



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA
CENTRO PREUNIVERSITARIO

SEMANA N.º 6

Habilidad Verbal

SECCIÓN A

INFERENCIA I



(VIDEOS)
TEORÍA Y
EJERCICIOS

Tipología de la inferencia según la cantidad de las premisas

Los textos contienen información explícita (literal) e información implícita (no literal). Esta información no literal se puede obtener mediante la inferencia. En otras palabras, la inferencia es un proceso cognitivo a través del cual se logra obtener conclusiones o datos necesarios para comprender el texto a partir de determinadas premisas (explícitas).

Las inferencias en la comprensión lectora satisfacen las siguientes funciones generales: Uno, permiten establecer conexiones entre el nuevo material que exhibe el texto y el conocimiento relacionado con este, ya existente en la memoria del lector. Gracias a esta operación inferencial, el nuevo material se torna inteligible, se elabora una determinada organización que le confiere sentido al texto, y se posibilita la incorporación de la nueva información en la memoria del lector. Dos, permiten cubrir las omisiones en la estructura superficial global del texto. Por ejemplo, si se dice «María está bronceada», se puede inferir que María fue a la playa, que estamos en verano, etc. Este tipo de inferencia se utiliza en los textos, debido a que en ellos el empleo de recursos elípticos es imprescindible para garantizar la economía del lenguaje.

De esta manera, mediante la inferencia, se persigue generar una conclusión adecuada sobre la base de un proceso de un razonamiento válido que se adecúe a las normas rigurosas de un pensamiento fuerte. Por otro lado, los verbos de inferencia son los siguientes: **inferir, deducir, colegir, desprender**.

TIPOLOGÍA DE LA INFERENCIA

I) POR EL NÚMERO DE PREMISAS

A) INFERENCIA DIRECTA

A partir de una idea (enunciado), se puede llegar a una conclusión.

Ejemplo:

Si se afirma que Steven Pinker nació el 18 de septiembre de 1954, **podemos concluir que**, _____.

Solución: actualmente, Steven Pinker tiene 69 años.

B) INFERENCIA INDIRECTA

A partir de un análisis de dos o más ideas (enunciados), se establece una conclusión.

Ejemplo:

Si afirmamos que hasta antes del proceso de vacunación contra la COVID-19 las cifras de mortandad se incrementaban sin tregua, y que luego de la inmunización con la primera, segunda y tercera dosis se registró una disminución en los casos de decesos por este mal, **podemos concluir que** _____.

Solución: la vacunación coadyuvó en el descenso de muertes por COVID-19.

II) POR EL VÍNCULO ENTRE LAS PREMISAS Y LA CONCLUSIÓN**A) INFERENCIA DEDUCTIVA**

Consiste en obtener una conclusión sobre la base de las leyes estrictas de la lógica. En las inferencias deductivas, la(s) premisa(s) garantiza(n) plenamente la conclusión. Consideraremos una inferencia deductiva como válida si el apoyo se da efectivamente. Podemos decir también que en este tipo de inferencias la conclusión ya está contenida, solo que, de un modo implícito, en las premisas consideradas en conjunto.

Ejemplos:

- 1) La suma de todos los ángulos internos de un cuadrilátero es igual a 360° . Un rectángulo es un cuadrilátero **En consecuencia**, _____.

Solución: La suma de los cuatro ángulos internos de un rectángulo es 360.

- 2) En español, todas las palabras esdrújulas deben tildarse. La palabra «murciélago» es esdrújula. **En este sentido, podemos concluir que** _____.

Solución: es obligatorio tildar la palabra «murciélago».

B) INFERENCIA INDUCTIVA

A diferencia de la deducción, la inducción no es un razonamiento concluyente. En las inferencias inductivas, se pretende solo que las premisas apoyen o justifiquen la conclusión en cierto grado, es decir, que la verdad de las premisas solo hace «probable» a la conclusión. Una inferencia inductiva por generalización (o inferencia ampliativa) consiste en obtener conclusiones generales a partir de premisas que contienen datos particulares. Por ejemplo, de la observación repetida de objetos o acontecimientos de la misma índole, se establece una conclusión general para todos los objetos o eventos de dicha naturaleza. La conclusión de una inferencia inductiva solo puede considerarse probable y, de hecho, la información que obtenemos por medio de esta modalidad de razonamiento es siempre una información incierta y discutible.

Ejemplo:

La serpiente es un reptil y no tiene pelo, el caimán también es un reptil y tampoco tiene pelo, y la tortuga es otro reptil y no tiene pelo. **Por consiguiente,**

Solución: todos los reptiles no tienen pelo.

También puede establecerse una inferencia inductiva **por analogía**. Aunque no sea general la conclusión, sino singular, esta manera de razonar descansa sobre una generalización previa (implícita) acerca de todos los objetos que poseen los caracteres en que se sustenta la analogía.

Ejemplo:

Bosch es hijo del mayor Cullins, quien se enlistó en el ejército estadounidense para pelear en Vietnam. Sabemos también que su abuelo Ted y su bisabuelo Irving pertenecieron al ejército estadounidense y pelearon en la Segunda y Primera Guerras Mundiales respectivamente. **Entonces,**

Solución: Bosch se enlistará en el ejército estadounidense y combatirá en una guerra.

ACTIVIDADES SOBRE INFERENCIA

A) DETERMINE LA INFERENCIA POR EL NÚMERO DE PREMISAS

TEXTO 1

Durante la década de 1970 y principios de la de 1980, los periodistas solían describir los asesinatos en serie como un «nuevo tipo de delito». Pero estaban equivocados. De hecho, los asesinos en serie se han aprovechado de la humanidad a lo largo de la historia registrada. Unos pocos ejemplos históricos sirven para probar el punto.

Si sabemos que los periodistas no siempre tienen información correcta, puesto que durante décadas pasadas afirmaban una idea y los hechos afirmaban lo contrario, estaríamos derivando una inferencia _____.

Solución: indirecta.

TEXTO 2

Son muchos los especialistas que consideran que el lenguaje es la capacidad que marca la diferencia específica de los humanos con respecto a otros seres vivos, la que nos distingue de otros animales. Parece, sin embargo, que los animales de la misma especie son capaces de intercambiar información entre sí.

Si reconocemos que los animales tienen sistemas de comunicación, dado que son capaces de intercambiar información entre ellos, estaríamos derivando una inferencia _____.

Solución: directa.

B) DETERMINE LA INFERENCIA POR EL VÍNCULO ENTRE LAS PREMISAS Y LA CONCLUSIÓN

TEXTO 3

Robert Piest llegó tarde a la cena el 11 de diciembre de 1978. Su madre estaba preocupada, ya que era raro que un chico de 15 años se saltara una comida, y esa noche marcaba la celebración de su cumpleaños. Había visto a Robert esa tarde, en la farmacia donde trabajaba en Des Plaines, Illinois. Su hijo estaba entusiasmado con la oferta de un mejor trabajo en una empresa de construcción dirigida por el contratista local John Wayne Gacy.

Finalmente, la señora Piest llamó a la policía para denunciar la desaparición de su hijo. Los oficiales interrogaron a Gacy (1942-1994), quien negó cualquier contacto con Piest, pero un recibo de fotografías demostró que Gacy había visitado la farmacia donde trabajaba Piest el 11 de diciembre. La policía también supo que Gacy había cumplido 18 meses de una pena de prisión de 10 años en Iowa, durante 1968-1969, por agredir sexualmente a un joven empleado.

A pesar de ese pasado sórdido, Gacy era muy querido por sus vecinos, a menudo organizaba fiestas en la cuadra y actuaba como payaso en fiestas infantiles. También participó activamente en la política, una vez posó para fotos con la esposa del presidente Jimmy Carter.

Después de una semana de vigilancia, los detectives visitaron la casa de Gacy nuevamente el 19 de diciembre y notaron un olor a carne podrida debajo de las tablas del piso. Arrestaron a Gacy dos días después y comenzaron una búsqueda minuciosa.

Si afirmamos que la mamá de Robert Piest se preocupó cuando su hijo llegó tarde a casa, debido a que toda madre se preocupa cuando su hijo no llega temprano a su hogar, estaríamos derivando una inferencia _____

Solución: deductiva.

Si afirmamos que todo payaso querido por sus vecinos, con participación activa en política, es un potencial asesino en serie, debido a que ese era el perfil de Gacy, estaríamos derivando una inferencia _____

Solución: inductiva.

COMPRENSIÓN LECTORA

Las personas con el síndrome de Williams, que carecen de unos 21 genes en el cromosoma siete, son altamente sociables y empáticas, incluso en situaciones que provocarían temor y ansiedad en personas sanas. Estos sujetos se integrarán en situaciones sociales de una manera impulsiva y ansiosa, hasta con desconocidos. Asimismo, sufren de excesiva ansiedad en ciertos ámbitos no sociales. Por ejemplo, padecen fobia a las arañas o a las alturas, y tienden a preocuparse en exceso.

Durante varios años, los científicos han sospechado que el procesamiento anormal en la amígdala, una estructura en forma de almendra situada en las profundidades del cerebro, puede estar involucrado en esta sorprendente pauta de comportamiento

En un estudio, los investigadores utilizaron Resonancia Magnética Funcional por Imágenes (fMRI) para estudiar la amígdala y las estructuras unidas a esta en 13 participantes de inteligencia normal, pero con el síndrome de Williams, comparando las imágenes con las de los integrantes sanos del grupo de control. Los investigadores mostraron fotografías de rostros furiosos o aterradores a los participantes. Se sabe que dichos rostros constituyen señales de peligro de alta relevancia social, que **activan** con gran fuerza la amígdala. El escaneo mediante fMRI mostró una activación de la amígdala considerablemente menor en los participantes que padecían Síndrome de Williams que en los voluntarios sanos. Estos hallazgos sugieren que las señales amortiguadas de peligro que en los aquejados de síndrome de Williams origina la amígdala como respuesta a estímulos sociales, podrían ser la causa de la intrepidez que estas personas tienen en las relaciones sociales.

En otra tanda de experimentos, los investigadores mostraron a las participantes fotos de escenas amenazantes (un edificio en llamas o un accidente aéreo), en las cuales no había personas ni rostros y por tanto ningún componente social inmediato. En notable contraste con la respuesta hacia los rostros, la respuesta de la amígdala a escenas amenazantes se incrementó anormalmente en los participantes con el síndrome de Williams, mostrando con claridad su severa ansiedad no social.

1. ¿Cuál es la hipótesis central que se desarrolla en el texto?
 - A) Es posible que el síndrome de Williams se deba a un procesamiento anormal de la amígdala.
 - B) Las personas con el síndrome de Williams son muy sociables, pero sufren de mucha ansiedad.
 - C) El síndrome de Williams es sumamente peligroso y está asociado a los estímulos sociales.
 - D) La Resonancia Magnética Funcional por Imágenes permite estudiar el síndrome de Williams.
 - E) Las personas con el síndrome de Williams carecen de 21 genes en el cromosoma siete.

Solución:

A partir de los casos analizados, el autor formula su hipótesis: es posible que el síndrome de Williams se deba a un procesamiento anormal de la amígdala.

Rpta.: A

2. En el texto, la palabra ACTIVAR se puede reemplazar por
 - A) mover.
 - B) prender.
 - C) excitar.
 - D) trastornar.
 - E) presionar.

Solución:

Según el texto, las imágenes de rostros furiosos o aterradores significan señales de peligro de alta relevancia social, que activan con gran fuerza la amígdala. O sea, la excitan.

Rpta.: C

3. Resulta incompatible con el texto afirmar que los pacientes con el síndrome de Williams
- A) son muy susceptibles ante accidentes o desastres naturales.
 - B) sufren una alteración en la actividad de la amígdala cerebral.
 - C) podrían desarrollar actividades normales ante las catástrofes.
 - D) manifiestan osadía debido a la activación menor de la amígdala.
 - E) logran entablar amistad fácilmente con gente desconocida.

Solución:

En el texto se menciona que, al mostrar fotos de escenas amenazantes sin presencia de personas y rostros, la respuesta de la amígdala a estas situaciones se incrementó anormalmente en los participantes con el síndrome de Williams. Por tanto, no podrían desarrollar actividades normales.

Rpta.: C

4. Se infiere que una persona con el síndrome de Williams tendría gran inquietud si se le encomendara desempeñar funciones como
- A) miembro honorario del cuerpo de bomberos.
 - B) guía turístico para museos y visitas urbanas.
 - C) coordinador de relaciones públicas y protocolo.
 - D) consejero estudiantil para encuentros culturales.
 - E) promotor de eventos deportivos y recreación.

Solución:

Dado que, ante situaciones amenazantes como un edificio en llamas, las personas con el síndrome de Williams experimentan con claridad su severa ansiedad no social. En consecuencia, se incrementaría la inquietud en ellos al ser miembro del cuerpo de bomberos.

Rpta.: A

5. Si una persona tuviese un comportamiento cauto en el trato con los demás individuos, entonces
- A) estaríamos frente a un paciente que experimenta señales amortiguadas de peligro.
 - B) esa persona podría ser, correctamente, diagnosticada con el síndrome de Williams.
 - C) sería posible establecer que su conducta revela síntomas de ansiedad no social.
 - D) podría suponerse que, en su caso, se da un funcionamiento normal de la amígdala.
 - E) podría determinarse con exactitud la conducta o carácter antisocial de esa persona.

Solución:

En el texto se afirma que las personas con el síndrome de Williams (personas que padecen un funcionamiento anormal de la amígdala cerebral) son altamente sociables y empáticas, incluso se integrarán en situaciones sociales de una manera impulsiva y ansiosa, hasta con desconocidos.

Rpta.: D

SECCIÓN B

TEXTO 1

«No puede ser que, en el Perú, el precio de las medicinas esté más caro que en Europa y EE. UU. Esto se da porque no existe la obligación de que las farmacias tengan los genéricos y tenemos que estar sujetos a unos de marca que la química los ofrece al precio que quiere», señaló el mandatario a un medio local. Más tarde, la ministra de Salud, Zulema Tomás, confirmó que en dos semanas presentarán el proyecto de ley para que todas las boticas y farmacias del país ofrezcan medicamentos genéricos.

En más del 70 % del mercado peruano ya hay medicamentos genéricos, el problema está en la oferta disponible por cada producto y no una oferta sesgada que **imponga** determinadas marcas, dijo el decano del Colegio Químico Farmacéutico Departamental de Lima, Javier Llamaza. «Una medida que asegure más oferta de genéricos por medicamento debe estar acompañada de un precio referencial que empuje hacia abajo el costo», agregó.

La industria de medicamentos ha estado en el ojo mediático tras revelarse que las boticas del grupo InRetail, que agrupa a Inkafarma, MiFarma, Arcángel, Química Suiza, BTL, Fasa y Cifarma, inducen al consumidor a adquirir medicamentos de sus laboratorios vinculados en vez de los genéricos, lo cual genera un gasto hasta 10 veces mayor para el tratamiento del paciente, según reveló un estudio de Oxfam, RedGe y AIS.

El informe tomó como ejemplo que la azitromicina 500 mg tiene un costo de S/1,99 en genérico, pero se le ofrece al consumidor como primera opción atizor que cuesta S/12,20 (ver infografía).

Precios de los medicamentos en el Perú

Comparación de precios entre la marca más cara y el del genérico ofrecido (en soles)

Medicamento	Precio de genérico ofrecido (a)	Precio de marca más cara (b)	Diferencia en % ((b-a)/a) x 100
Amoxicilina/ac. clavulámico 500/125 tab.	S/ 1.97	S/ 3.51	78%
Azitromicina 500 mg tab.	S/ 1.99	S/ 12.17	511%
Ciprofloxacino 500 mg tab.	S/ 0.21	S/ 2.48	1080%
Fluconazol 150 mg tab.	S/ 0.74	S/ 5.89	695%
Losartan 50 mg tab.	S/ 0.43	S/ 2.98	593%
Naproxeno 550 mg.	S/ 0.23	S/ 1.50	552%



Será obligatoria la venta de medicamentos genéricos. (18 de junio de 2019). Recuperado de: <https://larepublica.pe/economia/1490270-sera-obligatoria-venta-medicamentos-genericos/>

1. ¿Cuál es el tema central del texto?

- A) La promulgación de una ley para el inicio de la venta de medicamentos genéricos en todas las farmacias del Perú en beneficio de los ciudadanos.
- B) La controversia en torno a la oferta y la demanda de los medicamentos de marca expendidos en los diferentes nosocomios de nuestro territorio.
- C) La necesidad imperiosa de reglamentar la amplia oferta y menor precio de medicamentos genéricos en todas las boticas y farmacias del país.
- D) El incremento de los precios de diferentes fármacos genéricos y de marca sujeto a la restricción legal de la oferta en los centros de salud del Perú.
- E) Un informe sobre el afán lucrativo de la industria de medicamentos tras una revelación de los precios módicos del grupo farmacéutico InRetail.

Solución:

Tanto el texto como la imagen se centran en la enorme diferencia en los precios de los medicamentos genéricos y los de marca en nuestro país. Si bien es cierto que las farmacias y boticas expenden fármacos genéricos, estos son muy escasos y solo en ciertas medicinas.

Rpta.: C

2. En el texto, el término IMPONER implica

- A) variabilidad.
- B) exclusividad.
- C) satisfacción.
- D) consenso.
- E) agotamiento.

Solución:

En el texto se emplea el término «imponer» para indicar que los medicamentos genéricos que se expenden en las farmacias solo son de determinadas marcas.

Rpta.: B

3. Respecto de la imagen del texto, se puede afirmar que los precios de los medicamentos en Perú

- A) muestran cifras similares entre los genéricos y los de marca.
- B) revelaron una variación promedio de 1080 % en el año 2019.
- C) solo subieron exorbitantemente en el antibiótico amoxicilina.
- D) carecen de implicancia en el poder adquisitivo de las personas.
- E) están orientados al lucro despiadado en los fármacos de marca.

Solución:

En el gráfico, se han considerado los precios de los medicamentos genéricos y los de marca, además en la parte inferior se ven dólares. Por tanto, resulta evidente que la diferencia en los porcentajes entre estos implica un afán de aprovechamiento de los químicos de marca por la necesidad de las personas enfermas.

Rpta.: E

4. No se condice con el texto sostener que las boticas del grupo InRetail
- A) tienen en su dominio a Inkafarma, MiFarma, Arcángel, Química Suiza, etc.
 - B) se rigen por un afán mercantilista por encima de brindar un servicio de salud.
 - C) ofrecen medicinas, cuyos precios incrementan los presupuestos del paciente.
 - D) persuaden a los consumidores a comprar medicamentos de sus laboratorios.
 - E) han sido investigadas por incitar a las personas a comprar fármacos genéricos.

Solución:

En el texto se afirma que la industria de medicamentos ha generado controversia luego de revelarse que las boticas del grupo InRetail inducen al consumidor a adquirir medicamentos de sus laboratorios vinculados en vez de los genéricos.

Rpta.: E

5. Si en Perú, las boticas y las farmacias no expendieran medicamentos genéricos, probablemente
- A) el estudio de Oxfam, RedGe y AIS estaría centrado en el grupo InRetail.
 - B) la demanda de los fármacos de marca disminuiría por los altos costos.
 - C) el precio de las medicinas en Europa y EE. UU. sería sumamente caro.
 - D) sería plausible presentar un proyecto de ley para que estas los ofrezcan.
 - E) los pacientes no contarían con los fármacos para restablecer su salud.

Solución:

Según el decano del Colegio Químico Farmacéutico Departamental de Lima, Javier Llamaza, no es la falta de una ley para que todas las boticas y farmacias del país ofrezcan medicamentos genéricos, pues más del 70 % del mercado peruano ya los ofrecen, pero de forma selectiva y reducida.

Rpta.: D

TEXTO 2

Texto A

El lenguaje o el habla es un conjunto de respuestas verbales adquiridas por condicionamiento (proceso por el que se adquiere una respuesta debido a la intervención de un refuerzo). Estas respuestas verbales son concebidas como «operantes verbales», como una clase de respuestas definidas por las condiciones antecedentes y consecuentes que controlan su **ocurrencia**.

Skinner supone que las primeras respuestas operantes adoptan la forma de «comandos», «tactos» y «respuestas de eco». Un «comando» es un operante verbal que ocurre en condiciones de privación o de estimulación aversiva y trae consigo el refuerzo que la propia conducta verbal específica. Por ejemplo, el niño dice: «leche» y su mamá se la da. Un «tacto» es una respuesta de designación en la que el niño dice el nombre de algún objeto de su entorno y es premiado por la aprobación de la madre. Así, cuando el pequeño empieza a decir: «mamá», su madre muestra en seguida una satisfacción sin reservas. Y una «respuesta de eco» es la repetición de un enunciado del propio niño o del adulto. Su premio es de carácter autoestimuladorio: hablar como lo hacen los adultos constituye un refuerzo para el hablante aprendiz.

En conclusión, los mecanismos básicos para la adquisición del lenguaje son la asociación, la imitación y el refuerzo.

Gonzales del Yerro, A. (2005). <Perspectivas teóricas sobre la adquisición del lenguaje>. En Studylib: España. Recuperado de < <https://studylib.es/doc/4966292/perspectivas-teóricas-sobre-la-adquisición-del>>. (Texto editado)

Texto B

La teoría conductista carece de evidencia empírica. Los errores típicos que cometen los niños: «poni» (en lugar de puse), «decí» (en vez de «dije») etc., muestran que son reglas (y no refuerzos ambientales) las que regulan el habla infantil. Asimismo, se muestra incapaz de explicar la creatividad del lenguaje, es decir, su capacidad para construir un número infinito de mensajes distintos, que quizá no hayan sido nunca oídos y, por tanto, jamás reforzados para expresar un mismo significado.

Asimismo, la teoría conductista olvida la distinción entre competencia y actuación, entre el conocimiento que tenemos sobre la gramática de nuestra propia lengua y el uso que hacemos de la misma en situaciones concretas.

El proceso de adquisición del lenguaje seguiría un ritmo más lento si se debiera a los mecanismos de aprendizaje que postula la teoría skinneriana. Su adquisición se vería ralentizada, debido a que el habla que escuchan los niños se compone con frecuencia de oraciones incompletas y gramaticalmente imperfectas,

Por tanto, el lenguaje es ante todo «un núcleo formal de reglas sintácticas al que se subordinan sus demás componentes» (Chomsky, 1957).

Gonzales del Yerro, A. (2005). <Perspectivas teóricas sobre la adquisición del lenguaje>. En Studylib: España. Recuperado de < <https://studylib.es/doc/4966292/perspectivas-teóricas-sobre-la-adquisición-del>>. (Texto editado)

1. El texto A y B presentan posturas contrarias sobre

- A) la naturaleza de la producción lingüística.
- B) el condicionamiento lingüístico innato.
- C) dos teorías lingüísticas indiscernibles.
- D) el proceso comunicativo en humanos.
- E) los rasgos distintivos de una gramática.

Solución:

El texto dialéctico presenta dos posturas antagónicas en torno a la naturaleza de la producción lingüística.

Rpta.: A

2. En el texto A, el sinónimo contextual del término OCURRENCIA es

- A) aparición.
- B) producción.
- C) espontaneidad.
- D) presencia.
- E) suceso.

Solución:

En el texto A, el término OCURRENCIA hace alusión a la PRODUCCIÓN de las respuestas verbales.

Rpta.: B

3. No se condice con el texto B afirmar que el lenguaje es un conjunto de respuestas verbales adquiridas por condicionamiento, debido a que
- A) Skinner se opone diametralmente a este planteamiento conductista.
 - B) el infante logra hablar por la estimulación de los adultos de su entorno.
 - C) las expresiones lingüísticas se hallan sujetas a «operantes verbales».
 - D) su autor refuta categóricamente esta postura sobre la actividad lingüística.
 - E) este regula todos los aspectos involucrados en el aprendizaje humano.

Solución:

El autor del texto B refuta categóricamente la postura conductista basada en el condicionamiento.

Rpta.: D

4. De lo sostenido en el texto B, se desprende que el lenguaje
- A) posee componentes que prescinden de las reglas sintácticas.
 - B) está condicionado por el desenvolvimiento lingüístico de adultos.
 - C) refleja la exigua creatividad comunicativa de los seres humanos.
 - D) hay una distinción entre competencia y actuación lingüística.
 - E) no puede hallarse regulado por factores extralingüísticos.

Solución:

Para el autor del texto B, el lenguaje es básicamente la actuación de reglas internas que posee un hablante. Por tanto, se encuentra regulado por factores sintácticos.

Rpta.: E

5. Si una investigación lingüística concluyera que el habla de los niños es una mera imitación de la expresión verbal de sus padres,
- A) los argumentos del texto B se verían corroborados.
 - B) se debilitaría la tesis presentada por el autor del texto A.
 - C) se vería fortalecido el enfoque conductista del habla.
 - D) esto respaldaría el carácter recursivo del lenguaje.
 - E) el enfoque teórico de Skinner ya no tendría asidero.

Solución:

El condicionamiento conductista concluye que los mecanismos básicos para la adquisición del lenguaje son la asociación, la imitación y el refuerzo.

Rpta.: C

PASSAGE

Fish is a low-fat high-quality protein. Fish is filled with omega-3 fatty acids and vitamins such as D and B2 (riboflavin). Fish is rich in calcium and phosphorus and a great source of minerals, such as iron, zinc, iodine, magnesium, and potassium. The American Heart Association recommends eating fish at least two times per week as part of a healthy diet.

Eating fish is an important source of omega-3 fatty acids. These essential nutrients keep our heart and brain healthy. It helps maintain a healthy heart by lowering blood pressure and reducing the risk of sudden death, heart attack, abnormal heart rhythms, and strokes. Also, it

aids healthy brain function and infant development of vision and nerves during pregnancy. Furthermore, it may prevent inflammation and reduce the risk of arthritis.

Two omega-3 fatty acids found in fish are EPA (eicosapentaenoic acid) and DHA (docosahexaenoic acid). Our bodies do not produce omega-3 fatty acids so we must **get** them through the food we eat. Omega-3 fatty acids are found in every kind of fish, but they are especially high in fatty fish. Some good choices are salmon, trout, sardines, canned mackerel, canned light tuna, and oysters.

Retrieved from <https://doh.wa.gov/community-and-environment/food/fish/health-benefits>

1. What is the topic?
 - A) Fish as a source of omega-3 fatty acids
 - B) Different benefits of consuming seafood
 - C) The importance of omega-3 for people
 - D) Seafood as a source of various proteins
 - E) The diversity of fish to prepare food

Solution:

The text explains the importance of fish consumption, as it provides omega-3 fatty acids.

Key: A

2. The verb GET most nearly means
 - A) capture.
 - B) possess.
 - C) consume.
 - D) apprehend.
 - E) attract.

Solution:

We do not produce omega-3 fatty acids, so we must obtain them from fish.

Key: C

3. According to omega-3 fatty acids, it is incompatible to state that
 - A) all fish have this beneficial polyunsaturated fat.
 - B) the amount of this fat is homogeneous in all fish.
 - C) consuming it has a positive impact on the heart.
 - D) everyone who consumes it can benefit their brain.
 - E) its consumption is beneficial for human health.

Solution:

Some fish are high in omega-3. Others, a different amount. Hence, the amount of omega-3s in fish is heterogeneous.

Key: B

4. Eating fish has several benefits. Therefore, we can infer that
 - A) it is frequently recommended by doctors for good health.
 - B) it is the preventive food for all types of cancerous diseases.
 - C) it is the ideal food for people suffering from heart problems.
 - D) eating fish every day can prevent elderly people from dying.
 - E) sick people should eat only fish every day to be healthy.

Solution:

The author mentions that eating fish is an important source of omega-3 fatty acids. And those are essential nutrients keep our heart and brain healthy. Heart and Brain are motor organs of human being.

Key: A

5. If various investigations found that chicken is also a good source of omega-3 fatty acids, then chicken meat
- A) would start to sell at increasingly expensive prices.
 - B) would be much more important than eating fish.
 - C) should be part of the diets prescribed by doctors.
 - D) would be a great source of vitamins and minerals.
 - E) it would replace marine proteins in people's daily diet.

Solution:

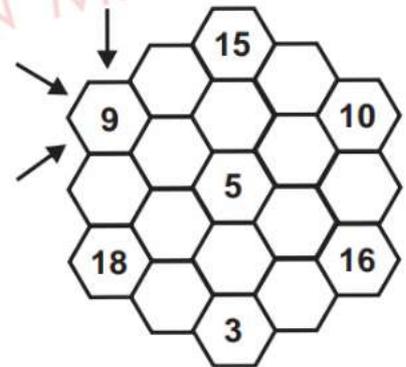
Like fish, it would be considered a nutritious food and therefore recommended for a healthy diet, due to the benefits of omega-3.

Key: C

Habilidad Lógico Matemática

EJERCICIOS DE CLASE

1. La siguiente figura está formada por 19 celdas hexagonales, tal como se muestra. Si se debe escribir los 19 primeros números enteros positivos, uno en cada celda, de tal forma que la suma de los números escritos, en cada una de las filas en las tres direcciones indicadas, dé siempre el mismo resultado. Dé la suma de cifras de la mayor suma que cumple esta condición.

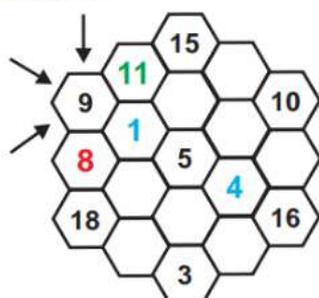


- A) 5 B) 4 C) 3
- D) 6 E) 2

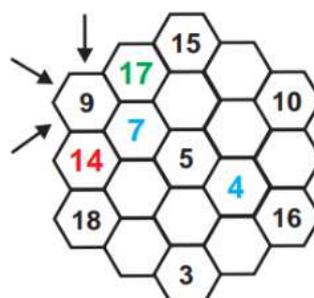
Solución:

Sean los números: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 y 19
Hay dos posibilidades:

Opcion 1:



Opcion 2:



Como se puede observar, en la fila diagonal hay mayor cantidad de celdas, deben estar los números más pequeños, de estas dos opciones la mayor suma es 41.
Por lo tanto, la suma de cifras es 5.

Rpta.: A

2. En la siguiente cuadrícula, completar el crucigrama numérico que tiene 3 filas y 3 columnas; se deben escribir números, tal que cumplan con las siguientes pistas:

	A	B	C
a			
b			
c			

Horizontales:

- a) Un cuadrado perfecto cuyas cifras también son cuadrados perfectos.
b) Un número perfecto (un número perfecto es aquel, donde dicho número es igual a la suma de sus divisores propios)
c) Tres números iguales que suman 3.

Verticales:

- A) Es un número capicúa.
B) Un número de tres cifras, tal que, de abajo hacia arriba, cada cifra superior es el doble de la anterior.
C) La suma de sus cifras es un número primo.

Dé, como respuesta, la suma de los números escritos en la diagonal principal de la cuadrícula.

- A) 2 B) 12 C) 7 D) 4 E) 3

Solución:

Según las condiciones del problema, se tiene:

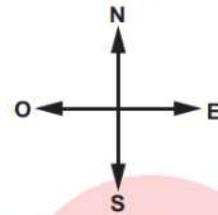
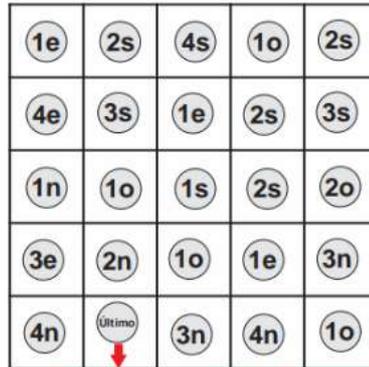
	A	B	C
a	1	4	4
b	0	2	8
c	1	1	1

Por tanto, la suma de los números escritos en la diagonal es $1 + 2 + 1 = 4$.

Rpta.: D

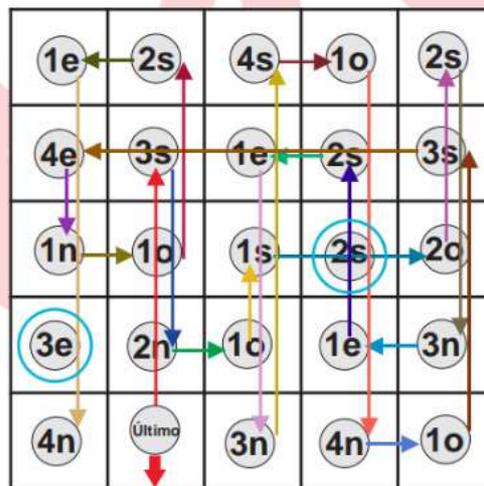
3. La siguiente figura muestra los botones circulares de una caja fuerte, cada botón tiene escrito una letra y un número. La caja solo se abre apretando la máxima cantidad de botones siguiendo una determinada secuencia, por ejemplo: el botón 2s de la esquina superior derecha indica que el próximo botón que debe apretarse debe estar dos botones en dirección sur (el que tiene escrito 2o, que significa dos botones al oeste). Si el último botón que debe apretarse para abrir la caja fuerte es el que se indica en la figura, ¿cuál es el primer botón que debe apretarse y cuántos botones, como máximo, se han apretado para obtener dicha clave respectivamente?

- A) 4e, 23
- B) 1e, 22
- C) 4n, 23
- D) 1o, 22
- E) 4n, 24



Solución:

Observemos el recorrido con los sentidos indicados.

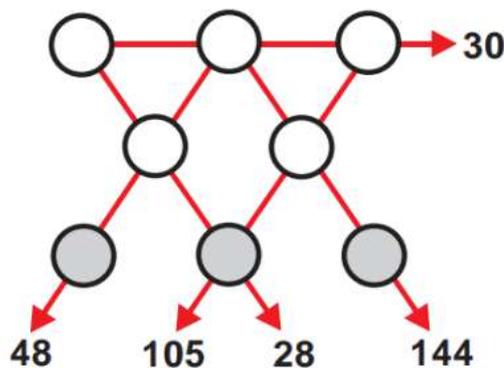


Por tanto, el botón inicial es 4n y la máxima cantidad de botones apretados es 23.

Rpta.: C

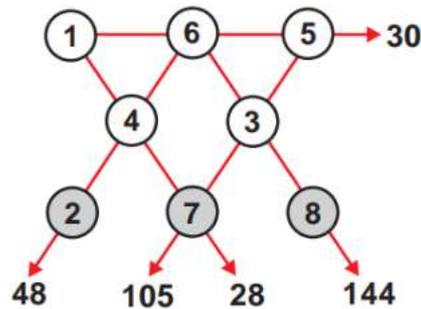
4. Los números del 1 a 8 se escriben, uno a uno sin repetir, en las casillas que se muestran en la figura. Si los números que están escritos junto a las flechas son los productos de los tres números escritos en las casillas de esa línea recta, ¿cuál es la suma de los números escritos en las tres casillas grises?

