



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS  
*Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA*  
 CENTRO PREUNIVERSITARIO

SEMANA N.º 6

## *Habilidad Verbal*

SEMANA 6A



(VIDEOS)  
 TEORÍA Y  
 EJERCICIOS

### LA INFERENCIA: MÁS ALLÁ DE LO LITERAL

Los textos pueden ostentar dos tipos de información: **una información literal y una información no literal**. Esta información no literal la podemos rescatar mediante la inferencia. En otras palabras, la inferencia es un proceso cognitivo mediante el cual se obtiene una conclusión (implícita) a partir de determinadas premisas (explícitas).

Las inferencias en la comprensión lectora satisfacen las siguientes funciones generales: Uno, permiten establecer conexiones entre el nuevo material que exhibe el texto y el conocimiento relacionado con este, ya existente en la memoria del lector. Gracias a esta operación inferencial, el nuevo material se torna inteligible, se elabora una determinada organización que le confiere sentido al texto, y se posibilita la incorporación de la nueva información en la memoria del lector. Dos, permiten cubrir las omisiones en la estructura superficial global del texto. Por ejemplo, si se dice «María está bronceada», se puede inferir que María fue a la playa, que estamos en verano, etc. Este tipo de inferencia se utiliza en los textos, debido a que en ellos el empleo de recursos elípticos es imprescindible para garantizar la economía del lenguaje.

De esta manera, mediante la inferencia, se persigue generar una conclusión adecuada sobre la base de un proceso de un razonamiento válido que se adecúe a las normas rigurosas de un pensamiento fuerte. Por otro lado, los verbos de inferencia son los siguientes: **inferir, deducir, colegir, desprender**.

### TIPOLOGÍA DE LA INFERENCIA

#### I) POR EL NÚMERO DE PREMISAS

##### A) INFERENCIA DIRECTA

Consiste en desencadenar una conclusión sobre la base de un enunciado.

Ejemplo:

Felipillo sirvió de intérprete entre Valverde y Atahualpa, **por lo tanto**, \_\_\_\_\_

**Solución:** Felipillo hablaba una lengua originaria además del español.

## B) INFERENCIA INDIRECTA

Consiste en colegir una conclusión a partir de un análisis de dos o más enunciados.

Ejemplo:

Para ingresar a la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, se requiere aprobar el proceso de admisión. Ingresé a la Universidad de San Marcos. **En consecuencia,**

-----

**Solución:** logré aprobar el examen de admisión.

## II) POR EL VÍNCULO ENTRE LAS PREMISAS Y LA CONCLUSIÓN

### A) INFERENCIA DEDUCTIVA

Consiste en obtener una conclusión sobre la base de las leyes estrictas de la lógica. En las inferencias deductivas, la(s) premisa(s) garantiza(n) plenamente a la conclusión. Consideraremos una inferencia deductiva como válida si el apoyo se da efectivamente. Podemos decir también que en este tipo de inferencias la conclusión ya está contenida, solo que, de un modo implícito, en las premisas consideradas en conjunto.

Ejemplos:

- 1) La suma de los ángulos interiores de un triángulo es  $180^\circ$ . Tenemos un triángulo cuyos ángulos interiores miden respectivamente  $60^\circ$  y  $30^\circ$ . **En consecuencia,**
- 

**Solución:** podemos afirmar que el tercero es un ángulo recto.

- 2) Las obras de arte notables tienen un valor que perdura en el tiempo. El cuadro *La Gioconda* tiene un valor trascendental. **En este sentido, podemos concluir que**
- 

**Solución:** el cuadro *La Gioconda* es una gran obra de arte.

### B) INFERENCIA INDUCTIVA

A diferencia de la deducción, la inducción no es un razonamiento concluyente. En las inferencias inductivas, se pretende solo que las premisas apoyen o justifiquen la conclusión en cierto grado; es decir, la verdad de las premisas solo hace que la conclusión sea «probable». Una inferencia inductiva por generalización (o inferencia ampliativa) consiste en obtener conclusiones generales a partir de premisas que contienen datos particulares. Por ejemplo, de la observación repetida de objetos o acontecimientos de la misma índole, se establece una conclusión general para todos los objetos o eventos de dicha naturaleza. La conclusión de una inferencia inductiva solo puede considerarse probable y, de hecho, la información que obtenemos por medio de esta modalidad de razonamiento es siempre una información incierta y discutible.

Ejemplo:

El mandril es un tipo de primate y come carne, el chimpancé es otro tipo de primate y ocasionalmente come carne. **Por consiguiente,** \_\_\_\_\_

**Solución:** todos los primates evidencian una dieta basada en carnes.

También puede establecerse una inferencia inductiva **por analogía**. Aunque no sea general la conclusión, sino singular, esta manera de razonar descansa sobre una generalización previa (implícita) acerca de todos los objetos que poseen los caracteres en que se sustenta la analogía.

Ejemplo:

Bosch es hijo del mayor Cullins, quien se enlistó en el ejército estadounidense para pelear en Vietnam. Sabemos también que su abuelo Ted y su bisabuelo Irving pertenecieron al ejército estadounidense y pelearon en tanto en la Primera como en la Segunda Guerra Mundial respectivamente. **Entonces,** \_\_\_\_\_

**Solución:** Bosch, se enlistará en el ejército estadounidense y combatirá en una guerra.

## ACTIVIDADES SOBRE LA INFERENCIA

### TEXTO 1

John Hawkins, contratado a mediados del siglo XVI por la reina Isabel I de Inglaterra como corsario, atacó navíos españoles con el objetivo de arrebatárselos sus riquezas y debilitar el poderío naval español, a la vez que fortalecía el de Inglaterra.

Fancis Drake, también como corsario al servicio de la reina Isabel I, realizó, en la segunda mitad del siglo XVI, acciones hostiles contra los navíos españoles que transportaban las riquezas que España extraía de sus colonias ultramarinas, y las afectó de este modo y, por el contrario, benefició a la monarquía inglesa.

Thomas Cavendish fue otro corsario que el reino de Inglaterra, a mediados del siglo XVI, durante el reinado de Isabel I, contrató para que saquee embarcaciones españolas en el Perú y en Chile, a fin de fortalecer a la monarquía inglesa, que en aquel entonces mantenía una férrea rivalidad con la de España.

**Si llegáramos a afirmar que todos los corsarios que saquearon embarcaciones españolas a mediados del siglo XVI estuvieron al servicio de la reina Isabel I de Inglaterra, estaríamos aplicando una inferencia** \_\_\_\_\_

**Solución:** inductiva.

### TEXTO 2

Se sabe que el principal signo de la papera es la inflamación de las glándulas salivales, lo que conduce a que las mejillas se inflamen; además, aparecen dolores, fatigas y fiebres que

aquejan al paciente. George, debido a que presenta estos síntomas, y movido por la preocupación de su salud, ha ido al médico. El doctor, tras examinarlo, le ha diagnosticado paperas y le ha prescrito descanso absoluto y la ingesta de ibuprofeno y paracetamol.

**El médico, para poder diagnosticarle esta enfermedad al desafortunado George, se ha basado en una inferencia de tipo \_\_\_\_\_.**

**Solución:** deductivo.

## COMPRENSIÓN LECTORA

¿Vegetariano o carnívoro? Este es uno de los debates más controvertidos, fluidos y emocionalmente intensos en relación con la alimentación. Una de las razones es la amplia gama de temas que abarca, que aún hoy se encuentran sin resolver: la salud, la nutrición, las preocupaciones ambientales, el bienestar animal y la ética. Los argumentos son diversos al momento de discutir cuáles de las dos opciones es la mejor. Por un lado, para los vegetarianos no es ético comer carne cuando hay otras opciones disponibles, ya que se ha demostrado que los animales son seres sensibles que experimentan emociones, tienen sentimientos y pueden desarrollar relaciones sociales. En cambio, para los carnívoros comer carne es una parte natural del ciclo de vida. Los seres humanos fuimos creados por la evolución para comer carne y demás alimentos derivados de los animales. Además, las plantas también tienen emociones, ya que se comunican, responden y crean comunidades. Por otro lado, En el punto de vista de quienes no comen carne de animales, la anatomía humana evolucionó para poder seguir una dieta básicamente vegetariana. Los seres humanos carecen de algunas características esenciales que tienen los carnívoros. La boca y los dientes son planos y cortos, lo cual es más apropiado para alimentos fibrosos. Los intestinos son largos y esto facilita la digestión de vegetales. El hígado no puede purificar fácilmente el exceso de la vitamina A que se obtiene al comer carne. Sin embargo, para los carnívoros comer carne es una parte **esencial** de la evolución humana desde hace más de 2,3 millones de años. La carne fue una de las razones por las cuales los seres humanos pudieron desarrollar su cerebro e inteligencia. Finalmente, para los *veggies*, una dieta vegetariana brinda una nutrición completa y beneficios saludables, ya que puede satisfacer las necesidades proteicas, proveer todos los aminoácidos esenciales y mejorar la salud. Quienes comen carne determinan que la carne es increíblemente nutritiva: contiene proteína de alta calidad y nos proporciona creatina, la cual forma una reserva de energía en los músculos y el cerebro.

CLARÍN (2014). «Vegetarianos vs. carnívoros: pros y contras de cada uno». En *Clarín*. Recuperado de <[https://www.clarin.com/nutricion/vegetariano-carnivoro-debate-diferencias-pros-contras-comer-comida-alimentos-alimentarse\\_0\\_Syhm45FPXx.html](https://www.clarin.com/nutricion/vegetariano-carnivoro-debate-diferencias-pros-contras-comer-comida-alimentos-alimentarse_0_Syhm45FPXx.html)>.

1. El tema central del texto es
- A) las discrepancias éticas que enfrentan a los consumidores de carne y los vegetarianos en el mundo.
  - B) las razones éticas por las que es necesario comer grandes cantidades de carne y pocos vegetales según estudios.
  - C) los argumentos vinculados con la salud, la ética y la biología asumidos por vegetarianos y carnívoros.
  - D) el debate abierto e intenso sobre los efectos del consumo de carne y vegetales para la salud humana.
  - E) los hallazgos sobre los efectos del consumo de carne y vegetales en lo tocante al desarrollo cerebral humano.

**Solución:**

En el texto se desarrollan tres argumentos esgrimidos tanto por los vegetarianos como por los carnívoros: el argumento ético, el biológico y el argumento vinculado con la salud.

**Rpta.: C**

2. En el texto, la palabra ESENCIAL se puede reemplazar por

- A) determinante.
- B) íntima.
- C) interna.
- D) productiva.
- E) acuciosa.

**Solución:**

**Rpta.: A**

3. Resulta incompatible con el desarrollo textual afirmar que las propuestas confrontadas sobre la mejor dieta
- A) se orientan también a ofrecer argumentos sobre aspectos biológicos vinculados con la evolución.
  - B) se orientan al menos de manera parcial en los efectos nutricionales de los vegetales y la carne.
  - C) argumentan, entre otros, a partir de un razonamiento ético que permite sustentarlas sólidamente.
  - D) constituyen posturas que han generado una reflexión sostenida sin que medie una solución definitiva.
  - E) solo en uno de los casos se carece de evidencia empírica consistente acerca de sus afirmaciones.

**Solución:**

En cada una de las propuestas, las afirmaciones están vinculadas con estudios y evidencia sobre lo que afirman. Por eso el debate sigue abierto.

**Rpta.: E**

4. Es posible deducir del desarrollo textual que, en cuanto a los aspectos éticos implicados con el consumo de carne,
- A) este permite que los animales preserven el producto que constituye su sustento fundamental: las hierbas silvestres.
  - B) los carnívoros parecen sostener su propuesta a partir de la sensibilización sobre la importancia de la vida humana.
  - C) los alimentos basados en vegetales son inhumanos pues soslayan de manera alevosa la vida de tipo silvestre.
  - D) los argumentos de los vegetarianos implican una metáfora de antropomorfización o humanización de la vida animal.
  - E) la perspectiva vegetariana depende mucho de la agricultura sostenible, la cual genera daños al medio ambiente.

**Solución:**

Cuando se asume que los animales tienen sentimientos y desarrollan relaciones sociales se establece una clara operación de humanización de lo animal.

**Rpta.: D**

5. Si se demostrara que los animales son entidades con vida, pero insensibles y carentes de empatía,
- A) el argumento ético de los vegetarianos perdería asidero.
  - B) los argumentos de los carnívoros serían menos sólidos.
  - C) la propuesta nutritiva de los vegetarianos sería la mejor.
  - D) el debate entre vegetarianos y carnívoros se terminaría.
  - E) las ideas veganas serían las más aceptadas y sólidas.

**Solución:**

Al menos en cuanto al argumento ético, la propuesta vegetariana carecería de sustento, pues estos sostienen que los animales experimentan emociones y pueden socializar.

**Rpta.: A****SEMANA 6B****TEXTO 1**

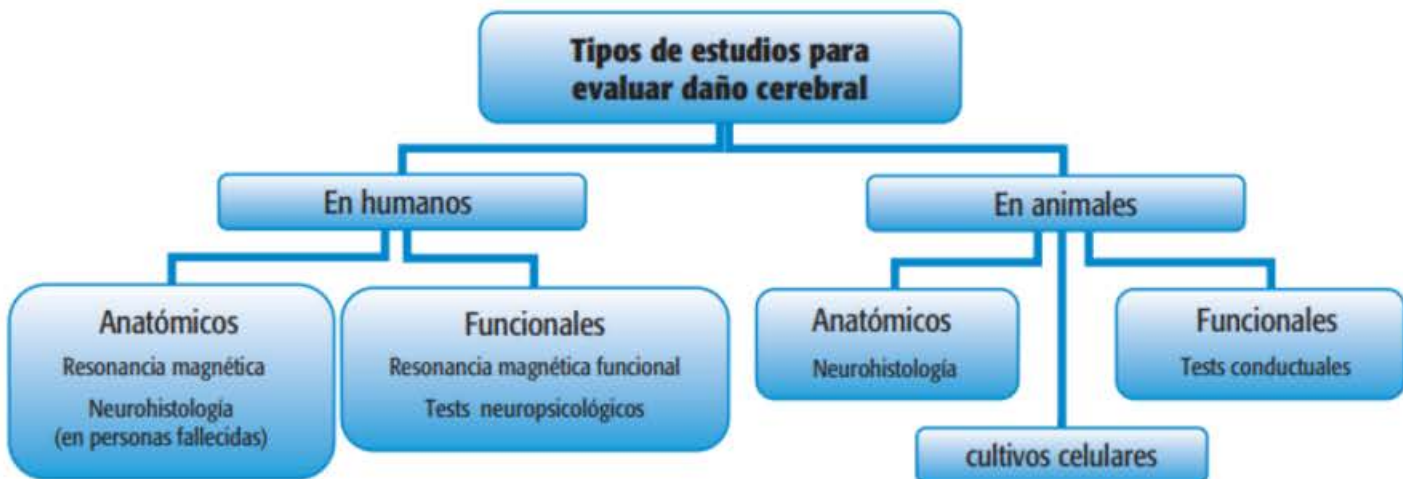
Así como es más fácil entender el concepto de longitud o peso conociendo los instrumentos que utilizamos para medir tales variables (un centímetro, una balanza), también será más simple comprender lo que se entiende por daño cerebral si conocemos las herramientas que utilizan los investigadores para evaluarlo. Por ello, aquí repasaremos las principales estrategias en este campo.

Los neurotoxicólogos son los profesionales que estudian las sustancias que provocan un efecto adverso en el sistema nervioso. Ellos intentan descubrir si el alcohol es capaz de dañar nuestro cerebro. Para ello, recurren a dos grandes alternativas: estudiar el cerebro de personas que consumen alcohol o realizar experimentos en animales de laboratorio a los que se les administra esta droga. Pero... ¿por qué utilizan animales, si lo que les interesa es el cerebro humano? Porque si solo se realizaran observaciones de personas alcohólicas, nuestro

conocimiento del tema sería muy limitado. Esto ocurre porque, además de las limitaciones éticas que imponen los estudios con personas, existen muchas técnicas que solo pueden aplicarse en animales de laboratorio. Además, hay un problema mayor: si, por ejemplo, estudiamos el cerebro de un alcohólico fallecido y encontramos que es más pequeño de lo normal, uno estaría tentado a suponer que esta anomalía es consecuencia del consumo del alcohol, pese a que no podríamos afirmarlo con certeza, ya que el hecho de poseer un cerebro más pequeño podría ser un factor que predisponga al alcoholismo. Por lo tanto, lo que se creía que era una consecuencia del consumo de alcohol sería más bien una causa. Por el contrario, los estudios con animales nos permiten hacer inferencias de tipo causal: si administramos alcohol a una rata y luego encontramos que el cerebro muestra algún tipo de daño neuronal, sabemos que este fue **provocado** por la droga. Existen muchos factores que solo pueden controlarse en los experimentos con animales. Por ejemplo, nunca tenemos la seguridad de cuánto alcohol consumen las personas, mientras que, con los animales, sabemos con precisión la dosis que se les administra y cuánto tiempo transcurre hasta que aparece el daño cerebral. Mejor aún, sabemos que no han consumido ninguna otra sustancia y que no padecen enfermedades que podrían provocar atrofia cerebral.

## Estrategias para la detección de daño cerebral provocado por alcohol

A los fines didácticos agrupamos las técnicas que utilizan los neurotoxicólogos de la siguiente manera:



Manzini, F. (2007) Daño cerebral provocado por el alcohol: una revisión de estudios en seres humanos y en animales de experimentación. Córdoba: Agencia Córdoba de Ciencia. (Texto editado)

1. El tema central del texto es

- A) el empleo de resonancia magnética en personas con daños cerebrales.
- B) la contribución de la tecnología médica en investigaciones neurológicas.
- C) los daños cerebrales causados por la ingesta de bebidas alcohólicas.
- D) el empleo de animales de laboratorio en investigaciones neurológicas.
- E) las estrategias para el estudio del daño cerebral provocado por el alcohol.

**Solución:**

El texto en su conjunto trata sobre cuáles son las estrategias que tienen los neurotoxicólogos para determinar el daño que el alcohol podría provocar en el cerebro.

**Rpta.: E**

2. El sinónimo contextual del verbo PROVOCAR es

A) enfrentar. B) incomodar. C) originar. D) controlar. E) manipular.

**Solución:**

El verbo PROVOCAR hace referencia a la relación causal entre el alcohol y el daño cerebral que podría presentarse por la influencia de aquel en el organismo; por eso, el sinónimo es ORIGINAR.

**Rpta.: C**

3. Teniendo en cuenta la imagen, es incompatible sostener que los estudios en seres humanos descartan el empleo de la tecnología, dado que

- A) también se realizan estudios en cadáveres, pese a que el conocimiento obtenido no sea del todo seguro.
- B) cuando experimentan con los pacientes que participan en los estudios, les hacen seguimiento con chips.
- C) realizan resonancias magnéticas para determinar si hay daño cerebral a nivel anatómico o funcional.
- D) una de las estrategias aplicadas por los neurotoxicólogos en pacientes, se basan en cultivos celulares.
- E) la tecnología con la que cuentan los centros de salud, están desfasadas y podrían tener efectos nocivos.

**Solución:**

En la imagen se muestra que, para determinar el daño que el alcohol podría provocar en el cerebro humano, los médicos realizan estudios con resonancia magnética, por eso es incompatible sostener, como se expresa en la pregunta, que se evita usar la tecnología.

**Rpta.: C**

4. Respecto al ejemplo dado por el autor para explicarnos la pertinencia de hablar sobre herramientas usadas para determinar daño cerebral, podemos inferir que apela a la

A) sinonimia. B) analogía. C) ciencia. D) paráfrasis. E) extrapolación.

**Solución:**

En el texto se expresa que, así como relacionamos la longitud y el peso con los instrumentos que nos ayudan a medirlos para comprender dichos conceptos, igual de útil sería relacionar el daño cerebral con los instrumentos para medirlo; es decir, el autor está planteando una comparación, de manera que apela a la analogía.

**Rpta.: B**



5. Si los neurotoxicólogos descartaran usar animales de laboratorio para estudiar el daño cerebral que el alcohol podría generar en las personas,
- A) recurrirían a cadáveres para poder explicar la relación causal existente.
  - B) sería inadmisibile que contaran con conocimiento cabal sobre el tema.
  - C) la comunidad de animalistas internacional los felicitaría por su actitud.
  - D) los centros de salud donde investigan dejarían de financiar sus trabajos.
  - E) estarían obligados a analizar el daño cerebral causado por la televisión.

**Solución:**

Los neurotoxicólogos tienen dos alternativas: estudiar el cerebro de personas que consumen alcohol o experimentar con animales de laboratorio. Esta es la mejor opción, ya que «si solo se realizaran observaciones de personas alcohólicas, nuestro conocimiento del tema sería muy limitado». En ese sentido, si ellos descartaran investigar con estos animales, carecerían de un conocimiento cabal sobre el tema.

**Rpta.: B****TEXTO 2**

El cambio climático causado por el hombre está haciendo que los huracanes sean más peligrosos porque están produciendo más precipitaciones, se mueven más lentos una vez que tocan tierra y generan marejadas ciclónicas más grandes a lo largo de la costa. El huracán Ida, que no tiene parangón con ningún otro, es un **excelente** ejemplo de estos cambios. Ida, impulsado por agua más caliente de lo normal en el Golfo de México, destruyó hogares, arrancó árboles y cortó la energía a más de 1 millón de residentes; también azotó Mississippi y Louisiana, un estado ya devastado por tormentas.

El calentamiento del océano, según algunos estudios, ha absorbido aproximadamente el 90 % del exceso de calor del planeta atrapado por los gases de efecto invernadero emitidos por los humanos, y esto está provocando la intensificación de los huracanes (llamados también ciclones tropicales o tifones fuera de Norteamérica); en tal sentido, los estudios señalan que, a medida que el planeta se calienta, las tormentas se hacen más fuertes.

Asimismo, el reciente informe de las Naciones Unidas sobre el estado de la ciencia sobre el cambio climático concluyó que la proporción global de ciclones que van de la categoría 3 a la 5, las tormentas más intensas, ha aumentado en las últimas cuatro décadas debido al rápido calentamiento de las temperaturas de los océanos. Por cada grado adicional de calor, los científicos dicen que no solo seguirá aumentando la proporción de ciclones intensos, sino que también se pronostica que los eventos de lluvia extrema se intensificarán en aproximadamente un 7 %. «Sabemos que, en general, los huracanes se están intensificando más rápido, son más grandes y más fuertes, tienen mucha más lluvia asociada y el aumento del nivel del mar exagera la marejada ciclónica», dijo Katharine Hayhoe, científica en jefe de Nature Conservancy y profesora de la Texas Tech University.

Para que ocurra una intensificación rápida, el agua tibia del océano debe extenderse muy por debajo de la superficie, a cientos de metros de profundidad, para proporcionar suficiente motor para que el huracán se fortalezca. Esto ha llevado a los científicos a creer que es más probable que las tormentas se intensifiquen rápidamente como resultado de océanos más cálidos.

Ramírez, R. (31/08/2021) El cambio climático está haciendo que los huracanes sean más fuertes, más lentos y más húmedos; Ida fue un ejemplo de esto. *CNN*. <https://cnnespanol.cnn.com/2021/08/31/cambio-climatico-crisis-huracanes-ida-mas-fuertes-lentos-humedos-trax/>. (Texto editado)

1. El tema central del texto es

- A) el impacto del cambio climático en los huracanes.
- B) el impacto del huracán Ida en el Golfo de México.
- C) los huracanes más devastadores de Norteamérica.
- D) el calentamiento de las aguas oceánicas del orbe.
- E) los factores antropogénicos del cambio climático.

**Solución:**

El texto versa sobre el impacto que tiene el cambio climático en los huracanes, señalando que, debido al incremento de la temperatura de los océanos, estos desencadenan en huracanes más peligrosos.

**Rpta.: A**

2. El antónimo contextual de EXCELENTE es

- A) imperfecto. B) confuso. C) nublado. D) grave. E) anómalo.

**Solución:**

En el texto, con dicha palabra se está indicando que Ida es un ejemplo claro, evidente, palmario, de que el cambio climático está influyendo en los huracanes; en ese sentido, su antónimo es CONFUSO.

**Rpta.: B**

3. De acuerdo con el informe de las Naciones Unidas referido por el autor, es incompatible con el texto sostener que

- A) el huracán Ida ha suscitado pérdidas económicas en estados como Mississippi.
- B) actividades como la deforestación, han contribuido con el efecto invernadero.
- C) la proporción global de las tormentas más intensas se mantienen sin alteración.
- D) el raudo calentamiento de la temperatura de los océanos impacta en los huracanes.
- E) la proporción de ciclones intensos aumentará por cada grado de calor adicional.

**Solución:**

El informe emitido por la ONU concluye que «la proporción global de ciclones que van de la categoría 3 a la 5 [...] ha aumentado en las últimas cuatro décadas»; en ese sentido, decir que no se han visto alteradas es falso.

**Rpta.: C**

4. De la relación entre el calentamiento del océano y los gases de efecto invernadero, planteada en el texto para explicar la intensificación de los huracanes, podemos colegir que

- A) resulta imprecisa dado que no alcanza el 100 %.
- B) es más evidente en los países mediterráneos.
- C) carece de asidero, ya que solo es una hipótesis.
- D) en última instancia presenta una causa antrópica.
- E) es conclusión de estudios de grupos ecologistas.

**Solución:**

En el texto se afirma que, de acuerdo con algunos estudios, el 90 % del exceso de calor de planeta absorbido por el calentamiento del océano está vinculado con el efecto invernadero emitido por el hombre; en ese sentido, podemos concluir que las actividades humanas lo generan. Estas actividades también influyen en el calentamiento del océano; en consecuencia, intensifican los huracanes.

**Rpta.: D**

5. Si en el Golfo de México el agua tibia del océano se extendiera a cientos de metros de profundidad de la superficie,
- A) ineludiblemente ocurriría un tsunami descomunal.
  - B) las pérdidas de vidas humanas serían cuantiosas.
  - C) los gases de efecto invernadero se incrementarían.
  - D) los países de América brindarían ayuda a México.
  - E) se desencadenaría un huracán demasiado fuerte.

**Solución:**

En el texto se afirma que, si el agua tibia del océano se extendiera «a cientos de metros de profundidad», el huracán que se genere se fortalecería; y esta misma condición es la que se plantea en la pregunta para un caso hipotético en el Golfo de México.

**Rpta.: E****TEXTO 3****Texto A**

Paullu Inca sucedió a Manco Inca cuando este se alzó en rebelión contra los conquistadores. Paullu fue investido como inca por Diego de Almagro, el Viejo, como retribución al apoyo que le brindó cuando Almagro tuvo que enfrentar a las fuerzas del rebelde Manco Inca y a las de Alonso de Alvarado (enviado de Pizarro) en Abancay. Paullu, ya como inca, asumió una actitud sumisa con los españoles, obedeciendo todo lo que le indicaban: la prestación de indios para pelear contra Manco, facilitar el contingente de indios para las mitas, abrazar la fe católica y contribuir, entre los indios, con su difusión. Es por ello que, con justicia, se le puede calificar como un felón, ya que al aceptar ser inca designado por los españoles y combatir a Manco, quien quería expulsarlos, terminó traicionando a su hermano y a los demás indígenas, que fueron víctimas de la explotación. Si a esto agregamos que adoptó con facilidad algunas costumbres de los españoles, y renunció a las del mundo andino (como el adorar a la divinidad europea, tener una sola mujer y aceptar repartos), entonces podemos afirmar que contribuyó con la estabilidad de la conquista y al fortalecimiento del poder colonial.

Vargas, J. (04/05/2019) El inca que traicionó a su hermano. *El Peruano*. <https://www.elperuano.pe/noticia/79208-el-inca-que-traiciono-a-su-hermano>. (Texto editado)

**Texto B**

A veces los historiadores confunden sus roles y la naturaleza de la historia. Creen, por ejemplo, que son fiscales o jueces, y que la historia es un tribunal donde se va a determinar la culpabilidad de un personaje, y se tergiversará el conocimiento histórico. Esto ha pasado con Paullu Inca, quien, en efecto, fue designado inca por Diego de Almagro, el Viejo, como agradecimiento por la valiosa colaboración que le prestó; luchó contra su hermano Manco y contribuyó con el fracaso de la rebelión de este; además, adoptó costumbres españolas como

aceptar el bautizo y las regalías del rey, entre muchas otras. Pero nada de esto lo hizo por falta de personalidad o de decisión política, mucho menos por ser un «títere» como se le acusa; por el contrario, Paullu buscaba **petardear**, desde adentro, la conquista, revelando sus contradicciones. Por ejemplo, el hecho de que se le reconozca inca, revelaba que la autoridad de los españoles era inexistente; el que brindara indígenas, el que sea bautizado y haga vida marital con una sola mujer, como los Mandamientos lo establecían, evidenciaba la fisura entre la Iglesia y los conquistadores (que no eran monógamos). Entonces, Paullu, buscó más bien desestabilizar el nuevo orden que la conquista suponía.

Lamana, G. (2016). *Dominación sin dominio: el encuentro inca-español en el Perú colonial temprano*. Cusco: Centro de Estudios Regionales Andinos Bartolomé de Las Casas e Instituto Francés de Estudios Andino IFEA. (Texto editado)

1. Tanto el texto A como el texto B disiden en torno a

- A) la objetividad de los historiadores.
- B) la figura de Paullu, el inca mítico.
- C) la figura histórica de Paullu Inca.
- D) la conducta imparcial de Paullu.
- E) la relación entre Paullu y Manco.

**Solución:**

Ambos autores tensionan sobre si Paullu Inca fue un inca títere, servicial a los españoles y que contribuyó a la estabilidad de la conquista, tal como lo expresa José Vargas en el texto A, o si Paullu aceptó las condiciones dadas para, boicotear desde adentro la conquista, y de esa manera desestabilizarla, como lo sostiene Gonzalo Lamana en el texto B.

**Rpta: C**

2. En el texto B, el término PETARDEAR connota

- A) objetivo.      B) detonación.      C) explosión.      D) fisura.      E) denuncia.

**Solución:**

En el texto, el término PETARDEAR transmite la idea de que Paullu buscaba lograr algo; es decir, perseguía una meta; es por ello que connota objetivo.

**Rpta.: A**

3. Es incompatible con lo expuesto por José Vargas sostener que la vida marital de Paullu estuvo marcada por

- A) el parentesco.                      B) el infortunio.                      C) la infidelidad.
- D) la poligamia.                      E) la monogamia.

**Solución:**

De acuerdo con José Vargas, Paullu vivió su vida marital siguiendo los preceptos de la Iglesia, que defiende la monogamia y no la poligamia.

**Rpta.: D**

4. Considerando los argumentos expuestos por José Vargas y Gonzalo Lamana, podemos inferir que
- A) han generado un encarnizado debate en las universidades donde enseñan.
  - B) han compartido sus fuentes para la realización de sus sendas pesquisas.
  - C) coinciden en la narración de los hechos, pero difieren en su interpretación.
  - D) la figura histórica de Paullu Inca es totalmente clara para la historiografía.
  - E) estos adolecen de parcialidad ya que apelan al chauvinismo en su análisis.

**Solución:**

Si bien ambos autores en el texto dialéctico expresan argumentos que sostienen sus puntos de vistas disidentes, no obstante, ambos presentan los mismos hechos como insumos de sus respectivos análisis.

**Rpta.: C**

5. Si los historiadores soslayaran asumir un papel que no les corresponde
- A) el conocimiento histórico se vería exento de malinterpretaciones.
  - B) la Historia alcanzaría mayor prestigio entre las Ciencias Sociales.
  - C) los historiadores tendrían mejores remuneraciones por sus labores.
  - D) se publicarían más libros y artículos sobre la historia de la conquista.
  - E) Paullu Inca desistiría de apoyar a los españoles y se uniría a Manco.

**Solución:**

En el texto B, Lamana, afirma que cuando los historiadores asumen papeles que no les corresponden, como fiscales o jueces, terminan tergiversando el conocimiento histórico. En ese sentido, si no se diera este caso, es posible que el conocimiento histórico esté libre de esas tergiversaciones.

**Rpta.: A****SEMANA 6C****PASSAGE 1**

Nobody likes to sit in traffic. According to one study, traveling daily is one of the least **pleasant** things we do. But it is not just an annoying waste of time, there is a case that is a public health problem.

The total cost of traffic associated with lost time and wasted fuel exceeds \$100 billion per year. As time moves away, inactive vehicles add pollution, which has environmental and health consequences, including contributions to climate change. Long-term exposure to vehicle exhaust is associated with respiratory problems, especially in children. Another cost is for psychological well-being, derived from the feeling of impotence that we experience in traffic and its unpredictability. This, too, can be quantified. One study found that to save a minute of traffic time, people would exchange five minutes of any other leisure activity.

Those who can walk or ride a bike to work tend to have a double advantage. Not only do they avoid the **harmful consequences of traffic**, but they can also improve their health through exercise.

FRAKT, A (2019) «Stuck and stressed: The health costs of traffic». In *The New York Times*. Retrieved from <<https://www.nytimes.com/2019/01/21/upshot/stuck-and-stressed-the-health-costs-of-traffic.html>>

## TRADUCCIÓN

A nadie le gusta sentarse en el tráfico. Según un estudio, viajar a diario es una de las cosas menos **agradables** que hacemos. Pero no es solo una molesta pérdida de tiempo, hay un caso que es un problema de salud pública.

El costo total del tráfico asociado con la pérdida de tiempo y el desperdicio de combustible supera los \$ 100 mil millones por año. A medida que el tiempo se aleja, los vehículos inactivos agregan contaminación, lo que tiene consecuencias ambientales y para la salud, incluidas las contribuciones al cambio climático. La exposición prolongada al escape del vehículo se asocia con problemas respiratorios, especialmente en niños. Otro costo es para el bienestar psicológico, derivado del sentimiento de impotencia que experimentamos en el tráfico y su imprevisibilidad. Esto, también, puede ser cuantificado. Un estudio encontró que, para ahorrar un minuto de tiempo de tráfico, las personas intercambiarían cinco minutos de cualquier otra actividad de ocio.

Los que pueden caminar o andar en bicicleta para ir al trabajo tienden a tener una doble ventaja. No solo evitan las consecuencias dañinas del tráfico, sino que también pueden mejorar su salud a través del ejercicio.

1. The main purpose of the passage is to
- A) expose the negative effects traffic has on society.
  - B) explain the need to eliminate the use of vehicles.
  - C) argue the pros and cons of excessive traffic in cities.
  - D) quantify the costs involved in the traffic of society.
  - E) provide statistical data on the negative effects of traffic.

**Solution:**

The author mainly exposes the negative effects that traffic brings to society represented in multiple damages.

**Key: A**

2. It is possible to infer that, when the author talks about the harmful consequences of traffic, he does it mainly to
- A) make a wake-up call to people who spend more than two hours a day in traffic.
  - B) compare the main dangers of going to work walking or cycling instead of driving.
  - C) mention the benefits that exercise brings while moving from one place to another.
  - D) highlight the annual waste of more than \$100 billion dollars spent on fuel for traffic.
  - E) make reference to environmental, economic and health damages caused by traffic.

**Solution:**

The consequences referred to are environmental damage from pollution, economic damage due to waste of time and fuel and damage to health due to respiratory problems that children acquire.

**Key: E**

3. The word PLEASANT implies
- A) paranoia.    B) pleasure.    C) quiet.    D) dislike.    E) controversy.

**Solution:**

The author mentions that nobody likes traffic and, therefore, is one of the least pleasant things we do, the word PLEASANT implies DISGUST.

**Key: D**

4. It is incompatible to state that vehicular traffic is a problem only for people's mental health, because

- A) it also causes environmental pollution and health problems for people.  
 B) traffic prevents people from spending valuable time with family and friends.  
 C) having the vehicle stopped increases robberies and violence on the road.  
 D) the use of public transportation is the scene of acts such as harassment.  
 E) it increases travel times and affects drivers' mood and their economy.

**Solution:**

Traffic affects various aspects of people's lives, not just mental health. It affects physically and pollutes the planet.

**Key: A**

5. On traffic in cities, we can infer what people feel \_\_\_\_\_ about it.

- A) happy.      B) indifferent.      C) stressed.      D) fortunate.      E) violent.

**Solution:**

Given the unpredictability and impotence that traffic brings, we can infer that drivers feel STRESSED.

**Key: C****PASSAGE 2**

Social media is an important part of people's everyday lives, and people regularly access a variety of social media channels from mediums such as a mobile app or computer web browser. The average person will **spend** 5 years of his or her life on social media —more time than they will spend eating, socializing, and grooming. If people continue to spend more time on social media, that number will only increase.

Social media is so popular because it allows people to manage and accomplish their everyday activities. "Social media is a large part of everybody's life," said Josh Loewen, digital marketing director of *The Status Bureau*, a digital marketing agency in Vancouver. "It's how people communicate, look for events, notice stores and brands, and find the weather. It's how people are aided in their daily life."

Social media is part of people's routine and is an essential way to communicate, shop, find things to do, and check the news.

HERHOLD, K. (2018). «How People Use Social Media in 2018». In *The Manifest*. Retrieved from <<https://themanifest.com/social-media/how-people-use-social-media-2018>>

## TRADUCCIÓN

Las redes sociales son una parte importante de la vida cotidiana de las personas, y las personas acceden regularmente a una variedad de canales de redes sociales desde medios como una aplicación móvil o un navegador web de computadora. La persona promedio **pasará** 5 años de su vida en las redes sociales, más tiempo del que pasará comiendo, socializando y aseándose. Si las personas continúan pasando más tiempo en las redes sociales, ese número solo aumentará.

Las redes sociales son tan populares porque permiten a las personas gestionar y realizar sus actividades diarias.

