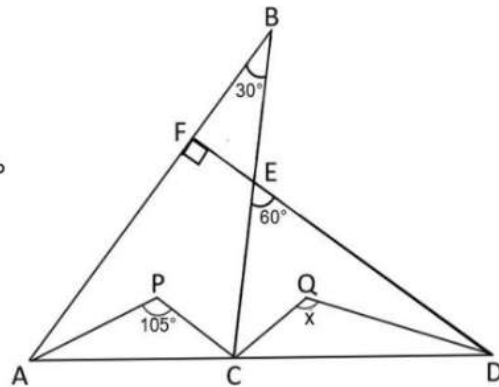
4. En la figura, P y Q son incentros de los triángulos ABC y CED respectivamente. Halle x.

- A) 116°
- B) 115°
- C) 110°
- D) 120°
- E) 112°



Solución:

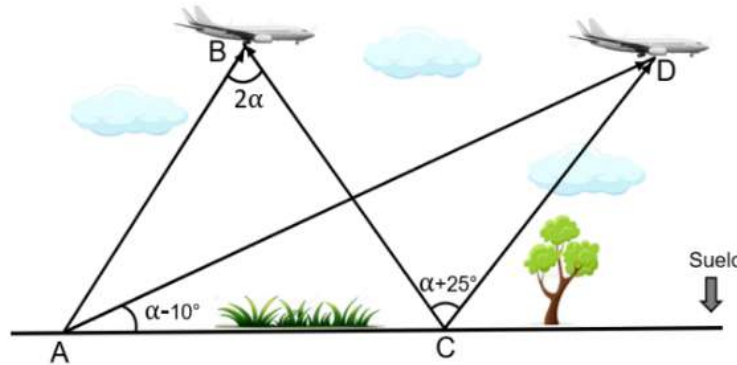
- $\triangle ABC$: P es incentro
 $\Rightarrow 105^\circ = 90^\circ + \frac{m\widehat{ABC}}{2} \Rightarrow m\widehat{ABC} = 30^\circ$
- $\triangle CED$: Q es incentro
 $\Rightarrow x = 90^\circ + \frac{60^\circ}{2}$
 $\therefore x = 120^\circ$



Rpta.: D

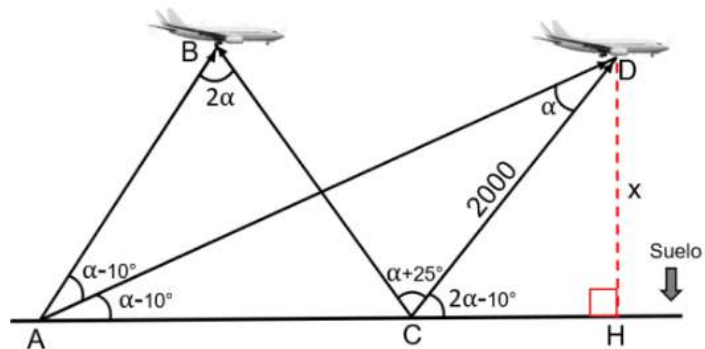
5. La figura muestra las líneas de visión de dos personas ubicadas en los puntos A y C, hacia un avión en dos momentos. Si el punto D es excentro del triángulo ABC y $CD = 2000$ m, halle a que altura se encuentra el avión cuando está en el punto D. (A, B, C y D son coplanares y la línea de suelo horizontal)

- A) $1100\sqrt{3}$ m
- B) $1500\sqrt{2}$ m
- C) $1000\sqrt{3}$ m
- D) $1600\sqrt{2}$ m
- E) $900\sqrt{3}$ m



Solución:

- $\triangle ABC$: D excentro
 $\Rightarrow m\widehat{ADC} = \frac{m\widehat{ABC}}{2} = \alpha$
- $\triangle ABC$: ángulo exterior
 $\Rightarrow m\widehat{BCH} = 4\alpha - 20^\circ$
 $\Rightarrow m\widehat{DCH} = 2\alpha - 10^\circ$

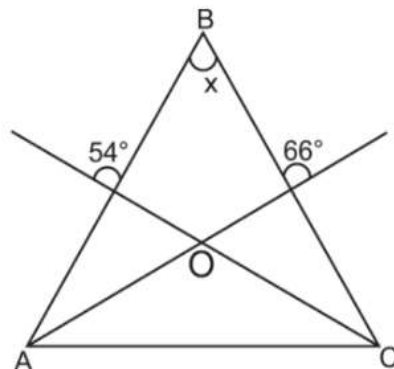


- \overline{CD} : bisectriz del ángulo exterior \widehat{BCH}
 $\Rightarrow 2\alpha - 10^\circ = \alpha + 25^\circ \Rightarrow \alpha = 35^\circ$
- $\triangle CHD$: notable 30° y 60°
 $\therefore x = 1000\sqrt{3}$ m

Rpta.: C

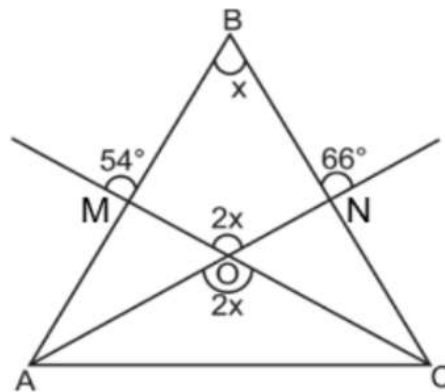
6. En la figura, O es circuncentro del triángulo ABC. Halle x.

- A) 44°
- B) 43°
- C) 42°
- D) 41°
- E) 40°



Solución:

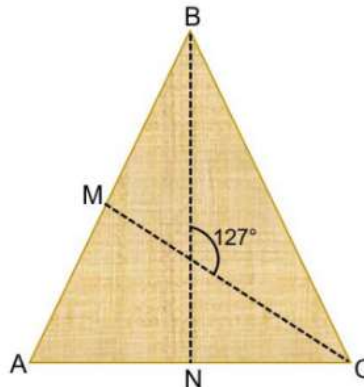
- $\triangle ABC$: O circuncentro
 $\Rightarrow m\widehat{AOC} = 2x$
- $BMON$: teorema \sphericalangle
 $2x + x = 54^\circ + 66^\circ$
 $\Rightarrow 3x = 120^\circ$
 $\therefore x = 40^\circ$



Rpta.: E

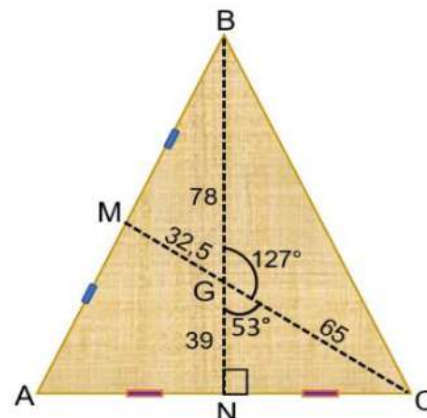
7. La figura muestra un tablero de madera de forma triangular ABC , tal que $AB = BC$. Un carpintero realiza las marcas de corte \overline{BN} y \overline{CM} , donde M y N son puntos medios de \overline{AB} y \overline{AC} . Si \overline{BN} mide 117 cm, halle la longitud de la línea de corte \overline{CM} .

- A) 95 cm
- B) 96,5 cm
- C) 97,5 cm
- D) 97 cm
- E) 95,5 cm



Solución:

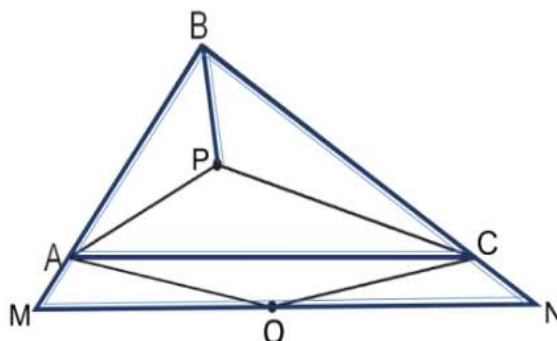
- $AB = BC \Rightarrow \triangle ABC$ es isósceles
 $\Rightarrow \overline{BN}$ es altura
- $\triangle ABC$: G baricentro
 $\Rightarrow GN = 39$ y $GB = 78$
- $\triangle GNC$: notable ($37^\circ - 53^\circ$)
 $\Rightarrow GC = 65$
- $\triangle ABC$: G baricentro
 $\Rightarrow GM = 32,5$
 $\therefore CM = 65 + 32,5 = 97,5$ cm



Rpta.: C

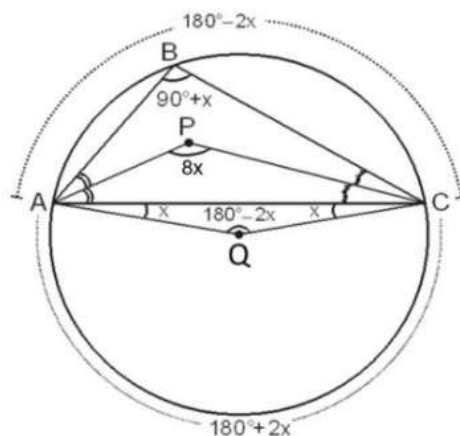
8. La figura muestra parte de una estructura metálica. Los puntos Q y P son circuncentro e incentro respectivamente del triángulo ABC. Si $m\widehat{APC} = 8 m\widehat{ACQ}$, halle $m\widehat{CAQ}$.

- A) 22°
- B) 18°
- C) 20°
- D) 16°
- E) 24°



Solución:

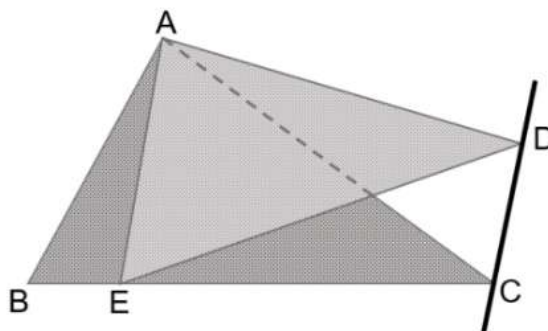
- $\triangle ABC$: Q circuncentro
 $\Rightarrow QA = QC$
- Sea $m\widehat{CAQ} = x \Rightarrow m\widehat{AQC} = 180^\circ - 2x$
- Por ángulo inscrito:
 $m\widehat{ABC} = 90^\circ + x$ y dato: $m\widehat{APC} = 8x$
- $\triangle ABC$: P incentro $\Rightarrow 8x = 90^\circ + \left(\frac{90^\circ + x}{2}\right)$
 $\Rightarrow x = 18^\circ$
 $\therefore m\widehat{CAQ} = 18^\circ$



Rpta.: B

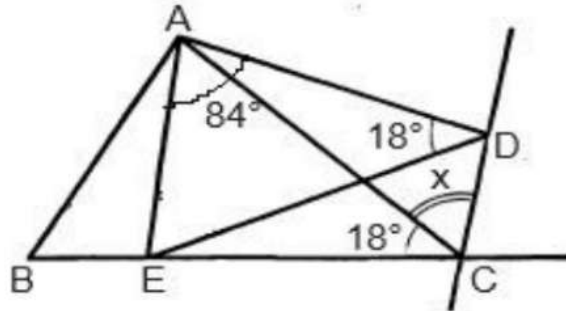
9. Dos placas triangulares y congruentes ($\triangle BAC \cong \triangle EAD$) están superpuestas y soldadas a la barra metálica \overline{CD} tal como muestra la figura. Si $m\widehat{ECA} = 18^\circ$ y $m\widehat{EAD} = 84^\circ$, halle la medida del ángulo determinado por el borde \overline{AC} y la barra.

- A) 84°
- B) 54°
- C) 78°
- D) 39°
- E) 42°



Solución:

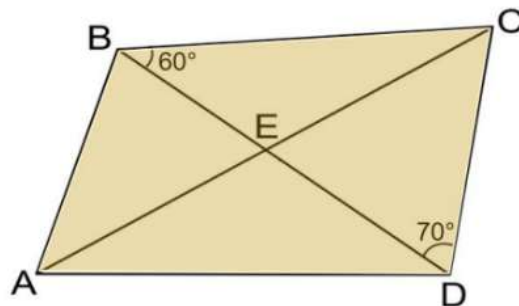
- Dato: $\triangle BAC \cong \triangle EAD$
 $\Rightarrow m\widehat{BCA} = m\widehat{ADE} = 18^\circ$
- ADCE: inscriptible
 $\Rightarrow 84^\circ + (x + 18^\circ) = 180^\circ$
 $\therefore x = 78^\circ$



Rpta.: C

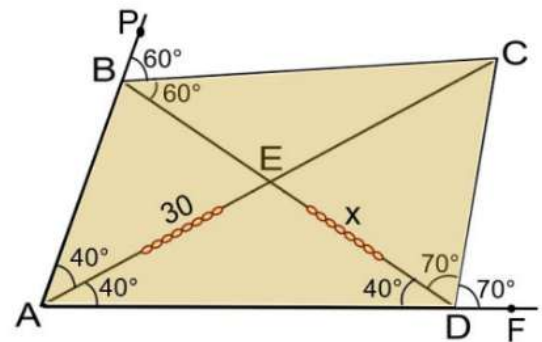
10. La figura representa un terreno ABCD, el cual ha sido dividido en cuatro parcelas. Si C es excentro del triángulo ABD y el lindero \overline{AE} mide 30 m, halle la longitud del lindero \overline{ED} .

- A) 30 m
- B) 28 m
- C) 32 m
- D) 26 m
- E) 29 m



Solución:

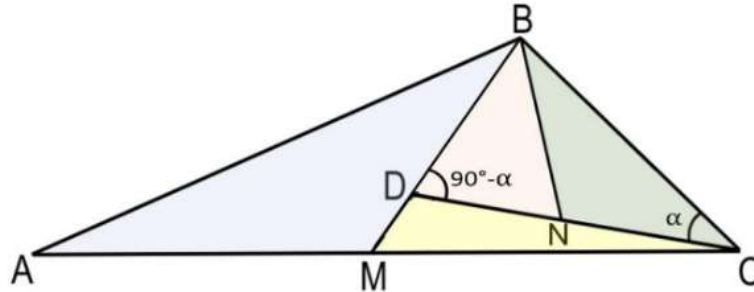
- $\triangle ABD$: C excentro
 $\Rightarrow m\widehat{CDF} = 70^\circ, m\widehat{CBP} = 60^\circ$ y
 $m\widehat{CAD} = m\widehat{CAB} = 40^\circ$
- D: par lineal:
 $m\widehat{ADB} + (70^\circ + 70^\circ) = 180^\circ \Rightarrow m\widehat{ADB} = 40^\circ$
- $\triangle AED$: isósceles
 $\therefore x = 30$ m



Rpta.: A

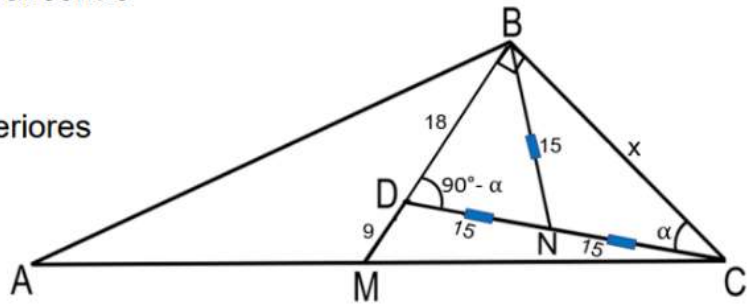
11. La figura muestra el diseño de un puzzle triangular de cuatro piezas. El punto D es baricentro del triángulo ABC, $AM = MC$ y $DN = NC$. Si $MD = 9$ cm y $BN = 15$ cm, halle la longitud del lado \overline{BC} del puzzle.

- A) 22 cm
- B) 24 cm
- C) 26 cm
- D) 27 cm
- E) 28 cm



Solución:

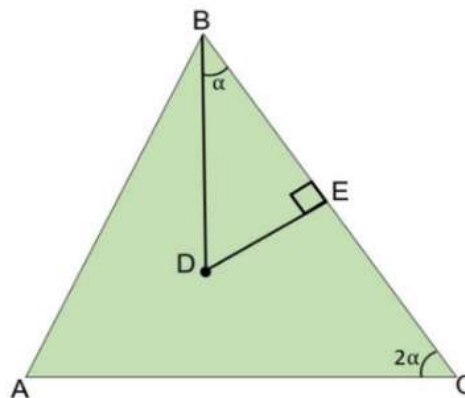
- $\triangle ABC$: \overline{BM} es mediana y D baricentro
 $MD = 9 \Rightarrow DB = 18$
- $\triangle CDB$: Suma de ángulos interiores
 $m\widehat{DBC} = 90^\circ$
- $\triangle DBC$: \overline{BN} es mediana
teorema $\Rightarrow DC = 30$
- $\triangle DBC$: notable 37° y 53°
 $\therefore x = 24$ cm



Rpta.: B

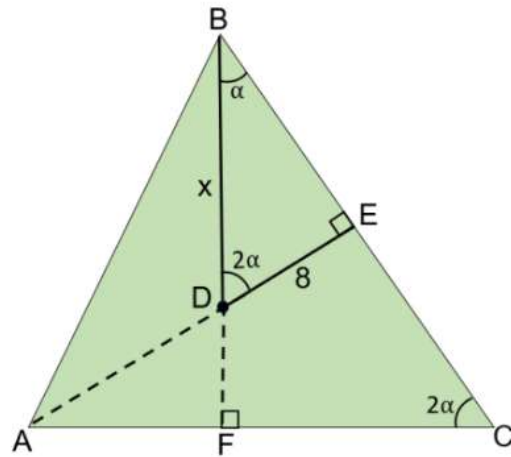
12. En un parque de forma triangular ABC, se colocan dos tuberías \overline{BD} y \overline{DE} a un aspersor ubicado en el punto D, como se muestra en la figura. Si D es ortocentro del triángulo ABC y la tubería \overline{DE} mide 8 m, halle la longitud de la tubería \overline{BD} .

- A) 15 m
- B) 17 m
- C) 16 m
- D) 18 m
- E) 14 m



Solución:

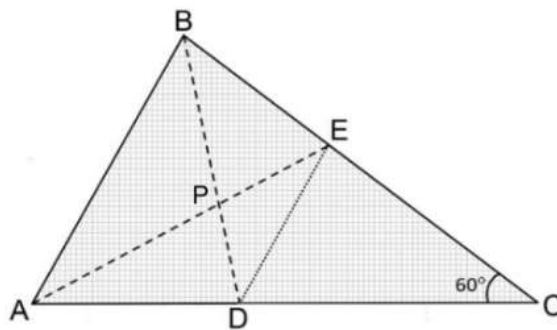
- $\triangle ABC$: D es ortocentro (dato)
 $\Rightarrow m\widehat{AEB} = m\widehat{BFC} = 90^\circ$
- FDEC: inscriptible
 $\Rightarrow m\widehat{BDE} = 2\alpha$
- $\triangle DEB$: suma de ángulos interiores
 $\alpha + 2\alpha + 90^\circ = 180^\circ$
 $\Rightarrow \alpha = 30^\circ$
- $\triangle DEB$: notable 30° y 60°
 $\therefore x = 16$ m



Rpta.: C

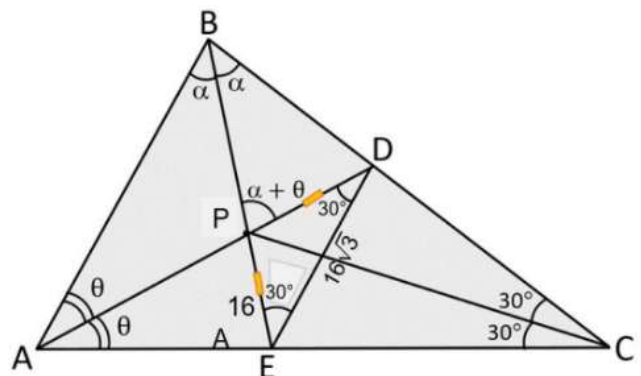
13. En la figura se muestra una región triangular de papel, en donde las líneas discontinuas \overline{BD} y \overline{AE} son los dobleces de tal modo que el lado \overline{AB} cae sobre el lado \overline{BC} , y el lado \overline{AC} cae sobre el lado \overline{AB} respectivamente y se intersecan en P. Si $PD = 16$ cm, y se corta el papel por \overline{DE} , halle la longitud del corte.

- A) $16\sqrt{3}$ cm
- B) $18\sqrt{2}$ cm
- C) $14\sqrt{3}$ cm
- D) $16\sqrt{2}$ cm
- E) $15\sqrt{3}$ cm



Solución:

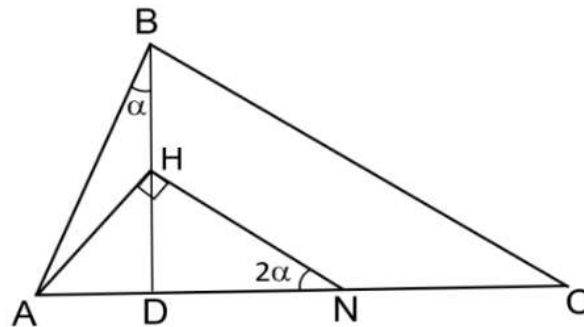
- $\triangle ABC$: P incentro
 $\Rightarrow 2\alpha + 2\theta + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \theta = 60^\circ$
- $m\widehat{DPB} = m\widehat{EPC} = 60^\circ$
 \Rightarrow cuadrilátero EPDC es inscriptible
 $\Rightarrow m\widehat{DEP} = m\widehat{PDE} = 30^\circ$
- $\triangle EPD$: isósceles y $PD = 16$ (dato)
 $\Rightarrow ED = 16\sqrt{3}$
 \therefore La longitud del corte \overline{DE} es $16\sqrt{3}$ cm.



Rpta.: A

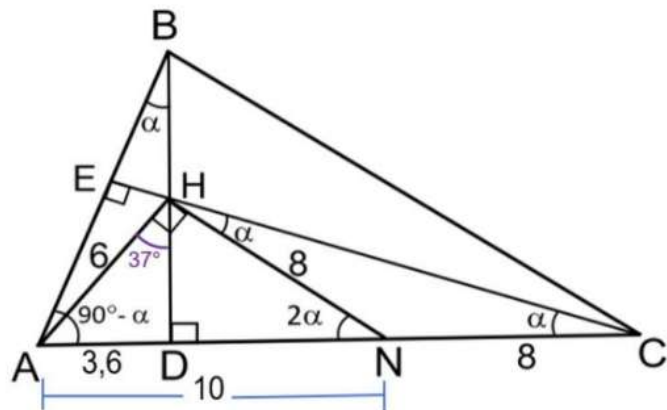
14. En la figura, H es ortocentro del triángulo ABC, $NC = AH + 2 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$. Halle BD.

- A) 11,2 cm
- B) 10,8 cm
- C) 12,4 cm
- D) 12 cm
- E) 9,5 cm



Solución:

- $\triangle ABC$: H es ortocentro
 $\Rightarrow \triangle AEC$: $m\widehat{ACE} = \alpha$
- $\triangle NHC$: isósceles
 $\Rightarrow HN = NC = 8$
- $\triangle AHN$: notable 37° y 53°
 $\Rightarrow AN = 10$ y $2\alpha = 37^\circ$
- $\triangle ADH$: notable 37° y 53°
 $AH = 6 \Rightarrow AD = 3,6$
- $\triangle ADB$: notable $\frac{37^\circ}{2} \Rightarrow BD = 3(3,6) = 10,8$
 $\therefore BD = 10,8 \text{ cm}$.

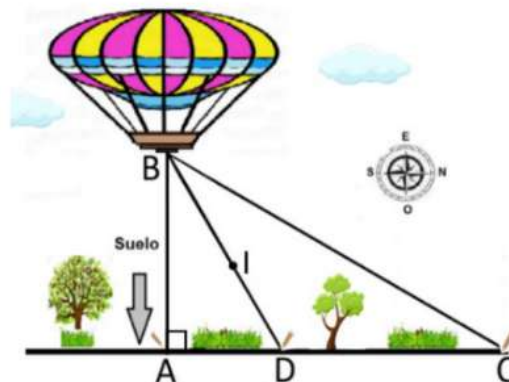


Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

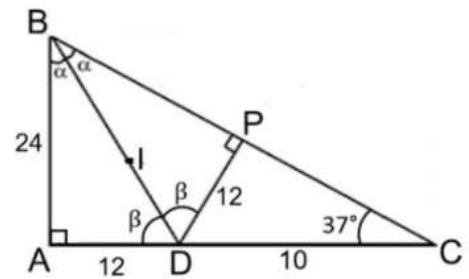
1. La figura muestra un instante en que un globo aerostático, (por motivo de los fuertes vientos que van de norte a sur) está sujetado por tres cables, atadas desde el punto B (B en la base de la canastilla) a las estacas ubicadas en los puntos colineales A, D y C. Si I representa al incentro del triángulo BAC, $AD = 12 \text{ m}$ y $DC = 20 \text{ m}$, halle a que altura se encuentra B del suelo.

