



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA
CENTRO PREUNIVERSITARIO

SEMANA N.º 17

Habilidad Verbal



(VIDEOS)
TEORÍA Y
EJERCICIOS

SECCIÓN A

EL TEXTO FILOSÓFICO

Los profesores suelen afirmar que la filosofía debe ocupar un importante lugar en la educación básica regular. La filosofía pone a los educandos en contacto con temas básicos para entender los fundamentos de la realidad individual, social y natural, y los ayuda para que se desarrollen en ellos las capacidades cognitivas y afectivas exigidas en las universidades y en las sociedades complejas, plurales y cambiantes de la actualidad. Faltaría de todas formas definir un poco mejor lo que cabe entender por filosofía y cómo debe ser la enseñanza de la misma y el trabajo en aula con textos de contenido y tratamiento filosóficos. En todo caso, es preciso, partiendo de un marco teórico sólido y riguroso,

- definir con precisión qué dimensiones desarrolla efectivamente en el educando la enseñanza de la filosofía.
- precisar cómo pueden ser observadas esas dimensiones en el aula, primero, y cómo se pueden aplicar en la vida social a continuación.
- seleccionar los instrumentos que hagan posible medir el progreso en esas dimensiones, como las separatas que semanalmente ponemos a disposición.
- diseñar las prácticas pedagógicas que ayuden a desarrollar esas dimensiones.

Si bien lo anterior excede las condiciones, posibilidades y alcances del trabajo que realizamos en el taller de Habilidad Verbal del CEPUSM, es claro que comenzar a familiarizarnos seriamente con los textos filosóficos puede contribuir en algo a lo que comentamos en las líneas superiores.

TEXTO 1

«Solo sé que no sé nada», comenta Sócrates, y se trata de una afirmación que hay que tomar -a partir de lo que Platón y Jenofonte contaron acerca de quien la profirió- de modo irónico, «solo sé que no sé nada» debe entenderse como: «No me satisfacen ninguno de los saberes de los que vosotros estáis tan contentos. Si saber consiste en eso, yo no debo saber nada porque veo objeciones y falta de fundamento en vuestras certezas. Pero por lo menos sé que no sé, es decir, que encuentro argumentos para no fiarme de lo que comúnmente se llama saber. Quizá vosotros sepáis verdaderamente tantas cosas como parece y, si es así, deberíais ser capaces de responder mis preguntas y aclarar mis dudas. Examinemos juntos

lo que suele llamarse saber y desechemos cuanto los supuestos expertos no puedan resguardar del vendaval de mis interrogaciones. No es lo mismo saber de veras que limitarse a repetir lo que comúnmente se tiene por sabido.

Saber que no se sabe es preferible a considerar como sabido lo que no hemos pensado a fondo nosotros mismos. Una vida sin examen, es decir la vida de quien no sopesa las respuestas que se le ofrecen para las preguntas esenciales ni trata de responderlas personalmente, no merece la pena de vivirse». O sea que la filosofía, antes de proponer teorías que resuelvan nuestras perplejidades, debe quedarse perpleja. Antes de ofrecer las respuestas verdaderas, debe dejar claro por qué no le convencen las respuestas falsas. Una cosa es saber después de haber pensado y discutido, otra muy distinta es adoptar los saberes que nadie **discute** para no tener que pensar. Antes de llegar a saber, filosofar es defenderse de quienes creen saber y no hacen sino repetir errores ajenos. Aún más importante que establecer conocimientos es ser capaz de criticar lo que conocemos mal o no conocemos, aunque creamos conocerlo: antes de saber por qué afirma lo que afirma, el filósofo debe saber al menos por qué duda de lo que afirman los demás o por qué no se decide a afirmar a su vez. Y esta función negativa, defensiva, crítica, ya tiene un valor en sí misma, aunque no vayamos más allá y aunque en el mundo de los que creen que saben el filósofo sea el único que acepta no saber, pero conoce al menos su ignorancia.

Savater, F. (1999). *Las preguntas de la vida*. Barcelona: Ariel.

1. El autor del texto tiene la intención de
- A) analizar la ironía implícita en las expresiones del filósofo Sócrates sobre la sabiduría y la ignorancia.
 - B) explicar cuál es la finalidad crucial de la filosofía a partir de la frase socrática «Solo sé que no sé nada».
 - C) destacar la importancia del quehacer filosófico en el fortalecimiento del pensamiento crítico.
 - D) cuestionar el pensamiento acrítico y dogmático de quienes presumen tener sabiduría y certeza.
 - E) enaltecer la trascendencia filosófica de Sócrates respecto de la búsqueda de la verdad inconcusa.

Solución:

El autor del texto cita la frase del filósofo Sócrates, la explica según la sugerencia de Platón y Jenofonte, para luego explicar cuál es la misión de la filosofía.

Rpta.: B

2. En el texto, la palabra DISCUTIR connota

- A) ojeriza.
- B) neutralidad.
- C) refutación.
- D) boicot.
- E) consenso.

Solución:

El vocablo DISCUTIR hace referencia a la oposición respecto de un argumento; por lo tanto, connota REFUTACIÓN.

Rpta.: C

3. Es posible deducir del texto que la filosofía
- A) debe priorizar la resolución de las dudas del hombre.
 - B) soslaya criticar la mera presunción de conocimientos.
 - C) siempre ostenta noble sabiduría y repudia la ignorancia.
 - D) tiene tres funciones básicas: negativa, defensiva y crítica.
 - E) se enfoca en el fortalecimiento del pensamiento dogmático.

Solución:

En síntesis, para el autor, la filosofía debe ser negativa, defensiva y crítica. El afán cuestionador y el talante crítico definen su valor en sí misma.

Rpta.: D

4. Sobre la expresión socrática «Solo sé que no sé nada», es incompatible afirmar que
- A) es una afirmación de tono irónico, según Platón y Jenofonte.
 - B) denota complacencia de los saberes aceptados sin evaluación.
 - C) implica el cuestionamiento a la presunción de gran sapiencia.
 - D) alude al rechazo de los saberes aceptados sin crítica alguna.
 - E) revela insatisfacción por las certezas vacuas y sin fundamento.

Solución:

Según Platón y Jenofonte, Sócrates fue irónico al expresar «solo sé que no sé nada», dado que se sentía insatisfecho de la sabiduría que pregonaban y exaltaban los hombres de su época. Por tanto, al tener objeciones de esos saberes, asumía no saber nada al respecto.

Rpta.: B

5. Si Sócrates no hallase objeciones a las certezas de quienes ostentan sabiduría, entonces
- A) terminaría convencido por los conocimientos de estos.
 - B) no habría formulado su frase «solo sé que no sé nada».
 - C) sería contraproducente responder preguntas esenciales.
 - D) estos podrían responder cada una de sus interrogantes.
 - E) seguiría cuestionándolas por la carencia de fundamento.

Solución:

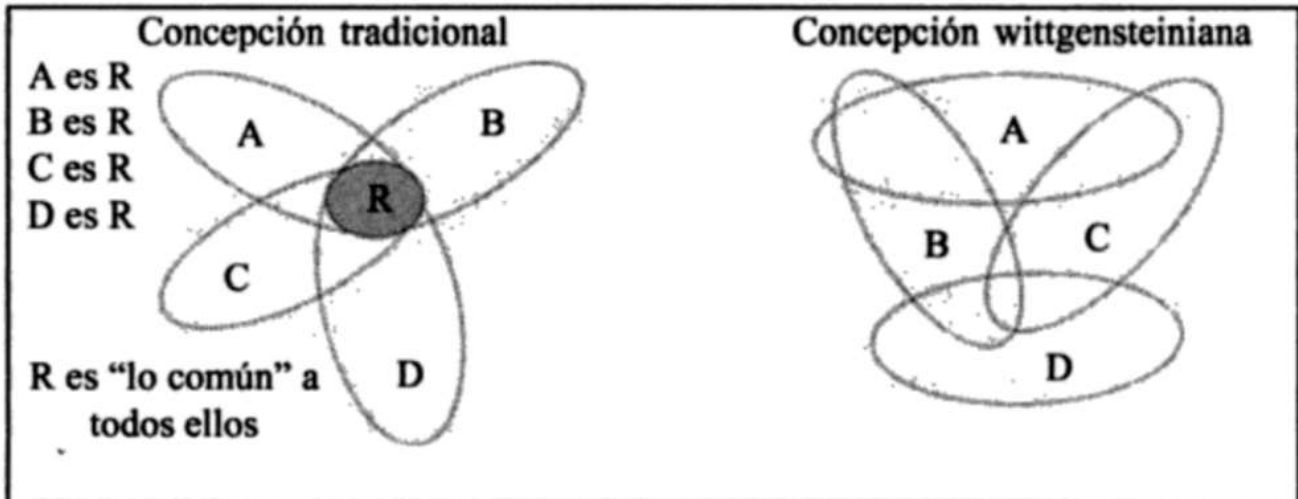
Sócrates sostiene que ve objeciones y falta de fundamento en las certezas de quienes se enorgullecen de sus saberes. Entonces, si no hallara objeciones a estas, aún las cuestionaría por la carencia de fundamento.

Rpta.: E

TEXTO 2

El juego es una actividad regulada cuya meta es divertir a quien la practica. Desgraciadamente, esta definición es demasiado **amplia**: hay muchas actividades reguladas que nos divierten y que no son juegos (actividades religiosas, políticas, financieras, etc.).

Intentemos esta otra: el juego es la actividad regulada tal que quien la practica se divierte y puede ser declarado el vencedor sin que para ello haya tenido que lastimar al contrincante. Pero un niño puede jugar con una pelota sin que haya reglas de por medio, puede jugar solo, se puede jugar por dinero, hacer trampa y, por lo tanto, en algún sentido dañar al contrincante. Lo que estos ejemplos ponen de manifiesto es simplemente que no hay la esencia del juego. No existe tal cosa. ¿Cómo y por qué entonces aplicamos una misma palabra a actividades distintas? Podemos hacerlo porque lo que las une son tan solo «semejanzas de familia». Usemos el esquema siguiente:



Apliquemos este resultado a nuestro objeto de estudio: el lenguaje. Lo que ahora diremos es que hay muchas actividades lingüísticas, pero no comparten todas una misma propiedad o un conjunto determinado de propiedades. También ellas están ligadas entre sí por semejanzas de familia. Llamémoslas entonces «juegos», pero para distinguirlas de lo que normalmente llamamos «juegos», llamémoslas «juegos del lenguaje». Sin que haya una totalidad fijada de antemano, una totalidad *a priori*, podemos decir que el lenguaje no es sino la totalidad de los juegos del lenguaje.

Ahora sí podemos preguntar: ¿Cómo concibe Wittgenstein los juegos del lenguaje? Como sucede con muchos conceptos teóricos interesantes, ricos, útiles, el concepto de juego de lenguaje sufrió una cierta evolución. En el *Blue Book*, Wittgenstein habla de los juegos de lenguaje como de las formas de lenguaje con las que el niño empieza a hacer uso de las palabras. De ahí que estudiar los juegos de lenguaje sea «estudiar» las formas primitivas del lenguaje o lenguajes primitivos. Esto claro está, no corresponde a la noción acabada, puesto que posteriormente tendrá sentido hablar, por ejemplo, del juego de lenguaje de la física cuántica y difícilmente podría pensarse que es esa una forma de lenguaje propia de un niño o particularmente primitiva. La noción se perfecciona en el *Brown Book* donde el juego de lenguaje es visto como un lenguaje completo en sí mismo. Aprender a hablar es aprender a dominar más y más juegos del lenguaje. En *Investigaciones filosóficas*, la noción está madura y es aplicada. Allí el juego de lenguaje queda caracterizado como un proceso, como actividad compleja compuesta de actividades tanto lingüísticas como no lingüísticas (acciones). Un juego de lenguaje comporta, pues, un vocabulario y acciones en concordancia con los cuales es usado.

Tomasini, A. (2005). *Lenguaje y antimetafísica*. Plaza y Valdés.

1. En rigor, el texto aborda el tema de

- A) la importancia del juego del lenguaje como acción regulada.
- B) la concepción de Wittgenstein sobre los juegos del lenguaje.
- C) los inevitables cambios semánticos de la palabra «juego».
- D) la adquisición del lenguaje basada en el repertorio léxico.
- E) los aportes de la concepción tradicional y wittgensteiniana.

Solución:

En efecto, el texto inicia con definiciones de la palabra «juego» para centrarse en la concepción de Wittgenstein sobre los juegos del lenguaje.

Rpta.: B

2. En el texto, el vocablo AMPLIO se opone a

- A) restringido.
- B) ambiguo.
- C) hermético.
- D) exiguo.
- E) privativo.

Solución:

El texto inicia con una definición de juego que según el autor es demasiada **amplia**, puesto que involucra a otras actividades que no son necesariamente juegos. Por tanto, el antónimo de AMPLIO sería RESTRINGIDO.

Rpta.: A

3. Sobre los juegos del lenguaje de Wittgenstein se puede sostener que

- A) conceptualmente se han mantenido inalterables desde su publicación *Blue Book*.
- B) es un proceso complejo integrado únicamente por actividades no lingüísticas.
- C) se hallan integrados por aspectos lingüísticos y situaciones prácticas en su uso.
- D) el aprendizaje del lenguaje exige un conocimiento de la normativa de la lengua.
- E) las palabras de una lengua son usadas desde su valor semántico y no práctico.

Solución:

Los juegos del lenguaje de Wittgenstein han evolucionado conceptualmente desde su obra *Blue Book* hasta *Investigaciones filosóficas*. En este libro, la noción de juegos del lenguaje ya está madura y es aplicada, pues se concibe como una actividad compleja compuesta de actividades tanto lingüísticas como no lingüísticas.

Rpta.: C

4. Respecto de la imagen, es posible inferir que en la concepción wittgensteiniana

- A) se desarrolla el mismo diagrama del enfoque tradicional sobre el juego.
- B) las familias de palabras están unidas por un rasgo común a todas ellas.
- C) hay elementos análogos, mas no es rigor una base semántica compartida.
- D) las palabras pueden coincidir en sus significados al tener un mismo origen.
- E) los cuatro grupos se hallan unidos sin una zona común denominada «R».

Solución:

En la imagen, se presenta diagramas que representan la concepción tradicional y la concepción wittgensteiniana. En este último, no aparece el R «lo común», además A y D no comparten área alguna, pues están distantes.

Rpta.: C

5. Si un riguroso estudio lingüístico concluyera que es posible dar una definición general del término «juego»,

- A) el enfoque de esta investigación estaría arraigada al enfoque wittgensteiniano.
- B) resultaría implausible concebir las coincidencias semánticas entre las palabras.
- C) sería un aporte para la concepción de Wittgenstein sobre los juegos del lenguaje.
- D) distaría de ser un enfoque afín a la postura de Wittgenstein respecto del lenguaje.
- E) revelaría que no existe rasgos comunes en todas las situaciones denominadas así.

Solución:

Para Wittgenstein resulta imposible dar una única definición a la palabra «juego», pues no hay una sola regla o finalidad. En tal sentido, si un estudio concluyera lo contrario, estaría en las antípodas del enfoque wittgensteiniano.

Rpta.: D**TEXTO 3****TEXTO 3A**

En el *Leviatán*, Hobbes afirma que los hombres poseen una serie de actitudes y atributos innatos que le **impiden** convivir armónicamente fuera de la sociedad; en el estado de naturaleza, los seres humanos actúan instintiva y egoístamente, buscando proteger y conservar lo propio, empezando por su vida, aún en detrimento de los demás.

El hombre es por naturaleza egoísta, abusivo, capaz de actuar de cualquier modo, incluso matando, con tal de preservar su integridad física e intelectual, la de su familia y sus bienes. Si cada cual busca su beneficio personal, sin importar perjudicar a los demás, se origina una situación caótica en la que todos luchan entre sí: es la idea de que el hombre es el lobo del hombre, el peor enemigo de otro hombre.

En esto se basa Hobbes para plantear la necesidad del pacto social, que surge cuando los seres humanos acceden a formar una comunidad en la cual deben regular su conducta y limitar sus intereses personales mediante normas e instituciones determinadas siempre y cuando los demás hagan lo mismo. El pacto consiste en que los individuos aceptan vivir en sociedad por conveniencia porque solo así están seguros de que los demás respetarán sus vidas y sus pertenencias, pues los demás harán lo mismo. El agruparse garantiza que no puedan retornar a la situación natural en la que se agreden y destruyen mutuamente, beneficio nada desdeñable para la mayoría.

González, E. (2008). «La reflexión política en Hobbes y Rousseau». Extraído de <<http://alegatos.azc.uam.mx/index.php/ra/article/viewFile/474/462>>

TEXTO 3B

Rousseau afirma que los principales atributos del hombre en el estado natural son la igualdad y la libertad, y en ese estado está garantizado que ambos derechos pertenezcan a los seres humanos y puedan ser ejercidos por ellos.

A diferencia de Locke y Hobbes, Rousseau sostiene que en el orden natural los hombres conviven pacífica y armoniosamente, no luchando entre sí y dispuestos a pelear con tal de satisfacer sus necesidades primarias. Coincide con ellos en que un derecho natural es la tendencia a preservar la vida, la integridad física y mental y la familia; los hombres pueden elegir libremente los medios para lograrlo, pero respetándose entre sí. La libertad es, también, una cualidad natural básica.

Sin embargo, para Rousseau ejercer ambos derechos no implica violencia si se tiene cuidado de no impedir que los demás seres hagan lo mismo. Afirma que en el estado natural los seres humanos son libres e iguales. Hay diferencias importantes respecto de Hobbes y Locke, pues para el pensador francés en el orden natural, los hombres conviven pacífica y armoniosamente siendo la sociedad la que los degrada y pervierte.

Un principio natural básico es que todo hombre tiende a preservar su vida, su integridad física, mental y la de su familia. Pero este instinto de supervivencia no perjudica a los demás, no lo obliga a dañar o matar a otros, porque hay abundantes recursos en extensos territorios habitados por pequeñas comunidades, lo cual facilita que satisfagan sus necesidades básicas e incluso puedan almacenar productos para los tiempos difíciles.

González, E. (2008). «La reflexión política en Hobbes y Rousseau». Extraído de <<http://alegatos.azc.uam.mx/index.php/ra/article/viewFile/474/462>>

1. ¿Cuál es la pregunta que motiva las posturas en el texto dialéctico?

- A) ¿El ser humano es egoísta o pacífico por naturaleza?
- B) ¿La sociedad culturiza a los hombres o los envilece?
- C) ¿La lucha humana se justifica o resulta un disparate?
- D) ¿La agresividad tiene esencia innata o es aprendida?
- E) ¿El hombre fomenta una convivencia pacífica u hostil?

Solución:

Para Hobbes el ser humano es por naturaleza egoísta, abusivo, capaz de actuar de cualquier modo. Mientras que, para Rousseau, por su naturaleza, los hombres conviven pacífica y armoniosamente, no luchando entre sí y dispuestos a pelear con tal de satisfacer sus necesidades primarias.

Rpta.: A

2. En el texto, la palabra IMPEDIR connota, excepto

- A) obstáculo.
- B) idoneidad.
- C) inconveniente.
- D) problema.
- E) riesgo.

Solución:

El vocablo alude a factores que no permiten una vida en sociedad armoniosa. Por tanto, no connota IDONEIDAD.

Rpta.: B

3. Según el texto A, el hombre egoísta de Hobbes

- A) tuvo una naturaleza pacífica que perdió su esencia por el mundo hostil que lo rodea.
- B) siempre actúa racionalmente con la finalidad de satisfacer todas sus necesidades.
- C) desdeña el pacto social porque desea ser miembro de una comunidad armoniosa.
- D) en esencia ha sido degradado y pervertido por la sociedad sin valores ni principios.
- E) ha motivado el establecimiento de normas e instituciones para regular su conducta.

Solución:

Hobbes sostiene que el hombre es egoísta por naturaleza, capaz de actuar de cualquier modo, incluso matando, con tal de preservar su integridad física e intelectual, la de su familia y sus bienes. Por tanto, es necesario establecer el pacto social y vivir en comunidad para regular su conducta.

Rpta.: E

4. Es posible colegir que, según el texto B, la naturaleza del hombre

- A) ha obstaculizado la implementación de sociedades pacíficas.
- B) erosiona la libertad y equidad por el instinto de supervivencia.
- C) ha propiciado luchas sin tregua en las pequeñas comunidades.
- D) se halla gobernada por los instintos primitivos viles y perversos.
- E) posee rasgos antagónicos a las características de la sociedad.

Solución:

Según Rousseau, la naturaleza del hombre le permite convivir pacífica y armoniosamente con sus pares, pero es la sociedad la que lo degrada y pervierte.

Rpta.: E

5. Si la igualdad y la libertad distaran de ser atributos del hombre en el estado natural, probablemente

- A) el hombre egoísta de Hobbes podría vivir pacíficamente para satisfacer sus necesidades.
- B) los hombres no podrían seleccionar los medios para satisfacer sus necesidades primarias.
- C) los seres humanos no tendrían garantizados el ejercicio de ambos derechos en ese estado.
- D) la promulgación de leyes y normas para regular el instinto salvaje carecería de relevancia.
- E) las tesis de Rousseau y Hobbes sobre la esencia del ser humano serían indiscernibles.

Solución:

Rousseau afirma que los principales atributos del hombre en el estado natural son la igualdad y la libertad, y en ese estado está garantizado que ambos derechos pertenezcan a los seres humanos y puedan ser ejercidos por ellos.

Rpta.: C

SECCIÓN B

TEXTO 1

Epicuro de Samos (341 a. C. – 270 a. C.) fue un filósofo griego que planteó una teoría ética basada en el hedonismo. Pues consideraba que el propósito de la vida humana era alcanzar la felicidad, **esquivando** las sensaciones dolorosas y buscando las placenteras. Sin embargo, su visión del placer dista mucho de las posturas hedonistas que defienden que el placer y la felicidad se encuentran en los lujos y en los excesos que muchos lo entendían de esta manera. Al contrario, para Epicuro la vida más placentera se halla en la sencillez y en la abstención de deseos innecesarios.

Epicuro fundó su escuela de filosofía en Atenas llamada el Jardín donde se dedicaba a la búsqueda de la felicidad a través del ejercicio de la razón. Para este gran pensador, la razón enseña que el placer es bueno y el dolor es malo. De manera que el placer y el dolor son las medidas últimas del bien y del mal. La ausencia de dolor y la tranquilidad mental (ataraxia) era lo que Epicuro realmente defendía. De hecho, este filósofo se manifestó contra los excesos y los deseos innecesarios por su capacidad de conducirnos al dolor. Para Epicuro, la felicidad es placer y serenidad, un estado en el que no hay perturbaciones del alma ni dolor alguno. Además, defiende que la felicidad es un fin en sí mismo y el mayor bien de la vida humana.

De esta forma, el filósofo propuso que la felicidad está constituida por tres factores: tranquilidad, liberación del miedo y ausencia de dolor corporal. Al alcanzarlos en su totalidad, las personas podrán experimentar la felicidad en su nivel más alto. Con respecto a la liberación del miedo, Epicuro afirma que existen dos miedos que hacen que nuestras vidas sean infelices o dolorosas. El primero tiene que ver con el castigo de los dioses por nuestras malas acciones y el segundo es el temor a la muerte. Según el filósofo, ambas preocupaciones son completamente innecesarias, ya que se basan en ficciones. Es decir, si bien para Epicuro los dioses existen, estos no se preocupan por los asuntos humanos. Por ende, no debemos temerles a sus castigos ni gastar tiempo en laboriosos actos de culto.

Kirk, C. (1998). *La filosofía de Epicuro*. Editorial Gredos. (texto editado)

1. La idea principal de la lectura trata sobre
 - A) la felicidad como objetivo esencial de las personas quienes soslayan el dolor y la intranquilidad para vivir de lo mejor.
 - B) la teoría hedonista, la escuela filosófica Jardín y los tres factores para alcanzar la felicidad según el pensador Epicuro.
 - C) el pensamiento hedonista de Epicuro fundamentado en conseguir la felicidad con los placeres más simples de la vida.
 - D) el hedonismo del filósofo griego Epicuro de Samos y la teoría de la ataraxia explicada como ausencia del dolor.
 - E) la lucha constante de Epicuro contra el placer que consiste en deseos superfluos para poder lograr la óptima felicidad.

Solución:

El texto sostiene medularmente en alcanzar la felicidad con los placeres más escuetos que la vida ofrece a los individuos, según la postura hedonista del filósofo griego.

Rpta.: C

2. En el texto, el antónimo contextual del verbo ESQUIVAR es

- A) soslayar. B) confrontar. C) repudiar.
D) separar. E) renunciar.

Solución:

La palabra hace referencia a que evita las experiencias dolorosas intentando llegar a la felicidad (placer) que es el objetivo de la especie humana.

Rpta.: B

3. Es incompatible con el texto sostener que el filósofo Epicuro

- A) sostiene una teoría fundamentada en el hedonismo.
B) considera que existen tres elementos en la felicidad.
C) plantea que la actividad racional produce la felicidad.
D) desestima las ideas placenteras en una vida humilde.
E) propugna la ataraxia que elude la existencia del dolor.

Solución:

El texto menciona que el filósofo griego plantea una teoría hedonista que consiste en la simplicidad de la experiencia vivida fuera del alcance de objetos que no son necesarios para la existencia del ser humano.

Rpta.: D

4. Se infiere de la lectura que las ideas de placer y felicidad vinculadas con los lujos y excesos se debe a que

- A) el ser humano siempre cae en las tentaciones de una vida fácil llena de ambiciones.
B) la perspectiva epicúrea ha sido malinterpretada hacia un hedonismo desenfrenado.
C) el filósofo careció de metodologías claras para expresar su pensamiento hedonista.
D) los críticos se encargaron de relacionar esos pensamientos para destruir a Epicuro.
E) las personas pudientes relacionaban esas experiencias por llevar ese estilo de vida.

Solución:

El autor afirma que muchos entendieron el pensamiento hedonista de Epicuro de manera incorrecta engarzándolo con una manera de vivir excesivamente en opulencia.

Rpta.: B

5. Si las personas vivieran constantemente perturbadas, entonces

- A) pensar en ir a un profesional ayudaría a que mejoren.
B) conseguir una pequeña felicidad jamás se efectuaría.
C) dejar de lado los lujos aseguraría obtener la felicidad.
D) creer en la ayuda de los dioses a ellos podría ocurrir.
E) alcanzar la felicidad extrema para ellos sería inviable.

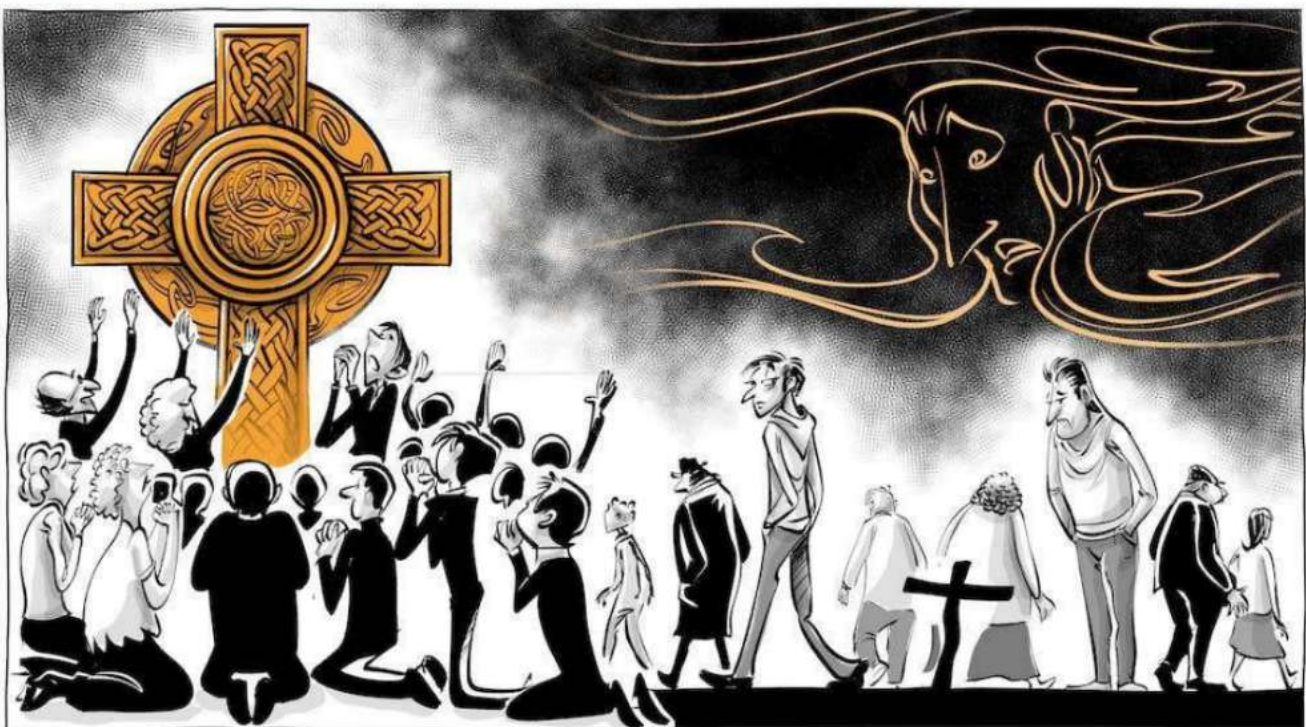
Solución:

El texto asevera que es indispensable que los tres componentes conformados para lograr la felicidad máxima participen en conjunto. Sin embargo, si uno se ausentara sería imposible para la persona experimentarlo.

Rpta.: E**TEXTO 2**

La objeción de Nietzsche contra el cristianismo es que este dio como resultado la aceptación de lo que él llama «moral de esclavo». Es curioso observar el contraste entre sus argumentos y los de los *philosophes* franceses que precedieron a la Revolución. Estos sostenían que los dogmas cristianos no eran verdaderos; que el cristianismo enseña la sumisión a lo que se juzga ser la voluntad de Dios, mientras los seres humanos que se respeten no deben **hincarse** ante ningún poder más alto, y que las Iglesias cristianas se han hecho aliadas de los tiranos y ayudan a los enemigos de la democracia a negar la libertad y a continuar oprimiendo al pobre. A Nietzsche no le interesa la verdad metafísica del cristianismo ni de ninguna religión; convencido de que ninguna religión es realmente verdadera, juzga todas las religiones enteramente por sus efectos sociales. Coincide con los *philosophes* en la objeción contra la sumisión a la supuesta voluntad de Dios, pero él la sustituiría por la voluntad de los terrenos «artistas-tiranos». La sumisión es lícita, salvo para los superhombres –esta idea de superioridad del hombre sustentada en la supremacía de la razón–, pero no la sumisión al Dios cristiano.

Russell, B. (1946). *Historia de la filosofía occidental*. Espasa. (Texto editado)



1. La intención principal del autor del texto mixto es

- A) criticar la teoría del superhombre que ataca la fe cristiana del individuo.
- B) explorar la filosofía de Nietzsche y la ideología de la Revolución francesa.
- C) describir el pensamiento de Nietzsche contra la sumisión a la fe cristiana.
- D) defender las religiones del mundo, que son atacadas por el ilustre Nietzsche.
- E) refutar la idea de «moral de esclavo» porque existen personas sin devoción.

Solución:

El autor detalla el pensamiento de Nietzsche en contraste con la subordinación que presenta los seres humanos ante la fe cristiana.

Rpta.: C

2. En el texto el término HINCARSE puede ser reemplazado por

- A) pincharse.
- B) plantarse.
- C) fijarse.
- D) arrodillarse.
- E) desviarse.

Solución:

La palabra expresa semánticamente que el individuo que se respeta no debe inclinarse ante un poder que le hace ser subordinado.