«Las redes sociales son una gran parte de la vida de todos», dijo Josh Loewen, director de marketing digital de *The Status Bureau*, una agencia de marketing digital en Vancouver. «Es la forma en que las personas se comunican, buscan eventos, notifican tiendas y marcas, y encuentran el clima. Es cómo se ayuda a las personas en su vida diaria».

Las redes sociales son parte de la rutina de las personas y son una forma esencial de comunicarse, comprar, encontrar cosas que hacer y consultar las noticias.

1. What is the main question of passage?

- A) Why do people use social media?
- B) How important are social media?
- C) How to organize with social media?
- D) What are the effects of social media?
- E) Since when are social media used?

**Solution:**

The text deals with the importance of social media.

**Key: B**

2. The contextual synonym of the word SPEND is

- A) expend.      B) introduce.      C) waste.      D) carry.      E) occur.

**Solution:**

Expend means 'spend or use up (a resource such as money, time, or energy).'

**Key: A**

3. It can be inferred from the passage that the use of social media will

- A) stagnate.                                      B) decline.                                      C) be harmful.  
D) increase.                                      E) be obsolete

**Solution:**

Being increasingly popular and being part of the routine of people, we can infer that the use of social media will be increasingly used.

**Key: D**



4. About social media, it is incompatible to say that
- A) an average person spends 5 years in their life in them.
  - B) people can access them through a variety of channels.
  - C) most people have included them in their daily routine.
  - D) everybody can access them through a mobile phone.
  - E) they do not have any kind of utility in the lives of people.

**Solution:**

Social media are part of the routine of people and help manage their daily activities; therefore, to affirm that they have no use for people would be incompatible.

**Key: E**

5. If social media were limited only to entertainment,
- A) possibly, people will spend more time socializing and eating.
  - B) all people would use diaries to organize their daily activities.
  - C) most people in the world would become more irresponsible.
  - D) probably, the time that people spend on them would be less.
  - E) undoubtedly, will increasingly have less acceptance by users.

**Solution:**

If social media were only useful to entertain and not manage daily activities, possibly, people would choose to use them less time.

**Key: D**

# Habilidad Lógico Matemática

## EJERCICIOS DE CLASE

1. En la siguiente cuadrícula, completar el crucigrama numérico que tiene 3 filas y 4 columnas. En cada fila hay un número de 4 cifras y en cada columna un número de 3 cifras. Ningún número puede empezar por cero.

F1: Todos los dígitos del número son iguales menos uno.

F2: Todos los dígitos del número son distintos.

F3: Todos los dígitos del número son estrictamente decrecientes.

C1: El número es una potencia de 2.

C2: El número es un divisor de 2009.

C3: El número es el doble de un cuadrado perfecto.

C4: El número es un cuadrado perfecto.

¿Cuál es la suma de los números escritos en los casilleros sombreados?

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>
F <sub>1</sub> →				
F <sub>2</sub> →				
F <sub>3</sub> →				

**Solución:**

Analizando las columnas:

C2:  $2009 = 287 \times 2$

C1:  $128 = 2^7$

C3:  $9^2 \times 2 = 162$

C4:  $10^2 = 100$

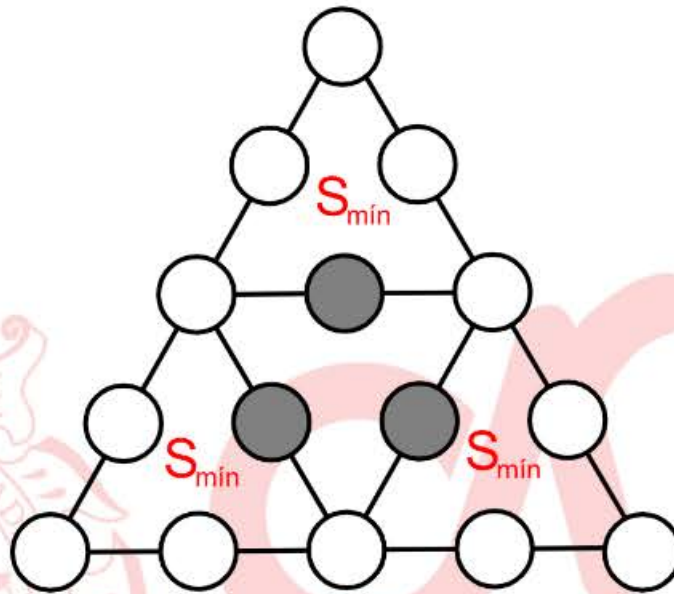
	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>
F <sub>1</sub> →	1	2	1	1
F <sub>2</sub> →	2	8	6	0
F <sub>3</sub> →	8	7	2	0

Escribiendo los números en la cuadrícula, y cotejando la información de las filas, se cumple todas las condiciones.

Por tanto, la suma de los números escritos en los casilleros sombreados es:  $1+8+0=9$

**Rpta.: E**

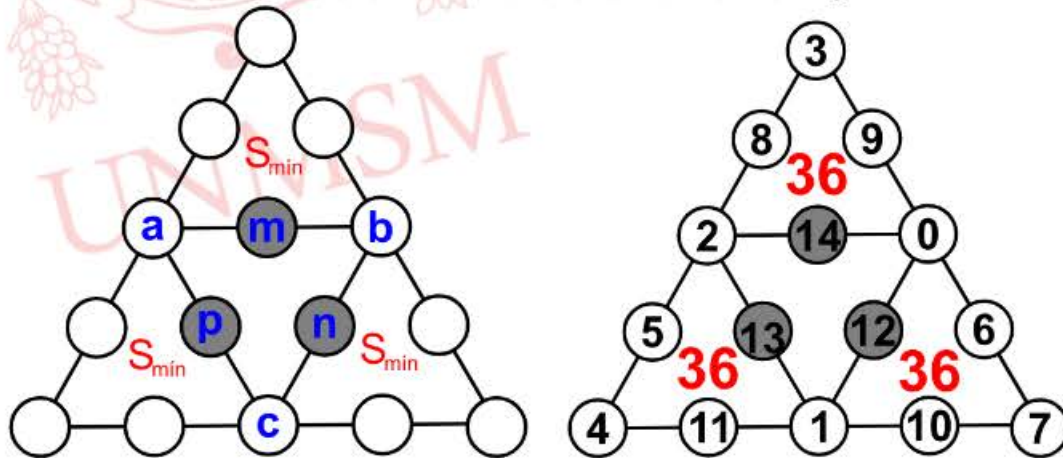
2. Una amena tarde Mathías le pregunta a su padre el profesor Miguel por la edad de su abuelo Aquilino a lo que Miguel le responde; en el siguiente arreglo, en cada uno de los círculos mostrados se deben escribir los números consecutivos desde el 0 al 14. La edad de tú abuelo está expresada por la suma máxima de los números escritos en los casilleros sombreados más la mínima suma que puede tener los números escritos en el arreglo ( $S_{\min}$ ) ¿cuál es la edad del abuelo de Mathías?



- A) 75      B) 76      C) 74      D) 78      E) 72

**Solución:**

- Sean los números: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13 y 14.

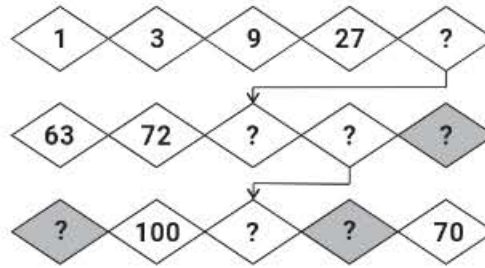


$$\begin{aligned}
 3S_{\min} &= 0 + 1 + 2 + 3 + \dots + 14 + (a + b + c) \\
 3S_{\min} &= 105 + (0 + 1 + 2)_{\min} \\
 3S_{\min} &= 105 + 3 \\
 3S_{\min} &= 108 \\
 S_{\min} &= 36 \\
 \text{Como piden la máxima suma de: } S_{\min} + (m + n + p) &= 36 + (12 + 13 + 14) = 75
 \end{aligned}$$

Rpta.: A

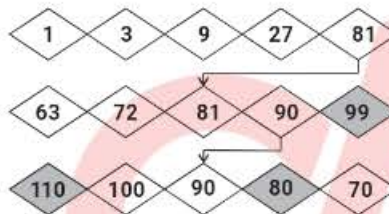
3. Escribe el número que corresponde en cada rombo con un signo de interrogación. Cada fila de rombos es una secuencia numérica y las flechas que unen dos casillas indican que los números que están en ellas son iguales. Halle la suma de los números escritos en las regiones sombreadas.

- A) 286
- B) 289
- C) 189
- D) 186
- E) 285



**Solución:**

1) Se tiene la secuencia numérica completada:



2) Suma de los números de las regiones sombreadas:  $99+80+110=289$ .

Rpta.: B

4. En la siguiente cuadrícula, escriba números primos en cada uno de los casilleros vacíos, de modo que la suma en filas y en columnas sea la misma. Determine el mayor número de veces que se puede emplear el 3.

- A) 10
- B) 7
- C) 9
- D) 8
- E) 11

2			5
	5		

**Solución:**

1) Iniciando por la primera fila, resulta

2	3	3	5
3	2	5	3
3	5	2	3
5	3	3	2

2.) Por tanto mayor número de veces que se emplear el 3 = 8 veces

Rpta.: D

5. En cada una de las casillas vacías del tablero mostrado, escriba un número entero positivo, de tal manera que se obtenga un cuadrado mágico aditivo. Si el menor número escrito debe ser el 1, calcule la suma de los números escritos en las casillas sombreadas.

- A) 18
- B) 12
- C) 14
- D) 10
- E) 16

	5	
11		

**Solución:**

Consideremos la constante mágica  $S=3x$ , y completamos el cuadrado mágico en términos de  $x$ .

$2x-8$	5	$x+3$	
11	$x$	$2x-11$	→ $S=3x$
$x-3$	$2x-5$	8	

Por dato,  $2x-11=1$ , luego  $x=6$ .

Así, la suma de los números escritos en los casilleros sombreados es:

$$\begin{aligned} \text{Suma} &= 5x - 16 \\ \text{Suma} &= 30 - 16 = 14 \end{aligned}$$

**Rpta.: C**

6. El gráfico muestra un cuadrado mágico aditivo de orden 3. Escriba los nueve primeros números pares positivos, uno en cada casilla y determine la diferencia del mayor valor de  $(a + b + c)$  con el mínimo valor de  $(a + b + c)$ .

a		
		c
b		

- A) 36
- B) 24
- C) 32
- D) 34
- E) 28

**Solución:**

4	14	12
18	10	2
8	6	16

8	6	16
18	10	2
4	14	12

Mínimo(a + b + c) = 14

16	6	8
2	10	18
12	14	4

12	14	4
2	10	18
16	6	8

Máximo (a + b + c) = 46

Diferencia pedida = 46 - 14 = 32

Rpta.: C

7. Lucho ha escrito algunos números entre positivos y negativos en el siguiente cuadrado mágico multiplicativo de orden 4. Si la constante multiplicativa es la mínima posible, Halle el valor de  $A^2 - B$ .

A) 2

B) -2

C) -1

D) 1

E) 0

-3		1	1
-1	-1	A	
		3	
-3	-1	3	B

**Solución:**

Por definición de cuadrado mágico multiplicativo, se tiene:

-3	-3y	1	1
-1	-1	A=-y	9
y	3	3	-1
-3	-1	3	B=-y

El menor valor que toma B, es cuando  $y=1$ , de aquí  $B= -1$ ,  $A=-1$

$$A^2 - B = (-1)^2 - (-1) = 2$$

Rpta.: A

8. El siguiente arreglo está formado por un cuadrado de 4x4 y un cuadrado mágico aditivo de orden 3. Si en el cuadrado 4x4 se deben escribir los números del 1 al 4, distintos, tal que no se repita ningún número, ni en fila ni en columna. Halle la máxima suma de  $x + z$

- A) 8
- B) 5
- C) 7
- D) 4
- E) 6

			2	
3			1	
	1			
		2		z
			y	
		x		

**Solución:**

Sabemos que no se deben de repetir los números del 1 al 4, en el cuadrado 4x4 y el cuadrado 3x3 es cuadrado mágico. Colocando obtenemos

4	3	1	2	
3	2	4	1	
2	1	3	4	
1	4	2	3	z=4
		5	y=3	1
		x=2	3	4

Por tanto, el valor máximo de  $x+z=6$

Rpta.: E

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. En la siguiente distribución numérica, calcule el valor de "x".

2	5	5
3	4	9
4	3	10
5	2	X

- A) 7
- B) 6
- C) 8
- D) 9
- E) 12

**Solución:**

$$2^5 = 32 \Rightarrow 3 + 2 = 5$$

$$3^4 = 81 \Rightarrow 8 + 1 = 9$$

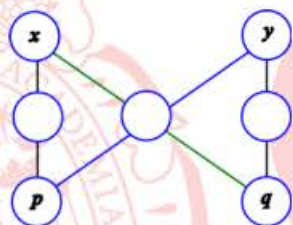
$$4^3 = 64 \Rightarrow 6 + 4 = 10$$

$$5^2 = 25 \Rightarrow 2 + 5 = x \qquad x = 7$$

**Rpta.: A**

2. Walter debe escribir en los círculos de la figura mostrada, los siete primeros números enteros positivos. Si la suma de los tres números escritos en los círculos en cada alineación unidas por las líneas debe ser siempre 12, además x e y toman los valores mínimos, ¿cuánto es el valor máximo de p + q?

- A) 9
- B) 13
- C) 11
- D) 12
- E) 14



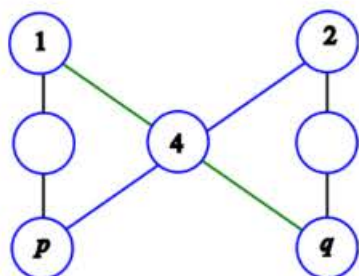
**Solución:**

La lista es 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 de los números que se escriben.

Los mínimos son  $x = 1$ ,  $y = 2$ .

Con 3 en el centro no funciona, en la búsqueda del máximo p y q.

Con 4 si funciona, luego  $p = 6$ ,  $q = 7$

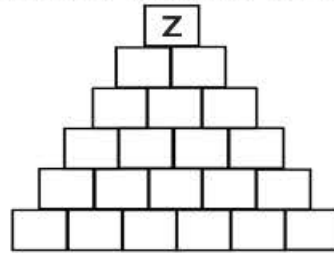


Luego  $p + q = 13$

**Rpta.: B**

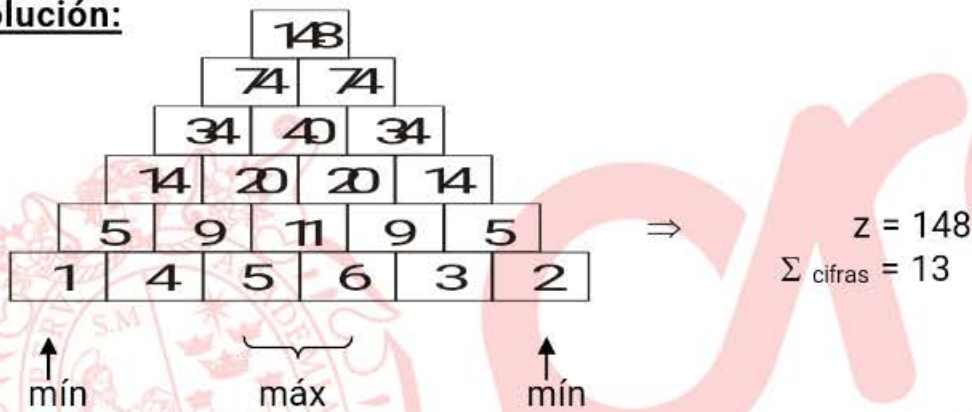


3. En la figura, escribir en las casillas de la fila de la base los números 1, 2, 3, 4, 5 y 6, de manera que en cada una de las casillas superiores se coloca la suma de los números escritos de las dos casillas sobre las que se apoya. Se sigue así hasta obtener un solo número z en la casilla superior. Hallar la suma de las cifras del mayor valor de z.



- A) 11      B) 9      C) 13      D) 7      E) 8

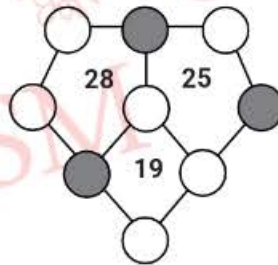
**Solución:**



Rpta.: C

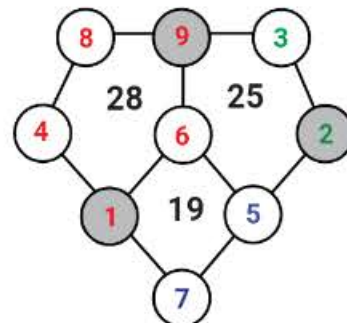
4. Escribir en los círculos de la siguiente figura, números del 1 al 9 sin repetir, tal que la suma de los vértices de cada polígono de como resultado el número escrito en su parte interna. ¿Cuál es la mínima suma de los números escritos en los círculos sombreados?

- A) 18      B) 19  
C) 12      D) 11  
E) 13



**Solución:**

Escribiendo los números según las condiciones del problema y analizando, se tiene El polígono que tiene escrito el número más grande, le corresponde los números más altos 8 y 9, como queremos mínimo, escribimos los números restantes de la forma siguiente.



Por tanto, la suma mínima de los números escritos en los círculos sombreados es:  $9+1+2=12$

Rpta.: C

5. En el siguiente tablero, escriba números enteros positivos en cada uno de los casilleros. Si la suma de los números distribuidos en cada fila y cada columna debe ser 12, halle la menor suma de los números en los casilleros sombreados.

- A) 5
- B) 4
- C) 6
- D) 7
- E) 8

5		
		8
	7	

**Solución:**

Por hallar la menor suma de los números en los casilleros sombreados.

La condición es que la suma de los números naturales escritos en cada fila y cada columna debe ser 12.

Completando cada fila y cada columna para que la suma sea 12, tenemos

5	$x$	$7-x$
$x-1$	$5-x$	8
$8-x$	7	$x-3$

A partir de la cuadrícula, se tiene

$$x - 3 > 0 \rightarrow x > 3, x \in \mathbb{N}. \text{ Luego, } x_{\min} = 4.$$

Por tanto, la suma de los números escritos en los casilleros sombreados es 8.

**Rpta.: E**

6. La siguiente figura muestra un cuadrado mágico aditivo de orden 3, la suma de los números escritos en cada fila, columna y diagonal es siempre la misma, determine el valor de  $X^2+Y$ .

-1	X	
3	-2	Y

- A) 40
- B) 31
- C) 37
- D) 41
- E) 32

**Solución:**

- $\frac{a-2}{2} = -1$   
 $a=0$

-1	X	
	b	a
3	-2	Y

- $a+b=3-1=2$   
 $b=2$
- Suma mágica es 6

-1	6	1
4	2	0
3	-2	5

- $X=6, Y=5$   
 $X^2+Y = 41$

Rpta.: D

7. La siguiente figura mostrada, representa un cuadrado mágico aditivo de orden 3. Determine el valor de  $y - x$ .

- A) 6      B) 9
- C) 8      D) 7
- E) 5

	x	8
	y	5

**Solución:**

Del gráfico tenemos

- $\frac{x+a}{2} = 5 \rightarrow x + a = 10 \dots (i)$
- $\frac{y+a}{2} = 8 \rightarrow y + a = 16 \dots (ii)$
- $(ii) - (i): y - x = 6$

Por tanto:  $y - x = 6$

	x	8
a		
	y	5

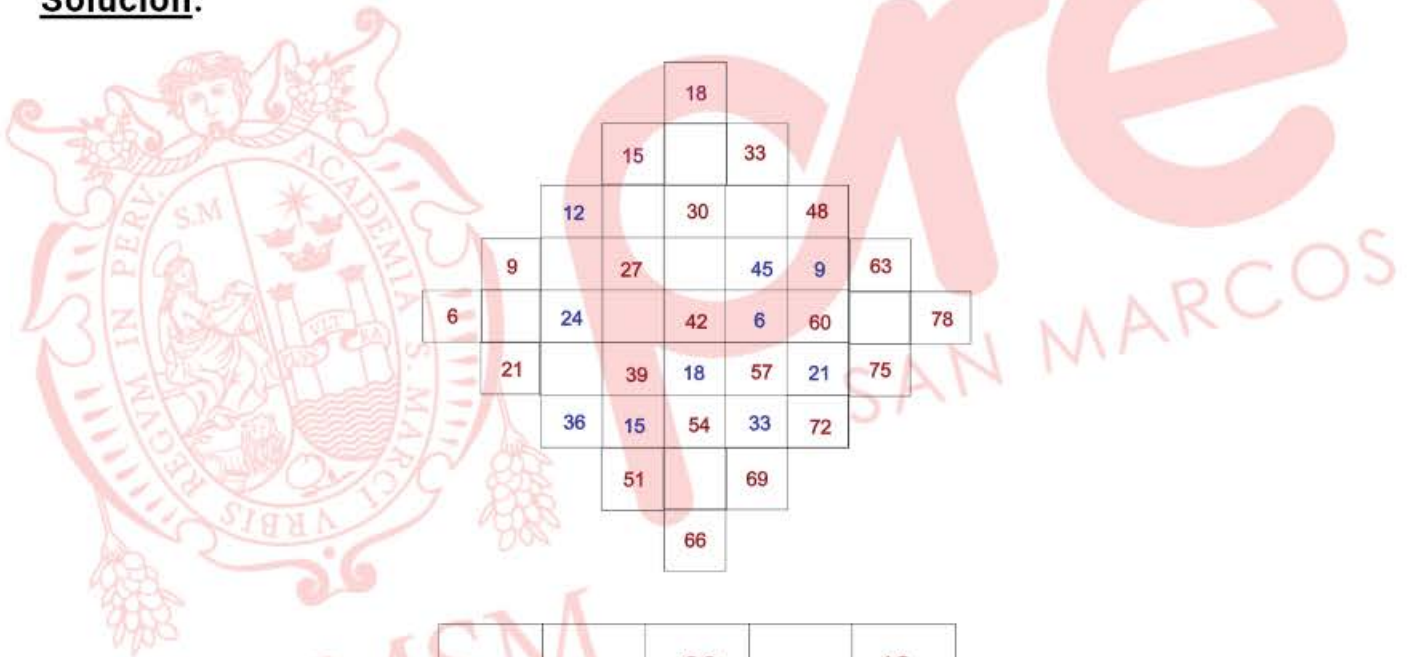
Rpta.: A

8. Araceli se propone llenar el cuadrado mágico aditivo de 5 por 5 donde falta escribir los siguientes números: 27, 30, 39, 42, 48, 51, 54, 57, 60, ..., 78. Si Araceli logra escribir todos los números cumpliendo las condiciones de un cuadrado mágico. ¿Cuál es la suma de los números escritos en las casillas sombreadas?

12				
			45	9
24			6	
		18		21
36	15		33	

- A) 153      B) 165      C) 175      D) 123      E) 132

**Solución:**



			18			
			15		33	
	12		30		48	
9		27		45	9	63
6	24		42	6	60	78
	21		39	18	57	21
	36	15	54	33	72	
		51		69		
			66			

12	51	30	69	48
63	27	66	45	9
24	78	42	6	60
75	39	18	57	21
36	15	54	33	72

Suma=30+48+27+60=165.

Rpta.: B

# Aritmética

## EJERCICIOS DE CLASE

1. Un profesor de aritmética solicita a sus alumnos que utilicen dos dígitos significativos distintos  $a$  y  $b$ , donde  $a > b$  y construyan números de la forma  $N = a^3 - b^3$ . De acuerdo a lo anterior, indique la alternativa correcta.

- A)  $N$  siempre es un número compuesto.  
 B) Si  $a$  y  $b$  son primos, entonces  $N$  siempre es un número primo.  
 C) Por lo menos hay un valor de  $N$  que es número primo.  
 D) La suma de las cifras del menor valor de  $N$  es 2.  
 E)  $N$  puede tomar valores negativos.

### Solución:

$$N = a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$\text{Basta tomar } a = 2 ; b = 1 \rightarrow N = (1)(7)$$

$N = 7$ , es primo

Rpta.: C

2. Un contenedor que tiene la forma de un paralelepípedo tiene espárragos que ocupan un volumen de  $\overline{a000} \text{ m}^3$ . Si las dimensiones del contenedor son los números primos  $\overline{b(b+1)}$ ,  $\overline{c\overline{c}}$  y  $\overline{cd}$  representados en metros y su volumen es  $\overline{a(b+1)0c} \text{ m}^3$ , determine el volumen que falta para llenar el contenedor.

- A) 301      B) 308      C) 392      D) 354      E) 688

### Solución:

$$\text{Volumen del contenedor: } \overline{a(b+1)0c} = [\overline{b(b+1)}] \cdot [\overline{c\overline{c}}] \cdot [\overline{cd}]$$

Para que sean primos se observa que:  $b$  es par y  $\overline{c\overline{c}}$  es múltiplo de 11

$$b = 2; c = 1; d = 7 \text{ y por consiguiente } a = 4$$

$$\overline{a(b+1)0c} = 23(11)(17) = 4301 \quad ; \quad \text{Volumen espárragos: } \overline{a000} = 4000$$

$\therefore$  Queda por llenar  $301 \text{ m}^3$ .

Rpta.: A

3. Un ambientalista debe trasladar 360 huevos de tortugas Taricaya desde su laboratorio hacia un río para liberarlas después de que estas eclosionen. Para ello, debe preparar varios tipos de cajas en las que entrarán exactamente una misma cantidad de huevos; además, cada tipo de caja debe contener más de uno y menos que 360 huevos. ¿Cuántos tipos de cajas puede preparar el ambientalista?

- A) 10      B) 22      C) 24      D) 12      E) 28

### Solución:

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$\text{Número total de tipos de cajas} = CD(360) = 4 \times 3 \times 2 = 24$$

No hay tipos de cajas para un huevo ni para 360 huevos: 2 tipos menos

$$\therefore \text{Número de cajas que puede preparar} = 24 - 2 = 22.$$

Rpta.: B

4. Miguel acude a una juguetería con  $\overline{ab}$  dólares y compra un avión a control remoto de  $\overline{ba}$  dólares para su sobrino Darío. Si el número  $N = 9^a \cdot 4^b$  tiene  $(a + 4)(b + 5)$  divisores positivos, ¿cuánto dinero le sobró?
- A) 6                      B) 9                      C) 8                      D) 4                      E) 5

**Solución:**

$$N = 3^{2a} \cdot 2^{2b} \rightarrow CD(N) = (2a + 1)(2b + 1) = 10(a + 4) + b + 5$$

$$b(4a + 1) = 4(2a + 11) \rightarrow b = 4; a = 5 \rightarrow \overline{ab} = 54$$

$$\therefore \text{Le sobró } 54 - 45 = 9 \text{ dólares.}$$

**Rpta.: B**

5. Manuel y Nino tienen la mayor cantidad posible de soles representados por dos números diferentes, ambos de dos cifras y con solo tres factores primos en su descomposición canónica. Si entre los dos desean comprar un regalo cuyo costo en soles coincide con la suma de los divisores positivos del número de soles que tienen juntos, ¿cuánto dinero les falta para comprar dicho regalo?
- A) 156                      B) 168                      C) 186                      D) 148                      E) 176

**Solución:**

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \quad ; \quad 84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$\text{Entre los dos tienen: } 90 + 84 = 174 \text{ soles}$$

$$N = 174 = 2(3)(29)$$

$$\text{Precio del regalo: } SD(N) = (2 + 1)(3 + 1)(29 + 1) = 360$$

$$\text{Diferencia: } 360 - 174 = 186$$

$$\therefore \text{Para comprar el regalo les falta 186 soles.}$$

**Rpta.: C**

6. La cantidad de participantes en un Congreso Nacional de Matemática es un número que tiene dos divisores primos de un total de 6 divisores positivos. Si la suma de estos 6 divisores positivos es 124, determine el producto de las cifras de la cantidad de participantes.
- A) 5                      B) 35                      C) 105                      D) 20                      E) 70

**Solución:**

$$M = P^\alpha \cdot Q^\beta$$

$$CD(M) = 6 \rightarrow M = P^2 \cdot Q^1$$

$$SD(M) = (P^2 + P + 1) \cdot (Q + 1) = 31 \times 4 = 124 \rightarrow P = 5 \wedge Q = 3$$

$$M = 5^2 \times 3 = 75$$

$$\therefore \text{Producto de las cifras} = 35$$

**Rpta.: B**

7. Las hermanas Sonia y Belén aportaron cierta cantidad de dinero para comprar un electrodoméstico. Si el número de soles que aportó Sonia tiene 15 divisores positivos que suman 847 y Belén aportó el doble de lo que aportó Sonia, ¿cuánto costó el electrodoméstico?
- A) 972            B) 942            C) 846            D) 828            E) 906

**Solución:**

Aporte de Sonia:  $N$

$$CD(N) = 15 = 3 \times 5 = (2 + 1)(4 + 1)$$

$$\Rightarrow N = p^2 \cdot q^4 \Rightarrow SD(N) = \frac{p^3 - 1}{p - 1} \times \frac{q^5 - 1}{q - 1} = 847$$

$$847 = 7 \times 121 = \frac{2^3 - 1}{2 - 1} \times \frac{3^5 - 1}{3 - 1} \Rightarrow p = 2, \quad q = 3$$

Luego  $N = 2^2 \times 3^4 = 324$ .

Aporte de Belén:  $2N$

∴ Costo del electrodoméstico:  $3N = 3(324) = 972$  soles

**Rpta.: D**

8. Mario abre una cuenta de ahorros a plazo fijo por cierta cantidad de años. Si dicha cantidad coincide con la suma de las cifras de un número cuya descomposición canónica es  $2^a(a + 1)^b$ , tiene 12 divisores positivos compuestos y no es divisible por 8, ¿en cuántos años vence el plazo?
- A) 9            B) 6            C) 10            D) 3            E) 7

**Solución:**

$N = 2^a(a + 1)^b$  tiene 12 divisores compuestos y no es divisible por 8.

$$CD(N) = 1 + CD_{(Primos)} + CD_{(Compuestos)}$$

$$CD(N) = 1 + 2 + 12 = 15 = (a + 1)(b + 1)$$

Si  $N$  no es divisible por 8 entonces  $a < 3$ , luego para  $a = 1$  (no cumple)

Entonces:  $a = 2 \rightarrow (2 + 1)(b + 1) = 15$

$$b = 4$$

$$N = 2^2 \times 5^4 = 2500 ; \quad \text{Suma de cifras} = 7$$

∴ El plazo vence en 7 años.

**Rpta.: E**

9. En un laboratorio se hacen experimentos con dos tipos de bacterias. La cantidad de bacterias del tipo A es  $N = x^b(x+1)^a$  y la cantidad de bacterias del tipo B es  $M = \overline{mm}^a \cdot \overline{mn}^3$ ; ambas cantidades son las menores posibles y están expresadas en forma canónica. Si  $N$  tiene tres divisores positivos más que  $M$ , determine la cantidad de divisores positivos cuadrados perfectos de  $(N \cdot M)$ .
- A) 24                  B) 32                  C) 12                  D) 14                  E) 8

**Solución:**

Cantidad de bacterias del tipo A:  $N = x^b \times (x+1)^a$

Cantidad de bacterias del tipo B:  $M = \overline{mm}^a \times \overline{mn}^3$

Por dato,  $N$  y  $M$  son lo menor posible y está en forma canónica, entonces:

$x = 2$ ;  $m = 1$ ;  $n = 3$  es decir:  $N = 2^b \times 3^a$  y  $M = 11^a \times 13^3$

Además:  $CD(N) - CD(M) = 3$

$$\Rightarrow (b+1)(a+1) - (a+1)4 = 3$$

$$\Rightarrow (a+1)(b-3) = 3 \Rightarrow a = 2; b = 4$$

Luego:  $N \cdot M = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 11^2 \cdot 13^3 = (2^2)^2 \cdot (3^2)^1 \cdot (11^2)^1 \cdot (13^2)^1 \cdot 13$

$$\therefore CD_{k^2}(N \cdot M) = 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$$

Rpta.: A

10. Dos alumnos de 14 y 16 años le preguntan al profesor de aritmética por su edad y este les responde: «El número de años que tengo es tanto como la cantidad de divisores positivos que tiene el número de divisores positivos de la suma de los factoriales de las edades de ustedes». ¿Qué edad tiene el profesor?
- A) 36                  B) 35                  C) 42                  D) 32                  E) 30

**Solución:**

Suma de factoriales:  $N = 14! + 16! = 14! + 14!(15)(16) = 14!(15)(16)$

$$N = 14!(241) = 2^{11} \cdot 3^5 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 11^1 \cdot 13^1 \cdot 241^1$$

$$M = CD(N) = 12 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6 \cdot 3^4$$

$$CD(M) = 7(5) = 35$$

$\therefore$  Edad del profesor = 35 años.

Rpta.: B

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Una profesora de aritmética solicita a sus alumnos que utilicen dos dígitos significativos distintos  $a$  y  $b$ , donde  $a > b$  y construyan números de la forma  $N = a^4 - b^4$ . De acuerdo a lo anterior, indique la alternativa correcta.
- A) Por lo menos hay un valor de  $N$  que tiene como máximo 2 divisores positivos.  
 B) Si  $a$  y  $b$  son primos, entonces la cantidad de divisores positivos de  $N$  es 5.  
 C) Por lo menos hay un valor de  $N$  que es múltiplo de 64.  
 D) La suma de las cifras del menor valor de  $N$  es 7.  
 E)  $N$  puede tomar valores negativos.



**Solución:**

$$N = a^4 - b^4 = (a^2 + b^2)(a + b)(a - b)$$

$$\text{Basta tomar: } a = 8 ; b = 4 \rightarrow N = 80(12)(4)$$

$$N = 64(60) = 64$$

**Rpta.: C**

2. Para la celebración de las fiestas de fin de año, en una empresa se compró cierta cantidad de regalos para distribuirlos equitativamente entre sus 20 trabajadores. Esta cantidad está representada por el menor número que tiene 3 divisores primos y 14 divisores compuestos. Si cada regalo costó 20 soles, ¿cuánto se gastó en dicha compra?

A) 3600      B) 3450      C) 3260      D) 3860      E) 4000

**Solución:**

$$CD(N) = CD_{\text{primos}}(N) + CD_{\text{comp.}}(N) + 1$$

$$CD(N) = 3 + 14 + 1 = 18 ; N = 20$$

$$\text{Menor: } N = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \rightarrow N = 180$$

$$\therefore \text{Gasto total} = 180(20) = 3600 \text{ soles}$$

**Rpta.: A**

3. Un distribuidor de huevos de gallina tiene  $N$  huevos aptos para la venta. Si la descomposición canónica de  $N$  es  $2^a \cdot 5^{b+1} \cdot 7^{a-b-1}$ , siendo esta cantidad la mayor posible y menor que 15000, determine la suma de las cifras de dicha cantidad.

A) 5      B) 7      C) 8      D) 9      E) 6

**Solución:**

$$\text{Cantidad de huevos aptos: } N = 2^a \cdot 5^{b+1} \cdot 7^{a-b-1}$$

Por dato,  $N$  es el máximo posible y esta expresado en su forma canónica:

Se observa que  $a > b$

$$N = 2^4 \cdot 5^3 \cdot 7^1 = 14000$$

$$\therefore \text{Suma de las cifras} = 5$$

**Rpta.: A**

4. La cantidad de monedas de un sol que comenzó a circular en cierto mes es  $N$  y de ellas,  $(b + 6)^a$  monedas tienen como diseño un cóndor. Si la descomposición canónica de  $N$  es  $a^b \cdot (a + 1) \cdot b \cdot (b + 6)^a$ , donde  $a + b = 9$ , determine la suma de las cifras de la cantidad de monedas con dicho diseño.

A) 4      B) 13      C) 16      D) 9      E) 1

**Solución:**

$$N = a^b \cdot (a + 1) \cdot b \cdot (b + 6)^a ; a + b = 9 \rightarrow a = 2 \text{ y } b = 7$$

$$\# \text{billetes con diseño de cóndor} = 13^2 = 169$$

$$\therefore \text{Suma de las cifras} = 16$$

**Rpta.: C**

5. Piero y Julián tienen la menor cantidad posible de soles representados por dos números diferentes, ambos de dos cifras y con solo tres factores primos en su descomposición canónica. Si Piero tiene más que Julián, ¿cuántos soles debe darle Piero a Julián para que tengan la misma cantidad?
- A) 2 soles      B) 5 soles      C) 6 soles      D) 7 soles      E) 9 soles

**Solución:**

$$30 = 2 \times 3 \times 5, \quad 42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$42 - x = 30 + x \rightarrow x = 6$$

∴ Debe darle 6 soles.

**Rpta.: C**

6. María depositó su dinero en una financiera durante  $t$  años, donde  $t$  es igual a la suma de las cifras de un número cuya descomposición canónica es  $3^a \cdot b^b \cdot a^3$ . Si este número tiene 68 divisores compuestos y no es divisible por 27, ¿por cuántos años depositó su dinero?
- A) 9      B) 5      C) 4      D) 3      E) 6

**Solución:**

$N = 3^a \cdot b^b \cdot a^3$  que tiene 68 divisores compuestos y no es divisible por 27.

$$CD(N) = 1 + CD_{(Primos)} + CD_{(Compuestos)}$$

$$CD(N) = 1 + 3 + 68 = 72 = (a + 1)(b + 1)(4)$$

Si  $N$  no es divisible por 27 entonces  $a < 3$  y además  $a$  es primo

$$a = 2 \rightarrow (2 + 1)(b + 1)4 = 72$$

$$b = 5$$

Reemplazando:  $N = 3^2 \cdot 5^5 \cdot 2^3 = 225000$  ;  $t = \text{Suma de cifras} = 9$

∴ Depositó por 9 años.

