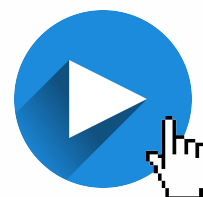




UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS  
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA  
**CENTRO PREUNIVERSITARIO**



(VIDEOS)  
**TEORÍA Y  
EJERCICIOS**

## Semana N.º 6

# *Habilidad Verbal*

## SECCIÓN A

### LA INFERENCIA: MÁS ALLÁ DE LO LITERAL

Los textos pueden ostentar dos tipos de información: **una información literal y una información no literal**. Esta información no literal la podemos rescatar mediante la inferencia. En otras palabras, la inferencia es un proceso cognitivo mediante el cual se obtiene una conclusión (implícita) a partir de determinadas premisas (explícitas).

Las inferencias en la comprensión lectora satisfacen las siguientes funciones generales: Uno, permiten establecer conexiones entre el nuevo material que exhibe el texto y el conocimiento relacionado con este, ya existente en la memoria del lector. Gracias a esta operación inferencial, el nuevo material se torna inteligible, se elabora una determinada organización que le confiere sentido al texto y, se posibilita la incorporación de la nueva información en la memoria del lector. Dos, permiten cubrir las omisiones en la estructura superficial global del texto. Por ejemplo, si se dice «María está bronceada», se puede inferir que María fue a la playa, que estamos en verano, etc. Este tipo de inferencia se utiliza en los textos, debido a que en ellos el empleo de recursos elípticos es imprescindible para garantizar la economía del lenguaje.

De esta manera, mediante la inferencia, se persigue generar una conclusión adecuada sobre la base de un proceso de un razonamiento válido que se adecúe a las normas rigurosas de un pensamiento fuerte.

Los verbos de inferencia son los siguientes: **inferir, deducir, colegir, desprender**.

### TIPOLOGÍA DE LA INFERENCIA

#### I) POR EL NÚMERO DE PREMISAS

##### A) INFERENCIA DIRECTA

Consiste en desencadenar una conclusión sobre la base de un enunciado.

Ejemplo:

Paolo Guerrero recibió una tarjeta roja; **entonces**, \_\_\_\_\_.

**Solución:** Paolo Guerrero no jugará el próximo partido.

## B) INFERENCIA INDIRECTA

Consiste en colegir una conclusión a partir de un análisis de dos o más enunciados.

Ejemplo:

El gobierno peruano quiere cambiar la actual Constitución Política del Perú. Quieren que un artículo de la Carta Magna combata el monopolio. El artículo 61 de la actual Constitución Política del Perú combate el monopolio. **Entonces,** \_\_\_\_\_.

**Solución:** El gobierno peruano no ha leído minuciosamente la actual Constitución Política del Perú.

### II) POR EL VÍNCULO ENTRE LAS PREMISAS Y LA CONCLUSIÓN

#### A) INFERENCIA DEDUCTIVA

Consiste en obtener una conclusión sobre la base de las leyes estrictas de la lógica. En las inferencias deductivas, la(s) premisa(s) garantiza(n) plenamente a la conclusión. Consideraremos una inferencia deductiva como válida si el apoyo se da efectivamente. Podemos decir también que en este tipo de inferencias la conclusión ya está contenida, solo que, de un modo implícito, en las premisas consideradas en conjunto.

Ejemplos:

Las ciencias aplican el método científico y sus hipótesis son corroborables. El psicoanálisis no aplica el método científico y sus hipótesis no se pueden demostrar. **En consecuencia,** \_\_\_\_\_.

**Solución:** el psicoanálisis no es una teoría científica.

Los grandes raperos pueden improvisar y realizar un doble tempo. Eminem es un gran rapero; **se puede concluir que** \_\_\_\_\_.

**Solución:** Eminem puede improvisar y realizar un doble tempo.

#### B) INFERENCIA INDUCTIVA

A diferencia de la deducción, la inducción no es un razonamiento concluyente. En las inferencias inductivas, se pretende solo que las premisas apoyen o justifiquen la conclusión en cierto grado, es decir, que la verdad de las premisas solo hace «probable» la conclusión. Una inferencia inductiva por generalización (o inferencia ampliativa) consiste en obtener conclusiones generales a partir de premisas que contienen datos particulares. Por ejemplo, de la observación repetida de objetos o acontecimientos de la misma índole, se establece una conclusión general para todos los objetos o eventos de dicha naturaleza. La conclusión de una inferencia inductiva solo puede considerarse probable y, de hecho, la información que obtenemos por medio de esta modalidad de razonamiento es siempre una información incierta y discutible.



Ejemplo:

Juan es literato y es bohemio. Luisa es literata y es bohemia. Javier es literato y es bohemio. **Por consiguiente**, \_\_\_\_\_.

**Solución:** todos los literatos son bohemios.

También puede establecerse una inferencia inductiva **por analogía**. Aunque no sea general la conclusión, sino singular, esta manera de razonar descansa sobre una generalización previa (implícita) acerca de todos los objetos que poseen los caracteres en que se sustenta la analogía.

Ejemplo:

Mario, Carlo y Rondón son hijos del ingeniero Núñez. Sabemos que Mario y Carlo estudian ingeniería. **Entonces**, \_\_\_\_\_.

**Solución:** Rondón también debe estudiar ingeniería.

## ACTIVIDADES SOBRE LA INFERENCIA

### TEXTO 1

La lengua madija es originaria del Perú y pertenece a la familia lingüística denominada arawua. Esta lengua también es conocida bajo la etiqueta «culina». Por su ubicación es clasificada como una lengua amazónica.

La lengua kukama kukamiria es originaria del Perú y pertenece a la familia lingüística tupí-guaraní. Anteriormente era conocida como cucama cucamilla, pero actualmente se prefiere kukama kukamiria. Dicha lengua es hablada en las cuencas de los ríos Marañón, Tigre, Urituyacu y Huallaga, en las provincias de Alto Amazonas, Requena y Loreto, razón por la que es clasificada como una lengua amazónica.

La lengua yanesha es originaria del Perú y pertenece a la familia lingüística denominada arawak. Esta lengua es hablada por el pueblo del mismo nombre. Por la extensión de su territorio es clasificada como una lengua amazónica.

La lengua ashaninka es originaria del Perú y pertenece a la familia lingüística denominada arawak. Esta lengua es hablada en la cuenca de los ríos, Ucayali, Tambo, Cohengua, Perené, Pachitea, Yura, Chinchihuani, Ene, y Apurímac, razón por la que es clasificada como una lengua amazónica.

Afirmar que todas las lenguas amazónicas son originarias de Perú se trata de una inferencia \_\_\_\_\_.

### TEXTO 2

Los descendientes de Abraham son los judíos y los musulmanes. Según la Biblia, Abraham se casó con Sara, pero en un principio no pudo tener ningún hijo de ella y como deseaba tener descendientes se casó por segunda vez con la esclava Agar. Esta le dio un hijo varón: Ismael. Pasado el tiempo, Sara pudo darle un hijo varón a Abraham: Isaac. Esto fue motivo suficiente para que Sara le exigiera a Abraham que expulsara a Ismael y a Agar de

su pueblo. Justamente aquí es donde se manifiesta el primer punto de desacuerdo entre la historia que cuenta la Biblia y la historia que cuenta el Corán. Según este último, Ismael se dirigió al lugar donde debía erigirse La Meca. Sus descendientes, que se extendieron por Arabia, se convirtieron en musulmanes, mientras que los de Isaac, que se quedaron en Palestina, eran hebreos y se convirtieron en judíos. En la actualidad, sabemos que un país descendiente de Abraham es Israel, el cual no es un país musulmán.

Concluir que los pobladores de Israel son judíos se trata de una inferencia \_\_\_\_\_

## COMPRENSIÓN LECTORA

### TEXTO

En el discurso social o político habitual, se suele asumir que las palabras determinan las ideas. Esta creencia podría incluso tener una base científica, a saber, la famosa hipótesis de Sapir-Whorf del determinismo lingüístico, según la cual el pensamiento está determinado por las categorías que proporciona la lengua que uno habla, y una versión más moderada de la misma, el relativismo lingüístico, que sostiene que las diferencias entre lenguas son responsables de las diferencias en la forma de pensar de sus usuarios. Cualquier persona con una cultura menos que mediocre ha oído hablar de historias como la de que las lenguas pueden dividir el espectro de color en palabras por sitios diferentes, o la que dice que los indios hopi tiene un concepto del tiempo enteramente distinto al nuestro, o que los esquimales poseen decenas de palabras para nombrar la nieve. Sin embargo, las consecuencias son **graves**: las categorías en las que se asienta la realidad no se encuentran «en» el mundo, sino que son impuestas por cada cultura y, por consiguiente, se pueden desafiar, lo que tal vez explique el enorme atractivo que tiene esta doctrina para la sensibilidad de los universitarios.

Sin embargo, esta hipótesis está fatalmente equivocada. La idea de que el pensamiento es lo mismo que el lenguaje constituye un buen ejemplo de lo que podría denominarse una estupidez convencional, o sea, una afirmación que se opone al más elemental sentido común y que, no obstante, todo el mundo se cree porque recuerda vagamente haberla oído mencionar y porque presenta implicaciones muy serias. (Otros ejemplos podrían ser el «hecho» de que solo aprovechamos el cinco por ciento de nuestro cerebro, que la Biblia es el libro más leído, o que se puede manipular la voluntad humana a base de mensajes subliminales.) Pensemos un poco en ello. Todos hemos tenido la experiencia de haber preferido o escrito una frase y al momento mismo de terminar habernos dado cuenta de que eso no era exactamente lo que queríamos decir. Para que uno pueda sentir eso, tiene que haber un «algo que queríamos decir» que se diferente de lo que dijimos. A veces no es sencillo encontrar palabras que valgan para expresar adecuadamente una idea. Cuando escuchamos o leemos algo, solemos recordar el sentido general, y no las palabras exactas, de manera que tiene que haber un sentido que no sea lo mismo que las palabras que lo expresan. Y, además, si los pensamientos dependen de las palabras, ¿cómo es posible que se puedan acuñar nuevas palabras? Y sin ir más lejos, ¿cómo aprende un niño las palabras?, ¿cómo es posible traducir de unas lenguas a otras?

Pinker, S. (1994). *El instinto del lenguaje*. Alianza Editorial.



1. El tema central del texto es

- A) el discurso social y su relación con las palabras.
- B) las hipótesis del relativismo lingüístico universal.
- C) el determinismo lingüístico en el pensamiento.
- D) la hipótesis errónea del determinismo lingüístico.

**Solución:**

En efecto, el texto nos habla sobre la hipótesis equivocada del determinismo lingüístico: sostener que las palabras determinan las ideas o pensamientos. El autor rebate esta tesis.

Rpta.: D

2. El sinónimo contextual del término GRAVE es

- A) verídico.
- B) falso.
- C) importante.
- D) fatuo.

**Solución:**

El autor entiende las consecuencias del determinismo lingüístico como FALSAS.

Rpta.: C

3. Sobre el enorme atractivo que posee el determinismo lingüístico, es incompatible señalar que

- A) el gusto por dicha doctrina radica en los sucesos fácticos.
- B) su atractivo se fundamenta en ideas o hipótesis relativistas.
- C) en los universitarios se da por la sencillez de dicha doctrina.
- D) atrae porque permite rebatir ideas contrarias a las nuestras.

**Solución:**

El atractivo que posee el determinismo lingüístico se fundamenta en un relativismo absoluto, mas no en los hechos reales.

Rpta.: A

4. En última instancia, se infiere que el autor entiende al determinismo lingüístico como

- A) una teoría usada en el debate político.
- B) una variante del relativismo lingüístico.
- C) un modelo científico seguro y sistémico.
- D) una teoría que tiene que reformularse.

**Solución:**

Para el autor, dicha teoría presenta errores que rozan con la estupidez convencional. En efecto, tiene que reformularse.

Rpta.: D



5. Si una mujer dijera: "mi esposo tiene que cocinar para mí todos los días", entonces
- A) evidenciaríamos de forma clara su carácter machista.
  - B) no habría base suficiente para acusarla de misandria.
  - C) su aversión u odio a los hombres sería muy evidente.
  - D) transgrediría el enfoque de igualdad de género actual.

**Solución:**

Los pensamientos no dependen del lenguaje o el habla. Su entendimiento radica en un análisis más amplio.

**Rpta.: B****SECCIÓN B****TEXTO 1**

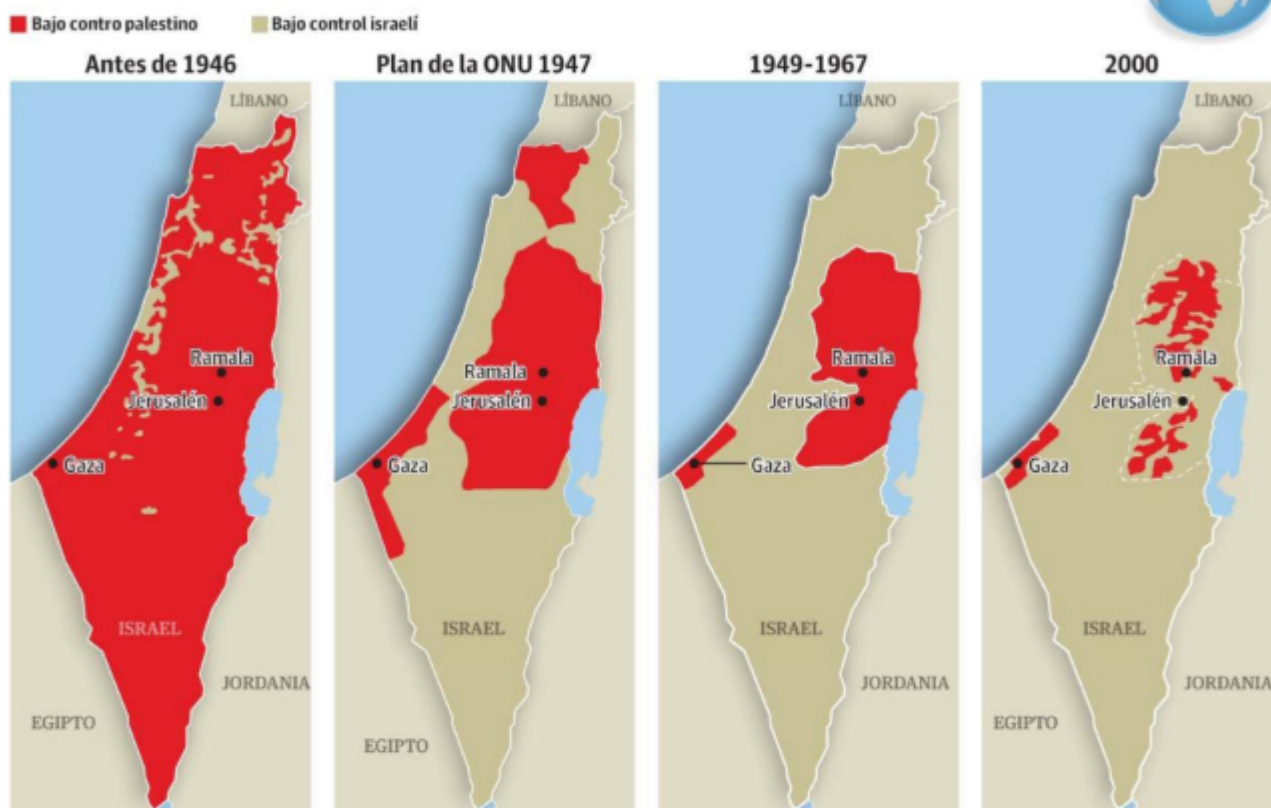
A pesar de ser un movimiento eminentemente laico, el sionismo vio en Palestina, tierra donde se fundó el judaísmo, el lugar ideal para realizar su proyecto nacional. Desde principios de siglo, este movimiento propició la instalación de judíos europeos en ese territorio todavía bajo administración otomana. Su proyecto estatal se hizo claro cuando el yichuv, la comunidad judía en Palestina, fue creando instituciones autónomas a modo de un protoestado judío y desarrollando prácticas excluyentes y discriminatorias respecto a los árabes. Poco a poco fue creciendo una espiral de violencia entre árabes y judíos sionistas (entre 1936 y 1939 tuvieron lugar importantes revueltas árabes), lo que llevó a barajar la partición del territorio.

Tras la Segunda Guerra Mundial, las Naciones Unidas propusieron formalmente la partición del territorio y la creación de dos Estados, uno árabe palestino y otro judío. Este plan fue rechazado por los árabes pues legalizaba, a sus ojos, los planes y las colonias establecidas por los sionistas. En mayo de 1948, la comunidad judía declaró unilateralmente la creación del Estado de Israel, acto que desencadenó la intervención militar de los Estados árabes vecinos en apoyo a los palestinos. A raíz de esta primera guerra árabe-israelí, el Estado judío no solo resistió la intervención árabe, sino que provocó la salida de gran parte de la población palestina que quedaba en su territorio y amplió la superficie de su territorio más allá de lo previsto en el plan de partición.

El nuevo Estado judío se **alineó** pronto con las potencias europeas, frente al nacionalismo árabe (guerra del canal de Suez en 1956); ganándose su apoyo político y económico. Además, a raíz del genocidio nazi, afirmó su razón de ser al declarar Israel como único refugio seguro para todos los judíos. Durante las primeras décadas Israel se consolidó como Estado y promovió la instalación masiva de judíos. En cambio, a raíz de la guerra, los palestinos vieron frustrado su derecho a disponer de un Estado propio. Dispersos entre varios países y divididos internamente su actuación casi se limitó a algunos hostigamientos poco eficaces contra Israel.

## La evolución del Estado de Israel

Tras la Segunda Guerra Mundial, Israel ha ido ganando terreno mediante guerras



Palestinalibre.org (1 de junio de 2013) Conflicto Palestino: El origen y el desarrollo del conflicto. Recuperado de <https://palestinalibre.org/articulo.php?a=13475>

1. ¿Cuál es la idea principal del texto?

- A) La guerra entre los judíos sionistas y los árabes duró muchos años debido a la gran resistencia de estos últimos por no abandonar su territorio nacional.
- B) El proyecto nacional de los judíos sionistas fue exitoso, pues permitió que aquellos se establecieran en tierras palestinas y pudieran extender su territorio.
- C) Los judíos sionistas cansados de los maltratos y abusos originados desde principios del siglo pasado deciden declarar la guerra a los árabes de Palestina.
- D) Los abusos perpetrados contra los judíos en la Segunda Guerra Mundial fueron las causas consistentes para que se les asignara un territorio en Palestina.

### Solución:

El texto en conjunto deja entender que el proyecto nacional de los judíos sionistas fue exitoso: lograron arrebatarse tierras palestinas y gracias a la ayuda de potencias occidentales pudieron expandir su territorio.

**Rpta.: B**

2. El verbo ALINEAR se puede reemplazar por

- A) enfrentar.
- B) subordinar.
- C) aliar.
- D) coordinar.



**Solución:**

El verbo ALINEAR hace referencia a la unión, con fines políticos, entre el Estado judío y las potencias europeas, esto es, ALIAR.

**Rpta.: C**

3. Teniendo en cuenta la imagen y la información textual, resulta incompatible sostener respecto a los judíos que

- A) siempre fueron ambiciosos y discriminaban a los árabes sin razón alguna.
- B) desde el año 1948 hasta el año 2000 no dejaron de extender su territorio.
- C) extendieron sus territorios hasta el año 2000 a partir de su propio esfuerzo.
- D) su proyecto nacional fue, sin duda alguna, geográficamente muy exitoso.

**Solución:**

El texto indica que los judíos se alinearon con las potencias europeas para ganarse su apoyo político y económico. De ello se infiere que sus extensiones territoriales fueron apoyadas por dichas potencias.

**Rpta.: C**

4. Respecto a los árabes, se puede inferir que

- A) los que vivían en Palestina eran muy inocentes y muy pacíficos.
- B) no tenían una buena organización gubernamental en Palestina.
- C) nunca advirtieron los planes ambiciosos de los judíos sionistas.
- D) tenían un excelente ejército que conocía todas las estrategias.

**Solución:**

Los árabes fueron fácilmente invadidos y derrotados. Esto demuestra su poca organización gubernamental.

**Rpta.: B**

5. Si Rusia se hubiera alineado con las potencias europeas,

- A) Estados Unidos le declarararía la guerra de inmediato.
- B) su invasión a Ucrania no sería criticada por aquellas.
- C) no hubiera sido necesaria su gran invasión a Ucrania.
- D) no recibiría apoyo de China, sino su enorme rechazo.

**Solución:**

La lógica metatextual nos señala que los países aliados nunca se critican en sus acciones.

**Rpta.: B**



## TEXTO 2

La enfermedad de Parkinson es una enfermedad neurodegenerativa caracterizada por movimientos lentos, temblores, rigidez y problemas de equilibrio y coordinación. En la actualidad, es sabido que esta enfermedad es causada por la degeneración de las neuronas ubicadas en una parte del mesencéfalo conocida como sustancia negra pars compacta (SNpc). Es en esta parte de nuestro cerebro que se libera la dopamina, una molécula que actúa como mensajero químico o neurotransmisor controlando diferentes funciones, como las respuestas motoras o las emociones. Sin embargo, el proceso por el cual estas neuronas degeneran selectivamente sigue siendo una incógnita a día de hoy y uno de los motivos por los cuales no existe todavía un tratamiento que retrase este proceso. Por ello, para tratar de averiguar cómo se estaba viendo afectada esta población de neuronas, el profesor de la Harvard Medical School, Evan Macosko, y sus colegas, aislaron un conjunto de 22.048 neuronas dopaminérgicas procedentes de muestras de cerebro humano y midieron su expresión génica. Su investigación, la cual se publica esta semana en la revista *Nature Neuroscience* bajo el título *Single-cell genomic profiling of human dopamine neurons identifies a population that selectively degenerates in Parkinson's disease* les llevó a descubrir hasta 10 subtipos distintos de neuronas dopaminérgicas distintas. Posteriormente, al comparar los resultados de las personas con la enfermedad de Parkinson con los de las personas no afectadas por esta, los autores encontraron que un subtipo ubicado en el nivel ventral de la SNpc se encontraba con frecuencia ausente en los cerebros de las personas con la enfermedad de Parkinson. Esto apunta, según los autores, a que estas neuronas son las más vulnerables a la enfermedad. Pero eso no es todo: este subconjunto de neuronas dopaminérgica también mostró la cantidad más alta de genes que confieren el riesgo de desarrollar la enfermedad de Parkinson, lo que proporciona una posible explicación de su vulnerabilidad. Los resultados sugieren que la enfermedad de Parkinson puede ser causada por la pérdida de un subconjunto particular de neuronas de dopamina en lugar de afectar a toda la población de neuronas por igual. Los autores concluyen que, a medida que se **aprenda** más sobre este subtipo de neuronas, será posible desarrollar tratamientos para la enfermedad de Parkinson que se dirijan específicamente a ellas.

Rodríguez, H. (2022) «El párkinson se caracteriza por movimientos lentos, temblores, rigidez y problemas de equilibrio y coordinación». *National Geographic*. Recuperado de <[https://www.nationalgeographic.com.es/ciencia/identificadas-celulas-mas-vulnerables-parkinson\\_18211](https://www.nationalgeographic.com.es/ciencia/identificadas-celulas-mas-vulnerables-parkinson_18211)> (Texto editado)

1. El tema central del texto es

- A) el Parkinson como enfermedad neurodegenerativa.
- B) la incógnita del proceso de degeneración neuronal.
- C) los riesgos de desarrollar la enfermedad de Parkinson.
- D) los genes involucrados en el desarrollo de Parkinson.

**Solución:**

La lectura trata básicamente sobre el Parkinson como una enfermedad neurodegenerativa caracterizada por movimientos lentos, temblores, rigidez y problemas de equilibrio y coordinación.

**Rpta.: A**

2. En el texto el termino APRENDER alude a
- A) análisis.                      B) investigación.                      C) ensayos.                      D) pruebas.

**Solución:**

Aprender alude a las futuras investigaciones que podrían esclarecer la naturaleza de este subtipo de neuronas y que permitirán desarrollar tratamientos para la enfermedad de Parkinson que se dirijan específicamente a ellas.

**Rpta.: B**

3. Resulta incompatible señalar sobre la sustancia negra pars compactada (NSpc) que
- A) sus neuronas pueden presentar degeneración.  
B) es una parte o región ubicada en el mesencéfalo.  
C) esta parte de nuestro cerebro libera la dopamina.  
D) no se relaciona con nuestras respuestas motoras.

**Solución:**

El texto señala que en esta parte de nuestro cerebro se libera la dopamina, una molécula que actúa como mensajero químico o neurotransmisor controlando diferentes funciones, como las respuestas motoras o las emociones.

**Rpta.: D**

4. Se puede inferir que las personas no afectadas por la enfermedad del Parkinson
- A) su carga neuronal es poco menos vulnerables a la enfermedad.  
B) poseen mayor cantidad de genes de neuronas dopaminérgicas.  
C) poseen menos cantidad de genes de neuronas dopaminérgicas.  
D) han perdido un subconjunto particular de neuronas de dopamina.

**Solución:**

La investigación ha demostrado que la cantidad más alta de genes de neuronas dopaminérgicas confieren el riesgo de desarrollar la enfermedad de Parkinson, lo que proporciona una posible explicación de su vulnerabilidad.

**Rpta.: C**

5. Si se pudiera controlar la pérdida del subconjunto particular de neuronas de dopamina, posiblemente
- A) el subconjunto particular de neuronas podría regenerarse.  
B) se podría frenar la duplicación celular de la enfermedad.  
C) se podría combatir el proceso degenerativo del Parkinson.  
D) podría disminuir la carga genética de esta enfermedad.

**Solución:**

Los resultados sugieren que la enfermedad de Parkinson puede ser causada por la pérdida de un subconjunto particular de neuronas de dopamina en lugar de afectar a toda la población de neuronas por igual; si se pudiera controlar esta pérdida, se podría combatir a la enfermedad.

**Rpta.: C**



## TEXTO 3A

El negacionismo del cambio climático es una amalgama que une a extremistas religiosos con ultraliberales, cargos políticos, científicos solitarios y grandes empresas con su aparato detrás. En muchos casos hay un trasfondo económico, pero en otros es meramente un rechazo ideológico. En agosto, Felipe Alcaraz, único senador por Vox, impidió que el Senado aprobase una declaración institucional de apoyo a las islas Canarias por los incendios que sufrieron este verano. Quería que se retirase una referencia a la lucha contra las causas del cambio climático. La declaración estaba siendo utilizada «para justificar postulados ideológicos progres», declaró. «La derecha radical europea ha abrazado el negacionismo más como parte de la batalla política que por principios. Lo normal es que intenten no hablar siquiera de esta preocupación porque les parece una cosa de ecologistas, que son sus enemigos», dice el investigador de la Universidad Complutense Guillermo Fernández-Vázquez, autor de *Qué hacer con la extrema derecha en Europa*. Aunque explica que la postura de esos partidos puede variar si interesa. «Hay corrientes que intentan articular la preocupación medioambiental con una propuesta muy nacionalista. Venden la lucha contra el cambio climático como la defensa de su patrimonio natural. En ese sentido, el Frente Nacional francés trataba de conjugar estas dos cosas, con el argumento de que uno de los motivos por los que aman a Francia es por su riqueza natural». Muchos consideran a estas corrientes ideológicas como tontos útiles de los verdaderos responsables del negacionismo: las grandes corporaciones que manejan las reservas de hidrocarburos. «La industria energética fue la primera que empezó a generar informes alternativos al consenso científico», argumenta Marta Peirano.

López, I. (20129) «Apóstoles del negacionismo». *El País*. Recuperado de < [https://elpais.com/elpais/2019/09/18/eps/1568820907\\_023534.html](https://elpais.com/elpais/2019/09/18/eps/1568820907_023534.html) > (Texto editado)

## TEXTO 3B

Me parece una obviedad que existe cambio climático. Siempre ha existido y siempre existirá. El clima en la Tierra siempre ha cambiado y seguirá cambiando, con y sin intervención humana, si bien parece extraordinariamente difícil predecir cómo. A modo de ejemplo, en las últimas tres décadas se ha predicho al menos cinco veces y con fechas concretas por parte del «lobby del cambio climático» que el océano Glacial Ártico sería navegable. Han vencido todas las fechas previstas para ello y el hielo sigue ahí. En realidad, todas las predicciones hechas por el «**lobby**» climático, con el IPCC (Grupo Intergubernamental de Expertos sobre el Cambio Climático) a la cabeza, han fallado hasta la fecha. Cualquier otra teoría pretendidamente científica con semejante grado de desaciertos habría sido desechada y sus proponentes habrían perdido todo el crédito, sin embargo, ocurre lo contrario. Cabe hacerse al menos dos preguntas. Uno, cómo influye la actividad humana en el clima, y si esta influencia empuja el clima hacia un estado más o menos conveniente para el bienestar de los seres humanos; y dos, cuál es la importancia relativa frente a otros factores, como por ejemplo: la actividad solar, la actividad volcánica, los rayos cósmicos, la evolución de la órbita terrestre, ciclos de Milankovitch asociados a los períodos glaciales, etc. Por otro lado, creo que no hay ningún interés —léase apoyo y financiación— para investigar dicha importancia relativa. La medida de dicha importancia relativa se limita a calcular la cantidad de CO<sub>2</sub> emitido por la actividad humana y su posible efecto como gas de efecto invernadero sin tener en cuenta los otros factores.

Villareal, A. (2019). «El 97% de los científicos está con Greta Thunberg. Hablamos con el 3% restante». *El Confidencial*. Recuperado de < [https://www.elconfidencial.com/tecnologia/ciencia/2019-09-29/cientificos-escepticos-climaticos-greta-thunberg-188\\_2258679/](https://www.elconfidencial.com/tecnologia/ciencia/2019-09-29/cientificos-escepticos-climaticos-greta-thunberg-188_2258679/) >. (Texto editado)



1. Tanto el texto A como el texto B tensionan medularmente en torno a

- A) las predicciones del «lobby del cambio climático».
- B) el encubrimiento negacionista del cambio climático.
- C) los factores que están detrás del cambio climático.
- D) el encubrimiento ideológico del cambio climático.

**Solución:**

Ambos textos tensionan primordialmente sobre los posibles factores relacionados con el cambio climático, para el primero, el negacionismo tiene como fin ocultar la huella antrópica de las actividades industriales, el segundo, apela a examinar factores naturales como la actividad solar, volcánica, rayos cósmicos entre otros.

**Rpta: C**

2. En el texto B, el término LOBBY implica un (a)

- A) grupo de presión.
- B) grupo cerrado.
- C) negociación ilícita.
- D) asociación privada.

**Solución:**

En el texto el término LOBBY implica un grupo de presión de sectores influyentes respecto al supuesto cambio climático.

**Rpta.: A**

3. Según el texto 1A, sobre el negacionismo del cambio climático, es incompatible sostener que

- A) es propugnado por asociaciones heterogéneas.
- B) están conjugados intereses del tipo crematístico.
- C) se debe exclusivamente a un rechazo ideológico.
- D) goza de la anuencia de diversos sectores políticos.

**Solución:**

Según el autor del texto 1A, en muchos casos hay un trasfondo económico, pero en otros es meramente un rechazo ideológico.

**Rpta.: D**

4. Se puede colegir del texto 3B, sobre las predicciones hechas por el «lobby del cambio climático», que

- A) han generado una corriente de carácter tremendista en todo el mundo.
- B) habrían perdido todo el crédito de no guardar cierto margen de certeza.
- C) a pesar de sus desaciertos, gozan del respaldo de la comunidad mundial.
- D) han fallado a pesar del esfuerzo de organizaciones lideradas por la IPCC.

**Solución:**

Se menciona que «cualquier otra teoría pretendidamente científica con semejante grado de desaciertos habría sido desechada y sus proponentes habrían perdido todo el crédito», de esto se puede concluir que, a pesar de sus inconsistencias, la teoría del cambio climático ha tenido el impacto previsto en la comunidad internacional.

**Rpta.: C**

5. Si La derecha radical europea no hubiese abrazado el negacionismo como parte de su batalla política, posiblemente
- A) buscarían otras razones para enfrentarse con la oposición.
  - B) podría tomarse como una estratagema o ardid político.
  - C) sus intereses serían afines con las causas ecologistas.
  - D) sería indicio de un giro principista en su conducta política.

**Solución:**

La derecha radical europea ha abrazado el negacionismo del cambio climático en oposición de sus enemigos políticos; si no fuera este el caso sería otro el escenario.

Rpta.: A

**SECCIÓN C****PASSAGE 1**

In a study published recently in the journal *Theriogenology*, scientists found that nine mountain lions in the Los Angeles area have either very high levels of abnormal sperm or possess kinked tails, both signs of a serious lack of genetic diversity. Two cats also had testicular abnormalities, which are likewise known to be manifestations of inbreeding. With only several dozen lions in the L.A. region, this result represents a significant proportion of the overall population. Some of these indicators—observed between December 2019 and December 2020, both as part of **standard** research efforts and roadkill necropsies—appear in the lions throughout the metropolitan area and its outskirts. Prior to this study, only one cat had been observed in the region with a kinked tail, in 2019. «We've just reached a tipping point genetically, » says Audra Huffmeyer, a postdoctoral researcher in conservation biology at the University of California, Los Angeles, and a National Geographic Explorer. To survive long-term, more mountain lions need to be free to move into and out of the two most isolated areas where the animals live—in the Santa Monica Mountains northwest of the city, and the Santa Anas, to the southeast. Luckily for the cougars, a large new wildlife overpass will soon be constructed over the 101 to allow the animals safe passage. The project's ceremonial groundbreaking took place on April 22, 2022—Earth Day—and will open in 2025.

Main, D. (July 23, 2019). « Los Angeles mountain lions are becoming inbred, a troubling sign ». *National Geographic*. Retrieved from < <https://www.nationalgeographic.com/animals/article/los-angeles-mountain-lions-becoming-inbred>>

**TRADUCCIÓN**

En un estudio publicado recientemente en la revista *Theriogenology*, los científicos encontraron que nueve pumas en el área de Los Ángeles tienen niveles muy altos de esperma anormal o poseen colas torcidas, ambos signos de una grave falta de diversidad genética. Dos gatos también tenían anomalías testiculares, que también se sabe que son manifestaciones de endogamia. Con solo varias docenas de leones en la región de Los Ángeles, este resultado representa una proporción significativa de la población total. Algunos de estos indicadores, observados entre diciembre de 2019 y diciembre de 2020, como parte de los esfuerzos de investigación **estándar** y de las necropsias de animales atropellados, aparecen en los leones del área metropolitana y sus alrededores. Antes de este estudio, solo se había observado un gato en la región con la cola torcida, en 2019. «Acabamos de llegar a un punto de inflexión genéticamente», dice Audra Huffmeyer, investigadora postdoctoral en biología de la conservación en la Universidad de California,



Los Ángeles, y exploradora de National Geographic. Para sobrevivir a largo plazo, más pumas deben tener libertad para entrar y salir de las dos áreas más aisladas donde viven los animales: en las montañas de Santa Mónica al noroeste de la ciudad y Santa Anas, al sureste. Afortunadamente para los pumas, pronto se construirá un gran paso elevado para la vida silvestre sobre la 101 para permitir el paso seguro de los animales. La inauguración ceremonial del proyecto tuvo lugar el 22 de abril de 2022, Día de la Tierra, y se inaugurará en 2025.