- A) 9
- B) 10
- C) 15
- D) 11
- E) 17



Solución:

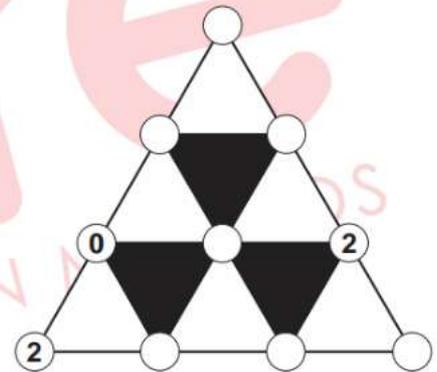
Según las condiciones del problema, se tiene la siguiente distribución:



Por tanto, la suma de los números escritos en los casilleros grises es: $2 + 7 + 8 = 17$.

Rpta.: E

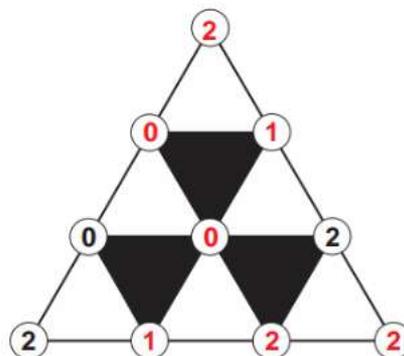
5. Cada uno de los diez círculos que se muestra en la figura, está escrito cualquiera de los tres números 0, 1 o 2. Se sabe que la suma de los números escritos en los vértices de cualquier triángulo blanco es divisible por 3, mientras la suma de los números en los vértices de cualquier triángulo negro no es divisible por 3. En la figura ya están escritos 3 números. ¿Qué números se pueden escribir en el círculo central?



- A) Solo el 0 y el 1
 B) Únicamente el 1
 C) Únicamente el 2
 D) Únicamente el 0
 E) Cualquiera de los tres números 0, 1 o 2

Solución:

Según las condiciones, tenemos:

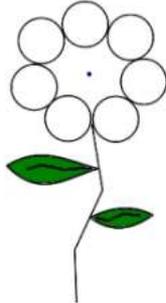


Por tanto, en el círculo central se puede escribir solo el 0.

Rpta.: D

6. Joana dibuja una figura, como la que se muestra, y ella desea escribir 7 números enteros en cada uno de los círculos de la figura, de tal modo que al sumar tres números escritos en círculos consecutivos en sentido horario se obtengan 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6 respectivamente. ¿Cuál es el mayor número que escribió en uno de los círculos?

- A) 6
B) 3
C) 4
D) 7
E) 8



Solución:

Tenemos:

$$\begin{array}{r} a + b + c \\ b + c + d \\ c + d + e \\ d + e + f \\ e + f + g \\ f + g + a \\ g + a + b \end{array} \quad \boxed{+}$$

$$3(a+b+c+d+e+f+g) = 0+1+2+3+4+5+6$$

$$\text{Es decir: } 3(a+b+c+d+e+f+g) = 21 \rightarrow \underbrace{a+b+c}_{\min=0} + \underbrace{d+e+f}_3 + \underbrace{g}_{\max=4} = 7$$

El valor máximo escrito en un círculo es 4.

Rpta.: C

7. Se escribe un entero positivo en cada una de las seis caras de un cubo. Para cada vértice del cubo, calculamos el producto de los números que están en las tres caras que contienen a dicho vértice. La suma de estos 8 productos es igual a 1001. Calcule la suma de los seis números escritos en las caras del cubo.

- A) 29 B) 30 C) 31 D) 32 E) 33

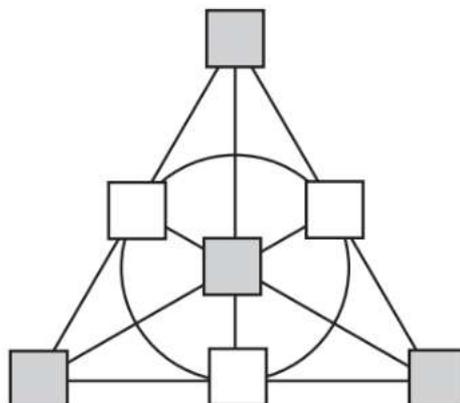
Solución:

- 1) En las caras opuestas del cubo escribimos los números: $(a \text{ y } a')$, $(b \text{ y } b')$ y $(c \text{ y } c')$
- 2) La suma de los 8 productos se puede factorizar en la forma: $(a + a')(b + b')(c + c')$ y esto debe ser igual $1001(1001 = 7 \times 11 \times 13)$
- 3) De ahí: $a + a' = 7$, $b + b' = 11$ y $c + c' = 13$ (en cualquier orden)
- 4) Por tanto: $a + a' + b + b' + c + c' = 31$

Rpta.: C

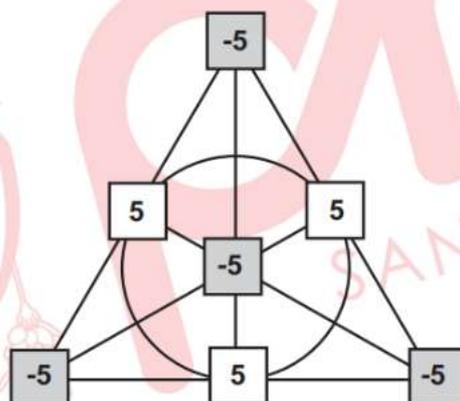
8. Completar las casillas cuadradas con 5 o -5 para que el producto de los tres números escritos en cada una de las líneas y en la circunferencia sea siempre igual a 125. ¿Cuál es la menor suma de los números de las casillas sombreadas?

- A) 5
- B) 0
- C) -10
- D) -20
- E) -15



Solución:

- 1) Distribución de los números en las casillas cuadradas:

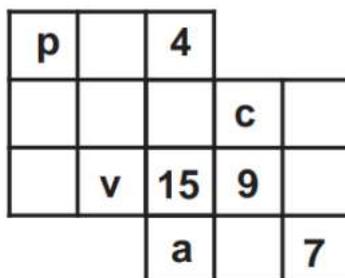


- 2) Por tanto, la menor suma en las casillas sombreadas: $-5 + -5 + -5 + -5 = -20$.

Rpta.: D

9. La siguiente figura muestra dos cuadrados mágicos aditivos de 3×3 , es decir, la suma de los tres números escritos en las tres casillas de cada fila, columna y diagonal de cada cuadrado mágico es siempre la misma. Determine el valor de $v + a - c + p$.

- A) 7
- B) 8
- C) 10
- D) 6
- E) 9



Solución:

p		4		
	15-p	11	c	
	v	15	9	m=3
		a=1		7

$$\frac{15+m}{2} = 9 \rightarrow m = 3$$

$$\text{cte. magica} = 15 + 9 + 3 = 27$$

$$\frac{15+c}{2} = 7 \rightarrow \boxed{c = -1}$$

$$11 + 15 + a = 27 \rightarrow \boxed{a = 1}$$

cte. magica otro cuadrado mag = 15 + 11 + 4 = 30

$$\frac{p+15}{2} = 15 - p \rightarrow \boxed{p = 5}$$

$$\frac{v+11}{2} = p \rightarrow \boxed{v = -1}$$

$$\therefore v + a + c + p = -1 + 1 - (-1) + 5 = 6$$

Rpta.: D

10. En el siguiente tablero, se muestra un cuadrado mágico de orden 5. Si se debe escribir solo los números del 1 al 5, de manera que no haya la misma cifra en ninguna fila, en ninguna columna ni en ninguna diagonal, ¿cuál es la suma de los números escritos en los casilleros sombreados?

- A) 7 B) 12
 C) 8 D) 10
 E) 9

1			2	
				5
	5			
		3		
5				3

Solución:

Completando el cuadrado se tiene

1	3	5	2	4
2	4	1	3	5
3	5	2	4	1
4	1	3	5	2
5	2	4	1	3

Por tanto, la suma de los números escritos en los casilleros sombreados es 5 + 3 + 2 = 10.

Rpta.: D

11. En la figura, se tiene un cuadrado mágico multiplicativo de 3×3 (el producto de los tres números escritos en cada fila, cada columna y cada diagonal es el mismo), de números enteros positivos; algunos números ya están escritos y ningún número se repite. Indique el valor de verdad (V o F) de las proposiciones I, II, III y IV respectivamente.

I. $d \times b = 4$

II. $a \times 3 = 108$

III. $e + d = 10$

IV. $d - a = 35$

	a	3
e	6	b
c	d	

- A) VFVV B) VFVF C) VVVF D) VFFV E) VVVV

Solución:

1. El número mágico multiplicativo es $= 6^3 = 216 \rightarrow c = 12$

2. Deducimos los valores en cada lugar de cuadrado multiplicativo:

2	36	3
9	6	4
12	1	18

3. Tenemos: $d = 1$, $b = 4$, $a = 36$, $e = 9$

- I. Verdad
 II. Verdad
 III. Verdad
 IV. Falso

Rpta.: C

12. En el siguiente cuadrado mágico aditivo, determinar el valor de $(w + 2x - 3y - z)$.

A) -2

B) -1

C) 1

D) 2

E) 0

2	15	5	16
9	w	x	11
14	y	z	4
13	8	10	7

Solución:

El número mágico es 38.

Luego, se tienen las siguientes ecuaciones:

$$13 + y + x + 16 = 38 \text{ -----(1)}$$

$$14 + y + z + 4 = 5 + x + z + 10 \text{ -----(2)}$$

$$2 + w + z + 7 = 38 \text{ -----(3)}$$

$$14 + y + z + 4 = 15 + w + y + 8 \text{ -----(4)}$$

Resolviendo:

(1) y (2): $x = 6; y = 3$

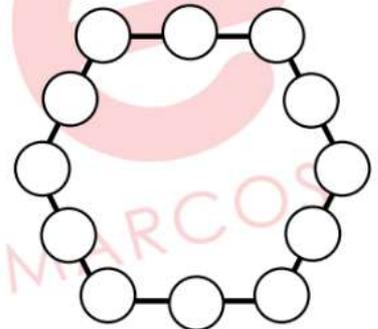
(3) y (4): $z = 17; w = 12$

Luego, $w + 2x - 3y - z = 12 + 12 - 9 - 17 = -2$

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

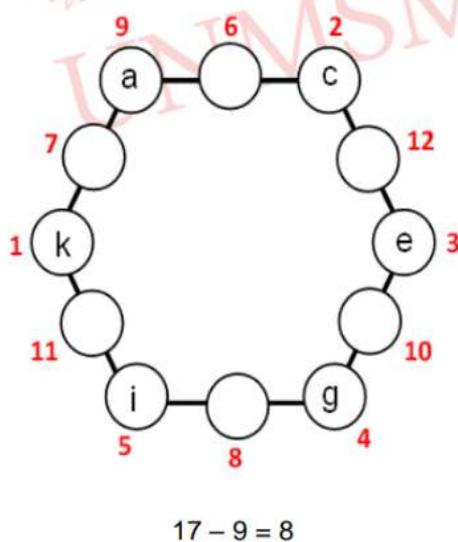
1. Se debe escribir los doce primeros números enteros positivos, sin repetir, en cada círculo ubicado en los lados del hexágono, de modo que la suma de los números ubicados en cada lado del hexágono sea la misma cantidad y la mínima posible. Halle la diferencia entre la suma común y el mayor valor de los números que se pueden escribir en los vértices del hexágono.



- A) 8 B) 11 C) 9
D) 10 E) 6

Solución:

Sea S la suma de cada lado del hexágono, S es un número natural.



Sumando en cada lado del hexágono:

$$13 + \frac{(a + c + e + g + i + k)}{6} = S$$

Como S es el mínimo posible y un número natural, entonces: $a+c+e+g+i+k$ es mínimo posible y múltiplo de 6.
 $21=1+2+\dots+6 \leq a+c+e+g+i+k$.

El mínimo posible de $a+c+e+g+i+k = 24$, cuando, $a,c,e,g,i,k = 1,2,3,4,5,9$ o $1,2,3,4,6,8, \dots$

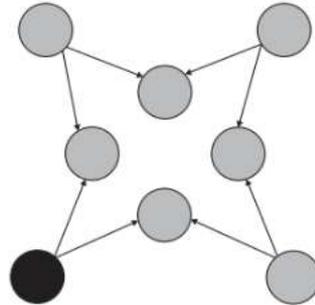
El mayor valor de los números que se pueden ubicar en los vértices hexágono es 9. Luego $a,c,e,g,i,k = 1,2,3,4,5,9$.

Por lo tanto, $S_{\min} = 13 + 24/6 = 17$ y el mayor valor es 9.
 Piden $17 - 9 = 8$

Rpta.: A

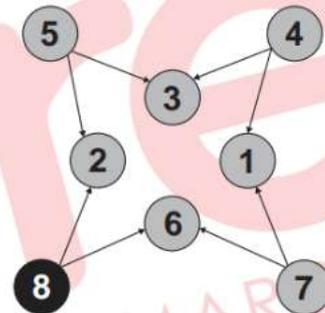
2. En el siguiente arreglo, se debe escribir los números del 1 al 8, sin repetir, tal que los números escritos en cada uno de los círculos de las esquinas, es la suma de los números escritos en los dos círculos interiores a los que están unidos. ¿Cuál es el mayor número que se puede escribir en el casillero negro?

- A) 6
- B) 9
- C) 7
- D) 5
- E) 8



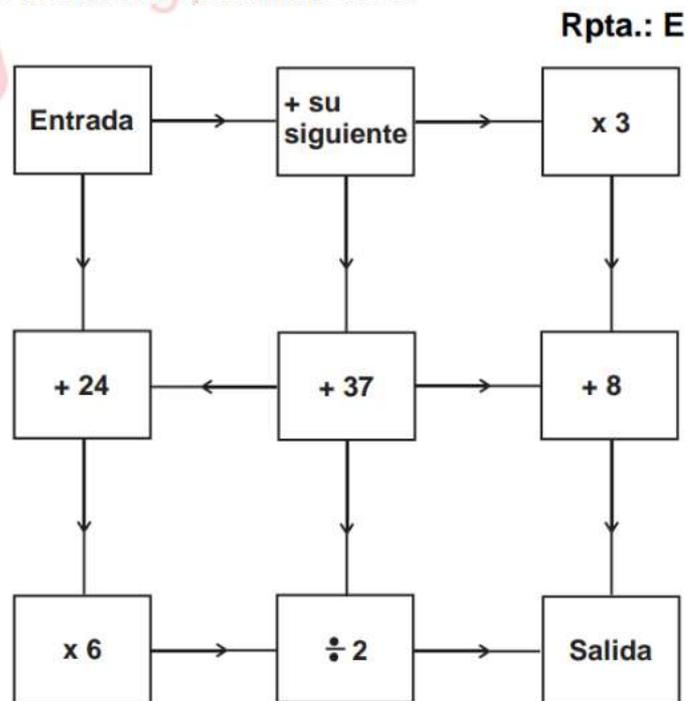
Solución:

Según las condiciones del problema, se tiene



Por tanto, el máximo valor que se puede escribir en el casillero es 8.

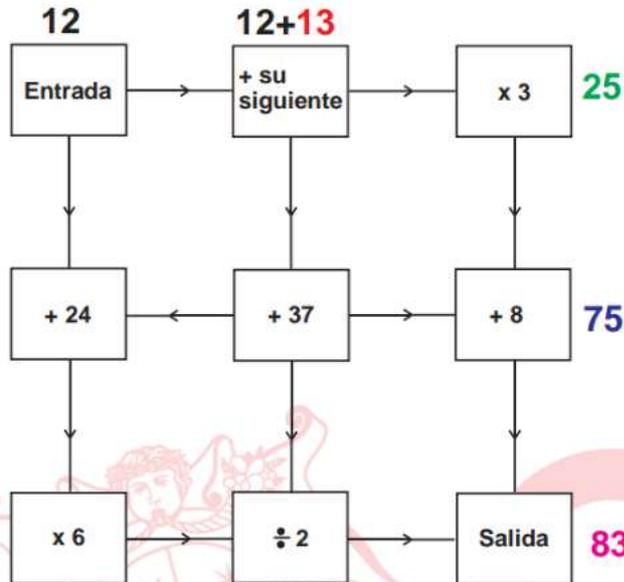
3. En el siguiente circuito, solo se reconoce números enteros positivos sin decimales. Cuando un número entra en este circuito se escribe en la casilla de la entrada y siguiendo las flechas va avanzando hasta llegar a la salida. En cada casilla debe realizar la operación que se indica y continúa su recorrido. Nuria y Olga comenzaron el circuito con el mismo número y decidieron no pasar por la casilla central. Si cada una eligió un camino distinto y Olga llegó a la salida con el número 83, ¿con qué número iniciaron ambas su recorrido y con qué número llegó Nuria a la salida?



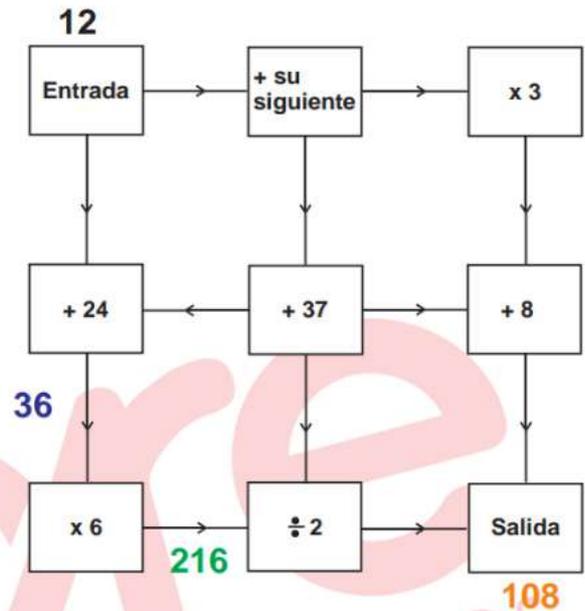
- A) 12, 95
- B) 12, 105
- C) 12, 108
- D) 12, 100
- E) 12, 90

Solución:

Para Olga:



Como Olga y Nuria entraron con el mismo número, Nuria ingresó con el número 12.

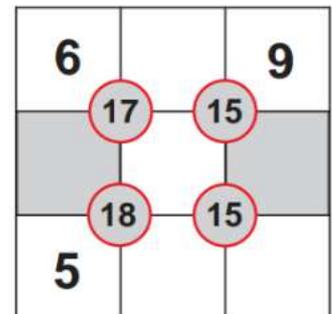


Por tanto, Nuria llegó a la salida con el número 108.

Rpta.: C

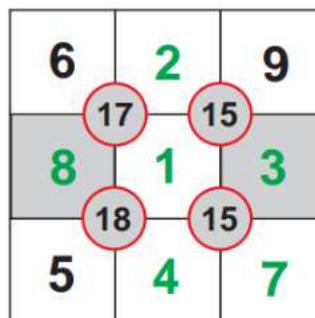
4. Se debe escribir los números del 1 al 9 en los recuadros vacíos, de modo que el número escrito en cada círculo sea equivalente a la suma de los cuatro números escritos en los recuadros adyacentes. ¿Cuál es la suma de los números escritos en los casilleros sombreados?

- A) 6 B) 11 C) 9
D) 10 E) 5



Solución:

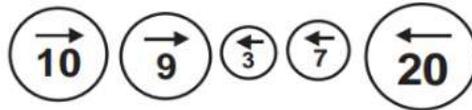
Según las condiciones del problema, se tiene:



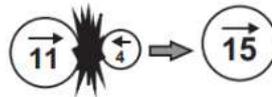
Por tanto, la suma de los números escritos en los casilleros sombreados es $8 + 3 = 11$

Rpta.: B

5. Las cinco bolas mostradas comienzan a moverse simultáneamente en las direcciones indicadas por sus flechas.



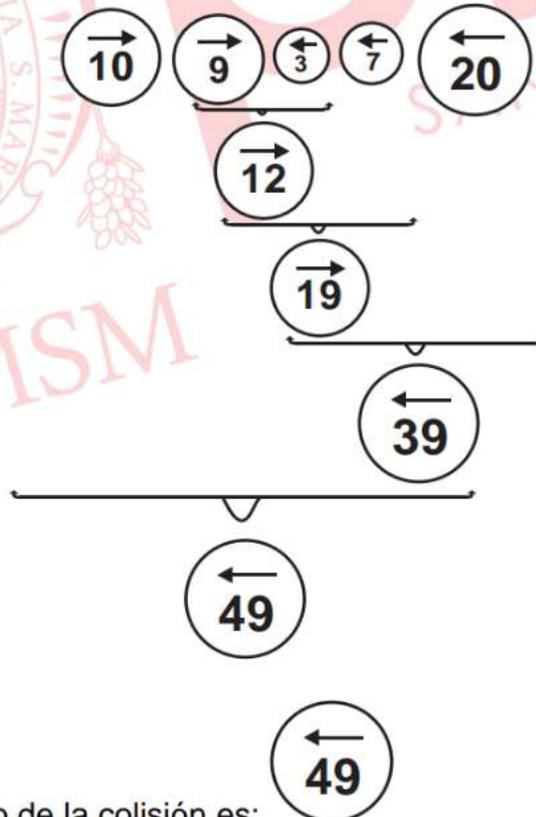
Cuando dos bolas que van en direcciones opuestas chocan, la bola más grande se traga a la más pequeña y aumenta su valor en el valor de la bola más pequeña. Además, la bola más grande continúa moviéndose en su dirección original, como se muestra en el ejemplo.



¿Cuál es el resultado final de la colisión de las cinco bolas mostradas?

- A) $\vec{50}$ B) $\vec{48}$ C) $\vec{49}$ D) $\vec{50}$ E) $\vec{49}$

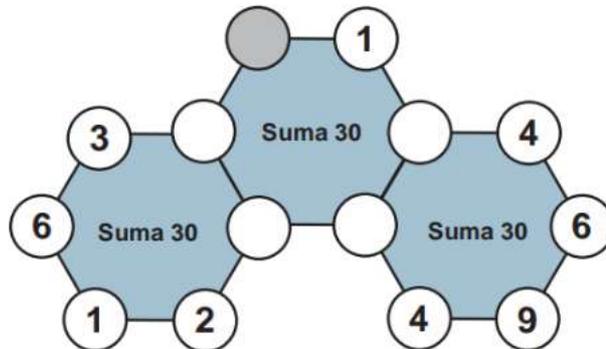
Solución:



Por tanto, el resultado de la colisión es:

Rpta.: C

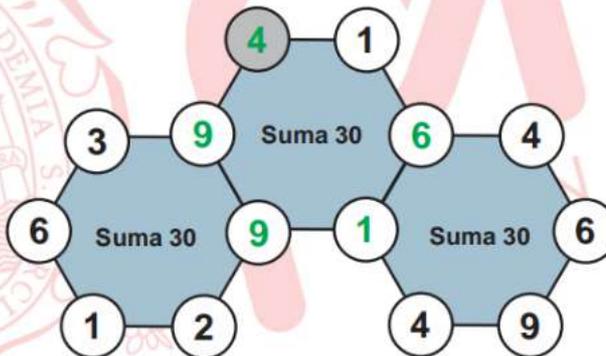
6. El siguiente diagrama muestra tres hexágonos con números en sus vértices, pero con algunos números que aún no han sido escritos. Si la suma de los seis números escritos alrededor de cada hexágono es 30, ¿cuál es el número escrito en el vértice sombreado?



- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Solución:

Según las condiciones se obtiene la siguiente distribución:



Por tanto, en el vértice sombreado se escribirá el número 4.

Rpta.: B

7. Matías desea escribir 9 números enteros positivos y significativos en el siguiente cuadrado mágico aditivo. ¿Cuál es el mínimo valor que puede tomar «x + y»?

x		y
	x+5	

- A) 10 B) 12 C) 19 D) 17 E) 21

Solución:

X	$2y-x-15$	y
$2y-x-5$	y-5	x-5
y-10	x+5	$2y-10-x$

- $y - 10 > 0, \rightarrow y > 10, \rightarrow y_{\min} = 11$
- $x - 5 > 0, \rightarrow x > 5, \rightarrow x_{\min} = 6$
- $(x + y)_{m'n} = 6 + 11 = 17$

6	1	11
11	6	1
1	11	6

Rpta.: D

8. La siguiente cuadrícula muestra dos cuadrados mágicos aditivos de orden 3, que tienen un casillero en común. Determine el valor de $X - Y$.

- A) 1
- B) 8
- C) 6
- D) 12
- E) 10

		2	
		6	
X			5
	Y		
	4		

Solución:

En el cuadrado de la parte superior, la constante mágica es 18, entonces

		2	9
		8	6
X		3	5
	Y		
	4		

En el cuadrado mágico de la parte inferior: $3 + X = Y + 4$, de aquí se tiene $X - Y = 1$.

Rpta.: A

9. En el siguiente cuadrado se escriben los 16 primeros números enteros pares positivos; además al sumar en forma vertical, horizontal o diagonal resulta el mismo valor. Halle $a + b + c + d$.

a			b
c			d

- A) 38 B) 68 C) 62 D) 42 E) 48

Solución:

Se trata de construir un cuadrado mágico 4×4 con los 16 primeros números pares.

Paso 1: Colocar los números de menor a mayor consecutivamente.

Paso 2: Trazar las diagonales.

Paso 3: Los números tocados por la diagonal deben intercambiarse con su simétrico respecto al centro del cuadrado: El 2 con el 32, el 12 con el 22, el 20 con el 14 y el 26 con el 8.

Piden $32 + 26 + 8 + 2 = 68$.

Rpta.: B

10. En el siguiente cuadrado mágico aditivo se escriben los números positivos: 2, 3, 4, ..., 17 uno por casilla, sin repetir. Si algunos números ya fueron escritos como se muestra en la figura, ¿cuál es el valor de $(2X + Y + 3Z)$?

A) 45

B) 21

C) 35

D) 25

E) 23

X	9	13	Y
4			16
3			15
	6		Z

Solución:

Constante mágica = S

$$4S = 2 + 3 + \dots + 17 = \frac{2+17}{2}(16)$$

$$S = 38$$

14	9	13	2
4	11	7	16
3	12	8	15
17	6	10	5

$X = 14$; $Y = 2$; $Z = 5$. Por lo tanto, $2X + Y + 3Z = 28 + 2 + 15 = 45$.

Rpta.: A

Aritmética

EJERCICIOS DE CLASE

1. El maestro Néstor dispone de dos tipos de varillas de acero para construcción de longitudes: 5,46 m y 6,37 m respectivamente, las cuales debe cortar en trozos iguales de mayor tamaño posible sin que sobre restos de las varillas. Si el tamaño del trozo de varilla es una cantidad entera en cm, determine el producto de las cifras de la medida del trozo de la varilla.
- A) 48 B) 84 C) 18 D) 6 E) 9

Solución:

La longitud de los trozos: $MCD(546; 637) = MCD(6.91; 7.91) = 91$

Luego, la medida de los trozos es 91 cm.

Por lo tanto, $9.1 = 9$

Rpta.: E

2. Lilia compra cajas de lapiceros de un solo tipo, cuyas dimensiones son de 4 cm, 5 cm y 8 cm, las cuales la empaca en una caja cubica hasta llenarla completamente. Si la longitud de la arista de la caja cubica es una cantidad entera en cm, comprendido entre 110 y 140, ¿cuántas cajas de lapiceros compró Lilia?
- A) 11200 B) 10400 C) 9200 D) 9800 E) 10800

Solución:

Arista: $L = MCM(4; 5; 8) = 40$

Como: $110 < L < 140 \Rightarrow L = 40(3) = 120$

de cajas de lapicero: $\frac{120}{4} \times \frac{120}{5} \times \frac{120}{8} = 10800$

Rpta.: E

3. Una distribuidora de buzos deportivos, para el envío de pedidos, tiene que hacer paquetes; si hace paquetes de 12 unidades, no le sobra ninguno; si hace paquetes de 10, le sobran 6 y si hace paquetes de 15, le faltan 9 para hacer un nuevo paquete. Sabiendo que la cantidad de buzos deportivos pedido es mínima y mayor a un millar, determine la suma de las cifras de la cantidad de buzos deportivos enviados.

A) 10 B) 18 C) 12 D) 16 E) 21

Solución:

Sea el número de ropas deportivas: N

$$N = \begin{cases} 12 + 0 \\ 10 + 6 \\ 15 - 9 \end{cases} \Rightarrow N = \frac{0}{MCM(12; 10; 15)} + 96 = \frac{0}{60} + 96 = 1056$$

Por lo tanto, N = 1056

Suma de cifras: $1 + 5 + 6 = 12$

Rpta.: C

4. Al calcular el MCD de dos números enteros positivos por divisiones sucesivas, los cocientes obtenidos sucesivamente fueron 2, 2, 3 y 2 en ese orden respectivamente. Si la tercera división se realizó por exceso y el MCM de los dos números es 1008, determine la suma de esos dos números.

A) 395 B) 320 C) 245 D) 280 E) 369

Solución:

	2	2	3	2
A=29d	B=12d	5d	2d	d
	5d	2d	d	0

$$MCM(29d; 12d) = 3132 \Rightarrow d = 9.$$

Por lo tanto, la suma es $A + B = 41(9) = 369$

Rpta.: E

5. Adán y Benjamín son abuelos de Piero que, en el presente año 2023, ya cumplieron $m\bar{n}$ y $(m+1)(n-1)$ años de edad respectivamente. Si el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de las edades que cumplieron Adán y Benjamín el 2023 es 9 y 504 respectivamente, ¿en qué año nació el abuelo Adán?

A) 1952 B) 1951 C) 1950 D) 1949 E) 1953

Solución:

$$MCD(A, B) \times MCM(A, B) = A \times B$$

$$\overline{mn} \times \overline{(m+1)(n-1)} = 9 \times 504 = 4536 = 63 \times 72$$

Edades: Adán = 63; Benjamín = 72

Año nacimiento de Adán = 2023 - 72 = 1951

Rpta.: B

6. Manuel le dice a su hijo Jaimito que le dará de propina la cantidad de $\overline{(a+1)(a-3)}$ soles, si logra calcular el máximo común divisor, cuya última cifra es «a», del mayor número de 10 cifras en base 9 y el mayor número de 30 cifras en base 3. Si Jaimito resolvió correctamente el ejercicio planteado por Manuel, ¿cuántos soles recibió de propina Jaimito?

- A) 95 B) 84 C) 73 D) 62 E) 51

Solución:

$$A = \underbrace{88 \dots 88}_9 = 9^{10} - 1 = 3^{20} - 1$$

10-cifras

$$B = \underbrace{222 \dots 22}_3 = 3^{30} - 1$$

30-cifras

$$MCD(A, B) = 3^{MCD(20,30)} - 1 = 3^{10} - 1 = \dots 8 \rightarrow a = 8$$

Propina: 95 soles

Rpta.: A

7. Tres ciclistas entrenan en una pista circular y se observa lo siguiente: el primero da 10 vueltas en 6 minutos; el segundo, 12 vueltas en 8 minutos y el tercero, 18 vueltas en 10 minutos. Si parten simultáneamente de una misma línea de partida, ¿después de cuántas horas pasarán por tercera vez por la línea de partida?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Solución:

Tiempo transcurrido: t

Datos de los atletas: $\frac{3}{5}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{9}$

$$t = MCM\left(\frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{9}\right) = \frac{MCM(3,2,5)}{MCD(5,3,9)} = \frac{30}{1} = 30$$

Los ciclistas coincidirán cada 30 minutos.

Se volverán a encontrar por tercera vez en $2(30) = 60 \text{ min} = 2 \text{ h}$.**Rpta.: B**

8. Pedro hizo un pedido de cierta cantidad de cajas de frutas seleccionadas, por un valor de 2480 soles, para luego venderlas. Como el pedido se demoró en llegar, tuvo que vender al mismo precio de compra una parte de las cajas, por el importe de 1840 soles. Si el precio de cada caja es una cantidad entera de soles y la mayor posible, ¿cuántas cajas de frutas no vendió?
- A) 8 B) 10 C) 12 D) 15 E) 6

Solución:

p : precio de cada caja de fruta.

a : número de cajas de frutas que compro.

b : número de cajas de frutas que vendió.

$$2480 = ap$$

$$1840 = bp$$

p es un divisor común de 2480 y 1840 y el mayor posible.

$$p = \text{MCD}(2480; 1840) = 80 \Rightarrow a = 31; b = 23$$

$$\text{Por lo tanto: } a - b = 8$$

Rpta.: A

9. Tres patrulleros de la policía salen juntos de su base de operaciones a realizar su ronda de patrullaje continua por las calles de un distrito de Lima, declarado en estado de emergencia. Si cada uno se demora $\overline{4a}_{(5)}$, $\overline{b(b-2)b}_{(c)}$ y $\overline{c(b+1)}_{(a)}$ minutos respectivamente en regresar a su base para reportar las ocurrencias de aquellas zonas declaradas de alta peligrosidad, ¿cuánto tiempo debe pasar para que los tres patrulleros se vuelvan a encontrar por tercera vez en su base?
- A) 10 h B) 8 h C) 4 h D) 5 h E) 6 h

Solución:

$$\text{Datos: } \overline{4a}_{(5)}, \overline{b(b-2)b}_{(c)} \text{ y } \overline{c(b+1)}_{(a)}$$

$$1 < b < c < a < 5 \rightarrow b = 2, c = 3, a = 4$$

$$\text{Tiempo: } \overline{4a}_{(5)} = 24, \overline{b(b-2)b}_{(c)} = 20, \overline{c(b+1)}_{(a)} = 15$$

Tiempo transcurrido: t

$$t = \text{MCM}(24, 20, 15) = 120 \text{ min} = 2 \text{ h}$$

Tiempo de encuentro por tercera vez: $2(2) = 4 \text{ h}$

Rpta.: C

10. Las amigas Ana, Bertha y Carmen siempre están en conversaciones a través de mensajes vía WhatsApp. Un día se observó que el MCD del número de mensajes intercambiadas entre Ana y Bertha es 48, mientras que el MCD del número de mensajes intercambiadas entre Bertha y Carmen es 64. Determine el MCD del número de mensajes enviados entre las tres amigas.
- A) 32 B) 18 C) 16 D) 24 E) 12

Solución:

$$MCD(A;B) = 48; MCD(B;C) = 64$$

$$MCM(A;B;C) = MCM(48;64) = 16$$

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Un terreno de forma rectangular de 540 m de ancho por 720 m de largo se va a dividir en lotes de forma cuadrada, todas iguales sin que sobre. Si el lado de cada cuadrado mide una cantidad entera de metros y su área está comprendido entre 120 m^2 y 260 m^2 , ¿cuántos lotes, como mínimo, se obtendrán?

A) 1700 B) 2128 C) 1728 D) 1860 E) 1824

Solución:

L: lado del lote cuadrado

$$MCD(540; 720) = 180$$

$$120 < L^2 < 260 \rightarrow L = 15$$

$$\text{Cantidad de lotes} = \frac{540}{15} \times \frac{720}{15} = 36 \times 48 = 1728$$

Rpta.: C

2. En una competencia de ciclismo, el tiempo que demoran tres participantes en dar una vuelta al circuito son de 250, 200 y 240 segundos respectivamente. Si la competencia se inició a las 8:00 a. m., y todos mantienen su velocidad constante, ¿a qué hora coincidirán los tres por tercera vez en el punto de partida?