**Rpta.: A**

7. Pablo, un estudiante de Ingeniería de Software, ha diseñado un algoritmo para determinar la suma de todos los divisores positivos que no son múltiplos de 105 para cualquier entero positivo. Si Pablo aplicó dicho algoritmo al número 9240, determine la suma de las cifras del resultado que obtuvo.
- A) 4      B) 5      C) 6      D) 8      E) 9

**Solución:**

$$9240 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$$

$$105 = 3 \times 5 \times 7$$

$$\text{Suma de divisores de } 9240 \text{ no múltiplos de } 105 = SD = \frac{2^4 - 1}{2 - 1} \times \frac{11^2 - 1}{11 - 1} = 180$$

∴ Suma de cifras:  $1 + 8 + 0 = 9$

**Rpta.: E**

8. Si la cantidad de celulares que tiene Fabricio en su tienda es igual a la suma de las cifras del menor número descompuesto canónicamente como  $a^b \cdot (a+1)^a \cdot \overline{ab}$ , determine la cantidad de celulares que tiene Fabricio.
- A) 18                  B) 14                  C) 12                  D) 15                  E) 9

**Solución:**

$$N = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 23 = 1656 \quad \rightarrow \quad \text{Suma de cifras} = 1 + 6 + 5 + 6 = 18.$$

$\therefore$  La cantidad de celulares que tiene Fabricio es 18.

**Rpta.: A**

9. Justino le pregunta a su compadre Manuel por la edad de su único hijo Pablo y este le responde: «La edad de mi hijo coincide con la cantidad de divisores positivos múltiplos de seis, pero no de cinco, de un numeral de seis cifras». Si este numeral empieza con tres cifras iguales que son múltiplos de dos y de tres a la vez, y termina en tres ceros; ¿cuántos años tiene Pablo?
- A) 16                  B) 18                  C) 10                  D) 12                  E) 26

**Solución:**

$$N = 666000 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 37$$

$$\Rightarrow N = 2 \cdot 3 [2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^3 \cdot 37^1],$$

Luego, la cantidad de divisores positivos múltiplos de 6 pero no de 5 es  $M$ :

$$\text{Siendo } M = (3+1)(1+1)(1+1) = 4(2)(2) = 16$$

$\therefore$  La edad de Pablo es 16 años

**Rpta.: A**

10. Dos hermanos de 11 y 12 años de edad recibieron de propina cierta cantidad de soles equivalente a la cantidad de divisores positivos que tiene el factorial de sus respectivas edades. ¿Cuánto más recibió el mayor con respecto a lo recibido por el menor?
- A) 252                  B) 144                  C) 126                  D) 180                  E) 120

**Solución:**

$$11! = 2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11$$

$$12! = 2^{10} \cdot 3^5 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11$$

Luego:

$$CD(11!) = 9 \times 5 \times 3 \times 2 \times 2 = 540$$

$$CD(12!) = 11 \times 6 \times 3 \times 2 \times 2 = 792$$

Por lo tanto, Diferencia =  $792 - 540 = 252$

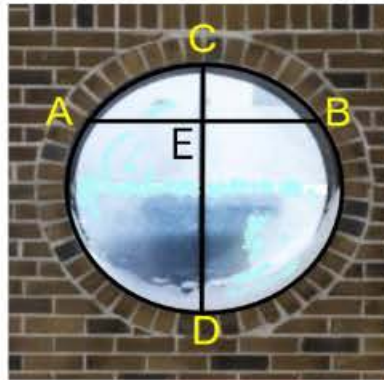
**Rpta.: A**

# Geometría

## EJERCICIOS DE CLASE

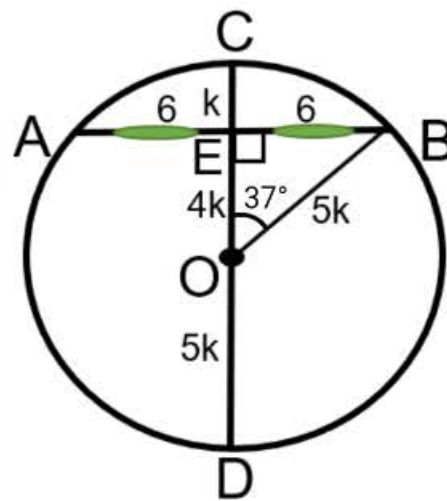
1. La figura muestra una ventana de forma circular. Para colocar el vidrio se han usado como soportes las varillas perpendiculares  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$ . Si  $\overline{CD}$  es diámetro,  $AB = 12$  dm y  $ED = 9EC$ , halle la longitud de la varilla  $\overline{CD}$ .

- A) 18 dm
- B) 20 dm
- C) 22 dm
- D) 30 dm
- E) 21,5 dm



### Solución

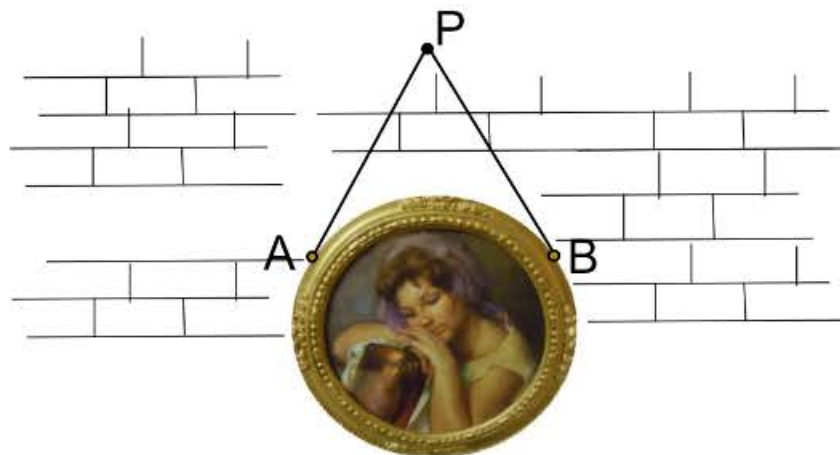
- Dato:  $\overline{AB} \perp \overline{CD}$   
 $\Rightarrow AE = EB = 6$
- O: centro de la circunferencia  
 $\Rightarrow OD = OC = OB = 5k$  y  
 $OE = 4k$
- $\triangle OEB$ : notable  $37^\circ$  y  $53^\circ$   
 $\Rightarrow 3k = 6 \Rightarrow k = 2$   
 $\therefore CD = 10k = 10(2) = 20$  dm



Rpta.: B

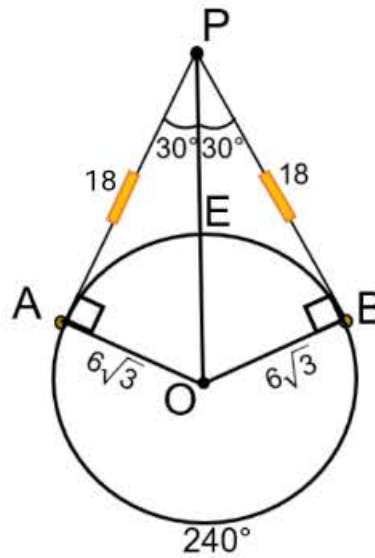
2. La figura muestra un portarretrato de forma circular, cuyo radio mide  $6\sqrt{3}$  cm; se ha colgado en un clavo ubicado en el punto P de una pared por medio de una cuerda APB, anclada en los puntos de tangencia A y B. Si  $AP = PB$  y la medida del arco mayor  $\widehat{AB}$  es  $240^\circ$ , halle la longitud de la cuerda.

- A) 36 cm
- B) 34 cm
- C) 32 cm
- D) 38 cm
- E) 40 cm



**Solución:**

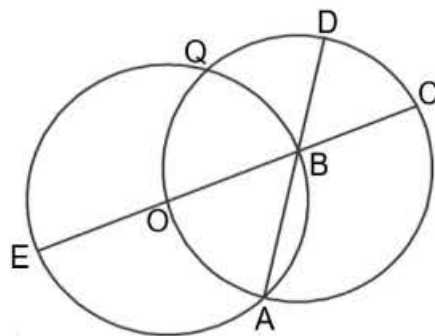
- Sea O centro: teorema  $\overline{OB} \perp \overline{PB}$  y  $\overline{OA} \perp \overline{PA}$
- $m\widehat{AEB} = 360^\circ - 240^\circ = 120^\circ$
- Teorema:  $m\widehat{AEB} + m\widehat{APB} = 180^\circ$   
 $\Rightarrow m\widehat{APB} = 60^\circ$
- Teorema:  $\overline{PO}$  biseca al ángulo  $\widehat{APB}$   
 $\Rightarrow m\widehat{OPA} = m\widehat{OPB} = 30^\circ$
- $\triangle PBO$ : notable  $30^\circ$  y  $60^\circ$   
 $\Rightarrow PB = 18 \Rightarrow AP = 18$   
 $\therefore AP + PB = 36 \text{ cm}$



Rpta.: A

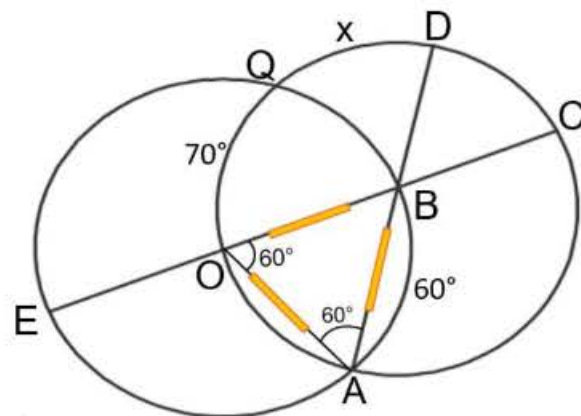
3. En la figura,  $\overline{EB}$  es diámetro,  $EO = OB$ ,  $m\widehat{AB} = 60^\circ$  y  $m\widehat{OQ} = 70^\circ$ . Halle  $m\widehat{QD}$ .

- A)  $64^\circ$
- B)  $60^\circ$
- C)  $56^\circ$
- D)  $50^\circ$
- E)  $58^\circ$



**Solución:**

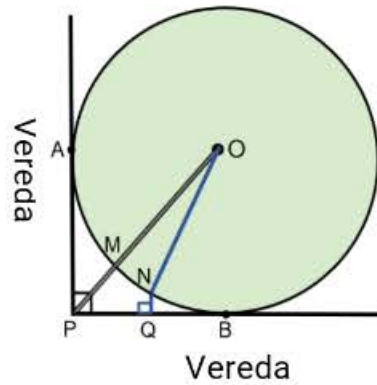
- $\overline{OB}$  y  $\overline{OA}$ : radios  
 $\Rightarrow OB = OA$
- $\widehat{AOB}$ : ángulo central  
 $\Rightarrow m\widehat{AOB} = 60^\circ \Rightarrow \triangle AOB$  es equilátero
- $\widehat{OAD}$ : ángulo inscrito  
 $m\widehat{OAD} = 60^\circ \Rightarrow m\widehat{OQD} = 120^\circ$   
 $\Rightarrow 70^\circ + x = 120^\circ$   
 $\therefore x = 50^\circ$



Rpta.: D

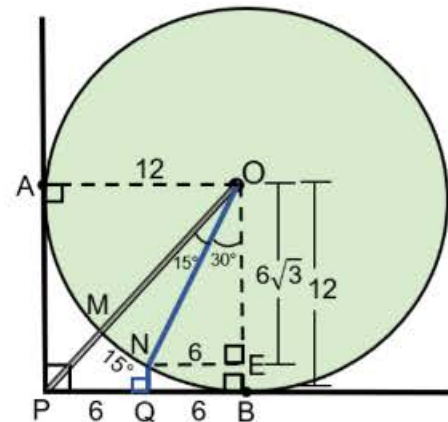
4. La figura muestra el diseño de la vista superior de una loza de cemento de forma circular, tangente a las veredas en los puntos A y B, en donde se colocará una pileta en el centro O;  $\overline{PO}$  representa la tubería que abastecerá de agua a la pileta;  $\overline{ON}$  y  $\overline{NQ}$  representan a las tuberías de desagüe. Si  $PQ = QB = 6$  m y  $m\widehat{MN} = 15^\circ$ , halle la suma de las longitudes de las tuberías de desagüe.

- A)  $6(4 - \sqrt{2})$  m
- B)  $5(4 - \sqrt{3})$  m
- C)  $6(4 - \sqrt{3})$  m
- D)  $6(3 - \sqrt{2})$  m
- E)  $6(3 - \sqrt{3})$  m



**Solución:**

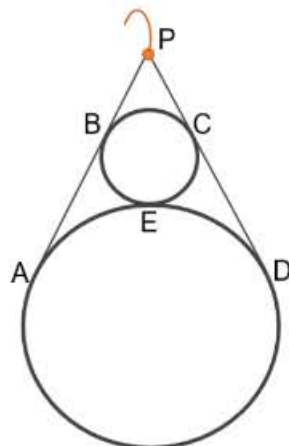
- $m\widehat{MON} = 15^\circ$  (ángulo central)
- $\triangle AOB$ : cuadrado  
 $\Rightarrow AO = BO = 12$   
 y  $m\widehat{POB} = 45^\circ$
- $\triangle NEO$ : notable  $30^\circ$  y  $60^\circ$   
 $\Rightarrow OE = 6\sqrt{3}$  y  $ON = 12$
- $\triangle QNEB$ : rectángulo  $\Rightarrow NQ = EB = 12 - 6\sqrt{3}$   
 $\therefore ON + NQ = 12 + (12 - 6\sqrt{3}) = 6(4 - \sqrt{3})$  m



Rpta.: C

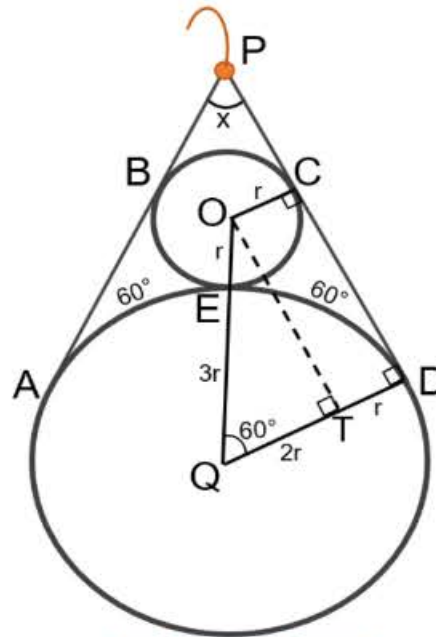
5. La figura muestra un arete, compuesto por dos aros circulares y dos alambres  $\overline{AP}$  y  $\overline{DP}$ , soldadas en los puntos de tangencia A, B, C, D y E. Si la relación entre los radios de las circunferencias es de 1 a 3, halle la medida del ángulo que forman los alambres en P.

- A)  $36^\circ$
- B)  $45^\circ$
- C)  $60^\circ$
- D)  $37^\circ$
- E)  $53^\circ$



**Solución:**

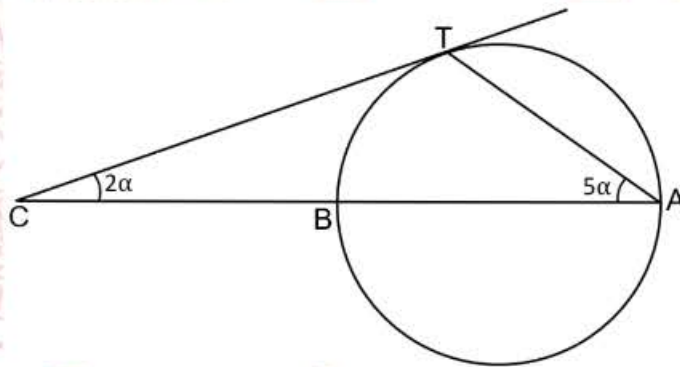
- Sean O y Q centros: teorema  $\overline{OC} \perp \overline{PD}$  y  $\overline{QD} \perp \overline{PD}$
- $\triangle OTQ$ : notable  $30^\circ$  y  $60^\circ$   
 $\Rightarrow m\widehat{OQT} = 60^\circ$
- $\widehat{EQD}$ : ángulo central  
 $\Rightarrow m\widehat{ED} = 60^\circ \Rightarrow m\widehat{AE} = 60^\circ$
- Por dato,  $\overline{PA}$  y  $\overline{PD}$  tangentes: teorema  
 $m\widehat{AD} + x = 180^\circ \Rightarrow 120^\circ + x = 180^\circ$   
 $\therefore x = 60^\circ$



Rpta.:C

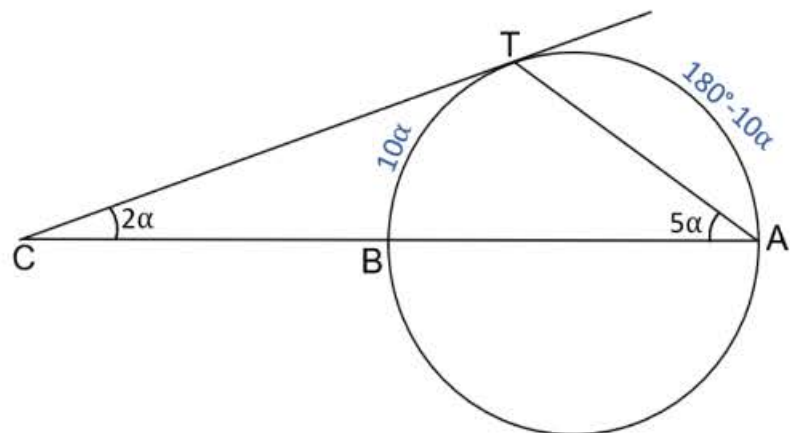
6. En la figura,  $\overline{AB}$  es diámetro y T punto de tangencia. Halle  $m\widehat{ACT}$ .

- A)  $15^\circ$
- B)  $14^\circ$
- C)  $18^\circ$
- D)  $12^\circ$
- E)  $13^\circ$



**Solución:**

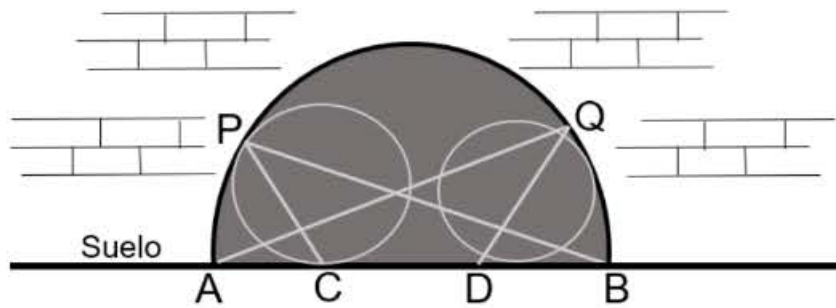
- $\widehat{BAT}$ : ángulo inscrito  
 $\Rightarrow m\widehat{BT} = 10\alpha$
- Dato:  $\overline{BA}$  diámetro  
 $\Rightarrow m\widehat{TA} = 180^\circ - 10\alpha$
- $\widehat{ACT}$ : ángulo exterior  
 $\Rightarrow 2\alpha = \frac{(180^\circ - 10\alpha) - 10\alpha}{2}$   
 $\Rightarrow 24\alpha = 180^\circ$   
 $\Rightarrow 2\alpha = 15^\circ$   
 $\therefore m\widehat{ACT} = 15^\circ$



Rpta.: A

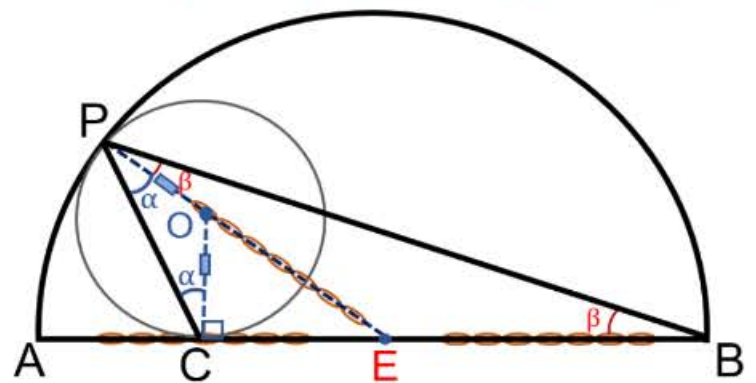
7. La figura muestra la entrada de un túnel semicircular en refacción. Para evitar el ingreso de personas no autorizadas, se ha colocado una estructura de metal formada por dos arcos y cuatro soportes. Si P y C son puntos de tangencia y  $\overline{AB}$  es diámetro, halle la medida del ángulo que forman los soportes  $\overline{PC}$  y  $\overline{PB}$ .

- A)  $36^\circ$
- B)  $45^\circ$
- C)  $35^\circ$
- D)  $44^\circ$
- E)  $37^\circ$



**Solución.**

- Sea O: centro de la circunferencia  
 $\Rightarrow$  el radio  $\overline{OC} \perp \overline{AB}$
- Sea E: punto medio del diámetro  $\overline{AB}$   
 $\Rightarrow PE = EB$
- $\triangle PCB$ : suma de ángulos interiores  
 $2\alpha + 2\beta + 90^\circ = 180^\circ$   
 $\Rightarrow \alpha + \beta = 45^\circ$

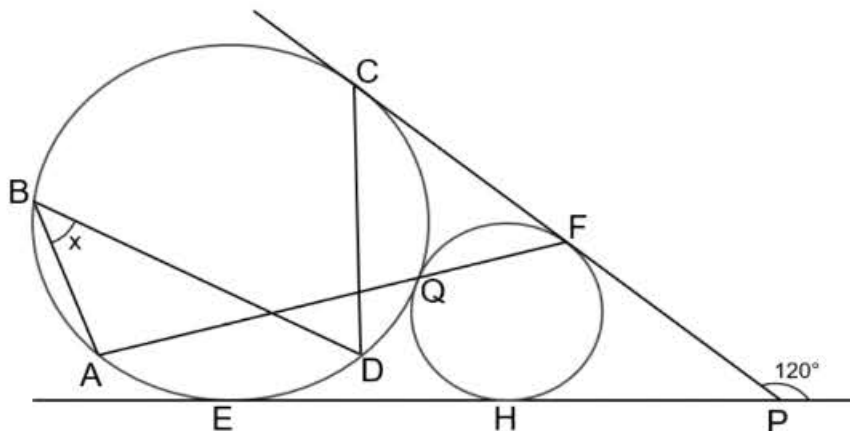


$\therefore$  La medida del ángulo que forman los soportes  $\overline{PC}$  y  $\overline{PB}$  es  $45^\circ$ .

Rpta.: B

8. En la figura, E, C, Q, F y H son puntos de tangencia y  $m\widehat{ED} = m\widehat{DQ}$ . Halle x.

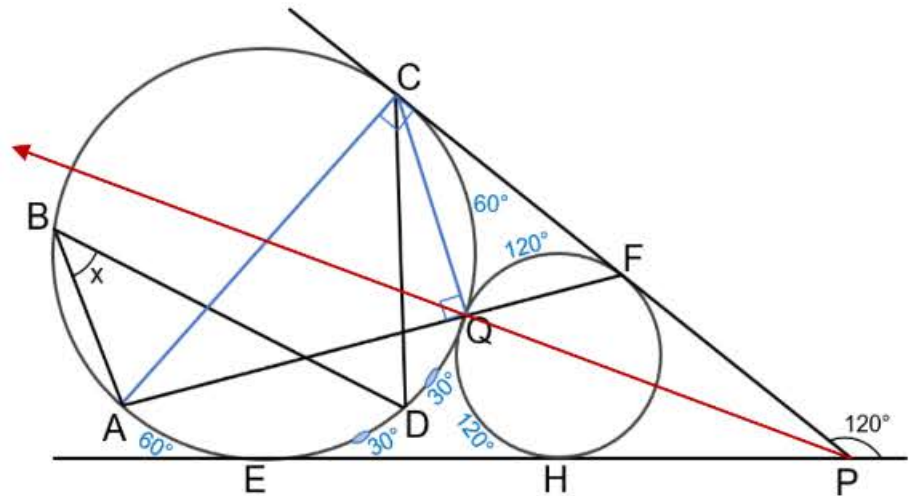
- A)  $45^\circ$
- B)  $53^\circ$
- C)  $40^\circ$
- D)  $37^\circ$
- E)  $35^\circ$





**Solución:**

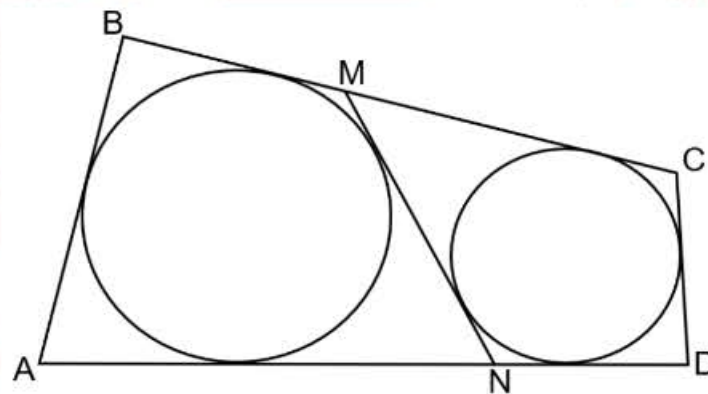
- Trazamos  $\overline{PQ}$ : biseca al ángulo  $\widehat{CPE}$
- Teorema:  $m\widehat{FH} = m\widehat{CQE} = 120^\circ$   
 $\Rightarrow m\widehat{QF} = m\widehat{QH} = 120^\circ$   
 y  $m\widehat{CQ} = m\widehat{QE} = 60^\circ$
- $m\widehat{AQC} = 90^\circ$   
 $\Rightarrow \overline{AC}$ : diámetro  
 $\Rightarrow m\widehat{AE} = 60^\circ$
- $\widehat{ABD}$ : ángulo inscrito  
 $\Rightarrow x = \frac{1}{2}(60^\circ + 30^\circ)$   
 $\therefore x = 45^\circ$



Rpta.: A

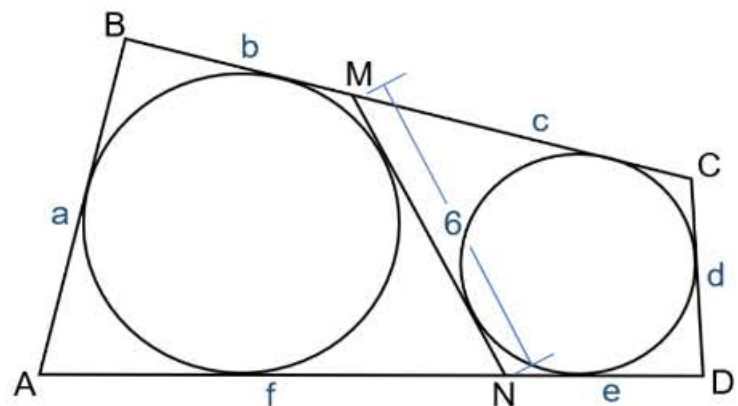
9. La figura muestra parte de una estructura metálica formada por cinco varillas y dos arcos inscritos; la varilla  $\overline{MN}$  mide 6 dm y las varillas  $\overline{BC}$  y  $\overline{AD}$  miden juntas 23 dm. Si se sabe que cada dm de varilla cuesta S/ 5, ¿cuánto se pagó por las 4 varillas que forman el contorno ABCD?

- A) S/ 150
- B) S/ 155
- C) S/ 160
- D) S/ 170
- E) S/ 165



**Solución:**

- Dato:  $b + c + f + e = 23 \dots (1)$
- ABMN: teorema de Pitot  
 $a + 6 = b + f \dots (2)$
- NMCD: teorema de Pitot  
 $d + 6 = c + e \dots (3)$
- De (2) y (3)  
 $(a + d) + 12 = b + c + f + e$
- De (1):  $(a + d) + 12 = 23$



$\Rightarrow a + d = 11 \text{ dm... (4)}$

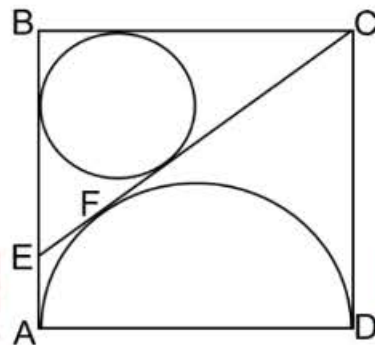
• De (1) y (4), el contorno mide:  $23 + 11 = 34 \text{ dm}$

$\therefore$  Se pagó  $34(S/ 5) = S/ 170$  por las 4 varillas que forman el contorno.

**Rpta.: D**

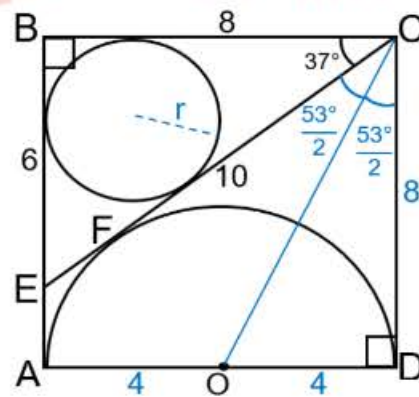
10. La figura muestra un cuadrado ABCD, cuyo lado mide 8 cm; una circunferencia inscrita en el triángulo CBE y una semicircunferencia tangente al segmento  $\overline{EC}$  en F. Halle la longitud del radio de la circunferencia.

- A) 1,5 cm
- B) 1 cm
- C) 2 cm
- D) 2,5 cm
- E) 3 cm



**Solución:**

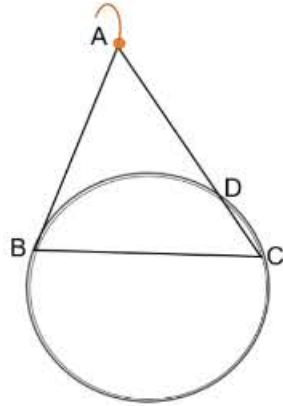
- Se traza  $\overline{CO}$ : teorema biseca al ángulo  $\widehat{ECD}$
- $\overline{AD}$ : diámetro y O su punto medio  
 $\Rightarrow AO = OD = 4$
- $\triangle ODC$ : notable  $53^\circ/2$   
 $\Rightarrow m\widehat{BCE} = 37^\circ$
- $\triangle EBC$ : notable  $37^\circ$  y  $53^\circ$   
 $\Rightarrow BC = 8, BE = 6$  y  $EC = 10$
- $\triangle EBC$ : teorema de Poncelet  
 $6 + 8 = 10 + 2r$   
 $\Rightarrow r = 2 \text{ cm}$



**Rpta.: C**

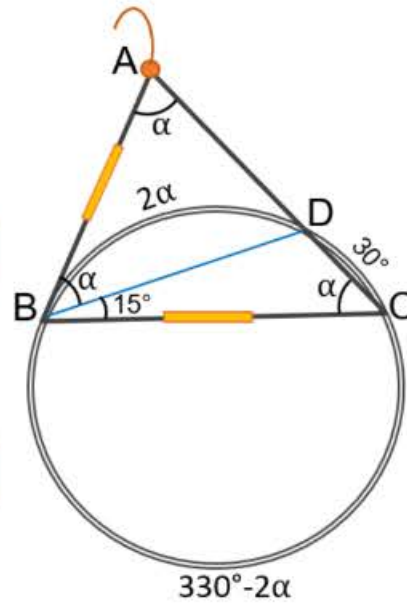
11. La figura muestra un arete compuesto por un aro circular y tres alambres  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$  y  $\overline{BC}$ , soldados en los puntos A, B, C y D. Si B es punto de tangencia,  $AB = BC$  y  $m\widehat{DC} = 30^\circ$ , halle la medida del ángulo formado por los alambres en B.

- A)  $60^\circ$
- B)  $70^\circ$
- C)  $55^\circ$
- D)  $65^\circ$
- E)  $75^\circ$



**Solución:**

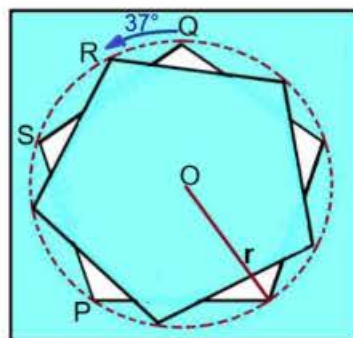
- $\triangle ABC$ : isósceles  
 $\Rightarrow m\widehat{BAC} = m\widehat{BCA} = \alpha$
- $\widehat{DBC}$ : inscrito  $\Rightarrow m\widehat{DBC} = 15^\circ$
- $\widehat{BCA}$ : inscrito  $\Rightarrow m\widehat{BD} = 2\alpha$
- $\widehat{ABD}$ : semiinscrito  $\Rightarrow m\widehat{ABD} = \alpha$
- $\widehat{BAC}$ : exterior  
 $\Rightarrow \alpha = \frac{(330^\circ - 2\alpha) - 2\alpha}{2} \Rightarrow \alpha = 55^\circ$   
 $\therefore m\widehat{ABC} = 55^\circ + 15^\circ = 70^\circ$



**Rpta.: B**

12. La figura muestra el corte de una pieza pentagonal regular de un pliego de cartulina; luego se gira  $37^\circ$  en sentido antihorario con respecto a su centro O, como muestra la figura. Halle la medida del ángulo que debe girar la pieza en sentido antihorario, con respecto a su centro, para que R coincida con P.

- A)  $72^\circ$
- B)  $90^\circ$
- C)  $107^\circ$
- D)  $123^\circ$
- E)  $100^\circ$



**Solución:**

- $\widehat{SOP}$  y  $\widehat{ROQ}$ : son ángulos centrales

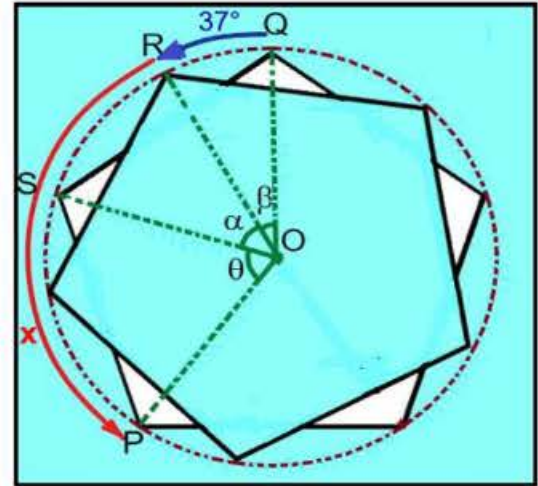
$\theta = 72^\circ$  y  $\beta = 37^\circ$

- Cada vez que la pieza gira  $72^\circ$  desde Q, queda empalmado con el corte inicial.

$\Rightarrow \alpha = 72^\circ - 37^\circ = 35^\circ$

- Para que R coincida con P y empalme:

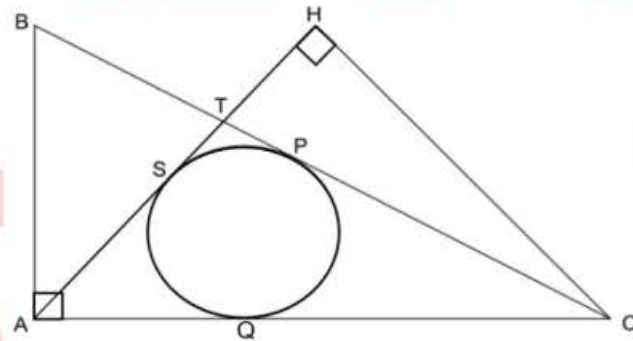
$x = m\widehat{RP} = \alpha + \theta = 35^\circ + 72^\circ = 107^\circ$



Rpta.: C

13. En la figura,  $AC = 10$  cm,  $AB = 5$  cm,  $HC = 6$  cm y  $BP = PC$ . Si P, Q y S son puntos de tangencia, halle la longitud del radio de la circunferencia.

- A)  $\frac{1}{4}(5 - \sqrt{5})$  cm
- B)  $\frac{1}{3}(5 - 2\sqrt{5})$  cm
- C)  $\frac{1}{2}(5 - 2\sqrt{5})$  cm
- D)  $\frac{1}{2}(5 - \sqrt{5})$  cm
- E)  $\frac{1}{3}(5 - \sqrt{5})$  cm



**Solución:**

- $\triangle BAC$ : notable  $53^\circ/2$

- $\triangle AHC$ : notable  $37^\circ$  y  $53^\circ$

$\Rightarrow m\widehat{TCH} = 53^\circ/2$

$\Rightarrow HT = 3$  y  $TC = 3\sqrt{5}$

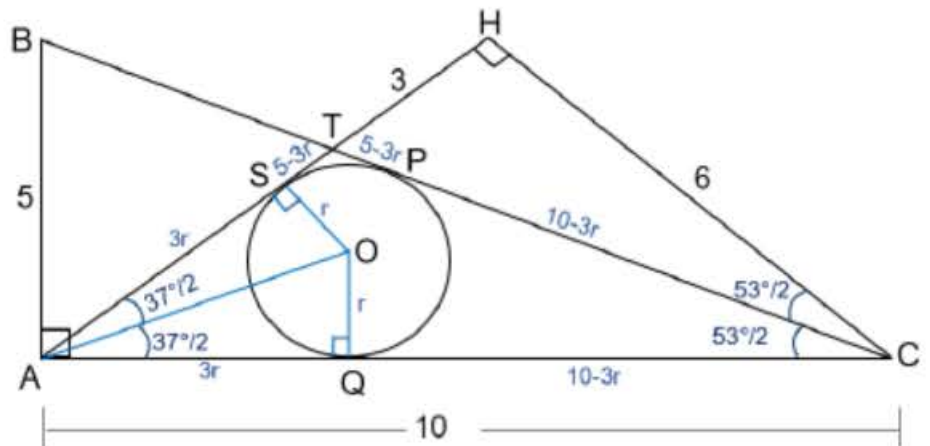
- $\triangle AQO$ : notable  $37^\circ/2$

$AQ = AS = 3r$

$\Rightarrow ST = TP = 5 - 3r$

- $TC = 3\sqrt{5} = (5 - 3r) + (10 - 3r)$

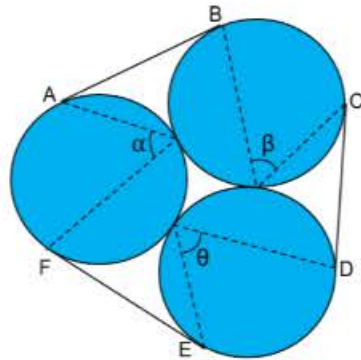
$\Rightarrow r = \frac{1}{2}(5 - \sqrt{5})$  cm



Rpta.: D

14. La figura muestra la vista de planta de tres piscinas circulares, unidas por las veredas representadas por  $\overline{AB}$ ,  $\overline{CD}$  y  $\overline{FE}$ , siendo A, B, C, D, E y F puntos de tangencia. Si  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\theta$  son las medidas de los ángulos que forman las trayectorias de tres nadadores, halle  $\alpha + \beta + \theta$ .