1. The text is mainly about

- A) a case of genetic abnormality in a group of cougars in the L.A. area.
- B) the great diversity of species in a mountainous area of the United States.
- C) a case of inbreeding in mammalian species in the Los Angeles area.
- D) a case of reduction of the habitat of the American cougar in Los Angeles.

**Solution:**

A study recently published in the journal *Theriogenology* reveals that nine cougars in the Los Angeles area have been found to have very high levels of abnormal sperm or possess crooked tails, both signs of a genetic abnormality.

**Key: A**

2. The word STANDARD can be replaced by

- A) general.
- B) ordinary.
- C) complex.
- D) comparative.

**Solution:**

The word STANDARD refers to a common and ordinary investigation in the necropsy of animals.

**Key: B**

3. It can be inferred from the scant genetic diversity in L.A. cougars

- A) could cause a migration of the species.
- B) could lead to the extinction of this species.
- C) would reduce their ability to socialize.
- D) would change the eating habits of felines.

**Solution:**

The low genetic diversity of this species can endanger the survival of this species, due to the limited space of its habitats.

**Key: B**

4. It is incompatible to state about cougars with crooked tails

- A) are the result of inbreeding relationships.
- B) are the result of low genetic diversity.
- C) have very high levels of normal sperm.
- D) have reached a genetic tipping point.

**Solution:**

Analysis determined that 9 cougars in the L.A. area. they found themselves with very high levels of abnormal sperm, this product of a lack of genetic diversity.

**Key: C**



5. If the cougars that inhabit an area of L.A. could come out of their isolation to larger areas, possibly
- A) Cougars would survive long-term.                      B) the cougars would inevitably die.  
C) cougars would face more danger.                      D) cougars could straighten their tails.

**Solution:**

It is mentioned that for cougars to survive in the long term, they must be free to enter and leave the most isolated areas.

**Key: D**

**PASSAGE 2**

Knights are among the most iconic characters from the Middle Ages. Their origins harken back to the fall of the Roman Empire in western Europe whose last emperor, Romulus Augustulus, was toppled by a Germanic warlord in A.D. 476. The vacuum left by Rome's destruction was partially filled by the Roman Catholic Church, and also by relationships between the church and the dominant local lords. The church supported the lords, in part by anointing kings and lords as God's chosen rulers, but also controlled them through fear of cutting off God's approval through interdict and excommunication. The alliances between the papacy and the king of the Franks lasted 500 years. Over time, this was **replicated** across Europe and both led to and supported the rise of feudalism, a system dependent on knights to support the realm and the church, and a way for society to recruit them. The feudal system was based on a complex web of rights and obligations among rulers, nobles, serfs, peasants, and freemen. With little or no commerce, land and its produce were the only forms of wealth and, with it, power. Each feudal lord held sway over his land grant and its people. Over time, feudalism was built on the uniformity that had been previously imposed by the Roman Empire. Due to a preexisting warrior culture, knights became exalted superstars. They were the product of long training in both military skills and spiritual and societal matters. What bound knights together as a social group was a detailed code of values, behavior, and accomplishments, including courtesy, refinement, honesty, largesse, and gallantry. Becoming a knight certainly meant developing skills of combat and the use of arms, but it also entailed hunting, learning to read, and playing games like chess.

Reche, A. (2019). « These medieval knights were the «superheroes» of their time ». *National Geographic*. Recuperado de < <https://www.nationalgeographic.com/magazine/history-magazine/article/these-medieval-knights-were-the-superheroes-of-their-time> >. (Texto editado)

**TRADUCCIÓN**

Los caballeros se encuentran entre los personajes más icónicos de la Edad Media. Sus orígenes se remontan a la caída del Imperio romano en Europa occidental, cuyo último emperador, Rómulo Augústulo, fue derrocado por un caudillo germánico en el año 476 d. C. El vacío que dejó la destrucción de Roma fue llenado parcialmente por la Iglesia católica romana y también por las relaciones entre la iglesia y los señores locales dominantes. La iglesia apoyó a los señores, en parte ungiendo reyes y señores como los gobernantes escogidos de Dios, pero también los controló por temor a cortar la aprobación de Dios a través del interdicto y la excomunión. Las alianzas entre el papado y el rey de los francos duraron 500 años. Con el tiempo, esto se **replicó** en toda Europa y condujo y apoyó el

surgimiento del feudalismo, un sistema que depende de los caballeros para mantener el reino y la iglesia, y una forma en que la sociedad los recluta. El sistema feudal se basaba en una compleja red de derechos y obligaciones entre gobernantes, nobles, siervos, campesinos y hombres libres. Con poco o ningún comercio, la tierra y sus productos eran las únicas formas de riqueza y, con ella, poder. Cada señor feudal dominaba su concesión de tierras y su gente. Con el tiempo, el feudalismo se construyó sobre la uniformidad que había impuesto previamente el Imperio romano. Debido a una cultura guerrera preexistente, los caballeros se convirtieron en superestrellas exaltadas. Eran el producto de un largo entrenamiento tanto en habilidades militares como en asuntos espirituales y sociales. Lo que unía a los caballeros como grupo social era un código detallado de valores, comportamiento y logros, que incluían cortesía, refinamiento, honestidad, generosidad y galantería. Convertirse en caballero ciertamente significaba desarrollar habilidades de combate y el uso de las armas, pero también implicaba cazar, aprender a leer y jugar juegos como el ajedrez.

1. The main idea of the text is

- A) the knights were great characters of the Middle Ages.
- B) the knights were great warriors of the Renaissance.
- C) the feudal system was based on vassalage rules.
- D) the exaltation of the warrior culture in the Middle Ages.

**Solution:**

Due to the warrior culture of the Middle Ages, knights became exalted superstar.

**Key: D**

2. What does REPLICATE most likely means?

- A) Copy
- B) Spread
- C) Explain
- D) Direct

**Solution:**

The word REPLICATE refers to a political alliance between the papacy and the French kings that spread throughout Europe, giving rise to feudalism.

**Key: B**

3. It is incompatible to say about the support of the Church to the feudal lords, that

- A) united kings and lords in the name of God.
- B) controlled the feudal lords with threats.
- C) some of their alliances lasted 500 years.
- D) gave freedom of government to feudal lords.

**Solution:**

The support of the Church to feudal lords was regulated by a series of sanctions such as interdict and excommunication.

**Key: D**

4. It can be inferred that during feudalism, economic power was based on

- A) the control of trade.
- B) possession of the land.
- C) trade slaves and serfs.
- D) possession of the animals.



**Solution:**

The feudal system was based on a complex network of rights and obligations, where the only source of economic power was the possession of the land.

**Key: B**

5. If the Church had not supported the lords, possibly
- A) there would have been no anointed kings.  
 B) the kings had submitted to the Church.  
 C) God would not have supported any kingdom.  
 D) the feudal system would not have existed.

**Solution:**

The support network between the Church and the lords made possible the rise of feudalism.

**Key: D**

## *Habilidad Lógico Matemática*

### EJERCICIOS

1. María tiene un tablero de  $6 \times 5$  con algunos cuadrados sombreados, como indica la figura. Ella escribe, en algún orden, los dígitos 1, 2, 3, 4 y 5 en la primera línea y luego completa el tablero de la siguiente manera: mira el número escrito en el cuadrado sombreado y escribe el número que ocupa la posición indicada por el cuadro sombreado como último número en la siguiente línea; luego repite los otros números en los primeros cuatro cuadrados, siguiendo el mismo orden que la fila anterior. **Por ejemplo**, si escribió 2 3 4 1 5 en la primera fila, el número escrito en el cuadrado sombreado es 4, se observa que el número que ocupa el **cuarto** lugar es 1, este se escribe en el último cuadrado de la segunda línea y se completa los demás cuadrados con los números restantes en el orden que estaban, en la segunda línea quedaría así 2 3 4 5 1. Entonces, para completar la tercera línea, como en el cuadro sombreado es el número 3, el número que ocupa la **tercera** posición es el 4, este se escribe en el último cuadrado y se obtiene 2 3 5 1 4. Bajo esta manera se obtiene el tablero de la figura. Si ya se han escrito algunos números en los cuadrados sombreados y en la última línea del tablero están los números 2 4 5 1 3, ¿en qué orden escribió María los números al inicio?

A) 5 4 1 3 2

Primera línea →

B) 5 3 4 1 2

C) 5 1 2 3 4

D) 3 5 1 2 4

Última línea →

	3			
			1	
3				
2	4	5	1	3

Figura

2	3	4	1	5
2	3	4	5	1
2	3	5	1	4
3	5	1	4	2
3	5	4	2	1
5	4	2	1	3

Ejemplo

**Solución:**

De acuerdo con las condiciones del enunciado, tenemos

Primera línea →

5	3	4	1	2
5	3	4	2	1
5	3	2	1	4
3	2	1	4	5
3	2	4	5	1
2	4	5	1	3

Figura

Por tanto, el orden en que escribió María los números al inicio es: 5 3 4 1 2.

Rpta.: B

2. Azucena y Juana juegan a distribuir números, dentro de los siete círculos dibujados sobre el símbolo Yin-Yang, tal como se muestra en la figura. Azucena le dice a Juana que distribuya los 7 primeros números primos positivos, uno dentro de cada círculo, tal que la suma máxima impar  $S_{\text{máx}}$  se debe obtener sumando los números que están en el perímetro de la parte sombreada de negro y la suma mínima impar  $S_{\text{mín}}$  debe resultar sumando los números que están en el perímetro de la parte blanca y le pide que halle la suma  $S_{\text{máx}}+S_{\text{mín}}$ . ¿Qué respuesta dio Juana si fue la correcta?

- A) 106  
B) 104  
C) 96  
D) 98



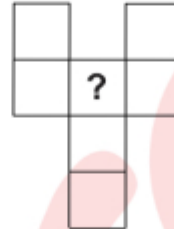
- Los siete primeros números primos son: 2; 3; 5; 7; 11; 13 y 17.
- El  $S_{\text{máx}}=11+5+2+7+13+17$  y el  $S_{\text{mín}}=11+5+2+7+13+3$
- Por tanto,  $S_{\text{máx}}+S_{\text{mín}} = 55+41=96$ .

Rpta.: C



3. Juan quiere escribir los números del 1 al 7 en los cuadrados de la cuadrícula que se muestran en la figura, con la condición de que dos números consecutivos no pueden estar en cuadrados vecinos. Dos cuadrados son vecinos si coinciden en un lado o en una esquina. ¿Qué números se pueden escribir en la celda marcada con el signo de interrogación?

- A) Solo el número 4
- B) Solo los números 1 o 7
- C) Todos los números impares
- D) Solo números pares



**Solución:**

Según las condiciones del problema, tenemos:

Distribución 1:



Distribución 2:



Por tanto, los números que se pueden escribir en la celda marcada con el signo de interrogación son 1 o 7.

**Rpta.: B**

4. Escribir en las casillas del tablero 4x4 de la figura, solamente números de un dígito, tal que, al sumar los valores en fila o columna del tablero, resulte 34. Calcular la suma de los números colocados en las dos diagonales principales del tablero.

- A) 70
- B) 69
- C) 72
- D) 68



**Solución:**

En la fila inferior, para sumar 34, deben ir 9 y 9. Luego en la primera y cuarta columna también van 9 y 9. En la primera y segunda fila superior, también se colocan 9 y 9. Finalmente, en las dos columnas centrales van 8 y 8.

9	9	9	7
7	9	9	9
9	8	8	9
9	8	8	9

Por tanto, suma en diagonales: 68.

Rpta.: D

5. En cada casilla del tablero  $3 \times 3$  de la figura, se debe escribir un número positivo, de manera que el producto de tres números escritos en cada fila y de cada columna del tablero sea 1, y que el producto de los cuatro números escritos en cualquier cuadrado  $2 \times 2$  sea 2. ¿Qué número debe ir en la casilla central?

A) 16

B) 8

C)  $\frac{1}{4}$

D)  $\frac{1}{8}$


**Solución:**

Escribamos en cada casilla del tablero las letras a, c, d, e, f, g, h, i:

a	b	c
d	e	f
g	h	i

Del dato del enunciado, se forman:

$$a \times b \times d \times e = 2 = f \times i \times d \times e = \frac{1}{c} \times \frac{1}{f} = 2 \Rightarrow c \times f = \frac{1}{2} \dots (1)$$

$$c \times f \times i = \frac{1}{2} \times i = 1 \Rightarrow i = 2$$

$$d \times e \times g \times h = 2 = d \times e \times c \times f = d \times e \times \frac{1}{2} = 2 = d \times e = 4 \dots (2)$$

$$d \times e \times f = 1 = 4 \times f = 1 \Rightarrow f = \frac{1}{4}; c = 2$$

$$b \times c \times e \times f = 2 = b \times e \times \frac{1}{2} = 2 = b \times e = 4 \dots (3)$$



$$b \times e \times h = 1 = 4 \times h = 1 \Rightarrow h = \frac{1}{4}$$

$$h \times i \times e \times f = 2 = \frac{1}{4} \times 2 \times \frac{1}{4} \times e = 2 \Rightarrow e = 16$$

Por tanto, el número que va al centro es 16.

Rpta.: A

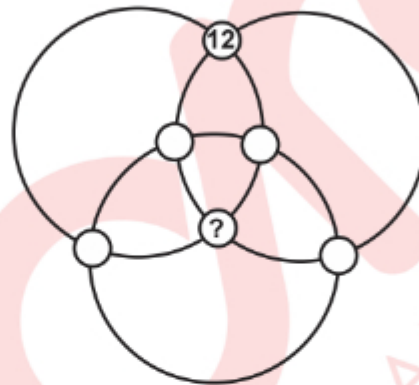
6. Los números pares del 2 al 12 se colocan en los círculos en las intersecciones de tres anillos circulares, tal como se observa en la figura. Además, se muestra la posición del número 12. Si las sumas de los números de cada anillo son las mismas, ¿qué número se coloca en el círculo con el signo de interrogación?

A) 4

B) 8

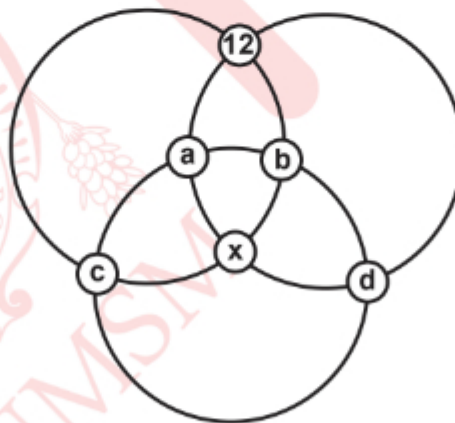
C) 2

D) 6



**Solución:**

Colocamos incógnitas en las posiciones de los números.



De acuerdo a la suma de los anillos circulares, resulta

$$b + c + x + 12 = a + d + x + 12 = a + b + c + d \Rightarrow a + b + c + d + x = 30 \Rightarrow x = 2, b + c = a + d = 14.$$

Por lo tanto,  $x = 2$ .

Rpta.: C

7. La siguiente figura muestra dos cuadrados mágicos aditivos, es decir la suma de los números escritos en cada fila, columna y diagonal de cada cuadrado es siempre la misma. Determine el valor de  $Y + Z + X$ .

A) 78

B) 101

C) 84

D) 105

43		7		
1	X			
		Y		Z
				37

**Solución:**

- En el cuadrado mágico de la parte superior, se tiene  
 $43 + 1 = X + 7$   
 $X = 37$   
 $1 + X = 7 + A$   
 $A = 31$
- En el cuadrado mágico de la parte inferior, se tiene  
 $Y + Z = A + 37$   
 $Y + Z = 68$   
 Por tanto,  $Y + Z + X = 105$

43		7		
1	37			
		31		
		Y		Z
				37

**Rpta.: D**

8. En cada casilla del tablero 5x5 de la figura, se deben escribir los números del 1 al 5, de tal forma que los números escritos en cada fila, cada columna y cada diagonal siempre sumen 15. Si los números escritos no se deben repetir en ninguna fila, columna y diagonal, ¿cuál será el valor numérico de  $2P - E + R$ ?

A) 8

B) 10

C) 9

D) 6

5				4
	P	R	E	
		1		
P	R	E		
2	5			3



**Solución:**

Escribiendo apropiadamente los números: 1,2,3,4,5

5	1	2	3	4
1	4	3	5	2
3	2	1	4	5
4	3	5	2	1
2	5	4	1	3

$$P = 4, R = 3, E = 5$$

$$\text{Por tanto: } 2P - E + R = 8 - 5 + 3 = 6$$

Rpta.: D

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. En cada casilla del tablero  $3 \times 3$  de la figura, se debe escribir un número entero positivo, de tal forma que la suma de los números escritos en cada fila, columna y diagonal sea constante. Si ya se escribieron tres de ellos, halle la suma de las cifras del número que se escribe en la casilla sombreada.

A) 4

B) 6

C) 11

D) 8

31		
37		29

**Solución:**

De la diagonal y la primera columna, tenemos que

$$x + (2+x) = 31 + 37 \Rightarrow x = 33$$

$\therefore$  La suma constante debe ser 99.

31		$2+x$
37	$x$	29

 $\Rightarrow$ 

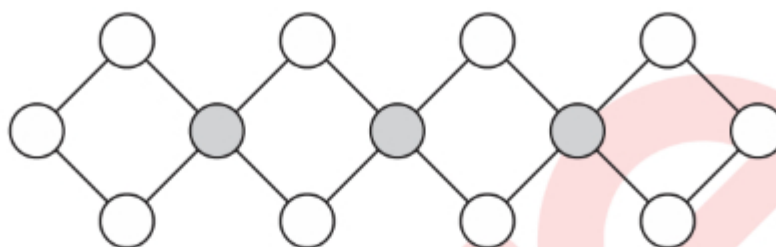
31		35
37	33	29
31		

Luego, la suma de las cifras del número que se escribe en la casilla sombreada debe ser:  $3 + 1 = 4$ .

Rpta.: A

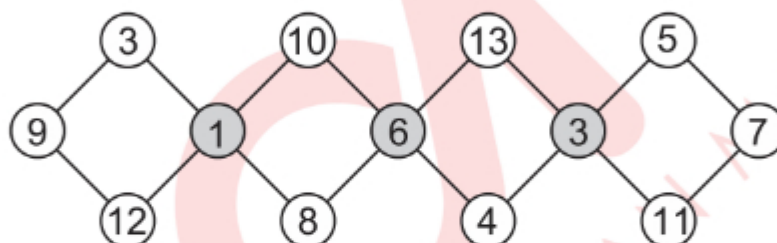
2. En la siguiente figura, distribuya los números del 1 al 13, uno en cada círculo, de forma que la suma de los números ubicados en los vértices de cada cuadrado sea la misma y la menor posible. Determine la suma de los números ubicados en las casillas sombreadas.

- A) 6  
B) 7  
C) 8  
D) 9



Solución:

En la figura, se muestra la distribución de los números.



Rpta.: D

3. La figura mostrada es un cuadrado mágico multiplicativo. Determine el valor de  $(xy)/z$ .

- A) 2  
B) 9  
C) 18  
D) 27

2		6
x	3	y
		z

Solución:

Del gráfico tenemos

- $(2) \cdot (3) = 6y \rightarrow y = 1$
- $(6) \cdot (3) = 2x \rightarrow x = 9$
- $3x = 6z \rightarrow z = \frac{9}{2}$

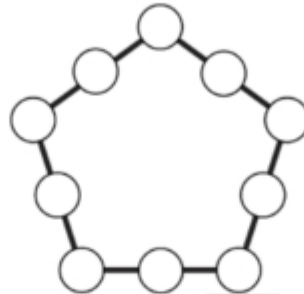
Por tanto:  $xy/z = 2$

Rpta.: A



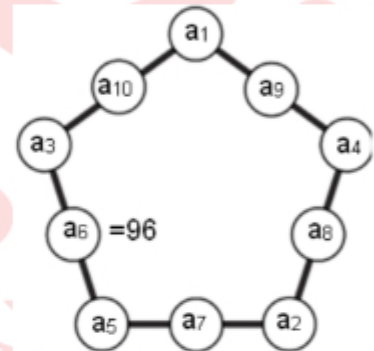
4. En el siguiente pentágono regular, distribuir los diez primeros términos de la progresión geométrica: 3, 6, 12, ..., de manera que el producto de los números en cada lado del pentágono sea lo mismo y lo mínimo posible. Halle la suma de los dos números ubicados en el pentágono, más cercanos a 96.

- A) 48
- B) 72
- C) 54
- D) 60



**Solución:**

Sean  $a_1 = 3, a_2 = 3(2^1), a_3 = 3(2^2), \dots$   
 Sea P el producto de los 3 números de cada lado del pentágono, el cual es constante y a, b, c, d y e. Los números ubicados en los vértices del pentágono. Multiplicando los 3 números en cada lado del pentágono se obtiene:  
 $P^5 = (3^{10}) (2^{45}) (abcde)_{min.}$   
 Luego: a, b, c, d, e = 3, 6, 12, 24, 48 y  $P = 3^3 2^{11}$   
 $a_6 = 3(2^5) = 96$   
 Luego, la suma de  $a_3$  y  $a_5 = 12 + 48 = 60$ .



**Rpta.: D**

5. En cada casilla del tablero 3x3 de la figura. Se han escrito los números 9, 20 y 25. Si con estos números Consuelo completa los casilleros sombreados considerando un cuadrado mágico aditivo, mientras que Sergio completa los casilleros sombreados considerando un cuadrado mágico multiplicativo, determine la diferencia positiva de la suma de los números escritos en los casilleros sombreados obtenidos por Consuelo y Sergio.

- A) 2
- B) 1
- C) 6
- D) 4

		20
		9
	25	

**Solución:**

Multiplicativo

$M_{(1;1)} = 15 \Rightarrow M_{(2;2)} = 12$

Aditivo

$A_{(1;1)} = 17 \Rightarrow A_{(2;2)} = 12$

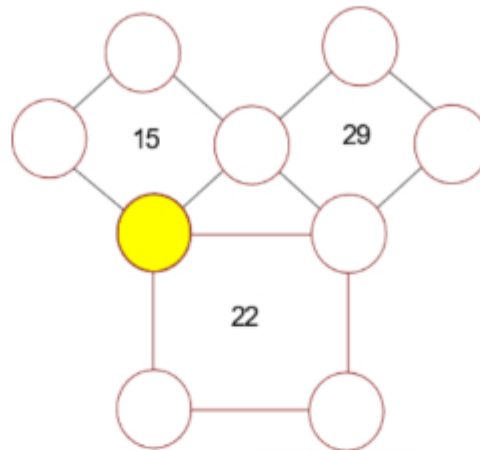
$\therefore (17 + 12) - (15 + 12) = 2$

15		20
	12	9
	25	

17		20
	12	9
	25	

**Rpta.: A**

6. Escribir los números enteros del 1 al 9 sin repetir en los 9 círculos mostrados en la figura, de tal manera que la suma de los números escritos en cada uno de los cuatro círculos que forman un cuadrilátero coincida con el número que encierra cada uno de ellos. Halle el menor valor escrito en el círculo sombreado.



A) 3

B) 4

C) 1

D) 2

**Solución:**

Tenemos

$$a + b + y + x = 15$$

$$c + d + y + z = 29$$

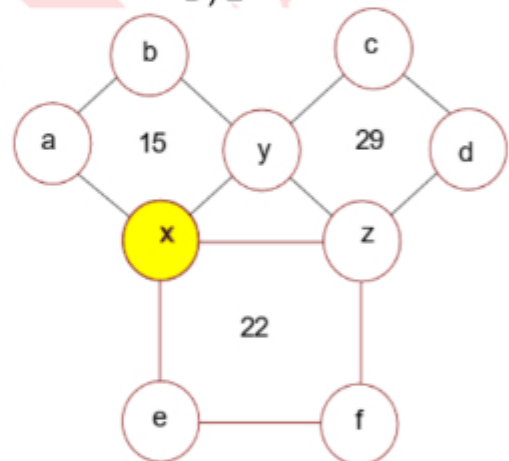
$$e + f + x + z = 22$$

$$a + b + c + d + e + f + x + y + z + x + y + z = 66$$

$$x + y + z = 21, \quad x_{\min} = 4$$

min      máx=8+9

$$a = 1, b = 2, c = 5, d = 7, e = 6, f = 3, y = 8 \text{ y } z = 9.$$



**Rpta.: B**

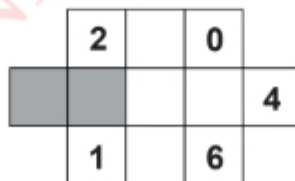
7. En la siguiente cuadrícula, queremos escribir los números desde el 0 hasta el 10 de tal manera que las casillas de dos números consecutivos no coincidan ni por lado ni por vértice. ¿Cuánto suman los números que se van a escribir en las casillas sombreadas?

A) 15

B) 14

C) 16

D) 18





**Solución:**

Escribiendo los números según las condiciones del problema, tenemos:

	2	5	0	
9	7	10	8	4
	1	3	6	

Por tanto, la suma de los números en los casilleros sombreados:  $9 + 7 = 16$

**Rpta.: C**

8. Con los números del 1 al 16, sin repetir, se forma el siguiente cuadrado mágico aditivo esto es, la suma de los cuatro números que forman las filas, columnas y diagonales sea la misma. Determine el valor de  $(p + b) f$ .

A) 24

B) 330

C) 280

D) 238

4	9	5	16
f	p	c	a
15	q	m	3
g	12	8	b

**Solución:**

Escribiendo los números del 1 al 16 de la forma siguiente e intercambiando como se muestra en la figura, tenemos:

13	9	5	1
14	10	6	2
15	11	7	3
16	12	8	4

→

4	9	5	16
14	7	11	2
15	6	10	3
1	12	8	13

De aquí, se tiene que:  $p = 7$ ;  $b = 13$ ;  $f = 14$ .

Por tanto,  $(p + b)f = (7 + 13)14 = 280$

**Rpta.: C**

## Aritmética

### EJERCICIOS

1. En una conversación entre Abel y Hugo, envasadores de vino, ellos afirman:
- Hugo dice que solo posee un tonel lleno de vino cuya capacidad, en litros, es equivalente a la suma de todos los números compuestos que se escriben con tres cifras en el sistema ternario.
  - Abel dice que posee solo cinco toneles llenos de vino, cuyas capacidades, en litros, coinciden con los cinco menores números primos de tres cifras.

¿Cuántos litros más de vino en total tiene Abel que Hugo?

- A) 389                      B) 301                      C) 179                      D) 218

**Solución:**

$N = \overline{abc}_{(3)}$  entonces

$$3^2 \leq N < 3^3 \Rightarrow 9 \leq N < 27$$

Capacidad del tonel de Hugo:  $(9 + 10 + 12 + \dots + 26) = 232$  litros

Capacidades de los cinco toneles de vino de Abel: 101, 103, 107, 109, 113 litros

$\therefore 533 - 232 = 301$  litros

**Rpta.: B**

2. Mario tiene 5845 soles y gasta, en soles, una cantidad equivalente a la suma de divisores primos positivos del número de soles que tiene. Determine la suma de las cifras del número de soles que le queda.

- A) 24                      B) 27                      C) 23                      D) 25

**Solución:**

$$5845 = 5 \times 7 \times 167$$

Falta averiguar si 167 es primo.

Aplicando el criterio de Eratóstenes:

$$\sqrt{167} = 12,9$$

Número primos menores a 12,9:

2, 3, 5, 7, 11

Al dividir 167 entre estos números primos verificamos que sus residuos todos son distintos de cero. Luego, 167 es un número primo.

Luego, el gasto es:  $5 + 7 + 167 = 179$ .

Entonces, le queda:  $5845 - 179 = 5666$

Por lo tanto,  $5 + 6 + 6 + 6 = 23$

**Rpta.: C**



3. Joel depositó en una Cooperativa cierto número de soles que, al ser descompuesto canónicamente, se expresa como:  $a^e \times e^{(r-3)} \times r^{(r-4)} \times l$  siendo esta una cantidad mínima. Si Joel retira  $\frac{(r+1)(e-2)(l-a)}{}$  soles de la Cooperativa, ¿cuánto dinero le queda depositado?

A) S/ 716                      B) S/ 1945                      C) S/ 636                      D) S/ 656

**Solución:**

Cantidad de dinero:  $N = a^e \times e^{(r-3)} \times r^{(r-4)} \times l$

Por dato,  $N$  es mínimo y esta expresado en su forma canónica se cumple que:

$a, e, r$  y  $l$  deben ser los menores números primos

$$\text{Así tenemos: } \begin{cases} a = 3 \\ e = 2 \\ r = 5 \\ l = 7 \end{cases} \text{ entonces } N = 3^2 \times 2^2 \times 5^1 \times 7 = 1260$$

Luego retira  $\frac{(r+1)(e-2)(l-a)}{}$  = 604

$$\therefore \text{Queda } 1260 - 604 = 656 \text{ soles}$$

$\therefore \text{Queda } 1260 - 604 = 656 \text{ soles}$

**Rpta.: D**

4. Angelina le dice a Liza: "Si determinas la cantidad de divisores y hallas el valor de  $n$ , al resolver:  $CD[20 \times 3^{2n+2}] = 78$ , te daré de propina, en soles, el equivalente a la diferencia de  $2n$  con la cantidad de divisores positivos simples de  $n$ ". Si Liza resolvió correctamente y halló el valor de  $n$ , ¿cuántos soles de propina recibió?

A) 8                      B) 5                      C) 9                      D) 4

**Solución:**

$$CD[2^2 \times 3^{2n+2} \times 5^1] = 78$$

Se tiene:  $78 = (3)(2n+3)(2)$  entonces  $2n+3 = 13$

Luego,  $n = 5$ .

Además,  $2n = 10$

Luego, cantidad de divisores positivos simples de  $n$  es 2: (1 y 5)

Por lo tanto, Liza recibirá:  $10 - 2 = 8$  soles.

**Rpta.: A**

5. Yolanda tiene ahorrado cierto número de soles que, al descomponerlo canónicamente, se obtiene  $2^5 \times p \times q$ , además desea comprar una laptop cuyo precio en soles es equivalente a la suma de divisores positivos de lo que tiene ahorrado. Si para comprar dicha laptop le falta el doble de su ahorro, ¿cuál es el precio, en soles, de esa laptop?

A) 1323                      B) 2032                      C) 2016                      D) 1764

**Solución:**

Sea el ahorro de Yolanda:  $N = 2^5 \times p \times q$

Precio de la Laptop:  $SD(N)$

Falta:  $2N$

$$\text{Por dato: } SD(N) = 3N \Rightarrow \left(\frac{2^6-1}{2-1}\right)(1+p)(1+q) = 3(2^5 \cdot p \cdot q)$$

$$\text{Luego, } \frac{21}{32} = \frac{pq}{(p+1)(q+1)} \text{ entonces } p = 7, q = 3$$

$$\text{Por lo tanto, el precio de la laptop es: } \left(\frac{2^6-1}{2-1}\right)(1+p)(1+q) = 2016 \text{ soles}$$

**Rpta.: C**

6. María desea comprarse una Tablet, para ello dispone de tres cuentas de ahorro de  $12^p \cdot 5^q$  soles cada una,  $p$  y  $q$  enteros positivos. Si el precio de dicha Tablet es 2015 soles, además esta cantidad es equivalente a la suma de divisores positivos, múltiplos de 5, de la cantidad que dispone en una de sus cuentas, ¿cuántos soles le sobra a María luego de adquirir la Tablet con el total de dinero de las tres cuentas?

- A) 165                      B) 135                      C) 155                      D) 145

**Solución:**

Cada cuenta:  $N = 12^p \cdot 5^q = 2^{2p} \cdot 3^p \cdot 5^q$  ..... forma canónica

$$N = 5 \cdot (2^{2p} \cdot 3^p \cdot 5^{q-1})$$

$$SD(N) \text{ múltiplo de } 5 = 5 \cdot \left(\frac{2^{2p+1}-1}{2-1}\right) \cdot \left(\frac{3^{p+1}-1}{3-1}\right) \cdot \left(\frac{5^q-1}{5-1}\right) = 2015$$

$$\rightarrow p = 2; q = 1$$

Cada cuenta de Ahorro tiene:  $12^2 \cdot 5^1 = 720$  soles

Dinero disponible:  $3(720) = 2160$

Precio de la Tablet: 2015 soles.

Por lo tanto, a María le sobra 145 soles.

**Rpta.: D**

7. El Club Deportivo Pacífico compra cierta cantidad de pelotas, equivalente al menor número que tiene 12 divisores positivos compuestos. Si dicha cantidad de pelotas se reparte equitativamente a sus 20 sedes, y el precio, en dólares, es tanto como la suma de divisores compuestos positivos del número de pelotas que le corresponde a cada sede, ¿cuál es el precio de cada pelota, en dólares?

- A) 30                      B) 34                      C) 36                      D) 24



**Solución:**

$$CD(N) = CD_{\text{primos}}(N) + CD_{\text{comp.}}(N) + 1$$

$$CD(N) = 2 + 12 + 1 = 15 \quad ; \quad N = 20^0$$

$$\text{Menor: } N = 2^4 \cdot 5^2 \quad \rightarrow \quad N = 400$$

Luego, a cada sede le corresponde  $\frac{400}{20} = 20$  pelotas.

$$SD_{\text{compuestos}}(20) = 4 + 20 + 10 = 34$$

$\therefore$  El precio de cada pelota es de 34 dólares.

**Rpta.: B**

8. Lucía ahorra en enero  $3^n$  soles y cada mes siguiente el triple de lo ahorrado el mes anterior. Si el monto total ahorrado en los tres primeros meses del año, lo puede gastar de  $\overline{an}$  maneras diferentes, en cada manera una misma cantidad entera de soles, determine el valor de  $a + n$ .

A) 10

B) 7

C) 9

D) 8

**Solución:**

$$M = 3^n + 3^{n+1} + 3^{n+2} = 3^n \cdot 13 \quad , \quad \text{Luego} \quad 2(n+1) = \overline{an} \quad \rightarrow \quad n = 10a - 2 \quad (a = 1; \quad n = 8)$$

$$\text{Por lo tanto, } (a + n) = 9$$

**Rpta.: C**

9. Se desea delimitar el perímetro de un terreno rectangular de  $990\text{m}^2$  de área. Si las dimensiones de dicho terreno, expresadas en metros, deben ser números enteros positivos y además estas dimensiones pueden ser trisecadas, en longitudes cuyas medidas, en metros, son también números enteros, determine la suma entre la cantidad de maneras que se puede y la cantidad de metros de su perímetro mínimo.

A) 134

B) 130

C) 170

D) 168

**Solución:**

$$990 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 11$$

$$CD_9(990) = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$\# \text{ maneras (por parejas) largo } \times \text{ ancho: } \frac{1}{2}(8) = 4$$

$$\text{Largo } \times \text{ ancho: } [3(110) \times 3(1)]; [3(55) \times 3(2)]; [3(22) \times 3(5)]; [3(11) \times 3(10)]$$

$$\text{El menor perímetro es: } 2(33 + 30) = 126$$

$$\therefore \text{ Suma} = 126 + 4 = 130$$

**Rpta.: B**

10. Un profesor de matemática les afirma a sus alumnos: "El número de habitantes de la ciudad en la que nos encontramos es tanto como  $\frac{11!+13!}{1099}$ , y la cantidad de divisores positivos de dicho número equivale al bono, en soles, que recibirá cada padre de familia de nuestra ciudad". ¿De cuántos soles es ese bono?