- A) 30 m
- B) 22 m
- C) 28 m
- D) 26 m
- E) 24 m



Solución:

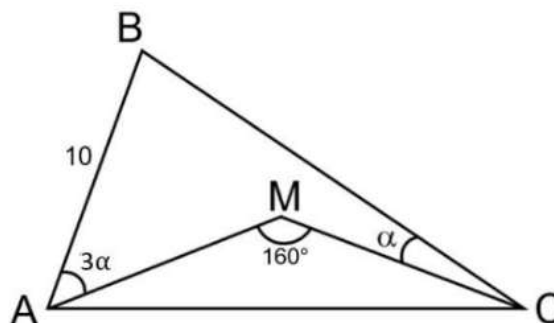
- Trazamos $\overline{DP} \perp \overline{BC}$: teorema de la bisectriz
 $DP = DA = 12$
- $\triangle DPC$: notable 37° y $53^\circ \Rightarrow m\widehat{DCP} = 37^\circ$
- $\triangle BAC$: notable 37° y 53°
 $\therefore AB = 24$ m



Rpta.: E

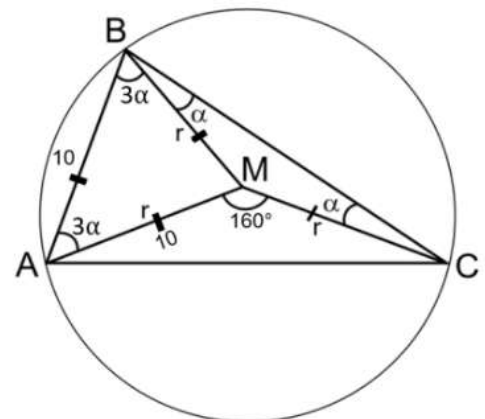
2. En la figura, el punto M es circuncentro del triángulo ABC. Si $AB = 10$ m, halle AM.

- A) 12 m
- B) 14 m
- C) 10 m
- D) 12,5 m
- E) 10,5 m



Solución:

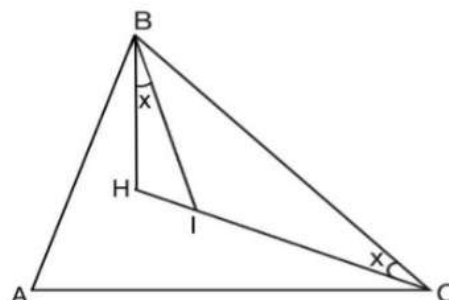
- $\triangle ABC$: M circuncentro
 $\Rightarrow MA = MB = MC = r$
- $m\widehat{AC} = 160^\circ \Rightarrow m\widehat{ABC} = 80^\circ$ (ángulo inscrito)
 $\Rightarrow 4\alpha = 80^\circ \Rightarrow \alpha = 20^\circ$
- $\triangle AMB$: es equilátero
 $\therefore AM = 10$ m



Rpta.: C

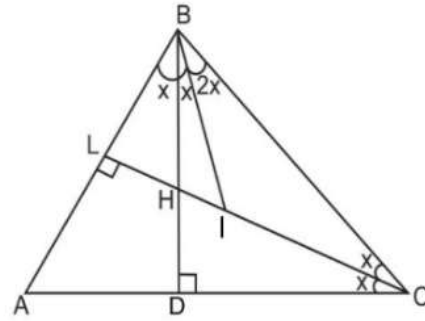
3. En la figura, I es incentro y H es ortocentro del triángulo ABC. Halle x.

- A) 16°
- B) 17°
- C) 20°
- D) 18°
- E) 14°



Solución:

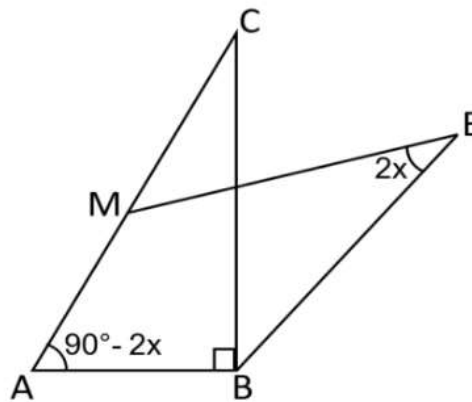
- $\triangle ABC$: I incentro
 $\Rightarrow m\widehat{ACI} = x$ y $m\widehat{CBI} = 2x$
- $\triangle BDC$: suma de ángulos interiores
 $3x + 90^\circ + 2x = 180^\circ$
 $\therefore x = 18^\circ$



Rpta.: D

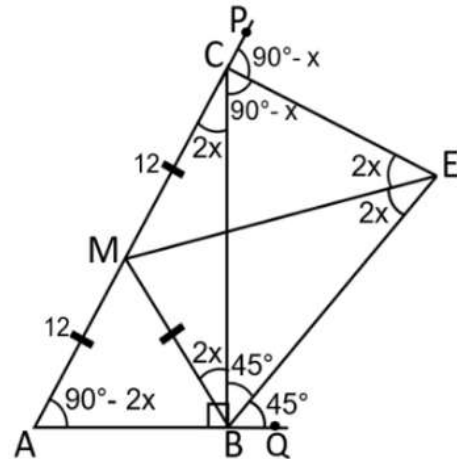
4. En la figura, E es excentro del triángulo ABC. Si $AM = MC = 12$ cm, halle BC.

- A) $16\sqrt{3}$ cm
- B) $12\sqrt{3}$ cm
- C) $14\sqrt{3}$ cm
- D) $18\sqrt{2}$ cm
- E) $20\sqrt{2}$ cm



Solución:

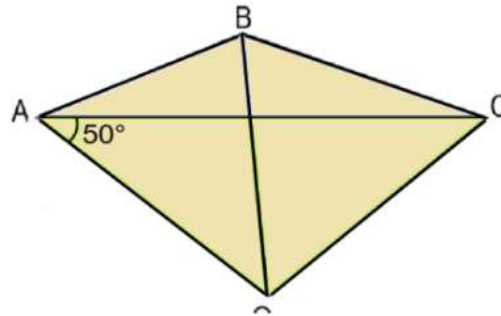
- $\triangle ABC$: E es excentro
 $\Rightarrow m\widehat{PCE} = m\widehat{ECB} = 90^\circ - x$
y $m\widehat{QBE} = m\widehat{EBC} = 45^\circ$
- $\triangle ABC$: trazamos \overline{MB} mediana
 $\Rightarrow m\widehat{MBC} = m\widehat{MCB} = 2x$
- MBEC es inscriptible $\Rightarrow m\widehat{MEC} = 2x$
- $\triangle BCE$: suma de ángulos interiores
 $90^\circ - x + 45^\circ + 4x = 180^\circ \Rightarrow 2x = 30^\circ$
- $\triangle ABC$: notable 30° y $60^\circ \Rightarrow BC = 12\sqrt{3}$ cm.



Rpta.: B

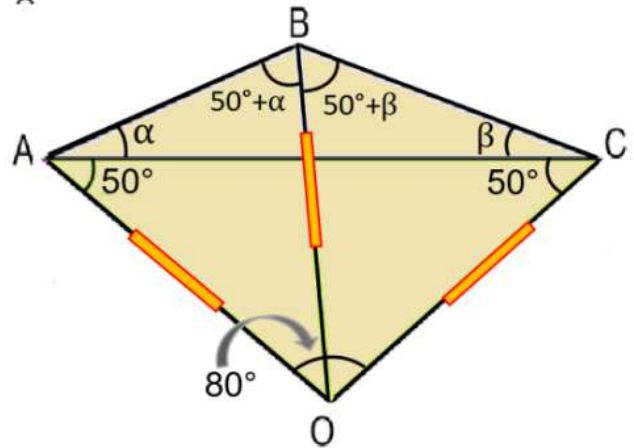
5. La figura muestra un terreno ABCO, el cual ha sido dividido en cuatro parcelas por las cercas \overline{AC} y \overline{BO} . Si la longitud de la cerca \overline{BO} mide igual que los linderos \overline{AO} y \overline{CO} , halle la medida del ángulo entre los linderos \overline{AB} y \overline{BC} .

- A) 130°
- B) 120°
- C) 140°
- D) 145°
- E) 150°



Solución:

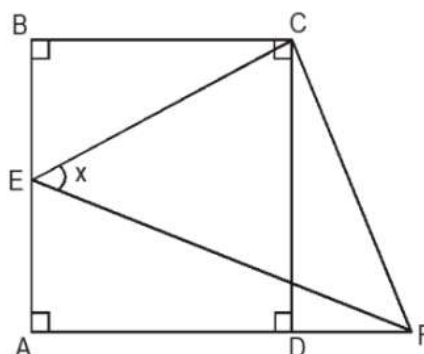
- Dato: $OA = OB = OC$
 \Rightarrow en $\triangle ABC$, O es circuncentro
- $\triangle AOB$ y $\triangle BOC$: isósceles
 $\Rightarrow m\widehat{OAB} = m\widehat{OBA} = 50^\circ + \alpha$
 y $m\widehat{OBC} = m\widehat{OCB} = 50^\circ + \beta$
- $\triangle ABC$: suma de ángulos interiores
 $2\alpha + 2\beta + 100^\circ = 180^\circ$
 $\Rightarrow \alpha + \beta = 40^\circ$
 $\therefore m\widehat{ABC} = 100^\circ + \alpha + \beta = 140^\circ$



Rpta.: C

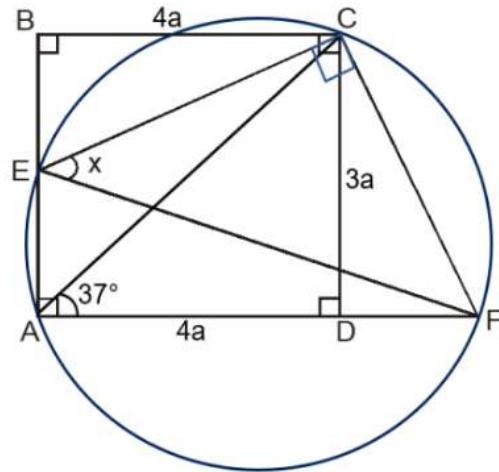
6. En la figura, ABCD es un rectángulo. Si $4AB = 3BC$ y $m\widehat{ECF} = 90^\circ$, halle x.

- A) 37°
- B) 30°
- C) 53°
- D) 45°
- E) $36,5^\circ$



Solución:

- Dato: $4AB = 3BC$
 $\Rightarrow AB = CD = 3a$ y $BC = AD = 4a$
- $\triangle ADC$: notable 37° y 53°
 $m\widehat{CAD} = 37^\circ$
- $AECF$: es inscriptible
 $\therefore x = 37^\circ$



Rpta.: A

Álgebra

EJERCICIOS DE CLASE

1. Al dividir $p(x) = 10x^5 + 3x^4 - 17x^3 + mx^2 + n$ por $d(x) = 3x^2 + 2x^3 - x - 2$ se obtiene un resto igual a $r(x) = 4x^2 + ax + 2$. Determine el valor de $K = (m + a)^{2023} + (n + 3)^2 + (a - n)^2$.
- A) 14 B) 25 C) 34 D) 19 E) 26

Solución:

Dividiendo por Horner:

| | | | | | | |
|----|----|------------|-----------|----|-----|---|
| 2 | 10 | 3 | -17 | m | 0 | n |
| -3 | | <u>-15</u> | 5 | 10 | | |
| 1 | | -12 | <u>18</u> | -6 | -12 | |
| 2 | | | 6 | -9 | 3 | 6 |
| | 5 | -6 | 3 | 4 | a | 2 |

Luego tenemos que:

- $m + 10 - 6 - 9 = 4 \Rightarrow m = 9$
- $0 - 12 + 3 = a \Rightarrow a = -9$
- $n + 6 = 2 \Rightarrow n = -4$

Por tanto, $K = (m + a)^{2023} + (n + 3)^2 + (a - n)^2 = 0 + (-1)^2 + (-5)^2 = 26$

Rpta.: E

2. Un viñedo en Ica cuenta con barriles llenos de vino de distintos tipos, uno de ellos con $p(x) = 15x^5 - 7x^4 + 12x^3 + 8x^2 - 7x + 1$ litros, se vierte en botellas de 5 litros. Determine cuántos litros queda en la barrica, si se llenaron solo $d(x) = 5x^3 + x^2 - 2x$ botellas. ($x \in \mathbb{Z}^+$)

A) 2 B) 4 C) 6 D) 1 E) 3

Solución:

Dividiendo por Horner y usando los datos del ejercicio:

| | | | | | | |
|----|----|-----------|----------|----|----|---|
| 5 | 15 | -7 | 12 | 8 | -7 | 1 |
| -1 | | <u>-3</u> | 6 | 0 | | |
| 2 | | -10 | <u>2</u> | -4 | 0 | |
| 0 | | | 20 | -4 | 8 | 0 |
| | 3 | -2 | 4 | 0 | 1 | 1 |

Del esquema tenemos:

• $q(x) = 3x^2 - 2x + 4$ y $r(x) = x + 1$

Del dato,

$$q(x) = 3x^2 - 2x + 4 = 5 \Rightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \vee x = 1$$

Como $x \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow x = 1$ luego, $r(1) = 1 + 1 = 2$

\therefore En la barrica quedan 2 litros de vino.

Rpta.: A

3. Al dividir $D(x) = 8x^4 + 18x^3 + ax^2 + bx + c$ entre $d(x) = 2x + 3$, se obtiene un resto igual a -1 , mientras que los coeficientes del cociente disminuyen de 1 en 1. Determine el ingreso de Manuel, si llegó a vender « $3b$ » camisetas a $4(a + c)$ soles cada una.

A) 1380 soles B) 810 soles C) 1280 soles D) 1440 soles E) 910 soles

Solución:

Efectuando la división por Ruffini:

| | | | | | |
|----------------|---|-----|-----|-----|-----|
| | 8 | 18 | a | b | c |
| $-\frac{3}{2}$ | | -12 | -9 | -6 | -3 |
| $\div 2$ | 8 | 6 | 4 | 2 | -1 |
| | 4 | 3 | 2 | 1 | |

Del esquema tenemos que:

- $a - 9 = 4 \Rightarrow a = 13$
- $b - 6 = 2 \Rightarrow b = 8$
- $c - 3 = -1 \Rightarrow c = 2$

Luego, $3b = 3(8) = 24$ y $4(a + c) = 4(13 + 2) = 60$

Por tanto, el ingreso de Manuel fue de $(24)(60) = 1440$ soles

Rpta.: D

4. Al dividir separadamente $p(x)$ entre $(x + 1)$ y $(x - 1)$ se obtiene el mismo resto. Determine la suma de coeficientes del resto que se obtiene al dividir $p(x)$ entre $(x^2 - 2)$ con $p(x) = 6x^4 + x^3 - 2nx - 16n$.

- A) 10 B) 17 C) -9 D) 13 E) -7

Solución:

Del dato y Teorema del resto se tiene: $p(-1) = p(1)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 6(-1)^4 + (-1)^3 - 2n(-1) - 16n &= 6(1)^4 + (1)^3 - 2n(1) - 16n \\ \Rightarrow 6 - 1 + 2n - 16n &= 6 + 1 - 2n - 16n \Rightarrow 4n = 2 \Rightarrow n = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Luego, $p(x) = 6x^4 + x^3 - x - 8$

Aplicando el teorema del resto en $\frac{p(x)}{x^2-2}$, tenemos:

- i) $x^2 - 2 = 0 \rightarrow x^2 = 2$
 ii) $r(x) = 6(x^2)^2 + (x^2)x - x - 8$
 $r(x) = 6(2)^2 + (2)x - x - 8 = x + 16$
 $r(x) = x + 16 \Rightarrow r(1) = 1 + 16 = 17$

Rpta.: B

5. Halle el resto de dividir el polinomio $p(x) = x^{160} - 2x^{80} - x^{110} + 1$ por $d(x) = x^{80} - x^{30} - 2$.

- A) 3 B) x^{30} C) 1 D) $x + 2$ E) $x^{30} - 1$

Solución:

Aplicando el teorema del resto en $\frac{p(x)}{d(x)}$, tenemos:

- $x^{80} - x^{30} - 2 = 0 \rightarrow x^{80} - x^{30} = 2$

$$p(x) = x^{80}(x^{80} - x^{30} - 1) - x^{80} + 1$$

$$p(x) = x^{80}(x^{80} - x^{30} - 1) - (x^{80} - x^{30} - 1) - x^{30}$$

$$r(x) = x^{80}(2 - 1) - (2 - 1) - x^{30} = x^{80} - x^{30} - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$\therefore r(x) = 1$$

Rpta.: C

6. Sea $p(x)$ un polinomio de grado 5 tal que, al ser dividido por $(x^2 - 9)(x + 1)$, da como residuo $(x - 1)$; además que la suma de coeficientes y el término independiente de $p(x)$ son respectivamente 48 y 17, mientras que $p(2) = -59$. Halle el valor de $p(-2)$.

A) 117 B) 52 C) 102 D) 67 E) 92

Solución:

Por el Algoritmo de la división, tenemos:

$$p(x) = (x - 3)(x + 3)(x + 1)(ax^2 + bx + c) + x - 1$$

- $x = 0: p(0) = (-3)(3)(1)(c) - 1 \Rightarrow -9c - 1 = 17 \Rightarrow c = -2$
- $x = 1: p(1) = (-2)(4)(2)(a + b + c) \Rightarrow -16(a + b + c) = 48$
 $\Rightarrow a + b + c = -3 \Rightarrow a + b = -1 \dots (1)$
- $x = 2: p(2) = (-1)(5)(3)(4a + 2b + c) + 1 \Rightarrow -15(4a + 2b + c) + 1 = -59$
 $\Rightarrow 4a + 2b + c = 4 \Rightarrow 4a + 2b = 6 \dots (2)$

De (1) y (2): $a = 4$ y $b = -5$

Luego, $p(x) = (x - 3)(x + 3)(x + 1)(4x^2 - 5x - 2) + x - 1$

$$p(-2) = (-5)(1)(-1)(4(-2)^2 - 5(-2) - 2) - 2 - 1 = 117$$

$$\therefore p(-2) = 117$$

Rpta.: A

7. El ingreso (en soles) obtenido por una empresa al vender cierta cantidad de audífonos es representado por el polinomio $I(x) = 12x - 7x^4 + 16x^3 - 17x^2 + qx^5$ y el precio de venta de cada audífono es $p(x) = 2x^2 - 3x + 4$ soles ($x \in \mathbb{Z}^+$); en estas condiciones indique el polinomio $q(x)$ que representa la cantidad de audífonos vendidos.

- A) $q(x) = x^3 - 2x^2 + 3x$ B) $q(x) = -x^3 + 2x^2 + 3$
 C) $q(x) = -3x^3 + x^2 - 2x + 1$ D) $q(x) = x^3 - 2x^2 + x$
 E) $q(x) = 2x^3 + 3x^2 - x$

Solución:

$$q(x) = \frac{I(x)}{p(x)} = \frac{12x - 7x^4 + 16x^3 - 17x^2 + qx^5}{2x^2 - 3x + 4} = \frac{x(12 - 17x + 16x^2 - 7x^3 + qx^4)}{4 - 3x + 2x^2}$$

Dividiendo por Horner invertido:

| | | | | | |
|----|----|-----|----|----|----|
| 4 | 12 | -17 | 16 | -7 | q |
| | | 9 | -6 | | |
| 3 | | -8 | -6 | 4 | |
| -2 | | | 4 | 3 | -2 |
| | 3 | -2 | 1 | 0 | 0 |

Luego: $q(x) = x(3 - 2x + x^2) = x^3 - 2x^2 + 3x$

Rpta.: A

8. Si al dividir el polinomio $p(x) = x^3 + 2x^2 + (2 - r)x - 15$ con $q(x) = x - r$, se obtiene un resto positivo r^3 . Halle el resto de dividir $p(x)$ con $(x + r)$.

- A) 12 B) 5 C) -5 D) -21 E) 8

Solución:

Como $r^3 > 0 \Rightarrow r > 0$

Por el Teorema del resto:

- $x - r = 0 \Rightarrow x = r$
- $\text{resto} = p(r) \Rightarrow r^3 = r^3 + 2r^2 + (2 - r)r - 15$
Luego, $0 = 2r^2 + 2r - r^2 - 15 \Rightarrow 0 = r^2 + 2r - 15 \Rightarrow 0 = (r + 5)(r - 3)$
 $\Rightarrow r = -5 \vee r = 3$. Luego, $r = 3$

Entonces: $p(x) = x^3 + 2x^2 - x - 15$

Por el Teorema del resto, el resto de dividir $p(x)$ con $(x + r)$ es $p(-r)$.

$$\therefore p(-r) = p(-3) = (-3)^3 + 2(-3)^2 - (-3) - 15 = -27 + 18 + 3 - 15 = -21$$

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Un puesto del gran mercado mayorista cuenta con $p(x) = 6x^4 - 7x^3 - 4x^2 + 10x - 3$ kilogramos de maíz morado, que se almacenarán en cajas de igual tamaño. Determine cuántas cajas se necesita, si en cada una de ellas se almacenará $d(x) = 3x^2 + x - 2$ kilogramos de maíz morado, sabiendo que 17kg quedarán sin almacenar.

- A) 55 cajas B) 35 cajas C) 50 cajas D) 45 cajas E) 75 cajas

Solución:

Dividiendo por Horner:

| | | | | | |
|----|---|----|----|----|----|
| 3 | 6 | -7 | -4 | 10 | -3 |
| -1 | | -2 | 4 | | |
| 2 | | -9 | 3 | -6 | |
| | | | 3 | -1 | 2 |
| | 2 | -3 | 1 | 3 | -1 |

Del esquema, el resto $r(x) = 3x - 1$ y el cociente $q(x) = 2x^2 - 3x + 1$ Del dato: $r(x) = 3x - 1 = 17 \Rightarrow x = 6$ \therefore El número de cajas que se necesita es $q(6) = 2(6)^2 - 3(6) + 1 = 55$ **Rpta.: A**

2. Noé paga $(6x^4 + 11x^3 + ax^2 - 6x - 2b)$ soles por la compra de $(3x^2 + 4x + 5)$ edredones, todos del mismo precio y calidad, recibiendo de vuelto $(x + 3)$ soles. Determine el precio de cada edredón para $x = (b + 1)$ con $x \in \mathbb{Z}^+$.

A) 90 soles B) 105 soles C) 85 soles D) 102 soles E) 100 soles

Solución:

Dividiendo por Horner:

| | | | | | |
|----|---|----|------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| 3 | 6 | 11 | a | -6 | $-2b$ |
| -4 | | -8 | -10 | | |
| -5 | | 3 | -4 | -5 | |
| | | | $a - 14$ | $-4\left(\frac{a-14}{3}\right)$ | $-5\left(\frac{a-14}{3}\right)$ |
| | 2 | 1 | $\frac{a-14}{3}$ | 1 | 3 |

Del esquema:

- $-6 - 5 - 4\left(\frac{a-14}{3}\right) = 1 \Rightarrow a = 5$
- $-2b - 5\left(\frac{a-14}{3}\right) = 3 \Rightarrow -2b + 15 = 3 \Rightarrow b = 6$

Luego, $q(x) = 2x^2 + x - 3$ \therefore El precio del edredón es $q(7) = 2(7)^2 + 7 - 3 = 102$ soles**Rpta.: D**

3. Al dividir $3x^4 + 8x^3 + 12x^2 + (b - 7)x + 12$ con $(3x - 1)$ se obtiene el resto « r » y el cociente $q(x)$. Determine el valor de « $r + b$ », sabiendo que el término independiente del cociente es igual a la mitad, del resto disminuido en 5.

A) 20 B) 42 C) 12 D) 25 E) 32

Solución:

Efectuando la división por Ruffini:

| | | | | | |
|---------------|---|---|----|-------------------|------------------------|
| $\frac{1}{3}$ | 3 | 8 | 12 | $(b - 7)$ | 12 |
| | | 1 | 3 | 5 | $\frac{b - 2}{3}$ |
| | 3 | 9 | 15 | $b - 2$ | $12 + \frac{b - 2}{3}$ |
| $\div 3$ | 1 | 3 | 5 | $\frac{b - 2}{3}$ | |

Del esquema tenemos al cociente y al resto:

$$q(x) = x^3 + 3x^2 + 5x + \frac{b - 2}{3} \quad y \quad r = 12 + \frac{b - 2}{3}$$

Por dato:

$$\begin{aligned} \frac{b - 2}{3} &= \frac{1}{2} \left(12 + \frac{b - 2}{3} - 5 \right) \Rightarrow \frac{b - 2}{3} = \frac{1}{2} \left(7 + \frac{b - 2}{3} \right) \\ \Rightarrow 2(b - 2) &= 3 \left(7 + \frac{b - 2}{3} \right) \Rightarrow 2b - 4 = 21 + b - 2 \Rightarrow b = 23 \quad \wedge \quad r = 19 \\ \therefore r + b &= 19 + 23 = 42. \end{aligned}$$

Rpta.: B

4. Se obtiene $(6x + 5)$ de resto al dividir $p(x)$ con $(x^2 - 4)$ y $(7x + 3)$ de resto al dividir $p(x)$ con $(x^2 - x - 2)$. Halle el valor de $r(-1)$, donde $r(x)$ es el resto que se obtiene al dividir $p(x)$ con $(x^3 + x^2 - 4x - 4)$.

A) 12 B) 8 C) -4 D) 10 E) -7

Solución:

Del dato: $(6x + 5)$ es el resto de $\frac{p(x)}{x^2 - 4}$, por el Algoritmo de la división, tenemos:

$$p(x) = (x^2 - 4)q_1(x) + (6x + 5) \Rightarrow p(x) = (x + 2)(x - 2)q_1(x) + (6x + 5) \dots (\alpha)$$

$$\text{Para } x = -2 \text{ en } (\alpha): p(-2) = 0 + 6(-2) + 5 \Rightarrow p(-2) = -7$$

$$\text{Para } x = 2 \text{ en } (\alpha): p(2) = 0 + 6(2) + 5 \Rightarrow p(2) = 17$$

Del dato: $(7x + 3)$ es el resto de $\frac{p(x)}{x^2 - x - 2}$, por el Algoritmo de la división, tenemos:

$$p(x) = (x^2 - x - 2)q_2(x) + (7x + 3) \Rightarrow p(x) = (x + 1)(x - 2)q_2(x) + (7x + 3) \dots (\beta)$$

Para $x = -1$ en (β) : $p(-1) = 0 + 7(-1) + 3 \Rightarrow p(-1) = -4$

Piden el resto de $\frac{p(x)}{x^3 + x^2 - 4x - 4}$, por el Algoritmo de la división:

$$p(x) = (x^3 + x^2 - 4x - 4)q(x) + r(x), \text{ donde } r(x) = ax^2 + bx + c$$

Entonces,

$$p(x) = (x + 2)(x - 2)(x + 1)q(x) + ax^2 + bx + c$$

Para $x = -2$: $p(-2) = 4a - 2b + c \Rightarrow -7 = 4a - 2b + c \dots (1)$

Para $x = 2$: $p(2) = 4a + 2b + c \Rightarrow 17 = 4a + 2b + c \dots (2)$

Para $x = -1$: $p(-1) = a - b + c \Rightarrow -4 = a - b + c \dots (3)$

De (1), (2) y (3): $a = 1, b = 6$ y $c = 1$

$$\therefore r(x) = x^2 + 6x + 1 \Rightarrow r(-1) = -4$$

Rpta.: C

5. Juan cuenta con un ahorro de $(Ax^5 - Bx^4 + 3Cx^3 + 90x^2 - 54x + 17)$ soles, en donde decide comprar canastas navideñas iguales, para luego obsequiarlas. Si a Juan le queda $(7x + 2)$ soles después de comprar 11 canastas a $(4x^3 + 5x^2 - 8x + 3)$ soles cada una, determine el costo total de una de las canastas navideñas más un vino cuyo precio es de $(2A + B + C + 1)$ soles. Considere $x > 1$.