- A)  $159^\circ$
- B)  $135^\circ$
- C)  $180^\circ$
- D)  $190^\circ$
- E)  $160^\circ$



**Solución:**

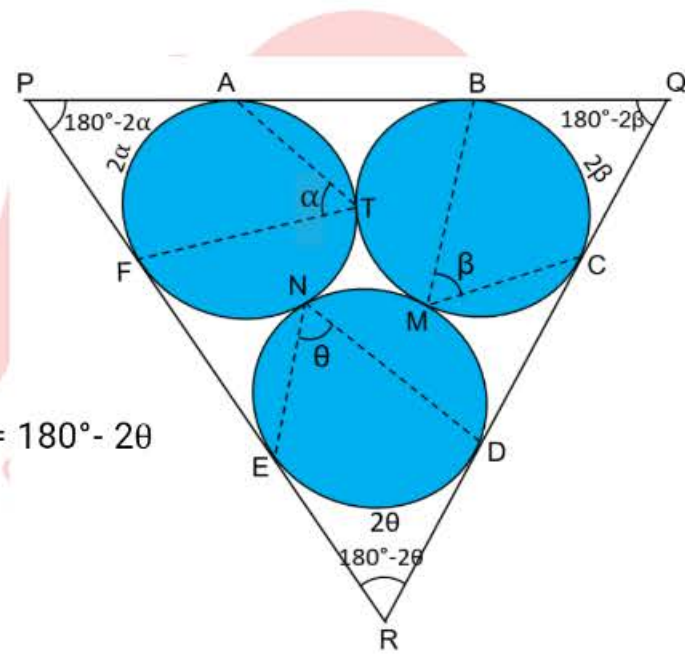
- Prolongamos los segmentos que unen los puntos de tangencia:  $\Delta PQR$

- $\widehat{ATF}$ ,  $\widehat{BMC}$  y  $\widehat{DNE}$ : son ángulos inscritos  
 $\Rightarrow m\widehat{AF} = 2\alpha$ ,  $m\widehat{BC} = 2\beta$  y  $m\widehat{ED} = 2\theta$

- Teorema:  
 $m\widehat{APF} = 180^\circ - 2\alpha$ ,  $m\widehat{BQC} = 180^\circ - 2\beta$  y  $m\widehat{DRE} = 180^\circ - 2\theta$

- $\Delta PQR$ : suma de ángulos interiores  
 $(180^\circ - 2\alpha) + (180^\circ - 2\beta) + (180^\circ - 2\theta) = 180^\circ$   
 $\Rightarrow 540^\circ - 2(\alpha + \beta + \theta) = 180^\circ$

$\therefore \alpha + \beta + \theta = 180^\circ$

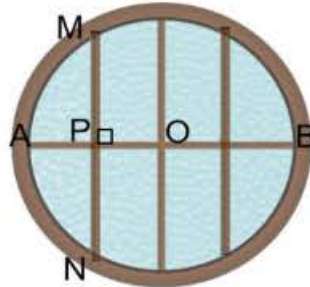


Rpta.: C

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

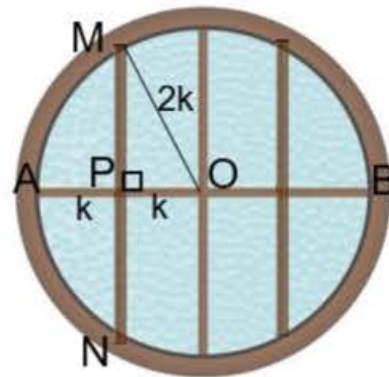
1. La figura muestra una ventana de forma circular y cuatro barrotes de fierro colocados por motivos de seguridad. Si el barrote  $\overline{AB}$  es diámetro de la circunferencia, cuyo punto medio es  $O$ ,  $MN = 30$  cm ( $M$  y  $N$  en la circunferencia) y  $AP = PO$ , halle la longitud del barrote  $\overline{AB}$ .

- A)  $20\sqrt{3}$  cm      B)  $30\sqrt{3}$  cm  
 C) 24 cm            D)  $24\sqrt{3}$  cm  
 E)  $22\sqrt{3}$  cm



**Solución:**

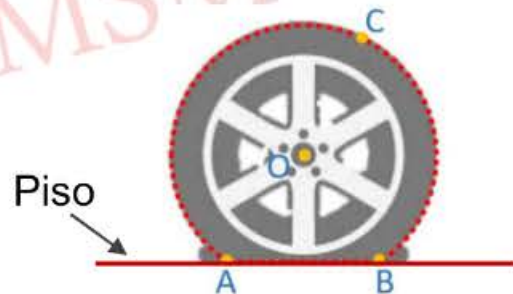
- Trazamos el radio  $\overline{MO}$ :  
 $\Rightarrow MO = 2PO = 2k$
- $\triangle MPO$ : notable  $30^\circ$  y  $60^\circ$   
 $\Rightarrow MP = k\sqrt{3}$
- $MP = PN \Rightarrow 15 = k\sqrt{3}$   
 $\Rightarrow k = 5\sqrt{3}$
- $\therefore AB = 4k = 4(5\sqrt{3}) = 20\sqrt{3}$  cm



Rpta.: A

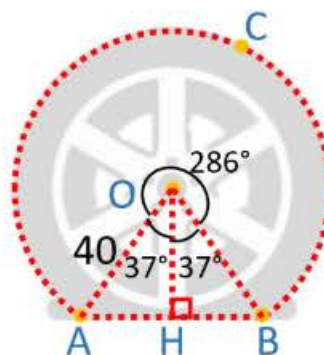
2. En la figura, se muestra una llanta desinflada. Si  $O$  es el centro del arco de circunferencia mayor,  $OC = 40$  cm y  $m\widehat{ACB} = 286^\circ$ , halle la distancia de  $O$  al piso representado por  $\overline{AB}$ .

- A) 36 cm  
 B) 32 cm  
 C) 24 cm  
 D) 28 cm  
 E) 34 cm



**Solución:**

- Trazar la altura  $\overline{OH} \perp \overline{AB}$   
 $m\widehat{AOH} = m\widehat{HOB}$
- $\widehat{AOB}$ : ángulo central  
 $m\widehat{AOB} = 360^\circ - 286^\circ = 74^\circ$   
 $\Rightarrow m\widehat{AOH} = m\widehat{BOH} = 37^\circ$

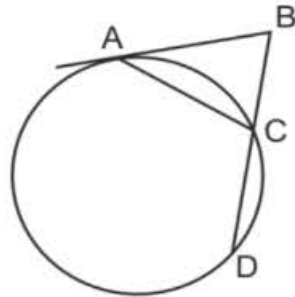


- $\triangle AHO$ : notable  $37^\circ$  y  $53^\circ$   
 $\Rightarrow OH = 32$  cm

Rpta: B

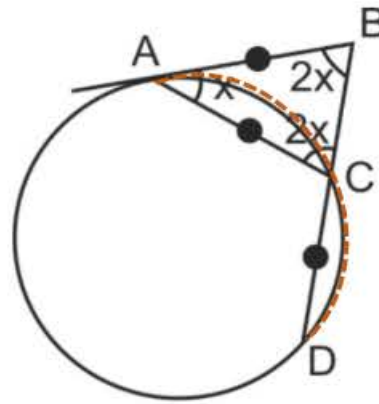
3. En la figura, A es punto de tangencia. Si  $AB = AC = CD$ , halle  $m\widehat{ACD}$ .

- A)  $130^\circ$
- B)  $140^\circ$
- C)  $144^\circ$
- D)  $160^\circ$
- E)  $150^\circ$



**Solución:**

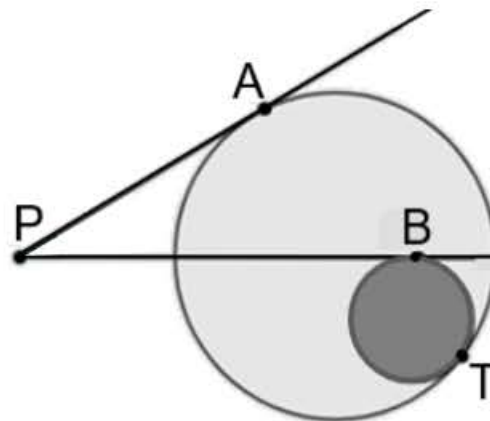
- $\widehat{BAC}$ : ángulo semiinscrita  
 $\Rightarrow m\widehat{AC} = 2x$
- Dato:  $AC = CD$   
 $\Rightarrow m\widehat{AC} = m\widehat{CD} = 2x$
- $\widehat{ACB}$ : ángulo exinscrita  
 $\Rightarrow m\widehat{ACB} = 2x \dots (1)$
- $\triangle ABC$ : suma de ángulos interiores  
 $\Rightarrow 2x + x + 2x = 180^\circ \Rightarrow x = 36^\circ$
- De (1):  $m\widehat{ACD} = 4x = 4(36^\circ) = 144^\circ$   
 $\therefore m\widehat{ACD} = 144^\circ$



Rpta.: C

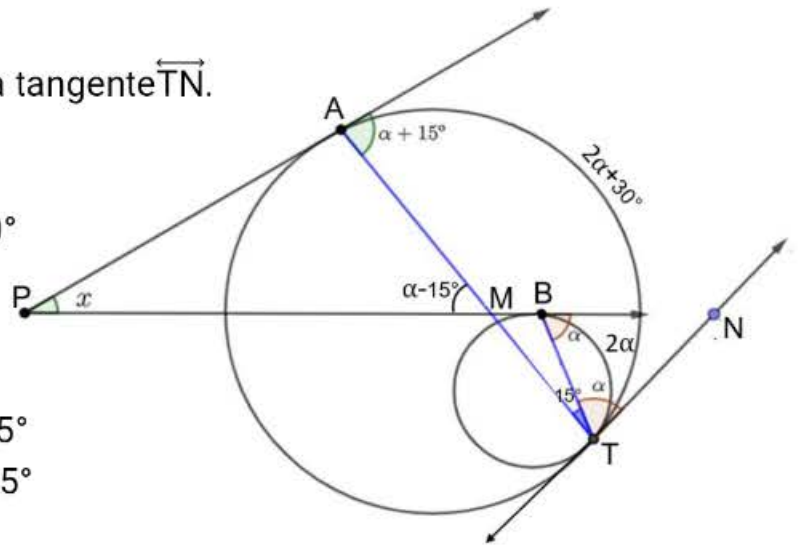
4. La figura muestra una estructura en proceso de ensamblaje; consta de dos discos de metal y con dos varillas también metálicas unidas en P, donde A, B y T son puntos de soldadura y a su vez, puntos de tangencia. Si  $m\widehat{AT} - m\widehat{BT} = 30^\circ$ , halle la medida del ángulo entre las varillas.

- A)  $45^\circ$
- B)  $53^\circ$
- C)  $37^\circ$
- D)  $60^\circ$
- E)  $30^\circ$



**Solución:**

- Trazar las cuerdas  $\overline{BT}$ ,  $\overline{AT}$  y la recta tangente  $\overline{TN}$ .
- Dato:  $m\widehat{AT} - m\widehat{BT} = 30^\circ$   
Sea  $m\widehat{BT} = 2\alpha$ , entonces  $m\widehat{AT} = 2\alpha + 30^\circ$   
 $\Rightarrow m\widehat{ATB} = 15^\circ$

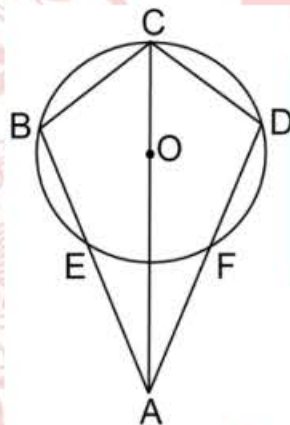


- $\Delta TMB$ : ángulo exterior  
 $\alpha = 15^\circ + m\widehat{BT} \Rightarrow m\widehat{BT} = \alpha - 15^\circ$   
 $\Rightarrow m\widehat{AMP} = \alpha - 15^\circ$
- $\Delta MPA$ : ángulo exterior  
 $\alpha + 15^\circ = x + \alpha - 15^\circ$   
 $\Rightarrow x = 30^\circ$

Rpta.: E

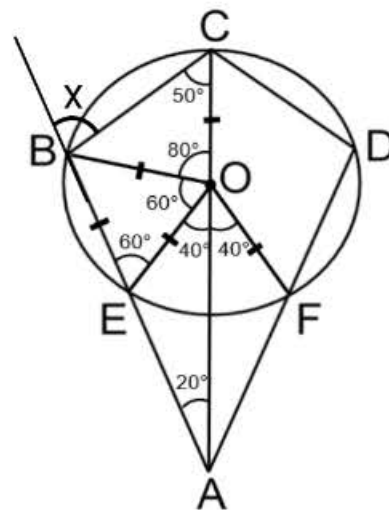
5. La figura muestra un trapezoide simétrico ABCD y una circunferencia de centro O. Si  $m\widehat{BEF} = 140^\circ$  y  $BE = OC$ , halle la medida del ángulo exterior en B.

- A)  $80^\circ$
- B)  $72^\circ$
- C)  $70^\circ$
- D)  $82^\circ$
- E)  $76^\circ$



**Solución:**

- $\Delta EOB$ : equilátero  $\Rightarrow m\widehat{BOE} = m\widehat{BEO} = 60^\circ$
- Dato:  $m\widehat{BEF} = 140^\circ \Rightarrow m\widehat{EOF} = 80^\circ$
- $\Delta OEA$ : ángulo exterior  
 $m\widehat{EAO} = 20^\circ$
- $\Delta BOC$ : Isósceles  $\Rightarrow m\widehat{BCO} = 50^\circ$
- $\Delta ABC$ : ángulo exterior  
 $x = 50^\circ + 20^\circ = 70^\circ$

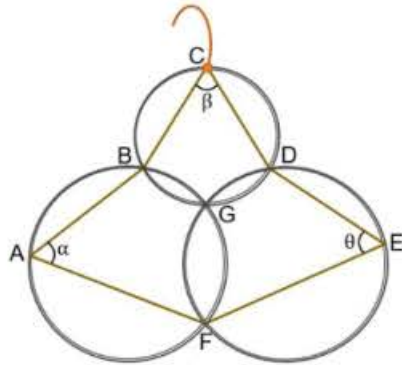


Rpta.: C



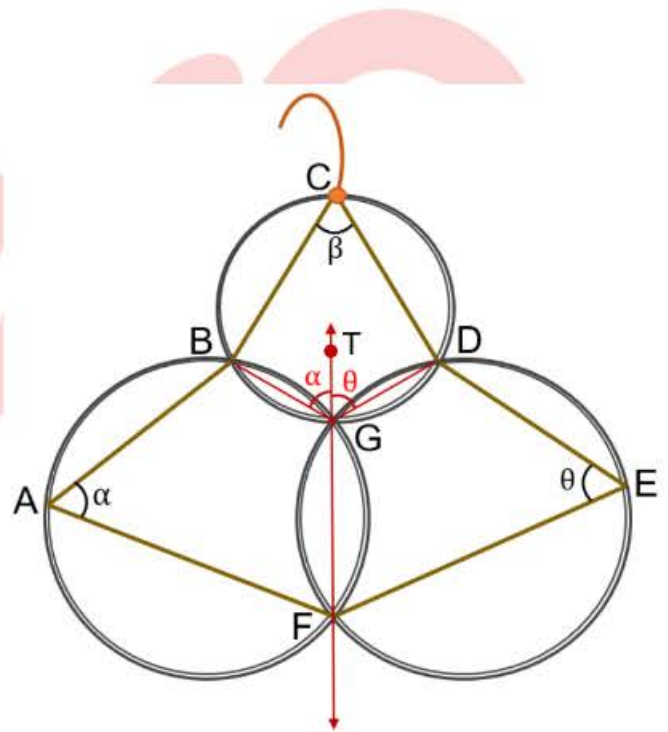
6. La figura muestra un arde de metal de tres aros, los cuales, los dos más grandes, son congruentes y 6 varillas, también de metal, colocadas como soportes. Si los anillos y las varillas están soldados en los puntos A, B, C, D, E, F y G, halle  $\alpha + \beta + \theta$ .

- A)  $170^\circ$
- B)  $180^\circ$
- C)  $160^\circ$
- D)  $200^\circ$
- E)  $190^\circ$



**Solución:**

- $\widehat{BAF}$  y  $\widehat{DEF}$ : ángulos inscritos  
 $\Rightarrow m\widehat{EGF} = 2\alpha$  y  $m\widehat{DGF} = 2\theta$
- $\widehat{BGT}$  y  $\widehat{DGT}$ : ángulos exinscritos  
 $\Rightarrow m\widehat{BGT} = \alpha$  y  $m\widehat{DGT} = \theta$
- $\widehat{BGD}$  y  $\widehat{BCD}$ : ángulos inscritos  
 $\Rightarrow m\widehat{BCD} = 2\alpha + 2\theta$  y  $m\widehat{BGD} = 2\beta$
- $m\widehat{BCD} + m\widehat{BGD} = 360^\circ$   
 $\Rightarrow 2\alpha + 2\beta + 2\theta = 360^\circ$   
 $\Rightarrow \alpha + \beta + \theta = 180^\circ$



Rpta.: B

## Álgebra

### EJERCICIOS DE CLASE

1. Sea «x» un número real positivo. Si « $x^4$ » y su inverso multiplicativo suman 47, entonces «x» más su inverso multiplicativo suman:
- A) 6
  - B) 2
  - C) 3
  - D) 7
  - E) 9

**Solución:**

$$\text{Del dato: } x^4 + \frac{1}{x^4} = 47$$

$$\Rightarrow (x^2)^2 + \frac{1}{(x^2)^2} + 2 = 47 + 2 \Rightarrow \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = 49$$

$$\text{Como } x \text{ es real } \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 7 + 2 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 9$$

Además por ser  $x > 0$

$$\Rightarrow x + \frac{1}{x} = 3.$$

**Rpta.: C**

2. Abraham tiene ahorrado  $P$  miles de soles para comprar un televisor cuyo precio es de  $(2P - 1)$  miles de soles. Si se cumple que  $\frac{(m+n)^4 - (m-n)^4}{(m^2+n^2)^2 - (m^2-n^2)^2} = 4$  y  $P = \frac{7m+3n}{n+4m}$ , ¿cuánto le falta a Abraham para comprar dicho televisor?

A) 3000 soles  
D) 2000 soles

B) 4000 soles  
E) 1600 soles

C) 1000 soles

**Solución:**

I) Por dato:

$$\frac{(m+n)^4 - (m-n)^4}{(m^2+n^2)^2 - (m^2-n^2)^2} = 4 \Rightarrow \frac{((m+n)^2)^2 - ((m-n)^2)^2}{(m^2+n^2+m^2-n^2)(m^2+n^2-m^2+n^2)} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{((m+n)^2 + (m-n)^2)((m+n)^2 - (m-n)^2)}{(2m^2)(2n^2)} = 4$$

Por Legendre

$$\Rightarrow \frac{[2(m^2+n^2)][4mn]}{4(mn)^2} = 4 \Rightarrow m^2+n^2 = 2mn \Rightarrow (m-n)^2 = 0 \Rightarrow m = n$$

$$\text{II) } P = \frac{7m+3n}{n+4m} = \frac{7m+3m}{m+4m} = 2 \Rightarrow 2P - 1 = 3$$

Entonces, el precio del televisor es de 3000 soles y Abraham tiene ahorrado 2000 soles; luego, le falta 1000 soles para comprar el televisor.

**Rpta.: C**

3. Si  $M = 4 \left[ \frac{(2022)^4 - 1}{2021[(2023)^2 + (2021)^2]} \right]$ , determine la suma de cifras del valor de M.
- A) 10                  B) 7                  C) 14                  D) 12                  E) 8

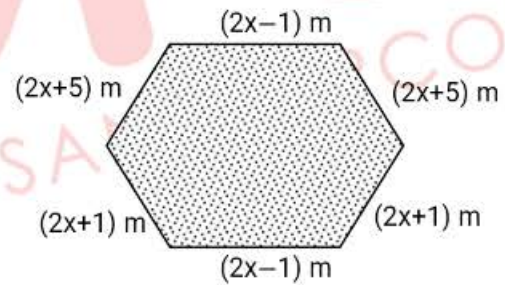
**Solución:**

$$\begin{aligned}
 M &= 4 \left[ \frac{(2022)^4 - 1}{2021[(2023)^2 + (2021)^2]} \right] = 4 \left[ \frac{((2022)^2)^2 - 1^2}{2021[(2022+1)^2 + (2022-1)^2]} \right] \\
 &= 4 \left[ \frac{((2022)^2 + 1)((2022)^2 - 1)}{2021[(2022+1)^2 + (2022-1)^2]} \right] = 4 \left[ \frac{((2022)^2 + 1)((2022)+1)((2022)-1)}{2021[(2022+1)^2 + (2022-1)^2]} \right] \\
 &= 4 \left[ \frac{((2022)^2 + 1)(2023)(2021)}{2021[2((2022)^2 + 1^2)]} \right] = 2(2023) = 4046
 \end{aligned}$$

∴ Suma de cifras de M: 4 + 0 + 4 + 6 = 14.

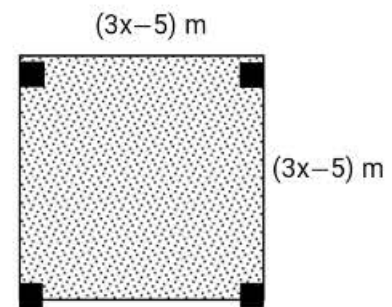
Rpta.: C

4. Alexander tiene una pequeña granja y dispone de dos terrenos para los corrales que tienen las formas mostradas en la figura adjunta. Si se desea cercar ambos terrenos con un alambre, ¿cuántos metros lineales de alambre requiere en total Alexander?



Considere que el valor de «x» cumple:

$$(5^x - 1)(1 + 5^x + 5^{2x}) = 15\,624$$



- A) 30 m                  B) 45 m                  C) 34 m                  D) 38 m                  E) 24 m

**Solución:** Sabemos que:  $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

I) Por dato:  $(5^x - 1)(1 + 5^x + 5^{2x}) = 15\ 624$

$$\Rightarrow (5^x - 1)((5^x)^2 + 5^x + 1) = 15\ 624 \Rightarrow 5^{3x} - 1^3 = 15\ 624 \Rightarrow 5^{3x} = 15\ 625 = 5^6$$

$$\Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$$

II) Suma de todos los lados (perímetros):

$$[2(2x + 1) + 2(2x - 1) + 2(2x + 5) + 4(3x - 5)]\ m = [24x - 10]\ m = [24(2) - 10]\ m = 38\ m.$$

∴ Requiere en total para cercar los dos terrenos 38 m de alambre.

**Rpta.: D**

5. Si a, b y c son reales positivos, además  $\sqrt{\frac{(a+b)^2 + (a+c)^2 + (b+c)^2}{3}} = \frac{2a+2b+2c}{3}$ ,

halle el valor de  $K = \frac{a+b}{a+c} + \frac{a+c}{a+b}$ .

- A) 8      B) 2      C) 4      D) 10      E) 1

**Solución:**

I) Del dato se tiene:  $\sqrt{\frac{(a+b)^2 + (b+c)^2 + (a+c)^2}{3}} = \frac{2a+2b+2c}{3}$

Hacemos:  $x = a+b$ ,  $y = b+c$ ,  $z = a+c$

Así tenemos:  $\sqrt{\frac{x^2 + y^2 + z^2}{3}} = \frac{x+y+z}{3}$

Elevando al cuadrado:

$$\frac{x^2 + y^2 + z^2}{3} = \frac{x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz}{9}$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + xz \Rightarrow x = y = z$$

$$\Rightarrow a+b = b+c = a+c \Rightarrow a = b = c$$

II)  $K = \frac{a+b}{a+c} + \frac{a+c}{a+b} = \frac{a+a}{a+a} + \frac{a+a}{a+a} = 2$

∴  $K = 2$ .

**Rpta.: B**

6. Si  $x + y = 7$  y  $N = \frac{2(x^3 + y^3 - 343)}{7(x^2 + y^2 - 49)}$ , calcule el valor de  $T = (m - N + 1)(m - 2N) - [(N - 2)m - 7](m - 1)$ .
- A) 19      B) 4      C) 12      D) 3      E) 5

**Solución:**

I) Si  $x + y = 7$  obtenemos:

- $(x + y)^3 = 7^3 \Rightarrow x^3 + y^3 + 3xy(x + y) = 343 \Rightarrow x^3 + y^3 - 343 = -3xy(7) = -21xy$
- $(x + y)^2 = 7^2 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = 49 \Rightarrow x^2 + y^2 - 49 = -2xy$

$$\Rightarrow N = \frac{2(-21xy)}{7(-2xy)} = 3$$

II) Reemplazando N en T:

$$T = (m - 3 + 1)(m - 2(3)) - [(3 - 2)m - 7](m - 1) = (m - 2)(m - 6) - (m - 7)(m - 1)$$

$$= m^2 - 8m + 12 - (m^2 - 8m + 7) = 5$$

$\therefore T = 5$ .

Rpta.: E

7. El primer término de una progresión aritmética es  $\left[ \frac{a^5 + b^5 + c^5}{(a^2 + b^2 + c^2)(a^3 + b^3 + c^3)} \right]$  y el tercero  $\left[ \frac{a + b}{-c} \right]$ . ¿Cuál es el segundo término de dicha progresión si  $a = \sqrt{2} + \sqrt{7} - 2\sqrt{13}$ ,  $b = \sqrt{13} + \sqrt{7} - 2\sqrt{2}$  y  $c = \sqrt{2} + \sqrt{13} - 2\sqrt{7}$ ?
- A)  $\frac{11}{6}$       B)  $\frac{5}{6}$       C)  $\frac{1}{12}$       D)  $\frac{1}{2}$       E)  $\frac{11}{12}$

**Solución:**

I) Sumando  $a = \sqrt{2} + \sqrt{7} - 2\sqrt{13}$ ,  $b = \sqrt{13} + \sqrt{7} - 2\sqrt{2}$  y  $c = \sqrt{2} + \sqrt{13} - 2\sqrt{7}$  se obtiene que:  $a + b + c = 0$

De las identidades condicionales se tiene:

- $a^2 + b^2 + c^2 = -2[ab + bc + ac]$
- $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$
- $a^5 + b^5 + c^5 = -5abc[ab + bc + ac]$

II) Reemplazando:

$$\text{Primer término} = \frac{-5abc[ab+bc+ac]}{-2[ab+bc+ac](3abc)} = \frac{-5}{-6} = \frac{5}{6}$$

$$\text{Tercer término} = \frac{-c}{-c} = 1$$

$$\Rightarrow \text{En una progresión aritmética el segundo término} = \frac{\frac{5}{6} + 1}{2} = \frac{11}{12}$$

$$\therefore \text{Segundo término} = \frac{11}{12}$$

Rpta.: E

8. Si  $a > 1$  y  $bc > 0$ , tales que  $a + b + c = 1$  y  $a^3 + b^3 + c^3 = 7,27$ , determine el área de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden  $(a-1)$  y  $(bc+a)$  metros.

- A)  $0,5 \text{ m}^2$     B)  $4 \text{ m}^2$     C)  $2,09 \text{ m}^2$     D)  $1,045 \text{ m}^2$     E)  $0,2 \text{ m}^2$

**Solución:**

$$\text{Como } a + b + c = 1 \Rightarrow (a-1) + b + c = 0 \Rightarrow (a-1)^3 + b^3 + c^3 = 3(a-1)bc$$

$$\Rightarrow a^3 - 3a^2 + 3a - 1 + b^3 + c^3 = 3(a-1)bc$$

$$\Rightarrow \underbrace{a^3 + b^3 + c^3}_{7,27} - 3a^2 + 3a - 1 = 3(a-1)bc$$

$$\Rightarrow 6,27 - 3a^2 + 3a = 3(a-1)bc$$

$$\Rightarrow 2,09 - a^2 + a = (a-1)bc \Rightarrow 2,09 = (a-1)bc + a(a-1)$$

$$\Rightarrow 2,09 = (a-1)(bc+a) \Rightarrow \frac{(a-1)(bc+a)}{2} = 1,045$$

$$\therefore \text{Área del triángulo rectángulo: } 1,045 \text{ m}^2.$$

Rpta.: D

### EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Halle el valor numérico de

$$M = \frac{(x^2 + 2x + 1)^n + (x^2 - 2x + 1)^n}{(x^2 + 2x + 1)^n - (x^2 - 2x + 1)^n}; \text{ siendo } x = \frac{\sqrt[n]{3} + 1}{\sqrt[n]{3} - 1}, n \in \mathbb{N}, n \geq 2.$$

- A)  $\frac{1}{4}$     B)  $\frac{3}{2}$     C)  $\frac{1}{2}$     D)  $\frac{5}{4}$     E)  $\frac{4}{5}$

**Solución:**

$$I) M = \frac{(x^2 + 2x + 1)^n + (x^2 - 2x + 1)^n}{(x^2 + 2x + 1)^n - (x^2 - 2x + 1)^n} = \frac{(x+1)^{2n} + (x-1)^{2n}}{(x+1)^{2n} - (x-1)^{2n}}$$

$$II) \text{ Si } x = \frac{\sqrt[3]{3} + 1}{\sqrt[3]{3} - 1} \text{ entonces:}$$

$$\bullet x + 1 = \frac{\sqrt[3]{3} + 1}{\sqrt[3]{3} - 1} + 1 = \frac{2\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3} - 1} \Rightarrow (x+1)^{2n} = \frac{2^{2n}\sqrt[3]{3}^{2n}}{(\sqrt[3]{3} - 1)^{2n}}$$

$$\bullet x - 1 = \frac{\sqrt[3]{3} + 1}{\sqrt[3]{3} - 1} - 1 = \frac{2}{\sqrt[3]{3} - 1} \Rightarrow (x-1)^{2n} = \frac{2^{2n}}{(\sqrt[3]{3} - 1)^{2n}}$$

$$III) M = \frac{\frac{2^{2n}\sqrt[3]{3}^{2n}}{(\sqrt[3]{3} - 1)^{2n}} + \frac{2^{2n}}{(\sqrt[3]{3} - 1)^{2n}}}{\frac{2^{2n}\sqrt[3]{3}^{2n}}{(\sqrt[3]{3} - 1)^{2n}} - \frac{2^{2n}}{(\sqrt[3]{3} - 1)^{2n}}} = \frac{2^{2n}\sqrt[3]{3}^{2n} + 2^{2n}}{2^{2n}\sqrt[3]{3}^{2n} - 2^{2n}} = \frac{2^{2n}(3^2 + 1)}{2^{2n}(3^2 - 1)} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

Rpta.: D

2. Daniela desea culminar su doctorado de  $(N-2)$  ciclos. Si se tiene que  $\left(\frac{m^2 + n^2 + p^2 + q^2}{1-pq}\right)$  representa el número de ciclos que va cursando Daniela, determine el número de ciclos que le faltaría para culminar su doctorado si se sabe que por cada año lleva 2 ciclos y el tiempo de duración del doctorado es de 3 años. Además,  $N = (m+n+p+q)^2 + (m+n-p-q)^2 + (m-n+p+q)^2 + (m-n-p-q)^2$ .

- A) 4 ciclos    B) 2 ciclos    C) 5 ciclos    D) 3 ciclos    E) 1 ciclo

**Solución:**

$$I) \text{ Por dato, el número de ciclos es: } 3(2) = 6 \Rightarrow (N-2) = 6 \Rightarrow N = 8$$

$$II) N = (m+n+p+q)^2 + (m+n-p-q)^2 + (m-n+p+q)^2 + (m-n-p-q)^2$$

Consideremos  $a = m+n$ ,  $b = p+q$  y  $c = m-n$

Luego

$$N = (a+b)^2 + (a-b)^2 + (c+b)^2 + (c-b)^2$$

Por Legendre:

$$N = 2[a^2 + b^2] + 2[c^2 + b^2] = 2[a^2 + c^2 + 2b^2]$$

III) Reemplazando

$$\begin{aligned}
 N &= 2 \left[ ((m+n)^2 + (m-n)^2) + 2(p+q)^2 \right] = 2 \left[ 2(m^2 + n^2) + 2(p^2 + 2pq + q^2) \right] \\
 \Rightarrow N &= 4 \left[ m^2 + n^2 + p^2 + 2pq + q^2 \right] \\
 \Rightarrow 8 &= 4 \left[ m^2 + n^2 + p^2 + 2pq + q^2 \right] \Rightarrow 2 = m^2 + n^2 + p^2 + 2pq + q^2 \\
 \Rightarrow 2(1-pq) &= m^2 + n^2 + p^2 + q^2 \Rightarrow \frac{m^2 + n^2 + p^2 + q^2}{1-pq} = 2
 \end{aligned}$$

•Le falta:  $6 - 2 = 4$  ciclos.

**Rpta.: A**

3. Los catetos de un triángulo rectángulo miden  $a$  y  $b$  cm y su hipotenusa  $h$  cm. Si el área de dicho triángulo es  $6 \text{ cm}^2$  y su perímetro  $P$  cm, determine el valor numérico de

$$T = P \left( \frac{P}{2} - h \right) \left( \frac{P}{2} - a \right) \left( \frac{P}{2} - b \right).$$

A) 144

B) 72

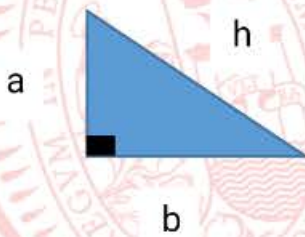
C) 36

D) 18

E) 76

**Solución:**

Consideremos el triángulo



I) Por dato:

$$\text{Área} = \frac{ab}{2} = 6 \Rightarrow ab = 12$$

II)  $P = a + b + h$

$$\begin{aligned}
 T &= (a+b+h) \left( \frac{a+b+h}{2} - h \right) \left( \frac{a+b+h}{2} - a \right) \left( \frac{a+b+h}{2} - b \right) \\
 &= (a+b+h) \left( \frac{a+b-h}{2} \right) \left( \frac{b+h-a}{2} \right) \left( \frac{a+h-b}{2} \right) \\
 &= \frac{((a+b)+h)((a+b)-h)(h-(a-b))(h+(a-b))}{8} \\
 &= \frac{((a+b)^2 - h^2)(h^2 - (a-b)^2)}{8} = \frac{(a^2 + 2ab + b^2 - h^2)(h^2 - a^2 + 2ab - b^2)}{8}
 \end{aligned}$$



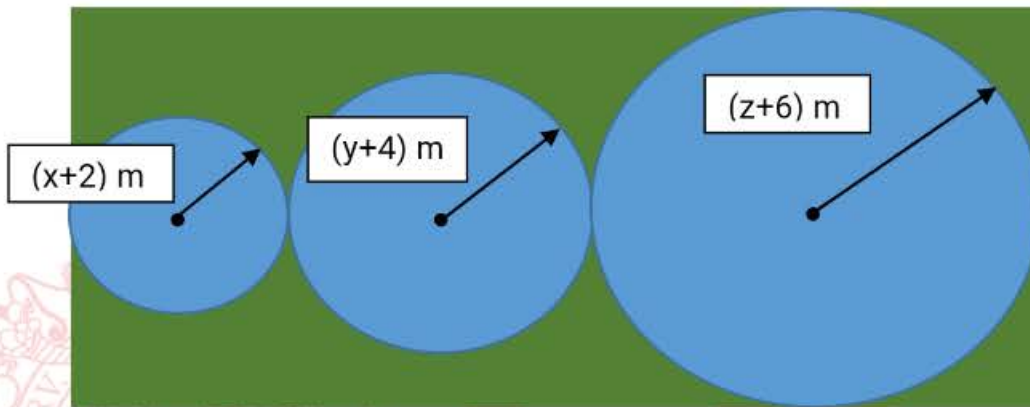
Del triángulo rectángulo se tiene :  $a^2 + b^2 = h^2$

$$\Rightarrow T = \frac{(2ab)(2ab)}{8} = \frac{(ab)^2}{2} = \frac{(12)^2}{2} = 72$$

$\therefore T = 72$

**Rpta.: B**

4. La Municipalidad de Lima cuenta con un terreno rectangular; en él se quiere colocar gras sintético alrededor de sus tres fuentes de agua de formas circulares de radios  $(x+2)$  metros,  $(y+4)$  metros y  $(z+6)$  metros, tal como se muestra en la figura:



Si  $\{a, b, c, x, y, z\} \subset \mathbb{R}$  tales que verifican  $(a+b+c)^2 = 3(ab+bc+ac - x^2 - y^2 - z^2)$ , determine cuántos metros cuadrados de gras sintético se necesitará.