A) 210                      B) 270                      C) 420                      D) 540

**Solución:**

$$\text{Número de habitantes: } N = \frac{11!+13!}{1099} = \frac{11!+11! \cdot 12 \cdot 13}{1099} = \frac{11!(157)}{7(157)} = 2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 11$$

$$\text{Bono (en soles): } CD(N) = 9 \times 5 \times 3 \times 2 = 270$$

Por lo tanto, el bono es de 270 soles.

Rpta.: B

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. El premio mayor de una lotería es una cantidad que, descompuesto canónicamente, es  $a^c \times (a+1)^d \times b^{a+1} \times (b+2)^a$  y es el menor posible que al dividirlo por 24 se obtiene 55 divisores positivos compuestos. Si hay 11 personas que coincidieron con el número ganador y se repartieron el premio en un número entero de soles y en partes iguales, quedando el resto para el siguiente sorteo, ¿cuántos soles quedaron?

A) 2                      B) 1                      C) 4                      D) 5

**Solución:**

$$T = \frac{a^c \times (a+1)^d \times b^{a+1} \times (b+2)^a}{24} =$$

$$\frac{2^c \times 3^d \times 5^3 \times 7^2}{2^3 \times 3} = 2^{c-3} \times 3^{d-1} \times 5^3 \times 7^2$$

$$CD(T) = CD_p(T) + CD(T)_c + 1$$

$$CD(T) = 4 + 55 + 1 = 60$$

$$(c-2) \times d \times 4 \times 3 = 60 \rightarrow c = 7; d = 1$$

$$2^7 \times 3^1 \times 5^3 \times 7^2 = 128 \times 3 \times 125 \times 49$$

$$= (11+7) \times 3 \times (11+4) \times (11+5)$$

$$= (11+21) \times (11+20)$$

$$= (11-1) \times (11-2) = 11+2$$

Rpta.: A

2. Mirtha se da cuenta que la edad de Carlos coincide con el menor número que posee 12 divisores positivos y con la cantidad de divisores positivos del número  $T = \frac{42^n \times 5}{6}$ . Determine la diferencia entre la edad de Carlos y la cantidad de divisores positivos múltiplos de 9 que tiene el número T.
- A) 38                      B) 54                      C) 27                      D) 65

**Solución:**

Sea M la edad de Carlos, luego  $CD(M) = 12 = 6 \times 2$  o  $CD(M) = 12 = 3 \times 4$

Como M es el menor posible, se tiene:  $M = 2^3 \times 3^2 = 72$

Además:  $T = 2^{n-1} \times 3^{n-1} \times 5 \times 7^n$  y luego

$$CD(T) = n^2 \times 2 \times (n+1) = 72 = 18 \times 4 \Rightarrow n = 3$$

Finalmente  $CD_9(T) = 9CD(2^2 \times 5 \times 7^2) = (2+1)(1+1)(2+1) = 18$ , luego  $72 - 18 = 54$ .

**Rpta.: B**

3. El profesor le pide a Carlitos que escriba los dos menores números posibles que tengan los mismos factores primos positivos, además que tengan 35 y 39 divisores positivos, respectivamente. ¿Cuántos divisores positivos compuestos tendrá, el producto del triple del menor número por el cuádruple del mayor de los números?
- A) 165                      B) 168                      C) 163                      D) 167

**Solución:**

Sean los menores números: **M** y **N**

$$CD(M) = 35 = 5 \times 7 = (4 + 1)(6 + 1)$$

$$CD(N) = 39 = 3 \times 13 = (2 + 1)(12 + 1)$$

Luego los menores valores posibles,

$$M = 2^6 \times 3^4 \quad \text{y} \quad N = 2^{12} \times 3^2$$

Entonces,

$$3M \times 4N = 3(2^6 \times 3^4) \times 4(2^{12} \times 3^2) = 2^{20} \times 3^7$$

$$CD(3M \times 4N) = (20 + 1)(7 + 1) = 21 \times 8 = 168$$

$$CD(3M \times 4N)_{\text{compuestos}} = 168 - 3 = 165$$

**Rpta.: A**

4. En un congreso de estudiantes de Ingeniería Ambiental hubo  $P = \overline{nn55}$  participantes de los cuales 1980 han trabajado en el área de estudios de contaminación de aguas y el resto en estudios de contaminación atmosférica; de la cantidad de participantes a este evento se observó que la cantidad de divisores positivos es 20. Si  $m$  estudiantes se interesaron además por el estudio de contaminación atmosférica, siendo  $m$  la cantidad de divisores positivos no múltiplos de 11 de la cantidad de alumnos que no realizaron estudios de contaminación de aguas, ¿cuál es el valor de  $m$ ?
- A) 9                      B) 4                      C) 18                      D) 8



**Solución:**

Por dato

$$P = \overline{nn55} = \overline{nn00} + 55 = n \times 11 \times 2^2 \times 5^2 + 5 \times 11 = 5 \times 11 \times (20n + 1)$$

Como  $CD_+(P) = 20$  entonces  $CD_+(P) = 2 \times 2 \times 5$ , además  $20n + 1 \neq 5$ ; 11

Luego  $20n + 1 = q^4$  con  $q$  número primo, y como  $n < 10$  luego  $n = 4$ .

De este modo  $P = 4455$  y,

# estudiantes (contaminación de aguas) = 1980

# estudiantes (contaminación atmosférica) =  $4455 - 1980 = 2475 = 5^2 \times 3^2 \times 11$

$m = \#$  estudiantes (contaminación atmosférica) =  $3 \times 3 = 9$

**Rpta.: A**

5. Las edades de tres personas: el menor Pedro, Pablo y la mayor Pamela son números primos. Las edades de los tres suman 89 años, y la diferencia de las edades de los mayores es 58 años. Pablo se pone a calcular diciendo: "Si invertimos el orden de las cifras de nuestras edades", ¿cuántos factores primos tendrá la suma de nuestras edades de cifras invertidas?

A) 8                      B) 1                      C) 2                      D) 5

**Solución:**

$$p_1 + p_2 + p_3 = 89 \dots\dots (*)$$

$$p_3 - p_2 = 58$$

$$p_1 + 2p_3 = 147$$

Si  $p_1 = 5 \rightarrow p_3 = 71$

Reemplazando en (\*)  $p_2 = 13$

Entonces:

$$5 + 31 + 17 = 53$$

Como 53 es número primo, entonces tiene 1 factor primo.

**Rpta.: B**

6. La maravilla de los números primos lo encontramos en diversas partes de la naturaleza como el ciclo de vida de ciertas variedades de cigarras que emergen e invaden en cantidades que dependen de su especie dado por la cantidad de números primos capicúas de tres cifras, cuya primera cifra es múltiplo de cuatro, menos tres; y la cifra central es múltiplo de tres. ¿Cuántas especies de cigarras obedecen al patrón de los números primos?

A) 2                      B) 3                      C) 4                      D) 5

**Solución:**

Números primos de la forma:  $\overline{(4x-3)(3y)(4x-3)}$

Si  $x = 1 \rightarrow \{101; 131; 191\}$

Si  $x = 3 \rightarrow \{919\}$

Hay 4 especies de cigarra que emergen en cantidades de 101; 131; 191 y 919 cada 13 y 17 años según sea el caso.

**Rpta.: C**

7. ¿Cuántos terrenos en forma de triángulo rectángulo se pueden obtener con área de  $5096 \text{ m}^2$ ?, sabiendo que los catetos son números enteros, en metros.
- A) 12                      B) 15                      C) 28                      D) 23

**Solución:**

Sean los catetos a y b, entonces:

$$\frac{a \cdot b}{2} = 5096$$

$$a \cdot b = 2^4 \cdot 7^2 \cdot 13$$

$$CD = 5 \times 3 \times 2 = 30$$

$$\# \text{ de formas} = \frac{30}{2} = 15 \text{ formas}$$

**Rpta.: B**

8. Benito afirma que su edad, en años, es el menor número impar que solo admite dos factores primos cuya cantidad de divisores positivos es 6. Asimismo, la sexta parte de la suma de divisores positivos de su edad coincide con la edad de su nieto. Determine la edad del nieto de Benito, en años.
- A) 11                      B) 12                      C) 13                      D) 15

**Solución:**

Sea N la edad en años de Benito.

$$N = (3)^a (5)^b$$

$$\text{Como la } CD + (N) = 6 \rightarrow N_{\text{mínimo}} = 3^2 5^1$$

$$\rightarrow SD_+(3^2 5^1) = \left( \frac{3^3 - 1}{3 - 1} \right) \left( \frac{5^2 - 1}{5 - 1} \right) = 78$$

Luego:

$$\text{Edad (nieto)} = \frac{1}{6} (78) = 13$$

**Rpta.: C**

9. Si la edad de Ricardo es equivalente a la suma de los divisores simples del número  $K$  y la edad de su hija coincide con el menor divisor primo de dos cifras de  $K$ . Si  $K = \overline{ababab}_{(5)}$  es el mayor número posible, donde  $a$  y  $b$  son distintos, halle la diferencia de edades del padre y su hija.

A) 44                      B) 40                      C) 42                      D) 46

**Solución:**

$$K = \overline{ababab}_{(5)} = \overline{ab}_{(5)} \cdot 5^4 + \overline{ab}_{(5)} \cdot 5^2 + \overline{ab}_{(5)} = 651 \cdot \overline{ab}_{(5)} = 3 \cdot 7 \cdot 31 \cdot 43_{(5)}$$

$$K = 3 \times 7 \times 31 \times 23$$

Edad de la hija 23 años

$$SD(\text{simples}) = 1 + 3 + 7 + 31 + 23 = 65 \text{ (edad del padre)}$$

$$\text{Por lo tanto, } 65 - 23 = 42 \text{ años}$$

**Rpta.: C**

10. Entre los años, 2010 y 2014, ¡la empresa ODB estuvo vinculada a pagos por valor de 10 dólares para ganar contratos de obras públicas, que generaron un beneficio de 11! dólares. Si el número de obreros contratados en ese lapso de tiempo son tantos como la suma de la cantidad de divisores positivos, de esos pagos y de ese beneficio, determine dicho número de obreros.

A) 810                      B) 405                      C) 1080                      D) 540

**Solución:**

$$\text{Pagos vinculados: } 10! = 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$$

$$\text{Beneficios: } 11! = 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7 \times 11$$

Luego:

$$CD(10!) = 9 \times 5 \times 3 \times 2 = 270$$

$$CD(11!) = 9 \times 5 \times 3 \times 2 \times 2 = 540$$

$$\text{Por lo tanto, Cantidad de obreros es: } = 270 + 540 = 810$$

**Rpta.: A**

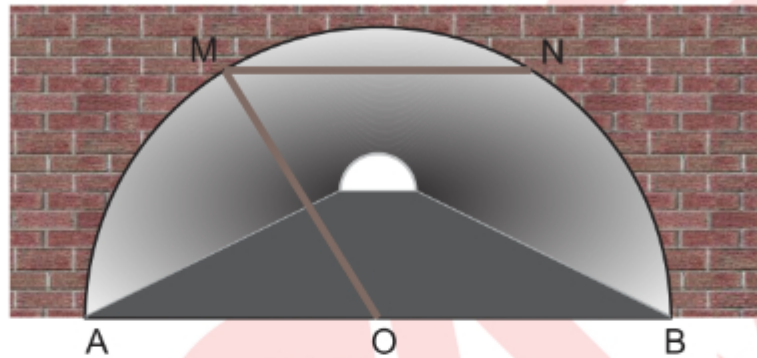


# Geometría

## EJERCICIOS

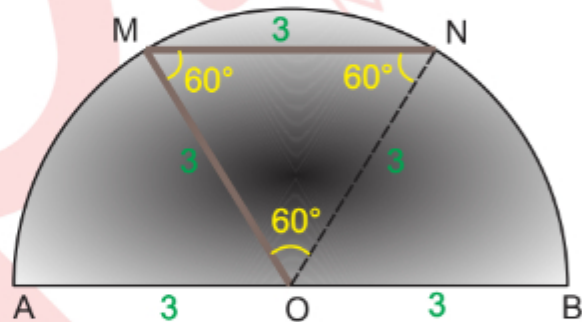
1. En la figura se muestra la parte frontal de un túnel semicircular en construcción, las varillas de hierro  $\overline{OM}$  y  $\overline{MN}$  forman un ángulo que mide  $60^\circ$ . Si la varilla  $\overline{MN}$  mide 3 m y  $AO = OB$ , ¿cuánto mide el ancho  $\overline{AB}$  del túnel?

- A) 4 m  
B) 5 m  
C) 6 m  
D) 9 m



### Solución:

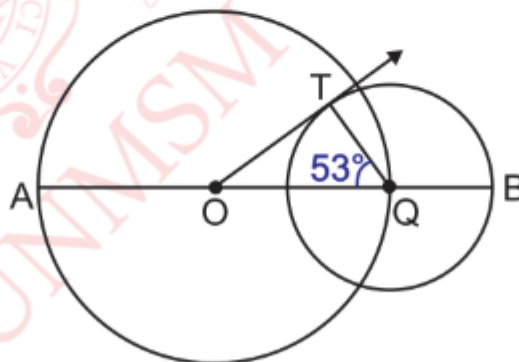
- Trazamos  $\overline{ON}$ :  
 $\Rightarrow m\widehat{MON} = m\widehat{ONM} = m\widehat{OMN} = 60^\circ$
- $\triangle OMN$ : Equilátero  
 $\Rightarrow OM = ON = MN = 3$
- $\overline{OM}$ : Radio  
 $\Rightarrow AO = OM = MN = 3$   
 $\therefore AB = 6 \text{ m}$



Rpta.: C

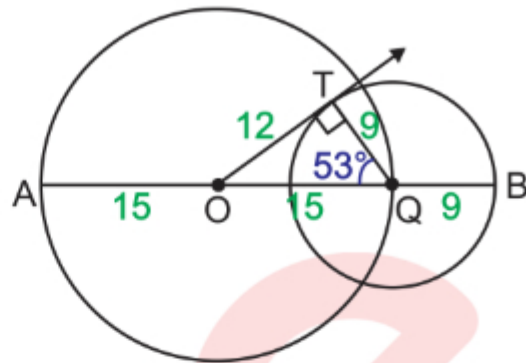
2. En la figura, O y Q son centros de las circunferencias. Si T es punto de tangencia y  $OT = 12 \text{ cm}$ , halle AB.

- A) 24 cm  
B) 30 cm  
C) 36 cm  
D) 39 cm



**Solución:**

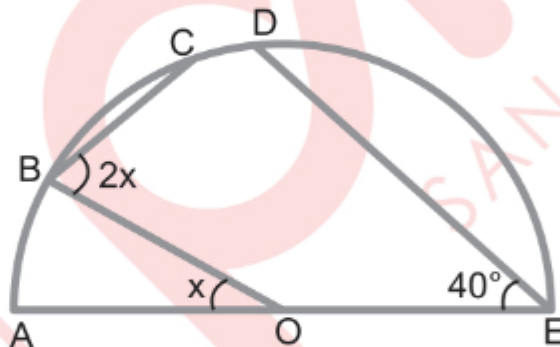
- $\triangle OTQ$ : notable de  $53^\circ - 37^\circ$   
 $\Rightarrow OQ = 15$  y  $TQ = 9$
- O es centro de la circunferencia  
 $\Rightarrow AO = OQ = 15$
- Q es centro de la circunferencia  
 $\Rightarrow TQ = QB = 9$   
 $\therefore AB = 39$  cm



Rpta.: D

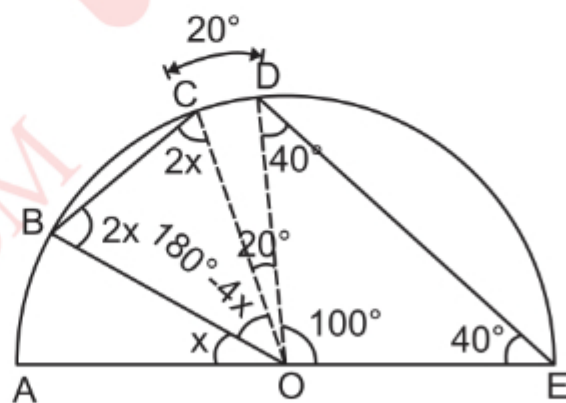
3. En la figura, se muestra parte de una estructura semicircular hecha de varillas. Si  $AO = OE$  y  $m\widehat{CD} = 20^\circ$ , halle la medida del ángulo que forman las varillas  $\overline{OA}$  y  $\overline{OB}$ .

- A)  $30^\circ$
- B)  $40^\circ$
- C)  $45^\circ$
- D)  $50^\circ$



**Solución:**

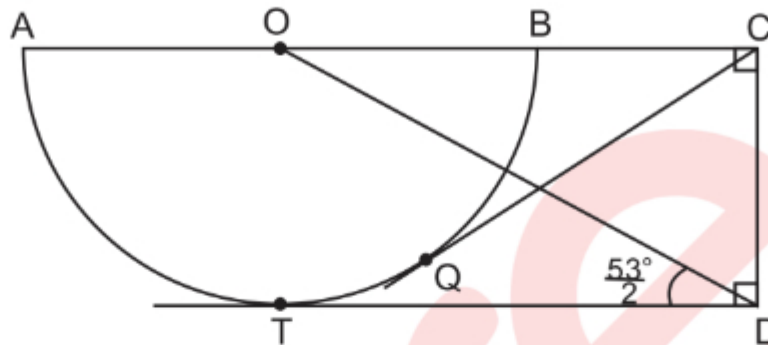
- Por ángulo central:  
 $m\widehat{COD} = 20^\circ$
- $\triangle OBC$ :  
 $m\widehat{BOC} = 180^\circ - 4x$
- $\triangle DOE$ :  
 $m\widehat{DOE} = 100^\circ$
- En O:  
 $x + (180^\circ - 4x) + 20^\circ + 100^\circ = 180^\circ$   
 $\Rightarrow x + 180^\circ - 4x + 120^\circ = 180^\circ$   
 $\Rightarrow 3x = 120^\circ$   
 $\therefore x = 40^\circ$



Rpta.: B

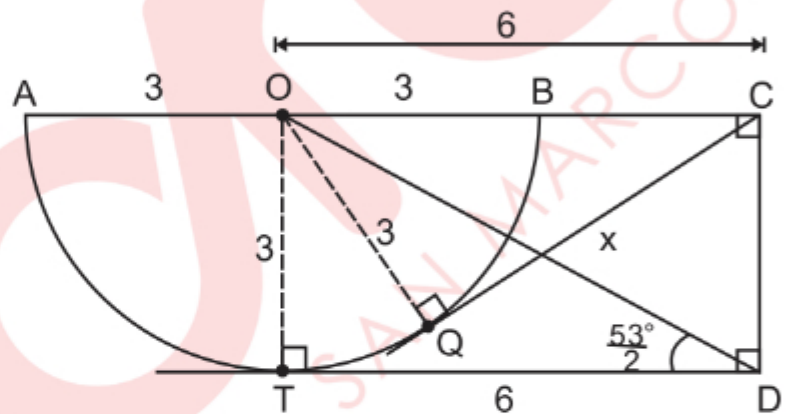
4. En la figura, T y Q son puntos de tangencia. Si O es punto medio del diámetro  $\overline{AB}$  y  $AB = 6$  cm, Halle CQ.

- A)  $2\sqrt{3}$  cm
- B)  $3\sqrt{3}$  cm
- C)  $4\sqrt{3}$  cm
- D)  $5\sqrt{3}$  cm



**Solución:**

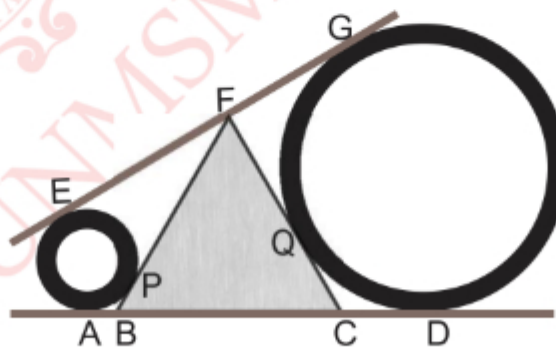
- O punto medio de  $\overline{AB}$   
 $\Rightarrow AO = OB = 3$
- $\overline{OT}$  y  $\overline{OQ}$ : radios  
 $\Rightarrow OT = OQ = 3$
- $\triangle OTD$ : notable de  $53^\circ/2$   
 $\Rightarrow TD = 6$
- $TOCD$ : rectángulo  
 $\Rightarrow OC = TD = 6$
- $\triangle OQC$ : notable de  $30^\circ$  y  $60^\circ$   
 $\Rightarrow CQ = 3\sqrt{3}$  cm



Rpta.: B

5. La figura muestra la vista lateral de dos llantas apoyadas en un taco de madera que tiene la forma de un triángulo equilátero BFC. Si A, D, P, Q, E y G son puntos de tangencia y la distancia entre los puntos de tangencia E y G mide 20 cm, halle el perímetro del triángulo BFC.

- A) 40 cm
- B) 50 cm
- C) 60 cm
- D) 70 cm

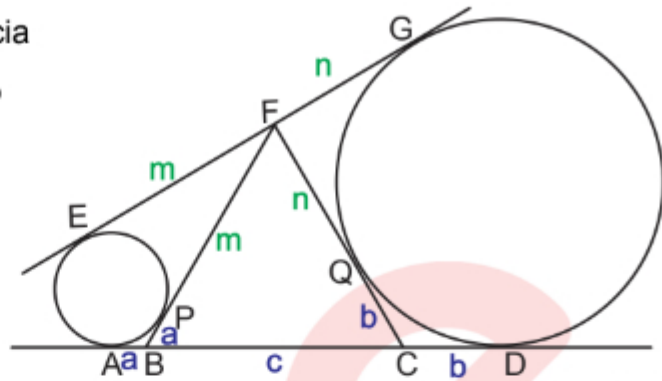


**Solución:**

- A, P, Q y D: puntos de tangencia  
 $\Rightarrow AB = BP = a$  y  $QC = CD = b$



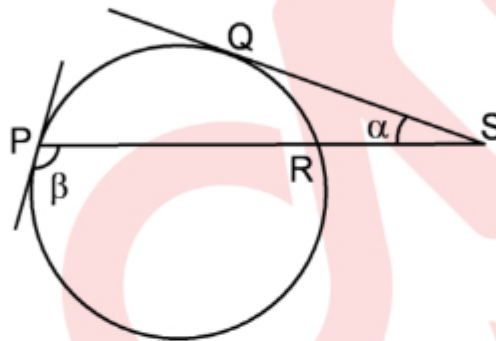
- E, P, Q y G: puntos de tangencia  
 $\Rightarrow EF = FP = m$  y  $QC = CD = b$
- $EG = AD$   
 $m + n = a + b + c = 20$
- $2p_{\Delta BFC} = m + n + a + b + c$   
 $\therefore 2p_{\Delta BFC} = 40 \text{ cm}$



Rpta.: A

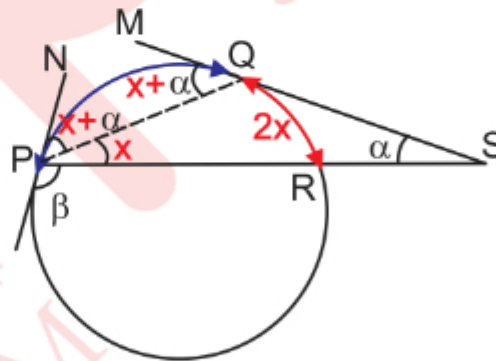
6. En la figura, P y Q son puntos de tangencia. Si  $\alpha + \beta = 160^\circ$ , halle  $m\widehat{QR}$ .

- A)  $20^\circ$
- B)  $30^\circ$
- C)  $40^\circ$
- D)  $50^\circ$



**Solución:**

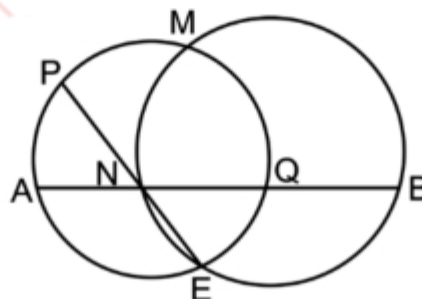
- $\Delta SPQ$ :  
 $m\widehat{MQP} = x + \alpha$
- P y Q puntos de tangencia  
 $\Rightarrow m\widehat{NPQ} = m\widehat{MQP} = x + \alpha$
- En P: Par lineal  
 $\Rightarrow \beta + (x + \alpha + x) = 180^\circ$   
 $\therefore 2x = 20^\circ$



Rpta.: A

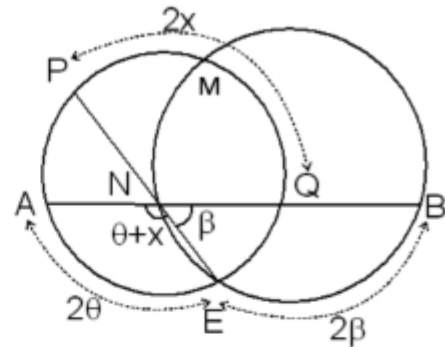
7. En la figura,  $m\widehat{AE} + m\widehat{EB} = 260^\circ$ . Halle  $m\widehat{PMQ}$ .

- A)  $80^\circ$
- B)  $90^\circ$
- C)  $100^\circ$
- D)  $130^\circ$



**Solución:**

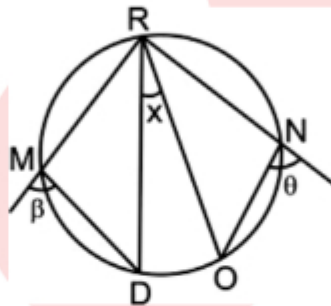
- Dato:  $2\theta + 2\beta = 260^\circ$
- Por Ángulo interior:  $m\widehat{ANE} = \frac{2\theta + 2x}{2} = \theta + x$
- Por Ángulo Inscrito:  $m\widehat{ENB} = \beta$
- De la figura:  $\theta + \beta + x = 180^\circ$   
 $\Rightarrow x = 50^\circ$   
 $\therefore m\widehat{PMQ} = 100^\circ$



Rpta.: C

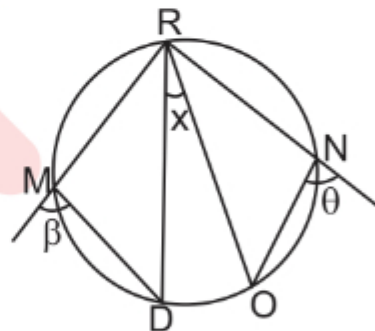
8. En la figura,  $\theta + \beta = 150^\circ$ . Halle x.

- A)  $20^\circ$
- B)  $30^\circ$
- C)  $40^\circ$
- D)  $10^\circ$



**Solución:**

- Por ángulo ex – inscrito:  
 $m\widehat{RNO} = 2\theta \wedge m\widehat{RMD} = 2\beta$
- Del dato:  
 $2\theta + 2\beta = 300^\circ \Rightarrow m\widehat{DO} = 60^\circ$   
 $\therefore x = 30^\circ$



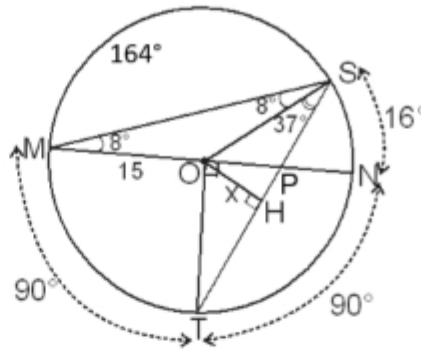
Rpta.: B

9. En una circunferencia cuyo radio mide 15 m, se trazan las cuerdas  $\overline{MN}$  y  $\overline{ST}$  que se intersectan en P. Si  $m\widehat{NT} = m\widehat{TM} = 90^\circ$  y  $m\widehat{MS} = 164^\circ$ , halle la distancia entre los puntos medios de dichas cuerdas.

- A) 6 m
- B) 15 m
- C) 12 m
- D) 9 m

**Solución:**

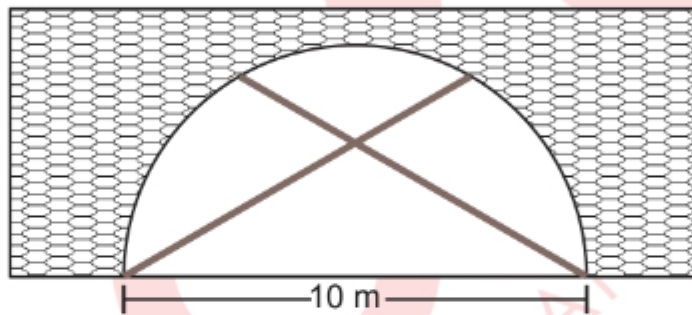
- $\triangle MOS$ : Isósceles  
 $\Rightarrow OM = OS = 15$
- $\triangle OHS$ : Notable de  $37^\circ$  y  $53^\circ$   
 $\Rightarrow x = 9 \text{ m}$



Rpta.: D

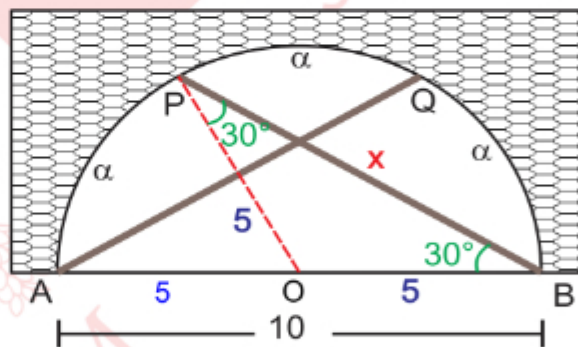
10. En la figura, se muestra la vista frontal de la entrada semicircular a un túnel en construcción; para evitar su caída se colocan soportes de fierro de igual longitud y que determinan tres arcos congruentes en la semicircunferencia. Halle la longitud de un soporte.

- A)  $5\sqrt{3} \text{ m}$
- B)  $5\sqrt{2} \text{ m}$
- C)  $3\sqrt{5} \text{ m}$
- D)  $2\sqrt{2} \text{ m}$



**Solución:**

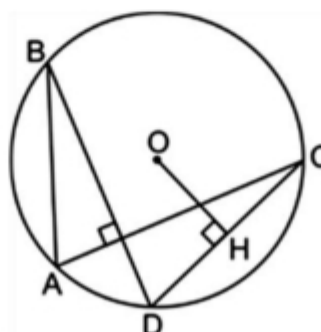
- De la circunferencia  
 $3\alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ$
- Por ángulo inscrito:  
 $m\widehat{ABP} = 30^\circ$
- Trazar  $\overline{OP}$ :  
 $\Rightarrow AO = OB = OP = 5$
- $\triangle POB$ : isósceles  
 $x = 5\sqrt{3} \text{ m}$



Rpta.: A

11. En la figura, O es centro de la circunferencia. Si  $AB = 12 \text{ cm}$ , halle OH.

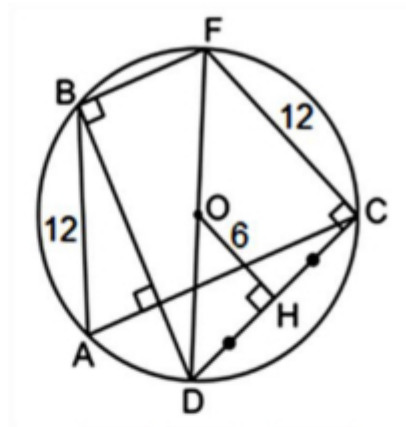
- A) 6 cm
- B) 5 cm
- C) 4 cm
- D) 3 cm





**Solución:**

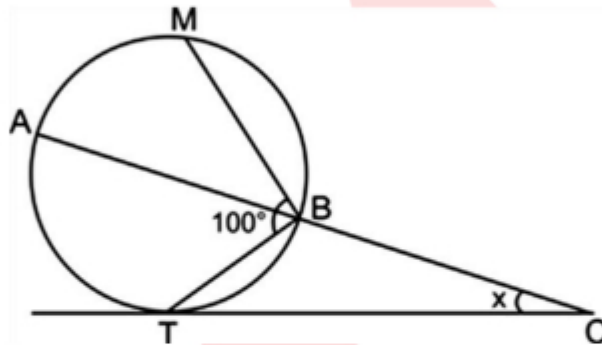
- Trazar el diámetro  $\overline{DF}$   
 $\Rightarrow m\widehat{FBD} = m\widehat{FCD} = 90^\circ$
- Como  $\overline{BF} \parallel \overline{AC}$   
 $\Rightarrow AB = FC$
- $\triangle FCD$ : Base media  
 $\Rightarrow OH = 6 \text{ cm}$



Rpta.: A

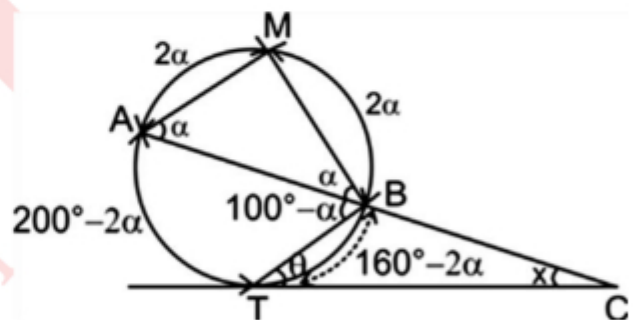
12. En la figura, T es punto de tangencia y  $m\widehat{AM} = m\widehat{MB}$ . Halle x.

- A)  $10^\circ$
- B)  $20^\circ$
- C)  $30^\circ$
- D)  $40^\circ$



**Solución:**

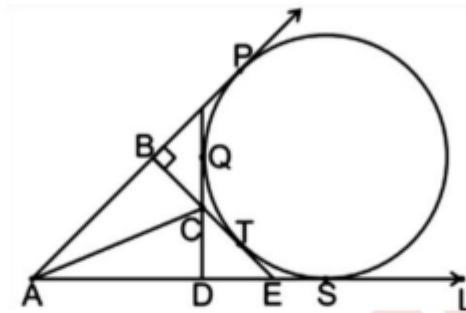
- $\triangle AMB$ : Isósceles  
 $\Rightarrow m\widehat{ABT} = 100^\circ - \alpha$   
 $\Rightarrow m\widehat{TB} = 160^\circ - 2\alpha$
- Ángulo semi inscrito:  $\theta = 80^\circ - \alpha$
- $\triangle TBC$ : ángulo exterior  
 $x + \theta = 100^\circ - \alpha$   
 $x + \frac{80^\circ - \alpha}{\theta} = 100^\circ - \alpha$   
 $\Rightarrow x = 20^\circ$



Rpta.: B

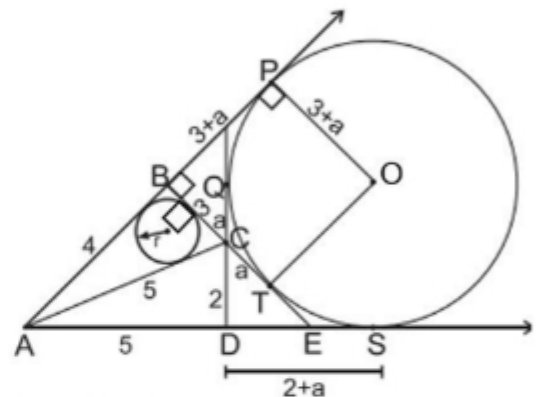
13. En la figura, P, Q, T y S son puntos de tangencia. Si  $BC = 3$  m,  $CD = 2$  m y  $AD = 5$  m, halle la longitud del inradio del triángulo ABC.