A) 11h 50min B) 10h 20min C) 11h 20min D) 10h 50min E) 11h 40min

Solución:

Tiempo transcurrido: t

$$t = MCM(250, 200, 240) = 6000 \text{seg} = 100 \text{ min.}$$

$$\text{Entonces, } 100(2) = 200 \text{ min} = 3 \text{h } 20 \text{ min}$$

$$\text{Por tercera vez coinciden a las: } 8 \text{h} + 3 \text{h } 20 \text{ min} = 11 \text{h } 20 \text{ min}$$

Rpta.: C

3. En el almacén de una distribuidora hay 1260 cajas de celulares cuyas dimensiones son de 20cm, 10cm y 6 cm. Para su distribución a las tiendas, se las empaca en cajas cúbicas con la mayor cantidad posible de los celulares. Si todas las cajas de celulares son iguales, ¿cuántas cajas cúbicas necesitarán, como máximo, para empacarlas?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 7

Solución:

Sea la arista de la caja cubica: L

$$L = MCM(20; 10; 6) = 60$$

$$\# \text{ celulares por caja} = \frac{60}{20} \times \frac{60}{12} \times \frac{60}{6} = 180$$

$$\# \text{ cajas cubicas} = \frac{1260}{180} = 7$$

Rpta.: E

4. Al calcular el máximo común divisor de las edades de los hermanos Ángel y Benancio mediante el algoritmo de Euclides, se obtienen los cocientes sucesivos 1, 1, 2 y al hacer la misma operación con las edades de Ángel y Claudio, por el mismo método, se obtuvieron los cocientes sucesivos 1, 2, 2. Halle la edad del menor de los tres hermanos, sabiendo que sus edades suman 81 y, además, que Abel es el mayor de los hermanos.

A) 21 B) 24 C) 23 D) 20 E) 19

Solución:

	1	1	2
A=5d	B=3d	2d	d
	2d	d	0

	1	2	2
A=7k	C=5k	2k	k
	2k	k	0

$$A = 5d = 7k \rightarrow d = 7; k = 5$$

$$\text{Entonces } A = 35, B = 21, C = 25$$

Menor: 21

Rpta.: A

5. El profesor Andrés le pide a su alumna Andrea que determine la última cifra del numeral escrito en base 5, que es equivalente al MCD del mayor numeral de 50 cifras en base ocho y del mayor numeral de 30 cifras en base 4. Si la alumna Andrea resolvió correctamente, ¿cuál fue su respuesta?

A) 1 B) 0 C) 4 D) 2 E) 3

Solución:

$$A = 8^{50} - 1 = 2^{150} - 1, B = 4^{30} - 1 = 2^{60} - 1$$

$$MCD[2^{150} - 1; 2^{60} - 1] = 2^{30} - 1 = \dots \bar{x}_{(5)} = \overset{o}{5} + x$$

$$(2^2)^{15} - 1 = \left(\overset{o}{5} - 1\right)^{15} - 1 = \overset{o}{5} - 2 = \overset{o}{5} + 3$$

entonces $x = 3$

Rpta. : E

6. Si $a \times (a + 1)^2 \times \overline{a(a + 1)} \times \overline{(2a)(2a)(a + 1)}$ es un número expresado en su forma canónica, representa la recaudación bruta de ingresos tributarios del gobierno central del año 2022, dado en millones de soles; y para el año 2023, se proyectó recaudar $b^2 \times (b + 1) \times (2b + 1) \times \overline{b(b + 1)} \times \overline{1(b + 1)1}$ (descomposición canónica) millones de soles. Si el Gobierno central ha decidido entregar, como presupuesto del año 2024 al sector educativo, la cantidad que representa el máximo común divisor (en millones de soles) de estas dos cantidades, halle la suma de cifras de dicho presupuesto.
- A) 21 B) 12 C) 13 D) 23 E) 14

Solución:

$$A = a \times (a + 1)^2 \times \overline{a(a + 1)} \times \overline{(2a)(2a)(a + 1)} \rightarrow a = 2$$

$$A = 2 \times 3^2 \times 23 \times 443$$

$$B = b^2 \times (b + 1) \times (2b + 1) \times \overline{b(b + 1)} \times \overline{1(b + 1)1} \rightarrow b = 2$$

$$B = 2^2 \times 3 \times 5 \times 23 \times 131$$

$$MCD(A, B) = 2 \times 3 \times 23 = 138$$

Suma de cifras: 12

Rpta.: B

7. Jorge, un estudiante de la UNMSM, pregunta a su profesor de matemáticas por la demostración de un teorema que no logra entender bien; a lo cual, el profesor le responde diciendo: «El $MCD(\overline{abc}, 540) = 36$; y la demostración detallada de ese teorema, está en la página \overline{abc} de mi libro». Si el libro del profesor no tiene más de 252 páginas, ¿qué página debe revisar Jorge?
- A) 108 B) 144 C) 180 D) 216 E) 252

Solución:Dato: $\overline{abc} < 252$

$$MCD(\overline{abc}, 540) = 36 \rightarrow 540 = 36 \times 15$$

$$\overline{abc} = 36 \times 4 = 144$$

Debe revisar página: 144

Rpta.: B

8. El señor Cupertino tiene un criadero de truchas y, semanalmente, produce 2499 enlatados de trucha, en latas cilíndricas de medidas 85mm y 35mm de diámetro y altura respectivamente; las cuales debe empacar en cajas cúbicas para su traslado y posterior comercialización. ¿Cuántas cajas cúbicas como máximo podrá utilizar para su producción semanal, si estas deben estar completamente llenas?
- A) 10 B) 8 C) 3 D) 5 E) 11

Solución:

Sea la longitud de la arista de la caja cubica: L

$$L = MCM(85, 35) = 595$$

$$\text{Cantidad de latas por caja} = \frac{595}{85} \times \frac{595}{35} \times \frac{595}{85} = 833$$

$$\text{Número de cajas cúbicas} = 3$$

Rpta.: C

9. En una fábrica de productos alimenticios, el sistema de trabajo de los operarios es la siguiente: trabaja 9 días seguidos y descansa 2 días. Si un operario empieza a trabajar un martes, ¿después de cuántos días, como mínimo, descansará sábado y domingo?

A) 73 B) 63 C) 53 D) 43 E) 33

Solución:

Empieza un martes y descansa sábado y domingo, entonces el número días tiene que ser $11 - 2$ y como la semana tiene 7 días y su trabajo empieza desde el martes entonces también tiene que ser $7 + 4$

$$N = \begin{cases} 7 + 4 \\ 11 - 2 \end{cases} \rightarrow N = \begin{cases} 7 + 4 + 49 = 7 + 53 \\ 11 - 2 + 55 = 11 + 53 \end{cases}$$

$$N = MCM(7; 11) + 53 = 77 + 53$$

$$N = 53$$

Rpta.: C

10. En la Feria Internacional del Libro, la editorial RIM alquiló tres puestos de venta en distintas zonas de la feria, para vender el libro de *Matemática recreativa*. Cierta día la recaudación en cada puesto por la venta de dichos libros fueron 750, 600 y 900 soles, siendo el precio de cada libro una cantidad entera comprendida entre 66 y 76 soles. Si vendió en total 500 libros, en el tiempo que duró la feria, y todos al mismo precio, ¿cuántos soles recaudó la editorial por toda la venta?

A) 37 500 B) 30 400 C) 33 500 D) 44 300 E) 38 500

Solución:

Sea el precio de cada libro: p

$$MCD(750, 600, 900) = 150$$

$$\text{Como } p \text{ es divisor de } 150 \text{ y } 66 < p < 76 \rightarrow p = 75$$

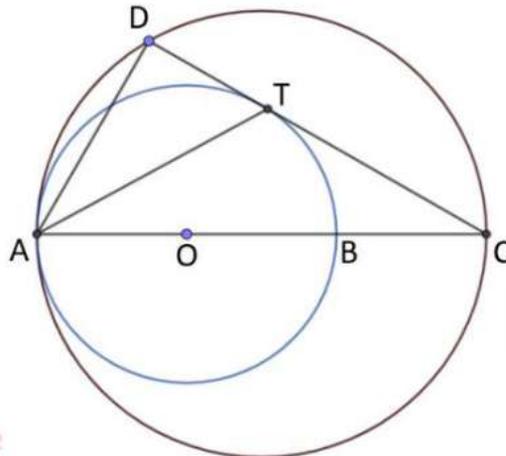
$$\text{Recaudación total: } 500(75) = 37500.$$

Rpta.: A

Geometría

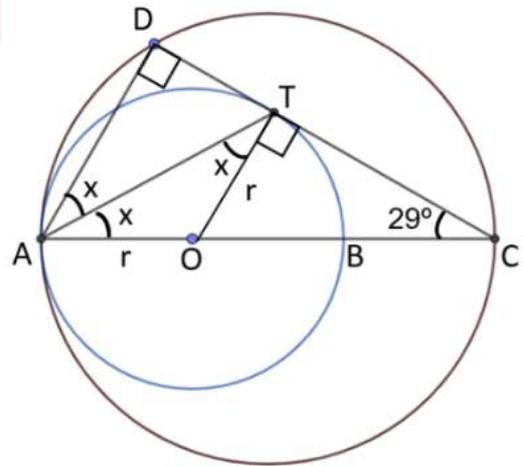
EJERCICIOS DE CLASE

1. En la figura, \overline{AB} y \overline{AC} son diámetros, T punto de tangencia y O centro de la circunferencia menor. Si $m\widehat{ACD} = 29^\circ$, halle $m\widehat{DAT}$.

A) 30° B) $30^\circ 30'$ C) 31° D) $31^\circ 30'$ E) 32° 

Solución:

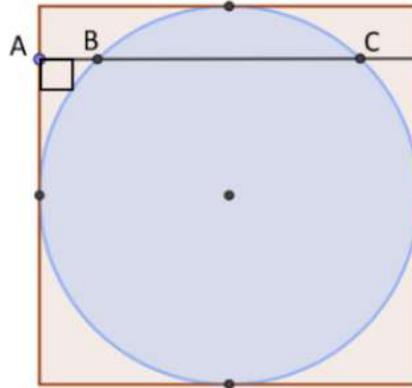
- El $\triangle ADC$ es recto en D
- T es punto de tangencia
 $\Rightarrow \overline{OT} \perp \overline{DC}$
- Sea $m\widehat{DAT} = x$
 $\Rightarrow m\widehat{ATO} = x$, por alternos internos
- $\triangle AOT$ es isósceles
 $\Rightarrow m\widehat{OAT} = x$
- En $\triangle ADC$: $2x + 90^\circ + 29^\circ = 180^\circ$
 $\therefore x = 30^\circ 30'$



Rpta.: B

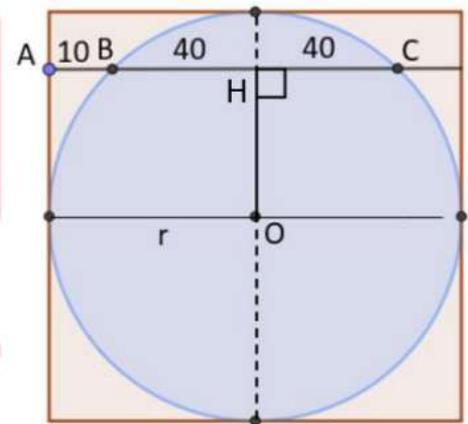
2. En la figura, se tiene un tablero cuadrado de una mesa sobre el cual se coloca un protector de vidrio de forma circular, inscrito en el tablero. Si trazamos la línea \overline{AC} se tiene que $AC = 90$ cm y $BC = 80$ cm. Halle la longitud del radio del vidrio circular.

- A) 45 cm
- B) 48 cm
- C) 50 cm
- D) 52 cm
- E) 49 cm



Solución:

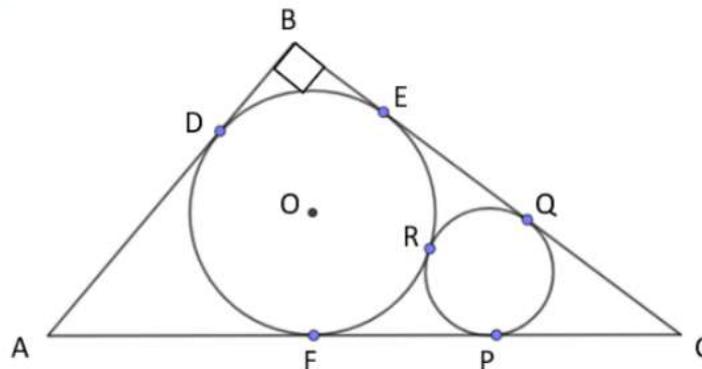
- Intersecando los segmentos de unen los puntos medios de los lados opuestos del cuadrado, tenemos el centro O del cuadrado y también el centro de la circunferencia.
- Trazar $\overline{OH} \perp \overline{BC} \Rightarrow BH = HC = 40$
- Por dato: $AC = 90 \Rightarrow AB = 10$
 $\therefore r = 50$



Rpta.: C

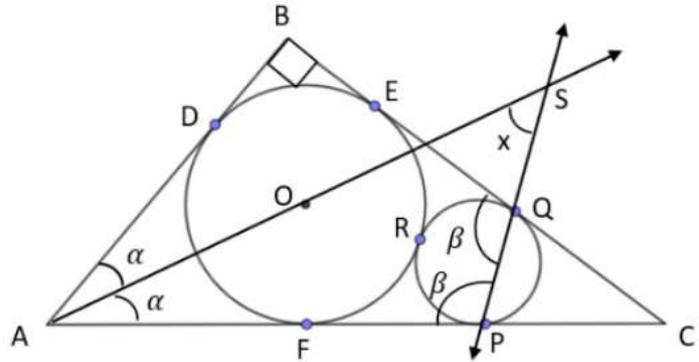
3. En la figura, O es centro de circunferencia, los puntos D, E, F, P, Q y R son puntos de tangencia. Halle la medida del ángulo agudo que forman la bisectriz de \widehat{BAC} y la recta que pasa por P y Q .

- A) 39°
- B) 60°
- C) 30°
- D) 37°
- E) 45°



Solución:

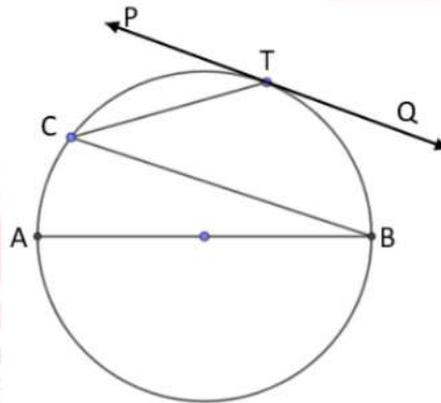
- En $\triangle APS$:
 $x + \alpha + \beta = 180^\circ$ (1)
- En $ABQP$:
 $2\alpha + 2\beta + 90^\circ = 360^\circ$
 $\Rightarrow \alpha + \beta = 135^\circ$ (2)
- (2) en (1):
 $x = 45^\circ$



Rpta.: E

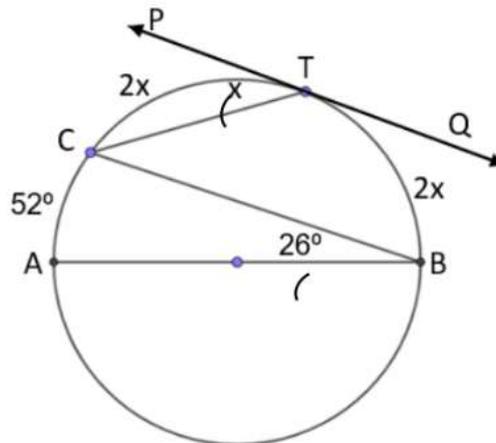
4. En la figura, \overline{AB} es diámetro, $\overline{PQ} \parallel \overline{CB}$, T es punto de tangencia. Si $m\widehat{ABC} = 26^\circ$, halle $m\widehat{CT}$.

- A) 65°
- B) 53°
- C) 60°
- D) 70°
- E) 64°



Solución:

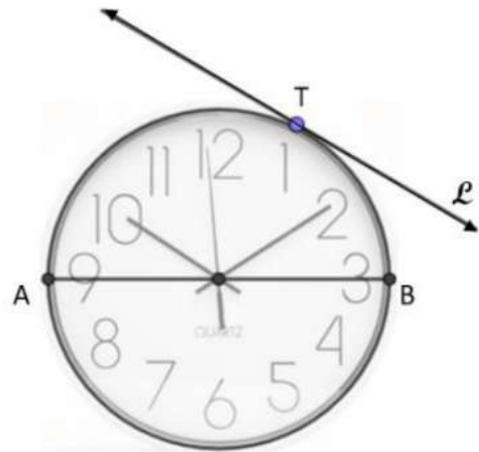
- Sea $m\widehat{CT} = 2x$
 \Rightarrow Por ángulo seminscrito:
 $m\widehat{PTC} = x$
- Usando las paralelas:
 $m\widehat{CT} = m\widehat{TB} = 2x$
- En la semicircunferencia:
 $52^\circ + 2x + 2x = 180^\circ$
 $\therefore m\widehat{CT} = 2x = 64^\circ$



Rpta.: E

5. En la figura, \overline{AB} es diámetro de un reloj circular de pared, \mathcal{L} recta tangente y T punto de tangencia. Si las distancias de A y B a la recta \mathcal{L} son 16 cm y 6 cm, halle la medida del radio de la circunferencia.

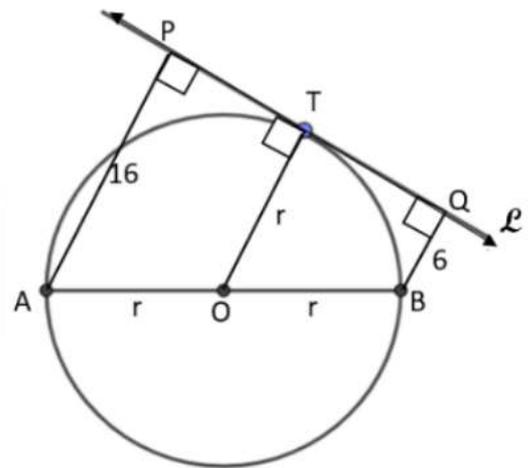
- A) 11 cm
- B) 10 cm
- C) 12 cm
- D) 13 cm
- E) 9 cm



Solución:

- Trazar \overline{AP} y \overline{BQ} perpendiculares a \mathcal{L}
 $\Rightarrow AP = 16$ y $BQ = 6$
- Si O es centro y T punto de tangencia
 $\Rightarrow OT = r$ y $\overline{OT} \perp \mathcal{L}$
- En el trapecio PQBA por base media:

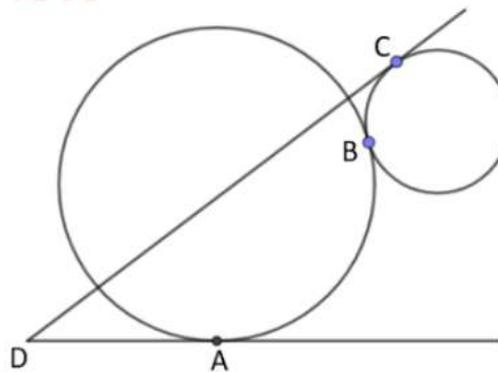
$$r = \frac{16+6}{2} = 11$$



Rpta.: A

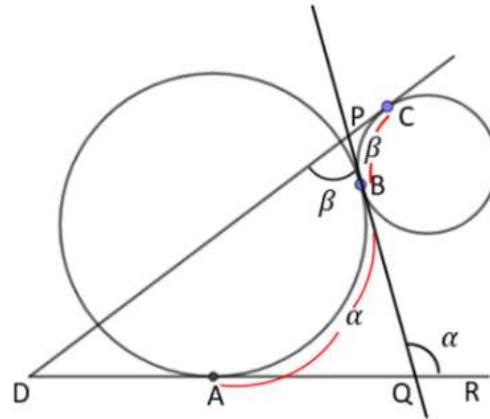
6. En la figura, A, B y C son puntos de tangencia. Si $m\widehat{AB} = m\widehat{BC} + 32^\circ$, halle $m\widehat{CDA}$.

- A) 32°
- B) 30°
- C) 34°
- D) 35°
- E) 36°



Solución:

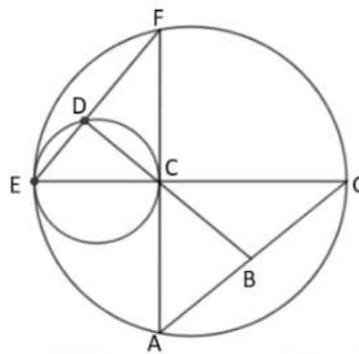
- Sea $m\widehat{AB} = \alpha$ y $m\widehat{BC} = \beta$
 - Propiedad: $m\widehat{DPB} = \alpha$ y $m\widehat{PQR} = \alpha$
 - Dato : $\alpha = \beta + 32^\circ$ (1)
 - En ΔDPQ : $\alpha = \beta + x$ (2)
- De (1) y (2):
 $x = 32^\circ$



Rpta.: A

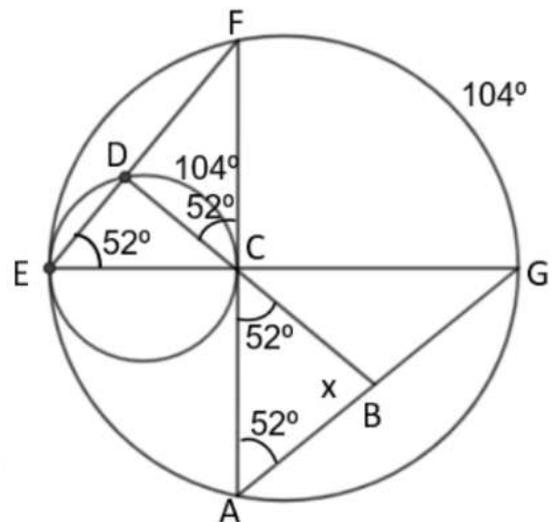
7. En la figura, C y E son puntos de tangencia. Si $m\widehat{CEF} = 52^\circ$, halle $m\widehat{ABC}$.

- A) 70°
- B) 75°
- C) 76°
- D) 80°
- E) 81°



Solución:

- Dato: $m\widehat{CEF} = 52^\circ$
 - En la circunferencia mayor:
 $m\widehat{FG} = 104^\circ$ (ángulo inscrito)
 $m\widehat{FAG} = 52^\circ$ (ángulo inscrito)
 - En la circunferencia menor:
 $m\widehat{DC} = 104^\circ$ (ángulo inscrito)
 $m\widehat{DCF} = 52^\circ$ (áng. semiinsc.)
 $m\widehat{BCA} = 52^\circ$ (ángulo opuesto por el vértice)
- En ΔABC : $x + 52^\circ + 52^\circ = 180^\circ$
 $x = 76^\circ$



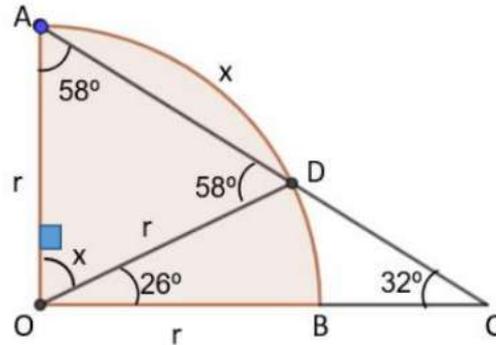
Rpta.: C

8. En un cuadrante AOB, se prolonga \overline{OB} hasta C tal que $m\widehat{OCA} = 32^\circ$. Si $\overline{AC} \cap \text{AB} = \{D\}$, halle $m\widehat{AD}$.

- A) 57° B) 60° C) 64° D) 65° E) 69°

Solución:

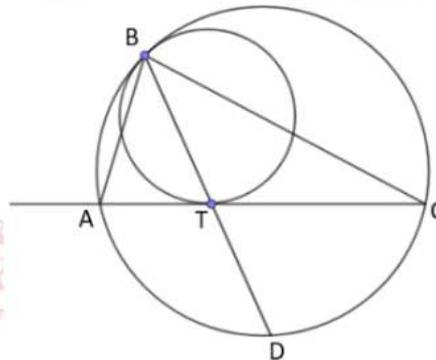
- Dato: $\widehat{OCA} = 32^\circ$
 $\triangle AOC$: $m\widehat{OAC} = 58^\circ$
 $\triangle AOD$ isosceles: $m\widehat{ADO} = 58^\circ$
 $\triangle ODC$: $m\widehat{DOC} = 26^\circ$
- En el punto O: $x = 64^\circ$
-



Rpta.: C

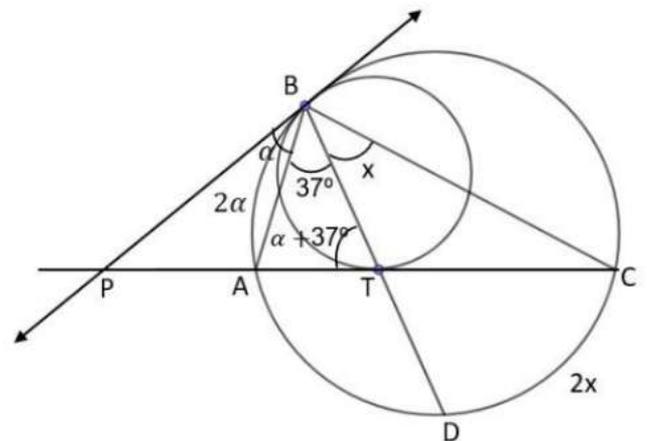
9. En la figura, B y T son puntos de tangencia. Si $m\widehat{ABD} = 37^\circ$, halle $m\widehat{DBC}$.

- A) 37°
 B) 35°
 C) 34°
 D) 53°
 E) 39°



Solución:

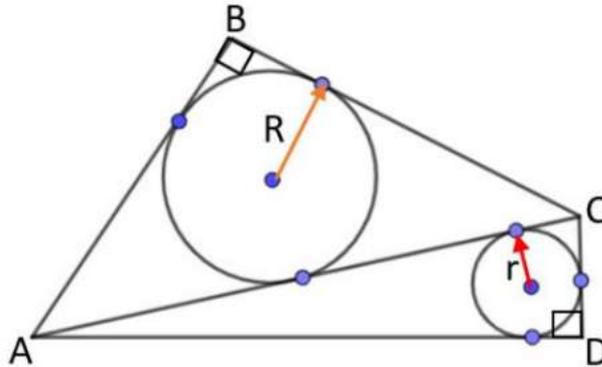
- Trazar la tangente común que pasa por B.
- Del dato: B y T puntos de tangencia
 $\Rightarrow m\widehat{PBT} = m\widehat{PTB} = \alpha + 37^\circ$
- Por ángulo interior en la circunferencia mayor
 $m\widehat{PTB} = \alpha + 37^\circ = \frac{2\alpha + 2x}{2}$
 $\Rightarrow x = 37^\circ$



Rpta.: A

10. En la figura, las circunferencias de radios R y r están inscritas en triángulos. Si el perímetro de $ABCD$ es de 80 m y $AC = 35$ m, halle $R + r$.

- A) 8 m
- B) 6 m
- C) 5 m
- D) 4 m
- E) 3 m



Solución:

Por el teorema de Poncelet:

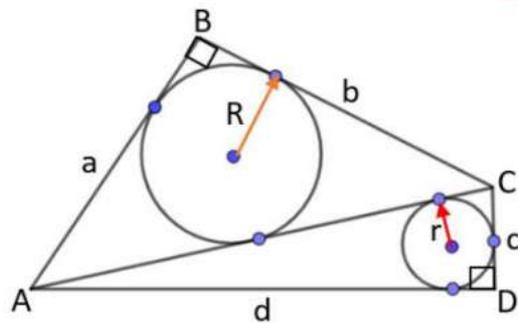
$$a + b = 36 + 2R$$

$$c + d = 36 + 2r$$

Sumando tenemos:

$$a + b + c + d = 2(R + r) + 72$$

$$\Rightarrow R + r = 4$$



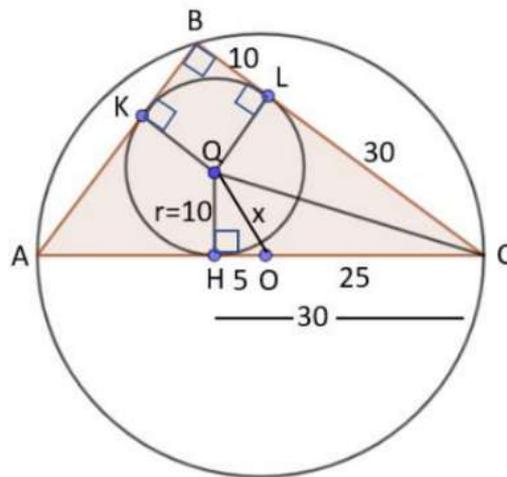
Rpta.: D

11. En un triángulo rectángulo ABC , se inscribe una circunferencia de centro en Q y se circunscribe otra circunferencia de centro en O . Si los catetos del triángulo miden 30 m y 40 m, halle OQ .

- A) $5\sqrt{5}$ m
- B) $4\sqrt{5}$ m
- C) $3\sqrt{5}$ m
- D) $2\sqrt{5}$ m
- E) $\sqrt{5}$ m

Solución:

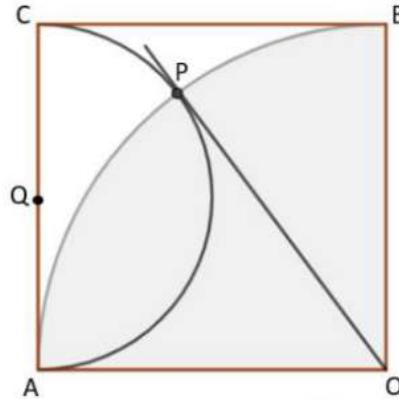
- En $\triangle ABC$ notable $37^\circ-53^\circ$:
 $AC = 50$
- \overline{AC} es diámetro con centro O
- Teorema de Poncelet:
 $30 + 40 = 50 + 2r$
 $\Rightarrow r = 10$
- $\triangle QHC \cong \triangle QLC$
 $\Rightarrow LC = HC = 30$
 $\Rightarrow HO = 5$
- $\triangle OHQ$ notable $53^\circ/2$:
 $\Rightarrow x = 5\sqrt{5}$



Rpta.: A

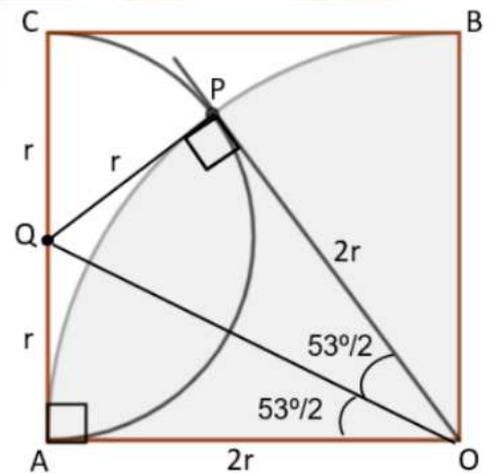
12. En la figura, $AOBC$ es un cuadrado, \widehat{AOB} un cuadrante, \overline{AC} diámetro de semicircunferencia de centro en Q . Si P es punto de tangencia, halle $m\widehat{AP}$ en el cuadrante.

- A) 60°
- B) 53°
- C) 75°
- D) 65°
- E) 70°



Solución:

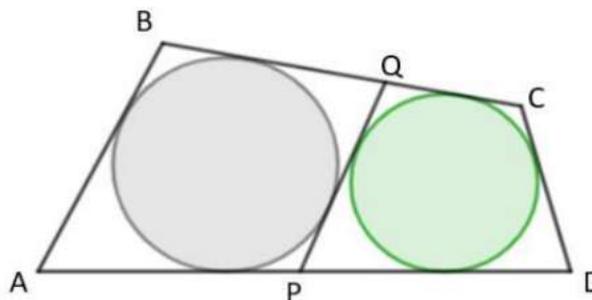
- Como Q es centro y P es punto de tangencia
 $\Rightarrow \overline{QP} \perp \overline{PO}$
 $\Rightarrow \Delta OPQ \cong \Delta OAQ$ (LAL) y son notables $53^\circ/2$
- Por ángulo central: $m\widehat{AP} = 53^\circ$



Rpta.: B

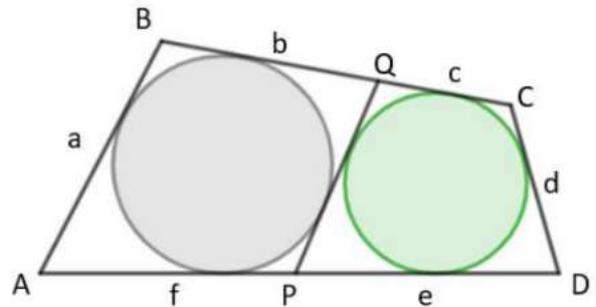
13. En la figura, el cuadrilátero $ABCD$ es la base de una caja con una división \overline{PQ} en la cual se depositarán dos perfumes de bases circulares. Si $BC + AD = 21$ cm y $AB + CD = 12$ cm, halle PQ .

- A) 4 cm
- B) 4,5 cm
- C) 5 cm
- D) 5,6 cm
- E) 5,7 cm



Solución:

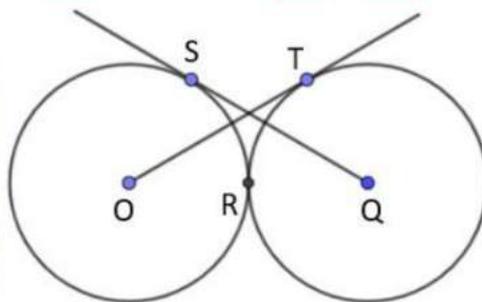
- Por el teorema de Pitot
 $a + PQ = b + f$
 $d + PQ = c + e$
 $\Rightarrow a + d + 2x = b + c + f + e \dots (1)$
- Dato: $BC + AD = 21$
 $\Rightarrow b + c + f + e = 21 \dots (2)$
- Dato: $AB + CD = 12$
 $\Rightarrow a + d = 12 \dots (3)$
- Reemplazando (2) y (3) en (1):
 $PQ = 4,5$



Rpta.: B

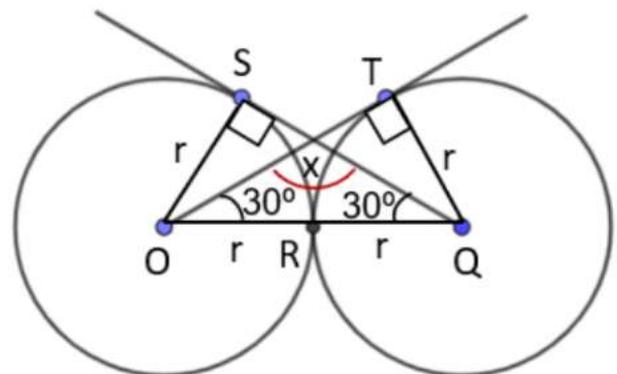
14. En la figura, las circunferencias son congruentes de centros O y Q. Si R, S y T son puntos de tangencia, halle la medida del ángulo obtuso que forman las tangentes que pasan por S y T.