A) 165 soles B) 145 soles C) 200 soles D) 150 soles E) 157 soles

Solución:

Por el Algoritmo de la división se tiene:

$$Ax^5 - Bx^4 + 3Cx^3 + 90x^2 - 54x + 17 = 11(4x^3 + 5x^2 - 8x + 3) + 7x + 2$$

Luego, se tiene la división exacta

$$Ax^5 - Bx^4 + 3Cx^3 + 90x^2 - 61x + 15 = 11(4x^3 + 5x^2 - 8x + 3)$$

Efectuando la división por Horner inverso:

| | | | | | | |
|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 3 | 15 | -61 | 90 | 3C | -B | A |
| 8 | | 40 | -25 | -20 | | |
| -5 | | -21 | -56 | 35 | 28 | |
| -4 | | | 9 | 24 | -15 | -12 |
| | 5 | -7 | 3 | 0 | 0 | 0 |

Del esquema tenemos:

- $3C - 20 + 35 + 24 = 0 \Rightarrow C = -13$
- $-B + 28 - 15 = 0 \Rightarrow B = 13$
- $A - 12 = 0 \Rightarrow A = 12$

Además, $q(x) = 3x^2 - 7x + 5$, por dato: $3x^2 - 7x + 5 = 11 \Rightarrow (3x + 2)(x - 3) = 0$
Como $x > 1 \Rightarrow x = 3$.

Luego, el precio de cada canasta es $4(3)^3 + 5(3)^2 - 8(3) + 3 = 132$ soles

Y el precio de vino es $2(12) + 13 + (-13) + 1 = 25$ soles

\therefore Costo total de una canasta y el vino: $132 + 25 = 157$ soles.

Rpta.: E

6. De un total de $\overline{m\overline{n}}$ estudiantes matriculados en el curso de Matemática Básica, se sabe que solo desaprobaron $(3m - n)$ estudiantes; determine el número de estudiantes aprobados si se tiene que $r(x) = (n - m)x + (2 - n)$ es el resto de dividir $(x^{87} + x - 3)$ con $(x^2 - x + 1)$.

- A) 51 B) 45 C) 39 D) 47 E) 58

Solución:

Por el algoritmo de la división se tiene:

$$x^{87} + x - 3 = (x^2 - x + 1)q(x) + r(x)$$

Aplicando el teorema del resto

- $x^2 - x + 1 = 0 \Rightarrow (x^2 - x + 1)(x + 1) = 0 \Rightarrow x^3 + 1 = 0$, con $x \neq 1$
- $x^3 = -1$
- $r(x) = (x^3)^{29} + x - 3 = (-1)^{29} + x - 3 = x - 4$

$$\text{Luego, } r(x) = x - 4 = (n - m)x + (2 - n) \Rightarrow \begin{cases} n - m = 1 \dots (1) \\ 2 - n = -4 \dots (2) \end{cases}$$

De (1) y (2): $n = 6$ y $m = 5$

Por tanto, el total de estudiantes matriculados es: 56

El número de estudiantes desaprobados es: 9

\therefore El número de estudiantes aprobados es: 47

Rpta.: D

7. Halle el resto que resulta de dividir el polinomio

$$p(x) = (x^2 - 2x - 8)^2(x^2 - 4x - 5)^2 - 4 \text{ con } (x^2 - 3x - 5).$$

- A) 15 B) 21 C) 9 D) 10 E) 17

Solución:

Por el Teorema del resto, se tiene:

$$\bullet \quad x^2 - 3x - 5 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x = 5$$

Luego, se tiene que:

$$p(x) = (x^2 - 2x - 8)^2(x^2 - 4x - 5)^2 - 4 = [(x - 4)(x + 2)]^2[(x - 5)(x + 1)]^2 - 4$$

$$p(x) = (x - 4)^2(x + 2)^2(x - 5)^2(x + 1)^2 - 4 = (x - 4)^2(x + 1)^2(x - 5)^2(x + 2)^2 - 4$$

$$p(x) = (x^2 - 3x - 4)^2(x^2 - 3x - 10)^2 - 4$$

$$\therefore r(x) = (5 - 4)^2(5 - 10)^2 - 4 = 21$$

Rpta.: B

8. Al dividir $p(x) = (x + 5)^{2023} + c(x + 2)^3 + 7$ por $d(x) = x^2 + 10x + 24$, se obtiene $r(x)$ y $q(x)$, el resto y cociente respectivamente. Indique el valor de $r(-2)$, sabiendo que el resto de dividir $q(x)$ con $(x + 5)$ es igual a 9.

- A) 23 B) -27 C) -19 D) 31 E) -38

Solución:

Como $\text{grad}[d(x)] = 2 \Rightarrow r(x) = mx + n$

Además, $x^2 + 10x + 24 = (x + 4)(x + 6)$ y por el Teorema del resto: $q(-5) = 9$

Por el algoritmo de la división, se tiene:

$$(x + 5)^{2023} + c(x + 2)^3 + 7 = (x + 4)(x + 6)q(x) + mx + n \dots (*)$$

Para $x = -4$ en (*): $1 - 8c + 7 = 0 - 4m + n \rightarrow 8 - 8c = -4m + n \dots (1)$

Para $x = -6$ en (*): $-1 - 64c + 7 = 0 - 6m + n \rightarrow 6 - 64c = -6m + n \dots (2)$

Para $x = -5$ en (*): $0 - 27c + 7 = -9 - 5m + n \rightarrow 16 - 27c = -5m + n \dots (3)$

De (1) - (2): $2 + 56c = 2m$

De (3) - (2): $10 + 37c = m \Rightarrow 20 + 74c = 2m$

Luego, $2 + 56c = 20 + 74c \Rightarrow c = -1$ y $m = -27$

En (1): $8 - 8(-1) = -4(-27) + n \Rightarrow n = -92$

$\therefore r(x) = -27x - 92$, luego $r(-2) = -38$.

Rpta.: E

Trigonometría

EJERCICIOS DE CLASE

1. Si x es un ángulo agudo y $\frac{\operatorname{sen} x}{1 - \cos x} + \frac{\operatorname{sen}^2 x}{1 + \cos x} + \cos x = \sqrt{5 + 5\operatorname{sen} x}$, calcule $\tan x$.

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{2}$

Solución:

$$\frac{1 + \cos x}{\operatorname{sen} x} + \frac{\operatorname{sen} x(1 - \cos x)}{\operatorname{sen} x} + \cos x = \sqrt{5(1 + \operatorname{sen} x)}$$

$$\Rightarrow \frac{1 + \cos x + \operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} x} = \sqrt{5(1 + \operatorname{sen} x)}$$

Al cuadrado:

$$\Rightarrow \frac{2(1 + \cos x)(1 + \operatorname{sen} x)}{\operatorname{sen}^2 x} = 5(1 + \operatorname{sen} x) \Rightarrow \frac{2}{5} = 1 - \cos x \Rightarrow \cos x = \frac{3}{5}$$

$$\text{Luego } \tan x = \frac{4}{3}$$

Rpta.: D

2. Si $\sec^3 x = 2 - \sec x$, determine $\frac{2\cos x - \tan^2 x}{4\sec x} - \frac{1}{4\cot^2 x}$.

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) $\frac{3}{2}$

Solución:

$$\sec^3 x + \sec x = 2 \Rightarrow \sec x(\sec^2 x + 1) = 2$$

$$\Rightarrow \sec^2 x + 1 = 2\cos x$$

Reemplazando

$$\begin{aligned} \frac{1 + \sec^2 x - \tan^2 x}{4\sec x} - \frac{\tan^2 x}{4} &= \frac{2\cos x}{4} - \frac{\tan^2 x}{4} \\ &= \frac{1 + \sec^2 x - \tan^2 x}{4} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Rpta.: B

3. La edad de Raquel en el 2010 es $16 \sqrt{\left[\frac{\sec^2 x + \csc^2 x + 3 \sec^2 x \csc^2 x}{4 \sec^2 x (1 + \cot^2 x)} \right]}$ años. Si x es la medida de un ángulo agudo, halle la edad de Raquel en el año 2025.
- A) 32 años B) 34 años C) 36 años D) 40 años E) 31 años

Solución:

Sea E la edad de Doris.

$$E = 16 \sqrt{\left[\frac{\sec^2 x + \csc^2 x + 3 \sec^2 x \csc^2 x}{4 \sec^2 x \csc^2 x} \right]} = 16 \sqrt{\left[\frac{4 \sec^2 x \csc^2 x}{4 \sec^2 x \csc^2 x} \right]} = 16$$

Entonces, la edad de Raquel en el 2010 es 16 años. Por lo tanto, su edad en el año 2025 es 31 años.

Rpta.: E

4. Las longitudes b millas y h millas son la base y la altura de una región del mar con forma triangular respectivamente, varían en el tiempo t según las siguientes reglas $b = \frac{8}{t\sqrt{4+t^2}}$ e $h = 1 + \frac{t^2}{4}$. Halle el área de dicha región de mar en el instante $t = 2 \tan \theta$, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$.
- A) $\sin \theta \text{ mi}^2$ B) $\sec \theta \text{ mi}^2$ C) $\csc \theta \text{ mi}^2$ D) $2 \tan \theta \text{ mi}^2$ E) $2 \sec \theta \text{ mi}^2$

Solución:

Reemplazando en b y h :

$$b = \frac{8}{2 \tan \theta \sqrt{4 + 4 \tan^2 \theta}} = \frac{8}{4 \tan \theta \sqrt{\sec^2 \theta}} = 2 \cot \theta \cdot \cos \theta$$

$$h = 1 + \frac{4 \tan^2 \theta}{4} = \sec^2 \theta$$

$$\text{Luego, Área} = \frac{1}{2} (2 \cot \theta \cdot \cos \theta \text{ mi}) (\sec^2 \theta \text{ mi}) = \csc \theta \text{ mi}^2$$

Rpta.: C

5. El costo de una máquina de soldadura está determinada por la expresión $30 \sec \alpha \csc \alpha$ en miles de soles, donde α es agudo. Si $\tan^4 \alpha + \cot^4 \alpha = 47$, halle el costo de la máquina.

A) S/. 110 000

B) S/. 100 000

C) S/. 120 000

D) S/. 90 000

E) S/. 80 000

Solución:

Costo: $C = 30 \sec \alpha \csc \alpha$ en miles de soles

$$\tan^4 \alpha + \cot^4 \alpha = 47 \Rightarrow (\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha)^2 = 49$$

$$\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 7 \Rightarrow (\tan \alpha + \cot \alpha)^2 = 9$$

$$\tan \alpha + \cot \alpha = 3 \Rightarrow \sec \alpha \csc \alpha = 3$$

Luego $C = 30(3) = 90$ en miles de soles

Por lo tanto, el costo de la máquina de soldadura es de S/ 90 000.

Rpta.: D

6. El valor mínimo de la expresión $\left(\frac{\cos x}{1 + \sin x} + \frac{1}{\cot x}\right)^4 \left(\frac{\sin x}{1 - \cos x} - \frac{1}{\tan x}\right)^4$ en miles de dólares es el premio de una lotería. Halle a cuánto asciende dicho premio.

A) \$ 14 000

B) \$ 15 000

C) \$ 16 000

D) \$ 17 000

E) \$ 18 000

Solución:

$$\text{Sea } E = \left(\frac{\cos x}{1 + \sin x} + \frac{1}{\cot x}\right)^4 \left(\frac{\sin x}{1 - \cos x} - \frac{1}{\tan x}\right)^4$$

$$E = \left(\frac{\cos x(1 - \sin x)}{\cos^2 x} + \frac{\sin x}{\cos x}\right)^4 \left(\frac{\sin x(1 + \cos x)}{\sin^2 x} - \frac{\cos x}{\sin x}\right)^4$$

$$E = \left(\frac{1}{\cos x}\right)^4 \left(\frac{1}{\sin x}\right)^4 = \left(\frac{1}{\sin x \cos x}\right)^4$$

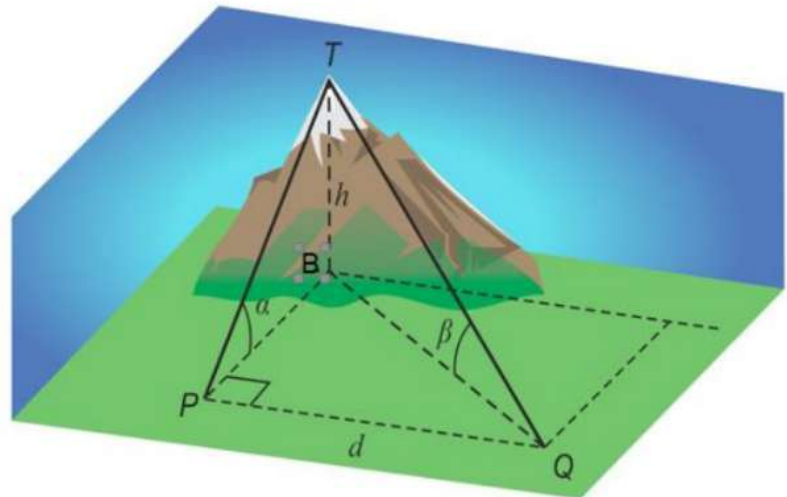
El mínimo valor de E es cuando $\sin x \cos x = \frac{1}{2}$, de donde $E_{\text{mínimo}} = 16$

Por tanto, el premio de lotería asciende a 16 mil dólares.

Rpta.: C

7. La figura mostrada representa una montaña, donde T es un punto de la cima, P y Q son puntos ubicados en el piso que contiene la base de la montaña y la distancia entre los puntos P y Q es d km. Si el punto T de la cima de esta montaña se ve desde los puntos P y Q con ángulos de elevación α y β respectivamente, calcule BT.

- A) $\frac{d \csc \alpha \csc \beta}{\sqrt{\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta}}$ km
 B) $\frac{d \csc \alpha \csc \beta}{\sqrt{\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta}}$ km
 C) $\frac{d \cdot \sin \alpha \csc \beta}{\sqrt{\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta}}$ km
 D) $\frac{d \cdot \csc \alpha \csc \beta}{\sqrt{\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta}}$ km
 E) $\frac{d \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta}{\sqrt{\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta}}$ km

**Solución:**

De la figura, $PB = h \cot \alpha$, $QB = h \cot \beta$

Del triángulo rectángulo BPQ:

$$d^2 = h^2 (\cot^2 \beta - \cot^2 \alpha)$$

$$h^2 = \frac{d^2}{\cot^2 \beta - \cot^2 \alpha}$$

$$h = \sqrt{\frac{d^2}{\csc^2 \beta - \csc^2 \alpha}}$$

$$h = \frac{d \sin \alpha \sin \beta}{\sqrt{\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta}} \Rightarrow BT = \frac{d \sin \alpha \sin \beta}{\sqrt{\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta}} \text{ km}$$

Rpta.: E

8. Las dimensiones de una caja son 2 metros de largo, $(\sec^2 x - \sen x - \tan^2 x)$ metros de ancho y $(\csc^2 x + \cos x - \cot^2 x)$ metros de alto, donde x es la medida de un ángulo agudo. Si el número que representa el volumen en m^3 de la caja también es el número del área en m^2 de una región cuadrada, determine el perímetro de dicha región en términos de x.
- A) $(1 + \sen x + \tan x)$ m
 B) $4(1 - \sen x + \cos x)$ m
 C) $4(1 + \sen x + \cos x)$ m
 D) $4(1 - \sen x - \cos x)$ m
 E) $4(1 - \sec x + \cos x)$ m

Solución:

El volumen de la caja es $V \text{ m}^3$

$$V = 2(\sec^2 x - \operatorname{sen} x - \tan^2 x)(\csc^2 x + \cos x - \cot^2 x)$$

$$V = 2(1 - \operatorname{sen} x)(1 + \cos x)$$

$$V = (1 - \operatorname{sen} x + \cos x)^2$$

Luego, el área de la región cuadrada es $A \text{ m}^2$

$$A = (1 - \operatorname{sen} x + \cos x)^2, \text{ es decir el lado del cuadrado es } (1 - \operatorname{sen} x + \cos x) \text{ m}$$

Por tanto, el perímetro del terreno cuadrangular es $4(1 - \operatorname{sen} x + \cos x) \text{ m}$.

Rpta.: B**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Si $\cos(nx) = n\cos(x)$ y $n \in \mathbb{N}$, la expresión

$$E = 1 - \frac{\operatorname{sen}^2(x)}{n^2 \cos^2(x)} + \frac{\sqrt{1 - 2\cos^2(nx) + \cos^4(nx)}}{\cos^2(nx)} \text{ es equivalente a:}$$

- A) $-n^2$ B) $\frac{1}{n^2}$ C) n^2 D) $2n^2$ E) 1.

Solución:

$$\begin{aligned} E &= 1 - \frac{\operatorname{sen}^2(x)}{n^2 \cos^2(x)} + \frac{\sqrt{(1 - \cos^2(nx))^2}}{\cos^2(nx)} \\ &= 1 - \frac{\operatorname{sen}^2(x)}{\cos^2(nx)} + \frac{\operatorname{sen}^2(nx)}{\cos^2(nx)} = \frac{\cos^2(nx) + \operatorname{sen}^2(nx) - \operatorname{sen}^2(x)}{\cos^2(nx)} \\ &= \frac{\cos^2(x)}{n^2 \cos^2(x)} = \frac{1}{n^2} \end{aligned}$$

Rpta.: B

2. El ingreso trimestral de una empresa desarrolladora de software está determinado por la expresión $(1 + \cos x - \operatorname{sen} x)^4 [(\operatorname{sen} x + \tan x)(\cot x - \cos x)]^{-2}$, en millones de soles. Calcule el ingreso anual de la empresa.

- A) 8 millones B) 10 millones C) 12 millones
D) 13 millones E) 16 millones

Solución:

$$\begin{aligned}
 \text{Sea } I &= (1 + \cos x - \operatorname{sen} x)^4 [(\operatorname{sen} x + \tan x)(\cot x - \cos x)]^{-2} \\
 &= \frac{(2(1 + \cos x)(1 - \operatorname{sen} x))^2}{\left(\operatorname{sen} x \left(1 + \frac{1}{\cos x}\right) \cos x \left(\frac{1}{\operatorname{sen} x} - 1\right)\right)^2} \\
 &= \frac{4(1 + \cos x)^2 (1 - \operatorname{sen} x)^2}{(\cos x + 1)^2 (1 - \operatorname{sen} x)^2} = 4
 \end{aligned}$$

Entonces el ingreso trimestral es 4 millones.

Por tanto, el ingreso anual es 12 millones.

Rpta.: C

3. Si $\tan \alpha = 4$ y $\tan \beta = 3$, hallar el valor de la expresión $\frac{2\operatorname{sen} \alpha + \operatorname{csc} \alpha}{\operatorname{sen}^2 \beta + 2\cos^2 \beta}$.
- A) $\frac{11}{17}$ B) $\frac{30}{11}$ C) $\frac{30}{17}$ D) $\frac{29}{17}$ E) $\frac{35}{17}$

Solución:

$$V = \frac{2\operatorname{sen}^2 \alpha + \operatorname{csc}^2 \alpha}{\operatorname{sen}^2 \beta + 2\cos^2 \beta} = \frac{1 + \operatorname{sen}^2 \alpha}{1 + \cos^2 \beta}$$

$$\tan \alpha = 4 \Rightarrow \tan^2 \alpha = 16 \Rightarrow \sec^2 \alpha = 17 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{17}$$

$$\tan \beta = 3 \Rightarrow \tan^2 \beta = 9 \Rightarrow \sec^2 \beta = 10 \Rightarrow \cos^2 \beta = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow V = \frac{2 - \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \beta} = \frac{2 - \frac{1}{17}}{1 + \frac{1}{10}} \Rightarrow V = \frac{\frac{33}{17}}{\frac{11}{10}} = \frac{30}{17}$$

Rpta.: C

4. Determine el mínimo valor entero de la expresión

$$\cot x + \frac{\operatorname{csc}^2 x + \cot^4 x}{\operatorname{csc}^2 x + \cot x} + \tan x + \frac{\sec^2 x + \tan^4 x}{\sec^2 x + \tan x}, \quad \frac{3\pi}{2} < x < 2\pi.$$

- A) 5 B) 2 C) 4 D) 3 E) 6

Solución:

$$\begin{aligned}
 E &= \cot x + \frac{\csc^2 x + \cot^4 x}{\csc^2 x + \cot x} + \tan x + \frac{\sec^2 x + \tan^4 x}{\sec^2 x + \tan x} = \\
 &= \cot x + \frac{\cot^4 x + \cot^2 x + 1}{\cot^2 x + \cot x + 1} + \tan x + \frac{\tan^4 x + \tan^2 x + 1}{\tan^2 x + \tan x + 1} \\
 &= \cot x + \frac{(\cot^2 x + 1)^2 - \cot^2 x}{\cot^2 x + \cot x + 1} + \tan x + \frac{(\tan^2 x + 1)^2 - \tan^2 x}{\tan^2 x + \tan x + 1} \\
 &= \cot x + \frac{(\cot^2 x + \cot x + 1)(\cot^2 x - \cot x + 1)}{\cot^2 x + \cot x + 1} + \tan x + \frac{(\tan^2 x + \tan x + 1)(\tan^2 x - \tan x + 1)}{\tan^2 x + \tan x + 1}
 \end{aligned}$$

$$E = \cot^2 x + 1 + \tan^2 x + 1 \geq 4.$$

Rpta.: C

5. La utilidad diaria de la empresa EL GARRAFON REAL dedicada a la producción y venta de vinos está dada por la expresión $12\sec^2 x + 48\tan x + 36$ en cientos de soles, donde x es agudo. Si la utilidad de la empresa está expresada por un número entero de soles, determine la menor utilidad de dicha empresa.

A) S/ 4801 B) S/ 4851 C) S/ 4849 D) S/ 4999 E) S/ 4901

Solución:

$$\begin{aligned}
 U(x) &= 12\sec^2 x + 48\tan x + 36 \Rightarrow U(x) = 12(1 + \tan^2 x) + 48\tan x + 36 \\
 \Rightarrow U(x) &= 12\tan^2 x + 48\tan x + 48 \Rightarrow U(x) = 12(\tan^2 x + 4\tan x + 4) = 12(\tan x + 2)^2 \\
 \text{como } 0 < x < \frac{\pi}{2} &\Rightarrow 2 < \tan x + 2 \Rightarrow 4 < (\tan x + 2)^2 \\
 \Rightarrow 48 < 12(\tan x + 2)^2 &\Rightarrow 4800 < U \\
 \therefore U &= \text{S/}4801.
 \end{aligned}$$

Rpta.: A

6. Una plancha de aluminio de forma de un sector circular de radio $(8\text{sen}\theta)$ m y longitud de arco $(1 - 3\text{sen}\theta)$ m. Si el área de dicha plancha es la máxima posible, θ es la medida de un ángulo agudo y el costo por m^2 en soles está dada por la expresión

$$900 \left(\sqrt{\frac{\tan\theta + \cot\theta + 2}{\tan\theta + \cot\theta}} - \cos\theta \right), \text{ determine el costo máximo de dicha plancha.}$$

A) 50 soles B) 40 soles C) 48 soles D) 46 soles E) 60 soles

Solución:Precio máximo por m^2

$$p = 900 \left(\sqrt{\frac{\tan\theta + \cot\theta + 2}{\tan\theta + \cot\theta}} - \cos\theta \right) \text{ soles}$$

$$p = 900 \left(\sqrt{(\sin\theta + \cos\theta)^2} - \cos\theta \right) \text{ soles}$$

$$p = 900\sin\theta \text{ soles}$$

Área máxima de la lámina:

$$S = \frac{8\sin\theta(1-3\sin\theta)m^2}{2} = 4\sin\theta(1-3\sin\theta)m^2$$

$$S = 4\sin\theta - 12\sin^2\theta \text{ m}^2$$

$$S = -12 \left(\sin^2\theta - \frac{1}{3}\sin\theta + \left(\frac{1}{6}\right)^2 - \left(\frac{1}{6}\right)^2 \right) m^2$$

$$S = \left[-12 \left(\sin\theta - \frac{1}{6} \right)^2 + \frac{1}{3} \right] m^2$$

$$\text{Si } S_{\text{máx.}} \Rightarrow \sin\theta = \frac{1}{6} \Rightarrow S_{\text{máx.}} = \frac{1}{3} m^2$$

Precio de un m^2 :

$$P = 900\sin\theta \text{ soles} = 900 \left(\frac{1}{6} \right) \text{ soles} = 150 \text{ soles}$$

Precio de la plancha:

$$P = \frac{1}{3}(150 \text{ soles}) \Rightarrow P = 50 \text{ soles}$$

Rpta.: A

7. Una empresa dedicada al rubro de producción y venta de golosinas, estima que sus ventas en el n -ésimo mes del año comercial 2024, ascenderán a $E(n)$ millones de soles.

$$\text{Si } E(n) = \sqrt{1 + \frac{3 - \sec^2\left(\frac{3n\pi}{4}\right) - \csc^2\left(\frac{3n\pi}{4}\right)}{\tan^4\left(\frac{3n\pi}{4}\right) + \cot^2\left(\frac{3n\pi}{4}\right)}}, \text{ ¿en qué meses se tendrá la máxima venta?}$$

- | | |
|---------------------------------|-----------------------------|
| A) Julio y agosto | B) Enero |
| C) Abril, setiembre y diciembre | D) febrero, junio y octubre |
| E) Abril, junio y agosto | |

Solución:

Reemplazando $x = \frac{3n\pi}{4}$

$$E(x) = \sqrt{1 + \frac{3 - \sec^2(x) - \csc^2(x)}{\tan^4(x) + \cot^2(x)}} = \sqrt{1 + \frac{3 - 1 - \tan^2(x) - 1 - \cot^2(x)}{\tan^4(x) + \frac{1}{\tan^2(x)}}$$

$$E(x) = \sqrt{1 + \frac{3 - \sec^2(x) - \csc^2(x)}{\tan^4(x) + \cot^2(x)}} = \sqrt{1 + \frac{1 - \tan^2(x) - \cot^2(x)}{\frac{\tan^6(x) + 1}{\tan^2(x)}}$$

$$E(x) = \sqrt{\frac{\tan^2(x)(\tan^4(x) - \tan^2(x) + 1)}{\tan^6(x) + 1}}$$

$$E(x) = \sqrt{\frac{\tan^2(x)}{\tan^2(x) + 1}} = \sqrt{\sin^2(x)} = |\sin(x)|$$

$$E(n) = \left| \sin\left(\frac{3n\pi}{4}\right) \right|, \quad n \in \mathbb{Z}^+, \quad 1 \leq n \leq 12$$

Probando para $n = 2, 6, 10$

Por tanto, las máximas ventas se dan en febrero, junio y octubre.