- A) 1 m
- B) 2 m
- C) 2,5 m
- D) 1,5 m



**Solución:**

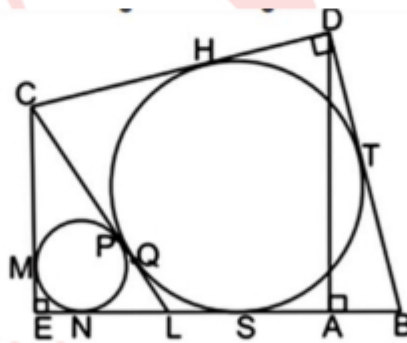
- Teorema de las tangentes:  $CT = CQ = a$   
 $QD = DS = 2 + a$   
 $AP = AS = 7 + a$   
 $\Rightarrow AB = 4$
- $\triangle ABC$ : notable de  $37^\circ$  y  $53^\circ$   
 $\Rightarrow AC = 5$
- $\triangle ABC$ : Teorema de Poncelet  
 $4 + 3 = 5 + 2r$   
 $\Rightarrow r = 1$  m



Rpta.: A

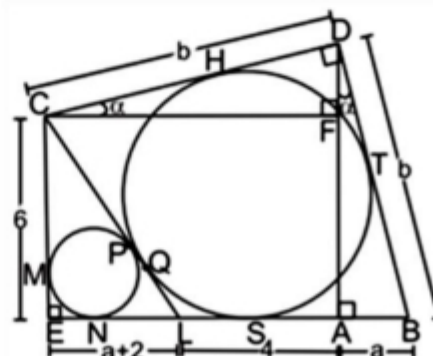
14. En la figura, M, N, P, Q, S, T y H son puntos de tangencia. Si  $CD = DB$ ,  $LA = 4$  m y  $DA - AB = 6$  m, halle la longitud del inradio del triángulo rectángulo CEL.

- A) 3 m
- B) 1,5 m
- C) 2 m
- D) 1 m



**Solución:**

- $\triangle CFD \cong \triangle DAB$  (A-L-A)  
 $\Rightarrow DA = CF = 6 + a$   
 $\Rightarrow FA = 6$
- CDBL: Teorema de Pitot  
 $\Rightarrow a + b + 4 = CL + b$   
 $\Rightarrow CL = a + 4$



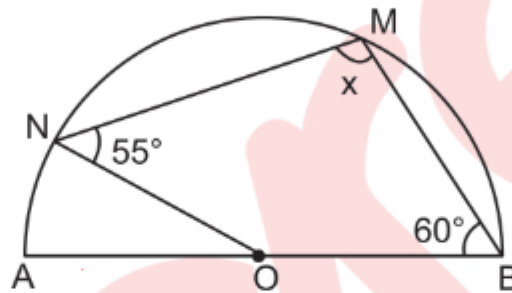
- $\triangle$  CEL: Teorema de Poncelet  
 $\Rightarrow 6 + a + 2 = a + 4 + 2r$   
 $\therefore r = 2 \text{ m}$

Rpta.: C

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

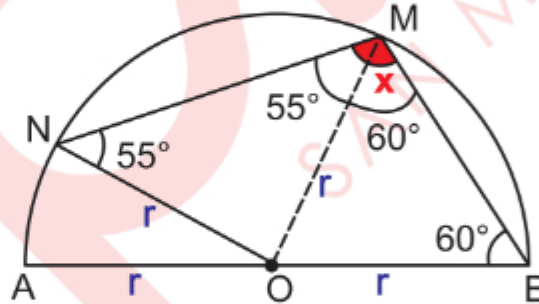
1. En la figura, O es punto medio del diámetro  $\overline{AB}$  de la semicircunferencia. Halle x.

- A)  $100^\circ$
- B)  $105^\circ$
- C)  $110^\circ$
- D)  $115^\circ$



**Solución:**

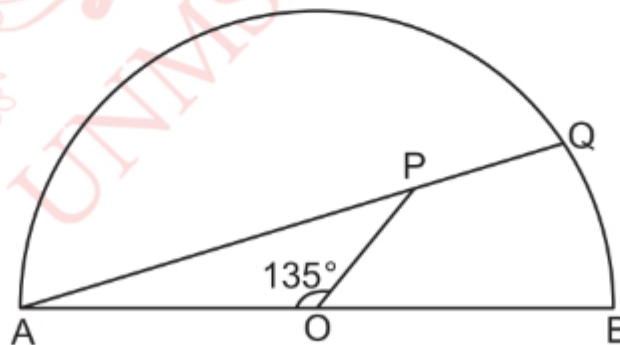
- Trazamos  $\overline{OM}$   
 $\Rightarrow NO = OM = OB = r$
- $\triangle NOM$ : isósceles  
 $\Rightarrow m\widehat{NMO} = 55^\circ$
- $\triangle MOB$ : isósceles  
 $\Rightarrow m\widehat{OMB} = 60^\circ$   
 $\therefore x = 115^\circ$



Rpta.: D

2. En la figura, O es punto medio del diámetro  $\overline{AB}$  de la semicircunferencia. Si  $OP = PQ$ , halle  $m\widehat{PAO}$ .

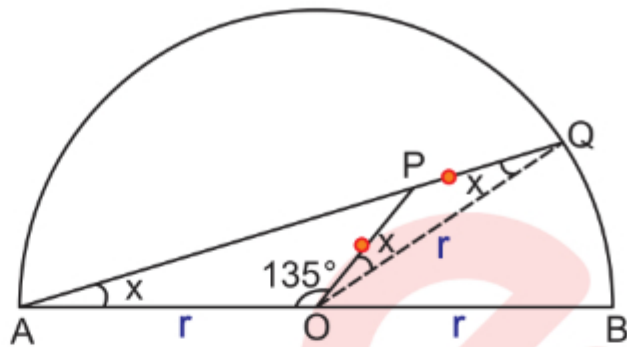
- A)  $12^\circ$
- B)  $15^\circ$
- C)  $20^\circ$
- D)  $25^\circ$





**Solución:**

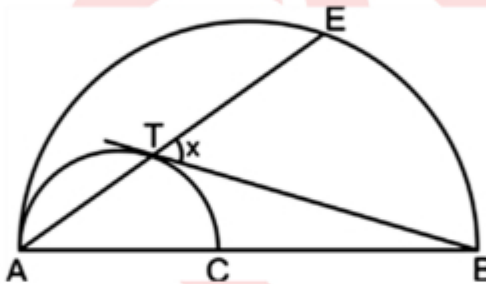
- $\triangle AOQ$ : isósceles  
 $m\widehat{QAC} = m\widehat{OQA} = x$
- $\triangle OPQ$ : isósceles  
 $m\widehat{POQ} = m\widehat{OQP} = x$
- $\triangle AOQ$   
 $x + 135^\circ + x + x = 180^\circ$   
 $\Rightarrow 3x = 45^\circ$   
 $\therefore x = 15^\circ$



Rpta.: B

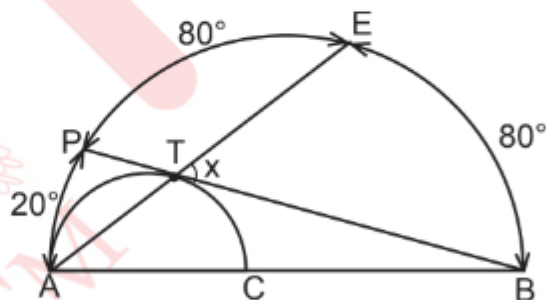
3. En la figura,  $\overline{AC}$  y  $\overline{AB}$  son diámetros, A y T son puntos de tangencia. Si  $m\widehat{BE} = 80^\circ$ , halle x.

- A)  $30^\circ$
- B)  $45^\circ$
- C)  $50^\circ$
- D)  $60^\circ$



**Solución:**

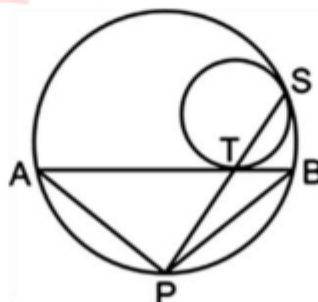
- Teorema.:  $m\widehat{PE} = m\widehat{BE} = 80^\circ$
- Ángulo Interior:  
 $x = \frac{20^\circ + 80^\circ}{2} = 50^\circ$



Rpta.: C

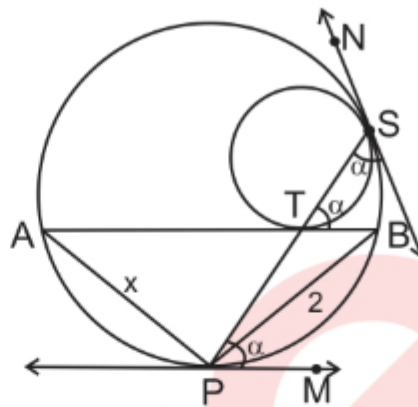
4. En la figura, T y S son puntos de tangencia. Si  $BP = 2$  m, halle AP.

- A) 1 m
- B) 2 m
- C) 3 m
- D) 4 m



**Solución:**

- Trazar las tangentes  $\overline{NS}$  y  $\overline{PM}$   
 $\Rightarrow \overline{AB} \parallel \overline{PM}$
- $\overline{AB} \parallel \overline{PM}$ :  
 $\Rightarrow m\widehat{AP} = m\widehat{PB}$   
 $\Rightarrow x = 2m$



Rpta.: B

5. En la figura 2 se muestra la vista superior del pozo de la figura, el tablón de madera  $\overline{AB}$  es diámetro de la circunferencia en la figura 2. Si  $BH = 3AH$  y  $MH = 6$  dm, halle la medida del radio del pozo.

- A)  $\sqrt{3}$  dm
- B)  $2\sqrt{3}$  dm
- C)  $3\sqrt{3}$  dm
- D)  $4\sqrt{3}$  dm



Figura 1

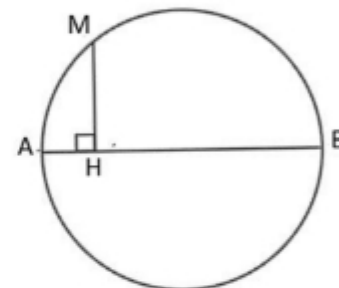
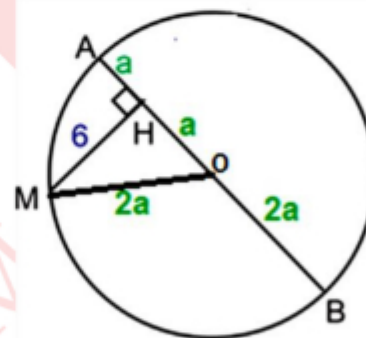


Figura 2

**Solución:**

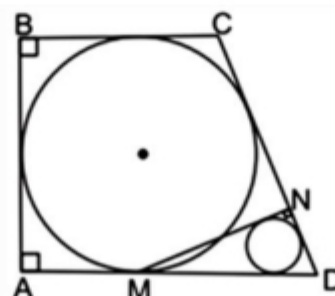
- Dato:  $AH = a$  y  $HB = 3a$
- O centro  
 $\Rightarrow OM = 2a$
- $\triangle MHO$ : notable de  $30^\circ$  y  $60^\circ$   
 $\Rightarrow a = 2\sqrt{3}$   
 $\therefore 2a = 4\sqrt{3}$  dm



Rpta.: D

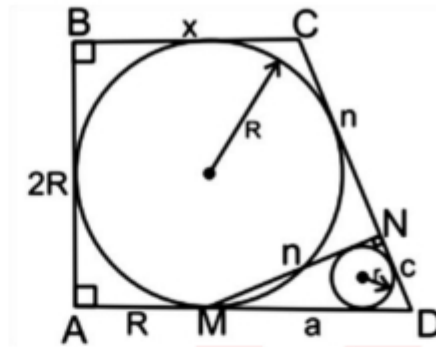
6. En la figura, el cuadrilátero ABCD está circunscrito a la circunferencia cuyo radio mide R y el radio de la circunferencia inscrita en el triángulo rectángulo MND mide r. Si  $CN = NM$  y  $R + 2r = 8$  m, halle BC.

- A) 5 m
- B) 6 m
- C) 7 m
- D) 8 m



**Solución:**

- ABCD: Teorema Pitot  
 $2R + n + c = x + R + a$   
 $R + n + c = x + a \dots (*)$
- $\triangle MND$ : Teorema Poncelet  
 $n + c = a + 2r \dots (**)$
- $(**)$  en  $(*)$ :  
 $R + a + 2r = x + a$   
 $\therefore x = 8 \text{ m}$



Rpta.: D





# Álgebra

## EJERCICIOS

1. Isabel tenía en su huerto  $(3p)$  manzanos y, de cada uno ellos, cosechó tantas manzanas como manzanos tenía. Ahora Isabel tiene  $(3p+4)$  manzanos y de cada uno cosecha  $(3p+6)$  manzanas. Si la diferencia entre la segunda y primera cosecha (en ese orden) ha sido de 684 manzanas, ¿cuántos manzanos tenía inicialmente Isabel en su huerto?

A) 60 manzanos      B) 72 manzanos      C) 66 manzanos      D) 70 manzanos

### Solución:

La cosecha = (Nro. de manzanos) (Nro. de manzanas que cosechó)

La primera cosecha =  $(3p)(3p) = 9p^2$

La segunda cosecha =  $(3p+4)(3p+6) = (3p)^2 + (4+6)(3p) + (4)(6) = 9p^2 + 30p + 24$

La diferencia entre la segunda y primera cosecha:

$$9p^2 + 30p + 24 - 9p^2 = 30p + 24$$

$$\text{Por dato: } 30p + 24 = 684 \Rightarrow p = 22 \Rightarrow 3p = 66$$

∴ Inicialmente tenía 66 manzanos.

**Rpta.: C**

2. Cierta número de amigas deciden tejer manteles para vender. Si  $\left(x + \frac{1}{x}\right)$  representa el precio, en dólares, de cada mantel y  $\left(\frac{x^6 + 1}{x^3}\right)$  el número de manteles que tejen para vender, ¿cuál es el ingreso que se obtiene por la venta de todos los manteles, si se cumple que  $x^2 - 7x + 1 = 0$ ?

A) \$ 1254      B) \$ 2401      C) \$ 2254      D) \$ 2524

### Solución:

$$\text{Por dato: } x^2 - 7x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = 7x \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 7$$

Luego, elevando al cubo

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = 7^3 \Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + 3x\left(\frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right) = 343$$

$$\Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = 343 - 3(7) = 322 \Rightarrow \frac{x^6 + 1}{x^3} = 322$$

$$\Rightarrow \text{Ingreso} = (\text{Precio de cada mantel})(\text{cantidad})$$

$$\Rightarrow \text{Ingreso} = (7)(322) = 2254$$

∴ El ingreso que se obtiene por la venta de todos los manteles es \$ 2254 .

**Rpta.: C**

3. Miguel compró  $(x+9)$  paquetes que contenían  $(x^2 - 9(x-9))$  hojas cada uno, para utilizarlo en su imprenta. Si primero utilizó 700 y luego  $\left[ \frac{(x+1)^2 + (x-1)^2}{2} \right]$  hojas quedándole 1238 hojas, ¿cuántos paquetes compró Miguel?
- A) 11                      B) 20                      C) 9                      D) 12

**Solución:**

Por dato:

- I) Miguel compró  $(x+9)$  paquetes, donde cada paquete tiene  $(x^2 - 9x + 81)$  hojas  
 $\Rightarrow$  compró  $(x+9)(x^2 - 9x + 81)$  hojas

- II) Utilizó 700 y  $\left[ \frac{(x+1)^2 + (x-1)^2}{2} \right]$  hojas, entonces le quedan

$$(x+9)(x^2 - 9x + 81) - 700 - \left[ \frac{(x+1)^2 + (x-1)^2}{2} \right] = 1238$$

$$(x^3 + 9x^2) - 700 - [x^2 + 1] = 1238$$

$$\Rightarrow x^3 - x^2 = 1210 \Rightarrow x^2(x-1) = 11^2(11-1) \Rightarrow x = 11 \Rightarrow x+9 = 20$$

$\therefore$  Miguel compró 20 paquetes.

**Rpta.: B**

4. Un empleado de un aserradero coge un listón de madera de  $(x^3 + 135)$  cm de longitud y desea cortar de forma exacta en  $(x+8)(x+5)$  partes, de modo que cada una de las partes tenga como longitud  $(x-3)$  cm. Determine cuántos cortes se realizaron.
- A) 130                      B) 131                      C) 128                      D) 129

**Solución:**

- I) Longitud del listón = (Nro. de partes).(Longitud de cada parte)

$$(x^3 + 135) = (x+8)(x+5).(x-3)$$

Usando la identidad de Steven

$$\Rightarrow x^3 + 135 = x^3 + (8+5-3)x^2 + [(8 \cdot 5) + 8(-3) + 5(-3)]x + (8)(5)(-3)$$

$$\Rightarrow x^3 + 135 = x^3 + 10x^2 + x - 120 \Rightarrow 10x^2 + x - 255 = 0$$

$$\Rightarrow (x-5)(10x+51) = 0 \Rightarrow x = 5$$

$$\Rightarrow \text{Nro. de partes} = (x+8)(x+5) = (5+8)(5+5) = 130$$

- II) Nro. de cortes = (Nro. de partes) - 1

$\therefore$  Nro. de cortes = 129.

**Rpta.: D**

5. Se tiene tres cubos mágicos cuyos lados son  $a$ ,  $b$  y  $c$  cm. Si la sexta parte de la suma de las áreas totales de estos tres cubos es  $433 \text{ cm}^2$  y el área total de un paralelepípedo rectangular recto, cuyas dimensiones son  $a$ ,  $b$  y  $c$  cm, es  $792 \text{ cm}^2$ , determine la altura de la torre que se puede formar con los tres cubos, colocándolos uno sobre otro.

A) 28 cm

B) 35 cm

C) 42 cm

D) 32 cm

**Solución:**

Para los cubos

$$\bullet \frac{6a^2 + 6b^2 + 6c^2}{6} = 433 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 433$$

Para el paralelepípedo

$$\bullet 2(ab + bc + ac) = 792$$

Luego, sabemos que:

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ac)$$

$$\rightarrow (a + b + c)^2 = 433 + 792$$

$$\rightarrow (a + b + c)^2 = 1225 \Rightarrow a + b + c = 35$$

$\therefore$  La altura de la torre que se puede formar con los tres cubos, colocándolos uno sobre otro será 35 cm.

Rpta.: B

6. Si  $\sqrt[12]{a} = -\sqrt[12]{b} - \sqrt[12]{c}$ , calcule  $N = \left[ \frac{9\sqrt[6]{abc} - (\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})}{\sqrt[4]{ab} + \sqrt[4]{ac} + \sqrt[4]{bc}} \right]^{\frac{1}{2}}$ .

A)  $\sqrt{2}$ B)  $\sqrt[4]{2}$ 

C) 2

D) 4

**Solución:**

$$\text{Del dato: } \sqrt[12]{a} = -\sqrt[12]{b} - \sqrt[12]{c} \Rightarrow \sqrt[12]{a} + \sqrt[12]{b} + \sqrt[12]{c} = 0$$

De la condicional

$$\sqrt[12]{a^3} + \sqrt[12]{b^3} + \sqrt[12]{c^3} = 3 \sqrt[12]{a} \cdot \sqrt[12]{b} \cdot \sqrt[12]{c} \Rightarrow \sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b} + \sqrt[4]{c} = 3 \sqrt[12]{abc}$$

Elevando al cuadrado

$$[\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b} + \sqrt[4]{c}]^2 = [3 \sqrt[12]{abc}]^2$$

$$\sqrt[4]{a^2} + \sqrt[4]{b^2} + \sqrt[4]{c^2} + 2[\sqrt[4]{a}\sqrt[4]{b} + \sqrt[4]{b}\sqrt[4]{c} + \sqrt[4]{a}\sqrt[4]{c}] = 9\sqrt[6]{abc}$$

$$\Rightarrow 2(\sqrt[4]{ab} + \sqrt[4]{bc} + \sqrt[4]{ac}) = 9\sqrt[6]{abc} - (\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})$$

Luego

$$N = \left[ \frac{9\sqrt[6]{abc} - (\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})}{\sqrt[4]{ab} + \sqrt[4]{ac} + \sqrt[4]{bc}} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[ \frac{2(\sqrt[4]{ab} + \sqrt[4]{bc} + \sqrt[4]{ac})}{\sqrt[4]{ab} + \sqrt[4]{ac} + \sqrt[4]{bc}} \right]^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

Rpta.: A



7. Las tres aristas de una caja rectangular sin tapa tienen como medidas "x" ft, "y" ft y "z" ft. Si las medidas de las tres aristas de la caja cumplen la condición  $\frac{x^2 - yz}{x} + \frac{y^2 - xz}{y} + \frac{z^2 - xy}{z} = 0$  y además el área total de la caja es  $45 \text{ ft}^2$ , halle el volumen de la caja.
- A)  $27 \text{ ft}^3$                       B)  $45 \text{ ft}^3$                       C)  $36 \text{ ft}^3$                       D)  $18 \text{ ft}^3$

**Solución:**

De la condición

$$\frac{x^2 - yz}{x} + \frac{y^2 - xz}{y} + \frac{z^2 - xy}{z} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^2yz - (yz)^2}{xyz} + \frac{xzy^2 - (xz)^2}{xyz} + \frac{xyz^2 - (xy)^2}{xyz} = 0$$

$$\Rightarrow (xy)(xz) - (yz)^2 + (xy)(yz) - (xz)^2 + (yz)(xz) - (xy)^2 = 0$$

$$\Rightarrow (xy)^2 + (yz)^2 + (xz)^2 = (xy)(yz) + (xy)(xz) + (yz)(xz)$$

$$\text{Si hacemos } xy = a, yz = b, xz = c \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc$$

$$\Rightarrow a = b = c \Rightarrow x = y = z$$

$$\text{Por dato: } \text{área total de la caja} = 45 \text{ ft}^2$$

$$5x^2 = 45 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow x = y = z = 3 \Rightarrow xyz = 27$$

$$\therefore \text{Volumen de la caja: } 27 \text{ ft}^3.$$



8. El profesor Óscar plantea en la pizarra el siguiente problema: "Dado tres números reales, cuya suma de cubos es igual a 4 veces su producto, además su suma de cuadrados es igual a sus sumas binarias aumentado en 1, halle la suma de divisores positivos del producto del inverso multiplicativo del promedio aritmético con el cubo del promedio geométrico de los números dados". Si Gabriel es uno de sus estudiantes cuya respuesta excede en 3 unidades a la respuesta correcta, diga usted cual fue el resultado de Gabriel.

- A) 4                      B) 5                      C) 7                      D) 12

**Rpta.: A**

**Solución:**

Sea  $x, y, z \in \mathbb{R}$  tal que  $x^3 + y^3 + z^3 = 4xyz$ ,  $x^2 + y^2 + z^2 = xy + xz + yz + 1$

Entonces  $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = xyz$ , usando la identidad de Gauss se tiene:

$$(x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz) = xyz$$

$$x + y + z = xyz$$

Luego del producto del inverso multiplicativo del promedio aritmético con el cubo del promedio geométrico de los números dados es:

$$\left(\frac{3}{x + y + z}\right) \cdot (\sqrt[3]{xyz})^3 = 3, \text{ donde la suma de divisores positivos del resultado es } 4$$

$\therefore$  El resultado de Gabriel es 7.

Rpta.: C

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Ángel tiene tres parcelas, las dos primeras de forma cuadrada y la tercera rectangular en donde las medidas en metros de este último son igual a la longitud del lado de cada parcela cuadrada. Si la suma de las áreas de las dos primeras parcelas más el doble del área de la tercera es  $25 \text{ m}^2$  y además el valor del producto de la suma con la diferencia de las longitudes de la tercera parcela es 5, halle el área de la parcela rectangular.

A)  $5 \text{ m}^2$

B)  $8 \text{ m}^2$

C)  $4 \text{ m}^2$

D)  $6 \text{ m}^2$

**Solución:**

Consideremos las parcelas de lados



Por dato

$$x^2 + y^2 + 2xy = 25 \quad \dots (i)$$

$$(x + y)(x - y) = 5 \quad \dots (ii)$$

De (i) se tiene  $(x + y)^2 = 25$

Como  $x > 0$ ,  $y > 0 \Rightarrow x + y = 5$

De (ii) se tiene  $x - y = 1$

Por Legendre

$$(x + y)^2 - (x - y)^2 = 4xy$$

$$(5)^2 - (1)^2 = 4xy \Rightarrow xy = 6$$

$\therefore$  El área de la parcela rectangular es:  $6 \text{ m}^2$

Rpta.: D

2. Si  $x^2 - 3x = -1$  con  $x > 1$ , determine el ingreso de una empresa si se venden 80 unidades de un producto, a un precio unitario de

$$p = \left[ \left( \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \right) \left( \sqrt[16]{3(x - x^{-1})(x^2 + x^{-2})(x^4 + x^{-4})(x^8 + x^{-8}) + x^{-16}} \right) \right] 50 \text{ soles.}$$

- A) 12 000 soles      B) 22 000 soles      C) 23 000 soles      D) 24 000 soles

**Solución:**

I) Como  $x^2 - 3x = -1 \Rightarrow x^2 + 1 = 3x \Rightarrow x + x^{-1} = 3$

$$\begin{aligned} \text{II) } & \sqrt[16]{3(x - x^{-1})(x^2 + x^{-2})(x^4 + x^{-4})(x^8 + x^{-8}) + x^{-16}} \\ &= \sqrt[16]{(x + x^{-1})(x - x^{-1})(x^2 + x^{-2})(x^4 + x^{-4})(x^8 + x^{-8}) + x^{-16}} \\ &= \sqrt[16]{(x^2 - x^{-2})(x^2 + x^{-2})(x^4 + x^{-4})(x^8 + x^{-8}) + x^{-16}} \\ &= \sqrt[16]{(x^4 - x^{-4})(x^4 + x^{-4})(x^8 + x^{-8}) + x^{-16}} \\ &= \sqrt[16]{(x^8 - x^{-8})(x^8 + x^{-8}) + x^{-16}} = x \end{aligned}$$

De  $x^2 - 3x = -1 \rightarrow x = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$

$$\Rightarrow p = \left[ \left( \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \right) \left( \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \right) \right] 50 = 150$$

Por lo tanto, el ingreso es de  $(150)(80)$  soles = 12 000 soles.

**Rpta.: A**

3. Simplique la siguiente expresión

$$M = \left[ \frac{x^3 + abc + ax(x+b) + (bx+1)(x+c) + cx(x+a)}{(x^2 - ab) + a(x+b) + b(x+a) + 1} \right] - x; \quad a, b, c, x \in \mathbb{R}^+.$$

- A) bc      B) x + c      C) c      D) x + abc



**Solución:**

Operando y agrupando términos

$$M = \left[ \frac{x^3 + abc + ax^2 + abx + bx^2 + x + bcx + c + cx^2 + acx}{x^2 - ab + ax + ab + bx + ab + 1} \right] - x$$

$$M = \left[ \frac{x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ac)x + abc + x + c}{(x^2 + (a+b)x + ab) + 1} \right] - x$$

$$M = \left[ \frac{(x+a)(x+b)(x+c) + (x+c)}{(x+a)(x+b) + 1} \right] - x$$

$$M = \left[ \frac{(x+c)((x+a)(x+b) + 1)}{(x+a)(x+b) + 1} \right] - x$$

$$M = (x+c) - x = c$$

**Rpta.: C**

4. Se desea envasar una cantidad entera de litros de vino en dos envases de forma cúbica de diferente volumen. Calcule la menor longitud entera que se puede formar con la suma de los lados de cada envase, si la suma de las áreas de las bases de los envases es de  $128 \text{ cm}^2$  y el producto de las aristas básicas de cada envase es  $72 \text{ cm}^2$ . Considere  $\sqrt{2} = 1,41$ .

- A) 23 cm      B) 16 cm      C) 15 cm      D) 22 cm

**Solución:**I. Sean  $m$  y  $n$  los lados de cada cubo

$$\text{De los datos } m^2 + n^2 = 128 \text{ cm}^2 \text{ y } mn = 72 \text{ cm}^2$$

II. Además, usando suma de cubos

$$m^3 + n^3 = (m+n)(m^2 - mn + n^2)$$

$$\Rightarrow \frac{m^3 + n^3}{2} = \frac{(m+n)(m^2 - mn + n^2)}{2}$$

$$\text{Si } m^3 \text{ y } n^3 \text{ son reales positivos } \Rightarrow \frac{m^3 + n^3}{2} \geq \sqrt{m^3 n^3}$$

$$\Rightarrow \frac{(m+n)(m^2 - mn + n^2)}{2} \geq \sqrt{m^3 n^3}$$

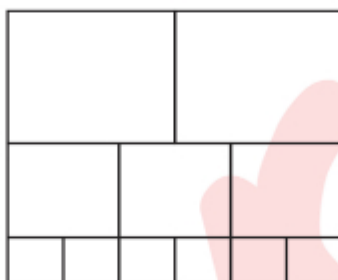
$$\Rightarrow m+n \geq \frac{2\sqrt{m^3 n^3}}{(m^2 - mn + n^2)} \Rightarrow m+n \geq \frac{2mn\sqrt{mn}}{(m^2 + n^2 - mn)}$$

$$\Rightarrow m+n \geq \frac{2(72)\sqrt{72}}{(128-72)} = \frac{2 \cdot (9)(8) \cdot 6\sqrt{2}}{56} = \frac{108}{7}(1,41) = 21,75... \Rightarrow (m+n)_{\text{menor entero}} = 22$$

∴ La menor longitud entera que se puede formar con la suma de los lados de cada envase es: 22 cm.

Rpta.: D

5. En la figura, se muestra los bordes de una ventana que un carpintero realizará para uno de sus clientes. En él se observan cuadrados de tres tamaños distintos, cuyas medidas, en cm, de los lados son  $a$ ,  $b$  y  $c$  ( $a > b > c$ ).



Si el carpintero, por realizar dicho trabajo, cobrará 3250 soles, pero para empezar el trabajo le pide un adelanto a su cliente de  $\left[ \frac{3(ab + bc + ac)}{a^2 + 2b^2 + 5c^2} \right]$  miles de soles, determine cuál será el restante que tendrá que pagar el cliente para cancelar el trabajo.

- A) 1650 soles      B) 1750 soles      C) 1250 soles      D) 1550 soles

**Solución:**



Del gráfico

Se tiene que área total es:  $2a^2 + 3b^2 + 6c^2$

Además como el lado del borde cuadrado es:  $(a + b + c)$

$$\Rightarrow \text{área total} = (a + b + c)^2$$

$$\Rightarrow 2a^2 + 3b^2 + 6c^2 = (a + b + c)^2 \Rightarrow 2a^2 + 3b^2 + 6c^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

$$\Rightarrow a^2 + 2b^2 + 5c^2 = 2(ab + bc + ac) \Rightarrow \frac{ab + bc + ac}{a^2 + 2b^2 + 5c^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3(ab + bc + ac)}{a^2 + 2b^2 + 5c^2} = \frac{3}{2}$$

⇒ El adelanto es 1500 soles.

∴ El restante que debe pagar el cliente para cancelar el trabajo es 1750 soles.

Rpta.: B

6. La expresión  $E = \frac{5}{4a+bc} + \frac{5}{(a+b)(b+c)} + \frac{5}{4c+ab}$  representa la edad actual en años de Carlos. Si  $a+b+c=4$  y  $a^3+b^3+c^3=34$ , determine la edad de Carlos dentro de 3 años.
- A) 7 años                      B) 8 años                      C) 9 años                      D) 4 años

**Solución:**

I) Por dato  $a+b+c=4 \Rightarrow (a+b+c)^3=64$

$$\Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 + 3(a+b)(a+c)(b+c) = 64$$

Como  $a^3 + b^3 + c^3 = 34$

$$\Rightarrow 3(a+b)(a+c)(b+c) = 30 \Rightarrow (a+b)(a+c)(b+c) = 10$$

II) Luego, tenemos que

$$4a+bc = (a+b+c)a+bc = a^2+ab+ac+bc = a(a+b)+c(a+b) = (a+b)(a+c)$$

Análogamente,

$$4c+ab = (a+b+c)c+ab = ca+bc+c^2+ab = c(a+c)+b(a+c) = (b+c)(a+c)$$

III) La expresión

$$E = \frac{5}{4a+bc} + \frac{5}{(a+b)(b+c)} + \frac{5}{4c+ab} = \frac{5}{(a+b)(a+c)} + \frac{5}{(a+b)(b+c)} + \frac{5}{(b+c)(a+c)}$$

$$E = \frac{10(a+b+c)}{(a+b)(a+c)(b+c)} = \frac{10(4)}{10} = 4$$

Luego, la edad de Carlos es 4 años.

Por lo tanto, su edad dentro de tres años es 7 años.

**Rpta.: A**

7. José indaga que el costo de un pasaje de Lima a Huancayo en auto es  $(n-36)$  soles, si  $n = \frac{(a+b-2c)^3 + (b+c-2a)^3 + (a+c-2b)^3}{(b+c-2)(1-b)(1-c)}$  y  $a+b+c=3$ , ¿cuánto pagaría José si decide viajar con sus 3 hermanas?
- A) 160 soles                      B) 180 soles                      C) 120 soles                      D) 135 soles



**Solución:**

$$\text{Del dato : } a + b + c = 3 \Rightarrow a + b - 2c = 3 - 3c = 3(1 - c)$$

$$\Rightarrow b + c - 2a = 3 - 3a = 3(1 - a)$$

$$\Rightarrow a + c - 2b = 3 - 3b = 3(1 - b)$$

$$\text{Ademas } b + c - 2 = 1 - a$$

Reemplazando

$$n = \frac{(a + b - 2c)^3 + (b + c - 2a)^3 + (a + c - 2b)^3}{(b + c - 2)(1 - b)(1 - c)} = \frac{[3(1 - c)]^3 + [3(1 - a)]^3 + [3(1 - b)]^3}{(1 - a)(1 - b)(1 - c)}$$

$$= \frac{27[(1 - a)^3 + (1 - b)^3 + (1 - c)^3]}{(1 - a)(1 - b)(1 - c)}$$

$$\text{Como } (1 - a) + (1 - b) + (1 - c) = 0 \Rightarrow (1 - a)^3 + (1 - b)^3 + (1 - c)^3 = 3(1 - a)(1 - b)(1 - c)$$

$$n = \frac{27[3(1 - a)(1 - b)(1 - c)]}{(1 - a)(1 - b)(1 - c)} = 81 \Rightarrow n - 36 = 45$$

El costo de un pasaje es 45 soles.

$\therefore$  José pagaría 180 soles .

**Rpta.: B**

8. Ángel va a un mercado y compra tantos kilogramos de papa, camote y yuca como los valores numéricos de sus precios (en soles) por kilogramo respectivamente, luego observó que los valores numéricos de los precios (en soles) por kilogramo de uva, piña y fresa son la suma de los precios por kilogramo de papa y camote, papa y yuca y por último camote y yuca respectivamente. Si Ángel compró en total 6 kg de tubérculos y la suma de los cubos de los valores numéricos de sus precios de cada tubérculo es 36; además el producto de los valores numéricos de sus precios de un kilogramo de uva y piña es 12, halle el precio de un kilogramo de fresa.