Rpta.: D

3. Es compatible con la imagen y el texto afirmar que la religión, representado por la cruz,

- A) lleva a la alienación del hombre, puesto que el cristianismo solo fomenta valores mezquinos como la obediencia o la subordinación.
- B) pertenece solo a grupo de poderes de alto rango de la Iglesia y que la política tomará como base para salvaguardar la moral del esclavo.
- C) representa la salvación para las personas débiles que, arrodillados, piden perdón por sus pecados cometidos durante la experiencia vivida.
- D) expresa pensamientos fehacientes donde el ser humano es beneficiado por su fe ante los ojos del Creador que nos guía desde el cielo.
- E) somete a las personas y castiga a los que tienen el pensamiento del superhombre representados por las personas que se alejan de aquella.

Solución:

Tanto por la imagen como por el texto, se puede afirmar que las personas son sometidas a conductas irracionales que fueron dadas por el cristianismo, a saber, la sumisión.

Rpta.: A

4. Se infiere del texto que el superhombre propuesto por Nietzsche

- A) reconoce la existencia de un Ser Supremo que domina el mundo subjetivo y objetivo.
- B) empieza con la «moral del esclavo» para luego sublevarse con el sistema religioso.
- C) requiere de un amplio conocimiento religioso para refutar las ideas del cristianismo.
- D) muestra un alto egocentrismo de poder ante las emociones débiles de las personas.
- E) desarrolla en su forma más elevada el poder intelectual y la independencia religiosa.

Solución:

En el texto, el autor sostiene que, ante la existencia de la sumisión, el superhombre es un ser que usa su intelecto para no caer en la subordinación del pensamiento cristiano.

Rpta.: E

5. Si la religión carece de sumisión, entonces el filósofo Nietzsche

- A) propondría a un ser ficticio para que confronte toda la ideología falsa cristiana.
- B) criticaría a los hombres que dejan de lado la razón por creencias inexplicables.
- C) evitaría proponer la teoría del superhombre que lucha contra aquella ideología.
- D) hablaría de una moral de amos que está al margen con las doctrinas religiosas.
- E) explicaría la debilidad de los hombres y la opresión a partir de causas políticas.

Solución:

El autor asevera que el humano es dócil ante el servilismo al cristianismo. Sin embargo, existe una excepción: el superhombre, y este soslayará en caer en esa forma de existencia sumisa.

Rpta.: C**TEXTO 3****TEXTO A**

Para decidir si una cosa es bella o no lo es, no referimos la representación a un objeto por medio del entendimiento, sino al sujeto y al sentimiento de placer o de pena por medio de la imaginación. El juicio del gusto no es, pues, un juicio de conocimiento; no es por tanto lógico, sino estético, es decir, que el principio que lo determina es puramente subjetivo. Las representaciones y aun las sensaciones, pueden considerarse siempre en una relación con los objetos (y esta relación es lo que constituye el elemento real de una representación empírica); pero en este caso no se trata de su relación con el sentimiento de placer o de pena, el cual no dice nada del objeto, sino simplemente del estado en que se encuentra el sujeto, cuando es afectado por la representación.

Representarse por medio de la facultad de conocer (de una manera clara o confusa) un edificio regular bien apropiado a su objeto, no es otra cosa que tener conciencia del sentimiento de satisfacción que se mezcla en esta representación. En este último caso la representación se refiere por completo al sujeto, es decir, al sentimiento que tiene de la vida, y que se designa con el nombre de sentimiento de placer y de pena; de aquí una facultad de **discriminar** y juzgar, que no lleva nada al conocimiento, y que se limita a aproximar la representación dada en el sujeto, a toda la facultad representativa, de lo cual el espíritu tiene conciencia en el sentimiento de su estado.

Kant, I. (1876). *Crítica del juicio*. Madrid Alianza Editorial. (Texto editado)

TEXTO B

La belleza, en su cualidad objetiva, va ligada inexorablemente a los conceptos de equilibrio y armonía y es que estos dos conceptos son fácilmente objetivables. Podemos definir el equilibrio como una situación de armonía entre cosas diversas o entre las partes de un todo. Por ello, la belleza es armonía y equilibrio que, con estas definiciones, se elimina componente puramente subjetivo. La teoría del gusto fue formulada en la antigüedad por los filósofos pitagóricos. Estos definieron estética como la armonía resultante del orden y proporción de las partes de un todo, así que, esta interrelación es numérica. Llegaron a esta conclusión basados en la observación de la armonía de los sonidos. Las cuerdas producen sonidos armónicos si sus longitudes están en relación de números simples: uno a uno, uno a dos, dos a tres, etc.

Adolf Zeising en 1824 diseñó y explicó la proporción constante del cuerpo humano. Para ello, divide el cuerpo en cuatro zonas. La primera va desde la borde superior de la cabeza al hombro. La segunda, del hombro al ombligo. La tercera del ombligo a la rodilla y la cuarta de la rodilla a la planta del pie. Cada una de estas zonas se subdivide en cinco segmentos. En conclusión, podemos definir a la belleza de un determinado cuerpo, desde un punto de vista puramente objetivo, como aquel ente que guarda proporción y armonía. La naturaleza en su conjunto, acepta y cumple estas proporciones de una forma casi constante.

Orbaugh, W. (2015). *Objetivismo. La filosofía benevolente*. Editorial Episteme. (Texto editado)

1. El tema central de la discusión trata sobre

- A) la estética totalmente objetivo a la razón.
- B) el juicio del gusto subjetivo en el hombre.
- C) la representación de lo bello en el sujeto.
- D) la objetividad y subjetividad de la belleza.
- E) la experiencia y la armonía de la estética.

Solución:

El texto A sostiene que la belleza es subjetiva, ya que la representación lo hará el sujeto mediante la imaginación y no por la razón; en el texto B, la belleza es estéticamente objetiva por la condición necesaria de armonía y equilibrio.

Rpta.: D

2. En el texto A el sinónimo de DISCRIMINAR es

- A) descartar.
- B) rechazar.
- C) diferenciar.
- D) excluir.
- E) eliminar.

Solución:

La expresión hace referencia a la diferencia con respecto a la belleza subjetiva a partir de la experiencia del hombre donde elude toda actividad racional.

Rpta.: C

3. Es compatible con el texto A sostener que el juicio del gusto

- A) tiene relación con los pitagóricos.
- B) deriva al conocimiento autentico.
- C) faculta de saber a las personas.
- D) aumenta de valor a los objetos.
- E) soslaya toda actividad racional.

Solución:

Kant señala que el juicio del gusto no guarda una relación con el conocimiento y, por lo tanto, con la razón, sino más bien con las sensaciones que experimentan el sujeto.

Rpta.: E

4. Se infiere del texto B que, en el pensamiento pitagórico, la relación de las partes de un todo

- A) beneficia la estética únicamente en la cultura griega.
- B) sugiere que el origen de todo se debe a los números.
- C) mantiene a los matemáticos al margen de la filosofía.
- D) fomenta el estudio por la geometría y la trigonometría.
- E) explica matemáticamente la producción de la belleza.

Solución:

En el texto A, el autor sostiene que los filósofos griegos llamados pitagóricos plantean lo bello de la relación parte – todo, es decir, existe una proporción numérica. Por ello, es plausible deducir que se basa en las matemáticas.

Rpta.: E

5. Si un perito analiza la pintura de un artista y observa que carece de proporcionalidad y armonía, entonces con respecto al cuadro

- A) resultaría una desgracia para el autor.
- B) sería implausible calificarlo como bello.
- C) rechazaría las ofertas para comprarlas.
- D) renovarían una técnica para plasmar arte.
- E) beneficiaría indiscutiblemente al creador.

Solución:

El texto B asevera que la belleza tiene una relación totalitaria con el equilibrio y la armonía. Si fuera el caso que en la obra de arte estén ausente tales componentes, soslayarían apreciarla como un cuadro con carácter estético.

Rpta.: B

SECCIÓN C

PASSAGE 1

Here on Earth, we are used to a certain kind of weather. It might be unpredictable and scary at times, but at least we know that everything falling out of our atmosphere and onto the ground is water in some form. You would be excused, therefore, for thinking "water" when considering the question of rain on other planets. Nevertheless, Earth is the only planet that has liquid water. There is **indeed** rain falling from clouds on other planets, but it is not water. Not even close.

Let's start with diamonds. About 1,000 tons (907 metric tons) a year fall on Saturn. According to the findings, diamond rain falls on Saturn, Neptune and Jupiter, among others, but Saturn might have the best conditions for it.

Not into diamonds? Head to Venus for some refreshing, incredibly hot sulfuric acid rain. Venus' atmosphere is full of sulfuric acid clouds.

Over on Titan, Saturn's largest moon, there are icy methane rainstorms. Just as Earth has a water cycle, Titan has a methane cycle.

We can add to these cases the dry-ice snow on Mars, liquid helium rain on Jupiter and plasma rain on the sun. It is fascinating, but we will leave the horrific flesh-melting precipitation to the rest of the solar system, please.

Cooper, A. (2022). *Does It Rain on Other Planets?* Howstuffworks. Retrieved from <https://science.howstuffworks.com/rain-other-planets.htm> (Edited text).

1. What is the topic of the passage?
- A) The atmospheric characteristics of planets
 - B) Diamonds and other solid objects that rain
 - C) The unusual forms of rain outside the earth
 - D) How much it rains far from our blue planet
 - E) The possibility of rain in the solar system

Solution:

The passage explains the types of water outside our planet in which there is no presence of water.

Answer: C

2. According to the passage, the word INDEED is closest in meaning to
- A) easily. B) actually. C) steadily. D) currently. E) routinely.

Solution:

The word *indeed* means that, in fact, there is rain in another planets. So, the best synonym will be *actually*.

Answer: B

3. It can be inferred that Venus is probably

- A) colder compared to Jupiter.
- B) as cold as Saturn.
- C) hotter compared to Titan.
- D) free of any form of rain.
- E) as hot as the Earth.

Solution:

The passage says that there are incredibly hot kind of rains in Venus. Also, there are icy methane rainstorms in Titan. So, is it possible that Venus has hotter temperatures than Titan.

Answer: C

4. It is inconsistent with the passage to affirm that, in the Solar System

- A) liquid water rain is inexistent.
- B) there are different kinds of rain.
- C) many kinds of rain could kill us.
- D) there is presence of dry-ice snow.
- E) could rain diamonds or methane.

Solution:

According to the passage, liquid water rain is existent only on planet earth.

Answer: A

5. If a planet were documented to have rain in the form of water

- A) the weather of that planet would be probably icy instead of hot.
- B) it would also be possible to find diamond rains on planet earth.
- C) the earth would no longer be the only planet with liquid water.
- D) everything from that planet would be similar to earth's weather.
- E) that planet would undeniably be Saturn or another gas planet.

Solution:

The passage says that the fact that it rains water only on earth indicates that this is the only planet with liquid water. If there were another planet, the earth would lose that unique characteristic.

Answer: C

PASSAGE 2

The Sun, the Moon, and the brightest planets were visible to the naked eyes of ancient astronomers, observations and calculations of this bodies' movements gave a significant rise to the science of astronomy. Today the amount of information on the motions, properties, and compositions of the planets and smaller bodies has grown to immense proportions, and the range of observational instruments has extended far beyond the solar system to other galaxies and the edge of the known universe. Yet the solar system and its immediate outer boundary still represent the limit of our physical reach, and they remain the core of our theoretical understanding of the cosmos as well. Earth-launched space probes and landers have gathered data on planets, moons, asteroids, and other bodies, and this data has been added to the measurements collected with telescopes and other instruments from below and

above Earth's atmosphere and to the information extracted from meteorites and from Moon rocks returned by astronauts.

All this information is scrutinized in attempts to understand in detail the origin and evolution of the solar system—a goal toward which astronomers continue to make great strides.

Chant, T. (2020). «Solar system». In Britannica. Retrieved from <<https://www.britannica.com/science/solar-system>>

1. Mainly, the passage is about
- A) the recent importance of the solar system.
 - B) the complex structure of the solar system.
 - C) astronomical studies of the solar system.
 - D) interest in understanding the solar system.
 - E) the brightest planets visible to the naked eyes.

Solution:

The passage explains the interest in understanding the solar system from ancient times to the present day.

Answer: D

2. Based on the passage, what is the concept of INMENSE?
- A) Giant
 - B) Fantastic
 - C) Transcendental
 - D) Colossal
 - E) Infinite

Solution:

The word INMENSE refers to the transcendence of information.

Answer: C

3. According to the information about solar system, we can infer that
- A) is made up of the planets, the moon and the sun.
 - B) remains a research challenge for astronomers.
 - C) the Sun was unknown to all ancient astronomers.
 - D) the solar system represents the observable limit.
 - E) the moon is the only satellite studied by astronomy.

Solution:

Despite advances in research, astronomers continue their studies to fully understand it.

Answer: B

4. About solar system investigations, it is valid to say that
- A) they focused only on the Earth and the Sun.
 - B) they omitted the use of complex telescopes.
 - C) they explained everything about the cosmos.
 - D) space probes have not collected data on planets.
 - E) they have revealed facts about the universe.

Solution:

Researchs on the solar system has revealed important facts about the universe.

Answer: E

5. If the moon, sun and planets had not been visible to ancient astronomers,
- A) they would not have been able to calculate it movements.
 - B) telescopes would not have been created in ancient times.
 - C) it would have been possible to know more about the universe.
 - D) it would have been more information about other galaxies.
 - E) the origin of the sun would have been explained by them.

Solution:

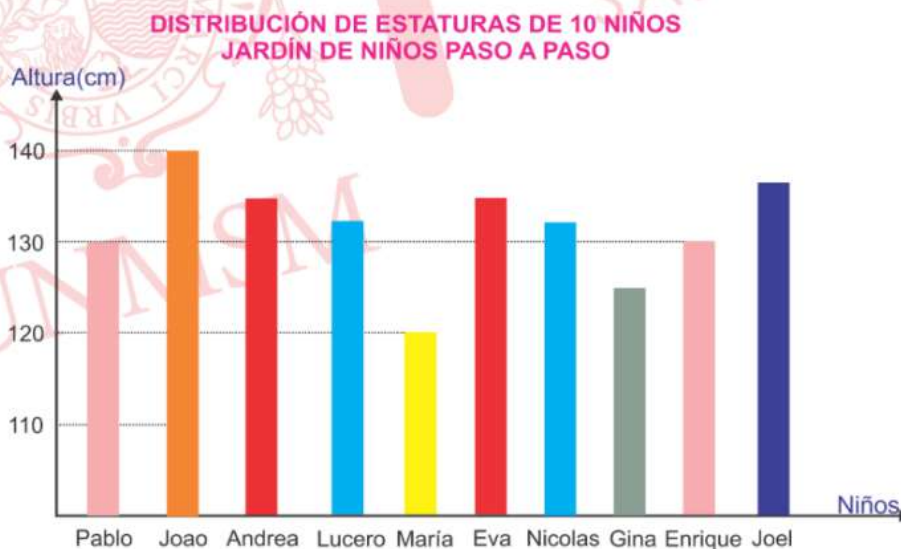
Visibility allowed ancient astronomers to calculate the movements of the moon, the sun, and the bright planets.

Answer: A

Habilidad Lógico Matemática

EJERCICIOS DE CLASE

1. El siguiente gráfico muestra la distribución de las estaturas, en centímetros, de 10 niños del jardín de niños Paso a Paso.



¿Qué porcentaje del total de niños son los que tienen una estatura de por lo menos 130 cm, y de ellos, qué porcentaje son mujeres, respectivamente?

- A) 80 % - 37,5 %
- B) 80 % - 40 %
- C) 70 % - 35 %
- D) 60 % - 50 %
- E) 60 % - 37,5 %

Solución:

Tomamos los cuantiles proporcionalmente:

$$\%(\geq 130\text{cm}) = \frac{8}{10} \times 100\% = 80\%$$

$$\%(Mujeres \text{ resp } personas \geq 130\text{cm}) = \frac{3}{8} \times 100 = 37,5\%$$

Rpta.: A

2. En el siguiente gráfico se muestra la distribución de los ingresos mensuales en una tienda de venta de perfumes franceses, durante los meses de enero, febrero, marzo y abril del año 2023. Si en el mes de abril el ingreso por las ventas fue de S/ 2000 más que en el mes de marzo, ¿cuál fue el ingreso por las ventas en el mes de enero?

A) S/ 3500

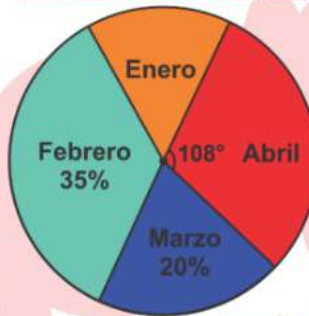
B) S/ 2500

C) S/ 2400

D) S/ 3000

E) S/ 3600

DISTRIBUCIÓN DE LOS
INGRESOS MENSUALES

**Solución:**

Primero, calculamos el porcentaje en el mes de abril.

$$x = \frac{108^\circ \cdot 100\%}{360^\circ} = 30\%$$

$$\text{Luego, } 108^\circ \equiv 30\%$$

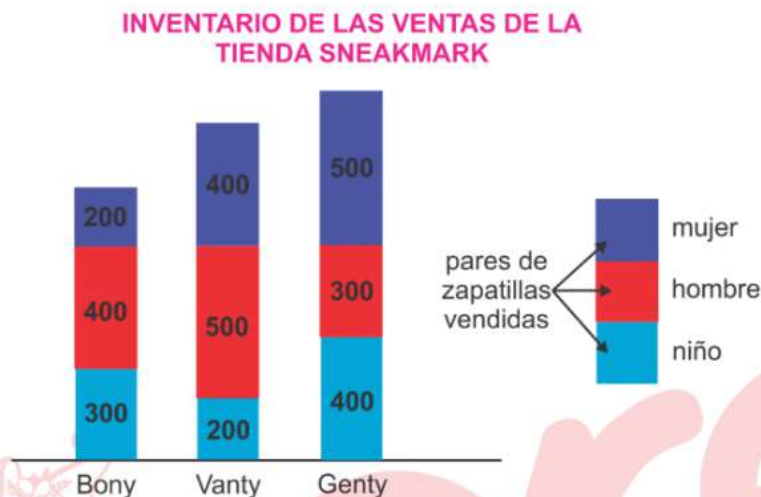
Segundo, calculamos los ingresos en el mes de enero.

$$\text{Ingreso mes Enero} = \frac{\text{S/ } 2\,000 \cdot 15\%}{10\%} = \text{S/ } 3\,000$$

Luego, el ingreso en enero fue de S/ 3000.

Rpta.: D

3. En la tienda de zapatillas SneakMark se ha hecho el inventario de las ventas correspondientes a tres marcas de zapatillas: Bony, Vanty y Genty, durante el año 2022. Si los resultados se muestran en el gráfico, ¿qué porcentaje representa la cantidad de zapatillas vendidas para niños respecto al total de las ventas?



- A) 28,125 % B) 25,125 % C) 38,35 % D) 24,15 % E) 34,5 %

Solución:

En el mes de setiembre se ha vendido: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Bony: } 300 + 400 + 200 = 900 \text{ pares} \\ \text{Vanty: } 200 + 500 + 400 = 1100 \text{ pares} \\ \text{Genyy: } 400 + 300 + 500 = 1200 \text{ pares} \end{array} \right.$

En total se ha vendido: 3200 pares.

En el mes de setiembre se ha vendido $300 + 200 + 400 = 900$ pares para niños, esto representa el $\frac{900}{3200} \times 100 \% = 28,125 \%$

Rpta.: A

4. En un campeonato de fútbol, participaron los equipos Ayllus, Yachaqkunas y Apus, jugando todos contra todos, en una sola ronda. En la tabla, se muestra la cantidad de goles a favor y goles en contra de los tres equipos al finalizar el campeonato; sin embargo, se olvidaron de llenar una casilla, tal como se muestra. Si los Ayllus ganaron a los Apus por tres goles de diferencia, ¿cuál fue el resultado del partido entre Yachaqkunas y Ayllus, en ese orden?

- A) 2 - 4
B) 4 - 2
C) 5 - 1
D) 1 - 5
E) 3 - 3

Equipos	Goles a favor	Goles en contra
Ayllus	8	7
Apus	10	11
Yachaqkunas	9	

Solución:

De acuerdo a los goles a favor y goles en contra de los Ayllus y los Apus, resulta

<i>Ayllus</i>	vs	<i>Apus</i>	<i>Ayllus</i>	vs	<i>Yachaqkunas</i>	<i>Apus</i>	vs	<i>Yachaqkunas</i>
↓		↓	↓		↓	↓		↓
$x+3$		x	$5-x$		$7-x$	$10-x$		$8-x$

Por los goles a favor de los Yachaqkunas, tenemos

$$7-x+8-x=9 \Rightarrow x=3.$$

Por lo tanto, el resultado: Yachaqkunas y Ayllus: 4 – 2.

Rpta.: B

5. En un partido de fútbol, el ganador obtiene 3 puntos y el perdedor obtiene 0 puntos, mientras en caso de empate, cada equipo obtiene 1 punto. Cuatro equipos: A, B, C y D participaron en un campeonato de fútbol, jugando todos contra todos, en una sola ronda. Al finalizar el campeonato, el equipo A obtiene 7 puntos y los equipos B y C obtienen 4 puntos cada uno. ¿Qué puntaje obtuvo el equipo D?

A) 0 puntos B) 3 puntos C) 4 puntos D) 2 puntos E) 1 punto

Solución:

En la siguiente tabla, se muestra los puntos obtenidos por los equipos.

	PJ	PG	PE	PP	Puntos
A	3	2	1	0	7
B	3	1	1	1	4
C	3	1	1	1	4
D	3	0	1	2	1

Rpta.: E

6. En un campeonato de fútbol, participaron los equipos Real, Milán, Juve y Barza, jugando todos contra todos, en una sola ronda. En la tabla se muestra los partidos jugados (PJ), partidos ganados (PG), partidos empatados (PE), partidos perdidos (PP), goles a favor (GF) y goles en contra (GC).

Equipos	PJ	PG	PE	PP	GF	GC
Real	3	2	1	0	3	1
Milán	3	1	2	0	2	0
Juve	3	1	1	1	4	3
Barza	3	0	0	3	1	6

De acuerdo a ello podemos afirmar que

- A) Juve ganó 3-0 al Barza.
- B) Real perdió con Milán.
- C) entre Real y Milán han anotado tres goles a la Juve.
- D) Juve empató con Barza.
- E) Real ganó 1-0 al Barza

Solución:

De la tabla mostrada y con los datos de ella, tenemos que

Real vs Milan	
0	0
0	0

Real vs Juve	
x	3-x
2	1

Real vs Barza	
3-x	x-2
1	0

Milan vs Juve	
0	0
0	0

Milan vs Barza	
2	0
2	0

Juve vs Barza	
1+x	3-x
3	1

Rpta.: E

7. En la figura se tiene un cuadrado mágico multiplicativo de 3×3 , de números enteros positivos, algunos números ya están escritos. Se desea completar dicho cuadrado mágico.

Información brindada:

- I. En la casilla sombreada, se escribe el número 2.
- II. Cada uno de los divisores positivos de 36 están escritos, sin repetir, en cada una de las casillas del cuadrado mágico.

		3
	1	

Para resolver el problema,

- A) solo la información I es suficiente.
- B) solo la información II es suficiente.
- C) es necesario usar ambas informaciones.
- D) cada una de las informaciones por separado es suficiente.
- E) se necesita más información.

Solución:

Por propiedad de cuadrado mágico multiplicativo, el número ubicado en la fila 2 y columna 1 es 9.

Usando solo I

Aplicando las propiedades y definición de cuadrados mágicos multiplicativo se calcula los números en cada casilla del cuadrado mágico.

2	36	3
9	6	4
12	1	18

Usando solo II. Cada uno de los divisores de 36 están en cada una de las casillas del cuadrado mágico ($36 = 2^2 \times 3^2$)

Los divisores de 36 son: 1, 2, 3, 2×3 , 2×3^2 , 2^2 , $2^2 \times 3$, $2^2 \times 3^2$, 3^2 .

Luego el número mágico del cuadrado mágico es 216 y por propiedad el número ubicado en la casilla central es 6.

Aplicando las propiedades y definición de cuadrados mágicos multiplicativo se calcula los números en cada casilla del cuadrado mágico.

2	36	3
9	6	4
12	1	18

Rpta.: D

8. Una empresa solicitó trabajadores, para lo cual se presentaron cientos de expedientes, los cuales fueron revisados diariamente. Debido a la cantidad de expedientes, se revisó cada día la misma cantidad de expedientes. Se desea determinar el número de expedientes revisados diariamente.

Información brindada:

- I. La cantidad de expedientes revisados en 90 días superó en 1800 al número de expedientes revisados en tantos días como expedientes se revisó por día.
- II. El número de expedientes revisados diariamente fue la máxima posible.

Para resolver el problema,

- A) la información I es suficiente.
- B) la información II es suficiente.
- C) es necesario usar ambas informaciones.
- D) cada una de las informaciones por separado es suficiente.
- E) se necesita más información.

Solución:

de expedientes revisados cada día = X

De (I):

de expedientes revisados en 90 días = 90X

Tantos días como expediente se revisó por día = X

de expedientes revisados en X días = X²

$$90X - X^2 = 1\ 800$$

$$X^2 - 90X + 1800 = 0 \text{ de aquí } X = 60 \text{ o } X = 30$$

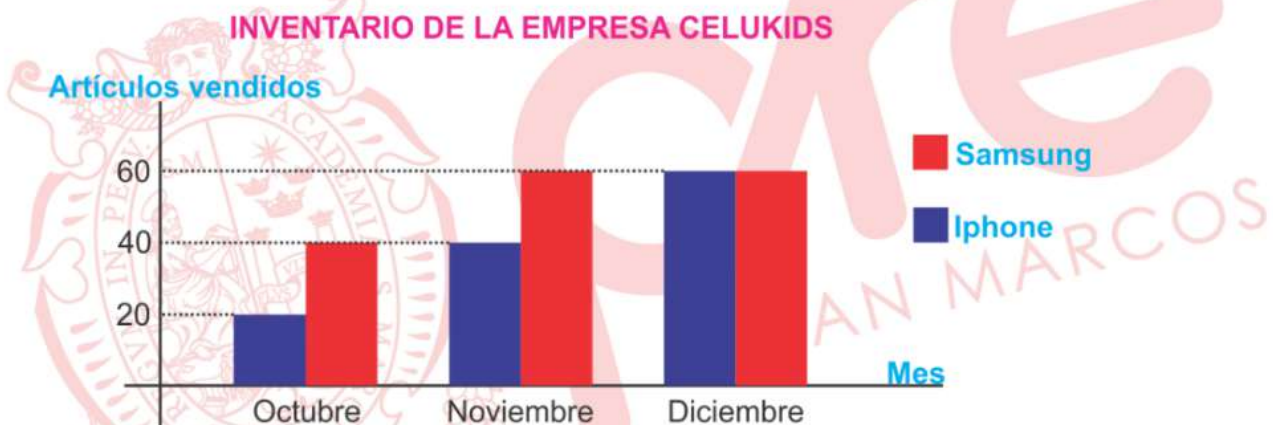
De (II):

X es máximo, entonces X = 60

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. El siguiente gráfico muestra la cantidad de celulares (Iphone y Samsung) vendidos por una empresa en los últimos tres meses del año 2022.



Se pide que:

- I. Determine cuántos celulares Samsung más que celulares Iphone fueron vendidos en total en los tres últimos meses del año 2022.
- II. Determine el porcentaje que representa los celulares vendidos en el mes de octubre con respecto al total de celulares Iphone vendidos en los tres últimos meses del año 2022.

- A) 40 y 50 % B) 40 y 33,3 % C) 50 y 60 % D) 50 y 33,3 % E) 40 y 40 %

Solución:

Resolución de (I)

$$\text{Samsung} = 40 + 60 + 60 = 160$$

$$\text{Iphone} = 20 + 40 + 60 = 120$$

$$\text{Diferencia} = 40$$

Resolución de (II)

$$\left. \begin{array}{l} 120 \quad 100\% \\ 60 \quad x \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{60 \cdot 100\%}{120} = 50\%$$

Rpta.: A

2. El estudiante universitario Fernando, después de matricularse en el primer ciclo del año 2023, se percató que en su facultad hay en total 216 estudiantes matriculados, distribuidos según el gráfico circular mostrado. ¿Cuál es la diferencia positiva entre la cantidad de estudiantes del primer y quinto año en la facultad en la cual estudia Fernando? Considere que en su facultad solo se estudia 5 años.

Estudiantes matriculados en total en los 5 años



- A) 10 B) 12 C) 18
D) 6 E) 15

Solución:

- **Primer año:** $100 \times 216/360 = 48$
 - **Segundo año:** $80 \times 216/360 = 60$
 - **Tercer año:** $50 \times 216/360 = 30$
 - **Cuarto año:** $40 \times 216/360 = 24$
 - **Quinto año:** $216/4 = 54$
- Piden: $54 - 48 = 6$

Rpta.: D

3. En el siguiente cuadro se muestra las principales regiones exportadoras de palta, entre los meses de enero a agosto, comparando los años de 2021 y 2022; además de los ingresos expresados en millones de dólares.

Principales regiones exportadoras de palta en el periodo Enero - Agosto (US\$ millones)			
Departamento	Año 2022	Año 2021	Var. %
La Libertad	268	273	-1,8
Lima	201	251	-19,9
Lambayeque	157	199	-21,1
Ica	127	123	3,3
Ancash	52	46	13

Fuente: Sunat. Elaboración: ComexPerú

Calcule el porcentaje que representa la suma de los ingresos recaudados en los departamentos de Ica y Ancash del año 2022 con respecto a la suma de los ingresos en los departamentos que en el año 2022 decrecieron en sus ingresos con respecto al año anterior.

- A) 28,59 % B) 27,35 % C) 27 % D) 30 % E) 29,5 %

Solución:

Año 2022: Ica y Ancash: $127 + 52 = 179$ millones de dólares.

Año 2022: La Libertad, Lima y Lambayeque: $268 + 201 + 157 = 626$ millones de dólares.

$$\left. \begin{array}{l} 626 \quad 100\% \\ 179 \quad x \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{179 \cdot 100\%}{626} = 28,594249$$

Rpta.: A

4. Dieciséis equipos jugaron un campeonato de fútbol en el que cada equipo jugó exactamente una vez contra cada uno de los demás equipos. En cada partido, el equipo ganador obtuvo 3 puntos, el que perdió 0 puntos y, si hubo empate, cada equipo obtuvo 1 punto. Si al final del torneo la suma del número total de puntos de los dieciséis equipos fue 347, ¿cuántos partidos terminaron empatados?

- A) 12 B) 15 C) 11 D) 14 E) 13

Solución:

Por determinar el número de partidos que quedaron empatados.

En el torneo hay 16 equipos, entonces

$$\text{Nro. partidos} = C_2^{16} = \frac{16!}{2!(16-2)!} = \frac{16(15)(14!)}{(2!)(14!)} = 120$$

Nro. de partidos empatados: x

Nro. de partidos ganados: $(120 - x)$

Total, de puntos: 347.

Luego,

$$(120 - x)(3) + (x)(2) = 347 \Rightarrow x = 13$$

Por lo tanto, hubo 13 partidos empatados.

Rpta.: E

5. En un campeonato de fútbol, participaron los equipos Independiente, Wálter Ormeño y Bella Esperanza, jugando todos contra todos, en una sola ronda. En la tabla se muestra la cantidad de goles a favor (GF) y goles en contra (GC) de los tres equipos, así como los puntajes obtenidos al finalizar el campeonato. Por partido ganado se asignó 3 puntos, por partido empatado 1 punto a cada uno y por partido perdido 0 puntos. Si Wálter Ormeño empató con Independiente, ¿cuál fue el resultado del partido entre los equipos de Independiente y Bella Esperanza, en ese orden?