Rpta.: D

8. El número de asignaturas que le falta a Manuel para egresar de la Escuela Académico Profesional de Arquitectura es $M + A + B$, donde $M = \csc^5 x - \cot^2 x - \csc^4 x$. Si $\sin^3 x + \sin x = 1$ y $\frac{\sin^6 x - \cos^6 x}{2\sin^2 x - 1} = A - \sin^B \cos^2 x$, ¿cuántos cursos le falta a Manuel para egresar?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 5 E) 1

Solución:

$$M = \frac{1}{\sin^5 x} - \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} - \frac{1}{\sin^4 x} = \frac{1 - \sin^3 x \cos^2 x - \sin x}{\sin^5 x}$$

$$M = \frac{1 - \sin^3 x (1 - \sin^2 x) - \sin x}{\sin^5 x} = \frac{1 - \sin^3 x + \sin^5 x - \sin x}{\sin^5 x}$$

$$M = \frac{\sin^5 x}{\sin^5 x} \Rightarrow M = 1$$

Luego,

$$\frac{\operatorname{sen}^6 x - \operatorname{cos}^6 x}{2\operatorname{sen}^2 x - 1} = A - \operatorname{sen}^B x \operatorname{cos}^2 x$$

$$\frac{(\operatorname{sen}^2 x - \operatorname{cos}^2 x)(\operatorname{sen}^4 x + \operatorname{sen}^2 x \operatorname{cos}^2 x + \operatorname{cos}^4 x)}{2\operatorname{sen}^2 x - 1} = A - \operatorname{sen}^B x \operatorname{cos}^2 x$$

$$\frac{(\operatorname{sen}^2 x - (1 - \operatorname{sen}^2 x))(1 - 2\operatorname{sen}^2 x \operatorname{cos}^2 x + \operatorname{sen}^2 x \operatorname{cos}^2 x)}{2\operatorname{sen}^2 x - 1} = A - \operatorname{sen}^B x \operatorname{cos}^2 x$$

$$\frac{(2\operatorname{sen}^2 x - 1)(1 - \operatorname{sen}^2 x \operatorname{cos}^2 x)}{2\operatorname{sen}^2 x - 1} = A - \operatorname{sen}^B x \operatorname{cos}^2 x$$

$$\Rightarrow A = 1 \quad \text{y} \quad B = 2 \Rightarrow M + A + B = 4$$

Rpta.: A

Lenguaje

EJERCICIOS DE CLASE

1. La gramática de la lengua española está constituida por cuatro componentes: fonológico, morfológico, sintáctico y semántico. Estos son estudiados por las disciplinas fonología, morfología, sintaxis y semántica. Según esta afirmación, seleccione la opción que corresponde al objeto de estudio de la morfología.
- A) El sistema de fonemas y su clasificación
 - B) El significado y las relaciones semánticas
 - C) La estructura y las clases de las oraciones
 - D) Los morfemas y los procesos morfológicos
 - E) La realización de los fonos y los morfos

Solución:

La morfología es la disciplina lingüística que estudia la estructura interna de la palabra y los procedimientos de formación.

Rpta.: D

2. Las palabras pueden presentar uno o varios morfemas. Las primeras son denominadas monomorfemáticas, como papel, miel, paz, tren; las segundas, polimorfemáticas, como peces, alumnos, marineros, gatitos. Según lo mencionado, en el fragmento *Ha asomado el sol, cercano, pero frío. Esplende majestuosamente sobre las nubes que se arremolina aún abajo y corren empujadas por el viento veloz*, la cantidad de palabras monomorfemáticas es

- A) ocho.
- B) doce.
- C) once.
- D) diez.
- E) nueve.

Solución:

Las palabras monomorfemáticas del fragmento son doce: *el, sol, pero, sobre, que, se, aún, abajo, y, por, el, veloz.*

Rpta.: B

3. Morfológicamente, las palabras son clasificadas en variables e invariables. Las primeras admiten morfemas flexivos; las segundas no. Según ello, ¿cuántas palabras invariables hay en el siguiente texto?

«A la mañana siguiente, el sabio se dio cuenta de que ya no tenía sombra. Bajó a la calle, miró atónito a todas partes. ¡No estaba por ningún lado! Entonces cayó en una honda depresión. Luego exclamó: ¿Regresaré a mi país sin sombra? ¡Se burlarán de mí!».

- A) Dieciséis B) Diecinueve C) Veinte D) Diecisiete E) Dieciocho

Solución:

Las palabras invariables no admiten morfemas flexivos de género y número. En el texto, son las siguientes: *a, se, de, que, ya, no, a, a, no, por, entonces, en, luego, a, sin, se, de, mí.*

Rpta.: E

4. Las palabras polimorfemáticas son aquellas que presentan varios morfemas, como ocurre en *alumnos, bravos, negruzco, lanudos*. Según esta afirmación, seleccione la alternativa en la que se presenta más palabras de esta clase.

- A) Le di a Noé un compás y un pincel. B) Natividad comprará un lápiz para ti.
C) Pronto viajaré a París con Caridad. D) Los niños usan pantalones azulinos.
E) La hermana de Antonio es cocinera.

Solución:

En la alternativa D), las palabras polimorfemáticas *son los, niños, usan, pantalones, azulinos*. En las otras alternativas, hay menor número de palabras que tienen un solo morfema.

Rpta.: D

5. Los morfemas gramaticales se dividen en flexivos y derivativos. Los flexivos no cambian la categoría de la palabra. Los derivativos pueden cambiar la categoría de la palabra a la que se unen. Según esta afirmación, lea los siguientes enunciados y seleccione la opción en la que se presenta palabras derivadas.

- I. Noelia contemplaba el cielo azul todos los días.
II. El jardinero poda las plantas del parque distrital.
III. Las palomas volaban sobre la azotea de tu casa.
IV. El guitarrista interpretó valeses magistralmente.
V. Las calles de la ciudad son hermosas y limpias.

- A) II y III B) I y VI C) II y IV D) I y IV E) III y V

Solución:

En el enunciado II, tenemos las palabras derivadas *jardinero* y *distrital*; en el enunciado IV, las palabras derivadas son *guitarrista* y *magistralmente*.

Rpta.: C

6. Los alomorfos son las variantes de realización de un morfema. Por ejemplo, tenemos los alomorfos de negación *im-*, *-in-*, *-i-*, y los alomorfos de diminutivo *-it-* e *-ill-*. De acuerdo con esta afirmación, señale los enunciados que presentan alomorfos.

- I. Los turistas viajan muy contentos.
- II. Ese joven es intolerante e inculto.
- III. Aquel hombrón trajo un perrazo.
- IV. Pedro es iqueño; Fidel, tacneño.
- V. Los excursionistas están felices.

- A) I y III B) II y IV C) II y IV D) III y V E) IV y V

Solución:

En el enunciado III, *-ón* y *-az-* son alomorfos de aumentativo; en el enunciado V, *-s* y *-es* son alomorfos de plural.

Rpta.: D

7. Los morfemas gramaticales son de dos clases: flexivos y derivativos. Los flexivos son simples o amalgama. Según ello, con respecto al enunciado *Los amigos de Nicolás desarrollaron un proyecto de investigación histórica en este ciclo semestral*, seleccione la alternativa que presenta enunciados correctos.

- I. Todos los morfemas gramaticales son flexivos.
- II. Hay un morfema gramatical flexivo amalgama.
- III. Hay solo morfemas gramaticales flexivos de género.
- IV. Los morfemas gramaticales derivativos son tres.
- V. Los morfemas flexivos son solamente de número.

- A) I y II B) I y III C) II y V D) II y IV E) III y V

Solución:

El enunciado II es correcto porque tenemos el morfema gramatical flexivo amalgama *-aron*; también el enunciado IV es correcto porque los morfemas gramaticales derivativos son tres: *-ación*, *-ic-* y *-al*.

Rpta.: D

8. Las palabras poseen estructura con uno o varios morfemas. Estos son separados según las normas establecidas por la Real Academia Española (RAE), tal como ocurre con la palabra *anti-sísm-ic-a-s*. De acuerdo con esta afirmación, marque la opción donde hay adecuada segmentación morfológica.

- A) Parec-e que lee-s con mucho interés.
- B) Esto-s gatit-os maúll-an demasiad-o.
- C) Mir-e est-o-s tambor-es import-ad-o-s.
- D) Iris com-ió solo dos pan-es tostad-os.
- E) Aquel bomb-ero auxili-ó a ese joven.

Solución:

El enunciado de la alternativa C) *Mir-e est-o-s tambor-es import-ad-o-s* presenta correcta segmentación morfológica.

Las otras opciones deben ser segmentadas morfológicamente de la siguiente manera:

- A) Parec-e que le-es con much-o interés.
- B) Est-os gat-it-os maúll-an demasiado.
- D) Iris com-ió solo dos pan-es tost-ad-o-s.
- E) Aquel bomb-er-o auxili-ó a es-e joven.

Rpta.: C

9. La flexión no cambia la categoría lexical, mientras la derivación puede cambiarla y, además, incrementar el léxico de la lengua. La composición es la unión de dos o más palabras. Según ello, seleccione la alternativa en la que hay palabras derivadas y compuestas.

- A) Librería, portavasos, mariposas, papelería
- B) Agridulce, venenoso, imparcial, rectangular
- C) Desigual, felizmente, rompeolas, inexperto
- D) Abrelatas, ventanal, redondez, dulcísimo
- E) Indócil, lustrabotas, zapatazo, portavasos

Solución:

En esta alternativa, las palabras derivadas son *indócil* y *zapatazo*; las palabras compuestas son *lustrabotas* y *portavasos*.

Rpta.: E

10. La parasíntesis es el proceso de formación de palabras en el que se combinan la composición y la derivación (*ropa-vej-er-o*), o prefijación y sufijación de manera simultánea sobre el lexema (*en-dulz-ar*). Según esta afirmación, marque la alternativa en la que se presenta palabras formadas mediante este procedimiento.

- A) Carlos es aficionado a escuchar música nuevaolera.
- B) El tío de Juan es radioaficionado desde hace años.
- C) Embotellará el vino y lo obsequiará al cumpleaños.
- D) Los obreros textiles van a ensacar el algodón mañana.
- E) El centrocampista fue muy ágil y dio pases precisos.

Solución:

En esta alternativa, las palabras *embotellará* y *cumpleaños* son parasintéticas. La primera se ha formado por prefijación y sufijación simultáneas; la segunda, por composición y derivación.

Rpta.: C

11. Las palabras son formadas mediante los procedimientos de derivación, composición, parasíntesis, acronimia y acortamiento, entre otros. De acuerdo con esta aseveración, marque la opción en la que se relaciona la columna de las palabras con los respectivos procesos de formación; luego marque la alternativa correcta.

| | |
|-----------------------------------|-----------------|
| I. Dudoso, contaminante | a. Composición |
| II. Endurecer, portaventanero | b. Acronimia |
| III. Publiirreportaje, telemática | c. Parasíntesis |
| IV. Balompié, portaestandarte | d. Derivación |

A) Ic, Ia, IIIId, IVb

B) Id, IIc, IIIb, IVa

C) Ib, IIa, IIIId, IVc

D) Ia, IIc, IIIb, IVd

E) Id, IIb, IIIa, IVc

Solución:

La correlación correcta de las dos columnas es la siguiente:

| | |
|-----------------------------------|-----------------|
| I. Dudoso, contaminante | d. Derivación |
| II. Endurecer, portaventanero | c. Parasíntesis |
| III. Publiirreportaje, telemática | b. Acronimia |
| IV. Balompié, portaestandarte | a. Composición |

Rpta.: B

12. Las palabras de la lengua española se forman mediante los procesos de composición, derivación, parasíntesis, etc. Considerando lo mencionado, elija la alternativa que presenta palabras formadas por parasíntesis y composición respectivamente.

- A) Los jardineros regaron las plantas de la alameda.
 B) El ebanista me obsequió un portarretrato ayer.
 C) El quinceañero recibió un hermoso portalibros.
 D) Van a empedrar los caminos cercanos al caserío.
 E) El zapatero colocó un portalámparas en su casa.

Solución:

La palabra *quinceañero* (quince-añ-er-o) se formó por composición y derivación, por lo que es una palabra parasintética. La palabra *portalibros* (porta-libros) es compuesta.

Rpta.: C

Literatura

EJERCICIOS DE CLASE

1. Desde el prólogo, se observa que la novela *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*, de Miguel de Cervantes Saavedra propone una intención paródica, puesto que busca desmitificar a _____. Además, según los críticos, se erige en _____ porque profundiza en el tópico de la ficción.

- A) los relatos de los juglares – la principal obra renacentista
 B) las novelas de caballería – la primera novela moderna
 C) las aventuras mitológicas – el primer poema épico barroco
 D) las epopeyas de origen latino – la gran novela castellana
 E) las historias pastoriles – la obra cumbre del barroco español

Solución:

En el prólogo, claramente, se lee la intencionalidad paródica del autor sobre la desmitificación de la novela de caballería, ya que esta, de temática fantástica, tenía una gran aceptación del público lector. Asimismo, la crítica universal lo considera la primera novela que desarrolla el tema de la ficción con total transparencia.

Rpta.: B

2. Respecto al fragmento citado de *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*, de Miguel de Cervantes Saavedra, marque la opción que contiene la secuencia correcta de verdad (V o F) sobre el argumento de la obra.

Dióle voces Sancho, diciéndole:

—Vuélvase vuestra merced, señor don Quijote [...] ¡desdichado del padre que me engendró! ¿Qué locura es esta? Mire que no hay gigante ni caballero alguno [...]

Ni por esas volvió don Quijote, antes en altas voces iba diciendo:

—¡Ea, caballeros, los que seguís y militáis debajo de las banderas del valeroso emperador Pentapolín del Arremangado Brazo, seguidme todos! ¡Veréis cuán fácilmente le doy venganza de su enemigo Alifanfarón de la Trapobana!

Esto diciendo, se entró por medio del escuadrón de las ovejas y comenzó de alanceallas con tanto coraje y denuedo como si de veras alanceara a sus mortales enemigos. Los pastores y ganaderos que con la manada venían dábanle voces que no hiciese aquello [...]

- I. Los sucesos corresponden a la primera salida del protagonista.
- II. El Quijote, escoltado por Sancho, enfrenta a los molinos de viento.
- III. El escudero y su amo luchan para conquistar la ínsula Barataria.
- IV. En este episodio, el Quijote confunde unos rebaños con ejércitos.

A) VVFF B) FFVF C) FFFV D) FVVF E) VFFV

Solución:

I. Los hechos citados se producen en la segunda salida; además, en la primera salida no aparece Sancho. (F) II. El fragmento narra cómo don Quijote se enfrenta a unos rebaños. (F) III. Los sucesos no se relacionan con la ínsula Barataria, lo cual ocurre en la tercera salida. (F) IV. Durante la segunda salida, el protagonista confunde unos rebaños de ovejas con ejércitos. (V)

Rpta.: C

3. —Señores —dijo don Quijote—, vámonos poco a poco, pues ya en los nidos de antaño no hay pájaros hogaño. Yo fui loco y ya soy cuerdo; fui don Quijote de la Mancha y soy ahora, como he dicho, Alonso Quijano el Bueno. Pueda con vuestras mercedes mi arrepentimiento y mi verdad volverme a la estimación que de mí se tenía, y prosiga adelante el señor escribano.

Con respecto al argumento de *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*, de Miguel de Cervantes Saavedra, marque la alternativa que se deduce a partir del fragmento citado de la novela.

- A) Don Quijote retorna a la Mancha y declara estar totalmente cuerdo.
- B) Esto sucede cuando el Quijote es declarado caballero andante.
- C) En la región Montiel, el dueño de la venta le reclama a su escudero.
- D) En la Ínsula Barataria Sancho Panza es nombrado gobernador.
- E) En la tercera parte el Quijote retorna a la Mancha muy enfermo.

Solución:

En el citado fragmento, el Quijote ha retornado por tercera vez a la Mancha y en su lecho de enfermo, declara a sus amigos y familiares, que ya no está loco y nuevamente pasa a ser, el que fue siempre, Alonso Quijano, el Bueno.

Rpta.: A.

4. Marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado relacionado con la novela *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*, de Cervantes: «Al final de la obra se produce la quijotización de Sancho Panza, esto significa que el escudero se

- A) encargará de los preparativos para la tercera salida de Alonso Quijano».
 B) impregnará de la forma de pensar de su amo, volviéndose un soñador».
 C) convertirá en un hombre que, con frecuencia, recurrirá al pragmatismo».
 D) llegará a convencer de que su heroísmo resulta totalmente infructuoso».
 E) dedicará a leer libros de caballería para seguir conservando la cordura».

Solución:

Al final de la novela *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha* se lleva a cabo un proceso de intercambio de psicologías entre los personajes principales. La quijotización de Sancho implica que este, por influencia de su amo, dejará de ser aquel individuo sensato y objetivo para convertirse en un hombre idealista.

Rpta.: B

5. Cuando se publica por primera vez *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*, el hidalgo es leído como un personaje cómico; sin embargo, algunos siglos después, es interpretado como un símbolo de la expresión trágica de nuestra existencia, es decir, representa

- A) una crítica profunda a los efectos perniciosos de las novelas de caballería.
 B) la convivencia dentro de cada persona de los dos tipos humanos eternos.
 C) el sentido trascendental del amor que profesa el personaje por Dulcinea.
 D) lo infructuoso de los ideales humanos en su lucha contra la dura realidad.
 E) un cuestionamiento a la naturaleza humana en su búsqueda de la verdad.

Solución:

El sentido trágico del personaje principal de la novela recae en su lucha condenada al fracaso porque sus ideales impactan contra la realidad.

Rpta.: D

6. A partir de la estrofa de «Canto a Teresa», de José de Espronceda, seleccione la alternativa que completa correctamente el siguiente enunciado: «El Romanticismo español presenta diversas características. Entre las más destacadas se encuentra _____, tal como se puede apreciar en los versos citados».

*Yo amaba todo: un noble sentimiento
 exaltaba mi ánimo, y sentía
 en mi pecho un secreto movimiento,
 de grandes hechos generoso guía:
 la libertad con su inmortal aliento,
 santa diosa, mi espíritu encendía,
 contino imaginando en mi fe pura
 sueños de gloria al mundo y de ventura.*

- A) el individualismo B) la objetividad C) lo histórico
D) la superstición E) la tradición

Solución:

Los versos de José de Espronceda se refieren a la individualidad de modo reiterativo por medio de pronombres personales y posesivos (yo y mi). La estrofa se centra en la subjetividad del yo poético, por lo que se configura el individualismo típico del Romanticismo.

Rpta.: A

7. Luego de leer la Rima XXI, incluida en *Rimas*, de Gustavo Adolfo Bécquer, marque la alternativa que contiene la secuencia correcta de verdad o falsedad (V o F) de los siguientes enunciados relacionados con las características estilísticas de la obra.

XXI
¿Qué es poesía? dices mientras clavas
en mi pupila tu pupila azul.
¿Qué es poesía? ¿Y tú me lo preguntas?
Poesía... eres tú.

- I. Evidente concisión en la estructura poética
II. Exaltación de la temática de la pasión juvenil
III. Presencia de la mujer poesía como inspiración
IV. Notoria sencillez con relación al aspecto formal

- A) VFVV B) VFFV C) VVVF D) FFVV E) FVVV

Solución:

I. En *Rimas*, los poemas se caracterizan por su brevedad. (V) II. Abordar el tema de la pasión juvenil no es un aspecto estilístico de la obra. (F) III. Tampoco lo es la presencia de la mujer poesía. (F) IV. *Rimas* resalta por su gran sencillez formal. (V)

Rpta.: B

8. En el relato titulado «La promesa», de Gustavo Adolfo Bécquer, se insertan los siguientes versos. ¿Qué temática distintiva de las *Leyendas* del autor podemos apreciar?

*Muerta la llevan al soto,
la han enterrado en la umbría;
por más tierra que la echaban,
la mano no se cubría:
la mano donde un anillo
que le dio el conde tenía.
De noche, sobre la tumba,
diz que el viento repetía:
¡Mal haya quien en promesas de hombre fía!*

- A) Alusión al amor platónico B) Castigo por la transgresión
C) Idealización del amor D) Aprecio por lo legendario
E) Interés por lo sobrenatural

Solución:

En los versos se describe un hecho sobrenatural: la mano no puede ser enterrada a pesar de arrojarle tierra encima; así mismo, se escucha una voz misteriosa que repite una quejumbrosa frase. Esta temática, lo sobrenatural, es distintiva en los relatos del autor.

Rpta.: E

9. En el relato «Los ojos verdes», de Bécquer, el protagonista es Fernando de Argensola, un noble que ingresa a la fuente de los Álamos, un lugar prohibido donde se enamorará de un ser maligno; esto ocasionará su posterior deceso. A partir de lo expuesto, ¿qué temática de las *Leyendas*, de Bécquer, se evidencia?

- A) La conjunción de lo sagrado y lo diabólico
- B) El deseo amoroso que conduce a la locura
- C) El gusto por lo legendario y lo histórico
- D) El castigo mediante la muerte del personaje
- E) La traición amorosa como una sanción

Solución:

Un tema recurrente en las *Leyendas*, de Bécquer, es el castigo a través de la muerte o la locura del personaje; en el caso del relato «Los ojos verdes», el protagonista hallará la muerte debido a que cometió una transgresión al ingresar a un lugar prohibido.

Rpta.: D

Psicología

EJERCICIOS DE CLASE

En los siguientes enunciados identifique la respuesta correcta.

1. Nuestros sentidos reciben información del exterior de los receptores sensoriales, y por los nervios periféricos llevan la información al sistema nervioso central. Relaciona los diferentes ejemplos con su receptor sensorial respectivo.

- | | |
|--|-----------------------|
| I. Colocarse medias, levantando una pierna haciendo equilibrio | a) La retina |
| II. Pasar por un mercado, sentir un olor desagradable | b) Laberinto auditivo |
| III. Captar la energía luminosa cuando es de noche | c) Cilios olfatorios |
| A) Ic, Iib, IIIa B) Ic, IIa, IIIb C) Ia, IIb, IIIc D) Ib, IIa, IIIc E) Ib, IIc, IIIa | |

Solución:

- (I) El laberinto auditivo es el receptor de la sensación vestibular, capaz de detectar la posición del cuerpo en equilibrio con el ambiente.
- (II) Los cilios olfatorios son los encargados de captar sustancias volátiles (c).
- (III) La retina es el receptor de la visión encargado de captar energía luminosa (a).

Rpta.: E

2. Carla y sus amigos de la universidad decidieron acampar en las Pampas de Lachay. Llegaron en la noche al pueblo, y decidieron continuar para llegar a la zona, de la cual estaban a 15 minutos más, caminando. Pensaban que estaban perdidos, porque no veían nada por delante, y no sabían qué dirección tomar. De repente a Carla le parece ver una luz al fondo. Sus amigos se emocionan y empiezan a caminar mucho más rápido hacia ese estímulo. Esto sucedió porque esa luz logró alcanzar el/la _____ de Carla.
- A) umbral absoluto de la visión
B) transducción de la visión
C) umbral diferencial
D) adaptación sensorial
E) principio figura-fondo

Solución:

El umbral absoluto es la cantidad mínima de estímulo que se necesita para ser detectado por los receptores sensoriales, la poca luz que logra ver Carla a lo lejos.

Rpta.: A

3. Dalma vive en Florida y viene a pasar el verano al Perú. Cuando ingresó al mar, refiere que sintió como «si le acuchillaran los pies», pues estaba demasiado fría el agua, por lo que salió rápidamente. Reingresa al mar poco a poco, hasta que por fin se anima a zambullirse, disfrutando del mar, animando a sus amigos e indicando que ya no está tan fría el agua. Este hecho se puede explicar por la
- A) resistencia al sol.
B) adaptación sensorial.
C) tolerancia a la frustración.
D) perseverancia de Dalma.
E) transducción sensorial.