- A) 120°
- B) 110°
- C) 150°
- D) 135°
- E) 136°



Solución:

- Usando los puntos de tangencia S y T tenemos dos triángulos rectángulos notables $30^\circ - 60^\circ$
 $\Rightarrow x = 120^\circ$

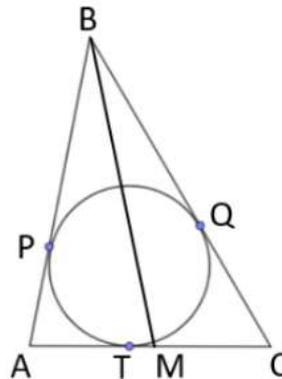


Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

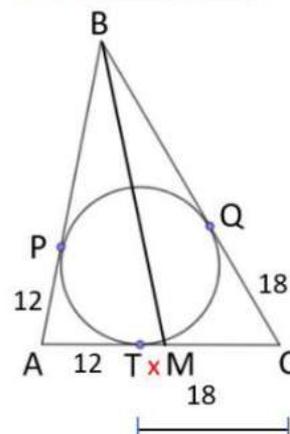
1. En la figura, P, Q y T son puntos de tangencia, \overline{BM} es mediana de $\triangle ABC$. Si $3AP = 2QC = 36$ cm, halle TM

- A) 3 cm
- B) 3,5 cm
- C) 3,6 cm
- D) 4 cm
- E) 5 cm



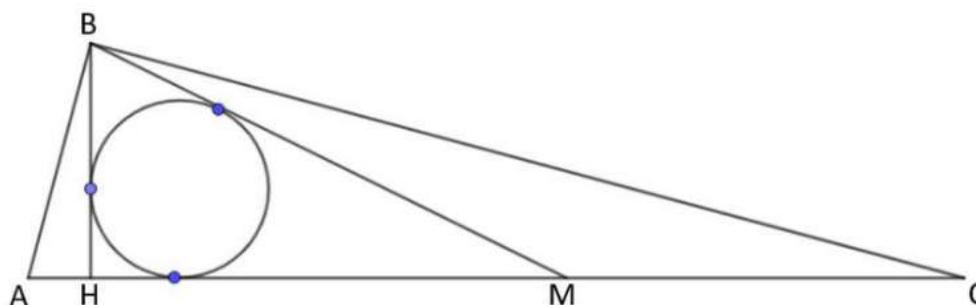
Solución:

- Dato: $AP = 12, QC = 18$
- Propiedad de tangentes:
 $AT = 12, TC = 18$
- \overline{BM} mediana $\Rightarrow AM = MC = 15$
 $\therefore x = 3$



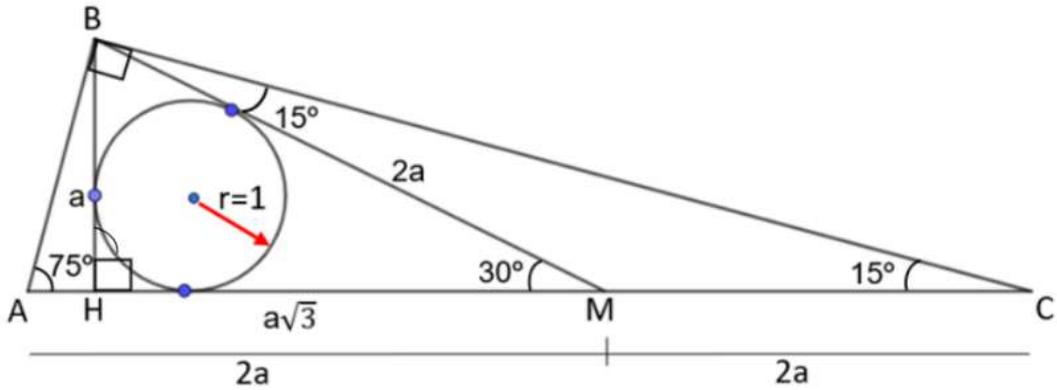
Rpta.: A

2. En la figura, el triángulo ABC es rectángulo, $m\hat{BAC} = 75^\circ$, \overline{BH} es la altura y \overline{BM} es la mediana. Si la medida del radio de la circunferencia inscrita en $\triangle BHM$ es de 1 m, halle BH.



- A) $(\sqrt{3} + 1)$ m
- B) $(\sqrt{3} - 1)$ m
- C) $(\sqrt{3} + 2)$ m
- D) $(\sqrt{2} + 1)$ m
- E) $(\sqrt{2} - 1)$ m

Solución:

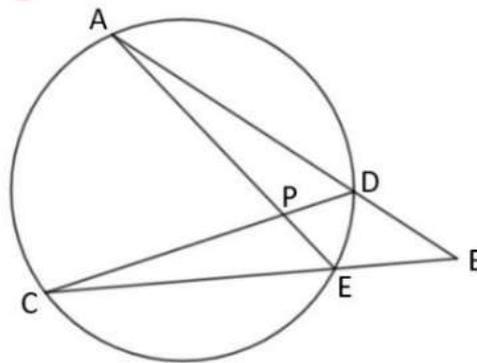


- $\triangle ABC$: $BM = AM = MC = 2a$
- $\triangle BMC$ isósceles $\Rightarrow \widehat{MOC} = \widehat{MCB} = 15^\circ$
y por ángulo exterior, $\widehat{BMA} = 30^\circ$
- $\triangle BHM$ notable $30^\circ - 60^\circ$
- $\triangle BHM$, Poncelet:
 $a + a\sqrt{3} = 2a + 2(1)$
 $a = \sqrt{3} + 1$
 $\therefore BH = (\sqrt{3} + 1) m$

Rpta.: A

3. En la figura, $\widehat{ABC} = 40^\circ$ y $\widehat{DE} = 26^\circ$. Halle \widehat{DPE} .

- A) 66°
- B) 60°
- C) 57°
- D) 58°
- E) 65°



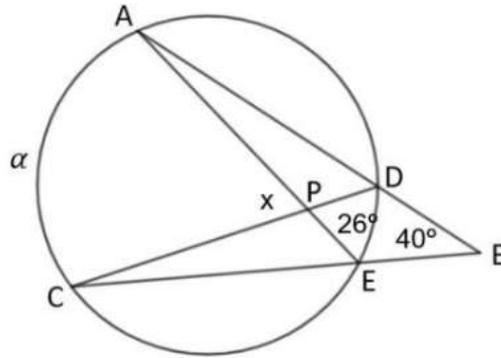
Solución:

- Por ángulo exterior:

$$40^\circ = \frac{\alpha - 26^\circ}{2} \Rightarrow \alpha = 106^\circ$$

- Por ángulo interior:

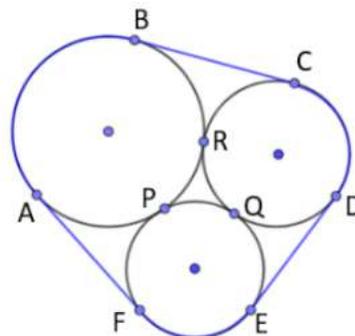
$$x = \frac{\alpha + 26^\circ}{2} = \frac{126^\circ + 26^\circ}{2} = 66^\circ$$



Rpta.: D

4. En la figura se tiene una correa alrededor de tres poleas. Si A, B, C, D, E, F, P, Q y R son puntos de tangencia, halle $m\widehat{AB} + m\widehat{CD} + m\widehat{EF}$.

- A) 320°
- B) 360°
- C) 350°
- D) 325°
- E) 336°



Solución:

- Por los puntos de tangencia, trazamos líneas formando el ΔLMN

$$m\widehat{MLN} = 180^\circ - \alpha$$

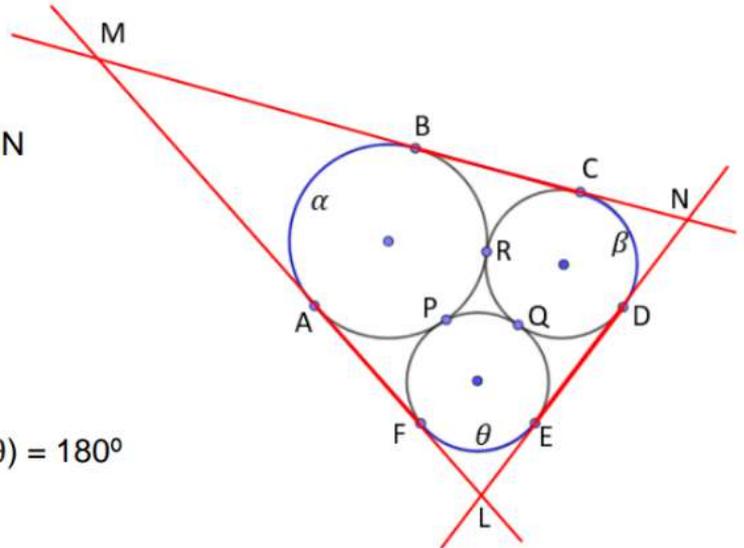
$$m\widehat{LNM} = 180^\circ - \beta$$

$$m\widehat{LMN} = 180^\circ - \theta$$

- En ΔLMN :

$$(180^\circ - \alpha) + (180^\circ - \beta) + (180^\circ - \theta) = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta + \theta = 360^\circ$$

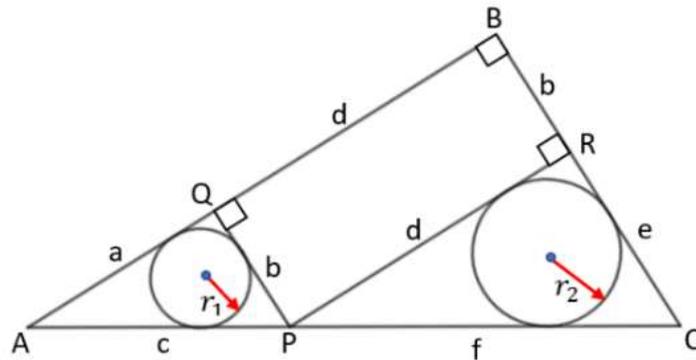


Rpta.: B

5. En un triángulo rectángulo ABC, desde un punto P en \overline{AC} , trazamos perpendiculares \overline{PQ} y \overline{PR} a los catetos ($Q \in \overline{AB}$ y $R \in \overline{BC}$). Si el radio de la circunferencia inscrita en el ΔABC mide 70 cm, halle la suma de las medidas de los radios de las circunferencias inscritas en los triángulos AQP y PRC.

- A) 65 cm
- B) 72 cm
- C) 70 cm
- D) 68°
- E) 70 cm

Solución:



- Poncelet en $\triangle ABC$: $(a + d) + (b + e) = (c + f) + 2(70)$
- Poncelet en $\triangle AQP$: $a + b = c + 2r_1$
- Poncelet en $\triangle PRC$: $d + e = f + 2r_2$

$$\begin{aligned} \underbrace{a + d + b + e}_{c + f + 140} &= c + f + 2r_1 + 2r_2 \\ c + f + 140 &= c + f + 2(r_1 + r_2) \\ \Rightarrow r_1 + r_2 &= 70 \end{aligned}$$

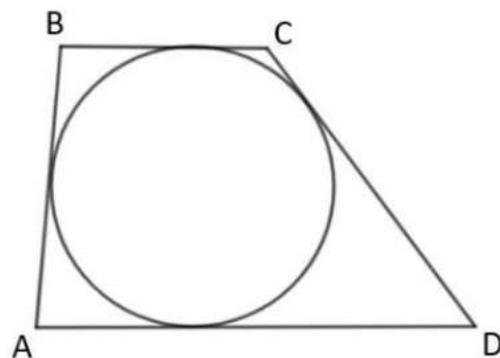
Rpta.: E

6. Se tiene una circunferencia inscrita en un trapecio. Si la longitud de la mediana del trapecio es de 36 cm, halle el perímetro del trapecio.

- A) 121 cm B) 144 cm C) 125 cm D) 136 cm E) 145 cm

Solución:

- Dato: $\frac{BC + AD}{2} = 36$
 $\Rightarrow BC + AD = 72$
- Pitot: $BC + AD = AB + CD$
 \therefore Perímetro
 $AB + BC + CD + DA = 144$



Rpta.: B

Álgebra

EJERCICIOS DE CLASE

1. La suma de coeficientes del polinomio cuadrático $p(x)$ es 36. Si el término independiente es el doble de su coeficiente principal y el coeficiente del término lineal es el triple de su término independiente, halle $p(-1)$.

A) - 8 B) 4 C) 16 D) 20 E) - 12

Solución:

Sea $p(x) = ax^2 + bx + c$

Por dato:

I) $p(1) = 36 \rightarrow p(1) = a + b + c = 36$

II) $c = 2a$

III) $b = 3c \rightarrow b = 6a$

$\rightarrow a + 6a + 2a = 36 \rightarrow a = 4, b = 24, c = 8$

$\rightarrow p(x) = 4x^2 + 24x + 8$

$p(-1) = 4 - 24 + 8$

$\therefore p(-1) = -12$

Rpta.: E

2. En la siguiente tabla, se muestran las ventas que realizó Miguel los tres primeros meses de este año:

	Precio unitario	Cantidad
Enero	$3x^2 y^3$	$x^4 y^5$
Febrero	$5x y^4$	$2x^2$
Marzo	$2 y^6$	$7x^4 y$

Si $p(x,y)$ representa el ingreso total, entonces podemos afirmar:

A) El $GA[p(x,y)]$ es 12.

B) El $GR_x[p(x,y)] = 8$

C) El $GR_y[p(x,y)] = 10$

D) El $GA[p(x,y)] - 2GR_y[p(x,y)] = 2$

E) $GR_x[p(x,y)] + p(1,1) = 6 + (3 + 10 + 14) = 33$

Solución:

El ingreso total por los tres primeros meses fue

$$p(x,y) = (3x^2 y^3)(x^4 y^5) + (5xy^4)(2x^2) + (2 y^6)(7x^4 y)$$

$$p(x,y) = 3x^6 y^8 + 10x^3 y^4 + 14x^4 y^7$$

$$GA[p(x,y)] = 14$$

$$GR_x [p(x,y)] = 6$$

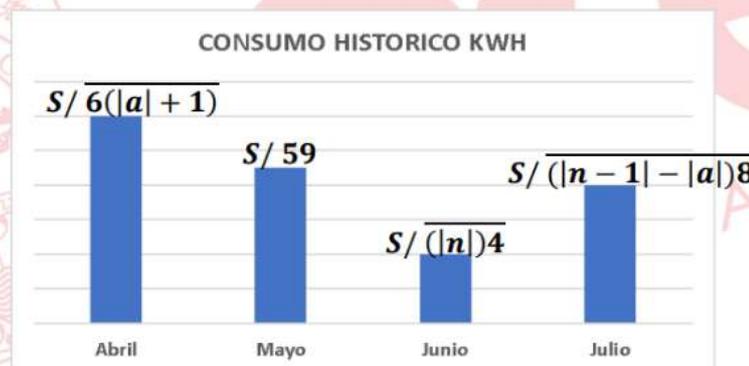
$$GR_y [p(x,y)] = 8$$

$$GA[p(x,y)] - 2GR_y [p(x,y)] = 14 - 2(8) = -2$$

$$GR_x [p(x,y)] + p(1,1) = 6 + (3 + 10 + 14) = 33$$

Rpta.: E

3. En el siguiente grafico, se muestra el gasto, en soles, por el consumo de luz en los meses de abril, mayo, junio y julio de Cristina.



donde «a» es el mayor coeficiente del polinomio $p(x) = (n-1)x^{n+5} + nx^{n+6} + (n+1)x^{n+7} + (n+2)x^{n+8} + \dots$

Si dicho polinomio es completo y ordenado, halle el gasto total por consumo de luz de Cristina en estos cuatro meses.

- A) 233 soles B) 303 soles C) 264 soles D) 360 soles E) 243 soles

Solución:

I) Por ser completo y ordenado en forma creciente: $n + 5 = 0$, entonces $n = -5$
Luego

$$p(x) = -6 - 5x - 4x^2 - 3x^3 - 2x^4 - x^5 \rightarrow a = -1$$

II) Del grafico se tiene:

Gasto del mes de ABRIL: 62 soles.

Gasto del mes de MAYO: 59 soles

Gasto del mes de JUNIO: 54 soles

Gasto del mes de JULIO: 58 soles

Por lo tanto, el gasto total: 233 soles.

Rpta.: A

4. Alejandro tiene dos hijos, uno con el doble de edad que el otro; si se sabe que la edad del hijo mayor es igual al grado de homogeneidad del siguiente polinomio,

$$p(x,y,z) = 3x^{n^2}y^{2n+m} - x^{(2+n)^2}z^4 + x(y^n)^{n+1}z^{2m-11} ; m,n \in \mathbb{Z}^+,$$

determine cuantos años le falta al hijo menor para cumplir la mayoría de edad.

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 5 E) 12

Solución:

Como $p(x,y,z)$ es homogéneo, entonces:

$$n^2 + 2n + m = (2 + n)^2 + 4 = 1 + n(n + 1) + 2m - 11$$

$$n^2 + 2n + m = n^2 + 4n + 4 + 4 = 1 + n^2 + n + 2m - 11$$

$$n^2 + 2n + m = n^2 + \underset{(1)}{4n} + 8 = n^2 + n + \underset{(2)}{2m} - 10 \quad \underset{(3)}$$

$$\text{De (1) y (2): } m - 2n = 8 \dots (*)$$

$$\text{De (1) y (3): } m - n = 10 \dots (**)$$

$$\text{De (*) y (**): } n = 2 \text{ y } m = 12$$

Luego, el grado de homogeneidad es: $(2 + n)^2 + 4 = 20$ (edad del hijo mayor)

→ La edad del hijo menor es 10 años.

∴ Le falta al hijo menor 8 años para cumplir la mayoría de edad.

Rpta.: B

5. Si $\frac{\frac{2m}{5} + n}{m} + \frac{m}{25n} = 0$, halle el valor de $\frac{n}{m}$.

- A) $\frac{1}{5}$ B) -1 C) $-\frac{1}{5}$ D) 5 E) 2

Solución:

$$\frac{\frac{2m}{5} + n}{m} + \frac{m}{25n} = 0$$

$$\rightarrow \frac{2m + 5n}{5m} + \frac{m}{25n} = 0 \rightarrow \frac{2m + 5n}{m} + \frac{m}{5n} = 0 \rightarrow (5n)^2 + 10mn + m^2 = 0$$

$$\rightarrow (5n + m)^2 = 0 \rightarrow (5n + m) = 0 \rightarrow \frac{n}{m} = -\frac{1}{5}$$

Rpta.: C

6. El Gobierno lanzó una campaña de despistaje de cáncer de mama donde se inscribieron $(n^4 + 9n^2 + 81)$ mujeres. Por seguridad y para brindar un buen servicio, se hacen grupos de exactamente $(n^3 + 27)$ mujeres donde se atenderán en 7 días diferentes. Al término de la campaña, se observó que no asistieron 141 mujeres inscritas, ¿cuántas mujeres asistieron a la campaña de despistaje de cáncer de mama?
- A) 1701 B) 1380 C) 1560 D) 2782 E) 1128

Solución:

De dato se tiene:

$$\begin{aligned} n^4 + 9n^2 + 81 &= 7(n^3 + 27) \\ \rightarrow (n^2 + 3n + 9)(n^2 - 3n + 9) &= 7(n + 3)(n^2 - 3n + 9) \\ \rightarrow n^2 + 3n + 9 &= 7(n + 3) \rightarrow n^2 - 4n - 12 = 0 \\ \rightarrow (n - 6)(n + 2) &= 0 \rightarrow n = 6 \vee n = -2 \end{aligned}$$

Para $n = -2$, se inscribieron $(-2)^4 + 9(-2)^2 + 81 = 133$ mujeres, no es posible porque afirma que faltaron 141 mujeres inscritas.

Para $n = 6$, se inscribieron $(6)^4 + 9(6)^2 + 81 = 1701$ mujeres, entonces asistieron $1701 - 141 = 1560$ mujeres a la campaña.

Rpta.: C

7. Miguel tiene $[(2^x + 5)(2^x - 3)(2^x + 2)] + 11(2^x)$ canicas y regala a su hermano (4^{x+1}) quedándole 34 canicas, ¿cuántas canicas tenía inicialmente Miguel?
- A) 80 B) 84 C) 98 D) 85 E) 64

Solución:

Del dato se tiene

$$[(2^x + 5)(2^x - 3)(2^x + 2)] + 11(2^x) - 4^{x+1} = 34$$

Sea $m = 2^x$

$$\text{Además } 4^{x+1} = 4(2^x)^2 = 4m^2.$$

Reemplazando se tiene

$$[(m + 5)(m - 3)(m + 2)] + 11(m) - 4m^2 = 34$$

Aplicando la identidad de Steven

$$\rightarrow [m^3 + 4m^2 - 11m - 30] + 11(m) - 4m^2 = 34 \rightarrow m^3 = 64 \rightarrow m = 4$$

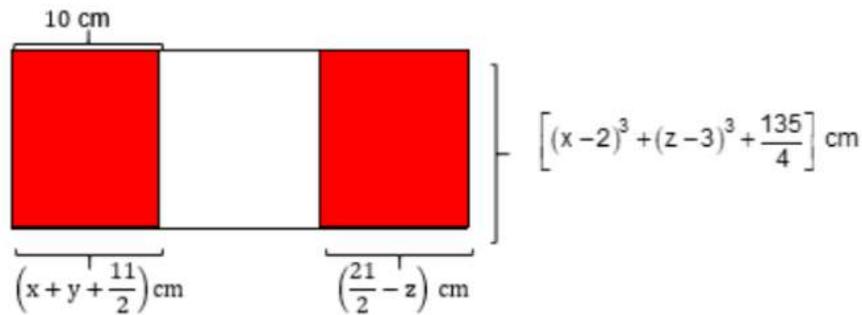
$$\rightarrow 2^x = 4 \rightarrow x = 2$$

$$\therefore \text{Inicialmente tenía } [(2^x + 5)(2^x - 3)(2^x + 2)] + 11(2^x) = 98 \text{ canicas.}$$

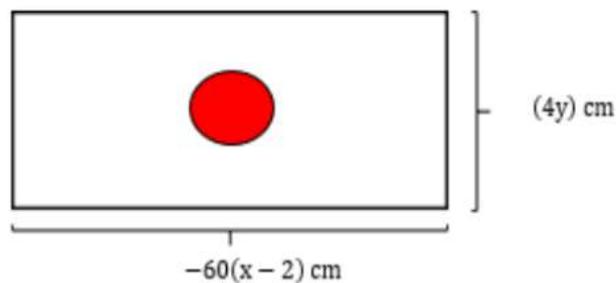
Rpta.: C

8. Juanita ha elaborado 2 banderitas de forma rectangular cuyas dimensiones, en cm, están representadas por $\left[(x-2)^3 + (z-3)^3 + \frac{135}{4} \right]$ y $[y^3 + 5]$ para la primera banderita y $[-60(x-2)]$ y $[4y]$ para la segunda banderita, tal como se observa en la figura:

Primera banderita



Segunda banderita



Si los rectángulos rojos de la primera banderita tienen las mismas dimensiones y el área de la segunda banderita es 360 cm^2 , halle el perímetro de la primera banderita.

- A) 180 cm B) 200 cm C) 166 cm D) 100 cm E) 108 cm

Solución:

I) Los rectángulos rojos de la primera banderita tienen las mismas dimensiones

$$\rightarrow x + y + \frac{11}{2} = \frac{21}{2} - z \rightarrow x + y + z = 5 \rightarrow (x-2) + y + (z-3) = 0$$

$$\text{Además } \frac{21}{2} - z = 10 \rightarrow z = \frac{1}{2} \rightarrow z - 3 = -\frac{5}{2}$$

$$\text{II) Área de la segunda banderita} = [4y][-60(x-2)] = 360 \rightarrow (x-2)y = -\frac{3}{2}$$

III) Perímetro de la primera bandera

$$\begin{aligned}
 &= 2 \left[\left[(x-2)^3 + (z-3)^3 + \frac{135}{4} \right] + [y^3 + 5] \right] \\
 &= 2 \left[(x-2)^3 + y^3 + (z-3)^3 + \frac{155}{4} \right] = 2 \left[3(x-2)y(z-3) + \frac{155}{4} \right] \\
 &= 2 \left[3 \left(-\frac{3}{2} \right) \left(-\frac{5}{2} \right) + \frac{155}{4} \right] = 100
 \end{aligned}$$

∴ Perímetro de la primera bandera es 100 cm.

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Sea $P(x)$ un polinomio cuadrático que representa la cantidad, en cientos, de papel de regalo que vende una librería a vísperas del Día de la Madre, si « x » representa el número de día del mes de mayo, halle la cantidad de papel que se vende el 10 de mayo, sabiendo que $P(x+1) + P(x+2) - P(x+3) = x^2 + 2x - 2$.

A) 10 800 B) 10 000 C) 10 500 D) 12 200 E) 11 600

Solución:

Sea $P(x) = ax^2 + bx + c$

* $P(x+1) + P(x+2) - P(x+3) = x^2 + 2x - 2 \dots (1)$

i) $P(x+1) = a(x+1)^2 + b(x+1) + c = ax^2 + (2a+b)x + (a+b+c) \dots (2)$

ii) $P(x+2) = a(x+2)^2 + b(x+2) + c = ax^2 + (4a+b)x + 4a + 2b + c \dots (3)$

iii) $P(x+3) = a(x+3)^2 + b(x+3) + c = ax^2 + (6a+b)x + (9a + 3b + c) \dots (4)$

→ Reemplazando (2), (3), (4) en (1) :

$$ax^2 + bx + (-4a + c) = x^2 + 2x - 2 \rightarrow a = 1, b = 2, c = 2$$

$$\rightarrow P(x) = x^2 + 2x + 2$$

$$P(10) = 10^2 + 2(10) + 2 = 122 \text{ cientos} = 12\,200$$

∴ N° de papel de regalo vendido el 10 de mayo es : 12 200

Rpta.: D

2. Semanalmente, Faustina confecciona y vende $(m + n)$ manteles donde « m » y « n » se obtienen del polinomio $p(x) = nx^n + (n-1)x^{n-1} + \dots + 2x^2 + x + m$ y se cumple que la suma de coeficientes es 63 y el término independiente es $(n - 2)$. Si el precio unitario, en soles, es equivalente a la suma de coeficientes de $s(x) = mx^m + (m-1)x^{m-1} + \dots + 2x^2 + x + n$, ¿cuál es el ingreso que obtuvo en la semana por la venta de manteles?

A) S/ 828 B) S/ 736 C) S/ 690 D) S/ 534 E) S/ 628

Solución:

I) Suma de coeficientes : $p(1) = n + (n-1) + \dots + 2 + 1 + m \rightarrow 63 = \frac{n(n+1)}{2} + m$

II) Término independiente : $m = n - 2 \rightarrow 63 = \frac{n(n+1)}{2} + n - 2 \rightarrow n^2 + 3n - 130 = 0$

$\rightarrow n = -13 \vee n = 10 \rightarrow n = 10, \quad m = 8 \rightarrow m + n = 18$

entonces venderá 18 manteles.

III) Suma de coeficientes de $s(x)$: $s(1) = m + (m-1) + \dots + 2 + 1 + n$

$\rightarrow s(1) = \frac{m(m+1)}{2} + n = \frac{8(9)}{2} + 10 = 46$

Luego, el precio de cada mantel es 46 soles.

\therefore El ingreso que obtuvo en la semana es: $46(18) = 828$ soles

Rpta.: A

3. Si los polinomios $p(x)$ y $q(x)$ satisfacen

$$5p(x) + 3q(x) = (x+1)q(x)$$

$$2p(x) - 7q(x) = (x+1)p(x)$$

calcule la suma $p(5) + q(5)$.

- A) 0 B) 10 C) 16 D) 18 E) 5

Solución:

Para $x = 5$ tenemos

$$5p(5) + 3q(5) = 6q(5) \rightarrow 5p(5) = 3q(5)$$

$$2p(5) - 7q(5) = 6p(5) \rightarrow -7q(5) = 4p(5)$$

$$p(5) = q(5) = 0$$

$$\therefore p(5) + q(5) = 0$$

Rpta.: A

4. Si $h(x,y,z)$ es un polinomio homogéneo que se obtiene al sumar los polinomios $p(x,y,z) = 2mx^n y^m + 2nx^{2p+4} y^{p^2} z^4$ y $q(x,y,z) = 3mx^n y^m + 3nx^{2p+4} y^{p^2} z^4 + 13pz^{6p+4}$, determine la suma de cifras de la suma de los coeficientes del polinomio $h(x,y,z)$.

- A) 4 B) 7 C) 8 D) 6 E) 5

Solución:

$$I) h(x, y, z) = p(x, y, z) + q(x, y, z)$$

$$h(x, y, z) = 2mx^n y^m + 2nx^{2p+4} y^{p^2} z^4 + 3mx^n y^m + 3nx^{2p+4} y^{p^2} z^4 + 13pz^{6p+4}$$

$$= 5mx^n y^m + 5nx^{2p+4} y^{p^2} z^4 + 13pz^{6p+4}$$

II) Como $h(x, y, z)$ es homogéneo

$$n + m = 2p + 4 + p^2 + 4 = 6p + 4$$

$$\bullet 2p + 4 + p^2 + 4 = 6p + 4 \rightarrow p^2 - 4p + 4 = 0 \rightarrow p = 2$$

$$\bullet n + m = 6p + 4 \rightarrow n + m = 16$$

III) La suma de los coeficientes es:

$$5m + 5n + 13p = 5(m + n) + 13p$$

$$= 5(16) + 13(2) = 106$$

$$\therefore \text{La suma de cifras de la suma de los coeficientes es : } 1 + 0 + 6 = 7$$

Rpta.: B

5. Una niña de 5 años, es llevada por sus padres a su pediatra por problemas respiratorios. El médico después de examinarla, le prescribe gotas nasales, las cuales se le deben de administrar 1 gota por cada kilogramo de peso, dos veces al día y durante cuatro días. Si el peso, en kg, de la niña está representado por $\left(x^2 + x^3 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} - 7\right)$, ¿cuántas gotas en total le fueron administradas a la niña durante su tratamiento, si se sabe que $x^2 - 3x + 1 = 0$, $x > 0$.

- A) 64 B) 124 C) 144 D) 72 E) 60

Solución:

$$\text{Del dato: } x^2 - 3x + 1 = 0, \quad x > 0 \Rightarrow x - 3 + \frac{1}{x} = 0$$

$$\Rightarrow x + \frac{1}{x} = 3 \quad \dots(I)$$

$$\text{Elevando al cuadrado en (I): } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 9 \Rightarrow x^2 + 2x\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x^2} = 9 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$$

$$\text{Elevando al cubo en (I): } \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = 27 \Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + 3x\left(\frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right) = 27 \Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$$

$$\text{Luego } \left(x^2 + x^3 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} - 7\right) = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) - 7 = 7 + 18 - 7 = 18$$

Peso de Mariana: 18 kg

$$\therefore \text{El número de gotas administradas en cuatro días es: } 4(2)(18) = 144$$

Rpta.: C

6. La suma de tres números es 13 y la suma de sus cuadrados es 89. ¿Cuál es la suma de los productos consecutivos de dichos números tomados de dos en dos?

A) 66 B) 80 C) 69 D) 56 E) 70

Solución:

Sean x, y, z los números

Por dato:

$$i) x + y + z = 13 \rightarrow (x + y + z)^2 = 169 \rightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + xz) = 169$$

$$\rightarrow 89 + 2(xy + yz + xz) = 169$$

$$\Rightarrow xy + yz + xz = 40$$

ii) Nos piden

$$(x+1)(y+1) + (x+1)(z+1) + (y+1)(z+1)$$

$$= xy + x + y + 1 + xz + x + z + 1 + yz + y + z + 1$$

$$= (xy + yz + xz) + 2(x + y + z) + 3 = 40 + 2(13) + 3 = 69$$

Rpta.: C

7. Sabiendo que los grados de los polinomios $P(x)$ y $Q(x)$ son respectivamente $(m + n)$ y $(m - n)$ siendo $m, n \in \mathbb{N}$ tales que $m > n$, determine el grado del polinomio

$$H(x) = ([P(x)]^4)^{m-n} \cdot x^{2n^2} [P(x)]^{m+n} [Q(x)]^{m-n}.$$

A) $4m$ B) $6m^2$ C) $4n$ D) $6n^2$ E) $4(m+n)$

Solución:

$$H(x) = ([P(x)]^4)^{m-n} \cdot x^{2n^2} [P(x)]^{m+n} [Q(x)]^{m-n}$$

$$\text{grad}[H(x)] = 4(m+n)(m-n) + 2n^2 + \underbrace{(m+n)^2 + (m-n)^2}_{\text{LEGENDRE}} = 4m^2 - 4n^2 + 2n^2 + 2m^2 + 2n^2 = 6m^2$$

$$\therefore \text{grad}[H(x)] = 6m^2$$

Rpta.: B

8. Si $a = (a-b)^2 + b(a+1)$
 $b = (b-c)^2 + c(b+1)$, donde $\{a, b, c\} \in \mathbb{R} - \{0\}$,
 $c = (c-a)^2 + a(c+1)$.

$$\text{determine el valor de } L = \frac{(a^6 - b^6)^2}{c^6 - 4a^3b^3}.$$

A) c^6 B) a^3b^3 C) c^3b^3 D) a^3c^3 E) $a^3 + b^6$

Solución:

$$\text{De } a = (a-b)^2 + b(a+1) \rightarrow a-b = a^2 - ab + b^2 \rightarrow a^2 - b^2 = a^3 + b^3$$

$$\text{Analogamente } b^2 - c^2 = b^3 + c^3,$$

$$c^2 - a^2 = c^3 + a^3$$

$$\text{Sumando estas tres igualdades se tiene } a^3 + b^3 + c^3 = 0 \rightarrow c^3 = -(a^3 + b^3)$$

$$\rightarrow (c^3)^2 = [-(a^3 + b^3)]^2 \rightarrow c^6 = (a^3 + b^3)^2$$

$$\text{Por Legendre } (a^3 + b^3)^2 - (a^3 - b^3)^2 = 4a^3b^3 \rightarrow c^6 - 4a^3b^3 = (a^3 - b^3)^2$$

En L se tiene

$$\therefore L = \frac{(a^6 - b^6)^2}{c^6 - 4a^3b^3} = \frac{(a^3 - b^3)^2 (a^3 + b^3)^2}{(a^3 - b^3)^2} = (a^3 + b^3)^2 = (-c^3)^2 = c^6.$$

Rpta.: A

Trigonometría

EJERCICIOS DE CLASE

1. Si $\text{sen}(\alpha - \pi) = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) - 1$, hallar la secante del suplemento del ángulo agudo α .

