



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA
CENTRO PREUNIVERSITARIO

SEMANA N.º 6

Habilidad Verbal



(VIDEOS)
TEORÍA Y
EJERCICIOS

SECCIÓN A

INFERENCIA II

La inferencia es un modelo poderoso por el cual las personas complementan la información disponible utilizando el conocimiento conceptual y lingüístico y los esquemas que poseen. Los lectores utilizan estrategias de inferencia para inferir lo que no está explícito en el texto. Pero también infieren cosas que se harán explícitas más adelante; la inferencia es utilizada para inferir sobre el antecedente de un pronombre, sobre la relación entre caracteres, sobre las preferencias del autor, entre otras cosas.

TIPOLOGÍA DE LA INFERENCIA

III) SEGÚN EL ORIGEN TEXTUAL DE LA INFERENCIA

1) INFERENCIA DE MARCO

Es un tipo de inferencia mediante la cual el lector puede establecer el tema general de la lectura cuando este no es presentado explícitamente en el texto.

Por ejemplo:

Para los chinos coolies llegados al Perú entre 1849 y 1874 y luego para los comerciantes que les siguieron, la adopción del catolicismo fue uno de los mayores elementos de su estrategia de integración en la sociedad nacional. Dos órdenes religiosos compitieron para encargarse de esta comunidad. Es así que, a partir de 1870, fueron los padres Jesuitas los primeros que tomaron la iniciativa de ordenar chinos, seguidos, a fines de siglo, por los franciscanos. Igualmente, es así que, desde la creación oficial de la Beneficencia China en 1885, los miembros del clero se encuentran presentes en casi todas las manifestaciones e instituciones chinas. Son los padres españoles los que más, hasta ahora, acompañaron, orientaron y aconsejaron a los chinos católicos, cada día más numerosos y poderosos en la comunidad actual. Su influencia ha sido tan importante que podemos preguntarnos: sin ellos, ¿la comunidad china del Perú estaría hoy en día tan bien organizada?

Lausent, I. (1992). *La cristianización de los chinos en el Perú: integración, sumisión y resistencia*. Bulletin de l'Institut Français d'Études Andines.

1. Se infiere del texto que el tema que dirige la lectura es

- A) la adaptación social de la comunidad china en el Perú a mitad del S. XIX.
- B) el proceso de cristianización de los chinos en el Perú y sus consecuencias.
- C) la evangelización de los chinos en el Perú como estrategia de integración.
- D) el arribo de los chinos en el Perú y su gradual integración en la sociedad.
- E) la influencia de las órdenes religiosas en la evangelización de los chinos.

Solución:

El texto resalta que la cristianización de los chinos llegados al Perú en el siglo XIX fue una estrategia para su integración a la sociedad.

Rpta.: C

2) INFERENCIA HOLÍSTICA

Es un tipo de inferencia mediante el cual el lector modela una macro composición de acuerdo con el principio de jerarquía, de manera que mediante una abstracción se obtiene un esquema general que vincula cada acontecimiento que acaece con un razonamiento más global.

Por ejemplo:

El tratado de Ancón se podía reducir a cuatro consecuencias básicas. La primera fue que el Perú perdió la provincia litoral de Tarapacá; la segunda, que el Perú cedió las provincias de Tacna y Arica por 10 años, estableciéndose que un plebiscito definiría si volverían o no al Perú. La tercera consecuencia fue que el Perú perdió un millón de toneladas de guano, cuya ganancia quedó en manos del Gobierno de Chile y de algunos de nuestros acreedores; y, finalmente, la cuarta: El Perú recibiría solo el 50% del producto del guano de las islas de Lobos, solo cuando el tratado hubiese sido «ratificado y canjeado constitucionalmente». En cuanto a las relaciones mercantiles entre ambas naciones, si no había un convenio especial de por medio, se mantendrían en el mismo estado en que se hallaban antes del 5 de abril de 1879 (fecha del inicio de la guerra). Como relata Basadre en su «Historia de la República del Perú (1822-1933)» de 1939, este asunto de Tacna y Arica fue el que más controversia trajo a los ciudadanos peruanos, especialmente a los tacneños y ariqueños residentes en Lima, quienes nunca dejaron de sentirse parte del Perú, y protestaron en 1883 y 1884 por el plebiscito impuesto para sus provincias.

S.A. (2013). *El tratado de Ancón: una historia que cumple 130 años*. El Comercio. (Texto editado).

1. En el texto se informa medularmente que,

- A) las consecuencias del tratado de Ancón se resumen en la pérdida territorial.
- B) se puede reducir el tratado de Ancón en cuatro consecuencias auspiciosas.
- C) el tratado de Ancón se resume en cuatro consecuencias lesivas para el país.
- D) los peruanos en Tacna y Arica padecieron del acoso producto del plebiscito.
- E) el peor resultado del conflicto con Chile fue la pérdida de territorio y guano.

Solución:

El autor señala, en principio, que el tratado de Ancón se puede resumir en cuatro consecuencias perjudiciales para el país.

Rpta.: C**3) INFERENCIA LÉXICA**

A partir de las pistas textuales o de un determinado entorno textual, se infiere plausiblemente el sentido de un vocablo o de una expresión.

Por ejemplo:

El concepto más importante de todas las matemáticas es, sin dudar, el de función: en casi todas las ramas de la matemática moderna, la investigación se centra en el estudio de funciones. No ha de sorprender, por lo tanto, que el concepto de función sea de una gran generalidad. Nos puede servir de consuelo pensar que de momento podemos **limitar** nuestra atención a funciones de una clase muy especial, pero incluso esta clase tan limitada de funciones presentará tal variedad como para centrar nuestra atención durante bastante tiempo. Para empezar, no daremos ni siquiera una definición propia de función. De momento, una definición **provisional** nos capacitará para estudiar muchas funciones e ilustrará la noción intuitiva de función, tal como la entienden los matemáticos. Más adelante consideraremos y discutiremos las ventajas de la definición matemática moderna. Así, una función es una regla que asigna a cada uno de ciertos números reales un número real.

Spivac, M. (1992). *Cálculo Infinitesimal (2º Ed.)*. Editorial Reverté, S.A. (Texto editado).

1. ¿Cuál es el sentido del término LIMITAR?

- A) Resolver B) Restringir C) Urdir D) Recluir E) Rodear

Solución:

La acción de LIMITAR transmite la idea de centrarse en un elemento específico, por lo que su sentido es el de RESTRINGIR.

Rpta.: B

2. Es posible inferir que la palabra PROVISIONAL implica

- A) amplitud. B) unión. C) instinto. D) finitud. E) coerción.

Solución:

En el texto, una definición PROVISIONAL es una definición que luego cambiará; es decir, que es FINITA o TEMPORAL.

Rpta.: D**4) INFERENCIA DE DATOS**

Es un tipo de inferencia mediante el cual el lector obtiene un dato oculto en el texto, pero que se puede obtener sobre la base de otros datos explícitos.

Por ejemplo:

Nadie lo vio desembarcar en la unánime noche, nadie vio la canoa de bambú sumiéndose en el fango sagrado, pero a los pocos días nadie ignoraba que el hombre taciturno venía del Sur y que su patria era una de las infinitas aldeas que están aguas arriba, en el flanco violento de la montaña, donde el idioma zend no está contaminado de griego y donde es infrecuente la lepra. Lo cierto es que el hombre gris besó el fango, repechó la ribera sin apartar (probablemente, sin sentir) las cortaderas que le dilaceraban las carnes y se arrastró, mareado y ensangrentado, hasta el recinto circular que corona un tigre o caballo de piedra, que tuvo alguna vez el color del fuego y ahora el de la ceniza. Ese redondel es un templo que devoraron los incendios antiguos, que la selva palúdica ha profanado y cuyo dios no recibe honor de los hombres. El forastero se tendió bajo el pedestal. Lo despertó el sol alto. Comprobó sin asombro que las heridas habían cicatrizado; cerró los ojos pálidos y durmió, no por flaqueza de la carne sino por determinación de la voluntad. Sabía que ese templo era el lugar que requería su invencible propósito; sabía que los árboles incesantes no habían logrado estrangular, río abajo, las ruinas de otro templo propicio, también de dioses incendiados y muertos; sabía que su inmediata obligación era el sueño.

Borges, J. (1940). *Las ruinas circulares*. Ficciones.

1. Se puede colegir sobre el personaje de la narración que

- A) es un peregrino del antiquísimo templo.
- B) acudió al templo para curar sus heridas.
- C) llegó al antiguo templo durante la noche.
- D) accedió al templo para conciliar el sueño.
- E) fue al templo a dejar una ofrenda inusual.

Solución:

De acuerdo con el texto, el forastero se tendió bajo el pedestal y al día siguiente comprobó sin asombro que sus heridas habían cicatrizado; de lo que podemos inferir que acudió al templo con este fin.

Rpta.: B

2. Es posible inferir sobre el antiguo templo que

- A) estaba coronado con un par de estatuas.
- B) su estructura ha permanecido incólume.
- C) posee una estructura de forma redonda.
- D) ha sido profanado en tiempos pretéritos.
- E) solo se puede acceder a él por vía fluvial.

Solución:

Dado que es un templo que devoraron los incendios antiguos, se puede inferir que fue profanado en tiempos remotos.

Rpta.: D

5) INFERENCIA CAUSAL

Es un tipo de inferencia mediante la cual el lector establece la causa probable de un acontecimiento o fenómeno que se describe en el texto.

Por ejemplo:

Hace cinco años que está en vigor un Tratado Internacional sobre el Comercio de Armas que impone estrictas normas a las transferencias internacionales de armas, pero aun así el comercio internacional de armas sigue en aumento y continúa alimentando abusos contra los derechos humanos. Esto se debe a que algunos de los mayores exportadores de armas, como China, Rusia y Estados Unidos, no han ratificado el tratado. E incluso hay países que han ratificado el tratado y transfieren armas y municiones a lugares donde existe el peligro de que se utilicen para cometer violaciones graves del derecho internacional humanitario, incluidos posibles crímenes de guerra. La población civil suele ser la que sufre las peores consecuencias de los conflictos modernos. Hay armas como la artillería, los morteros, las bombas guiadas y los misiles que destruyen hospitales, hogares, mercados y sistemas de transporte, y hunden en la pobreza a quienes sobreviven. Destruyen las vidas de la gente. Este es el coste de una industria de comercio de armas no regulada.

S.A. (2012). *Control de armas. Amnistía Internacional*. Recuperado de <https://www.amnesty.org/es/what-we-do/arms-control/> (Texto editado).

1. Se desprende del texto que, a pesar de la firma de un tratado internacional de países productores, el comercio de armas sigue en aumento porque
 - A) es una actividad que deja pingües ganancias y crea puestos de trabajo.
 - B) ha sido ratificado parcialmente y otras veces, se incumplen sus estatutos.
 - C) es un negocio boyante que difícilmente podrá ser regulado por acuerdos.
 - D) se ha convertido en una actividad central de los países primermundistas.
 - E) revela el aspecto más egoísta del hombre, agravando la crisis mundial.

Solución:

De acuerdo con la lectura, los mayores exportadores de armas como China, Rusia y Estados Unidos, no han ratificado el tratado, por otro lado, hay países que sí lo han hecho, empero, transfieren armas y municiones a lugares donde existe el peligro de que se utilicen para cometer violaciones graves del derecho internacional humanitario, de manera que, podemos inferir que el tratado ha sido ratificado parcialmente y, otras veces, se incumplen sus estatutos.

Rpta.: B

6) INFERENCIA PROSPECTIVA

Es un tipo de inferencia mediante la cual el lector obtiene un dato futuro a partir de la información proporcionada en la lectura.

Por ejemplo:

Los resultados de los trabajos de Kepler y Galileo fueron el estímulo para continuar el esfuerzo de descubrir nuevas leyes. Copérnico y Kepler requirieron una fe previa, esto es, que el Universo estaba organizado de una manera matemática. Según esta fe, si no se sabía más del régimen del cielo y de la tierra, era culpa de los hombres, no de Dios. El Cosmos era un mecanismo dirigido regularmente, con las leyes fijas. Dios tenía estas leyes en su mente y se dignaría a revelarlas en el preciso momento en que los humanos prestaran atención a lo que ocurría a su alrededor. El plan de la creación podía ser descubierto y explicado con fórmulas matemáticas. Para Kepler, el mundo no era otra cosa que «una divina geometrización».

Salvat (2005). *Historia Universal 15*. Salvat Editores, S.A.

1. Sobre la idea de que el Universo estaba organizado de manera matemática, podemos colegir que, de seguir así, probablemente
 - A) el desconocimiento de su funcionamiento seguiría siendo nuestra culpa.
 - B) la fe en las leyes universales perdería asidero frente al avance científico.
 - C) Kepler reconsideraría seriamente su concepción de los cuerpos celestes.
 - D) la creencia en seres divinos sería suficiente para desvelar sus misterios.
 - E) el cosmos podría ser explicado mediante leyes dotadas de dinamismo.

Solución:

Los responsables de explicar el funcionamiento del Universo se consideraba nuestra responsabilidad, por lo que no poder explicarlo sería también nuestra culpa.

Rpta.: A

2. Se desprende del texto que, si se siguiera intentando prestar atención a las señales divinas sobre el Cosmos, posiblemente
 - A) ello sería un punto de diferencia entre Copérnico y Kepler.
 - B) el humano sería capaz de entender las leyes del Cosmos.
 - C) Galileo se habría visto impedido de investigar el Universo.
 - D) la lógica matemática abordaría muchos menos estudios.
 - E) el ordenamiento supremo del Universo sería inextricable.

Solución:

El texto explica que Dios maneja las leyes del Universo y que debemos prestar atención a sus señales si queremos entenderlas.

Rpta.: B

7) INFERENCIA DE INTENCIÓN

Es un tipo de inferencia mediante la cual el lector establece la intención del autor sobre la base de algunas claves presentes en el texto. Las intenciones son variadas: elogiar, criticar, informar, redargüir, etc.

Por ejemplo:

Las bases de la metodología Design Thinking (pensamiento de diseño) fueron planteadas en los años 60 por el Premio Nobel, Herbert Simon, en su aclamado libro 'La Ciencia de lo Artificial'. A partir de ahí, las fases del Design Thinking han cambiado constantemente, creando diferentes variables del método, pero todas basadas en los mismos principios: ayudar a resolver de forma innovadora y colaborativa problemas complejos, teniendo siempre al ser humano y sus necesidades como eje de trabajo.

A finales de los 90, David Kelley le dio un impulso significativo a esta metodología y la llevó al ámbito comercial, a través de la fundación de IDEO, una exitosa compañía de diseño enfocada completamente a trabajar con Design Thinking. Además, Kelley lideró la creación del Hasso Plattner Institute of Design en la Universidad de Stanford, cuya definición de etapas para el trabajo de esta metodología se han convertido en las utilizadas actualmente, gracias a la experiencia adquirida por esta institución en la enseñanza y práctica del pensamiento de diseño.

Gutiérrez, E. (2019, 28 de febrero). Guía práctica para entender Design Thinking. *ACADEMIA pragma*. <https://www.pragma.com.co/blog/guia-practica-para-entender-design-thinking> (Texto editado).

1. Se puede deducir que el objetivo fundamental del autor es

- A) explicar cómo surgió el pensamiento de diseño de la mano de David Kelley.
- B) definir en qué consiste la metodología Design Thinking y sus aplicaciones.
- C) dilucidar las causas del rotundo éxito del pensamiento de diseño en Perú.
- D) relatar algunos sucesos importantes en el desarrollo del Design Thinking.
- E) mostrar las diferencias entre las ideas de David Kelley y Herbert Simon.

Solución:

El texto relata brevemente algunos de los pasajes más importantes de la metodología Design Thinking. Aborda sus inicios (años 60) y su popularización (años 90).

Rpta.: D

COMPRESIÓN DE LECTURA

Se sabe actualmente cómo algunas secuencias de ADN en el genoma oscuro, aquella parte de la cadena que no contiene genes conocidos, pueden controlar la función de varios genes, ya sea activando o reprimiendo el proceso de convertir la información genética en proteínas en respuesta a señales ambientales. El genoma oscuro también proporciona instrucciones para la formación de varios tipos de moléculas, conocidas como ARN no codificantes, que pueden cumplir varias funciones que van desde ayudar a ensamblar proteínas, bloquear el proceso de producción de proteínas o ayudar a regular la actividad de los genes. «Los ARN producidos por el genoma oscuro actúan como directores de orquesta y dirigen cómo responde su ADN al medio ambiente», señala Samir Ounzain, biólogo molecular y director ejecutivo de Haya Therapeutics.

Son estos ARN no codificantes los que ahora se ven cada vez más como el vínculo entre el genoma oscuro y varias enfermedades crónicas. La idea es que, si constantemente le ofrecemos al genoma oscuro las señales equivocadas, por ejemplo, a través de un estilo de vida en el que impera el tabaquismo, la mala alimentación o la inactividad, las moléculas de ARN que produce pueden enviar al cuerpo a un estado de enfermedad, que altera la actividad de los genes de una manera que aumenta la inflamación en el cuerpo o promueve la muerte celular.

Se cree, por otro lado, que ciertos ARN no codificantes pueden aumentar o apagar la actividad de un gen llamado p53 que normalmente actúa para prevenir la formación de tumores. En enfermedades complejas como la esquizofrenia o la depresión, toda una **cacofonía** de ARN no codificantes puede estar actuando de manera sincronizada para disminuir o aumentar la expresión de ciertos genes. Empero, la creciente apreciación de la importancia del genoma oscuro ya está conduciendo a nuevos enfoques para el tratamiento de estas enfermedades. Si bien la industria del desarrollo de fármacos generalmente se ha enfocado en las proteínas, algunas empresas se están dando cuenta de que puede resultar más efectivo tratar de interrumpir los ARN no codificantes que controlan los genes a cargo de estos procesos.

COX, D. (2023). El misterio del "genoma oscuro" que compone el 98% del ADN de los humanos. *Ciencia BBC*. Recuperado de <https://www.bbc.com/mundo/vert-fut-65311694>.

1. Medularmente, el texto expone

- A) el impacto del genoma oscuro y su vínculo con las enfermedades crónicas.
- B) el ADN como factor decisivo en la aparición de enfermedades neoplásicas.
- C) la relación entre las moléculas de ARN no codificante y las enfermedades.
- D) el proceso dual de transformación de la información genética en proteínas.
- E) la importancia cualitativa de las secuencias de ADN en el genoma oscuro.

Solución:

El texto fundamentalmente se centra en explicar de qué manera las moléculas de ARN no codificantes resultan decisivas en la aparición de ciertas enfermedades y cómo se anticipa su importancia en el tratamiento de algunas de estas.

Rpta.: C

2. Dentro de la lógica del texto, el término **CACOFONÍA** implica

- A) copiosidad.
- B) laconismo.
- C) peculiaridad.
- D) extravagancia.
- E) resistencia.

Solución:

El término «cacofonía» alude a la presencia de varios ARN no codificantes que, de manera articulada y simultánea, intervienen en el devenir de enfermedades complejas como la esquizofrenia y la depresión. Por tanto, el término en cuestión implica «copiosidad», es decir, abundancia.

Rpta.: A

3. Con respecto de las «señales equivocadas» que se le ofrecen al genoma oscuro no se condice afirmar que

- A) guardan relación con la alimentación de algunos individuos.
- B) se vinculan con el sedentarismo humano en la cotidianidad.
- C) se conectan con los hábitos personales en la vida cotidiana.
- D) distan de guardar relación con el consumo de estimulantes.
- E) determinan un tipo de condicionamiento genético peligroso.

Solución:

Una de las «señales peligrosas» que la rutina de una persona puede ofrecerle al genoma oscuro es el hábito pernicioso del tabaquismo, que supone el consumo de tabaco, que es una sustancia estimulante.

Rpta.: D

4. Del papel del ARN no codificante y su relación con las enfermedades crónicas se infiere que

- A) este tipo de males se desarrollan de manera aislada cuando son complejos.
- B) las prácticas cotidianas pueden condicionar el comportamiento del genoma.
- C) estas se llegan a expresar de forma exclusiva en la inflamación del cuerpo.
- D) una enfermedad solamente es el producto de la acción de ese tipo de ARN.
- E) la actividad de los genes resulta inmutable a las rutinas de la vida cotidiana.

Solución:

Los hábitos pocos saludables pueden conducir a que el genoma oscuro produzca un tipo de ARN no codificante que lleve al cuerpo humano a un estado de enfermedad. Por lo tanto, las prácticas cotidianas sí pueden condicionar al genoma.

Rpta.: B

5. Si la industria farmacéutica en general continuara centrada en las proteínas,
- A) el desarrollo de medicamentos adecuados para tratar enfermedades complejas se vería repotenciado sostenidamente.
 - B) el genoma oscuro sería crucial para la elaboración de nuevos enfoques médicos para el tratamiento de enfermedades.
 - C) se interrumpirían los ARN no codificantes que controlan los genes que se vinculan a la aparición de las enfermedades.
 - D) las enfermedades crónicas podrían ser finalmente tratadas de manera efectiva por medio de recursos clínicos inéditos.
 - E) los hallazgos en la investigación sobre el ARN no codificante distarían de alcanzar un impacto médico real en el futuro.

Solución:

En caso de que la industria farmacéutica siguiera concentrada en las proteínas, la posibilidad de desarrollar nuevos tratamientos a partir de la interrupción de ARN no codificante dejaría de ser factible, por lo que su impacto médico futuro quedaría descartado por completo.

Rpta.: E

SECCIÓN B**TEXTO 1A**

Si la población global sigue aumentando con rapidez, las presiones sobre los recursos mundiales se agravarán. Por lo tanto, los gobiernos deben evitar políticas **deliberadas** para aumentar las tasas de nacimiento, aun en los lugares donde esas tasas son bajas. El crecimiento más rápido de la población se da en las regiones más pobres. Los pobres, sobre todo los que viven en el campo, tienden a tener más hijos (a menudo seis o más por cada mujer), y, por lo tanto, las tasas de crecimiento poblacional más altas. Un aumento de 2.5 mil millones de personas ejercerá una enorme presión no sólo sobre las sociedades con población creciente, sino sobre el planeta entero. El uso total de energía se está disparando y refleja el efecto combinado del alza en los ingresos per cápita - y con ello el aumento en el uso de energía per cápita- y del crecimiento de la población. El uso más elevado de la energía ya está cambiando el clima mundial de manera peligrosa. Además, las presiones de una mayor población aunadas al aumento en los ingresos están llevando a una rápida deforestación, al agotamiento de las pesquerías, la degradación de los suelos y la pérdida del hábitat y la extinción de grandes cantidades de especies animales y vegetales. El crecimiento de la población en las regiones en desarrollo -sobre todo en África, la India y otras partes de Asia-tiene que ir más despacio. Las políticas públicas pueden desempeñar un papel importante al incrementar el acceso a los servicios de planificación familiar para los pobres, ampliar los sistemas de seguridad social, reducir la mortalidad infantil mediante inversiones en salud pública y mejorar las oportunidades educativas y laborales para las mujeres.

Sachs, J. (2004). *Argumentos en favor de reducir el crecimiento de la población*. Project-syndicate. Recuperado de <https://www.project-syndicate.org/commentary/the-case-for-slowing-population-growth/spanish> (Texto editado)

TEXTO 1B

Los últimos 200 años han mostrado un crecimiento exponencial en el desarrollo técnico y la innovación. Hay muchos factores detrás de esto, pero la creciente población mundial significa que tenemos una reserva más grande de capital humano y la posibilidad de estos descubrimientos de vanguardia aumenta. El crecimiento de la población conducirá al crecimiento económico con más personas capaces de producir más bienes. Dará lugar a mayores ingresos fiscales que se pueden gastar en bienes públicos, como proyectos de salud y medioambientales. Si el crecimiento económico está al mismo ritmo que el crecimiento de la población, el nivel de vida promedio no aumentará, sin embargo, es posible que pueda mejorar los ingresos per cápita. A medida que aumenta la población, la economía puede beneficiarse de un mayor grupo de talentos, economías de escala y una mayor especialización. Todo esto puede permitir un ingreso per cápita más alto, que hemos visto en las principales economías desarrolladas. La agricultura y la industria han podido beneficiarse de las economías de escala, lo que significa que a medida que crece la población, la producción de alimentos y la producción manufacturera han podido crecer incluso más rápido que el crecimiento de la población. Por ejemplo, a principios del siglo XIX, Thomas Malthus predijo que el crecimiento de la población conduciría a la hambruna, sin embargo, sus terribles predicciones no se materializaron porque no entendió que la productividad de la tierra, el trabajo y el capital podrían aumentar más que

proporcionalmente. Hace 300 años, la mayor parte de la población trabajaba en la tierra. La innovación tecnológica y las economías de escala, significa que la productividad de la tierra ha aumentado enormemente a medida que los agricultores utilizan la mecanización y las economías de escala para aumentar la producción de alimentos.

S.A. (2021). *Ventajas y desventajas del crecimiento demográfico*. Eladminis. Recuperado de < <https://eladminis.com/ventajas-y-desventajas-del-crecimiento-demografico/>.> (Texto editado)

1. Ambos textos tensionan medularmente sobre

- A) la peligrosa brecha del crecimiento demográfico.
- B) las consecuencias del crecimiento demográfico.
- C) el panorama positivo del incremento poblacional.
- D) el oscuro panorama del crecimiento demográfico.
- E) las desventajas del incremento de la población.

Solución:

Ambos textos tensionan primordialmente sobre las consecuencias del crecimiento poblacional. Para el autor de A, el aumento de la población ocasionaría serias presiones sobre los recursos mundiales, mientras que, para el autor de B, este crecimiento aportará mayor capital humano y una mejor base para las economías de escala.

2. En el texto B, el término DELIBERAR se entiende como

- A) resolución.
- B) comprensión.
- C) decisión.
- D) disensión.
- E) disquisición.

Rpta: B

Solución:

En el texto el término DELIBERAR se entiende como «decisión» o «determinación» sobre las políticas de aumento poblacional.

Rpta.: D

3. Según el texto 1B, es incompatible afirmar que, las predicciones de Malthus sobre el crecimiento poblacional asociado a la hambruna se hayan cumplido en la actualidad, porque

- A) no había considerado la aparición de las dietas alternativas.
- B) la crisis alimentaria en el mundo ha sido totalmente suprimida.
- C) la productividad de la tierra ha tenido un aumento progresivo.
- D) en el siglo XX no se tenía en cuenta el uso de la tecnología.
- E) las economías de gran escala pueden satisfacer la demanda.

Solución:

El autor destaca que, la productividad de la tierra ha aumentado enormemente a medida que los agricultores utilizan la mecanización y las economías de escala para aumentar la producción de alimentos.

Rpta.: E

4. Se puede colegir del texto 1A, sobre el aumento de la población de las regiones en desarrollo, que
- A) resulta un problema para la conservación de los recursos.
 - B) tienen por meta el aumento deliberado del capital humano.
 - C) sus gobiernos aplican políticas de crecimiento poblacional.
 - D) soslayan el diseño y aplicación de políticas de control natal.
 - E) poseen un sistema deficitario de salud y prevención social.

Solución:

El crecimiento más acelerado de la población se da en las regiones más pobres y emergentes: África, la India y otras partes de Asia. Se puede inferir que en estos países se soslayan el diseño y aplicación de políticas de control natal.

Rpta.: D

5. Si el crecimiento demográfico estuviera controlado a nivel mundial, posiblemente
- A) la presión sobre los recursos básicos seguiría en aumento.
 - B) la economía global y el ingreso per cápita irían en aumento.
 - C) muchos gobiernos podrían invertir más en el gasto social.
 - D) la presión sobre los recursos experimentaría un retroceso.
 - E) habría que evaluar las consecuencias en el mediano plazo.

Solución:

El crecimiento exponencial de la población mundial viene agudizando la crisis de abastecimiento de los recursos primordiales, si contrariamente, se controlara el crecimiento demográfico en todo el mundo, la presión sobre los recursos experimentaría un retroceso.

Rpta.: D**TEXTO 2**

Desde que recuerdo vivimos en crisis, una tras otra; en términos profesionales, siempre he tenido como telón de fondo el cambio alimentario. La cultura alimentaria se ha transformado, en buena medida, por cómo se adapta a la variación de la disponibilidad y el precio de los alimentos. La globalización impulsada en la última parte del siglo XX ofrecía una vida mejor, con bienes de consumo y servicios al alcance de todos; una promesa de progreso que, obviamente, todos queremos para nosotros y nuestra familia. Los efectos mostraron que, cuando menos en términos alimentarios, la cosa era un poco más complicada. Los datos de la última Encuesta Nacional de Salud y Nutrición (Ensanut, 2021) revelan que la inseguridad alimentaria afecta en algún grado a 60 % de la población. Se consumen más alimentos industrializados y bebidas azucaradas que frutas y verduras frescas. El estado nutricional de la población mantiene altas prevalencias de obesidad y enfermedades asociadas, mientras que la desnutrición crónica aún afecta a más del 10 % de los niños menores de 5 años y la deficiencia de hierro parece ser endémica. Esta situación se observa desde hace tiempo y se ha demostrado la relación del precio de los alimentos —más caros los frescos y más baratos los industriales— con la inseguridad alimentaria. A su vez, se ha establecido que las limitaciones de acceso a comida adecuada influyen en él. No todo depende de los precios

de los alimentos, la globalización también ha traído cambios culturales. Conviene decir que la cultura alimentaria no es solo un compendio de recetas «**tradicionales**»; es eso, pero mucho más que eso.



Bertrán, M. (2023). *El mundo manda en la mesa*. Nexos. Recuperado de < <https://www.nexos.com.mx/?p=72213> > (Texto editado).

1. Fundamentalmente, el texto expone el tema de

- A) los efectos mensurables del cambio alimentario.
- B) los cambios culturales fruto de la globalización.
- C) la grave situación de la inseguridad alimentaria.
- D) la previsible situación del cambio alimentario.
- E) la inseguridad alimentaria y su impacto cultural.

Solución:

El texto aborda el tema de la grave situación de la inseguridad alimentaria.

Rpta.: C

2. La palabra TRADICIONAL alude a un(a)

- A) singularidad.
- B) exotismo.
- C) defección.
- D) alternativa.
- E) corrección.

Solución:

La expresión alude a «alternativa», en relación a recetas que se han adaptado a la variación de la disponibilidad y el precio de los alimentos.

Rpta.: D

3. Es incompatible afirmar sobre la inseguridad alimentaria, que

- A) afecta en cierto grado a más del 50% de la población.
- B) revela un aumento del consumo de comida chatarra.
- C) se puede asociar a casos de obesidad y desnutrición.
- D) supone una limitación en el acceso de comida idónea.
- E) se reduce a una limitación en el acceso de alimentos.

Solución:

La inseguridad alimentaria afecta en algún grado a 60 % de la población. Se consumen más alimentos industrializados y bebidas azucaradas que frutas y verduras frescas debido a que, estos últimos son más caros y los industriales más baratos. De este modo, no existe una limitación en el acceso a los alimentos, solo a los de mayor calidad.

Rpta.: E

4. De la imagen que acompaña a la lectura, se puede colegir que

- A) la comida saludable no es accesible.
- B) los infantes gustan de las manzanas.
- C) existe una notoria brecha alimentaria.
- D) a mayor oferta, mayor es la demanda.
- E) a mayor demanda, mayor es la oferta.

Solución:

El gráfico revela la existencia de una brecha alimentaria en relación al acceso de productos saludables.

Rpta.: C

5. Si el precio de la comida saludable estuviera al alcance de todas las personas, posiblemente

- A) todos en el mundo tendrían una salud satisfactoria.
- B) se resolvería en absoluto el problema de la obesidad.
- C) no cesaría el consumo de alimentos industrializados.
- D) un gran porcentaje haría la transición al veganismo.
- E) se reducirían sustancialmente los casos de enanismo.

Solución:

Dado que, no todo depende de los precios de los alimentos saludables, la globalización también ha traído cambios culturales en el consumo de alimentos.

Rpta.: C**TEXTO 3**

Los filósofos suelen hablar de la voluntad como si esta fuera la cosa más conocida del mundo; y Schopenhauer dio a entender que la voluntad era la única cosa que nos era propiamente conocida, conocida del todo y por entero, conocida sin sustracción ni añadidura. Pero a mí continúa pareciéndome que, también en este caso, Schopenhauer no hizo más que lo que suelen hacer justo los filósofos: tomó un prejuicio popular y lo exageró. A mí la volición me parece ante todo algo complicado, algo que sólo como palabra forma una unidad, - y justo en la unidad verbal se esconde el prejuicio popular que se ha adueñado de la siempre exigua cautela de los filósofos. Seamos, pues, más cautos, seamos «afilosóficos» -, digamos: en toda volición hay, en primer término, una pluralidad de sentimientos, a saber, el sentimiento del estado de que nos alejamos, el sentimiento del estado a que tendemos, el sentimiento de esos mismos «alejarse» y «tender», y, además, un sentimiento muscular

concomitante que, por una especie de hábito, entra en juego tan pronto como «realizamos una volición», aunque no pongamos en movimiento «brazos y piernas». Y así como hemos de admitir que el sentir, y desde luego un sentir múltiple, es un ingrediente de la voluntad, así debemos admitir también, en segundo término, el pensar: en todo acto de voluntad hay un pensamiento que manda; - ¡y no se crea que es posible separar ese pensamiento de la «volición», como si entonces ya sólo quedase voluntad! En tercer término, la voluntad no es sólo un complejo de sentir y pensar, sino, sobre todo, además, un afecto: y, desde luego, el mencionado afecto del mando. Lo que se llama «libertad de la voluntad» es esencialmente el afecto de superioridad con respecto a quien tiene que obedecer: «yo soy libre, 'él' tiene que obedecer» - en toda voluntad se esconde esa consciencia, y asimismo aquella tensión de la atención, aquella mirada derecha que se fija exclusivamente en una sola cosa, aquella valoración incondicional «ahora se necesita esto y no otra cosa», aquella interna certidumbre de que se nos obedecerá, y todo lo demás que forma parte del estado propio del que manda.