- A) 5 soles      B) 6 soles      C) 4 soles      D) 7 soles

**Solución:**

Consideremos  $m$ ,  $n$  y  $p$  los precios (en soles) de 1 kg de papa, camote y yuca respectivamente

Por dato: Ángel compró  $m$ ,  $n$  y  $p$  kg de papa, camote y yuca respectivamente

Además

Precio de 1 kg de uva:  $(m+n)$  soles

Precio de 1 kg de piña:  $(m+p)$  soles

Precio de 1 kg de fresa:  $(n+p)$  soles

Luego  $m+n+p=6$ ;  $m^3+n^3+p^3=36$  y  $(m+n)(m+p)=12$

Como  $(m+n+p)^3 = m^3+n^3+p^3+3(m+n)(m+p)(n+p)$

$$(6)^3 = 36 + 3(12)(n+p) \Rightarrow n+p = 5$$

$\therefore$  El precio de 1kg de fresa es de 5 soles.

**Rpta.: A**

# Trigonometría

## EJERCICIOS

1. Si  $M = \frac{\text{sen}(180^\circ + x) \text{sen}x}{\text{sen}(360^\circ - x) \text{sen}(180^\circ - x)}$  representa la cantidad de bebidas consumidas por una persona en un paseo por la ciudad y  $K = \frac{\cos(-\theta)}{\cos(\theta - 360^\circ)} + \frac{\tan(-\theta)}{\tan(180^\circ - \theta)}$  representa el número de kilómetros que ha caminado, determine  $\frac{M}{K}$ .
- A) 0,5                      B) 1,5                      C) 2,5                      D) 3,5

### Solución:

$$M = \frac{\text{sen}x \text{sen}(180^\circ + x)}{\text{sen}(360^\circ - x) \text{sen}(180^\circ - x)} = \frac{\text{sen}x (-\text{sen}x)}{-\text{sen}x \text{sen}x} = \frac{-\text{sen}^2x}{-\text{sen}^2x} = 1$$

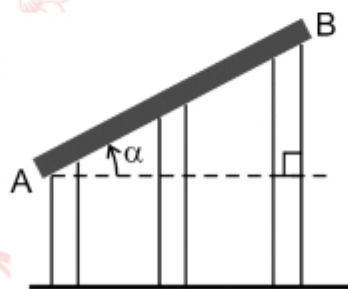
$$K = \frac{\cos(-\theta)}{\cos(\theta - 360^\circ)} + \frac{\tan(-\theta)}{\tan(180^\circ - \theta)} \Rightarrow K = \frac{\cos\theta}{\cos\theta} + \frac{-\tan\theta}{-\tan\theta} = 1 + 1 = 2$$

$$\frac{M}{K} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Rpta.: A

2. La figura representa la vista lateral de una construcción donde  $\overline{AB}$  es el techo inclinado. Si la pendiente de  $\overline{AB}$  está dada por  $\frac{\csc(-390^\circ) + \text{sen}(-590^\circ) - \cos 1120^\circ}{\text{sen} 710^\circ + \cos 800^\circ - \tan 1500^\circ}$ , determine el valor de  $3 \tan^2 \alpha$ .

- A) 4  
B) 2  
C) 3  
D) 1



### Solución:

Se tiene

$$\tan \alpha = \frac{\csc(-390^\circ) + \text{sen}(-590^\circ) - \cos 1120^\circ}{\text{sen} 710^\circ + \cos 800^\circ - \tan 1500^\circ}$$

$$\tan \alpha = \frac{-2 - \cos 40^\circ + \text{sen} 50^\circ}{\cos 80^\circ - \sqrt{3} - \text{sen} 10^\circ}$$

$$\tan \alpha = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

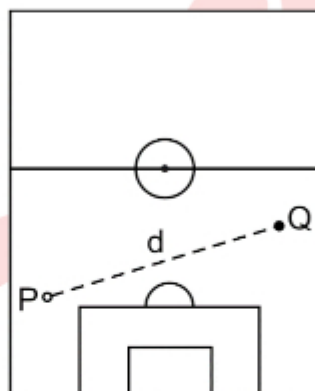
$$3 \tan^2 \alpha = 4$$

Rpta.: A

3. En un partido de fútbol un jugador lanza un pase con trayectoria rectilínea desde el punto P hacia el punto Q, como se representa en la figura. Si

$$d = \frac{\sqrt{2} \operatorname{sen} \frac{5\pi}{4} \tan \frac{2\pi}{3} \operatorname{csc} \frac{7\pi}{6}}{\cos \frac{5\pi}{3} \cot \frac{5\pi}{4} \sec \frac{11\pi}{6} \operatorname{sen} 1740^\circ} \text{ m, halle PQ.}$$

- A)  $4\sqrt{3}$  m  
 B) 4 m  
 C)  $6\sqrt{3}$  m  
 D) 6 m

**Solución:**

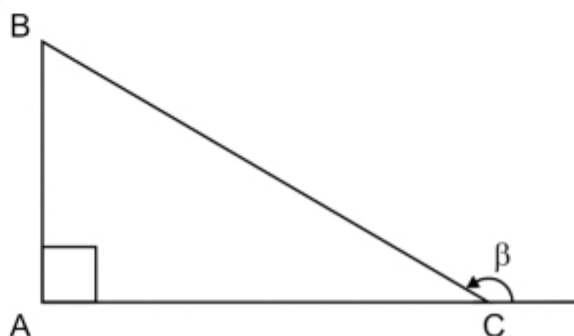
$$d = \frac{\sqrt{2} \operatorname{sen} \left( \pi + \frac{\pi}{4} \right) \tan \left( \pi - \frac{\pi}{3} \right) \operatorname{csc} \left( \pi + \frac{\pi}{6} \right)}{\cos \left( 2\pi - \frac{\pi}{3} \right) \cot \left( \pi + \frac{\pi}{4} \right) \sec \left( 2\pi - \frac{\pi}{6} \right) \operatorname{sen} (4 \times 360^\circ + 300^\circ)} \text{ m}$$

$$d = \frac{\sqrt{2} \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right) (-\sqrt{3}) (-2)}{\frac{1}{2} (1) \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{sen} (360^\circ - 60^\circ) \frac{1}{\sqrt{3}} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right)} \text{ m} = \frac{-2\sqrt{3}}{\frac{1}{\sqrt{3}} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right)} \text{ m} = 4\sqrt{3} \text{ m.}$$

Rpta.: A

4. En la figura, se representa un terreno con forma triangular ABC. Si  $\tan \beta = -\frac{3}{4}$  y  $AB = 200$  m, determine 3BC.

- A) 1 000 m  
 B) 2 000 m  
 C) 1 500 m  
 D) 1 800 m





**Solución:**

De la figura:  $\alpha + \beta = 180^\circ$

$$\tan \alpha = \tan(180^\circ - \beta);$$

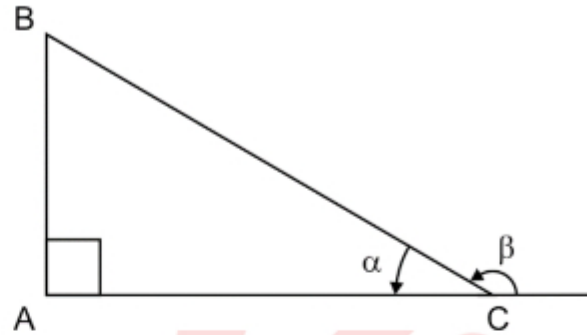
En el II C, tan es negativa

$$\tan \alpha = -\tan \beta = -\left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{3}{4};$$

$$\csc \alpha = \sqrt{1 + \cot^2 \alpha} = \sqrt{1 + \left(\frac{4}{3}\right)^2} = \frac{5}{3}$$

$$BC = (AB \csc \alpha) \text{ m} = 200 \times \frac{5}{3} \text{ m} = \frac{1000}{3} \text{ m}$$

$$3BC = 1000 \text{ m.}$$



Rpta.: A

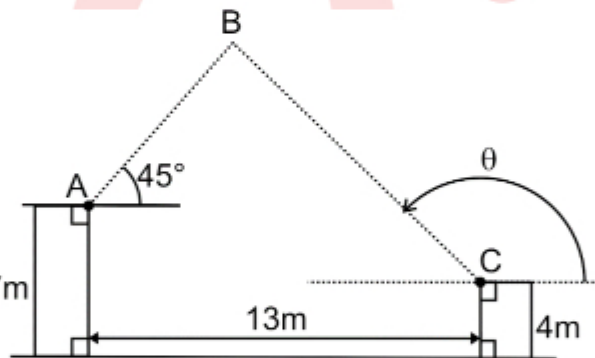
5. Por la conclusión exitosa de una obra en los puntos A y C se colocan dos dispositivos que emiten rayos de luz láser que se propagan en línea recta en dirección al punto B, como se representa en la figura. Si  $AB = 8\sqrt{2}$  m, halle  $|5BC \tan \theta|$ .

A)  $146\sqrt{11}$

B)  $11\sqrt{146}$

C)  $11\sqrt{165}$

D)  $165\sqrt{11}$



**Solución:**

Del dato:  $AB = 8\sqrt{2}$  m

Entonces  $AT = BT = 8$  m

$\Delta BNC$ ,  $NC = 5$  m

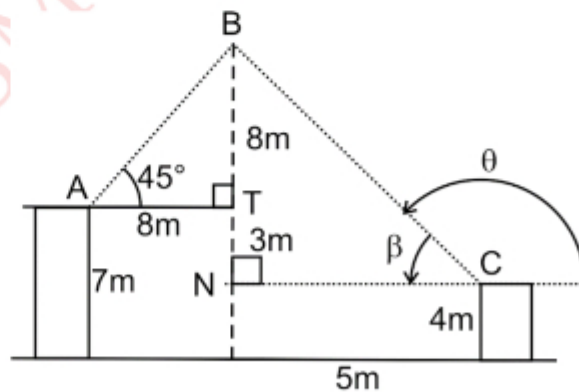
$$\tan \beta = \frac{11}{5}, BC = \sqrt{11^2 + 5^2} = \sqrt{146}$$

$$\theta + \beta = 180^\circ$$

$$\tan \theta = \tan(180^\circ - \beta) = -\tan \beta$$

$$BC \tan \theta = -\sqrt{146} \left(\frac{11}{5}\right)$$

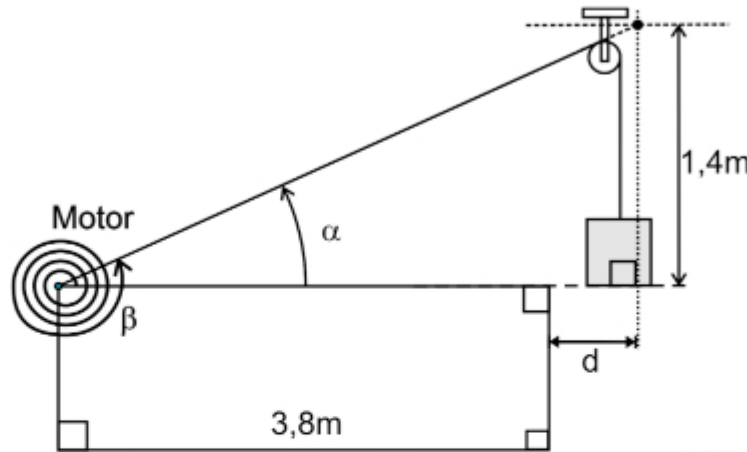
$$|5BC \tan \theta| = 11\sqrt{146}$$



Rpta.: B

6. Para subir un bloque, se utiliza una polea y un motor eléctrico. En la figura se representa el instante en que se detuvo el motor eléctrico. Si  $d = 1\text{ m}$  y  $250\cos\left(\frac{19\pi}{2} + \beta\right)$  es el número de segundos transcurridos desde que se puso en marcha el motor eléctrico hasta que se detuvo, halle el número de segundos.

- A) 20
- B) 48
- C) 70
- D) 56



**Solución:**

De la figura, construyendo el triángulo rectángulo

$$\tan\alpha = \frac{1,4}{4,8} = \frac{7(0,2)}{24(0,2)} = \frac{7}{24}$$

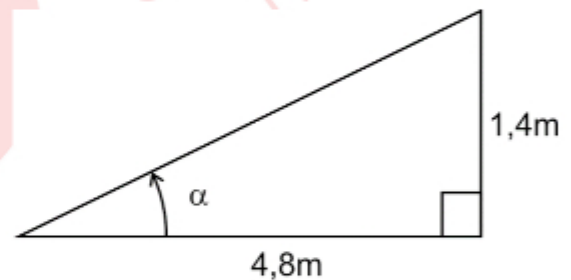
Entonces  $\text{sen}\alpha = \frac{7}{25}$

$\alpha$  y  $\beta$  son ángulos coterminales,  $\text{sen}\alpha = \text{sen}\beta$

Sea G el número de segundos transcurridos:

$$G = 250\cos\left(\frac{19\pi}{2} + \beta\right) = 250\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \beta\right) = 250\text{sen}\beta$$

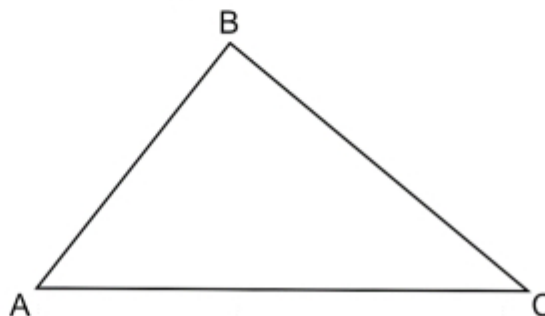
$$G = 250 \times \frac{7}{25} = 70$$



**Rpta.: C**

7. Un terreno con forma de triángulo acutángulo ABC, está a la venta y las propuestas para su compra en miles de soles son  $100\cos(A + 2B + C - 90^\circ)$ ,  $100\cos(A + C + 180^\circ)$  y  $100\tan(A + C - 90^\circ)$ . Si  $2\cos B + \cot B = 3$ , ¿cuánto es la suma de las propuestas?

- A) S/. 300 000
- B) S/. 350 000
- C) S/. 200 000
- D) S/. 400 000



**Solución:**

Para el triángulo ABC:  $A + B + C = 180^\circ$

De donde:  $A + C = 180^\circ - B$

Propuesta 1:

$$100\sin(A + B + C - 90^\circ + B) = 100\sin(90^\circ + B) = 100\cos B$$

Propuesta 2:

$$100\cos(A + C + 180^\circ) = 100\cos(180^\circ - B + 180^\circ) = 100\cos(360^\circ - B) = 100\cos B$$

Propuesta 3:

$$100\tan(A + C - 90^\circ) = 100\tan(180^\circ - B - 90^\circ) = 100\tan(90^\circ - B) = 100\cot B$$

La suma de las propuestas

$$S = 100(2\cos B + \cot B) = 100(3) = 300 \text{ mil soles}$$

**Rpta.: A**

8. Las longitudes de los lados de un terreno de forma rectangular son  $10(3\csc 750^\circ + \sqrt{3}\tan 330^\circ)$  km y  $10\left(\sqrt{3}\tan^3(11\pi) + 3\sin\left(\frac{17\pi}{2}\right)\right)$  km. Halle el área del terreno.

- A) 1300 km<sup>2</sup>      B) 1800 km<sup>2</sup>      C) 1200 km<sup>2</sup>      D) 1500 km<sup>2</sup>

**Solución:**

$$P = 10(3\csc 750^\circ + \sqrt{3}\tan 330^\circ)$$

$$P = 10(3\csc(2 \times 360^\circ + 30^\circ) + \sqrt{3}\tan(360^\circ - 30^\circ))$$

$$P = 10(3\csc 30^\circ - \sqrt{3}\tan 30^\circ) = 30(2) - 10\sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 50$$

$$Q = 10\sqrt{3}\tan^3(5 \times 2\pi + \pi) + 30\sin\left(8\pi + \frac{\pi}{2}\right) = 10\sqrt{3}\tan^3\pi + 30\sin\frac{\pi}{2}$$

$$Q = 10\sqrt{3}(0) + 30(1) = 30$$

El área del terreno

$$A = 50 \text{ km} \times 30 \text{ km} = 1500 \text{ km}^2$$

**Rpta.: D**

9. Las longitudes de los lados de un terreno de forma triangular son 10A km, 10B km y 10C km, donde  $A = 2\cos\frac{\pi}{8} - \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{8}\right)$ ,  $B = \sec\left(2\pi + \frac{\pi}{8}\right)$  y  $C = \csc\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right) - \sin\frac{\pi}{6}$ . Si  $\cos\frac{\pi}{8} + \sec\frac{\pi}{8} = 2,0063 \approx 2$ , halle el perímetro aproximado del terreno.

- A) 35 km      B) 25 km      C) 53 km      D) 52 km



**Solución:**

$$A = 2 \cos \frac{\pi}{8} - \operatorname{sen} \left( \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{8} \right) = 2 \cos \frac{\pi}{8} - \cos \frac{\pi}{8} = \cos \frac{\pi}{8}$$

$$B = \sec \left( 2\pi + \frac{\pi}{8} \right) = \sec \frac{\pi}{8}$$

$$C = \operatorname{csc} \left( \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} \right) - \frac{1}{2} = \sec \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$$

La suma de las longitudes de los lados

$$S = 10(A + B + C) = 10 \left( \cos \frac{\pi}{8} + \sec \frac{\pi}{8} + 1,5 \right) \text{ km}$$

$$S = 10 \left( \cos \frac{\pi}{8} + \sec \frac{\pi}{8} + 1,5 \right) = 10(3,5) = 35 \text{ km.}$$

**Rpta.: A**

10. Una persona camina en dirección a su casa recorriendo tramos rectilíneos cuyas distancias son  $10|\operatorname{sen}(-360^\circ - x)|$  m,  $10|\operatorname{cos}(-270^\circ - x)|$  m, y  $10|\operatorname{sen}(x - 180^\circ)|$  m. Si  $\operatorname{sen} x = a$ , donde  $x$  es un ángulo agudo, determine la distancia total recorrida por la persona en términos de  $a$ .

- A)  $60a$  m      B)  $80a$  m      C)  $30a$  m      D)  $90a$  m

**Solución:**

$$10|\operatorname{sen}(-360^\circ - x)| = 10|-\operatorname{sen}(360^\circ + x)| = 10\operatorname{sen} x$$

$$10|\operatorname{cos}(-270^\circ - x)| = 10|\operatorname{cos}(270^\circ + x)| = 10\operatorname{sen} x$$

$$10|\operatorname{sen}(x - 180^\circ)| = 10|\operatorname{sen}(-[180^\circ - x])| \\ = 10|-\operatorname{sen}(180^\circ - x)| = 10\operatorname{sen} x$$

La suma:  $S = 10\operatorname{sen} x + 10\operatorname{sen} x + 10\operatorname{sen} x = 30\operatorname{sen} x$

$$S = 30a \text{ m}$$

**Rpta.: C**

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. El largo y ancho de una región rectangular miden  $\cot^2\left(\frac{375\pi}{2} - \alpha\right)$  m  $\cot(\alpha - 75\pi)$  m respectivamente, siendo  $\alpha$  un ángulo agudo. Si cada metro cuadrado cuesta 500 soles, determine el precio del terreno.

A) S/ 500  $\tan\alpha$       B) S/ 300  $\tan\alpha$       C) S/ 400  $\tan\alpha$       D) S/ 600  $\tan\alpha$

**Solución:**

Si L: largo y A: ancho

$$L = \cot^2\left(\frac{375\pi}{2} - \alpha\right) = \cot^2\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \tan^2\alpha$$

$$A = \cot(\alpha - 75\pi) = \cot(-[75\pi - \alpha]) = -\cot(\pi - \alpha) = \cot\alpha$$

$$S = \tan^2\alpha \cot\alpha = (\tan\alpha \cot\alpha) \tan\alpha = \tan\alpha$$

$$\text{El precio del terreno: } P = (\tan\alpha) \text{m}^2 \times 500 \frac{\text{soles}}{\text{m}^2} = 500 \tan\alpha \text{ soles}$$

**Rpta.: A**

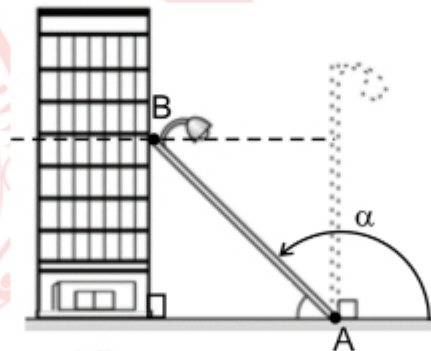
2. Un poste de luz se desploma, quedando apoyado en el muro de un edificio, como se muestra en la figura. Si  $AB = 15$  m y  $\tan\alpha = -\frac{3}{4}$ , ¿a qué altura se encuentra el punto B respecto del suelo?

A) 8 m

B) 7 m

C) 5 m

D) 9 m

**Solución:**

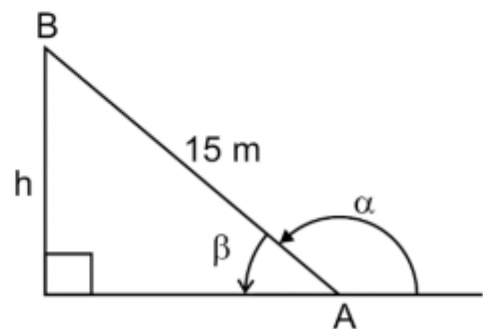
De la figura:  $\alpha + \beta = 180^\circ$

$\alpha$  en posición normal

$$\tan\alpha = -\frac{3}{4} = \frac{y}{x}, \text{ entonces}$$

$$y = 3; x = -4; r = 5$$

$$\alpha = 180^\circ - \beta \Rightarrow \tan\alpha = \tan(180^\circ - \beta) = -\tan\beta$$



$$\tan \alpha = -\tan \beta \Rightarrow \tan \beta = \frac{3}{4}$$

$$\text{La hipotenusa } 15 = 5k \Rightarrow k = 3$$

$$h = 3k = 3(3) = 9 \text{ m}$$

Rpta.: D

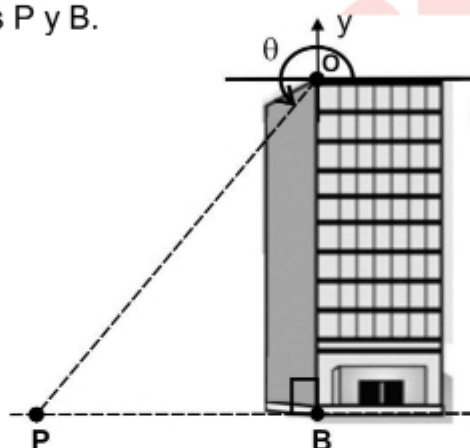
3. Desde un punto O en la parte superior de un edificio se observa un punto P en el suelo, como se representa en la figura. Si  $OP = 250 \text{ m}$  y  $\text{sen} \theta = -\frac{7}{25}$ , halle la distancia entre los puntos P y B.

A) 375 m

B) 180 m

C) 240 m

D) 237 m

**Solución:**De la figura:  $\theta = 180^\circ + \beta$ 

$$\Rightarrow \text{sen} \theta = \text{sen}(180^\circ + \beta) \Rightarrow \text{sen} \theta = -\text{sen} \beta$$

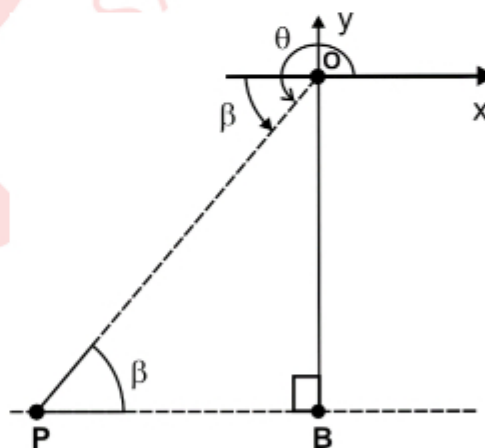
$$\Rightarrow \text{cos} \theta = \text{cos}(180^\circ + \beta) \Rightarrow \text{cos} \theta = -\text{cos} \beta$$

 $\theta$  en posición normal

$$\text{sen} \theta = -\frac{7}{25} = \frac{y}{r} \Rightarrow y = -7; r = 25; x = -24$$

$$\text{cos} \theta = \frac{x}{r} = -\frac{24}{25}$$

$$PB = 250 \text{cos} \beta = 250 \left( \frac{24}{25} \right) = 240 \text{ m.}$$



Rpta.: C

4. Una persona, por la mañana, entrena corriendo sobre una pista atlética, recorriendo tramos rectilíneos cuyas longitudes son  $10|\text{sen}(-120^\circ)| \text{ m}$ ,  $10|\text{cos}(-240^\circ)| \text{ m}$ ,  $10|\text{tan}(-300^\circ)| \text{ m}$  y  $10|\text{sec}(-225^\circ)| \text{ m}$ , determine la distancia total recorrida en el entrenamiento.

A)  $5(3\sqrt{3} + 2\sqrt{2} + 3) \text{ m}$ B)  $5(3\sqrt{3} + 3\sqrt{2} + 1) \text{ m}$ C)  $5(2\sqrt{3} + 2\sqrt{2} + 1) \text{ m}$ D)  $5(3\sqrt{3} + 2\sqrt{2} + 1) \text{ m}$



**Solución:**

$$10|\operatorname{sen}(-120^\circ)| = 10|-\operatorname{sen}(90^\circ + 30^\circ)| = 10|\cos 30^\circ| = 10\cos 30^\circ$$

$$10|\cos(-240^\circ)| = 10|\cos(180^\circ + 60^\circ)| = 10|-\cos 60^\circ| = 10\cos 60^\circ$$

$$10|\tan(-300^\circ)| = 10|-\tan(360^\circ - 60^\circ)| = 10|(-\tan 60^\circ)| = 10\tan 60^\circ$$

$$10|\sec(-225^\circ)| = 10|\sec(180^\circ + 45^\circ)| = 10|-\sec 45^\circ| = 10\sec 45^\circ$$

La suma:

$$S = 10(\cos 30^\circ + \cos 60^\circ + \tan 60^\circ + \sec 45^\circ)$$

$$S = 10\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2}\right)$$

$$S = 5(3\sqrt{3} + 2\sqrt{2} + 1)$$

Rpta.: D

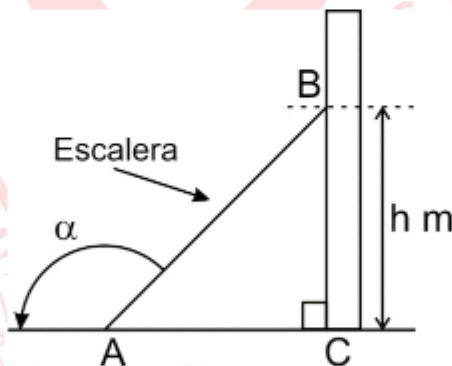
5. Una escalera está apoyada sobre una pared, el punto de apoyo se encuentra a una altura de  $h$  m como se muestra en la figura. Si  $AB = a$  m y  $\operatorname{sen} \alpha = \frac{4}{5}$ , determine  $h$ .

A)  $\frac{4}{5}a$  m

B)  $\frac{3}{5}a$  m

C)  $\frac{2}{5}a$  m

D)  $\frac{7}{5}a$  m

**Solución:**

De la figura:  $\alpha + \beta = 180^\circ$ ;

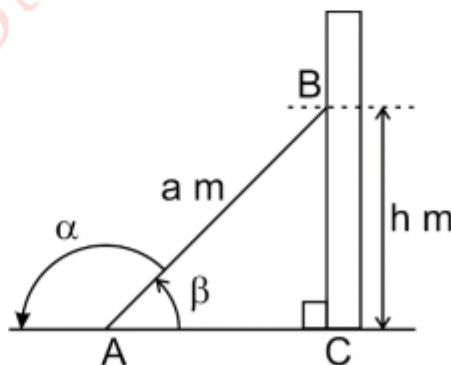
$$\operatorname{sen} \alpha = \operatorname{sen}(180^\circ - \beta) = \operatorname{sen} \beta$$

$$\operatorname{sen} \beta = \frac{4}{5}$$

Del triángulo rectángulo ACB

$$h = a \operatorname{sen} \beta$$

$$h = \frac{4}{5}a$$



Rpta.: A

# Lenguaje

## EJERCICIOS

1. El acento es definido como la mayor intensidad que recae sobre una determinada sílaba de una palabra. De acuerdo con lo indicado, señale la alternativa que corresponde a una definición correcta del acento.

- A) No es un fonema en la lengua española.
- B) Únicamente, recae sobre sílabas trabadas.
- C) Todas las palabras polisilábicas llevan acento.
- D) Solo las palabras monosilábicas tienen acento.

**Solución:**

En la lengua española, todas las palabras con más de una sílaba llevan acento, entendido como mayor fuerza de voz.

**Rpta.: C**

2. En el español, el acento está representado ortográficamente mediante la tilde y su aplicación se rige por normas prescritas por la Real Academia Española (RAE). Según lo aseverado, marque la alternativa donde hay empleo correcto del acento escrito.

- I. Ese astuto truhán se escondía.
- II. El guía se quedó impresionado.
- III. Era un académico muy versátil.
- IV. Ese hecho parecía inverosímil.

A) I y IV

B) II y IV

C) I y II

D) II y III

**Solución:**

Según las normas establecidas por la Real Academia Española, las palabras *guía* y *parecía* se tildan por presentar hiatos acentuales; *quedó*, por ser aguda; *inverosímil*, por ser grave.

**Rpta.: B**

3. Según la ubicación del acento en la lengua española, las palabras se clasifican en agudas, graves o llanas, esdrújulas y sobresdrújulas. Tomando en cuenta lo afirmado, marque la opción en la que hay palabras aguda, esdrújula y grave respectivamente.

A) Se alejó rápido de su víctima.

B) Huyó del caótico escenario.

C) Miró hacia las luces de la bahía.

D) Había imágenes pintadas al óleo.

**Solución:**

La palabra *huyó* es aguda; *caótico*, esdrújula, y *escenario*, grave o llana.

**Rpta.: B**

4. De acuerdo con las reglas de acentuación escrita, prescritas por la Real Academia Española, lea el siguiente texto y determine el número de tildes que se ha omitido.  
*Algunos de los principales beneficios que la música genera en el cerebro son la liberación de la dopamina y la creación de estímulos que encienden el circuito cerebral subcortical del sistema límbico.*

A) Cinco                      B) Seis                      C) Siete                      D) Ocho

**Solución:**

Las palabras que requieren tilde son cinco: *música, estímulos, límbico* (esdrújulas), *liberación, creación* (agudas).

**Rpta.: A**

5. Las palabras graves o llanas son aquellas en las que el acento prosódico se ubica en la penúltima sílaba. Según lo señalado, seleccione la opción que presenta mayor número de palabras graves.

A) Tenía el deber de proteger a sus hermanos.  
B) Descendieron del camión el capitán y el alférez.  
C) Señores, está prohibido el paso a los civiles.  
D) De algún modo, su expresión la asustó mucho.

**Solución:**

Las palabras *señores, prohibido, paso* y *civiles* son graves porque presentan la sílaba tónica en el penúltimo lugar de la palabra.

**Rpta.: C**

6. La representación gráfica del acento se realiza mediante el uso de la tilde, la cual debe colocarse tomando en consideración las normas ortográficas vigentes de la RAE. Considerando ello, elija la alternativa en la que hay correcta acentuación escrita.

A) La salvación para ellas era la huída.  
B) Se guardó el cortauñas en la cartera.  
C) Él puso los robóts en funcionamiento.  
D) Todavía no lo aceptan como yóquey.

**Solución:**

La palabra *todavía* se tilda por presentar hiato acentual y *yóquey*, por ser grave.

**Rpta.: D**

7. Según la ubicación de la sílaba tónica, las palabras se clasifican en oxítonas, paroxítonas, proparoxítonas y superproparoxítonas. Según esta afirmación, ubique la alternativa que presenta mayor número de palabras oxítonas.

A) Estábamos felices de poder asumir el reto.  
B) Alquilarán aquella hermosa casa de verano.  
C) Pensó que su decisión era la más acertada.  
D) Después de la reunión, salió y cenó con ella.



**Solución:**

Las palabras *después*, *reunión*, *salió* y *cenó* son oxítonas porque presentan la intensidad de voz en la última sílaba.

**Rpta.: D**

8. La tilde diacrítica diferencia los pronombres interrogativos de los relativos. De acuerdo con ello, marque la alternativa donde las palabras subrayadas deben llevar tilde.

- I. La alumna Karla, quien es muy estudiosa, ganó la beca.
- II. Ellos se preguntaban como había resuelto aquel ejercicio.
- III. Rodrigo desconocía cuales eran las respuestas correctas.
- IV. La niña que tiene pecas estudia en este colegio privado.

- A) II y IV                      B) II y III                      C) I y II                      D) III y IV

**Solución:**

Los pronombres interrogativos *cómo* y *cuáles* deben tildarse porque se hallan en construcciones interrogativas indirectas.

**Rpta.: B**

9. La tilde diacrítica se emplea para diferenciar palabras que presentan la misma escritura, pero corresponden a categorías lexicales diferentes. A partir de esta aseveración, ¿qué enunciados presentan empleo adecuado de las reglas de tildación diacrítica?

- I. Ruth, que te dé luego las gracias.
- II. Sí de mi dependiera, te admitiría.
- III. Yo sé que puedo confiar en él.
- IV. Solo lo dejo a tú buen juicio, Eva.

- A) III y IV                      B) II y III                      C) I y III                      D) I y IV

**Solución:**

La palabra *dé* se tilda por ser una forma del verbo *dar*; *sé*, por corresponder al verbo *saber*; *él* por ser un pronombre personal.

**Rpta.: C**

10. El adverbio *aún* se escribe con tilde cuando presenta valor temporal, es decir, puede sustituirse por *todavía* y *aun*, sin tilde, cuando presenta valor inclusivo; esto es, significa *incluso*, *hasta* o (ni) *siquiera*. De acuerdo con lo señalado, marque la opción en la que *aun* no debe tildarse.

- A) No, Yesenia no está preparada aun.
- B) Aun así, continuó sonando la sirena.
- C) Seguía aun en el camino equivocado.
- D) Aun estoy en el terminal de autobuses.

**Solución:**

En esta opción, la palabra *aun* equivale al adverbio *incluso*, por lo que no debe tildarse.

**Rpta.: B**

11. En la tildación de las palabras compuestas, se debe considerar la estructura de los elementos que las conforman, esto es, si están fusionados o separados con guion. Tomando en cuenta las reglas ortográficas propuestas por la RAE, marque la alternativa en la que se presenta palabra compuesta correctamente tildada.

- A) Se deslizaba entre el vaiven de las aguas.
- B) Hablaba como si estuviese refiriéndose a él.
- C) Regresó dando traspies por un terreno yermo.
- D) El físico-químico era un hombre de talento.

**Solución:**

La palabra compuesta correctamente tildada es *físico-químico* porque ambos elementos tienen el acento en la antepenúltima sílaba.

**Rpta.: D**

12. De acuerdo con la *Ortografía de la lengua española*, los extranjerismos adaptados son aquellos elementos léxicos que han sido incorporados a la lengua española; se escriben en letra redonda y se someten a las reglas de acentuación gráfica del español. Según lo afirmado, marque la opción donde se evidencia adecuada escritura de este tipo de extranjerismos.

- I. Aquel líder se sentó en la mesa de los oficiales.
- II. Los asistentes al mítin intentaban salir del salón.
- III. El joven compró una pelota y una gorra de beísbol.
- IV. Vieron moverse al peatón que habían atropellado.

- A) I y IV
- B) II y III
- C) I y III
- D) II y IV

**Solución:**

Los extranjerismos adaptados que se escriben según la normativa de la lengua española son los siguientes: *líder* por ser grave que termina en *-r* y *peatón* por ser aguda terminada en *-n*.