Solución:

La adaptación sensorial es la forma en la que el cuerpo reacciona a un estímulo, y la constante exposición hace que disminuya la sensibilidad, en el ejemplo, la piel recibe el cambio de temperatura, pero al pasar los segundos la piel tolera dicha temperatura.

Rpta.: B

4. Lucas es un adolescente que hizo una fogata con su familia, y se sentaron alrededor de ella. Él acercó al fuego su malvavisco, ni suficientemente cerca para asarlo y ni suficientemente lejos como para no quemarse la mano. El padre cuenta que a los nueve años se quemó la mano haciendo lo mismo. Tomando como referencia lo mencionado, identifique el valor de verdad de las siguientes proposiciones referidos a sensación y percepción.
- I. El que Lucas ahora no se acerque mucho al fuego se explica por el proceso descendente; el cerebro sabe por experiencia qué es caliente.
II. Cuando Lucas se quemó a los nueve años, esta información fue un proceso ascendente, que dejó un aprendizaje.
III. Lucas evita acercarse al fuego por el procesamiento ascendente, por ser información nueva.
- A) VFV B) FFF C) VVF D) FVV E) VVV

Solución:

Al identificar una parte de la mancha para definir en ella una figura, el resto de la mancha pasa a ser el fondo. El definir una forma coherente o simple que de fin a la ambigüedad es *pregnancia*.

Rpta.: A

Educación Cívica

EJERCICIOS DE CLASE

1. La solución de conflictos mediante la negociación tiene ciertas ventajas como por ejemplo el permitir priorizar formas democráticas de diálogo de tal manera que finalmente las dos partes en conflicto puedan

- A) considerar que la elección de una tercera persona les traerá la solución definitiva.
- B) alcanzar una forma de equilibrio que cubra sus expectativas en forma pacífica.
- C) llegar a un acuerdo que permita la intervención de una persona neutral justa.
- D) determinar quién de las dos partes debe salir beneficiada por una decisión aleatoria
- E) lograr un punto medio que les permita pasar de la conciliación al juicio civil.

Solución:

El éxito de toda negociación es lograr que ambas partes del conflicto salgan beneficiadas, exponiendo sus puntos de vista, escuchando el de la otra parte, y estar dispuestos a ceder en algunos puntos, efectuando transacciones hasta encontrar el equilibrio, para lograr el acuerdo que cubra sus expectativas y permitir una solución pacífica.

Rpta.: B

2. La conciliación es reconocida como un mecanismo de solución de conflictos que por ser reconocida por el estado pretende solucionar conflictos sin pasar necesariamente por el poder Judicial. Sin embargo, en algunos casos hay temas que no son materia de conciliación como, por ejemplo,

- A) la solicitud de liquidación de sociedad de gananciales.
- B) el requerimiento de partición de bienes inmuebles.
- C) la solicitud expresa de procesos cautelares.
- D) el pago por mejoras realizadas en un inmueble.
- E) el deseo de lograr acuerdo por pago deuda.

Solución:

La conciliación es un mecanismo alternativo en la resolución de conflictos y está a cargo del conciliador elegido por las partes, quien debe proponer alternativas de solución. Esta modalidad es reconocida y reglamentada por el Estado. Sin embargo, no puede resolver algunos temas como temas de procesos cautelares.

Rpta.: C

3. La violencia terrorista del grupo Sendero Luminoso trato de justificar su accionar político intolerante, señalando en casos la histórica desigualdad social presente en la sociedad peruana. Sin embargo, el resultado de esas aparentes consignas de justicia social, demostró finalmente ser la principal causa innecesaria de
- A) afectación a la propiedad social colectiva en la Amazonia.
 - B) la desarticulación de obras sociales en la costa.
 - C) una mayoritaria muerte de animales domésticos.
 - D) la implementación del marxismo soviético en las escuelas.
 - E) un alto número de víctimas producto de la crueldad política.

Solución:

Para la Comisión de la Verdad, Sendero Luminoso fue responsable de un alto número de víctimas y desplegó extremada violencia y crueldad, incluyendo el uso de coches-bomba en las ciudades. Otro responsable de la violencia que se vivió en la década de los 80 fue el Movimiento Revolucionario Túpac Amaru (MRTA).

Rpta.: E

4. Un profesor de un colegio urbano marginal, plantea a sus alumnos problemas y ejercicios y. al solicitar la solución, según los resultados obtenidos, realiza comentarios generales irónicos y de burla asolapada a los estudiantes que no pueden resolver los problemas. El accionar de este mal docente estaría ocasionando seguramente
- A) violencia física al aplicar a sus alumnos castigos después de sus comentarios.
 - B) una forma de violencia de género pues seguro agrede verbalmente a las niñas.
 - C) un tipo de maltrato o violencia psicológica que daña la autoestima de los estudiantes.
 - D) baja autoestima sexual y de género al dividir al salón entre capaces e incapaces.
 - E) agresión verbal a los estudiantes con discapacidades y habilidades diferentes.

Solución:

Violencia psicológica que es la acción u omisión que busca controlar o aislar a la persona contra su voluntad, a humillarla, avergonzarla, insultarla, estigmatizarla o estereotiparla (calumnias, gritos, insultos, desprecios, burlas y toda acción para dañar su autoestima), sin importar el tiempo que se requiera para su recuperación.

Rpta.: C

Historia

EJERCICIOS DE CLASE

1. La caída del Imperio romano de Occidente demostró la crisis y debilidades que tenía la estructura administrativa interna para gobernar un territorio tan extenso, lleno de tensiones sociales y una limitada capacidad productiva. La llegada de las fuerzas germanas de Odoacro, solo finalizaron la caída inminente de la autoridad imperial dirigida por Rómulo Augústulo. Con respecto a las consecuencias producidas por las invasiones bárbaras podemos mencionar:

- I. La ruralización de las actividades económicas.
- II. El surgimiento de diversas lenguas romances.
- III. La fusión cultural entre romanos y germanos.
- IV. La consolidación de las iglesias paganas.

- A) I, III y IV B) II y III C) II, III y IV D) I, II y III E) III y IV

Solución:

La caída del Imperio romano de occidente expresó las debilidades que tenía su estructura administrativa interna para gobernar un territorio tan extenso. En este sentido una serie de factores terminaron por transformar el mundo romano, sentando las bases de lo que vendría ser el medioevo. Así podemos observar que las invasiones produjeron una ruralización de las actividades económicas. También provocaron la fusión de distintos elementos culturales germanos y romanos, como ocurrió con el derecho consuetudinario que tuvo que transformarse en derecho escrito. Las lenguas germanas modificaron el latín vulgar dando como resultado las lenguas romances (italiano, francés, español, etc.).

Rpta.: D

2. La religión islámica se caracteriza por ser monoteísta y tener una fuerte influencia de las religiones cristiana, judía y persa. Esta considera que la única deidad es Alá y que los musulmanes son los fieles del islam que significa_____. Los dogmas más importantes se sustentan en _____, libro que contiene las revelaciones recibidas por _____ y las diversas normas de vida para llegar a ser un buen creyente.

- A) libro antiguo – la Torá – Abraham
- B) recitación a Dios – la Biblia – Jesús
- C) sumisión a Dios – el Corán – Mahoma
- D) plegaria al único – el Zend Avesta – Buda
- E) la única verdad – los Vedas – Zoroastro

Solución:

El islam ('sumisión a Dios') es una religión monoteísta cuyas principales doctrinas están contenidas en su libro sagrado, el Corán. Sus seguidores, a los que también se les llama musulmanes, deben cumplir cinco preceptos obligatorios que son los pilares de la fe islámica: la profesión de la fe, por la que los musulmanes testifican que no hay más Dios que Alá y que Mahoma es su único profeta. La oración cinco veces al día. La limosna, que es una contribución económica para obras benéficas. El ayuno durante el mes del Ramadán. Por último, la peregrinación a La Meca, al menos una vez en la vida.

Rpta.: C

3. Durante el reinado de Carlomagno, se asistió a un periodo de renacimiento cultural dirigido por la propia autoridad monárquica, convocándose a varios sabios extranjeros como el anglosajón Alcuino de York. Se impulsó principalmente la educación, estableciéndose diversos centros de enseñanza según el estamento social al cual se pertenecía. Uno de estos se denominó escuela Palatina, encargándose de educar

- A) a los funcionarios imperiales de la nobleza en Aquisgrán.
- B) a las mujeres de la élite para trabajos del ámbito doméstico.
- C) a los representantes del alto clero en materia administrativa.
- D) en los monasterios a los encargados de cristianizar al pueblo.
- E) a los sectores populares en lectura y matemáticas básicas.

Solución:

La estabilidad y la concentración del poder político permitió el desarrollo cultural del imperio. En esa época, la mayoría de la población era analfabeta, incluyendo al propio Carlomagno, quien decidió impulsar la fundación de distintas escuelas. La más famosa de todas fue la escuela Palatina, con sede en Aquisgrán, estuvo dirigido por Alcuino de York, educándose los funcionarios imperiales salidos de la nobleza.

Rpta.: A

4. El feudalismo fue un régimen económico, político y social que predominó durante la Edad Media europea y que se caracterizó por la importancia que tuvo la propiedad de la tierra (posesión y usufructo), las relaciones personales de dependencia (vasallaje y servidumbre) y la fuerte fragmentación del poder político. Con respecto a la organización social, establezca la relación correcta entre los diferentes grupos.

- | | |
|-----------------|---------------------------------------|
| I. Vasallo | a. Hombre libre vinculado a un noble |
| II. Nobleza | b. Compuesto por siervos y colonos |
| III. Clero | c. Controla espiritualmente al pueblo |
| IV. Campesinado | d. Señores dedicados a la guerra |

- A) Ib – IIc – IIIa – IVd
- D) Id – IIb – IIIc – IVa

- B) Ia – IId – IIIc – IVb
- E) Ia – IIb – IIIc – IVd

- C) Id – IIa – IIIc – IVb

Solución:

La nobleza comprendía a los que poseían algún título nobiliario como duque, marqués, conde o caballero. Generalmente eran los poseedores de los feudos, su actividad principal era la guerra, la caza y la política. Formaban parte de la nobleza los vasallos que eran hombres libres vinculados al señor feudal por fidelidad y el deber de prestarle servicio en determinadas circunstancias. El clero se encontraba dedicado al culto religioso, debían velar por la salvación y el control espiritual de las personas. El campesinado eran los que trabajaban la tierra, estaba compuesto por los colonos que estaban sometidos a diversos servicios que limitaban su independencia; y los siervos, personas semilibres y adscritas al feudo, pagaban al señor muchos derechos, destacando la pernada y el servicio en trabajo y en especies.

Rpta.: B

5. En la Edad Media durante los siglos XI-XIII, se produjo un nuevo impulso al proceso de urbanización. Casi todas las ciudades de Europa Occidental pasaron por un proceso de transformación, expansión y crecimiento, sirviendo de base para cambios en sus modelos de organización, contribuyendo a enriquecer y flexibilizar sus estructuras tradicionales. Este proceso denominado renacimiento urbano comercial se caracterizó, además, por

- A) el fortalecimiento de los reyes.
- B) el fin del sistema de vasallaje.
- C) el debilitamiento del artesanado.
- D) la ruina de los gremios feudales.
- E) el surgimiento de la burguesía.

Solución:

A partir del siglo XI, como consecuencia del aumento demográfico, del desarrollo económico y de la necesidad de los mercaderes de establecerse en un lugar fijo, las ciudades empezaron a recobrar importancia, permitiendo surgimiento de la burguesía, los cuales a pesar de pertenecer al estamento no privilegiado se consideraron como hombres libres, no ligados por ningún lazo de dependencia a los señores feudales. Para ellos una importante distinción social aceptable fue la riqueza.

Rpta.: E

Geografía

EJERCICIOS DE CLASE

1. El tiempo y el clima son dos conceptos relacionados con el estado de la atmósfera en un momento y lugar determinado. Los elementos del tiempo son los factores que determinan el estado actual de la atmósfera. Sobre los principales elementos del tiempo indique el valor de verdad (V o F).
- I. Viento: es el movimiento del aire de una zona de baja presión a una zona de alta presión. Se mide en kilómetros por hora (km/h) o en millas por hora (mph).
 - II. Temperatura: es la medida de la energía cinética media de las moléculas de un gas. Se puede medir en grados Celsius (°C) o Fahrenheit (°F).
 - III. Presión atmosférica: es la fuerza que ejerce el aire sobre la superficie de la Tierra. Se mide en milibares (mb) o en pulgadas de mercurio (Hg).
 - IV. Precipitación: es la cantidad de vapor de agua presente en el aire. Se mide en gramos por metro cúbico (g/m³).
- A) VFVV B) FVVF C) VFFV D) VVFF E) FVFV

Solución:

- I. **Falso.** Viento es el movimiento del aire de una zona de alta presión a una zona de baja presión. Se mide en kilómetros por hora (km/h) o en millas por hora (mph).
- II. **Verdadero.** Temperatura es la medida de la energía cinética media de las moléculas de un gas. Se puede medir en grados Celsius (°C) o Fahrenheit (°F).
- III. **Verdadero.** Presión atmosférica es la fuerza que ejerce el aire sobre la superficie de la Tierra. Se mide en milibares (mb) o en pulgadas de mercurio (Hg).
- IV. **Falso.** Humedad es la cantidad de vapor de agua presente en el aire. Se mide en gramos por metro cúbico (g/m³).

Rpta.: B

2. El Perú tiene una gran variedad climática, por lo que la ONERN estableció ocho tipos de climas principales. Relacione las siguientes ciudades con el clima que le corresponda según la clasificación descrita.
- | | |
|---------------|-------------------------------------|
| I. Arequipa | a. Cálido muy seco (árido tropical) |
| II. Moyobamba | b. Templado sub húmedo |
| III. Piura | c. Cálido húmedo |
| IV. Pucallpa | d. Semicálido muy húmedo |
- A) Ia, IId, IIIc, IVb B) Ib, IIc, IIIa, IVd C) Ic, IId, IIIb, IVa
 D) Ib, IId, IIIa, IVc E) Ic, IId, IIIa, IVb

Solución:

- Ib.** Arequipa a 2335 m s.n.m. presenta un clima templado sub húmedo que corresponde a los valles interandinos.
- IId.** Moyobamba se ubica a 860 m s.n.m. por lo que presenta un clima semicálido muy húmedo correspondiente a la selva alta.
- IIla.** Piura posee un clima cálido muy seco, con una temperatura promedio anual de 24°C, la época de lluvias es entre enero y marzo.
- IVc.** Pucallpa se encuentra a 126 m s.n.m. y presenta un clima cálido húmedo correspondiente a la zona ecuatorial.

Rpta.: D

3. Las heladas y friajes son fenómenos meteorológicos recurrentes en el Perú, que se producen principalmente en las zonas altoandinas y en la selva, dichos fenómenos tienen graves repercusiones en las actividades humanas, señale las afirmaciones correctas sobre los impactos generados.
- I. Las heladas pueden provocar enfermedades respiratorias, como la neumonía y bronquitis; que son especialmente graves en niños, ancianos y personas con enfermedades crónicas.
 - II. Los friajes causan daños a los cultivos, reduciendo la producción agrícola, especialmente en los cultivos de papa, maíz, quinua y trigo.
 - III. Las heladas pueden causar la muerte de ganado, especialmente de ovinos y bovinos en las zonas altoandinas, donde la ganadería es una actividad económica importante.
 - IV. Los friajes se registran principalmente en los departamentos de Madre de Dios, Puno, Ucayali, Huánuco, San Martín y Loreto.

- A) I y III B) I y II C) II y IV D) I, II y III E) I, III y IV

Solución:

- I. **Correcto.** Las heladas pueden provocar enfermedades respiratorias, como la neumonía y bronquitis; que son especialmente graves en niños, ancianos y personas con enfermedades crónicas.
- II. **Incorrecto.** Las heladas causan daños a los cultivos, reduciendo la producción agrícola, especialmente en los cultivos de papa, maíz, quinua y trigo.
- III. **Correcto.** Las heladas pueden causar la muerte de ganado, especialmente de ovinos y bovinos en las zonas altoandinas, donde la ganadería es una actividad económica importante.
- IV. **Correcto.** Los friajes se registran principalmente en los departamentos de Madre de Dios, Puno, Ucayali, Huánuco, San Martín y Loreto.

Rpta.: E

4. El fenómeno «El Niño», conocido también con el nombre científico de ENSO (El Niño Oscilación del Sur), es un evento a gran escala que se extiende más allá del Pacífico sur, y se produce por el aumento generalizado de la temperatura de la superficie del mar en gran parte del sector oriental y central del Pacífico Ecuatorial. Estas características pueden permanecer meses consecutivos, indique los impactos positivos que se pueden producir durante su ocurrencia.
- I. Aumento de vegetación en la costa árida (lomas, algarrobos).
 - II. La presencia de aguas cálidas permitirá el incremento de moluscos que por lo general solo son consumidos al norte del país.
 - III. Incremento del volumen de agua en los reservorios de la sierra sur del Perú.
 - IV. Migración y profundización de peces de agua fría (sardina, anchoveta, merluza, etc.).
- A) I y II B) II y III C) II y IV D) I, II y III E) I, II y IV

Solución:

- I. **Correcto.** El incremento de lluvias en la costa norte del país permitirá el aumento de vegetación en la costa árida (lomas, algarrobos).
- II. **Correcto.** La presencia de aguas cálidas permitirá el incremento de peces y moluscos que por lo general solo son consumidos al norte del país.
- III. **Incorrecto.** El incremento del volumen de agua en los reservorios se puede dar en el norte del país, por lo contrario, se presenta deficiencia de lluvias en la sierra sur del Perú.
- IV. **Incorrecto.** La migración y profundización de peces de agua fría (sardina, anchoveta, merluza, etc.) representa un impacto negativo para el país.

Rpta.: A

Economía

EJERCICIOS DE CLASE

1. En los últimos cincuenta años, el precio del petróleo ha fluctuado marcadamente en el mercado internacional, esto, por los efectos producidos por conflictos bélicos en el medio oriente, pedidos de mayores regulaciones por derramamiento de petróleo, entre otros. Las reducciones en la demanda de petróleo derivadas de las nuevas tecnologías para el ahorro de energía causaron una prolongada caída de precios después de los ochenta y el rápido aumento en la demanda mundial de petróleo respecto a su oferta produjo un crecimiento muy pronunciado en los precios al iniciarse el siglo XXI. En la actualidad ocurre algo similar ante los conflictos Israel-Palestina, Ucrania-Rusia. Con base en el enunciado, se produciría una disminución del precio del petróleo si la
 - A) demanda y la oferta aumentan en la misma magnitud.
 - B) demanda y oferta disminuyen en la misma magnitud.
 - C) oferta aumenta y la demanda disminuye en la misma magnitud.
 - D) demanda se incrementa y la oferta disminuye en la misma magnitud.
 - E) demanda del petróleo aumenta.

Solución:

Lo indicado en el enunciado resulta cierto en lo mismo para todos los mercados, de las acciones de empresas tecnológicas, de los diamantes o la tierra. Los cambios en la oferta y la demanda impulsan cambios en la producción y en los precios. Al estudiar cómo funcionan la oferta y la demanda podemos comprender la economía de mercado. Cualesquiera sean las situaciones si el resultado de estas fuerzas provoca una mayor demanda que la oferta entonces los precios tienden a subir. Si la demanda de petróleo aumenta o hay menor oferta de petróleo, ambos pueden ocasionar que el precio se eleve.

Rpta.: C

2. Con respecto a los supuestos básicos en los modelos de la oferta y la demanda, señale los enunciados que se corresponden con el comportamiento racional del consumidor.
- I. Los consumidores a veces compran productos o servicios que saben que son perjudiciales para su salud o bienestar a pesar de la evidencia racional en su contra.
 - II. Los consumidores consideran los costos a largo plazo y los beneficios antes de tomar decisiones financieras, como la compra de una vivienda, un automóvil o la inversión en educación.
 - III. Los consumidores compran productos que se ajustan a su presupuesto, lo que implica elegir opciones que no excedan sus recursos disponibles.
 - IV. A veces, los consumidores pueden comprar productos costosos solo para mostrar su estatus o imagen, incluso si no son los más racionales desde un punto de vista económico.
- A) II y III B) I y IV C) I y III D) I, II, III E) II, III y IV

Solución:

El comportamiento racional del consumidor en economía se refiere a la toma de decisiones de compra basadas en la maximización de la utilidad o satisfacción, dadas ciertas restricciones presupuestarias.

Rpta.: A

3. Un ciudadano, impactado por el incremento considerable del precio del limón, decide averiguar qué está ocurriendo en el mercado y observa que, al incrementarse el precio del pollo, las personas reducen el consumo de este bien; del mismo modo, al incrementarse el precio de la leche, las personas consumen menos leche y que ocurre lo contrario si los precios bajan. Después de este análisis llega a la conclusión que siempre que se incrementan los precios de un bien, entonces se reducen los consumos y viceversa. De acuerdo con la teoría de la demanda, el ciudadano infiere que hay una relación
- A) directa entre la demanda y el precio de los bienes.
 - B) inversa entre el precio y la demanda de los bienes.
 - C) directa entre la cantidad demandada y el precio de los bienes.
 - D) inversa entre el precio y la cantidad demandada de los bienes.
 - E) directamente proporcional entre el precio y la cantidad demandada de los bienes.

Solución:

La teoría de la demanda es un concepto fundamental en economía que se centra en el estudio del comportamiento de los consumidores y cómo toman decisiones sobre la cantidad de un bien o servicio que desean adquirir a diferentes precios. La teoría de la demanda se basa en otros, en un principio clave que tiene como ley: al mantenerse todo lo demás constante, la cantidad demandada de un bien o servicio disminuye a medida que el precio aumenta y aumenta a medida que el precio disminuye. Esto implica una relación inversa entre el precio y la cantidad demandada.

Rpta.: D

4. El fenómeno de El Niño puede tener un impacto significativo en la pesca en la costa del Perú, ya que provoca cambios en las condiciones oceánicas y climáticas que afectan la disponibilidad y la migración de diversas especies marinas. Las aguas más cálidas hacen que las anchoas adultas se adentren más en busca de temperaturas más bajas, esto hace más difícil su captura o puede provocar la captura de peces más jóvenes que aún no se han reproducido, amenazando su sostenibilidad. Esta situación obliga al estado a establecer cuotas de pescas anuales o en algunos casos la veda de la especie provocando la paralización de la industria de harina de pescado. Esta incidencia hará que los precios de la harina de pescado se incrementen debido a

- A) incrementos en los niveles de producción de la industria.
- B) incremento de oferta de anchoas.
- C) incremento de demanda de harina de pescado.
- D) escasez de anchoas.
- E) abundancia de anchoas.

Solución:

La escasez de productos ictiológicos como consecuencia de los cambios climáticos por el fenómeno de El Niño se manifiesta cuando la demanda de la especie supera a la oferta, en este caso esta situación se da al disminuir la oferta y hacerse inferior a la demanda produciendo un incremento del precio.

Rpta.: D

5. Los mercados negros pueden surgir como consecuencia de la intervención del estado al imponer precios o cuando los consumidores no encuentran las condiciones deseadas en un mercado original. Un ejemplo común de ello es cuando en el país preferimos cambiar dólares en las «calles» en vez de hacerlo en los bancos. En el supuesto que el estado peruano fijara el tipo de cambio a la baja generando escasez de la divisa, entonces en el mercado negro se pagaría un precio _____; en su defecto, para lograr que el tipo de cambio baje tendría que _____ la oferta de dólares.

- A) mayor – incrementar
- B) menor – incrementar
- C) menor – disminuir
- D) mayor – disminuir
- E) igual – incrementar

Solución:

Cuando se impone un precio por debajo del precio de equilibrio se produce escasez de los bienes afectados; en esta escasez, como es obvio, se ofertan menores unidades de la que los consumidores buscaran con un precio más bajo, lo cual provoca que, al salir a buscar las pocas unidades ofertadas, en los mercados negros terminamos pagando un precio más alto. Si no se fija el precio, una manera de buscar reducir el tipo de cambio es incrementando la oferta de esta divisa.

Rpta.: A

6. Una panadería produce para vender solo pan francés y pan de yema; al incrementarse el precio del pan de yema en el mercado sin que se vean afectados sus costos, decide producir una _____ cantidad de pan francés. De acuerdo a la ley de la oferta, esta decisión se da porque el pan de yema es _____ del pan francés en la _____ del bien.
- A) mayor – alternativo – oferta
 B) mayor – complementario – demanda
 C) menor – alternativo – oferta
 D) mayor – complementario – oferta
 E) menor – sustituto – demanda

Solución:

La ley de la oferta postula que hay una relación directa entre la cantidad ofertada y el precio del bien en el mercado, por ejemplo, si el precio del bien se incrementa el ofertante decide producir más por los beneficios que le otorga este incremento de precios. En la oferta, el productor se enfrenta a la decisión de producir un bien entre otros, estos bienes se comportan como sustitutos o alternativos en la oferta.

Rpta.: C

7. Relacione el grado de elasticidad precio de la demanda con su caso.
- I. Medicamentos específicos salvavidas sin sustitutos
 II. Bienes homogéneos en un mercado altamente competitivo
 III. Una compañía de distribución eléctrica aumenta las tarifas en un 10 %, y como resultado, la cantidad de electricidad demandada disminuye en un 10 %.
 IV. Teléfonos móviles de gama alta que suben considerablemente sus precios
 V. Combustible para calefacción en invierno en los hogares de Europa
- a. Perfectamente inelástica
 b. Elástica
 c. Inelástica
 d. Perfectamente elástica
 e. Unitaria
- A) Ia, IIb, IIIc, IVd, Ve B) Ie, IIId, IIIc, IVb, Va C) Ic, IIId, IIe, IVb, Va
 D) Ia, IIId, IIIc, IVb, Ve E) Ia, IIId, IIIe, IVb, Vc

Solución:

La elasticidad precio de la demanda (EPD) perfectamente inelástica ocurre cuando la cantidad demandada de un bien o servicio permanece constante sin importar cuánto cambie el precio.