Nietzsche, F. (1886). *Más allá del bien y el mal*. Educar. Recuperado de https://www.argentina.gob.ar/sites/default/files/mas_alla_del_bien_y_del_mal_nietzsche.pdf (Texto editado).

1. Medularmente, el texto desarrolla el tema de

- A) la tergiversación de la filosofía volitiva nietzscheana.
- B) la crítica nietzscheana al ideario de Schopenhauer.
- C) el verdadero significado del concepto de voluntad.
- D) los prejuicios en el marco de la filosofía nietzscheana.
- E) el concepto de voluntad y la crítica a Schopenhauer.

Solución:

Frente al malentendido que los filósofos han hecho del significado de volición, Nietzsche explica el verdadero significado del concepto de voluntad.

Rpta.: C

2. En el texto la palabra CONCOMITANTE, implica

- A) aquiescencia.
- B) animosidad.
- C) vehemencia.
- D) consumación.
- E) simultaneidad.

Solución:

La expresión sugiere que, simultáneamente al acto de volición se activa una fuerza cuasi corpórea.

Rpta.: E

3. Es incompatible afirmar sobre la pluralidad de sentimientos, que

- A) una de ellas nos da la sensación de alejamiento.
- B) actúa conjuntamente prescindiendo de la razón.
- C) una de ellas nos dota de una fuerza incorpórea.
- D) actúa en simultáneo atendiendo un imperativo.
- E) tal como un sentir o pensar, es también un afecto.

Solución:

Tal como se señala en el texto, la pluralidad de sentimientos da forma a la voluntad, así también, el pensar: en todo acto de voluntad hay un pensamiento que manda.

Rpta.: B

4. Podemos colegir sobre la libertad de voluntad, que

- A) es el resultado del ejercicio de una vida plena.
- B) es propia de hombres de cualidades notables.
- C) sugiere una división moral entre los hombres.
- D) es un claro afecto de superioridad de espíritu.
- E) se impone a quienes asumen sus demandas.

Solución:

Lo que se llama «libertad de la voluntad» es esencialmente el afecto de superioridad con respecto a quien tiene que obedecer, de esta forma, se colige que existe una división moral entre los hombres: los que mandan y los que obedecen.

Rpta.: C

5. Si la volición pudiera separarse del pensamiento, posiblemente

- A) las acciones humanas caerían en el sinsentido.
- B) no habría un fin teleológico para la humanidad.
- C) el hombre actuaría según principios inmanentes.
- D) no habría una escisión moral entre los hombres.
- E) la humanidad caería en un espiral de violencia.

Solución:

Nietzsche explica que la voluntad no es sólo un complejo de sentir y pensar, sino, sobre todo, un afecto, como el afecto de mando, de manera que, si la voluntad prescindiera del pensamiento, actuaría según principios inherentes.

Rpta.: E**SECCIÓN C****PASSAGE 1**

How long do you spend staring at a screen every day? According to one report, the average person spends about seven hours a day on screens connected to the internet. And that figure is going to be even higher if your job is mainly done in front of a computer.

Most of us over-use digital devices, spending too long either working or enjoying being distracted on phones, tablets, laptops or even Virtual Reality headsets. We are accused of being addicted to tech and warned of the dangers to our physical and mental health.

One significant paradox here is that we often retreat into the digital world to escape the stresses of the physical world, but can **end up** simply collecting other kinds of digital and physical stress along the way.

In recent years, longer-term studies comprise a growing and significant body of knowledge, that is hard to dismiss or ignore: too much tech can cause issues for us humans.

Levy, P. (2023, April 12). Seven tips for a healthier relationship with your phone. *The Conversation*. <https://theconversation.com/seven-tips-for-a-healthier-relationship-with-your-phone-202215> (Edited text).

1. What is the main idea of the passage?

- A) Recent studies conclude that the paradox of the digital world is unsolvable.
- B) People forget that using a device too much results more stressing than work.
- C) Working online and using a screen is now a big problem due to mental health.
- D) It is important to recognize when you feel stressed because of too much tech.
- E) Staring at a screen and, in general, using too much tech, could cause issues.

Solution:

In general, the passage explains that recent studies show that using too much technology can cause issues. Some of them are related to our physical and mental health and other to the additional stress that these devices cause.

Answer: E

2. In the passage, the phrase END UP implies _____ effects in humans.

- A) incidental B) side C) random D) adverse E) abrupt

Solution:

The phrase END UP refers to the adverse or bad consequences of getting more stressed.

Answer: D

3. We can infer about the use of screens nowadays that

- A) is exclusively related to work and playing games.
- B) may be unavoidable in a significant group of cases.
- C) cause irreparable damage in the whole humanity.
- D) should be used a maximum of 7 hours per day.
- E) is by far the most difficult problem humanity face.

Solution:

The passage says that many people work staring at a screen. So, that people could only have that option.

Answer: B

4. It is consistent to say that devices like laptops or phones

- A) mainly cause problems in the eyes of most users.
- B) are overused whether at work or in everyday life.
- C) have proven to generate problems for decades.
- D) require screens to a lesser extent than headsets.
- E) will stop being used when they are studied in depth.

Solution:

These devices are far utilized for work or enjoying being distracted.

Answer: B

5. If companies took seriously study warnings about the harm that the devices can cause, then
- A) they would run awareness campaigns to get their workers to stop using tablets.
 - B) workers would seek compensation for the technological problems they suffered.
 - C) it would be impossible for them to continue since the use of screens is essential.
 - D) they would consider limiting the number of hours their workers spend using them.
 - E) that would encourage them to make all of their jobs face-to-face instead of virtual.

Solution:

Workers have to spend many hours per day staring at a screen and that could cause problems, according to recent studies. If companies took these studies seriously, that would mean they would know the problems tech cause. So, one possibility could be considering to limit the number of hours workers spend staring at a screen or using a device.

Answer: D**PASSAGE 2**

Human-made satellites were once rare in low Earth orbit (LEO), with just a handful of them rotating around the planet at the dawn of the Space Age in the 1950s. But now, there are thousands of satellites **swarming** around Earth, with even more waiting to join them.

So, to put an exact number on it, how many satellites are orbiting Earth, and how many might join them in the near future?

After the Soviet Union launched Sputnik, the world's first human-made satellite, in 1957, a slow but steady stream of satellites entered LEO, with between 10 and 60 launched annually until the 2010s, Supriya Chakrabarti, a professor of physics at the University of Massachusetts Lowell, wrote in an article published on Space.com, a Live Science sister site. Since then, that rate has skyrocketed, with more than 1,300 new satellites launched into LEO in 2020 and more than 1,400 satellites launched in 2021, Chakrabarti wrote. In total, there were around 7,500 satellites in LEO as of September 2021, according to the United Nations' Outer Space Objects Index.

Baker, H. (2021, November 14). How many satellites orbit Earth? *LiveScience*. <https://www.livescience.com/how-many-satellites-orbit-earth> (Edited text).

1. Mainly, the passage is about the
- A) number of human-made satellites that orbit the Earth.
 - B) Sputnik as the first human-made satellite above LEO.
 - C) types of orbits that are rotating the Earth and the Moon.
 - D) investigation that Supriya Chakrabarti made recently.
 - E) reduced quantity of satellites in LEO since last decade.

Solution:

The passage formulates some questions about the satellites that orbit the Earth (specifically LEO) and then answers principally the ones related to satellites in the present.

Answer: A

2. According to the passage, the word SWARM is closest in meaning to
A) devastate. B) overcome. C) impregnate. D) overflow. E) proliferate.

Solution:

When the thousands of satellites SWARM around Earth, that means that these satellites are in large numbers and continue to increase. So, they are PROLIFERATING or PULLULATING.

Answer: E

3. It can be inferred that before the 2000,
A) researchers still ignored the categories of satellites that existed.
B) satellites orbiting LEO were probably less than three thousand.
C) Supriya Chakrabarti determined the number of future satellites.
D) the moon was the only satellite known by the majority of people.
E) it was possible that there were some satellites in orbit by 1950.

Solution:

According to Chakrabarti Since the first launch in 1957, a maximum of 60 satellites were launched per year. So, by 2000, the maximum number of satellites could have been $60 \times 43 = 2580$. That is less than 3000.

Answer: B

4. It is compatible with the passage to say that researcher Supriya Chakrabarti
A) investigated satellites from the launch of the first one until now.
B) worked for more than a decade to find her impressive results.
C) obtained dissimilar results to those of the Outer Space Index.
D) lived at the University of Massachusetts Lowell for a short time.
E) intended to launch a satellite herself to continue investigating.

Solution:

Chakrabarti talked about the first satellite Sputnik, the number of them before the 2010's and even how many of them are there now.

Answer: A

5. If the number of satellites launched per year had remained similar since the launch of Sputnik until now
A) it would be needed to investigate again when the first satellite was launched.
B) there would probably be a human-made satellite saturation problem in LEO.
C) it would be concluded that humans can finally do without modern satellites.
D) there would be a much smaller number of them currently orbiting the Earth.
E) the estimates made by Chakrabarti and the UN would be exactly the same.

Solution:

The number of launches since Sputnik's launch were from 10 to 60 launches per year until 2010's. If that number had been the same until now, by 2020's —the present— there would be much less satellites around us.

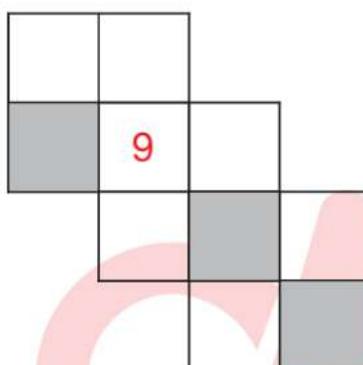
Answer: D

Habilidad Lógico Matemática

EJERCICIOS DE CLASE

1. Escribir los números, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9, en cada casillero de la figura mostrada, de manera que cada número que se lee en cada fila (horizontalmente) sea divisible por 7, y cada número que se lee en cada columna (verticalmente) sea divisible por 9. Si ningún número empieza por cero y el 9 ya está escrito como se muestra en la figura, halle la menor suma de los números escritos en los casilleros sombreados.

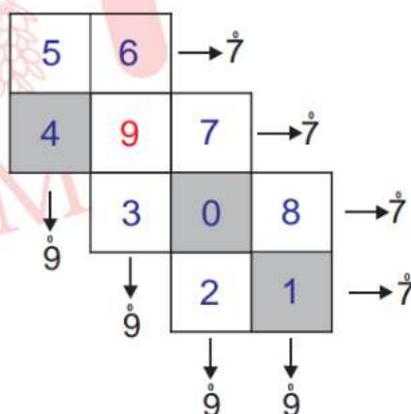
- A) 8
- B) 9
- C) 6
- D) 7
- E) 5



Solución:

Por la condición del problema, el cero debe estar en la posición mostrada.

Como el número vertical debe ser múltiplo de 9 y el horizontal múltiplo de 7, se tiene la siguiente distribución.

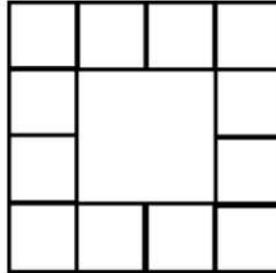


Por tanto, la suma de los números escritos en los casilleros sombreados es $4+0+1 = 5$

Rpta.: E

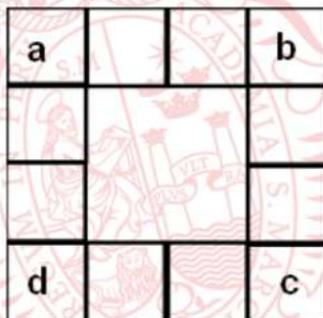
2. Escribir los números $2^2, 2^3, 2^4, \dots, 2^{13}$ en cada cuadradito, de modo que el producto de los números ubicados en cada lado del cuadrado sea la misma cantidad y la mínima posible. Dé como respuesta la suma de los números ubicados en los vértices del cuadrado.

- A) 60
- B) 120
- C) 30
- D) 240
- E) 480



Solución:

Sea M el producto de los números de cada lado del cuadrado.
 Sean a, b, c, d los números que se ubican en los vértices del cuadrado.



Luego: $(2^2)(2^3)(2^4) \dots (2^{13})abcd = M^4$

$\Rightarrow 2^{90}(\underbrace{abcd})_{\text{Min}} = \underbrace{M^4}_{\text{Min}}$

Para $a = 2^2, b = 2^3, c = 2^4$ y $d = 2^5$, se obtiene $M_{\text{Min}} = 2^{26}$.

Por lo tanto, $a + b + c + d = 4 + 8 + 16 + 32 = 60$

Rpta.: A

3. Siguiendo el mismo criterio, con el que se llenaron las casillas de la figura 1, completar las casillas de la figura 2. Dé como respuesta la suma de los números que se deben escribir en las casillas sombreadas.

- A) 14
- B) 16
- C) 18
- D) 22
- E) 27



FIGURA 1



FIGURA 2

Solución

De la figura 1 se observa que a partir de la tercera casilla el número que va en cada casilla es la suma de las dos anteriores.



Así, en la figura 2 los números que van en las casillas sombreadas son 5 y 17.
Por lo tanto, la suma es 22.

Rpta.: D

4. Silvana tiene 12 bolos numerados del 1 al 12 los cuales, inicialmente, los agrupó en tres grupos como se muestra en la figura. Manteniendo la misma cantidad de bolos en cada grupo, ¿por lo menos cuántos bolos debe cambiar de posición, sin rotarlas, para que la suma de los números en cada grupo sea la misma?

- A) 5
- B) 4
- C) 3
- D) 6
- E) 2



Solución:

Por determinar el mínimo número de bolos a cambiar de posición.

Se tiene



Números a distribuir: $\underbrace{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11 \text{ y } 12}$

$$\text{Suma total} = \frac{12(13)}{2} = 78$$

Entonces suma de cada grupo: $\frac{78}{3} = 26$

Analizando los bolos a cambiar

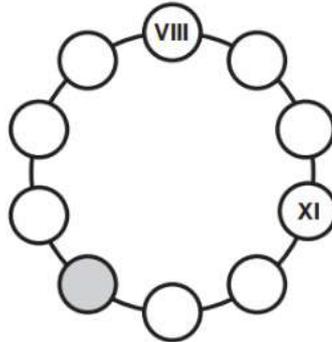


Por lo tanto, número mínimo de bolos a cambiar de posición: 4

Rpta.: B

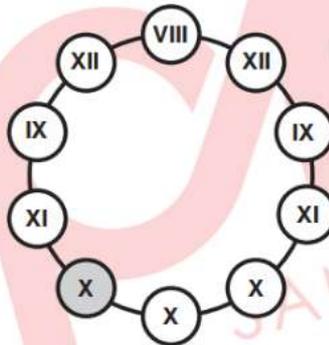
5. Se debe de escribir números romanos en cada casilla circular de la figura mostrada tal que la suma de dos casillas consecutivas sea siempre XX o XXI. Los números pueden repetirse. ¿Qué número máximo se escribe en la casilla sombreada?

- A) IX
- B) VI
- C) XII
- D) X
- E) VII



Solución:

1) Distribución de los números romanos en las casillas:



2) Por tanto, el número en la casilla sombreada: X.

Rpta.: D

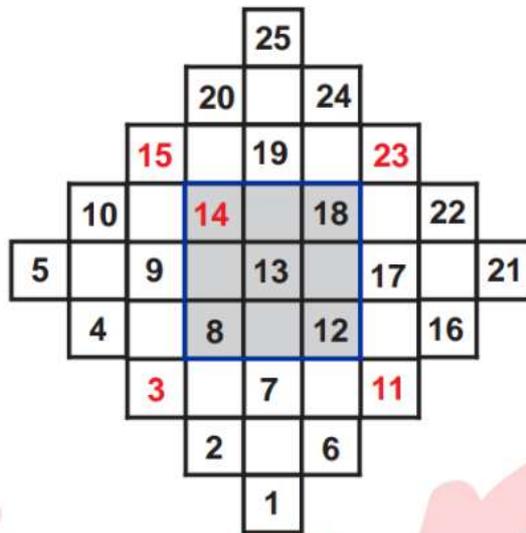
6. Fernando escribe los números 1; 2; 3; 4; 5 ;...; 24 y 25. En la siguiente cuadrícula de 5x5, de tal manera que logra obtener dos cuadrados mágicos uno de 3x3 y otro de 5x5, tal como indica la siguiente figura. Hallar el valor de $(a + b + c + d + e + f - 2)$.

15				23
f	14		b	e
c				d
	a			
3				11

- A) 78
- B) 52
- C) 80
- D) 74
- E) 82

Solución:

Observemos la siguiente distribución, usando la forma práctica de solución.



15	2	19	6	23
22	14	1	18	10
9	21	13	5	17
16	8	25	12	4
3	20	7	24	11

Del gráfico se observa: $a = 8$, $b = 18$, $c = 9$, $d = 17$, $e = 10$, $f = 22$

Suma de $a + b + c + d + e + f - 2 = 84 - 2 = 82$.

Rpta.: A

7. En la siguiente cuadrícula, se debe escribir números naturales diferentes en cada casillero, de modo que los productos de las filas, de las columnas y diagonales sea la misma. Si ya se han escrito los números 6 y 9, halle la suma máxima de los números que se escriben en las casillas sombreadas.

- A) 48
- B) 54
- C) 216
- D) 72
- E) 66

	6	9

Solución:

a		
	6	9
b		

$$a \times b = 6 \times 9 = 18 \times 3 = 27 \times 2 = 54 \times 1$$

De las tres posibilidades, solo una completa con valores todos enteros. Luego, completando, tendríamos:

18	1	12
4	6	9
3	36	2

$$\text{Suma: } 18 + 36 = 54$$

Rpta.: B

8. Esteban desea formar un cuadrado mágico aditivo, para esto escribirá los números positivos: 4, 6, 8, ..., 34 uno por casilla, de los cuales algunos ya fueron escritos correctamente por Esteban, como se muestra en la figura. ¿Cuál debe ser el valor de $X + Y + Z$ para que Esteban logre su objetivo?

- A) 42
- B) 45
- C) 64
- D) 32
- E) 76

X	18	26	Y
8			32
6			30
	12		Z

Solución:

Al escribir los números de manera consecutiva, de menor a mayor, en el cuadrado e intercambiando los términos centrales, así como los términos en las esquinas, se tiene:

34	6	8	28
12	24	22	18
20	16	14	26
10	30	32	4

Ahora se hace girar en sentido antihorario, y tenemos:

28	18	26	4
8	22	14	32
6	24	16	30
34	12	20	10

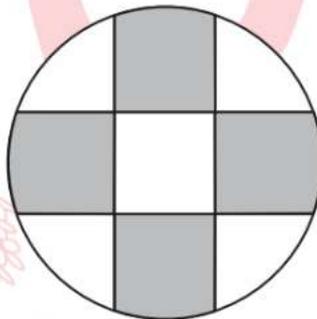
Por lo tanto, $X + Y + Z = 28 + 4 + 10 = 42$.

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En la siguiente figura, escribir los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8, en ocho de los espacios de esta superficie circular. Si dos números consecutivos no pueden estar compartiendo un lado ni un vértice común, ¿cuál es la suma del mínimo y el máximo valor de los números escritos en los casilleros sombreados?

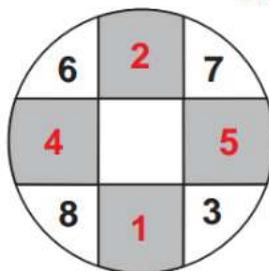
- A) 36
- B) 37
- C) 38
- D) 39
- E) 40



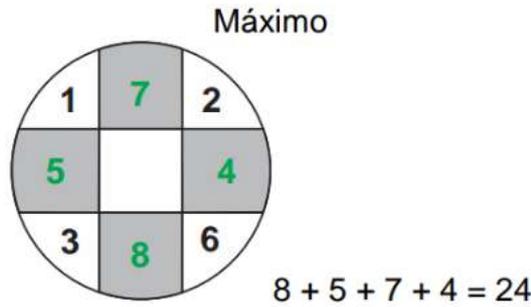
Solución:

Según el enunciado

Mínimo



$$1 + 4 + 5 + 2 = 12$$



Por tanto, la suma pedida es: $24 + 12 = 36$

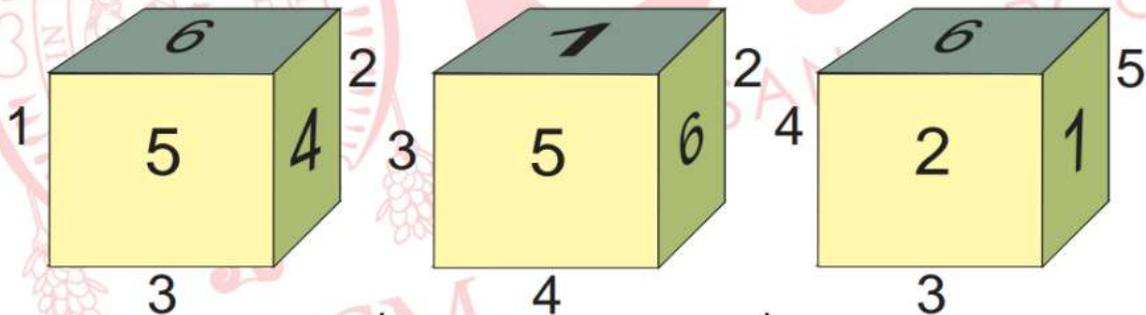
Rpta.: A

2. Las caras de un cubo están numeradas con 1, 2, 3, 4, 5 y 6. Las caras 1 y 6 tienen una arista en común, lo mismo ocurre con las caras 1 y 5, las caras 1 y 2, las caras 6 y 5, las caras 6 y 4, y las caras 6 y 2. ¿Qué número tiene la cara opuesta a la que tiene el número 4?

- A) 5 B) 2 C) 1 D) 3 E) 6

Solución:

Observemos estas 3 disposiciones:



Por tanto, el número opuesto al número 4 es 1.

Rpta.: C

3. Los números impares desde 1 hasta 2023 se escriben en la tabla de cinco filas que se muestra parcialmente en la figura, siguiendo el orden de la flecha. ¿En qué ubicación estará el número 2023?

- A) N 201
 B) O 201
 C) P 200
 D) Q 200
 E) N 203

	1	2	3	4	5	6
M	1	19	21	39		
N	3	17	23	37		
O	5	15	25	35		
P	7	13	27	33		
Q	9	11	29	31		

Solución:

1) Posiciones de los números:

$$\begin{aligned} M1 &\rightarrow 1 = 2(0 \times 5 + 1) - 1 \\ M2 &\rightarrow 19 = 2(2 \times 5 - 0) - 1 \\ M3 &\rightarrow 21 = 2(2 \times 5 + 1) - 1 \\ M4 &\rightarrow 39 = 2(4 \times 5 - 0) - 1 \\ M5 &\rightarrow 41 = 2(4 \times 5 + 1) - 1 \\ N1 &\rightarrow 3 = 2(0 \times 5 + 2) - 1 \\ N2 &\rightarrow 17 = 2(2 \times 5 - 1) - 1 \\ N3 &\rightarrow 23 = 2(2 \times 5 + 2) - 1 \\ N4 &\rightarrow 37 = 2(4 \times 5 - 1) - 1 \\ N5 &\rightarrow 43 = 2(4 \times 5 + 2) - 1 \end{aligned}$$

2) Como $2023 = 2(202 \times 5 + 2) - 1$. De acuerdo con la regla anterior, resulta $N203 \rightarrow 2023 = 2(202 \times 5 + 2) - 1$

3) Por lo tanto, el número 2023 está en la ubicación **N 203**.

Rpta.: E

4. En las casillas del tablero de 5×5 que se muestra en la figura se deben escribir números enteros positivos, de tal manera que los números escritos en las casillas adyacentes (las que tienen un lado en común) difieran en 1. El número 3 ya se ha escrito en la esquina superior izquierda. Si el número 9 también está escrito en alguna casilla del tablero, ¿cuántos números escritos, distintos hay como mínimo?

- A) 4
- B) 7
- C) 5
- D) 6
- E) 8

3				

Solución:

Según el enunciado, el número 9 debe de estar en algún lugar de las casillas. Según las condiciones, se tiene (3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9)

3	4	5	4	5
4	5	6	5	6
5	6	7	6	7
6	7	8	7	8
7	8	9	8	7

Por tanto, como queremos mínimo, hay 7 números distintos.

Rpta.: B

5. Complete la siguiente cuadrícula numérica de forma que, en cada fila, en cada columna y en cada rectángulo marcado aparezcan los seis primeros números naturales. ¿Cuál es la suma mínima de los números que serán escritos en los casilleros sombreadados?

- A) 6
- B) 9
- C) 8
- D) 7
- E) 5

		4		1	2
4			5		
6	2	3			4
			4	3	1
		6	3		
	5				

Solución:

Coloquemos los números del 1 al 6 en la tabla según las condiciones del problema. Obtenemos

5	3	4	6	1	2
4	1	2	5	6	3
6	2	3	1	5	4
2	6	5	4	3	1
1	4	6	3	2	5
3	5	1	2	4	6

La suma mínima de los casilleros sombreados es: 8

Rpta.: C

6. Un cuadrado mágico aditivo es tal que la suma de los números escritos en cada fila, columna y diagonal es la misma. Las casillas del cuadrado mágico mostrado se completan con números enteros positivos y la suma mágica es 63. Si a, b y c son números impares múltiplos de 7, halle el mayor valor que toma $a + n + x$.

- A) 85
- B) 57
- C) 65
- D) 78
- E) 83

15	a	
	b	n
	c	x

Solución:

Por propiedad: $b = \frac{63}{3} = 21$

$15 + b + x = 63 \rightarrow x = 27$

$a + b + c = 63 \rightarrow a + c = 42 \rightarrow a_{\max} = 35, c = 7$

$\frac{c+n}{2} = 15 \rightarrow n = 23$

Luego: $M = a_{\max} + n + x$

Por tanto, el mayor valor que toma $a + n + x = 35 + 23 + 27 = 85$

Rpta.: A

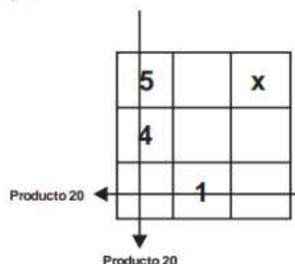
7. Un cuadrado mágico multiplicativo es tal que el producto de los números de cada fila, columna y diagonal sea el mismo. Si las casillas del cuadrado del diagrama se llenan con enteros positivos de modo que se forma un cuadrado mágico multiplicativo, ¿cuál es el valor de x ?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

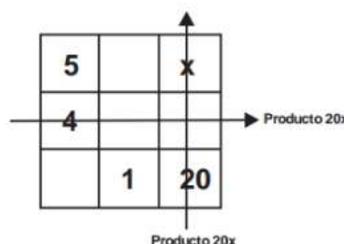
5		x
4		
	1	

Solución:

Del gráfico se observa que el producto debe ser 20 en ambos casos:

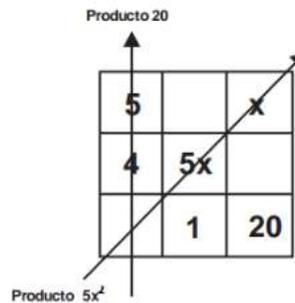


Luego, el número que debe ir en la casilla sombreada es 20. Además:



Luego, el número que debe ir en la casilla es $5x$.

Pero también:



Ambos productos deben ser iguales por condición del problema:

$$5x^2 = 20$$

$$x = 2$$

Rpta.: B

8. Con los números de la sucesión aritmética: 5, 8, 11, 14, 17, ..., 44, 47, 50 se forma el siguiente cuadrado mágico. Si no se repite ningún número, determine el valor de $(m+k)h$.

- A) 320 B) 704
C) 532 D) 512
E) 521

a	47	c	14
m	20	23	e
k	32	35	f
j	11	h	g

Solución:

a	47	c	14
m	20	23	e
k	32	35	f
j	11	h	g

$$\text{cte. magica} = 47 + 20 + 32 + 11 = 110$$

$$\sum f = \sum c = \sum d = 110 = j = 41; a + c = 110 - 61$$

$$a + c = 49 \Rightarrow a = 5; c = 44; g = 50; e + f = 46$$

$$\Rightarrow h = 8, m + k = 64$$

$$(m+k)h = (64)8 = 512$$

5	47	44	14
38	20	23	29
26	32	35	17
41	11	8	50

Rpta.: D

Aritmética

EJERCICIOS DE CLASE

1. Estando cerca el «Concurso de Matemática por equipos», Axel, Pedro, Melissa y Carlos, quienes forman parte del equipo «Los Vencedores» se reunieron para dar un último repaso. Si en la conversación se dieron las siguientes afirmaciones:

- I. Axel: El número $351_{(7)}$ es primo.
- II. Pedro: 748 tiene tres divisores positivos primos.
- III. Melissa: 5 divisores positivos de 84 tienen dos cifras.
- IV. Carlos: La suma de los divisores positivos simples de 7×56^2 es 10.

¿Quién o quiénes están en lo correcto?

- A) Melissa
D) Pedro y Axel
- B) Carlos y Pedro
E) Melissa y Pedro
- C) Axel

Solución:

Axel: $351_{(7)} = 183 = 3 \times 61$ (F)

Pedro: $748 = 2^2 \times 11 \times 17$ (V)

Melissa: $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ los divisores de dos cifras son 12, 14, 21, 28, 42 y 84 (F)

Carlos: $7 \times 56^2 = 2^6 \times 7^3$ luego la suma de divisores simples es $1 + 2 + 7 = 10$ (V)

Rpta.: B

2. De norte a sur y sobre el lado derecho de una avenida de 2464 metros de largo, se desea colocar cámaras de videovigilancia, de modo que la distancia de una cámara a otra sea la misma y un número entero de metros. Si necesariamente debe haber más de dos cámaras, considerando una al inicio y una al final de la avenida, ¿de cuántas maneras distintas se pueden colocar las cámaras?

- A) 24 B) 35 C) 18 D) 14 E) 20

Solución:

Si d = distancia entre cámara y cámara, luego d debe ser un divisor positivo de 3200.

Por lo que $\# \text{maneras} = CD(2464) = CD(2^5 \times 7 \times 11) = 6 \times 2 \times 2 = 24$

Rpta.: A

3. Los padres de familia de los alumnos de la Promoción «Vita Nova» mandaron a confeccionar $(a-2)\bar{b}$ casacas a un precio de $\bar{b}a$ soles cada uno. Si $\bar{a}\bar{b}$ es el menor número con 3 divisores positivos y $\bar{a}b\bar{0}$ tiene 12 divisores positivos, ¿cuánto es el costo por todas las casacas?

- A) 2726 B) 3224 C) 1176 D) 2046 E) 2876

Solución:

casacas = $(a - 2)b$, precio de c/casaca = \overline{ba} soles

Por dato $CD(\overline{ab}) = 3$, $\rightarrow \overline{ab} = p^2$, con p número menor primo (pues \overline{ab} es lo menor posible), además $\overline{ab0} = \overline{ab} \times 10 = \overline{ab} \times 2 \times 5 = p^2 \times 2 \times 5$, por dato $CD(\overline{ab0}) = 12$

Si $p = 2$ o $p = 5$ en cualquiera de los casos $CD(\overline{ab0}) = 8$ no cumple

Por lo que $p \neq 2$ y $p \neq 5$, de este modo $\overline{ab} = 7^2 = 49$ único valor

Por lo tanto, pagarán por todas las casacas = $29 \times 94 = 2726$

Rpta.: A

4. Teresa les pide a sus alumnos que hallen la cantidad de divisores positivos de $M = 70^a \times 91^b$ que sean PESI con 1859; para ello les indica que la cantidad de divisores compuestos de M es 520. Si Pablo, luego de resolver correctamente el problema, observó que dicha cantidad en soles es lo que le falta para comprar el regalo de su mamá cuyo precio es \overline{aba} soles, ¿cuántos soles tiene para comprar dicho regalo?