A) -1 B) -2 C) $-\sqrt{2}$ D) $-\sqrt{3}$ E) $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

Solución:

$$-\text{sen}\alpha = \text{sen}\alpha - 1$$

$$\frac{1}{2} = \text{sen}\alpha$$

$$\therefore \sec(\pi - \alpha) = -\sec\alpha = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Rpta.: E

2. En la figura, se muestra un telescopio. Si $AO = OB$, $AB = 1,2$ m y el área de la región triangular AOB mide $0,48$ m², halle el valor aproximado de θ .

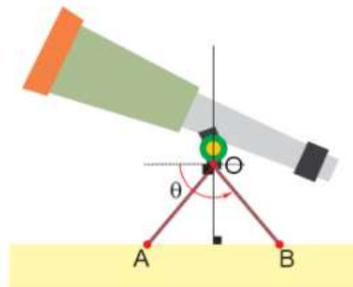
A) 42 mm

B) 40 mm

C) 36 mm

D) 48 mm

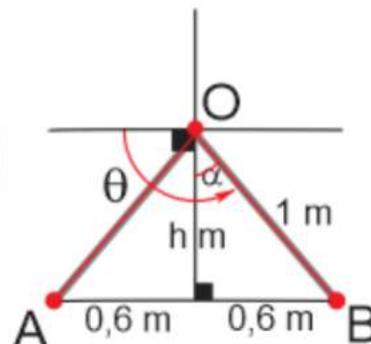
E) 44 mm

**Solución:**Tenemos: Área_{AOB} = 0,48 m²

$$\frac{1}{2}h \times (1,2) = 0,48 \Rightarrow h = 0,8$$

De la figura, tenemos:

$$\theta = 90^\circ + 37^\circ = 127^\circ$$



Rpta.: A

3. El Área de Control de Calidad de un centro comercial realiza un informe sobre la caducidad de sus productos lácteos. Para dicho informe, se evalúa 240 productos. Si solo el A % de los productos caducó, donde A es el mínimo valor de la expresión $4 \cot\left(\frac{3\pi}{2} - 4\theta\right) + 16 \cot(101\pi + 4\theta) + 4$ donde $0 < \theta < \frac{\pi}{8}$, ¿cuántos productos aún no han caducado?

A) 200

B) 184

C) 180

D) 192

E) 196

Solución:

Sea

$$M = 4 \cot\left(\frac{3\pi}{2} - 4\theta\right) + 16 \cot(101\pi + 4\theta) + 4 = 4 \tan(4\theta) + 16 \cot(4\theta) + 4$$

$$\text{Como: } 0 < 4\theta < \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow 4 \tan(4\theta) + 16 \cot(4\theta) + 4 \geq 2\sqrt{64 \tan(4\theta) \cdot \cot(4\theta)} + 4$$

$$\Rightarrow M \geq 20$$

Luego:

$$\text{Productos}_{\text{No Caducados}} = (240) \times 80\% = 192$$

Por lo tanto, la cantidad de productos que aún no han caducado es 192.

Rpta.: D

4. Un ángulo α pertenece al tercer cuadrante. Si α y θ son ángulos coterminales tales que $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ y $\csc \theta = \frac{2k-1}{k-5}$, halle el valor de k .

- A) $\frac{15}{3}$ B) $\frac{16}{5}$ C) $\frac{18}{5}$ D) $\frac{16}{3}$ E) $\frac{15}{4}$

Solución:

Como: $\alpha \in \text{III C} \wedge \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\Rightarrow P(-2\sqrt{2}; -1) \wedge r = 3$

$\Rightarrow \csc \alpha = -3$

Como α y θ son ángulos coterminales

Luego; $\csc \theta = \csc \alpha = -3$

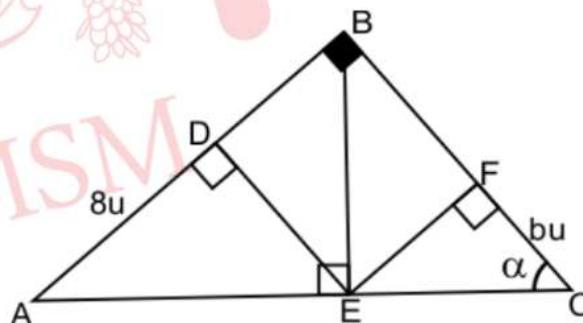
$\Rightarrow \frac{2k-1}{k-5} = -3 \Rightarrow k = \frac{16}{5}$

Por lo tanto; el valor k es $\frac{16}{5}$.

Rpta.: B

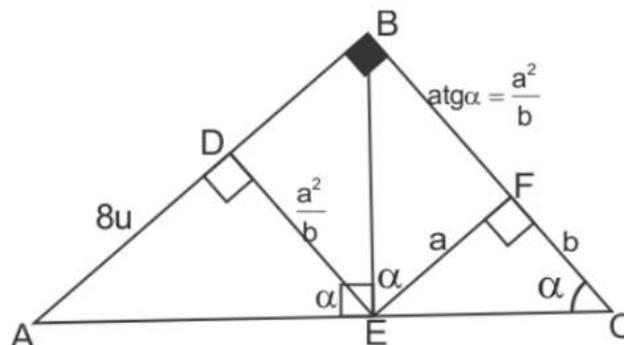
5. Con los datos de la figura adjunta, si $b \tan \alpha - a = 0$, calcule el valor de $\frac{a^2}{b} \cot\left(\frac{37\pi}{2} - \alpha\right)$.

- A) 8
B) 2
C) 4
D) 7
E) 1



Solución:

$8 = \frac{a^2}{b} \tan \alpha \Rightarrow 8 = \frac{a^3}{b^2}$



Rpta.: A

6. Un profesor de Trigonometría copia en la pizarra la siguiente expresión: $10\text{sen}(1080^\circ + 111^\circ)$. Si un alumno comete un error y escribe $\text{sen}10(180^\circ + 11,1^\circ)$, además la razón geométrica entre lo que estaba escrito en la pizarra y lo que copió el alumno está dada por A, halle A.

- A) 10 B) -1 C) -10 D) 1 E) 5

Solución:

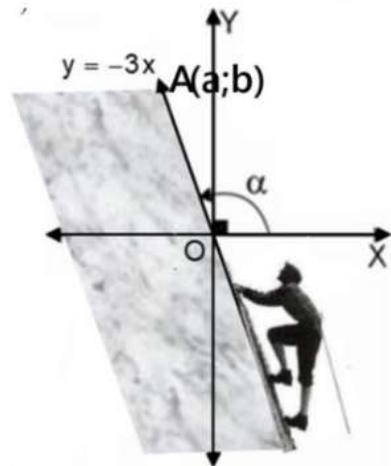
$$\frac{10\text{sen}(1080^\circ + 111^\circ)}{\text{sen}10(180^\circ + 11,1^\circ)} = \frac{10\text{sen}111^\circ}{\text{sen}111^\circ} = 10 = A$$

Rpta.: A

7. En la figura adjunta, se representa el ascenso de un alpinista sobre una montaña. Si

$$\cos(90^\circ + \alpha) = \frac{3\sqrt{10}}{10} \text{ y } OA = \sqrt{10}, \text{ halle } a + b.$$

- A) 6 B) -6
C) $3\sqrt{10}$ D) 8
E) -2



Solución:

$$\text{sen}(\alpha) = -\frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{b}{\sqrt{10}} \rightarrow b = -3$$

$a = 1$

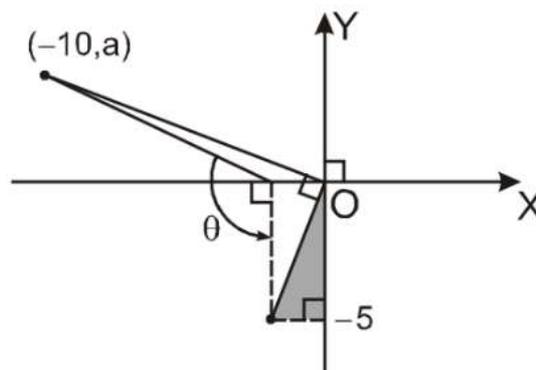
Resulta

$a + b = -2$

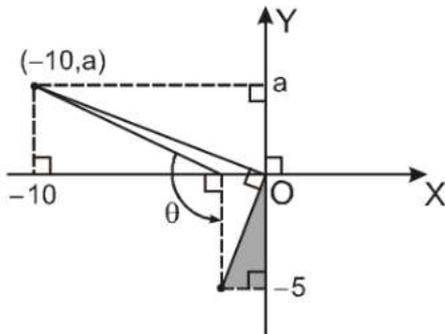
Rpta.: E

8. De acuerdo con la figura, si el área de la región sombreada es $\frac{15}{4} u^2$, calcule el valor de $\tan\theta$.

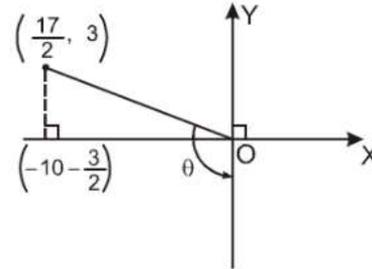
- A) $\frac{10}{3}$ B) $-\frac{5}{3}$
C) $-\frac{17}{6}$ D) $-\frac{17}{3}$
E) $-\frac{17}{9}$



Solución:



• $\text{área} = \frac{15}{4} \Rightarrow \frac{1}{2}(5)\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{15}{4} \Rightarrow a = 3$



• $\Rightarrow \tan(-\theta) = \frac{17}{23}$
 $\tan\theta = -\frac{17}{6}$

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Calcular el valor de la expresión $\frac{\frac{1}{2} \sec\left(\frac{21\pi}{4}\right) - \cos\left(\frac{23\pi}{4}\right)}{\text{tg}1575^\circ}$.

- A) $\frac{1}{2}$ B) $-\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{2}$ E) $-\sqrt{3}$

Solución:

$$\frac{\frac{1}{2} \sec\left(4\pi + \pi + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(6\pi - \frac{\pi}{4}\right)}{\text{tg}(360^\circ \cdot 4 + 135^\circ)} = \frac{-\frac{1}{2} \sec \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{4}}{-1}$$

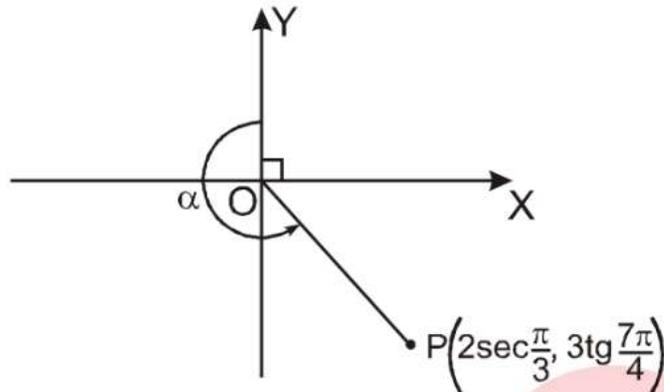
$$= \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)\left(\sqrt{2}\right) - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{-1}$$

$$= \sqrt{2}$$

Rpta.: D

2. Con los datos de la figura, hallar $\frac{\csc \alpha + \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha}$.

- A) $-\frac{41}{15}$ B) $\frac{41}{15}$
 C) $-\frac{26}{15}$ D) $\frac{26}{15}$
 E) $\frac{15}{41}$



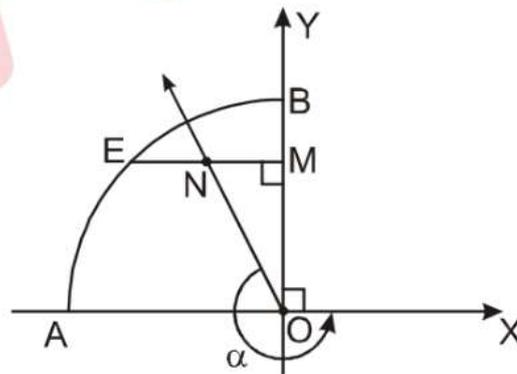
Solución:

$$\bullet \frac{\csc \alpha + \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha} = \frac{\left(-\frac{5}{4}\right) + \left(-\frac{4}{5}\right)}{\left(\frac{3}{4}\right)} = -\frac{41}{15}$$

Rpta.: A

3. En la figura, AOB es un sector circular de centro O. Si $m\widehat{EB} = m\widehat{AE}$ y $EN = NM$, hallar $\cos \alpha$.

- A) $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ B) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
 C) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D) $-\frac{2}{5}\sqrt{5}$
 E) $-\frac{1}{10}\sqrt{5}$



Solución:

$$N(-a, 2a) \Rightarrow d = \sqrt{5} a$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = -\frac{a}{\sqrt{5} a} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$$

Rpta.: A

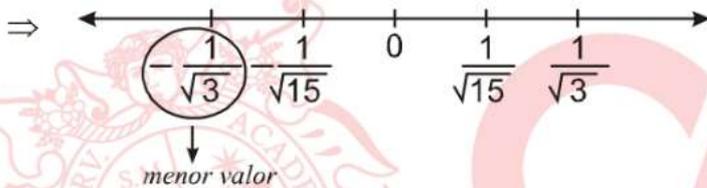
4. Si θ es un ángulo en posición normal y $(\sin(\pi - \theta))^{-\sin(\pi + \theta)} + \cos\left(\frac{43\pi}{4}\right) = 0$, hallar el menor valor de $\tan\theta$.

- A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $-\frac{1}{\sqrt{15}}$ D) $\frac{\sqrt{15}}{15}$ E) $-\sqrt{15}$

Solución:

$$\sin\theta^{\sin\theta} = \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \begin{cases} \rightarrow \sin\theta = \frac{1}{2}, \text{ tg}\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \rightarrow \sin\theta = \frac{1}{4}, \text{ tg}\theta = \frac{1}{\sqrt{15}} \end{cases}$$

Como $\theta \in \text{IC}$ ó IIC

**Rpta.: B**

5. Hugo posee un terreno rectangular cuyas dimensiones son $250\sin(157^\circ)$ m de largo y $-200\cos(187^\circ)$ m de ancho aproximadamente. Si Hugo solo vende la tercera parte del terreno y el precio por cada metro cuadrado de dicho terreno es 20 soles, ¿cuánto recibió Hugo por dicha venta?

- A) S/.100000 B) S/.120000 C) S/.195000
D) S/.130000 E) S/.390000

Solución:

Sea: $A \text{ m}^2$ el área del terreno

Entonces: $A = 250\sin(23^\circ) \times 200\cos(7^\circ)$

$$A = 25\,000(\sin(30^\circ) + \sin(16^\circ)) = 25\,000\left(\frac{1}{2} + \frac{7}{25}\right) = 19\,500$$

Si un metro cuadrado cuesta 20 soles, entonces $19\,500 \text{ m}^2$ cuesta 390 000 soles.

Por lo tanto; Hugo recibió por la tercera parte del terreno el precio 130 000 soles.

Rpta.: D

6. Si θ es la medida de un ángulo en posición normal, $|\operatorname{sen}(\pi+\theta)| = -\operatorname{sen}\theta$, $|\cos(12347\pi+\theta)| = \cos\theta$ y $|\sec\theta - \operatorname{tg}\theta| = \frac{2}{\sqrt{7}}$, hallar $\sec\theta + \tan\theta$.

- A) $\sqrt{7}$ B) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ C) $2\sqrt{7}$ D) $-\frac{\sqrt{7}}{2}$ E) $-\sqrt{7}$

Solución:

$$\theta \in \text{IV C}$$

$$\left| \frac{r}{x} - \frac{y}{x} \right| = \frac{2}{\sqrt{7}} \Rightarrow \frac{(r+y)(r-y)}{(r+y)x} = \frac{2}{\sqrt{7}}$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ + \quad - \end{array}$$

$$\frac{x^2}{(r+y)x} = \frac{2}{\sqrt{7}} \Rightarrow \frac{r}{x} + \frac{y}{x} = \frac{\sqrt{7}}{2}$$

$$\Rightarrow \sec\theta + \tan\theta = \frac{\sqrt{7}}{2}$$

Rpta.: B

7. Los ángulos α y β son coterminales y para ellos es cierto que $0 < \alpha < 2\pi$ y $6\pi < \beta < 8\pi$. Si $\alpha + 2\beta = 2535^\circ$, calcule $\alpha + \beta$.

- A) 1330° B) 1280° C) 1380° D) 1220° E) 1480°

Solución:

$$\beta = 360^\circ n + \alpha$$

$$\alpha + 720^\circ n + 2\alpha = 2535^\circ$$

$$\alpha = 845^\circ - 240^\circ n$$

$$\text{con } n = 3 \Rightarrow \alpha = 125^\circ$$

$$\beta = 1205^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = 1330^\circ$$

Rpta.: A

Lenguaje

EJERCICIOS DE CLASE

1. El acento ortográfico se representa en las palabras según las normas de tildación general y especial. Considerando lo afirmado, marque la alternativa en la que hay correcta acentuación escrita.
- A) Diganme qué magia tenían sus canciones de amor.
B) El patriota defendió heroicamente el morro de Arica.
C) El portalamparas nuevo sufrió una descarga eléctrica.
D) Dios mio, si tú estás entre nosotros, a nadie temeremos.
E) Si te encuentras en Turquía, te encantará el café y el té.

Solución:

La acentuación es correcta en esta alternativa porque *encantará* y *café* son palabras agudas que requieren de tildación ortográfica; *Turquía* se tilda por presentar hiato acentual y *té* por aplicación de la tilde diacrítica. En las demás alternativas, las palabras deben escribirse de la siguiente manera: *díganme*, *heroicamente*, *portalámparas* y *mío*.

Rpta.: E

2. En la lengua española, la mayoría de palabras polisilábicas presentan una sílaba tónica. Según la ubicación de esta sílaba, se clasifican en agudas, graves, esdrújulas y sobresdrújulas. Tomando en cuenta lo afirmado, marque la opción en la que hay mayor número de palabras agudas.
- A) Kukulí brinda una buena calidad en prendas de vestir para niños.
B) Te amaré desde el cielo como te amé en la tierra, amado inmortal.
C) Falsificó un certificado de defunción y mandó a colocar una lápida.
D) Leer un libro antes de dormir es extremadamente beneficioso, hijo.
E) Carmen, la ludopatía es la adicción compulsiva a los juegos de azar.

Solución:

En esta alternativa, hay cuatro palabras agudas: *falsificó*, *defunción*, *mandó* y *colocar*.

Rpta.: C

3. Las palabras graves que finalizan en grupo consonántico se tildan, en cambio, las agudas no. Según lo aseverado, marque la alternativa donde es necesario el uso del acento escrito.
- I. El forceps es un instrumento usado para la extracción de los dientes.
II. Los icebergs se desprenden de los casquetes polares y caen al mar.
III. El western es un género cinematográfico del lejano Oeste, Susana.
IV. Tu casa es muy grata, con mucho confort, como dicen los ingleses.
- A) I y IV B) II y IV C) I y II D) II y III E) I y III

Solución:

Según las normas establecidas por la Real Academia Española, las palabras *fórceps* y *wéstern* se tildan por ser graves que terminan en secuencia consonántica.

Rpta.: E

4. Las palabras agudas u oxítonas son aquellas en las que el acento prosódico se ubica en la última sílaba. Según lo señalado, cuantifique el número de palabras agudas y marque la alternativa que corresponde.

Gran parte de su niñez, Valdelomar la pasó entre Pisco y Chincha. Son estos lugares los que, años más tarde, ejercerían una importante influencia en su obra literaria. Con doce años, llegó a Lima para continuar sus estudios en el colegio Guadalupe y, posteriormente, ingresaría a la Facultad de Letras de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos. En 1910 se incorporó al ejército y comenzaría a escribir crónicas para El Diario de Lima.

- A) Trece B) Quince C) Once D) Nueve E) Dieciséis

Solución:

Las palabras *niñez, Valdelomar, pasó, llegó, continuar, Facultad, Universidad, Nacional, Mayor, incorporó* y *escribir* son agudas porque presentan la sílaba tónica en el último lugar de la palabra y se tildan cuando terminan en consonante *n, s* o *vocal*.

Rpta.: C

5. Lea el siguiente enunciado e indique la alternativa que presenta la secuencia correcta de verdad (V o F).

La rectitud, la sinceridad, la candidez, la convicción, la idea del deber son cosas que en caso de error pueden ser repulsivas; propias de la conciencia humana, subsisten en el horror; son virtudes que tienen un vicio, el error. La despiadada y honrada dicha de un fanático en medio de la atrocidad conserva algún resplandor lúgubre, pero respetable.

- I. Hay un monosílabo con tilde diacrítica. ()
 II. Hay dos palabras esdrújulas. ()
 III. Presenta quince palabras agudas. ()
 IV. Hay una palabra acentuada por hiato acentual. ()

- A) FVFF B) FVVF C) FFVF D) VFVV E) VFVF

Solución:

No hay un monosílabo con tilde diacrítica; las palabras esdrújulas son *fanático* y *lúgubre*; las palabras agudas son once: *rectitud, sinceridad, candidez, convicción, deber, error (2), horror, atrocidad, algún, resplandor*; no hay ninguna palabra acentuada por hiato acentual.

Rpta.: A

6. La tilde diacrítica se emplea para diferenciar palabras que presentan idéntica expresión, pero que pertenecen a categorías gramaticales diferentes. Según lo mencionado, ¿qué enunciados presentan empleo adecuado de las reglas de tildación diacrítica?
- I. Dile que te dé un consejo.
 II. Sírvenme mas té, por favor.
 III. Si, al fin, Eva me dio el sí.
 IV. Sé que perdí tu amor, Ida.
- A) I y III B) I y IV C) II y III D) II y IV E) III y IV

Solución:

Los monosílabos *dé* y *sé* son verbos, así que requieren de tildación. En las demás oraciones, las palabras que presentan errores son *más* y *sí* (adverbio de afirmación).

Rpta.: B

7. Para la representación del acento escrito en las palabras compuestas, se toma en cuenta si sus componentes están fusionados o separados con guion. Considerando las reglas ortográficas propuestas por la RAE, elija la alternativa en la que se presenta una palabra compuesta correctamente tildada.
- A) El maestro entregó el informe tecnico-pedagógico a tiempo.
 B) Pidióle perdón por no haberle confiado aquel secreto familiar.
 C) Olía a pólvora, a incienso; bombas y buscapiés hacían correr.
 D) Renunció en el décimoseptimo año de su reinado en Noruega.
 E) El joven encendía el tocadiscos cuando regresaba del trabajo.

Solución:

La palabra compuesta correctamente tildada es *buscapiés*, ya que la tilde recae sobre la última palabra del compuesto según las reglas de acentuación escrita. Las demás deben aparecer de la siguiente manera: *técnico-pedagógico*, *pidiolo*, *decimoséptimo*, *tocadiscos*.

Rpta.: C

8. De acuerdo con la *Ortografía de la lengua española*, los extranjerismos crudos o no adaptados deben escribirse en letra cursiva, o bien entre comillas, y sin tilde; en cambio, algunos de estos términos adaptados se escriben en letra redonda y se someten a las reglas de acentuación gráfica del español. Según lo señalado, marque la opción donde se evidencia adecuada escritura de los extranjerismos.
- I. Hay novias que eligen un buqué con flores silvestres.
 II. Es *vox pópuli* que los entrenaban oficiales del ejército.
 III. Sin un *sóftware* adecuado, la computadora no servirá.
 IV. El réquiem es la misa de difuntos de la religión católica.
- A) I y IV B) I y II C) II y III D) III y IV E) I y III

Solución:

Los extranjerismos adaptados que se escriben según la normativa de la lengua española son los siguientes: *réquiem* se tilda por ser grave y *buqué*, por ser aguda. Las demás opciones debían escribirse *vox populi* y *software*.

Rpta.: A

9. Los pronombres *qué*, *quién*, *cómo*, *cuándo*, *cuánto*, etc., se escriben con tilde diacrítica cuando presentan sentido interrogativo o exclamativo de manera directa o indirecta. Según lo afirmado, elija la alternativa donde las palabras subrayadas deben tildarse.

- I. No entiendo como renunciaste a ese trabajo.
- II. Preguntó por que había manejado sin brevete.
- III. El joven con quien asistí a la boda es mi novio.
- IV. La película que se estrenó anoche fue un éxito.

- A) II y IV B) I y III C) I y II D) III y IV E) II y III

Solución:

Las formas *cómo* y *por qué* deben tildarse porque son pronombres interrogativos.

Rpta.: C

10. Tomando en cuenta el uso normativo de la escritura, señale el enunciado que presenta uso adecuado del acento escrito.

- A) El anciano continuó navegando en su antigua canoa por el Amazonas.
- B) Una grua es una máquina de elevación de movimiento discontinuo, Iris.
- C) En Australia, las cacatuás silvestres se han adaptado bien al ambiente.
- D) El guardalmacén entregará el inventario ordenado a la unidad financiera
- E) El apuracabos es una pieza cilíndrica con una púa usada en el candelero.

Solución:

En el enunciado, *guardalmacén* y *entregará* se tildan porque son palabras agudas. En las demás opciones, se debían tildar *grúa* y *cacatúas* por presentar hiato acentual; *continuó* por ser palabra aguda finalizada en vocal y *cilíndrica* por ser esdrújula.

Rpta.: D

11. El adverbio *aún* se escribe con tilde cuando es equivalente a '*todavía*' y *aun* va sin tilde cuando significa 'incluso, hasta o (ni) siquiera'. Tomando en cuenta ello, señale la opción en la que es necesario tildar la palabra *aún*.

- A) Dante, nunca dejaré este departamento, aun tenga que ir por ello a los tribunales.
- B) Vania, aun con obstáculos, logró culminar sus estudios de posgrado de maestría.
- C) Aun manejando a 100 kilómetros por hora, Julián no llegó a tiempo para su vuelo.
- D) Aun cuando no supieras lo que se está discutiendo, deberías ser respetuosa, Eli.
- E) ¿Qué países no tienen aun ninguna limitación en cuanto a las bolsas de plástico?

Solución:

En esta alternativa, la palabra *aún* equivale al adverbio temporal 'todavía', por lo que debe tildarse.

Rpta.: E

12. Complete los espacios en blanco con las siguientes formas: **porque** (conjunción causal), **por que** (preposición más pronombre relativo), **porqué** (sustantivo que expresa causa o razón) y **por qué** (preposición más pronombre interrogativo) según corresponde a cada enunciado.

- A) ¿_____ la tasa de interés simple siempre debe ser anual, José?
 B) No sé _____ esa ópera me conmueve tanto al punto de llorar.
 C) El _____ de su renuncia no lo sé; todos se preguntan qué pasó.
 D) Esa es la razón _____ no puedo hacer lo que tú pides, Alberto.
 E) Ayúdanos con tus donaciones _____ los ancianos se lo merecen.

Rpta.: A) por qué, B) por que, C) porqué, D) por que, E) porque

Literatura

EJERCICIOS DE CLASE

1. Luego de leer los siguientes versos perteneciente al soneto «Amor constante, más allá de la muerte», de Francisco de Quevedo y Villegas, marque la alternativa que contiene los enunciados correctos sobre las características del Barroco.

*Cerrar podrá mis ojos la postrera
 sombra que me llevare el blanco día,
 y podrá desatar esta alma mía
 hora a su afán ansioso lisonjera;*

- I. Retorcimiento formal debido al uso del hipérbaton
 II. Inclusión de elementos de la mitología grecolatina
 III. Idea de ambigüedad entre la realidad y la ficción
 IV. Empleo de la figura literaria denominada metáfora

- A) I y IV B) II y III C) III y IV D) I y III E) I y II

Solución:

I. El orden sintáctico aparece alterado por el uso del hipérbaton, los versos deberían leerse así: «la postrera sombra podrá cerrar mis ojos el blanco día que me llevare» o «y esta alma mía lisonjera podrá desatar [a]hora a su ansioso afán». Esta figura propicia un enrevesamiento o retorcimiento en el aspecto formal. (V) II. En los versos citados no aparecen referenciados elementos de la mitología clásica. (F) III. Tampoco se evidencia la ambigüedad entre lo real y lo ficcional. (F) IV. Expresiones como «postrera sombra» o «blanco día» adquieren un sentido metafórico relacionado con la muerte y la vida, respectivamente. (V). Por lo tanto, son correctos los enunciados I y IV.

Rpta.: A

2. Marque la alternativa que contiene la característica del estilo barroco presente en el fragmento de *La vida es sueño*, de Calderón de la Barca.

ASTOLFO

(...) y así os saludan, señora,
como a su reina las balas,
los pájaros como a Aurora,
las trompetas como a Palas
y las flores como a Flora;
porque sois, burlando el día
que ya la noche destierra,
Aurora, en la alegría,
Flora en paz, Palas en guerra,
y reina en el alma mía.

- A) Inclusión de meditaciones filosóficas
B) Alusiones a la mitología grecolatina
C) Uso de endecasílabos y heptasílabos
D) Utilización frecuente de la anáfora
E) Tendencia al lenguaje cotidiano

Solución:

Un rasgo importante del estilo barroco es la presencia constante de personajes y elementos pertenecientes a la mitología grecolatina.

Rpta.: B

3. OCTAVIO
No hay sosiego
que pueda apagar el fuego
que enciende en mi alma Amor.
Porque, como al fin es niño,
no apetece cama blanda,
entre regalada holanda,
cubierta de blanco armiño.
Acuéstase, no sosiega,
siempre quiere madrugar.

En cuanto al fragmento citado de la obra *El burlador de Sevilla*, de Tirso de Molina, ¿qué característica del teatro del Siglo de Oro español se evidencia?

- A) Busca producir catarsis en el público.
B) Destaca el uso del personaje gracioso.
C) Emplea el verso en la composición.
D) Desarrolla temas de la tradición española.
E) Predomina la meditación y el suspenso.

Solución:

En el fragmento se logra apreciar el uso del verso, en especial del octosílabo, en la composición de las obras; esto constituye una característica destacada del teatro del Siglo de Oro español.

Rpta.: C

4. SEGISMUNDO
¡Ay mísero de mí, y ay, infelice!
Apurar, cielos, pretendo,
ya que me tratáis así
qué delito cometí
contra vosotros naciendo;
aunque si nací, ya entiendo
qué delito he cometido.
Bastante causa ha tenido
vuestra justicia y rigor;
pues el delito mayor
del hombre es haber nacido.

En relación con el fragmento citado de *La vida es sueño*, de Calderón de la Barca, podemos colegir que el

- A) hombre ha nacido tan libre como los dioses.
- B) personaje alude a la idea del pecado original.
- C) protagonista desconoce sobre su destino fatal.
- D) mundo se entiende como el camino a la redención.
- E) libre albedrío es un derecho de los seres humanos.

Solución:

En el fragmento anterior de *La vida es sueño*, Segismundo alude al tema del pecado original representado por el castigo del encierro que sufre desde que nació.

Rpta.: B

5. Con respecto al argumento de *La vida es sueño*, de Calderón de la Barca, marque la alternativa que contiene la afirmación correcta.
- A) En esta tragedia, el rey Basilio ha dispuesto que su hijo crezca lejos de la Corte.
 - B) El duque de Moscovia llega a Polonia para ser el sucesor del rey Segismundo.
 - C) Segismundo es llevado a la Corte, actúa salvajemente e intenta matar al rey.
 - D) El pueblo se subleva puesto que no desea que Astolfo herede el trono polaco.
 - E) Segismundo toma el poder, ordena encerrar a Clotaldo y perdona al rey Basilio.

Solución:

En la obra, el pueblo se subleva y libera a Segismundo puesto que no desea que Astolfo, duque de Moscovia, herede el trono polaco.

Rpta.: D

6. ¿Qué tema desarrollado en el drama filosófico *La vida es sueño*, de Pedro Calderón de la Barca, se puede colegir luego de leer el siguiente fragmento de la obra?

ASTOLFO
 Muy mal informada estáis,
 Estrella, pues que la fe
 de mis finezas dudáis,
 y os suplico que me oigáis
 [...]
 Basilio, que ya, señora,
 [...], enviudó
 sin hijos; y vos y yo
 aspiramos a este estado.
 Vos alegáis que habéis sido
 hija de hermana mayor;
 yo, que varón he nacido,
 y aunque de hermana menor,
 os debo ser preferido.

- A) La predestinación como incitadora de antagonismos
 B) El destino trágico asignado al padre de Segismundo
 C) La fatalidad de formar parte de la aristocracia polaca
 D) El libre albedrío que surge en un contexto palaciego
 E) La lucha por el poder entre los miembros de la corte

Solución:

Del fragmento citado de *La vida es sueño*, de Calderón de la Barca, se deduce el tema de las luchas cortesanas por el poder. Astolfo y Estrella, y por ende los ejércitos de Moscovia y Polonia, tendrían que enfrentarse entre sí para determinar quién va a heredar el trono de Polonia, pues ambos primos tienen los mismos derechos. Esta situación se produce debido a que se tiene la creencia de que el rey Basilio nunca llegó a tener hijo alguno.

Rpta.: E

7. SEGISMUNDO
 Cielos, si es verdad que sueño,
 suspendedme la memoria,
 que no es posible que quepan
 en un sueño tantas cosas.
 [...]
 Pues si es así, y ha de verse
 desvanecida entre sombras
 la grandeza y el poder,
 la majestad, y la pompa,
 sepamos aprovechar
 este rato que nos toca,

A partir del fragmento citado de *La vida es sueño*, de Calderón de la Barca, es correcto colegir, en cuanto al comentario de la obra, que resalta una reflexión sobre

- A) el poder terrenal, concebido como algo efímero.
- B) la culpabilidad del hombre debido al pecado original.
- C) la libertad humana, considerada un bien muypreciado.
- D) el augurio, el cual determina el destino del ser humano.
- E) el pecado original se contraponen al libre albedrío.

Solución:

En la cita, Segismundo manifiesta que la grandeza, el poder, la majestad se desvanecerán «entre sombras», es decir, se acabarán; en ese sentido, en la obra se plantea la idea de que el poder terrenal es efímero, no duradero.

Rpta.: A

8. En la parte final del drama filosófico *La vida es sueño*, de Pedro Calderón de la Barca, es correcto aseverar que
- A) los problemas entre padres e hijos no son relevantes.
 - B) el hombre conoce de antemano la voluntad de Dios.
 - C) el libre albedrío se impone a la predestinación.
 - D) la libertad es el bien más efímero del ser humano.
 - E) resulta imposible despertar del sueño de la vida.

Solución:

Al final de *La vida es sueño*, Segismundo perdona a su padre y lo honra, contraviniendo la predicción de los astrólogos. Por ello, el libre albedrío se impone a la predestinación.