- A)  $(258 - 56\pi) \text{ m}^2$                       B)  $(240 - 12\pi) \text{ m}^2$                       C)  $(256 - 36\pi) \text{ m}^2$   
 D)  $(288 - 12\pi) \text{ m}^2$                       E)  $(288 - 56\pi) \text{ m}^2$

**Solución:**

I) Tenemos por dato que:  $(a+b+c)^2 = 3(ab+bc+ac - x^2 - y^2 - z^2)$

Efectuando se tiene:  $a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ac) = 3(ab+bc+ac) - 3(x^2 + y^2 + z^2)$

De aquí:  $a^2 + b^2 + c^2 - (ab+bc+ac) + 3(x^2 + y^2 + z^2) = 0$

multiplicamos por dos, tenemos:  $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (a-c)^2 + 6(x^2 + y^2 + z^2) = 0$

Como  $\{a, b, c, x, y, z\} \subset \mathbb{R}$ , se tiene que:

$a-b=0 \wedge b-c=0 \wedge a-c=0 \wedge x^2=0 \wedge y^2=0 \wedge z^2=0$

$\Rightarrow a=b=c \wedge x=0 \wedge y=0 \wedge z=0$

II) Los radios de las fuentes circulares son 2m, 4m y 6m y los lados del terreno rectangular miden 24 m y 12 m

El área de gras sintético será = área del rectángulo – área de las tres circunferencias

$$= ((24)(12) - (\pi(2)^2 + \pi(4)^2 + \pi(6)^2)) \text{ m}^2 = (288 - 56\pi) \text{ m}^2$$

∴ El área de gras sintético que se necesita será :  $(288 - 56\pi) \text{ m}^2$ .

Rpta.: E

5. Al simplificar  $\frac{(x^8 + x^4 + 1)(\sqrt{x} - 1)}{(x^2 - x + 1)(\sqrt{x} + 1)(x^3 - 1)} = \frac{W}{x + 2\sqrt{x} + 1}$ ;  $x > 1$ , determine la expresión

W.

A)  $x^4 + x^2 + 1$

B)  $x^4 - x^2 + 1$

C)  $x^2 + 1$

D)  $x^4 - 1$

E)  $x + 1$

**Solución:**

$$\begin{aligned} \frac{(x^8 + x^4 + 1)(\sqrt{x} - 1)}{(x^2 - x + 1)(\sqrt{x} + 1)(x^3 - 1)} &= \frac{W}{x + 2\sqrt{x} + 1}; \quad x > 1 \\ \Rightarrow \frac{(x^4 + x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1)(\sqrt{x} - 1)}{(x^2 - x + 1)(\sqrt{x} + 1)(x - 1)(x^2 + x + 1)} &= \frac{W}{\sqrt{x}^2 + 2\sqrt{x} + 1} \\ \Rightarrow \frac{(x^4 - x^2 + 1)(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} + 1)(x - 1)} &= \frac{W}{(\sqrt{x} + 1)^2} \\ \Rightarrow \frac{(x^4 - x^2 + 1)(\cancel{\sqrt{x} - 1})(\cancel{\sqrt{x} + 1})}{(\cancel{x - 1})} &= W \\ \Rightarrow x^4 - x^2 + 1 &= W \end{aligned}$$

Rpta.: B

6. Si  $a^2 + b^2 + c^2 = 6$  y  $ab + bc + ac = 9$ , determine el valor de  $M = (a - b + c)^2 + (a + b - c)^2 + (a - b - c)^2$ .

A) 2

B) 5

C) 3

D) 0

E) 1

**Solución:**

$$\begin{aligned} M &= (a - b + c)^2 + (a + b - c)^2 + (a - b - c)^2 \\ &= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ac + a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ac \\ &\quad + a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ac \\ &= 3(a^2 + b^2 + c^2) - 2(ab + bc + ac) = 3(6) - 2(9) = 0. \end{aligned}$$

Rpta.: D

7. Si  $xyz - 7 = 0$ , halle el valor de  $H = \frac{(x+yz)^2 + (x^2 - y^2z^2) + (x-yz)^2}{x[(x+yz)^3 - (x-yz)^3]}$ .
- A)  $\frac{1}{6}$       B)  $\frac{1}{14}$       C)  $\frac{1}{7}$       D)  $\frac{1}{2}$       E)  $\frac{2}{7}$

**Solución:**

$$H = \frac{(x+yz)^2 + (x^2 - y^2z^2) + (x-yz)^2}{x[(x+yz)^3 - (x-yz)^3]} = \frac{(x+yz)^2 + (x+yz)(x-yz) + (x-yz)^2}{x[(x+yz)^3 - (x-yz)^3]}$$

Consideremos  $m = x + yz$  y  $n = x - yz$

$$\Rightarrow H = \frac{m^2 + mn + n^2}{x[m^3 - n^3]} = \frac{m^2 + mn + n^2}{x[m-n][m^2 + mn + n^2]} = \frac{1}{x[m-n]}$$

Además  $m - n = x + yz - (x - yz) = 2yz$

$$\Rightarrow H = \frac{1}{x[2yz]} = \frac{1}{2xyz}$$

$$\text{Del dato: } xyz = 7 \Rightarrow H = \frac{1}{14}$$

**Rpta.: B**

8. Halle el valor de "x" en la ecuación  $x(a+b+c) \cdot (ab+bc+ac) + a^3 + b^3 + c^3 = 30(abc)$  donde  $a, b$  y  $c \in \mathbb{R}$  tal que  $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} = -\sqrt[3]{c}$ .

- A) 4      B) 5      C) 3      D) 2      E) 8

**Solución:**

l) De la ecuación se tiene

$$x(a+b+c) \cdot (ab+bc+ac) + a^3 + b^3 + c^3 = 30(abc)$$

$$\Rightarrow x = \frac{30(abc) - (a^3 + b^3 + c^3)}{(a+b+c) \cdot (ab+bc+ac)}$$

II) Además  $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} = -\sqrt[3]{c} \Rightarrow \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c} = 0$

Por las identidades condicionales se tiene:

$\Rightarrow a + b + c = 3\sqrt[3]{abc}$

Elevando al cubo  $(a + b + c)^3 = (3\sqrt[3]{abc})^3$

$\Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b + c)(ab + bc + ac) - 3abc = 27abc$

$\Rightarrow 3(a + b + c)(ab + bc + ac) = 30abc - (a^3 + b^3 + c^3)$

$\Rightarrow 3 = \frac{30abc - (a^3 + b^3 + c^3)}{(a + b + c)(ab + bc + ac)}$

$\therefore x = 3$

Rpta.: C

## Trigonometría

### EJERCICIOS DE CLASE

1. Mario tiene un terreno que tiene forma de un sector circular, cuyo radio mide  $(30\text{csc}30^\circ \cdot \tan 2205^\circ \cdot \text{sen} 870^\circ \cdot \text{cot} 45^\circ)$  m y su ángulo central mide  $29^\circ 59' 60''$ . Mario desea construir un almacén; para esto, debe construir tres paredes de 4 m altura sobre el perímetro. ¿Cuál es el volumen que tendrá el almacén?

- A)  $300\pi \text{ m}^3$     B)  $500\pi \text{ m}^3$     C)  $600\pi \text{ m}^3$     D)  $700\pi \text{ m}^3$     E)  $350\pi \text{ m}^3$

**Solución:**

Del enunciado

$R = (30\text{csc}30^\circ \cdot \tan 2205^\circ \cdot \text{sen} 870^\circ \cdot \text{cot} 45^\circ)$  m

$R = 30(\text{csc}30^\circ \cdot \tan 45^\circ \cdot \text{sen} 30^\circ \cdot \text{cot} 45^\circ)$  m

$R = 30$  m

Como  $\theta = 29^\circ 59' 60'' = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$  rad

Área del terreno es  $\frac{\theta \cdot R^2}{2} = \frac{\left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot 30^2}{2} \text{ m}^2 = \frac{300\pi}{4} \text{ m}^2$

Por lo tanto, el volumen del almacén es  $300\pi \text{ m}^3$

Rpta.: A

2. La distancia, en kilómetros, del satélite XR23 a la superficie terrestre  $x$  meses después de haber sido puesto en órbita, está determinada por la expresión:

$$3200 + 12\text{sen}(16x^\circ + 178^\circ) + 8\text{cos}(23x^\circ + 224^\circ)$$

Calcule la distancia a la que se encontrará el satélite de la superficie terrestre después de 2 años y 8 meses de haber sido puesto en órbita.

- A) 3 190 km    B) 3 220 km    C) 3 188 km    D) 3 180 km    E) 3 185 km

**Solución:**

De 2 años y 8 meses es equivalente a 32 meses

$$\Rightarrow x = 32$$

La distancia  $d$  en kilómetros

$$d = 3200 + 12\text{sen}(16 \cdot 32^\circ + 178^\circ) + 8\text{cos}(23 \cdot 32^\circ + 224^\circ)$$

$$d = 3200 + 12\text{sen}(512^\circ + 178^\circ) + 8\text{cos}(736^\circ + 224^\circ) \quad d = 3200 + 12\text{sen}(690^\circ) + 8\text{cos}(960^\circ)$$

$$d = 3200 + 12\text{sen}(720^\circ - 30^\circ) + 8\text{cos}(720^\circ + 240^\circ)$$

$$d = 3200 - 12\text{sen}(30^\circ) + 8\text{cos}(240^\circ)$$

$$d = 3200 - 6 - 4$$

$$d = 3190$$

La distancia es 3190 km

Rpta.: A

3. Si  $(1; -2)$  y  $(-3; -4)$  pertenecen a los lados finales de los ángulos en posición normal  $\alpha$  y  $\theta$  respectivamente, calcule el valor de  $\tan\left(\frac{91\pi}{2} + \alpha\right) + \text{sen}(2019\pi + \theta)$ .

- A)  $\frac{13}{10}$     B)  $\frac{10}{3}$     C)  $-\frac{4}{3}$     D)  $\frac{6}{5}$     E)  $-\frac{8}{7}$

**Solución:**

$$i) \quad \tan\left(\frac{91\pi}{2} + \alpha\right) = \tan\left(44\pi + \frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \tan\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\text{cot}\alpha = \frac{1}{2}$$

$$ii) \quad \text{sen}(2019\pi + \theta) = \text{sen}(2018\pi + \pi + \theta) = \text{sen}(\pi + \theta) = -\text{sen}\theta = -\left(\frac{-4}{5}\right) = \frac{4}{5}$$

$$\tan\left(\frac{91\pi}{2} + \alpha\right) + \text{sen}(2019\pi + \theta) = \frac{1}{2} + \frac{4}{5} = \frac{13}{10}$$

Rpta.: A

4. Un grupo de personas de una embarcación ubicada en el punto B será rescatado por un helicóptero que está ubicado en el punto A, como se representa en la figura. Si  $\tan \theta = -\frac{5}{12}$ , halle la distancia entre el helicóptero y la embarcación.

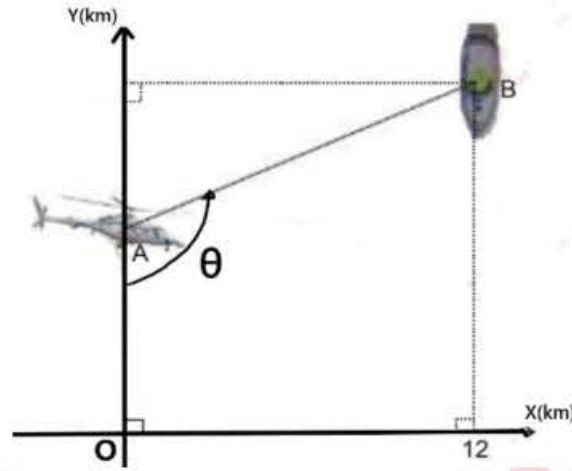
A)  $\frac{156}{5}$  km

B) 13 km

C) 26 km

D) 12 km

E) 25 km



**Solución:**

$\theta$ : obtuso  $\wedge \tan \theta = -\frac{5}{12} \Rightarrow \tan(180^\circ - \theta) = \frac{5}{12} \Rightarrow \text{sen}(180^\circ - \theta) = \frac{5}{13}$

De la figura

$\text{sen}(180^\circ - \theta) = \frac{12}{AB} \Rightarrow \frac{5}{13} = \frac{12}{AB}$

$AB = \frac{156}{5}$

La distancia es  $\frac{156}{5}$  km.

Rpta.: A

5. Si n y m son números enteros pares, calcule el valor de

$$\sec \left[ (12(n+1)+1) \frac{\pi}{12} \right] + \sqrt{6} \csc \left[ (2m+5) \frac{\pi}{2} \right]$$

A)  $\sqrt{6} - \sqrt{2}$

B)  $\sqrt{6}$

C)  $\sqrt{2}$

D)  $2 - \sqrt{3}$

E) 2

**Solución:**

$A = \sec \left[ (12(n+1)+1) \frac{\pi}{12} \right] = \sec \left[ (n+1)\pi + \frac{\pi}{12} \right] = \sec \left[ n\pi + \pi + \frac{\pi}{12} \right]$

$A = \sec \left[ \pi + \frac{\pi}{12} \right] = -\sec \frac{\pi}{12} = -(\sqrt{6} - \sqrt{2}) = \sqrt{2} - \sqrt{6}$

$B = \sqrt{6} \csc \left[ (2m+5) \frac{\pi}{2} \right] = \sqrt{6} \csc \left[ m\pi + \frac{5\pi}{2} \right] = \sqrt{6} \csc \left[ 2\pi + \frac{\pi}{2} \right] = \sqrt{6}$

$A + B = \sqrt{2}$

Rpta.: C

6. Un granjero pone en venta su terreno que tiene forma de un triángulo escaleno ABC. Si el precio ofertado es

$$\frac{|\csc 30^\circ \tan(180^\circ - B - C) + 2\text{sen}(A + B + 2C)|}{\left| \text{sen}(A + B) + \sec\left(\frac{A+B}{2}\right) \tan(B + C) \text{sen}\left(A + B + \frac{C}{2}\right) \right|}$$

centenas de miles de soles,

¿cuánto es dicho precio?

- A) S/. 200 000                      B) S/. 220 000                      C) S/. 250 000  
 D) S/. 225 000                      E) S/. 235 000

**Solución:**

$$P = \frac{|\csc 30^\circ \tan(180^\circ - B - C) + 2\text{sen}(A + B + 2C)|}{\left| \text{sen}(A + B) + \sec\left(\frac{A+B}{2}\right) \tan(B + C) \text{sen}\left(A + B + \frac{C}{2}\right) \right|}$$

$$P = \frac{2 \tan(A) - 2 \text{sen}C}{\left| \text{sen}C + \csc \frac{C}{2} (-\tan A) \text{sen} \frac{C}{2} \right|} = \frac{|2 \tan A - 2 \text{sen}C|}{|\text{sen}C - \tan A|}$$

$P = 2$

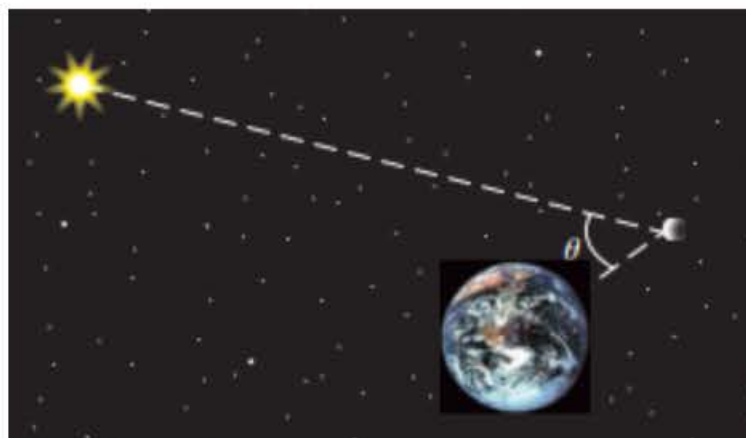
El precio del terreno es S/. 200 000

**Rpta.: A**

7. Las fases de la Luna se pueden describir usando el ángulo de fase  $\theta$ , determinado por la ubicación del Sol, la Luna y la Tierra, como se muestra en la figura. Debido a que la Luna gira alrededor de la Tierra, el ángulo  $\theta$  varía durante el transcurso de un mes. El área aproximada de la Luna que aparece iluminada para un observador desde la Tierra está dada por  $0,5 \pi R^2 \left[ 1 - \text{sen}\left(\frac{23\pi}{2} + \theta\right) \right]$  y  $R = 1080$  millas es el radio de la Luna. Si

$\theta = \frac{\pi}{3}$  rad, halle el área aproximada que aparece iluminada para un observador desde la Tierra.

- A)  $291\,600 \pi \text{ mi}^2$   
 B)  $874\,800 \pi \text{ mi}^2$   
 C)  $800\,000 \pi \text{ mi}^2$   
 D)  $964\,600 \pi \text{ mi}^2$   
 E)  $864\,600 \pi \text{ mi}^2$



**Solución:**

Del enunciado:

$$\text{Área} = 0,5 \pi (1080)^2 \left[ 1 - \text{sen} \left( \frac{23\pi}{2} + \theta \right) \right] \text{mi}^2$$

$$\text{Área} = 0,5 \pi (1080)^2 \left[ 1 - \text{sen} \left( 2\pi(5) + \frac{3\pi}{2} + \theta \right) \right] \text{mi}^2 = 0,5 \pi (1080)^2 [1 + \cos(\theta)] \text{mi}^2$$

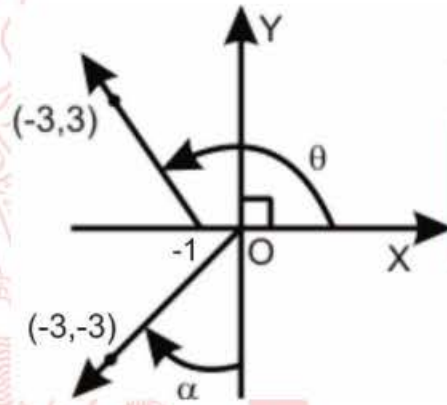
$$\text{Cuando } \theta = \frac{\pi}{3} \text{ rad, } \Rightarrow \text{Área} = 0,5 \pi (1080)^2 \left[ 1 + \cos \left( \frac{\pi}{3} \right) \right] \text{mi}^2 = 874\,800 \pi \text{mi}^2$$

Por lo tanto, el área aproximada que aparece iluminada es  $874\,800 \pi \text{mi}^2$ .

Rpta.: B

8. Con los datos de la figura, calcule el valor de  $\tan \alpha + 2 \tan \theta$ .

- A) -2
- B) -1
- C) 3
- D) -4
- E)  $\frac{1}{2}$



**Solución:**

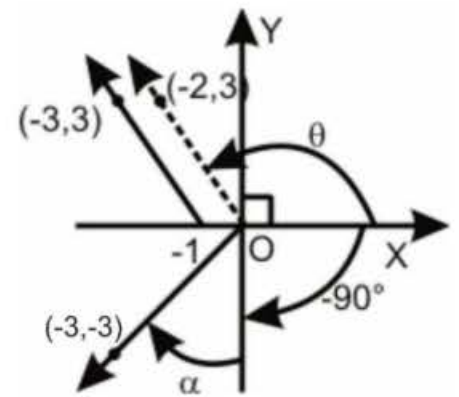
i)  $\tan \theta = \frac{3}{-2}$

ii)  $\cot(\alpha - 90^\circ) = \frac{-3}{-3} = 1 \Rightarrow \cot(-90^\circ - \alpha) = 1$

$$-\cot(90^\circ - \alpha) = 1 \Rightarrow -\tan \alpha = 1 \rightarrow \tan \alpha = -1$$

Luego:

$$\tan \alpha + 2 \tan \theta = -1 - 2 \left( \frac{3}{2} \right) = -4 .$$



Rpta.: D



9. En la figura, A y B representan los puntos de contacto de las ruedas de una bicicleta con el suelo. Un día Juan va manejando su bicicleta hasta que la rueda trasera pasa por el punto C, donde  $BC = 33\pi$  metros. Si las calorías perdidas por Juan al manejar por dicho tramo son  $(200 + 70\cos\theta)$  calorías, donde  $\theta$  es el ángulo de giro de la rueda, y los radios de las ruedas miden 20 centímetros cada una, ¿cuántas calorías perdió Juan en el trayecto?



- A) 166 cal      B) 165 cal      C) 170 cal      D) 180 cal      E) 185 cal

**Solución:**

El radio de la rueda de la bicicleta es:  $r = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$  y  $BC = 33\pi \text{ m}$

Como  $AC = \left(33\pi + \frac{\pi}{3}\right) \text{ m}$ , se tiene

$$n_v = \frac{L_{\text{centro}}}{2\pi r} = \frac{33\pi + \frac{\pi}{3}}{2\pi \cdot (0,2)} = \frac{1000}{12} = \frac{250}{3}$$

$\theta$  es el ángulo de giro de la rueda  $\Rightarrow \theta = \frac{250}{3} \cdot (360^\circ) \Rightarrow \theta = 83 \cdot (360^\circ) + 120^\circ$

$$\Rightarrow 200 + 70\cos\theta = 200 + 70\cos(120^\circ) = 200 + 70\left(-\frac{1}{2}\right) = 165$$

Por lo tanto, Juan perdió 165 cal.

**Rpta.: B**

10. El Ministerio de Educación realiza un informe sobre la asistencia de los niños a las clases presenciales en un poblado de una zona rural, obteniendo que la cantidad de niños matriculados fue de 90 alumnos en el mes de octubre. Si actualmente  $M\%$  de los alumnos asisten a clases, donde  $M = 80\text{sen}(2023\pi + \theta) \cdot \sec\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$  y  $\theta$  es un ángulo agudo, ¿cuántos alumnos no asisten a clases?

- A) 20 alumnos                      B) 18 alumnos                      C) 24 alumnos  
 D) 16 alumnos                      E) 22 alumnos

**Solución:**

$$M = 80\text{sen}(2023\pi + \theta) \cdot \sec\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$$

$$M = 80\text{sen}(2022\pi + \pi + \theta) \cdot \sec\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$$

$$M = 80\text{sen}(\pi + \theta) \cdot \sec\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$$

$$M = 80(-\text{sen}\theta)(-\text{csc}\theta) \Rightarrow M = 80$$

Luego, asisten 80% de los alumnos a clases.  
 Por lo tanto, no asisten 18 alumnos.

Rpta.: B

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Sofía tiene un terreno de forma triangular, tal como se muestra en la figura, donde  $h = \frac{-160\left(\sec\left(-\frac{13\pi}{4}\right)\text{sen}\left(\alpha - \frac{23\pi}{2}\right)\cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) + \cot 1890^\circ\right) \cdot \cos \alpha}{\text{sen}\left(\frac{41\pi}{2}\right) - \cos^2\left(\alpha + \frac{13\pi}{2}\right)}$  y  $b = 350$ . Si cada metro cuadrado cuesta 300 soles, determine el precio al que debería vender su terreno.

- A) S/. 8 400 000
- B) S/. 8 500 000
- C) S/. 9 000 000
- D) S/. 9 500 000
- E) S/. 8 900 000



**Solución:**

$$\text{Si } h = \frac{-160\left(\sec\left(-\frac{13\pi}{4}\right)\text{sen}\left(\alpha - \frac{23\pi}{2}\right)\cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) + \cot 1890^\circ\right) \cdot \cos \alpha}{\text{sen}\left(\frac{41\pi}{2}\right) - \cos^2\left(\alpha + \frac{13\pi}{2}\right)}$$

$$h = \frac{-160\left(-\sec\left(\frac{\pi}{4}\right)\cos(\alpha)\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + 0\right) \cdot \cos \alpha}{1 - \text{sen}^2\alpha}$$

$$h = \frac{-160(-\cos \alpha) \cdot \cos \alpha}{\cos^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow h = 160$$

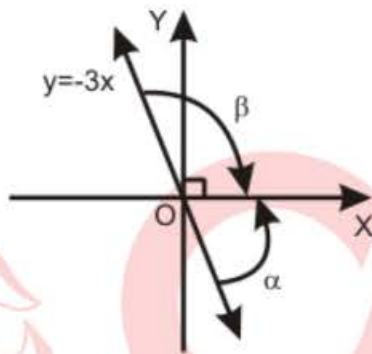
El área del terreno es  $A = \frac{160 \cdot 350}{2} \text{ m}^2 = 28\,000 \text{ m}^2$

Entonces el precio del terreno  $P = (28\,000) \cdot 300 \text{ soles} = 8\,400\,000 \text{ soles}$

Rpta.: A

2. De la figura mostrada, determine el valor de  $\sqrt{10}(\sin \beta + \cos \alpha)$ .

- A) 1
- B) 2
- C) -2
- D) -1
- E) 0



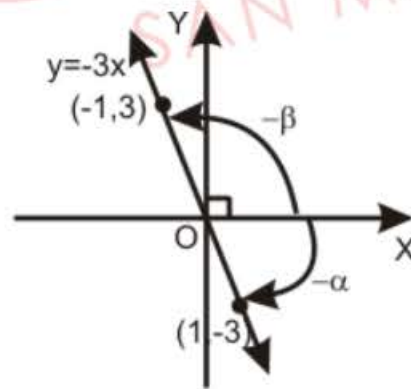
**Solución:**

$$\sin(-\beta) = \frac{3}{\sqrt{10}} \Rightarrow \sin \beta = -\frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\cos(-\alpha) = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$E = \sqrt{10}(\sin \beta + \cos \alpha)$$

$$E = \sqrt{10} \left( -\frac{3}{\sqrt{10}} + \frac{1}{\sqrt{10}} \right) = -2$$



Rpta.: C

3. Si  $\sqrt{-1 + \sin \alpha} + \cos \theta = \tan \frac{3\pi}{4}$ ,  $0 < \alpha < 2\pi$  y  $0 < \theta < 2\pi$ , determine el valor de

$$\sqrt{2} \sin(\alpha + \theta) + \cos\left(\frac{\alpha - \theta}{2}\right).$$

- A) -1
- B) 1
- C) 2
- D) 0
- E)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

**Solución:**

$$\sqrt{-1 + \sin \alpha} + \cos \theta = \tan \frac{3\pi}{4}$$

Se tiene  $-1 + \text{sen}\alpha \geq 0 \Rightarrow \text{sen}\alpha \geq 1 \Rightarrow \text{sen}\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}$

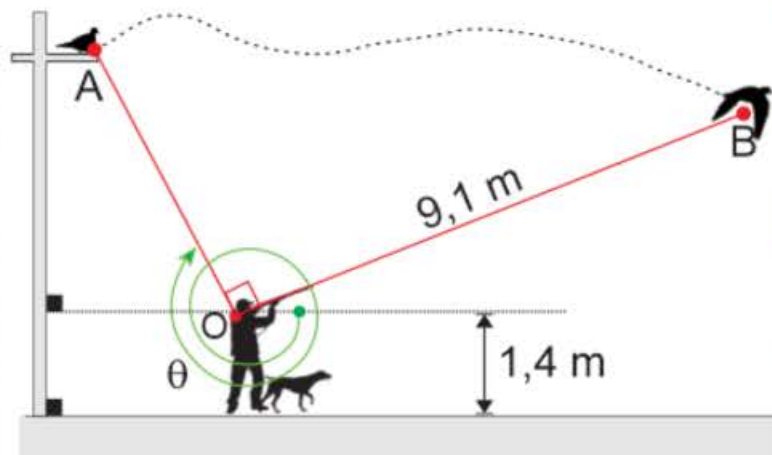
Entonces  $\cos\theta = \tan\frac{3\pi}{4} = -1 \Rightarrow \theta = \pi$

Por lo cual  $\sqrt{2} \text{sen}(\alpha + \theta) + \cos\left(\frac{\alpha - \theta}{2}\right) = \sqrt{2} \text{sen}\frac{3\pi}{2} + \cos\left(\frac{-\pi}{4}\right) = -\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Rpta.: E

4. La figura representa la trayectoria del vuelo de una paloma desde el punto A hasta el punto B donde es impactada por el proyectil disparado por el cazador. Si  $\tan\theta = -\frac{12}{5}$ , ¿a qué altura con respecto al piso se encuentra el punto B?

- A) 3,9 m
- B) 5,4 m
- C) 4,2 m
- D) 4,9 m
- E) 3,5 m



**Solución:**

De la figura:  $\theta = -3\pi - \alpha$

$\Rightarrow \tan\theta = \tan(-3\pi - \alpha)$

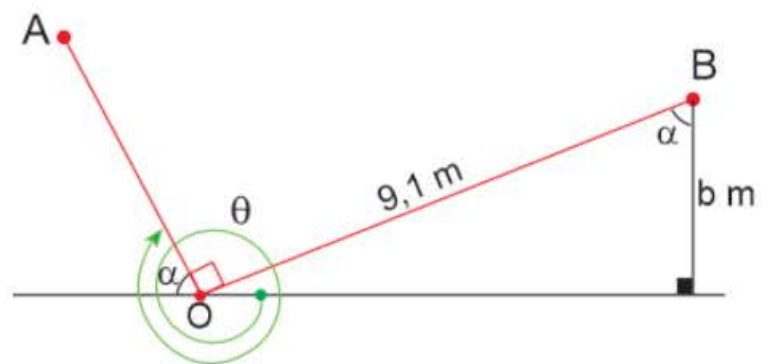
$\Rightarrow -\frac{12}{5} = -\tan\alpha \Rightarrow \tan\alpha = \frac{12}{5}$

$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{5}{13}$

Luego:  $\frac{b}{9,1} = \frac{5}{13} \Rightarrow b = 3,5$

Como:  $\text{Altura}_B = (1,4 + b) \text{ m}$

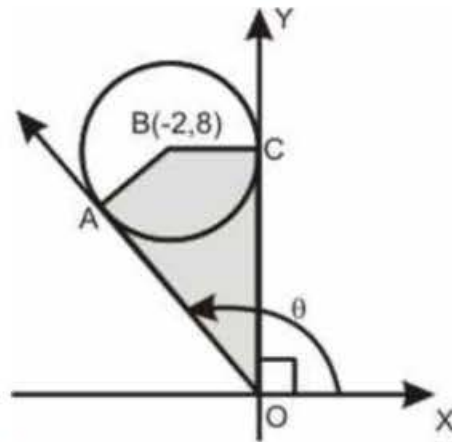
Por lo tanto; la altura del punto B se encuentra a 4,9 metros.



Rpta.: D

5. En la figura, en el punto O está ubicado un teodolito con el cual se registran los puntos A, B y C, donde B es el centro de la circunferencia; A y C son puntos de tangencia. El topógrafo determinó que cercar la región limitada por el cuadrilátero OABC cuesta  $(4\cos\theta + \sin\theta + 3)$  miles de soles. Si dicho monto se pagará en dos partes iguales, ¿a cuánto corresponde el primer pago?

- A) S/. 2 000
- B) S/. 1 500
- C) S/. 1 000
- D) S/. 3 000
- E) S/. 800



**Solución:**

De la figura:  $\theta = \pi - \alpha$

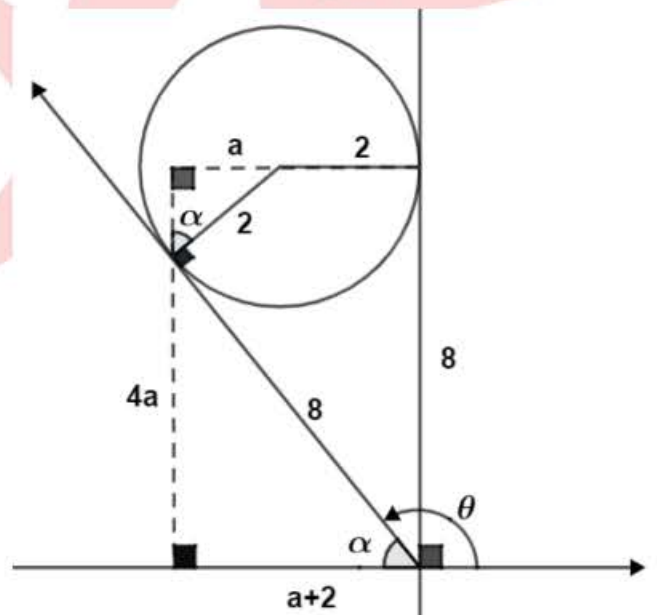
$$\Rightarrow \begin{cases} \cos\theta = \cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha = -\frac{2+a}{8} \\ \sin\theta = \sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha = \frac{4a}{8} \end{cases}$$

Por lo cual

$$4\cos\theta + \sin\theta + 3 = 4\left(-\frac{2+a}{8}\right) + \frac{4a}{8} + 3 = 2$$

El monto a pagar es S/. 2 000

La primera cuota es de S/. 1 000



Rpta.: C

# Lenguaje

## EJERCICIOS DE CLASE

1. El acento se clasifica en prosódico y ortográfico. El ortográfico está regido por la Real Academia Española. De acuerdo con lo indicado, marque la verdad o falsedad de las siguientes afirmaciones.

- I. Las palabras presentan acento en distintas posiciones.
- II. Todas las palabras esdrújulas reciben acento ortográfico.
- III. Algunas palabras polisílabas carecen de acento prosódico.
- IV. Todas las palabras monosílabas reciben acento ortográfico.

A) VFFF      B) VFFV      C) VFVV      D) VVFV      E) VVFF

**Solución:**

En esta alternativa, se presenta la secuencia correcta de verdad y falsedad de las afirmaciones.

Las palabras se clasifican según la ubicación de la sílaba tónica en agudas, graves, esdrújulas y sobresdrújulas. Todas las palabras esdrújulas reciben acento ortográfico, por ejemplo, *lingüístico*, *átomo*, *túnica*. Todas las palabras polisílabas reciben acento prosódico. Las palabras monosílabas no reciben acento ortográfico de acuerdo con la regla general de acentuación. Hay monosílabos que reciben acentuación diacrítica, como *tú* (pronombre) y *sé* (verbo).

**Rpta.: E**

2. El uso de la tilde para representar el acento prosódico en español se rige por un conjunto de normas ortográficas establecidas por la Real Academia Española. Según lo aseverado, marque la alternativa donde hay empleo correcto del acento escrito.

- I. El músculo bíceps braquial se encuentra en la zona del brazo.
- II. El íglu es un refugio temporal construido con bloques de nieve.
- III. Se descubrió el cuerpo momificado de un pequeño mamút lanudo.
- IV. El yérsey es uno de los puntos o puntadas a dos agujas o palitos.

A) I y II      B) II y IV      C) I y IV      D) II y III      E) III y IV

**Solución:**

Según las normas establecidas por la Real Academia Española, la palabra *músculo* se tilda por ser esdrújula; *bíceps*, por ser grave que termina en secuencia consonántica; *yérsey*, por ser grave que termina en y. En las otras alternativas, los errores son *íglu* (aguda), *construido* (grave) y *mamut* (aguda).

**Rpta.: C**

3. Según el lugar que ocupa la sílaba tónica, las palabras polisílabas pueden ser agudas, graves, esdrújulas y sobresdrújulas. Tomando en cuenta lo afirmado, marque la opción en la que hay palabras aguda, esdrújula y grave respectivamente.
- A) Dijo que la capital de Ecuador es Quito.
  - B) El ministro será interpelado el miércoles.
  - C) Sí, hay que viajar a la República Checa.
  - D) Los poetas utilizaron las figuras retóricas.
  - E) Se extenderá el plan de desvío vehicular.

**Solución:**

La palabra *viajar* es aguda; *República*, esdrújula, y *Checa*, grave.

Rpta.: C

4. Las palabras agudas u oxítonas son aquellas en las que el acento prosódico se ubica en la última sílaba. Según lo señalado, seleccione la opción que presenta mayor número de palabras agudas.
- A) Los hombres jamás sucumbirán a las grandes penas.
  - B) Feliz, incluso en la angustia, recibió a Dios con amor.
  - C) En nombre de Dios, cumplan con su deber, por favor.
  - D) No hay que creer que su razón estuviera trastornada.
  - E) El joven había perdido la facultad de hablar y moverse.

**Solución:**

Las palabras *feliz*, *recibió* y *amor* son agudas porque presentan la sílaba tónica en el último lugar de la palabra.

Rpta.: B

5. Según el acento, las palabras polisílabas del enunciado *Dijeron que sus equipos eran sofisticados* se clasifican, respectivamente, en
- A) aguda, grave, grave y aguda.
  - B) grave, grave, grave y aguda.
  - C) aguda, grave, grave y grave.
  - D) grave, grave, aguda y aguda.
  - E) grave, grave, grave y grave.

**Solución:**

Las palabras *dijeron*, *equipos*, *eran* y *sofisticados* son graves o llanas: estas tienen el acento en la penúltima sílaba.

Rpta.: E

6. De acuerdo con las reglas de acentuación escrita, prescritas por la Real Academia Española, lea el siguiente texto y determine el número de palabras agudas.  
*Hay gentes que lo poseen todo y no consiguen hacerlo creer; ricos tan pobres y nobles tan vulgares que la incredulidad que suscitan acaba por hacerlos tímidos y les da una actitud sospechosa.*
- A) Seis      B) Cuatro      C) Siete      D) Tres      E) Cinco

**Solución:**

Las palabras agudas son tres: *creer, incredulidad, actitud.*

**Rpta.: D**

7. La tilde diacrítica se emplea para diferenciar palabras con idéntica forma, pero que pertenecen a categorías gramaticales diferentes. Según lo señalado, ¿qué enunciados presentan empleo adecuado de las reglas de tildación diacrítica?
- I. Dijo que tú eres importante para él.  
II. Cuándo la moto dé la vuelta, corre.  
III. Si, fué la primera vez que ví tu rostro.  
IV. Sí, Dios está en mi mente y corazón.
- A) III y IV      B) II y III      C) I y II      D) II y IV      E) I y IV

**Solución:**

Los enunciados I y IV presentan empleo adecuado de las reglas de tildación diacrítica. Los monosílabos *tú* y *él* se tildan por ser pronombres, y *sí* por ser adverbio de afirmación.