A) 249

B) 256

C) 236

D) 285

E) 216

Solución:

Notamos que $M = 70^a \times 91^b = (2 \times 5 \times 7)^a \times (7 \times 13)^b = 2^a \times 5^a \times 7^{a+b} \times 13^b$

y como $CD(M) = CD_{\text{simples}}(M) + CD_{\text{compuestos}}(M)$

luego $(a + 1)^2(a + b + 1)(b + 1) = 5 + 520 = 525 = 5^2 \times 3 \times 7$

de este modo $a + 1 = 5 \rightarrow a = 4$, además $4 + b + 1 = 7 \rightarrow b = 2$,

por otro lado, $1859 = 11 \times 13^2$, y $M = 2^4 \times 5^4 \times 7^6 \times 13^2$,

así $CD_{\text{PESI CON } 1859} = (4 + 1)(4 + 1)(6 + 1) = 175$

Por lo tanto, tenía $424 - 175 = 249$

Rpta.: A

5. En cierta avenida de $3^m \times 5^n \times 7^p$, ($m, n, p \in \mathbb{Z}^+$) metros de longitud se desea colocar postes de luz tal que la distancia entre poste y poste sea la misma y tenga un número entero de metros. Existen 8 maneras de instalar los postes de modo que la distancia entre dos postes adyacentes sea un número no múltiplo de 3, además la cantidad de divisores positivos compuestos del número que representa la longitud de la avenida es 20. Si la longitud de dicha avenida es la menor posible, ¿cuántos metros tiene?

A) 2625

B) 1125

C) 7875

D) 3375

E) 5145

Solución:

Sea $N = 3^m \times 5^n \times 7^p$

Por dato $CD_{\text{no mult de } 3}(N) = 8 = 2 \times 4 = (1 + 1) \times (3 + 1)$ además $CD_{\text{comp}}(N) = 20$

luego $(n + 1) \times (p + 1) = 8$ como N debe ser lo menor posible luego $n = 3$ y $p = 1$, de este modo $N = 3^m \times 5^3 \times 7$.

Por otro lado, sabemos que $CD(N) = CD_{\text{simples}}(N) + CD_{\text{comp}}(N)$

Luego, $(m + 1)(4)(2) = 4 + 20$ entonces $m = 2$

Por lo tanto, $N = 3^2 \times 5^3 \times 7 = 7875$ metros = 7,875 kilómetros

Rpta.: C

6. Luego de multiplicar por 6 al número $N = 44 \times 10^n$, Esther observa que la cantidad de divisores positivos aumentó en 64. Si ella determina correctamente la cantidad de divisores cuadrados perfectos de N , ¿qué resultado obtendrá?

A) 2 B) 5 C) 6 D) 4 E) 3

Solución:

$$N = 44 \times 10^n = 11 \times 2^{n+2} \times 5^n \rightarrow CD(N) = 2(n+3)(n+1)$$

$$6N = 2^{n+3} \times 3 \times 5^n \times 11 \rightarrow CD(6N) = (n+4)(2)(n+1)2$$

$$\text{Por dato } 4(n+1)(n+4) - 2(n+1)(n+3) = 64 \rightarrow n = 3$$

$$\Rightarrow N = 11 \times 2^5 \times 5^3 = 11 \times (2^2)^2 \times 2 \times (5^2)^1 \times 5$$

Por lo tanto

$$CD_{\text{cuadrados perfectos}}(N) = (2+1)(1+1) = 6$$

Rpta.: C

7. Fernando debe pagar una deuda en soles equivalente a un número entero de la forma $3^n + 3^{n+1} + 3^{n+2} + 3^{n+3} + 3^{n+4} + 3^{n+5}$, con $n \in \mathbb{Z}^+$, donde dicho número tiene 68 divisores no primos. Si para negociar dicha deuda cuenta con una cantidad en soles equivalente a la suma de divisores positivos de N no múltiplos de 13, ¿cuál es esa cantidad?

A) 20 384 B) 20 047 C) 18 026 D) 22 784 E) 22 152

Solución:

$$N = 3^n + 3^{n+1} + 3^{n+2} + 3^{n+3} + 3^{n+4} + 3^{n+5}$$

$$= 3^n(1 + 3 + 9 + 27 + 81 + 243) = 3^n(364) = 3^n(2^2 \times 7 \times 13)$$

$$\text{Además, se sabe } CD(N) = CD_{\text{primos}}(N) + CD_{\text{no primos}}(N) = 4 + 68 = 72$$

$$\text{Luego, } (n+1)(3)(2)(2) = 72 \rightarrow n = 5, \text{ de este modo}$$

$$N = 3^5 \times 2^2 \times 7 \times 13$$

$$\rightarrow SD_{\neq 13}^o(N) = \frac{3^6-1}{3-1} \times \frac{2^3-1}{2-1} \times \frac{7^2-1}{7-1} = 364 \times 7 \times 24 = 61152$$

Rpta.: A

8. Ricardo viene leyendo un libro cuya cantidad de páginas es el menor número de tres cifras, que tiene doce divisores positivos y además es doce veces la suma de sus cifras aumentado en uno. Si el número de páginas leídas por Ricardo coincide con el producto de cifras de la cantidad de páginas del libro, ¿cuántas páginas le queda por leer?

A) 125 B) 126 C) 127 D) 128 E) 130

Solución:

Sea $N = \overline{abc} = \#$ páginas del libro.

$$\text{Por dato: } \overline{abc} = 12(a+b+c+1) = 2^2 \times 3(a+b+c+1),$$

$$CD(N) = 12 = 2 \times 6 = 3 \times 4 = 2 \times 2 \times 3$$

$$\text{Si } 12 = (5+1)(1+1) \rightarrow \overline{abc} = 2^5 \times 3 = 96 \text{ (No cumple)}$$

$$\text{Si } 12 = (2+1)(3+1) \rightarrow \overline{abc} = 2^2 \times 3^3 = 108 = 12(1+0+8+1) \text{ (No cumple)}$$

$$\text{O } \overline{abc} = 3^2 \times 2^3 = 72 \text{ (No cumple)}$$

$$\text{Si } 12 = 2 \times 2 \times 3 \rightarrow \overline{abc} = 2^2 \times 3 \times 13 = 156 = 12(1+5+6+1) \text{ (cumple)}$$

Así $N = 156$, entonces # páginas leídas $= 1 \times 5 \times 6 = 30$
 Por lo tanto, le queda por leer $156 - 30 = 126$ páginas.

Rpta.: B

9. La cantidad de votantes en las últimas elecciones universitarias es un número que tiene dos divisores primos de un total de 15 divisores positivos cuya suma es 6897. Si la cantidad de votos que obtuvo la lista 2 coincide con el producto de las cifras de la cantidad de votantes, ¿cuál es esa cantidad?

- A) 1458 B) 1984 C) 1014 D) 1446 E) 1544

Solución:

Sea # votantes: $N = p^\alpha \cdot q^\beta$ con p, q números primos (D. C.)

Por dato $CD(N) = 15 = (2 + 1)(4 + 1)$

Luego $N = p^2 \cdot q^4$, de este modo $SD(N) = \frac{p^3-1}{p-1} \times \frac{q^5-1}{q-1} = (p^2 + p + 1)(q^4 + q^3 + q^2 + 1)$

con p, q números primos, de este modo siendo $SD(N) = 6897$ por dato, entonces

$$(p^2 + p + 1)(q^4 + q^3 + q^2 + 1) = 6897 = 3 \times 11^2 \times 19$$

Siendo $p = 7$ se tiene $p^2 + p + 1 = 57 = 3 \times 19$

$q = 3$ se tiene $q^4 + q^3 + q^2 + q + 1 = 121 = 11^2$

De este modo $N = 7^2 \cdot 3^4 = 3969$

Por lo tanto, # votos válidos $= 3(9)(6)(9) = 1458$

Rpta.: A

10. Alberto les pide a sus alumnos que determinen la cantidad de divisores positivos múltiplos de 77 que tiene el número $N = 15! - 6 \times 13!$. Si Romina calculó correctamente, ¿qué respuesta dio?

- A) 1009 B) 1087 C) 1042 D) 1092 E) 1202

Solución:

Del dato $N = 15! - 6 \times 13! = 13!(14 \times 15 - 6) = 13!(204)$

$= 2^{10} \times 3^5 \times 5^2 \times 7 \times 11 \times 13 \times 2^2 \times 3 \times 17 = 77(2^{12} \times 3^6 \times 5^2 \times 13 \times 17)$

Por lo tanto, $CD(N) = (13)(7)(3)(2)(2) = 1092$

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. El precio de un libro original nuevo es $\overline{a5}$ soles y el precio de su copia en soles es igual al numeral primo que resulta de invertir el orden de las cifras del valor del libro original. ¿Cuánto más cuesta el libro original que su copia?

- A) 76 B) 32 C) 36 D) 18 E) 45

Solución:

$$\text{ORIGINAL} = \overline{a5}$$

$$\text{COPIA} = \overline{5a} = \# \text{primo} \Rightarrow p = 53 \text{ o } 59$$

$$\text{Si } p = 59 \Rightarrow \overline{ab} = 95$$

$$\text{DIFERENCIA} = 95 - 59 = 36$$

Rpta.: C

2. Tres hermanos trabajan como meseros en un restaurante muy concurrido. Luego de la primera hora de trabajo, recibieron propinas en efectivo de los clientes, y resultó que son números primos diferentes entre sí. Si juntos tienen 20 soles y uno de ellos tiene 8 soles más que otro, ¿cuál es la mayor cantidad de soles de una de las propinas?

A) 11 B) 13 C) 17 D) 7 E) 5

Solución:

Sean las cantidades: a; b y c, donde $a + b + c = 20$

Entonces uno debe ser par digamos $b = 2$

COMO $a - c = 8$; entonces $a = 13$, $c = 5$

Rpta.: B

3. En una bodega se encuentran almacenados 15 toneles de vino, cada uno con una capacidad de 144 litros. Se desea vender el vino de cada tonel en envases idénticos y llenos con una capacidad entera de litros, sin dejar vino en ninguno de los toneles. Además, se busca utilizar una medida de envase diferente para cada tonel. ¿Cuántos envases necesitará Manuel para realizar esta tarea?

A) 403 B) 544 C) 305 D) 234 E) 425

Solución:

La medida del envase que utilizará para cada tonel será un número de litros que resulta ser divisor de 144, para que no sobre ni falten litros. Como la medida del envase que utilizará tiene que ser diferente para cada tonel, la cantidad total de envases será la suma de todos los divisores de 144.

Sea $144 = 2^4 \cdot 3^2$ capacidad de cada tonel y la cantidad de envases que utilizará, será

$$\text{la suma de todos los divisores de 144, es decir, } \text{Suma de divisores}^+ = \frac{2^5-1}{2-1} \cdot \frac{3^3-1}{3-1} = 403$$

Rpta.: A

4. Marino es un joven ahorrativo que se interesa por las matemáticas. Recientemente se ha propuesto ahorrar una cantidad de dinero igual a la cantidad de números que existen tales que sean menores que 5000 y primos entre sí con dicho número. ¿Cuántos soles se ha propuesto ahorrar Marino?

A) 2000 B) 5200 C) 3300 D) 4820 E) 3940

Solución:

$$N = 5000m^2 \rightarrow N = 2^3 \cdot 5^4$$

$$\varphi(N) = 2^3 \cdot 5^4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} = 2000$$

$$\#(\text{numeros menores que } N \text{ y PESI con } N) = 2000$$

Rpta.: A

5. Andrés desea destinar 200 m² de su chacra al cultivo de legumbres. Si las dimensiones de su chacra superan los 200 metros y además las dimensiones del área rectangular destinada al cultivo deben ser valores enteros en metros, ¿cuántas opciones diferentes tiene para destinar dicha área?

A) 3 B) 6 C) 5 D) 6 E) 8

Solución:

$200 = 2^3 \cdot 5^2$, la cantidad de divisores positivos de $200 = 12$ luego se tendrá 6 formas.

Rpta.: B

6. Lucía tiene en su librería una cantidad de lápices que es un número par. Si dicha cantidad es la menor posible y tiene 18 maneras diferentes de empaquetar todos los lápices en bolsas que tengan la misma cantidad, ¿cuántos lápices tiene Lucía?

A) 344 B) 338 C) 242 D) 252 E) 288

Solución:

Sea N: # de lápices

$$N = 2^\alpha \cdot 3^\beta$$

$$(\alpha + 1)(\beta + 1) = 18 \rightarrow \alpha = 5, \beta = 2$$

$$N = 2^5 \cdot 3^2 \rightarrow N = 288$$

Rpta.: E

7. Rosa tiene un terreno triangular cuyos lados miden en metros 120, 160 y 200. Para cercarlo debe colocar postes en los vértices y, en cada lado, los postes deben estar igualmente espaciados. Si la distancia entre poste y poste está comprendida entre 8 y 20 metros, ¿cuántos postes necesita para cercar dicho terreno?

A) 48 B) 45 C) 42 D) 40 E) 58

Solución:

D = distancia entre postes = divisor común de 120, 160 y 200 = divisor de MCD(120, 160, 200)

D = divisor de 40, $8 < D < 20$, entonces D = 10

Total de postes a usar = $12 + 16 + 20 = 48$

Rpta.: A

8. Andrés percibe un sueldo de S/ 1800 mensuales. Si desea gastarlo todo de todas las formas posibles, una misma cantidad entera de soles en cada caso, ¿cuánto será la suma de todas esas cantidades enteras?

A) 5384 B) 6072 C) 6288 D) 7230 E) 6045

Solución:

$$1800 = 2^3 3^2 5^2 \quad \text{entonces} \quad \#(\text{Divisores}^+) = 36$$

$$\sum \text{divisores positivos de } 1800 = \frac{2^4 - 1}{2 - 1} \cdot \frac{3^3 - 1}{3 - 1} \cdot \frac{5^3 - 1}{5 - 1} = 6045$$

Rpta.: E

9. En una tienda electrónica, el precio de una tablet se representa por un número de tres cifras iguales y con la particularidad de tener exactamente 6 divisores positivos. Henri decide adquirir esta tablet y, aprovechando una promoción especial, obtiene un descuento de 33 soles en su precio. ¿Cuánto dinero pagó Henri por la tablet después del descuento?

A) 250 B) 280 C) 330 D) 300 E) 600

Solución:

N: Precio de la tablet

$$N = \overline{aaa} = 3.37.a \quad \text{como } \#(\text{divisores}^+ \text{ de } N) = 6 \rightarrow a = 3$$

luego $N = 333$, así pagó = 300

Rpta.: D

10. La cantidad de alumnos que asistieron a un seminario en el auditorio de un colegio es un número que tiene 8 divisores positivos de los cuales dos son primos. Si la suma de todos los divisores positivos es 320, determine la suma de las cifras de dicha cantidad.

A) 15 B) 18 C) 13 D) 14 E) 20

Solución:

$$M = P^\alpha \times Q^\beta$$

$$CD(M) = 8 \rightarrow M = P^3 \times Q^1$$

$$320 = SD(M) = (P^3 + P^2 + P + 1) \times (Q + 1) = 40 \times 8 \rightarrow P = 3 \wedge Q = 7$$

$$M = 3^3 \times 7 = 189$$

$$\therefore \text{Suma de cifras} = 18$$

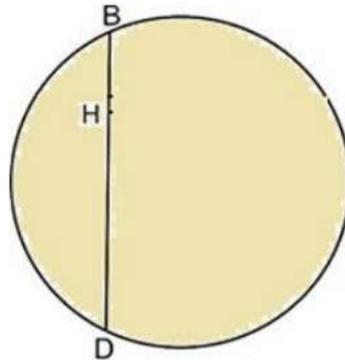
Rpta.: B

Geometría

EJERCICIOS DE CLASE

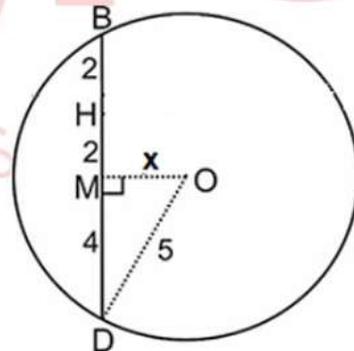
1. Una tabla circular de madera cuyo radio mide 5 pulgadas será cortada siguiendo la línea de corte representada por \overline{BD} así como se muestra en la figura. Si $HD = 3BH = 6$ pulgadas, halle la distancia del centro de la tabla a la línea de corte (B, H y C son colineales).

- A) 2 pulgadas
- B) 2,5 pulgadas
- C) 3 pulgadas
- D) 3,75 pulgadas
- E) 2,75 pulgadas



Solución:

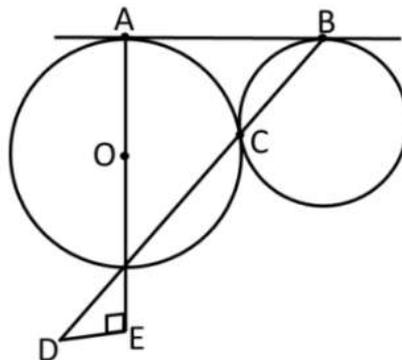
- O: centro
- Trazamos: $OM \perp BD \Rightarrow BM = MD = 4$
- $\triangle OMD$: Notable 37° y 53°
 $\therefore x = 3$ pulgadas



Rpta.: C

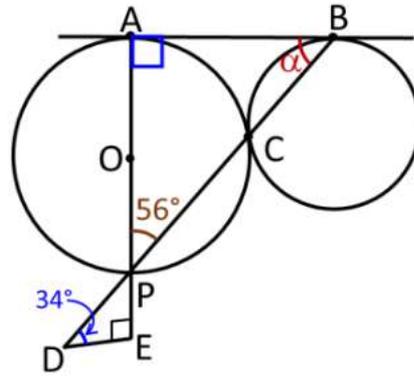
2. En la figura, A, B y C son puntos de tangencia y O es centro. Si $m\widehat{BDE} = 34^\circ$, halle $m\widehat{ABD}$.

- A) 34°
- B) 45°
- C) 40°
- D) 35°
- E) 42°



Solución:

- Teorema: $\overline{OA} \perp \overline{AB}$
- $\triangle DEP$: $m\widehat{DPE} = 56^\circ$
 $\Rightarrow m\widehat{APB} = 56^\circ$
- $\triangle PAB$: $\alpha + 56^\circ = 90^\circ$
 $\therefore \alpha = 34^\circ$



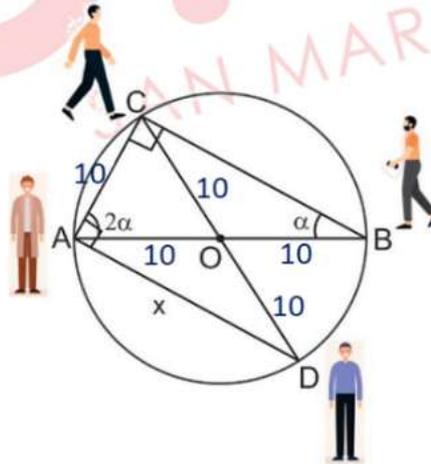
Rpta.: A

3. Sobre una circunferencia dibujada en el piso, hay cuatro amigos: Alberto, Boris, Carlos y Daniel, ubicados en los puntos A, B, C y D respectivamente. Alberto y Boris se encuentran lo más separados posible, Carlos se ubica de tal manera que $m\widehat{CAB} = 2m\widehat{CBA}$. Si Daniel está diametralmente opuesto a Carlos y la distancia entre Alberto y Carlos es 10 m, halle la distancia entre Alberto y Daniel.

- A) $5\sqrt{3}$ m B) $8\sqrt{3}$ m C) $6\sqrt{2}$ m D) $10\sqrt{3}$ m E) $6\sqrt{3}$ m

Solución:

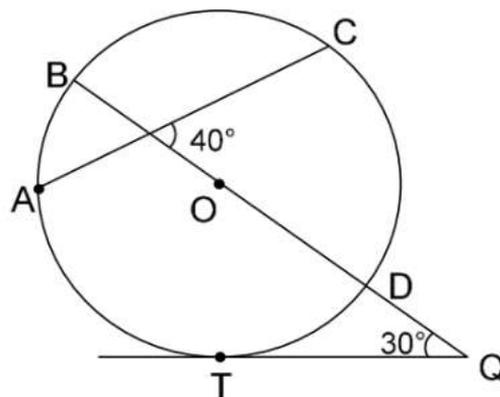
- \overline{AB} y \overline{CD} son diámetros
 $\Rightarrow m\widehat{ACB} = 90^\circ$
- $\triangle ACB$: $2\alpha + \alpha = 90^\circ$
 $\Rightarrow \alpha = 30^\circ$
- $\triangle ACB$: Notable de 30° y 60°
- $AB = 20$
- $\triangle CAD$: Notable de 30° y 60°
 $\therefore AD = x = 10\sqrt{3}$ m



Rpta.: D

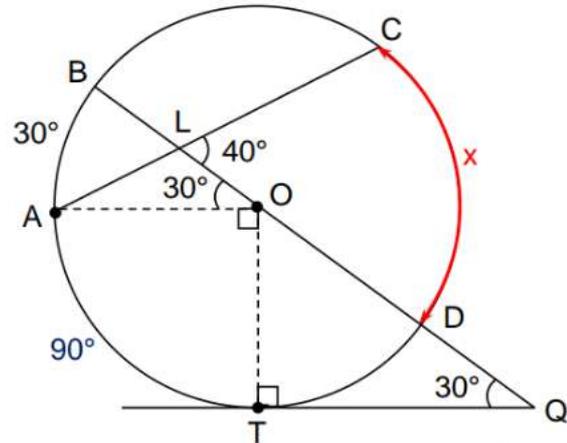
4. En la figura, O es centro y T punto de tangencia. Si $m\widehat{AT} = 90^\circ$, halle $m\widehat{CD}$.

- A) 40°
 B) 60°
 C) 50°
 D) 55°
 E) 45°



Solución:

- Por ángulo central: $m\widehat{AOT} = 90^\circ$
 $\Rightarrow \overline{OA} \parallel \overline{TQ}$
 $\Rightarrow m\widehat{AOB} = 30^\circ$
- \widehat{CLD} : ángulo interior
 $40^\circ = \frac{x + 30^\circ}{2}$
 $\therefore x = 50^\circ$



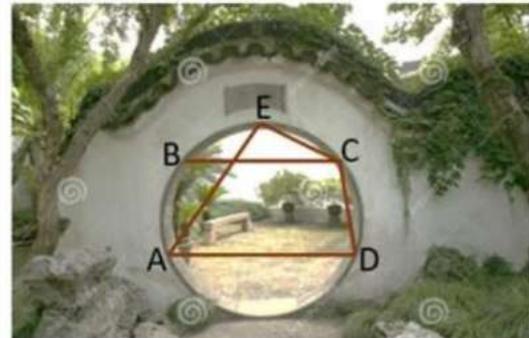
Rpta.: C

5. La figura muestra la entrada de forma circular a un jardín (figura 1). Para su reparación se colocan las tablas de maderas \overline{AE} , \overline{BC} , \overline{AD} , \overline{EC} y \overline{CD} (figura 2), donde $m\widehat{EAD} = 2m\widehat{ECB}$. Si $m\widehat{DC} = m\widehat{BA}$ y $m\widehat{ADC} = 75^\circ$, halle la medida del ángulo formado por las tablas \overline{AE} y \overline{BC} .

Figura 1



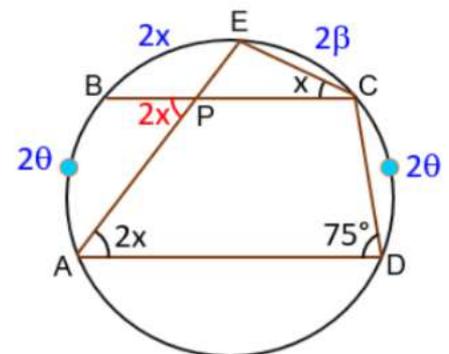
Figura 2



- A) 50° B) 25° C) 20° D) 30° E) 60°

Solución:

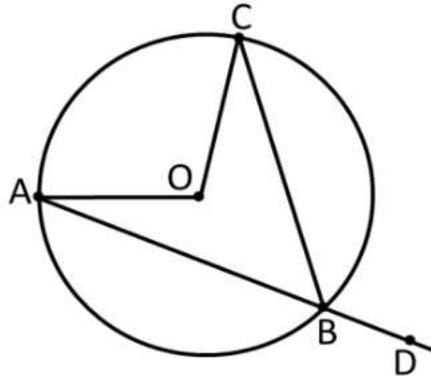
- $m\widehat{DC} = m\widehat{BA} = 2\theta \Rightarrow \overline{BC} \parallel \overline{AD}$
- $m\widehat{APB} = 2x$
- Ángulo inscrito: $m\widehat{EB} = 2x$ y $m\widehat{CEA} = 150^\circ$
- Ángulo interior: $2x = \frac{2\theta + 2\beta}{2} \Rightarrow 2x = \theta + \beta$
- Del gráfico: $2\theta + 2\beta + 2x = 150^\circ$
 $\theta + \beta + x = 75^\circ \Rightarrow 2x + x = 75^\circ$
 $x = 25^\circ$
 $\therefore 2x = 50^\circ$



Rpta.: A

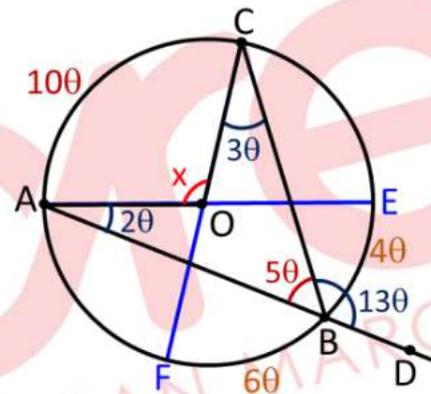
6. En la figura, O es centro, A, B y D son colineales. Si $\frac{m\widehat{OCB}}{3} = \frac{m\widehat{OAB}}{2} = \frac{m\widehat{CBD}}{13}$, halle $m\widehat{AOC}$.

- A) 90°
- B) 80°
- C) 70°
- D) 75°
- E) 100°



Solución:

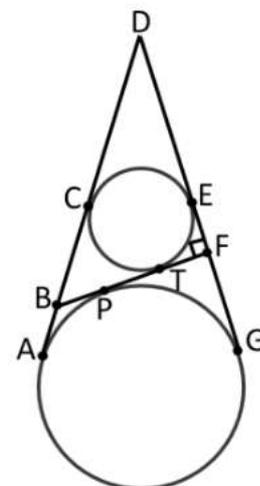
- Prolongamos: \overline{AO} y \overline{CO}
- Por ángulo interior: $m\widehat{BE} = 4\theta$
y $m\widehat{FB} = 6\theta$
- De la figura: $m\widehat{AC} = m\widehat{FE} = 10\theta$
- En B: $5\theta + 13\theta = 180^\circ \Rightarrow \theta = 10^\circ$
 $\therefore x = 10\theta = 100^\circ$



Rpta.: E

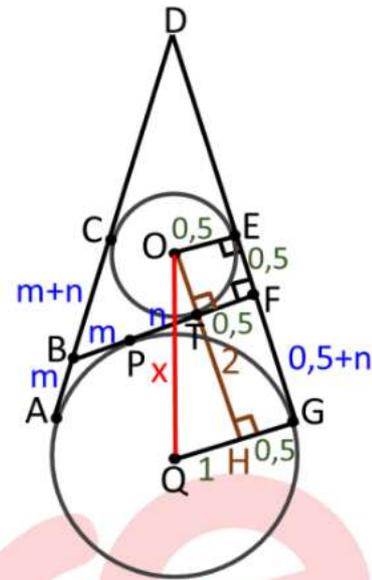
7. En la figura se muestra la estructura de un arete compuesto por dos aros circulares cuyos radios miden 0,5 cm y 1,5 cm respectivamente, y tres alambres de oro \overline{AD} , \overline{DG} y \overline{BF} , soldados en los puntos A, C, E, G, P y T. Si $BF = 2$ cm y 1 cm de alambre de oro cuesta S/ 100. ¿Cuánto costará colocar otro alambre de oro que unirá los centros de dichos aros? (Considerar $\sqrt{5} = 2,24$)

- A) S/ 220
- B) S/ 224
- C) S/ 230
- D) S/ 245
- E) S/ 210



Solución:

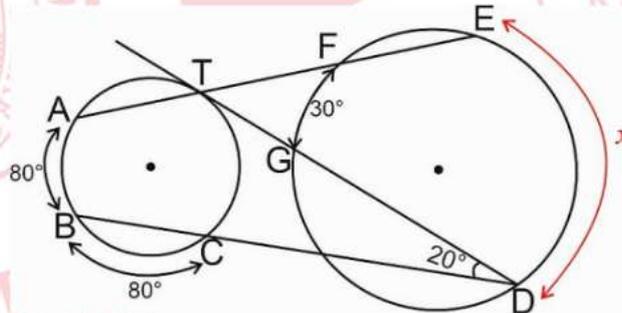
- $\overline{OT} \perp \overline{BF} \Rightarrow TF = 0,5$ y $HG = 0,5$
- Propiedad:
 $CA = EG \Rightarrow 2m + n = 0,5 + 0,5 + n$
 $\Rightarrow m = 0,5$
- Dato: $BF = 2$
 $\Rightarrow 0,5 + n + 0,5 = 2 \Rightarrow n = 1$
 Luego: $OH = EG = 2$
- $\triangle OHQ$: notable de $53^\circ/2 \Rightarrow x = \sqrt{5}$
 $1 \text{ cm} \rightarrow S/ 100$
 $\sqrt{5} = 2,24 \text{ cm} \rightarrow S/ 224$
 Costará S/ 224 colocar otro alambre de oro.



Rpta.: B

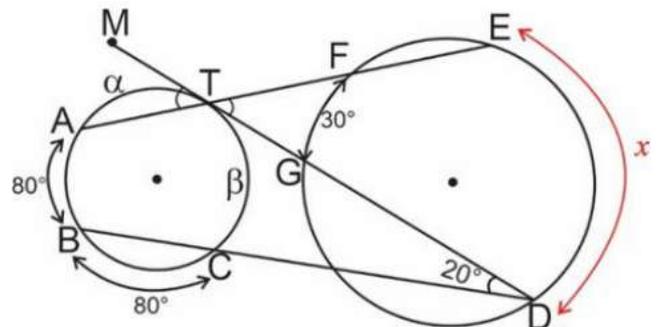
8. En la figura, T es punto de tangencia. Halle x.

- A) 116°
- B) 115°
- C) 112°
- D) 105°
- E) 110°



Solución:

- De la figura: $\alpha + \beta = 200^\circ \dots (*)$
- Ángulo exterior: $20^\circ = \frac{(80^\circ + \alpha) - \beta}{2}$
 $\Rightarrow \beta - \alpha = 40^\circ \dots (**)$
- De (*) y (**): $\alpha = 80^\circ$ y $\beta = 120^\circ$
- Ángulo semiinscrita:
 $m\widehat{ETD} = m\widehat{ATM} = 40^\circ$



- Ángulo exterior:

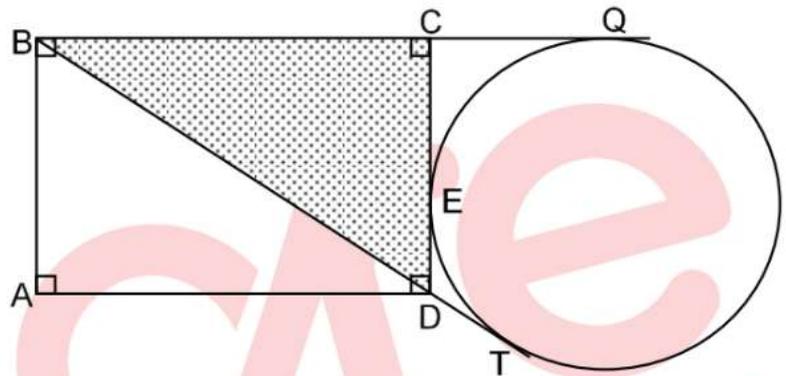
$$40^\circ = \frac{x - 30^\circ}{2}$$

$$\therefore x = 110^\circ$$

Rpta.: E

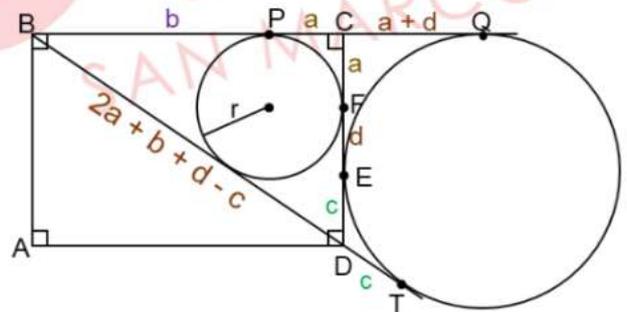
9. En la figura, se desea construir un pozo de base circular de mayor radio posible en la región sombreada. Si E, Q y T son puntos de tangencia, halle la razón entre la longitud del radio de dicho pozo y DT.