Equipos	GF	GC	Puntos
Independiente	11	10	4
Walter Ormeño	9	9	2
Bella Esperanza	9	10	1

- A) 5 - 6 B) 8 - 3 C) 6 - 5 D) 3 - 8 E) 5 - 5

Solución:

Completando la tabla:

Equipos	PJ	PG	PE	PP	GF	GC	Puntos
Independiente	2	1	1	0	11	10	4
Walter Ormeño	2	0	2	0	9	9	2
Bella Esperanza	2	0	1	1	9	10	1

Resultados de los partidos:

Empate	Empate	Gana	Pierde
Independiente – W.Ormeño	W.Ormeño – B.Esperanza	Independiente – B. Esperanza	
X	X	9 – X	X – 1
		11 – X	10 – X

Por dato: $9 - x = x - 1 \rightarrow x = 5$

Por tanto, el resultado de Independiente con B. Esperanza es de 6-5.

Rpta.: C

6. En un campeonato de fútbol, participaron los equipos Rojos, Celestes, Verdes y Negros, jugando todos contra todos, en una sola ronda. No hubo dos partidos con el mismo resultado; y al finalizar el campeonato, se obtuvo la siguiente tabla:

Equipos	Partidos Jugados	Partidos Ganados	Partidos Empatados	Partidos Perdidos	Goles a Favor	Goles en Contra
Rojos	3	2	0	1	3	5
Celestes	3	2	0	1	5	1
Verdes	3	1	0	2	5	6
Negros	3	1	0	2	4	5

Si Verdes ganaron a Rojos por cuatro goles de diferencia, ¿cuál fue el resultado del partido entre Celestes y Negros, respectivamente?

- A) 3 – 0 B) 1 – 0 C) 2 – 1 D) 3 – 1 E) 2 - 0

Solución:

Con los datos de la tabla tenemos que

Rojos vs. Celestes = 1-0

Rojos vs. Verdes = 0-4

Rojos vs. Negros = 2-1

Celestes vs. Verdes = 3-0

Celestes vs. Negros = 2-0

Verdes vs. Negros = 1-3

Luego se cumple que Celestes vs. Negros: 2-0

Rpta.: E

7. Se desea calcular el volumen de una pirámide regular de base cuadrada.

Información brindada:

- I. Se conoce la longitud, en centímetros, de la altura de la pirámide y la longitud, en centímetros, de una de sus aristas laterales.
- II. Se conoce el área de la base, expresada en centímetros cuadrados.

Para resolver el problema,

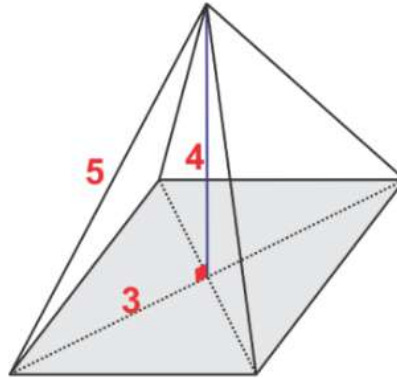
- A) la información I es suficiente.
- B) la información II es suficiente.
- C) es necesario usar ambas informaciones.
- D) cada una de las informaciones por separado es suficiente.
- E) se necesita más información.

Solución:

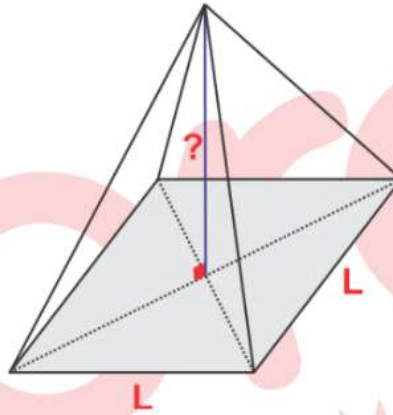
$$\text{Volumen} = \frac{1}{3} A_{\text{Base}} \cdot \text{Altura}$$

Usando I:

Se conoce la altura.
Se conoce arista lateral.

Es suficiente**Usando II:**

Se conoce el área de la base.

No es suficiente.

Rpta.: A

8. Se desea determinar la suma de las edades actuales de dos estudiantes.

Información brindada:

- I. Hace 5 años, sus edades sumaban 12 años.
- II. Dentro de 5 años, sus edades sumarán 32 años.

Para resolver el problema,

- A) solo la información I es suficiente.
- B) solo la información II es suficiente.
- C) es necesario usar ambas informaciones.
- D) cada una de las informaciones por separado es suficiente.
- E) se necesita más información.

Solución:

Usando I:

Suficiente

	Pasado	Presente
A	$x-5$	x
B	$y-5$	y

$x-5 + y-5 = 12$

$x + y = 22$

Usando II:

Suficiente

	Presente	Futuro
A	x	$x+5$
B	y	$y+5$

$x+5 + y+5 = 32$

$x + y = 22$

Rpta.: D**Aritmética****EJERCICIOS DE CLASE**

1. En una tienda comercial existen productos cada uno con sus códigos de seis cifras todos diferentes, pero se observó que el producto de sus cifras siempre es 16. Halle el número de productos con esa propiedad.

A) 120 B) 140 C) 60 D) 360 A) 180

Solución: \overline{abcdef}

821111

441111

422111

222211

$$P_{4,1,1}^6 + P_{2,4}^6 + P_{3,2,1}^6 + P_{2,4}^6 = 30 + 15 + 60 + 15 = 120$$

$$\therefore \text{Cant. prod.} = 120$$

Rpta.: A

2. Una familia conformada por un padre, una madre, tres hijos varones y dos hijas; entran a un restaurante y piden una mesa circular de siete asientos. Si al ubicarse los padres deben estar juntos, los hijos varones juntos y las hijas juntas, ¿de cuántas formas posibles se podrán ubicar?

A) 84 B) 144 C) 50 D) 48 E) 24

Solución:

$$\#formas = 2! 3! 2! 2! = 48$$

Rpta.: D

3. En un concurso de docentes para cubrir las nueve plazas de tres cursos diferentes. Si de los ganadores se contrata a tres para Aritmética, cuatro para Álgebra y el resto para Geometría. ¿De cuántas formas diferentes se puede hacer los contratos?

A) 1260 B) 1284 C) 1280 D) 1720 E) 1440

Solución:

$$\#formas = C_3^9 \times C_4^6 \times C_2^2 = 1260$$

Rpta.: A

4. Pericles olvidó la clave de acceso de su tarjeta de crédito que consta de cuatro dígitos, solo se recuerda que las cuatro cifras son impares y que la primera es mayor que cinco. ¿Cuántas tentativas como máximo debe realizar para dar con su clave?

A) 250 B) 240 C) 160 D) 180 E) 320

Solución:

Cifras impares: 1, 3, 5, 7, 9

clave de acceso:

a	b	c	d
---	---	---	---

$$\text{Número de tentativas} = 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 250$$

Rpta.: A

5. En un examen que consta de 20 preguntas, Gilberto respondió 16 en forma correcta y el resto en forma incorrecta. ¿De cuántas maneras diferentes pudo responder Gilberto dicho examen?

A) 4845 B) 4820 C) 4620 D) 4840 E) 5080

Solución:

$$\# \text{ de maneras de responder} = P_{16,4}^{20} = \frac{20!}{16! \times 4!} = 4845$$

Rpta.: A

6. Cinco amigos se disponen a ubicarse sentándose alrededor de una mesa circular con cinco asientos. Si dos deben sentarse siempre juntos y otros dos siempre separados, ¿de cuántas maneras diferentes podrán ubicarse todos ellos?

A) 36 B) 20 C) 6 D) 24 E) 72

Solución:

Juntos A y B, separados C y D:

$$\begin{aligned} \# \text{ de maneras de A y B} &= \# \text{ de maneras que} & \# \text{ de maneras A y B juntos} \\ \text{juntos pero C y D separados} &= \text{solo A y B juntos} & \text{y C y D juntos} \\ &= P_5^C \cdot P_2 &= P_4^C \cdot P_2 \cdot P_2 \\ &= 4! \cdot 2! &= 3! \cdot 2! \cdot 2! = 24 \end{aligned}$$

Rpta.: D

7. La madre de Pablito lo envía al mercado a comprar frutas por unidades. Si tiene que comprar entre plátanos, manzanas y naranjas, ¿de cuántas maneras diferentes podrá comprar diez frutas?

A) 30 B) 66 C) 35 D) 48 D) 45

Solución:

$$CR_{10}^3 = C_{10}^{12} = 66$$

Rpta.: B

8. Marisol desea invitar a su cumpleaños a seis de sus amigos de entre quince que conoce, de los cuales ocho son varones y el resto mujeres. ¿De cuántas maneras se puede cursar la invitación a por lo menos cuatro mujeres, donde el grupo de invitados sea mixto?

A) 517 B) 847 C) 715 D) 1148 E) 1236

Solución:

$$\# \text{maneras} = C_4^7 C_2^8 + C_5^7 C_1^8 = 1148$$

Rpta.: D

9. Con los seis primeros enteros positivos, Felipe forma todos los números pares de cinco cifras diferentes, y Camila forma todos los números múltiplos de cinco cifras diferentes. Determine la suma de las cantidades de números formados por Felipe y Camila.

A) 260 B) 480 C) 445 D) 336 E) 720

Solución:

$$\text{Total de números: } 2.3.4.5.3 + 2.3.4.5.1 = 480$$

Rpta.: B

10. Darío tiene 8 libros de distintos autores, 2 de ellos son de Geometría, 3 de Aritmética y 3 de Álgebra. Si se dispone a ordenar por curso todos los libros en un estante cuya capacidad es exactamente para los ocho libros, ¿de cuántas formas diferentes puede hacerlo?

A) 120 B) 256 C) 144 D) 98 E) 432

Solución:

Total de formas = $2! \cdot 3! \cdot 3! = 432$

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Si se cuenta con 12 jugadores de fútbol, de los cuales tres son solo arqueros y los restantes juegan en cualquier posición, ¿de cuántas formas se puede elegir a un equipo de fútbol?

A) 336 B) 252 C) 364 D) 256 E) 248

Solución:

$$\# \text{formas} = C_1^3 C_6^9 = 252$$

Rpta.: B

2. Sandro compra 2 boletos de lotería. Si la cantidad de boletos adicionales que compra es equivalente a la cantidad de números de cinco cifras que se pueden formar cuyo producto de sus cifras sea 20, ¿cuántos boletos compró Sandro en total?

A) 16 B) 24 C) 36 D) 120 E) 32

Solución:

$$P_{2,2,1}^5 = \frac{5!}{2! \times 2! 1!} = 30$$

Por lo tanto, Sandro compró, en total, 32 boletos de lotería.

Rpta.: E

3. De cinco varones y cuatro damas, ¿de cuántas maneras se puede formar una comisión mixta de cuatro miembros?

A) 160 B) 180 C) 140 D) 120 E) 240

Solución:

$$C_1^5 \cdot C_3^4 + C_2^5 C_2^4 + C_3^5 C_1^4 = 120$$

Rpta.: D

4. De 25 alumnos, de los cuales 10 son varones y 15 son mujeres. Si se desea seleccionar a seis de ellos, ¿de cuántas maneras puede ocurrir que 3 de ellos sean varones?

A) 52 400 B) 54 600 C) 54 500 D) 53 640 E) 60 000

Solución:

$$\# \text{ formas} = C_3^{10} \times C_3^{15} = 120 \times 455 = 54600$$

Rpta.: B

5. En una carrera automovilística participan solo 10 pilotos con sus respectivos autos entre ellos están Alberto, Benito, Carlos y Daniel. Si en dicha carrera no hubo empates y los pilotos mencionados llegaron en los 4 primeros puestos, ¿de cuántas maneras diferentes podrían haber llegado a la meta los 10 pilotos?

A) 15040 B) 16030 C) 15990 D) 18720 E) 17280

Solución:

$$\text{Total de formas} = 4! \cdot 6! = 17280$$

Rpta.: E

6. Renzo ingresa a una frutería a comprar 4 unidades de frutas. Si en dicha frutería solo le quedan plátanos, naranjas y manzanas ¿De cuántas maneras diferentes puede hacer la compra?

A) 28 B) 20 C) 48 D) 56 E) 20

Solución:

$$CR_3^4 = C_3^6 = 20 \text{ maneras diferentes.}$$

Rpta.: E

7. Cuatro parejas de esposos ingresan a un restaurante y solo encuentran una mesa circular de 8 asientos. ¿De cuántas maneras diferentes se podrán ubicar alrededor de mesa circular si cada esposo está al lado de su esposa?

A) 120 B) 64 C) 40 D) 32 E) 96

Solución:

$$¡\text{Total} = 3! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2! = 96$$

Rpta.: E

8. Cinco amigos entran a almorzar a un restaurante donde ofrecen cinco tipos de menús, ¿de cuántas maneras diferentes se pueden elegir sus menús cada uno de ellos?

A) 120 B) 720 C) 5005 D) 3125 E) 1250

Solución:

$$\# \text{maneras} = 5.5.5.5.5 = 3125$$

Rpta.: D

9. Camila, encargada de elaborar horarios de clase de los estudiantes de cierto grupo de estudios, dispone de ocho salones. Si debe designar cuatro salones para el curso de Aritmética, dos para Geometría y lo restante para Álgebra, ¿de cuántas maneras diferentes puede realizarla designación?

A) 420 B) 150 C) 250 D) 400 E) 320

Solución:

$$C_4^8 \cdot C_2^4 \cdot C_2^2 = \frac{8.7.6.5}{1.2.3.4} \cdot \frac{4.3}{2} \cdot 1 = 420$$

Rpta.: A

10. Ocho amigos entran a un restaurante donde solo encuentran dos mesas circulares disponibles, una con tres sillas y la otra con cinco sillas. ¿De cuántas maneras diferentes puede ubicarse este grupo de amigos?

A) 1200 B) 1344 C) 5112 D) 3360 E) 2688

Solución:

$$C_3^8 \times 2! \times C_5^5 \times 4! = 2688$$

Rpta.: E

Geometría

EJERCICIOS DE CLASE

1. En la figura, la circunferencia \mathcal{C}_1 representa el borde de un jardín, la circunferencia \mathcal{C}_2 representa el borde de una fuente de agua cuyo radio mide 3 m y ambas circunferencias son concéntricas de centro (6;6), A, B y T son puntos de tangencia. Halle el recorrido de una persona que va desde el punto A hacia la tienda ubicada en el punto P pasando por el punto T.

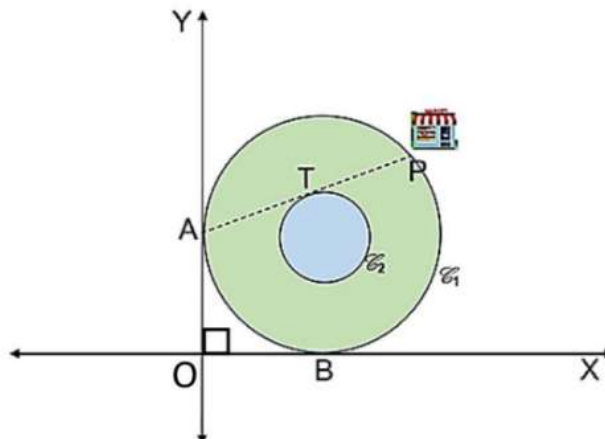
A) $6\sqrt{3}$ m

B) $6\sqrt{2}$ m

C) $8\sqrt{2}$ m

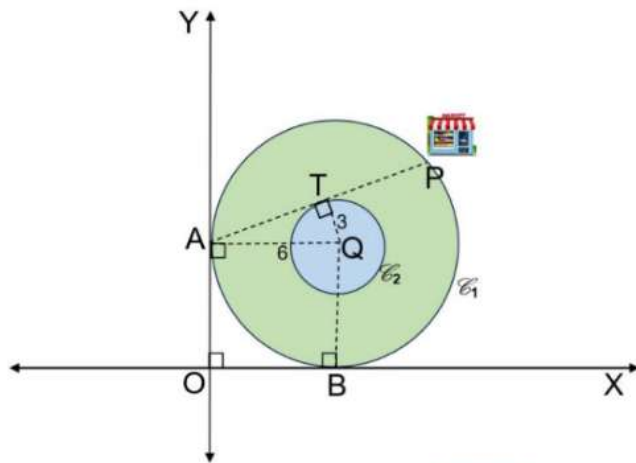
D) $4\sqrt{3}$ m

E) $2\sqrt{6}$ m



Solución:

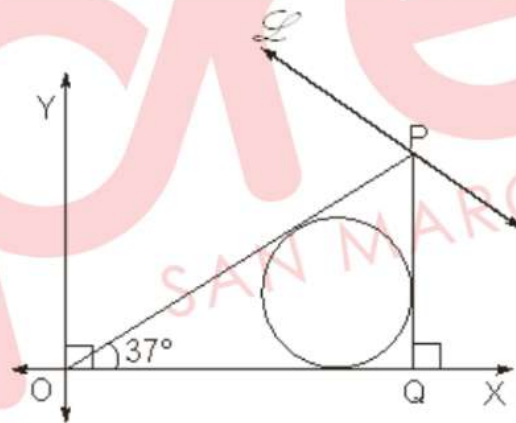
- $Q(6;6)$: centro de \mathcal{C}_1 y \mathcal{C}_2
- $\overline{QA} \perp$ Eje Y
 $AQ = 6, TQ = 3.$
- $\triangle ATQ$: Teorema de Pitágoras
 $AT^2 + 3^2 = 6^2 \Rightarrow AT = 3\sqrt{3}$
- Por teorema: $AT = TP$
 $\Rightarrow AP = 6\sqrt{3} \text{ m}$



Rpta.: A

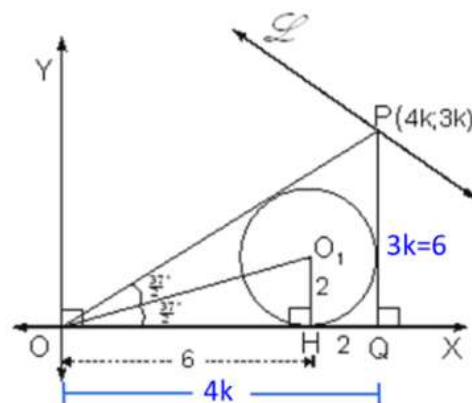
2. En la figura, $\mathcal{L}: x + 2y - 20 = 0$. Halle la ecuación de la circunferencia inscrita en el triángulo OQP.

- A) $(x - 6)^2 + (y + 1)^2 = 4$
- B) $(x - 6)^2 + (y - 2)^2 = 4$
- C) $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 8$
- D) $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 20$
- E) $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 2$



Solución:

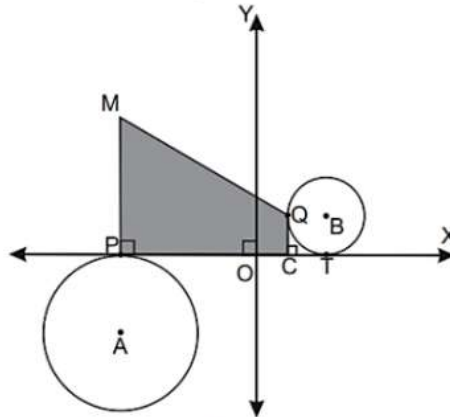
- En la figura: $P(4k;3k) \in \mathcal{L}$
 $\Rightarrow 4k + 2(3k) - 20 = 0$
 $\Rightarrow k = 2$
- $\triangle OQP$: Teorema de Poncelet
 $8 + 6 = 10 + 2r$
 $\Rightarrow r = 2$ y $O_1(6; 2)$
- $\mathcal{C}: (x - 6)^2 + (y - 2)^2 = 4$



Rpta.: B

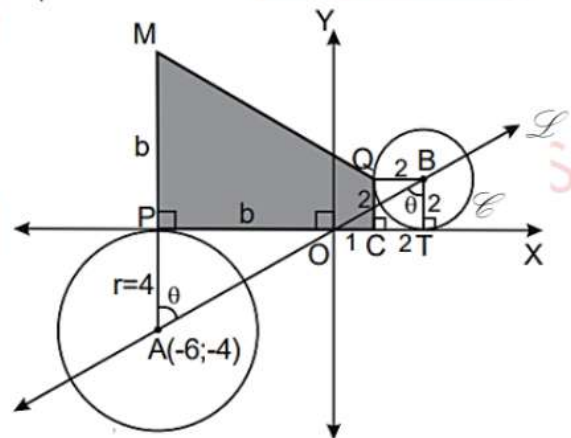
3. La figura muestra la vista superior de un parque recreacional donde los ejes X e Y representan dos veredas tal que P, Q y T son puntos de tangencia; los círculos representan a dos piscinas y la región sombreada donde las personas pueden recrearse. Si la ecuación de la circunferencia de centro B es $\mathcal{C}: x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$, el área sombreada es 28 m^2 y $MP = PO$, halle el área de la región donde se ubica la piscina circular de centro A (B, O y A son colineales).

- A) $16\pi \text{ m}^2$
- B) $20\pi \text{ m}^2$
- C) $15\pi \text{ m}^2$
- D) $18\pi \text{ m}^2$
- E) $25\pi \text{ m}^2$



Solución:

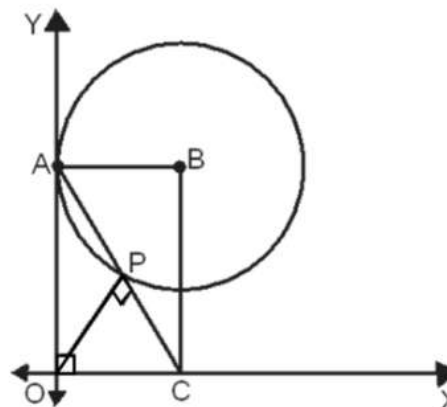
- $\mathcal{C}: x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$
 $\Rightarrow B(3;2) \Rightarrow BT = 2$
- $A_{\text{sombreada}} = \frac{(b+2)(b+1)}{2} = 28 \Rightarrow b = 6$
- $\triangle APO \sim \triangle BTO$ (AA) $\Rightarrow r = 4$
- $A_{\text{círculo}} = \pi 4^2 = 16\pi \text{ m}^2$



Rpta.: A

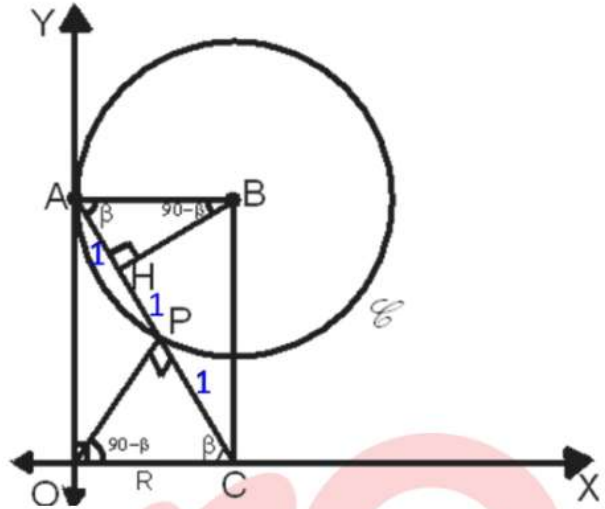
4. En la figura, A es punto de tangencia, B es centro de la circunferencia y OABC es un rectángulo. Si $PC = 1 \text{ m}$, halle la ecuación de la circunferencia.

- A) $(x - \sqrt{2})^2 + (y - \sqrt{7})^2 = 3$
- B) $(x - \sqrt{6})^2 + (y - \sqrt{3})^2 = 3$
- C) $(x - \sqrt{2})^2 + (y - \sqrt{5})^2 = 3$
- D) $(x - \sqrt{3})^2 + (y - \sqrt{6})^2 = 3$
- E) $(x - \sqrt{2})^2 + (y - \sqrt{3})^2 = 4$



Solución:

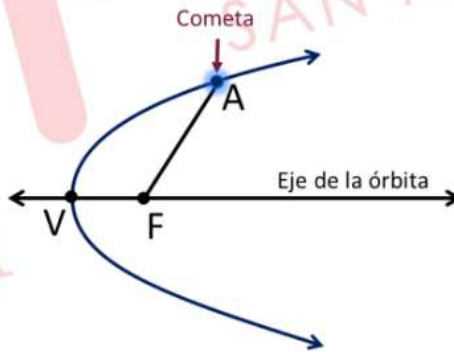
- Se traza $\overline{BH} \perp \overline{AC}$
 $\Rightarrow m\widehat{BAC} = m\widehat{OCP} = \beta$
- $\triangle BHA \cong \triangle OPC$ (ALA)
 $\Rightarrow AH = PC = 1$
- $\overline{BH} \perp \overline{AP} \Rightarrow AH = HP = 1$
- $\triangle ABC$: Relaciones Métricas
 $R^2 = (1)(3) \Rightarrow R = \sqrt{3}$
 $(BC)^2 = (2)(3) \Rightarrow BC = \sqrt{6}$
 $\therefore \mathcal{C}: (x - \sqrt{3})^2 + (y - \sqrt{6})^2 = 3$



Rpta.: D

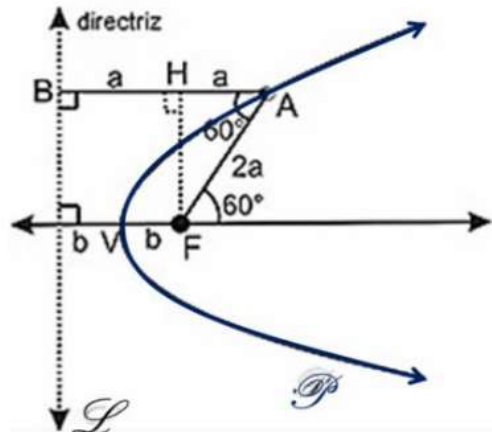
5. Un cometa se mueve en una órbita parabólica, con el sol ubicado en el foco F, así como se muestra en la figura. Cuando el cometa se ubica en el punto A, está a 4×10^7 millas del sol. Si el ángulo formado por \overline{AF} y el eje de la órbita mide 60° , halle la distancia entre el sol y el cometa cuando este se sitúe en el punto V.

- A) 2×10^7 millas
- B) 10^7 millas
- C) 3×10^7 millas
- D) $2,5 \times 10^7$ millas
- E) $1,5 \times 10^7$ millas



Solución:

- \mathcal{L} : recta directriz
- Por Definición de \mathcal{P} : $AF = AB = 2a$
- $\triangle AHF$: notable de 30° y 60°
 $\Rightarrow AH = a$
 $\Rightarrow BH = a$
- Dato: $2a = 4 \times 10^7 \Rightarrow a = 2 \times 10^7 \dots (1)$

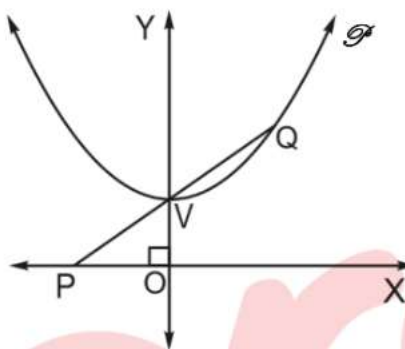


- Del gráfico: $2b = a \dots (2)$
- De (1) y (2): $b = 10^7$ millas

Rpta.: B

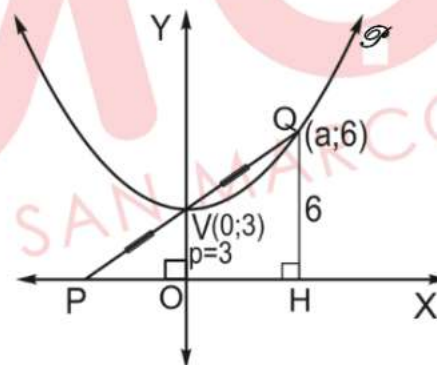
6. En la figura, V es vértice, el eje de abscisas es directriz de la parábola \mathcal{P} ; $PV = VQ$, y la ordenada de Q es 6. Halle la ecuación de la parábola.

- A) $x^2 = 10(y + 3)$
- B) $x^2 = 8(y - 3)$
- C) $y^2 = 12(x + 3)$
- D) $x^2 = 12(y - 3)$
- E) $y^2 = 12(x - 3)$



Solución:

- Trazar $\overline{QH} \perp$ Eje X $\Rightarrow QH = 6$
- $\triangle PHQ$: Teorema de la base media
 $\Rightarrow VO = 3 = p$
- De la figura: $V(0;3)$
- \mathcal{P} : $(x - 0)^2 = 4(3)(y - 3)$
 $\Rightarrow \mathcal{P}$: $x^2 = 12(y - 3)$



Rpta.: D

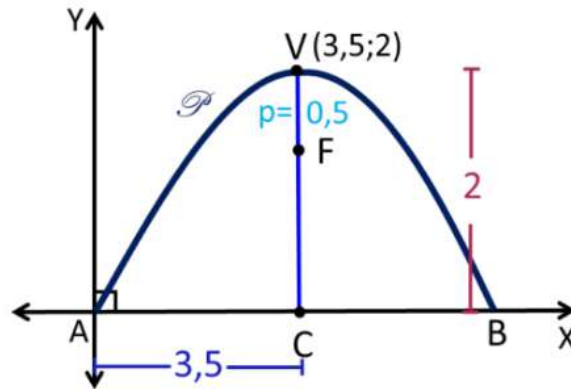
7. En la figura se muestra una ventana de forma parabólica en perspectiva, donde V y F son el vértice y foco respectivamente. Si la distancia de V a \overline{AB} es 2 m, $VF = 0,5$ m y $AC = 3,5$ m, halle la ecuación de la parábola. (Considerar A como origen de coordenadas)

- A) $(x - 3,5)^2 = 2(y - 2)$
- B) $(x - 3)^2 = -4(y - 2)$
- C) $(x - 3,5)^2 = (y - 2)$
- D) $(x - 3,5)^2 = -2(y - 2)$
- E) $(x - 3)^2 = -4(y - 1)$



Solución:

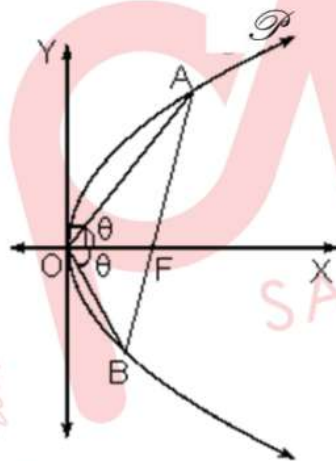
- De la figura: $V(3,5; 2)$
- Dato: $VF = 0,5 \Rightarrow p = 0,5$
- Eje de $\mathcal{P} \parallel$ Eje Y:
 $\mathcal{P}: (x - 3,5)^2 = -2(y - 2)$



Rpta.: D

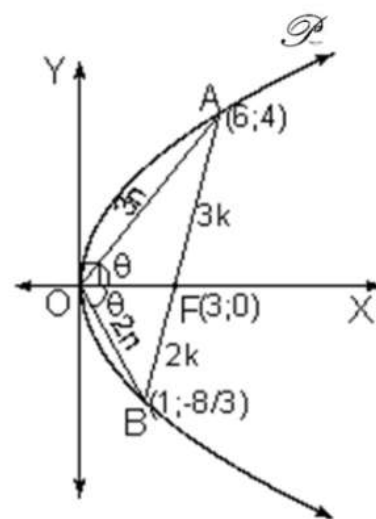
8. En la figura, O es vértice y F foco de la parábola \mathcal{P} . Si $A(6;4)$, $2AO = 3BO$ y la abscisa de B es 1, halle la longitud del lado recto (en metros).