**Rpta.: E**

8. El adverbio *aún* se escribe con tilde cuando se puede sustituir por '*todavía*' y *aun*, sin tilde cuando significa 'incluso, hasta o (ni) siquiera'. De acuerdo con lo indicado, señale la opción en la que *aun* debe tildarse.
- A) La ley fue aprobada aun por todos los oponentes.  
B) Aun los que no la estimaban, fueron a la ceremonia.  
C) Me compraron todos los libros aun los más antiguos.  
D) Aun no estamos convencidos de comprar ese terreno.  
E) Los damnificados bebieron leche fresca, aun vencida.

**Solución:**

En esta alternativa, la palabra *aún* equivale al adverbio temporal '*todavía*', por lo que debe tildarse.

**Rpta.: D**



9. Los pronombres *qué, quién, cómo, cuándo, cuánto*, etc., se escriben con tilde diacrítica cuando aparecen en oraciones interrogativas o exclamativas tanto directas como indirectas. Considerando lo indicado, complete los espacios en blanco con las palabras adecuadas.

- |   |                  |
|---|------------------|
| A) Hijo mío, mira _____ llega allí. Ten cuidado.        | (quién / quien)  |
| B) ¿ _____ manejaste esta situación tan difícil?        | (Cómo / Como)    |
| C) Amigos, vengan a ver el lugar _____ se perdió.       | (dónde / donde)  |
| D) _____ visitaba a mi padre, repetía las historias.    | (Cuándo/ Cuando) |
| E) ¡ _____ imagen tan terrible!, exclamó el periodista. | (Qué / Que)      |

**Rpta.:** A) quién, B) Cómo, C) donde, D) Cuando, E) Qué

10. Considerando el uso normativo de la escritura, señale los enunciados que exhiben uso adecuado del acento escrito.

- I. Los niños jugaron toda la tarde, por eso, ahora descansan placidamente.
- II. Dieciséis países europeos están ahora asociados con fines económicos.
- III. La comunidad musulmana está dividida entre la concepción suní y la chií.
- IV. Sebastián tenía que hacer un trabajo en grupo, pero prefiere hacerlo sólo.

- A) II y IV      B) I y II      C) I y III      D) III y IV      E) II y III

**Solución:**

En los enunciados II y III, la palabra *económicos* se tilda porque es esdrújula; *países* se tilda porque contiene hiato acentual; *dieciséis, están, está, concepción, suní* y *chií* porque son agudas terminadas en consonante *n, s* y vocal.

En las demás opciones, *placidamente* es un adverbio que mantiene la escritura del adjetivo que lo compone; *jugaron* y *solo* no se tildan por ser palabras graves.

**Rpta.: E**

11. De acuerdo con la *Ortografía de la lengua española*, los extranjerismos adaptados son aquellos elementos léxicos que han sido incorporados a la lengua española; se escriben en letra redonda y se someten siempre a las reglas de acentuación gráfica del español. Según lo afirmado, marque la opción donde se evidencia adecuada escritura de este tipo de extranjerismos.

- A) Al Capone fue el gánster más famoso de todos los tiempos.
- B) Suspendieron la sesión en el Congreso por falta de cuorum.
- C) Hubo un boicót masivo al discurso del canciller ruso Lavrov.
- D) El espaguéti es elaborado con harina de grano duro y agua.
- E) La nutricionista recomendó beber el yógur para la digestión.

**Solución:**

El extranjerismo adaptado que se escribe según la normativa de la lengua española es el siguiente: *gánster* por ser grave que termina en -r-.

Las demás opciones debían escribirse *cuórum, boicot, espagueti, yogur*.

**Rpta.: A**

12. Hay expresiones en las que la elección de la escritura en una o en varias palabras supone un cambio de función o significado, entre ellas *porque* 'conjunción causal' frente a *por que* 'preposición más pronombre relativo'; así como *porqué* 'sustantivo que expresa causa o razón' y *por qué* 'preposición más pronombre interrogativo'. Determine en qué enunciado se debe escribir la secuencia *por que*.
- A) No fue fácil comprender el \_\_\_\_\_ de tu alejamiento.  
 B) Esa había sido la causa \_\_\_\_\_ fueron suspendidos.  
 C) Supo explicar \_\_\_\_\_ había contratado a esa joven.  
 D) Preguntó \_\_\_\_\_ no había reservado el salón principal.  
 E) Preparó la torta, \_\_\_\_\_ es el cumpleaños de su padre.

**Solución:**

El enunciado *Esa había sido la causa por que fueron suspendidos* contiene 'preposición *por* más pronombre relativo *que*, equivalente a *la que*.

Las demás opciones deben aparecer de la siguiente manera:

- A) No fue fácil comprender el porqué de tu alejamiento.  
 C) Supo explicar por qué había contratado a esa joven.  
 D) Preguntó por qué no había reservado el salón principal.  
 E) Preparó la torta, porque es el cumpleaños de su padre.

Rpta.: B

## Literatura

### EJERCICIOS DE CLASE

1. Con respecto a la verdad (V o F) de los siguientes enunciados sobre las características del barroco español, marque la alternativa que contiene la secuencia correcta.
- I. Emplea contrastes o conceptos antinómicos: vida-muerte o ficción-realidad.  
 II. Las figuras literarias son empleadas para conseguir una expresión más clara.  
 III. Postula que el destino del ser humano es alcanzar el paraíso tras la muerte.  
 IV. Presenta un estilo en el cual sobresale el retorcimiento o complejidad formal.
- A) VFFV      B) FVFV      C) VVFV      D) FFFV      E) VFVF

**Solución:**

I. El Barroco se distingue por el uso de contrastes o conceptos antinómicos: ficción-realidad, por ejemplo. (V) II. Emplea, muchas veces en exceso, figuras literarias como el hipérbaton, las cuales contribuyen con la complejidad formal del estilo. (F) III. Se considera que la existencia del ser humano acaba con la muerte. (F) IV. Evidencia un estilo recargado, con muchos adornos o retorcimientos formales. (V)

Rpta.: A

2. En el siguiente fragmento de *El burlador de Sevilla*, de Tirso de Molina, ¿qué característica del teatro del Siglo de Oro español se puede apreciar?

REY

Don Pedro Tenorio, a vos  
esta prisión os encargo.

Si ando corto, andad vos largo;  
mirad quién son estos dos.

Y con secreto ha de ser,  
que algún mal suceso creo,  
porque si yo aquí los veo  
no me queda más que ver.

- A) Incorpora el suspenso en la prosa.  
B) Destaca la reflexión por sobre la acción.  
C) Uso del galán como personaje tipo.  
D) Empleo frecuente del verso octosílabo.  
E) Aborda temas de la mitología medieval.

**Solución:**

En el fragmento citado, se puede evidenciar el empleo del verso, en especial del octosílabo, característica del teatro español del Siglo de Oro.

**Rpta.: D**

3. A diferencia del teatro clásico grecolatino, las representaciones dramáticas del Siglo de Oro combinaban lo cómico y lo trágico. Una consecuencia de esto es la presencia del \_\_\_\_\_ en obras de temática seria y filosófica como *La vida es sueño*.

- A) verso octosílabo  
B) personaje gracioso  
C) suspenso en la historia  
D) público heterogéneo  
E) estilo lírico cortesano

**Solución:**

Debido a la interacción entre lo cómico y lo trágico, en obras de temática seria y filosófica como *La vida es sueño*, aparece el personaje de tipo gracioso.

**Rpta.: B**

4. Marque la alternativa que completa correctamente el siguiente enunciado: «El dramaturgo español Pedro Calderón de la Barca está vinculado al teatro \_\_\_\_\_. Por ello, su teatro presenta no solo un estilo solemne y con una alta carga lírica, sino que también hallamos un evidente \_\_\_\_\_».

- A) cortesano – lenguaje alegórico  
B) realista – despliegue metafórico  
C) popular – enfoque religioso  
D) clásico – tono sentencioso  
E) renacentista – tema mitológico

**Solución:**

El teatro de Pedro Calderón de la Barca se caracteriza no solo por su vinculación a la estética barroca en el teatro cortesano, sino también por su espíritu reflexivo y filosófico, tendencia a la idealización y a lo alegórico, mayor lirismo y la perfección formal y técnica.

**Rpta.: A**

5. Marque la alternativa que completa adecuadamente el siguiente enunciado sobre el argumento de *La vida es sueño*, de Pedro Calderón de la Barca: «En la Jornada I se descubre que el rey Basilio \_\_\_\_\_, debido a que cree en \_\_\_\_\_».
- A) es tomado prisionero – el derecho de gobernar sin heredero  
 B) mantiene encerrado a su hijo – los augurios de los astrólogos  
 C) manda apresar a Segismundo – el libre albedrío para decidir  
 D) actúa de modo prepotente – las buenas cualidades de su sobrino  
 E) engaña a Segismundo – la herencia por mérito y no por linaje

**Solución:**

En la Jornada I, se descubre que el príncipe Segismundo ha sido encerrado debido a un terrible vaticinio de los astrólogos, que el rey Basilio creía con convicción.

**Rpta.: B**

6. ¿Qué enunciado relacionado con el argumento del drama *La vida es sueño*, de Calderón de la Barca, se puede inferir a partir de la lectura del siguiente fragmento de la obra?

CLOTALDO  
 A tus reales plantas llevo,  
 ya sé que a morir.

SEGISMUNDO  
 Levanta,  
 levanta, padre, del suelo,  
 que tú has de ser norte y guía  
 de quien fíe mis aciertos;  
 que ya sé que mi crianza  
 a tu mucha lealtad debo.

CLOTALDO  
 ¿Qué dices?

- A) Al ser narcotizado, el protagonista sueña que el leal Clotaldo es su padre.  
 B) Clotaldo confirma que Segismundo ha perdido la razón debido al encierro.  
 C) El príncipe dialoga amenamente con su ayo luego de despertar en la corte.  
 D) Segismundo, quien ha sido liberado por los rebeldes, actúa con prudencia.  
 E) El hijo del rey demuestra su sabiduría dando cumplimiento a los vaticinios.

**Solución:**

En el fragmento citado, perteneciente a *La vida es sueño*, de Pedro Calderón de la Barca, se produce un diálogo entre Clotaldo y Segismundo, este último acaba de ser liberado por los rebeldes; sin embargo, su comportamiento es muy distinto al que tuvo durante su breve estadía en la corte, pues ahora se muestra como un hombre prudente.

**Rpta.: D**

7. Respecto al fragmento citado del drama *La vida es sueño*, de Pedro Calderón de la Barca, ¿qué tema de la obra podemos inferir?

BASILIO  
 Llegó de su parto el día,  
 y, los presagios cumplidos:  
 [...]
 los cielos se oscurecieron,  
 temblaron los edificios,  
 llovieron piedras las nubes,  
 corrieron sangre los ríos.  
 En este mísero, en este  
 mortal planeta o signo  
 nació Segismundo, dando  
 de su condición indicios,  
 pues dio la muerte a su madre.

- A) La predestinación  
 C) La falta de libertad  
 E) La muerte materna

- B) El libre albedrío  
 D) Los celos por el poder

**Solución:**

En el fragmento citado, el rey Basilio hace alusión al tema de la predestinación trágica de su heredero, el príncipe Segismundo.

Rpta.: A

8. En el siguiente fragmento de *La vida es sueño*, drama de Calderón de la Barca, ¿qué tema desarrollado en la obra se evidencia?

SEGISMUNDO (APARTE)  
 [...] Pues, ¿tan parecidas  
 a los sueños son las glorias,  
 que las verdaderas son  
 tenidas por mentirosas,  
 y las fingidas por ciertas?  
 ¡Tan poco hay de unas a otras,  
 que hay cuestión sobre saber  
 si lo que se ve y se goza  
 es mentira o es verdad!

- A) Los conflictos por asumir el poder  
 B) El libre albedrío de Segismundo  
 C) La existencia entre la ficción y la vida  
 D) La carencia de libertad del príncipe  
 E) El cumplimiento de la predestinación

**Solución:**

En el fragmento citado de *La vida es sueño*, el príncipe Segismundo expresa una reflexión acerca de los límites imprecisos entre la realidad (vida) y la ficción, tema medular de la obra.

Rpta.: C

9. En relación al monólogo de Segismundo, en *La vida es sueño*, marque la alternativa con la afirmación correcta acerca del contenido del drama.

*Sueña el rey que es rey, y vive  
con este engaño mandando,  
disponiendo y gobernando;  
y este aplauso, que recibe  
prestado, en el viento escribe,  
y en cenizas le convierte  
la muerte, ¡desdicha fuerte!  
¿Qué hay quien intente reinar,  
viendo que ha de despertar  
en el sueño de la muerte?*

- A) La libertad del hombre es el bien máspreciado, y es necesario para obrar.  
B) El poder terrenal posee escasos valores, pues es efímero como un sueño.  
C) La dicha y la fama son bienes estables, ya que surgen de la decisión divina.  
D) El mayor delito del hombre es poseer de nacimiento el pecado original.  
E) El ser humano se libera de la culpabilidad al ejercer su libre albedrío.

**Solución:**

Segismundo reflexiona sobre el escaso valor del poder de un rey, pues este solo es «prestado», y todo ese mando finalmente se disuelve con el tiempo y la muerte, lo cual hace ver al hombre que ha vivido solo un sueño.

**Rpta.: B**

10. En la obra *La vida es sueño*, de Pedro Calderón de la Barca, el tema de la lucha por el poder se constituye como uno de los ejes temáticos que se observa a través de las relaciones conflictivas entre los personajes. Al respecto, marque la alternativa que contiene las relaciones entre los personajes que representan el mencionado tema.

- I. Segismundo y Basilio  
II. Clotaldo y Segismundo  
III. Estrella y Astolfo  
IV. Rosaura y Clarín

- A) I y III      B) III y IV      C) I, II y III      D) II, III y IV      E) II y III

**Solución:**

La relación entre Segismundo y Basilio se establece, a parte del vínculo padre e hijo, sobre la tensión en torno a la corona. Por otro lado, el matrimonio que Astolfo pretende con Estrella presenta un trasfondo político, pues su unión permitiría el ascenso al trono de Astolfo. En cambio, la relación entre Clotaldo y Segismundo, y Rosaura y Clarín se establecen sobre vínculos de protector y protegido, y ama y criado, respectivamente.

**Rpta.: A**

# Psicología

## EJERCICIOS DE CLASE

Identifique la respuesta correcta en los siguientes enunciados:

1. Una inmigrante de Nigeria, narra en una entrevista que durante el tiempo que estuvo viviendo en una ciudad del norte de Europa, tuvo que lidiar con el hecho de que muchos individuos asumieron que pertenecía a las redes de prostitución, que ofrecen a inmigrantes africanas a realizar esta actividad. Pese a vivir ahora en otro lugar, aún tiene que experimentar la incomodidad de tener que recibir propuestas indecentes por el hecho de ser una joven inmigrante africana. En este caso, se ve involucrada fundamentalmente la noción de

- A) identidad de género.                      B) mito sexual.                      C) orientación sexual.  
D) salud reproductiva.                      E) salud sexual.

**Solución:**

La salud sexual es el estado de bienestar físico, mental y social al vivir experiencias sexuales placenteras, seguras, libres de toda coacción, discriminación y violencia. En el caso citado la joven nigeriana se ve afectada fundamentalmente en su salud sexual.

**Rpta.: E**

2. Los medios de comunicación social y los grupos de pares pueden influir con creencias erróneas en la práctica sexual de los adolescentes. Identifique el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones en relación con los mitos sexuales.

- I. El uso del condón favorece la esterilidad en el varón.  
II. No hay riesgo de embarazo sin eyaculación durante el coito.  
III. El consumo de alcohol puede influir en el acto sexual.

- A) FVF                      B) VVF                      C) FFV                      D) VVV                      E) FVV

**Solución:**

I (F). No hay evidencia de que el uso del condón dañe el semen.

II (F). La ausencia de eyaculación no implica la ausencia de espermatozoides.

III (V). El consumo excesivo de alcohol impide el mantener la erección.

**Rpta.: C**

3. La sexualidad humana es un constructo complejo que, para su comprensión requiere la participación de varios conceptos. Identifique el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones con respecto al género.

- I. Es incompatible con la idiosincrasia propia de un grupo de individuos.  
II. Puede influir en la expresión de las emociones en ambos sexos.  
III. Se evidencia en la variabilidad de las creencias con relación a lo femenino.

- A) VVV                      B) VFV                      C) FFF                      D) FVF                      E) FVV

**Solución:**

I (F). El género es todo aquello que las sociedades construyen alrededor de las diferencias sexuales como roles, actividades, maneras de expresar emociones, etc.

II (V). Por lo anteriormente mencionado, influye en la forma de expresar las emociones.

III (V). Por las razones ya indicadas, muestra cambios en la forma de explicar los hechos.

**Rpta.: E**

4. Gabriel ha pedido para su cumpleaños un disfraz de «Spidey», el personaje de un programa de televisión que viene a ser la versión infantil del «Hombre Araña». Una vez que se ha puesto su disfraz les comenta a sus padres que cuando crezca llegará a ser tan valiente como deben ser los hombres. Al aspecto psicológico de la sexualidad que permite explicar este caso se le denomina

A) género.

B) identidad de género.

C) orientación sexual.

D) mito sexual.

E) imagen corporal.

**Solución:**

El aspecto dentro del componente psicológico es la identidad de género, donde la persona asume la percepción que tiene sobre su sexo y género, tal como se evidencia en el ejemplo mencionado.

**Rpta.: B**

5. Para Robert Sternberg, el amor consumado se explica por la presencia e interacción de tres componentes. Identifique el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones con respecto al componente intimidad.

I. Favorece la comunicación empática en la interacción amical.

II. Está presente en la génesis de toda relación de pareja.

III. La reciprocidad entre amigos es inherente a su presencia.

A) FFF

B) FVF

C) VVF

D) VFV

E) FFV

**Solución:**

I (V). En el componente de intimidad las personas se muestran cercanas, se brindan afecto y comunicación.

II (F). R. Sternberg mostró diferentes tipos de relación de pareja, que priorizan otros componentes.

III (V). Es el tipo de amor denominado cariño.

**Rpta.: D**

6. El periodista Tales comenta, en un coloquio, que algunos canales de televisión en el propósito de incrementar su audiencia influyen con sus programas de espectáculos en el matrimonio súbito de algunos personajes de la farándula. Sostiene que al priorizar la atracción física muchas de estas relaciones no prosperan o fracasan. De acuerdo con la teoría de los tipos de amor de Sternberg, en el ejemplo anterior se alude al tipo de amor denominado

A) romántico.

B) vacío.

C) sociable.

D) fatuo.

E) idealizado.



**Solución:**

En el amor fatuo está presente el componente pasión, que está relacionado con la atracción física y el compromiso que busca mantener y prolongar una relación a lo largo del tiempo.

**Rpta: D**

7. La madre de Mateo, un niño de 12 años de edad, le comenta a su esposo que su hijo está experimentando una fuerte atracción por su profesora de piano. Mateo, además de mencionar reiteradas veces lo bella que es su profesora y de portar una foto de ella en su celular, se esmera en estar aseado y presentable cada vez que va a tener una clase con ella. Considerando las etapas de relación de pareja se podría inferir que Mateo se encuentra dentro de la etapa denominada
- A) enamoramiento.                      B) noviazgo.                      C) idilio.  
D) encaprichamiento.                      E) idealización.

**Solución**

En la etapa de idealización se presentan los amores platónicos. Hay ilusión y fantasía de la pareja ideal asociada con personas mayores.

**Rpta: E**

8. En una encuesta aplicada a los estudiantes de educación secundaria de su institución educativa, la psicóloga ha encontrado que la mitad de los adolescentes sexualmente activos no usan preservativo, por lo tanto, lo más pertinente sería que
- A) llame inmediatamente a los padres para que tomen medidas.  
B) separe a estos adolescentes del colegio por ser una mala influencia.  
C) implemente un programa de salud sexual y reproductiva.  
D) reparta condones a todos los estudiantes de secundaria.  
E) pida explicaciones a cada uno de los estudiantes implicados.

**Solución:**

Lo más efectivo sería implementar un programa de salud sexual y reproductiva, lo cual implica implementar estrategias y mecanismos de prevención que incidan directamente en la salud de los adolescentes y a largo plazo se refleje en una mejor calidad de vida, fomentando una cultura de la prevención de la salud.

**Rpta: C**

9. Astrid y César se sienten «flechados» por el amor; por dicho motivo, ella tolera celos, chantajes, falta de confianza e incluso conductas violentas de él, justificándolas para no empañar la imagen de «perfección» de su pareja. Podemos inferir que se encuentran en la etapa de relación de pareja denominada
- A) idealización.                      B) heterosexualidad en grupo de pares.  
C) enamoramiento.                      D) cariño.  
E) noviazgo.

**Solución**

En la etapa del enamoramiento, se suele sobrevalorar a la pareja exagerando en positivo las virtudes de esa persona y justificando todo aquello que le puedan señalar como error.

**Rpta.: C**

10. Las madres de familia de una escuela secundaria, discuten sobre la forma de proteger la salud sexual de sus hijos. La señora Isabella sostiene que es mejor no tocar el tema, para no despertarles la curiosidad. La señora Karen propone que les hablen sobre los métodos anticonceptivos. Respecto a esta situación, identifica el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados:

- I. La señora Isabella tiene razón, la información sobre el tema podría generar libertinaje.
- II. La mejor forma de prevenir es informar antes de que comience su actividad sexual.
- III. La principal forma de evitar las ITS y el embarazo adolescente es la abstinencia.
- IV. Contraer ITS o embarazarse es cuestión de azar, no hay como adivinarlo.

- A) FFFV      B) FVFV      C) VVFF      D) VFVF      E) FVVF

**Solución**

I (F). El enunciado hace referencia a uno de los mitos más difundidos entre los padres. Cuando se habla de ejercicio de una sexualidad libre, se hace referencia a la situación en la que la persona conoce y aplica medidas para prevenir daños y consecuencias indeseables para la salud, dentro de un marco ético-legal.

II (V). El manejo de información científicamente validada es la forma más efectiva de proteger su salud sexual.

III (V): Las investigaciones demuestran que la mejor manera de prevenir ITS y embarazos no deseados es evitar mantener relaciones sexuales hasta encontrar una pareja estable.

IV (F): Existen diferentes formas efectivas de prevenir ITS y embarazos no deseados, además de la abstinencia, como los métodos de barrera, pastillas, inyecciones, etc.

**Rpta.: E**

# Educación Cívica

## EJERCICIOS DE CLASE

1. Tomando en cuenta la premisa de que los valores no se aprenden de la misma manera que un conocimiento, sino que las personas los adquieren a través de experiencias en un espacio formativo de interacción social como la escuela, identifique los enunciados correspondientes a prácticas orientadas a una convivencia democrática sustentada en una cultura de paz.
- I. Priorizar la competencia individual entre los estudiantes por las notas
  - II. Apoyar procesos como las elecciones de municipios escolares
  - III. Soslayar la atención a la heterogeneidad y la diversidad cultural
  - IV. Promover la práctica de la participación y el trabajo en equipo
- A) III y IV      B) I, II y III      C) I y II      D) II y IV      E) II y III

**Solución:**

- I. Incorrecto. Priorizar la competencia individual entre los estudiantes no favorece el desarrollo de habilidades sociales dirigidas a la convivencia.
- II. Correcto. Apoyar las elecciones en el ámbito escolar contribuye al desarrollo de procesos de democratización.
- III. Incorrecto. Uno de los pilares para la consecución de la convivencia social es la atención de la diversidad cultural.
- IV. Correcto. Dentro de las habilidades sociales que se espera los estudiantes aprendan en la escuela están la participación y el trabajo en equipo.

**Rpta.: D**

2. Establezca la relación correcta entre los tipos de discriminación y las imágenes donde se manifiestan.

- I. Clasismo      II. Sexismo      III. Xenofobia      IV. Racismo



- A) Ia, IIb, IIIc, IVd      B) Id, IIb, IIIa, IVc      C) Ib, IIc, IIIc, IVa  
 D) Id, IIa, IIIc, IVb      E) Ib, IId, IIIa, IVc

**Solución:**

- I. Clasismo      d. En el cartel se prohíbe el ingreso a la playa de las empleadas domésticas.  
 II. Sexismo      b. El anuncio refuerza el estereotipo de la mujer como ama de casa.  
 III. Xenofobia   a. El cartel expresa el rechazo u odio al extranjero o inmigrante.  
 IV. Racismo      c. El personaje televisivo denigra a la mujer procedente de la sierra.

**Rpta.: B**

3. Dos funcionarios del Banco de la Nación autorizaron el retiro de dinero con la falsa justificación de ser destinados a otra agencia del mismo banco, así como para abastecer a un cajero electrónico, apropiándose de S/ 340 000.00 de los fondos de dicha entidad estatal. A partir del caso expuesto, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. La acción está tipificada como un delito contra la administración pública.  
 II. El delito cometido por los trabajadores es el de malversación de fondos.  
 III. La devolución del dinero permite la exención de la responsabilidad penal.  
 IV. La tipificación como peculado no califica porque se trata solo de dinero.

- A) VVFF      B) VFFV      C) FVFF      D) FVFV      E) VFFF

**Solución:**

- I. Verdadero. Los delitos contra la administración pública cometidos por funcionarios públicos son abuso de autoridad, concusión, peculado y corrupción de funcionarios.  
 II. Falso. El delito cometido por los trabajadores es el de peculado.  
 III. Falso. La devolución total o parcial del monto sustraído no los libera de la responsabilidad penal.  
 IV. Falso. El peculado no solo se refiere a la apropiación de bienes muebles o inmuebles, sino también al dinero confiado por razón de su cargo.

**Rpta.: E**

4. La fe pública se expresa como la aceptación de autenticidad que se brinda en una comunidad a los documentos oficiales. Al respecto, identifique la alternativa correspondiente a un caso donde este bien jurídico haya sido transgredido.

- A) Feligreses de una iglesia bautista son reprimidos por expresar públicamente su fe.  
 B) Una periodista le atribuye a un congresista, sin pruebas, la recepción de una coima.  
 C) Un galeno expide un certificado falso respecto a la existencia de una enfermedad.  
 D) Dos universitarios buscan información para contactar personas que elaboren tesis.  
 E) Un escolar altera su reporte de notas para evitar ser castigado por sus padres.

**Solución:**

La fe pública es un bien jurídico que se define como la aceptación de autenticidad que se brinda en una comunidad a los documentos y certificados oficiales. Según el Código Penal (CP), los delitos contra la fe pública se dividen en: falsificación de documentos en general y falsificación de sellos, timbres y marcas oficiales. En el primer grupo tenemos, según el artículo 431 del CP, la expedición de certificado médico falso.

**Rpta.: C**

# Historia

## EJERCICIOS DE CLASE

1. John Rowe denomina como Intermedio Tardío al periodo desarrollado entre los años 1000 y 1450, aproximadamente. Este se caracteriza por la heterogeneidad cultural, mostrada, por ejemplo, en su desarrollo cerámico. Establezca la afirmación correcta sobre este periodo histórico.

- A) Chachapoyas, que sobresalió en orfebrería, enfrentó el dominio incaico.  
 B) Los reinos aymaras tuvieron como principal actividad económica la agricultura.  
 C) Los chancas, procedentes de Junín, forjaron un reino derrotado por los chimú.  
 D) Todos los pueblos de este periodo fueron sometidos violentamente por los incas.  
 E) Chincha destacó por el comercio, marítimo y terrestre, de bienes exclusivos.

### Solución:

El pueblo del Intermedio Tardío que destacó por su metalurgia y orfebrería fue Sicán o Lambayeque, no Chachapoyas, quien sí resaltó por frenar, sobre todo desde Kuelap, la invasión inca a su territorio. Los pueblos que se desarrollaron en el altiplano, como Pukará, Tiahuanaco y los diversos pueblos aymaras tuvieron como principal actividad económica la ganadería. Las chancas son procedentes de Apurímac y fueron derrotados por los incas. El periodo Intermedio Tardío culmina producto de la expansión inca, ellos realizaron acciones militares, pero también acuerdos diplomáticos con sus reyes y curacas para subordinarlos. Finalmente, Chincha destacó por el desarrollo del comercio intermediario de productos exclusivos a larga distancia, por ejemplo, llevaron el spondylus desde Ecuador hacia el altiplano.

**Rpta.: E**

2. Chimú, antes de su caída a manos del Imperio inca, había conformado un Estado costeño de amplias dimensiones territoriales y logros culturales de alta calidad. Sobre el desarrollo de Chimú, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. Chan Chan fue planificada originalmente como una ciudad administrativa y los palacios construidos únicamente por Minchancaman lo corroboran.  
 II. Chimú usó a Pacatnamú, Galindo, Farfán, Cabeza de Vaca y Huaca el Brujo como centros administrativos regionales.  
 III. Su alto desarrollo orfebre, es decir su producción de joyas, se debe a la tradición heredada de Moche y tomada de Sicán, pueblo al que sometió.  
 IV. Los incas, bajo el mando militar de Túpac Yupanqui, tomaron el control de Chimú con una guerra que recorrió toda la costa, de sur a norte, hasta Chan Chan.

- A) FVFF      B) VFVF      C) VFFV      D) VVFF      E) FVVF

### Solución:

Chimú fue un Estado costeño de gran expansión territorial, sustentada en una fuerza militar. Además, la presencia de una ciudad capital, como lo fue Chan Chan, y ciudades administrativas para mantener el control de sus regiones dominadas, como Galindo, Cabeza de Vaca o Pacatnamú. Chimú destacó en el desarrollo de la orfebrería y tal avance lo recogieron de los avances previos de Moche y Sicán. Si bien Chan Chan es considerada como su capital, porque desde allí se ejercía el gobierno, en ella se

construyeron una serie de palacios construidos por los diferentes gobernantes Chimú, no solo por su último gobernante, llamado Minchancaman, quien fue sometido por los incas, quienes tuvieron como estrategia el corte del acceso al agua, bloqueando los ríos y destruyendo los canales que abastecían a Chimú de agua para el riego, generando un rechazo del pueblo hacia el Estado.

**Rpta.: E**

3. Los incas, como Estado imperial, no lograron consolidarse. Su hegemonía fue menor a un siglo, a pesar de ello forjaron una administración compleja y eficiente. El Estado inca tuvo una gran resistencia a las crisis económicas debido a su alto nivel de producción agrícola y sus múltiples almacenes.

Sobre dicho proceso histórico establezca el orden cronológico adecuado del desarrollo incaico.

- I. Chimú cayó bajo el control de los incas al bloquearle el acceso al agua de los Andes.
- II. La ciudad de Tumbabamba se fundó para asegurar el dominio de la región norte.
- III. Los incas, con apoyo de los lupacas, derrotaron a los collas, controlando el altiplano.
- IV. Se cerró la frontera sur del imperio, alcanzando el valle del río Maule.

A) II – I – IV – III

B) II – IV – III – I

C) III – I – IV – II

D) I – IV – II – III

E) IV – I – III – II

**Solución:**

El Imperio incaico nace tras derrotar a los chancas. Pachacútec invadió y sometió a los chancas, huancas y aimaras, quienes eran liderados por los collas; tras ello se quedó en Cusco a organizar el gobierno, mientras que su auqui Túpac Yupanqui continuaba con las acciones militares, destacando la derrota de los chimú. Cuando Túpac Yupanqui asumió el cargo de inca continuó con las conquistas territoriales y cerró la frontera sur del imperio, además de someter a los chachapoyas y dominios en parte de Ecuador. Huayna Cápac, quien logró la máxima expansión territorial del Tahuantinsuyo, estableció en Tumbabamba una ciudad que permita mantener el control de la región norte del imperio y, además, facilite la continuidad de la expansión imperial.

**Rpta.: C**

4. El Imperio incaico al expandirse buscaba el control de tierras cultivables y mano de obra de las poblaciones a quienes sometía. Al tomar dichos terrenos los repartía en tres partes: las tierras del inca, las tierras del Sol y las marcas o tierras del ayllu, estas últimas se subdividían entre tierras de trabajo comunal o sapsi y tierras entregadas a cada familia o topos. Al hacer esto último el Estado inca buscaba

A) concentrar y distribuir recursos a diferentes regiones, asegurando el acceso heterogéneo de alimentos.

B) asegurarse el control de mano de obra para el Estado, mediante el sistema de la mita.

C) el control vertical de pisos ecológicos, asegurando una complementariedad transversal de recursos.

D) desprestigiar a las élites locales que, a diferencia de los incas, nunca repartieron tierras a la población nativa.

E) obtener una gran cantidad de mano de obra esclava producto de las guerras de expansión territorial.

**Solución:**

En el ejemplo descrito los incas entregan a las familias de los ayllus topas, con el objetivo de asegurarse su servicio laboral, mediante el sistema de la mita.

**Rpta.: B**

5. La administración territorial incaica fue jerarquizada y eficiente, logrando así controlar no solo amplias masas poblacionales, sino también territorios de extensas dimensiones y de gran diversidad cultural. Tomando en cuenta dicha jerarquía, establezca la relación correcta entre el funcionario y la labor cumplida.

- |                |  |
|----------------|--|
| I. Aposuyo     | a. Dirige ayllus (comunidades campesinas)        |
| II. Curaca     | b. Fiscalizador de los funcionarios del gobierno |
| III. Tocricoc  | c. Jefe de una provincia o huamaní               |
| IV. Tucuiricui | d. Gobierna las grandes regiones o suyos         |

A) Id, Ila, IIIc, IVb

B) Ia, IIc, IIIb, IVd

C) Ic, Ila, IIIId, IVb

D) Id, IIc, IIIa, IVb

E) Id, Ila, IIIb, IVc

**Solución:**

La organización social básica del mundo andino son los ayllus y estos eran dirigidos por los curacas, el conjunto de ayllus formaba una provincia o huamaní y estas se hallaban bajo el mando de los tocríoc o apunchik, mientras que el conjunto de provincias formaba cada una de las cuatro regiones o suyos, encabezadas por un aposuyo o apocuna. El inca, además, nombró a un funcionario de su confianza como supervisor y fiscalizador de los diferentes funcionarios, este era llamado tucuiricui.

**Rpta.: A**

# Geografía

## EJERCICIOS DE CLASE

1. El territorio peruano está drenado por tres vertientes hidrográficas, las cuales presentan diferentes características y aprovechamientos en su disponibilidad. Respecto a lo mencionado, identifique los enunciados correctos.
- Por su régimen irregular, la vertiente ubicada en el sector oriental presenta ríos navegables.
  - Debido a la pendiente inclinada de sus ríos, en la vertiente del sector occidental se forman cañones fluviales.
  - La vertiente hidrográfica del sector occidental es la más poblada por ser de mayor superficie.
  - En el sector sur andino, encontramos una vertiente cuyos ríos son endorreicos y de régimen irregular.
- A) II y III      B) I y III      C) II y IV      D) I y IV      E) Solo III

### Solución:

- Incorrecto. La vertiente hidrográfica ubicada en el sector oriental del territorio peruano o vertiente del Amazonas presenta un régimen regular y navegable en la llanura de la selva baja.
- Correcto. Por su descenso desde de la cadena occidental, donde presentan una pendiente inclinada, los ríos de la vertiente del Pacífico originan relieves de degradación fluvial como los cañones.
- Incorrecto. La vertiente hidrográfica del Pacífico representa el 21,7 % de todo el territorio peruano, menor que la vertiente del Amazonas con 74,5 %.
- Correcto. La condición irregular de los ríos de la vertiente del Titicaca ubicados en el sector sur andino es debido a las lluvias estacionales, además desembocan en el lago del mismo nombre siendo endorreicos.

**Rpta.: C**

2. El ámbito marino frente a la costa central y sur está influenciado por las aguas frías de la corriente peruana, uno de los ecosistemas marinos más productivos del planeta. Algunas características de esta corriente marina son
- la alta salinidad y contenido de oxígeno.
  - el desplazamiento en sentido norte a sur.
  - la presencia de baja viscosidad y flotabilidad.
  - la formación de arrecifes de coral.
  - la baja viscosidad y alto contenido de nutrientes.

### Solución:

La corriente peruana o de Humboldt, es una masa de agua fría que llega al mar peruano, aporta una gran cantidad de nutrientes y alimentos para los peces e invertebrados, debido a la baja temperatura y la alta salinidad el cual determina una mayor viscosidad o densidad del agua, que permite una mejor flotabilidad del plancton y por ende aumento del oxígeno.

**Rpta.: A**



3. Relacione correctamente los siguientes términos con la descripción de los ríos presentados.
- |                  |   |
|------------------|---|
| I. Régimen       | a. El encuentro de los ríos Tambo y Urubamba forman el Ucayali.                   |
| II. Curso        | b. El río Ramis nace con el nombre de río Grande y desemboca en el lago Titicaca. |
| III. Confluencia | c. El caudal del río Rímac registra variaciones a lo largo del año.               |
| IV. Cuenca       | d. El área drenada por el río Marañón está delimitada por las divisorias de agua. |
- A) Id, IIb, IIIa, IVc                      B) Ic, IIb, IIIa, IVd                      C) Ic, IId, IIIb, IVa  
D) Ib, IIa, IIIId, IVc                      E) Id, IIc, IIIa, IVb

**Solución:**

- (Ic) Las lluvias estacionales del sector altoandino, aumentan el caudal del río Rímac, muy distinto al resto del año el cual genera su régimen irregular.  
(IIb) El río Ramis sus aguas tienen un origen laguna Rinconada – nevado de Ananea, con el nombre de río Grande y desemboca en el lago Titicaca.  
(IIIa) La confluencia de los Tambo y Urubamba origina el río Ucayali, considerado uno de los más navegables del sector oriental.  
(IVd) El área drenada por el río Marañón está delimitada por las divisorias de agua.