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1
 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{2}$
 E) $\frac{1}{4}$



Solución:

- Teorema de las tangentes:
 $DE = DT, CE = CQ, BQ = BT$
 $\Rightarrow BD = 2a + b + d - c$
- $\triangle BCD$: teorema de Poncelet
 $b + 2a + d + c = 2a + b + d - c + 2r$
 $\Rightarrow r = c$
 $\therefore \frac{r}{DT} = 1$



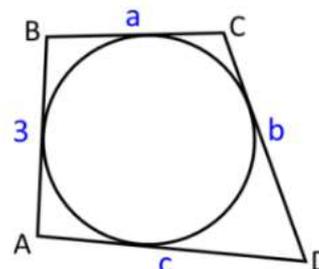
Rpta.: B

10. El perímetro de un cuadrilátero ABCD circunscrito a una circunferencia es 16 m y $AB = 3$ m. Halle CD.

- A) 4 m B) 5 m C) 6 m D) 7 m E) 8 m

Solución:

- Dato: $2p_{ABCD} = 16$
 $\Rightarrow a + b + c + 3 = 16$
 $\Rightarrow a + b + c = 13 \quad \dots(1)$

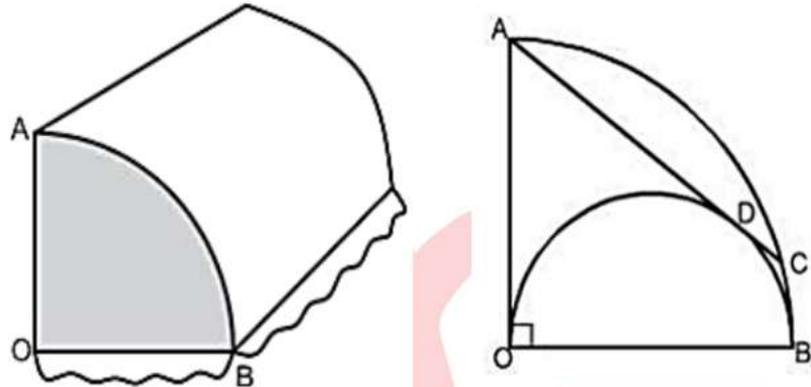


- T. de Pitot: $3 + b = a + c \dots(2)$
- De (1) y (2): $1 + b + b = 11$
 $\therefore b = 5 \text{ m}$

Rpta.: B

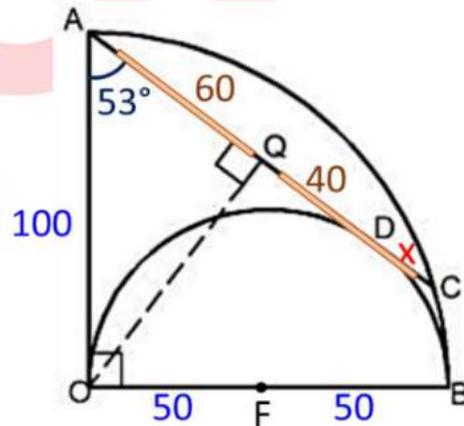
11. En la figura, se muestra un toldo cuyo perfil es un cuadrante AOB, sostenido por una varilla AC tangente en D y una semicircunferencia de diámetro OB. Si $AO = 100 \text{ cm}$, halle DC.

- A) 20 cm
- B) 30 cm
- C) 15 cm
- D) 18 cm
- E) 25 cm



Solución:

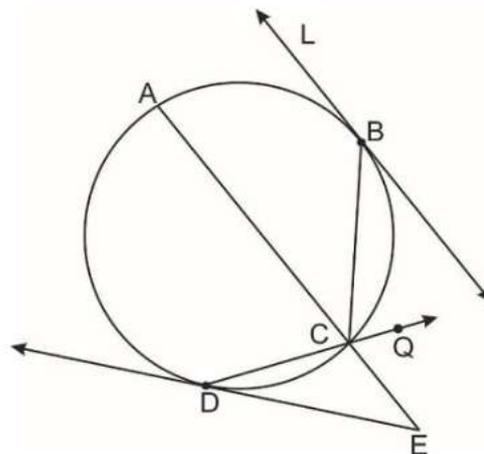
- $\triangle AOQ$: notable de 53°
 $\Rightarrow AQ = 60$
- Teorema de las tangentes:
 $OA = AD \Rightarrow QD = 40$
- $OQ \perp AC$:
 $\Rightarrow AQ = QC \Rightarrow 40 + x = 60$
 $\therefore x = 20 \text{ cm}$



Rpta.: A

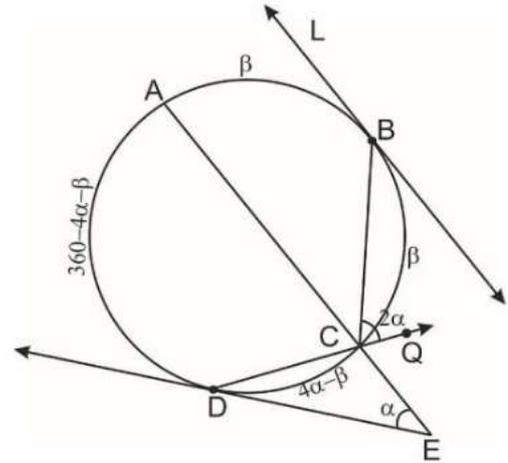
12. En la figura, B y D son puntos de tangencia y $L \parallel AC$. Si $m\widehat{BCQ} = 2m\widehat{DEC}$, halle $m\widehat{DEC}$.

- A) 38°
- B) 36°
- C) 40°
- D) 42°
- E) 44°



Solución:

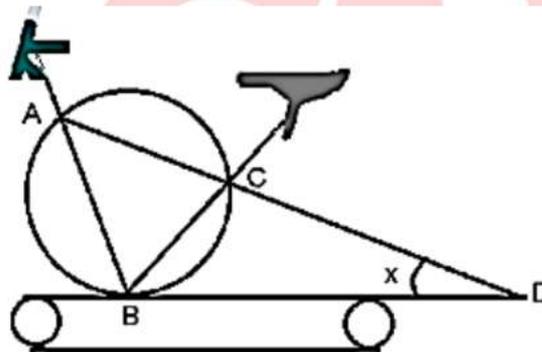
- $L \parallel \overline{AC} \Rightarrow m\widehat{AB} = m\widehat{BC}$
- Ángulo exinscrito: $m\widehat{DCB} = 4\alpha$
- $m\widehat{AD} = 360^\circ - 4\alpha - \beta$
- Ángulo exterior: $\alpha = \frac{360^\circ - 4\alpha - \beta - (4\alpha - \beta)}{2}$
 $\therefore \alpha = 36^\circ$



Rpta.: B

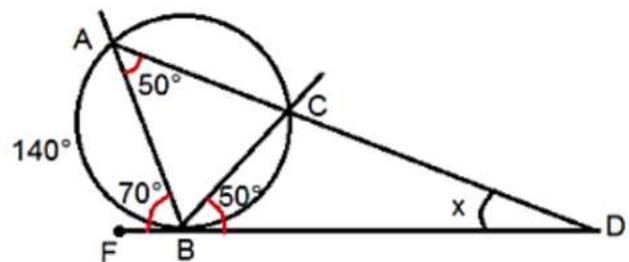
13. En la figura, se muestra la estructura de una bicicleta estática y las barras deben ser soldadas de tal manera que B sea punto de tangencia. Si $m\widehat{AB} = 140^\circ$ y $m\widehat{CBD} = 50^\circ$, halle x.

- A) 30°
- B) 15°
- C) 10°
- D) 25°
- E) 20°



Solución:

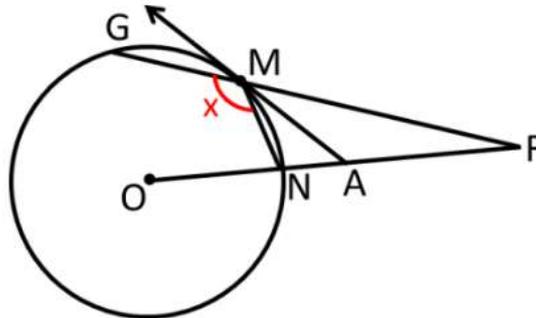
- Ángulo semiinscrito:
 $m\widehat{ABF} = 70^\circ$
 y $m\widehat{BC} = 100^\circ \Rightarrow m\widehat{BAC} = 50^\circ$
- $\triangle ABD$: Ángulo exterior
 $70^\circ = x + 50^\circ$
 $\therefore x = 20^\circ$



Rpta.: E

14. En la figura, O es centro de la circunferencia y M es punto de tangencia. Si $AM = AF$, halle x.

- A) 125°
- B) 130°
- C) 120°
- D) 135°
- E) 115°



Solución:

- De la figura:

$$x + \alpha + \theta = 180^\circ \dots(1)$$

- Ángulo inscrito: $m\widehat{GTN} = 2x$

y \overline{NT} : Diámetro

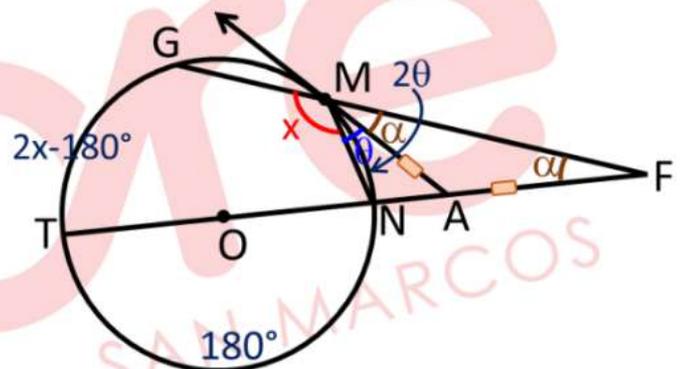
$$\Rightarrow m\widehat{TG} = 2x - 180^\circ$$

- Ángulo exterior: $\alpha = \frac{(2x - 180^\circ) - 2\theta}{2}$

$$\Rightarrow \alpha + \theta = x - 90^\circ \dots(2)$$

- De (1) y (2): $x + x - 90^\circ = 180^\circ$

$$\therefore x = 135^\circ$$

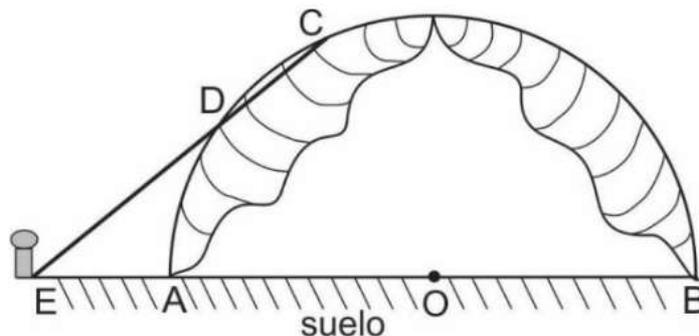


Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

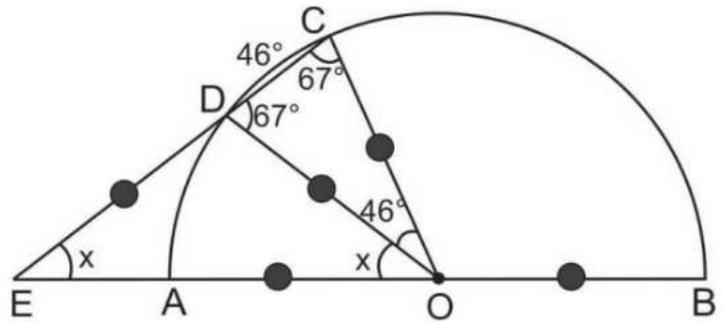
1. En la figura se muestra la entrada de una carpa semicircular de diámetro \overline{AB} , la cual está sostenida por una cuerda tensada \overline{EC} . Si $DE = OB = OA$ y $m\widehat{CD} = 46^\circ$, halle la medida del ángulo que forma la cuerda \overline{EC} con el suelo.

- A) $33,5^\circ$
- B) 35°
- C) $34,5^\circ$
- D) 42°
- E) 40°



Solución:

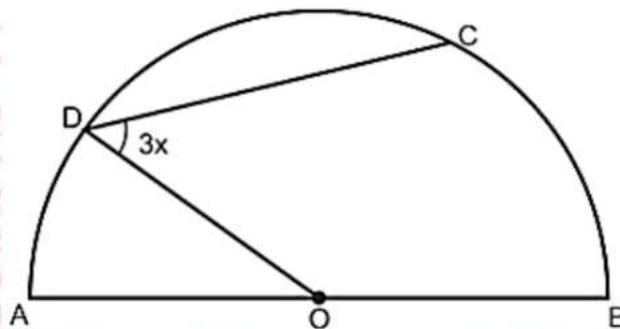
- Trazar \overline{OD} y $\overline{OC} \Rightarrow OD = OC$
- Ángulo central: $m\widehat{DOC} = 46^\circ$
- $\triangle EDO$ isósceles:
 $\Rightarrow m\widehat{DOE} = x$
- $\triangle EDO$: $2x = 67^\circ$
 $\therefore x = 33,5^\circ$



Rpta.: A

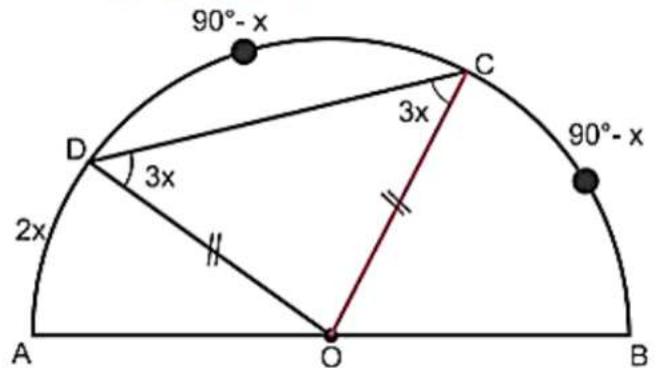
2. En la figura, O es punto medio del diámetro \overline{AB} . Si $m\widehat{BC} = m\widehat{CD}$ y $m\widehat{AD} = 2x$, halle x.

- A) 25°
- B) 20°
- C) 15°
- D) 18°
- E) 10°



Solución:

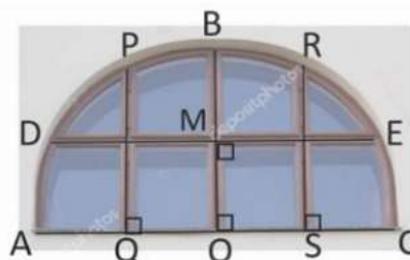
- Trazar \overline{OC}
 $\Rightarrow OD = DC \Rightarrow m\widehat{DCO} = 3x$
- Ángulo central: $m\widehat{DOC} = 90^\circ - x$
- $\triangle DOC$: $90^\circ - x + 6x = 180^\circ$
 $\therefore x = 18^\circ$



Rpta.: D

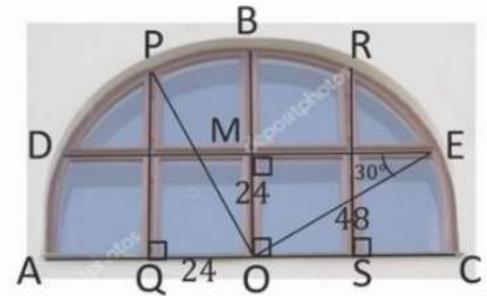
3. En la figura se observa una ventana cuyo borde tiene la forma de una semicircunferencia de diámetro \overline{AC} y centro O. Si $BM = MO$, $AC = 96$ cm, Q y S son puntos medios de \overline{AO} y \overline{OC} , respectivamente, halle la suma de las longitudes de las varillas \overline{DE} y \overline{PQ} .

- A) $72\sqrt{3}$ cm
- B) $64\sqrt{3}$ cm
- C) $80\sqrt{3}$ cm
- D) $48\sqrt{6}$ cm
- E) $64\sqrt{6}$ cm



Solución:

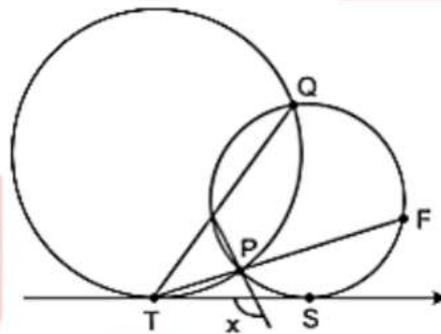
- \overline{OE} : radio $\Rightarrow OE = OP = 48$
- $AQ = QO = MO = 24$
- $\triangle OME$: Notable 30° y $60^\circ \Rightarrow ME = 24\sqrt{3}$
- $\overline{OM} \perp \overline{DE} \Rightarrow DM = ME = 24\sqrt{3}$
- $\triangle PQO \cong \triangle EMO \Rightarrow PQ = ME = 24\sqrt{3}$
 $\therefore DE + PQ = 72\sqrt{3}$ cm



Rpta.: A

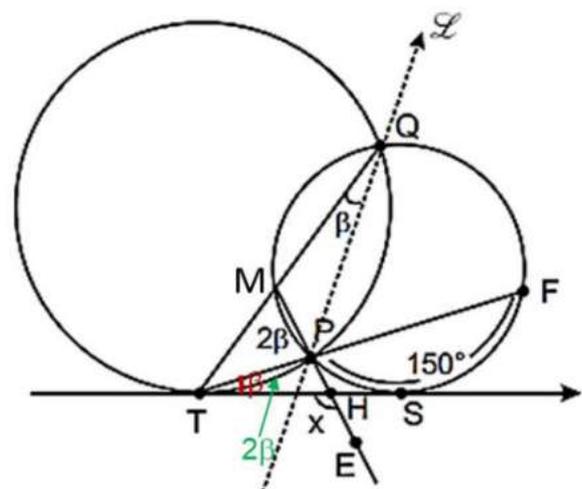
4. En la figura, T y S son puntos de tangencia y $m\widehat{PSF} = 150^\circ$. Halle x.

- A) 105°
- B) 100°
- C) 110°
- D) 115°
- E) 108°



Solución:

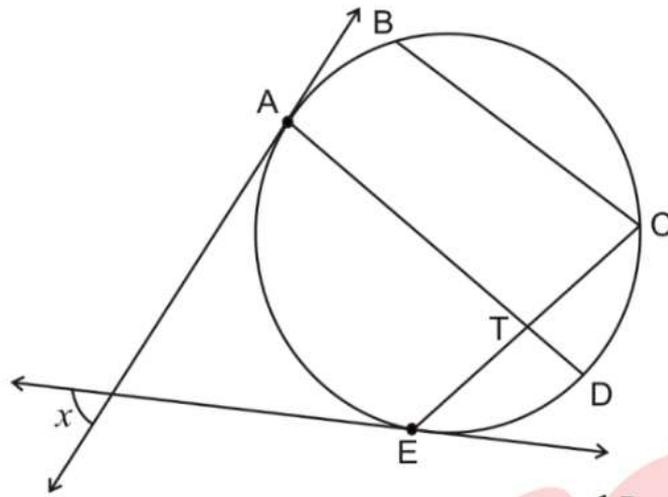
- \widehat{MPQ} : ángulo inscrito
 $\Rightarrow m\widehat{MP} = 2\beta$ y $m\widehat{PT} = 2\beta$
- Ángulo semiinscrito: $m\widehat{PTS} = \beta$
- Ángulo exinscrito: $m\widehat{EPF} = \frac{2\beta + 150^\circ}{2}$
 $\Rightarrow m\widehat{EPF} = \beta + 75^\circ$
- $\triangle PTH$: suma de ángulos exteriores
 $180^\circ - \beta + \beta + 75^\circ + x = 360^\circ$
 $\therefore x = 105^\circ$



Rpta.: A

5. En la figura, A y E son puntos de tangencia. Si $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$, $2m\widehat{AE} = 3m\widehat{AB}$ y $m\widehat{ETD} = 95^\circ$, halle x.

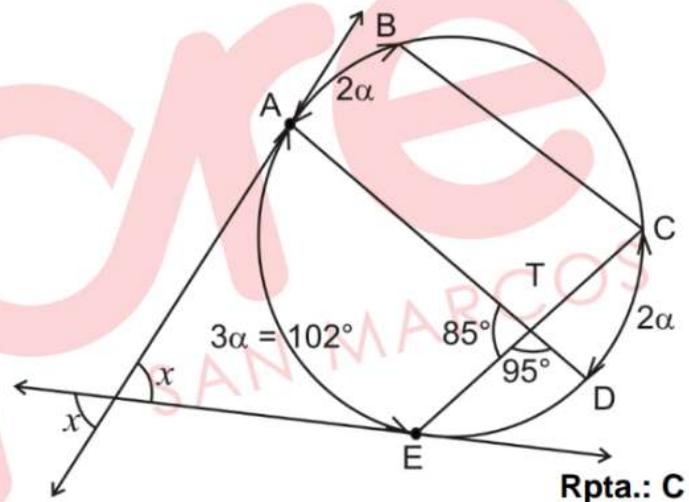
- A) 64°
- B) 75°
- C) 78°
- D) 65°
- E) 74°



Solución:

- $\overline{BC} \parallel \overline{AD} \Rightarrow m\widehat{AB} = m\widehat{CD} = 2\alpha$
- \widehat{ATE} ángulo interior:

$$85^\circ = \frac{2\alpha + 3\alpha}{2} \Rightarrow \alpha = 34^\circ$$
- Entonces: $m\widehat{AE} = 3\alpha = 102^\circ$
- Luego: $x + 102^\circ = 180^\circ$
 $\therefore x = 78^\circ$



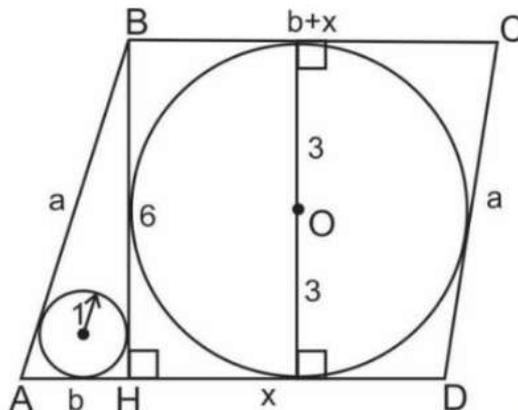
Rpta.: C

6. En un romboide ABCD se traza la altura \overline{BH} (H en \overline{AD}). Si la longitud del inradio del triángulo AHB es 1 cm y el cuadrilátero HBCD es circunscriptible a una circunferencia cuyo radio mide 3 cm, halle HD.

- A) 5 cm B) 3 cm C) 4 cm D) 6 cm E) 2 cm

Solución:

- $\triangle AHB$: Teorema de Poncelet
 $\Rightarrow 6 + b = a + 2(1)$
 $\Rightarrow a = b + 4 \dots (1)$
- HBCD: Teorema de Pitot
 $\Rightarrow 6 + a = b + 2x \dots (2)$
- De (1) y (2):
 $6 + b + 4 = b + 2x$
 $\therefore x = 5 \text{ cm}$



Rpta.: A

Álgebra

EJERCICIOS DE CLASE

1. Sea «a» un número real positivo. Si la media aritmética de los números « a^{2x} » y « a^{2y} » es 13,5 y su media geométrica 11, determine la suma de cifras del valor de $(a^x + a^y)^3$.
- A) 8 B) 13 C) 10 D) 18 E) 9

Solución:

I) Del dato: $MA = \frac{a^{2x} + a^{2y}}{2} = 13,5 \Rightarrow a^{2x} + a^{2y} = 27$

II) $MG = \sqrt{a^{2x} a^{2y}} = 11 \Rightarrow a^x a^y = 11 \Rightarrow 2a^x a^y = 22$

De I) y II) $a^{2x} + a^{2y} + 2a^x a^y = 27 + 22 \Rightarrow (a^x + a^y)^2 = 49$

Además por ser $a > 0 \Rightarrow a^x + a^y = 7 \Rightarrow (a^x + a^y)^3 = 7^3 = 343$

\therefore La suma de cifras es: 10.

Rpta.: C

2. Las expresiones $[10(x+1)(x+2)(x+4)(x+5)]$ y $(-x+2)(x+8)$ representan respectivamente las cantidades de dinero, en soles, que tiene Noelia y el costo de un cuaderno. Si se cumple que $(x+3)^2 = 10$, determine cuánto dinero le queda a Noelia si compra 2 cuadernos.
- A) 510 soles B) 540 soles C) 525 soles
D) 565 soles E) 625 soles

Solución:

I) Sea N el dinero que tiene Noelia

$$N = 10(x+1)(x+2)(x+4)(x+5) = 10[(x+1)(x+5)][(x+2)(x+4)] \\ = 10[x^2 + 6x + 5][x^2 + 6x + 8]$$

II) Como

$$(x+3)^2 = 10 \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = 10 \Rightarrow x^2 + 6x = 1$$

$$\text{Luego } N = 10[1+5][1+8] = 540$$

III) Costo de un cuaderno es: $(-x+2)(x+8) = -x^2 - 6x + 16 = -1 + 16 = 15$ soles

\therefore Le queda $540 - 2(15) = 510$ soles.

Rpta.: A

3. Las carpetas son individuales en las aulas A, B, C y D del quinto grado de una institución educativa, y están ordenadas en filas y columnas. Las aulas A, B, C y D disponen de m , n , p y $(m+n+p)$ filas y n , p , m y $(m+n+p)$ columnas respectivamente. Si el total de carpetas del aula D es el triple del total de carpetas A, B y C juntas, afirme lo correcto:
- I. A, B y C tienen la misma cantidad de carpetas.
 - II. A y B juntas tienen la misma cantidad de carpetas que C.
 - III. A tiene el doble de carpetas de lo que tiene B.
- A) Solo I B) I y II C) Solo III D) Solo II E) II y III

Solución:

Total de carpetas :

En el aula A = mn

En el aula B = np

En el aula C = pm

II) Por dato $(m+n+p)^2 = 3(mn+np+mp)$

$$\Rightarrow m^2 + n^2 + p^2 + 2(mn+np+mp) = 3(mn+np+mp) \Rightarrow m^2 + n^2 + p^2 = mn+np+mp$$

$$\Rightarrow m = n = p$$

\therefore A, B y C tienen la misma cantidad de carpetas.

Rpta.: A

4. Clara vive en el Callao con sus «n» hijos y uno de ellos se irá a vivir al extranjero ya que obtuvo una beca para estudiar. Determine el número de hijos que se quedará a vivir con Clara, si se sabe que $\left(\frac{x^5}{y} - \frac{y^5}{x}\right)\left(\frac{xy}{x^2 - y^2}\right) - 3x^2y^2 = 0$ y $n = \frac{7x - 2y}{3x}$.
- A) 3 B) 4 C) 1 D) 5 E) 2

Solución:

I) Por dato: $\left(\frac{x^5}{y} - \frac{y^5}{x}\right)\left(\frac{xy}{x^2 - y^2}\right) - 3x^2y^2 = 0$

$$\Rightarrow \left(\frac{x^6 - y^6}{xy}\right)\left(\frac{xy}{x^2 - y^2}\right) - 3x^2y^2 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^6 - y^6}{x^2 - y^2} - 3x^2y^2 = 0 \Rightarrow \frac{(x^2)^3 - (y^2)^3}{x^2 - y^2} - 3x^2y^2 = 0$$

Sabemos que: $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

$$\Rightarrow \frac{(x^2 - y^2)(x^4 + x^2y^2 + y^4)}{x^2 - y^2} - 3x^2y^2 = 0$$

$$\Rightarrow x^4 - 2x^2y^2 + y^4 = 0 \Rightarrow (x^2 - y^2)^2 = 0 \Rightarrow x^2 = y^2 \Rightarrow x = y \vee x = -y$$

II) • Si $x = y \Rightarrow n = \frac{7x - 2(x)}{3x} \Rightarrow n = \frac{7x - 2x}{3x} = \frac{5}{3}$

• Si $x = -y \Rightarrow n = \frac{7x - 2(-x)}{3x} = \frac{7x + 2x}{3x} = 3$

\Rightarrow Clara tiene 3 hijos

\therefore El número de hijos que se quedará a vivir con Clara es 2.

Rpta.: E

5. Josué compra tres pelotas de formas esféricas de $(m^2 + n)$, $(m^2 - n)$ y $3\sqrt[3]{m^4 + 3n^2}$ cm de radio. Si el volumen de la tercera pelota es la suma de los volúmenes de las dos primeras, determine el perímetro de un cuadrado cuyo lado mide « m^2 » cm.

- A) 81 cm B) 3 cm C) 54 cm D) 27 cm E) 12 cm

Solución:

I. De los datos se obtiene:

Volumen primera esfera: $\frac{4}{3}\pi(m^2 + n)^3$

volumen segunda esfera: $\frac{4}{3}\pi(m^2 - n)^3$

volumen tercera esfera: $\frac{4}{3}\pi\left(3\sqrt[3]{m^4 + 3n^2}\right)^3$

II. Además

$$\frac{4}{3}\pi(m^2 + n)^3 + \frac{4}{3}\pi(m^2 - n)^3 = \frac{4}{3}\pi\left(3\sqrt[3]{m^4 + 3n^2}\right)^3$$

$$\Rightarrow \underbrace{(m^2 + n)^3 + (m^2 - n)^3}_{2m^2(m^4 + 3n^2)} = \left(3\sqrt[3]{m^4 + 3n^2}\right)^3$$

$$\Rightarrow 2m^2(m^4 + 3n^2) = 27(m^4 + 3n^2)$$

$$\Rightarrow 2m^2 = 27 \Rightarrow 4m^2 = 54$$

∴ El perímetro del cuadrado es de 54 cm.

Rpta.: C

6. Si por la compra de $[(2-x)(2-y)(2-z)]$ artículos se gastó $[(x+y-2z)^3 + (y+z-2x)^3 + (x+z-2y)^3]$ soles, ¿cuánto se gastará si se compra 10 artículos, sabiendo que $x+y+z=6$?

A) 800 soles B) 854 soles C) 810 soles D) 835 soles E) 845 soles

Solución:

I) Si $x+y+z=6$ obtenemos:

- $x+y=6-z$
- $x+z=6-y$
- $y+z=6-x$

II) Precio de cada artículo es:

$$\frac{[(x+y-2z)^3 + (y+z-2x)^3 + (x+z-2y)^3]}{[(2-x)(2-y)(2-z)]}$$

$$= \frac{[(6-z-2z)^3 + (6-x-2x)^3 + (6-y-2y)^3]}{[(2-x)(2-y)(2-z)]} = \frac{27[(2-z)^3 + (2-x)^3 + (2-y)^3]}{[(2-x)(2-y)(2-z)]}$$

Como $x+y+z=6 \Rightarrow (2-x)+(2-y)+(2-z)=0$

Precio de cada artículo es: $\frac{27[3(2-x)(2-y)(2-z)]}{[(2-x)(2-y)(2-z)]} = 81$

∴ En la compra de 10 artículos se gastará 810 soles

Rpta.: C

7. El perímetro de un rectángulo de largo «L» metros y ancho «A» metros, es de 24 metros. Si al largo se le disminuye 3 metros y al ancho 4 metros, su área será 4 m^2 , determine la suma de los volúmenes de dos cubos cuyos lados miden $(L-3)$ y $(A-4)$ cm.

A) 32 cm^2 B) 50 cm^2 C) 16 cm^2 D) 65 cm^2 E) 60 cm^2

Solución:

I) Perímetro = 24 m $\Rightarrow 2(A + L) = 24 \Rightarrow A + L = 12$

II) Si al largo se le disminuye 3 metros y al ancho 4 metros entonces :

Área = 4 m² $\Rightarrow (L - 3)(A - 4) = 4$

III) Además $(A - 4) + (L - 3) + (-5) = 0$

Luego por identidades condicionales se tiene :

$$(A - 4)^3 + (L - 3)^3 + (-5)^3 = 3(A - 4)(L - 3)(-5)$$

$$\Rightarrow (A - 4)^3 + (L - 3)^3 = -15(A - 4)(L - 3) + 125 = -15(4) + 125$$

$$\Rightarrow (A - 4)^3 + (L - 3)^3 = 65$$

\therefore La suma de los volúmenes de dos cubos solicitados es: 65 cm²

Rpta.: D

8. Sean x, y y $z \in \mathbb{R}^+$. Si se verifica la condición $(xy + xz + yz)^2 = 4xyz(x + y)$, calcule

el valor de $M = \frac{x^3y^3 - x^3z^3 - y^3z^3}{(x+y)^2 z^4}$.

A) 6

B) $\frac{1}{3}$

C) 1

D) 3

E) 2

Solución:

I) $(xy + xz + yz)^2 = 4xyz(x + y)$

$$\Rightarrow (xy)^2 + (xz)^2 + (yz)^2 + 2(xy)(xz) + 2(xy)(yz) + 2(xz)(yz) = 4(xy)(xz) + 4(xy)(yz)$$

$$\Rightarrow (xy)^2 + (xz)^2 + (yz)^2 - 2(xy)(xz) - 2(xy)(yz) + 2(xz)(yz) = 0$$

$$\Rightarrow (xz + yz - xy)^2 = 0 \Rightarrow xz + yz - xy = 0$$

II) Como $xz + yz - xy = 0$

- $xy = xz + yz \Rightarrow xy = z(x + y)$

- $(xz)^3 + (yz)^3 + (-xy)^3 = 3(xz)(yz)(-xy)$

$$\Rightarrow x^3y^3 - x^3z^3 - y^3z^3 = 3(xy)(xz)(yz)$$

$$\text{III) } M = \frac{x^3y^3 - x^3z^3 - y^3z^3}{(x+y)^2 z^4} = \frac{3(xy)(xz)(yz)}{[(x+y)^2 z^2] z^2} = \frac{3(xy)(xz)(yz)}{[(xy)^2] z^2} = 3$$

$\therefore M = 3$

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En la figura, se muestra una piscina de base rectangular cuyos lados miden $2x^4$ m y $\frac{1}{y^4}$ m.