- A) 8 m
- B) 7 m
- C) 6 m
- D) 9 m
- E) 12 m



Solución:

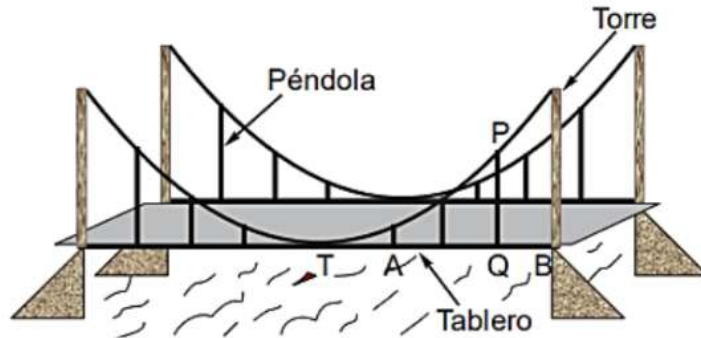
- $\triangle AOB$: Teorema de la Bisectriz interior
 $BF = 2k$ y $FA = 3k$
- Coordenadas de un punto en una razón.
 $\Rightarrow F(3; 0)$
- De la figura: $OF = 3 = p$
- $LR = 4p = 12$ m



Rpta.: E

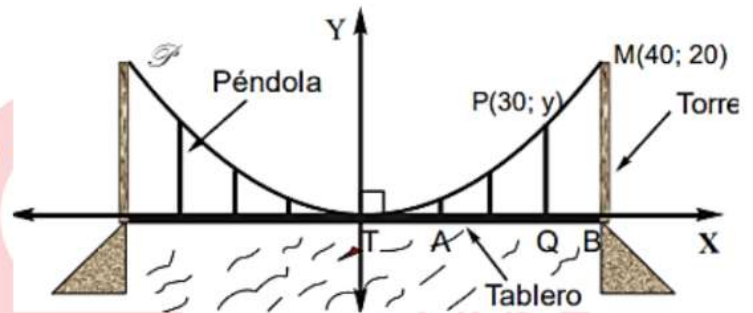
9. Las torres que sostienen un cable de forma parabólica del puente colgante tienen 20 m de altura y están separadas 80 m. Si el cable es tangente en el punto T al tablero, las péndolas están igualmente espaciadas y $AT = QB = 10$ m, halle la longitud de la péndola \overline{PQ} .

- A) 22,5 m
- B) 11,75 m
- C) 11,25 m
- D) 22,25 m
- E) 22,75 m



Solución:

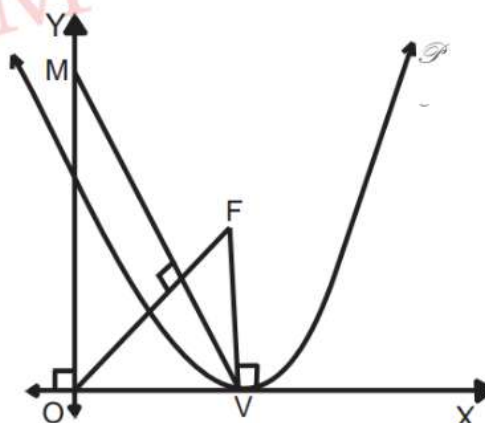
- La ecuación de \mathcal{P} : $x^2 = 4py$
- $M(40;20) \in \mathcal{P} \Rightarrow 40^2 = 4p(20)$
 $\Rightarrow 4p = 80 \Rightarrow \mathcal{P}: x^2 = 80y$
- $P(30;y) \in \mathcal{P} \Rightarrow 30^2 = 80y$
 $\Rightarrow y = 11,25$ m



Rpta.: C

10. En la figura, F y V son el foco y vértice de la parábola \mathcal{P} , respectivamente. Si V es punto de tangencia, $OV = 10$ m y $OM = 24$ m, halle la ecuación de la parábola.

- A) $(x - 10)^2 = \frac{50}{3}y$
- B) $(x - 8)^2 = \frac{22}{3}y$
- C) $(x - 10)^2 = \frac{49}{3}y$
- D) $(x - 6)^2 = 25y$
- E) $(x - 10)^2 = \frac{51}{3}y$



Solución:

- El eje focal es paralelo al eje Y

$$\Rightarrow \mathcal{P}: (x - h)^2 = 4p(y - k)$$

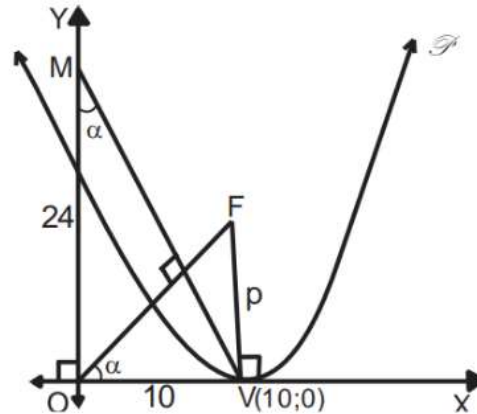
- $\triangle FVO \sim \triangle VOM$ (AA)

$$\Rightarrow \frac{24}{10} = \frac{10}{p} \Rightarrow p = \frac{25}{6}$$

- Reemplazando valores:

$$\mathcal{P}: (x - 10)^2 = 4\left(\frac{25}{6}\right)(y - 0)$$

$$\therefore \mathcal{P}: (x - 10)^2 = \frac{50}{3}y$$



Rpta.: A

11. En la figura, \overline{OV} es diámetro de la circunferencia $\mathcal{C}: x^2 + y^2 = 4y$. Si O y V son foco y vértice de la parábola \mathcal{P} , respectivamente y además son puntos de tangencia, halle la ecuación de la parábola \mathcal{P} .

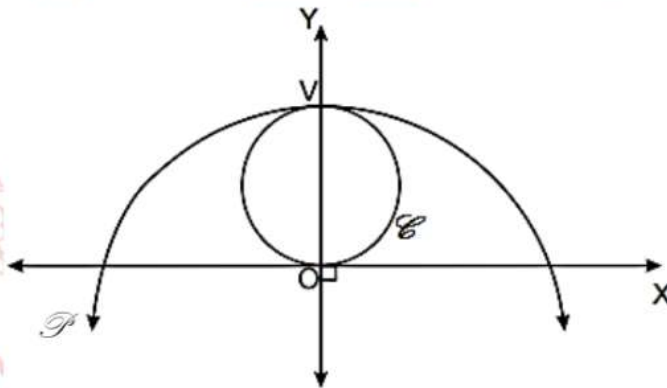
A) $x^2 = -24(y - 4)$

B) $x^2 = -8(y - 4)$

C) $x^2 = -4(y - 16)$

D) $x^2 = -16(y - 4)$

E) $x^2 = -8(y - 2)$



Solución:

- Eje focal // Eje Y

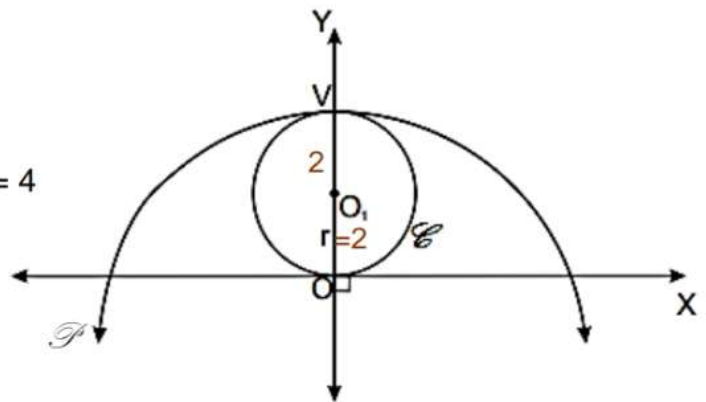
$$(x - h)^2 = 4p(y - k)$$

- $\mathcal{C}: x^2 + y^2 = 4y \Rightarrow x^2 + (y - 2)^2 = 4$

$O_1(0;2)$ y $r = 2$

- De la figura: $V(0;4)$ y $p = -4$

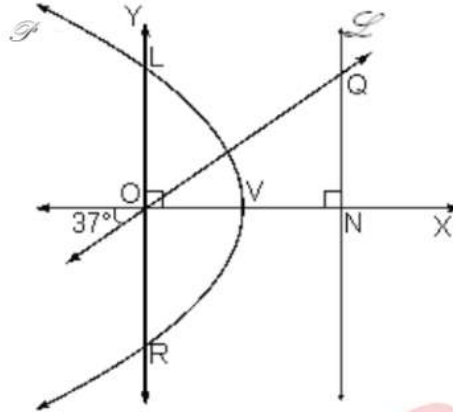
$$\mathcal{P}: x^2 = -16(y - 4)$$



Rpta.: D

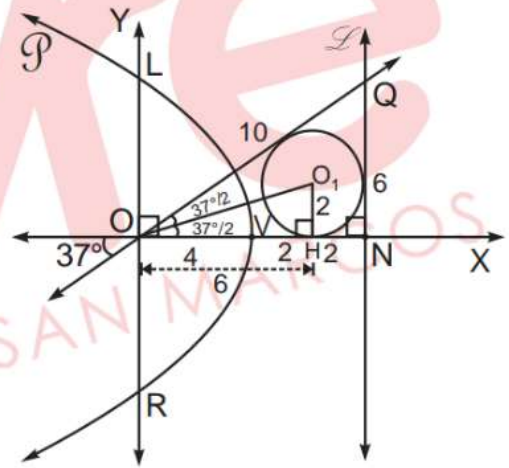
12. En la figura, V es vértice, O es foco y \mathcal{L} la directriz de la parábola cuya ecuación es $\mathcal{P}: y^2 = -16(x - 4)$. Halle las coordenadas del centro de la circunferencia inscrita en el triángulo ONQ.

- A) (2; 6)
- B) (6; 2)
- C) (8; 4)
- D) (-6; -2)
- E) (6; -2)



Solución:

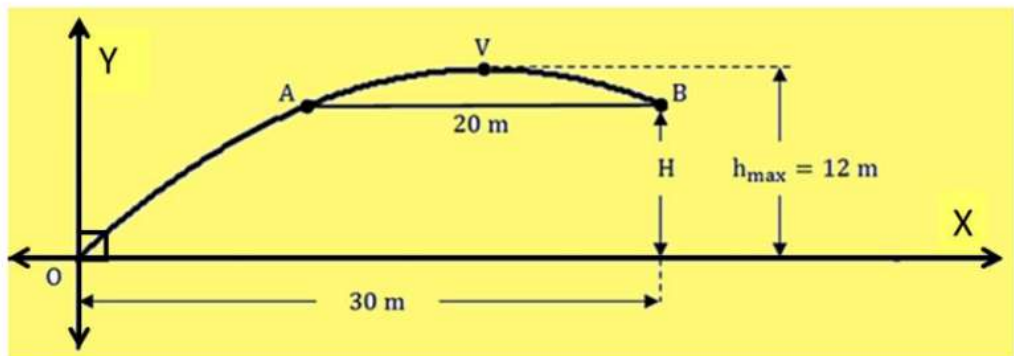
- De la ecuación: $\mathcal{P}: y^2 = -16(x - 4)$
 $4p = -16 \Rightarrow p = -4$ y $ON = 8$
- $\triangle ONQ$: Notable de 53° y 37°
 $\Rightarrow QN = 6$ y $OQ = 10$
- $\triangle ONQ$: Teorema de Poncelet
 $8 + 6 = 10 + 2r \Rightarrow r = 2$
- Coordenadas: $O_1 (6; 2)$



Rpta.: B

13. Un objeto es lanzado desde el punto O (origen de coordenadas) y describe una trayectoria parabólica de eje focal vertical llegando al punto B, así como se muestra en la figura. Si la altura máxima alcanzada es de 12 m y la cuerda \overline{AB} horizontal mide 20 m, halle a que altura H se encuentra el punto B.

- A) 9 m
- B) 9,5 m
- C) 9,4 m
- D) 8 m
- E) 10 m



Solución:

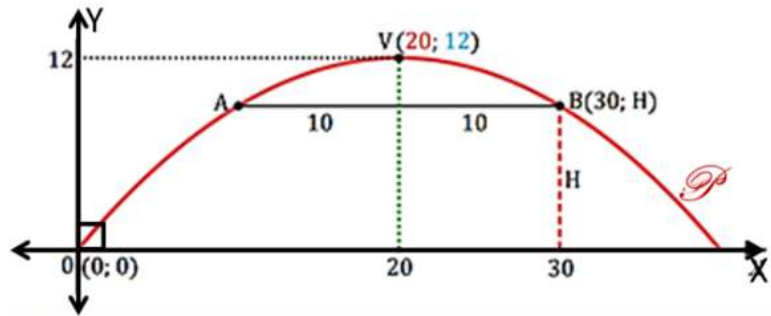
- De la figura: $V(20;12)$
y Eje focal // eje Y
 $\mathcal{P}: (x - 20) = 4p(y - 12)$

- $O(0,0) \in \mathcal{P}$

$$(0 - 20)^2 = 4p(0 - 12) \Rightarrow p = -\frac{25}{3}$$

- $B(30,H) \in \mathcal{P}: (x - 20) = -\frac{100}{3}(y - 12)$

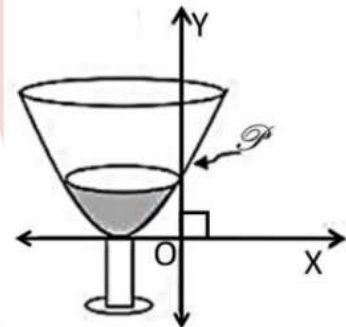
$$\Rightarrow (30 - 20)^2 = -\frac{100}{3}(H - 12) \Rightarrow H = 9 \text{ m}$$



Rpta.: A

14. En la figura, la copa está generada por la rotación de la parábola \mathcal{P} con vértice en el eje X, alrededor de su eje focal paralelo al eje Y. Si la ecuación de la parábola es $\mathcal{P}: y = \frac{3x^2}{2} + 6x + C$, halle la altura del líquido contenido en la copa. (En centímetros)

- A) 2 cm
- B) 6 cm
- C) 4 cm
- D) 8 cm
- E) 3 cm



Solución:

- Completando cuadrados:

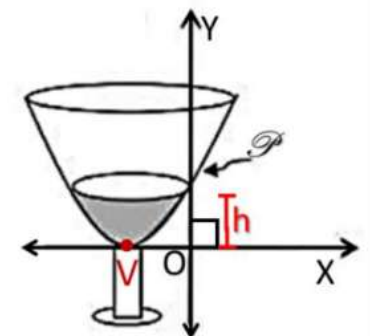
$$y = \frac{3x^2}{2} + 6x + C \Rightarrow \frac{2}{3}y = x^2 + 4x + \frac{2}{3}C$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}(y - C + 6) = x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$$

- Vértice: $V(-2;0) \Rightarrow C = 6$

- La altura del líquido es cuando la parábola interseca al eje Y

$$\text{Esto es } x = 0 \text{ en } y = \frac{3x^2}{2} + 6x + 6 \Rightarrow h = 6 \text{ cm}$$

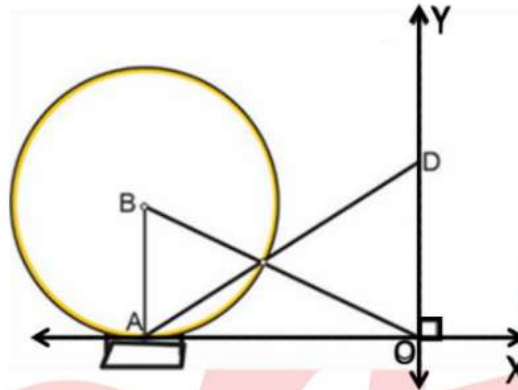


Rpta.: B

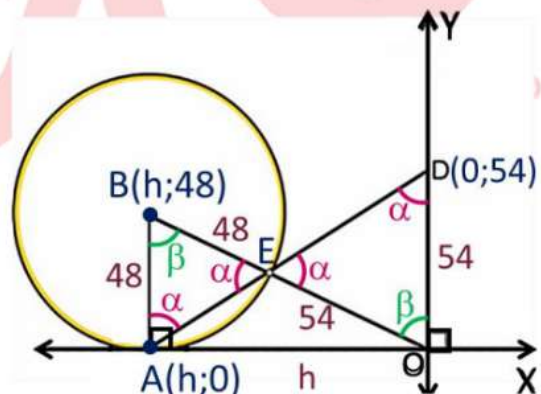
EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En la figura se muestra, el soporte de un telón para boda cuyo fondo es un arco circular de centro B y longitud de radio 48 cm, para una mayor estabilidad se colocan los soportes \overline{BO} y \overline{AD} . Si A es punto de tangencia y las coordenadas de D es (0;54), halle la suma de las longitudes de dichos soportes.

- A) $6(17 + 3\sqrt{34})$ cm
 B) $7(13 + 3\sqrt{31})$ cm
 C) $8(17 + 3\sqrt{37})$ cm
 D) $3(11 + 3\sqrt{23})$ cm
 E) $2(15 + 3\sqrt{29})$ cm

**Solución:**

- $\triangle ABE$ y $\triangle DOE$: isósceles
 $\Rightarrow BO = 102$
- $\triangle BAO$: Teorema de Pitágoras
 $AO = h = \sqrt{102^2 - 48^2} = 90$
- $\triangle AOD$: Teorema de Pitágoras
 $AD = \sqrt{54^2 + 90^2} = 18\sqrt{34}$
- De la figura:
 $BO + AD = 102 + 18\sqrt{34} = 6(17 + 3\sqrt{34})$ cm

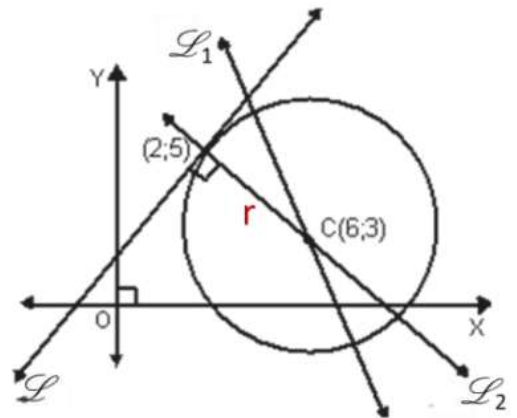
**Rpta.: A**

2. Una circunferencia es tangente a la recta $\mathcal{L} : 2x - y + 1 = 0$ en el punto (2;5) y su centro se encuentra sobre la recta $\mathcal{L}_1 : x + y - 9 = 0$. Halle la ecuación de la circunferencia.

- A) $(x - 6)^2 + (y + 3)^2 = 40$
 B) $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 20$
 C) $(x + 2)^2 + (y - 9)^2 = 40$
 D) $(x + 6)^2 + (y - 9)^2 = 20$
 E) $(x - 6)^2 + (y - 3)^2 = 20$

Solución:

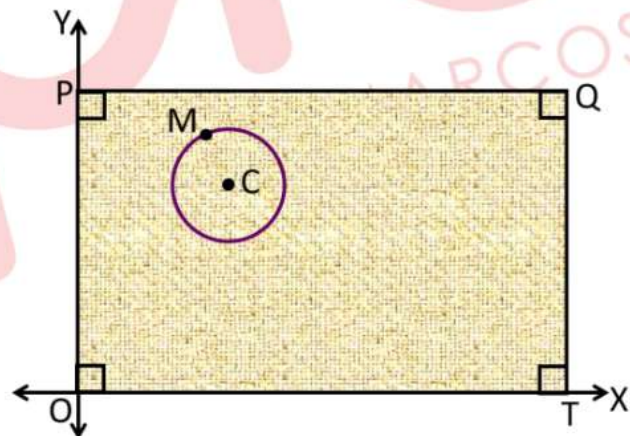
- La ecuación de la recta que pasa por (2;5) y perpendicular a \mathcal{L} es $\mathcal{L}_2 : x + 2y - 12 = 0$
- El centro $C \in \mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2 :$
 $\Rightarrow C(6;3)$
- r es la distancia de $C(6;3)$ a $(2;5)$
 $\Rightarrow r = \sqrt{20}$
 $\therefore \mathcal{C} : (x - 6)^2 + (y - 3)^2 = 20$



Rpta.: E

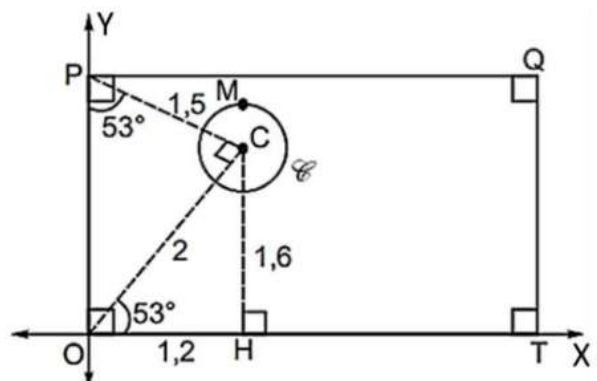
3. Un colgador ubicado en el punto M sostiene una uia uia como muestra la figura, la uia uia de centro C tiene radio que mide 0,5 m. Si $m\widehat{CPO} = m\widehat{COT} = 53^\circ$ y $PC = 1,5$ m, halle la ecuación de la circunferencia que representa la uia uia (desprecie el grosor del uia uia).

- A) $(x - 0,9)^2 + (y - 1,6)^2 = (0,5)^2$
- B) $(x - 1,2)^2 + (y - 1,6)^2 = (0,5)^2$
- C) $(x - 1,2)^2 + (y - 2)^2 = (0,5)^2$
- D) $(x - 1,6)^2 + (y - 1,2)^2 = (0,5)^2$
- E) $(x - 0,6)^2 + (y - 0,8)^2 = (0,5)^2$



Solución:

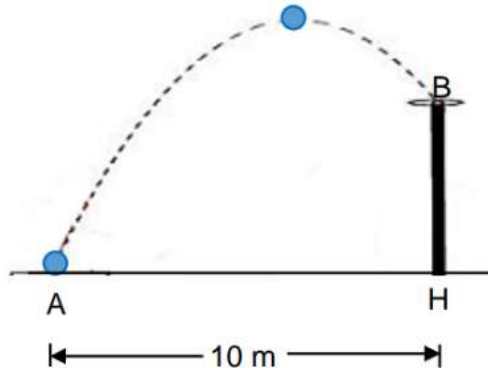
- $\triangle PCO$: notable de 37° y 53°
 $\Rightarrow OC = 2$
- $\triangle PCO$: notable de 37° y 53°
 $\Rightarrow OH = 1,2$ y $CH = 1,6$
- $C(1,2;1,6)$ y radio: $r = 0,5$
 $\therefore \mathcal{C} : (x - 1,2)^2 + (y - 1,6)^2 = (0,5)^2$



Rpta.: B

4. En la figura, la trayectoria del proyectil lanzado del punto A tiene forma parabólica. Si el punto más alto está 6 m del piso y B dista de eje focal de la parábola 4 m, halle la longitud del poste \overline{BH} .

- A) $2\sqrt{3}$ m
- B) $3\sqrt{3}$ m
- C) $4\sqrt{3}$ m
- D) $5\sqrt{3}$ m
- E) $6\sqrt{3}$ m



Solución:

- Ecuación de parábola

$$\mathcal{P}: x^2 = 4p(y - 6)$$

- $A(-6; 0) \in \mathcal{P}$

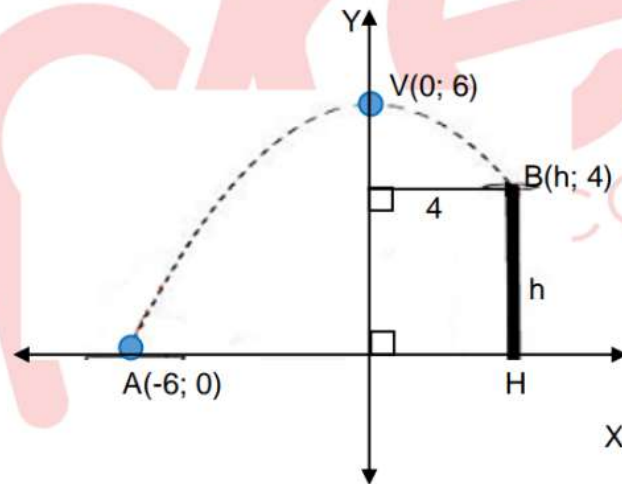
$$\Rightarrow 4p = -6$$

- $B(h; 4) \in \mathcal{P}$

$$\Rightarrow h^2 = (-6)(4 - 6)$$

$$\Rightarrow h = 2\sqrt{3}$$

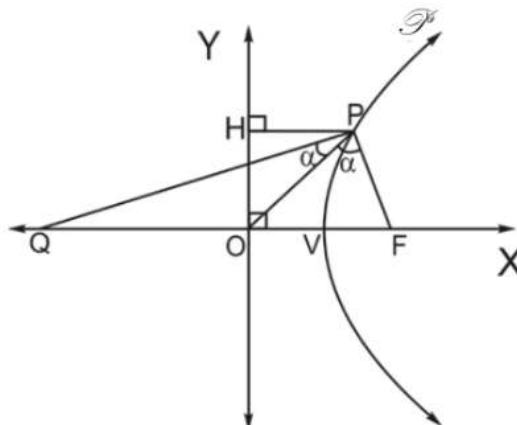
\therefore La longitud del poste \overline{BH} es $2\sqrt{3}$ m.



Rpta.: A

5. En la figura, V es vértice, F es foco y el eje de ordenadas la directriz de la parábola \mathcal{P} . Si el área de la región triangular QPF es 50 cm^2 y $3PQ = 7PH = 21 \text{ cm}$, halle el área de la región triangular OPF.

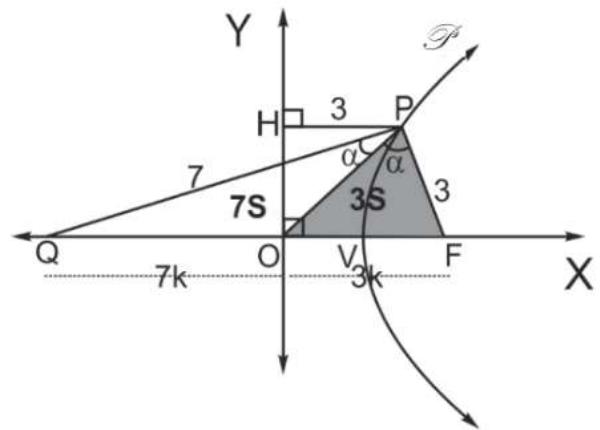
- A) 10 cm^2
- B) 12 cm^2
- C) 15 cm^2
- D) 25 cm^2
- E) 18 cm^2



Solución:

- Del dato: $HP = 3$ y $PQ = 7 \Rightarrow PF = 3$
- ΔQPF : Teorema de la Bisectriz Interior

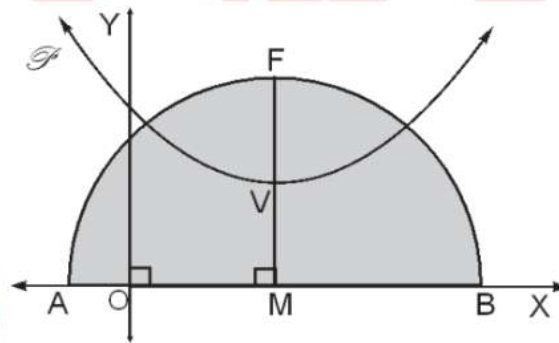
$$\frac{OQ}{OF} = \frac{7k}{3k}$$
- Por relación de áreas:
 $10S = 50 \Rightarrow S = 5$
- $S_{OPF} = 15 \text{ cm}^2$



Rpta.: C

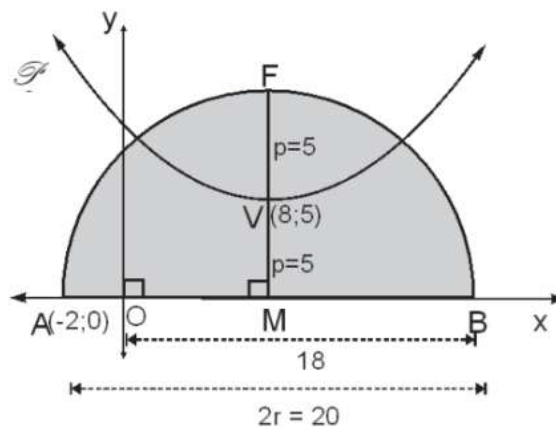
6. En la figura, V, F y el eje X son vértice, foco y directriz de la parábola \mathcal{P} respectivamente, \overline{AB} diámetro y $AM = MB$. Si $A(-2; 0)$ y el área de la región sombreada es $50\pi \text{ m}^2$, halle la ecuación de la parábola \mathcal{P} .

- A) $(y + 8)^2 = 16(x - 5)$
- B) $(y - 8)^2 = 20(x - 5)$
- C) $(x - 8)^2 = 20(y - 5)$
- D) $(x + 8)^2 = 20(y - 5)$
- E) $(x - 8)^2 = 16(y - 4)$



Solución:

- $AB = 20 \Rightarrow MB = MF = 10$
- $V(8; 5)$ y $p = 5$
 $\therefore \mathcal{P}: (x - 8)^2 = 20(y - 5)$



Rpta.: C

Álgebra

EJERCICIOS DE CLASE

1. Si $f = \{(5;3);(-2;7);(5;a^2-1);(-2;b^2-9);(a+3;10);(b-a;4)\}$ es una función. Determine la suma de los elementos del $\text{Dom}(f)$.

A) 10 B) 5 C) 6 D) 11 E) -2

Solución:

1) Debido a que f es función y $f(5) = 3 \wedge f(5) = a^2 - 1$

$$\rightarrow a^2 - 1 = 3 \rightarrow a^2 = 4 \rightarrow (a = 2 \vee a = -2)$$

Como f es función y $f(-2) = 7 \wedge f(-2) = b^2 - 9$

$$\rightarrow b^2 - 9 = 7 \rightarrow b^2 = 16 \rightarrow (b = 4 \vee b = -4)$$

2) Si $a = 2 \rightarrow f(5) = 10 \neq 3$

$$\rightarrow a = -2 \rightarrow f = \{(5;3);(-2;7);(-2;b^2-9);(1;10);(b+2;4)\}$$

3) Si $b = -4 \rightarrow f = \{(5;3);(-2;7);(-2;(-4)^2-9);(1;10);(-4+2;4)\}$

$$f = \{(5;3);(-2;7);(1;10);(-2;4)\} \text{ no es función}$$

$$\rightarrow b = 4 \rightarrow f = \{(5;3);(-2;7);(-2;(4)^2-9);(1;10);(4+2;4)\}$$

$$f = \{(5;3);(-2;7);(1;10);(6;4)\} \text{ es función}$$

$$\text{Dom}(f) = \{5; -2; 1; 6\}$$

$$\therefore -2 + 5 + 1 + 6 = 10.$$

Rpta.: A

2. Dada las funciones $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por:

$$f(x) = -x^2 + 8x - 11; \text{ Dom}(f) = [3;6]$$

$$g(x) = |x-1| - 2; \text{ Dom}(g) = [-3;2]. \text{ Calcule } \text{Ran}(f) \cap \text{Ran}(g).$$

A) $[1;2)$ B) $[1;3]$ C) $[1;4]$ D) $[1;2]$ E) $\langle 1;2]$

Solución:

1) $f(x) = -x^2 + 8x - 11; \text{ Dom}(f) = [3;6]$

$$f(x) = -x^2 + 8x - 11$$

$$= -(x^2 - 8x + 16) + 5$$

$$= -(x-4)^2 + 5$$

Calculando el $\text{Ran}(f)$

como $3 \leq x \leq 6$

$$\rightarrow -1 \leq x-4 \leq 2$$

$$\rightarrow 0 \leq (x-4)^2 \leq 4$$

$$\rightarrow 0 \geq -(x-4)^2 \geq -4$$

$$\rightarrow 5 \geq -(x-1)^2 + 5 \geq 1$$

$$\text{Ran}(f) = [1; 5].$$

2) $g(x) = |x-1| - 2$; $\text{Dom}(g) = [-3; 2)$

Calculando el $\text{Ran}(g)$

como $-3 \leq x < 2$

$$\rightarrow -4 \leq x-1 < 1$$

$$\rightarrow 0 \leq |x-1| \leq 4$$

$$\rightarrow -2 \leq |x-1| - 2 \leq 2$$

$$\text{Ran}(g) = [-2; 2].$$

$$\therefore \text{Ran}(f) \cap \text{Ran}(g) = [1; 5] \cap [-2; 2] = [1; 2]$$

Rpta.: D

3. Dada la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x + 3 + \sqrt{4-x^2} + \sqrt{-x^2+7x-10}$. Determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones en el orden respectivo.