La elasticidad precio de la demanda (EPD) perfectamente elástica se refiere a una situación en la que la cantidad demandada de un bien o servicio responde de manera infinita a cualquier cambio en el precio.

La elasticidad precio de la demanda unitaria se refiere a una situación en la que un cambio porcentual en el precio de un bien o servicio causa un cambio porcentual igual en la cantidad demandada.

La elasticidad precio de la demanda elástica se refiere a una situación en la que la cantidad demandada de un bien o servicio responde de manera más que proporcional a un cambio en el precio.

La elasticidad precio de la demanda inelástica se refiere a una situación en la que la cantidad demandada de un bien o servicio responde de manera menos que proporcional a un cambio en el precio.

Rpta.: E

8. Sea la ecuación de la curva de suministro $P = 3Q - 8$. Si para el bien en estudio se observa que su precio se incrementa de \$4 a \$7, la elasticidad precio de la oferta es _____, y se trata de una _____.

- A) 1/3 – oferta inelástica
C) 1/3 – oferta elástica
E) 7/15 – oferta inelástica

- B) 7/15 – oferta elástica
D) 15/7 – oferta elástica

Solución:

Oferta elástica se presenta cuando frente a una variación en el precio, la cantidad ofertada cambia proporcionalmente más que el precio ($E_p > 1$).

Oferta inelástica se presenta cuando frente a una variación en el precio, la cantidad ofertada casi no cambia o varía poco el precio ($E_p < 1$).

Oferta unitaria, si la cantidad ofertada y el precio varían en la misma proporción ($E_p = 1$).

Oferta perfectamente inelástica, se da cuando ante un cambio del precio, la cantidad ofertada se mantiene constante; no presenta ningún cambio ($E_p = 0$).

Oferta perfectamente elástica, cuando a un cambio en el precio, sin importar su proporción, le corresponde variación astronómica en la cantidad ofertada ($E_p = \infty$)

Al calcular las cantidades ofertadas con los precios dados, $q_1 = 4$, $q_2 = 5$, $E_{po} = 1/3$, se trata de una oferta inelástica.

Rpta.: A

9. Dado un mercado en equilibrio, cierta situación genera que la oferta de un bien se incremente en 5x (magnitud de desplazamiento) y la demanda disminuya en 6x (magnitud de desplazamiento), se podrá observar que el nuevo precio de equilibrio _____ y la nueva cantidad de equilibrio _____.

- A) aumente – aumente
C) disminuya – aumente
E) aumente – no se puede determinar

- B) disminuya – disminuya
D) no varíe – si varíe

Solución:

Ante las variaciones de la oferta y la demanda (desplazamientos de sus curvas), se pueden observar 9 casos: un caso donde la oferta y la demanda no varíen, dos casos con la oferta constante y la demanda aumente o disminuya, dos casos con la demanda constante y la oferta aumente o disminuya, dos casos donde la oferta aumente y la demanda aumente o disminuya y dos casos donde la demanda aumente y oferta aumente o disminuya. En los cuatro últimos casos, el precio o la cantidad de equilibrio no se pueden determinar a menos que se conozca la magnitud de los desplazamientos. Del enunciado, la oferta se incrementa en una magnitud inferior a la disminución de la demanda, lo que provoca que el precio de equilibrio y la cantidad de equilibrio disminuyan.

Rpta.: B

10. Cierta bien (clasificado como normal), muy apreciado por los consumidores, tiene alteraciones continuas en su oferta. Al incrementarse la demanda, dada las alteraciones de la oferta, identifique la situación que mejor refleje el cambio en el precio de equilibrio.
- A) De contraerse la oferta, el precio aumenta y de expandirse la oferta, el precio no varía.
 - B) De contraerse la oferta, el precio disminuye y de expandirse la oferta, el precio puede aumentar.
 - C) De contraerse la oferta, el precio disminuye y de expandirse la oferta, el precio puede disminuir.
 - D) De contraerse la oferta, el precio aumenta y de expandirse la oferta, el precio puede disminuir.
 - E) De contraerse la oferta el precio no varía y de expandirse la oferta el precio no varía.

Solución:

Las variaciones simultáneas de la oferta y la demanda pueden determinar cambios en el precio de equilibrio. Del enunciado, primero, considerando el incremento de la demanda como una situación de equilibrio y posteriormente analizando la expansión o contracción de la oferta, podemos observar que si la oferta se contrae el precio siempre se incrementa y si la oferta se expande el nuevo precio de equilibrio puede aumentar, no variar o disminuir. La opción que mejor se ajusta se muestra en el incremento del precio ante la contracción de la oferta y la disminución del precio ante la expansión de la oferta.

Rpta.: D

Filosofía

LECTURA COMPLEMENTARIA

«La PERSPECTIVA PRAGMÁTICA no determina la verdad, satisfacción o accesibilidad, sino la adecuación de los discursos y, por tanto, debe definirse con referencia al contexto, es decir, puntos de vista, actitudes, etc., de los participantes en el habla. Para la semántica pragmática o contextual esto significa primeramente que las frases que se afirman son verdaderas en los mundos accesibles desde los mundos del conocimiento/creencia del hablante. Para la pragmática propia significa que la expresión de una frase es adecuada en relación con los deseos, intenciones y fines del hablante de la expresión, como en aserciones, mandatos y peticiones. La perspectiva está también en relación con los deseos, objetivos y conocimiento del oyente en promesas, consejos, etc. Más generalmente, la identificación o interpretación de las expresiones como ciertos actos de habla pueden ser diferentes para hablantes y oyentes: en el contexto *c_j* la expresión *e_j* puede ser una promesa para A, pero una amenaza para B. La adecuación depende así de la perspectiva. Igualmente, como en ejemplos típicos tal como *Juan finge haber ganado un millón de dólares*, la asignación de los verbos de actos de habla depende de las creencias del hablante respecto a la verdad, adecuación o propósito del (agente del) habla representada.»

Van Dijk, T. (1980). *Texto y contexto*. Cátedra, Madrid, pp. 322-323

1. Considerando el texto anterior y desde un punto de vista pragmático, los enunciados del hablante
 - A) reflejan la intención y la voluntad del receptor o de los receptores.
 - B) ofrecen una realidad objetiva como lo hace la investigación científica.
 - C) se adecúan a los deseos, intenciones y fines del hablante o emisor.
 - D) solo se enfocan en resaltar aspectos formales del discurso o texto.
 - E) necesitan solamente de una adecuación formal al discurso hecho.

Solución:

Desde un punto de vista pragmático, el enunciado (frase, en la terminología de Van Dijk) o un discurso se refiere al contexto, pero se adecúa a los deseos, intenciones y fines del hablante o emisor, que puede tratarse de alguien que solo pide un vaso de agua o que propone un argumento.

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Martín es un estudiante de ciencias políticas que acude a un mitin en una plaza de su distrito. Allí oye a un candidato a la alcaldía que desea triunfar, por lo que busca convencer a la masa popular convocada. El estudiante escucha lo siguiente: «Si votas por mí, pronto construiré un gran hospital cerca de tu casa». Ante lo cual, los convocados aplaudieron con algarabía al candidato. Considerando lo expresado por este candidato, señale la veracidad (V o F) de los siguientes enunciados:

- | | |
|---|-----|
| I. El alcalde argumenta con pruebas empíricas. | () |
| II. El argumento dicho tiene un enfoque pragmático. | () |
| III. El alcalde ha planteado un argumento deductivo. | () |
| IV. El argumento manifestado es un <i>acto de habla</i> . | () |

- A) VFVF B) FVVV C) FVfV D) VFFV E) FVFF

Solución:

- | | |
|---|-----|
| I. El alcalde argumenta con pruebas empíricas. | (F) |
| II. El argumento dicho tiene un enfoque pragmático. | (V) |
| III. El alcalde ha planteado un argumento deductivo. | (F) |
| IV. El argumento manifestado es un <i>acto de habla</i> . | (V) |

Rpta.: C

2. En el siglo XVII, se creía que los insectos se generaban espontáneamente a partir de carne en descomposición. Francesco Redi (1626-1697), reconocido médico italiano, fue uno de quienes dudaron de la generación espontánea en general y argumentó que los insectos nacían de huevecillos que provenían de otros insectos que se habían posado antes sobre la carne. De esos huevecillos aparecerían primero larvas y luego nacerían insectos. Para sustentar su razonamiento puso carne cruda en tres frascos. Uno sin tapar, otro bien tapado y otro cubierto solo con una gasa, con lo que demostró que solo había larvas en la carne del envase abierto. Por eso, se puede afirmar que la argumentación planteada por Redi

- A) está respaldada por una evidencia o prueba empírica.
 B) se basa en una creencia muy arraigada en el siglo XVII.
 C) se orienta en verdad a explicar algún fenómeno social.
 D) tiene una clara orientación hacia el enfoque pragmático.
 E) incurre en la denominada falacia de ambigüedad.

Solución:

Abiertamente opuesto a la llamada teoría de la generación espontánea, el investigador italiano Francesco Redi presentó, en el siglo XVII, un argumento científico en contra de ella y respaldó su afirmación con evidencia o prueba empírica.

Rpta.: A

3. En una clase de lógica un docente afirma que las tautologías notables son razonamientos o argumentos lógicos correctos o válidos, y que no interesa en ellos el significado de sus variables (p, q, r, s, t , etc.). De tal manera que, por ejemplo, una tautología como el *modus tollens*: $[(p \rightarrow q) \wedge \neg q] \rightarrow \neg p$ siempre es correcta o válida independientemente de sus muchos significados:

Si Juan sale temprano de casa (p), entonces llegará temprano al colegio (q); pero no llegó temprano al colegio ($\neg q$). Por lo tanto, no salió temprano de casa ($\neg p$).

Si Luis compra una entrada para el cine (p), entonces verá la película (q); pero no vio la película ($\neg q$). Por lo tanto, no compró una entrada ($\neg p$), etc.

Por este motivo, se puede afirmar que el docente

- A) propone un enfoque pragmático del asunto.
- B) promueve el estudio de las paradojas lógicas.
- C) incurre en alguna falacia material o verbal.
- D) rechaza, efectivamente, el razonamiento matemático.
- E) plantea, sin lugar a duda, un enfoque formal.

Solución:

En el enfoque formal no interesa el significado de la argumentación o razonamiento ni de los enunciados, sino solo la estructura formal correcta del razonamiento o argumento, que es lo que le confiere precisamente la propiedad de validez. El docente plantea, sin lugar a duda, un enfoque formal.

Rpta.: E

4. El licenciado Pérez es un abogado que sabe que ha perdido técnicamente su caso, y ahora solo busca reducir la pena de su defendido. Para lograr este propósito, él toma en consideración que vivimos en una sociedad conservadora y con muchos valores cristianos. Por eso, su argumentación considerará estos aspectos contextuales para persuadir al juez de que la pena no sea tan severa para el acusado que defiende. En consecuencia, se deduce que el abogado

- A) planteará un enfoque verbal o semántico.
- B) usará verdaderamente un enfoque lógico.
- C) tomará en cuenta un enfoque pragmático.
- D) actuará, en verdad, de modo inconsistente.
- E) configurará una situación algo compleja.

Solución:

Un aspecto básico del llamado enfoque pragmático es el persuadir y convencer. En este caso particular, el abogado buscará persuadir y convencer al jurado; es decir, asumirá un enfoque pragmático.

Rpta.: C

5. En una clase de matemáticas, el profesor de Alberto señala que uno de los más grandes inventos matemáticos fue el álgebra, que emplea símbolos para representar números, con lo cual, por ejemplo, una ley como la conmutación en la multiplicación se plantea de la siguiente manera: a por b es igual a b por a ($a.b = b.a$), lo que nos permite representar *ad infinitum* casos particulares: *2 por 3 es igual a 3 por 2, 4 por 7 es igual a 7 por 4, 9 por 8 es igual a 8 por 9*, etc. Luego, concluye que el producto de a por b y el de b por a serán siempre necesariamente iguales. Considerando la conclusión expresada, se puede afirmar que el docente
- A) se apasiona por enseñar álgebra y aritmética.
 - B) busca persuadir o convencer a sus alumnos.
 - C) ha desarrollado una argumentación deductiva.
 - D) realiza solo un enfoque material del problema.
 - E) plantea la fuerza del álgebra sobre la aritmética.

Solución:

Considerando la forma del razonamiento, una argumentación puede ser inductiva o deductiva. La conclusión del profesor se caracteriza por presentar un carácter de necesidad u obligatoriedad y sucede así porque el razonamiento empleado es deductivo.

Rpta.: C

6. «Los idealistas creen que la realidad se describe mejor en forma de ideas, o percepciones, o procesos. La larga historia de las ontologías idealistas comienza con filósofos anteriores a Platón, incluido este, en la antigua Grecia y continúa con Alfred North Whitehead y Josiah Royce en nuestro siglo. El idealismo es un terreno muy ancho. Se incluyen en él posiciones que están en profundo desacuerdo entre sí. Sin embargo, estas posiciones comparten la opinión de que el materialismo no consigue describir una realidad observable, simple, permanente, causal, inteligible. Los idealistas que toman más en serio el criterio de la observabilidad son los fenomenalistas. Siguiendo a Berkeley arguyen que la materia no es observable en absoluto. Cuando vemos una mesa solo vemos en realidad una variedad de cualidades a las que damos una denominación de conjunto. Por tanto, el materialismo, afirman, incumple este criterio por completo».

Baker, G. y Clark, L. (1994). *La explicación*. FCE, Madrid, p.154

Con respecto al texto citado, los fenomenalistas argumentan que

- A) el materialismo siempre ha descrito con plenitud la realidad.
- B) hay un profundo acuerdo entre sí en la ontología idealista.
- C) la argumentación materialista es bastante consistente.
- D) los materialistas llegaron a un acuerdo mutuo sobre lo real.
- E) es imposible percibir u observar la realidad o la materia.

Solución:

Entre los idealistas, los fenomenalistas son los que más han cuestionado la observabilidad. Ellos sostienen que no se puede percibir u observar la materia, siguiendo el pensamiento de Berkeley, para quien toda la realidad se agota en la pura percepción o el famoso *esse est percipi* («ser es ser percibido»).

Rpta.: E

7. En el siglo XVIII, se usaba la teoría del flogisto para explicar la combustión de los cuerpos. Según esta teoría un cuerpo arde por una substancia hipotética dentro de este y se consume, progresivamente, hasta dejar un residuo sin flogisto. Ante esto, el científico francés Antoine Lavoisier propuso una refutación, con la cual sostuvo que los cuerpos no arden por una substancia dentro de ellos sino por algo que está fuera, o sea en el aire (el oxígeno). Se deduce que el padre de la química moderna
- A) cuestionó un sólido argumento científico.
 - B) argumentó a favor de la existencia del flogisto.
 - C) desarrolló una argumentación deductiva.
 - D) planteó un contraargumento como respuesta.
 - E) cometió en verdad una falacia de ambigüedad.

Solución:

El científico francés Lavoisier fue uno de los científicos que se opuso a la teoría del flogisto, por lo que planteó un contraargumento que luego sustentó con pruebas empíricas de laboratorio.

Rpta.: D

8. El problema de la naturaleza del método científico se ha debatido por más de dos mil años. Por ejemplo, Francis Bacon, en su obra *Novum organum*, se refirió a la lógica del procedimiento técnico-científico como una lógica contrapuesta a la aristotélica, agrupada con el nombre de *Organon*, y que, según Bacon, resultaba adecuada solo para la disputa verbal.

Considerando lo anterior, se puede afirmar que

- A) la matemática es una ciencia básicamente inductiva.
- B) para Francis Bacon, es posible la deducción en la física.
- C) la argumentación silogística o aristotélica es deductiva.
- D) Francis Bacon se oponía a la argumentación inductiva.
- E) se confirma la similitud entre la deducción y la inducción.

Solución:

Debido a la forma del razonamiento, una argumentación puede ser inductiva o deductiva. Pero en el caso del razonamiento silogístico la argumentación es deductiva.

Rpta.: C

Física

EJERCICIOS DE CLASE

1. Se deja caer una pelota de cierta altura sobre una superficie horizontal sin fricción. Se observa que la pelota rebota varias veces hasta quedar finalmente en reposo debido a la colisión inelástica con el piso. Indique la verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones:
- I. La cantidad de movimiento después de la colisión es diferente que antes de la colisión.
 - II. La energía mecánica de la pelota se conserva antes y después de la colisión.
 - III. En la colisión entre la pelota con la superficie horizontal se conserva la cantidad de movimiento.
- A) VFV B) VVF C) FFV D) FVV E) FFF

Solución:

- I. (F) La cantidad de movimiento del sistema es la misma antes y después de cada colisión con el piso.
- II. (F) En la colisión inelástica parte de la E. mecánica se transforma en energía calorífica.
- III. (V) Se cumple el principio de conservación de la cantidad de movimiento.

Rpta.: C

2. Un jugador de fútbol ejecuta un tiro penal con una pelota de masa $m = 400 \text{ g}$, la cual adquiere una rapidez $v = 30 \text{ m/s}$. Si el intervalo de tiempo que el botín del futbolista estuvo en contacto con la pelota fue de $7,2 \text{ ms}$, ¿cuál es la magnitud de la fuerza ejercida sobre la pelota?
- A) 1,15 kN B) 0,75 kN C) 1,75 kN D) 2,45 kN E) 2,75 kN

Solución:

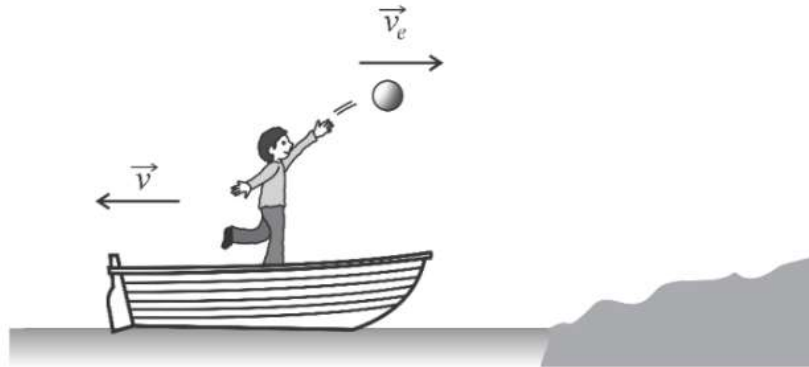
Teorema del impulso y cantidad de movimiento:

$$\Delta \vec{P} = \vec{F} \Delta t \rightarrow F = \frac{P - P_0}{\Delta t} = \frac{mv - m(0)}{\Delta t}$$

$$F = \frac{(0,40)(30) - 0}{7,2 \times 10^{-3}} = 1750 \text{ N}$$

Rpta.: C

3. En un paseo sobre una laguna, un niño, situado sobre un bote de 25 kg de masa, inicialmente en reposo, lanza una esfera de masa $m_e = 2$ kg en la dirección de la orilla del lago, con una rapidez de $v_e = 15$ m/s con respecto al bote. Si el niño y el bote se mueve con rapidez de $v = 0,5$ m/s en la dirección opuesta al borde del lago, como se muestra en la figura, ¿cuál es la masa del niño?



- A) 35 kg B) 32 kg C) 38 kg D) 30 kg E) 42 kg

Solución:

Conservación de cantidad de movimiento:

$$(m_b + m_e + m_n)v_o = m_e v_e + (m_b + m_n)v$$

Rapidez inicial en reposo: $v_o = 0$

Rapidez en dirección opuesta: $v = -0,5$ m/s

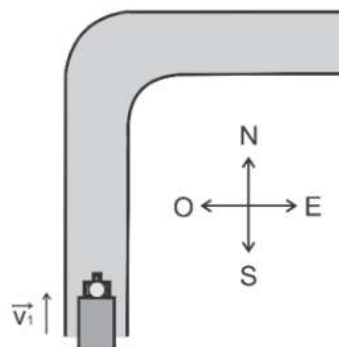
$$0 = m_e v_e - v(m_b + m_n) \rightarrow m_n = m_e \frac{v_e}{v} - m_b$$

$$m_n = (2) \left(\frac{15}{0,5} \right) - 25 = 35 \text{ kg}$$

Rpta.: A

4. En el desplazamiento de un mototaxi y su conductor de masas $M = 120$ kg y $m = 60$ kg, respectivamente, se desplaza en una pista curva, como muestra la figura. El mototaxi se desplaza inicialmente en la dirección Norte con rapidez $v_1 = 4\sqrt{3}$ m/s. Si después cambia de dirección hacia el Este con rapidez $v_2 = 4$ m/s. ¿cuál es la magnitud del impulso que experimenta el mototaxi?

- A) 1720 kgm/s
B) 1540 kgm/s
C) 1420 kgm/s
D) 1640 kgm/s
E) 1440 kgm/s



Solución:

Cantidad de movimiento inicial:

$$\vec{P}_1 = (M + m)v_1\hat{j} = 180(4\sqrt{3})\hat{j}$$

Cantidad de movimiento final:

$$\vec{P}_2 = (M + m)v_2\hat{i} = 180(4)\hat{i}$$

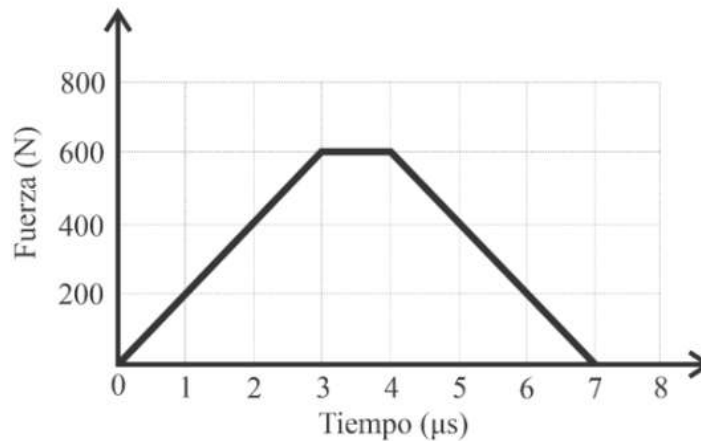
Teorema impulso-cantidad de movimiento: $\hat{I} = \Delta\vec{P}$

$$\hat{I} = \Delta\vec{P} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 = 180(4)\hat{i} - 180(4\sqrt{3})\hat{j}$$

$$I = \sqrt{(720)^2 + (-720\sqrt{3})^2} = 1440 \text{ kgm/s}$$

Rpta.: E

5. El movimiento rectilíneo de un bloque sobre una superficie horizontal sin fricción es representado a través del gráfico de la variación de la magnitud de la fuerza en función del tiempo, como se muestra en la figura. Si el bloque de masa $m=2 \text{ kg}$ parte del reposo, ¿cuál es su velocidad final?



- A) 2,4 m/s B) 0,6 m/s C) 2,6 m/s D) 1,2 m/s E) 3,2 m/s

Solución:

Impulso es igual al área del trapecio:

$$I = \frac{1}{2}(1 + 7)F = 4(600) = 2400 \times 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{s} \dots\dots (1)$$

Teorema de impulso y cantidad de movimiento:

$$I = mv - mv_0 \rightarrow v = \frac{I}{m} \dots\dots\dots (2)$$

(1) en (2):

$$v = \frac{I}{m} = \frac{2400 \times 10^{-3}}{2} = 1,2 \text{ m/s}$$

Rpta.: D

6. Una pelota se deja caer de una altura $h_1 = 5$ m sobre una superficie horizontal sin fricción. Si la pelota rebota hasta alcanzar una altura $h_2 = 3,2$ m, ¿cuál es el coeficiente de restitución entre la pelota y la superficie? ($g = 10$ m/s²)

A) 0,7 B) 0,6 C) 0,5 D) 0,8 E) 0,4

Solución:

Velocidad antes de la colisión de la partícula:

$$v_2^2 = v_1^2 + 2gh_1 \rightarrow v_2^2 = 0 + 2gh_1$$

$$v_2 = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2(10)(5)} = 10 \text{ m/s}$$

Velocidad después de la colisión:

$$v_2'^2 = v_1'^2 - 2gh_1 \rightarrow 0 = v_1'^2 - 2gh_1$$

$$v_1' = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2(10)(3,2)} = 8 \text{ m/s}$$

Regla de Newton de colisión horizontal: $\vec{v}_2' - \vec{v}_1'A = -\epsilon (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$

$$\epsilon = -\frac{v_2' - v_1'}{v_2 - v_1} = -\frac{0 - 8}{10 - 0} = 0,8$$

Rpta.: D

7. Considerando que la Luna orbita alrededor de la Tierra en una trayectoria circular de radio r , con rapidez constante. Si la masa de la Tierra y la Luna son M y m , respectivamente, ¿cuál expresión representa de la rapidez con que orbita la Luna? (La constante de gravitación universal es G).