Calcule el área de la base de la piscina, sabiendo que $\left(\frac{x}{2y} + \frac{2y}{x}\right) = 2$.

- A) 256 m^2 B) 64 m^2 C) 56 m^2 D) 32 m^2 E) 66 m^2

Solución:

$$I) \frac{x}{2y} + \frac{2y}{x} = 2 \Rightarrow \frac{x^2 + 4y^2}{2xy} = 2 \Rightarrow x^2 + 4y^2 - 4xy = 0 \Rightarrow (x - 2y)^2 = 0 \Rightarrow x = 2y$$

II) Luego

$$(2x^4) \left(\frac{1}{y^4}\right) = \frac{2x^4}{y^4} = \frac{2(2y)^4}{y^4} = 32$$

∴ El área de la base de la piscina será 32 cm^2 .

Rpta.: D

2. Reducir $M = 4x^3 + (x^3 + y^2)^2 + (x^3 - y^2)^2 + 2(x^3 + y^2)(x^3 - y^2) + 1$

- A) $(2x^3 + 1)^2$ B) $(x^3 + 2)^2$ C) $4x^6$ D) $(2x^2 + 1)^3$ E) $(2x^3 + 1)$

Solución:

$$M = 4x^3 + \underbrace{(x^3 + y^2)^2 + (x^3 - y^2)^2}_{\text{Legendre}} + \underbrace{2(x^3 + y^2)(x^3 - y^2)}_{\text{diferencia de cuadrados}} + 1 = 4x^3 + 2x^6 + 2y^4 + 2(x^6 - y^4) + 1$$

$$= 4x^3 + 2x^6 + 2y^4 + 2x^6 - 2y^4 + 1 = 4x^6 + 4x^3 + 1 = (2x^3 + 1)^2$$

Rpta.: A

3. Juan viaja en su auto y debe recorrer una distancia de $\left[\frac{8(a+b+c)^3}{(a+b)(a+c)(b+c)} \right]$ km; si ya ha recorrido $\left[\frac{18(a+b-c)(a+c-b)(b+c-a)}{abc} \right]$ km y sabiendo que a, b y $c \in \mathbb{R} - \{0\}$ y $(a+b+c)^2 = 3(ab+ac+bc)$, ¿cuántos kilómetros le falta a recorrer a Juan?
- A) 9 km B) 12 km C) 16 km D) 18 km E) 6 km

Solución:

I) $(a+b+c)^2 = 3(ab+ac+bc) \Rightarrow a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac = 3ab+3ac+3bc$
 $\Rightarrow a^2+b^2+c^2 = ab+ac+bc \Rightarrow a = b = c$

II) $\left[\frac{8(a+b+c)^3}{(a+b)(a+c)(b+c)} \right] = \left[\frac{8(a+a+a)^3}{(a+a)(a+a)(a+a)} \right] = \left[\frac{8(27a^3)}{(2a)(2a)(2a)} \right] = 27$

Debe recorrer una distancia de 27 km

III) $\left[\frac{18(a+b-c)(a+c-b)(b+c-a)}{abc} \right] = \left[\frac{18(a+a-a)(a+a-a)(a+a-a)}{aaa} \right] = \left[\frac{18(a^3)}{a^3} \right] = 18$

Juan ya ha recorrido 18 km

Por tanto, Juan le falta por recorrer 9 km.

Rpta.: A

4. Si $2b(a+3c) = -3ac$ y $2b+3c = 5-a$, entonces el valor de: $\frac{a^2+4b^2}{25-c^2}$ es:
- A) 3 B) 2 C) 1 D) 5 E) 0

Solución:

I) Tenemos por dato que: $2b+3c = 5-a \Rightarrow a+2b+3c = 5$

Elevando al cuadrado se tiene:

$$a^2 + (2b)^2 + (3c)^2 + 2(a(2b) + (2b)(3c) + a(3c)) = 25$$

$$\Rightarrow a^2 + 4b^2 + 9c^2 + 2(2ab+6bc+3ac) = 25$$

Además: $2b(a+3c) = -3ac \Rightarrow 2ab+6bc+3ac = 0$

$$a^2 + (2b)^2 + (3c)^2 + 2(a(2b) + (2b)(3c) + a(3c)) = 25$$

$$\Rightarrow a^2 + 4b^2 + 9c^2 + 2(2ab+6bc+3ac) = 25 \Rightarrow a^2 + 4b^2 + 9c^2 = 25$$

$$\Rightarrow a^2 + 4b^2 = 25 - 9c^2 \Rightarrow \frac{a^2 + 4b^2}{25 - 9c^2} = 1$$

Rpta.: C

5. En un triángulo rectángulo su hipotenusa mide $(5x + 2y)^{\frac{3}{2}}$ cm y uno de sus catetos $(5x - 2y)^{\frac{3}{2}}$ cm, entonces la expresión que representa la medida del otro cateto es:
- A) $4(75x^2 + 4y^2)$ cm B) $4y(75x^2 + 4y^2)$ cm C) $4(75x^2 + y^2)$ cm
 D) $4(75y^2 + 4x^2)$ cm E) $4y(75x^3 + 4y^2)$ cm

Solución:

I) Su hipotenusa mide $(5x + 2y)^{\frac{3}{2}}$ cm

II) Uno de sus catetos $(5x - 2y)^{\frac{3}{2}}$ cm

III) Por Pitágoras:

$$\begin{aligned} \left[(5x + 2y)^{\frac{3}{2}} \right]^2 - \left[(5x - 2y)^{\frac{3}{2}} \right]^2 &= (5x + 2y)^3 - (5x - 2y)^3 \\ &= 6(5x)^2(2y) + 2(2y)^3 = 4y(75x^2 + 4y^2) \end{aligned}$$

∴ La expresión que representa la medida del otro cateto es: $4y(75x^2 + 4y^2)$ cm

Rpta.: B

6. Si $3a + 2b + c = -9$, simplifique la expresión $M = \frac{(3a+3)^3 + (2b+2)^3 + (c+4)^3}{ab+a+b+1}$
- A) $c+4$ B) $c+1$ C) 3 D) $18(c+4)$ E) $c-1$

Solución:

I) $3a + 2b + c = -9 \Rightarrow (3a + 3) + (2b + 2) + (c + 4) = 0$

$\Rightarrow (3a + 3)^3 + (2b + 2)^3 + (c + 4)^3 = 3(3a + 3)(2b + 2)(c + 4)$

$$\begin{aligned} M &= \frac{(3a+3)^3 + (2b+2)^3 + (c+4)^3}{ab+a+b+1} = \frac{3(3a+3)(2b+2)(c+4)}{ab+a+b+1} = \frac{3(3)(2)(a+1)(b+1)(c+4)}{ab+a+b+1} \\ &= \frac{3(3)(2)(ab+a+b+1)(c+4)}{ab+a+b+1} = 18(c+4) \end{aligned}$$

Rpta.: D

7. La edad de Juan es $(N+27)$ años y la de José es el triple de la edad de Juan disminuido en 7 años. Si el valor de N esta dado $\frac{m(np)^{-1} + n(mp)^{-1} + p(mn)^{-1} - mnp}{m^{-1} + n^{-1} + p^{-1}}$ siendo $(mn)^{-1} + (mp)^{-1} + (np)^{-1} = 1$, $m \neq 0$, $n \neq 0$, $p \neq 0$, halle la diferencia positiva de las edades de José y Juan.
- A) 42 años B) 43 años C) 44 años D) 46 años E) 57 años

Solución:

$$I) N = \frac{m(np)^{-1} + n(mp)^{-1} + p(mn)^{-1} - mnp}{m^{-1} + n^{-1} + p^{-1}} = \frac{\frac{m}{np} + \frac{n}{mp} + \frac{p}{mn} - mnp}{\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{1}{p}} = \frac{m^2 + n^2 + p^2 - m^2n^2p^2}{np + mp + mn}$$

$$II) (mn)^{-1} + (mp)^{-1} + (np)^{-1} = 1 \Rightarrow \frac{1}{mn} + \frac{1}{mp} + \frac{1}{np} = 1 \Rightarrow p + n + m = mnp$$

$$\Rightarrow (p + n + m)^2 = m^2n^2p^2 \Rightarrow m^2 + n^2 + p^2 + 2mn + 2np + 2mp = m^2n^2p^2$$

$$\Rightarrow m^2 + n^2 + p^2 - m^2n^2p^2 = -2(mn + np + mp)$$

De I) se tiene que

$$N = \frac{-2(np + mp + mn)}{np + mp + mn} = -2 \Rightarrow N + 27 = 25$$

Luego, la edad actual de Juan es 25 años y la edad de José es $3(25) - 7$ es decir 68 años.

∴ La diferencia positiva de las edades es: $68 - 25 = 43$ años

Rpta.: B

8. Si a, b y $c \in \mathbb{R} - \{0\}$ y $a + b + c = \frac{ab}{c} + \frac{bc}{a} + \frac{ac}{b}$, determine el valor de $\frac{(ab)^{2023} + (bc)^{2023} + (ac)^{2023}}{(a^{2023} + b^{2023})^2}$.

- A) $\frac{3}{2}$ B) 3 C) $\frac{3}{4}$ D) 2 E) $\frac{1}{4}$

Solución:

$$I) a + b + c = \frac{ab}{c} + \frac{bc}{a} + \frac{ac}{b} \Rightarrow a + b + c = \frac{(ab)^2 + (bc)^2 + (ac)^2}{abc}$$

$$\Rightarrow (ab)^2 + (bc)^2 + (ac)^2 = (ab)(ac) + (ab)(bc) + (ac)(bc)$$

$$\Rightarrow (ab) = (ac) = (bc) \Rightarrow a = b = c$$

$$II) \frac{(ab)^{2023} + (bc)^{2023} + (ac)^{2023}}{(a^{2023} + b^{2023})^2} = \frac{(aa)^{2023} + (aa)^{2023} + (aa)^{2023}}{(a^{2023} + a^{2023})^2} = \frac{3a^{4046}}{(2a^{2023})^2} = \frac{3}{4}$$

Rpta.: C

Trigonometría

EJERCICIOS DE CLASE

1. Cierta cultivo de bacterias crece de modo que tiene una masa en miligramos de $M(\theta) = \left(\text{sen}\left(\frac{35\theta}{3}\right)\right)^2$ después de θ horas. ¿Cuánto creció el cultivo en el intervalo de

$$\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi ?$$

- A) 0,5 miligramos
D) 0,4 gramos

- B) 0,5 gramos
E) 1 gramo

- C) 0,4 miligramos

Solución:

Creció el cultivo $\left(\text{sen}\left(\frac{35\pi}{3}\right)\right)^2 - \left(\text{sen}\left(\frac{35\pi}{6}\right)\right)^2$ miligramos

$$\text{Si } E = \left(\text{sen}\left(\frac{35\pi}{3}\right)\right)^2 - \left(\text{sen}\left(\frac{35\pi}{6}\right)\right)^2 = \left(\text{sen}\left(12\pi - \frac{\pi}{3}\right)\right)^2 - \left(\text{sen}\left(6\pi - \frac{\pi}{6}\right)\right)^2$$

$$\Rightarrow E = \left(\text{sen}\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)^2 - \left(\text{sen}\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)^2$$

$$\Rightarrow E = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

Creció el cultivo 0,5 miligramos.

Rpta.: A

2. José ha cifrado su computador con una contraseña de cuatro dígitos que en el día n de cada mes puede ser calculada por la siguiente expresión:

$$N = 15(20n + 7)\cos^2\left(\frac{\pi}{2}(3 + 6n + (-1)^n)\right) + 34(15n + 3)\text{sen}^2\left(\frac{\pi}{2}(5 + 3n + (-1)^n)\right)$$

Determine la contraseña que desbloqueará su computador el día 16 de cada mes (complete con cero a la izquierda si fuera necesario).

- A) 0905 B) 8262 C) 5505 D) 3705 E) 6105

Solución:

Evaluando para $n = 16$

$$N = 15(20 \times 16 + 7) \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} (3 + 6 \times 16 + (-1)^{16}) \right) + 34(15 \times 16 + 3) \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} (5 + 3 \times 16 + (-1)^{16}) \right)$$

$$\Rightarrow N = 15(327) \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} (3 + 6 \times 16 + 1) \right) + 34(243) \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} (5 + 3 \times 16 + 1) \right)$$

$$\Rightarrow N = 15(327) \cos^2 (2\pi) + 34(243) \sin^2 (\pi)$$

$$\Rightarrow N = 15(327) = 4905.$$

Rpta.: A

3. Si los ángulos internos de un triángulo ABC están en progresión aritmética ($A < B < C$) reducir:

$$\frac{\sin(A + 3B + 2C)}{\sin(B - C)} + \frac{\cos(B + 2A + 3C)}{\cos(B - C)}$$

- A) 0,5 B) 1 C) 2 D) 1,5 E) 0

Solución:

Si $A < B < C \Rightarrow A = B - r, C = B + r$

Como $A + B + C = 180^\circ \Rightarrow B = 60^\circ, A = 60^\circ - r, C = 60^\circ + r$

$$\begin{aligned} \frac{\sin(A + 3B + 2C)}{\sin(B - C)} + \frac{\cos(B + 2A + 3C)}{\cos(B - C)} &= \frac{\sin(360^\circ + r)}{\sin(-r)} + \frac{\cos(360^\circ + r)}{\cos(-r)} \\ &= -1 + 1 = 0. \end{aligned}$$

Rpta.: E

4. Antonio debe transportar piezas de acero, en dos camiones cuya carga útil es 32 m^3 y 9 m^3 respectivamente. Una pieza de metalmecánica de forma de prisma rectangular tiene $2,5 \tan 2190^\circ \cot 930^\circ \text{ m}$ de largo y $1,2 \tan \alpha \cot \beta \text{ m}$ de ancho, donde α y β son coterminales y cada pieza tiene un espesor de 5 cm. Determine cuantas piezas, como máximo, puede transportar el segundo camión.

- A) 60 piezas
 B) 63 piezas
 C) 73 piezas
 D) 50 piezas
 E) 53 piezas



Solución:

Se tiene:

$$\begin{aligned}
 L &= 2,5 \tan 2190^\circ \cot 930^\circ \\
 &= 2,5 \tan(360^\circ \cdot 6 + 30^\circ) \cot(360^\circ \cdot 2 + 210^\circ) \\
 &= 2,5 \tan 30^\circ \cot(180^\circ + 30^\circ) \\
 &= 2,5 \tan 30^\circ \cot(30^\circ) \\
 &\Rightarrow L = 2,5
 \end{aligned}$$

$$A = 1,2 \tan \alpha \cdot \cot \beta = 1,2$$

El volumen de una pieza es: $P = 2,5 \times 1,2 \times 0,05 \text{ m}^3 = 0,15 \text{ m}^3$

Luego la cantidad de piezas que puede transportar el camión es: $\frac{9}{0,15} = 60$ piezas.

Rpta.: A

5. La medida de dos ángulos coterminales negativos son proporcionales a los números 7 y 5. Si la diferencia de sus medidas está comprendida entre 540° y 900° , determine cuando mide el mayor ángulo.

- A) -1800° B) -1700° C) -1600° D) -1500° E) -1400°

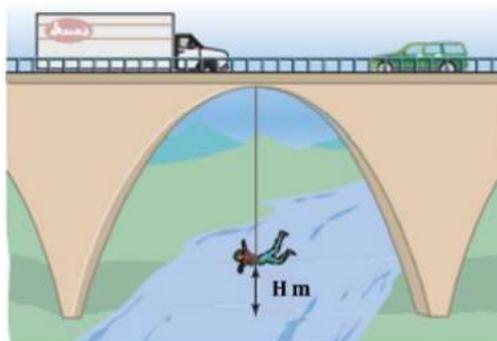
Solución:

Sea α y β ángulos coterminales negativos, tal que $\alpha > \beta$
 Entonces $\beta = 7k$ y $\alpha = 5k$, se verifica $\alpha - \beta = 360^\circ n$, $\forall n \in \mathbb{Z}$
 $\Rightarrow 540^\circ < \alpha - \beta < 900^\circ \quad \Rightarrow 540^\circ < 360^\circ n < 900^\circ$
 $\Rightarrow 3 < 2n < 5 \quad \Rightarrow n = 2$
 $\Rightarrow \alpha - \beta = -2k = 2 \times 360^\circ \quad \Rightarrow k = -360^\circ$
 El mayor ángulo es $\alpha = 5k = 5 \cdot (-360^\circ) = -1800^\circ$

Rpta.: A

6. Una persona salta, sujeta a un elástico, desde un puente y rebota una y otra vez, como se representa en la figura. La altura a la que se encuentra respecto a la superficie del río está dada por la expresión $90 - 50e^{-t/20} \sin\left(\frac{27\pi}{2} + \frac{\pi t}{4}\right)$ en metros, donde t es el número de segundos transcurridos desde que saltó la persona. Si $e^{-1} \approx 0,37$, determine la altura aproximada a la que se encuentra la persona respecto al río a los 20 segundos del salto.

- A) 70,5 m
 B) 71,5 m
 C) 60,5 m
 D) 40,5 m
 E) 50,5 m



Solución:

Sea H metros la altura a la que se encuentra la mujer a los 20 segundos.

$$H = 90 - 50e^{-20/20} \operatorname{sen}\left(\frac{27\pi}{2} + \frac{\pi(20)}{4}\right)$$

$$H = 90 - 50e^{-1} \cdot \operatorname{sen}\left(2\pi(6) + \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi(20)}{4}\right)$$

$$H = 90 - 50e^{-1} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi(20)}{4}\right)$$

$$H = 90 + 50e^{-1} \cdot \cos\left(\frac{\pi(20)}{4}\right)$$

$$H = 90 + 50e^{-1} \cdot \cos(2\pi(2) + \pi)$$

$$H = 90 + 50e^{-1} \cdot \cos(\pi)$$

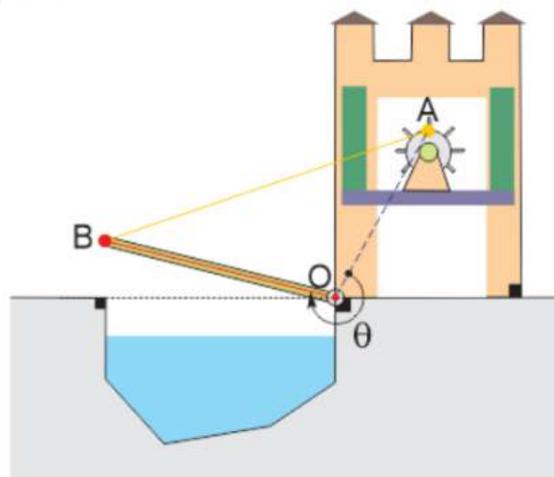
$$H = 71,5$$

Por lo tanto, la altura a la que se encuentra a los 20 segundos es 71,5 metros.

Rpta.: B

7. En la figura se representa el instante en que se eleva un puente levadizo por medio de una cadena metálica representada por el segmento AB, donde $AO = OB = 5,1 \text{ m}$. Si $\tan\theta = -\frac{15}{8}$ y el ángulo AOB es obtuso, halle la longitud de la cadena metálica.

- A) $1,2\sqrt{34} \text{ m}$
- B) $1,4\sqrt{34} \text{ m}$
- C) $1,6\sqrt{34} \text{ m}$
- D) $1,5\sqrt{34} \text{ m}$
- E) $1,3\sqrt{34} \text{ m}$



Solución:

De la figura: $\theta = -\pi - \alpha$

$$\Rightarrow \tan \theta = \tan(-\pi - \alpha)$$

$$\Rightarrow -\frac{15}{8} = -\tan \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{15}{8}$$

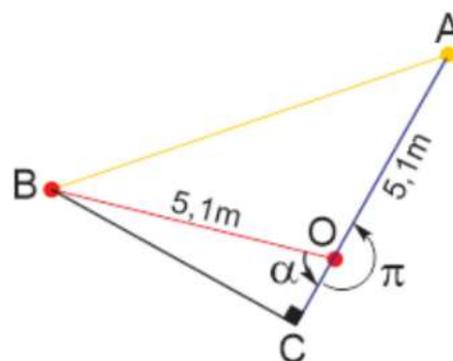
Así:

$$OC = 2,4 \text{ m} \quad \wedge \quad BC = 4,5 \text{ m}$$

Luego, por el Teorema de Pitágoras:

$$AB = \sqrt{(4,5)^2 + (7,5)^2} \text{ m} \Rightarrow AB = 1,5\sqrt{34} \text{ m}$$

Por lo tanto; la altura del punto B se encuentra a $1,5\sqrt{34} \text{ m}$.



Rpta.: D

8. Si para cierto número real k diferente de cero se cumple la igualdad

$$\csc\left(\frac{15\pi}{2} + \theta\right) \sec\left(\frac{93\pi}{2} + \theta\right) \csc\left(\frac{79\pi}{2} + \theta\right) = k \csc\left(\frac{21\pi}{2} + \theta\right),$$

determine el valor de la expresión $\frac{1 + \operatorname{sen} \theta \cos \theta}{1 - \operatorname{sen} \theta \cos \theta}$ en términos de k .

- A) $\frac{k+1}{k-1}$ B) $\frac{k-1}{k+1}$ C) $\frac{k}{k+1}$ D) $\frac{k-1}{k}$ E) $\frac{k+1}{k}$

Solución:

$$\csc\left(\frac{15\pi}{2} + \theta\right) \sec\left(\frac{93\pi}{2} + \theta\right) \csc\left(\frac{79\pi}{2} + \theta\right) = k \csc\left(\frac{21\pi}{2} + \theta\right)$$

$$\Rightarrow (-\sec \theta)(-\csc \theta)(-\sec \theta) = k \sec \theta$$

$$\Rightarrow k = -\sec \theta \csc \theta$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen} \theta \cos \theta = -\frac{1}{k}$$

$$\frac{1 + \operatorname{sen} \theta \cos \theta}{1 - \operatorname{sen} \theta \cos \theta} = \frac{1 - \frac{1}{k}}{1 + \frac{1}{k}} = \frac{k-1}{k+1}$$

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Ricardo conversa con sus amigos de barrio y les dice que T^2 representa el número de años que le falta para cumplir sus estudios de Doctorado en Genética Molecular en una prestigiosa universidad europea. Si 4 años es la duración del doctorado, $T = \operatorname{sen}((4n-1)(\alpha+\theta)) + \operatorname{cos}((4n+1)(\alpha+\theta))$ con $n \in \mathbb{Z}$ y si α y β son ángulos agudos que verifican $\operatorname{sen}\left(\frac{2631\pi}{2} + \theta\right) = \operatorname{cos}\left(\frac{3651\pi}{2} - \alpha\right)$, determine cuántos años le falta a Ricardo para culminar su estudio doctoral.

A) 1 año B) 2 año C) 3 año D) 4 año E) 0 año

Solución:

Si

$$\operatorname{sen}\left(\frac{2631\pi}{2} + \theta\right) = \operatorname{cos}\left(\frac{3651\pi}{2} - \alpha\right) \Rightarrow -\operatorname{cos}\theta = -\operatorname{sen}\alpha$$

$$\Rightarrow \operatorname{cos}\theta = \operatorname{sen}\alpha \Rightarrow \alpha + \theta = 90^\circ$$

$$T = \operatorname{sen}((4n-1).90^\circ) + \operatorname{cos}((4n+1).90^\circ)$$

$$\Rightarrow T = \operatorname{sen}(-90^\circ) + \operatorname{cos}(90^\circ)$$

$$\Rightarrow T = -1 \Rightarrow T^2 = 1$$

A Ricardo le falta un año para culminar su doctorado.

Rpta.: A

2. La medida de dos ángulos coterminales positivos son proporcionales a los números 2 y 7. Si la diferencia de sus medidas está comprendida entre $1\ 200^\circ$ y $1\ 500^\circ$, calcular la medida del menor.

A) 634° B) 603° C) 576° D) 428° E) 415°

Solución:

Sea α y β ángulos coterminales positivos, tal que $\alpha > \beta$

Entonces $\alpha = 7k$ y $\beta = 2k$, se verifica $\alpha - \beta = 360^\circ n$, $\forall n \in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow 1200^\circ < \alpha - \beta < 1500^\circ \quad \Rightarrow 1200^\circ < 360^\circ n < 1500^\circ$$

$$\Rightarrow 20 < 6n < 25 \quad \Rightarrow n = 4$$

$$\Rightarrow \alpha - \beta = 5k = 4 \times 360^\circ \quad \Rightarrow k = 288^\circ$$

El mayor ángulo es $\beta = 2k = 2 \times (288^\circ) = 576^\circ$

Rpta.: C

3. En un triángulo ABC, simplificar $\frac{\text{sen}(A+B)}{\text{sen}C} + \tan(A+B+2C) \cdot \cot(A+B)$.

- A) 0,5 B) 1 C) -1 D) 1,5 E) 0

Solución:

Como $A+B+C = 180^\circ$

$$\begin{aligned} \frac{\text{sen}(A+B)}{\text{sen}C} + \tan(A+B+2C) \cdot \cot(A+B) &= \frac{\text{sen}(180^\circ - C)}{\text{sen}C} + \tan(180^\circ + C) \cdot \cot(180^\circ - C) \\ &= \frac{\text{sen}C}{\text{sen}C} - \tan C \cdot \cot C = 1 - 1 = 0 \end{aligned}$$

Rpta.: E

4. Marco compra dos ramos de rosas por el día de la mujer. Si cada ramo cuesta $78T^2$

soles y $T = \frac{\text{sen}(\pi - x) \cdot \cot\left(x - \frac{9\pi}{2}\right) \cdot \cos(x - 36\pi)}{\tan(13\pi + x) \cdot \tan\left(x + \frac{17\pi}{2}\right) \cdot \cos^2\left(\frac{47\pi}{2} + x\right)}$, ¿cuándo pagó Marco?

- A) 156 soles B) 78 soles C) 39 soles D) 54 soles E) 36 soles

Solución:

Si

$$T = \frac{\text{sen}(\pi - x) \cdot \cot\left(x - \frac{9\pi}{2}\right) \cdot \cos(x - 36\pi)}{\tan(13\pi + x) \cdot \tan\left(x + \frac{17\pi}{2}\right) \cdot \cos^2\left(\frac{47\pi}{2} + x\right)} = \frac{\text{sen}(x) \cdot \cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \cos(x)}{\tan(x) \cdot \tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos^2\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)}$$

$\Rightarrow T = 1$

Costo de dos ramos de rosas es 156 soles

Rpta.: A

5. En un triángulo rectángulo sus catetos miden N metros y L metros, donde $N = x^2 \text{sen}1170^\circ - xy \text{sec}1020^\circ - y^2 \text{cos}1260^\circ$, $L = x^2 \tan1305^\circ + xy \cot1350^\circ + y^2 \cot1575^\circ$.

Siendo x, y números enteros positivos con $x > y$, determine $\frac{N}{L}$.

- A) $\frac{x-y}{x+y}$ B) $\frac{x+y}{x-y}$ C) $\frac{y}{x-y}$ D) $\frac{x}{x+y}$ E) $\frac{2y}{x-y}$

Solución:

$$N = x^2 \operatorname{sen} 1170^\circ - xy \operatorname{sec} 1020^\circ - y^2 \operatorname{cos} 1260^\circ$$

$$= x^2 \operatorname{sen} 90^\circ - xy \operatorname{csc} 30^\circ + y^2$$

$$N = (x - y)^2$$

$$L = x^2 \tan 225^\circ + xy \cot 270^\circ + y^2 \cot 135^\circ$$

$$L = x^2 - y^2$$

$$\Rightarrow \frac{N}{L} = \frac{x - y}{x + y}$$

Rpta.: A

6. La utilidad de una empresa en el año 2022 es $\operatorname{csc} \theta + 6\sqrt{2} \operatorname{sec}(5\pi + \theta)$ millones de soles donde $\operatorname{cos}\left(\frac{205\pi}{2} + \theta\right) = \frac{1}{3}$ y $\cot \theta > 0$. ¿Cuál es la utilidad de la empresa en dicho año?

- A) 6 millones de soles B) 7 millones de soles C) 5 millones de soles
D) 4 millones de soles E) 8 millones de soles

Solución:

Si: $\operatorname{cos}\left(\frac{205\pi}{2} + \theta\right) = \frac{1}{3} \Rightarrow \operatorname{sen} \theta = -\frac{1}{3}$

Como $\cot \theta > 0$, entonces θ cae en el tercer cuadrante

$$U = \operatorname{csc} \theta + 6\sqrt{2} \operatorname{sec}(5\pi + \theta) = -3 + 6\sqrt{2} \operatorname{sec}(\pi + \theta)$$

$$= -3 - 6\sqrt{2} \operatorname{sec}(\theta) = -3 - 6\sqrt{2} \cdot \left(\frac{-3}{2\sqrt{2}}\right)$$

$$\Rightarrow U = 6$$

La utilidad de la empresa es 6 millones de soles

Rpta.: A

7. Si $\tan\left(\frac{159\pi}{2} - \alpha\right) = -3$ y α es un ángulo en posición normal cuyo lado final está en el cuarto cuadrante, calcule el valor de $\sqrt{10} \operatorname{cos}\left(\frac{11\pi}{2} + \alpha\right)$.

- A) -2 B) 1 C) -1 D) $\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{5}$

Solución:

$$\tan\left(\frac{159\pi}{2} - \alpha\right) = -3 \quad \Rightarrow \tan\left(80\pi - \frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -3 \quad \Rightarrow \cot \alpha = -3$$

$$E = \sqrt{10} \cos\left(\frac{11\pi}{2} + \alpha\right) = \sqrt{10} \cos\left(6\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sqrt{10} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sqrt{10} \operatorname{sen} \alpha$$

$$E = -\sqrt{10} \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{10}}\right) = -1$$

Rpta.: C

Lenguaje

EJERCICIOS DE CLASE

1. El acento ortográfico se representa en las palabras según las normas de tildación general y especial. Considerando lo afirmado, marque la alternativa en la que se ha aplicado correctamente las reglas de acentuación escrita.
- A) La autoestima es la valoración positiva o negativa de si mismo.
 B) Es preciso hacer hincapié en lo que piensas de tí y los demás.
 C) El satélite también captó la imagen del eclipse durante el día.
 D) Tipicamente en la mitología griega, existían dioses y ciclopes.
 E) En la religión hindu, cantan a fin de protegerse de los espíritus.

Solución:

La acentuación es correcta en esta alternativa porque la palabra *satélite* es esdrújula; *también* y *captó* son palabras agudas que requieren de tildación ortográfica y *día* se tilda por presentar hiato acentual. Por otro lado, en las demás alternativas las palabras *sí*, *tí*, *típicamente*, *cíclopes*, *hindú* y *fin* presentaban error de acentuación.

Rpta.: C

2. En la lengua española, la mayoría de palabras polisilábicas presentan una sílaba tónica. Según la ubicación de esta sílaba, se clasifican en agudas, graves, esdrújulas y sobresdrújulas. Tomando en cuenta lo afirmado, marque la opción en la que hay mayor número de palabras agudas.
- A) Atenea era la diosa de la inteligencia, la paz y la sabiduría.
 B) Apolo representaba el perfeccionismo y la belleza física.
 C) El caballo y el delfín eran animales sagrados de Poseidón.
 D) Esas ninfas habitaban en lugares hermosos como palacios.
 E) El jugador entrenó varias horas en el área central del parque.

Solución:

En esta alternativa, hay tres palabras agudas: *jugador*, *entrenó* y *central*.

Rpta.: E

3. Lea el siguiente enunciado e indique la alternativa que presenta la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F).

La cúrcuma que vemos en los estantes y en las góndolas está hecha de las raíces molidas de la planta. El color amarillo brillante de la cúrcuma procesada ha inspirado a muchas culturas a usarla como un tinte. La cúrcuma molida también es un ingrediente importante en el curri en polvo. Algunos de los productos disponibles comercialmente incluyen cápsulas, tés, polvos y extractos. La medicina ayurvédica, un sistema de tratamiento tradicional de la India, la recomienda para una variedad de afecciones de salud. Estas incluyen dolor crónico e inflamación.

- I. Hay un monosílabo que presenta adecuada acentuación. ()
 II. Hay siete palabras esdrújulas correctamente acentuadas. ()
 III. Presenta tres palabras agudas adecuadamente tildadas. ()
 IV. Hay dos palabras acentuadas por hiato acentual. ()

A) FV FV B) VV VV C) FF VV D) VF VV E) VF VF

Solución:

El monosílabo *tés* está correctamente acentuado; las siete palabras esdrújulas son *cúrcuma* (3), *góndola*, *cápsulas*, *ayurvédica*, *crónico*; las tres palabras agudas adecuadamente tildadas son *está*, *también* e *inflamación*; solo la palabra *raíces* está acentuada por hiato acentual.