I. $\text{Dom}(f) \neq \{2\}$

II. $\text{Ran}(f) = \{5\}$

III. $f(1) = 6 + \sqrt{3}$

A) VVV

B) FVF

C) FFF

D) VVF

E) FFV

Solución:

1) $f(x) = x + 3 + \sqrt{4-x^2} + \sqrt{-x^2+7x-10}$

Calculando el $\text{Dom}(f)$

$$4-x^2 \geq 0 \quad \wedge \quad -x^2+7x-10 \geq 0$$

$$\rightarrow (x+2)(x-2) \leq 0 \quad \wedge \quad x^2-7x+10 \leq 0$$

$$\rightarrow (x+2)(x-2) \leq 0 \quad \wedge \quad (x-5)(x-2) \leq 0$$

2) $\text{Dom}(f) = \{2\}$

Calculando el $\text{Ran}(f)$

$$f(2) = 2 + 3 + \sqrt{4-(2)^2} + \sqrt{-(2)^2+7(2)-10} = 5$$

$$\text{Ran}(f) = \{5\}$$

3) Como $1 \notin \text{Dom}(f) \rightarrow f(1) \notin \mathbb{R}$

I. $\text{Dom}(f) \neq \{2\}$ F

II. $\text{Ran}(f) = \{5\}$ V

III. $f(1) = 6 + \sqrt{3}$ F

Rpta.: B

4. El valor de una vivienda, en dólares, crece linealmente en función del tiempo transcurrido (en años). Carla adquirió una vivienda en el año del 2000 cuyo valor fue de 100 mil dólares y en el año 2022 su valor aumentó en 176 mil dólares. Determine cuál será el precio de la vivienda que adquirió Carla, en el año 2024.

A) 284 mil dólares

B) 300 mil dólares

C) 290 mil dólares

D) 280 mil dólares

E) 292 mil dólares

Solución:

	Valor de la vivienda (miles de dólares)	tiempo (años)
2000	100	0
2022	276	22

$V(t)$: valor de la vivienda al transcurrir "t" años

$$V(t) = at + b$$

$$t = 0 \rightarrow v(0) = a(0) + b$$

$$100 = b$$

$$t = 22 \rightarrow v(22) = a(22) + b$$

$$276 = a(22) + 100$$

$$a = 8$$

$$v(t) = 8t + 100$$

$$t = 24 \rightarrow v(24) = 8(24) + 100$$

$$= 292$$

\therefore El valor de la vivienda en el año 2024 será de 292 mil dólares.

Rpta.: E

5. En un estudio de mercado se establece un comportamiento lineal entre el precio de venta unitario (en soles) y la cantidad demandada de pantalones. A un precio de venta unitario de 160 soles, la cantidad demandada es de 20 pantalones. Si el precio de cada pantalón disminuye en 60 soles se obtiene un ingreso máximo. Calcule dicho ingreso máximo.

A) S/ 4500

B) S/ 6000

C) S/ 4000

D) S/ 3000

E) S/ 5000

Solución:

p: precio unitario (en soles)

q: cantidad de pantalones.

I: ingreso

$$p = aq + b \quad \dots(1)$$

$$I = (aq + b)q \quad \dots(2)$$

$$I = aq^2 + bq$$

Por dato: Ingreso_{max} $\rightarrow q = -\frac{b}{2a} \quad \dots(3)$

Luego

q	p
20	160
$-\frac{b}{2a}$	100

En (1):

$$i) 100 = a\left(-\frac{b}{2a}\right) + b$$

$$100 = \frac{b}{2}$$

$$b = 200$$

$$ii) 160 = a20 + b$$

$$160 = a20 + 200$$

$$-40 = 20a$$

$$a = -2$$

Reemplazando en (1):

$$p = -2q + 200 \quad \dots(4)$$

Para $q = 50 \wedge p = 100$

\therefore El ingreso_{max} = 5000 soles

Rpta.: E

6. Se desea formar una empresa de repuestos de automóviles por lo que se establece el siguiente estudio sobre la utilidad, en miles de soles, dentro de x días. La cual es modelada por $U(x) = -x^3 + bx^2 - cx + d$. Inicialmente la empresa obtendrá 63 mil soles de ganancia. Y dentro de 7 días su utilidad será nula. Además 3 días después del inicio de la empresa, no obtendrá ganancia ni pérdida. Determine la utilidad de la empresa dentro de 13 días.

- A) Ganará 600 mil soles.
 C) Perderá 600 mil soles.
 E) Perderá 400 mil soles.

- B) Perderá 500 mil soles.
 D) Ganará 500 mil soles.

Solución:

$$U(x) = -x^3 + bx^2 - cx + d$$

$$U(0) = -(0)^3 + b(0)^2 - c(0) + d$$

$$63 = d$$

$$U(x) = -x^3 + bx^2 - cx + 63$$

$$\underbrace{-x^3 + bx^2 - cx + 63}_{\text{Dividendo}} = \underbrace{(x-3)(x-7)}_{\text{Divisor}} \underbrace{q(x)}_{\text{Cociente}} + \underbrace{0}_{\text{Resto}}$$

1	-1	b	-c	63
10		-10	21	
-21			-100 + 10b	-21b + 210
	-1	-10 + b	0	0

$$1) \quad 210 - 21b + 63 = 0$$

$$b = 13$$

$$2) \quad -c + 21 - 100 + 10b = 0$$

$$-c + 21 - 100 + 130 = 0$$

$$c = 51$$

$$3) \quad U(x) = (x-3)(x-7)(-x+3)$$

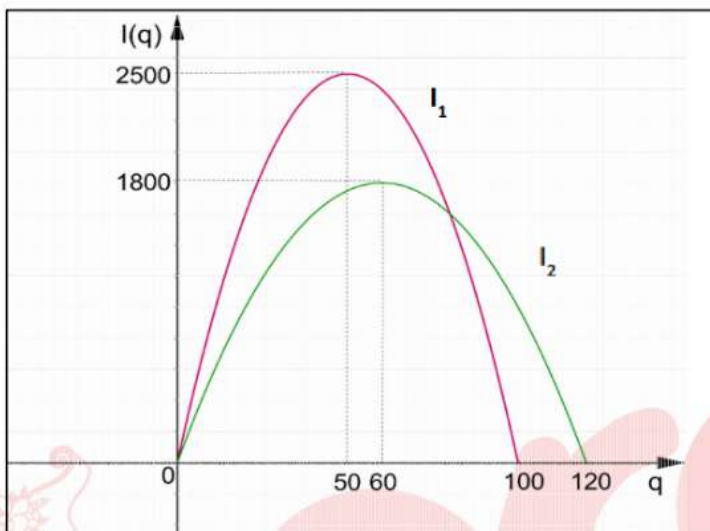
$$U(x) = -(x-3)^2(x-7)$$

$$U(13) = -(13-3)^2(13-7) = -600$$

∴ Dentro de 13 días la empresa perderá 600 mil soles.

Rpta.: C

7. Dos empresas venden artículos del mismo tipo. Los ingresos, en soles, que obtiene cada empresa al vender q artículos están modelados por las funciones cuadráticas I_1 y I_2 . Las gráficas de las funciones I_1 y I_2 se muestran en la figura.



Determine la cantidad de artículos que deberá vender cada empresa para que sus ingresos sean iguales.

- A) 80 B) 84 C) 75 D) 85 E) 82

Solución:

$$I_1(q) = aq^2 + bq + c$$

$$q = 0 \rightarrow I_1(0) = a(0)^2 + b(0) + c$$

$$0 = c$$

$$q = 100 \rightarrow I_1(100) = a(100)^2 + b(100)$$

$$0 = a(100)^2 + b(100)$$

$$0 = 100a + b \quad \dots(1)$$

$$q = 50 \rightarrow I_1(50) = a(50)^2 + b(50)$$

$$2500 = a(50)^2 + b(50)$$

$$50 = 50a + b \quad \dots(2)$$

De (1) y(2):

$$a = -1 \wedge b = 100$$

$$I_1(q) = -1q^2 + 100q$$

$$I_2(q) = mq^2 + nq + r$$

$$q = 0 \rightarrow I_2(0) = m(0)^2 + n(0) + r$$

$$0 = r$$

$$q = 120 \rightarrow I_2(120) = m(120)^2 + n(120)$$

$$0 = m(120)^2 + n(120)$$

$$0 = 120m + n \quad \dots(3)$$

$$q = 60 \rightarrow I_2(60) = m(60)^2 + n(60)$$

$$1800 = m(60)^2 + n(60)$$

$$30 = 60m + n \quad \dots(4)$$

De (3) y (4):

$$m = -\frac{1}{2} \wedge n = 60$$

$$I_2(q) = -\frac{1}{2}q^2 + 60q$$

Por dato: $I_1(q) = I_2(q) \rightarrow -1q^2 + 100q = -\frac{1}{2}q^2 + 60q \rightarrow q = 80$

∴ Cada empresa deberá vender 80 artículos.

Rpta.: A

8. En la figura, se muestra la gráfica de la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x) = ax^2 + bx + c & ; x \in \text{Dom}(f_1) \\ f_2(x) = mx + b & ; x \in \text{Dom}(f_2) \end{cases}$$

Determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones en el orden respectivo.

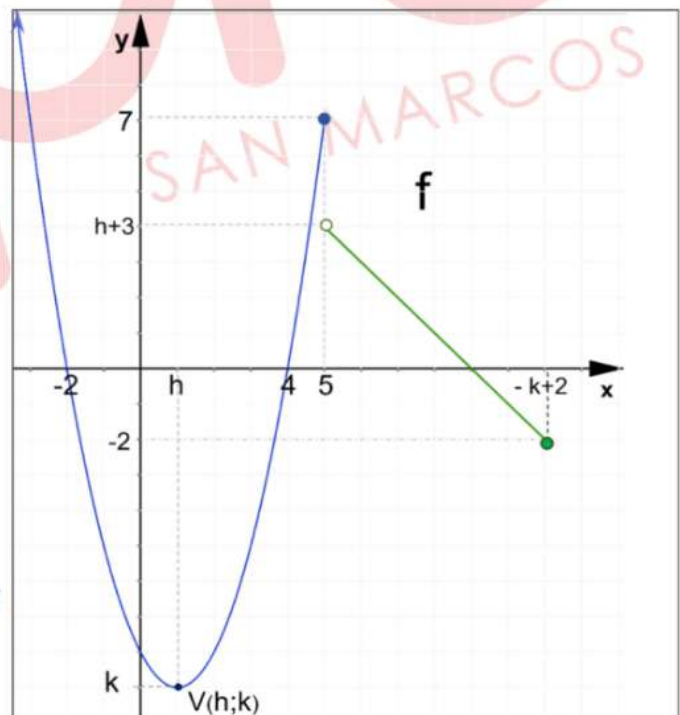
- I. $\text{Dom}(f) = (-\infty; 10]$
- II. $\text{Ran}(f) = [-11; +\infty)$
- III. $f(10) + f(0) + f(9) = -9$

- A) FFV B) VVF C) VVV
- D) FVV E) FFF

Solución:

1) $f_1(x) = ax^2 + bx + c$

x	f ₁ (x)
-2	0
4	0
5	7



$$\begin{cases} 0 = a(-2)^2 + b(-2) + c \\ 0 = a(4)^2 + b(4) + c \\ 7 = a(5)^2 + b(5) + c \end{cases}$$

$$a = 1 \wedge b = -2 \wedge c = -8$$

$$f_1(x) = x^2 - 2x - 8$$

$$h = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2} = 1$$

$$k = (1)^2 - 2(1) - 8 = -9$$

$$2) f_2(x) = mx + n$$

x	f ₂ (x)
5	4
11	-2

$$\begin{cases} 4 = m(5) + n \\ -2 = m(11) + n \end{cases}$$

$$m = -1 \wedge n = 9$$

$$f_2(x) = -x + 9$$

$$3) f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x - 8 & ; x \leq 5 \\ -x + 9 & ; 5 < x \leq 11 \end{cases}$$

$$i) \text{Dom}(f) = \langle -\infty; 11 \rangle$$

$$ii) \text{Ran}(f) = [-9; +\infty \rangle$$

$$iii) f(10) + f(0) + f(9) = -1 + -8 + 0 = -9$$

Luego:

$$I. \text{Dom}(f) = \langle -\infty; 10 \rangle \quad \text{F}$$

$$II. \text{Ran}(f) = [-11; +\infty \rangle \quad \text{F}$$

$$III. f(10) + f(0) + f(9) = -9 \quad \text{V}$$

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Dada las funciones $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{\sqrt{x - 4}}, \quad g(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x - 4}}, \quad h(x) = 4 - |x|.$$

Determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones en el orden respectivo.

I. $\text{Dom}(f) = \text{Dom}(g)$

II. $\text{Ran}(h) = [4, +\infty)$

III. $p = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x = |y|\}$ es función.

A) VFV

B) VFF

C) FFV

D) VVF

E) FFF

Solución:

1) Calculando el $\text{Dom}(f)$

$$x^2 - 1 \geq 0 \quad \text{y} \quad x - 4 > 0$$

$$\rightarrow \text{Dom}(f) = \langle 4; +\infty \rangle$$

2) Calculando el $\text{Dom}(g)$

$$\frac{x^2 - 1}{x - 4} \geq 0$$

$$\rightarrow \text{Dom}(g) = [-1; 1] \cup \langle 4; +\infty \rangle$$

3) Calculando el $\text{Ran}(h)$

$$|x| \geq 0$$

$$\rightarrow -|x| \leq 0$$

$$\rightarrow 4 - |x| \leq 4$$

$$\rightarrow h(x) \leq 4$$

$$\rightarrow \text{Ran}(h) = \langle -\infty; 4]]$$

4) p no es función, pues $(1, 1) \in p$ y $(1, -1) \in p$ y $1 \neq -1$

Luego:

I. $\text{Dom}(f) = \text{Dom}(g)$ (F)

II. $\text{Ran}(h) = [4, +\infty)$ (F)

III. $p = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x = |y|\}$ es función (F)

Rpta.: E

2. Dada la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{x-2}{x^2-3}$. Calcule $\text{Ran}(f)$.

A) $\left\langle -\infty; \frac{1}{5} \right\rangle \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty \right)$

B) $\left\langle -\infty; \frac{1}{6} \right] \cup \left\langle \frac{1}{5}; +\infty \right)$

C) $\left\langle -\infty; \frac{1}{6} \right] \cup \left\{ \frac{1}{2} \right\}$

D) $\{0\} \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty \right)$

E) $\left\langle -\infty; \frac{1}{6} \right] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty \right)$

Solución:

Calculando el $\text{Ran}(f)$

$$y = \frac{x-2}{x^2-3}$$

$$\rightarrow yx^2 - 3y = x - 2$$

$$\rightarrow yx^2 - x + 2 - 3y = 0$$

$$\Delta = 1 - 4y(2 - 3y) = 1 - 8y + 12y^2$$

Como $x \in \mathbb{R} \rightarrow \Delta \geq 0$

$$\rightarrow 1 - 8y + 12y^2 \geq 0$$

$$\rightarrow 12y^2 - 8y + 1 \geq 0$$

$$\rightarrow (6y - 1)(2y - 1) \geq 0$$

$$\therefore \text{Ran}(f) = \left\langle -\infty; \frac{1}{6} \right] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty \right)$$

Rpta.: E

3. Wilder tiene una tienda de artículos. El precio de venta de cada artículo está relacionado en forma lineal con la cantidad de artículos a vender. A un precio de 36 soles no vendería artículo alguno, a un precio de 20 soles vendería 8 artículos. Calcule el ingreso máximo.

A) S/ 204

B) S/ 185

C) S/ 162

D) S/ 175

E) S/ 154

Solución:

1) El modelo de la demanda p.

$$p = mq + b$$

Para

$$p = 36 \rightarrow q = 0 \rightarrow (0; 36) \in p \rightarrow 36 = m \cdot 0 + b \rightarrow b = 36$$

$$p = 20 \rightarrow q = 8 \rightarrow (8; 20) \in p \rightarrow 20 = m \cdot 8 + 36 \rightarrow m = -2$$

$$p = -2q + 36$$

2) El ingreso $I = p \cdot q = (-2q + 36)q$

$$I = -2q^2 + 36q$$

Determinando el ingreso máximo

$$* h = \frac{-b}{2a} = \frac{-36}{2(-2)} = 9 \rightarrow I(9) = 162$$

$$\rightarrow I_{\text{máximo}} = 162 \text{ soles.}$$

Rpta.: C

4. La familia Martínez recibió su recibo por consumo de agua, en el que se detalla que la tarifa fija es de 6,26 soles, y que su consumo en el mes de abril fue de 20 m^3 de agua, y el total a pagar por servicio de agua potable y alcantarillado (sin incluir I.G.V) es de 91,66 soles. Si durante el mes de mayo del mismo año alojaron en su casa a algunos familiares, por lo que el total a pagar (sin incluir I.G.V) incrementó en 42,70 soles con respecto al mes anterior y la tarifa fija fue igual al que obtuvo en el mes abril. Si la relación entre pago total por mes (costo total) está relacionado de forma lineal con el consumo mensual por m^3 .

$$C = c_u q + c_f$$

C: Costo total

q: consumo por m^3

c_f : costo fijo (tarifa fija)

¿Cuánto fue el consumo de agua de la familia Martínez en el mes de mayo?

- A) 28 m^3 B) 25 m^3 C) 30 m^3 D) 40 m^3 E) 35 m^3

Solución:

$$C = c_u q + 6,26 \dots (1)$$

1) para $q = 20$

Reemplazando en (1)

$$\rightarrow 91,66 = c_u (20) + 6,26 = \rightarrow c_u = 4,27$$

$$C = 4,27q + 6,26 \dots (2)$$

2) para $C = 91,66 + 42,70 = 134,36$

Reemplazando en (2)

$$\rightarrow 134,36 = 4,27q + 6,26$$

$$\rightarrow q = 30$$

El consumo de agua de la familia Martínez en el mes de mayo fue de 30 m^3 .

Rpta.: C

5. Dada la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = -x^2 + bx + c$. Si el punto $(0; -5) \in f$ y la gráfica de la función es una parábola, cuyo vértice es $V(m; 2m - 2)$ el cual está ubicado en el primer cuadrante, determine los ceros de la función.

A) 1 y 5 B) 1 y 6 C) -1 y 3 D) 1 y 3 E) -3 y 1

Solución:

1) i) $(0; -5) \in f \rightarrow -5 = -(0)^2 + b(0) + c \rightarrow -5 = c \dots(1)$

ii) $(m; 2m - 2) \in f \rightarrow 2m - 2 = -m^2 + bm + c \dots(2)$

2) vértice $V(m; 2m - 2)$

$$\rightarrow m = -\frac{b}{2(-1)}$$

$$\rightarrow m = \frac{b}{2} \dots(3)$$

Reemplazando (1) y (3) en (2)

$$2m - 2 = -m^2 + (2m)m - 5$$

$$m^2 - 2m - 3 = 0$$

$$m = -1 \text{ y } m = 3$$

$$\text{Si } m = -1 \rightarrow V(-1; -4)$$

$$\text{Si } m = 3 \rightarrow V(3; 4)$$

$$\rightarrow m = 3 \text{ (vértice esta en el 1er cuadrante)}$$

$$\rightarrow b = 6$$

3) $f(x) = -x^2 + 6x - 5$

Determinando los ceros de la función

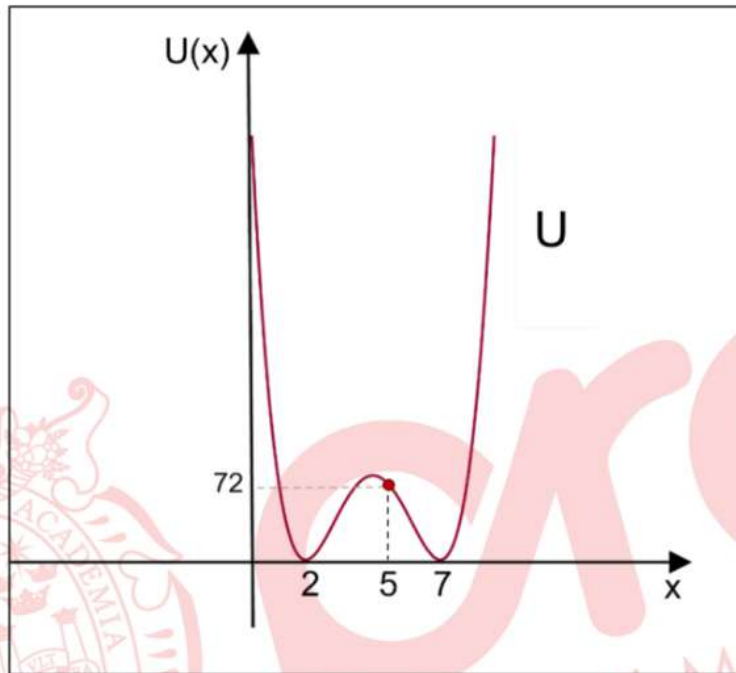
$$f(x) = 0$$

$$-x^2 + 6x - 5 = 0$$

$$x = 1 \vee x = 5$$

Rpta.: A

6. La utilidad de una empresa, en miles de dólares, durante los meses de enero a octubre es modelada por una función polinómica de 4to grado, cuya gráfica se muestra en la figura. Determine la utilidad de la empresa en el mes de enero.
(considere $x = 0$ para el mes de enero; $x = 1$ para el mes de febrero; ...; $x = 9$ para el mes de octubre)



- A) 380 mil dólares
D) 392 mil dólares
- B) 385 mil dólares
E) 390 mil dólares
- C) 400 mil dólares

Solución:

$$1) \quad U(x) = a(x-2)^2(x-7)^2$$

$$x = 5 \rightarrow 72 = a(5-2)^2(5-7)^2$$

$$72 = a(9)(4)$$

$$2 = a$$

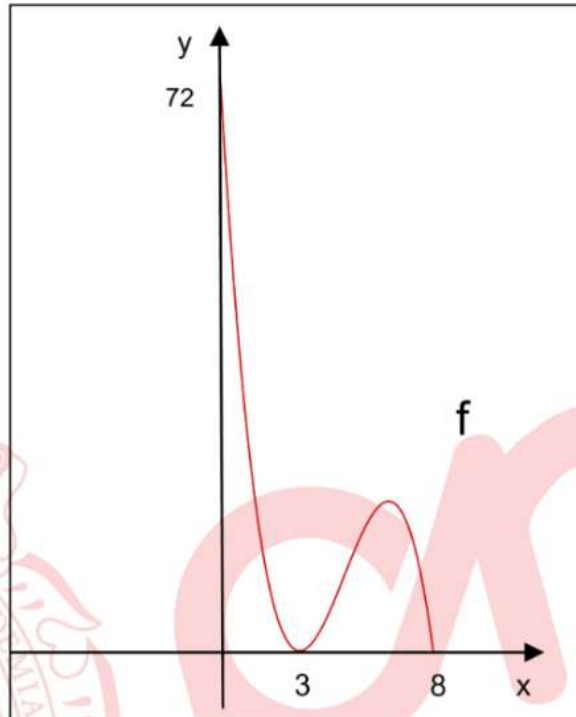
$$2) \quad U(0) = 2(0-2)^2(0-7)^2$$

$$= 2(4)(49) = 392$$

La utilidad de la empresa en el mes de enero es de 392 mil dólares.

Rpta.: D

7. Dada la función $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(x) = -x + 8$ y la función f (función cúbica) cuya gráfica se muestra en la figura. Determine puntos de intersección de las funciones establecidas.



- A) $\left(\frac{1}{2}; \frac{15}{2}\right); (4; 4) \text{ y } (8; 0)$ B) $(2; 6); (4; 4) \text{ y } (8; 0)$ C) $(1; 7); (4; 4) \text{ y } (8; 0)$
 D) $\left(\frac{5}{2}; \frac{11}{2}\right); (4; 4) \text{ y } (8; 0)$ E) $(1; 7); \left(\frac{9}{2}; \frac{7}{2}\right) \text{ y } (8; 0)$

Solución:

$$1) f(x) = a(x-3)^2(x-8)$$

$$x=0 \rightarrow 72 = a(0-3)^2(0-8)$$

$$\rightarrow a = -1$$

$$f(x) = -1(x-3)^2(x-8)$$

$$2) f(x) = g(x)$$

$$-(x-3)^2(x-8) = -x+8$$

$$-(x-3)^2(x-8) = -(x-8)$$

$$x=8 \wedge x=4 \wedge x=2$$

3) Determinando los puntos de intersección:

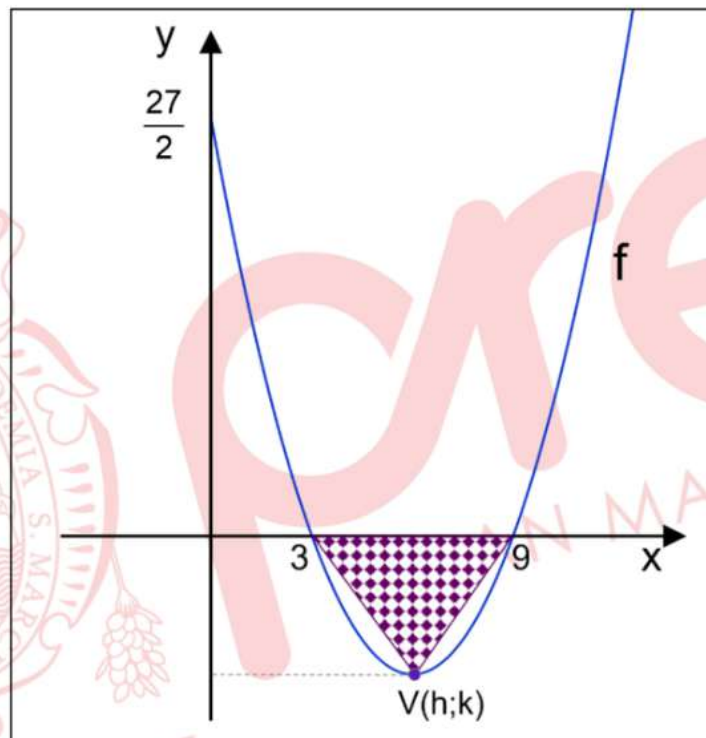
$$x = 2 \rightarrow y = 6 \rightarrow (2;6)$$

$$x = 4 \rightarrow y = 4 \rightarrow (4;4)$$

$$x = 8 \rightarrow y = 0 \rightarrow (8;0)$$

Rpta.: B

8. En la figura se muestra la gráfica de la función cuadrática f , cuyo vértice es $V(h;k)$. Determine el área de la región sombreada.



- A) $\frac{29}{2}u^2$ B) $15u^2$ C) $\frac{27}{2}u^2$ D) $13u^2$ E) $12u^2$

Solución:

1) $f(x) = ax^2 + bx + c$

x	f(x)
0	$\frac{27}{2}$
3	0
9	0

$$\begin{cases} \frac{27}{2} = a(0)^2 + b(0) + c \rightarrow c = \frac{27}{2} \\ 0 = a(3)^2 + b(3) + \frac{27}{2} \\ 0 = a(9)^2 + b(9) + \frac{27}{2} \end{cases}$$

$$a = \frac{1}{2} \wedge b = -6 \wedge c = \frac{27}{2}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 6x + \frac{27}{2}$$

$$h = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2\left(\frac{1}{2}\right)} = 6$$

$$k = \frac{1}{2}(6)^2 - 6(6) + \frac{27}{2} = -\frac{9}{2}$$

$$\therefore \text{Área} = \frac{6\left(\frac{9}{2}\right)}{2} = \frac{27}{2} u^2$$

Rpta.: C

Trigonometría

EJERCICIOS DE CLASE

1. Indique el valor de $\sec(E + \pi) + \cos(E + \pi)$, si

$$E = 5 \arcsen\left(\sen \frac{9\pi}{10}\right) + 6 \arccos\left(\cos \frac{17\pi}{12}\right).$$

- A) -1 B) -2 C) -3 D) 1 E) 2

Solución:

Sabemos

$$\begin{cases} \bullet \arcsen(\sen x) = x ; -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ \bullet \arccos(\cos x) = x ; 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

$$E = 5\arcsen\left(\sin\left(\pi - \frac{\pi}{10}\right)\right) + 6\arccos\left(\cos\left(2\pi - \frac{7\pi}{12}\right)\right)$$

$$E = 5\arcsen\left(\sin\left(\frac{\pi}{10}\right)\right) + 6\arccos\left(\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)\right)$$

$$E = 5\left(\frac{\pi}{10}\right) + 6\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{\pi}{2} + \frac{7\pi}{2} = 4\pi$$

$$\text{Por lo cual } \sec(E + \pi) + \cos(E + \pi) = \sec(5\pi) + \cos(5\pi) = -2$$

Rpta.: B

2. Raúl compró un terreno de forma rectangular a un precio de 50 dólares el metro cuadrado. Si los números que indican la medida de los lados de dicho terreno es el menor entero positivo multiplicado por 10 del dominio y el mayor entero positivo multiplicado por 5 del complemento del dominio de la función real definida por

$$f(x) = \arctan(\sqrt{x^2 - 5x - 6}) \cdot \frac{\pi}{6}, \text{ ¿cuánto pagó Raúl por el terreno?}$$

A) 12 500 dólares

B) 12 000 dólares

C) 10 000 dólares

D) 10 500 dólares

E) 12 500 dólares

Solución:

$$\text{Sea } x \in \text{Dom}(f) \Rightarrow x^2 - 5x - 6 \geq 0$$

$$\Rightarrow (x - 6)(x + 1) \geq 0$$

$$\Rightarrow \text{Dom}(f) = \langle -\infty; -1 \rangle \cup [6; +\infty)$$

Complemento del dominio es $\langle -1; 6 \rangle$

Menor entero positivo del dominio es 1

mayor entero positivo del complemento del dominio es 5

$$\text{El área } 10 \times 25 \text{ m}^2 = 250 \text{ m}^2$$

Raúl pago por el terreno es $250 \times 50 \text{ dólares} = 12\,500 \text{ dólares}$

Rpta.: A

3. Roberto, al resolver la ecuación $\arcsen\sqrt{x} + \arccos\sqrt{x} + \arctan\left(\frac{x^2 - 2}{x^2 + 1}\right) = \frac{\pi}{4}$ le indica el

valor de $2x^2 + 1$ a sus hermanos, uno de sus hermanos observa la solución y le dice que el valor determinado excede en 7 al valor correcto. ¿Cuál es el valor que indica Roberto?

A) 14

B) 12

C) 10

D) 8

E) 9

Solución:

$$\arcsen\sqrt{x} + \arccos\sqrt{x} + \arctan\left(\frac{x^2-2}{x^2+1}\right) = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{2} + \arctan\left(\frac{x^2-2}{x^2+1}\right) = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \arctan\left(\frac{x^2-2}{x^2+1}\right) = -\frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2-2}{x^2+1} = -1 \Rightarrow 2x^2 = 1$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 1 = 2$$

Roberto indica el valor de 9.