A) $(GMmr^{-1})^{\frac{1}{2}}$ B) $(GMmr^2)^{\frac{1}{2}}$ C) $(GMmr^{-2})^{\frac{1}{2}}$
 D) $(GMmr^{-2})^{-\frac{1}{2}}$ E) $(GMmr)^{\frac{1}{2}}$

Solución:

Segunda ley de Newton: $F_g = F_c$

$$a_c = \frac{F_g}{m} = \frac{\frac{GmM}{r^2}}{m} = \frac{GM}{r^2}$$

$$\frac{v^2}{r} = \frac{GM}{r^2} \rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Rpta.: A

8. La distancia promedio del planeta Marte al Sol es igual a 1,5 veces la distancia de la Tierra al Sol. ¿Cuál es aproximadamente el periodo de revolución de Marte alrededor del Sol? (Considere: $\sqrt{3,375} \approx 1,8$)

A) 1,2 años B) 2,6 años C) 1,8 años D) 0,9 años E) 3,2 años

Solución:

Tercera ley de Kepler: $\left(\frac{T_T}{T_M}\right)^2 = \left(\frac{d_{T-S}}{d_{M-S}}\right)^3$

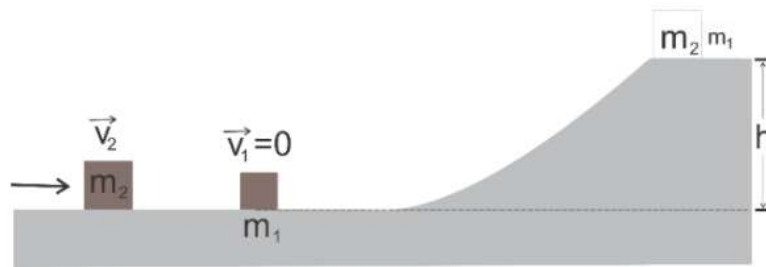
$$\left(\frac{365}{T_M}\right)^2 = \left(\frac{d_{T-S}}{1,5d_{T-S}}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \rightarrow \left(\frac{T_M}{365}\right)^2 = \frac{27}{8}$$

$$\frac{T_M}{365} = \sqrt{\frac{27}{8}} = \sqrt{3,375} \approx 1,8 \text{ años}$$

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Un bloque de masa $m_1 = 4 \text{ kg}$ se encuentra en reposo y el bloque de masa $m_2 = 6 \text{ kg}$ se desplaza con rapidez constante $v = 10 \text{ m/s}$, como muestra la figura. Si los bloques realizan una colisión completamente inelástica y, después del choque, ambos alcanzan la altura h respecto la horizontal, ¿cuál es el valor de la altura h ? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



- A) 2,4 m B) 4,2 m C) 3,2 m D) 1,2 m E) 1,8 m

Solución:

Conservación de la cantidad de movimiento:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v$$

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{(m_1 + m_2)} \rightarrow v = \frac{m_2 v_2}{m_1 + m_2} \dots\dots\dots (1)$$

Conservación de energía:

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 = (m_1 + m_2)gh \dots\dots\dots (2)$$

De (1) y (2):

$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{\left(\frac{m_2 v_2}{m_1 + m_2}\right)^2}{2g} = \frac{\left(\frac{(6)(10)}{6 + 4}\right)^2}{2(10)} = 1,8 \text{ m}$$

Rpta.: E

2. Se dispara una bala de masa $m = 12 \text{ g}$ en la dirección de un bloque de madera de $M = 720 \text{ g}$ que inicialmente está en reposo sobre una superficie horizontal, como se muestra en la figura. Después del impacto, la bala queda incrustada en el bloque y ambos se deslizan una distancia $d = 12 \text{ m}$ antes de detenerse. Si el coeficiente de fricción entre el bloque y la superficie es $\mu = 0,6$, ¿cuál era la rapidez de la bala instantes antes del impacto? (Asumir que en el instante del impacto no existe fricción en la superficie)

($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A) 624 m/s
- B) 732 m/s
- C) 764 m/s
- D) 486 m/s
- E) 822 m/s



Solución:

Conservación de la cantidad de movimiento:

$$mv_b + Mv_M = (m + M)v'_o \rightarrow v_b = \left(1 + \frac{M}{m}\right)v'_o \dots\dots\dots (1)$$

Teorema de trabajo y energía: $W = \Delta K$

$$-f_c d = \frac{1}{2}(m + M)(v_f'^2 - v_o'^2); \quad f_c = \mu(m + M)g$$

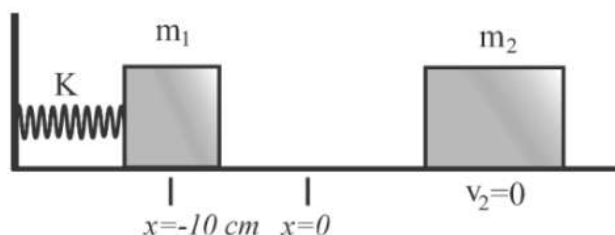
$$-\mu(m + M)gd = \frac{1}{2}(m + M)(0 - v_o'^2) \rightarrow v_o' = \sqrt{2\mu gd} \dots\dots\dots (2)$$

(2) en (1):

$$v_b = \left(1 + \frac{M}{m}\right)\sqrt{2\mu gd} = \left(1 + \frac{0,720}{0,012}\right)\sqrt{2(0,6)(10)(12)} = 732 \text{ m/s}$$

Rpta.: B

3. Un bloque de masa $m_1 = 0,4 \text{ kg}$ se encuentra en un extremo de un resorte comprimido a una distancia $x = 0,10 \text{ m}$ de su posición de equilibrio, como se muestra en la figura. En el momento que se descomprime el resorte, el bloque de masa m_1 , colisiona con otro bloque de masa $m_2 = 1,6 \text{ kg}$. Si los bloques terminan moviéndose juntos, ¿cuál es la velocidad de los dos bloques?



- A) 0,40 m/s
- B) 0,20 m/s
- C) 0,30 m/s
- D) 0,50 m/s
- E) 0,60 m/s

Solución:

Conservación de energía antes de la colisión:

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 \rightarrow v_1^2 = \frac{kx^2}{m_1} \dots\dots\dots (1)$$

Conservación de cantidad de movimiento:

$$m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)v$$

$$v = \frac{m_1v_1+m_2v_2}{(m_1+m_2)} = \frac{m_1v_1+m_2(0)}{(m_1+m_2)} = \frac{m_1}{m_1+m_2}v_1 \dots\dots\dots (2)$$

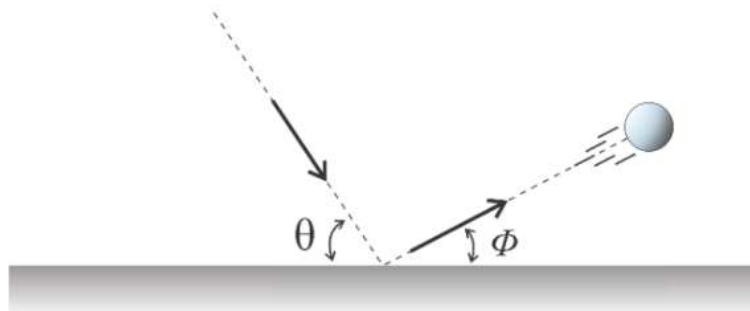
(1) en (2):

$$v = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right) \sqrt{\frac{k}{m_1}}x = \left(\frac{0,4}{0,4 + 1,6}\right) \sqrt{\frac{40}{0,4}}(0,1) = 0,2 \text{ m/s}$$

Rpta.: B

4. Una pelota de masa $m = 0.24 \text{ kg}$ choca con la superficie horizontal con velocidad incidente $V_o = 15 \text{ m/s}$ formando un ángulo $\theta = 53^\circ$, como muestra la figura. Si la velocidad instantes después de la colisión es de $V = 10 \text{ m/s}$ y forma un ángulo $\phi = 37^\circ$ con la superficie, ¿cuál es la fuerza promedio que actúa sobre la pelota si el choque es de 12 ms ?

- A) $-20\hat{i} + 360\hat{j}$
- B) $-20\hat{i} + 160\hat{j}$
- C) $20\hat{i} + 240\hat{j}$
- D) $-360\hat{i} + 20\hat{j}$
- E) $-240\hat{i} + 120\hat{j}$



Solución:

Teorema impulso – cantidad de movimiento: $\vec{I} = \Delta\vec{P}$

$$\vec{I} = I_x\hat{i} + I_y\hat{j} = m(\vec{v} - \vec{v}_o)$$

$$I_x = m(v\cos\phi - v_o\cos\theta)$$

$$I_y = m(v\sen\phi + v_o\sen\theta)$$

$$\text{De } \vec{I} = \vec{F}\Delta t \rightarrow \vec{F} = \frac{\vec{I}}{\Delta t}$$

$$\vec{F} = \frac{m}{\Delta t} [(v\cos\phi - v_o\cos\theta)\hat{i} + (v\sen\phi + v_o\sen\theta)\hat{j}]$$

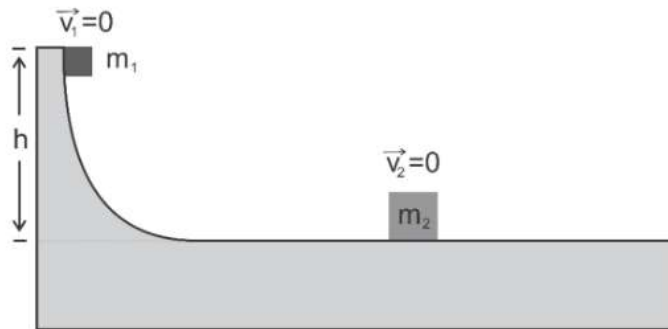
$$\vec{F} = \frac{(0,24)}{(12 \times 10^{-3})} \left[\left(10 \left(\frac{4}{5} \right) - 15\cos \left(\frac{3}{5} \right) \right) \hat{i} + \left(10 \left(\frac{3}{5} \right) + 15 \left(\frac{4}{5} \right) \right) \hat{j} \right]$$

$$\vec{F} = -20\hat{i} + 360\hat{j}$$

Rpta.: A

5. Un bloque de masa $m_1 = 0,5 \text{ kg}$ se deja caer desde una altura $h = 5 \text{ m}$ de una superficie horizontal sin fricción, donde se encuentra otro bloque de masa $m_2 = 1,0 \text{ kg}$, como se muestra en la figura. Si los bloques experimentan una colisión completamente elástica, ¿cuál es la velocidad del bloque m_1 después de la colisión? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A) 3,3 m/s
- B) -4,2 m/s
- C) 6,4 m/s
- D) -3,3 m/s
- E) 10,0 m/s



Solución:

Conservación de energía del bloque m_1 : $\Delta U + \Delta K = 0$

$$0 - m_1gh + \frac{1}{2}m_1v_1^2 - 0 = 0 \rightarrow v_1 = \sqrt{2gh}$$

$$v_1 = \sqrt{2(10)(5)} = 10 \frac{m}{s} \dots \dots \dots (1)$$

Conservación de la cantidad de movimiento: $\vec{p}_{antes} = \vec{p}_{después}$

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v'_1 + m_2v'_2 \rightarrow v_1 = v'_1 + 2v'_2$$

$$v'_2 = \frac{v_1 - v'_1}{2} \dots \dots \dots (2)$$

Conservación de energía: $K_{antes} = K_{después}$

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2$$

$$v_1^2 = v_1'^2 + 2v_2'^2 \dots \dots \dots (3)$$

(2) en (3):

$$v_1^2 = v_1'^2 + 2\left(\frac{v_1 - v_1'}{2}\right)^2 \rightarrow 2v_1^2 = 2v_1'^2 + v_1^2 - 2v_1v_1' + v_1'^2$$

$$3v_1'^2 - 2v_1v_1' - v_1^2 = 0 \rightarrow v_1' = \frac{2v_1 \pm \sqrt{(-2v_1)^2 + 4(3)(-v_1^2)}}{2(3)}$$

$$v_1' = \frac{2v_1 \pm 4v_1}{6} \rightarrow v_1' = v_1 \text{ v } v_1' = -\frac{v_1}{3}$$

La velocidad después de la colisión de m_1 es:

$$v_1' = -\frac{10}{3} = -\frac{10}{3} \approx -3,3 \text{ m/s (No es correcto } v_1' = 10 \text{ m/s)}$$

Rpta.: D

6. Galileo usó el diámetro de Jupiter, D_J , como unidad de medida en la determinación del radio orbital de sus lunas. Encontró que el radio de la luna más próxima es $r_1 = 4,2D_J$ y su periodo es de 1,8 días, y de otra luna a más alejada de su centro geométrico el periodo es de $r_2 = 16,7$ días. ¿Cuántas veces el diámetro de Júpiter es el radio orbital de la luna más distanciada?

(Dato: $(9,28)^{\frac{2}{3}} \approx 4,42$)

- A) $12 D_J$ B) $15 D_J$ C) $18 D_J$ D) $22 D_J$ E) $10 D_J$

Solución:

Tercera ley de Kepler: $\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3$

$$r_2^3 = r_1^3 \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 \rightarrow r_2 = r_1 \left(\frac{16,7}{1,8}\right)^{\frac{2}{3}} = (4,2D_J)(9,28)^{\frac{2}{3}}$$

$$r_2 = (4,2D_J)(4,42) = 18,564D_J \approx 18D_J$$

Rpta.: C

7. El planeta Venus orbita alrededor del Sol con un radio promedio de $1,0 \times 10^{12}$ m. Si la masa promedio del sol es de $1,6 \times 10^{30}$ kg, ¿cuál es el periodo orbital de Venus alrededor del Sol?

($G \approx 6,25 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$; $\pi^2 \approx 10$)

- A) $1,2 \times 10^{40}$ s B) $2,6 \times 10^{35}$ s C) 2×10^{18} s
D) $1,6 \times 10^{42}$ s E) $3,2 \times 10^{48}$ s

Solución:

Fuerza gravitacional entre el Sol y Venus:

$$F_{S-V} = \frac{Gm_S m_V}{r^2}$$

2da Ley de Newton:

$$\frac{Gm_S m_V}{r^2} = \frac{m_V v^2}{r} \rightarrow \frac{Gm_S}{r} = v^2$$

$$\frac{Gm_S}{r} = (\omega r)^2 = \left(\frac{2\pi}{T_V}\right)^2 r^2 \rightarrow Gm_S = \frac{4\pi^2}{T_V^2} r^3$$

$$T_V^2 = \frac{4\pi^2}{Gm_S} r^3 \rightarrow T_V^2 = \frac{4(10)}{(6,25 \times 10^{-11})(1,6 \times 10^{30})} (1,0 \times 10^{12})^3$$

$$T_V = \sqrt{(4)10^{36}} = 2 \times 10^{18} \text{ s}$$

Rpta.: C

Química

EJERCICIOS DE CLASE

1. La electroquímica estudia la relación entre la energía eléctrica y las reacciones químicas (reacciones redox) lo que tiene aplicaciones, como por ejemplo en las celdas electrolíticas, de purificar metales (en metalurgia), recubrir superficies (niquelado, cromado o plateado) y en el caso de celdas galvánicas o pilas generar corriente eléctrica. Ambos procesos implican transferencia de electrones. Con respecto a las definiciones, establezca la correspondencia correcta

- | | | |
|----------------------------------|-----|---|
| a) Intensidad de corriente | () | conducen electricidad a través de iones |
| b) Conductor de segunda especie. | () | carga de $6,02 \times 10^{23}$ electrones |
| c) Corriente eléctrica | () | relación carga / tiempo |
| d) Faraday | () | flujo de electrones en un conductor |

- A) bacd B) badc C) bdca D) bdac E) cabd

Solución:

- | | |
|----------------------------------|--|
| a) Intensidad de corriente | (b) conducen electricidad a través de iones |
| b) Conductor de segunda especie. | (d) carga de $6,02 \times 10^{23}$ electrones. |
| c) Corriente eléctrica | (a) relación carga / tiempo |
| d) Faraday | (c) flujo de electrones en un conductor |

Rpta.: D

2. Los procesos electrolíticos tienen una amplia variedad de aplicaciones, por ejemplo, para la purificación del agua en las plantas de tratamiento se utiliza cloro el cual se obtiene por electrolisis de la salmuera (solución concentrada de NaCl). Al respecto, seleccione el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I) En el cátodo ocurre la reducción del sodio.
 II) En el ánodo ocurre la semireacción: $2 \text{Cl}^{1-} \longrightarrow \text{Cl}_2 + 2 \text{e}^-$.
 III) La reacción global es: $\text{NaCl}_{(\text{ac})} \longrightarrow \text{Na}_{(\text{s})} + \text{Cl}_{2(\text{g})}$.

- A) VFF B) VVV C) FFV D) VFV E) FVF

Solución:

- I) **Falso.** En el cátodo ocurre la reducción del agua

$$2 \text{H}_2\text{O}_{(\text{l})} + 2 \text{e}^- \longrightarrow \text{H}_2 + 2 \text{OH}^-$$
- II) **Verdadero.** En el ánodo ocurre la semireacción: $2 \text{Cl}^{1-} \longrightarrow \text{Cl}_2 + 2 \text{e}^-$
- III) **Falso.** La reacción global es: $\text{NaCl}_{(\text{ac})} \longrightarrow \text{H}_{2(\text{g})} + \text{Cl}_{2(\text{g})}$

Rpta.: E

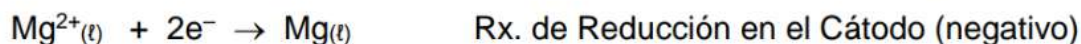
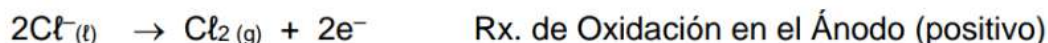
3. El magnesio es un metal muy utilizado en la fabricación de aleaciones metálicas utilizadas en el diseño de bicicletas, aeronaves y motores. A pesar que dicho metal se encuentra ampliamente distribuido en la corteza terrestre, su extracción de fuentes terrestres como los minerales es costoso, debido a ello su producción industrial se realiza a partir del agua de mar mediante el proceso Dow. En una de las etapas de dicho proceso se realiza la electrólisis del cloruro de magnesio, $MgCl_2$, fundido a $700\text{ }^\circ\text{C}$, al respecto seleccione las proposiciones correctas.

- I. Se obtiene magnesio en el ánodo y cloro gaseoso en el cátodo.
- II. Se requiere cuatro Faradays para producir 2 mol de magnesio.
- III. Si circulan 965 000 C, se producen 112 litros de Cl_2 medido a condiciones normales (C.N.).

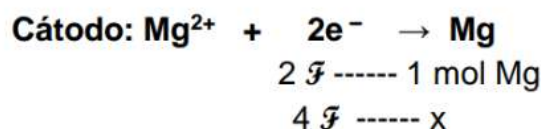
- A) Solo I B) I y II C) II y III D) I y III E) Solo III

Solución:

En electrólisis del $MgCl_2$ fundido las reacciones que ocurren en los electrodos son:



- I. **Incorrecto.** Se obtiene magnesio en el cátodo y cloro gaseoso en el ánodo.
- II. **Correcto.** Se requiere cuatro Faradays para producir 2 mol de magnesio.



$$x = \frac{4 \mathcal{F} \times 1 \text{ mol}}{2 \mathcal{F}} = 2 \text{ mol Mg}$$

- III. **Correcto.** Si circulan 965000 C, se producen 112 L de gas cloro en condiciones normales.



$$\text{A C.N : } 22,4 \text{ L -- } 2 (96500\text{C})$$

$$V \text{ ----- } 96 \text{ } 5000 \text{ C}$$

$$V = \frac{22,4 \text{ L} \times 965000 \text{ C}}{2(96500 \text{ C})} = 112 \text{ L } Cl_2$$

Rpta.: C

4. El cromado electrolítico es un proceso que se realiza con la finalidad de proteger algunas superficies metálicas o con finalidades decorativas, como el cromado de partes de automóviles. La obtención de cromo a partir del ion Cr^{3+} requiere un alto consumo de energía eléctrica. Al respecto determine la masa, en gramos, de cromo que se deposita en el electrodo correspondiente a partir de una sal de Cr^{3+} al pasar una corriente de 12 A durante el tiempo de una hora.

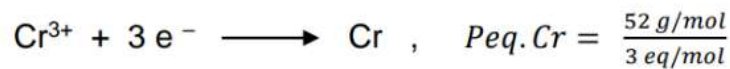
Datos: $\bar{M} \text{Cr} = 52$

- A) 77,6 B) 23,2 C) 6,77 D) 7,76 E) 7,67

Solución:

Aplicando la 1ra ley de Faraday:

$$m = \frac{\text{Peq.} \times I \times t}{96\,500}$$



$$m = \frac{52 \text{ g/mol} \times 12 \text{ A} \times 3\,600 \text{ s}}{3 \text{ eq/mol} \times 96\,500 \text{ C/eq.}}$$

$$M = 7,76 \text{ g}$$

Rpta.: D

5. Las pilas y batería de níquel-cadmio (comúnmente abreviado como NiCd) es una pila o batería recargable de uso doméstico e industrial y cuyo uso es cada vez menor debido al cadmio que es muy contaminante. La reacción que ocurre es:



Al respecto, seleccione el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

$$\text{Datos: } \begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{Ni}_{(ac)}^{2+}/\text{Ni}_{(s)}}^{\circ} &= -0,25 \text{ V} \\ \mathcal{E}_{\text{Cd}_{(ac)}^{2+}/\text{Cd}_{(s)}}^{\circ} &= -0,40 \text{ V} \end{aligned}$$

- I) El níquel se deposita en el cátodo.
 II) La oxidación del cadmio ocurre en el ánodo.
 III) El potencial estándar de la celda es de + 0,15.

- A) VFF B) VVV C) FVV D) VFV E) FVF

Solución:

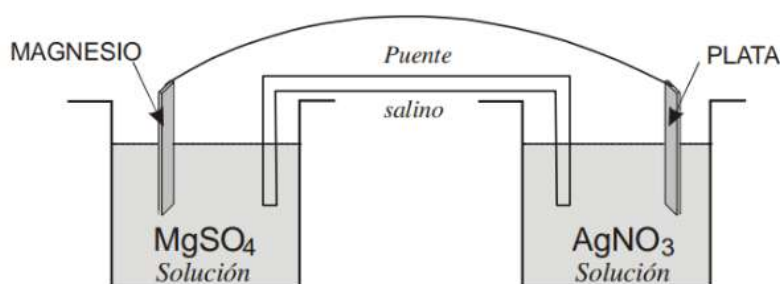
- I) **Verdadero.** El níquel al tener un potencial menos negativo se reduce, por lo que se deposita en el cátodo.
- II) **Verdadero.** Por definición la oxidación ocurre en el ánodo, por lo que en este electrodo ocurre la oxidación del cadmio, ya que este tiene un potencial más negativo.
- III) **Verdadero.** El potencial estándar de la celda es de 0,15 V

$$\varepsilon^{\circ}_{\text{celda}} = \varepsilon^{\circ}_{\text{cátodo}} - \varepsilon^{\circ}_{\text{ánodo}}$$

$$\varepsilon^{\circ}_{\text{celda}} = -0,25 - (-0,40) = +0,15 \text{ V}$$

Rpta.: B

6. En un laboratorio de ciencias se arma una celda galvánica que consta de un electrodo de plata y otro de magnesio inmersos en soluciones 1,0 M de nitrato de plata y sulfato de magnesio respectivamente, tal como se muestra en el siguiente gráfico:

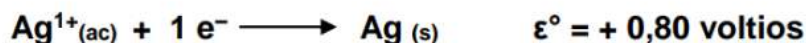


La reacción que ocurre es $\text{Mg}_{(s)} + \text{Ag}^{1+}_{(ac)} \rightarrow \text{Mg}^{2+}_{(ac)} + \text{Ag}_{(s)}$

Al respecto seleccione el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I) En el cátodo ocurre la semireacción $\text{Mg}^{2+}_{(ac)} \longrightarrow \text{Mg}_{(s)} + 2 e^{-}$.
- II) La semireacción $\text{Ag}^{1+}_{(ac)} + 1 e^{-} \longrightarrow \text{Ag}_{(s)}$ ocurre en el ánodo.
- III) El potencial de semicelda del magnesio es $-2,37 \text{ V}$.

Datos: $\varepsilon^{\circ}_{\text{celda}} = 3,17 \text{ voltios}$



- A) VFF B) VVV C) FFV D) VFV E) FVF

Solución:

- I) **Falso.** En el ánodo ocurre la semireacción $\text{Mg}^{2+}_{(ac)} + 2 e^{-} \longrightarrow \text{Mg}_{(s)}$.
- II) **Falso.** La semireacción $\text{Ag}^{1+}_{(ac)} + 1 e^{-} \longrightarrow \text{Ag}_{(s)}$ ocurre en el ánodo
- III) **Verdadero.** El potencial de semicelda del magnesio es $-2,37 \text{ V}$

$$\varepsilon^{\circ}_{\text{celda}} = \varepsilon^{\circ}_{\text{cátodo}} - \varepsilon^{\circ}_{\text{ánodo}}$$

$$\varepsilon^{\circ}_{\text{celda}} = \varepsilon^{\circ} \text{Ag}_{(\text{ac})}^{1+} / \text{Ag}_{(\text{s})} - \varepsilon^{\circ} \text{Mg}_{(\text{ac})}^{2+} / \text{Mg}_{(\text{s})}$$

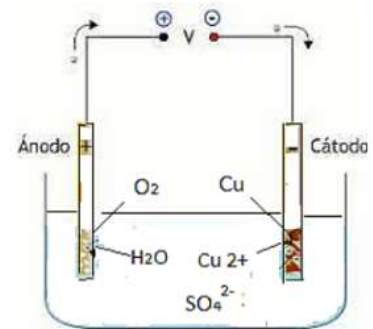
$$3,17 \text{ V} = +0,80 - \varepsilon^{\circ}_{\text{ánodo}}$$

$$\varepsilon^{\circ} \text{Mg}_{(\text{ac})}^{2+} / \text{Mg}_{(\text{s})} = 0,80 \text{ V} - 3,17 \text{ V}$$

$$\varepsilon^{\circ} \text{Mg}_{(\text{ac})}^{2+} / \text{Mg}_{(\text{s})} = -2,37 \text{ V}$$

Rpta.: C

7. Uno de los procesos finales en la metalurgia del cobre es la refinación electrolítica de este metal, para lo cual se utiliza una solución de CuSO_4 , si en una celda electrolítica, tal como la mostrada, se depositan en el cátodo 3,175 gramos de cobre, determine el volumen, en litros, de oxígeno que se libera en el ánodo, medido a condiciones normales.