Rpta.: B

4. La tilde diacrítica se emplea para diferenciar palabras que presentan idéntica expresión, pero que pertenecen a categorías gramaticales diferentes. Según lo mencionado, ¿qué enunciados presentan empleo adecuado de las reglas de tildación diacrítica?

- I. Vió una mariposa detrás de ti.
 II. A él le molesta qué lo imiten.
 III. Sé que sí fue una noche fría.
 IV. No le dí mas azúcar ni agua.

A) III y IV B) II y III C) I y II D) Solo III E) Solo IV

Solución:

El monosílabo *sé* es verbo y *sí*, adverbio de afirmación, así que requieren de tildación; *fría* presenta hiato acentual. En las demás oraciones, las palabras que presentan errores son *vio*, *que*, *dí* y *más*.

Rpta.: D

5. Para la representación del acento escrito en las palabras compuestas, se toma en cuenta si sus componentes están fusionados o separados con guion. Considerando las reglas ortográficas propuestas por la RAE, elija la alternativa en la que se presenta palabras compuestas correctamente tildadas.

- A) El mandamás fue temprano acompañado al camposáto.
- B) El hermoso arcoiris fue apreciado después del mediodía.
- C) Aquel trabajo teorico-práctico presenta veintiséis páginas.
- D) En un santiamén, recibió un sinfin de llamadas familiares.
- E) Aquel ciclista árabe-israelí hizo un movimiento rectilíneo.

Solución:

Las palabras compuestas correctamente tildadas son *árabe-israelí* y *rectilíneo*. Las demás deben aparecer de la siguiente manera: *camposanto*, *arcoíris*, *teórico-práctico*, *sinfín*.

Rpta.: E

6. De acuerdo con la *Ortografía de la lengua española*, los extranjerismos crudos o no adaptados deben escribirse en letra cursiva, o bien entre comillas, y sin tilde; en cambio, algunos de estos términos adaptados se escriben en letra redonda y se someten a las reglas de acentuación gráfica del español. Según lo señalado, marque la opción donde se evidencia adecuada escritura de los extranjerismos.

- I. El samurái halló un antiguo póquer.
- II. El sandwich contiene poco ketchup.
- III. Hay un nuevo yóquey en el bungaló.
- IV. En el clóset guardará el yersey verde.

- A) I y IV
- B) II y IV
- C) I y III
- D) II y III
- E) III y IV

Solución:

Las palabras *samurái* y *bungaló* se tildan por ser agudas; y *póquer* y *yóquey*, por ser grave.

Rpta.: C

7. Los pronombres *qué*, *quién*, *cómo*, *cuándo*, *cuánto*, etc., se escriben con tilde diacrítica cuando presentan sentido interrogativo o exclamativo de manera directa o indirecta. Según lo afirmado, elija la alternativa donde las palabras subrayadas deben tildarse.

- I. Marielena es quien apoyará al grupo.
- II. Cuéntanos a donde viajarás este mes.
- III. Quisiera saber como solucionar esto.
- IV. Esta es la persona a quien apoyarás.

- A) I y IV
- B) II y III
- C) I y II
- D) III y IV
- E) II y IV

Solución:

Las formas *dónde* y *cómo* deben tildarse porque son pronombres interrogativos.

Rpta.: B

8. Las palabras graves o llanas son aquellas en las que el acento prosódico se ubica en la penúltima sílaba. Según lo señalado, identifique el número de palabras graves y marque la opción correcta.

Hoy en día, la cantidad de datos que se genera, tanto por parte de los humanos como por parte de las máquinas, supera en gran medida la capacidad que tienen las personas de absorber, interpretar y tomar decisiones complejas basadas en esos datos. La inteligencia artificial supone la base de todo el aprendizaje automático y el futuro de todos los procesos complejos de toma de decisiones.

- A) Veintisiete B) Treinta C) Veinticinco
D) Veintiocho E) Veintinueve

Solución:

Las palabras *día, datos, genera, tanto, parte, humanos, como, parte, supera, medida, tienen, personas, decisiones, complejas, basadas, esos, datos, inteligencia, supone, base, todo, aprendizaje, futuro, todos, procesos, complejos, toma y decisiones* son graves porque presentan la sílaba tónica en el penúltimo lugar de la palabra.

Rpta.: D

9. Las palabras agudas que finalizan en grupo consonántico no se tildan, en cambio, las graves sí. Según lo aseverado, marque la alternativa donde es necesario el uso del acento escrito.

- I. Hay un abanico de tarots para todos los gustos y las preferencias.
II. No olvides que el triceps es el músculo más grande de tu brazo.
III. Los robots domésticos para el hogar son cada vez más comunes.
IV. Los comics usan narrativa gráfica presentada de forma secuencial.

- A) I y II B) II y IV C) I y IV D) II y III E) III y IV

Solución:

Según las normas establecidas por la Real Academia Española, las palabras *tríceps* y *cómics* se tildan por ser graves que terminan en secuencia consonántica.

Rpta.: B

10. El adverbio *aún* se escribe con tilde cuando es equivalente a '*todavía*' y *aun* va sin tilde cuando significa 'incluso, hasta o (ni) siquiera'. Tomando en cuenta ello, señale la opción en la que es necesario tildar la palabra *aún*.

- A) No llevó a ninguno de sus amigos a la celebración, ni aun a los más cercanos.
B) Él hizo el reclamo hace cuatro meses y aun no ha recibido ninguna respuesta.
C) Un oso adulto, ya sea hembra o macho, aun estando herido cuida a las crías.
D) Algunos placebos funcionan aun cuando los pacientes saben lo que contiene.
E) Por su buen entrenamiento, podría ganar en una competencia, aun lesionado.

Solución:

En esta alternativa, la palabra *aún* equivale al adverbio temporal 'todavía', por lo que debe tildarse.

Rpta.: B

11. Tomando en cuenta el uso normativo de la escritura, señale los enunciados que presentan uso adecuado del acento escrito.

- A) Estéticamente, su valor solo está en el material germano-soviético.
- B) Desconoce cual es la distancia aérea mas corta entre Moscú y Kiev.
- C) La dramática caída del águila conmovio al medico Hector Galvez.
- D) Rociito cruzó el océano Pacífico y llegó a su destino al mediodía.

- A) II y III B) I y II C) I y III D) III y IV E) I y IV

Solución:

En el enunciado I, *estéticamente* se tilda porque procede del adjetivo *estético*; *está*, por ser aguda; y el adjetivo *germano-soviético*, porque requiere de acento el último componente. En IV, las palabras *cruzó* y *llegó* se tildan por ser agudas finalizadas en vocal; *océano* y *Pacífico*, por ser esdrújulas; y *mediodía*, por presentar hiato acentual.

Rpta.: E

12. Complete los espacios en blanco con las siguientes formas: **porque** (conjunción causal), **por que** (preposición más pronombre relativo), **porqué** (sustantivo que expresa causa o razón) y **por qué** (preposición más pronombre interrogativo) según corresponde a cada enunciado.

- A) Necesito entender el _____ de tu cambio de actitud.
- B) Consultaremos inmediatamente _____ ya no trabajará.
- C) El motivo _____ está aquí es el estado de salud familiar.
- D) La marca cambió la estrategia publicitaria _____ la otra era mala.
- E) Muchas fueron las infracciones vehiculares _____ lo multaron.

Rpta.: A) porqué, B) por qué, C) por que, D) porque, E) por que

Literatura

EJERCICIOS DE CLASE

1. Con relación a los versos citados de la *Soledad primera*, de Luis de Góngora, identifique qué características del barroco están presentes y marque la opción que contiene la secuencia correcta sobre la verdad (V o F) de los enunciados.

*No al Cíclope atribuye, no, la ofrenda;
no a sátiro lascivo, ni a otro feo
morador de las selvas, cuya rienda
el sueño aflija, que aflojó el deseo.
El niño dios, entonces, de la venda,
ostentación gloriosa, alto trofeo
quiere que al árbol de su madre sea
el desdén hasta allí de Galatea.*

- I. La inserción de alusiones mitológicas
- II. La noción de inestabilidad humana
- III. El uso constante del hipérbaton
- IV. El empleo frecuente de contrastes

A) VFFF B) VVFF C) VFVF D) FFVV E) VVVF

Solución:

I. En los versos hallamos diversas alusiones a la mitología clásica: cíclope, sátiro, Galatea. (V). II. El pasaje corresponde al mundo mitológico, no se desarrolla la idea de inestabilidad humana. (F). III. Una figura literaria destacada es el hipérbaton o desorden sintáctico. (V). IV. En estos versos no hay referencia a los opuestos o contrastes. (F)

Rpta.: C

2. Marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado sobre las características del teatro del Siglo de Oro español: «Las representaciones teatrales presentaron diversos rasgos, entre ellos tenemos _____; esto marcó una clara diferencia con el teatro clásico».

- A) el énfasis en los personajes por sobre la acción
- B) la búsqueda de la catarsis en los espectadores
- C) el empleo recurrente de la prosa en los textos
- D) la inserción de temas de la mitología griega
- E) la combinación de elementos cómicos y trágicos

Solución:

Una característica resaltante del teatro del Siglo de Oro español consistió en la mezcla de lo trágico y lo cómico en las obras; en ese sentido, se distinguió del teatro clásico o grecolatino.

Rpta.: E

3. ¿Qué característica del teatro del Siglo de Oro se evidencia en el siguiente fragmento de la obra *La vida es sueño*?

ROSAURA
Tu favor reverencio.
Respóndate retórico el silencio;
cuando tan torpe la razón se halla,
mejor habla, señor, quien mejor calla.

SEGISMUNDO
No has de ausentarte, espera.
¿Cómo quieres dejar desá manera
a oscuras mi sentido?

ROSAURA
Esta licencia a Vuestra Alteza pido.

- A) Incorpora al personaje del gracioso.
- B) La acción tiene mayor importancia.
- C) Trata temas de carácter mitológico.
- D) Está escrito en verso y con rima.
- E) Exalta el nacionalismo de la época.

Solución:

Las obras de teatro del Siglo de Oro se caracterizan por emplear la métrica y la rima. Es decir, están escritos con versificación, utilizando las diferentes formas métricas de la época, en especial el octosílabo.

Rpta.: D

4. El teatro de Calderón de la Barca destaca por el empleo de un lenguaje solemne, así como por la preferencia por temas filosóficos y _____. Esto último se puede explicar teniendo en consideración que fue un férreo defensor de _____.

- A) morales – la iglesia anglicana
- B) nacionalistas – la monarquía absolutista
- C) religiosos – la Contrarreforma
- D) trascendentales – las posturas metafísicas
- E) heroicos – las ideas medievales

Solución:

El teatro calderoniano destaca por hacer uso de un lenguaje muy solemne y por trabajar temas filosóficos y religiosos, y esto se enmarca en la defensa que hizo de las ideas de la Contrarreforma.

Rpta.: C

5. Con respecto al argumento de la obra *La vida es sueño*, de Pedro Calderón de la Barca, marque el enunciado correcto en relación con el siguiente fragmento.

BASILIO
 Hijo, que tan noble acción
 otra vez en mis entrañas
 te engendra, príncipe eres.
 A ti el laurel y la palma
 se te deben. Tú venciste;
 corónente tus hazañas.

- A) Basilio reconoce su derrota ante Segismundo al final de la obra.
 B) El príncipe Segismundo será encerrado por el rey de Polonia.
 C) El rey le da la bienvenida a Segismundo al despertar en el castillo.
 D) El rey Basilio ordena narcotizar al príncipe debido a sus acciones.
 E) Basilio marchará al destierro luego de ser derrocado por su hijo.

Solución:

En el fragmento citado, Basilio se dirige a Segismundo para declararse vencido ante su hijo; por ello, en los últimos versos refiere la coronación de Segismundo como rey.

Rpta.: A

6. Lea el siguiente fragmento de *La vida es sueño*, de Calderón de la Barca, y señale el enunciado correcto respecto al argumento de la obra.

SEGISMUNDO
 ¡Válgame el cielo! ¿Qué veo?
 ¡Válgame el cielo! ¿Qué miro?
 Con poco espanto lo admiro,
 con mucha duda lo creo.
 ¿Yo en palacios suntuosos?
 ¿Yo entre telas y brocados?
 ¿Yo cercado de criados
 tan lucidos y briosos?
 ¿Yo despertar de dormir
 en lecho tan excelente?
 ¿Yo en medio de tanta gente
 que me sirva de vestir?
 ¡Decir que es sueño es engaño!

- A) El príncipe monologa, en el palacio, acerca de su injusto destino.
 B) El hijo de Basilio es liberado por el pueblo y da paso a su venganza.
 C) Los versos refieren el retorno de Segismundo a su agobiante prisión.
 D) El joven príncipe polaco detalla el espacio donde está encarcelado.
 E) La escena describe el despertar del protagonista en la corte de Polonia.

Solución:

En los versos citados de *La vida es sueño*, de Calderón de la Barca, se expone la sorpresa de Segismundo al verse repentinamente rodeado de la suntuosidad propia de un palacio. Por ello, colegimos que Segismundo acaba de despertar en la corte del rey de Polonia.

Rpta.: E

7. ¿Qué tema desarrollado en el drama filosófico *La vida es sueño*, de Pedro Calderón de la Barca, se puede inferir luego de leer el siguiente fragmento de la obra?

CLOTALDO
 Si sabes que tus desdichas,
 Segismundo, son tan grandes,
 que antes de nacer, moriste
 por ley del cielo; si sabes
 que aquestas prisiones son
 de tus furias arrogantes
 un freno que las detenga
 y una rienda que las pare,
 ¿por qué blasonas? La puerta
 cerrad desa estrecha cárcel;
 [...]

- A) El libre albedrío B) La predestinación C) La vida efímera
 D) El obrar con arrogancia E) La inevitable muerte

Solución:

En el fragmento citado de *La vida es sueño*, de Calderón de la Barca, se menciona que los astros habían determinado lo que acontecerá con Segismundo en el futuro: «antes de nacer, moriste/ por ley del cielo» le dice Clotaldo al protagonista. Por lo tanto, se deduce el tema de la predestinación.

Rpta.: B

8. En el siguiente fragmento de *La vida es sueño*, de Pedro Calderón de la Barca, ¿qué tema desarrollado en la obra se puede colegir?

SEGISMUNDO
 [...]
 ¿Quién eres? Que aunque yo aquí
 tan poco del mundo sé,
 que cuna y sepulcro fue
 esta torre para mí;
 y aunque desde que nací
 (si esto es nacer) sólo advierto
 este rústico desierto,
 donde miserable vivo,
 siendo un esqueleto vivo,
 siendo un animado muerto;

- A) Las luchas por el poder B) La vida es una ficción C) La falta de libertad
 D) El libre albedrío E) El perdón del hijo al padre

Solución:

En el fragmento citado, Segismundo describe la torre donde vive como una cuna y sepulcro; en tal sentido, se alude a la carencia de la libertad, pues permanece recluido en este lugar desde que nació.

Rpta.: C

9. Marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado relacionado con el comentario del drama *La vida es sueño*, de Pedro Calderón de la Barca: «Entre las reflexiones más destacadas que se aprecian en la obra, se alude al mayor delito del hombre, el cual consiste en
- A) rebelarse ante la autoridad, como lo hizo el protagonista, Segismundo».
 - B) enfrentarse al padre y desacreditar el valor de las antiguas profecías».
 - C) asumir, inconscientemente, que la realidad vivida es como un sueño».
 - D) haber nacido, lo cual hace referencia a la fatalidad del pecado original».
 - E) condenar a un individuo a vivir encarcelado injustamente en una torre».

Solución:

En el drama filosófico *La vida es sueño*, de Pedro Calderón de la Barca, se reflexiona sobre el mayor delito del hombre el cual es nacer. Es decir, todo hombre nace culpable, impregnado por una sensación de pesimismo, marcado por la fatalidad del pecado original.

Rpta.: D

10. Considerando el siguiente fragmento, marque la alternativa que señala el comentario correcto sobre la obra *La vida es sueño*, de Pedro Calderón de la Barca.

BASILIO
 [...] ya estoy, príncipe, a tus plantas;
 [...] Pisa mi cerviz, y huella
 mi corona; postra, arrastra
 mi decoro y mi respeto;
 [...] cumpla el hado su homenaje,
 cumpla el cielo su palabra.

SEGISMUNDO
 Corte ilustre de Polonia,
 que de admiraciones tantas
 sois testigos, atended,
 que vuestro príncipe os habla.
 [...] la fortuna no se vence
 con injusticia y venganza,
 porque antes se incita más.
 Y así, quien vencer aguarda
 a su fortuna, ha de ser
 con prudencia y con templanza.

- A) Evidencia un pesimismo, ya que exalta la culpa que posee todo ser humano.
- B) Establece que los ámbitos de la realidad y la ficción no están bien delimitados.
- C) Señala que los bienes materiales no tienen el mismo valor con lo espiritual.
- D) Muestra la libertad como el mayor bien que ha sido negado al príncipe.
- E) Desafía la creencia de que los astros poseen injerencia en el destino humano.

Solución:

En el fragmento, Segismundo desafía la idea de la predestinación que su padre había defendido. El príncipe decide actuar con benevolencia y, de ese modo, no se cumple lo señalado por los astrólogos.

Rpta.: E

Psicología

EJERCICIOS DE CLASE

Identifique la respuesta correcta en los siguientes enunciados:

1. Silvana es una joven alegre, risueña, responsable y muy sociable, oriunda de la selva. Cierta día, deseando una mejor oportunidad de desarrollo, viajó a Lima, logrando encontrar trabajo como azafata en un restaurante turístico luego de algunos días. Sin embargo, al cabo de unas semanas siente gran malestar debido a que continuamente recibe propuestas indecentes por parte de los clientes del establecimiento, sintiéndose acosada. Ello la ha llevado a pensar en querer regresar a su pueblo natal. El caso de Silvana ilustra el concepto denominado

- A) identidad de género. B) mito sexual. C) orientación sexual.
D) salud reproductiva. E) salud sexual.

Solución:

La salud sexual es el estado de bienestar físico, mental y social al vivir experiencias sexuales placenteras, seguras, libres de toda coacción, discriminación y violencia. En el caso citado Silvana se ve afectada fundamentalmente en su salud sexual.

Rpta: E

2. Muchos jóvenes han formado creencias erróneas respecto a la sexualidad, a partir de una mala información recibida de los agentes con los cuales socializan. A continuación, identifique el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones en relación con los mitos sexuales.

- I. La masturbación es un comportamiento propio y exclusivo de los varones.
II. La primera vez que una chica tiene coito no puede quedar embarazada.
III. El hombre tiene deseos sexuales todo el tiempo a diferencia de la mujer.

- A) FFV B) VVF C) FFF D) VVV E) FVF

Solución:

- I. (F) La conducta autoerótica de la masturbación se produce en ambos sexos.
II. (F) Siempre que haya coito sin protección hay riesgo de embarazo.
III. (F) El deseo sexual no está presente de manera permanente.

Rpta: C

3. Un conocido *youtuber*, con muchos seguidores en su canal, suele expresar en la emisión de los programas que realiza «cuando se tiene una relación de pareja, la privacidad no existe, pasa a ser de dos a uno solo». En relación con la sexualidad, identifique los enunciados correctos.

- I. La afirmación es cierta ya que en una relación de pareja debe haber confianza.
II. Dicha expresión constituye un mito sexual, ya que es una peligrosa creencia.
III. Mediante su afirmación, el *youtuber* expresa la práctica de su orientación sexual.

- A) I y II B) II y III C) I y III D) Solo I E) Solo II

Solución:

Solo II. Los mitos sexuales son creencias erróneas respecto a la sexualidad que pueden influir negativamente en el comportamiento de una persona, como en el caso citado.

Rpta: E

4. La sexualidad humana es un aspecto central de la persona, que abarca diferentes dimensiones. Identifique el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones con respecto al sexo.

- I. Es una dimensión determinada por la influencia sociocultural.
- II. Se considera un término referido solo a las relaciones sexuales.
- III. Consiste en una dimensión que se caracteriza por ser universal.

- A) VVV B) VFV C) FFF D) FVF E) FFV

Solución:

- I. (F) El sexo es la dimensión biológica de la sexualidad.
- II. (F) El sexo es la diferencia anatomo fisiológica que distingue a hombre y mujer.
- III. (V) Las diferencias anatómico fisiológicas entre hombre y mujer son universales.

Rpta: E

5. «Para los pueblos indígenas amazónicos, solo a partir de la diferencia y la complementariedad puede darse una buena vida en comunidad y una buena relación de pareja. Las tareas de las mujeres son transformadoras: la horticultura, la preparación de los alimentos, la alfarería, crianza de los niños. Por su parte, los hombres realizan tareas predatorias: escogen el terreno, derriban árboles, queman el lugar donde se ubicará la chagra, cazan y pescan»

Del texto anterior, respecto a la sexualidad, podemos inferir que

- I. se refiere a la dimensión de la sexualidad denominada identidad sexual.
- II. se establecen roles de género en los pueblos indígenas amazónicos.
- III. los pobladores no tienen claridad respecto a su orientación sexual.

- A) I y II B) II y III C) Solo I D) Solo II E) Solo III

Solución:

Solo II. Las tareas que establece la comunidad en función a la condición de ser hombre o mujer, constituyen los roles de género.

Rpta: D

6. Cuando la profesora de inicial solicita que levanten la mano las niñas, Xiomara rápidamente alza su brazo. Ante la pregunta a quién desea parecerse cuando tenga mayor edad, Xiomara responde que a la cantante Shakira porque desea ser famosa y decidida como ella. El caso ilustra la dimensión de la sexualidad denominada

- A) género. B) identidad de género. C) orientación sexual.
D) mito sexual. E) imagen corporal.

Solución:

La dimensión que se expresa en el caso es el componente psicológico de la sexualidad denominado identidad de género, donde la persona asume la percepción que tiene sobre su sexo y género.

Rpta: B

7. El psicólogo estadounidense Robert Sternberg, propuso la «Teoría triangular del amor» para explicar la complejidad de dicho sentimiento. A continuación, identifique el valor de verdad (V o F) respecto a sus propuestas.

- I. Cuando el amor en una pareja acaba, se denomina amor consumado.
- II. Sin la expresión de los tres componentes, cualquier tipo de amor acaba.
- III. Los tipos de amor en una pareja son inmodificables en el tiempo.

- A) FFF B) FVF C) VVF D) VFV E) FFV

Solución:

- I. (F) El amor consumado se refiere al amor que combina equilibradamente los tres componentes básicos del amor.
- II. (V) R. Sternberg considera que una pareja debe trabajar constantemente en mantener los tres componentes básicos del amor.
- III. (F) Los tipos de amor pueden modificarse en el tiempo. Para ello la pareja debe tomar conciencia en qué debe mejorar si desea mantener una relación estable.

Rpta: B

8. «...Ay, finge que no te gustó. Dame una mirada y luego vuélvete lejana. Y, sin querer, búscame y déjame. Llámame, pero no me hables, bésame y ahógame. Amárrame...» De acuerdo a la teoría de Sternberg, podemos inferir que la letra de la canción citada expresa el componente del amor denominado

- A) encaprichamiento. B) compromiso. C) atracción.
D) pasión. E) intimidad.

Solución:

La letra de la canción expresa el componente del amor denominado pasión, componente del amor que se expresa en el intenso deseo de unión con otra persona como expresión de atracción y necesidad de acercamiento físico y sexual.

Rpta: D

9. Cuando las amigas de Fabiana la critican por tolerar los celos excesivos de Giordano, ella expresa: «No se involucren en mi relación, ustedes no lo conocen verdaderamente, él actúa así porque me quiere. Es el chico más admirable que he conocido». Considerando las etapas de relación de pareja se podría inferir que Fabiana se encuentra en la etapa de relación denominada

- A) idealización. B) heterosexualidad en grupo de pares.
C) enamoramiento. D) cariño.
E) noviazgo.

Solución

En la etapa del enamoramiento se suele sobrevalorar a la pareja exagerando en positivo las virtudes de esa persona y minimizando y justificando las debilidades de la pareja.

Rpta.: C

10. Un psicólogo desea fomentar comportamientos sexualmente responsables en los adolescentes de un colegio, por ello, durante el taller que realizará con ellos, deberá

- I. repartir condones a los estudiantes y que ellos decidan cuándo usarlos.
- II. separar del colegio a los adolescentes que tengan una vida sexual activa.
- III. promover el acceso a la búsqueda de información de fuentes confiables.
- IV. reflexionar con ellos sobre los riesgos de comportamientos irresponsables.

A) I, III y IV B) I y III C) II y III D) III y IV E) I, II y III

Solución:

III y IV. Para fomentar comportamientos sexualmente responsables se debe promover una actitud reflexiva basada en la práctica de valores de una sexualidad responsable y analizar los riesgos de un comportamiento irresponsable.

Rpta.: D

Educación Cívica

EJERCICIOS DE CLASE

1. Manejar los conflictos de manera razonable, fomentando el diálogo y los consensos, puede evitar la irracional violencia desatada durante pugnas y protestas sociales realizadas en nuestro país. A partir de lo expuesto, identifique los enunciados que están íntegramente vinculados al desarrollo pleno de una cultura de paz.

- I. Promover debates alturados en las instituciones educativas donde se expongan puntos de vista opuestos.
- II. Fomentar capacidades para integrarnos en convivencia sana, priorizando su práctica en zonas rurales.
- III. Desarrollar valores que fortalezcan la convivencia, así como el aprecio hacia la diversidad cultural.
- IV. Capacitar de forma exclusiva a los alfabetizados en planes de erradicación de todas las formas de violencia.

A) I, II y IV B) I, III y IV C) I y III D) III y IV E) II y IV

Solución:

- I. Correcto. Promover debates que favorezcan el desarrollo de la empatía, la tolerancia a la frustración, el respeto de turnos, así como el trabajo colaborativo.
- II. Incorrecto. La convivencia implica ponerse en el lugar de otro, y ello se debe practicar en todos los seres humanos, no sólo en áreas rurales.
- III. Correcto. El aprecio a la diversidad nos permite relacionarnos con otras personas, respetando y valorando sus diferencias en la forma de pensar.
- IV. Incorrecto. Manejar constructivamente los conflictos involucra a todos, sin discriminación alguna.

Rpta.: C

2. La discriminación es uno de los grandes problemas en nuestro país, ocasionando en la población el menoscabo en el ejercicio o goce de sus derechos individuales o colectivos, por lo que es importante fortalecer la autoestima de las personas. Planteada esta problemática, determine el valor de verdad (V o F) de los enunciados que representen estrategias de solución.

- I. Realizar campañas que acepten la normalización de actos, frases o palabras denigrantes.
- II. Evidenciar que el uso de humor agresivo y lenguaje hiriente hacia las personas es una forma de violencia.
- III. Implementar eventos comunicacionales para poner énfasis que la discriminación es sancionable.
- IV. Minimizar que la difusión de bromas raciales en las redes sociales son acciones cotidianas de exclusión.

A) FVFF B) VFFV C) FVVF D) FVfV E) VFFF

Solución:

- I. Falso. Normalizar las prácticas discriminatorias en la sociedad afecta las formas de relacionarnos en sociedad.
- II. Verdadero. El humor agresivo hacia las personas es algo negativo, pues evidencia el desprecia y la desvalorización del prójimo.
- III. Verdadero. La discriminación es un tipo de violencia, sancionable socialmente y reconocida como un delito.
- IV. Falso. La tecnología y las redes sociales contribuyen a dar difusión de actos denigrantes y repudiables, en la cual discriminan a otras personas por su color de piel u origen.

Rpta.: C

3. Relacione los siguientes tipos de corrupción con los casos que le corresponden.

- | | |
|----------------------------|---|
| I. Peculado | a. Una autoridad del Ministerio de Transportes y Comunicaciones direcciona los contratos públicos a favor de una empresa brasilera dedicada al rubro de la construcción, es desmedro de otras empresas participantes. |
| II. Tráfico de influencias | b. El líder de un partido político solicita a uno de sus miembros de bancada la aprobación de un proyecto de ley para favorecer a un distrito, al cual postula como alcalde. |
| III. Cohecho pasivo | c. Cuatro parlamentarios utilizaron pasajes pagados por el Estado para su semana de representación congresal, en días festivos de Año Nuevo. |
| IV. Colusión | d. Un fiscal solicita un monto económico a un miembro de una organización criminal para el archivamiento de su investigación por tráfico de terrenos y extorsión. |

- A) Ia, IIb, IIIId, IVc
D) Ic, IIa, IIIb, IVd

- B) Id, IIb, IIIa, IVc
E) Ic, IIb, IIIId, IVa

- C) Ib, IIc, IIIId, IVa

Solución:

- | | |
|----------------------------|---|
| I. Peculado | c. Es cuando un funcionario se apropia o usa ilegalmente los bienes y recursos del Estado que recibe o administra. Este delito afecta el patrimonio del Estado. |
| II. Tráfico de influencias | b. Es cuando una persona con influencias reales o simuladas recibe, hace dar o prometer para sí o para un tercero, donativo, promesa o beneficio con el fin de interceder ante un funcionario público que ha de conocer o conoce un caso judicial o administrativo. |
| III. Cohecho pasivo | d. Cuando la persona que incurre en este delito es un funcionario o servidor público que acepta o recibe, solicita o condiciona su actuar a la entrega o promesa de donativo o ventaja de parte de un ciudadano. |
| IV. Colusión | a. Es cuando el servidor público pacta con un tercero para defraudar al Estado en los contratos públicos de bienes, obras o servicios que se le ha encargado. |

Rpta.: E

2. Gracias a los relatos elaborados por los cronistas del siglo XVI y XVII, se ha logrado reconstruir la organización social del Tahuantinsuyo. Esta fue una sociedad jerarquizada donde los diversos grupos cumplían una función concreta. En base a ello relacione las siguientes columnas:

- | | |
|--------------|---|
| I. Panacas | a. Productoras de bienes y servicios, también eran entregadas por el Estado a otros señores regionales. |
| II. Mitimaes | b. Movilizan la mano de obra de las comunidades a favor del Estado a través de la mita. |
| III. Acllas | c. Colonizadores de los nuevos territorios, sin perder vínculos con su comunidad de origen. |
| IV. Curacas | d. Preservar el mallqui del inca fallecido, además de la administración de su patrimonio. |

A) Ib – IIc – IIIId – IVa
D) Ic – IIId – IIIb – IVa

B) Ic – IIId – IIIa – IVb
E) Id – IIc – IIIa – IVb

C) Ia – IIc – IIIb – IVd

Solución:

Las panacas eran los linajes reales, es decir, la parentela cercana del inca, su función principal radicaba en la preservación del mallqui (momia del soberano), la herencia de sus bienes particulares y la elección del nuevo inca cuando la sucesión no estaba definida. Lo mitimaes o mitmas eran grupos de familias separadas del ayllu y trasladadas a otras regiones para cumplir tareas asignadas por el Estado, todo ello sin perder el vínculo con sus comunidades de origen. Las acllas eran las mujeres al servicio del Estado y tenían diverso origen social y étnico. Por último, los curacas eran los jefes étnicos de los ayllus, por ende, el nexo entre las comunidades y el Estado, siendo su principal función la movilización de la fuerza laboral de los ayllus en la mita.

Rpta.: E

3. La cultura chincha se especializó en los intercambios comerciales a larga distancia, así como en la navegación en balsas a través de la costa peruana. Su circuito de intercambio conocido como el «triángulo comercial» conectaba a tres regiones distantes entre sí: las costas de Ecuador, la costa sur del Perú y el Altiplano andino. Indique la alternativa que presente los recursos estratégicos correspondientes a las regiones indicadas en el mapa.

- A) cobre – coca y mates – algodón y ají
B) perlas – ají y pallares – mullu y lanas
C) oro – maíz y tubérculos – maíz y coca
D) charqui – carne y lana – mates y chuño
E) mullu – coca y mates – carne y lanas

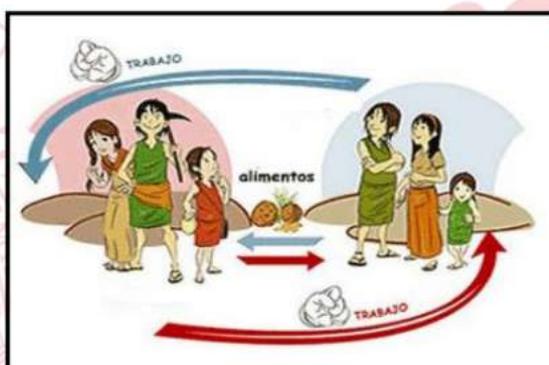


Solución:

La sociedad chincha estuvo conformada por grandes sacerdotes, artesanos, agricultores, comerciantes y pescadores, siendo los comerciantes especialistas uno de los grupos sociales más destacados, pues controlaban las rutas de intercambio de recursos estratégicos. De las costas de Ecuador se obtenía el mullu o molusco *spondylus*, recurso de gran importancia ritual en el mundo andino; de la costa sur, se comercializaban los productos locales destacando la coca, el algodón, los mates, entre otros; del Altiplano, zona ganadera por excelencia, donde se abastecían de carne, lana, chuño, charqui, etc.