Rpta.: E

4. La edad actual de Marco es $\overline{1b}$ años, donde $b = \frac{\arccos\sqrt{1-x^2} + \arctan(2x)}{\arcsen(x)}$. Si

$$\frac{2\arccos(x) + \frac{\pi}{4}}{\frac{3\pi}{4} - \arcsen(x)} = \frac{7}{5}, \text{ ¿cuándo será la edad de Marco en el año 2030?}$$

- A) 20 años B) 22 años C) 23 años D) 18 años E) 19 años

Solución:

$$\text{De } \frac{2\arccos(x) + \frac{\pi}{4}}{\frac{3\pi}{4} - \arcsen(x)} = \frac{7}{5} \Rightarrow 10\arccos(x) + \frac{5\pi}{4} = \frac{21\pi}{4} - 7\arcsen(x)$$

$$\Rightarrow 10\arccos(x) + 7\arcsen(x) = 4\pi \Rightarrow \arccos(x) = \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$b = \frac{\arccos\sqrt{1-x^2} + \arctan(2x)}{\arcsen(x)} = \frac{\arccos\left(\frac{1}{2}\right) + \arctan(\sqrt{3})}{\arcsen\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = \frac{\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3}}{\frac{\pi}{3}} = 2$$

La edad actual de Marco es 12 años, por lo tanto, el 2030 tendrá 19 años.

Rpta.: E

5. Dada la función real $F(x) = A \cdot \arcsen(Bx + C) + D$, con $A > 0$ y $B > 0$. Se sabe que el dominio es el intervalo $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{6}\right]$ y su rango el intervalo $\left[-\frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}\right]$. Determine el valor de $\sen((B+C)A \cdot D)$.

- A) -1 B) 1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Solución:

$$\text{Si } F(x) = A \cdot \arcsen(Bx + C) + D$$

$$\Rightarrow -1 \leq Bx + C \leq 1$$

$$\Rightarrow \frac{-1-C}{B} \leq x \leq \frac{1-C}{B}$$

$$\text{Como } \text{Dom}(F) = \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{6}\right]$$

$$\Rightarrow \frac{-1-C}{B} = -\frac{1}{2}; \quad \frac{1-C}{B} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow B = 3; \quad C = \frac{1}{2}$$

$$\text{Sabemos que } -\frac{\pi}{2} \leq \arcsen(Bx + C) \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{A\pi}{2} + D \leq F(x) \leq \frac{A\pi}{2} + D$$

$$\Rightarrow -\frac{A\pi}{2} + D = -\frac{7\pi}{6}; \quad \frac{A\pi}{2} + D = \frac{11\pi}{6}$$

$$\Rightarrow D = \frac{\pi}{3}; \quad A = 3$$

$$\text{Por lo cual } \sen((B+C)A \cdot D) = \sen\left(\frac{7\pi}{2}\right) = -1$$

Rpta.: A

6. El padre de Marco compra una vivienda con un patio de forma rectangular que tiene dimensiones $(1-3\cos\theta)$ m y $(5+3\sen\theta)$ m. ¿Cuál es la dimensión del patio si

$$\theta = 4\arctan(x) + 2\arcsen\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right), \quad x > 0 ?$$

- A) 20 m^2 B) 16 m^2 C) 25 m^2 D) 18 m^2 E) 24 m^2

Solución:

$$\text{Sea } \alpha = \arctan(x) \quad \Rightarrow \tan \alpha = x, \quad \alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1-x^2}{1+x^2} = \frac{1-\tan^2 \alpha}{1+\tan^2 \alpha} = \cos(2\alpha) = \sen\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right)$$

$$\Rightarrow \arcsen\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right) = \frac{\pi}{2} - 2\alpha$$

$$\Rightarrow \theta = 4\alpha + 2\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right) \quad \Rightarrow \theta = \pi$$

Las dimensiones del patio son $(1-3\cos\pi)(5+3\text{sen}\pi) \text{ m}^2 = 20 \text{ m}^2$

Rpta.: A

7. Determine el valor de $(4E + \pi)$, si se sabe que

$$E = \arctan(\csc\theta + \cot\theta) - \arctan\left(\frac{\cos\theta}{1 + \text{sen}\theta}\right).$$

- A) 3π B) 2π C) 4π D) 5π E) 6π

Solución:

$$E = \arctan(\csc\theta + \cot\theta) - \arctan\left(\frac{\cos\theta}{1 + \text{sen}\theta}\right)$$

$$E = \arctan\left(\frac{1 + \cos\theta}{\text{sen}\theta}\right) - \arctan\left(\frac{\cos\theta}{1 + \text{sen}\theta}\right)$$

$$E = \arctan\left(\frac{1 + \cos\theta - \frac{\cos\theta}{1 + \text{sen}\theta}}{1 + \left(\frac{1 + \cos\theta}{\text{sen}\theta}\right) \cdot \left(\frac{\cos\theta}{1 + \text{sen}\theta}\right)}\right)$$

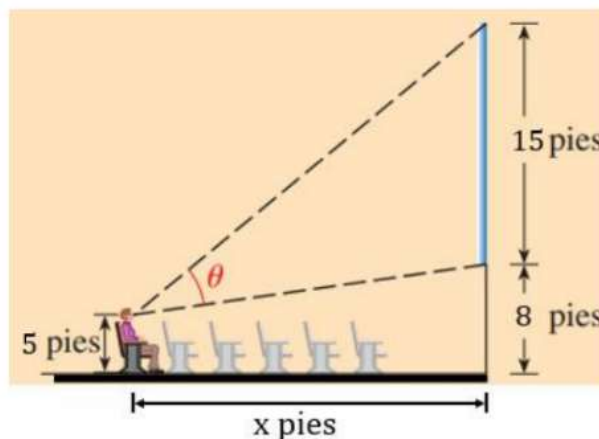
$$E = \arctan\left(\frac{1 + \cos\theta + \text{sen}\theta}{\frac{\text{sen}\theta \cdot (1 + \text{sen}\theta)}{1 + \cos\theta + \text{sen}\theta}}\right) = \arctan(1) = \frac{\pi}{4}$$

Por lo cual $(4E + \pi) = 2\pi$

Rpta.: B

8. La pantalla ubicada en una sala mide 15 pies de alto y está colocada a 8 pies sobre el piso horizontal, como se representa en la figura. Si una persona se sienta a x pies de distancia de la pantalla y sus ojos están a una altura de 5 pies respecto al piso, determine θ en términos de x .

- A) $\arctan\left(\frac{15x}{x^2 + 54}\right)$
 B) $\arctan\left(\frac{12x}{x^2 + 36}\right)$
 C) $\arctan\left(\frac{21x}{x^2 - 54}\right)$
 D) $\arctan\left(\frac{15x}{x^2 - 54}\right)$
 E) $\arctan\left(\frac{14x}{x^2 - 54}\right)$



Solución:

De gráfico, tenemos:

$$\tan(\alpha) = \frac{18}{x} \Rightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{18}{x}\right)$$

$$\tan(\beta) = \frac{3}{x} \Rightarrow \beta = \arctan\left(\frac{3}{x}\right)$$

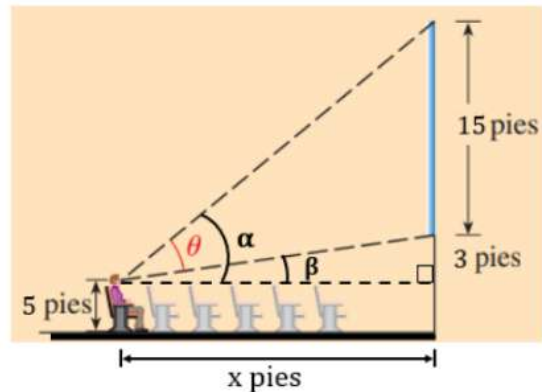
Como: $\theta = \alpha - \beta$

$$\Rightarrow \theta = \arctan\left(\frac{18}{x}\right) - \arctan\left(\frac{3}{x}\right)$$

$$\Rightarrow \theta = \arctan\left(\frac{15x}{x^2 + 54}\right) + k\pi; \text{ para algún } k \in \{-1; 0; 1\}$$

Siendo $\left(\frac{18}{x}\right)\left(-\frac{3}{x}\right) < 1$

$$\Rightarrow k = 0$$

Por lo tanto, la medida de θ es $\arctan\left(\frac{15x}{x^2 + 54}\right)$.

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Determine la suma de los valores enteros que pertenece al dominio de la función real

$$g(x) = \arcsen\left(\frac{2x-5}{3}\right).$$

- A) 9 B) 10 C) 12 D) 8 E) 14

Solución:

$$g(x) = \arcsen\left(\frac{2x-5}{3}\right)$$

$$\Rightarrow -1 \leq \frac{2x-5}{3} \leq 1$$

$$\Rightarrow -3 \leq 2x-5 \leq 3$$

$$\Rightarrow 1 \leq x \leq 4$$

La suma de los enteros es 10.

Rpta.: B

2. Calcule el valor de $\frac{P^2 + 4}{1 - P^2}$, sabiendo que P es el valor de la expresión $\cos(2\arccos(x^2 - 1)) + \cos(2\arcsen(x^2 - 1))$.

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 4

Solución:

$$P = \cos(2\arccos(x^2 - 1)) + \cos(2\arcsen(x^2 - 1))$$

$$P = 2\cos^2(\arccos(x^2 - 1)) - 1 + 1 - 2\sin^2(2\arcsen(x^2 - 1))$$

$$P = 2(x^2 - 1) - 2(x^2 - 1)$$

$$P = 0$$

$$\text{Por lo cual } \frac{P^2 + 4}{1 - P^2} = 4$$

Rpta.: E

3. El ingreso bimestral de una empresa exportadora de harina de pescado es $(7b - 4a)$ miles de soles, donde a y b son, respectivamente, el elemento mínimo y máximo del dominio de una función real f definida por $f(x) = 2\arccos^2\left(\frac{x-2}{3}\right) + \frac{1}{\cos x + 2} + \text{sen}x$. Si la inversión anual es 114 000 soles, ¿cuánto es la ganancia anual de la empresa?

A) 132 000 soles

B) 136 000 soles

C) 128 000 soles

D) 120 000 soles

E) 116 000 soles

Solución:Hallemos el dominio de f

$$x \in \text{Dom}(f) \Leftrightarrow -1 \leq \frac{x-2}{3} \leq 1$$

$$\Leftrightarrow -3 \leq x-2 \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 5$$

$$\text{Así: } \text{Dom}(f) = [-1; 5]$$

$$\text{Entonces } a = -1 \wedge b = 5$$

Luego

$$\text{Ingreso}_{\text{Bimestral}} = 1000(7b - 4a) \text{ soles} = 39\,000 \text{ soles}$$

Como:

$$\text{Ganancia}_{\text{Anual}} = 6 \cdot \text{Ingreso}_{\text{Bimestral}} - 114\,000 \text{ soles}$$

Por lo tanto; la ganancia anual de la empresa es 120 000 soles.

Rpta.: D

4. Dada la función real $f(x) = 2\arcsen\left(\frac{2x-15}{5}\right) + \pi$, determinar el cociente de la suma de los valores enteros impares del dominio con la suma de los valores enteros pares que pertenecen al rango de la función f .

A) $\frac{7}{4}$

B) $\frac{5}{4}$

C) $\frac{9}{4}$

D) $\frac{3}{4}$

E) $\frac{7}{3}$

Solución:

$$f(x) = 2\arcsen\left(\frac{2x-15}{5}\right) + \pi$$

$$-1 \leq \frac{2x-15}{5} \leq 1 \quad \Rightarrow 5 \leq x \leq 10$$

Suma de impares es 21

La suma de pares es 12

Por lo cual el cociente es $\frac{21}{12} = \frac{7}{4}$

Rpta.: A

5. Indica el número de valores enteros que pertenecen a la intersección del dominio y el rango de la función real $F(x) = 3\arccos\left(\frac{x+1}{2}\right) - \pi$.

A) 5

B) 4

C) 7

D) 6

E) 8

Solución:

$$F(x) = 3\arccos\left(\frac{x+1}{2}\right) - \pi$$

$$\bullet -1 \leq \frac{x+1}{2} \leq 1 \quad \Rightarrow -3 \leq x \leq 1$$

$$\Rightarrow \text{Dom}(F) = [-3; 1]$$

$$\bullet 0 \leq \arccos\left(\frac{x-1}{2}\right) \leq \pi$$

$$\Rightarrow -\pi \leq F(x) \leq 2\pi$$

$$\Rightarrow \text{Dom}(F) \cap \text{Ran}(F) = [-3; 1]$$

$$\Rightarrow -\pi \leq 3\arccos\left(\frac{x-1}{2}\right) - \pi \leq 2\pi$$

$$\Rightarrow \text{Ran}(F) = [-\pi; 2\pi]$$

Numero de valores enteros es 5.

Rpta.: A

6. Una empresa dedicada al rubro deportivo vende balones cuyo precio unitario es $120|N|$ soles, donde N es el menor valor del dominio de la función real f definida por $f(x) = 7\arcsen\left(\frac{3x-4}{5}\right) + 3\arccos\left(\frac{x^2-2}{2}\right) + \frac{\pi}{2023}$. Si Luis compra 15 balones, ¿cuánto pagó Luis por dicha compra?

A) S/. 500

B) S/. 750

C) S/. 600

D) S/. 650

E) S/. 550

Solución:

$$f(x) = 3\arcsen\left(\frac{3x-4}{5}\right) + 5\arccos\left(\frac{x^2-2}{2}\right) + \frac{\pi}{4}$$

Como

$$-1 \leq \frac{3x-4}{5} \leq 1 \quad \wedge \quad -1 \leq \frac{x^2-2}{2} \leq 1$$

$$-\frac{1}{3} \leq x \leq 3 \quad \wedge \quad -2 \leq x \leq 2$$

$$-\frac{1}{3} \leq x \leq 2$$

$$\text{Luego } N = -\frac{1}{3}$$

Por lo tanto, Luis pagó 600 soles por dicha compra.

Rpta.: C

7. Sabiendo que $\cos x \neq 0$, determinar el rango de la función real f definida por

$$f(x) = \pi + 4\arctan\left(\frac{2\operatorname{sen}x}{1-\operatorname{sen}^2x}\right)$$

A) $\left\langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right\rangle$

B) $\langle -2\pi, 2\pi \rangle$

C) $\langle -\pi, 3\pi \rangle$

D) $\langle -\pi, \pi \rangle$

E) $\langle -\pi, 0 \rangle$

Solución:

$$f(x) = \pi + 4\arctan\left(\frac{2\operatorname{sen}x}{1-\operatorname{sen}^2x}\right)$$

$$\Rightarrow f(x) = \pi + 4\arctan\left(\frac{2\operatorname{sen}x}{\cos^2x}\right)$$

$$\Rightarrow f(x) = \pi + 4\arctan(2\tan x \cdot \sec x)$$

Como $2\tan x \cdot \sec x \in \mathbb{R}$

$$\Rightarrow -\frac{\pi}{2} < \arctan(2\tan x \cdot \sec x) < \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow -\pi < \pi + 4\arctan(2\tan x \cdot \sec x) < 3\pi$$

$$\Rightarrow -\pi < f(x) < 3\pi$$

$$\text{Rang}(f) = \langle -\pi, 3\pi \rangle$$

Rpta.: C

Lenguaje

EJERCICIOS DE CLASE

1. La coma es un signo de puntuación que puede cumplir funciones dentro de la ortografía castellana. Según ello, correlacione la columna de oraciones con la de las clases de comas correspondientes, luego marque la alternativa correcta.

- | | |
|---|----------------|
| I. Aunque estaba cansado, continuó caminando. | a. Enumerativa |
| II. ¿Cómo se encuentra nuestro amigo, Daniel? | b. Hiperbática |
| III. Mis amigos, incluido Raúl, están de acuerdo. | c. Vocativa |
| IV. Es amable, generosa y atenta con los demás. | d. Explicativa |
-
- | | | |
|-----------------------|-----------------------|------------------------|
| A) Ia, IIb, IIIc, IVd | B) Ic, IId, IIIa, IVb | C) Ib, IIc, IIIId, IVa |
| D) Id, IIa, IIIb, IVc | E) Ib, IId, IIIc, IVa | |

Solución:

- | | |
|---|----------------|
| I. Aunque estaba cansado, continuó su camino. | b. Hiperbática |
| II. ¿Cómo se encuentra nuestro amigo, Daniel? | c. Vocativa |
| III. Mis amigos, incluido Raúl, están de acuerdo. | d. Explicativa |
| IV. Es amable, generosa y atenta con los demás. | a. Enumerativa |

Rpta.: C

2. El uso de la coma permite diferenciar significados en expresiones que pueden llegar a tener más de una interpretación. En este sentido, ¿en qué enunciados escribir una coma establece esta distinción?

- | |
|--|
| I. ¿Te entregó el informe la asistente Hilda? |
| II. Olga, trabajo todos los días de la semana. |
| III. Hugo, el primo de Luz llegó de Ayacucho. |
| IV. Quienes participaron recibieron diplomas. |
-
- | | | | | |
|-----------|-------------|-------------|------------|------------|
| A) I y II | B) II y III | C) III y IV | D) II y IV | E) I y III |
|-----------|-------------|-------------|------------|------------|

Solución:

En el enunciado I, sin la presencia de la coma se entiende que la asistente se llama Hilda; sin embargo, si escribimos la coma después de *asistente*, el sustantivo *Hilda* se referirá a la persona (vocativo) a quien le realizamos la pregunta.

En III, se entiende que Hugo es vocativo y a él se le está informando sobre el primo de Luz; pero si se escribe una coma después de *Luz* se indicará que *Hugo* es el primo de *Liz*.

Rpta.: E

3. La coma es el signo de puntuación más empleado en la escritura, dado que presenta múltiples usos, los cuales han sido establecidos en la *Ortografía de la lengua española*. Según ello, marque la opción que presenta uso inadecuado de este signo.
- A) Todos le ofrecieron agua, ropa, comida, etc., a aquel señor.
 B) Fernanda, quien fue una excelente alumna, recibió una beca.
 C) Los alumnos corrieron, velozmente, por el patio de su colegio.
 D) En menos de una hora, Ana limpió y ordenó todo su dormitorio.
 E) Él aconsejó que nos quedáramos aquí, pero no le hicimos caso.

Solución:

Las comas han sido empleadas inadecuadamente al encerrar el adverbio *velozmente*, ya que solo está afectando al verbo *corrieron* y no toda la oración.

Rpta.: C

4. El uso adecuado de los signos de puntuación facilita la comprensión de un texto escrito. De acuerdo con este principio, en el enunciado *A pesar de que no queda mucho tiempo para tu viaje Liliana tienes que despedirte de tus familiares de nuestros amigos y en último lugar de todo el vecindario*, el número de comas que se ha omitido es
- A) cinco. B) cuatro. C) siete. D) seis. E) tres

Solución:

En el presente enunciado, se ha omitido cinco comas, como se evidencia en el texto puntuado: *A pesar de que no queda mucho tiempo para tu viaje, Liliana, tienes que despedirte de tus familiares, de nuestros amigos y, en último lugar, de todo el vecindario.*

Rpta.: A

5. Teniendo en cuenta las pautas dadas por la *Ortografía de la lengua española* sobre los usos del punto y coma, ¿en qué enunciados corresponde emplear este signo de puntuación dentro de los paréntesis?
- I. Daniela buscó sus diseños () sin embargo, no los encontró.
 II. Ángel cumplirá treinta años () mi primo Andrés, treinta y cinco.
 III. En la selva, comí todo () patarashca, juane, brochetas de suri...
 IV. Esta mañana, me visitó muy tarde () ayer lo hizo más temprano.
- A) II y III B) I y III C) I y II D) II y IV E) III y IV

Solución:

En los enunciados II y IV, corresponde emplear el punto y coma.

II. Ángel cumplirá treinta años; mi primo Andrés, treinta y cinco.

IV. Esta mañana, me visitó muy tarde; ayer lo hizo más temprano.

La puntuación de los otros enunciados debe ser de la siguiente manera:

I. Daniela buscó sus diseños, sin embargo, no los encontró.

III. En la selva, comí todo: patarashca, juane, brochetas de suri...

Rpta.: D

6. En el enunciado *El congresista el que obtuvo más votos expresó que trabajará por el país*, se ha omitido, deliberadamente, el empleo de
- | | | |
|----------------|------------------------|--------------|
| A) comas. | B) punto y coma. | C) comillas. |
| D) dos puntos. | E) puntos suspensivos. | |

Solución:

En el referido texto, se ha omitido dos comas de tipo explicativo (de inciso), tal como se observa a continuación: *El congresista, el que obtuvo más votos, expresó que trabajará por el país.*

Rpta.: A

7. De acuerdo con el uso normativo de los dos puntos estipulado por la Real Academia Española, señale el enunciado que presenta uso correcto de este signo de puntuación.
- Había delegaciones de: Venezuela, Paraguay y Chile.
 - Recuerdo que sus actividades fueron: corregir y editar.
 - Señores: podrían ingresar al auditorio central, por favor.
 - El joven se retiró: porque el concierto había terminado.
 - El administrador manifestó: «Habrá aumento este año».

Solución:

Se usan los dos puntos después de los verbos que introducen literalmente las palabras dichas por alguien (cita textual).

Las demás alternativas deben puntuarse de la siguiente manera:

- Había delegaciones de Venezuela, Paraguay y Chile.
- Recuerdo que sus actividades fueron corregir y editar.
- Señores, podrían ingresar al auditorio central, por favor.
- El joven se retiró porque el concierto había terminado.

Rpta.: E

8. Los signos de puntuación establecen relaciones entre los diferentes elementos del texto. Según esta caracterización, identifique la alternativa en la que se ha omitido, respectivamente, la coma, los dos puntos y las comillas.

- Adela Sergio dijo que debes entregar el presupuesto.
- Por la mañana viajaremos al sur nos informó Patricio.
- Ayer hoy y siempre es el título del cuento que escribí.
- Ana Luis y Lía fueron de shopping a muchas tiendas.
- Hace meses le informé Debes marcar asistencia aquí.

Solución:

En la referida oración se han omitido, respectivamente, la coma, dos puntos y comillas, como se evidencia en el texto siguiente:

Hace meses, le informé: «Debes marcar asistencia aquí».

Las demás oraciones se puntúan de la siguiente manera:

- A) Adela, Sergio dijo que debes entregar el presupuesto.
- B) «Por la mañana, viajaremos al sur», nos informó Patricio.
- C) «Ayer, hoy y siempre» es el título del cuento que escribí.
- D) Ana, Luis y Lía fueron de «shopping» a muchas tiendas.

Rpta.: E

9. Los signos de interrogación son utilizados para enmarcar oraciones interrogativas, las cuales van acompañadas de una curva melódica peculiar. De acuerdo con ello, seleccione la alternativa que denota correcto empleo de los signos de interrogación.

- A) ¿Paola, descargaste los archivos?
- B) ¿Realmente, piensas en nosotros?
- C) Tía, vienes hoy a casa, ¿verdad?
- D) ¿Saliste de vacaciones?, Fabiola.
- E) ¿Si estás cansado, llegarás a ir?

Solución:

La referida alternativa evidencia correcto empleo de los signos de interrogación, ya que se está encerrando entre estos signos el apéndice confirmativo *verdad*.

Los demás enunciados deben ser puntuados de la siguiente manera:

- A) Paola, ¿descargaste los archivos?
- B) Realmente, ¿piensas en nosotros?
- D) ¿Saliste de vacaciones, Fabiola?
- E) Si estás cansado, ¿llegarás a ir?

Rpta.: C

10. Considerando las normas establecidas en la *Ortografía de la lengua española*, marque la alternativa en la cual la puntuación es adecuada.

- A) En un restaurante de la ciudad, ella pidió un refresco y él, café, sin embargo, después de unos minutos, se retiraron de aquel lugar sin probar nada de lo pedido.
- B) En un restaurante de la ciudad, ella pidió un refresco y él, café; sin embargo, después de unos minutos, se retiraron de aquel lugar sin probar nada de lo pedido.
- C) En un restaurante de la ciudad, ella pidió un refresco y él café; sin embargo, después de unos minutos, se retiraron de aquel lugar sin probar nada de lo pedido.
- D) En un restaurante de la ciudad ella pidió un refresco y él, café, sin embargo, después de unos minutos, se retiraron de aquel lugar sin probar nada de lo pedido.
- E) En un restaurante de la ciudad, ella pidió: un refresco y él, café, sin embargo; después de unos minutos, se retiraron de aquel lugar sin probar nada de lo pedido.

Solución:

En el referido enunciado, se ha utilizado correctamente los signos de puntuación.

Rpta.: B

11. Los signos de puntuación facilitan el procesamiento sintáctico-semántico de la información escrita. Según este fundamento, en el enunciado *Después de recibir la condecoración Mario Vargas Llosa quien ha sido elegido como el primer escritor de habla hispana en ingresar a la Academia Francesa expresó Los asuntos del Perú nunca me han sido ajenos, aunque viva en el extranjero*, se requiere colocar sucesivamente
- A) una coma, dos puntos, comillas
B) tres comas, dos puntos, comillas
C) dos comas, paréntesis, comillas
D) tres comas, punto y coma, comillas
E) dos comas, dos puntos, comillas

Solución:

Según la *Ortografía*, el enunciado debe puntuarse de la siguiente manera:
Después de recibir la condecoración, Mario Vargas Llosa, quien ha sido elegido como el primer escritor de habla hispana en ingresar a la Academia Francesa, expresó: «Los asuntos del Perú nunca me han sido ajenos aunque viva en el extranjero».

Rpta.: B

12. De acuerdo con el uso normativo de los signos de puntuación, elija la alternativa que presenta incorrecta puntuación.
- A) Los representantes de diversos países visitaron la ONU (Organización de las Naciones Unidas) hace unos días.
B) Arturo «Zambo» Caverio, quien nació en Lima, fue un cantante peruano de música criolla y afroperuana.
C) Viviana se encuentra mal de salud, pero, a pesar de eso, participó de testigo en la ceremonia.
D) Siempre debemos consumir legumbres, verduras, frutas, cereales, proteínas, frutos secos...
E) —Lo importante es que pudiste recuperar tus pertenencias —dijo Mariela con mucha emoción.

Solución:

Debe emplearse punto y coma antes de la conjunción adversativa «pero» cuando vincula proposiciones en una oración de cierta longitud y, especialmente, si una de ellas presenta comas internas.

La referida oración debe presentar la siguiente puntuación:

Viviana se encuentra mal de salud; pero, a pesar de eso, participó de testigo en la ceremonia.

Rpta.: C

Literatura

EJERCICIOS DE CLASE

1. Con respecto a la verdad o falsedad (V o F) de los siguientes enunciados sobre el contexto de la narrativa de la Generación del 50, marque la alternativa que contiene la secuencia correcta.

- I. El desarrollo del gobierno militar del general Juan Velasco
- II. El proceso de gran modernización en el espacio ciudadano
- III. La migración masiva desde las provincias hacia la capital
- IV. La explosión demográfica generada en las zonas rurales

- A) VVFF B) FVVF C) FVVV D) VFVF E) FVfV

Solución:

I. La narrativa de la Generación del 50 se desarrolla durante el gobierno militar del general Manuel Odría. (F) II. En el espacio urbano se produce un gran proceso de modernización en cuanto a la infraestructura. (V) III. En los años cincuenta, muchos migrantes provincianos arriban a la capital, Lima. (V) IV. Se generó un crecimiento exorbitante de la población (explosión demográfica) en las ciudades debido a la intensa migración. (F)

Rpta.: B

2. Con respecto al siguiente fragmento del cuento «El niño de Junto al Cielo», de Enrique Congrains, qué rasgo de la narrativa de la Generación del 50 podemos inferir.

Cruzó la pista y se internó en un terreno salpicado de basura, desperdicios de albañilería y excremento; llegó a una calle y desde allí divisó al famoso mercado, el Mayorista, del que tanto había oído hablar. ¿Eso era Lima, Lima, Lima...? La palabra le sonaba a hueco. Recordó: su tío le había dicho que Lima era una ciudad grande, tan grande que en ella vivía un millón de personas.

- A) Describe la modernización producida en el ámbito urbano.
- B) Ofrece al lector la imagen de una ciudad ordenada y limpia.
- C) Propone una perspectiva cuestionadora de la clase media.
- D) Trata el tema de la urbe moderna a partir de la explotación.
- E) Refiere la presencia del migrante recién llegado a la capital.

Solución:

En el fragmento citado, podemos inferir que el personaje recién ha llegado a Lima, por lo tanto, se trata de un migrante, personaje principal en los relatos de la Generación del 50.

Rpta.: E

3. Marque la alternativa que contiene una característica de la narrativa de Julio Ramón Ribeyro presente en el siguiente fragmento del cuento «Alienación».

A pesar de ser zambo y de llamarse López, quería parecerse cada vez menos a un zaguero de Alianza Lima y cada vez más a un rubio de Filadelfia. La vida se encargó de enseñarle que si quería triunfar en una ciudad colonial más valía saltar las etapas intermediarias y ser antes que un blanquito de acá un gringo de allá. Toda su tarea en los años que lo conocí consistió en deslopizarse y deszambarse lo más pronto posible y en americanizarse antes de que le cayera el huaico y lo convirtiera para siempre, digamos, en un portero de banco o en un chofer de colectivo.

- A) El escepticismo del narrador respecto a la modernización de la capital
- B) Las vicisitudes de los personajes marcadas por el triunfo en la urbe
- C) La contraposición entre dos mundos, la marginalidad y la oficialidad
- D) La abrupta ruptura del orden lógico y cronológico de la narración
- E) El desarrollo de una temática que se caracteriza por ser costeña

Solución:

El fragmento alude al enfrentamiento entre lo oficial y lo marginal, pues contrapone el sentimiento de marginalidad del personaje con sus ambiciones por incorporarse en el espacio oficial, representado por su americanización.

Rpta.: C

4. Marque la alternativa que contiene la secuencia correcta de verdad o falsedad (V o F) de los siguientes enunciados relacionados con el argumento del cuento «Los gallinazos sin plumas», de Julio Ramón Ribeyro.

- I. Efraín y Enrique se van del corralón y prosperan en la urbe.
- II. Don Santos desea engordar a Pascual para luego venderlo.
- III. El abuelo y sus nietos recogen desperdicios en el muladar.
- IV. Efraín golpea a su abuelo por haber matado al perro Pedro.

- A) FVFF B) VVFF C) FVFV D) VFFV E) FVVV

Solución:

I. Al final del relato, Enrique y Efraín huyen del corralón y se dirigen al muladar. (F) II. Don Santos se ha propuesto engordar al cerdo Pascual mediante la labor de sus nietos para luego venderlo y obtener una ganancia económica. (V) III. Solamente los niños recogen desperdicios en el muladar. (F) IV. Enrique golpea a su abuelo por haber matado a su mascota, el perro Pedro. (F)

Rpta.: A

5. En el cuento «Los gallinazos sin plumas», de Julio Ramón Ribeyro, el personaje de don Santos obliga a sus nietos a recoger desperdicios para alimentar al cerdo Pascual, a pesar del precario estado de salud de ellos. A partir de lo expuesto, ¿qué tema desarrollado en el relato se puede deducir?
- A) La marginación social y racial hacia los migrantes en las zonas rurales
 - B) El abuso que experimentan los niños y ancianos en la ciudad capital
 - C) La explotación que sufren los seres desvalidos en busca de desarrollo
 - D) El inminente fracaso como producto del conformismo de los niños
 - E) El conflicto por la supervivencia de los personajes del mundo oficial

Solución:

El tema principal que se desarrolla en «Los gallinazos sin plumas» es la explotación de aquellos seres considerados como indefensos para alcanzar el progreso económico.