Datos: $\bar{M} \text{ Cu} = 63,5$; $O_2 = 32$

- A) 0,56 B) 5,60 C) 0,80 D) 0,65 E) 6,50

Solución:

Aplicando las relaciones cuantitativas en electroquímica, tenemos:

$$\frac{m_{\text{Cu}}}{\text{Peq}_{\text{Cu}}} = \frac{m_{\text{O}_2}}{\text{Peq}_{\text{O}_2}}$$

$$\text{Cu}^{2+} + 2e^- \rightarrow \text{Cu} \quad \text{Peq. Cu} = \frac{63,5}{2} = 31,75$$

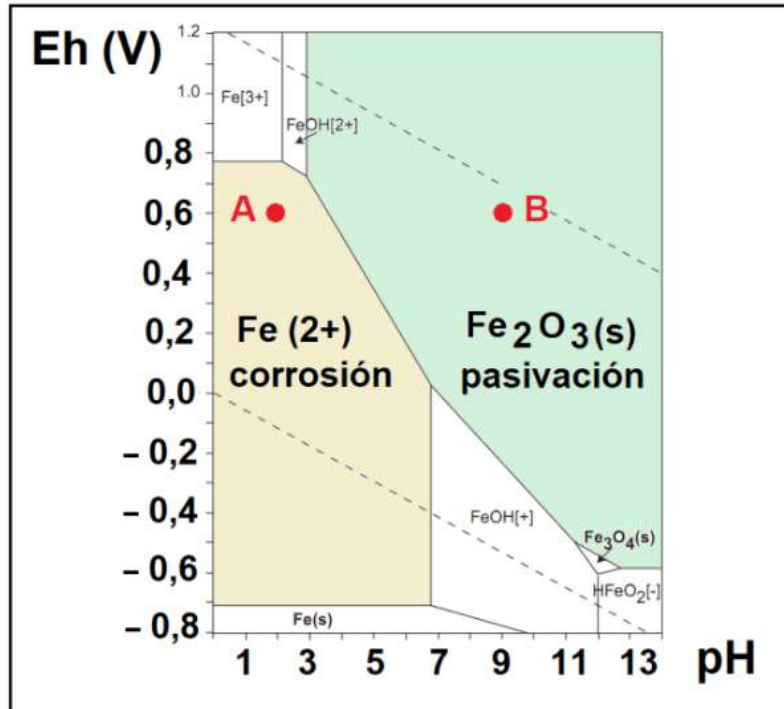
$$2\text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{O}_2 + 4\text{H}^+ + 4e^- \quad \text{Peq. O}_2 = \frac{32}{4} = 8$$

$$\frac{m_{\text{Cu}}}{\text{Peq}_{\text{Cu}}} = \frac{m_{\text{O}_2}}{\text{Peq}_{\text{O}_2}} \longrightarrow m_{\text{O}_2} = \frac{m_{\text{Cu}}}{\text{Peq}_{\text{Cu}}} \times \text{Peq}_{\text{O}_2} = \frac{3,175}{31,75} \times 8 = 0,8 \text{ g}$$

$$V (\text{L}) = 0,8 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g}} \times \frac{22,4 \text{ L}}{1 \text{ mol O}_2 \text{ C.N.}} = 0,56 \text{ L}$$

Rpta.: E

8. En los procesos electroquímicos es importante estudiar los comportamientos a diferentes condiciones de los procesos oxido – reducción. Para dicho estudio se puede usar una gráfica tomando en cuenta el valor de pH (indica la acidez o basicidad del medio).



Adaptado de: https://www.researchgate.net/figure/Figura-2-Diagrama-de-Pourbaix-del-hierro-12-y-voltaje-en-funcion-del-pH-linea-azul_fig2_297759918

Al respecto, indique el valor de verdadero (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. El punto A, está presente a un potencial de 0,6 voltios presentando el hierro en su forma ferroso en un medio con alta concentración de iones H^+ , siendo un pH bajo.
- II. El punto B, se presenta en un medio alcalino (pH mayor a 7), presentando al hierro en su forma férrica (Fe^{3+}) y una estructura de fase sólida.
- III. Si pasamos del punto A hacia el punto B, se procede a oxidar el hierro (II) convirtiéndose a hierro (III), de esa forma se realiza su pasivación.
- IV. Si el proceso parte de B rumbo hacia el punto A, 0,8 gramos de óxido férrico producen 5×10^{-3} iones ferroso, transfiriéndose 5×10^{-3} faraday.

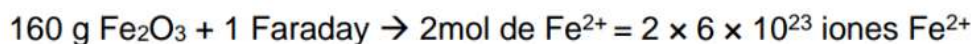
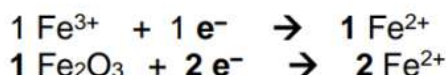
Datos: $\bar{M} O = 16$; $Fe = 56$

- A) VVVF B) VFVV C) FVVF D) VFFV E) VVFF

Solución:

- I. **Verdadero.** El punto A, se presenta el hierro en su forma ferroso (Fe^{2+}), gráficamente se observa un potencial igual a 0,6 voltios, siendo en un pH bajo (medio con alta concentración de iones H^+ , pH igual a 2).
- II. **Verdadero.** El punto B, se presenta en un medio alcalino (pH = 9), presentando al hierro en su forma férrica (Fe^{3+}) y una estructura de fase sólida, $Fe_2O_3(s)$.

- III. **Verdadero.** Si pasamos del punto A hacia el punto B, se procede a oxidar el hierro(II) (Fe^{2+}) convirtiéndose a hierro(III) ($\text{Fe}^{3+}_2\text{O}_3$), de esa forma el proceso realiza su pasivación (el gráfico lo menciona como dato).
- IV. **Falso.** Si el proceso parte de B (Fe_2O_3) rumbo hacia el punto A (Fe^{2+}), 0,8 gramos de óxido férrico producen 6×10^{21} iones ferroso (Fe^{2+}), al ganar $1,0 \times 10^{-2}$ Faraday.



$$0,8 \text{ g Fe}_2\text{O}_3 \left(\frac{2 \times 6 \times 10^{23} \text{ iones Fe}^{2+}}{160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3} \right) = 6 \times 10^{21} \text{ iones Fe}^{2+}$$

$$0,8 \text{ g Fe}_2\text{O}_3 \left(\frac{2 \text{ Faraday}}{160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3} \right) = 1,0 \times 10^{-2} \text{ faraday}$$

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. La electroquímica estudia las interrelaciones entre la corriente eléctrica y las reacciones químicas, como ejemplos tenemos una batería de celular, la refinación del cobre, etc. Con respecto a la electroquímica, seleccione la alternativa correcta de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.
- En esta participan todas las reacciones químicas.
 - Se estudian dos procesos, los galvánicos y voltáicos.
 - La unidad de carga eléctrica es el Coulomb.
 - Los procesos galvánicos generan corriente eléctrica.

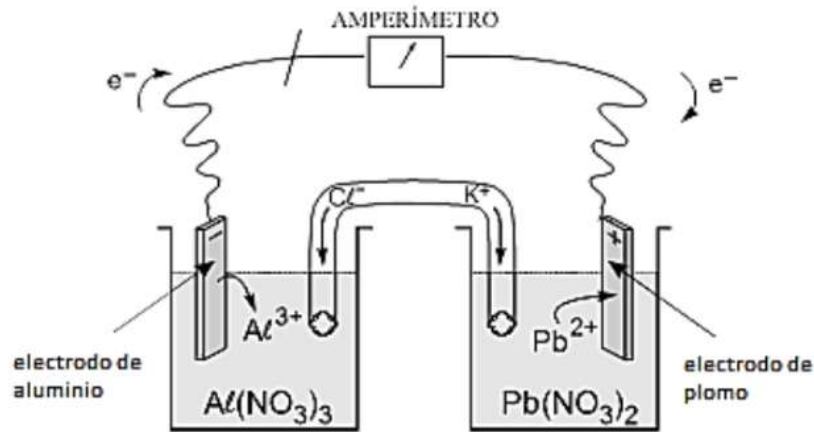
A) VFFF B) FFVV C) VVFF D) FFVF E) FVVF

Solución:

- Falso:** Las reacciones químicas involucradas en procesos electroquímicos necesitan un flujo de electrones y en el único tipo de reacción donde se realiza dicho flujo es en reacciones redox.
- Falso:** Los procesos electroquímicos son dos: los galvánicos, los cuales generan corriente eléctrica a partir de una reacción redox, mientras que, el proceso electrolítico necesita corriente eléctrica para poder realizar la reacción redox.
- Verdadero:** La unidad de carga eléctrica es el Coulomb (C).
- Verdadero:** Los procesos galvánicos generan corriente eléctrica a partir de una reacción química, es un proceso espontáneo.

Rpta.: B

2. A través de los años se han diseñado diversas celdas galvánicas siendo algunas de las más conocidas las baterías a base de plomo. La siguiente celda voltaica use la reacción espontánea entre el aluminio metálico y el nitrato de plomo (II) acuoso. Al respecto, seleccione la alternativa que muestra el diagrama de celda y el electrodo que corresponde al cátodo.



- A) $\text{Al (s)} / \text{Al}^{3+}_{(\text{ac})} // \text{Pb}^{2+}_{(\text{ac})} / \text{Pb (s)}$, plomo
 B) $\text{Al}^{3+}_{(\text{ac})} / \text{Al (s)} // \text{Pb}^{2+}_{(\text{ac})} / \text{Pb (s)}$, plomo
 C) $\text{Al (s)} / \text{Al}^{3+}_{(\text{ac})} // \text{Pb (s)} / \text{Pb}^{2+}_{(\text{ac})}$, plomo
 D) $\text{Pb (s)} / \text{Pb}^{2+}_{(\text{ac})} // \text{Al (s)} / \text{Al}^{3+}_{(\text{ac})}$, aluminio
 E) $\text{Pb (s)} / \text{Pb}^{2+}_{(\text{ac})} // \text{Al}^{3+}_{(\text{ac})} / \text{Al (s)}$, aluminio

Solución:

Del gráfico, se puede representar lo siguiente:

$\text{Al (s)} / \text{Al}^{3+}_{(\text{ac})} // \text{Pb}^{2+}_{(\text{ac})} / \text{Pb (s)}$, plomo

Oxidación (ánodo) // Reducción (cátodo)

Rpta.: A

3. La electrocardiografía es un procedimiento que determina la actividad eléctrica del corazón, para lo cual se colocan electrodos de plata en diversas partes del cuerpo. Para el diseño de dichos electrodos, se sumerge un botón metálico en una solución de nitrato de plata, $\text{AgNO}_{3(\text{ac})}$, utilizando al botón como cátodo y un electrodo de platino como ánodo. Al respecto, seleccione la(s) proposición(es) **incorrecta(s)**.

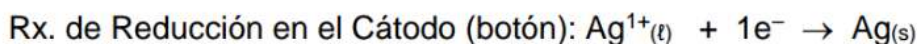
Dato: $\overline{M}_{\text{Ag}} = 108 \text{ g/mol}$

- I. El botón es el electrodo negativo, y sobre él se deposita plata metálica.
 II. En el ánodo, los iones nitrato se oxidan formando oxígeno gaseoso.
 III. Al circular 10 mA de corriente durante 965 s, se producen 108 mg de plata.

- A) Solo II B) I y II C) Solo III D) I y III E) Solo I

Solución:

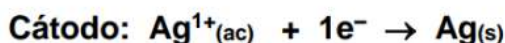
En la electrólisis del $\text{AgNO}_{3(\text{ac})}$ las reacciones que ocurren en los electrodos son:



I. **Correcto.** El botón es el cátodo (electrodo negativo), y sobre él se deposita plata metálica, a partir de la reducción de los iones plata.: $\text{Ag}^{1+}_{(\text{l})} + 1\text{e}^- \rightarrow \text{Ag}_{(\text{s})}$

II. **Incorrecto.** En el ánodo el agua se oxida formando oxígeno gaseoso.
Rx. de Oxidación en el Ánodo (platino): $2\text{H}_2\text{O}_{(\text{l})} \rightarrow \text{O}_{2(\text{g})} + 4\text{H}^+ + 4\text{e}^-$

III. **Correcto.**



Para determinar la masa de plata apliquemos la 1° ley de Faraday

$$m_{\text{Ag}} = \frac{P_{\text{eq}}}{96500} \times I \times t$$



$$I = 10 \text{ mA} = 10^{-2} \text{ A}$$

$$t = 965 \text{ s}$$

$$m_{\text{Ag}} = \frac{P_{\text{eq}}}{96500} \times I \times t = \frac{108 \text{ g}}{96500 \text{ C}} \times 10^{-2} \text{ A} \times 965 \text{ s} = 1,08 \times 10^{-2} \text{ g Ag} = 10,8 \text{ mg Ag}$$

Rpta.: A

4. Una aplicación de la electrólisis son los recubrimientos metálicos, los cuales se realizan para proteger al material contra la corrosión y a su vez darle mayor estética, por ejemplo, un arete se desea recubrir con una delgada capa de oro de 98,5 miligramos, proveniente de una solución de iones Au^{3+} , utilizando una corriente de 1,0 amperio. Al respecto, determine el tiempo, en segundos, para depositar el oro sobre el arete.

Dato: $\overline{M}_{\text{Au}} = 197 \text{ g/mol}$

- A) $1,45 \times 10^2$ B) $1,45 \times 10^3$ C) $1,45 \times 10^{-3}$ D) $1,45 \times 10^{-2}$ E) $1,45 \times 10^4$

Solución:

Datos:

$$m = 98,5 \text{ mg} = 9,85 \times 10^{-2} \text{ g}$$

$$I = 1,0 \text{ A}$$

$$t = ?$$



Utilizamos la primera ley de Faraday:

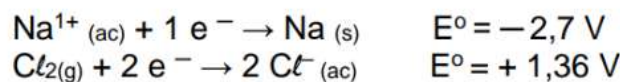
$$m_{Au} = \frac{P_{eq}}{96500} \times I \times t$$

$$9,85 \times 10^{-2} g = \frac{197 g}{3 \times 96\,500 C} \times 1 A \times t$$

$$t = 144,75 s = 1,45 \times 10^2 s$$

Rpta.: A

5. El avance en el desarrollo de celulares demanda el diseño de celdas galvánicas que almacenen cada vez más energía, debido a ello, en el 2021, un equipo de investigación de la Universidad de Stanford diseñó una celda galvánica cloro-sodio que genera seis veces más energía que las utilizadas comercialmente. Dicha celda utiliza los siguientes potenciales:



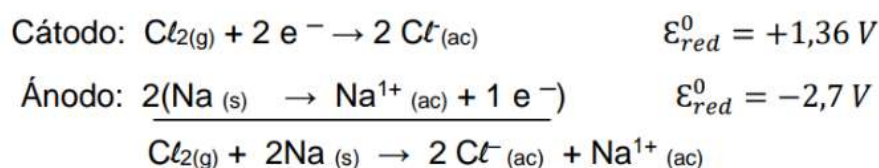
Al respecto, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. El cloro gaseoso se reduce y el sodio se oxida.
- II. La reacción global es: $\text{Cl}_{2(g)} + 2\text{Na}_{(s)} \rightarrow 2\text{Cl}^{-}_{(ac)} + 2\text{Na}^{1+}_{(ac)}$
- III. El potencial de la celda galvánica es 1,34 V.

- A) VVV B) VFF C) FVF D) VVF E) FFV

Solución:

En una celda galvánica, el que posee el mayor potencial es quien se reduce, por tal razón el $\text{Cl}_{2(g)}$ se reduce y el sodio se oxida.



- I. **Verdadero.** El cloro gaseoso se reduce y el sodio se oxida.
- II. **Verdadero.** La reacción global es: $\text{Cl}_{2(g)} + 2\text{Na}_{(s)} \rightarrow 2\text{Cl}^{-}_{(ac)} + 2\text{Na}^{1+}_{(ac)}$
- III. **Falso.** El potencial de la celda galvánica es 4,06 V.

$$\begin{aligned} \mathcal{E}^{\circ}_{Celda} &= \mathcal{E}^{\circ}_{red_{cátodo}} - \mathcal{E}^{\circ}_{red_{ánodo}} \\ \mathcal{E}^{\circ}_{Celda} &= 1,36 v - (-2,7 V) \\ \mathcal{E}^{\circ}_{Celda} &= +4,06 V \end{aligned}$$

Rpta.: D

6. En el laboratorio de UNMSM, un alumno necesita encender una lámpara, pero no tiene la pila que genera 1,20 V, utilizando su conocimiento en química solicita al encargado un alambre de hierro y uno de aluminio, con sus respectivas soluciones ($\text{Fe}(\text{NO}_3)_2$ y $\text{Al}(\text{NO}_3)_3$), después de armar la celda galvánica espera obtener como mínimo el valor para prender la lámpara, al respecto seleccione el valor (V o F) de las siguientes proposiciones:

Datos:

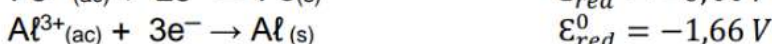


- I. El aluminio es el cátodo, mientras que, el hierro es el ánodo.
- II. El diagrama de celda es $\text{Al}_{(\text{s})} / \text{Al}^{3+}_{(\text{ac})} // \text{Fe}^{2+}_{(\text{ac})} / \text{Fe}_{(\text{s})}$.
- III. El voltaje generado sirve para prender la lámpara.

- A) FVF B) VVV C) FFV D) VFF E) FVV

Solución:

Al observar ambos potenciales podemos decir que el mayor se reduce y el menor se oxida, por tal razón:



El hierro se reduce (cátodo) y el aluminio se oxida (ánodo):

$$\mathcal{E}_{\text{cel}}^0 = \mathcal{E}_{\text{red}(\text{Fe})}^0 - \mathcal{E}_{\text{red}(\text{Al})}^0$$

$$\mathcal{E}_{\text{cel}}^0 = -0,44 - (-1,66) = +1,22 \text{ V}$$

- I. **Falso.** El aluminio es el ánodo, mientras que, el hierro es el cátodo.
- II. **Verdadero.** El diagrama de celda es $\text{Al}_{(\text{s})} / \text{Al}^{3+}_{(\text{ac})} // \text{Fe}^{2+}_{(\text{ac})} / \text{Fe}_{(\text{s})}$.
- III. **Verdadero.** El voltaje generado por la pila es de 1,22 V y es mayor que el voltaje requerido.

Rpta.: E

Biología

EJERCICIOS DE CLASE

1. En cuanto al transporte de la savia bruta a través del xilema, debemos considerar algunos aspectos como la presión radicular, el ingreso de agua vía apoplasto o simplasto, la tasa de evaporación de agua a nivel del envés de las hojas, la cohesión, la tensión superficial, etc. De todos los mencionados, aquel aspecto directamente relacionado con el ascenso de la columna de agua hacia las hojas mediante fuerzas de tensión es
 - A) la presión radicular.
 - B) el ingreso de agua vía apoplasto.
 - C) el ingreso de agua vía simplasto.
 - D) la tasa de evaporación.
 - E) la presión osmótica radical.

Solución:

El aspecto directamente relacionado con el ascenso de la columna de agua hacia las hojas mediante fuerzas de tensión es la tasa de evaporación.

Rpta.: D

2. El movimiento descendente de la savia elaborada ocurre gracias a la diferencia de presión osmótica entre las células de la hoja con fotosíntesis activa y las de las raíces. Los azúcares producidos por la fotosíntesis son transferidos al interior de las células cribosas, lo que resulta en un bajo potencial osmótico en las tráqueas del xilema y ocasiona el ingreso del agua por osmosis. Así, la presión hidrostática producida en el floema, obliga a la savia a descender. Todo lo descrito se conoce como
- A) el modelo coheso-tenso-transpiratorio. B) la teoría del flujo de masas.
C) la teoría de la capilaridad. D) el modelo de tasa de evaporación.
E) la teoría de la presión negativa.

Solución:

El movimiento descendente de la savia elaborada ocurre gracias a la diferencia de presión osmótica entre las células de la hoja con fotosíntesis activa y las de las raíces. El mecanismo que promueve el descenso de la savia elaborada se conocido como «teoría del flujo de masas».

Rpta.: B

3. Durante una práctica del curso de Biología General, en los apuntes de un estudiante se puede leer: «presencia de vaso dorsal y vaso ventral, anillos contráctiles periesofágicos que conectan al vaso dorsal con el vaso ventral, presencia de vasos capilares». Entre las siguientes alternativas, ¿qué tipo de animal podría ser el examinado?
- A) Vertebrado B) Artrópodo C) Anélido
D) Nematodo E) Platelinto

Solución:

Los anélidos como las «lombrices de tierra», son animales que presentan un vaso ventral y otro dorsal que están conectados por medio de los anillos (corazones) periesofágicos.

Rpta.: C

4. Durante el ciclo cardiaco humano, el proceso de llenado finaliza con
- A) el cierre de válvulas sigmoideas.
B) el cierre de válvulas auriculo-ventriculares.
C) el incremento de la presión arterial.
D) la contracción ventricular.
E) la apertura de las válvulas sigmoideas.

Solución:

El ciclo cardíaco es el conjunto de fenómenos hemodinámicos, eléctricos y acústicos que significan el funcionamiento del corazón. Durante el llenado, desde las aurículas fluye sangre hacia los ventrículos. Este proceso termina cuando los ventrículos se contraen y la presión que generan cierra las válvulas auriculoventriculares que estaban abiertas.

Rpta.: D

8. Si bien conocemos que, en función al latido cardiaco, el corazón humano es miogénico, también es cierto que el sistema nervioso influye en su trabajo. Así, la acetilcolina es capaz de disminuir el ritmo cardíaco, mientras que la epinefrina es capaz de
- A) disminuir aún más el ritmo cardiaco. B) acelerar el ritmo cardiaco.
C) disminuye el gasto cardiaco. D) reduce el volumen sistólico.
E) reduce la presión arterial.

Solución:

El sistema nervioso es capaz de afectar al trabajo cardiaco a través de neurotransmisores. Así, mientras la acetilcolina, bajo control del sistema parasimpático, provoca una disminución del ritmo cardiaco; la epinefrina, bajo control del sistema simpático, causa una aceleración del ritmo cardiaco.

Rpta.: B

9. En la coagulación sanguínea, las plaquetas inician el proceso de agregación, mientras que los factores de coagulación actúan hasta que obtenemos trombina activa, misma que actúa sobre _____ para obtener _____ y dar origen al trombo definitivo (coagulo).
- A) la tromboplastina – fibrinógeno B) el fibrinógeno – tromboplastina
C) el fibrinógeno – fibrina D) la protrombina – fibrina
E) la fibrina – fibrinógeno

Solución:

La hemostasia es la facultad del organismo para mantener la sangre en los vasos sanguíneos en el momento en que ocurre alguna lesión, iniciando con la acumulación plaquetaria, la creación de coágulos para taponar una hemorragia, y una vez reparado el daño, disolver los coágulos formados. En este proceso, la proteína fibrinógeno se transformada en fibrina gracias a la trombina activa.

Rpta.: C

10. Dentro del sistema linfático, hallamos a la linfa, cuya composición química es muy similar a la del líquido intersticial, del cual proviene, luego de ser filtrado. En la linfa no hallaremos entonces
- A) agua. B) iones. C) quilomicrones.
D) hemoglobina. E) lípidos.

Solución:

La composición de la linfa, es similar a la del fluido intersticial debido a que resulta de él; sin embargo, no tiene la misma composición exacta. En la linfa hallaremos agua, iones, quilomicrones, lípidos, etc., mas no hallaremos hemoglobina.

Rpta.: D

11. La excreción es el proceso mediante la cual se eliminan los desechos producidos durante el metabolismo celular. Una gran cantidad de animales presentan un sistema excretor que se encarga de ello, así pues, los metanefridios y los tubos de Malpighi los encontramos en _____ y _____ respectivamente.
- A) platelmintos – cefalópodos
B) anélidos – hexápodos
C) anélidos – nematodos
D) platelmintos – artrópodos
E) cefalópodos – nemátodos

Solución:

Los metanefridios son las estructuras excretoras de los anélidos, mientras que los tubos de Malpighi pueden hallarse en artrópodos, específicamente a los insectos.

Rpta.: B

12. Durante la filtración glomerular, los nefrones llegan a producir 125 mL de filtrado por minuto. Este filtrado inicial contiene desechos, agua, sales, glucosa, aminoácidos, ácidos grasos, urea, etc. De todos estos elementos ¿cuál será reabsorbido en un 65 % en el tubo contorneado proximal?
- A) La glucosa
B) La urea
C) El agua
D) Los ácidos grasos
E) Los aminoácidos.

Solución:

Luego de la filtración glomerular, algunas sustancias serán reabsorbidas y retornadas a la sangre, entre ellas el agua (65 %).

Rpta.: C

13. Sus riñones solo presentan nefronas corticales, producen orina isoosmótica con respecto a los líquidos corporales; el epitelio de la cloaca ayuda a conservar los líquidos, reabsorbiendo parte del mismo que presenta la orina y las heces. Estas características se refieren a
- A) peces de agua dulce.
B) anfibios.
C) peces marinos.
D) reptiles.
E) monotremas.

Solución:

Las nefronas corticales, la producción de orina isoosmótica con respecto a los líquidos corporales; el epitelio de la cloaca, que ayuda a conservar los líquidos, reabsorbiendo parte del líquido que presenta la orina y las heces son características del sistema excretor de los reptiles.

Rpta.: D

14. Las hormonas, como la aldosterona y la vasopresina, actúan sobre los riñones, interviniendo en las etapas de formación de la orina. Esta última hormona se encarga de
- A) permitir la filtración glomerular.
 - B) la reabsorción del HCO_3^- .
 - C) la secreción de K^+ , H^+ y NH_4^+ .
 - D) permitir el transporte activo en la secreción.
 - E) permitir la reabsorción de agua.

Solución:

La aldosterona actúa sobre la concentración de iones y, por tanto, indirectamente, sobre la concentración de agua corporal. La hormona antidiurética o vasopresina estimula la reabsorción de agua.

Rpta.: E

15. Durante la secreción, para la formación de la orina, el flujo de iones Na y K, entre la sangre y los tubos contorneados, así como la inyección de H^+ , está controlado por la hormona
- A) vasopresina.
 - B) aldosterona.
 - C) cortisol.
 - D) antidiurética.
 - E) insulina.

Solución:

La aldosterona es la hormona que promueve la excreción de K hacia la orina y el retorno de Na hacia la sangre, ello, además de promover la inyección de H^+ a la orina y así mantener el pH sanguíneo.

Rpta.: B