**Rpta.: B**

4. El sistema de amunas, realizado desde épocas preincas, consiste en captar agua de las lluvias a través de zanjas que drenan hasta una superficie de infiltración, siendo aprovechadas por la población durante su recorrido en meses que no hay precipitaciones. Podemos tipificarlos como sistemas de recarga superficial fuera de los cauces de los ríos, mediante sistemas de canales asociados a campos de extensión. De lo mencionado, podemos inferir que
- A) toda localidad andina tiene un aprovechamiento eficiente del agua.  
B) este sistema aprovecha las precipitaciones de los meses de invierno.  
C) los pobladores de la Amazonia impulsan la construcción de amunas.  
D) este sistema está orientado principalmente a espacios urbanos.  
E) esta infraestructura hidráulica contribuye con el buen manejo de cuencas.

**Solución:**

Las amunas, son un sistema ancestral que permite la siembra, cosecha y abastecimiento de agua de lluvias orientadas a la conservación y preservación del agua, ayudando a disminuir el estrés hídrico en los pueblos que no tienen suficiente acceso al agua potable. Además, permite la sensibilización de diversos actores sobre los ecosistemas hídricos.

**Rpta.: E**

# Economía

## EJERCICIOS DE CLASE

1. Relacionar los tipos de mercados:

- |                                |  |
|--------------------------------|--|
| 1. Mercado de bienes           | a. Terminal terrestre Plaza Lima Norte |
| 2. Mercado de servicios        | b. Centro comercial MINKA              |
| 3. Mercado de Fac. Producción. | c. DIRECTV Perú                        |
|                                | d. MANPOWER Perú                       |

A) 1a, 2b, 2c, 3d

B) 1b, 2a, 2c, 3d

C) 1a, 2d, 2c, 3b

D) 1c, 2b, 2a, 3d

E) 1c, 2d, 2a, 3b

### Solución:

- M. Servicios: servicio de transporte
- M. Bienes: Centro comercial
- M. Servicios: servicio de televisión Satelital
- M. F. Producción: Agencia de servicio de empleo

**Rpta.: B**

2. Un trabajador dependiente contrata un **seguro contra todo riesgo**, es la póliza más completa que las compañías aseguradoras pueden brindar a sus clientes. Si la persona cuenta con una póliza de estas y chocaste, además de cubrir los daños ocasionados a terceros (responsabilidad civil) también van a estar cubiertos los daños a tu vehículo, además de otros beneficios. Según el plan que elijas, tendrás la posibilidad de adquirir tu SOAT gratis por 2 años, bonos de descuentos en gasolina y chofer de reemplazo entre otros. Los gastos realizados por este trabajador, corresponden a los gastos

- |               |                    |                 |
|---------------|--------------------|-----------------|
| A) absolutos. | B) discrecionales. | C) permanentes. |
| D) fijos.     | E) mensuales       |                 |

### Solución:

Los gastos discrecionales son optativos, usted elige pagarlos. Incluyen gastos familiares como joyas y accesorios, así como el seguro del carro, cuotas de club, entretenimiento y viajes.

**Rpta.: B**

3. Las protestas por parte de los transportistas de carga a nivel nacional iniciada hace unos meses del presente año, se debe al incremento del precio del combustible y por los altos costos que representa el pago de los peajes en las carreteras. Durante las mesas de diálogo entre los representantes de los transportistas y las autoridades del gobierno, las demandas que se presentaron estaban en torno a una reducción y/o exoneración el ISC del combustible. El Estado podría llegar a un acuerdo y conceder dichos pedidos. Tomando en cuenta el enunciado anterior podemos afirmar que

- los transportistas son demandantes y trasladan mayores flujos nominales.
- el Estado es un agente económico que puede redistribuir la riqueza.
- el problema parte por un mayor traslado de flujo nominal en el mercado de bienes y servicios.
- de ceder a las demandas de los transportistas, se reducirán flujos monetarios hacia el Estado.

- |         |         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| A) FFFF | B) FVFV | C) VFVF | D) VVVV | E) VVFV |
|---------|---------|---------|---------|---------|

**Solución:**

- I. Los transportistas son demandantes de insumos (combustible) y trasladan mayores flujos nominales (incremento de los costos).
- II. El Estado es un agente económico que puede redistribuir la riqueza.
- III. El problema parte por un mayor traslado de flujo nominal en el mercado de factores productivos.
- IV. De ceder a las demandas de los transportistas, se reducirán flujos monetarios hacia el Estado (disminuye la recaudación tributaria).

**Rpta.: E****4. Los productos que subieron sus precios y los que los bajaron (agosto 2022)**

Según el reporte del INEI, las mayores alzas de precios se reportaron en las categorías de Alimentos y Bebidas No Alcohólicas (1.37%), Alojamiento, Agua, Electricidad, Gas y Otros Combustibles (1.07%) y Restaurantes y Hoteles (0.68%).

Las mayores alzas se evidenciaron en productos como el bonito, el pollo eviscerado, la electricidad residencial, la pensión en universidades privadas y la papa amarilla.

Por otro lado, en las categorías en las que se registraron disminuciones de precios fueron Comunicaciones (0.10%) y Transporte (0.55%).

¿A qué tipo de gastos se refiere el texto, en cuanto a los productos de mayores alzas?

- |                              |                         |
|------------------------------|-------------------------|
| A) Los gastos mensuales      | B) Los gastos fijos     |
| C) Los gastos discrecionales | D) Los gastos generales |
| E) Los gastos variables      |                         |

**Solución:**

El presupuesto familiar se ve afectado ante el incremento de los precios de los bienes básicos como los alimentos de la cesta básica y servicios de electricidad y educación, por lo que representan a los gastos fijos.

**Rpta.: B****5. Chancay era hace no tanto tiempo un tranquilo enclave pesquero y agrícola en la costa central de Perú frecuentado por turistas y por las aves marinas que migran estacionalmente hacia y desde Canadá y Estados Unidos.**

Cosco Shipping Ports, uno de los colosos empresariales del Estado chino, construye en este lugar a 80 kilómetros al norte de Lima el Terminal Portuario Multipropósito de Chancay, una infraestructura colosal que supondrá un nuevo hito de la presencia e influencia chinas en Perú y en toda América Latina.

Estas acciones llevadas a cabo corresponden al agente económico denominado

- |                     |             |             |
|---------------------|-------------|-------------|
| A) hogares.         | B) Estado.  | C) empresa. |
| D) resto del mundo. | E) familia. |             |

**Solución:**

Empresa, son las unidades productivas que desarrollan actividades económicas.

**Rpta.: C**

6. María, trabajadora de una compañía de seguros en el distrito de San Isidro, está pensando en comprarse un par de zapatos de cuero este fin de mes que cobre su sueldo. De acuerdo al párrafo, se trata de \_\_\_\_\_ respectivamente.
- A) flujo real y flujo monetario  
 B) flujo de servicios y flujo nominal  
 C) flujo nominal – flujo de bienes  
 D) flujo de factores – flujo nominal  
 E) flujo monetario y flujo circular

**Solución:**

El flujo real son los zapatos que recibimos y el flujo monetario el dinero que pagamos por ellos.

**Rpta.: A**

7. Pedro trabaja trasladando varillas de fierro de SIDERPERU desde Chimbote hasta la capital del Perú en su camión tráiler; de esta manera, se logra el abastecimiento de uno de los insumos principales para la industria de la construcción. Dicho camión se puede definir como un elemento de la circulación llamado
- A) mercado.  
 B) comerciante.  
 C) pesos y medida.  
 D) medios de transporte.  
 E) dinero.

**Solución:**

**Medios de transporte:** permiten el traslado de los bienes y servicios, desde los centros de producción hacia los puntos de distribución, de la misma manera, el movimiento de los factores productivos.

**Rpta: D**

8. Lima. Las obras de la segunda pista de aterrizaje, los diez kilómetros de calles de rodaje y la nueva torre de control del Aeropuerto Internacional Jorge Chávez se entregarán el próximo mes de julio, informó este lunes la empresa Lima Airport Partners (LAP). Se le va a entregar a Corpac y al MTC una nueva infraestructura aeroportuaria de campo de vuelo que va a duplicar la capacidad de despegue y aterrizaje del Aeropuerto Internacional Jorge Chávez, declaró el director del proyecto de ampliación del aeropuerto internacional. El experto señaló que la Corporación Peruana de Aeropuertos y Aviación Comercial (Corpac) tendrá la responsabilidad de todos los sistemas a fin de hacer operable esa nueva infraestructura en enero del 2023. De acuerdo al texto mencionado, ¿a qué tipo de agente económico se refieren?
- A) Hogares  
 B) Gobierno  
 C) Empresa  
 D) Resto del mundo  
 E) Familia

**Solución:**

En este caso se refiere al Gobierno, que es el agente económico cuya intervención en la actividad económica es muy compleja. El Gobierno acude a los mercados de factores de bienes y servicios como ofertante y demandante.

**Rpta.: B**



# Filosofía

## EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Un alumno lee el siguiente razonamiento que su profesor ha escrito en la pizarra:

Premisa 1: Todos los políticos son honrados

Premisa 2: Javier Pérez de Cuellar es un político

Conclusión: Javier Pérez de Cuellar es honrado.

En relación con este ejemplo de razonamiento, un alumno objeta que no es verdad que todos los políticos son honrados. Sin embargo, su profesor le recuerda que a la lógica le interesa fundamentalmente

- A) la correspondencia entre lenguaje y realidad, esto es, si existe una coherencia necesaria.
- B) si las premisas se deducen de las conclusiones de acuerdo con las leyes que Aristóteles descubrió.
- C) la validez de los razonamientos, es decir, si las conclusiones se siguen necesariamente de las premisas.
- D) conocer el valor de verdad de cada una de las proposiciones que conforman la inferencia.
- E) Conocer la concordancia y coherencia que debe existir entre premisas y conclusiones.

**Solución:**

La lógica es una ciencia formal que le interesa la validez de los razonamientos, es decir, si la conclusión se deduce necesariamente de las premisas.

**Rpta.:C**

2. Un estudiante señala que la siguiente proposición: «La Universidad Nacional Mayor de San Marcos fue fundada el 12 de mayo de 1551» es válida. Su compañero de clase, Mario, le dice que no se está expresando correctamente ya que las proposiciones en rigor son enunciados que son verdaderos o falsos.

De lo anterior, se puede inferir que el estudiante

- A) no ha llevado un curso de lógica en su centro de estudios.
- B) ha olvidado la diferencia entre validez y verdad.
- C) confunde los conceptos de inferencia y razonamiento.
- D) ha recibido la influencia de la lógica de Severino Boecio.
- E) No ha comprendido la distinción entre falacias y paradojas.

**Solución:**

De acuerdo con la lógica, no es lo mismo el concepto de validez que el de verdad. Si uno olvida esto, comete errores como el caso del alumno que señala que las proposiciones son válidas o inválidas, cuando en realidad son verdaderas o falsas.

**Rpta.: B**

3. Para muchos especialistas, Aristóteles es el primer lógico de la historia. Su mérito residió en haber examinado los razonamientos considerando solo su forma o estructura con independencia de su significado o contenido.

Justamente lo anterior es la razón principal por la que la lógica

- A) desde sus inicios es una ciencia formal.
- B) estudia la verdad de las inferencias.
- C) no reconoce los logros de Aristóteles.
- D) de Frege superó a la lógica antigua.
- E) evidentemente es una ciencia fáctica

**Solución:**

La razón principal por la que la lógica es una ciencia formal desde sus inicios radica en que Aristóteles examinó las inferencias considerando solo su estructura.

**Rpta.: A**

4. Óscar García Zárate en su libro *Lógica* (2007, p. 199) sostiene lo siguiente: «“Falacia” deriva del latín “fallacia”, que quiere decir engaño, fraude o mentira con que se intenta dañar a alguien. En efecto, las falacias nos engañan, haciéndonos admitir como válidos razonamientos que no lo son».

De la cita anterior, se puede inferir que las falacias son

- A) razonamientos que tienen la apariencia de validez. Sin embargo, cuando las analizamos detenidamente nos percatamos de su error.
- B) proposiciones que se hacen pasar por verdaderas. Con todo, si las corroboramos caemos en la cuenta de que son totalmente falsas.
- C) inferencias que tienen la apariencia de ser válidas, aun cuando sabemos con toda certeza que son plenamente falsas.
- D) proposiciones que aparentemente son válidas, pero que cuando las estudiamos minuciosamente comprobamos que son inválidas.
- E) Enunciados que embaucan a aquellos que saben lógica ya que resulta imposible advertir de los sofismas que cometen.

**Solución:**

Las falacias son razonamientos aparentemente válidos. Sin embargo, cuando las analizamos detenidamente nos percatamos de su error. Justamente en esta apariencia de validez radica su poder de engañar a las personas.

**Rpta.: A**

5. Durante muchos años, los alemanes, ganadores del Premio Nobel, Philipp Lenard y Johannes Stark, lideraron una campaña de descrédito hacia la teoría de la relatividad de Albert Einstein. Sus ideas se sostenían en que, mientras los físicos alemanes se basan en datos y trabajo experimental, los judíos se enfrascaban en elucubraciones abstractas. Incluso, llegaron a decir que la teoría de la relatividad era falsa porque Einstein era judío.

El hecho histórico anterior es un ejemplo de/del

- A) cómo razonar sin incurrir en falacias.
- B) la falacia *argumentum ad hominem*.
- C) la falacia *argumentum ad verecundiam*.
- D) odio alemán a la comunidad judía.
- E) la falacia *argumentum ad ignorantium*

**Solución:**

La crítica de los dos premios nobel de origen alemán es un ejemplo de la falacia *argumentum ad hominem*, ya que no se ofrecen razones o experimentos que contradigan la teoría de Einstein. Simplemente, se intentaba desacreditar sus ideas porque él era judío.

**Rpta.: B**

6. Un joven cometió un crimen brutal, pues asesinó de manera violenta a sus padres. Sin embargo, su abogado exigió piedad argumentando que el muchacho era huérfano y que por ello el tribunal, especialmente los jueces, debían tenerle consideración y comprensión a su defendido.

Se deduce que el abogado ha incurrido en la falacia conocida como *Argumentum ad*

- A) *verecundiam*.
- B) *hominem*.
- C) *baculum*.
- D) *misericiordiam*.
- E) *populum*

**Solución:**

La falacia conocida como *argumentum ad misericordiam* consiste en recurrir a la piedad, y no a los argumentos, para aceptar determinada conclusión y conmovier a las personas.

**Rpta.: D**

7. Octavio lee el siguiente titular en un periódico limeño:

**TERREMOTO EN EL PERÚ**

Preocupado por este mensaje, compra el diario. Sin embargo, para su sorpresa luego se percata de que debajo de este titular, y en letras pequeñas, dice: «Temen los limeños». Octavio se molesta ya que el periódico de manera deliberada al poner su titular ha confundido a sus lectores. La situación anterior

- A) muestra que los directores de los periódicos en Lima han estudiado lógica.
- B) evidencia que el titular del periódico es un ejemplo de razonamiento válido.
- C) es un caso de la falacia de ambigüedad conocida como «Equívoco».
- D) prueba que los medios emplean razonamientos correctos para atraer lectores.
- E) da cuenta que un elemento clave de la publicidad consiste en no cometer falacias.



**Solución:**

La situación que vivió Octavio es un claro ejemplo de caso de la falacia de ambigüedad conocida como «Equívoco». De este modo, se percata de que el redactor del titular ha puesto énfasis con la finalidad de llamar la atención de los lectores.

**Rpta.: C**

8. Un profesor del curso de Filosofía en el Centro Pre dice lo siguiente: «Existen enunciados que son un tipo peculiar de contradicción cuya verdad implica su falsedad. Por citar un caso, supongamos que A es la proposición «yo miento». Ahora bien, si es verdad que yo miento, entonces hago afirmaciones falsas y, como yo digo A, entonces A es falsa. Pero si es falso que miento, entonces digo la verdad y, como yo digo A, entonces A es verdadera».

Podemos deducir que el profesor trata de explicar el tema de

- A) las verdades y falsedades en un enunciado.
- B) los contenidos falaces detrás de una oración.
- C) la diferencia entre falacias y paradojas.
- D) los problemas de construcción de enunciados.
- E) las contradicciones que acarrear las paradojas.

**Solución:**

El profesor trata de demostrar adónde nos llevan las paradojas, que son afirmaciones o enunciados lógicamente contradictorios o que, a pesar de ser un razonamiento aparentemente válido a partir de premisas verdaderas, conduce a una conclusión contradictoria o lógicamente inaceptable.

**Rpta.: E**

## ***Física***

### **EJERCICIOS DE CLASE**

1. Con respecto a las condiciones de equilibrio, indicar la verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:
- I. Si un cuerpo se mueve con rapidez constante, entonces se encuentra en equilibrio.
  - II. Si la fuerza resultante sobre un cuerpo es nula, entonces necesariamente se encuentra en equilibrio.
  - III. Un cuerpo en caída libre está en equilibrio cuando alcanza su máxima altura.
- A) FFF      B) VVF      C) FFV      D) VVV      E) VFV

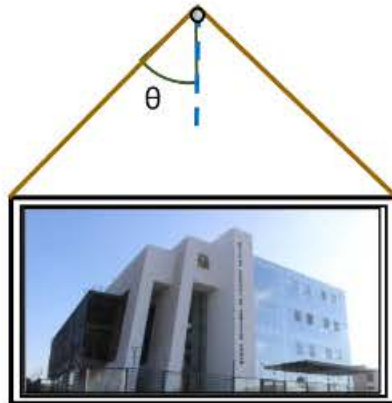
**Solución:**

- I. Falso, puede presentar un MCU.
- II. Falso, debe cumplir también la segunda condición de equilibrio.
- III. Falso, cuando alcanza su máxima altura está sujeto a la fuerza de la gravedad.

**Rpta.: A**

2. La figura muestra un cuadro en posición horizontal en equilibrio sostenido por una cuerda ideal que forman un mismo ángulo  $\theta$  con la vertical. Si la tensión de la cuerda es  $\frac{2}{3}$  del peso del cuadro, determine  $\theta$ .

- A)  $30^\circ$
- B)  $37^\circ$
- C)  $45^\circ$
- D)  $53^\circ$
- E)  $60^\circ$



**Solución:**

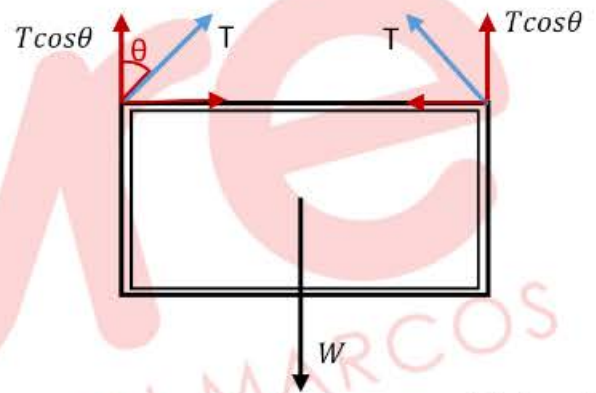
Como el cuadro está en equilibrio, entonces a partir del DCL (ver figura), se debe cumplir:

$$2T \cos \theta = w$$

$$2 \left( \frac{2}{3} \right) W \cos \theta = W$$

$$\cos \theta = \frac{3}{4}$$

$$\theta = 37^\circ$$

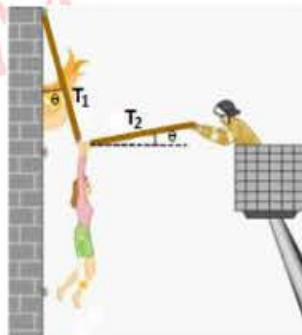


Rpta.: B

3. Una chica de masa 60 kg es rescatada de un edificio en llamas mediante una cuerda ideal, como muestra la figura. Asumiendo que la chica se encuentra inmóvil cuando la cuerda está doblada en ángulo recto, determine las tensiones  $T_1$  y  $T_2$ .

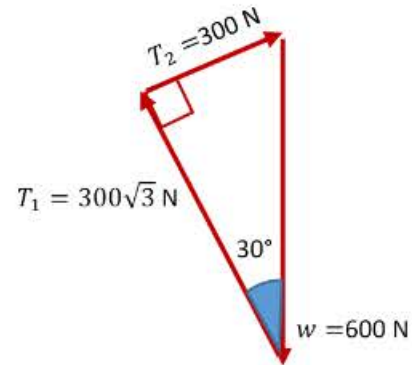
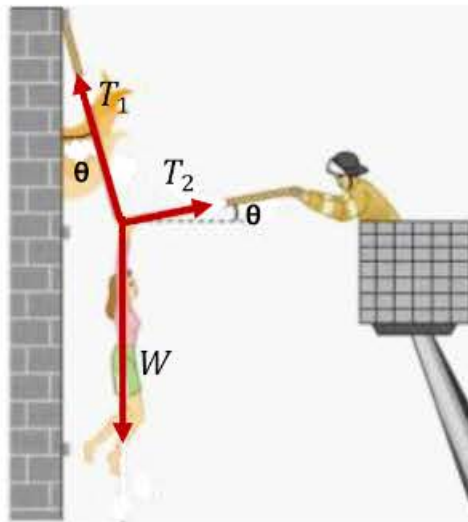
$$(\theta = 30^\circ, g = 10 \frac{m}{s^2})$$

- A)  $150 \text{ N}, 150\sqrt{3} \text{ N}$
- B)  $200 \text{ N}, 200\sqrt{3} \text{ N}$
- C)  $300 \text{ N}, 300\sqrt{3} \text{ N}$
- D)  $450 \text{ N}, 450\sqrt{3} \text{ N}$
- E)  $250 \text{ N}, 250\sqrt{3} \text{ N}$



**Solución:**

Graficamos las fuerzas sobre la señorita cuando esta momentáneamente inmóvil. En estas circunstancias la fuerza resultante debe ser nula, por lo que se puede construir un triángulo (notable de  $30^\circ$  y  $60^\circ$ ) cerrado.



A partir de la figura, se tiene que:

$$T_1 = 300 \text{ N} , T_2 = 300\sqrt{3} \text{ N}$$

Rpta.: C

4. Un obrero desea mover una caja de 50 kg sobre una superficie horizontal rugosa. Si para mover la caja se debe ejercer una fuerza paralela a la superficie cuya magnitud mínima es  $F = 150 \text{ N}$ , determine el coeficiente de rozamiento estático. ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

- A) 0,1      B) 0,2      C) 0,3      D) 0,4      E) 0,5

**Solución:**

Cuando actúa la fuerza variable «F» sobre la caja, simultáneamente la fuerza de rozamiento varía con igual magnitud que F. Cuando la caja está a punto de deslizarse, la fuerza de rozamiento alcanzará su máximo valor.

Verticalmente:

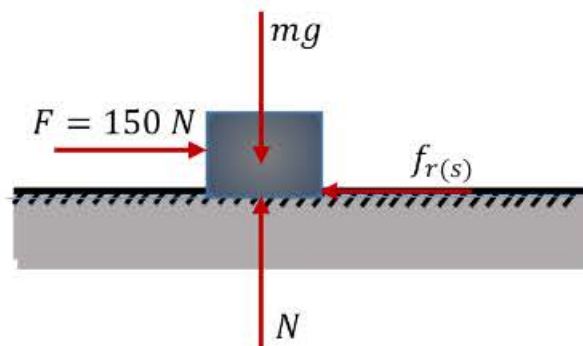
$$N = mg$$

Horizontalmente:

$$F = f_{r(s)} = N\mu_s = \mu_s mg = 150$$

$$\mu_s(50)(10) = 150$$

$$\mu_s = 0,3$$

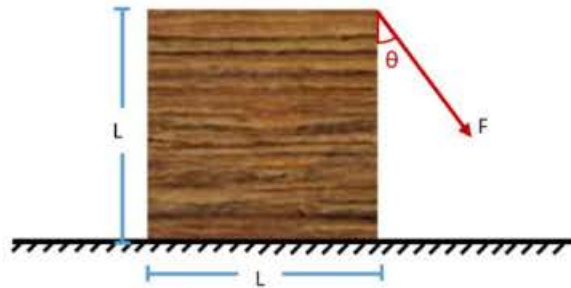


Rpta.: C

5. La figura muestra una caja homogénea de 8 kg en reposo sobre un piso rugoso. ¿Cuál debe ser la magnitud mínima de la fuerza para volcar la caja?

$(g = 10 \frac{m}{s^2}, \theta = 53^\circ)$

- A) 30 N            B) 40 N
- C) 50 N            D) 60 N
- E) 80 N



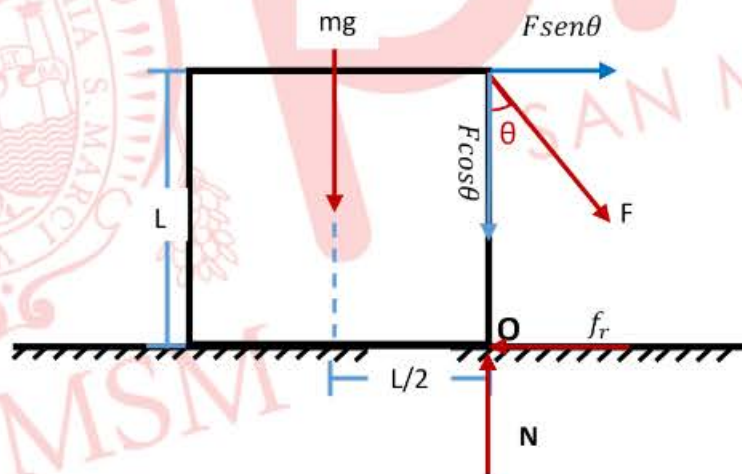
**Solución:**

Para volcar la caja, la fuerza F debe tener una magnitud mínima, de tal forma que la fuerza de contacto con la superficie resida solo en el punto O.

Tomando momentos respecto al punto O. Para que la caja no gire, debe cumplirse que  $\Sigma M_0 = 0$ , por lo tanto:

$$F \sin \theta (L) = mg \left( \frac{L}{2} \right)$$

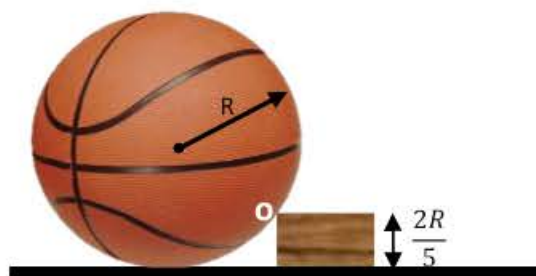
$$F \left( \frac{4}{5} \right) = \frac{8(10)}{2} \rightarrow F = 50 N$$



Rpta.: C

6. La figura muestra una pelota de básquet de 12 cm de radio y masa 600 g apoyada sobre un bloque rectangular. Determine la magnitud del torque producido por el peso de la pelota respecto al punto de contacto O.  $(g = 10 \frac{m}{s^2})$ .

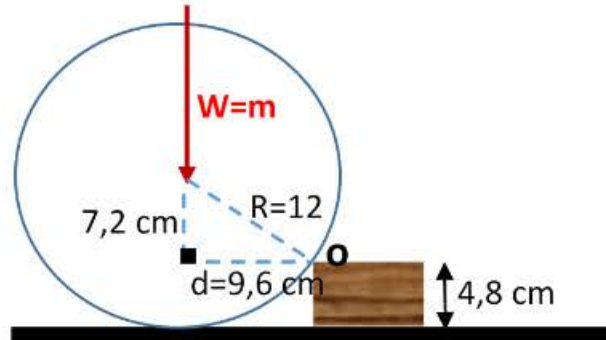
- A) 47,6 N.m
- B) 45,0 N.m
- C) 52,5 N.m
- D) 57,6 N.m
- E) 56,2 N.m



**Solución:**

Nos piden determinar el torque o momento del peso. Graficando solo el peso (W) y aplicando el torque respecto al punto O.

$$M_O^{mg} = mg(d) = 0,6(10)(9,6) = 57,6 \text{ Nm}$$



7. Una escalera homogénea y uniforme de masa 30 kg y longitud  $L$  descansa sobre una pared vertical lisa y una superficie horizontal rugosa, como muestra la figura. Determine la magnitud de la fuerza de reacción de la pared vertical.  
 ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ ,  $\theta = 37^\circ$ )

- A) 180 N      B) 200 N  
 C) 160 N      D) 360 N  
 E) 450 N

**Solución:**

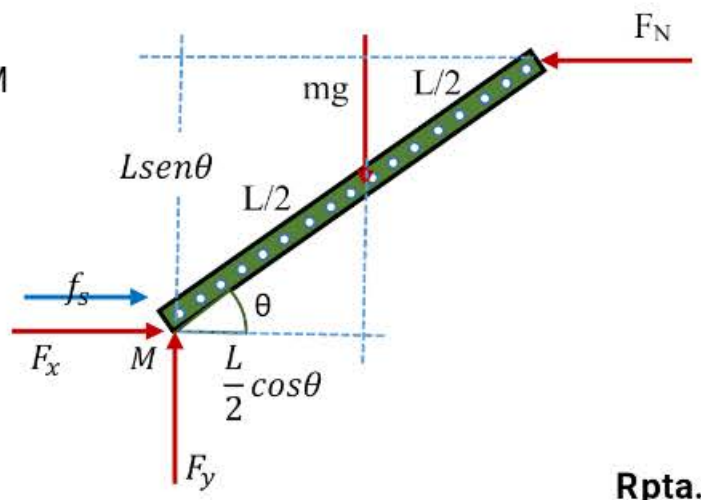
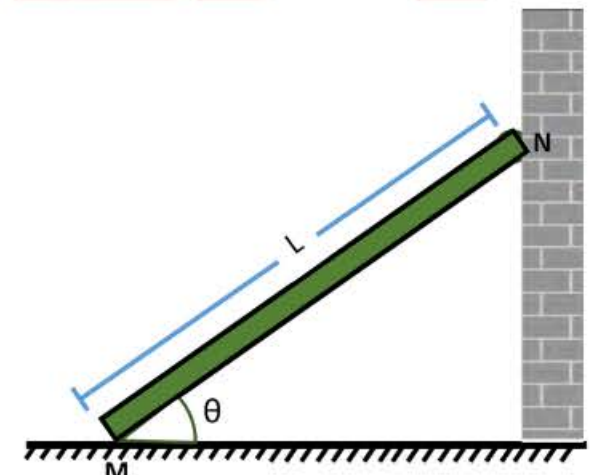
De la segunda condición de equilibrio:  
 Aplicando momentos respecto al punto M

$$mg \left( \frac{L}{2} \cos\theta \right) = F_N (L \sin\theta)$$

$$30(10) \left( \frac{L}{2} \cos 37 \right) = F_N (L \sin 37)$$

$$F_N = 200 \text{ N}$$

Rpta.: D



Rpta.: B

8. La figura muestra una tuerca hexagonal de masa  $m$  empujada por una fuerza  $F$ , paralela a un plano horizontal rugoso y cuya línea de acción pasa por el centro de la tuerca. ¿Cuál debe ser el valor del coeficiente de rozamiento estático para que la tuerca no rote?

- A)  $1/\sqrt{3}$
- B)  $\sqrt{3}$
- C)  $3/2\sqrt{3}$
- D)  $1/2\sqrt{3}$
- E)  $2\sqrt{3}$



**Solución:**

Para que la tuerca no rote, la fuerza de contacto con plano horizontal debe concentrarse en el punto; esto implica que la fuerza normal debe ser nula.

Graficando las fuerzas sobre la tuerca a partir de la condición dada.

De la figura y de la primera condición,

$$F_N = mg$$

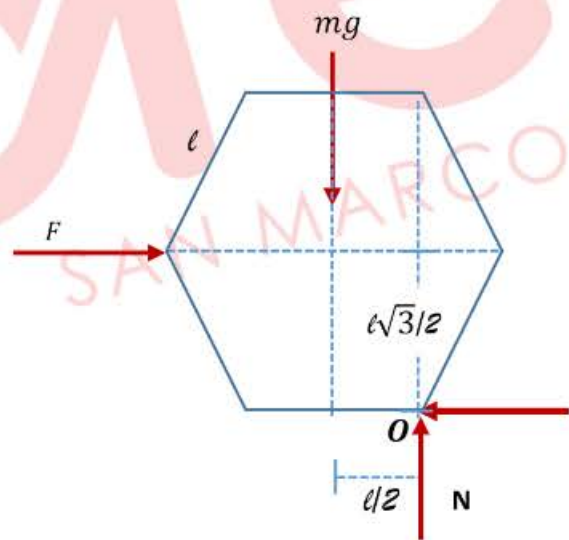
$$F = f_r = \mu F_N = \mu mg$$

De la segunda condición,

Tomando momento respecto al punto  $O$ ,  
A partir de la condición, la fuerza normal es nula.

$$mg \left(\frac{l}{2}\right) = F \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

$$mg \left(\frac{l}{2}\right) = \mu mg \frac{l\sqrt{3}}{2}$$



El máximo valor será:  $\mu = 1/\sqrt{3}$

Rpta.: A

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Indicar la verdad (V o F) de las siguientes proposiciones respecto a las condiciones de equilibrio.

- I. Si una partícula se encuentra en equilibrio, entonces el observador fijado en tierra no registra ninguna fuerza sobre él.
- II. Si un libro se encuentra en reposo sobre una mesa, implica que no hay una interacción externa sobre él.
- III. Una partícula se encuentra en equilibrio cuando no cambia su estado de movimiento.

- A) VVF      B) VFV      C) FFV      D) FFF      E) VVV

**Solución:**

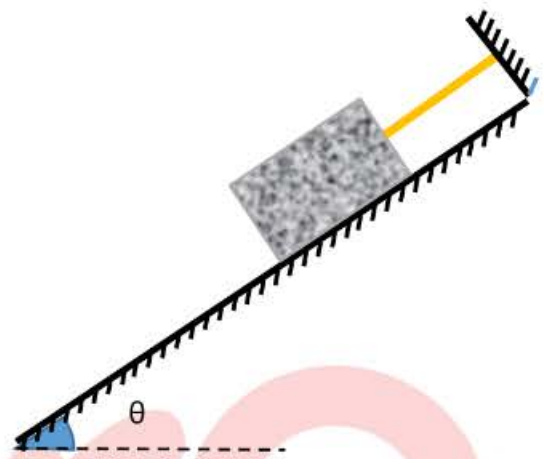
FFV

Rpta.: C

2. La figura muestra un bloque en equilibrio sobre un plano inclinado y sujeto a una cuerda. Indique la verdad (V o F) según las siguientes proposiciones:

- I. La cantidad de fuerzas sobre el bloque en equilibrio es igual 3.
- II. La tensión es mayor que la componente del peso paralelo al plano.
- III. La fuerza de contacto entre el bloque y la superficie es la fuerza normal.

- A) VFV    B) VVF    C) FVV    D) FFF    E) VFF



**Solución:**

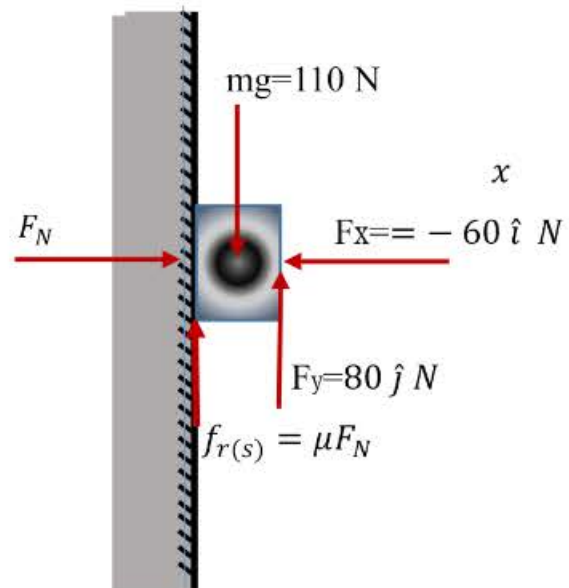
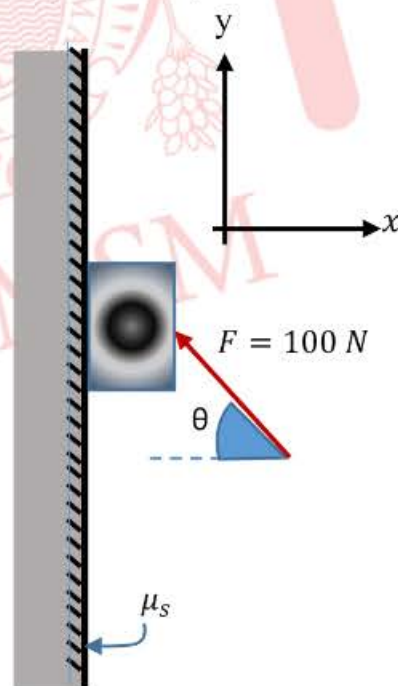
VFV

Rpta.:A

3. La figura muestra una caja de masa 11 kg apoyada sobre una pared vertical a través de una fuerza F. Si la caja está a punto de deslizarse, determine el coeficiente de rozamiento estático.