Rpta.: C

6. Marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado relacionado con el comentario del cuento «Los gallinazos sin plumas», de Julio Ramón Ribeyro: «En este relato, el _____ simboliza la urbe, que se presenta como un _____».
- A) anciano don Santos – modo de explotar a la sociedad oficial
 - B) perro Pedro – sitio que consume el progreso socioeconómico
 - C) corralón – ámbito donde los expoliados pueden desarrollarse
 - D) cerdo Pascual – espacio de opresión y sacrificio de los débiles
 - E) ambiente paupérrimo – lugar propicio para un trabajo digno

Solución:

En el relato «Los gallinazos sin plumas», de Julio Ramón Ribeyro, el cerdo Pascual constituye un personaje simbólico, pues representa a la urbe que, si bien busca crecer y desarrollarse, sacrifica y oprime a los más pobres y marginados.

Rpta.: D

7. La poética de Blanca Varela se caracteriza por eludir el tono confesional, es decir, prescinde de lo melodramático y los desgarramientos personales. Por otro lado, su lírica también destaca por
- A) la armónica alternancia del verso libre y la métrica tradicional.
 - B) el estilo depurado, que carece de adornos y grandilocuencia.
 - C) la concisión y la sencillez, por influencia de la poesía andina.
 - D) el cuestionamiento a una perspectiva pesimista de la realidad.
 - E) el reiterado tono celebratorio acerca de la existencia humana.

Solución:

La poesía de Blanca Varela se caracteriza porque rechaza el tono confesional relacionado con temáticas personales. Además, presenta un lenguaje cuyo estilo es depurado, el cual prescinde de adornos y expresiones grandilocuentes.

Rpta.: B

8. Luego de leer los siguientes versos del poema «Canto villano», de Blanca Varela, marque la alternativa que contiene los enunciados correctos relacionados con las características de su poesía.

*y de pronto la vida
en mi plato de pobre
un magro trozo de celeste cerdo
aquí en mi plato*

- I. Presenta métrica y rima asonante.
- II. Destaca por su estilo conciso.
- III. Prescinde de signos de puntuación.
- IV. Expresa un gran sentimentalismo.

A) I, II y IV B) III y IV C) I y IV D) II y III E) I, II y III

Solución:

I. En la poesía de Blanca Varela hay una preferencia por el verso libre. (F) II. Tiende a la concisión y a la palabra precisa. (V) III. Descarta el empleo de los signos de puntuación. (V) IV. Su lírica elude el tono sentimental y confesional. (F). Son correctos los enunciados II y III.

Rpta.: D

9. Con respecto a los siguientes versos del poema «Canto villano», de Blanca Varela, ¿qué característica de su poemario *Canto villano* podemos identificar?

*es la rosa de grasa
que envejece
en su cielo de carne
mea culpa ojo turbio
mea culpa negro bocado
mea culpa divina náusea*

- A) Vincula la figura femenina con la libertad y el deseo erótico.
- B) Plantea una temática existencialista de carácter amoroso.
- C) Presenta una visión espiritualizada del cuerpo humano.
- D) Desliza una perspectiva idealizada del sistema patriarcal.
- E) Reconstruye, con realismo, la imagen del cuerpo femenino.

Solución:

En el fragmento del poema «Canto villano», identificamos imágenes como «rosa de grasa», «cielo de carne», «divina náusea», lo cual hace referencia a un cuerpo espiritualizado.

Rpta.: C

10. Marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado sobre el libro *Canto villano*, de Blanca Varela: «Respecto al título del poemario, el término “villano” hace referencia a
- A) la cotidianidad de los valores familiares».
 - B) la materialidad de los seres humanos».
 - C) la visión conservadora del cuerpo».
 - D) lo marginal como espacio de rebeldía».
 - E) lo ordinario de la existencia humana».

Solución:

Con relación al título del poemario *Canto villano*, la palabra «canto» hace referencia a lo elevado y sublime de la poesía, mientras que el término «villano» alude a lo ordinario de la existencia humana.

Rpta.: E

Psicología

EJERCICIOS DE CLASE

Lea atentamente el enunciado de cada pregunta y señale la respuesta de acuerdo con lo que corresponda.

1. Graciela ha notado que Mercedes suele llegar tarde, dice mentiras para salir de apuros y usa las cosas de los demás cuando estas no están. Por estas razones, ha decidido alejarse de ella. El componente de la personalidad descrito por Graciela se denomina _____ y tiene la característica de ser _____.
- A) temperamento – sociocultural
 - B) rasgo – innato
 - C) carácter – biológico
 - D) temperamento – hereditario
 - E) carácter – aprendido

Solución:

El carácter, es el componente de la personalidad que agrupa las características aprendidas en la socialización, y se relacionan con el aspecto moral de la persona.

Rpta.: E

2. Jhonatan asiste a un taller de desarrollo personal y quien dirige el taller le explica que hay características de la personalidad que son más cambiantes y otros rasgos que nos hacen únicos y definen toda nuestra persona. En dicha explicación, se hace referencia a los rasgos _____ y _____, respectivamente.
- A) secundarios – centrales
 - B) secundarios – cardinales
 - C) extrovertidos – introvertidos
 - D) humorales – caracterológicos
 - E) sociales – neuróticos

Solución:

En la teoría de los rasgos de G. Allport, los rasgos secundarios pueden variar con el tiempo, como por ejemplo intereses o pasatiempos. Mientras que los rasgos cardinales son transversales a toda la personalidad y definen totalmente a la persona, por ejemplo, un valor como la solidaridad.

Rpta.: B

3. En una convocatoria laboral se solicita una persona que se caracterice por ser analítica, que pueda realizar labores en forma individual por largas horas y que elabore informes periódicos de sus conclusiones. De acuerdo con dicha descripción sería correcto afirmar lo siguiente:

- I. Es más probable que respondan a la convocatoria personas introvertidas.
- II. La empresa se encuentra buscando a un individuo de tipo sanguíneo.
- III. Las características que se describen corresponden con el tipo pícnico.

- A) FFV B) VVF C) FVF D) VFF E) FFF

Solución:

- I. Las personas introvertidas tienen mayor predisposición para trabajos individuales, además son reflexivos y podrían pasar buen tiempo haciendo informes. (V)
- II. El tipo sanguíneo de Galeno es una persona sociable, por lo que no corresponde con la descripción y la labor que debería realizar. (F)
- III. El tipo pícnico de Kretschmer es una persona que se caracteriza por su sociabilidad por lo que tampoco correspondería con el perfil buscado. (F)

Rpta.: D

4. Andrés y Carlos, en el parque, se comportan diferente. Andrés gusta de ir a jugar al tobogán y hacer competencias con los otros niños; Carlos busca quedarse solo, dibujando o leyendo su libro de historietas. Lo descrito de Andrés y Carlos nos grafica diferencias de personalidad vinculadas al componente denominado _____, el cual tiene una base _____.

- A) temperamento – biológica B) carácter – hereditaria
 C) carácter – social D) temperamento – cultural
 E) carácter – biológica

Solución:

El temperamento es la base biológica de la personalidad, es decir, es esa predisposición hereditaria para actuar con ciertos niveles de emotividad, energía y sociabilidad.

Rpta.: A

5. En una charla para padres, el ponente recomienda a los asistentes que para desarrollar las características que desean en la personalidad de sus hijos deben felicitarlos cuando presenten dichas conductas, sin olvidar dar el ejemplo con su propio comportamiento. En ese sentido, podemos afirmar que las sugerencias están basadas en los enfoques _____ de la personalidad, respectivamente.
- A) humanista y cognitivo social
B) conductual y psicodinámico
C) tipológico y constitucional
D) conductual y cognitivo social
E) conductual y humanista

Solución:

El enfoque conductual de la personalidad postula que esta se desarrolla mediante refuerzos y castigos de las conductas que presentan los individuos. Mientras que el enfoque Cognitivo Social, plantea que las conductas propias de la personalidad se aprenden por el modelamiento o el ejemplo.

Rpta.: D

6. Renato y José son gemelos idénticos que perdieron a sus padres tempranamente. Los abuelos paternos, que viven en Chalhuanca, provincia de Aymaraes, departamento de Apurímac, asumieron el cuidado de Renato, y los abuelos maternos, naturales de Piura y que residen en su capital, asumieron el cuidado de José. Considerando los factores que influyen en el desarrollo de la personalidad, podemos afirmar que las diferencias en sus personalidades serán producto de los factores denominados _____ y _____.
- A) temperamento – entorno sociocultural
B) autodeterminación situacional – carácter
C) entorno sociocultural – autodeterminación situacional
D) carácter – temperamento
E) herencia biológica – autodeterminación situacional

Solución:

El entorno sociocultural constituido por las normas sociales y valores que transmiten la familia, la educación, las relaciones interpersonales e institucionales influyen en la construcción de la personalidad. En igual sentido, la autodeterminación situacional influirá en las diferencias de las personalidades de los gemelos idénticos.

Rpta.: C

7. Diana es una joven universitaria que suele criticar a sus compañeros que juegan por varias horas videojuegos bajo el argumento que son dependientes de la tecnología. Sin embargo, ella suele revisar constantemente sus redes sociales y realizar publicaciones en dichos espacios virtuales. De acuerdo con el enfoque humanista de Rogers, podríamos afirmar que Diana es una persona que presenta dificultades
- A) en el modelamiento de las conductas sociales.
B) en la congruencia entre su Yo y sus actos cotidianos.
C) relativas al modo de sancionar conductas inadecuadas.
D) al valorar su personalidad y los rasgos centrales de otros.
E) al evaluar sus necesidades y las de sus compañeros.

Solución:

Uno de los aspectos que destaca el enfoque humanista de Rogers es el grado de congruencia entre la autoimagen que tiene el individuo y las acciones que realiza en su vida cotidiana. En el caso descrito se evidencia la falta de correspondencia entre estos aspectos que pueden derivar en conflictos con su propio Yo.

Rpta.: B

8. Existen diferentes enfoques teóricos que explican cómo se configuran las características de la personalidad. En relación el enfoque cognitivo social, señale lo correcto.

- I. La historia de reforzamientos y castigos forma conductas típicas.
- II. La existencia de figuras significativas constituye modelos a imitar.
- III. El sujeto adquiere rasgos de todas las personas que conoce.

- A) I y II B) I y III C) Solo II D) Solo III E) Solo I

Solución:

En el enfoque cognitivo social se plantea que las personas significativas son los modelos que observamos y que luego imitamos.

Rpta.: C

9. María, de niña, tenía su cama y acomodaba sus juguetes, pues sus padres la premiaban con golosinas cuando encontraba todo ordenado. Con el tiempo, María se convirtió en una persona que busca que cada cosa esté en su lugar. En relación con las teorías que explican la personalidad, lo descrito de María se relaciona con el enfoque denominado

- A) humanista. B) cognitivo social. C) cognitivo.
D) conductual. E) psicoanalítico.

Solución:

El enfoque conductual plantea reforzamientos y castigos como explicación para los patrones de comportamiento típicos de la persona.

Rpta.: D

10. Una de las principales teorías descriptivas de la personalidad es la tipología factorialista de Hans Eysenck. Con respecto a ella, señale lo correcto.

- I. Considera que las características personales son herencia de nuestros padres.
- II. Se concentra principalmente en describir los rasgos propios del carácter de los individuos.
- III. Establece tipos de personalidad en base a los fluidos predominantes en el sujeto.

- A) I y III B) II y III C) Solo II D) Solo III E) Solo I

Solución:

La teoría factorialista de Hans Eysenck centrada en el temperamento de la personalidad plantea que las características propias de este componente son heredados de nuestros antepasados.

Rpta.: E

Educación Cívica

EJERCICIOS DE CLASE

1. Mediante un comunicado se informa lo siguiente: las organizaciones políticas y los candidatos presentan su situación financiera de aportes e ingresos recibidos, así como los gastos efectuados durante la campaña electoral en dos entregas obligatorias. Asimismo, se precisa que, para la presentación de la segunda entrega de la información financiera, se habilitará el Portal Digital de Financiamiento (Plataforma CLARIDAD). De lo mencionado, ¿qué organismo será el encargado de preparar y habilitar dicha plataforma?

- A) El Registro Nacional de Identificación y Estado Civil
- B) La Oficina Nacional de Procesos Electorales
- C) El Jurado Nacional de Elecciones
- D) La Contraloría General de la República.
- E) El Instituto Nacional de Estadística e Informática

Solución:

La ONPE brinda apoyo y asistencia técnica a los partidos políticos en sus procesos de democracia interna y en los procesos electorales de instituciones públicas y privadas que lo soliciten, así como a las organizaciones de la sociedad civil, conforme a las normas legales vigentes, previa evaluación y disponibilidad de recursos.

Rpta.: B

2. El cronograma aprobado para las Elecciones Municipales Complementarias 2023 comprende la realización de elecciones internas, que se llevarán a cabo con la intervención de los organismos electorales. En aquel, se detallan las actividades específicas y sus respectivos plazos, como un conjunto de pasos obligatorios y preclusivos para definir las candidaturas que presentarán las organizaciones políticas que participen en las justas electorales. De lo referido, el organismo que se encargará de aprobar la realización de dichos procesos es _____, como parte de su función _____.

- A) el Registro Nacional de Identificación y Estado Civil – administrativa
- B) la Oficina Nacional de Procesos Electorales – fiscalizadora
- C) el Jurado Nacional de Elecciones – administrativa
- D) la Oficina Nacional de Procesos Electorales – educativa
- E) el Jurado Nacional de Elecciones – jurisdiccional

Solución:

Corresponde al Jurado Nacional de Elecciones elaborar y aprobar el cronograma respectivo, en el que se detallan las actividades específicas de estos comicios internos y sus respectivos plazos, como parte de su función administrativa.

Rpta.: C

3. El Registro Nacional de Identificación y Estado Civil (Reniec) es uno de los tres organismos que forma parte del sistema electoral. Sobre las funciones de esta entidad determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados:
- I. Registra los nacimientos, matrimonios, divorcios, defunciones y demás actos que modifiquen el estado civil de las personas.
 - II. Garantiza la divulgación de los datos relativos a las personas que son materia de inscripción.
 - III. Prepara y mantiene actualizado el padrón electoral en coordinación con la Oficina Nacional de Procesos Electorales.
 - IV. Encarga al JNE que realice la verificación de la autenticidad de las firmas de adherentes para procesos señalados por la ley.
- A) VFVV B) FVVF C) VFFV D) VVFF E) VFVF

Solución:

- I. **Verdadero.** El Reniec se encarga de registrar los nacimientos, matrimonios, divorcios, defunciones y demás actos que modifiquen el estado civil de las personas.
- II. **Falso.** El Reniec garantiza la privacidad de los datos relativos a las personas que son materia de inscripción.
- III. **Verdadero.** El Reniec prepara y mantiene actualizado el padrón electoral en coordinación con la Oficina Nacional de Procesos Electorales.
- IV. **Falso.** Es función del Reniec realizar la verificación de la autenticidad de las firmas de adherentes para procesos señalados por la Ley, así como para el ejercicio de los derechos políticos previstos en la Constitución y las Leyes.

Rpta.: E

4. Según el artículo 177 de la Constitución Política del Perú, el Sistema Electoral está conformado por el Jurado Nacional de Elecciones (JNE), la Oficina Nacional de Procesos Electorales (ONPE), y el Registro Nacional de Identificación y Estado Civil (Reniec); que actúan con autonomía y mantienen entre sí relaciones de coordinación, de acuerdo con sus atribuciones. De lo mencionado, relacione correctamente los siguientes organismos autónomos con su respectiva función.
- I. JNE a. Diseña y ejecuta el programa de capacitación operativa, dirigido a los miembros de mesa y ciudadanía en general, durante la realización de los procesos electorales.
 - II. ONPE b. Prepara y mantiene actualizado el padrón electoral que se somete a aprobación y es utilizado en el proceso electoral respectivo.
 - III. Reniec c. Vela por el cumplimiento de las normas sobre organizaciones políticas y demás disposiciones referidas a materia electoral.
- A) Ib, IIc, IIIa B) Ic, IIb, IIIa C) Ia, IIc, IIIb
D) Ic, IIa, IIIb E) Ib, IIa, IIIc

Solución:

(Ic) El JNE tiene como función fiscalizadora velar por el cumplimiento de las normas sobre organizaciones políticas y demás disposiciones referidas a materia electoral.

(IIa) La ONPE se encarga del diseño y ejecución del programa de capacitación operativa, dirigido a los miembros de mesa y ciudadanía en general, durante la ejecución de los procesos electorales

(IIIb) El Reniec es el encargado de preparar y mantener actualizado el padrón electoral en coordinación con la Oficina Nacional de Procesos Electorales

Rpta.: D

Historia

EJERCICIOS DE CLASE

1. Luego de la Segunda Guerra Mundial, el proceso de descolonización se extendió por Asia y África, logrando la independencia de los países que estuvieron bajo dominio imperialista. Este proceso que constituyó en la formación de varios estados del mundo actual. De los siguientes enunciados, señale las causas más importantes de dicho proceso.

- I. Interés de EE.UU. y la URSS por extender su influencia
- II. Desarrollo de diversos movimientos nacionalistas
- III. Debilitamiento de las antiguas potencias coloniales
- IV. Apertura democrática de las metrópolis dominantes

- A) I, II y III B) II y III C) I, III y IV D) III y IV E) I y II

Solución:

Las causas de la descolonización comienzan a inicios del siglo XX, pero alcanzan mayor fuerza con los cambios político-económicos resultantes de la Segunda Guerra Mundial. La aparición de diversos movimientos nacionalistas en Asia y África orientaron su lucha por la independencia de sus respectivos países. Esto sumado a la pugna entre las superpotencias EE.UU. y la URSS por apoyar los movimientos anticoloniales, ante el interés de buscar nuevos mercados y controlar materias primas.

Rpta.: A

2. Al finalizar la Segunda Guerra Mundial, se inició una nueva etapa de la historia caracterizada por el enfrentamiento entre las superpotencias: EE.UU. y URSS. Desde el punto de vista occidental, la URSS representó una amenaza constante contra los intereses políticos norteamericanos pues esta

- A) pretendía invadir todos los territorios de las repúblicas bálticas en el este europeo.
- B) quería reconquistar Berlín occidental para invadir la República Federal Alemana.
- C) deseaba el control de la política mundial mediante la creación de partidos comunistas.
- D) buscaba ampliar sus áreas de influencia con la intención de propagar el socialismo.
- E) mantendría bases militares en Berlín occidental para avanzar hacia Europa oriental.

Solución:

En los años posteriores a la Segunda Guerra Mundial, muchos líderes occidentales vieron la política de la Unión de Repúblicas Socialistas Soviéticas (URSS) como una amenaza a la estabilidad y paz en Europa. De esta forma, se crea la Organización del Tratado del Atlántico Norte (OTAN), en 1949, como una institución para preservar la estabilidad, el bienestar y la libertad de los miembros pertenecientes al bloque capitalista, mediante una alianza defensiva regional.

Rpta.: D

3. En un dramático discurso televisado a toda la nación el 22 de octubre de 1962, el presidente de Estados Unidos, John F. Kennedy, dijo que el Kremlin estaba «mostrando una actitud deliberadamente provocadora» y estaba poniendo a prueba «el valor y el compromiso» norteamericano. Anunció que Estados Unidos decretaría un bloqueo de Cuba para impedir la llegada de más material militar. Si los barcos soviéticos seguían adelante con su tarea y no retiraban los misiles, Estados Unidos detendría a los navíos. 'He ordenado a las fuerzas armadas que estén listas para cualquier eventualidad', declaró el presidente.

(Leffler, M. (2008). *La guerra después de la guerra. Estados Unidos, la Unión Soviética y la Guerra Fría*).

Analizando el texto, y tomando en cuenta el contexto histórico de la Crisis de los Misiles, el desenlace principal de dicho acontecimiento fue

- A) el intervencionismo de los Estados Unidos en Cuba para controlar a la población.
- B) la política de Alianza para el Progreso aplicada por EE.UU. en América Latina.
- C) el arreglo diplomático entre ambas potencias evitando un enfrentamiento nuclear.
- D) la movilización de tropas norteamericanas y naves de guerra a la zona del Pacífico.
- E) el surgimiento de movimientos guerrilleros en América Latina con apoyo soviético.

Solución:

El diálogo entre Kruschchev y Kennedy se abrió a través de canales diplomáticos; tras varios días de negociación, durante los cuales muchos temieron la posibilidad de una guerra nuclear, Kruschchev acordó dismantelar el emplazamiento de los misiles y llevar las armas de nuevo a la Unión Soviética. Kennedy proporcionó las garantías, suspendió los vuelos sobre territorio cubano y también retiró los misiles estadounidenses instalados en Turquía.

Rpta.: C

4. El recrudecimiento de la Guerra Fría en la década de 1980 provocó un incremento significativo del presupuesto militar soviético, siendo este uno de los factores que agravó la crisis general por la que ya atravesaba el régimen socialista. En ese contexto, las reformas implementadas por Mijaíl Gorbachov en la URSS, desde que ascendió al poder en 1985 se caracterizaron por

- I. la transparencia informativa basada en la libertad de prensa.
- II. el fin del proceso de desestalinización político-militar.
- III. la liberalización económica incentivando la productividad.
- IV. el inicio de la Coexistencia Pacífica con Estados Unidos.

- A) I, II y III B) III y IV C) II y IV D) II y III E) I y III

Solución:

Con la llegada al poder de Mijaíl Gorbachov, líder del PCUS, se emprendió una reestructuración económica y política del régimen, para devolverle su dinamismo y salvarlo del colapso. La *Perestroika*, reestructuró el sistema económico de la URSS, excesivamente centralizada y burocratizada. Aplicando un plan de políticas aperturistas del país, a los capitales y tecnologías de las naciones más avanzadas, y potenciar el desarrollo económico. Luego, en el plano político, aplicó el Glasnost, introduciendo una apertura y transparencia sin precedentes para informar acerca de la real situación del Estado, y cuestionar los elementos que no aportaban. Esta política se expresó en que los medios de comunicación obtuvieran mayor libertad para criticar al gobierno. Gorbachov buscaba que la opinión pública se oponga a los conservadores del PCUS, e iniciar una lucha directa contra la corrupción enquistada en el partido comunista.

Rpta.: E

5. La guerra del Golfo Pérsico se inició con una ofensiva aérea masiva liderada por EE.UU., operación a la que se le llamó «Tormenta del Desierto», logrando destruir todos los recursos aéreos de Irak, las redes de comunicaciones, instituciones gubernamentales, refinerías, puentes y caminos. Luego continuaron con una ofensiva terrestre desde el noreste de Arabia Saudita hacia Kuwait, logrando, finalmente, que el gobierno de Hussein acepte la rendición y las sanciones impuestas por la ONU. De los siguientes enunciados, señale las consecuencias de dicho hecho histórico.

- I. Consolidación militar de la URSS en el Cercano Oriente
- II. Eliminación de armas de destrucción masivas iraquíes
- III. Irak fue sometido a fuertes sanciones económicas.
- IV. Mayor presencia de Estados Unidos en el Medio Oriente

- A) Solo I B) II, III y IV C) Solo IV D) I y III E) I y IV

Solución:

La Guerra del Golfo afirmó el naciente ordenamiento unipolar del mundo, permitiendo a EE.UU. restaurar su prestigio militar y reforzar su presencia en el estratégico Golfo Pérsico. De otro lado, las condiciones impuestas a Irak (eliminación de armamento de destrucción masiva) y la renuencia de este a aceptarlas dieron motivo para posteriores sanciones económicas.

Rpta.: B

Geografía

EJERCICIOS DE CLASE

1. En relación con las características de los ríos del continente americano, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. El río Amazonas presenta la mayor longitud y cuenca del planeta.
- II. El estuario del Río de la Plata es considerado el más extenso del mundo.
- III. El río Colorado erosiona a los montes Apalaches, formando el Gran Cañón.
- IV. El río Mississippi en su curso medio forma las cataratas del Niágara.

A) VFVV B) FFFV C) VVVF D) VVFF E) FVfV

Solución:

- I. Verdadero. El río Amazonas presenta la mayor longitud y cuenca del planeta (7062 km y 7,2 millones de Km² respectivamente).
- II. Verdadero. La desembocadura del río de la Plata es considerada el estuario más extenso del mundo.
- III. Falso. El río Colorado erosiona las Cordillera Rocosas o Rocallosas, que se encuentra en la zona sur occidental de Norteamérica, formando el Gran Cañón.
- IV. Falso. Las cataratas del Niágara se encuentran en la región de los grandes lagos.

Rpta.: D

2. Una turista decide conocer algunas de las capitales de países ubicados en Centroamérica y el Caribe. Partiendo de la ciudad de Tegucigalpa, para luego dirigirse a Managua y terminar veraneando en la ciudad de Kingston. De lo descrito, indique desde su inicio, los países que recorrió la turista respectivamente.

- A) Honduras, Nicaragua y Jamaica
- B) Guatemala, El Salvador y Bahamas
- C) Belice, Costa Rica y Haití
- D) Honduras, Guatemala y Barbados
- E) El Salvador, Nicaragua y Dominica

Solución:

Las ciudades que recorre la turista se ubican en el sector centro de América. Los países abarcan la parte del istmo y de las Antillas, siendo estos respectivamente:

- Honduras cuya capital es Tegucigalpa
- Nicaragua cuya capital es Managua
- Jamaica cuya capital es Kingston

Rpta.: A

3. Las llanuras aluviales son extensas áreas de terreno relativamente planas que se forman como resultado de la acción de los ríos. Estas características geográficas se desarrollan debido a la acumulación de sedimentos transportados por los ríos. En relación con lo expresado, identifique los enunciados correctos que describen estas características en el continente asiático.

- I. Los países de China, Rusia e India presentan estas geoformas.
- II. La llanura de Manchuria es irrigada por el río Amur en el sector este.
- III. En el sector septentrional de Asia se ubica la llanura Indogangética.
- IV. La mayor producción de arroz y bambú se da en la llanura de Mesopotamia.

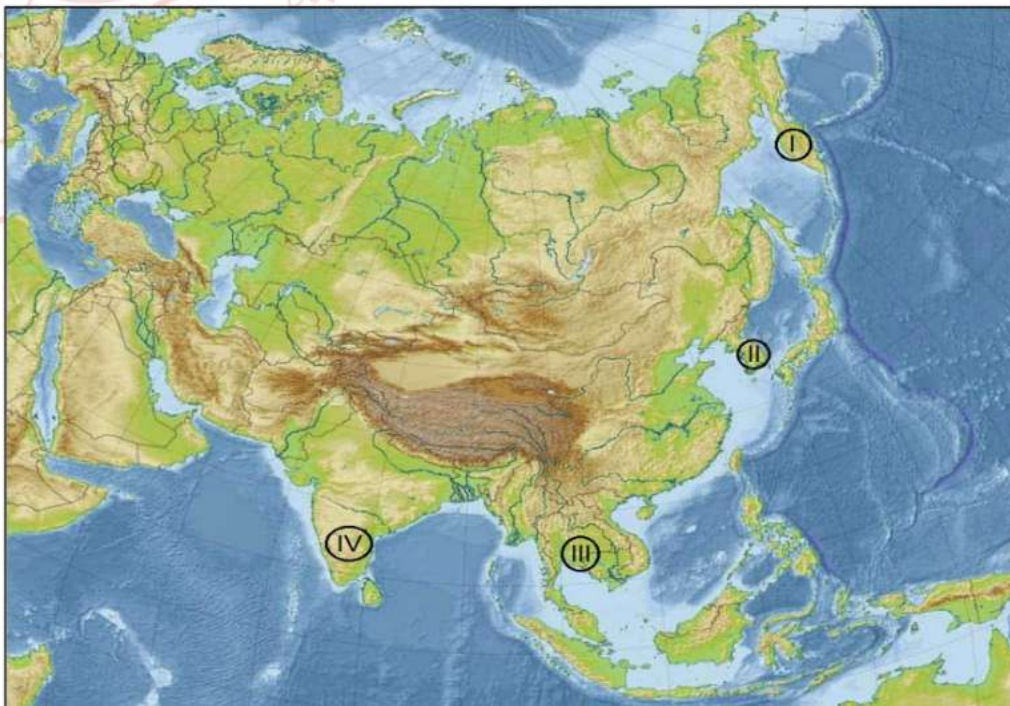
A) II, III y IV B) I y III C) I, II y III D) Solo IV E) I y II

Solución:

- I. Correcto, países como China, Rusia e India, presentan estas geoformas en sus vastos territorios, como la llanura China, Siberiana e Indogangética que se ubican respectivamente en esos países.
- II. Correcto porque el río Amur recorre parte de la llanura de Manchuria, irrigando los valles de los territorio ruso y chino.
- III. Incorrecto porque la llanura Indogangética en territorio de la India y se ubica en la zona meridional.
- IV. Incorrecto porque la zona productora de arroz y bambú se ubica en el sector monzónico, que comprende la parte suroriental del continente asiático.

Rpta.: E

4. Asia es uno de los continentes que presenta muchas penínsulas como se muestra en el mapa físico. A partir de ello, relacione las siguientes geoformas representadas en números romanos con los enunciados relativos a sus características



- a. Se ubica en el sector sureste y comprende países como Camboya, Vietnam y Laos.
- b. Es una región en contacto con el océano más cálido y próximo a Sri Lanka.
- c. Está ubicada en Asia oriental, entre el mar Amarillo y el mar del Japón.
- d. Tiene origen volcánico y se ubica al extremo oriental, internándose en el Pacífico.

A) Ia, IId, IIc, IVb
D) Id, IIb, IIc, IVa

B) Id, IIc, IIIa, IVb
E) Ia, IIb, IIId, IVc

C) Ib, IIc, IIIa, IVd

Solución:

- Id. La península de Kamchatka se ubica al extremo oriental próxima a la península de Alaska, formando el estrecho de Behring y tiene origen volcánico.
- IIc. La península de Corea está ubicada en Asia oriental, entre el mar Amarillo y el mar del Japón.
- IIIa. La península de Indochina, atravesada por el río Mekong, se ubica en el sector sureste comprende países como Camboya, Vietnam y Laos.
- IVb. La península del Indostán se ubica en la región en contacto con el océano Índico al sur, considerado el océano más cálido y por el norte con sistema montañoso del Himalaya como también con el país de Sri Lanka.

Rpta.: B

Economía

EJERCICIOS DE CLASE

1. Al finalizar la Segunda Guerra Mundial, con el objetivo principal de promover la estabilidad y el desarrollo económico a nivel global se crearon dos instituciones. Una de ellas tiene como propósito fomentar la estabilidad monetaria y financiera internacional. La otra, promover el desarrollo económico y reducir la pobreza en los países en desarrollo. Estas características corresponden al _____, respectivamente.
 - A) Foro Económico Mundial y Naciones Unidas
 - B) Fondo Monetario Internacional y el Banco Mundial
 - C) Banco Interamericano de Desarrollo y las Naciones Unidas
 - D) Fondo Latinoamericano de Reserva y la Corporación Andina de Fomento
 - E) Banco Mundial y el Fondo Monetario Internacional

Solución:

Son los organismos internacionales los que deben poner en agenda uno de los principales problemas pendientes por resolver, la falta de equidad entre las naciones del mundo. El Fondo Monetario Internacional (FMI) y el Banco Mundial (BM) establecen en sus funciones el promover políticas que permitan reducir los niveles de pobreza, situación que se torna crítica con el incremento de la población mundial y por la inadecuada distribución de la riqueza.

Rpta.: B

2. La Asociación de Naciones del Sudeste Asiático (ASEAN) es una organización regional que busca promover la cooperación económica y política entre sus países miembros. Al mismo tiempo, ha logrado establecer una zona de libre comercio conocida como ASEAN Free Trade Area (AFTA). Bajo este acuerdo, los países miembros han reducido gradualmente los aranceles y barreras comerciales, pero no han logrado establecer una
- A) Unión aduanera.
 C) Acuerdo preferencial.
 E) Unión monetaria.
- B) Zona de libre comercio.
 D) mercado común.