Rpta.: E

4. La siguiente imagen representa uno de los principios económicos fundamentales del mundo andino: la reciprocidad. Esta se puede definir como el intercambio normativo de bienes y servicios en base a reglas ceremoniales. A partir de la imagen indique los enunciados correctos sobre la reciprocidad andina.



- I. Representa la denominada reciprocidad asimétrica o redistribución entre el ayllu y el curaca.
- II. Muestra el intercambio simétrico de fuerza laboral, donde lo ofrecido equivale a lo recibido.
- III. Expresa la reciprocidad simétrica, la cual se encuentra vinculada al ayni (ayuda mutua).
- IV. Señala la relación entre personas de estatus distintos, donde el trabajo se retribuye con bienes.

A) I, II, y III B) I y V C) I, III y IV D) II y III E) Solo III

Solución:

La reciprocidad andina se clasifica en dos categorías: simétrica y asimétrica, esta última también denominada redistribución. La primera se realizaba entre miembros de un mismo ayllu, runas de igual condición social, donde el trabajo ofrecido se retribuye con fuerza laboral tras un tiempo determinado. Este principio se observa claramente en el ayni.

Rpta.: D

5. Lea atentamente el texto e indique a qué tipo de trabajo desarrollado en el Tahuantinsuyo hace referencia.

Todo sujeto que pertenecía a un ayllu tenía obligaciones que cumplir en las tareas de trabajo (...) los curacas mayores, secundarios y menores, cada cual, en su nivel, actuaban como los responsables de su planificación y convocatoria, para la consiguiente distribución bien organizada de las tareas y faenas (...) estas faenas colectivas debían ser acatadas obligatoriamente por el clan entero, salvo se estuviera enfermo, invalido o ausente llevando a efecto misiones justificadas. De esta manera se resolvían los requerimientos de los pueblos o ayllus de sus propias etnias, nada para la gente ajena, colindante y extraña.

Espinoza, W. (2010). Economía política y domestica del Tahuantinsuyo. En Lumbreras, L. G. et al. *Economía Prehispánica*. Tomo 1. Lima: IEP/BCR.

- A) Ayni B) Mita C) Minka D) Sapsi E) Chunga

Solución:

La minka o minga fueron planificadas exclusivamente por los curacas regionales para atender únicamente las necesidades de sus respectivos ayllus. A diferencia del ayni, se convoca a la totalidad de la comunidad y no pueden ser eludidas, su incumplimiento era considerado un delito y el infractor era marginado, procediéndose a su expulsión de la comunidad. Se diferencia de la mita porque no presenta intervención estatal, no participan ayllus ajenos a la comunidad, no existen turnos de trabajo y cada quien aporta sus herramientas, por ende, no está sujeta a retribución por reciprocidad asimétrica.

Rpta.: C

Geografía

EJERCICIOS DE CLASE

1. La vertiente hidrográfica del Amazonas presenta el mayor volumen de aguas nacionales y cuenta con ríos caudalosos y navegables. En relación con las características de esta vertiente, identifique los enunciados correctos.

- I. La mayoría de sus ríos tienen como naciente principal la cordillera occidental.
- II. Sus aguas se originan por las lluvias, el derretimiento de los glaciares y nevados.
- III. Son torrentosos en su curso alto, formado relieves de degradación fluvial.
- IV. Son de régimen irregular por lo que forman meandros en su curso medio.

- A) II y III B) I y II C) I y IV D) I y III E) III y IV

Solución:

De la vertiente del Amazonas:

- I. Incorrecto: los nudos de Pasco y Vilcanota son las principales nacientes de los ríos de la vertiente del Amazonas.
- II. Correcto: el origen de los ríos de la vertiente de Amazonas es glaciar, níveo, pluvial y lacustre.

- III. Correcto: debido a la pendiente inclinada del curso alto de los ríos de la vertiente, tienen mayor poder erosivo originando los pongo.
- IV. Incorrecto: el régimen es de tipo regular, los meandros se originan en la llanura amazónica donde los ríos presentan su curso bajo.

Rpta.: A

2. Cada mañana José navega desde su casa, ubicada en una isla flotante del lago Titicaca, rumbo a su institución educativa cercana al río Coata, utilizando para ello una embarcación ancestral. Con respecto a lo descrito, podemos afirmar que

- A) el espacio indicado se localiza en el curso alto de un río.
 B) el río señalado es el único afluente del lago en mención.
 C) el tipo de régimen del río mencionado es de condición regular.
 D) el sector mencionado forma parte de una vertiente endorreica.
 E) las embarcaciones son utilizadas en el curso bajo de los ríos.

Solución:

La vertiente hidrográfica del Titicaca se ubica en el sector sur andino, está integrada por 13 unidades hidrográficas, con ríos de corta longitud donde se destaca al río desaguadero como único efluente del lago, torrentosos en su curso alto y de régimen irregular. Forma una cuenca endorreica.

Rpta.: D

3. El mar peruano es una gran fuente de riqueza hidrobiológica, además actúa como regulador térmico y modelador del litoral marino. Con relación a lo descrito, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. Los recursos más extraídos se localizan en el sector que recorre la corriente peruana.
 II. El fitoplancton contribuye a la diversidad biológica del sector central y meridional.
 III. Por la acción de las olas marinas, se intensifica el fenómeno del afloramiento.
 IV. La corriente peruana influye en la formación de lomas en los meses de diciembre a marzo.

- A) VFFV B) VVVV C) VVFF D) VFFF E) VFVV

Solución:

- I. Verdadero: la mayor diversidad hidrobiológica del mar peruano se concentra en el sector centro y meridional a causa de la presencia de aguas frías, entre los productos más extraídos tenemos a la anchoveta.
 II. Verdadero: el mar frío se caracteriza por albergar una gran diversidad de especies en cuya base de la cadena trófica se encuentra el fitoplancton.
 III. Falso: el fenómeno de afloramiento se produce cuando el viento sopla persistentemente sobre las aguas superficiales, ascendiendo aguas frías ricas en nutrientes como el fosfato.
 IV. Falso: las lomas costeras se originan en los meses de invierno por el aumento de la humedad generado por la corriente peruana.

Rpta.: C

4. En una conferencia, un investigador menciona: «con una pérdida del 49,9 % de extensión en casi cuatro décadas, destaca el alarmante retroceso de los glaciares por efecto del cambio climático. Las pérdidas han sido enormes, sin perspectivas de que esta tendencia se revierta». Con relación a lo mencionado, identifique los enunciados que evidencien esta problemática.

- I. La disminución de los glaciares traerá consigo épocas de estiajes más severas.
- II. Los ecosistemas que albergan los glaciares tendrán cambios intrascendentes.
- III. El derretimiento acelerado de los glaciares no repercutirá en el caudal de los ríos.
- IV. Los glaciares peruanos son más vulnerables por ubicarse en una zona tropical.

- A) I y II B) Solo II C) II y IV D) I y IV E) III y IV

Solución:

- I. Correcto: al ir desapareciendo los glaciares obviamente traerá consigo la disminución del caudal de los ríos el cual perjudicará a la sociedad.
- II. Incorrecto: los glaciares dentro de su entorno albergan diversos ecosistemas que poseen características particulares de suelo, clima y diversidad biológica, con su derretimiento los alteraría.
- III. Incorrecto: los ríos tendrán temporadas de crecida para luego presentar temporada de estiaje.
- IV. Correcto: el territorio peruano se ubica cerca del Ecuador terrestre o en área entre los trópicos o zona intertropical, donde la temperatura por el cambio climático es más alta siendo más afectados los glaciares.

Rpta.: D

Economía

EJERCICIOS DE CLASE

1. Brasil, uno de los mayores productores de alimentos en el planeta, aumentó su cosecha para 2023, con ello elevó la expectativa de producción de granos pues espera recoger 299,7 millones de toneladas de este producto, informó el Gobierno de este país.

De acuerdo con las estimaciones oficiales, el arroz, el **maíz** y la soja responderán en 2023 por el 92,4 % de la producción y el 87,4 % del área cosechada.

El Gobierno espera nuevos récords en las cosechas de soja y maíz, pero proyecta una caída en la de arroz debido a los «problemas climáticos» reportados en el estado de Rio Grande do Sul.

Redacción RPP 13 de abril del 2023 12:19 PM Actualizado el 13 de abril del 2023 12:19 PM

De la lectura anterior, y desde el punto de vista para nuestro país, se pone de relieve la producción de granos a niveles record por parte del factor agente económico

- A) hogares. B) Estado. C) empresa.
D) resto del mundo. E) familia.

Solución:

El Resto del Mundo está conformado por todos los países con los cuales el Perú tiene relaciones comerciales y financieras, así mismo forma parte de este grupo los organismos financieros internacionales de los cuales el país es miembro.

Rpta.: D

2. Las altas temperaturas registradas en el país, que oscilan entre los 25 a 28 grados centígrados que se viene prolongando hasta los meses de otoño del presente año, ha generado como consecuencia la paralización de las actividades de producción de muchas Mypes de textiles y calzados con pérdidas que ascienden a casi 9 millones de soles diarios, según la Cámara de Comercio de Lima. Ante la incertidumbre, dejaron de producir para la temporada otoño – invierno por una caída en sus ventas y dejando sin trabajo a más de 2500 obreros que de manera temporal se suele demandar en estas fechas del año. Con respecto al enunciado anterior, señalar el (los) enunciados correctos.

- I. Debido a la incertidumbre disminuyeron solo los flujos nominales.
- II. Se ve afectado el mercado de bienes, mas no el mercado de factores.
- III. Una consecuencia también sería la disminución del flujo nominal hacia el Estado.

- A) I, III B) II, III C) Solo II D) I, II, III E) Solo III

Solución:

- I. Debido a la incertidumbre disminuyeron los flujos monetarios y también reales.
- II. Se ve afectado el mercado de bienes y también el mercado de factores (trabajo).
- III. Una consecuencia también, por la caída en la producción y las ventas, sería la disminución del flujo nominal hacia el Estado (impuestos).

Rpta.: E

3. Relacionar los tipos de mercados:

- | | |
|--------------------------------------|--|
| 1. Mercado de bienes | a. Seguros de salud Mapfre |
| 2. Mercado de servicios | b. Mercado Cooperativa «Santa Rosa» - Chorrillos |
| 3. Mercado de factores de producción | c. UBER - DIDI |
| | d. Maquinaria pesada para construcción y minería Ferreyros |

A) 1a, 2b, 2c, 3d

B) 1b, 2a, 2c, 3d

C) 1d, 2a, 2c, 3b

D) 1c, 2b, 2a, 3d

E) 1c, 2d, 2a, 3b

Solución:

- a. M. Servicios: Servicio de seguros – atención a siniestros
- b. M. Bienes: Centro comercial – Mercado Cooperativa
- c. M. Servicios: Servicio de taxi – transporte
- d. M. F. Producción: Capital – maquinaria pesada para construcción, agricultura, minería.

Rpta.: B

4. En los últimos meses reconocidos artistas internacionales y nacionales regresaron a los escenarios entre cantantes, agrupaciones musicales, orquestas, etc.; ante esto, sus seguidores no dudaron en asistir a sus presentaciones de hasta 3 jornadas consecutivas, en alguno de los casos. Estos espectáculos generan, a su vez, un impacto económico que es aprovechado por unidades productivas y por otro lado también el agente económico _____ lleva a cabo sus respectivas acciones de control y seguimiento a las tracciones derivadas de la venta de alimentos y bebidas en establecimientos instalados dentro de estos eventos, llegando a registrar en ingresos cifras muy importantes que son afectos a la contribución de ley.

A) hogares
D) resto del mundo

B) gobierno
E) familia

C) empresa

Solución:

El Gobierno es el agente económico cuya intervención en la actividad económica es muy compleja, acude a los mercados de factores, de bienes y servicios tanto como ofertante y demandante. Además de la función redistributiva al cobrar impuestos y realizar transferencias.

Rpta.: B

5. El fenómeno climático «Yacu» que viene afectando a muchas ciudades del país causando pérdidas económicas, dañando la infraestructura productiva, además de las irreparables pérdidas de vidas humanas; todo esto, con efectos que se trasladan hacia los mercados y los bolsillos de los hogares que al ver aumentar los precios de los productos en los mercados, cada vez se deteriora más sus condiciones de vida, por lo que deben de destinar una mayor cantidad de flujos _____ para no verse afectados en su nivel de consumo o reducir la cantidad de flujos _____ en el mercado de _____.

A) reales – nominales – bienes y servicios
B) reales – nominales – factores productivos
C) nominales – reales – factores productivos
D) nominales – reales – bienes y servicios
E) físicos – reales – factores productivos

Solución:

De las muchas consecuencias que se podrían enumerar por lo que está dejando a su paso el fenómeno climático «Yacu», está el incremento en el precio de los alimentos y demás bienes que son trasladados y que se ven interrumpidos por la crecida de los ríos, derrumbes, huaycos, la caída de puentes, etc. ante esto las familias deben de lidiar en destinar una mayor cantidad de sus ingresos (flujo nominal) para adquirir dichos bienes, o adquirir una menor cantidad de bienes y servicios (flujo real) ante los insuficientes ingresos, en el mercado de bienes y servicios.

Rpta.: D

6. El feriado por Semana Santa permitió acelerar la recuperación en el turismo a nivel nacional generando un impacto de más de 157 millones de dólares a nivel nacional, en especial algunas regiones como, por ejemplo, en Ayacucho se registró un 86% de ocupabilidad hotelera, pues en esta región el turismo se dirige principalmente por las visitas a lugares religiosos con procesiones y festivales en Semana Santa, según Mincetur.
- En Machi Picchu Pueblo se pudo notar la reactivación del 60 % en el sector en hoteles, restaurantes y toda la cadena turística; asimismo, en **Tacna**, con un 81%; sin embargo, en Iquitos se registró una ocupabilidad hotelera relativamente baja de 40 % en promedio, mientras que Cajamarca de 30 % y en Amazonas de 25%. En el caso de Arequipa y Puno, fue de 52 % y 9 % respectivamente.

Redacción RPP 11 de abril del 2023 12:00 PM Actualizado el 11 de abril del 2023 12:00 PM

Con respecto a la lectura anterior, señalar verdadero (V o F) según corresponda.

- I. El turismo en las regiones genera solo flujos nominales extraordinarios.
 - II. El mayor flujo turístico en las regiones permitió dinamizar el mercado de factores.
 - III. Con el feriado se incrementaron los servicios, mas no el mercado de bienes.
 - IV. El flujo nominal de los viajeros hacia los hoteles se da en el mercado de factores.
- A) VVFF B) FVFF C) VFVF D) VVFFV E) FFFV

Solución:

Al aumentar los flujos monetarios también incrementa su contraparte que son los flujos reales. Aumento el turismo (servicios) y el consumo alimentos, bebidas, artesanías, etc. (bienes) en las regiones. El flujo nominal de los viajeros hacia los hoteles se da en el mercado de servicios.

Rpta.: B

7. Los restaurantes, en especial las cebicherías se mostraban expectantes ante la llegada de los días feriados por la Semana Santa, sin embargo, no obtuvieron los resultados esperados, ya que por las fuertes lluvias aumentaron el precio de sus insumos en el mercado de _____, llegando, por ejemplo, el precio del filete de perico de 25 soles a 50 soles, por lo que estas _____ trasladan dicho incremento al precio final de los platos marinos, destinando de esta manera un mayor _____ por parte de las unidades de consumo (comensales) hacia las unidades de producción en el mercado de bienes.
- A) factores productivos – familias – flujo real
 - B) bienes y servicios – empresas – flujo nominal
 - C) factores productivos – empresas – flujo nominal
 - D) bienes y servicios – familias – flujo real
 - E) factores productivos – empresas – flujo real

Solución:

Ante el incremento en el precio de los insumos de los platos marinos en el mercado de factores, las empresas trasladan dicho incremento al precio final de los bienes, de tal manera que los hogares destinan una mayor cantidad del flujo nominal hacia las empresas (cebicherías).

Rpta.: C

8. Las regiones del norte del país como Piura y Lambayeque son de las más azotadas por las intensas lluvias que generaron desbordes de los ríos, huaicos, inundaciones, etc., Las unidades económicas que demandan al Estado una atención y asistencia a través de la asignación de recursos para mitigar los daños ocasionados ante la emergencia climática y así garantizar el abastecimiento en los mercados ofreciendo _____, son el (los, las) _____, además del apoyo y asistencia a las familias damnificadas.
- A) factores productivos – familias
 B) flujos reales – empresas
 C) flujos nominales – familias
 D) bienes y servicios – empresas
 E) flujos reales – Estado

Solución:

Las empresas son ofertantes de bienes y servicios, trasladan el flujo real hacia los hogares para que estos puedan satisfacer sus necesidades.

Rpta: B

9. Marco es un joven graduado de la carrera de medicina que optó por independizarse; consciente del incremento en los gastos de vivienda, alimentos, energía (luz), hace el esfuerzo para poder solventar sus estudios de maestría que está próximo a empezar en una reconocida universidad del país, la cual le permitirá crecer en lo personal y profesional. Una vez cesado este último, que es un tipo de gasto _____, tiene la esperanza de tener mayores posibilidades de mejorar sus _____ como contraprestación a la actividad que realice en el mercado de _____.
- A) fijos – flujos nominales – factores
 B) discretos – flujos reales – bienes y servicios
 C) mensuales – flujos nominales – de factores
 D) fijos – flujos reales – bienes y servicios
 E) discretos – flujos reales – factores

Solución:

Los gastos en educación, pagos de hipotecas, crédito vehicular, etc. son mensuales, lo cual se dan durante un periodo. La educación, capacitación, adiestramiento, aumentan las posibilidades a obtener mejores ingresos (flujos reales) como contraprestación al trabajo ofrecido en el mercado de factores.

Rpta: C

10. Al obtener las mejores calificaciones durante el año académico, los padres de Leonardo le conceden el deseo de disfrutar de un viaje a las playas de San Andrés y una membresía en un club exclusivo de la capital, además de entradas al cine para ver con sus amigos el estreno de la película Super Mario Bros. Los gastos realizados por sus padres corresponden a los
- A) absolutos.
 B) discretos.
 C) permanentes.
 D) fijos.
 E) mensuales.

Solución:

Los gastos de las cuales están relacionados con bienes prescindibles, son los discretos, entre ellos están los viajes, bienes de lujos, clubes, etc.

Rpta.: B

Filosofía

EJERCICIOS DE CLASE

1. Christian y Laura son dos amigos que se encuentran conversando en un café sobre el próximo pago de impuestos que les corresponde en el mes de marzo. Laura está cansada de que todos los años deba pagar impuestos, pues considera que no gana millones como para hacerlo. No obstante, Christian le dice: «debes pagar tus impuestos, porque si no lo haces la SUNAT te embargará».

De acuerdo con las falacias no formales de atingencia, ¿a cuál de estas se refiere en el enunciado?

- A) *Argumentum ad ignorantiam*
- B) *Argumentum ad hominem*
- C) *Argumentum ad baculum*
- D) *Argumentum ad populum*
- E) *Argumentum ad verecundiam*

Solución:

La falacia que se comete es la denominada *argumentum ad baculum*, ya que no se recurre a la razón de que es bueno pagar los impuestos para contribuir con el país, sino que se está recurriendo a la coacción, es decir, a la amenaza de que si no se paga los impuestos la SUNAT embargará.

Rpta: C

2. Dado el siguiente esquema: $[(p \vee q) \wedge \sim p] \rightarrow q$, considerar que un argumento es cierto bajo aquella forma es reconocer la

- A) precisión de las proposiciones las cuales pueden comprobarse empíricamente.
- B) manifestación de los enunciados verdaderos o correctos sin importar la sintaxis.
- C) realización de una serie de actos del lenguaje dirigido a lograr la persuasión.
- D) validez, la cual se puede establecerse por la estructura del razonamiento.
- E) concertación de ideas de una comunidad que investiga un aspecto de la realidad.

Solución:

La validez puede establecerse por la estructura del razonamiento, sin necesidad de conocer el valor de verdad de las proposiciones que lo conforman. Así, el concepto de validez es una noción sintáctica, pues no hace falta conocer el significado de las proposiciones involucradas para determinar la validez del razonamiento.

Rpta: D

6. En una escena de un aula de clases, el alumno Alfredo se encuentra hablando por teléfono en voz baja, de repente su compañera del costado María Fe le dice: «te quiero... solo cuando guardas silencio».

De acuerdo con el enunciado, podemos inferir que estamos haciendo referencia a aquella falacia de ambigüedad que

- A) consiste en usar en el argumento un mismo término con significados distintos.
- B) se produce cuando su significado es confuso debido a su sintaxis.
- C) manifiesta misericordia y piedad para aceptar una determinada conclusión.
- D) se comete cuando se pronuncia con un acento inadecuado una frase.
- E) sostiene la verdad de una proposición porque no se ha demostrado lo contrario.

Solución:

El enunciado hace referencia a la falacia de ambigüedad de énfasis, que se comete en el momento en el que el autor del argumento pronuncia, con un acento inadecuado, una frase con la finalidad de concitar la atención de la audiencia o de quien escucha.

Rpta: D

7. Un razonamiento, cualquiera que sea, por regla general, pretende establecer la aseveración de la conclusión. No obstante, dicho razonamiento falla cuando, en el intento de establecer la verdad de la conclusión, sus premisas no la aplican. En otras palabras, es algo que nos termina llevando al error porque lo que se sustenta en la conclusión no está en concatenación con lo que las premisas explican.

Del enunciado podemos inferir que se está haciendo referencia a

- A) razonamientos muy equivocados.
- B) inferencias difíciles de entender.
- C) lenguajes sin análisis sintáctico.
- D) argumentos denominados falacias.
- E) signos especiales de comprensión.

Solución:

Uno de los trabajos de la lógica es referirnos a aquellos argumentos que no son válidos, pero que lo parecen. A estos argumentos la lógica los denomina sofismas o falacias.

Rpta.: D

8. Para formular con rigor un razonamiento y diferenciarlo de otro expresado de un modo incorrecto, la lógica investiga, desarrolla y sistematiza ciertos métodos, principios, reglas o leyes que se han de utilizar en dicho propósito. Para ello, recurre al uso de demostraciones y a la construcción de lenguajes y símbolos específicos.

Del enunciado, podemos deducir que la lógica se puede

- A) identificar como una ciencia.
- B) referir no como una ciencia.
- C) ver como ciencia natural.
- D) señalar que está en formación.
- E) ver como símbolos sin signos.

Solución:

La lógica se puede catalogar como una ciencia porque pretende formalizar leyes para encontrar resultados exactos y precisos en el análisis del razonamiento.

Rpta.: A

Física

EJERCICIOS DE CLASE

1. De acuerdo a los principios de la estática, indicar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:
- I. Si la resultante de las fuerzas que actúan sobre un sistema es nula el sistema puede moverse con velocidad constante.
 - II. Si la resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es nula, el cuerpo puede tener movimiento de traslación y de rotación.
 - III. Un sistema está en equilibrio si la resultante de las fuerzas aplicadas al sistema es nula.

- A) FFV B) FVF C) VVV D) VVF E) VFV

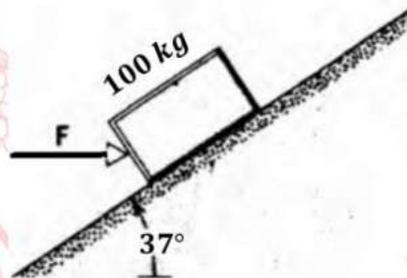
Solución:

- I. V II. V III. F (porque puede cambiar su estado de rotación)

Rpta.: D

2. Una caja de 100 kg es mantenida en reposo una rampa lisa de 37° con una fuerza horizontal F, como muestra en la figura. Determine la fuerza ejercida por la rampa sobre la caja. (Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A) 1250 N
 B) 800 N
 C) 1500 N
 D) 900 N
 E) 1000 N



Solución:

Aplicando la primera condición de equilibrio.

eje x'

$$F \cos 37^\circ - w \sin 37^\circ = \frac{4}{5}F - \frac{3}{5}w = 0$$

$$\Rightarrow F = \frac{3}{4}w$$

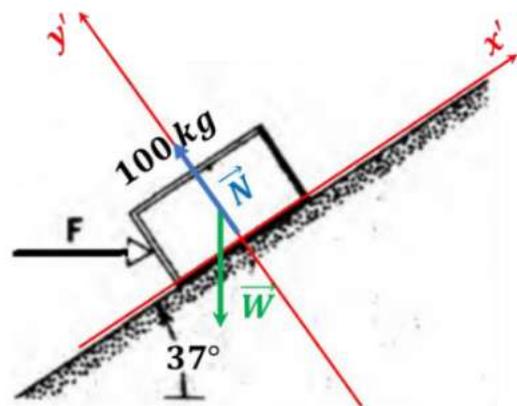
eje y'

$$N - F \sin 37^\circ - w \cos 37^\circ = 0$$

$$\Rightarrow N - \frac{3}{4} \times \frac{3}{5}w - \frac{4}{5}w = 0$$

$$\Rightarrow N = \frac{25}{20}w = 1,25 \times 100 \times 10$$

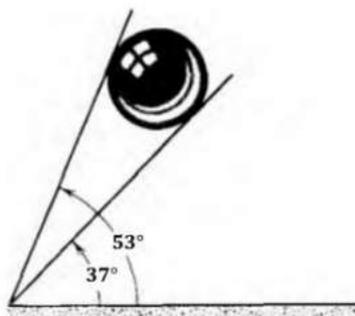
$$\Rightarrow N = 1250 \text{ N}$$



Rpta.: A

3. Una esfera uniforme de peso 7 N está en reposo encajada entre dos planos inclinados lisos de ángulos de inclinación 37° y 53° , como muestra la figura. Determine la magnitud de la fuerza que ejerce el plano de ángulo 37° sobre la esfera.

- A) 15 N
- B) 10 N
- C) 20 N
- D) 12 N
- E) 16 N



Solución:

Aplicando la primera condición de equilibrio.

eje x
 $\frac{4}{5}N_2 - \frac{3}{5}N_1 = 0$

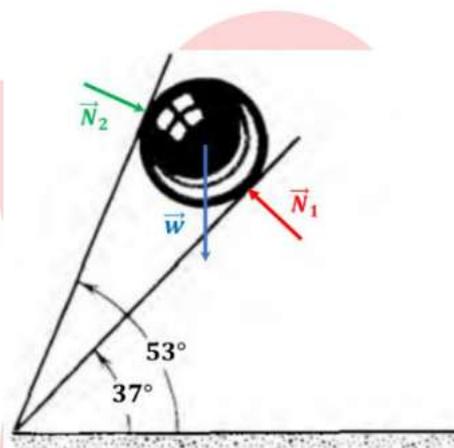
$\Rightarrow N_2 = \frac{3}{4}N_1$

eje y
 $\frac{4}{5}N_1 - \frac{3}{5}N_2 - 7 = 0$

$\Rightarrow 4N_1 - \frac{9}{4}N_1 = 35$

$N_1 \frac{(16-9)}{4} = 35$

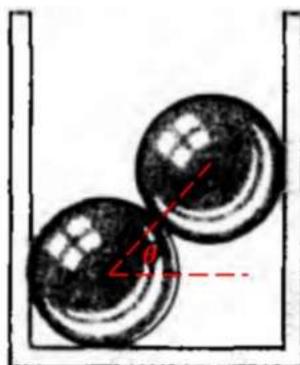
$\Rightarrow N_1 = 20\text{ N}$



Rpta.: C

4. Dos esferas uniformes e idénticas cada una con un peso W , descansan en el fondo de un recipiente rectangular como muestra en la figura. La línea que une los centros de las esferas forma un ángulo θ con la horizontal. Determine la magnitud de la fuerza de la fuerza de contacto entre las esferas si no hay fricción entre ellas ni con la pared del recipiente.

- A) w
- B) $w \text{ sen } \theta$
- C) $\frac{w}{\text{cos } \theta}$
- D) $\frac{w}{\text{sen } \theta}$
- E) $\frac{w}{\text{tan } \theta}$

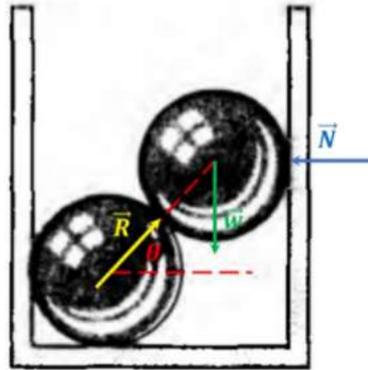


Solución:

Aplicando la ley de los senos.

$$\frac{\text{sen } \theta}{w} = \frac{\text{sen } 90^\circ}{R} = \frac{1}{R}$$

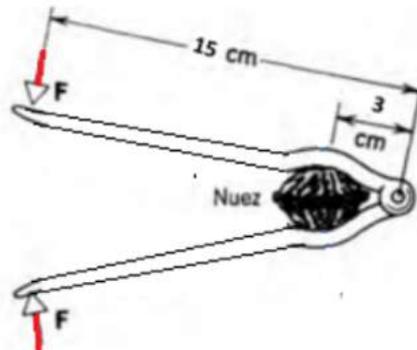
$$\Rightarrow R = \frac{w}{\text{sen } \theta}$$



Rpta.: D

5. Para romper una nuez se requiere fuerzas de 45 N ejercidas sobre ella en ambos lados. Determine la magnitud de fuerzas F que se requerirían para romperlas cuando es colocada en un cascanueces como el mostrado en la figura.

- A) 6 N
- B) 9 N
- C) 8 N
- D) 15 N
- E) 12 N



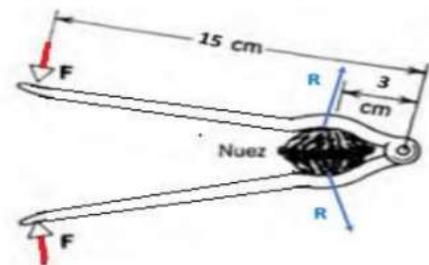
e
MARCOS

Solución:

Aplicando la segunda condición de equilibrio, donde el punto de apoyo es eje móvil del cascanueces. En concordancia con la figura se considerando a las fuerzas perpendiculares al brazo de palanca.

$$r_F F - r_R R = 0$$

$$\Rightarrow F = \frac{r_R R}{r_F} = \frac{3 \times 45}{15} = 9 \text{ N}$$

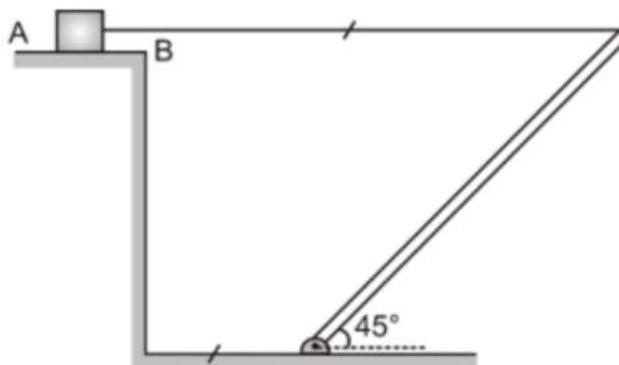


Rpta.: B

6. Un bloque de masa 3 kg ubicado sobre rampa llana está atado por una cuerda horizontal con una barra homogénea, como muestra la figura. Determine la máxima masa de la barra para que se encuentre en equilibrio si el coeficiente de rozamiento entre el bloque la superficie AB de la rampa es $0,4$.

Considerar: $g = 10\text{ m/s}^2$

- A) $1,0\text{ kg}$
- B) $1,5\text{ kg}$
- C) $2,0\text{ kg}$
- D) $2,4\text{ kg}$
- E) $3,0\text{ kg}$



Solución:

Aplicando equilibrio al bloque sobre la rampa.

eje y
 $N - w = 0 \Rightarrow N = 3 \times 10 = 30\text{ N}$

eje x
 $T - f_r = T - \mu_s N = 0 \Rightarrow T = 0,4 \times 30 = 12\text{ N}$

Aplicando momentos

$$TL \sin 45^\circ - w \frac{L}{2} \cos 45^\circ = 0 \Rightarrow w = 2 \times 12 = 24\text{ N}$$

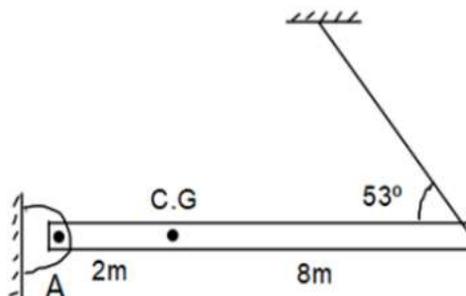
$$\Rightarrow m = \frac{w}{g} = 2,4\text{ kg}$$

Rpta.: C

7. Una barra no homogénea de masa 8 Kg , se encuentra en forma horizontal atada de una cuerda en un extremo y otro unida al pivote empotrado a un soporte vertical, como muestra la figura, donde también se señala su C.G. ¿Qué magnitud tiene la reacción \vec{R} en la articulación "A"?