Rpta.: C

Psicología

EJERCICIOS DE CLASE

Identifique la respuesta correcta en los siguientes enunciados:

1. Una usuaria del aeropuerto internacional «Jorge Chávez» cuestiona públicamente a la empresa concesionaria LAP, por colocar en la señalética de ingreso a los baños de mujeres la expresión: «Damas y personas con identidad femenina». Advirtiendo que todas las mujeres y las niñas que ingresen a estos baños estarán en peligro, pues cualquier hombre que se autodefine como «mujer» entrará para atacar contra ellas. Considerando las dimensiones de la sexualidad, se puede inferir que la usuaria del reclamo
- A) exige la colocación de una señalética incluyendo los roles de género.
 - B) asume que el concepto de identidad de género se aplica para mujeres.
 - C) crítica a la referida empresa porque adopta una conducta misógina.
 - D) concibe que el sexo y no la sexualidad diferencie el uso del baño.
 - E) previene sobre los peligros de la conducta bisexual en los hombres.

Solución:

La usuaria del aeropuerto internacional «Jorge Chávez» concibe que el uso de los baños públicos debe estar diferenciado por la biología de la persona, es decir, solo por el criterio de sexo y no por la identidad sexual o de género, lo cual también es una manifestación propia de la sexualidad de las personas.

Rpta.: D

2. Las relaciones de pareja que experimentan amor y odio a la vez son altamente adictivas; se rigen por el principio de «a veces te deseo y en otras te desprecio»; dinámica amorosa que conduce a una «montaña rusa» de pasiones. La persona involucrada en este tipo de vínculo se siente incapaz de terminar con esta relación, a pesar de que está perfectamente consciente del sufrimiento que le produce. Ineptitud cuya causa es la dependencia y la tolerancia; incluso, el síndrome de abstinencia por la persona amada, precisamente, por ello es adictiva, porque comparte características con la adicción a cualquier otra droga.

Del caso referido en relación a la teoría del amor de Sternberg, identifique el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. La relación adictiva de «amor y odio» se tipifica como encaprichamiento.
- II. En dicha relación amorosa, se aprecia un solo componente, el compromiso.
- III. En este tipo de amor, está ausente el componente de intimidad.

A) VVF B) FFV C) FFF D) VVV E) FVF

Solución:**FFV**

- I. La relación adictiva de «amor y odio» se tipifica como amor fatuo y no encaprichamiento (F).
- II. En este amor adictivo se aprecia la presencia de dos y no solo un componente del amor, como la pasión (el deseo) y el compromiso (mantiene la relación) (F).
- III. La referida relación amorosa carece del componente de la intimidad que implica afecto, confianza y respeto mutuo (V).

Rpta.: B

3. Uno de los rasgos ideológicos de la persona misógina en una sociedad patriarcal es su tendencia a utilizar de manera selectiva una moral puritana sobre la sexualidad; es decir, la aplica solo a la hora de juzgar el comportamiento de las mujeres. Por ello, denigran a las mujeres que visten o actúan de un modo que se considera provocativo e indecente; mientras que hacen caso omiso de este fenómeno en el caso de los hombres.

Por tanto, la actitud misógina es una manifestación de la sexualidad referida al concepto de _____ que tiene una naturaleza _____, además de _____.

- A) identidad de género – biológica – inmodificable
- B) orientación sexual – social – modificable
- C) expresiones de género – psicológica – inmodificable
- D) identidad sexual – cultural – inmodificable
- E) roles de género – cultural – modificable

Solución:

La conducta moral considerada «apropiada» para cada sexo, en el caso, denigrar a las mujeres (misoginia) se explica por el concepto de género (roles o expresiones de género). Aspecto de la sexualidad que tiene un origen en un aprendizaje de tipo socio-cultural; por ello, también se puede desaprender, en consecuencia, es una actitud modificable.

Rpta.: E

4. La teoría triangular del amor plantea que lo ideal es el amor consumado, en el cual están presentes tres características imprescindibles y articuladas: conexión emocional profunda, atracción física y compromiso mutuo para mantener la relación a largo plazo. Sin embargo, también se aprecian relaciones amorosas inconclusas, frágiles y hasta disfuncionales.

Identifique la alternativa que relacione el tipo de amor con los casos presentados.

- | | |
|--------------|--|
| I. Fatuo | a. Los matrimonios arreglados por los padres, en ámbitos rurales. |
| II. Sociable | b. El denominado «amor serrano» conocido como: «más me pegas, más te quiero». |
| III. Vacío | c. En esposos octogenarios, ella le susurra con afecto: «juntos amor, hasta que la muerte nos separe». |

A) Ib, IIc, IIIa

B) Ia, IIc, IIIb

C) Ia, IIb, IIIc

D) Ib, IIa, IIIc

E) Ic, IIb, IIIa

Solución:

Ib: El denominado «amor serrano» ilustra el tipo de amor fatuo debido a que en dicha relación está presente la pasión y el compromiso; pero carece de intimidad (por la violencia).

IIc: En el caso de la pareja octogenaria se califica como amor sociable, porque existe intimidad (afecto) y compromiso, pero está ausente la pasión en dicha relación.

IIIa: En los matrimonios de los hijos arreglados por sus padres se tipifica como amor vacío porque solo existe el compromiso, pero carece de pasión e intimidad.

Rpta.: A

5. El psicólogo John Money (1955) es considerado el primer científico en utilizar el concepto de «género» como una categoría de análisis. Posteriormente, el movimiento feminista y la antropología lo abordan como una construcción social para promover el ejercicio saludable del sexo, la equidad y el respeto a la diversidad sexual. Identifique las proposiciones correctas que ilustran el concepto de género.

- I. La afirmación de que todo hombre por naturaleza es un sujeto dominante y rudo.
- II. La creencia religiosa del uso imperativo del burka en una mujer musulmana.
- III. Las diferencias en las respuestas de excitación sexual en hombres y mujeres.

A) I y III

B) II y III

C) I y II

D) Solo I

D) Solo II

Solución:**I y II**

- I. Afirmar que el hombre por naturaleza es dominante y rudo constituye la adopción de un estereotipo de género.
- II. El uso imperativo del burka en la mujer musulmana por una creencia religiosa es una expresión de género dentro de la cultura árabe.

Rpta.: C

6. Una investigación refiere: «Vale anotar que si bien las estadísticas han demostrado la prevalencia de la violencia por parte del hombre sobre la mujer, ello no refleja la realidad en su totalidad, dado que también se registran cada vez más casos de agresión por parte de la mujer hacia el hombre, así como la reciprocidad en la misma; esto sin tener en cuenta las parejas conformadas por personas del mismo sexo, en las que también se presenta el fenómeno de la violencia por parte del compañero(a) íntimo(a)» Del texto anterior, es correcto inferir en relación a la sexualidad.

- I. Los datos sobre la violencia por parte de la mujer hacia el hombre no son muy difundidos ya que no afecta la salud masculina.
- II. Se hace referencia a las diversas formas cómo el fenómeno de la violencia afecta la salud sexual.
- III. Es necesaria la práctica de valores para prevenir comportamientos que atenten contra la salud.

- A) I y II B) II y III C) I y III D) Solo I E) Solo II

Solución:

II y III. El uso de la violencia en una relación de pareja afecta la salud sexual. Para prevenir ello, se requiere guiar el comportamiento por los valores de una sexualidad responsable.

Rpta.: B

7. El erotismo se manifiesta en diferentes comportamientos. En relación a ellos a continuación, identifique el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados:

- I. Las fantasías sexuales se expresan exclusivamente en los varones.
- II. La masturbación es el origen de casos de anorgasmia e impotencia.
- III. Toda caricia no consentida es fuente de abuso sexual.

- A) VVV B) VFV C) VFF D) FVF E) FFF

Solución:

- I. (F) Las fantasías sexuales pueden darse en ambos sexos.
- II. (F) No hay evidencia de que la masturbación produzca anorgasmia o impotencia.
- III. (F) Toda caricia no consentida es una forma de abuso sexual.

Rpta.: E

Educación Cívica

EJERCICIOS DE CLASE

1. La Policía Nacional del Perú intervino un domicilio donde encontró a ciudadanos peruanos y extranjeros, trabajando en condiciones inapropiadas y hacinados en espacios reducidos de la casa. Con relación a este caso, ¿qué tipo de delito se presenta?
- A) Contra la dignidad humana
B) Contra el patrimonio
C) Delitos tributarios
D) Contra el Estado y la defensa Nacional
E) Contra el honor

Solución:

Delito contra la dignidad humana consiste en la trata de personas y explotación. Este tipo de delitos es cometido por una persona o grupos organizados contra la ley y merecedores de castigo por la sociedad. La trata de personas significa el reclutamiento, transporte, transferencia, albergue o recepción de personas, mediante la amenaza o el uso de la fuerza u otras formas de coerción, secuestro, fraude, engaño, abuso de poder o de una posición de vulnerabilidad o de dar o recibir pagos o beneficios para lograr aprovecharse de ello.

Rpta.: A

2. Los puestos de trabajo en una entidad del Estado son ocupados por los miembros de un partido político. Los responsables de esta institución se niegan a recibir a profesionales y técnicos que no pertenezcan a la línea política del partido político del gobierno de turno. ¿Qué tipo de discriminación se presenta en el caso expuesto?
- A) Étnico
B) Ideológico
C) Colusión
D) Social
E) Cultural

Solución:

La discriminación ideológica se ejerce en contra de aquellas personas que tienen una creencia diferente; en este caso, se trata de una creencia ideológica o política distinta favoreciendo a un grupo y discriminando a otro.

Rpta.: B

3. Una fiscalía provincial, especializada en delitos de corrupción de funcionarios, ha conseguido la condena de un miembro de las fuerzas policiales por haber solicitado dinero a un ciudadano extranjero para no ponerlo a disposición de la comisaria y no se le imponga una papeleta de infracción por haber infringido el reglamento de tránsito al conducir sin licencia. En el presente caso, ¿qué tipo de corrupción de funcionarios se ha aplicado?
- A) Peculado
B) Colusión
C) Cohecho pasivo
D) Cohecho activo
E) Cobro indebido

Solución:

El cohecho pasivo se da cuando la persona que incurre en este delito es un funcionario o servidor público que acepta o recibe, solicita o condiciona su actuar a la entrega o promesa de donativo o ventaja de parte de un ciudadano.

Rpta.: C

4. Las normas, en la _____, son pautas de comportamiento que regulan y ordenan la vida de las personas y de los colectivos de acuerdo con ciertos valores en situaciones determinadas, como, por ejemplo, respetar la diferencias en la forma de vestir y costumbres andinas, practicadas en la ciudad de Lima.

A) relación jurisprudencia
C) normatividad política
E) actividad socioeconómica

B) convivencia democrática
D) reglamentación social

Solución:

Las normas, en la convivencia democrática, son pautas de comportamiento que guían, regulan y ordenan la vida de las personas y de los colectivos, de acuerdo con ciertos valores en situaciones determinadas. Ellos se adquieren desde los primeros años del desarrollo de la persona, como normas morales y sociales, por los diversos agentes de socialización, por el contrario, las normas jurídicas emanan del Estado. Según Jacques Delors, uno de los pilares básicos de la educación es aprender a vivir juntos, el cual supone alcanzar una doble misión: enseñar la diversidad de la especie humana y contribuir a una toma de conciencia de las semejanzas y la interdependencia entre todos los seres humanos.

Rpta.: B

Historia

EJERCICIOS DE CLASE

1. Con la caída del Imperio Huari y la desintegración de la cultura Tiahuanaco, se establece un periodo de carácter regional al cual se le denomina Intermedio Tardío (1100-1400 d. C.). En este periodo, destacó la cultura Chimú situada en la costa norte, que fue fundada por Tacaynamo, un personaje mitológico que según las crónicas llegó por mar. Con respecto a Chimú, señale el valor de verdad (V o F) sobre los siguientes enunciados.

- I. Se expandieron territorialmente durante el reinado de Fempellec, quien al mando de sus tropas conquistó a los chincha.
- II. La mayor expansión territorial se produjo con Minchancaman, llegando a dominar desde Tumbes hasta Carabayllo.
- III. La dinastía fundadora se inicia con el mítico Tacaynamo, quien condujo una balsa desembarcando en el valle de Moche.
- IV. Chan Chan fue la capital, siendo una de las ciudades más grandes construidas en piedra de la América precolombina.

A) FVFF B) VFVF C) FVVF D) VVFF E) FFVF

Solución:

La cultura Chimú fue una de las culturas más desarrolladas en la costa norte, su capital fue la ciudad de Chan Chan, que es considerada la ciudad de barro más grande de América prehispánica. Según fuentes virreinales, Chimú fue fundada por Tacaynamo, personaje legendario que luego de navegar en una balsa de palo había desembarcado en el valle de Moche. Después de sucesivos reinados los chimú lograron alcanzar su mayor expansión territorial comprendiendo desde Tumbes por el norte hasta Lima (Carabaylo) por el sur, esta última expansión se produjo en el reinado de Minchancaman. Sin embargo, con la conquista del auqui Túpac Yupanqui, el poder del reino Chimú se eclipsó definitivamente.

Rpta.: C

2. La cultura Chincha destacó principalmente por el comercio interregional en una ruta que abarcaba desde la costa peruana en dirección hacia Ecuador y por el sur hasta la región altiplánica, formando un triángulo comercial que les permitía tener acceso a diversos recursos de carácter ritual y utilitario. En cuanto a su producción artesanal, la cerámica, la textilera y la metalurgia fueron de alta calidad. Respecto a la metalurgia es correcto afirmar:

- A) Los vasos retrato fueron hechos de oro, plata y cobre sin el uso de soldadura.
- B) Las máscaras hechas con la técnica de laminado representaban a Naylamp.
- C) El uso de diferentes técnicas fundidoras como el laminado, aleación, repujado.
- D) La elaboración de cuchimilcos con la imagen de su divinidad Chinchaycámac.
- E) La aleación del bronce arsenical utilizado para la fundición de la tumbaga.

Solución:

La cultura Chincha fueron los grandes comerciantes del Perú prehispánico, las crónicas y documentos coloniales describen que fue una sociedad rica y organizada debido a la red de intercambios con pueblos situados en los actuales países de Ecuador, Chile y Bolivia. Los vínculos comerciales establecidos les permitieron acceder a diversos productos utilitarios y rituales como el mullu. Fueron excelentes artesanos lo cual se refleja en su metalurgia y alfarería. Por ejemplo, para confeccionar los vasos retrato (narigones) empleaban metales como oro, plata, cobre o aleaciones. Una vez fundido el metal confeccionaban una lámina, la cual procedían a manipular hasta darle la forma adecuada sin practicar soldadura alguna ni unión mecánica.

Rpta.: A

3. La cultura Inca, se desarrolló en el Tercer Horizonte y constituye la última etapa de desarrollo autónomo en la historia del antiguo Perú. Sus orígenes mitológicos fueron narrados por los cronistas _____ y _____ autores de las crónicas _____ y _____ respectivamente. En el primer documento se narra la travesía de los hermanos Ayar, mientras que en la segunda se explica la fundación del Cusco a cargo de Manco Cápac acompañado por Mama Ocllo.

- A) Garcilaso de la Vega – Pedro Cieza de León – *Historia general del Perú – Crónica del Perú*
- B) Miguel Cabello de Balboa – Juan Santa Cruz Pachacuti – *Instrucción al licenciado Lope García de Castro – Miscelánea Antártica*
- C) Felipe Guamán Poma de Ayala – Titu Cusi Yupanqui – *Historia del nuevo mundo – Nueva crónica y buen gobierno*
- D) Francisco López de Gómara – Bernabé Cobo – *Historia general de las Indias – Relación de antigüedades del reino del Perú*
- E) Juan de Betanzos – Garcilaso de la Vega – *Suma y narración de los incas – Comentarios reales de los incas*

Solución:

La cultura Inca, se desarrolló en el Tercer Horizonte y constituye la última etapa de autonomía cultural en la historia del antiguo Perú. Sus orígenes mitológicos fueron narrados por los cronistas Juan de Betanzos y el inca Garcilaso de la Vega. El primero describe la travesía realizada por los cuatro hermanos Ayar, quienes acompañados por sus hermanas-esposas peregrinaron a distintos lugares hasta finalmente fundar el Cusco, mientras en la crónica de Garcilaso de la Vega, se explica la fundación de la ciudad del Cusco a cargo de Manco Cápac acompañado por su hermana-esposa Mama Ocllo.

Rpta.: E

4. La historia de la civilización Inca se divide en dos fases: regional e imperial. En la primera, los incas inicialmente formaron un pequeño reino bajo el liderazgo de Manco Cápac, culminando esta etapa con el gobierno del inca Huiracocha, quien tuvo que enfrentar la amenaza de los chancas, un reino expansivo que buscaba invadir el Cusco, motivo por el cual

- A) Huiracocha e Inca Urco los enfrentaron en las cercanías de Mulliambato.
- B) Túpac Huallpa y Túpac Yupanqui los derrotaron finalmente en Mocha.
- C) Cusi Yupanqui y Apo Mayta los vencieron en la batalla de Yawarpampa.
- D) Inca Roca y Sinchi Roca los combatieron en las alturas de Cotapampa.
- E) Cápac Yupanqui y Pachacútec los emboscaron sorpresivamente en Pucará.

Solución:

La historia de la civilización Inca se divide en dos periodos: fase regional y fase imperial. La fase regional comienza con el gobierno de Manco Cápac, donde tomaron contacto con los pueblos originarios del Cusco, hasta el gobierno de Huiracocha, cuando se inicia el avance de los chancas sobre la región. Para defender la ciudad, Cusi Yupanqui

organiza la resistencia con otros líderes de la nobleza incaica como Apo Mayta e Inca Roca; con este apoyo, los incas lograron vencer a los chancas en la batalla de Yawarpampa.

Rpta.: C

5. La arquitectura incaica se caracteriza por ser principalmente de piedra, monumental y sólida, elaborada de manera uniforme y simétrica. Destacó en su sencilla y sobria decoración la forma trapezoidal de puertas y ventanas, como puede observarse en los complejos arquitectónicos de Quenqo, Pisac, Ollantaytambo y Machu Picchu. Respecto a las construcciones incas marque las alternativas correctas.

- I. La fortaleza de Sacsayhuaman tuvo carácter defensivo y ritual.
- II. El Intihuatana fue un reloj solar situado en Ollantaytambo.
- III. El Coricancha fue el panteón situado en la ciudad del Cusco.
- IV. El Moray funcionó como un centro de investigación agrícola.

- A) I, II, y III B) I y IV C) I, III y IV D) II, III y IV E) II y III

Solución:

La arquitectura en el Tahuantinsuyo se clasifica en ritual administrativa, defensiva y religiosa. Entre las principales edificaciones incas destacan Sacsayhuaman, edificación que tenía una función ritual y defensiva. El Intihuatana fue un reloj solar situado al interior de Machu Picchu. El Coricancha fue el panteón religioso de los incas ubicado en la ciudad del Cusco. El Moray fue un complejo de andenes que servía para realizar investigaciones y experimentos agrícolas.

Rpta.: C

Geografía

EJERCICIOS DE CLASE

1. La vertiente hidrográfica con mayor concentración poblacional del Perú solo dispone del 2,18 % del total de aguas nacionales para cubrir la demanda hídrica tanto poblacional, industrial como agrícola. Con respecto a las características de los ríos de la vertiente en cuestión, identifique los enunciados correctos.

- I. La mayoría de sus unidades hidrográficas son exorreicas.
- II. Tienen su mayor crecida en la estación de invernada austral.
- III. La totalidad de sus ríos tienen su origen en los Andes peruanos.
- IV. Son de régimen irregular, curso corto y de poco caudal.

- A) II y IV B) II y III C) I y IV D) I y III E) III y IV

Solución:

El enunciado hace referencia a la vertiente hidrográfica del Pacífico.

- I. Correcto. La mayoría de sus unidades hidrográficas son exorreicas, porque son aguas que llegan al mar o al océano; pero, algunas son arreicas en la época de estiaje.
- II. Incorrecto. Tienen su mayor crecida en la estación de verano austral.

- III. Incorrecto. Los ríos Zarumilla, Tumbes y Chira tienen su origen en territorio ecuatoriano.
- IV. Correcto. Los ríos de la vertiente hidrográfica del Pacífico son de régimen irregular, curso corto y de poco caudal.

Rpta.: C

2. De acuerdo con una investigación sobre el origen remoto del río Amazonas, este se encuentra en la quebrada de Apacheta, en las faldas del nevado Quehuisha, en la cordillera de Chila. Respecto a este río, podemos afirmar que
- A) es el mayor colector de aguas del espacio peruano.
B) sus aguas nacen en la cordillera oriental de los Andes centrales.
C) se abastece de agua exclusivamente del deshielo glaciar.
D) su cauce atraviesa por el espacio territorial de ocho países.
E) entre la época de crecida y de estiaje presenta mayor contraste.

Solución:

El río Amazonas es el más largo, caudaloso, profundo y forma la cuenca más extensa de la Tierra. Su nacimiento se localiza, en la quebrada de Apacheta, en las faldas del nevado Quehuisha (5179 m s. n. m.), cordillera de Chila, provincia de Caylloma-Arequipa. Este río recibe, desde su origen, varios nombres: Apacheta, Lloqueta, Challamayo, Hornillos, Monigote, Apurímac, Ene, Tambo, Ucayali. A partir de la confluencia del Ucayali con el Marañón en Nauta, es llamado río Amazonas. Desemboca formando una delta en el océano Atlántico tras recorrer una longitud de 7062 km, superando en 391 km al río Nilo (6671 km). En Perú, su cuenca representa el 74,5 % del territorio nacional y el 97,8 % del total de las aguas nacionales.

Rpta.: A

3. El fenómeno de afloramiento en el sector central y meridional del mar peruano tiene una importancia excepcional en el ámbito biológico, porque las aguas que ascienden desde el fondo son ricas en nutrientes: nitratos, silicatos, fosfatos; y, por tanto, las zonas donde se produce son muy productivas. Determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones sobre lo que se describe.
- I. Por la influencia de este fenómeno, la corriente peruana se presenta rica en nutrientes.
II. Una consecuencia es la proliferación del plancton en todas las bahías del mar peruano.
III. Un factor que intensifica dicho fenómeno, son los vientos alisios del sureste.
IV. Esta anomalía, se manifiesta a lo largo de entrantes y salientes del litoral nor peruano.
- A) VFVF B) VFVV C) VFFV D) VVFF E) FFVV

Solución:

- I. **VERDADERO.** Por la influencia del fenómeno, la corriente peruana se presenta rica en nutrientes y tiene temperaturas templadas; por ejemplo, en el sector central la temperatura fluctúa entre 17 °C –19 °C y en el sector meridional entre 13 °C –14 °C.
- II. **FALSO.** Una consecuencia es la proliferación del plancton en algunas bahías del sector central y sur peruano; como por ejemplo en frente a Paita, entre Pimentel y Salaverry, entre Huarmey y Supe, frente a Pisco y entre San Juan y Mollendo.
- III. **VERDADERO.** Uno de los factores que genera el fenómeno de afloramiento son los vientos alisios del sureste que soplan persistentemente sobre las aguas cálidas superficiales; ello genera ascenso aguas frías y ricas en nutrientes como nitritos, nitratos y fosfatos.
- IV. **FALSO.** El fenómeno de afloramiento se manifiesta con mayor intensidad en algunas bahías del sector central y sur del mar peruano; por ejemplo, entre Huarmey y Supe.

Rpta.: A

4. El representante regional de gestión de riesgo afirma que las heladas de los Andes y el friaje de la selva, así como los terremotos en diferentes puntos de nuestro territorio, nos recuerdan que vivimos en un país muy expuesto a diversos fenómenos naturales. Luego enfatiza que, para atenuar los desastres, debemos
- A) sensibilizar a los habitantes sobre la ocurrencia de dichos agentes exógenos.
 - B) planificar un crecimiento urbano sostenido e integral en el sureste peruano.
 - C) reflexionar sobre las desventajas de nuestra geografía para nuestro desarrollo.
 - D) promover una eficaz gestión de riesgo de desastres a nivel de gobierno centralizado.
 - E) implementar medidas apropiadas para prevenir o mitigar estos fenómenos.

Solución:**¿Qué es gestión de riesgos de desastres?**

Es la anticipación a los desastres; es decir, tomar las medidas adecuadas para prevenir o mitigar las consecuencias de cualquier fenómeno natural. También busca acuerdos sociales para soportar o utilizar productivamente los impactos, sin eliminar la obtención inmediata de beneficios.

Rpta.: E

Economía

EJERCICIOS DE CLASE

1. Pese a que la inflación anual se desacelera con más claridad: pasó de un «pico» de 8.81 % en junio del 2022 a 5.58 % en agosto; sin embargo, el precio de los alimentos hacia agosto 2023 sigue la tendencia al alza, pero a un ritmo más lento, como consecuencia a diferentes shocks de oferta generados por desastres naturales, incremento en los precios de los insumos, la productividad o determinados avances tecnológicos. Además de los factores mencionados el incremento de los precios estaría siendo determinado también por ciertos comportamientos de los vendedores a nivel local, lo cual se manifiesta
- A) cuando compran bienes a bajo precio y los venden a alto precio obteniendo lucro, presuponiendo que se incrementarán en el futuro.
 - B) cuando compran más bienes a precios altos.
 - C) cuando compran bienes a precios altos y los venden a precios bajos.
 - D) cuando los precios se incrementan debido al aumento del IGV.
 - E) cuando los consumidores demandan más bienes.

Solución:

La pregunta está referida a la especulación, la cual es una operación comercial consistente en comprar mercaderías, inmuebles, valores o efectos públicos, con ánimo de obtener lucro de manera inmediata mediante su posterior venta a precios más alto.

Rpta.: A

2. Las cifras proyectadas para el Perú son poco halagüeñas este 2023: la economía crecería solo 2.5 % este año, menor a lo registrado en 2022 (2.7%); la inversión privada estaría «en rojo»; y los ingresos reales es decir la cantidad de dinero o ingreso que percibe una persona o economía doméstica no superan el nivel previo a la pandemia. A esto se agrega una inflación que sumaría su tercer año fuera del rango meta propuesto por el BCRP (entre 1 % y 3 %).

De lo descrito en el enunciado, se puede deducir que

- A) se incrementará la inversión privada.
- B) un gran número de familias no comprará algún bien ni realizará inversiones.
- C) se incrementará el gasto público.
- D) un gran número de familias comprará más bienes y realizará inversiones.
- E) disminuirá el gasto público.

Solución:

Si el crecimiento de la economía se desacelera tendrá un impacto negativo sobre el empleo, así como del comportamiento de los inversores, en tal sentido disminuirán los ingresos reales y la inversión privada. De acuerdo a este razonamiento y en base a las alternativas respuesta propuestas se concluye que un gran número de familias no comprará algún bien ni realizará inversiones.

Rpta.: B

3. Analizando la información:

	FAMILIA AGUINAGA	FAMILIA RODRIGUEZ	FAMILIA MENDOZA
TOTAL, INGRESOS	2600	1950	1800
TOTAL, EGRESOS	2850	1950	1600
SALDO (ingresos – egresos)	¿?	¿?	¿?

Teniendo en cuenta la tabla anterior y calculando el saldo del presupuesto de cada familia, indique el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados:

- a.- El presupuesto de la familia Aguinaga es superavitario.
 b.- El presupuesto de la familia Rodríguez está en equilibrio
 c.- El presupuesto de la familia Mendoza es superavitario.
 d.- El presupuesto de la familia Aguinaga es deficitario.
 e.- Los presupuestos de las familias Aguinaga y Mendoza son superavitarios.

A) VVFFV B) FFVVF C) FVVVF D) VVVVV E) VFVFV

Solución:

El presupuesto familiar es un instrumento de planificación y un control de las cuentas económicas de un hogar. Los gastos se planifican y se comparan con los ingresos de los miembros de la familia obteniendo un saldo final. Un presupuesto familiar es superavitario cuando el valor de los ingresos es mayor al valor de los egresos; estará en equilibrio cuando el valor de los ingresos es igual al valor de los egresos y por último es deficitario cuando el valor de los egresos es mayor al de los ingresos.

Rpta.: C

4. Mario recibe de sus padres una propina semanal de S/. 20.00. Todas las semanas él gasta S/. 5 en pasajes al colegio. Tres veces por semana, se toma una gaseosa que tiene un precio de S/. 1.00. Los viernes, después de las clases, disfruta dos horas de videojuegos con sus amigos, donde paga S/. 5.00. Los domingos va al cine del barrio y gasta S/. 6.

Veamos cuáles son sus ingresos y sus gastos de cada semana:

INGRESOS	S/.	GASTOS	S/.
Propina	20.00	Pasajes	5.00
		Gaseosas	3.00
		Videojuegos	5.00
		Cine	6.00
TOTAL INGRESOS	20.00	TOTAL GASTOS	¿?
SALDO: ¿?			

Calcular el saldo e identificar si es superavitario, deficitario o equilibrado y a cuántos soles asciende.

- A) equilibrado – S/.1.00
 C) superavitario – S/. 1:00
 E) deficitario – S/. 2:00

- B) deficitario – S/. 2.00
 D) superavitario – S/. 2.00

Solución:

El presupuesto familiar o de una persona es un instrumento de planificación y un control de las cuentas económicas de un hogar. Los gastos se planifican y se comparan con los ingresos de los miembros de la familia obteniendo un saldo final. Un presupuesto familiar o personal es superavitario cuando el valor de los ingresos es mayor al valor de los egresos, estará en equilibrio cuando el valor de los ingresos es igual al valor de los egresos y, por último, es deficitario cuando el valor de los egresos es mayor al de los ingresos.

Rpta.: C

5. Alberto es un agente comercial en una tienda de venta de electrodomésticos. Logra vender un televisor por un valor de S/. 2,500.00 recibiendo una compensación del 5 % por dicha operación. Del enunciado se deduce que Alberto es un vendedor

- A) mayorista. B) informal. C) especulador.
 D) comisionista. E) esforzado.

Solución:

La comisión suele utilizarse como un mecanismo para incentivar el esfuerzo de los empleados. Así, por ejemplo, en el área comercial los vendedores suelen tener un salario compuesto de dos partes: una fija y una variable que se basa en comisiones sobre lo que es capaz de vender. Las comisiones por ventas son las compensaciones pagadas a una persona por la cantidad de ventas hechas, se trata de un porcentaje de las ventas, que se paga además de un salario base.

Rpta.: D

6. El Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI) publicó los productos alimenticios que más subieron de precio en el mes de setiembre 2023. El limón, la papa amarilla, la cebolla china, el ají amarillo, la albahaca, la palta fuerte, experimentaron un aumento significativo, perjudicando el bolsillo de las familias peruana.

Fuente: Latina

Teniendo en cuenta la información proporcionada por el INEI,

- I.- el incremento de precios de los productos alimenticios incrementará los gastos discrecionales.
 II.- el incremento de precios de los productos alimenticios incrementará los gastos mensuales.
 III.- el incremento de precios de los productos alimenticios incrementará los gastos fijos.

- A) VVF B) FVF C) VFV D) VVV E) FFV

Solución:

Los gastos fijos son aquellos gastos regulares y necesarios para mantener un cierto nivel de vida como la alimentación, la electricidad, el agua, telecomunicaciones o medicamentos. Son gastos que pueden reducirse, pero no desaparecer.

Rpta.: E

7. El ponerse en operación la Línea 2 del Metro de Lima permitirá el transporte de personas desde Vitarte hasta el Callao reduciendo significativamente el tiempo de viaje. En relación al texto anterior, se puede afirmar que la expansión de la red ferroviaria de Lima permitirá incrementar los flujos _____ compuesto por _____.
- A) nominales – bienes y servicios
 B) reales – bienes y servicios
 C) nominales – factores
 D) reales – factores
 E) nominal – personas

Solución:

Flujo real o físico: conformado por bienes, servicios y factores productivos que se mueven entre los polos económicos; se dividen en dos partes según el origen de los desplazamientos

Rpta.: B

8. José y Elsa tienen dos hijos, uno en edad escolar y el otro a nivel universitario. Matricula al hijo menor en una escuela privada en la cual paga una pensión mensual de S/280.00 en tanto que al otro hijo lo matricula en una universidad nacional de prestigio. Del enunciado anterior, la decisión de los padres dependerá de
- A) la renta absoluta y los gastos discrecionales.
 B) la renta permanente y los gastos discrecionales.
 C) los gastos fijos y los gastos mensuales.
 D) la renta absoluta y los gastos mensuales.
 E) los ingresos anuales disponibles solamente.

Solución:

La familia tiene que determinar la renta absoluta que le indica sus ingresos anuales y compararlos con los gastos discrecionales que pueden ser eliminados con facilidad para determinar si tiene la solvencia para estudiar en un colegio particular.

Rpta.: B

9. Las empresas son las unidades _____ que desarrollan actividades económicas y son responsables de las decisiones que toman. Estas entidades están constituidas bajo la ley general de _____ o, en algunos casos, pertenecen a los hogares o a las unidades de gobierno.
- A) familiares – consumidores
 B) productivas – sociedades
 C) inversoras – fábricas
 D) consumidoras – sociedades
 E) organizadoras – empresas

Solución:

Las empresas son unidades productivas que están constituidas bajo la ley general de sociedades.

Rpta.: B

10. José Luis es un destacado colaborador que acaba de terminar sus estudios de doctorado en gestión pública en una importante universidad del país, lo cual le traerá gratas satisfacciones, no solamente por haber cesado sus gastos _____ sino además por que tendrá mayores posibilidades de mejorar sus flujos _____ como contraprestación a la actividad que realice en el mercado de _____.

- A) fijos – nominales - factores
- B) discrecionales – reales – bienes y servicios
- C) mensuales – nominales – de factores
- D) mensuales – nominales – bienes y servicios
- E) fijos – reales – bienes y servicios

Solución:

Los gastos en educación, pagos de hipotecas, crédito vehicular, etc. son mensuales, lo cual se dan durante un periodo. La educación, capacitación, adiestramiento, aumentan las posibilidades a obtener mejores ingresos como contraprestación al trabajo ofrecido en el mercado de factores.

Rpta.: C

Filosofía

EJERCICIOS DE CLASE

1. Juan y María son dos compañeros de trabajo en la municipalidad de un distrito capitalino. Ellos conversan sobre un proyecto importante en la oficina en la que laboran. Juan sugiere que deberían presentar una propuesta de mejora para el proyecto, pero María responde lo siguiente: «No necesitamos presentar ninguna propuesta, ya que nuestro jefe es un cretino que nunca escucha nuestros planteamientos».

Se deduce que la argumentación de María incurre en la falacia conocida como *argumentum ad*

- A) *ignorantiam*, pues apela a la autoridad.
- B) *hominem*, ya que recurre a la descalificación personal.
- C) *baculum*, dado que se basa en el sentimiento de la población.
- D) *populum*, puesto que expresa ignorancia en el tema.
- E) *verecundiam*, porque se sirve del chantaje.

Solución:

La falacia que se comete es la conocida como *Argumentum ad hominem*, ya que María no aborda la sugerencia de Juan de presentar una propuesta de mejora, sino que descalifica a la persona, el jefe, en lugar de la idea misma.