**Rpta.: A**

## Literatura

### EJERCICIOS

1. *Era del año la estación florida  
en que el mentido robador de Europa  
(media luna las armas de su frente,  
y el Sol todos los rayos de su pelo),  
luciente honor del cielo,  
en campos de zafiro paze estrellas [...]*

Con relación a los versos citados de *Soledades*, de Luis de Góngora y Argote, ¿qué característica del barroco podemos identificar?

- A) El sentimiento de fugacidad de la realidad
- B) La idea de la vida como una representación teatral
- C) El lenguaje recargado por el uso del hipérbaton
- D) El uso de contrastes como el ser y el parece



**Solución:**

En los versos citados de *Soledades*, de Luis de Góngora y Argote, observamos la presencia del hipérbaton, así como las alusiones mitológicas.

**Rpta.: C**

2. En la obra *La vida es sueño*, de Calderón de la Barca, el personaje de Rosaura viaja hasta Polonia disfrazada de un joven. Posteriormente, aparecerá en el palacio como una doncella llamada Astrea. ¿Qué rasgo del estilo barroco representan estos hechos?

- A) Las formas recargadas e inestables      B) La ambigüedad de la vida y la muerte  
C) La inconstancia del ser humano      D) La vida como una representación

**Solución:**

Los hechos descritos apuntan a reforzar la interpretación de la vida como una escenificación, donde cada ser representa un rol. Este rasgo es propio del estilo barroco.

**Rpta.: D**

3. Con respecto a las palabras subrayadas en el siguiente texto referidas al teatro del Siglo de Oro, marque la alternativa que contiene la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F).

«El teatro del Siglo de Oro se diferenciaba del teatro de la antigüedad clásica porque mezclaba lo trágico y lo cómico. Se trata de un teatro que recurría a la prosa artificiosa y refinada para su composición, como se aprecia en *La vida es sueño*, de Calderón. Las obras se representaban en los grandes salones palaciegos de la época, ante un público socialmente heterogéneo».

- A) VVFF      B) VFFV      C) FVfV      D) VFVV

**Solución:**

El teatro del Siglo de Oro tenía una particularidad, se diferenciaba del teatro de la antigüedad clásica porque mezclaba estilos: lo trágico y lo cómico (V). Se trata de un teatro que recurría al verso (F) para su composición y predominaba el empleo del octosílabo, como se aprecia en *La vida es sueño*, de Calderón. Las obras se representaban en los corrales de comedias (F), ante un público variado, socialmente heterogéneo (V).

**Rpta. B**

4. En cuanto al teatro del Siglo de Oro, marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado: «Pedro Calderón de la Barca fue un prolífico escritor del siglo XVII; por la naturaleza de las obras que compuso, es considerado como

- A) un genio literario, autor de más de cien tragedias de temática diversa».  
B) el más destacado exponente del teatro barroco de tendencia cortesana».  
C) el único dramaturgo español que optó por no escribir dramas filosóficos».  
D) uno de los difusores del teatro popular debido a su gran riqueza inventiva».



**Solución:**

Pedro Calderón de la Barca, a quien se le atribuye la autoría de una cantidad importante de obras dramáticas, es considerado como el máximo representante del teatro barroco de tendencia cortesana.

**Rpta.: B**

5. Con respecto a la verdad (V) o falsedad (F) de los siguientes enunciados sobre el argumento de *La vida es sueño*, de Pedro Calderón de la Barca, marque la alternativa que contiene la secuencia correcta.

- I. Las luchas contra el rey son lideradas por el pueblo de España.
- II. El hijo del rey Basilio es llevado a la corte para conocer su conducta.
- III. El vaticinio se cumple al ser ajusticiados el rey Basilio y el duque Astolfo.
- IV. La reflexión sobre la libertad será expresada por el príncipe cautivo.

- A) FVVF                      B) VFVF                      C) VVVF                      D) VFVV

**Solución:**

I. Las luchas contra el rey son lideradas por el pueblo de Polonia. (F) II. El hijo del rey Basilio, Segismundo, es llevado a la corte ya que era probable que frente a la nobleza su conducta pudiera no ser mesurada. (V) III. El vaticinio no se cumple porque Segismundo perdona a su padre, tampoco Astolfo es ajusticiado. (F) IV. La reflexión sobre la libertad estará presente en el príncipe cautivo Segismundo. (V)

**Rpta.: A**

6. En relación con la verdad (V) o falsedad (F) de los siguientes enunciados sobre el argumento de *La vida es sueño*, de Pedro Calderón de la Barca, marque la alternativa que contiene la secuencia correcta.

- I. Al final de la obra, Segismundo actúa con violencia y destierra a su padre.
- II. El pueblo se subleva ante la amenaza de tener un heredero ajeno a su país.
- III. Luego de ser narcotizado, Segismundo asume el reino de Polonia.
- IV. Rosaura y Clarín descubren a Segismundo mientras este se lamentaba.

- A) VVVF                      B) VFVV                      C) FVVF                      D) FVVF

**Solución:**

Al final de la obra, Segismundo actúa con prudencia y perdona a su padre. (F). El pueblo se subleva ante la amenaza de tener un heredero ajeno a su país. Por ello ven a Astolfo como un intruso. (V). Luego de ser narcotizado y aparecer en palacio, Segismundo se comporta violentamente y es devuelto a su calabozo. (F). Rosaura y Clarín ingresan a la torre donde estaba cautivo el hijo del rey Basilio (V).

**Rpta.: C**

7. «Segismundo:  
[...]  
Nace el ave, y con las galas  
que le dan belleza suma,  
apenas es flor de pluma,  
o ramillete con alas  
cuando las etéreas salas  
[...]  
¿y teniendo yo más alma,  
tengo menos libertad?».

¿Cuál es el tema aludido en el fragmento citado de *La vida es sueño*, de Pedro Calderón de la Barca?

- A) La vida azarosa  
B) El libre albedrío  
C) La falta de libertad  
D) La duda metafísica

**Solución:**

En el fragmento citado, se alude a la falta de libertad del príncipe. Este no entiende por qué carece de esta facultad. La única explicación posible es que su nacimiento es un acto de condena.

Rpta.: C

8. «Segismundo:  
Yo sueño que estoy aquí  
destas prisiones cargado,  
y soñé que en otro estado  
más lisonjero me vi.  
¿Qué es la vida?: un frenesí.  
¿Qué es la vida?: una ilusión,  
una sombra, una ficción;  
y el mayor bien es pequeño,  
que toda la vida es sueño,  
y los sueños, sueños son».

Con respecto al fragmento citado de *La vida es sueño*, de Pedro Calderón de la Barca, marque la alternativa que contiene el enunciado correcto.

- A) Hay una reflexión sobre los imprecisos límites entre la realidad y el sueño.  
B) El príncipe critica enérgicamente el tema de la predestinación del hombre.  
C) Segismundo es consciente de que su encarcelamiento es justo y necesario.  
D) De manera velada, se anuncia el fracaso de las creencias en el destino.

**Solución:**

En el fragmento citado, Segismundo se interroga sobre el aparente juego entre la realidad vivida y la ficción. Esto es, el protagonista percibe que hay una delgada línea que separa a la realidad del sueño y viceversa.

Rpta.: A

9. «**Segismundo:**  
*¿Quién eres? Que aunque yo aquí  
tan poco del mundo sé,  
que cuna y sepulcro fue  
esta torre para mí  
y aunque desde que nací  
(si esto es nacer) sólo advierto  
este rústico desierto  
donde miserable vivo  
siendo un animado muerto,  
y aunque nunca vi ni hablé  
sino a un hombre solamente  
que aquí mis desdichas siente [...]*».

En los versos citados de *La vida es sueño*, de Calderón de la Barca, ¿qué característica formal se evidencia?

- A) La inclusión de la rima asonante o imperfecta
- B) El uso de un lenguaje coloquial y reflexivo
- C) La presencia de contrastes o antinomias
- D) El empleo de endecasílabos y decasílabos

**Solución:**

En el fragmento citado, se utiliza un lenguaje refinado en el que se evidencia la presencia de contrastes o antinomias (cuna/sepulcro; vivo/muerto), que es una característica del estilo barroco.

Rpta.: C

10. «**Segismundo:**  
*¿No nacieron los demás?  
Pues si los demás nacieron,  
¿qué privilegios tuvieron  
que yo no gocé jamás? [...]  
Nace el arroyo, culebra  
que entre flores se desata  
y apenas, sierpe de plata  
entre las flores se quiebra  
cuando músico celebra  
de los cielos la piedad  
que le dan la majestad  
el campo abierto a su huida  
¿y teniendo yo más vida  
tengo menos libertad?».*

En los versos citados de *La vida es sueño*, de Calderón de la Barca, se puede inferir que el protagonista desea

- A) cuestionarse sobre su propia identidad.
- B) gozar de la libertad como todos los hombres.
- C) tener el privilegio de asumir su rol de príncipe.
- D) ser como todos los seres, honrados y leales.



**Solución:**

En el fragmento citado, Segismundo tiene el ansia de gozar de libertad. Por ello, se cuestiona por qué si está vivo no es libre. Se puede inferir que la libertad es el bien máspreciado del hombre.

**Rpta.: B**

## Psicología

### EJERCICIOS

Identifique la respuesta correcta en los siguientes enunciados:

1. Virgilio se siente muy atraído por las imágenes de Lea, a quien ha conocido en las redes sociales y reside en Austria. Menciona que él quiere casarse pronto con ella, virtualmente. Afirma también que cuando ella venga a Lima podrán conocerse mejor. De acuerdo a la teoría del amor de Sternberg, Virgilio vivencia un tipo de amor denominado

A) vacío.                      B) fatuo.                      C) romántico.                      D) consumado.

**Solución:**

El amor fatuo se caracteriza por la atracción física y el interés en mantener una relación a lo largo del tiempo. Se siente ausencia del componente denominado intimidad.

**Rpta.: B**

2. La sexualidad humana es un constructo complejo que requiere la participación de varios conceptos. Con respecto al género es correcto afirmar que

- I. se evidencia al afirmar que a toda mujer le gusta la música romántica.
- II. las creencias sobre "machismo" y "feminismo" no están asociadas con él.
- III. está presente al esperar que todo varón evite el llanto.

A) I y II                      B) II y III                      C) Solo III                      D) I y III

**Solución:**

El género es todo aquello que la sociedad construye alrededor de las diferencias sexuales, como roles, actividades, maneras de expresar las emociones, etc.

**Rpta.: D**

3. En algunas comunidades a nivel mundial, persiste todavía la práctica de la mutilación del clítoris. Una de las ideas en la que descansa esta práctica es que la vivencia del placer sexual hacia a las mujeres propensas a la infidelidad y la promiscuidad. De este caso, se puede deducir que las mujeres objeto de esta costumbre tendrían severamente afectada su

A) salud reproductiva.                      B) orientación sexual  
C) salud sexual.                      D) identidad sexual.

**Solución:**

La salud sexual es el estado de bienestar físico, mental y social al vivir experiencias sexuales placenteras, seguras, libres de toda coacción, discriminación y violencia. En el caso citado, la costumbre referida afectaría estos aspectos.

**Rpta.: C**

4. Las conductas erótico sexuales son manifestaciones habituales de la sexualidad. Con respecto a ellas, indique el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones.
- I. Son perjudiciales para la salud física.
  - II. Están asociadas con un alto grado de excitación.
  - III. Su puesta en práctica solo se produce en la adolescencia.

A) VVV                      B) VFV                      C) FVF                      D) FVV

**Solución:**

- I. Las conductas erótico sexuales permiten la descarga de tensión sexual y esta puede afectar el equilibrio orgánico.
- II. Las conductas erótico sexuales son manifestaciones del erotismo que conducen a la persona y la pareja a un alto grado de excitación.
- III. Estas conductas no están reducidas a una etapa del desarrollo.

**Rpta.: C**

5. En la adolescencia, se pueden adquirir una serie de mitos o creencias erróneas que no se cuestionan ni se revisan y que orientan la práctica sexual. Identifica el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados:
- I. Las infecciones de transmisión sexual (ITS) siempre son más frecuentes en la población homosexual.
  - II. Para experimentar fantasías sexuales se requiere el consumo de algún tipo de droga psicotrópica.
  - III. Los mitos sexuales influyen en la calidad de la relación de toda pareja.

A) FFV                      B) VFF                      C) FFF                      D) FVF

**Solución:**

- I. La incidencia de las ITS se da con independencia de la orientación sexual de una población.
- II. La ocurrencia de las fantasías sexuales se puede dar sin el consumo previo de alguna droga.
- III. El sistema de creencias de una pareja puede favorecer o evitar la influencia de creencias irracionales o mitos sexuales.

**Rpta.: C**





**Solución:**

El rol de género, se refiere al conjunto de comportamientos que la sociedad espera que alguien exhiba por pertenecer a un sexo u otro. Es una construcción social, por ello es probable que el joven del enunciado, haya adoptado y practique costumbres y actitudes semejantes a sus contemporáneos con los que frecuenta.

**Rpta.: A**

9. La señora Renata se queja con su vecina porque su hijo de 14 años le ha hecho un escándalo debido a que ella no lo deja salir todos los sábados con sus amigos. Ella opina que esto es una moda que ha aprendido justamente de esos «amigos» y que «antes nadie necesitaba estar con amigos». Al respecto, las investigaciones psicológicas demuestran que

- A) la madre tiene razón, encontrarse con los amigos es una moda importada.
- B) lo que está padeciendo la madre es la mala crianza que le ha dado de niño.
- C) los amigos en la adolescencia, brindan un espacio para su desarrollo psicológico.
- D) los amigos en esa etapa, se convierten en un riesgo para su correcta socialización.

**Solución:**

Las investigaciones psicológicas demuestran que una de las funciones más importantes del grupo de amigos es brindar seguridad, afectividad y modelos de identificación al adolescente.

**Rpta.: C**

10. Corina siempre había escuchado que la primera vez que se tiene relaciones sexuales, no se embaraza; como tenía 15 años decidió hacerlo con un amigo porque quería sentirse protegida y que no la engañen. Lo hizo sin protección alguna y a las siete semanas se dio cuenta que está gestando. Señale Ud. lo correcto en relación a este caso.

- I. Corina actuó guiada por un mito y eso la hizo tomar una decisión inadecuada.
- II. La conducta sexual de ambos adolescentes fue irresponsable, al no protegerse.
- III. Lo sucedido fue por mala suerte, no había forma de prevenir esos resultados.
- IV. Cuando una persona experimenta deseo sexual, no se pueden practicar valores.

- A) I y II                      B) II y III                      C) I, II y III                      D) III y IV

**Solución:**

- I. Los mitos son creencias, sin fundamento científico, es perjudicial dejarse llevar por ellos. (V)
- II. La conducta sexual de ambos adolescentes, fue irresponsable, porque no previeron las consecuencias. (V)
- III. Existen muchas formas de prevenir un embarazo, por eso los adolescentes deben estar informados de las ventajas y riesgos. (F)
- IV. La práctica de valores se convierte en guía de nuestras acciones cotidianas, incluyendo el comportamiento sexual. (F)

**Rpta.: A**

## Educación Cívica

### EJERCICIOS

1. Teniendo en cuenta la definición de cultura de paz, identifique los enunciados que se relacionen con las medidas que permiten alcanzar su consecución.
- I. La erradicación de la pobreza, el analfabetismo y la reducción de las desigualdades entre los pueblos
  - II. El incremento progresivo de políticas asistencialistas por parte del gobierno en zonas urbanas
  - III. La eliminación de todas las formas de discriminación racial, xenóforas e intolerancias conexas
  - IV. La formulación de leyes que permitan a la población aplicar justicia de forma directa
- A) II y IV                      B) I y III                      C) I, II y IV                      D) Solo II

#### Solución:

El desarrollo pleno de una cultura de paz está íntegramente vinculado a:

- I. **Correcto.** La erradicación de la pobreza, el analfabetismo y la reducción de las desigualdades entre los pueblos, es parte de estas medidas.
- II. **Incorrecto.** El incremento progresivo de políticas asistencialistas por parte del gobierno en zonas urbanas, no contribuye con las medidas para alcanzar la cultura de paz.
- III. **Correcto.** La eliminación de todas las formas de discriminación racial, xenóforas e intolerancias conexas
- IV. **Incorrecto.** La formulación de leyes que permitan a la población aplicar justicia de forma directa, no contribuye con las medidas para alcanzar la cultura de paz.

**Rpta.: B**

2. La discriminación es un problema social recurrente en el Perú, que se busca erradicar; pero, una de las dificultades para acabar con este mal es el hecho que las personas no denuncian el ser o haber sido víctimas de este maltrato, esto se debe a diferentes factores. Tomando en cuenta la información, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados respecto a las posibles causas.
- I. La inmediata acción de rechazo de la población a estos comportamientos
  - II. La negación y normalización de actos, frases o palabras racistas
  - III. La aplicación de drásticas sanciones penales a los denunciados
  - IV. El desconocimiento de los agraviados sobre los mecanismos de denuncia
- A) VVFF                      B) VFVV                      C) VVFF                      D) FVFF

#### Solución:

- I. **Falso.** Pues la población en su mayoría es indiferente a estos comportamientos.
- II. **Verdadero.** En la actualidad, se observa la normalización de los actos discriminatorios.
- III. **Falso.** Pues no se aplican sanciones drásticas a los actos de discriminación.



IV. **Verdadero.** En múltiples ocasiones las víctimas de discriminación no saben a qué instituciones acudir.

**Rpta.: D**

3. Establezca la relación correcta entre el tipo de delito y su caso correspondiente.

- |  |  |
|--|--|
| I. Contra el patrimonio                  | a. Un padre de familia es asesinado por evitar que sea asaltada su hija cerca a su domicilio.                      |
| II. Contra la fe pública                 | b. Una banda de extorsionadores cobra cupos a un empresario textil.  |
| III. Contra la libertad                  | c. Un joven adquiere un carné universitario falsificado en una imprenta para pagar menos en el transporte público. |
| IV. Contra la vida, el cuerpo y la salud | d. Una señorita viene siendo acosada por el instructor del gimnasio al que asiste diariamente.                     |

A) Id, IIb, IIIa, IVc    B) Ia, IIId, IIIc, IVb    C) Ib, IIc, IIIId, IVa    D) Ic, IIa, IIIId, IVb

**Solución:**

- I. Contra el patrimonio, se considera aquí el hurto, extorsión, robos, estafas. Por lo tanto, le corresponde el caso del empresario textil obligado a pagar cupos. (b)
- II. Contra la fe pública, se considera aquí la falsificación de documentos. Por lo tanto, le corresponde el caso del joven que encarga la confección de un carnet universitario en una imprenta. (c)
- III. Contra la libertad, se considera aquí la violación de la libertad personal, violación de la intimidad, violación de la libertad de trabajo, violación de la libertad de expresión, violación de la libertad sexual, entre otros. Por lo tanto, le corresponde el caso de la señorita que viene siendo acosada por el instructor del gimnasio. (d)
- IV. Contra la vida, el cuerpo y la salud, se considera aquí el homicidio, aborto, lesiones, exposición a peligro, etc. Por lo tanto, le corresponde el caso del padre de familia asesinado por evitar que sea asaltada su hija. (a)

**Rpta.: C**

4. Relacione los tipos de corrupción con su respectivo ejemplo expuesto.

- |                             |  |
|-----------------------------|--|
| I. Cohecho pasivo           | a. Un funcionario de un viceministerio usa diariamente el vehículo oficial a su cargo para el traslado de su familia a la escuela y a realizar compras a un centro comercial.  |
| II. Tráfico de influencias  | b. Un director de escuela decide usar parte del dinero del mantenimiento preventivo para la adquisición de uniformes para los docentes.  |
| III. Malversación de fondos | c. Un alcalde distrital pide a un gerente del municipio contrate los servicios de una determinada empresa de propiedad del hermano de dicho alcalde.                           |
| IV. Peculado                | d. Un inspector de transporte urbano solicita una suma de dinero a un conductor de taxi informal para no llevar su vehículo al depósito por realizar un servicio no permitido. |

A) Ia, IIb, IIIId, IVc    B) Id, IIc, IIIb, IVa    C) Ia, IIId, IIIc, IVb    D) Ib, IIc, IIIId, IVa



**Solución:**

- I. **Cohecho pasivo.** Cuando un funcionario o servidor público, solicita o condiciona su actuar a la entrega de un incentivo. Por lo tanto, le corresponde el caso del inspector de transporte urbano. (d)
- II. **Trafico de influencias.** Incurre en este delito aquel que invocando o teniendo influencias reales o simuladas, recibe, hace dar o prometer para sí o para un tercero, donativo o promesa o cualquier otra ventaja, etc. Por lo tanto, le corresponde el caso del alcalde distrital. (c)
- III. **Malversación de fondo.** Cuando un funcionario o servidor público da al dinero o bienes que administra, una aplicación diferente de aquella a los que están destinados. Por lo tanto, le corresponde el caso del director de escuela que usa el dinero del mantenimiento preventivo de la escuela para la compra de uniformes. (b)
- IV. **Peculado,** cuando el funcionario o servidor público se apropia, utiliza, en cualquier forma, para sí o para otro, bienes que se le hayan confiado por razón de su cargo. Por lo tanto, le corresponde el caso del funcionario de un viceministerio que usa indebidamente un vehículo oficial. (a)

Rpta.: B

## Historia

### EJERCICIOS

1. Las siguientes imágenes pertenecen a culturas del Intermedio Tardío o Segundo desarrollo regional (siglos X – XV), etapa previa al Tercer Horizonte. A continuación, relacione e indique a qué cultura pertenece cada imagen.



- I. El tumi es un cuchillo ceremonial que originalmente usaron los Sicán.
- II. Los vasos narigones fueron una muestra de la orfebrería chincha.
- III. Las chullpas fueron torres funerarias construidas por los reinos aimaras.

- A) Ia, IIc y IIIb      B) Ic, IIa y IIIb      C) Ib, IIc y IIIa      D) Ia, IIb y IIIc

**Solución:**

La primera imagen es un tumi, cuchillo ceremonial perteneciente a la cultura Sicán, representaba a la principal divinidad de esta cultura, Naylamp. La segunda foto, es un vaso narigón de la cultura chincha, hecho generalmente de bronce y plata, entre otros. Finalmente, la tercera imagen es una chullpa o torre funeraria, característico de la cultura de los reinos aimara, utilizado para enterrar a la élite guerrera.

**Rpta.: D**

2. La siguiente imagen, es un dibujo atribuido al cronista Felipe Guamán Poma de Ayala, incluida en *Nueva crónica y buen gobierno* (1615). Al observarla, podemos afirmar lo siguiente:

- A) evidentemente es un quipucamayoc y pertenece al Intermedio Tardío.  
 B) se trata de un funcionario del Imperio huari que ejercía de contador.  
 C) es un quipucamayoc, encargado de resguardar la información.  
 D) es un chasqui que corre como mensajero por el Cápac Ñan.

**Solución:**

Como se lee y aprecia en la imagen, es un quipucamayoc. Se reconoce como tal por el quipu que porta (además de que esto se lee como encabezado de la imagen). Atribuida a Guamán Poma de Ayala, representa a un funcionario del Estado incaico cuya función era resguardar información, ya que registraba a través de un sistema de cuerdas y nudos de diferentes formas y tamaños, los bienes y los recursos o memorias dentro del incanato.

**Rpta.: C**

3. Con relación a la cultura Inca, la misma que se desarrolló entre los siglos XIII al XV, desde el Intermedio Tardío hasta el Tercer Horizonte, indique el valor de verdad (V o F) según corresponda.

- I. Según las leyendas incaicas, Manco Cápac es el fundador.  
 II. El urpu es la única cerámica que se reconoce como propiamente incaica.  
 III. Luego de derrotar a los chancas, los incas inician la fase imperial.  
 IV. La piedra de los doce ángulos se encuentra en Machu Picchu – Cusco.

- A) FVFF      B) VVVF      C) VFFV      D) VVFFV

**Solución:**

Tanto las leyendas de Manco Cápac y Mama Ocllo, como la de los hermanos Ayar, coinciden en afirmar que Manco Cápac es el fundador. Por otra parte, el urpu, vasija que termina en punta, decorada con motivos geométricos, es la única que se reconoce como cerámica inca.

La fase imperial se inició con la derrota de los chancas a manos de Pachacútec; y la piedra de los doce ángulos se encuentra cerca de la Plaza Mayor del Cusco.

**Rpta.: B**



4. “De manera empírica, podemos decir que en la sociedad inca la reciprocidad caracterizaba la vida económica en el nivel de las comunidades rurales, mientras la redistribución era manejada por la organización estatal, cuyo centro coordinador era encarnado por el Inca. Pero la redistribución no se opone a la reciprocidad, por el contrario, se inscribe como su prolongación y funda sobre ella su ideología. En este esquema, debe designarse un lugar especial a los jefes locales – su importancia ha sido muy descuidada -: ellos son precisamente la bisagra entre la reciprocidad comunal y la redistribución estatal.”

Nathan Wachtel (2017) *Los vencidos. Los indios del Perú ante la conquista española (1530 - 1570)*. Cusco: Ceques Editores.

De la lectura anterior, podemos inferir que

- A) los curacas eran el nexo entre el Estado incaico y los ayllus.  
 B) la redistribución era necesaria para mantener las relaciones de poder.  
 C) el sapa inca era el hombre más rico de su tiempo gracias a ese sistema.  
 D) la reciprocidad solo se practicaba en el mundo andino.

**Solución:**

El papel y la importancia de los curacas queda plasmada incluso después de la conquista del Tahuantinsuyo, al sobrevivir como institución hasta mucho después de la fundación de la República, ya que, desde tiempos anteriores a los incas, fueron el nexo entre el Estado y los ayllus.

**Rpta.: A**

5. De la siguiente lectura y la información que brinda, complete los espacios faltantes según corresponda:

“Dividían el mundo y sus agentes en cuatro partes (\_\_\_\_), cuyo centro político y cósmico residía en \_\_\_\_\_. De hecho, el nombre de aquel dominio -\_\_\_\_\_ - quiere decir “Las cuatro Partes del Unidas”. Cada una de ellas estaba dirigida por un señor (*apu*). La más poblada de las cuatro partes, el *Chinchaysuyu*, tomaba el nombre de la respetada etnia chincha de la costa subcentral de Perú; (...) El *Antisuyu* se encontraba al norte y al noreste de Cuzco; se denomina así por los templados bosques de montaña (...).”

Terence N. D'Altroy (2002). *Los incas*. Barcelona: Ariel Pueblos.

- A) suyo – Cusco – Tahuantinsuyo                      B) llacta – Ayacucho – chancas  
 C) cancha – La Libertad – chimú                      D) topo – Ica – chincha

**Solución:**

El autor escribe Tahuantinsuyo para referirse a la cultura e Imperio inca, cuya capital se encontraba en el Cusco, como se aprecia en la lectura, cada parte es un suyo. El *Chinchaysuyu*, *Antisuyu*, *Kollasuyu* y *Cuntisuyu*, serían cada una de esas cuatro partes, cada una con características particulares.

**Rpta.: A**



# Geografía

## EJERCICIOS

1. El mar peruano es un escenario de gran diversidad física y biológica. Al respecto, identifique las características que corresponden a su sector centro sur.
- I. Por la baja latitud sus aguas son de naturaleza cálida.
  - II. El afloramiento es inexistente frente a las costas de Mollendo.
  - III. Posee alta viscosidad y favorece la flotabilidad del plancton.
  - IV. Se encuentra influenciado por la corriente de Humboldt.
- A) I y III                      B) II y III                      C) II y IV                      D) III y IV

### Solución:

- I. **Incorrecto.** El sector centro y sur recibe las aguas de la Corriente Peruana, que provienen de zonas de altas latitudes y se caracterizan por ser frías.
- II. **Incorrecto.** El afloramiento es mayor en aguas frías por su mayor salinidad y presencia de nutrientes, destaca frente a las costas de Ancash, Lima e Ica.
- III. **Correcto.** La baja temperatura y alta salinidad determina una mayor viscosidad del agua, lo que permite una mayor flotabilidad del plancton.
- IV. **Correcto.** La Corriente Peruana o de Humboldt, a través de las subcorrientes Costera y Oceánica, recorre el mar peruano de sur a norte.

Rpta.: D

2. La Gestión Integrada de Recursos Hídricos (GIRH) demanda la atención de factores naturales y humanos que intervienen durante el ciclo natural del agua en las cuencas hidrográficas. De lo mencionado, ¿cuáles de las siguientes acciones corresponden a un adecuado manejo de estas unidades territoriales?
- I. Reubicar a la población que reside en las márgenes de los ríos
  - II. Empezar la reforestación de los bosques de galería
  - III. Incinerar pajonales para incrementar la frontera agrícola
  - IV. Fomentar el pastoreo para detener la erosión fluvial
- A) I y II                      B) I y III                      C) II y III                      D) II y IV

### Solución:

- I. **Correcto.** Con la debida zonificación de los suelos, reubicar a la población que habita en las márgenes de los ríos, pues constituyen un escenario de riesgo.
- II. **Correcto.** Reforestar los bosques de las riberas que se constituyen en hábitat para muchas especies, además de contrarrestar la erosión fluvial.
- III. **Incorrecto.** La quema de vegetación en el curso medio y alto altera el abastecimiento de agua y recarga de acuíferos.
- IV. **Incorrecto.** El sobrepastoreo es una de las prácticas que pone en riesgo la permanencia de la cobertura vegetal e incrementa la vulnerabilidad del suelo.

Rpta.: A

3. Dado que nuestro país presenta una distribución irregular del recurso hídrico, es necesaria la construcción de infraestructura hidráulica. Al respecto, relacione las siguientes unidades hidrográficas con la obra que le corresponde.

- |                  |                                |
|------------------|--------------------------------|
| I. Rímac         | a. Represa de Aguada Blanca    |
| II. Chancay      | b. Reservorio de Gallito Ciego |
| III. Chili       | c. Represa de Yuracmayo        |
| IV. Jequetepeque | d. Reservorio de Tinajones     |

- A) Ic, IId, IIIa, IVb    B) Id, IIc, IIIa, IVb    C) Ic, IId, IIIb, IVa    D) Ia, IIb, IIIc, IVc

**Solución:**

- (Ic) La represa de Yuracmayo que aprovecha las aguas del río Rímac, se encuentra en la provincia de Huarochirí, región Lima.  
 (IId) El reservorio de Tinajones capta las aguas del río Chancay, se encuentra en la provincia de Chiclayo, región Lambayeque.  
 (IIIa) La represa de Aguada Blanca aprovecha las aguas del río Chili, se ubica en la provincia de Arequipa, región Arequipa.  
 (IVb) El reservorio de Gallito Ciego toma las aguas del río Jequetepeque, se localiza en la provincia Contumaza, región Cajamarca.

**Rpta.: A**

4. El Perú tiene el mayor número de glaciares tropicales del mundo, los cuales, se constituyen como una importante reserva hídrica. Sin embargo, estos se vienen reduciendo alarmantemente durante las últimas décadas. Al respecto de este proceso, identifique el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. Reduce la capacidad de albedo favoreciendo el incremento de la temperatura global.
- II. Incrementa el número de lagunas en la región andina y, con ello, el riesgo de desastres.
- III. Gracias al derretimiento se dispondrá de mayor agua dulce en escurrimiento en un largo plazo.
- IV. Altera el caudal natural de los ríos, afectando la permanencia de diversas especies.

- A) VFVF    B) FVFV    C) VVFV    D) FFVV

**Solución:**

- I. **Verdadero.** Se reduce la capacidad de albedo, que poseen los cuerpos blancos, para reflejar los rayos del sol.
- II. **Verdadero.** Se incrementa el número lagunas, por consecuencia, las probabilidades de rebales ante movimientos sísmicos.
- III. **Falso.** En el largo plazo se sufrirá la reducción en el caudal de los ríos que se alimentan del deshielo de los glaciares.
- IV. **Verdadero.** La alteración de las condiciones naturales afecta a numerosas especies, provocando la migración o desaparición de estas.

**Rpta.: C**



# Economía

## EJERCICIOS

1. Relacionar los tipos de mercados:

- |                           |                                  |
|---------------------------|----------------------------------|
| 1. MERCADO DE BIENES      | a. Terminal Terrestre            |
| 2. MERCADO DE SERVICIOS   | b. Mercado Mayorista Santa Anita |
| 3. MERCADO DE FAC.PRODUC. | c. Operadores de Telefonía Móvil |
|                           | d. Agencias de Empleo            |

- A) 1a,2b,2c,3d      B) 1b,2a,2c,3d      C) 1a,2d,2c,3b      D) 1c,2b,2a,3d

**Solucion:**

- a. M. Servicios  
b. M. Bienes  
c. M. Servicios  
d. M. F. Producción

**Rpta.: B**

2. Francisco de 21 años de edad, obtuvo el grado de bachiller en Economía en la UNMSM, encontrándose dentro de los tres primeros puestos de su promoción y como premio, sus padres le regalan un carro Volvo del año 2022 y un celular Samsung S22 Ultra. Los gastos realizados por sus padres corresponden a los gastos

- A) absolutos.      B) discrecionales.      C) permanentes.      D) fijos.

**Solución:**

Los gastos, de las cuales están relacionados con bienes prescindibles, son los discrecionales, entre ellos están los viajes, bienes de lujos, etc.

**Rpta.: B**

3. Las protestas por parte de los transportistas de carga a nivel nacional, iniciada a mediados del mes de marzo del presente año, se debe al incremento del precio del combustible y por los altos costos que representa el pago de los peajes en las carreteras. Durante las mesas de diálogo entre los representantes de los transportistas y las autoridades del gobierno, las demandas que se presentaron estaban en torno a una reducción y/o exoneración del ISC del combustible. El Estado podría llegar a un acuerdo y conceder dichos pedidos. Tomando en cuenta el enunciado anterior podemos afirmar que

- I. los transportistas son demandantes y trasladan mayores flujos nominales.  
II. el Estado es un agente económico que puede redistribuir la riqueza.  
III. el problema parte por un mayor traslado de flujo nominal en el mercado de bienes y servicios.  
IV. de ceder a las demandas de los transportistas, se reducirán flujos monetarios hacia el Estado.

- A) FFFF      B) FVFV      C) VFVF      D) VVFV



**Solución:**

- I. Los transportistas son demandantes de insumos (combustible) y trasladan mayores flujos nominales (incremento de los costos).
- II. El Estado es un agente económico que puede redistribuir la riqueza.
- III. El problema parte por un mayor traslado de flujo nominal en el mercado de factores productivos.
- IV. De ceder a las demandas de los transportistas, se reducirán flujos monetarios hacia el Estado (disminuye la recaudación tributaria).

**Rpta.: D**

4. La inflación en el Perú, medida por el Índice de Precios al Consumidor (IPC), fue del 1,13 % en abril pasado, mientras que, en los últimos 12 meses, muestra un crecimiento del 8,62 %, informó este domingo el Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI).

Para paliar los efectos del alza de los precios, el Congreso de Perú aprobó un decreto de ley que exonera del Impuesto General de Ventas (IGV) a una lista de alimentos de la cesta básica como pollo, fideos, azúcar y pan, que entra en vigor este domingo 1 de mayo.

¿A qué tipo de gastos se refiere el texto?

- |                              |                         |
|------------------------------|-------------------------|
| A) Los gastos mensuales      | B) Los gastos fijos     |
| C) Los gastos discrecionales | D) Los gastos generales |

**Solución:**

El presupuesto familiar se ve afectado ante el incremento de los precios de los bienes básicos como los alimentos de la cesta básica, por lo que representan a los gastos fijos.