Considere: $g = 10\text{ m/s}^2$

- A) $60,2\text{ N}$
- B) 66 N
- C) $62,2\text{ N}$
- D) $64,2\text{ N}$
- E) $65,2\text{ N}$



Solución:

Aplicando momentos relativos a la articulación A.

$$wr_w - Tr_T \text{ sen } 53^\circ = 0$$

$$\Rightarrow T = \frac{8 \times 10 \times 2}{10 \times 0,8} = 20 \text{ N}$$

Por equilibrio de fuerzas.

eje x

$$R_x - T \text{ cos } 53^\circ = 0$$

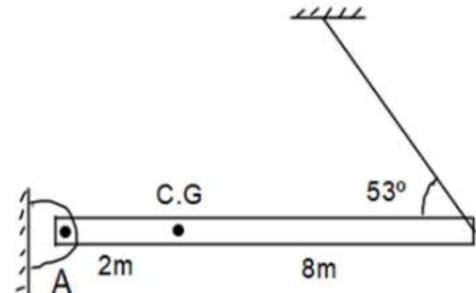
$$\Rightarrow R_x = 12 \text{ N}$$

eje y

$$R_y + T \text{ sen } 53^\circ - w = 0$$

$$\Rightarrow R_y = 80 - 16 = 64 \text{ N}$$

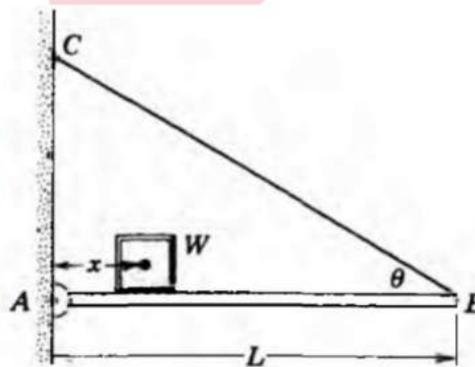
$$\Rightarrow R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{12^2 + 64^2} \approx 65,2 \text{ N}$$



Rpta.: E

8. En una barra de longitud L de 3 m y de peso $w = 200 \text{ N}$, se coloca un bloque de peso $W = 300 \text{ N}$, como muestra la figura. Si la tensión de la cuerda \overline{BC} es 500 N y el ángulo $\theta = 37^\circ$, determine la distancia x de ubicación bloque.

- A) 1 m
- B) 1,5 m
- C) 1,8 m
- D) 2 m
- E) 1,2 m



Solución:

Aplicando momentos relativo al punto A.

$$-xW - \frac{Lw}{2} + LT_{CD} \text{ sen } 37^\circ = -xW - \frac{Lw}{2} + \frac{3}{5}LT_{CD} = 0$$

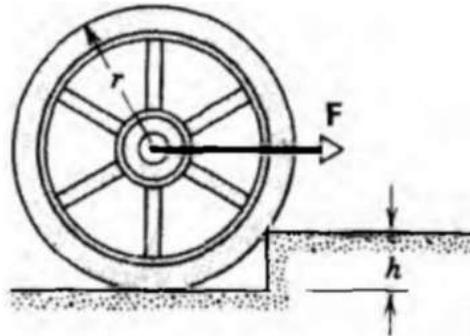
$$\Rightarrow x = \frac{6LT_{CD} - 5Lw}{10W} = \frac{3(6 \times 500 - 5 \times 200)}{10 \times 300} = \frac{3000 - 1000}{1000} = 2 \text{ m}$$

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Se aplica una fuerza F horizontalmente en el eje de la rueda cuando está frente a un obstáculo, como muestra la figura. En estas circunstancias, calcule la magnitud de fuerza mínima necesaria para elevar la rueda sobre el obstáculo si el valor del peso es 21 N , el radio $r = 50\text{ cm}$ y $h = 20\text{ cm}$.

- A) $15,75\text{ N}$
- B) 20 N
- C) 28 N
- D) 21 N
- E) 25 N



Solución:

Para que la rueda suba el obstáculo el valor de la normal \vec{N} es nulo.

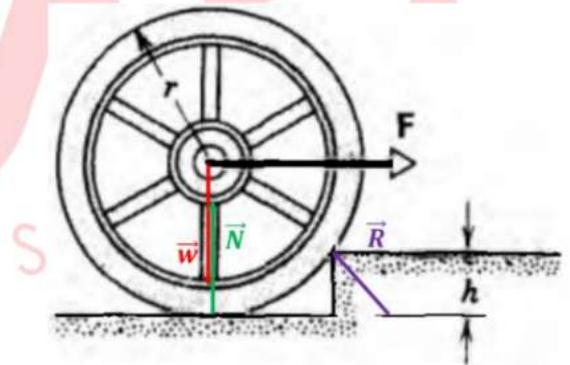
Para aplicar momentos es conveniente hacerlo en el lugar de contacto de la rueda con el obstáculo. El brazo de fuerza del peso.

$$r_w = \sqrt{50^2 - 30^2} = 40\text{ cm}$$

Aplicando momentos.

$$21 \times 40 - 30F = 0$$

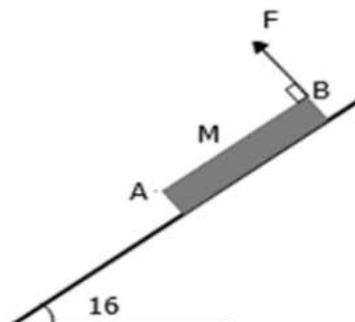
$$\Rightarrow F = 28\text{ N}$$



Rpta.: C

2. En la figura se muestra una viga homogénea AB en el cual actúa una fuerza F perpendicular a ella. Determine el coeficiente de rozamiento estático entre la viga y el plano inclinado, si la viga está a punto de volcar en torno a su extremo A.

- A) $0,40$
- B) $0,45$
- C) $0,58$
- D) $0,70$
- E) $0,75$



Solución:

Aplicando momentos en extremo A de la viga, donde por las condiciones dadas \vec{N} está en el extremo A.

$$FL - w \frac{L}{2} \cos 16^\circ = 0 \quad \Rightarrow \quad F = \frac{24}{50}w = \frac{12}{25}w$$

Por la condición de equilibrio de fuerzas.

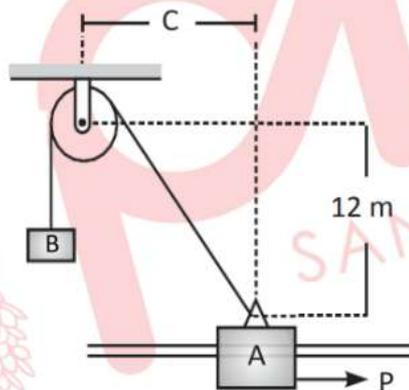
$$\begin{matrix} \text{eje } y \\ F + N - w \cos 16^\circ = 0 \end{matrix} \quad \Rightarrow \quad N = \frac{24}{25}w - \frac{12}{25}w = \frac{12}{25}w$$

$$\begin{matrix} \text{eje } x \\ f_r - w \sin 16^\circ = \mu_s N - w \sin 16^\circ = \mu_s \frac{12}{25}w - \frac{7}{25}w = 0 \end{matrix} \quad \Rightarrow \quad \mu_s = \frac{7}{12} = 0,58$$

Rpta.: A

3. El collar A puede deslizarse libremente en la barra horizontal lisa, como muestra la figura. Determinar la magnitud de la fuerza P necesaria para mantener el sistema en equilibrio. El peso del bloque B es 30 N, la polea muy liviana y la longitud de C = 9 m.

- A) 18 N
- B) 24 N
- C) 32 N
- D) 12 N
- E) 16 N



Solución:

Por la condición de equilibrio de fuerzas aplicada en la polea.

$$T - w_B = 0 \quad \Rightarrow \quad T = 30 \text{ N}$$

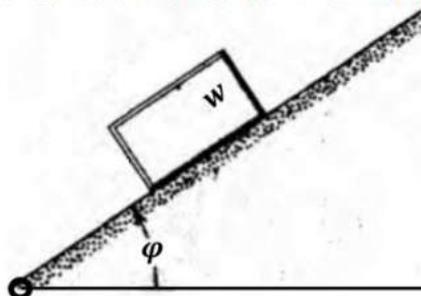
Por la condición de equilibrio aplicada en la barra.

$$P - T \cos \theta = 0 \quad \Rightarrow \quad P = 30 \times \frac{9}{15} = 18 \text{ N}$$

Rpta.: A

4. Sobre una rampa en la cual se regula su inclinación mediante un pivote en su base, es colocado un bloque rectangular como muestra la figura. Calcule el ángulo φ mínimo para que el bloque comience a deslizarse si su coeficiente de rozamiento estático es μ_s .

- A) $\varphi = \tan^{-1}(1/\mu_s)$
- B) $\varphi = \text{sen}^{-1}(1/\mu_s)$
- C) $\varphi = \text{sen}^{-1} \mu_s$
- D) $\varphi = \text{cos}^{-1} \mu_s$
- E) $\varphi = \tan^{-1} \mu_s$



Solución:

Se conoce.

$$f_r = \mu_s N$$

Aplicando la primera condición de equilibrio.

eje x'

$$f_r - w \operatorname{sen} \varphi = \mu_s N - w \operatorname{sen} \varphi = 0$$

$$\Rightarrow \mu_s N = w \operatorname{sen} \varphi$$

eje y'

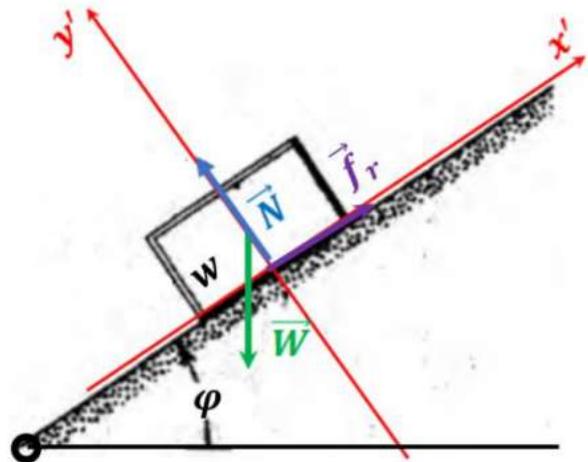
$$N - w \operatorname{cos} \varphi = 0$$

$$\Rightarrow N = w \operatorname{cos} \varphi$$

Dividiendo estas dos ecuaciones.

$$\frac{\mu_s N = w \operatorname{sen} \varphi}{N = w \operatorname{cos} \varphi} \Rightarrow \tan \varphi = \mu_s$$

$$\varphi = \tan^{-1} \mu_s$$



Rpta.: E

5. De acuerdo a los principios de la estática, indicar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

- I. Cuando las fuerzas son concurrentes y su resultante es nula el sistema puede cambiar su estado de rotación.
- II. Las fuerzas cuyas líneas de acción coinciden con sus respectivos brazos de palanca pueden generar torques.
- III. Dos Fuerzas de igual magnitud, dirección contraria y con distintas líneas de acción generan momentos de fuerza.

- A) FVV B) FFV C) FVF D) VFV E) FFF

Solución:

F (porque el torque resultante es nulo)

F (Porque el torque generado por esas fuerzas es nulo)

V

Rpta.: B

6. Una barra de un metro se balancea horizontalmente sobre el borde de un cuchillo en la marca de 50.0 cm. Cuando se colocan dos monedas de 5.00 g sobre la marca de 10.0 cm, la barra cargada se equilibra en la marca de 45.0 cm. Determine la masa de la barra.

- A) 100 g B) 80 g C) 60 g D) 70 g E) 90 g

Solución:

Tomando el punto de apoyo en el borde del cuchillo, se tiene.

$$r_{mon}.m_{mon}g - r_{ba}m_{ba}g = 0 \quad \Rightarrow \quad r_{mon}.m_{mon} = r_{ba}m_{ba}$$

$$\Rightarrow m_{ba} = \frac{r_{mon}.m_{mon}}{r_{ba}} = \frac{35 \times 2 \times 5}{5} = 70 \text{ g}$$

Rpta.: D

7. Una barra no uniforme de peso 10 N y longitud 1 m está suspendida en reposo en una posición horizontal por dos cuerdas delgadas de peso despreciable como se muestra en la figura; el ángulo que forma la cuerda de la izquierda con la pared vertical es 37° ; la cuerda de la derecha forma un ángulo 53° con la vertical. Calcule la distancia x desde el extremo izquierdo hasta el centro de gravedad.

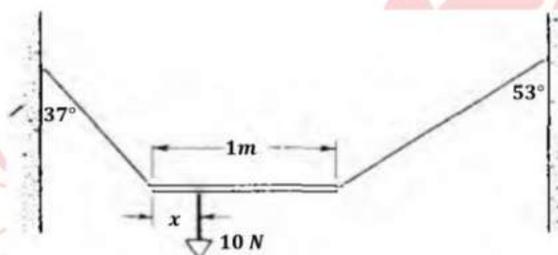
A) 36 cm

B) 64 cm

C) 50 cm

D) 40 cm

E) 60 cm



Solución:

Usando la primera condición de equilibrio.

eje x

$$\frac{4}{5}T_2 - \frac{3}{5}T_1 = 0$$

$$\Rightarrow T_1 = \frac{4}{3}T_2$$

eje y

$$\frac{3}{5}T_2 + \frac{4}{5}T_1 - 10 = 0$$

$$\Rightarrow T_2 \left(\frac{9+16}{5} \right) = 10$$

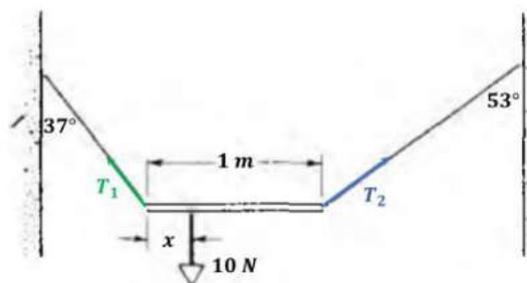
$$\Rightarrow T_2 = 6 \text{ N}$$

Utilizando la segunda condición de equilibrio relativo al extremo izquierdo

$$xw - T_2L \cos 53^\circ$$

$$= 10x - 6 \times 1 \times \frac{3}{5} = 0$$

$$\Rightarrow x = 0,36 \text{ m} = 36 \text{ cm}$$



Rpta.: A

Química

EJERCICIOS DE CLASE

1. La química tiene un lenguaje especial, así para cada fórmula química hay un nombre especial. Uno de los aspectos importantes para expresarlos correctamente está relacionado a los estados de oxidación (EO) de los elementos que componen el compuesto químico. El estado de oxidación es la carga real o aparente, que se asigna a los átomos de los elementos de un compuesto o de un ion. Con relación al estado de oxidación, establezca la relación especie–estado de oxidación del elemento subrayado.

- a) NiCl₂ () + 6
 b) H₂Se () + 2
 c) (IO₃)⁻ () + 5
 d) K₂CrO₄ () + 1
 e) CuH () - 2

- A) cdade B) dcabe C) bceda D) daceb E) cabde

Solución:

- a) NiCl₂ (d) + 6
 b) H₂Se (a) + 2
 c) (IO₃)⁻ (c) + 5
 d) K₂CrO₄ (e) + 1
 e) CuH (b) - 2

Rpta.: D

2. El cemento tipo puzolánico es un material de construcción que ofrece una mayor resistencia al ataque de agentes químicos, además se caracteriza por generar menor calor en el proceso de fraguado (endurecimiento) y tener menor dilatación e impermeabilidad que el portland, su composición se muestra en la siguiente tabla:

COMPOSICIÓN QUÍMICA DE UN CEMENTO			
Nombre	Composición	Proporción (%)	
		Clínker	Cemento
	SiO ₂	21,4	19,9
	Al ₂ O ₃	5,5	5,1
	Fe ₂ O ₃	3,8	3,5
	CaO	66,4	64,0
	MgO	1,4	1,3
	SO ₃	0,3	3,6
	P.F.	0,2	1,6
	CaO	1,0	0,9
	R.I.	0,1	0,1
	Na ₂ O + K ₂ O	0,9	0,8

Tabla N°1 Tomada de Polanco, Diego y García (2018), Materiales de Construcción, Los Cementos, Universidad de Cantabria.

Al respecto de los compuestos que forman el cemento puzolánico, seleccione el valor de verdad (V o F) para las siguientes proposiciones:

- I. En el cuadro se muestran seis óxidos básicos.
- II. En el Fe_2O_3 el hierro tiene EO +3 y su nombre común es óxido de hierro (III).
- III. El SO_3 es un óxido ácido y su nombre común es anhídrido sulfuroso.

A) FFV B) FVV C) FVF D) VFF E) VFV

Solución:

I. **VERDADERO.** En el cuadro se muestran seis óxidos básicos, los cuales son Al_2O_3 , Fe_2O_3 , CaO , MgO , Na_2O , K_2O .

II. **FALSO.** El hierro en el óxido posee EO = +3



óxido de hierro (III)

trióxido de dihierro

III. **FALSO.** El azufre en el óxido posee EO +6



óxido de azufre (VI)

trióxido de azufre

Rpta.: D

3. Los hidróxidos son ampliamente utilizados en la industria, por ejemplo, el $\text{Fe}(\text{OH})_3$ se usa en la fabricación de pinturas o de medicamentos, mientras que, el $\text{Cu}(\text{OH})_2$ es usado como fungicida. Al respecto, seleccione la alternativa que contenga respectivamente el nombre stock del primer hidróxido y el nombre sistemático del segundo hidróxido.

- A) Hidróxido férrico , dihidróxido de cobre.
- B) Hidróxido de hierro (III) , hidróxido cúprico.
- C) Hidróxido de hierro (III) , dihidróxido de cobre.
- D) Trihidróxido de hierro , hidróxido cúprico.
- E) Hidróxido férrico , hidróxido de cobre (II).

Solución:

Compuesto	N. Tradicional	N. Stock	N. Sistemático
$\text{Fe}(\text{OH})_3$	hidroxido férrico	hidróxido de Hierro (III)	trihidroxido de hierro
$\text{Cu}(\text{OH})_2$	hidróxido cúprico	hidroxido de cobre (II)	dihidróxido de cobre

Rpta.: C

6. Algunas sales oxisales son usadas como suplementos o medicamentos, tal como se muestra en la siguiente etiqueta. Con respecto a la sal oxisal utilizada en el suplemento vitamínico, seleccione el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:



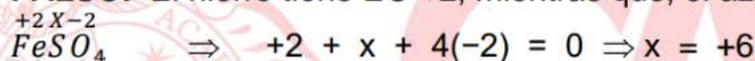
- I. El hierro tiene EO +3, mientras que, el azufre posee EO +6.
- II. Es producido por la reacción del hidróxido ferroso y el ácido sulfuroso.
- III. Su nombre Stock es sulfato de hierro (II).

- A) FFV B) FVV C) FVF D) VVF E) VFV

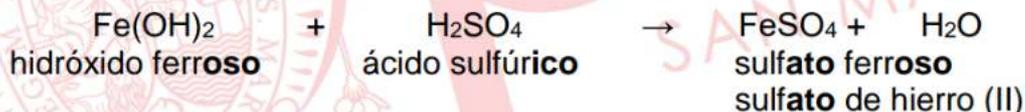
Solución:

El sulfato ferroso es el $FeSO_4$

I. **FALSO.** El hierro tiene EO +2, mientras que, el azufre posee EO +6.



II. **FALSO.** Para formar el sulfato ferroso es necesario hacer reaccionar el hidróxido ferroso y el ácido sulfúrico.



III. **VERDADERO.** El nombre Stock del $FeSO_4$ es sulfato de hierro (II).

Rpta.: A

7. Al reaccionar el hidrógeno con metales se forman los hidruros metálicos y al reaccionar con no metales del grupo (VIA y VIIA) se forman hidrácidos, los cuales al combinarse con agua forman los ácidos hidrácidos. Al respecto, seleccione la alternativa que contiene los nombres de los siguientes compuestos hidrogenados:

CuH	H₂S (g)	HF (ac)
N. Stock	N. sistemático	N. tradicional
A) Hidruro cuproso	, sulfuro de dihidrógeno	, ácido fluorhídrico.
B) Hidruro de cobre (I)	, ácido sulfhídrico	, fluoruro de hidrógeno.
C) Monohidruro de cobre	, sulfuro de dihidrógeno	, ácido fluorhídrico.
D) Hidruro de cobre (I)	, sulfuro de dihidrógeno	, ácido fluorhídrico.
E) Hidruro cuproso	, ácido sulfhídrico	, fluoruro de hidrógeno.

Solución:

CuH	N. Stock	hidruro de cobre (I)
H₂S(g)	N. sistemático	sulfuro de dihidrógeno
HF(ac)	N. tradicional	ácido fluorhídrico

Rpta.: D

8. El dióxido de carbono (CO₂) es un compuesto muy utilizado en las bebidas carbonatadas, una forma de obtenerlo en el laboratorio es a partir de la reacción representada por la siguiente ecuación química:



Con respecto a las especies involucradas, seleccione la alternativa que contiene respectivamente el nombre del ácido hidrácido, el nombre sistemático de la sal haloidea y la función química del CO₂.

- | | | | | |
|-------------------------|---|---------------------|---|---------------|
| A) Ácido clorhídrico | - | cloruro de calcio | - | óxido básico. |
| B) Cloruro de hidrógeno | - | cloruro de calcio | - | óxido básico. |
| C) Ácido clórico | - | dicloruro de calcio | - | anhídrido. |
| D) Ácido clorhídrico | - | dicloruro de calcio | - | óxido ácido. |
| E) Cloruro de hidrógeno | - | dicloruro de calcio | - | óxido ácido. |

Solución:

HCl(ac)	ácido clorhídrico
CaCl₂	dicloruro de calcio
CO₂	óxido ácido

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Los nutrientes asimilables por las raíces de las plantas contiene K, N y P, principalmente. El fósforo y el nitrógeno forman compuestos que son utilizados como fertilizantes. Determine respectivamente los E.O. del fósforo y del nitrógeno en los siguientes compuestos:

a) Ca₃(PO₄)₂	b) H₃PO₃	c) PH₃	d) KNO₃
A) +5, +5, +3, +3	B) +5, +3, +5, +5		C) -3, -3, +5, +3
D) +5, +3, -3, +5	E) +3, +3, +3, +5		

Solución:

- a) $\text{Ca}_3^{+2}(\overset{x}{\text{P}}\text{O}_4^{-2})_2 \Rightarrow 3(+2) + 2(x) + 8(-2) = 0 \Rightarrow x = +5$
 b) $\overset{+1}{\text{H}}_3\overset{x}{\text{P}}\text{O}_3^{-2} \Rightarrow 3(+1) + x + 3(-2) = 0 \Rightarrow x = +3$
 c) $\overset{x}{\text{P}}\text{H}_3$
 d) $\overset{+1}{\text{K}}\overset{x}{\text{N}}\text{O}_3^{-2} \Rightarrow (+1) + x + 3(-2) = 0 \Rightarrow x = +5$

Rpta.: D

2. Los óxidos son compuestos que poseen el ion óxido (O^{2-}) como parte de su estructura, estos pueden ser básicos o ácidos. Con respecto a los dos compuestos mostrados, seleccione el valor de verdad (V o F) para las siguientes proposiciones:

a) Co_2O_3 b) I_2O_3 c) Cl_2O

- I. (a) es un óxido básico y (b) y (c) son óxidos ácidos.
 II. El nombre sistemático de (a) es, óxido de cobalto (III).
 III. El nombre común de (b) es, anhídrido yodoso.
 IV. Al combinarse (c) con H_2O forma el ácido hipocloroso.

A) VVFFV

B) VFFV

C) VFVV

D) FFVV

E) VVVV

Solución:

- I. **VERDADERO.** (a) es un óxido básico ya que el cobalto es un metal, mientras que (b) es un óxido ácido ya que el yodo es un no metal.

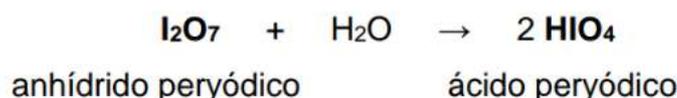
- II. **FALSO.** El nombre sistemático de (a) es, trióxido de dicobalto: Co_2O_3

- III. **VERDADERO.** El nombre común de (b) es, anhídrido yodoso; I_2O_3

- IV. **VERDADERO.** $Cl_2O + H_2O \rightarrow 2 HClO$
 anhídrido ácido
 hipocloroso hipocloroso

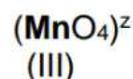
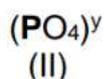
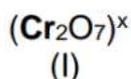
Rpta.: C

3. Al hacer reaccionar un óxido ácido con agua se produce un ácido oxácido. Al respecto complete el producto de la reacción y seleccione la alternativa que contiene respectivamente la fórmula y el nombre del compuesto formado.

A) HIO – ácido hipoyodosoB) HIO_2 – ácido yodosoC) HIO_3 – ácido yódicoD) HIO_4 – ácido periódicoE) $HI_{(ac)}$ – ácido yodhídrico**Solución:**

Rpta.: D

4. En los laboratorios de química se encuentran diversos reactivos químicos rotulados con etiquetas, donde se observa sus fórmulas químicas, así en las fórmulas de las sales oxisales se observa presencia de oxoaniones. Respecto a los siguiente oxoaniones:



los estados o números de oxidación de los elementos en negritas son +6, +5 y +7 respectivamente. Seleccione la alternativa que contiene los valores de x, y, z (carga de los iones), así como el nombre correcto de uno de los oxoaniones.

- A) -2, -3, -2, (I) dicromato
 B) -3, -5, -3, (II) fosfito
 C) -1, -2, -2, (III) permanganato
 D) -2, -1, -3, (I) cromato
E) -2, -3, -1, (II) fosfato

Solución:

$$(\text{Cr}_2\text{O}_7)^x \rightarrow 2(+6) + 7(-2) = x \rightarrow +12 - 14 = x \rightarrow x = -2$$

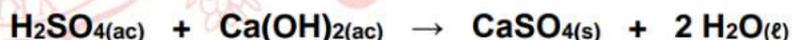
$$(\text{PO}_4)^y \rightarrow 1(+5) + 4(-2) = y \rightarrow +5 - 8 = y \rightarrow y = -3$$

$$(\text{MnO}_4)^z \rightarrow 1(+7) + 4(-2) = z \rightarrow +7 - 8 = z \rightarrow z = -1$$

- (Cr₂O₇)²⁻ dicromato
 (PO₄)³⁻ fosfato
 (MnO₄)⁻ permanganato

Rpta.: E

5. El yeso (CaSO₄·2H₂O), es un material muy usado en construcción. El CaSO₄ se puede sintetizar en el laboratorio según la reacción química representada por la siguiente ecuación química:



Con respecto a las sustancias mostradas, seleccione el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. El calcio en el Ca(OH)₂ y en el CaSO₄, posee EO = +2.
 II. El azufre tiene EO = +6 en el H₂SO₄ y EO = +4 en el CaSO₄.
 III. El nombre del ácido oxácido es ácido sulfuroso.
 IV. El nombre de la sal oxisal formada es sulfito de calcio.

- A) FFVV B) FFVF C) VFVV D) FVFF **E) VFFF**

Solución:



- I. **VERDADERO.** En ambos compuestos el Ca, posee EO +2.
 II. **FALSO.** En ambos compuestos el S actúa con E.O. +6
 III. **FALSO.** En nombre del ácido oxácido es ácido sulfúrico.
 IV. **FALSO.** El nombre de la sal oxisal es sulfato de calcio

Rpta.: E

6. En el laboratorio una forma de obtener hidrógeno es por medio de la reacción de un metal y un ácido, así, si un alumno coloca una granalla de zinc en dos tubos de ensayo y le agrega a uno ácido sulfúrico y al otro ácido clorhídrico se forman las sales correspondientes y se libera hidrógeno. Al respecto, seleccione la alternativa que contiene la fórmula y el nombre del compuesto que se forman en cada caso.

- | | | | | |
|-------------------------------|------------------------|----------|----------------------------|------------------------|
| A) $ZnSO_3$ | sulfito de zinc | – | $ZnCl_2$ | cloruro de zinc |
| B) ZnS | sulfuro de zinc | – | $Zn(ClO_4)_2$ | diperclorato de zinc |
| C) $ZnSO_4$ | sulfato de zinc | – | $ZnCl_2$ | cloruro de zinc |
| D) $ZnSO_3$ | sulfito de zinc | – | $ZnCl_2$ | dicloruro de zinc |
| E) $ZnSO_4$ | sulfato de zinc | – | $Zn(ClO)_2$ | dihipoclorito de zinc |

Solución:

Metal + ácido oxácido \longrightarrow **sal oxisal + hidrógeno**



Sulfato de zinc

Metal + ácido hidrácido \longrightarrow **sal haloidea + hidrógeno**



cloruro de zinc
dicloruro de zinc

Rpta.: C

Biología

EJERCICIOS DE CLASE

1. Durante la digestión intracelular, las pequeñas partículas o gotas alimenticias penetran por endocitosis en las células y son englobadas en vacuolas para luego fusionarse con una organela. El alimento entonces, es degradado en pequeñas fracciones por acción de las enzimas que se encuentran en esta organela que interviene en la digestión. ¿Cuál es esa organela?

- | | | |
|------------------|-------------------|----------------|
| A) El dictiosoma | B) La mitocondria | C) El lisosoma |
| D) El ribosoma | E) Golgisoma | |

Solución:

La organela que actúa directamente en la digestión intracelular es el **lisosoma**, cuyas enzimas descomponen el alimento en pequeñas fracciones.

Rpta.: C

2. Son organismos heterótrofos que obtienen nutrientes de tres formas diferentes, como saprófitos, parásitos y como mutualistas.

A) Hongos
D) Esponjas

B) Protozoarios
E) Caracol

C) Amebas

Solución:

Los **hongos** han evolucionado de una manera que les permite usar una gran variedad de sustratos orgánicos para crecer, incluidos compuestos simples como nitrato, amoníaco, acetato o etanol.

Rpta.: A

3. Para poder obtener nutrientes, la gran mayoría de eucariotas superiores ha de procesar los alimentos empleando procesos mecánicos y químicos; de esta manera, el alimento es desmenuzado y finalmente hidrolizado. ¿Qué sistema se encarga de dicho proceso?

A) Excretor
D) Vascular

B) Digestivo
E) Nervioso

C) Respiratorio

Solución:

El **sistema digestivo** formado por el tracto digestivo y otros órganos ayudan al cuerpo a descomponer y absorber los alimentos, es un tubo largo y retorcido que comienza en la boca y atraviesa el esófago, el estómago, el intestino delgado, el intestino grueso y el ano.

Rpta.: B

4. Una vez dentro de nuestro organismo, los alimentos son convertidos en trozos más pequeños seguidamente, son degradados en pequeñas moléculas por acción de las enzimas digestivas, en ese sentido se hace referencia, respectivamente a

A) la digestión química y mecánica.
B) el suministro constante de nutrientes.
C) la digestión mecánica y química.
D) la transformación y uso de sustancias.
E) la conducción y uso de sustancias.

Solución:

La digestión o catabolismo se divide en dos tipos: la **digestión mecánica** de los alimentos que se produce en la boca cuando se descomponen físicamente en trozos más pequeños y la **digestión química** que se produce en el tracto gastrointestinal cuando los alimentos se descomponen en pequeñas moléculas por las enzimas digestivas.

Rpta.: C

5. La planaria puede ingerir sus alimentos usando la faringe, órgano complejo, extensible y evaginable ubicada en la mitad del cuerpo en posición ventral. La faringe conduce a un intestino con varias ramas repartidas por todo el cuerpo. Estas características determinan que la planaria posea
- A) un sistema digestivo completo.
 - B) una digestión exclusivamente extracelular.
 - C) un sistema digestivo incompleto.
 - D) una digestión en forma intracelular.
 - E) un proceso digestivo muy complejo.

Solución:

Debido a la existencia de una estructura para la absorción y/o asimilación de los alimentos como el intestino, es necesaria la presencia de células que tenga la capacidad de secretar enzimas. Estos organismos presentan **sistema digestivo incompleto**.

Rpta.: C

6. Organismo cuyos nutrientes quedan atrapados cuando el agua pasa a través de sus coanocitos y salen por un ósculo. Además, sus amebocitos transportan los nutrientes desde las células que han introducido partículas alimenticias hacia aquellas que no lo han hecho. Se puede deducir que se hace referencia a la digestión
- A) extracelular de las esponjas.
 - B) intracelular de la planaria.
 - C) intracelular del caracol.
 - D) extracelular de la ameba.
 - E) intracelular de las esponjas.

Solución:

Las **esponjas** carecen de complejos sistemas digestivo y solo poseen una **digestión del tipo intracelular**. Su comida queda atrapada cuando el agua pasa a través de los coanocitos y sale por el ósculo.

Rpta.: E

7. Las aves ingieren el alimento por el pico pasándolo luego al esófago, luego en el/la _____ se humedece y se almacena temporalmente sin ser procesado. El alimento pasa al estómago, donde el/la _____ participa en la degradación de proteínas.
- A) proventrículo – ptialina
 - B) cloaca – amilasa pancreática
 - C) molleja – amilasa salival
 - D) buche – pepsina
 - E) molleja – pepsina

Solución:

Las aves ingieren el alimento por la boca pasándolo luego al esófago, luego en el **buche** se humedece y se almacena temporalmente sin ser procesado. El alimento pasa al estómago, donde la **pepsina** participa en la degradación de proteínas.

Rpta.: D