Rpta.: B

2. Dado el siguiente esquema: $[(p \wedge q) \vee \sim p] \rightarrow q$, reconocer que un argumento es válido bajo esta forma es comprender la
- A) dependencia de las proposiciones de la realidad y su verificabilidad empírica.
 - B) conexión entre la verdad de los enunciados independientemente de su sintaxis.
 - C) aplicación de una serie de tácticas persuasivas en la comunicación.
 - D) validez, que se establece mediante la estructura lógica del razonamiento.
 - E) colaboración de ideas de una comunidad en la investigación de la realidad.

Solución:

La validez se establece a través de la estructura lógica del razonamiento, independientemente del contenido de las proposiciones involucradas. Por lo tanto, la validez es una noción sintáctica en la lógica.

Rpta.: D

3. Carlos y Ana están debatiendo sobre si deberían unirse a una dieta de moda que promete resultados milagrosos en la pérdida de peso. Carlos argumenta lo siguiente: «Deberíamos hacerlo, todo el mundo está hablando de esta dieta y parece que funciona, si tanta gente la está siguiendo, entonces debe ser la mejor opción».

Se deduce que la argumentación de Carlos incurre en la falacia conocida como *argumentum ad*

- A) *ignorantiam*, pues apela a la autoridad de un grupo de investigadores.
- B) *hominem*, porque se sirve del chantaje, la coacción y la violencia.
- C) *populum*, dado que se basa en la supuesta opinión de la población sobre un producto.
- D) *baculum*, puesto que expresa ignorancia respecto de un tema.
- E) *verecundiam*, ya que recurre a la descalificación en contra de una persona.

Solución:

La falacia que se comete es la denominada *argumentum ad populum*, ya que Carlos se basa en la popularidad de la dieta en lugar de considerar la eficacia y la evidencia científica detrás de la misma.

Rpta: C

4. Luis y Ana están debatiendo sobre si deberían votar por un candidato político en una elección. Luis argumenta: «Deberíamos votar por este candidato porque si no lo hacemos, el gobierno tomará medidas que afectarán negativamente a nuestras empresas. El candidato tiene conexiones poderosas y si no le apoyamos, sufriremos las consecuencias».

Se deduce que la argumentación de Luis incurre en la falacia conocida como *argumentum ad*

- A) *ignorantiam*, pues apela a la autoridad de un grupo de investigadores.
- B) *baculum*, porque se sirve de la amenaza, el temor y la coacción.
- C) *populum*, dado que se basa en la supuesta opinión de la población sobre un producto.
- D) *hominem*, puesto que expresa ignorancia respecto de un tema.
- E) *verecundiam*, ya que recurre a la descalificación en contra de una persona.

Solución:

La falacia que se comete es *argumentum ad baculum*, ya que Luis recurre a la amenaza de que el gobierno tomará medidas negativas contra sus empresas si no votan por el candidato en lugar de presentar argumentos válidos para apoyar al candidato.

Rpta: B

5. «Los gatos son mamíferos» es una afirmación que se ajusta a la realidad; por lo tanto, estamos frente a
- A) una suposición que no se puede verificar.
 - B) un enunciado que contradice los hechos de la realidad.
 - C) una afirmación que carece de fundamentos sólidos.
 - D) una verdad que se corresponde con el mundo de los hechos.
 - E) un error que no se relaciona de ninguna manera con la realidad.

Solución:

La verdad es una propiedad que tienen las proposiciones o enunciados cuando se corresponden con el mundo de los hechos y, en este caso, la oración «Los gatos son mamíferos» es una verdad que se corresponde con el mundo de los hechos (teoría de la correspondencia).

Rpta: D

6. En una conversación entre dos amigos, Jorge le dice a Ana lo siguiente: «Necesito un cambio en mi vida». Ana responde del siguiente modo: «¡Claro, necesitas un cambio en tu vida!».

De acuerdo con el enunciado, se infiere que se está haciendo referencia a aquella falacia de ambigüedad que

- A) consiste en usar en el argumento un mismo término con significados distintos.
- B) se produce cuando su significado es confuso debido a su sintaxis.
- C) manifiesta misericordia y piedad para aceptar una determinada conclusión.
- D) se comete cuando una frase se pronuncia con un acento inadecuado.
- E) sostiene la verdad de una proposición porque no se ha demostrado lo contrario.

Solución:

El enunciado hace referencia a la falacia de énfasis, ya que Ana repite la afirmación de Jorge destacando la misma idea, pero sin agregar información adicional, lo que puede llevar a una confusión sobre el significado de la conversación.

Rpta: A

7. En la mayoría de los casos, un razonamiento busca respaldar la afirmación de su conclusión. Sin embargo, ese razonamiento resulta defectuoso cuando, al tratar de establecer la veracidad de la conclusión, sus premisas no se relacionan de manera adecuada. En otras palabras, este tipo de razonamiento tiende a generar confusión, ya que la conclusión no guarda una conexión lógica con las premisas.

De acuerdo con el enunciado, ¿a cuál de las siguientes alternativas se hace referencia?

- | | |
|-------------------------|------------------------|
| A) Argumentos confusos | B) Inferencias lógicas |
| C) Razones poco claras | D) Argumentos falaces |
| E) Conexiones inválidas | |

Solución:

El enunciado se refiere a argumentos falaces que, en su intento de establecer la verdad de la conclusión, presentan premisas que no están adecuadamente relacionadas con la conclusión, lo que puede llevar a la confusión.

Rpta.: D

8. Para desarrollar un razonamiento de manera precisa y distinguirlo de uno expresado de manera incorrecta, la lógica se dedica a investigar, elaborar y sistematizar ciertos métodos, principios, reglas y leyes que deben aplicarse con este propósito. En este proceso, utiliza demostraciones y la creación de lenguajes y símbolos específicos.

De acuerdo con el enunciado, la lógica se puede caracterizar como una

- A) ciencia establecida formalmente.
- B) actividad no relacionada con la ciencia.
- C) rama fundamental de la física.
- D) disciplina en desarrollo.
- E) colección de símbolos sin significado.

Solución:

La lógica se puede caracterizar como una ciencia establecida formalmente, ya que se ocupa de investigar, desarrollar y sistematizar métodos y reglas para el análisis del razonamiento, con el objetivo de lograr resultados precisos.

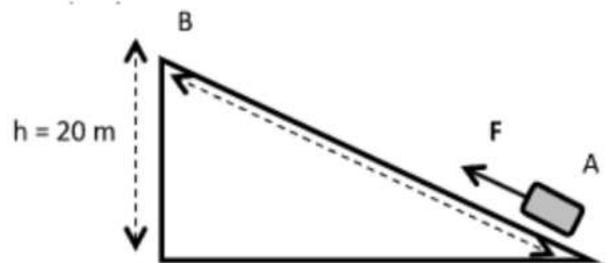
Rpta.: A

Física

EJERCICIOS DE CLASE

1. La figura muestra un cuerpo de masa $m = 1 \text{ kg}$ sube a través de un plano inclinado liso desde A hasta B, sometido a una fuerza $F = 5 \text{ N}$. Indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

- I) El trabajo realizado por la fuerza gravitacional es -200 J desde A hasta B.
 II) El trabajo realizado por la fuerza normal del plano inclinado sobre el bloque es 200 J desde A hasta B.
 III) El Trabajo realizado por la fuerza F es 200 J desde A hasta B.



- A) FVV B) VVF C) FFV D) VFV E) FFF

Solución:

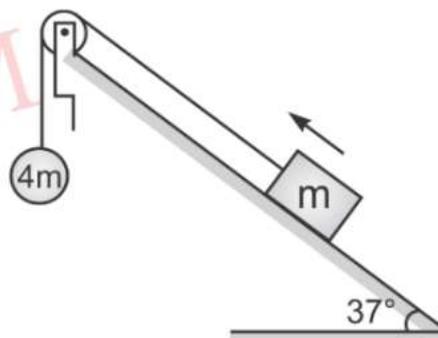
- I) V II) F III) V

Rpta.: D

2. En la figura mostrada la esfera se desplaza 5 m , determine el trabajo realizado por la fuerza gravitacional que actúa sobre el cuerpo de masa 4 m y m respectivamente sabiendo que $m = 1 \text{ kg}$.

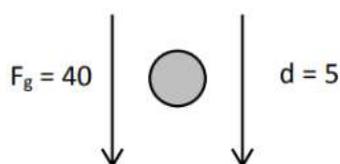
$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

- A) -200 J y -30 J
 B) 200 J y -30 J
 C) -200 J y 30 J
 D) 200 J y 30 J
 E) -200 J y 40 J

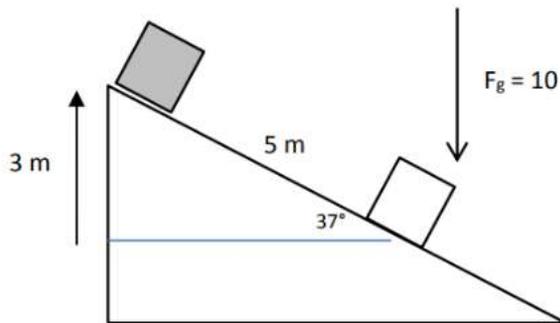


Solución:

Cuerpo de masa $4m$:



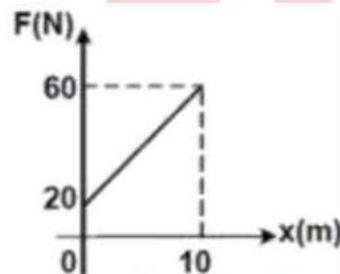
$$W^F = (40) \times (5) = 200 \text{ J}$$

Cuerpo m₂:

$$W^F = -(10) \times (3) = -30 \text{ J}$$

Rpta.: B

3. Sobre un bloque de masa 30 kg, inicialmente en reposo, se aplica una fuerza horizontal variable F según indica la gráfica. Se sabe que la superficie horizontal es rugosa ($\mu_k = 0,05$). ¿Cuál es el trabajo neto sobre el bloque cuando se desplaza desde $x = 0 \text{ m}$ hasta $x = 10 \text{ m}$?



- A) 200 J B) 250 J C) 300 J D) 400 J E) 150 J

Solución:

$$W^{\text{Neto}} = W^F + W^f$$

$$W^{\text{Neto}}$$

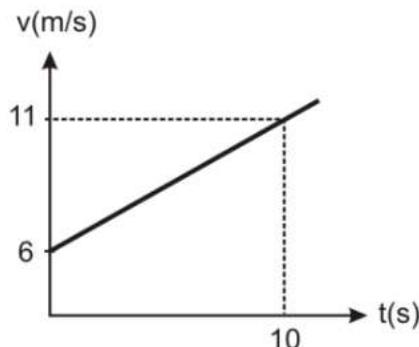
$$= \left(\frac{20 + 60}{2} \right) \times 10 - 0,05 \times 30 \times 10 \times 10$$

$$W^{\text{Neto}} = 250 \text{ J}$$

Rpta.: B

4. Un cuerpo de 1 kg de masa se mueve rectilíneamente y su rapidez varía en función de tiempo tal como se muestra la gráfica. Determine la energía cinética en el instante $t = 4 \text{ s}$.

- A) 32 J
B) 12 J
C) 20 J
D) 40 J
E) 14 J



Solución:

$$v = v_0 + at$$

el movil tiene MRUV

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t} = \frac{11 - 6}{10} = \frac{5}{10}$$

$$\therefore a = \frac{1}{2} m/s^2$$

Para $t = 4$ s:

$$v = 6 + \frac{1}{2}(4) = 8 m/s$$

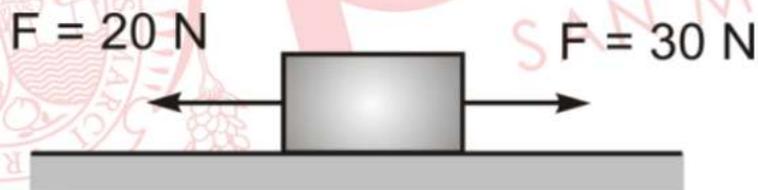
y su energía cinética será

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2}(1) \times 8^2$$

$$E_c = 32 \text{ J}$$

Rpta.: A

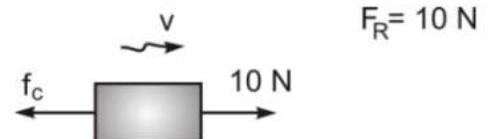
5. Sobre un bloque de 10 kg de masa se aplican las fuerzas que se indican en la figura. Si el cuerpo se desplaza con velocidad constante, sobre una superficie horizontal rugosa. Determine trabajo que realiza la fuerza de fricción cuando el cuerpo se desplaza 5 m.



- A) - 50 J B) - 100 J C) 50 J D) 100 J E) 20 J

Solución:

Si se mueve con v : constante



$$f_c = 10 \text{ N}$$

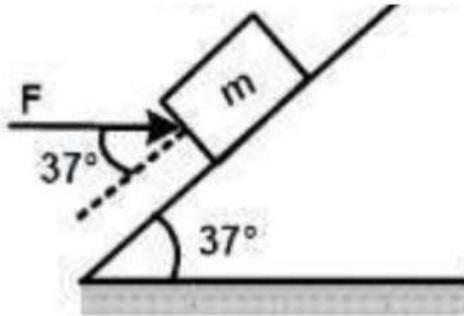
$$\therefore w = f_c d \cos \theta$$

$$w = 10 \times 5(-1)$$

$$w = -50 \text{ J}$$

Rpta.: A

6. Un bloque de masa $m = 1,5 \text{ kg}$ sube por un plano inclinado sin fricción con rapidez de 4 m/s , por acción de una fuerza horizontal constante F , como muestra la figura. Si después de recorrer 10 m su rapidez cambia a 6 m/s , determine la magnitud de la fuerza F .

A) 10 N B) 15 N C) 20 N D) 25 N E) 5 N **Solución:**

$$\Delta E_{mec} = W_{fnc}$$

$$\frac{1}{2} * 3 * (6^2 - 4^2) + 1.5 * 10 * (6 - 0) = 0.8F * 10$$

$$\therefore F = 15 \text{ N}$$

Rpta.: B

7. La energía mecánica es una forma de energía. En este contexto, un cuerpo es lanzado en forma vertical hacia arriba con una velocidad de $+80 \text{ j m/s}$. Despreciando todo tipo de rozamiento. Determine la altura en donde su energía cinética es el 25 % de la que tenía inicialmente.

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

A) 240 m B) 180 m C) 120 m D) 280 m E) 160 m **Solución:**

Sea "A" en punto de donde se lanza el cuerpo y "B" en punto donde su energía cinética es el 25 % de la inicial.

Por el "Principio de conservación de la energía"

$$E_{MB} = E_{MA}$$

$$E_{CB} + E_{PGB} = E_{CA}$$

$$\frac{1}{4} E_{CA} + mgh = E_{CA}$$

$$mgh = E_{CA} - \frac{1}{4} E_{CA}$$

$$mgh = \frac{3}{8} m (V_A)^2$$

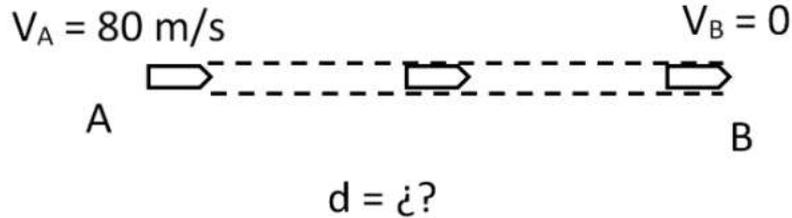
$$10h = \frac{3}{8}(6400)$$

$$h = 240 \text{ m}$$

Rpta.: A

8. La figura muestra una bala de 20 g impacta sobre una pared vertical de madera con una velocidad de + 80 m/s, si la fuerza de rozamiento media que la pared ejerce sobre la bala es 1 280 N. Determine la distancia que penetró la bala en dirección horizontal.

- A) 5 cm
B) 7 cm
C) 8,5 cm
D) 8,8 cm
E) 9,2 cm



Solución:

Por el teorema del trabajo y la energía:

$$m = 20 \text{ g} = 2 \times 10^{-2} \text{ kg}$$

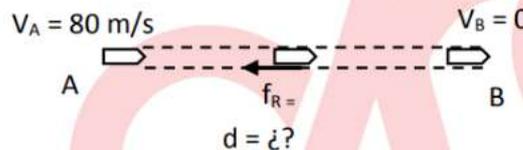
$$E_{mB} - E_{mA} = W_{f_R}$$

$$E_{CB} - E_{CA} = -f_R \times d$$

$$0 - E_{CA} = -f_R \times d$$

$$\frac{1}{2} m V_A^2 = f_R \times d$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-2} \times 80^2 = 1\,280 \times d \Rightarrow d = 0,05 \text{ m} \quad d = 5 \text{ cm}$$



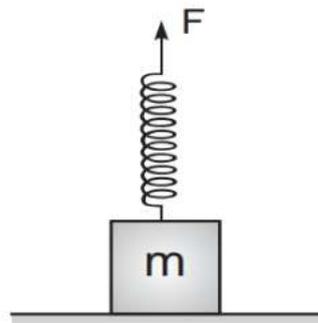
Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. La figura muestra un sistema bloque-resorte que inicia desde el reposo con aceleración constante de 2 m/s^2 por acción de la fuerza F . Determine el trabajo realizado por la fuerza elástica dos segundos de haber iniciado el movimiento.

($m = 2 \text{ kg}$)

- A) 94 J
B) 96 J
C) 98 J
D) 192 J
E) 102 J



Solución:

Sobre el bloque :

$$F_e - mg = ma \quad F_e = 2(10) + 2(2) = 24$$

$$a = \frac{1}{2}at^2 \quad d = \frac{1}{2}(2)(2)^2 = 4 \text{ m}$$

$$\therefore W = F_e d = 24(4) = 96 \text{ J}$$

Rpta.: B

2. La figura muestra dos bloques que inician el movimiento desde el reposo con aceleración de 2 m/s^2 debido a la acción de la fuerza F . Determine el trabajo realizado por la fuerza F , dos segundos después de haber iniciado el movimiento.

 $(m = 10 \text{ kg})$

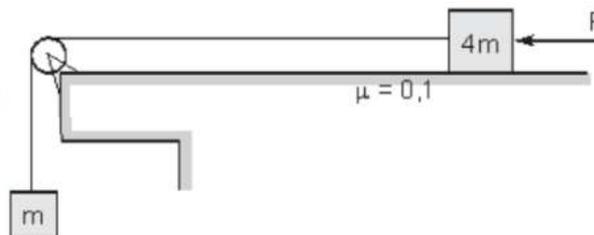
A) 120 J

B) 140 J

C) 106 J

D) 150 J

E) 160 J

**Solución:**

$$a = \frac{mg + F - f_r}{5m}$$

$$10m + 4mg\mu - mg = F$$

$$10(10) + 4(10)(10)(0,1) - 10(10) = F$$

$$F = 40 \text{ N}$$

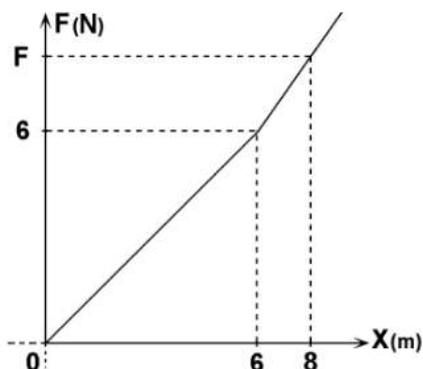
$$x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}(2)(2)^2 = 4 \text{ m}$$

$$\therefore W = Fd = 40(4) = 160 \text{ J}$$

Rpta.: E

3. Una fuerza F actúa sobre un bloque en la dirección del eje x , y varía según la gráfica mostrada. El trabajo realizado por la fuerza es 50 J cuando el bloque se desplaza desde $x = 0$ m hasta $x = 8$ m. ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza cuando el bloque se desplaza desde $x = +4$ m hasta $x = +10$ m?

- A) 104 J
B) 74 J
C) 100 J
D) 54 J
E) 114 J



Solución:

$$A_T = A_1 + A_2$$

$$\frac{1}{2}(6 \times 6) + \left(\frac{6+F}{2}\right)2 = 50$$

$$18 + 6 + F = 50$$

$$F_1 = 26$$

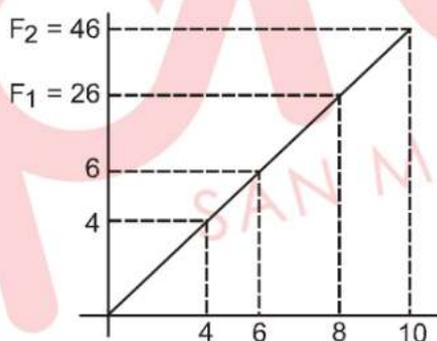
Luego, $F_2 = 46$

$$A_T = A_{(4-6)} + A_{(10-6)}$$

$$A_T = \left(\frac{6+4}{2}\right)2 + \left(\frac{46+6}{2}\right)4$$

$$A_T = 10 + 104 = 114 \text{ J}$$

$$w = 114 \text{ J}$$



Rpta.: E

4. Un bloque de 0.500 kg de masa se empuja contra un resorte horizontal de peso despreciable hasta que el resorte se comprime una distancia x como muestra la figura. La constante elástica del resorte es 450 N/m. Cuando se libera, el bloque viaja a lo largo de una superficie horizontal sin fricción al punto B, con rapidez $v_B = 12.00$ m/s. Determine la deformación.

- A) 0,4 m
B) 0,5 m
C) 0,4 m
D) 0,5 m
E) 0,3 m



Solución:

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{1}{2}(450 \text{ N/m})(\Delta x)^2 = \frac{1}{2}(0,500 \text{ kg})(12,0 \text{ m/s})^2$$

Therefore, $\Delta x = \boxed{0,400 \text{ m}}$

**Rpta.: A**

5. Un carro de masa, $m = 200 \text{ g}$ baja por una trayectoria. Colocado a 50 cm respecto al suelo, el carro tiene una velocidad de 2 m/s . Sin tener en cuenta las fuerzas disipativas, ¿Qué altura tendrá cuando su velocidad sea de 3 m/s ?

A) $0,25 \text{ m}$ B) $0,35 \text{ m}$ C) $0,40 \text{ m}$ D) $0,15 \text{ m}$ E) $0,5 \text{ m}$

Solución:

las energías mecánicas son iguales:

$$Ec_1 + Ep_1 = Ec_2 + Ep_2$$

Es decir:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

Dividimos todo entre "m" ya que la masa es la misma en ambos miembros:

$$\frac{1}{2}v_1^2 + gh_1 = \frac{1}{2}v_2^2 + gh_2$$

Ahora vamos a sustituir nuestros datos en la fórmula:

$$\frac{1}{2}2^2 + 10(0,5) = \frac{1}{2}3^2 + 10h_2$$

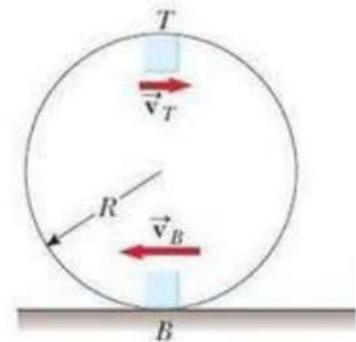
$$2 + 5 = 4,5 + 10h_2$$

$$h_2 = \frac{2,5}{10} = 0,25$$

Rpta.: A

6. Un bloque de $0,500 \text{ kg}$ de masa, en el punto B parte baja de una pista circular vertical de radio $R = 1,00 \text{ m}$. La rapidez del bloque en la parte baja de la pista es $v_B = 12,00 \text{ m/s}$, y el bloque experimenta una fuerza de fricción promedio de $7,00 \text{ N}$ mientras se desliza hacia arriba de la pista. Determine rapidez del bloque en lo alto de la pista.

A) $4,1 \text{ m/s}$ B) $0,5 \text{ m}$ C) $0,4 \text{ m}$
 D) $0,5 \text{ m}$ E) $0,3 \text{ m}$



Solución:

$$\Delta E_{\text{mech}} = -f \Delta x$$

$$\left(mgh_f + \frac{1}{2}mv_f^2 \right) - \left(mgh_a + \frac{1}{2}mv_a^2 \right) = -f(\pi R)$$

$$(0.500 \text{ kg}) \left(10 \text{ m/s}^2 \right) (2.00 \text{ m}) + \frac{1}{2} (0.500 \text{ kg}) v_f^2 - \frac{1}{2} (0.500 \text{ kg}) (12.0 \text{ m/s})^2$$

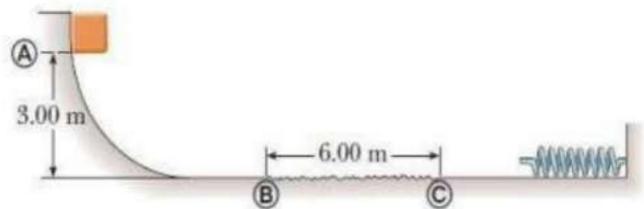
$$= -(7.00 \text{ N})(\pi)(1.00 \text{ m})$$

$$0.250v_f^2 = 4.21$$

$$\therefore v_f = \boxed{4.10 \text{ m/s}}$$

Rpta.: A

7. Un bloque de 10.0 kg se libera desde el punto como muestra la figura, La pista no tiene fricción excepto por la porción entre los puntos B y C, que tiene una longitud de 6.00 m. El bloque viaja por la pista, golpea un resorte con 2 250 N/m de constante de fuerza y comprime el resorte 0.300 m desde su posición de equilibrio antes de llegar al reposo momentáneamente. Determine el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie rugosa entre B y C



- A) 0,258 B) 0,328 C) 0,405 D) 0,158 E) 0,508

Solución:

$$\Delta E_{\text{mech}} = -f \Delta x$$

$$E_f - E_i = -f \cdot d_{BC}$$

$$\frac{1}{2}kx^2 - mgh = -\mu mgd_{BC}$$

$$\mu = \frac{mgh - \frac{1}{2}kx^2}{mgd_{BC}} = \boxed{0.328}$$

Rpta.: B

Química

EJERCICIOS DE CLASE

1. Las reacciones químicas ocurren en todo momento, hay naturales y otros desarrollados por el hombre para obtener productos para satisfacer sus necesidades. Al respecto, indique la correspondencia correcta entre reacción química y su clasificación.

- a) $\text{KClO}_3 (\text{s}) \rightarrow \text{KCl} (\text{s}) + \text{O}_2 (\text{g})$ () metátesis
 b) $\text{Zn} (\text{s}) + \text{CuSO}_4 (\text{ac}) \rightarrow \text{ZnSO}_4 (\text{ac}) + \text{Cu} (\text{s})$ () descomposición
 c) $\text{AgNO}_3 (\text{ac}) + \text{HCl} (\text{ac}) \rightarrow \text{HNO}_3 (\text{ac}) + \text{AgCl} (\text{s})$ () desplazamiento simple
 d) $\text{N}_2 (\text{g}) + \text{H}_2 (\text{g}) \rightarrow \text{NH}_3 (\text{g})$ () adición

- A) cbda B) abcd C) bcda D) cabd E) cadb

Solución:

- a) $\text{KClO}_3 (\text{s}) \rightarrow \text{KCl} (\text{s}) + \text{O}_2 (\text{g})$ (c) metátesis
 b) $\text{Zn} (\text{s}) + \text{CuSO}_4 (\text{ac}) \rightarrow \text{ZnSO}_4 (\text{ac}) + \text{Cu} (\text{s})$ (a) descomposición
 c) $\text{AgNO}_3 (\text{ac}) + \text{HCl} (\text{ac}) \rightarrow \text{HNO}_3 (\text{ac}) + \text{AgCl} (\text{s})$ (b) desplazamiento simple
 d) $\text{N}_2 (\text{g}) + \text{H}_2 (\text{g}) \rightarrow \text{NH}_3 (\text{g})$ (d) adición

Rpta.: D

2. El titanio es muy usado en la medicina, esto es, debido a su compatibilidad con el tejido humano para crear prótesis, herramientas quirúrgicas, implantes dentales y ortopédicos. Se puede obtener por una reacción química, según la siguiente ecuación:



Seleccione la secuencia correcta de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

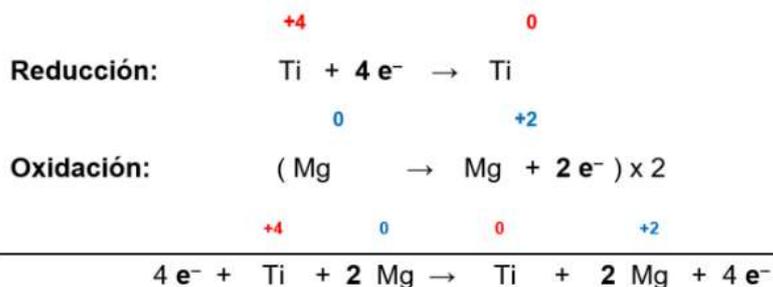
- I. La sustancia que se reduce según la ecuación es el tetracloruro de titanio.
 II. En la reacción química el magnesio se presenta como agente reductor.
 III. Se obtiene dos mol de cloruro de magnesio al transferirse dos moles de e^- .

- A) FVV B) FVF C) VVF D) VFV E) VVV

Solución:



Balanceando las semirreacciones:



Agente oxidante Agente reductor forma reducida forma oxidada

- I. **Verdadero.** El cloruro de titanio gana electrones, entonces se reduce.
- II. **Verdadero.** En la ecuación química el magnesio es el agente reductor.
- III. **Falso.** Se obtiene 2 mol cloruro de magnesio al transferirse 4 mol de e^- .

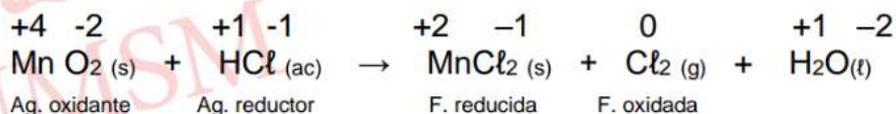
Rpta.: C

3. En el laboratorio de química, se puede obtener cloro gaseoso, a partir de una muestra de óxido de manganeso (IV) con una solución de ácido clorhídrico. Con respecto a la siguiente ecuación, determine la relación molar entre el agente oxidante y la forma oxidada.

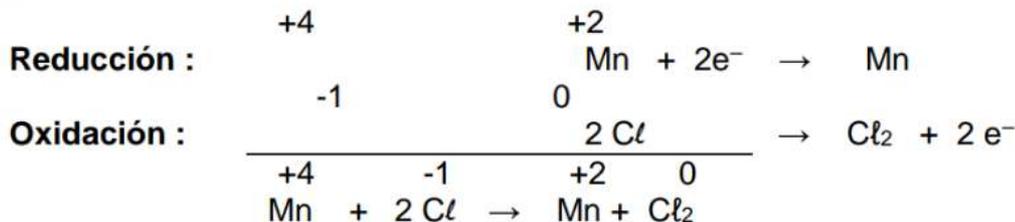


- A) 2 B) 1 C) 1/4 D) 1/2 E) 4

Solución:



Balanceando las semirreacciones:



Realizando el balance con los coeficientes obtenidos y finalmente por el método del tanteo, se tiene:



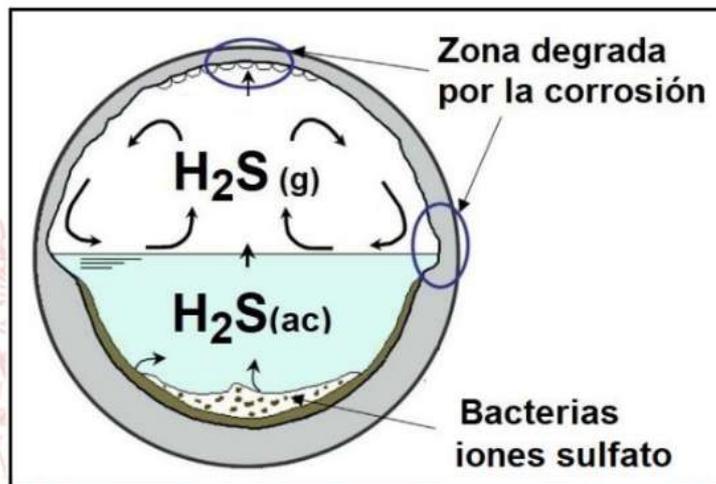
Ag. oxidante Ag. reductor F. reducida F. oxidada

Solicitan la relación molar entre el agente oxidante y la forma oxidada, entonces:

$$\frac{\text{agente oxidante}}{\text{especie oxidada}} = \frac{1 \text{ mol } \text{MnO}_2}{1 \text{ mol } \text{Cl}_2} = \frac{1}{1} = 1$$

Rpta.: B

4. Las bacterias para obtener energía realizan varios procesos metabólicos, para ello, se realiza la conversión de los iones sulfato (SO_4^{2-}) produciendo en solución acuosa iones sulfuro, S^{2-} .



Adaptado de: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.117813>

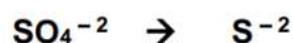
El proceso presentado ocurre en una tubería metálica que presenta cierto tipo de bacterias en dicho medio. Con respecto a la información presentada, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. Los iones sulfuro producidos en solución acuosa forman el ácido sulfhídrico, $\text{H}_2\text{S}(\text{ac})$, posteriormente forma el sulfuro de hidrógeno al pasar al medio gaseoso, $\text{H}_2\text{S}(\text{g})$.
- II. Por cada ion sulfato en medio ácido, este ion gana 8 electrones, reacciona con 8H^+ produciendo un ion sulfuro y 4 moléculas de agua.
- III. Las bacterias se consideran sulfatorreductoras, y como producto de su metabolismo se genera daño a las estructuras metálicas.
- IV. Si la cantidad inicial de iones sulfato es 0,96 gramos, con una reacción al 5% de rendimiento, produce 3×10^{20} iones sulfuro.

\bar{M} (g/mol): O = 16 ; S = 32

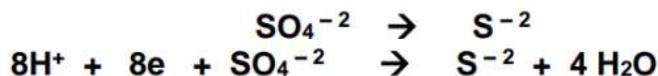
- A) VVVF B) VFFV C) FVVV D) VVVV E) VFVF

Solución:



- I. **Verdadero.** Según el gráfico en la solución acuosa se observa el ácido sulfhídrico $\text{H}_2\text{S}(\text{ac})$, es decir, un ácido hidrácido, y cuando pasa a la fase gaseosa se forma el $\text{H}_2\text{S}(\text{g})$, sulfuro de hidrógeno.

- II. **Verdadero.** Por cada ion sulfato en medio ácido gana 8 electrones, reacciona con 8H^+ produciendo un ion sulfuro y 4 moléculas de agua.