- A) 0,2
- B) 0,3
- C) 0,4
- D) 0,5
- E) 0,8

$(g = 10 \frac{m}{s^2}, \theta = 37^\circ)$



**Solución:**

Graficando las fuerzas sobre la caja. Descomponiendo la fuerza F, tenemos que:

$F_x = -60 \hat{i} N ; F_y = 80 \hat{j} N$

En el eje x:

$$F_N = F_x = 60 \text{ N}$$

En el eje y:

$$f_{r(s)} + F_y = mg$$

$$\mu F_N + 80 = 110 \rightarrow \mu (60) = 30$$

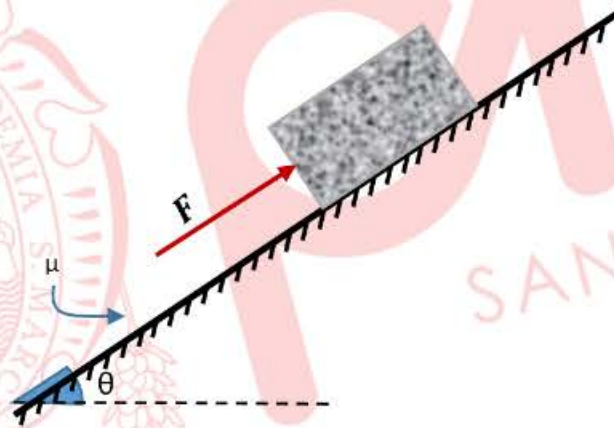
$$\therefore \mu = 0,5$$

Rpta.: D

4. La figura muestra a un bloque de masa 200 kg apoyado sobre una superficie inclinada. Si las superficies tienen un coeficiente de rozamiento estático de 0,5, ¿cuál debe ser la magnitud máxima de la fuerza F para que el bloque permanezca en equilibrio?

$$(g = 10 \frac{m}{s^2})$$

- A) 1600 N
- B) 2000 N
- C) 2200 N
- D) 2400 N
- E) 1800 N



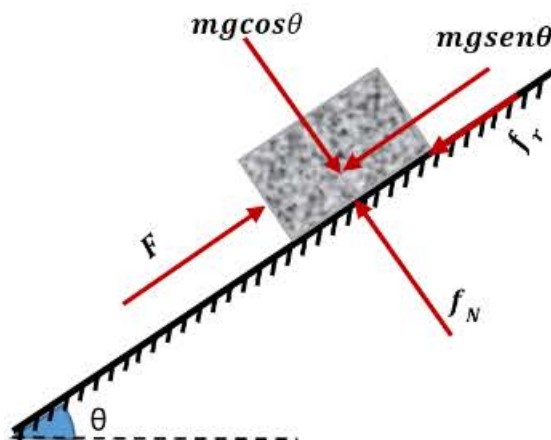
**Solución:**

A partir del DCL, planteamos las condiciones de equilibrio.

$$F - f_r = mg \text{sen} 53$$

$$F = \mu mg \text{cos} 53 + mg \text{sen} 53$$

$$F = 0,5(200)(10) \left(\frac{3}{5}\right) + (200)(10) \left(\frac{4}{5}\right) = 2200 \text{ N}$$

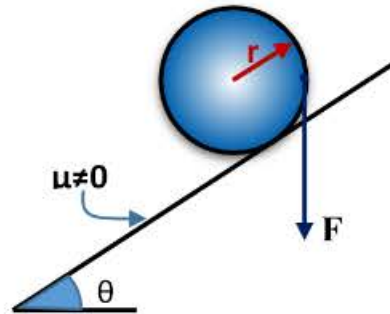


Rpta.: C



5. La figura muestra una esfera de masa 18 kg y radio  $r$  sobre un plano inclinado. ¿Cuál debe ser la magnitud de la fuerza vertical ( $F$ ) para mantener la esfera en equilibrio? (Considere  $\theta = 37^\circ$ ,  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ ).

- A) 250 N
- B) 270 N
- C) 300 N
- D) 325 N
- E) 375 N



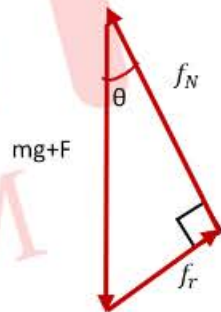
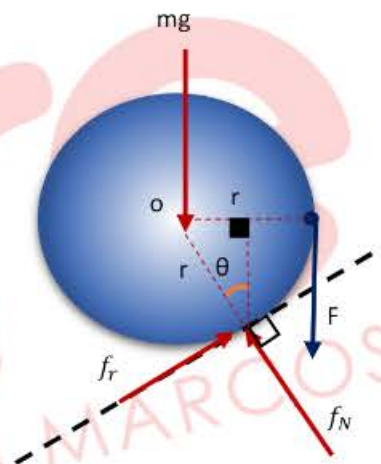
**Solución:**

Tomando momentos respecto al centro de la esfera (o)

$$f_r r = F r$$

$$f_r = F \dots (1)$$

De la primera condición de equilibrio, construimos un triángulo cerrado con las fuerzas mostradas en la figura.



De donde:

$$\text{sen} \theta = \frac{3}{5} = \frac{f_r}{mg + F}$$

De (1)

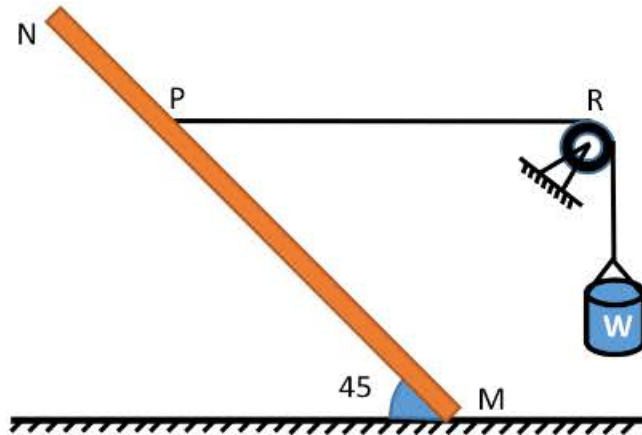
$$\frac{3}{5} = \frac{F}{mg + F} = \frac{F}{180 + F}$$

$$F = 270 \text{ N}$$

Rpta.: B

6. Una barra homogénea NM de masa  $m$  está apoyada sobre una superficie horizontal rugosa y se mantiene en equilibrio a punto de deslizar a través de un bloque de peso  $W$ , como muestra la figura. Determine el coeficiente de rozamiento estático entre la superficie y la barra. (Considere la polea ideal y el cable PR horizontal,  $\overline{NP} = \frac{2}{3} \overline{PM}$ .)

- A) 0,25
- B) 0,45
- C) 0,60
- D) 0,75
- E) 0,80



**Solución:**

De la primera condición de equilibrio:

$$f_N = mg \dots (1)$$

$$w = f_r = \mu f_N = \mu mg \dots (2)$$

De la segunda condición de equilibrio:

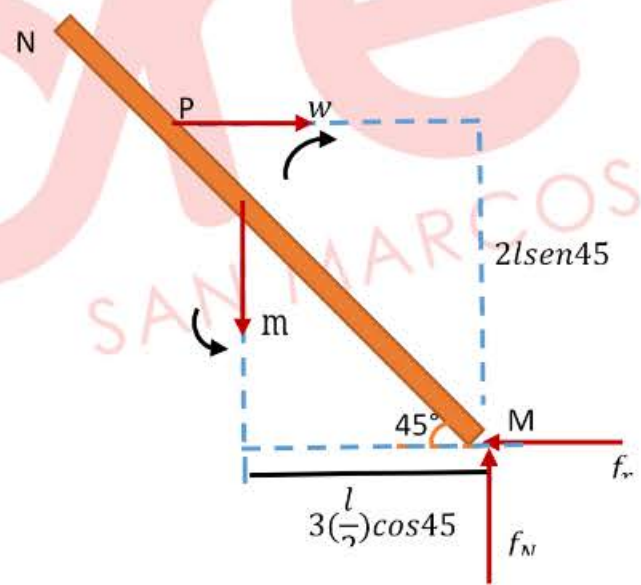
Aplicando momentos respecto al punto M:

$$mg(3) \left(\frac{l}{2}\right) \cos 45^\circ = w(2)(l) \sin 45^\circ$$

De (2), tenemos que:  $w = \mu mg$

$$mg(3) \left(\frac{l}{2}\right) = \mu mg(2)$$

$$\therefore \mu = 0,75$$



Rpta.: D

7. Una partícula de 0,1 kg está sometida a las fuerzas  $F_1 = (0,5\hat{i} + 2\hat{j})N$  y  $F_2 = (-2\hat{i} + 2\hat{j})N$ . ¿Cuál es la fuerza adicional que tendríamos que aplicar para mantener la partícula en equilibrio? ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

- A)  $1,5\hat{i} - 4\hat{j} + 1\hat{k}$
- B)  $-1,5\hat{i} - 4\hat{j} + 1\hat{k}$
- C)  $1,5\hat{i} + 4\hat{j} - 1\hat{k}$
- D)  $-1,5\hat{i} + 4\hat{j} - 1\hat{k}$
- E)  $1,5\hat{i} - 4\hat{j} - 10\hat{k}$

**Solución:**

Según la condición la partícula debe estar en equilibrio, esto es:

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$F_1 + F_2 + F + mg = 0$$

$$(0, 5\hat{i} + 2\hat{j}) + (-2\hat{i} + 2\hat{j}) + F - 0,1(10)\hat{k} = 0$$

$$F = (1, 5\hat{i} - 4\hat{j}) + 1\hat{k}$$

Rpta.: A

## Química

### EJERCICIOS DE CLASE

1. A partir del carbonato de calcio ( $\text{CaCO}_3$ ), se realiza un proceso para obtener productos industriales. El proceso inicia con una molienda de dicho carbonato y desinfección con hipoclorito de sodio,  $\text{NaClO}$ , luego se añade un reactivo conteniendo el anión fosfato  $(\text{PO}_4)^{3-}$  y ácido nítrico  $\text{HNO}_3$ . Con respecto a la información presentada, determine los estados de oxidación del carbono, cloro, fósforo y del nitrógeno en las especies que lo contienen respectivamente.

A) +4, +2, +5, +5

B) +2, +1, +5, +5

C) +4, +1, +5, +5

D) +2, +1, +3, +5

E) +4, +2, +3, +5

#### Solución:

En compuestos, la sumatoria de los estados de oxidación es igual a cero, y en los iones, igual a su carga:

$$\begin{array}{l} +2 \quad x \quad -2 \\ \text{CaCO}_3 \quad \quad \quad +2 + x - 2(3) = 0 \quad \quad \quad x = +4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} +1 \quad x \quad -2 \\ \text{NaClO} \quad \quad \quad +1 + x - 2 = 0 \quad \quad \quad x = +1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x \quad -2 \\ (\text{PO}_4)^{3-} \quad \quad \quad x - 2(3) = -3 \quad \quad \quad x = +5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} +1 \quad x \quad -2 \\ \text{HNO}_3 \quad \quad \quad +1 + x - 2(3) = 0 \quad \quad \quad x = +5 \end{array}$$

Rpta.: C

2. La roca caliza, materia prima para la industria del cemento, presentan impurezas como  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  y  $\text{SiO}_2$ . Al respecto, seleccione la alternativa que contiene la nomenclatura sistemática del compuesto de aluminio, la nomenclatura tradicional del compuesto de hierro y la nomenclatura stock del compuesto de silicio, respectivamente.

A) Trióxido de dialuminio, óxido ferroso, óxido de silicio (IV)

B) Óxido de aluminio, óxido de hierro (III), dióxido de silicio

C) Trióxido de dialuminio, óxido férrico, óxido de silicio (IV)

D) Óxido de aluminio, trióxido de hierro, dióxido de silicio

E) Trióxido de dialuminio, óxido férrico, óxido de silicio (II)

**Solución:**

Nomenclatura sistemática del compuesto formado por el elemento aluminio:

**Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>: trióxido de dialuminio. Estado de oxidación del aluminio: + 3**

Nomenclatura tradicional del compuesto formado por el hierro:

**Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>: óxido férrico. Estado de oxidación del hierro: + 3**

Nomenclatura stock del compuesto de silicio:

**SiO<sub>2</sub>: óxido de silicio (IV). Estado de oxidación: + 4**

**Rpta.: C**

3. Los elementos químicos, al reaccionar con el oxígeno, forman compuestos conocidos como óxidos; tenemos aquellos formados por metales y no metales, tales como K<sub>2</sub>O, CaO, Br<sub>2</sub>O y Cl<sub>2</sub>O<sub>5</sub>. Con respecto a los compuestos mencionados, indique la alternativa correcta.

- A) Los compuestos K<sub>2</sub>O y MgO son óxidos ácidos.  
 B) El Br<sub>2</sub>O y Cl<sub>2</sub>O<sub>5</sub> son considerados óxidos básicos.  
 C) Los compuestos mencionados son sólidos iónicos.  
 D) Si el Br<sub>2</sub>O y Cl<sub>2</sub>O<sub>5</sub> reaccionan con agua, forman sales.  
 E) El hidróxido de potasio es formado a partir de K<sub>2</sub>O y agua.

**Solución:**

- A) INCORRECTO.** El K<sub>2</sub>O y CaO son óxidos básicos puesto que contienen en su estructura los elementos metálicos K y Mg respectivamente y forman hidróxidos al combinarse con el agua.  
**B) INCORRECTO.** el Br<sub>2</sub>O y Cl<sub>2</sub>O<sub>5</sub> son óxidos ácidos o anhídridos puesto que contienen en su estructura los elementos no metálicos Br y Cl respectivamente.  
**C) INCORRECTO.** Los dos primeros óxidos mencionados son compuestos iónicos y los dos restantes son moleculares.  
**D) INCORRECTO.** Al combinarse con el agua el Br<sub>2</sub>O y Cl<sub>2</sub>O<sub>5</sub> forman ácidos oxácidos.  
**E) CORRECTO.** El hidróxido de potasio es formado a partir de K<sub>2</sub>O y agua.



**Rpta.: E**

4. Los procesos corrosivos se realizan si existe una zona catódica (reducción) y anódica (oxidación), afectando a los metales como el hierro (Fe). El hierro se oxida primero en el ion Fe<sup>2+</sup><sub>(ac)</sub>, dicho anión puede formar compuestos. Indique el nombre del óxido e hidróxido, en nomenclatura Stock y sistemático, respectivamente, que se puede formar inicialmente (antes de posteriores reacciones) con el hierro presente en solución acuosa.

- A) Óxido ferroso – hidróxido ferroso  
 B) Óxido ferroso – hidróxido férrico  
 C) Óxido férrico – hidruro de hierro (II)  
 D) Óxido de hierro (III) – hidróxido férrico  
 E) Óxido de hierro (II) – dihidróxido de hierro

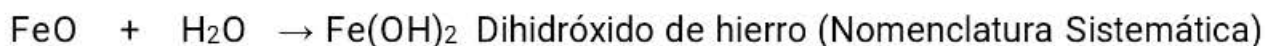
**Solución:**

El ion presente en solución acuosa es el Fe<sup>2+</sup><sub>(ac)</sub>, el hierro (II), o también conocido como ion ferroso, entonces:

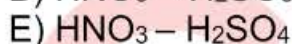
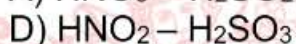
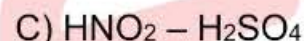
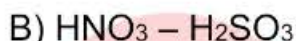
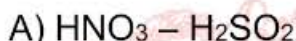
Formación del óxido:

**Estado de oxidación del hierro: +2**

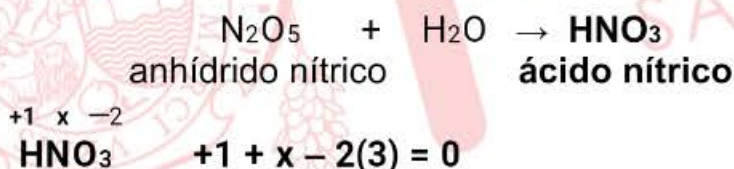
Formación del hidróxido:

**Estado de oxidación del hierro: +2****Rpta.: E**

5. La lluvia ácida es producida por los óxidos de nitrógeno y azufre que se generan en forma natural y antropogénica. Estos compuestos al ser emitidos reaccionan en la atmósfera y posteriormente precipitan generando diversos tipos de daños al ambiente. Cuando el agua de lluvia reacciona con el  $\text{N}_2\text{O}_5$  contenido en el aire, forma el ácido \_\_\_\_\_; pero si reacciona con el  $\text{SO}_3$ , forma el ácido \_\_\_\_\_. Complete y seleccione la alternativa que contenga la fórmula correcta de los compuestos producidos.

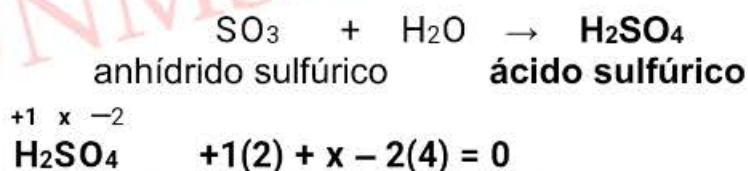
**Solución:**

Los anhídridos generan ácidos oxácidos cuando reaccionan con el agua, y sus reacciones se pueden representar mediante las siguientes ecuaciones:



el nitrógeno tiene estado de oxidación igual a +5, entonces, su nombre es:

**$\text{HNO}_3$ : ácido nítrico** y el anión poliatómico del ácido es el nitrato  $(\text{NO}_3)^{1-}$



el azufre tiene estado de oxidación igual a +6, entonces, su nombre es:

**$\text{H}_2\text{SO}_4$ : ácido sulfúrico** y el oxoanión del ácido es el sulfato  $(\text{SO}_4)^{2-}$ .

**Rpta.: E**

6. Los ácidos oxácidos y sales oxisales son ampliamente empleados en diferentes industrias; así el ácido perclórico se emplea en la industria de los explosivos, el bromato de potasio en la industria de la panificación y el hipoclorito de sodio en la industria de los desinfectantes. Al respecto, seleccione la alternativa que contiene la fórmula química de los compuestos mencionados respectivamente.

A)  $\text{HClO}$ ,  $\text{KBrO}_3$ ,  $\text{NaClO}_3$   
 C)  $\text{HClO}_3$ ,  $\text{KBrO}$ ,  $\text{NaClO}_4$   
 E)  $\text{HClO}_2$ ,  $\text{KBrO}_3$ ,  $\text{NaClO}$

B)  $\text{HClO}_4$ ,  $\text{KBrO}_3$ ,  $\text{NaClO}$   
 D)  $\text{HClO}_4$ ,  $\text{KBrO}_2$ ,  $\text{NaClO}$

**Solución:**

Los halógenos como el  $\text{Cl}$ ,  $\text{Br}$  y  $\text{I}$  presentan números de oxidación: +1, +3, +5 y +7. Por ello, para su nomenclatura tradicional emplean prefijos (hipo e hiper) y sufijos (oso e ico). Los aniones del ácido presentes en las sales oxisales emplean sufijos (ito y ato).

$\text{Cl}_2\text{O} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2\text{Cl}_2\text{O}_2 \rightarrow \text{HClO}$			
+ 1	anhídrido hipocloroso $\text{Cl}_2\text{O}$	ácido hipocloroso $\text{HClO}$	ion hipoclorito $(\text{ClO})^{1-}$
$\text{Cl}_2\text{O}_3 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2\text{Cl}_2\text{O}_4 \rightarrow \text{HClO}_2$			
+ 3	anhídrido cloroso $\text{Cl}_2\text{O}_3$	ácido cloroso $\text{HClO}_2$	ion clorito $(\text{ClO}_2)^{1-}$
$\text{Cl}_2\text{O}_5 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2\text{Cl}_2\text{O}_6 \rightarrow \text{HClO}_3$			
+ 5	anhídrido clórico $\text{Cl}_2\text{O}_5$	ácido clórico $\text{HClO}_3$	ion clorato $(\text{ClO}_3)^{1-}$
$\text{Cl}_2\text{O}_7 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2\text{Cl}_2\text{O}_8 \rightarrow \text{HClO}_4$			
+ 7	anhídrido perclórico $\text{Cl}_2\text{O}_7$	ácido perclórico $\text{HClO}_4$	ion perclorato $(\text{ClO}_4)^{1-}$

Ácido perclórico:  $\text{HClO}_4$ .

Bromato de potasio:  $\text{KBrO}_3$

Hipoclorito de sodio:  $\text{NaClO}$

Rpta.: B

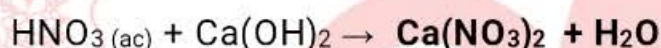
7. Los ácidos neutralizan las bases (hidróxidos). Estas bases, contienen iones hidróxido,  $[(OH)^{-}]$  en su estructura química. Compuestos como el  $Mg(OH)_2$ ,  $Ca(OH)_2$  y  $Al(OH)_3$  son algunos de sus representantes. Con respecto a estos hidróxidos, seleccione el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. En la nomenclatura sistemática, el  $Mg(OH)_2$  se llama dihidróxido de magnesio.
- II. El  $Ca(OH)_2$  reacciona con el  $HNO_3(ac)$  y forma como producto  $Ca(NO_3)_2$  y  $H_2O$ .
- III. La nomenclatura stock del  $Al(OH)_3$  es hidróxido de aluminio (III).

A) VVF      B) VFF      C) VVV      D) FFV      E) FVF

**Solución:**

- I. **VERDADERO.** El  $Mg(OH)_2$  es nombrado como dihidróxido de magnesio, en la nomenclatura sistemática.
- II. **VERDADERO.** La reacción en el ácido nítrico y el hidróxido de calcio, forma nitrato de calcio y agua



- III. **VERDADERO.** La nomenclatura Stock del  $Al(OH)_3$  es hidróxido de aluminio (III), porque el estado de oxidación del aluminio es igual a +3.

**Rpta.: C**

8. La lluvia ácida corroe al mármol (roca que contiene principalmente al carbonato de calcio); uno de los componentes de la dicha lluvia es el ácido sulfúrico, la ecuación que representa la reacción química es la siguiente:



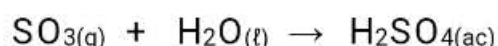
Con respecto a la información mostrada, seleccione el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. El ácido sulfúrico,  $H_2SO_4$ , es un ácido hidrácido.
- II. El  $CaSO_4$  formado se clasifica como sal oxisal.
- III. El  $CO_2$  es un gas considerado como óxido básico.

A) VVV      B) VFV      C) FVF      D) FFV      E) VFF

**Solución:**

- I. **FALSO.** El ácido sulfúrico,  $H_2SO_4$ , es un ácido oxácido, formado a partir de la reacción entre el anhídrido sulfúrico,  $(SO_3)$ , y el agua:



- II. **VERDADERO.** El sulfato de calcio,  $CaSO_4$ , al ser un producto de un ácido oxácido y un hidróxido, es una sal oxisal.

III. **FALSO**. El  $\text{CO}_2$  es un óxido ácido o anhídrido, considerando el carbono con estado de oxidación igual a +4.

**Rpta.: C**

9. Los hidruros metálicos son de tipo binarios, formados por un elemento metálico y el hidrógeno. Muchos de estos compuestos son comercializados a nivel internacional por su gran importancia en la industria. Al respecto, indique el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. El LiH es un hidruro metálico, y su nombre común es hidruro de litio.
- II. La nomenclatura sistemática del  $\text{AlH}_3$ , es trihidruro de aluminio.
- III. El  $\text{FeH}_2$  tiene el nombre stock como, hidruro ferroso.

A) FVF      B) FFV      C) VVF      D) VVV      E) FVV

**Solución:**

I. **VERDADERO**. El LiH es un hidruro metálico y su nombre común es hidruro de litio.

+1 -1

LiH Nomenclatura común: hidruro de litio

II. **VERDADERO**. El nombre sistemático del  $\text{AlH}_3$  es trihidruro de aluminio.

+2 -1

III. **FALSO**. El  $\text{FeH}_2$  es un compuesto conocido como hidruro metálico y su nomenclatura stock es hidruro de hierro (II).

**Rpta.: C**

10. Las bacterias realizan diversos procesos para metabolizar y obtener energía, entre ellos realizar la reducción de los iones sulfato ( $\text{SO}_4^{2-}$ ), a iones sulfuro ( $\text{S}^{2-}$ ). Los iones sulfuros están presentes en gas sulfuro de hidrógeno, el cual reacciona con el agua y genera el ácido correspondiente. Con respecto a la información presentada, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. El sulfuro de hidrógeno es un gas que pertenece a los compuestos hidrácidos.
- II. El gas disulfuro de hidrógeno se combina con el agua y forma el ácido hidrácido correspondiente.
- III. La fórmula del hidrácido sulfuro de hidrógeno es  $\text{H}_2\text{S}_{(g)}$  y la fórmula del ácido hidrácido es  $\text{H}_2\text{S}_{(ac)}$ .

A) VVV      B) VFF      C) FVV      D) FFV      E) VFV

**Solución:**

I. **VERDADERO**. Los hidrácidos son compuestos formados por no metales del grupo VIA y VIIA. En el caso del VIA, se tiene al  $\text{H}_2\text{S}$  en forma de gas.

II. **VERDADERO**. El gas hidrácido se combina con el agua y genera el ácido hidrácido correspondiente.

III. **VERDADERO**. El sulfuro de hidrógeno es un gas:  $\text{H}_2\text{S}_{(g)}$ . El producto de la reacción del hidrácido con el agua es el ácido sulfhídrico:  $\text{H}_2\text{S}_{(g)} + \text{H}_2\text{O}_{(l)} \rightarrow \text{H}_2\text{S}_{(ac)}$ .

**Rpta.: A**





2. El análisis cuantitativo es importante para determinar las fases iniciales en los minerales, antes de operaciones metalúrgicas. Los resultados del análisis mineralógico de una muestra de roca, están mostrados a continuación:

Mineral	Fórmula
Cuprita	$\text{Cu}_2\text{O}$
Calcantita	$\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$
Covelita	$\text{CuS}$

Determine el estado de oxidación del cobre presente en la Cuprita, Calcantina y Covelita, respectivamente

A) +1, +1, +2  
D) +2, +2, +2

B) +1, +2, +2  
E) +2, +1, +2

C) +2, +2, +1

**Solución:**

En compuestos, la sumatoria de los estados de oxidación es igual a cero, y de los iones, igual a su carga:



Rpta.: B

3. Si al **nitrito plumboso** se le agrega **yoduro de sodio**, se obtiene un precipitado amarillo conocido como **yoduro de plomo (II)**; si se le agrega un ácido, puede obtenerse un precipitado blanco de **cloruro plumboso**, esto es debido a su baja solubilidad. Con respecto a los compuestos mencionados, seleccione el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. En el texto se menciona una sal oxalal y tres sales haloideas.
- II. El yoduro de sodio es un compuesto iónico que tiene por fórmula  $\text{NaI}$ .
- III. El nombre sistemático del yoduro de plomo (II), es diyoduro de plomo.
- IV. El cloruro plumboso tiene como fórmula el  $\text{PbCl}_2$ .

A) FVVF      B) VFVV      C) VVVV      D) VFFV      E) VVFF

**Solución:**

Siendo los estados de oxidación del plomo, E.O. = +2, +4

**nitrito plumboso:**  $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$

**yoduro de sodio:**  $\text{NaI}$

**yoduro de plomo (II):**  $\text{PbI}_2$

**cloruro plumboso:**  $\text{PbCl}_2$

- I. **VERDADERO.** Se menciona una sal oxisal: el nitrato plumboso,  $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$  y tres sales haloideas: yoduro de sodio **NaI**, y el yoduro de plomo (II) **PbI<sub>2</sub>**, y el cloruro plumboso,  $\text{PbCl}_2$ .
- II. **VERDADERO.** El yoduro de sodio es un compuesto iónico, su fórmula es **NaI**.
- III. **VERDADERO.** El nombre sistemático del **PbI<sub>2</sub>**, es diyoduro de plomo.
- IV. **VERDADERO.** El plomo tiene estado de oxidación +2 y +4, por ello, su estado de oxidación menor es el +2 (oso), entonces:  
 $\text{PbCl}_2$ : cloruro plumboso

Rpta.: C

4. Las sales se encuentran en forma natural o son sintetizadas para un uso determinado; entre ellas están las haloideas como por ejemplo el **sulfuro de potasio**, el **bromuro de hierro (II)** en la síntesis de catalizadores y el **fluoruro de sodio** en la fabricación de cerámicos. Al respecto, seleccione la alternativa que contenga la fórmula de dichas sales.

A)  $\text{K}_2\text{S}$  ;  $\text{FeBr}_2$  ;  $\text{NaF}_2$ B)  $\text{K}_2\text{S}$  ;  $\text{FeBr}_3$  ;  $\text{NaF}$ C)  $\text{K}_2\text{S}_2$  ;  $\text{FeBr}_2$  ;  $\text{NaF}$ D)  **$\text{K}_2\text{S}$  ;  $\text{FeBr}_2$  ;  $\text{NaF}$** E)  $\text{K}_2\text{S}$  ;  $\text{FeBr}_3$  ;  $\text{NaF}$ **Solución:**

Formulando las sales mencionadas:

Sulfuro de potasio:  $\text{K}^{1+} \text{S}^{2-} \rightarrow \text{K}_2\text{S}$ Bromuro de hierro (II):  $\text{Fe}^{2+} \text{Br}^{1-} \rightarrow \text{FeBr}_2$ Fluoruro de sodio:  $\text{Na}^{1+} \text{F}^{1-} \rightarrow \text{NaF}$ 

Rpta.: D

5. Las excretas por microorganismos anaeróbicos pueden presentar compuestos del nitrógeno y continuar a partir de este, una serie de reacciones. Posteriormente se pueden formar los compuestos (a)  $\text{CO}_2$  ; (b)  $\text{NH}_3$  y (c)  $\text{NH}_4^+$ . Con respecto a la información del proceso, indicar el nombre stock del compuesto de (a), el nombre común de (b) y el nombre común de (c).

A) Anhídrido carbónico, amoniaco, ion amonio

B) Dióxido de carbono, trihidruo de nitrógeno, ion nitrógeno

C) Anhídrido carbónico, amoniaco, ion nitrito

D) Dióxido de carbono, hidruo de nitrógeno (III), ion nitrato

E) **Óxido de carbono (IV), amoníaco, ion amonio****Solución:**Nomenclatura Stock,  $\text{CO}_2$ : **óxido de carbono (IV)**Nomenclatura común,  $\text{NH}_3$ : **amoníaco**Nomenclatura del ion derivado del amoniaco, ( $\text{NH}_3$ ),  $\text{NH}_4^+$ : **ion amonio**

Rpta.: E

# Biología

## EJERCICIOS DE CLASE

1. La digestión degrada los alimentos liberando los nutrientes, esto se logra mediante procesos mecánicos (tritución) y químicos (hidrólisis enzimática) que rompen moléculas grandes, generando moléculas pequeñas capaces de ingresar a las células. Basados en lo descrito, se infiere que un \_\_\_\_\_ libre, presente en el alimento, ya no sufrirá todo este proceso.

- A) disacárido  
D) triglicérido
- B) nucleótido  
E) aminoácido
- C) ARN ribosomal

**Solución:**

Las enzimas digestivas generan los productos finales de la digestión, moléculas pequeñas como monosacáridos, **aminoácidos**, ácidos grasos, glicerol, bases nitrogenadas, etc., que pueden ingresar a las células. Por lo tanto, si alguna de estas moléculas es ingerida como tal, entonces, ya no será sometida a digestión.

**Rpta.: E**

2. Los productos finales de la digestión en amebas, esponjas e hidras se generan a nivel citoplasmático, empleando enzimas hidrolíticas que actúan en medio ácido y que inicialmente están en los lisosomas primarios. Teniendo presente que el alimento es fagocitado por la célula, se espera que en estos organismos ocurra

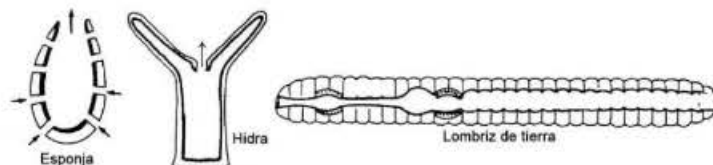
- A) fusión de membranas.  
C) secreción de enzimas.  
E) digestión gástrica.
- B) digestión extracelular.  
D) digestión mecánica.

**Solución:**

Amebas y esponjas presentan digestión intracelular; en hidras la digestión inicial es extracelular y culmina de forma intracelular. Si en los tres organismos las células captan el alimento por fagocitosis, entonces también se espera que en los tres ocurra **fusión de membranas** entre el fagosoma y el lisosoma primario.

**Rpta.: A**

3. Existen animales con sistema digestivo incompleto, los cuales poseen una sola abertura por donde ingieren y defecan, y animales con sistema digestivo completo, que cuentan con una abertura para ingerir y otra para defecar. Con base a ello, señale el enunciado correcto sobre los animales de la figura.



Modificado de <https://preparatoriaabierta.com.mx/biologia-2/nutricion-animales.php>

- A) Dos tienen sistema digestivo incompleto.  
B) Todos presentan sistema digestivo completo.  
C) Solo uno tiene sistema digestivo incompleto.  
D) Dos tienen sistema digestivo completo.  
E) Todos poseen sistema digestivo incompleto.

**Solución:**

La hidra mostrada posee una sola abertura dorsal que hace de boca y de ano, de modo que **posee sistema digestivo incompleto**. Las esponjas carecen de sistema digestivo, mientras que la lombriz de tierra presenta sistema digestivo completo.

**Rpta.: C**

4. Una práctica de histología requiere observar cortes histológicos para identificar glándulas secretoras de ácido clorhídrico y pepsina. Si el docente pone a disposición cortes del tubo digestivo de vacuno, entonces los estudiantes tendrán mayor éxito si utilizan los cortes realizados a nivel del

A) retículo.      B) bonete.      C) libro.      D) omaso.      E) cuajar.

**Solución:**

Los ruminantes como la oveja presentan un estómago formado por 4 cámaras: panza (rumen), retículo (redcilla o bonete), omaso (libro) y abomaso (cuajar), de las cuales solo el **cuajar** presenta glándulas que liberan jugo gástrico, con HCl y pepsina.

**Rpta.: E**

5. Los mamíferos herbívoros se alimentan de pastos, los cuales cortan y luego trituran. Si consideramos su forma de alimentación, podemos inferir que su dentadura completa presenta reducido el número de, y en algunos casos ausentes, los dientes

A) molares.      B) caninos.      C) premolares      D) deciduos.      E) incisivos.

**Solución:**

Los mamíferos herbívoros se alimentan cortando las plantas con los incisivos, para luego triturarlas con los premolares y molares, esta adaptación provocó la reducción, y en algunos casos la ausencia total, de dientes **caninos**, que cuando están presentes, son pequeños y se utilizan en funciones no alimentarias, como la defensa.

**Rpta.: B**

6. Las mucinas son glucoproteínas de alto peso molecular presentes en todas las mucosas de los epitelios. Como componentes del moco protector, atrapan patógenos y mantienen la integridad de las mucosas al servir como lubricantes en el transporte de materiales. A nivel del tubo digestivo, su función de lubricación comienza desde

A) la boca.      B) el esófago.      C) el estómago.  
D) el duodeno.      E) el colon.

**Solución:**

Las mucinas de la saliva son lubricantes entre los componentes blandos, como lengua y carrillos, y duros como los dientes, durante la masticación. Esta función continua en el bolo alimenticio para iniciar la deglución, luego, las mucinas de las glándulas esofágicas también lubrican al bolo. Esta lubricación, que continua por todo el tubo digestivo, se realiza a partir de **la boca**.

**Rpta.: A**



además, en el supuesto caso de que lograra llegar íntegra a la mucosa intestinal, su tamaño la haría **incapaz de incorporarse al enterocito** para su absorción.

**Rpta.: B**

10. Una prueba médica requiere introducir un delgado tubo por la boca hasta el duodeno; luego, se inyecta un fármaco al brazo del paciente y pasado un tiempo, se recoge por el tubo una muestra del contenido duodenal y se analiza. Si los niveles de bicarbonato son adecuados, significa que el páncreas respondió correctamente a la \_\_\_\_\_ inyectada al paciente.

- A) bilis  
D) colecistoquinina
- B) gastrina  
E) insulina
- C) secretina

**Solución:**

La **secretina** es una hormona secretada por el duodeno al aumentar su acidez por la llegada del quimo. Un efecto es estimular al páncreas para que secrete más bicarbonato de sodio que ayuda a neutralizar la acidez. La prueba que analiza el contenido duodenal luego de la inyección de secretina se denomina test de estimulación con secretina o de funcionamiento pancreático.

**Rpta.: C**

11. La insuficiencia pancreática (incapacidad del páncreas para producir y liberar jugo pancreático), altera la digestión de glúcidos, lípidos y proteínas. Aunque el sistema digestivo tiene algunas enzimas que compensan en algo la ausencia de enzimas pancreáticas, hay moléculas como \_\_\_\_\_ cuya digestión será muy reducida, al grado de hallarse gran cantidad en las heces.

- A) las sacarosas  
D) los péptidos
- B) las proteínas  
E) los triglicéridos
- C) las lactosas

**Solución:**

Por falta de lipasa pancreática, los **triglicéridos** no serán digeridos correctamente, y las heces saldrán grasosas. En la digestión de las proteínas, ayuda la pepsina del estómago; los péptidos, sacarosas y lactosas son digeridos por la aminopeptidasa, sacarasa y lactasa, respectivamente, del jugo intestinal.

**Rpta.: E**

12. Las reservas de glucógeno dependen del exceso de las glucosas producidas por hidrólisis en la digestión. Entonces, podemos afirmar que la ausencia de enzimas \_\_\_\_\_, a nivel intestinal, no permitirá producir directamente a los monómeros del glucógeno.

- A) amilasas  
D) disacaridasas
- B) colecistoquininas  
E) glucogenasas
- C) secretinas

**Solución:**

La mucosa del intestino delgado presenta enterocitos con microvellosidades (borde en cepillo) en cuya membrana se encuentran enzimas digestivas **disacaridasas** (maltasa, sacarasa y lactasa) que rompen disacáridos obteniendo monosacáridos, como glucosas, que luego serán absorbidas para su utilización en la producción de energía o, en caso haya un exceso, en la formación de glucógeno.

**Rpta.: D**