**Rpta.: B**

5. A 15 kilómetros de la ciudad de Cusco y a dos kilómetros del pueblo de Chinchero, ya se realizan los ensayos técnicos y se viene elaborando el diseño del Aeropuerto Internacional de Chinchero para que, a más tardar, en mayo se empiece la ejecución de las obras del terminal de pasajeros y la torre de control.

Este terminal aéreo apunta a ser el segundo más grande del país y ocho veces más grande que el actual terminal del Aeropuerto Internacional Velasco Astete de Cusco. Estas acciones llevadas a cabo corresponden al agente económico denominado

- |             |            |             |                     |
|-------------|------------|-------------|---------------------|
| A) hogares. | B) Estado. | C) empresa. | D) resto del mundo. |
|-------------|------------|-------------|---------------------|

**Solución:**

Entre las funciones que tiene el Estado en la economía está la de proveer de bienes y servicios a la sociedad y redistribuir la riqueza.

**Rpta.: B**

6. De acuerdo a las frases indique el orden de los flujos.

- Cuando una persona compra un par de zapatos.
- Cuando una persona es contratada por una fábrica de zapatos.
- Cuando la empresa obtiene ingresos por la venta de zapatos.

A) flujo de bienes y servicio – flujo de factores productivos – flujo nominal

B) flujo de bienes y servicio – flujo nominal – flujo de factores productivos

C) flujo nominal – flujo de bienes y servicio – flujo de factores productivos

D) flujo de factores productivos – flujo nominal – flujo de bienes y servicio

**Solución:**

Flujo de bienes y servicios: que parte de las empresas y va hacia las familias.

Flujo de factores productivos: que parte de las familias y llega a las empresas.

Flujo nominal o monetario: que describe el proceso de generación de ingresos.

**Rpta.: A**

7. John trabaja transportando cacao desde la selva hasta la capital del Perú en su camión; de esta manera se logra el abastecimiento del insumo principal para la industria del chocolate en el país. Dicho camión se puede definir como un elemento de la circulación llamado

A) mercado.

B) medio ambiente.

C) medida.

D) medio de transporte.

**Solución:**

El camión es un medio de transporte porque lleva el cacao de un lugar a otro.

**Rpta: D**

8. La historia de Ronald Abad, el hombre detrás del boom de las barras cevicheras. El maestro cevichero pasó de vender su producto estrella en una carretilla en La Victoria a sumar siete locales. La meta es llegar a 10 locales este año y proyectan incursionar en el modelo de franquicias. De acuerdo a la historia mencionada, ¿a qué tipo de agente económico se refieren?

A) Hogares

B) Gobierno

C) Empresa.

D) Resto del mundo

**Solución:**

Es empresa, ya que es una unidad productora y se encuentra debidamente constituida.

**Rpta.: C**

9. Para medir qué tan rápido viaja un vehículo, los norteamericanos usan la milla por hora. Todos los autos, trenes y aviones son sincronizados usando esta unidad de medida. Incluso la velocidad a la que corren los animales es medida en millas por hora. Esta unidad se conoce comúnmente como "MPH" (Millas por Hora).

A) Mercado

B) Sistema comercio

C) Pesos y medidas

D) Medio de transporte



**Solución:**

Estados Unidos, Liberia y Birmania son los únicos países del mundo que no han adoptado el sistema métrico decimal.

**Rpta.: C**

10. La construcción de la Línea 2 del Metro de Lima y Callao registra un nuevo hecho histórico. Este sistema de transporte unirá a los distritos de Ate Vitarte, Santa Anita, El Agustino, San Luis, La Victoria, Cercado de Lima, Breña, Bellavista, Callao y Carmen de La Legua, recorriendo 35 kilómetros de vías en tan solo 45 minutos.

La Línea 2, que se conectará con la Línea 1 y las líneas futuras del Metro de Lima, acercará los destinos de más de un millón de usuarios al día, beneficiando a las 2.5 millones de personas que viven a lo largo de su recorrido. Representa el primer megaproyecto subterráneo del país.

En relación al texto anterior, se puede afirmar que la construcción de la Línea 2 ha permitido incrementar los flujos \_\_\_\_\_ compuesto por \_\_\_\_\_.

- A) reales – bienes y servicios  
B) reales – factores productivos  
C) nominales – factores productivos  
D) nominales – bienes y servicios

**Solución:**

Los flujos reales están compuestos por bienes y servicios y factores productivos. En el presente caso, la línea 2 incrementa el flujo de bienes y servicios, y los de factores productivos (trabajadores).

**Rpta.: B**

## *Filosofía*

### LECTURA COMPLEMENTARIA

Pensar es un complejo proceso que se inicia con la creación de imágenes mentales en nuestro cerebro. Estas imágenes las integramos, emparejamos, proyectamos o asociamos con nuestros conceptos o esquemas que tenemos memorizados, representándonos las situaciones del mundo y de nosotros mismos en un proceso simbólico que necesitamos estructurar en secuencias. Necesitamos naturalmente no solo una memoria en funcionamiento, sino también una conciencia de lo que estamos pensando, es a lo que podemos denominar razonamiento. De esta manera, razonar consiste en producir juicios mediante estructuras, pero, al propio tiempo, nos servimos de elementos de enlace como el verbo 'ser' o de conjunciones o cuantificadores que nos indican el dominio del que hablamos. Una vez creado un juicio, podemos conectarlo con otro y producir una secuencia causal o deductiva entre ellos, es decir, encadenando juicios conocidos podemos llegar a obtener nuevos conocimientos, prever situaciones y tomar decisiones acertadas.

Adaptado de MUÑOZ G. Carlos *Introducción a la lógica*, edit. Universidad Complutense de Madrid, España, 2007, p.17



1. Del texto anterior, de acuerdo con el significado de la lógica, se desprende que el pensamiento consiste en
- A) crear diversas imágenes de hechos y sucesos de la realidad.
  - B) disponer bien de juicios e imágenes que hemos memorizado.
  - C) componer, relacionar y asociar juicios respetando estructuras.
  - D) elegir correctamente las representaciones, esquemas y símbolos.

**Solución:**

Desde el punto de vista de la lógica, el pensamiento o la razón no es una facultad o una parte que podamos encontrar en el cerebro, no es nada sustantivo, como tampoco lo es la memoria o, en general, cualquier proceso cognitivo humano; más bien, consiste en una característica que adopta el pensamiento cuando compone, relaciona y asocia juicios respetando las estructuras lógicas contenidas en los juicios mismos.

**Rpta.: C**

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Francisco Erice analiza la incertidumbre que vivimos al cuestionar la racionalidad, destacando que la comunicación y el lenguaje son vitales para poder establecer relaciones humanas y de convivencia, así como para aprender, enseñar, investigar y transformar nuestro mundo, pero, ambas, lenguaje y comunicación deben explicar y establecer los principios, leyes o reglas del pensamiento, de tal forma que al seguirlas podamos lograr la corrección y validez de nuestra forma de razonar.

Las ideas contenidas en el texto mostrado, guardan relación con

- A) la definición de la racionalidad argumentativa.
- B) las características fundamentales de la lógica.
- C) el predominio de la incertidumbre de la razón.
- D) los requisitos necesarios de la comunicación.

**Solución:**

El texto tiene relación con las características fundamentales de la lógica, en tanto que evalúa nuestros procesos y estructuras de razonamiento en los argumentos y determina cuáles son las formas correctas de hacerlo por medio de reglas y principios, vale decir, está dedicada al análisis de los métodos de razonamiento.

**Rpta.: B**

2. Gilson señala que Boecio fue quien transmitió gran parte de la lógica antigua en sus obras y tratados sobre el silogismo y las proposiciones categóricas. Pero también Tomás de Aquino desarrolló la lógica aristotélica. Asimismo, Ockham que trabajó la lógica proposicional y conoció sus principales reglas de inferencia.

En base a los personajes y temas referidos, podemos afirmar que Gilson

- A) analiza los aportes de la lógica medieval.
- B) explica el origen y desarrollo del silogismo.
- C) sostiene la superación de la lógica aristotélica.
- D) describe los aportes lógicos solo de Boecio.

**Solución:**

Gilson, comentarista del pensamiento medieval, ofrece una explicación de los personajes y pensadores que dieron forma a los temas de la lógica medieval.

**Rpta.: A**

3. Quine, en una de sus clases, planteó lo siguiente: «Consideremos y analicemos el enunciado “Esta oración es falsa”. Luego siguió explicando: Si suponemos que esa afirmación es verdadera, entonces lo que dice es verdadero. Ya que la oración afirma que es falsa, entonces debe ser falsa. Por tanto, si suponemos que es verdadera, alcanzamos una contradicción. Pero, si suponemos que la oración es falsa, entonces lo que afirma debe ser falso. Ya que afirma que la oración es falsa, entonces la oración debe ser verdadera. De nuevo, si suponemos que es falsa, alcanzamos una contradicción».

Podemos deducir que Quine aborda el tema de

- A) las verdades y falsedades en un enunciado.
- B) los contenidos falaces detrás de una oración.
- C) las contradicciones que acarrearán las paradojas.
- D) los problemas de construcción de enunciados.

**Solución:**

Quine trata de demostrar a dónde nos llevan las paradojas, que son afirmaciones o enunciados lógicamente contradictorios o que, a pesar de ser un razonamiento aparentemente válido a partir de premisas verdaderas, conduce a una conclusión contradictoria o lógicamente inaceptable.

**Rpta.: C**

4. Juan afirma que lo fundamental es que haya una correspondencia entre lo que se expresa y la realidad, por el contrario, Javier refiere que lo más importante son las conclusiones a las que arribamos de un modo coherente y lógico de las premisas.

De la discrepancia de dichos estudiantes, se deduce que

- A) ambos tienen razón en su propósito de fundamentar lo correcto.
- B) es evidente la diferencia entre verdad y validez en la lógica.
- C) no existe discrepancia entre el significado de verdad y validez.
- D) la validez es un modo de pensar muy superior a la verdad.

**Solución:**

La verdad es la correspondencia entre el enunciado y la realidad, mientras que la validez consiste en arribar a una conclusión, en base a las premisas, de modo necesario.

**Rpta.: B**



5. En la política hay formas de persuasión que no están ligadas al lenguaje: una marcha de protesta, una procesión fúnebre, el flamear de banderas, el aplauso, el repicar de campanas, el homenaje a un héroe o el recuerdo de una batalla victoriosa estimulan la unidad emocional del grupo. Estos y muchos otros fenómenos no lingüísticos cumplen, cada uno a su manera una función propia de transmitir emoción social, que puede ser utilizada falazmente para fines persuasivos.

La situación descrita representa

- A) las características de la falacia *ad populum*.
- B) los lineamientos de una política irracional.
- C) el carácter demagógico de la política social.
- D) la utilización política de la falacia *ad baculum*.

**Solución:**

La descripción corresponde a la falacia *ad populum* que consiste en el intento de ganar el asentimiento popular para una conclusión, despertando las pasiones y el entusiasmo de la multitud.

**Rpta.: A**

6. La defensa que de sí mismo hace Sócrates, comienza de esta manera: «Pero tal vez alguno de vosotros pueda indignarse, al recordar que, en luchas más sencillas que ésta, al que rogó e imploró desesperadamente a los jueces. Tal vez alguno, al comprenderlo, se sienta herido en su orgullo, y dé, airado, su voto contra mí. Si alguno de vosotros piensa así —aunque no lo creo— me parece justo comunicarle: también yo, amigo, tengo familiares, y —como dice Homero— no nací ni de un roble, ni de una piedra, sino de un ser humano: tengo parientes y tres hijos, uno adulto y dos más niños. Pero de ningún modo los traeré aquí para implorar clemencia». (Platón, 1983:49– 50)

En su apología, Sócrates pone de manifiesto

- A) las estrategias de una verdadera defensa.
- B) el argumento clásico de la anfibología.
- C) los rasgos de la falacia *ad misericordiam*.
- D) la falacia *ad baculum* basada en la fuerza.

**Solución:**

En su defensa, Sócrates recurre a la falacia *ad misericordiam* que consiste en apelar a la conmiseración, a inspirar lástima, para conseguir que se acepte una determinada conclusión.

**Rpta.: C**



7. Hay argumentos que parecen válidos, pero un análisis lógico detallado puede desenmascararlos y mostrarlos como incorrectos. Así, hay argumentos incorrectos que parecen válidos, los cuales son usados con la intención de engañar o convencer.

Es coherente afirmar que se está haciendo referencia a

- A) razonamientos casi equivocados
- B) argumentos denominados falacias.
- C) razonamientos sin análisis sintáctico.
- D) inferencias difíciles de comprender.

**Solución:**

Efectivamente, la lógica ha realizado un catálogo de argumentos de este tipo, argumentos que no son válidos, pero que lo parecen. A estos argumentos la lógica los denomina *falacias* o *sofismas*.

**Rpta.: B**

8. A través de esta falacia se intenta desacreditar a la persona que defiende una postura, señalando una característica o creencia impopular de esa persona. En vez de refutar lo que afirma el contrario, se ataca al hombre que hace la afirmación.

De todo esto, se deduce que se trata de

- A) la utilización correcta de las anfibologías.
- B) la exactitud de los razonamientos lógicos.
- C) los argumentos persuasivos, pero no lógicos.
- D) las características de la falacia *ad hominem*.

**Solución:**

Se trata de la falacia *ad hominem*, al utilizar esta falacia se intenta desacreditar a la persona que defiende una postura señalando una característica o creencia impopular de esa persona. En vez de refutar lo que afirma el contrario, se ataca al hombre que hace la afirmación.

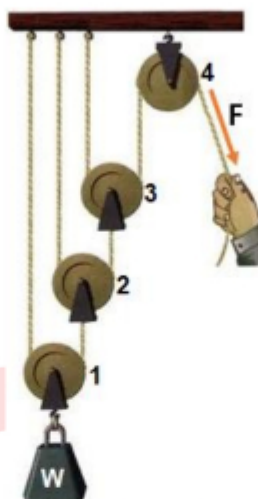
**Rpta.: D**

## Física

### EJERCICIOS

1. La figura muestra un bloque en equilibrio de peso  $W = 64 \text{ N}$ . Si el peso de las poleas es despreciable, determine la magnitud de la fuerza  $F$ .

- A)  $8 \text{ N}$   
 B)  $16 \text{ N}$   
 C)  $4 \text{ N}$   
 D)  $6 \text{ N}$



#### Solución:

Para la polea 1.

$$2T_1 = w = 64 \Rightarrow T_1 = 32 \text{ N}$$

Polea 2.

$$2T_2 = T_1 = 32 \Rightarrow T_2 = 16 \text{ N}$$

Polea 3.

$$2T_3 = T_2 = 16 \Rightarrow T_3 = F = 8 \text{ N}$$

Rpta.: A

2. Un hombre y una mujer desean deslizar un armario de archivos cuya masa es  $80 \text{ kg}$  sobre una superficie horizontal rugosa aplicando fuerzas horizontales de igual magnitud  $F$ , como se muestra en la figura. Los coeficientes de fricción estático y cinético son  $\mu_S = 0,4$  y  $\mu_C = 0,2$  respectivamente. Indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I) La magnitud y la dirección de la fricción estática dependen de la magnitud y de la dirección de las fuerzas aplicadas al armario.  
 II) La magnitud de la fuerza que debe aplicar cada persona para poner en movimiento al armario es  $160 \text{ N}$ .  
 III) Para que el armario se mueva con velocidad constante la magnitud de la fuerza aplicada por cada persona es  $80 \text{ N}$ .



- A) VFV                      B) VVV                      C) VVF                      D) FFF

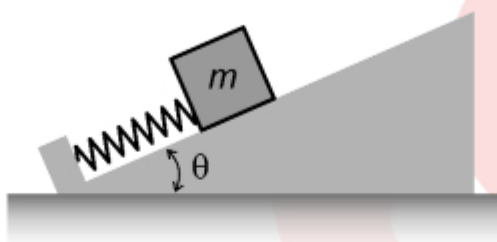
**Solución:**

I) V      II) V      III) V

Rpta: B

3. Un bloque de masa  $m = 1000 \text{ kg}$  situado sobre un plano inclinado que forma un ángulo  $\theta = 53^\circ$  con la horizontal comprime un resorte, como se muestra en la figura. Si la constante del resorte es  $k = 2,0 \times 10^4 \text{ N/m}$  y el coeficiente de fricción estático entre la caja y la superficie inclinada es  $\mu_s = 1/3$ , ¿cuál es la deformación del resorte?

- A) 60 cm  
B) 20 cm  
C) 30 cm  
D) 10 cm

**Solución:**

El bloque se mantiene en reposo:

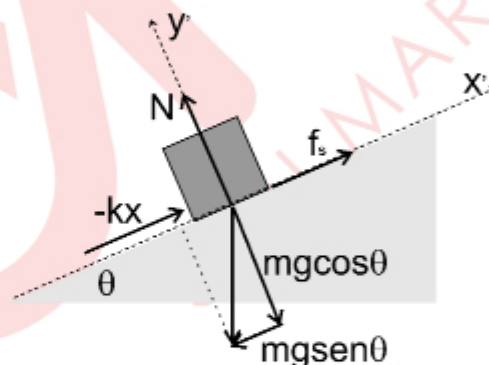
$$\sum F_{x'} = 0$$

$$mg \sin \theta - kx - \mu_s mg \cos \theta = 0$$

$$x = \frac{mg}{k} (\sin \theta - \mu_s \cos \theta)$$

$$x = \frac{(1000)(10)}{2,0 \times 10^4} \left[ \left( \frac{4}{5} \right) - \left( \frac{1}{3} \right) \left( \frac{3}{5} \right) \right]$$

$$x = 0,30 \text{ m}$$



Rpta.: C

4. La figura muestra el uso habitual de un martillo para sacar clavos. En este contexto, determine la magnitud de la fuerza vertical aplicada al clavo si la fuerza horizontal es de magnitud  $F = 3 \text{ N}$  y el peso del mango se considera despreciable.

- A) 10 N  
B) 0.9 N  
C) 2.7 N  
D) 9 N

**Solución:**

Aplicando momentos de fuerza, se tiene.

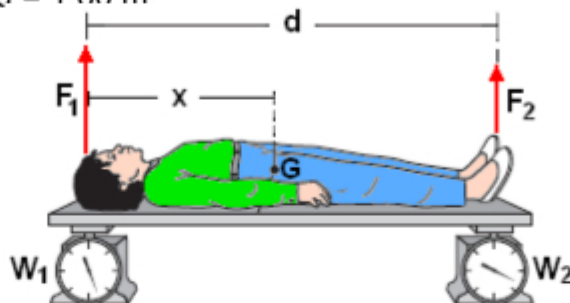
$$r_A R - r_F F = 0 \quad \Rightarrow \quad R = \frac{0,3 \times 3}{0,09} = 10 \text{ N}$$

Rpta.: A



5. El centro de gravedad (G) de una persona se puede determinar midiendo su masa sobre una plataforma apoyada en dos balanzas, como se muestra en la figura. Las balanzas se ajustan marcando el cero cuando solo soportan la plataforma y la persona se coloca con la cabeza y los pies justo sobre las balanzas. Determine la distancia  $x$  del centro de gravedad respecto a la cabeza de la persona, sabiendo que  $W_1 = 50 \text{ N}$ ;  $W_2 = 30 \text{ N}$  y  $d = 1,60 \text{ m}$

- A) 50 cm  
B) 40 cm  
C) 80 cm  
D) 60 cm



**Solución:**

De la figura:

$$W_1 = F_1 \quad \text{y} \quad W_2 = F_2$$

De la segunda condición de equilibrio, y sumando torques respecto al centro de gravedad (G) de la persona:

$$\sum \tau_G = -F_1 x + F_2 (d - x) = 0$$

$$x = \frac{W_2 d}{W_1 + W_2}$$

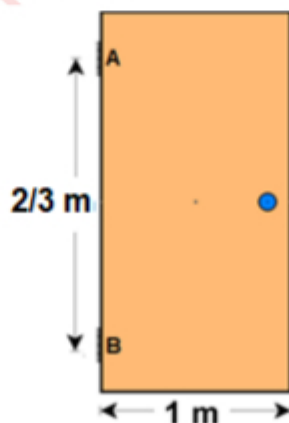
Evaluando:

$$x = \frac{(30)(1,6)}{50 + 30} = 0,60 \text{ m}$$

**Rpta.: D**

6. La puerta mostrada en la figura está en equilibrio, su ancho es  $1 \text{ m}$  y el peso  $80 \text{ N}$ , la distancia entre las bisagras es  $2/3 \text{ m}$ . Si el peso de la puerta es soportado únicamente por la bisagra superior, determine la magnitud de las fuerzas ejercidas por las bisagras A y B sobre la puerta, respectivamente.

- A) 60 N; 100 N  
B) 100 N; 60 N  
C) 50 N; 30 N  
D) 80 N; 60 N



**Solución:**

Aplicando momentos relativo al punto A.

$$r_{AB} R_B = \frac{\ell w}{2} \quad \Rightarrow \quad R_B = \frac{\ell w}{2r_{AB}} = \frac{0,5 \times 80}{2/3} = \frac{3 \times 40}{2} = 60 \text{ N}$$

Usando la primera condición de equilibrio. La componente vertical.

$$R_{Ay} = w = 80 \text{ N}$$

La componente horizontal.

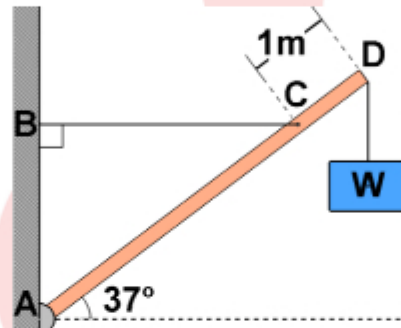
$$R_{Ax} = R_B = 60 \text{ N} \Rightarrow R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2}$$

$$\Rightarrow R_A = \sqrt{60^2 + 80^2} = 100 \text{ N}$$

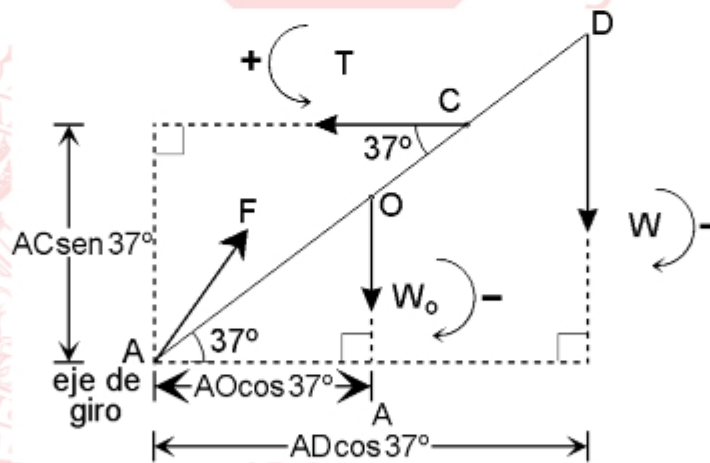
Rpta.: B

7. La figura muestra la representación esquemática de una grúa, la cual consta de una barra homogénea AD de 3 m de longitud y 1000 N de peso, que puede girar en el punto A. Si se suspende un bloque de peso  $W = 5000 \text{ N}$ , ¿cuál es la tensión de la cuerda horizontal BC para que el sistema esté en equilibrio?

- A) 11 kN
- B) 10 kN
- C) 12 kN
- D) 13 kN



**Solución:**



Aplicando la segunda condición de equilibrio:

$$\sum \tau_A = T(AC\text{sen}37^\circ) - W_0(AO\text{cos}37^\circ) - W(AD\text{cos}37^\circ) = 0$$

donde  $AC = 3 \text{ m}$ ,  $AO = 3/2 \text{ m}$  y  $AD = 3 \text{ m}$ .

$$2T\text{tan}37^\circ = \frac{3}{2}W_0 + 3W$$

$$T = W_0 + 2W = 1000 + 2(5000) = 11\,000 \text{ N}$$

Rpta.: A

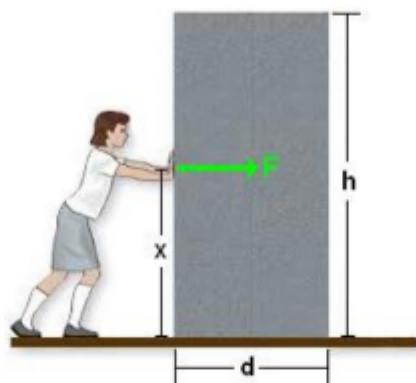
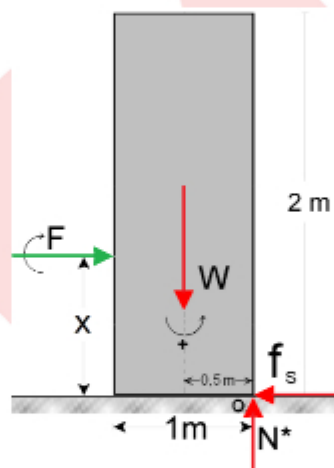
8. Una chica intenta deslizar un bloque rectangular homogéneo y uniforme de altura  $h = 2 \text{ m}$  y espesor  $d = 1 \text{ m}$  sobre una superficie horizontal, como se muestra en la figura. ¿A qué distancia  $x$  debe aplicar una fuerza horizontal  $F$  para que el bloque esté a punto de volcar? Considere el coeficiente de fricción estático entre el bloque y la superficie horizontal  $\mu_s = 0,5$ .

A) 1,5 m

B) 1,0 m

C) 1,2 m

D) 0,8 m

**Solución:**

Aplicando la primera condición de equilibrio:

$$\sum F_y = N^* - W = 0$$

$$N^* = W$$

$$\sum F_x = F - f_s = 0$$

$$F = f_s$$

Además:

$$F = \mu_s N^* = \mu_s W$$

Aplicando la segunda condición de equilibrio:

$$\sum \tau_o = W(0,5) - F(x) = 0$$

$$x = \frac{0,5W}{F} = \frac{0,5W}{\mu_s W} = \frac{0,5}{0,5} = 1 \text{ m}$$

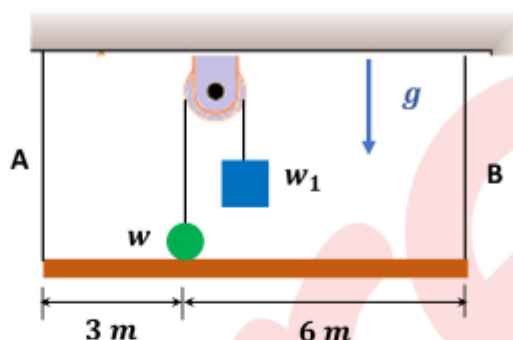
**Rpta.: B**



**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. El sistema mostrado en la figura está en equilibrio, el peso de la esfera es  $w = 160\text{ N}$ ,  $w_1 = 70\text{ N}$  y la barra de peso despreciable. Calcular la tensión en la cuerda A.

- A)  $60\text{ N}$   
 B)  $90\text{ N}$   
 C)  $106.7\text{ N}$   
 D)  $100\text{ N}$

**Solución:**

La reacción de la barra sobre la esfera.

$$R = w - w_1 = 160 - 70 = 90\text{ N}$$

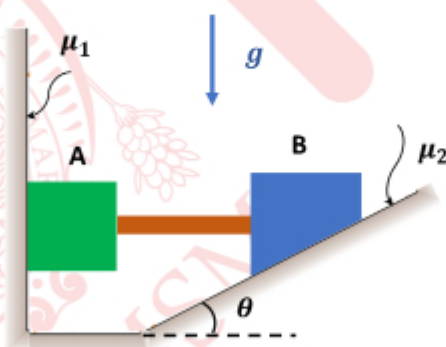
Aplicando momentos relativo a la cuerda B

$$6R = 9T_A \quad \Rightarrow \quad T_A = \frac{6 \times 90}{9} = 60\text{ N}$$

Rpta.: A

2. Los bloques A y B mostrados en la figura están unidos mediante una barra horizontal liviana; si el peso de A es  $w_A = 130\text{ N}$ , ¿qué peso mínimo debe tener B para que el sistema se mantenga en reposo? Considerar  $\mu_1 = 1/2$ ,  $\mu_2 = 1/3$ , y  $\theta = 37^\circ$ .

- A)  $180\text{ N}$   
 B)  $300\text{ N}$   
 C)  $200\text{ N}$   
 D)  $160\text{ N}$

**Solución:**

Aplicando condiciones de equilibrio al bloque A. Las componentes verticales,

$$f_{rA} - w_A = \mu_1 N_A - w_A = 0 \quad \Rightarrow \quad N_A = \frac{w_A}{\mu_1} = \frac{130}{1/2} = 260\text{ N}$$

Las componentes horizontales,

$$N_A - R = 0 \quad \Rightarrow \quad R = 260\text{ N}$$

Como se considera el peso mínimo, el bloque B está a punto de resbalar hacia arriba.

Usando el sistema plano inclinado, las componentes paralelas al plano inclinado.

$$-f_{rB} - w_B \sin 37^\circ + R \cos 37^\circ = -\frac{1}{3}N_B - \frac{3}{5}w_B + 208 = 0 \Rightarrow \frac{1}{3}N_B + \frac{3}{5}w_B = 208$$

Las componentes normales al plano.

$$N_B - w_B \cos 37^\circ - R \sin 37^\circ = 0 \Rightarrow N_B = \frac{4}{5}w_B + 156$$

Reemplazando en la primera ecuación.

$$\frac{1}{3}\left(\frac{4}{5}w_B + 156\right) + \frac{3}{5}w_B = 208 \Rightarrow \frac{13}{15}w_B = 208 - 52$$

$$\Rightarrow w_B = 180 \text{ N}$$

Rpta.: A

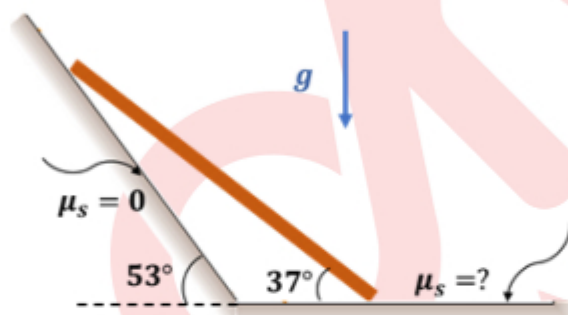
3. La barra homogénea de peso  $w$  mostrada en la figura está a punto de resbalar, si el piso horizontal es áspero y el plano inclinado es liso. Hallar el coeficiente de fricción estático  $\mu_s$ .

A) 4/9

B) 4/12

C) 3/4

D) 5/9



**Solución:**

Aplicando momentos relativos al punto de apoyo de la barra con el piso.

$$\frac{l}{2}w \cos 37^\circ = lR \sin 74^\circ \Rightarrow R = \frac{4/5w}{2 \times 24/25} = \frac{5}{12}w$$

De acuerdo a la primera condición de equilibrio. Las componentes verticales,

$$N + R \sin 37^\circ - w = 0 \Rightarrow N = w - \frac{5}{12} \times \frac{3}{5}w = w - \frac{1}{4}w = \frac{3}{4}w$$

La componente horizontal.

$$R \cos 37^\circ - f_r = \frac{5}{12} \times \frac{4}{5}w - \mu_s \frac{3}{4}w = 0 \Rightarrow \mu_s = \frac{1/3}{3/4} = \frac{4}{9}$$

Rpta.: A

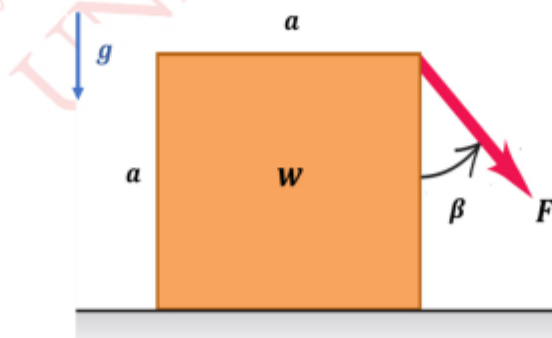
4. El cubo uniforme mostrado en la figura tiene peso  $w$ , lado  $a$  y el coeficiente de fricción estática con un piso horizontal es  $\mu_s = 1/5$ . Hallar la  $\tan \beta$ , tal que aplicada la fuerza  $F$ , el cubo está a punto de deslizar y volcar.

A) 1/3

B) 3

C) 1/7

D) 2/5



**Solución:**

Aplicando momentos relativo al lado de contacto derecho del cubo con el piso.

$$\frac{a}{2}w = aF \sin \beta \Rightarrow F = \frac{w}{2 \sin \beta}$$

En concordancia con la primera condición de equilibrio. Las componentes verticales.

$$N - w - F \cos \beta = N - w - \frac{w \cos \beta}{2 \sin \beta} = 0 \Rightarrow N = w - \frac{w}{2 \tan \beta}$$

Las componentes horizontales.

$$\begin{aligned} F \sin \beta - f_r &= \frac{w \sin \beta}{2 \sin \beta} - \mu_s N = \frac{w}{2} - \frac{1}{5} \left( w - \frac{w}{2 \tan \beta} \right) \\ &= \frac{w}{2} - \frac{w}{5} - \frac{w}{10 \tan \beta} = \frac{3w}{10} - \frac{w}{10 \tan \beta} = 0 \\ \frac{1}{\tan \beta} &= 3 \Rightarrow \tan \beta = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Rpta.: A

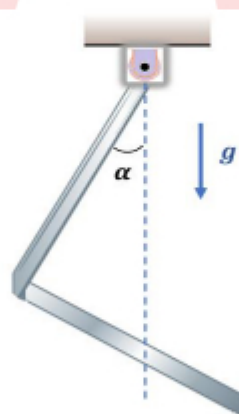
5. Una barra homogénea pesada está doblada por su centro en  $90^\circ$  y colgada libremente en equilibrio como se muestra en la figura. Calcular  $\tan \alpha$ .

A) 1/3

B) 3

C) 2/3

D) 1/2

**Solución:**

Tomando momentos respecto a la articulación y usando propiedades de los triángulos semejantes.

$$\begin{aligned} \left( \frac{l}{2} \cos \alpha - x \right) w - \frac{l}{2} w \sin \alpha &= \left( \frac{l}{2} \cos \alpha - l \sin \alpha \right) w - \frac{l}{2} w \sin \alpha \\ &= \frac{lw}{2} \cos \alpha - \frac{3lw}{2} \sin \alpha = 0 \Rightarrow 3 \sin \alpha = \cos \alpha \\ \Rightarrow \tan \alpha &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Rpta.: A



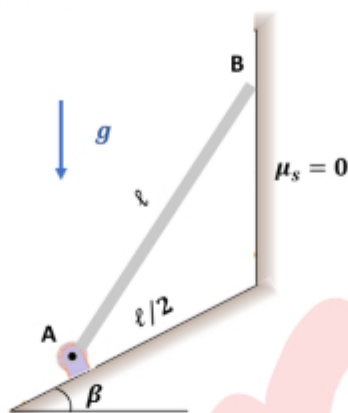
6. La barra homogénea de peso  $w$  está articulada en A, como se muestra en la figura, está en reposo. Hallar el ángulo  $\beta$ , sabiendo que el peso es cuatro veces la reacción de la pared vertical sobre la barra.