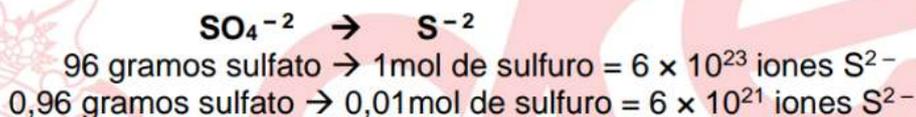


- III. **Verdadero.** Según el gráfico, los compuestos formados causan degradación a los metales, es decir, un proceso corrosivo por el ácido sulfhídrico, $\text{H}_2\text{S}_{(\text{ac})}$.



Entonces, podemos aseverar que el sulfato $(\text{SO}_4)^{-2}$ es reducido, por ello, las bacterias son sulfatorreductoras.

- IV. **Verdadero.** Si la masa inicial de iones sulfato es 0,96 gramos, siendo una reacción al 5% de rendimiento, se produce 3×10^{20} iones sulfuro.



Considerando que la reacción es al 5% de rendimiento, entonces:

$$6 \times 10^{21} \text{ iones } \text{S}^{2-} \left(\frac{5}{100} \right) = 3 \times 10^{20} \text{ iones } \text{S}^{2-}$$

Rpta.: E

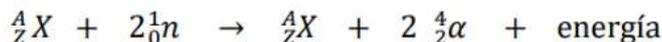
5. El estudio de las reacciones nucleares a partir del conocimiento de las partículas subatómicas conllevó a un gran desarrollo de tipo armamentístico, salud, ingeniería, entre otros. A continuación, se representa lo ocurrido en una reacción nuclear:



Al respecto, determine el valor de A y Z, respectivamente.

- A) 210; 85 B) 208; 83 C) 210;) 212; 84 E) 210; 81

Solución:



Realizando el balance de las partículas subatómicas de la ecuación nuclear, tenemos lo siguiente:

$$A + 2(1) = 204 + 2(4)$$

$$\text{entonces: } \mathbf{A} = 210$$

$$Z + 2(0) = 79 + 2(2)$$

$$\text{Entonces: } \mathbf{Z} = 83$$

Rpta.: C

6. En la industria siderúrgica (industria que obtiene hierro a muy altas temperaturas) se presentan para una reacción química $1,6 \times 10^3$ toneladas que contiene 20% de hematita (Fe_2O_3) para la extracción de hierro según la siguiente ecuación química:



determine la masa de hierro, en gramos, que se puede extraer en dicha operación.

**Datos: Masa molar (g/mol): $\text{Fe}_2\text{O}_3 = 160$, $\text{Fe} = 56$
1 tonelada = 10^6 gramos**

- A) $2,24 \times 10^7$ B) $4,48 \times 10^6$ C) $2,24 \times 10^8$
D) $4,83 \times 10^8$ E) $1,45 \times 10^4$

Solución:

Teniendo en cuenta los datos presentados, tenemos:

$$1,6 \times 10^3 \text{ toneladas} = 1600 \text{ toneladas}$$

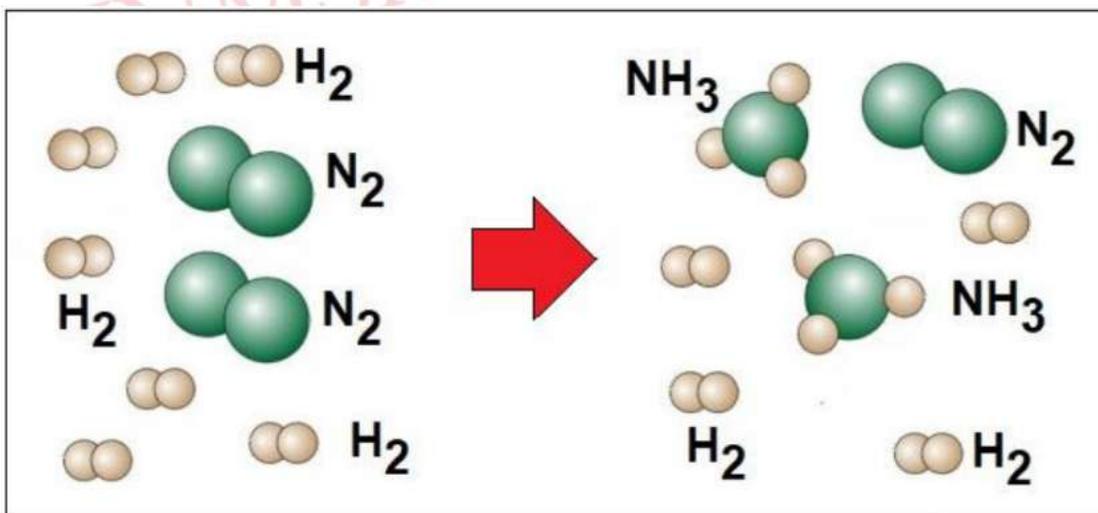


$$160 \text{ toneladas } \text{Fe}_2\text{O}_{3(s)} \rightarrow 2 \times 56 \text{ toneladas de Fe}$$

$$1600 \text{ t de muestra} \left(\frac{20 \text{ t de } \text{Fe}_2\text{O}_3}{100 \text{ t de muestra}} \right) \left(\frac{2 \times 56 \text{ t de Fe}}{160 \text{ t de } \text{Fe}_2\text{O}_3} \right) \left(\frac{10^6 \text{ g Fe}}{1 \text{ ton Fe}} \right) \\ = 2,24 \times 10^8 \text{ gramos de hierro (Fe)}$$

Rpta.: C

7. La reacción controlada para sintetizar amoníaco fue un gran aporte para el desarrollo de los fertilizantes desde el siglo XX. A continuación, se muestra una representación de dicho evento químico a determinadas condiciones de presión y temperatura, representado por la siguiente ecuación química: $\text{H}_{2(g)} + \text{N}_{2(g)} \rightarrow \text{NH}_{3(g)}$



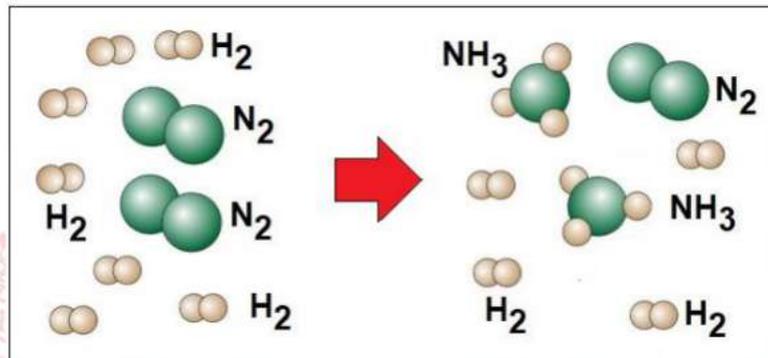
Con respecto a la información presentada, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. Analizando los reactantes en el gráfico, se puede plantear que el reactivo en exceso está comprendido por dos átomos de hidrógeno.
- II. En el gráfico se observa que el rendimiento para la síntesis de amoníaco es 50%.
- III. Si la reacción química se llevara a cabo con 100% de rendimiento: 1,4 gramos de $N_{2(g)}$ reacciona con suficiente $H_{2(g)}$ para producir 0,2 mol de $NH_{3(g)}$.

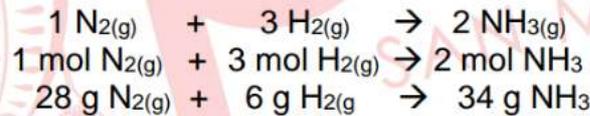
\bar{M} (g/mol): H = 1 ; N = 14

- A) VVF B) VFV C) FVV D) VVF E) VFF

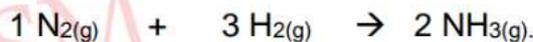
Solución:



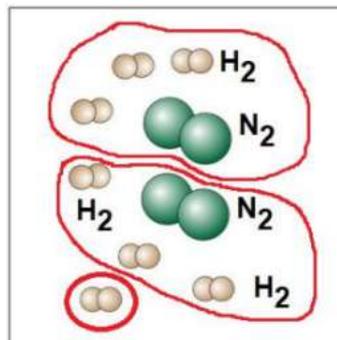
Según lo observado en el gráfico, la ecuación química que lo representa es la siguiente:



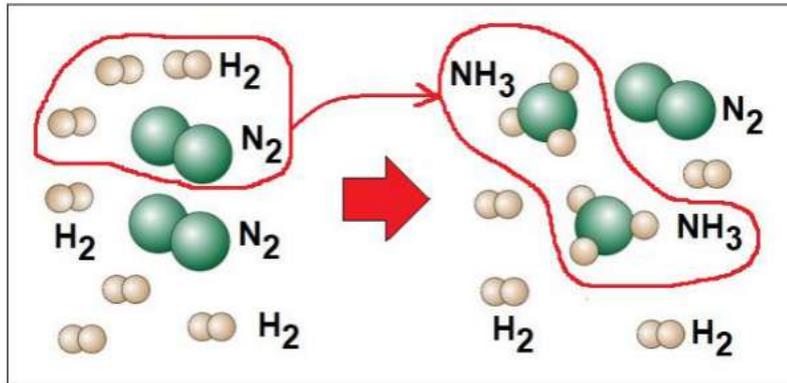
- I. **Verdadero.** Analizando solo los reactantes en el gráfico, se puede plantear que el reactivo en exceso está comprendido por dos átomos de hidrógeno (1 molécula de hidrógeno).



1 molécula de nitrógeno reacciona con 3 moléculas de hidrógeno

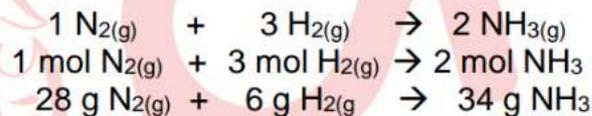


- II. **Verdadero.** En el gráfico se puede observar que el rendimiento de la síntesis de amoníaco es 50%.



Se puede ver en el gráfico que la mitad de la cantidad del nitrógeno molecular reacciona con el reactivo en exceso (hidrógeno molecular), es decir, si fuera una reacción total reaccionaría 2 moléculas de nitrógeno con 6 moléculas de hidrógeno (100 % rendimiento), entonces, si reacciona la mitad de lo disponible, la reacción se llevó a cabo al 50% de rendimiento.

III. **Falso.** Si la reacción química se llevaría a cabo al 100% de rendimiento: 1,4 gramos de $N_{2(g)}$ reacciona con suficiente $H_{2(g)}$ para producir 0,1 mol de $NH_{3(g)}$.



Entonces, para 1,4 gramos de $N_{2(g)}$, tenemos:

$$1,4 \text{ gramos de } N_2 \left(\frac{2 \text{ mol de } NH_3}{28 \text{ gramos de } N_2} \right) = 0,1 \text{ mol de } NH_3$$

Rpta.: D

8. El cemento es un aglomerante que une o da cohesión. Su principal fuente de materia prima es la piedra caliza que contiene carbonato de calcio, utilizado para obtener el óxido de calcio que es el mayor componente del cemento, se realiza por proceso de calcinación a una temperatura mayor a los 1000°C Según la siguiente reacción:



Si se obtiene por calcinación 2,0 mol de CaO con un rendimiento del 80%. Determine la masa en gramos de una muestra de piedra caliza que posee $CaCO_3$ al 50% de pureza.

\bar{M} (g/mol): C = 12 ; O = 16 ; Ca = 40

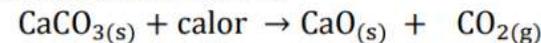
- A) $5,0 \times 10^1$ B) $4,0 \times 10^3$ C) $5,0 \times 10^2$ D) $4,0 \times 10^1$ E) $5,0 \times 10^0$

Solución:

Calculando las moles teóricas de CaO

$$n_{\text{CaO}_{\text{teoría}}} = \frac{2 \text{ mol} \times 100\%}{80\%} = 2,5 \text{ mol}$$

En la reacción calculamos masa de CaCO₃



$$100 \text{ g} \text{ ----- } 1 \text{ mol}$$

$$m \text{ ----- } 2,5 \text{ mol}$$

$$m_{\text{CaCO}_3} = \frac{2,5 \text{ mol} \times 100\text{g}}{1 \text{ mol}} = 250\text{g}$$

Calculando la masa de piedra caliza.

$$m_{\text{caliza}} = \frac{250\text{g} \times 100\%}{50\%} = 500\text{g}$$

$$m_{\text{caliza}} = 5,0 \times 10^2\text{g}$$

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Las reacciones químicas están presentes en todo el planeta, estas se pueden clasificar para su mejor estudio, con respecto las siguientes ecuaciones químicas:



Al respecto, seleccione la alternativa que contenga la proposición **incorrecta**.

- A) (I) es una reacción de síntesis y exotérmica.
- B) (II) es una reacción de desplazamiento simple e irreversible.
- C) (III) es una reacción de adición.
- D) (II) y (III) es una reacción química de tipo redox.
- E) (III) es una reacciones redox y reversible.

Solución:

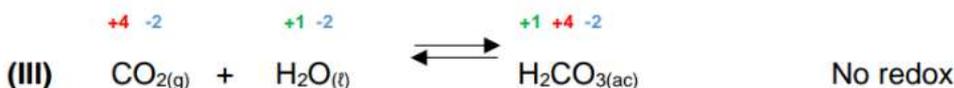
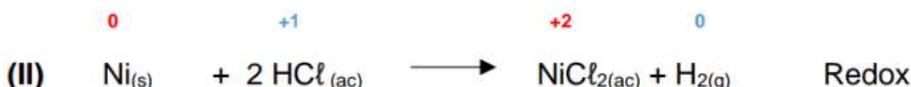
A) Correcta. (I) es una reacción de síntesis y como la entalpía reacción es negativa ($\Delta H < 0$) entonces es una reacción exotérmica.

B) Correcta. (II) es una reacción de desplazamiento simple e irreversible.

C) Correcta. (III) es una reacción de adición o síntesis.

D) Incorrecta. Las reacción (I) es de tipo redox , pero la reacción (III) es no redox.

E) Correcta. (III) es una reacciones redox y reversible.



Rpta.: D

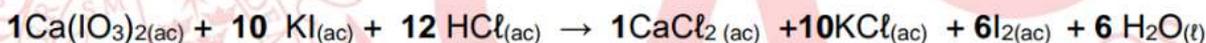
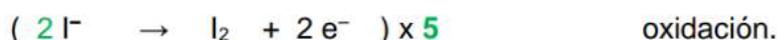
2. El yodo es un elemento halógeno, es una molécula apolar, se puede obtener en el laboratorio. La representación de su reacción química es por medio de la siguiente ecuación química:



Balancear la ecuación química, y seleccione la alternativa que contenga la relación entre el agente reductor y el agente oxidante

- A) 10 B) 1 C) 6 D) 12 E) 5/6

Solución:



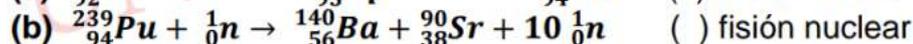
Agente reductor: $\text{KI}_{(\text{ac})}$

Agente oxidante: $\text{Ca}(\text{IO}_3)_{2(\text{ac})}$

Relación de sus coeficientes: Agente reductor/ Agente oxidante = 10/1 = 10

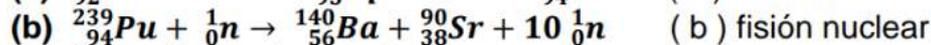
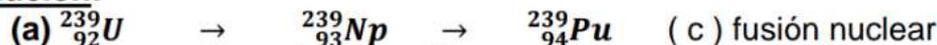
Rpta.: A

3. El estudio de las reacciones nucleares permite en el desarrollo de la industria, por ejemplo, el desarrollo para obtener energía. Con respecto a las reacciones nucleares, determine la alternativa que establezca la relación correcta reacción nuclear – tipo de reacción:



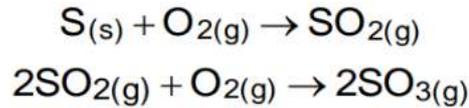
- A) abc B) bca C) cba D) acb E) bac

Solución:



Rpta.: C

4. Se hace reaccionar 3,2 kilogramos de azufre con exceso de oxígeno obteniéndose dióxido de azufre (SO₂). Luego este compuesto se oxida a trióxido de azufre (SO₃), según las ecuaciones químicas mostradas a continuación:

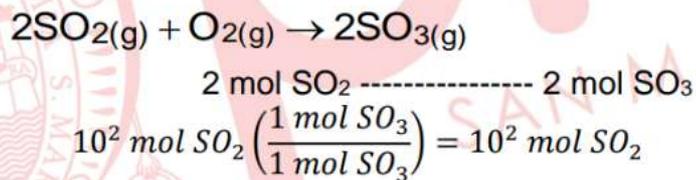
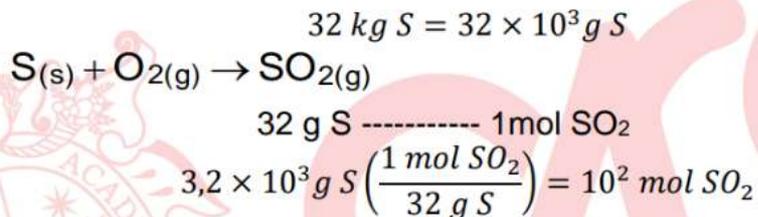


Determinar las mol de trióxido de azufre (SO₃) producidos en el proceso

$$\bar{M} \text{ (g/mol): SO}_2 = 64, \text{ SO}_3 = 80$$

- A) $2,0 \times 10^3$ B) $1,0 \times 10^2$ C) $1,0 \times 10^5$ D) $2,0 \times 10^4$ E) $1,0 \times 10^3$

Solución:



Rpta.: B

5. La tostación es un proceso metalúrgico mediante el cual los sulfuros son quemados con oxígeno para separar el azufre del metal, siendo liberado como SO_{2(g)}. Calcular las toneladas de ZnO, que se obtiene por tostación de 9,74 toneladas de ZnS con un rendimiento del 50% según la ecuación:

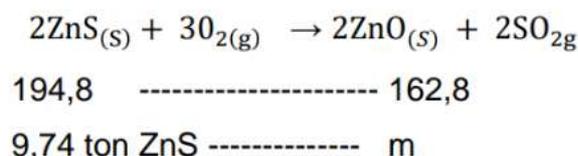


$$\text{Datos: } \bar{M} \text{ (g/mol): ZnS} = 97,4 ; \text{ ZnO} = 81,4 ; \text{ tonelada} = 10^6 \text{ g}$$

- A) 2,04 B) 12,21 C) 16,28 D) 4,07 E) 8,14

Solución:

Calculando la masa de ZnO en la tostación de la blenda:



$$m_{\text{ZnO}_{\text{Teórica}}} = \frac{9,74 \text{ ton ZnS} \times 162,8 \text{ ton ZnO}}{194,8 \text{ ton ZnS}} = 8,14 \text{ ton ZnO}$$

Calculando la masa de ZnO real en toneladas con un 50% de rendimiento:

$$m_{\text{ZnO}_{\text{Real}}} = 8,14 \text{ ton ZnO} \times \frac{50\%}{100\%} = 4,07 \text{ toneladas de ZnO}$$

Rpta.: D

6. El hipoclorito de sodio es una sal oxisal empleado como blanqueador y se presenta como soluto en la lejía. Se obtiene mayormente de la reacción del gas cloro con el hidróxido de sodio diluido, como se presenta en la ecuación química:



Determine el reactivo en exceso y la masa, en gramos de NaClO que se producirán al hacer reaccionar 355 gramos de Cl₂ con 320 gramos de NaOH.

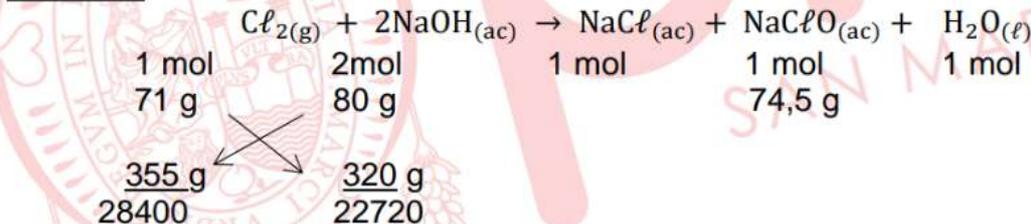
Datos: \bar{M} (g/mol): NaOH = 40 ; Cl₂ = 71 ; NaClO = 74,5

- A) NaOH y 298
D) NaClO y 149

- B) Cl₂ y 149
E) Cl₂ y 298

- C) NaOH y 74,5

Solución:



Reactivo Limitante = NaOH

Reactivo en Exceso = Cl₂

$$\text{Masa de NaClO} = \frac{320 \text{ g NaOH} \times 74,5 \text{ g NaClO}}{80 \text{ g NaOH}} = 298 \text{ g de NaClO}$$

Rpta.: E

Biología

EJERCICIOS DE CLASE

1. El sistema digestivo de los insectos presenta un diseño básico similar al de los artrópodos; está constituido básicamente por el tubo digestivo o canal de alimentación por donde pasan los alimentos, al cual se conectan directa o indirectamente una serie de apéndices y órganos. ¿Cuál de las siguientes es una estructura que se encuentra en el intestino medio y es importante en la digestión química de alimentos?

- A) Buche
D) Recto

- B) Esófago
E) Tubos de Malpighi

- C) Ciegos gástricos

Solución:

Los ciegos gástricos son estructuras que se encuentran en el intestino medio de artrópodos como los insectos y tienen una función importante en la digestión química, así como en la absorción de nutrientes. El buche se utiliza para almacenar alimentos, el esófago permite el paso del alimento, y los tubos de Malpighi y el recto son componentes del sistema excretor.

Rpta.: C

2. La deficiencia de vitaminas puede llevar a una variedad de problemas de salud, mientras que un consumo equilibrado de vitaminas es esencial para mantener un cuerpo sano y funcionando correctamente. En este caso, ¿cuál de las siguientes vitaminas es esencial para la coagulación de la sangre actuando como un cofactor en la síntesis de proteínas involucradas en la coagulación?

A) Vitamina C
D) Vitamina A

B) Vitamina K
E) Vitamina B12

C) Vitamina E

Solución:

La vitamina K es esencial para la coagulación de la sangre, ya que actúa como cofactor en la síntesis de varias proteínas necesarias para la coagulación. Sin suficiente vitamina K, la coagulación sanguínea podría verse afectada

Rpta.: B

3. El sistema digestivo de las aves se compone de varias partes: cavidad oral, orofaringe, esófago, buche, estómago, intestinos (duodeno, yeyuno, íleon, ciegos y recto) y cloaca, así como glándulas anexas como el hígado y el páncreas. En el caso del ciego, ¿qué función desempeña el ciego en el proceso de digestión, y en qué parte del sistema digestivo se encuentra?

A) El ciego es importante para la digestión química y se encuentra en el buche.

B) El ciego está involucrado en la fermentación de alimentos y se ubica en el proventrículo.

C) El ciego es crucial para la absorción de nutrientes y se encuentra en el intestino grueso.

D) El ciego se utiliza para almacenar alimentos y está ubicado en el yeyuno.

E) El ciego es esencial para la producción de enzimas digestivas y se encuentra en la cloaca.

Solución:

El ciego es una extensión del intestino grueso en las aves y juega un papel importante en la absorción de nutrientes, especialmente agua y sales minerales. El ciego no se utiliza para almacenar alimentos ni para la producción de enzimas digestivas. El buche es el órgano en el que los alimentos se ablandan y almacenan temporalmente, mientras que la cloaca es una estructura de eliminación de desechos.

Rpta.: C

4. En el proceso de digestión gástrica, el estómago secreta varias sustancias para descomponer los alimentos. ¿Cuál de las siguientes enzimas es secretada por el estómago y participa en la digestión de las proteínas?

A) Amilasa
D) Pepsina

B) Lipasa
E) Maltasa

C) Tripsina

Solución:

La pepsina es una enzima secretada por el estómago que descompone las proteínas en fragmentos más pequeños, conocidos como péptidos. Trabaja en un ambiente altamente ácido, que es proporcionado por el ácido clorhídrico secretado por las células parietales (células oxínticas) del estómago.

Rpta.: D

5. Las vellosidades intestinales desempeñan un papel fundamental en la absorción de las vitaminas liposolubles. ¿Cuál es el mecanismo específico mediante el cual se facilita la absorción de estas vitaminas en el intestino delgado?

A) Secreción de lipasas para descomponer las vitaminas liposolubles en el duodeno
B) Liberación de vesículas que transportan vitaminas liposolubles a la sangre
C) Formación de complejos entre las vitaminas liposolubles para aumentar su solubilidad
D) Expansión de las vellosidades para captar más vitaminas liposolubles durante la digestión
E) Secreción de sales biliares para emulsionar las vitaminas y facilitar su absorción

Solución:

Las sales biliares secretadas por el hígado y liberadas en el intestino delgado, emulsionan las grasas y vitaminas liposolubles, dispersándolas en pequeñas gotas en el contenido intestinal. Esto aumenta la superficie de contacto entre las vitaminas y las células de las vellosidades intestinales, lo que facilita su absorción. En cambio, las vitaminas hidrosolubles (vitaminas del complejo B y la vitamina C), se absorben mediante transporte activo o pasivo a través de la mucosa intestinal.

Rpta.: E

6. La flora intestinal (microbiota intestinal), compuesta por una amplia variedad de microorganismos, desempeña un papel esencial en la salud humana. Además de mejorar la absorción de ciertas vitaminas, ¿cómo influye la flora intestinal en la síntesis y el metabolismo de las vitaminas?

A) La flora intestinal sintetiza todas las vitaminas necesarias para el organismo.
B) La flora intestinal produce enzimas que degradan las vitaminas antes de ser absorbidas.
C) La flora intestinal contribuye a la síntesis de ciertas vitaminas, como la vitamina K y algunas del complejo B.
D) La flora intestinal regula la absorción de todas las vitaminas de manera uniforme.
E) La flora intestinal no tiene influencia en la síntesis o el metabolismo de las vitaminas.

Solución:

La flora intestinal desempeña un papel en la síntesis de ciertas vitaminas, como la vitamina K y algunas del complejo B, como la biotina y la vitamina B12 (cobalamina). Estas bacterias pueden producir estas vitaminas en cantidades que son significativas para la salud humana. Sin embargo, no sintetizan todas las vitaminas necesarias para el organismo.

Rpta: C

7. Durante la masticación, las enzimas presentes en la saliva desempeñan diferentes funciones que facilitan el proceso digestivo. Además de la amilasa salival, ¿cuál de las siguientes enzimas se encuentra presente en la saliva y qué función desempeña?
- A) Lisozima, que actúa como antibacteriano en la cavidad bucal
 - B) Tripsina, que descompone los lípidos en ácidos grasos
 - C) Pepsina, que inicia la digestión de proteínas en la boca
 - D) Lipasa gástrica, que digiere las grasas en la boca
 - E) Ribonucleasa, que descompone los ácidos nucleicos en azúcares

Solución:

La lisozima es una enzima presente en la saliva que actúa como un agente antibacteriano en la cavidad bucal. Su función principal es la destrucción de las bacterias en la boca, lo que contribuye a mantener un ambiente oral saludable. Aunque la saliva contiene varias enzimas, la pepsina, tripsina y lipasa gástrica no se encuentran normalmente en la saliva, ya que estas enzimas son producidas en el estómago. La ribonucleasa no es una enzima común en la saliva y no está involucrada en la digestión en la boca.

Rpta.: A

8. La boca y los dientes son partes esenciales del sistema digestivo en los seres humanos. La boca no solo es el punto de entrada de los alimentos, sino que también juega un papel importante en la digestión inicial. Con respecto a la anatomía bucal y dental, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?
- A) La lengua está compuesta principalmente por tejido óseo y es responsable de la producción de saliva.
 - B) Los incisivos son dientes especializados en triturar alimentos duros como nueces y semillas.
 - C) Los premolares son dientes utilizados principalmente para cortar y desgarrar alimentos.
 - D) La erupción dental en los seres humanos generalmente comienza con los dientes molares.
 - E) El esmalte dental es la capa externa del diente que recubre y protege la dentina interior.

Solución:

El esmalte dental es la capa más dura y protectora del diente que recubre y protege la dentina interior. Las otras afirmaciones son incorrectas: la lengua no contiene tejido óseo y no produce saliva, los incisivos son dientes frontales utilizados para cortar, la erupción dental generalmente comienza con los dientes incisivos y los premolares se utilizan para cortar y desgarrar alimentos.

Rpta.: E

9. Los rumiantes, un grupo de mamíferos herbívoros, tienen un sistema digestivo único y altamente especializado que les permite descomponer materia vegetal de manera eficiente. Considerando la anatomía y la fisiología de los rumiantes, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?
- A) Su estómago es simple, similar al de los humanos y realiza una digestión química completa.
 - B) Presentan cuatro compartimentos estomacales y de ellos es en el rumen, donde ocurre la fermentación bacteriana de los alimentos.
 - C) No tienen estómago y dependen de la fermentación microbiana en su intestino delgado.
 - D) Poseen un sistema digestivo similar al de los carnívoros y dependen de enzimas para descomponer los alimentos vegetales.
 - E) No necesitan fermentación bacteriana para la digestión de los alimentos, ya que su sistema digestivo es altamente eficiente.

Solución:

Los rumiantes tienen un sistema digestivo altamente especializado que incluye cuatro compartimentos estomacales: el rumen, el retículo, el omaso y el abomaso. El rumen es el compartimento donde se lleva a cabo la fermentación bacteriana de los alimentos vegetales.

Rpta.: B

10. Las glándulas salivales en los seres humanos desempeñan un papel fundamental en la digestión al producir saliva, un fluido que contiene enzimas y que ayuda en el proceso inicial de descomposición de los alimentos. Sobre ellas, indique la alternativa correcta.
- A) Son exclusivamente responsables de la producción de insulina en el cuerpo.
 - B) Producen saliva, que es ácida, y ayuda en la digestión de las grasas.
 - C) Son órganos completamente independientes del sistema digestivo.
 - D) Secretan saliva al estómago para iniciar la digestión de proteínas.
 - E) Producen amilasa, que descompone un porcentaje de almidón en la boca.

Solución:

Las glándulas salivales en humanos producen saliva que contiene enzimas como la amilasa salival, que descompone carbohidratos, como el almidón, en la boca como parte del proceso de digestión.

Rpta.: E

11. Al estudiar los componentes del sistema digestivo humano como la boca, el esófago, el estómago y el intestino, Ivón queda fascinada por las adaptaciones morfológicas presentes en el intestino delgado que permiten nuestra nutrición. ¿Qué adaptaciones morfológicas presenta la mucosa del intestino delgado para aumentar su capacidad de absorción?
- A) Un gran número de glándulas intestinales B) Una capa muscular gruesa
C) Grandes repliegues de la capa serosa D) Moco protector espeso
E) Velloidades y microvellosidades

Solución:

La mucosa del intestino delgado presenta adaptaciones morfológicas como las vellosidades intestinales y las microvellosidades para aumentar significativamente la superficie disponible para la absorción de nutrientes. Estas estructuras incrementan la superficie de absorción, siendo la razón por la que la absorción de nutrientes ocurre principalmente en el intestino delgado.

Rpta.: E

12. Las esponjas son animales marinos simples que pertenecen al filo Porifera. Aunque carecen de tejidos verdaderos y órganos especializados, realizan funciones de alimentación y digestión. En relación con la digestión en las esponjas, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?
- A) Es altamente compleja con presencia de estómago, intestino y glándulas digestivas.
B) No tienen sistema digestivo, ya que obtienen nutrientes directamente del agua circundante a través de sus poros.
C) Es rudimentario con una boca que les permite capturar presas y digerirlas en su interior.
D) Presentan un sistema digestivo incompleto, por lo que capturan nutrientes sencillos.
E) Realizan la digestión extracelular fuera de su cuerpo antes de absorber los nutrientes.

Solución:

Las esponjas son animales simples que carecen de un sistema digestivo interno. En su lugar, obtienen nutrientes filtrando partículas del agua circundante a través de sus poros y realizan la digestión intracelular en células especializadas llamadas coanocitos. Las otras afirmaciones no describen con precisión el sistema digestivo de las esponjas.

Rpta: B

13. La lombriz de tierra es un organismo que juega un papel esencial en la mejora de la calidad del suelo y la descomposición de la materia orgánica. Su sistema digestivo es único y se adapta a su estilo de vida subterráneo. Con respecto al sistema digestivo de la lombriz de tierra, ¿cuál de las siguientes afirmaciones describe con precisión una característica clave de su proceso digestivo?
- A) No tiene un sistema digestivo, ya que absorbe nutrientes directamente del suelo a través de su piel.
 - B) Posee un estómago complejo que realiza tanto digestión mecánica como química.
 - C) Consta de un intestino que permite la digestión y absorción de nutrientes.
 - D) Es similar al de los mamíferos con un estómago y un intestino delgado.
 - E) Su digestión es principalmente anaeróbica y no requiere oxígeno.

Solución:

La lombriz de tierra tiene un intestino en cuyas paredes tienen células secretoras de enzimas que hacen posible la digestión. Esta adaptación le permite procesar materia orgánica y descomponerla en nutrientes aprovechables.

Rpta.: C

14. El caracol es un molusco gasterópodo marino, terrestre o de agua dulce, pulmonado, que tiene la concha en espiral bien desarrollada y capaz de alojar todo el cuerpo del animal. Posee un sistema digestivo único para adaptarse a su hábitat y estilo de vida. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta sobre el sistema digestivo de los caracoles?
- A) No tienen sistema digestivo, ya que obtienen nutrientes directamente de la fotosíntesis realizada por las algas simbiotas en su caparazón.
 - B) Es un sistema digestivo simple, con un estómago que realiza la digestión mecánica de los alimentos.
 - C) Es complejo, con estómago, intestino y glándulas digestivas para la digestión química.
 - D) No presentan sistema digestivo ya que no ha diferenciado tejidos ni órganos digestivos.
 - E) Presenta digestión extracelular antes de absorber los nutrientes a través de su concha.

Solución:

Los caracoles tienen un sistema digestivo relativamente complejo que involucra un estómago, intestino y glándulas digestivas para llevar a cabo tanto la digestión mecánica como la química de los alimentos.

Rpta.: C

15. En el sistema digestivo humano, los diferentes tipos de dientes desempeñan roles específicos en la trituración y procesamiento de los alimentos. Considerando la relación entre los tipos de dientes y su función en el sistema digestivo, indique la afirmación correcta.
- A) Los dientes incisivos son ideales para desgarrar y triturar alimentos duros como nueces y semillas.
 - B) Los dientes caninos son especializados en masticar alimentos fibrosos como verduras y frutas.
 - C) Los dientes premolares y molares están diseñados para cortar y desgarrar alimentos.
 - D) Los dientes molares son los más adecuados para triturar y moler alimentos facilitando la digestión.
 - E) Todos los tipos de dientes realizan funciones idénticas en la digestión y trituración de alimentos.

Solución:

Los dientes molares están adaptados para la trituración y molienda de alimentos para facilitar la digestión. Los otros tipos de dientes también tienen funciones específicas en la trituración y procesamiento de alimentos, pero no son tan adecuados como los molares para esta tarea.

Rpta.: D