A)  $\cos^{-1}(2/\sqrt{5})$

B)  $\sin^{-1}(2/\sqrt{5})$

C)  $\cos^{-1}(2/5)$

D)  $\sin^{-1}(2/5)$

**Solución:**

Completando el triángulo rectángulo con la proyección de la pared vertical que pasa por el punto B y la proyección horizontal que pasa por A.

$$a^2 + b^2 = \frac{l^2}{4} \cos^2 \beta + b^2 = l^2 \quad \Rightarrow \quad b = l \sqrt{1 - \frac{\cos^2 \beta}{4}}$$

Aplicando momentos en la articulación A y usando propiedades geométricas de los triángulos.

$$bN - \frac{a}{2}w = l \sqrt{1 - \frac{\cos^2 \beta}{4}} \frac{w}{4} - \frac{lw \cos \beta}{4} = 0 \quad \Rightarrow \quad \cos^2 \beta = 1 - \frac{\cos^2 \beta}{4}$$

$$5 \cos^2 \beta = 4 \quad \Rightarrow \quad \beta = \cos^{-1}(2/\sqrt{5})$$

**Rpta.: A**

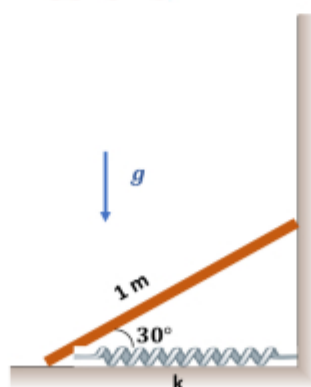
7. Una barra homogénea de 1m de longitud está en reposo sobre un piso horizontal y la pared vertical, ambos lisos como muestra la figura. La constante elástica del resorte es 50 N/m. Cuando la barra está vertical el resorte no está estirado. En este contexto, hallar el peso de la barra.

A) 50 N

B)  $50\sqrt{3}$  N

C) 25 N

D)  $25/\sqrt{3}$  N



**Solución:**

Aplicando momentos en el punto de contacto de la barra con el piso.

$$lR \sin 30^\circ - \frac{lw}{2} \cos 30^\circ = 0 \quad \Rightarrow \quad R = \frac{w \cos 30^\circ}{2 \sin 30^\circ}$$

De acuerdo a la primera condición de equilibrio. La componente horizontal,

$$f_e - R = 50x - \frac{w \cos 30^\circ}{2 \sin 30^\circ} = 50 \cos 30^\circ - \frac{w}{2 \tan 30^\circ} = 25\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}w}{2} = 0$$

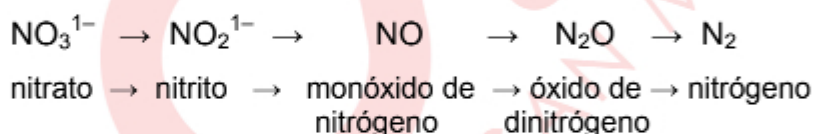
$$\Rightarrow \quad w = 50 \text{ N}$$

Rpta.: A

## Química

### EJERCICIOS

1. La alta concentración de compuestos de nitrógeno en sistemas hídricos puede resultar dañino para la vida acuática y la salud humana, por ello existen diversos tratamientos para su descontaminación, uno de ellos es la desnitrificación por medio de bacterias especiales que convierten el ión nitrato hasta nitrógeno, según:



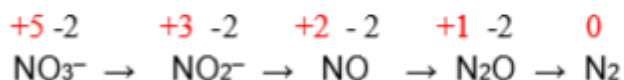
Al respecto de las especies mostradas, seleccione la alternativa que contiene el número de oxidación (N.O.) del nitrógeno, respectivamente en el orden que se presenta.

- A) +5, +3, +2, +1 y 0  
C) +3, +3, +2, 0 y +1

- B) +3, +5, +2, +1 y 0  
D) +5, +3, +1, +2 y 0

**Solución:**

En todas las especies oxigenadas el número de oxidación del oxígeno es  $-2$



Rpta.: A

2. La cultura China es mundialmente conocida por sus famosos cerámicos con variados y vistosos colores. Dentro de sus insumos empleados están los óxidos de hierro y óxidos de plomo. Estos óxidos se comercializan internacionalmente para usarse como pigmentos en cerámica. Indique el nombre tradicional del  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  y el nombre sistemático del  $\text{PbO}_2$ , respectivamente.

- A) Óxido férrico y óxido plúmbico  
B) Óxido ferroso y óxido plúmbico  
C) Óxido férrico y dióxido de plomo  
D) Óxido de hierro (III) y óxido plumboso

**Solución:**

Fórmula química	Nomenclatura común o tradicional	Nomenclatura sistemática	Nomenclatura Stock
$\text{Fe}_2\text{O}_3$	Óxido férrico	Trióxido de dihierro	Óxido de hierro (III)
$\text{PbO}_2$	Óxido plúmbico	Dióxido de plomo	Óxido de plomo (IV)

**Rpta.: C**

3. Después de una cosecha los agricultores suelen quemar la maleza o hierba mala. La ceniza obtenida se emplea como nutriente de la planta, también para evitar presencia de caracoles y hongos al espolvorearla alrededor del tallo. Las cenizas contienen óxidos de sodio, potasio, calcio y magnesio, entre otros. Seleccione la fórmula de los **óxidos de sodio y de calcio**, respectivamente.

A)  $\text{Na}_2\text{O} - \text{CaO}_2$     B)  $\text{Na}_2\text{O}_2 - \text{CaO}$     C)  $\text{Na}_2\text{O}_2 - \text{CaO}_2$     D)  $\text{Na}_2\text{O} - \text{CaO}$

**Solución:**

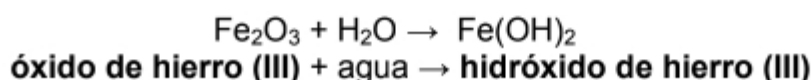
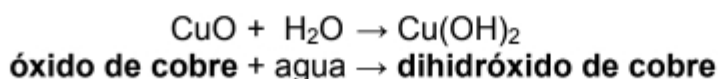
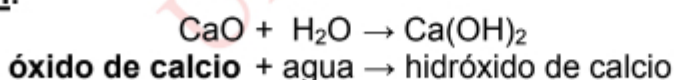
Nombres de los compuestos mencionados:

N.O. del oxígeno en los óxidos es <b>-2</b>	<b>Óxido de sodio</b> $\text{Na}_2\text{O}$	<b>Óxido de calcio</b> $\text{CaO}$
N.O. del oxígeno en los peróxidos es <b>-1</b>	Peróxido de sodio $\text{Na}_2\text{O}_2$	Peróxido de calcio $\text{CaO}_2$

**Rpta.: D**

4. En el Perú y otros países sudamericanos consumimos el "mote", un derivado del maíz, rico en calcio. El mote se obtiene luego de hervir el "maíz para mote" con **cal** y cenizas. La cal viva u **óxido de calcio**, al contacto con el agua se convierte gradualmente en cal apagada o **hidróxido de calcio**, sustancia muy poco soluble en agua. Por otro lado, el hierro y el cobre, oligoelementos, forman óxidos e hidróxidos importantes. Al respecto, selecciones la alternativa que contiene el nombre tradicional, sistemático y stock del  $\text{CaO}$ ,  $\text{CuO}$  y  $\text{Fe}(\text{OH})_3$ , respectivamente.

- A) Óxido cálcico – óxido cúprico – trihidróxido de hierro (III)  
 B) Óxido de calcio – monóxido de monocobre – hidróxido férrico  
 C) Óxido de calcio – óxido de cobre – hidróxido de hierro (III)  
 D) Óxido cálcico – monóxido de cobre – hidróxido de hierro (II)

**Solución:**



Tipo de nomenclatura	CaO	CuO	Fe(OH) <sub>3</sub>
Tradicional	Óxido de calcio (antiguamente óxido cálcico)	Óxido cúprico	Hidróxido férrico
Sistemática	Óxido de calcio	Óxido de cobre	Trihidróxido de hierro
Stock	Óxido de calcio	Óxido de cobre (II)	Hidróxido de hierro (III)

Rpta.: C

5. Consumimos alimentos para obtener a partir de ellos materia y energía. Los carbohidratos, lípidos y proteínas son transformados finalmente en CO<sub>2</sub> y H<sub>2</sub>O. En relación al dióxido de carbono y agua, seleccione el valor de verdad (V o F) de cada proposición.

- I. En los compuestos, el estado de oxidación del C = +4, del H = +1 y del O = - 2.
- II. El nombre sistemático del CO<sub>2</sub> es dióxido de carbono y Stock óxido de carbono (IV).
- III. El anhídrido carbónico reacciona con agua y forma el ácido oxácido (H<sub>2</sub>CO<sub>3</sub>).

A) VFV                      B) VVF                      C) VVV                      D) FWV

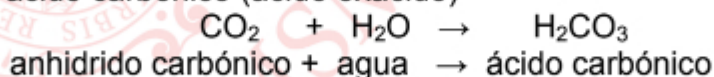
**Solución:**

- I. **VERDADERO.** El estado de oxidación del carbono es + 4 en el CO<sub>2</sub>, en el H<sub>2</sub>O el número de oxidación del hidrógeno es +1 y el número de oxidación del oxígeno es -2 en ambos compuestos.



- II. **VERDADERO.** El CO<sub>2</sub> se puede nombrar según:  
 Nomenclatura Común o tradicional: anhídrido carbónico  
 Nomenclatura Sistemática: dióxido de carbono  
 Nomenclatura Stock: óxido de carbono (IV)

- III. **VERDADERO.** El anhídrido carbónico (óxido ácido) reaccionará con agua y formará el ácido carbónico (ácido oxácido)



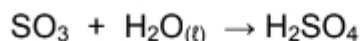
Rpta.: C

6. El **anhídrido sulfuroso** es un gas tóxico, agente reductor muy eficiente, se usa en la industria alimentaria y vitivinícola. Al combinarse con agua forma **ácido sulfuroso** y este posteriormente forma **oxoaniones sulfitos**. Estos derivados del azufre son monitoreados por su potencial toxicidad cuando ingresan a nuestro cuerpo. Al respecto, seleccione la alternativa que contiene respectivamente las fórmulas de las especies químicas mencionadas.

- A) SO – H<sub>2</sub>SO<sub>2</sub> – SO<sub>2</sub><sup>2-</sup>                      B) SO<sub>2</sub> – H<sub>2</sub>SO<sub>3</sub> – SO<sub>4</sub><sup>2-</sup>  
 C) SO<sub>3</sub> – H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> – SO<sub>3</sub><sup>2-</sup>                      D) SO<sub>2</sub> – H<sub>2</sub>SO<sub>3</sub> – SO<sub>3</sub><sup>2-</sup>

**Solución:**

Anhidrido sulfuroso + agua  $\rightarrow$  ácido sulfuroso



Anhidrido sulfúrico + agua  $\rightarrow$  ácido sulfúrico

SO anhidrido hiposulfuroso	SO <sub>2</sub> anhidrido sulfuroso	SO <sub>3</sub> anhidrido sulfúrico
H <sub>2</sub> SO <sub>2</sub> ácido hiposulfuroso	H <sub>2</sub> SO <sub>3</sub> ácido sulfuroso	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> ácido sulfúrico
SO <sub>2</sub> <sup>2-</sup> ion hiposulfito	SO <sub>3</sub> <sup>2-</sup> ion sulfito	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup> ion sulfato

**Rpta.: D**

7. El bromato de potasio (KBrO<sub>3</sub>) es una sustancia cuyo empleo en panadería, como mejorador de masa está prohibido. Una forma de obtener esta sal es mediante la reacción entre hidróxido de potasio y ácido brómico. Selecciones la alternativa que contiene la fórmula correcta de los reactantes.

A) KOH – HBrO      B) KH – HBrO<sub>2</sub>      C) K<sub>2</sub>O – HBrO<sub>4</sub>      D) KOH – HBrO<sub>3</sub>

**Solución:**

hidróxido de potasio + ácido brómico  $\rightarrow$  bromato de potasio + agua

hidróxido de potasio: KOH ( K = +1      O = -2      H = +1 )

ácido brómico: HBrO<sub>3</sub> ( H = +1      Br = +5      O = -2 )

bromato de potasio: KBrO<sub>3</sub> ( K = +1      Br = +5;      O = -2 )

Números de oxidación del Br (igual que el Cl y el I)			
+1	+3	+5	+7
HBrO Ácido hipobromoso	HBrO <sub>2</sub> ácido bromoso	HBrO <sub>3</sub> ácido brómico	HBrO <sub>4</sub> Ácido perbrómico
BrO <sup>-</sup> ion hipobromito	BrO <sub>2</sub> <sup>-</sup> ion bromito	BrO <sub>3</sub> <sup>-</sup> ion bromato	BrO <sub>4</sub> <sup>-</sup> ion perbromato

**Rpta.: D**

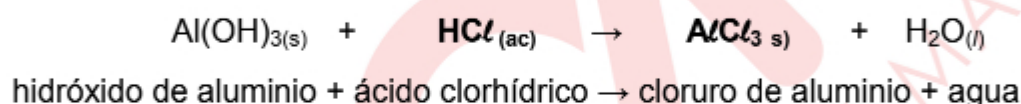
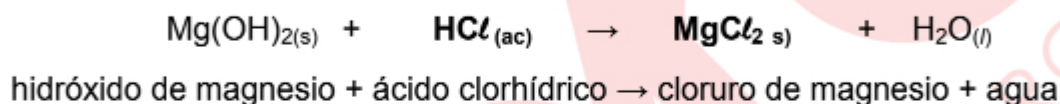




10. Los antiácidos son sustancias que reaccionan con los ácidos y disminuyen su efecto corrosivo estomacal y alivian el ardor generando sensación de alivio al paciente. Entre los antiácidos de uso clínico tenemos al **hidróxido de magnesio e hidróxido de aluminio**. Estos neutralizan el exceso de ácido secretado por la mucosa gástrica, el ácido clorhídrico. Luego de la neutralización, las sales obtenidas son **cloruro de magnesio y cloruro de aluminio**. Indique las fórmulas de las sustancias resaltadas en negritas.

- A)  $Mg(OH)_2$  –  $Al(OH)_3$  –  $MgCl_2$  –  $AlCl_3$   
 B)  $MgH_2$  –  $Al(OH)_3$  –  $Mg(ClO)_2$  –  $AlCl_3$   
 C)  $Mg(OH)_2$  –  $AlH_3$  –  $MgCl_2$  –  $Al(ClO_4)_3$   
 D)  $Mg(OH)_2$  –  $Al(OH)_3$  –  $MgCl_2$  –  $AlCl_3$

**Solución:**



Hidróxido de magnesio :  $Mg(OH)_2$

Hidróxido de aluminio :  $Al(OH)_3$

Cloruro de magnesio :  $MgCl_2$

Cloruro de aluminio :  $AlCl_3$

Rpta.: D

11. Nombrar compuestos químicos puede ser complicado si no hemos practicado en forma secuencial y progresiva, desde la fórmula de los elementos hasta obtener la fórmula de la sustancia buscada (molécula, compuesto iónico). Seleccione la alternativa que contiene la relación correcta: fórmula – clasificación – nombre de la sustancia.

- A)  $H_2S_{(ac)}$  – hidrácido – ácido sulfhídrico  
 B)  $KI$  – sal haloidea – yodito de potasio  
 C)  $HBr_{(g)}$  – ácido hidrácido – bromuro de hidrógeno  
 D)  $PbH_2$  – hidruro – hidruro plumboso

**Solución:**

- A) **INCORRECTO:**  $H_2S_{(ac)}$  – **ácido hidrácido** – ácido sulfhidrico  
 B) **INCORRECTO:**  $KI$  – sal haloidea – **yoduro de potasio**  
 C) **INCORRECTO:**  $HBr_{(g)}$  – **hidrácido** – bromuro de hidrógeno  
 D) **CORRECTO:**  $PbH_2$  – hidruro – hidruro plumboso

Rpta.: D

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. En la tierra existen incontables sustancias cuya existencia desconocemos; su uso cotidiano ignoramos y sus nombres también. Nos referimos a ellas como el producto comercial que adquirimos, por ejemplo, ácido muriático. Pero, ¿qué sustancias contienen? Los químicos han creado muchos sistemas de nomenclatura. Indique el nombre correcto, fórmula química y sistema de nomenclatura empleado para las siguientes sustancias.

- A) Clorato de sodio,  $\text{NaCl}$ , nomenclatura stock  
B) Óxido de carbono,  $\text{CO}_2$ , nomenclatura tradicional o común  
C) Ácido clorhídrico,  $\text{HCl}_{(g)}$ , nomenclatura sistemática  
D) **Ácido sulfúrico,  $\text{H}_2\text{SO}_4$ , nomenclatura tradicional**

**Solución:**

- A) **Cloruro de sodio,  $\text{NaCl}$ , nomenclatura tradicional o común**  
B) **Dióxido de carbono,  $\text{CO}_2$ , nomenclatura sistemática**  
C) **Cloruro de hidrógeno,  $\text{HCl}_{(g)}$ , nomenclatura tradicional**  
D) Ácido sulfúrico,  $\text{H}_2\text{SO}_4$ , nomenclatura tradicional

**Rpta.: D**

2. El cemento, mezcla empleada en la construcción de edificios y casas, está formado por silicatos, cuya composición química se expresa a través de óxidos como cal ( $\text{CaO}$ ), sílice ( $\text{SiO}_2$ ), alúmina ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ), óxido férrico ( $\text{Fe}_2\text{O}_3 \approx$  hematita). Indique el nombre sistemático de la alúmina y el nombre stock de la hematita.

- A) Trióxido de dialuminio – óxido ferroso  
B) Óxido de aluminio – óxido de hierro (II)  
C) Óxido aluminico – óxido férrico  
D) **Trióxido de dialuminio – óxido de hierro (III)**

**Solución:**

- $\text{Al}_2\text{O}_3$ , alúmina: Trióxido de dialuminio (nombre sistemático)  
Óxido de hierro,  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ : óxido de hierro (III) (nombre stock)

**Rpta.: D**

3. La quema de materia que contiene carbono, nitrógeno y azufre (con el oxígeno del aire) forma anhídridos, los cuales, al combinarse con el agua contenida en el aire, principalmente los de N y S, forma los ácidos oxácidos respectivos presentes en la *lluvia ácida*, responsables de la contaminación ambiental. Seleccione la alternativa que contiene los anhídridos carbónico, nitroso y sulfúrico respectivamente.

- A)  $\text{CO} - \text{N}_2\text{O}_3 - \text{SO}_2$   
B)  $\text{CO}_2 - \text{N}_2\text{O}_5 - \text{SO}_3$   
C)  $\text{CO} - \text{N}_2\text{O}_5 - \text{SO}$   
D)  **$\text{CO}_2 - \text{N}_2\text{O}_3 - \text{SO}_3$**

**Solución:**

Los <b>anhídridos</b> son compuestos formados por la combinación de un no metal con el oxígeno. El oxígeno en un óxido tiene número de oxidación <b>-2</b>		
<b>Carbono</b>	<b>Nitrógeno</b>	<b>Azufre</b>
anhídrido carbonoso (CO) C: +2	anhídrido nitroso (N <sub>2</sub> O <sub>3</sub> ) N: +3	anhídrido hiposulfuroso (SO) S: +2
anhídrido carbónico (CO <sub>2</sub> ) C: +4	anhídrido nítrico (N <sub>2</sub> O <sub>5</sub> ) N: +5	anhídrido sulfuroso (SO <sub>2</sub> ) S: +4
		anhídrido sulfúrico (SO <sub>3</sub> ) S: +6
El nombre de un anhídrido se construye colocando como sufijo la terminación oso o ico, dependiendo del número de oxidación (N.O.) del no metal. Cuando el N.O. es el menor de todos, se coloca el prefijo hipo y cuando es el mayor de todos, el prefijo per o hiper.		

Rpta.: D

4. En nuestro proceso digestivo, a nivel del estómago, segregamos ácido clorhídrico, el cual forma parte del jugo gástrico. Esta segregación es nuestra primera barrera de defensa contra los microorganismos que están contenidos en los alimentos, procedentes de la contaminación microbiana. indique la alternativa que contenga las fórmulas y nombres que correspondan a los espacios en blanco, respectivamente.

“La combinación directa de gas hidrógeno y cloro gaseoso forma \_\_\_\_\_, que al combinarse con agua forma \_\_\_\_\_”.

- A)  $HCl_{(ac)}$  – cloruro de hidrógeno;  $HCl_{(l)}$  – ácido clorhídrico  
**B)  $HCl_{(g)}$  – cloruro de hidrógeno;  $HCl_{(ac)}$  – ácido clorhídrico**  
 C)  $HCl_{(ac)}$  – ácido clorhídrico;  $HCl_{(ac)}$  – ácido clorhídrico  
 D)  $HCl_{(g)}$  – cloruro de hidrógeno;  $HClO_{(ac)}$  – ácido clorhídrico

**Solución:**

El estudiante debe distinguir entre el hidrácido llamado cloruro de hidrogeno, gas,  $HCl_{(g)}$  del ácido hidrácido, en solución,  $HCl_{(ac)}$ .

**$HCl_{(g)}$  – cloruro de hidrógeno**

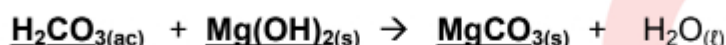
**$HCl_{(ac)}$  – ácido clorhídrico**

“La combinación directa de gas hidrógeno y cloro gaseoso forma  **$HCl_{(g)}$  – cloruro de hidrógeno**, que al combinarse con agua forma  **$HCl_{(ac)}$  – ácido clorhídrico**”.

Rpta.: B



5. El dióxido de carbono es un compuesto soluble en agua, forma el ácido carbónico. El ácido carbónico en agua se separa en iones protón ( $H^+$ ) y bicarbonato ( $HCO_3^-$ ), fenómeno que ocurre en la sangre de nuestro cuerpo y en el citoplasma. Pero cuando el **ácido carbónico** circula en agua naturales o subterráneas en contacto con las rocas forma bicarbonato de magnesio y bicarbonato de calcio; así cuando el agua hierve en una tetera o en un caldero o se evapora durante miles de años puede formar calcita o carbonato de calcio y también **carbonato de magnesio**. Indique la alternativa que contiene el nombre correcto, tradicional, sistemático y stock de las sustancias resaltadas, según el orden que se observa en la ecuación:



- A) ácido carbónico – hidróxido de magnesio – carbonato magnésico (II)  
 B) carbonato de hidrógeno – hidróxido de magnesio – carbonato de monomagnesio  
 C) ácido carbonoso – hidróxido de magnesio – carbonato de magnesio (I)  
**D) ácido carbónico – hidróxido de magnesio – carbonato de magnesio**

**Solución:**

Ácido carbónico:  $H_2CO_3$  (nombre tradicional, usa sufijo ico para mayor N.O.)

Dihidróxido de magnesio:  $Mg(OH)_{2(s)}$  (nombre sistemático, usa prefijo di para dos unidades)

Carbonato de magnesio:  $MgCO_3$  [nombre stock, por ser N.O. único (+2) no se escribe en romanos]

**Rpta.: D**

6. Para la agricultura es vital el empleo de fertilizantes para asegurar el volumen de producción esperado. Entre los fertilizantes más empleados se encuentran los nitratos de sodio, potasio y amonio, los fosfatos y otras sales haloideas y oxisales. Indique la alternativa **incorrecta** en relación a la formación de sales.

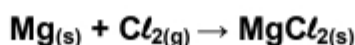
- A) Las sales oxisales se obtienen por reacción entre un hidróxido y un ácido oxácido.  
 B) La reacción entre el cloro y el magnesio produce una sal haloidea.  
 C) Un ácido oxácido reacciona con algunos metales y forma una sal oxisal.  
**D) El hidróxido y un ácido hidrácido genera un hidruro no metálico.**

**Solución:**

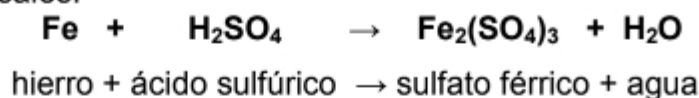
- A) **CORRECTO.** Las sales oxisales se obtienen por reacción entre un hidróxido y un ácido oxácido.



- B) **CORRECTO.** La reacción entre el cloro y el magnesio produce una sal haloidea, por ejemplo, cloruro de magnesio.



- C) **CORRECTO.** No todos los metales reaccionan con los ácidos oxácidos para formar sales oxisales.



- D) **FALSO.** La reacción entre un hidróxido y un ácido hidrácido genera **una sal haloidea.**



Rpta.: D

## *Biología*

### EJERCICIOS

1. Existen organismos que no pueden obtener energía directamente del medio ambiente; por lo tanto, necesitan de un sistema digestivo para incorporar los compuestos orgánicos que les permitan obtener la energía necesaria para realizar su metabolismo basal, regular su temperatura, crecer, reparar células etc. Estos organismos reciben el nombre de
- A) heterótrofos.      B) saprofitos.      C) saprozoicos.      D) autótrofos.

**Solución:**

Los animales, hongos, bacterias y un grupo de protozoarios ingieren moléculas orgánicas que degradan para obtener energía y componentes para crecer, reparar células, etc, a estos organismos se le denomina **heterótrofos**. En el caso de los animales superiores para descomponer las moléculas requieren de un sistema digestivo.

Rpta.: A

2. Durante la digestión intracelular, las pequeñas partículas o gotas alimenticias penetran por endocitosis en las células y son englobadas en vacuolas para luego fusionarse con una organela. El alimento entonces, es degradado en pequeñas fracciones por acción de las enzimas que se encuentran en esta organela que interviene en la digestión. ¿Cuál es esa organela?
- A) El dictiosoma      B) La mitocondria      C) El lisosoma      D) El ribosoma

**Solución:**

La organela que actúa directamente en la digestión intracelular es **el lisosoma**, cuyas enzimas descomponen el alimento en pequeñas fracciones.

Rpta.: C



3. La planaria puede ingerir sus alimentos usando la faringe, órgano complejo, extensible y evaginable; es la continuación de la boca que se ubica en la mitad del cuerpo en posición ventral. Esta faringe conduce a un intestino con varias ramas ciegas distribuidas por todo el cuerpo. Estas características determinan que la planaria posea
- A) sistema digestivo completo.  
B) digestión exclusivamente extracelular.  
C) sistema digestivo incompleto.  
D) digestión en forma intracelular.

**Solución:**

En la planaria, el sistema digestivo es ventral y ramificado, en el intestino ocurre la absorción y/o asimilación de los alimentos; sin embargo, las ramificaciones son ciegas, es decir, no poseen un orificio que permita la salida de los desechos. Por lo tanto, estos organismos presentan **sistema digestivo incompleto**.

Rpta.: C

4. Los insectos tienen un aparato excretor que no tiene orificio de salida al exterior, por consiguiente, los desechos para ser eliminados son depositados en el
- A) intestino.                      B) nefroporo.                      C) ciego gástrico.                      D) buche.

**Solución:**

El sistema excretor de los insectos está formado por los túbulos de Malpighi, el cual no se comunica con el exterior, por consiguiente, los desechos son depositados en la parte posterior del **intestino**.

Rpta.: A

5. El tubo digestivo de las aves es completo, pero durante su trayecto, se pueden observar ciertas modificaciones de sus órganos que contribuyen en la digestión. Indique el órgano que se encarga de secretar el jugo gástrico y además contribuye a triturar el alimento ingerido.
- A) Bucle                      B) Esófago                      C) Cloaca                      D) Estómago

**Solución:**

El **estómago** de las aves está formado por el proventrículo, que secreta el jugo gástrico y la molleja donde se trituran los alimentos. El tubo digestivo termina en la cloaca, cavidad donde desembocan los conductos urinarios y genitales.

Rpta.: D

6. En los rumiantes, el estómago tiene cuatro compartimentos (panza o rumen, bonete o redecilla, libro u omaso y cuajar o abomaso). El alimento ligeramente masticado pasa del esófago al estómago, donde es mezclado con enzimas de las bacterias y protistas, y desde aquí, regresa a la boca para realizar el proceso de la rumia, este retorno lo hace desde el
- A) rumen.                      B) bonete.                      C) cuajar.                      D) libro.



**Solución:**

El alimento regresa desde el **bonete** o redecilla hacia la boca para ser masticado lentamente, proceso conocido como rumia.

**Rpta.: B**

7. En la boca del hombre, se inicia tanto la digestión mecánica como la química de los alimentos, debido a que con ayuda de los dientes convierten los alimentos en pequeños fragmentos y con la saliva se inicia la digestión química, especialmente del almidón, el cual se degrada hasta \_\_\_\_\_ por acción de la \_\_\_\_\_.
- A) lactosa – lactasa  
B) maltosa – amilasa  
C) sacarosa – ptialina  
D) glucosa – gastrina

**Solución:**

A nivel de la boca, sucede la primera fase de la digestión química en donde el almidón es degradado hasta **maltosa**. Esta acción degradativa está a cargo de la saliva que contiene a la enzima ptialina, que es una **amilasa** que desdobla del 5% al 10% del almidón de los alimentos hasta maltosa, en pH neutro.

**Rpta.: B**

8. Los dientes se implantan en los alveolos dentarios y se constituyen como los órganos más duros del organismo, porque tienen esmalte que es un tejido conformado por hidroxapatita y proteínas, dentina y cemento. Otra singularidad de este órgano, es la intensidad del dolor considerado como “uno de los peores dolores que se pueden sufrir”, y comúnmente se debe a que
- A) los dientes se rompen con el paso de los años.  
B) no se han cambiado los dientes de leche.  
C) las caries han llegado a la pulpa del diente.  
D) las muelas del juicio debilitan a los demás dientes.

**Solución:**

A pesar que los dientes son los órganos más duros del organismo, estos se ven afectados por las caries dentales, debido a que permiten que los nervios que se encuentran en **la pulpa del diente queden al descubierto**, ocasionando el “dolor de muelas”.

**Rpta.: C**

9. Las paredes del estómago están formadas por cuatro capas: la mucosa, con glándulas que producen mucus y jugo gástrico; la submucosa, donde se encuentran nervios y vasos sanguíneos; la muscular, con fibras longitudinales, circulares y oblicuas y la capa serosa, constituida por tejido conectivo laxo con vasos sanguíneos. ¿Cuál de las 4 capas nos protege del jugo gástrico?
- A) La capa serosa, ya que tiene 3 subcapas planas.  
B) La submucosa, al secretar bicarbonato como agente protector.  
C) La capa muscular, ya que se renueva cada 10 a 20 días.  
D) La capa mucosa, al producir moco que protege al estómago.

**Solución:**

Las células superficiales de **la mucosa producen moco que protege al estómago** del ataque de ácidos y enzimas digestivas.

**Rpta.: D**

10. Durante la digestión, la acción de la bilis es \_\_\_\_\_ sobre las grasas, debido a la presencia de \_\_\_\_\_ en su composición química.

A) excretora – bilirrubina  
B) abrasiva – colesterol  
C) emulsificante – sales biliares  
D) absorbente – lipasas

**Solución:**

La función del hígado en la digestión es producir bilis, la cual es una mezcla compleja compuesta por sales biliares, agua, otras sales y colesterol. Las **sales biliares** actúan como detergentes o **agentes emulsificantes**, dispersando los glóbulos de grasa en partículas microscópicas, las que brindan una gran superficie para que puedan fácilmente ser digeridas por las lipasas, que son enzimas que produce el páncreas.

**Rpta.: C**

11. Cada vellosidad del intestino delgado tiene muchos capilares sanguíneos y un solo capilar linfático llamado vaso quilífero, en su conjunto captan y absorben los nutrientes y los conducen al torrente sanguíneo o hacia la linfa respectivamente. La mayor parte de la absorción tiene lugar en el yeyuno, con excepción del hierro que se absorbe en \_\_\_\_\_ y la vitamina B12 en \_\_\_\_\_.

A) el íleon – el yeyuno  
B) el yeyuno – el duodeno  
C) el íleon – el duodeno  
D) el duodeno – el íleon

**Solución:**

La mayor parte de la absorción se realiza en el yeyuno; sin embargo, hay excepciones notables; como el hierro que se absorbe en el **duodeno** y la vitamina B12 y las sales biliares que se absorben en el **íleon** terminal.

**Rpta.: D**

12. En el hombre es importante la presencia de la flora intestinal, porque cumple varias funciones, excepto

A) formar un ecosistema que se autorregula y se mantiene en equilibrio.  
B) detener la estimulación del sistema inmune para evitar su destrucción.  
C) aportar vitaminas, como la B12 y la K, colaborando en su síntesis.  
D) mantener un pH adecuado del cuerpo.

**Solución:**

En el ser humano, las bacterias intestinales, colaboran en la absorción de nutrientes y forman un ecosistema complejo que se autorregula y se mantiene en equilibrio. Son imprescindibles para la síntesis de vitamina K y algunas del complejo B. Crean una barrera que impide el desarrollo de bacterias nocivas protegiendo al cuerpo de infecciones y **son capaces de estimular el sistema inmune**.

**Rpta.: B**



13. ¿Cuál es la vitamina que, en elevadas dosis, reduce los niveles de colesterol en la sangre y además es utilizada en la prevención y tratamiento de la arterioesclerosis?

- A) Ácido nicotínico  
 B) Acido pantoténico  
 C) Ácido fólico  
 D) Ácido ascórbico

**Solución:**

La insuficiencia de la vitamina B3, conocida también como niacina, nicotinamida, vitamina PP, **ácido nicotínico**, produce la pelagra; pero se ha experimentado con el exceso de esta vitamina obteniendo la reducción de los niveles de colesterol en la sangre y además ha sido muy utilizada en la prevención y tratamiento del arterioesclerosis.

**Rpta.: A**

14. Con relación a las vitaminas, correlacione los tipos de vitaminas y sus funciones descubiertas.

- |                 |  |
|-----------------|--|
| I. Vitamina K   | a. Necesaria en la síntesis de rodopsina (bastones)            |
| II. Biotina     | b. Regula la absorción del Ca <sup>++</sup> a nivel intestinal |
| III. Vitamina A | c. Actúa en la formación de la protrombina                     |
| IV. Vitamina D  | d. Actúa en reacciones de fijación de CO <sub>2</sub>          |

- A) Ib, Ila, IIIc, IVd    B) Ia, IIb, IIIc, IVc    C) Ic, IId, IIIa, IVb    D) Id, IIc, IIIb, IVa

**Solución:**

Las vitaminas cumplen funciones fundamentales para la vida, como la vitamina K que actúa en la formación de protrombina (**Ic**); la vitamina biotina actúa en reacciones de fijación de CO<sub>2</sub> (**IId**) y en el ciclo de Krebs, la vitamina A protege las mucosas y la piel y es necesaria para la síntesis de rodopsina para la visión nocturna (**IIIa**), la vitamina D regula la absorción de Ca<sup>++</sup> a través de la pared intestinal (**IVb**) y en la formación de los huesos.

**Rpta.: C**

15. La vitamina B12 pertenece al denominado complejo B, es hidrosoluble y frágil. Se denomina cobalamina porque tiene un anillo porfirínico asociado a un átomo de cobalto. Se conocen cuatro derivados activos y solo se encuentra en fuentes animales. La insuficiencia de cobalamina puede ocasionar diferentes síntomas, con excepción de

- A) la síntesis defectuosa de mielina en las células nerviosas.  
 B) la pérdida del epitelio del tracto intestinal.  
 C) la irregular producción de los glóbulos rojos.  
 D) el bloqueo la síntesis de sustancia celular de los tejidos conectivos.

**Solución:**

La deficiencia de ingesta de vitamina B12 o cobalamina provoca síntomas como la síntesis defectuosa de mielina en las células nerviosas, pérdida del epitelio del tracto intestinal y la irregular producción de glóbulos rojos entre otras. Sin embargo, **no bloquea la síntesis de la sustancia celular.**

**Rpta.: D**