Solución:

En ese caso, es importante aclarar que hasta el momento no hay ningún tratado o acuerdo en Asia que haya superado la etapa de la unión aduanera, similar a lo que se ha logrado con el Mercosur en América Latina. Si bien existen esfuerzos de cooperación económica y acuerdos comerciales bilaterales y multilaterales en la región de Asia-Pacífico, como el Acuerdo de Asociación Económica Integral Regional (RCEP), estos no han alcanzado la etapa de una unión aduanera completa.

Rpta.: D

3. Los DEG están compuestos por una cesta de monedas de reserva, incluyendo el dólar estadounidense, el euro, el yen japonés, la libra esterlina y el yuan chino. Si los DEG se utilizan en mayor medida, significa que se ampliará su intercambio y uso como reserva de valor. Desde esa perspectiva, la demanda creciente de estos activos está limitada por la capacidad financiera del FMI para emitir y la disposición de los países miembros para asignarlos. ¿Qué dificultad podría presentarse en el uso de los DEG?
- A) Ampliación y liquidación de activos
 C) Sustitución de monedas nacionales
 E) Coordinación y consenso
- B) Ajustes de valor y volatilidad
 D) Escasez relativa de DEG

Solución:

El Derecho Especial de Giro (DEG) es el activo financiero creado por el Fondo Monetario Internacional, no es una moneda ni un crédito, es un derecho potencial frente a las monedas de libre uso de los países miembros. El texto indica que puede aumentar la demanda de DEG que está limitada por la capacidad financiera del FMI.

Rpta.: D

4. La mejora de la infraestructura de transporte de un país, podría promover el movimiento interno de bienes y personas, y la conectividad con sus vecinos. Para lograr este objetivo se debe financiar la construcción de carreteras, puentes y sistemas de transporte eficientes. Así mismo, estos proyectos necesitan asesoramiento técnico y conocimiento especializado, para garantizar que se planifiquen y ejecuten de manera efectiva. El organismo internacional encargado de ayudar con financiamiento y asesoramiento es el
- A) Banco Interamericano de Desarrollo.
 C) Fondo Monetario Internacional.
 E) Banco Internacional de Pagos.
- B) Grupo Banco Mundial.
 D) Foro Económico Mundial.

Solución:

Una de las funciones principales del Banco Mundial es proporcionar financiamiento y asistencia técnica para proyectos de desarrollo en países en desarrollo. Por ejemplo, el Banco Mundial podría establecer como objetivo la mejora de la infraestructura de transporte en un país determinado.

Rpta.: B

5. En términos económicos, _____ y _____ son los países más poblados y con economías más grandes de la CAN. Estas naciones tienen sectores económicos diversificados y son importantes actores en el comercio regional e internacional. Además, ambos países han implementado políticas y medidas para fomentar la integración económica y la cooperación dentro de la región andina.

A) Chile – Bolivia
D) Perú – Bolivia

B) Ecuador – Colombia
E) Colombia – Chile

C) Perú – Colombia

Solución:

Los acuerdos de integración económica son procesos largos en donde los países, como Bolivia, Colombia, Ecuador y Perú, van eliminando sus restricciones comerciales y dándole mayor apertura y movilidad a los factores productivos entre los países miembros. Pero hay otros países que tienen un acercamiento a este proceso en su condición de asociados como Argentina, Brasil, Chile, Paraguay y Uruguay.

Rpta.: C

6. El Mercosur busca promover el desarrollo económico y social de sus países miembros, mediante la adopción de políticas y medidas que estimulen el crecimiento económico, la generación de empleo, la reducción de las desigualdades; para lograr constituir un grupo comercial sólido. Esto incluye la promoción del comercio internacional, la negociación conjunta de acuerdos comerciales con terceros países o bloques regionales, y la coordinación de posiciones en foros y organismos internacionales. De esta manera, el Mercosur cumple con el objetivo de

- A) liberar circulación de bienes, servicios y factores productivos.
B) fortalecer la participación en la economía global.
C) promover la convergencia estructural de sus miembros.
D) coordinar las políticas macroeconómicas y sectoriales.
E) compromiso de armonizar sus legislaciones.

Solución:

El Mercado Común del Sur (MERCOSUR), está integrado por Argentina, Brasil, Paraguay y Uruguay. Es uno de los bloques de integración más importantes de la región. Sin embargo, aún no ha logrado establecer las condiciones para contar con una moneda única como parte de su integración económica y monetaria.

Rpta.: B

7. El Foro de Cooperación Económica Asia-Pacífico (APEC) ha promovido la liberalización del comercio y la inversión entre sus miembros, lo que ha llevado a un aumento significativo en los flujos comerciales y de inversión en la región. Se han implementado medidas para reducir las barreras arancelarias y no arancelarias, facilitar el comercio transfronterizo, a través de la creación de acuerdos comerciales como el Acuerdo de Asociación Transpacífico (TPP) y la Asociación Económica Integral Regional (RCEP). De acuerdo, al texto anterior el logro más destacado del mencionado foro es
- A) la liberalización del comercio e inversiones.
 - B) el impulso a la integración económica.
 - C) la cooperación en políticas públicas.
 - D) la regulación de mercados financieros.
 - E) el fortalecimiento de la cooperación regional.

Solución:

APEC como foro económico regional, agrupa a los países principalmente ubicados en la Cuenca del Pacífico Sur, entre ellos el Perú. Ha sido un catalizador para el establecimiento de acuerdos como el Acuerdo de Asociación Transpacífico (TPP) y la Asociación Económica Integral Regional (RCEP), que buscan fortalecer la integración económica y promover la cooperación en la región.

Rpta.: B

8. Una empresa extranjera invierte en un proyecto de construcción de una planta de energía en un país en desarrollo. La empresa ha firmado un contrato con el gobierno del país anfitrión para llevar a cabo la obra. Sin embargo, debido a cambios en la legislación local y a la falta de apoyo del gobierno, no puede completar la construcción y operar la planta de manera rentable. Ante esta situación, la empresa presenta una solicitud de arbitraje, alegando que el gobierno ha expropiado de facto su inversión al dificultar su operación y obtener beneficios económicos. En este caso, el tribunal ha sido formado por
- A) el Banco Internacional de Reconstrucción y Fomento (BIRF).
 - B) la Asociación Internacional de Fomento (AIF).
 - C) la Corporación Financiera Internacional (IFC).
 - D) el Centro Internacional de Arreglo de Diferencias Relativas a Inversiones (CIADI).
 - E) el Organismo Multilateral de Garantía de Inversiones (MIGA).

Solución:

El CIADI, como un organismo independiente y neutral, revisa el caso y determina si cumple con los requisitos para su jurisdicción. Si acepta el caso, se forma un tribunal de arbitraje compuesto por expertos en derecho internacional y arbitraje. El tribunal analiza las pruebas presentadas por ambas partes y escucha los argumentos legales.

Rpta.: D

9. El NAFTA fue firmado en 1994 y muchos aspectos económicos y comerciales habían evolucionado desde entonces, como la propiedad intelectual, el comercio digital y las normas laborales y ambientales. Estados Unidos que tenía un déficit comercial significativo con sus socios del NAFTA, principalmente con México, afirmó que esta situación, había resultado en la pérdida de empleos y la desindustrialización del país. De acuerdo al texto anterior, una de las razones para renegociar el tratado es
- A) la revisión periódica del tratado.
 - B) la competencia desleal y dumping.
 - C) aumentar sustancialmente la inversión.
 - D) proteger de los derechos de propiedad intelectual.
 - E) el descontento con el déficit comercial.

Solución:

El resultado de las negociaciones fue la firma del Acuerdo Estados Unidos-México-Canadá (USMCA), y entró en vigor el 1 de julio de 2020. El presidente estadounidense, Donald Trump, argumentó que el NAFTA había resultado en la pérdida de empleos y la desindustrialización en Estados Unidos, y buscaba reducir el déficit comercial a través de la renegociación.

Rpta.: E

10. Los acuerdos y tratados de integración en América Latina, como la Comunidad Andina (CAN) y el Sistema de Integración Centroamericana (SICA), se encuentran en diferentes etapas de integración económica. Por el contrario, MERCOSUR, es una _____ conformada por Argentina, Brasil, Paraguay y Uruguay; y tiene como objetivo principal la liberalización del comercio y la armonización de políticas comerciales, aduaneras, agrícolas y de inversión entre sus países miembros.
- A) unión monetaria.
 - B) libre movilidad de factores.
 - C) unión aduanera.
 - D) zona de libre comercio.
 - E) zona de preferencias.

Solución:

De las etapas de un proceso de integración económica, la unión aduanera se caracteriza porque los países del bloque de integración determinan un arancel externo común y una política comercial con respecto al resto del mundo.

Rpta.: C

Filosofía

LECTURA COMPLEMENTARIA

Que considere el hombre su propia conducta: cuando va a emprender un viaje, se cuida de ir armado y bien acompañado; cuando va a dormir, atranca las puertas; y hasta en su casa, cierra con candado los arcones. Y actúa de esta manera, aun cuando sabe que hay leyes y agentes públicos armados que están preparados para vengar todos los daños que se le hagan. ¿Cuál es la opinión que este hombre tiene de sus prójimos cuando cabalga armado? ¿Cuándo atranca las puertas? ¿Qué opinión tiene de sus criados y de sus hijos cuando cierra con candado los arcones? ¿No está, con sus acciones, acusando a la humanidad en la misma medida en que yo lo hago con mis palabras? Pero ni él ni yo estamos acusando con ello a la naturaleza del hombre. Los deseos y otras pasiones humanas no son un pecado en sí mismos. Y tampoco lo son los actos que proceden de esas pasiones, mientras no haya una ley que los prohíba; y mientras las leyes no son hechas, no pueden conocerse; y no puede hacerse ninguna ley mientras los hombres no se han puesto de acuerdo sobre quién será la persona encargada de hacerla.

Thomas Hobbes (2019). *Leviatán*. p. 105. Ciudad de México. RBA Editores México.

1. Se infiere del texto que si una sociedad no se ha puesto de acuerdo sobre quién debe formular las leyes, entonces
 - A) los actos causados por las pasiones humanas serían calificadas de reprochables.
 - B) sí se ha formulado explícitamente una ley que prohíbe cierta clase de conductas.
 - C) los hombres podrían viajar sin armarse y dormir sin tener que atrancar las puertas.
 - D) los actos que proceden de las pasiones humanas no podrían ser reprochables.
 - E) la opinión que un hombre tiene de sus hijos cambiaría drásticamente para bien.

Solución:

Se formula dos proposiciones condicionales, ambas con antecedente y consecuente negados, luego se efectúa el Silogismo Hipotético para obtener la conclusión.

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Raúl se dedica a la ciencia política y considera que lo importante es describir objetivamente la realidad política. Jimmy es un filósofo de la política y, como tal, piensa que lo fundamental es
 - A) reflexionar filosóficamente acerca de la existencia de la realidad externa.
 - B) organizar la sociedad de manera que el poder sea absoluto necesariamente.
 - C) prescribir la forma en que, según su perspectiva, debe organizarse la sociedad.
 - D) hacer del fenómeno político el objeto de estudio de una investigación empírica.
 - E) criticar a todos los gobernantes independientemente de sus ideas políticas.

Solución:

La filosofía política posee un carácter marcadamente normativo, a diferencia de la ciencia política cuya principal pretensión es la de describir las realidades políticas.

Rpta.: C

2. En la *República*, Platón considera que solo los que comprenden su división entre el mundo sensible y el mundo inteligible están capacitados para gobernar. Por lo tanto, quienes no distinguen el mundo real del aparente no pueden regir la polis. Este orden de cosas permite concluir que

- A) para Platón es imposible organizar políticamente la sociedad.
- B) las leyes formuladas deben estar por encima de cualquier hombre.
- C) Platón es más un científico de la política que un filósofo político.
- D) el proyecto político de Platón se asemeja a la democracia moderna.
- E) la ontología desarrollada por platón condiciona su filosofía política.

Solución:

Platón sostuvo que la sociedad debe ser organizada y dirigida políticamente por los hombres más sabios y virtuosos, es decir los que comprendan su ontología.

Rpta.: E

3. Aristóteles sostuvo que algunos hombres nacen para mandar y otros para obedecer. Asimismo, propuso un gobierno mixto en cuyo seno la clase media tendría que ser el sector predominante, con lo cual se tendría una especie de democracia moderada. Esta democracia

- A) conducirá inevitablemente a la anarquía en opinión de Aristóteles.
- B) es idéntica a la democracia que rige el mundo occidental moderno.
- C) es realmente una forma camuflada de tiranía según el propio Aristóteles.
- D) es compatible con la idea de que todos están facultados para gobernar.
- E) difiere radicalmente de la democracia moderna por razones históricas.

Solución:

La democracia moderna asume la libertad humana como una condición necesaria para la organización política de la sociedad.

Rpta.: E

4. Maquiavelo suele ser considerado como un filósofo de la política cuyo pensamiento se inscribe dentro de la tradición republicana. ¿De qué modo se puede compatibilizar lo anterior con las ideas que él mismo expone en *El príncipe*, obra cuyo contenido tiene ideas contrarias a las republicanas?

- A) Las ideas expuestas en *El príncipe* corresponden a una situación de excepción.
- B) Nicolás Maquiavelo incurre en una contradicción que resulta imposible resolver.
- C) *El príncipe* propone ideas anarquistas contrarias a cualquier forma de autoridad.
- D) Maquiavelo, en realidad, nunca creyó en la república como forma de organización política.
- E) Maquiavelo pensaba que en una situación excepcional debía primar la república.

Solución:

El Príncipe representa, sobre todo, un estudio de las situaciones excepcionales en las que se encuentran los Estados cuando tienen como enemigos a otros Estados y cuando se presentan luchas entre facciones dentro de sus mismos territorios.

Rpta.: A

5. La concepción que tiene Hobbes del hombre no es muy halagüeña, ya que considera que, en estado natural, este es egoísta y rapaz. ¿De qué modo repercutiría en la filosofía política de Hobbes una concepción antropológica más edificante?

- A) Justificaría la esclavitud moderna con los mismos argumentos que Aristóteles.
- B) Propondría una aristocracia de la inteligencia y la virtud tal cual lo hacía Platón.
- C) Probablemente Hobbes dejaría de ser un defensor de la monarquía absoluta.
- D) La monarquía absoluta seguiría siendo la mejor opción para Thomas Hobbes.
- E) Su concepción del Estado como institución política permanecería incólume.

Solución:

Si Hobbes no tuviera una concepción pesimista del hombre en estado natural, es muy probable que no requiera de un estado autoritario como institución que ponga a raya a los hombres.

Rpta.: C

6. Rubén afirma que el Estado no debe entrometerse en su manera personal de vivir, ya que él no le causa ningún perjuicio a los demás. De hecho, si el Estado amenazara sus libertades individuales, Rubén vería con buenos ojos la insurgencia. Esta manera de pensar es congruente con

- A) el republicanismo de Jean-Jacques Rousseau.
- B) el liberalismo del pensador inglés John Locke.
- C) la defensa del absolutismo que hace Thomas Hobbes.
- D) las ideas maquiavélicas en situación de excepción.
- E) la hipótesis del velo de la ignorancia de John Rawls.

Solución:

Según Locke, el Estado no debe entrometerse en las formas de vida de los individuos, pues de lo contrario sus derechos y libertades se verán seriamente afectados, algo que legitima la resistencia política

Rpta.: B

7. Dana piensa que, en ausencia de la ley, el hombre aún podría llevarse bien con sus congéneres sin recurrir necesariamente a la violencia. Por ello, es detractora de la concepción política de Thomas Hobbes, pues ella sostiene que sí es posible organizar la sociedad sin tener que fundarla sobre un poder omnímodo. La postura de Dana

- A) se encuentra en las antípodas de lo que decía Jean-Jacques Rousseau.
- B) parece discrepar de la de Thomas Hobbes, pero en realidad coinciden plenamente.
- C) no contempla de ningún modo la posibilidad de un estado de naturaleza.
- D) guarda estrecha relación con las ideas del filósofo ginebrino Jean-Jacques Rousseau.
- E) rechaza los tres derechos fundamentales: la vida, la libertad y la propiedad.

Solución:

Rousseau concibió al ser humano como naturalmente piadoso frente a sus congéneres (estado de naturaleza), razón por la cual estuvo convencido de que sí es posible organizar políticamente la sociedad (contrato social) sin necesidad de fundarla en un poder o soberanía de carácter absoluto.

Rpta.: D

8. Martín sostiene que las personas están sesgadas por las ideologías y por su propia experiencia, lo cual les impide concebir con objetividad una forma adecuada y justa de organizar la sociedad. Dicha objetividad sería alcanzable si las personas estuvieran libres de todo sesgo, como si por arte de magia tuviéramos la mente en blanco en lo que respecta a ideas políticas. Martín

- A) discrepa de la hipótesis del velo de la ignorancia de John Locke.
 B) resulta ser un apologista del estado al igual que Thomas Hobbes.
 C) concuerda con la idea de la posición original de John Rawls.
 D) suscribiría la tesis política que Platón expone en la *República*.
 E) sería un vigoroso defensor de la vida, la libertad y la propiedad.

Solución:

Según Rawls, para descubrir los principios normativos básicos de la sociedad se requiere del escenario hipotético y artificial de la posición original, desde el cual se concibe a los seres humanos cubiertos por un *velo de ignorancia* que evita toda postura parcial.

Rpta.: C

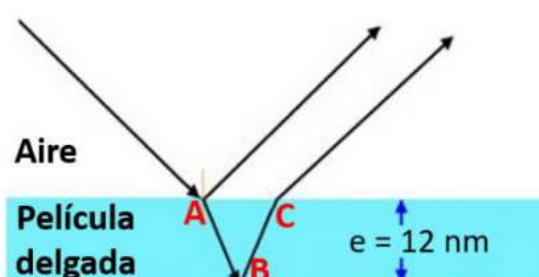
Física

EJERCICIOS DE CLASE

1. En la figura se muestra un rayo de luz que incide sobre una película delgada transparente. En el interior de la película la luz se propaga a lo largo de la trayectoria ABC con una rapidez de $0,75c$. Si la longitud del recorrido AB es 20% mayor que su espesor ($e = 12 \text{ nm}$) de la película. Determine el intervalo de tiempo que la luz viajó al interior de esta película delgada en el trayecto AB.

 $(c = 3 \times 10^8 \text{ m/s})$

- A) $1,2 \times 10^{-17} \text{ s}$
 B) $4,5 \times 10^{-17} \text{ s}$
 C) $6,4 \times 10^{-17} \text{ s}$
 D) $8,1 \times 10^{-17} \text{ s}$
 E) $9,7 \times 10^{-17} \text{ s}$



Solución:Piden t

La luz cuando se desplaza en un medio homogéneo (isotrópico) se propaga con velocidad constante:

$$d = vt$$

$$120\%e = (0,75c)t$$

$$t = \frac{1,2 e}{0,75 c}$$

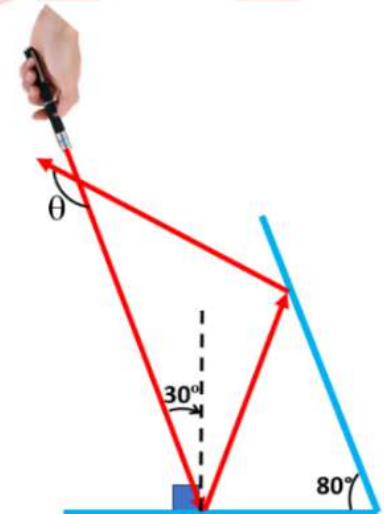
$$t = \frac{1,2 \times 12 \times 10^{-9}}{0,75 \times 3 \times 10^8}$$

$$\therefore t = 6,4 \times 10^{-17} \text{ s}$$

Rpta.: C

2. Un rayo de luz incide sobre un espejo plano horizontal y se refleja incidiendo en un segundo espejo plano inclinado en 80° , como muestra la figura. Determine el ángulo formado por el primer rayo incidente y el último rayo reflejado.

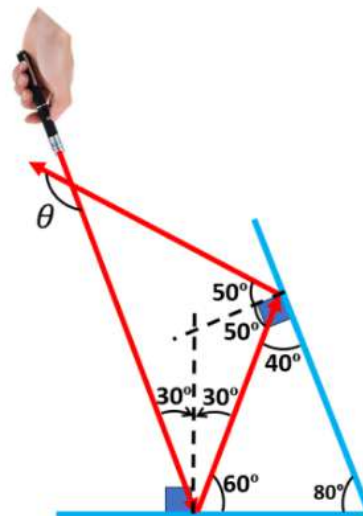
- A) 90°
 B) 120°
 C) 140°
 D) 150°
 E) 160°

**Solución:**Piden θ

Por la geometría de los rayos luminosos:

$$\theta = 100^\circ + 60^\circ$$

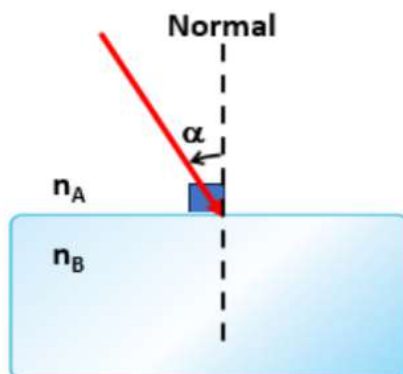
$$\therefore \theta = 160^\circ$$



Rpta.: E

3. La figura muestra un rayo de luz que se refracta al pasar de un medio A ($n_A = 2,4$) a otro medio B ($n_B = 1,5$). Determine la medida del ángulo de incidencia (α).

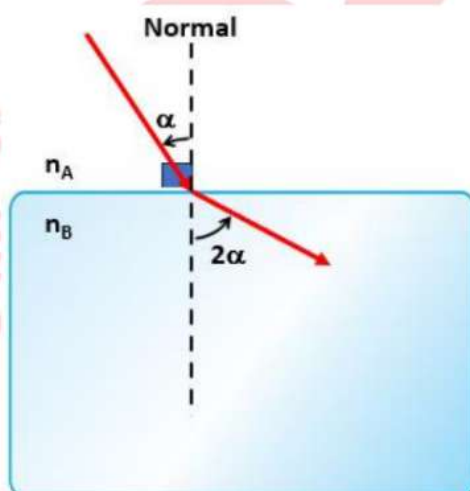
- A) 16°
 B) 30°
 C) 37°
 D) 45°
 E) 53°



Solución:

Piden α

Al incidir la luz en la interfase, esta se refracta:



Al incidir la luz en la interfase:

$$n_A \operatorname{sen} \alpha = n_B \operatorname{sen}(2\alpha)$$

$$\frac{n_A}{n_B} \operatorname{sen} \alpha = 2 \operatorname{sen} \alpha \operatorname{cos} \alpha$$

$$\frac{2,4}{1,5} = 2 \operatorname{cos} \alpha$$

$$\operatorname{cos} \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \alpha = 37^\circ$$

Rpta.: C

4. A qué distancia máxima de un estanque, de 8 m de ancho, debe ubicarse una niña de 1,2 m de altura para observar la imagen de un árbol de 6 m de altura.

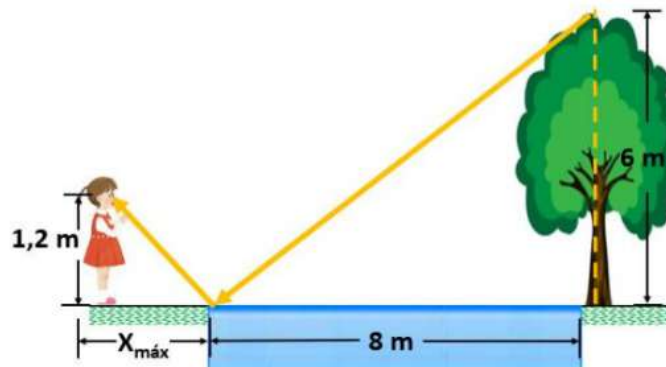
A) 1,2 m

B) 1,4 m

C) 1,6 m

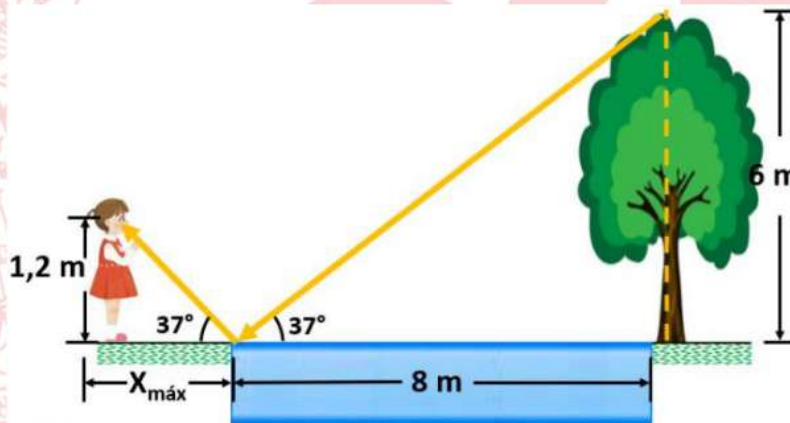
D) 1,8 m

E) 2,0 m



Solución:

Piden $x_{m\acute{a}x}$



Del gráfico:

$$\frac{x_{m\acute{a}x}}{1,2} = \frac{8}{6}$$

$$\therefore x_{m\acute{a}x} = 1,6 \text{ m}$$

Rpta.: C

5. Un espejo retrovisor instalado en un ómnibus permite que el conductor vea una imagen de 12 cm, correspondiente a un niño de altura 1,20 m, ubicado a una distancia de 5 m de este espejo. Determine la distancia focal del espejo.

A) $\frac{6}{11}$ m

B) $\frac{5}{12}$ m

C) $\frac{9}{17}$ m

D) $\frac{1}{5}$ m

E) $\frac{7}{5}$ m

Solución:Piden f

De la magnificación:

$$M = \frac{|q|}{p} = \frac{h_i}{h_o}$$

$$\frac{|q|}{5} = \frac{12}{120}$$

$$|q| = \frac{1}{2} \text{ m}$$

Las imágenes observadas a simple vista son virtuales:

$$q = -\frac{1}{2} \text{ m}$$

De la ecuación de espejos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{6} - \frac{2}{1}$$

$$f = -\frac{6}{11} \text{ m}$$

$$\therefore f = \left| -\frac{6}{11} \right| \text{ m} = \frac{6}{11} \text{ m}$$

Rpta.: A

6. Un espejo cóncavo forma una imagen virtual, derecha, del doble de tamaño que el objeto que se ubica a 20 cm del vértice del espejo. Determine la distancia focal del espejo.

A) 10 cm B) 20 cm C) 30 cm D) 40 cm E) 50 cm

Solución:Piden f

De la magnificación:

$$M = \frac{|q|}{p} = \frac{h_i}{h_o}$$

$$\frac{|q|}{20} = \frac{2}{1}$$

$$|q| = 40 \text{ cm}$$

Para que la imagen formada en un espejo cóncavo sea derecha y del del doble de tamaño, la imagen es virtual:

$$q = -40 \text{ cm}$$

De la ecuación de espejos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{20} + \frac{1}{-40}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{20} - \frac{1}{40}$$

$$\therefore f = 40 \text{ cm}$$

Rpta.: D

7. Determine la distancia focal de una lupa, que forma una imagen del triple de altura de un insecto de 2 cm, ubicado a una distancia de 5 cm de una lupa.

A) 2,5 cm B) 5,0 cm C) 7,5 cm D) 8,5 cm E) 9,5 cm

Solución:

Piden f

De la magnificación:

$$M = \frac{|q|}{p} = \frac{h_i}{h_o}$$

$$\frac{|q|}{5} = \frac{3}{1}$$

$$|q| = 15 \text{ cm}$$

Para que la imagen formada en una lupa (lente convergente) sea derecha y del triple de tamaño, la imagen es virtual:

$$q = -15 \text{ cm}$$

De la ecuación de lentes:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{5} + \frac{1}{-15}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{3}{15} - \frac{1}{15}$$

$$\therefore f = 7,5 \text{ cm}$$

Rpta.: C

8. A 20 cm de una lente delgada divergente se coloca un objeto, formándose una imagen a 30 cm de esta. Determine la distancia focal.

A) 20 cm B) 25 cm C) 30 cm D) 50 cm E) 60 cm

Solución:Piden f

De la ecuación de lentes delgadas:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{20} + \frac{1}{-30}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{3}{60} - \frac{2}{60}$$

$$\therefore f = 60 \text{ cm}$$

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En el cuadro adjunto se indica aproximadamente las frecuencias del espectro visible. Si una onda electromagnética luminosa se propaga con una amplitud de 6000\AA . Indique el color del espectro visible.

$$(c = 3 \times 10^8 \text{ m/s})$$

Color	Rojo	Naranja	Amarillo	Verde	Azul	Violeta
Frecuencia ($\times 10^{14}$ Hz)	4,4	5,0	5,2	6,1	7,0	7,7

- A) Rojo B) Naranja C) Amarillo D) Verde E) Azul

Solución:

Piden el color del espectro visible

Para una O.E.M. se cumple:

$$c = \lambda f \quad \rightarrow \quad f = \frac{c}{\lambda}$$

$$f = \frac{3 \times 10^8}{6000 \times 10^{-10}}$$

$$\therefore f = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

Rpta.: B

2. Una onda incide sobre una superficie que separa dos medios diferentes, si la onda transmitida incrementa en 20% su rapidez, con respecto a la rapidez de incidencia, ¿Cuál es el ángulo de refracción si el ángulo de incidencia es 53° ?

- A) 16° B) 30° C) 37° D) 53° E) 74°

Solución:

Piden hallar el ángulo de refracción

Aplicando la ley de refracción, en función de la rapidez:

$$\frac{\text{sen}\theta_1}{v_1} = \frac{\text{sen}\theta_2}{v_2}$$

Reemplazando los valores:

$$\frac{\text{sen}53^\circ}{v} = \frac{\text{sen}\alpha}{120\%v}$$

$$\text{sen}\alpha = \left(\frac{4}{5}\right) \times \left(\frac{120}{100}\right)$$

$$\text{sen}\alpha = \frac{24}{25}$$

$$\therefore \alpha = 74^\circ$$

Rpta.: E

3. Un haz de luz se propaga pasando de un medio a otro, como se muestra en la figura. Sabiendo que la rapidez en el medio 1 es $v_1 = \sqrt{3} \times 10^8$ m/s y al pasar al otro medio 2 es $v_2 = 2,5 \times 10^8$ m/s, determine el ángulo de refracción.

A) 37°

B) 45°

C) 53°

D) 60°

E) 80°

Solución:

Piden hallar el ángulo de refracción

$$n_1 \text{sen}37^\circ = n_2 \text{sen}\theta_R$$

$$\frac{\text{sen}37^\circ}{\text{sen}\theta_R} = \frac{v_1}{v_2}$$

$$\frac{\text{sen}37^\circ}{\text{sen}\theta_R} = \frac{\sqrt{3} \times 10^8}{2,5 \times 10^8}$$

$$\text{sen}\theta_R = \frac{2,5 \times 10^8}{\sqrt{3} \times 10^8} \times \frac{3}{5}$$

$$\text{sen}\theta_R = \frac{5}{2\sqrt{3}} \times \frac{3}{5}$$

$$\text{sen}\theta_R = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \theta_R = 60^\circ$$

Rpta.: D

4. Con respecto a las ondas electromagnéticas (OEM), determinar la verdad (V) o falsedad (F) de las proposiciones siguientes:

- I. La frecuencia de las microondas de longitud de ondas 5 cm es de 6×10^{10} Hz.
- II. El tiempo que tarda la luz en recorrer un metro en el vacío es menor que el tiempo que tarda en recorrer un metro dentro del agua.
- III. La longitud de onda correspondiente a una onda de radio con frecuencia de 100 Hz es 6×10^{10} m.

A) VVV B) VFV C) FVV D) FFF E) VFF

Solución:

I. (F) $c = \lambda f \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{5 \times 10^{-2}} = \frac{3}{5} \times 10^{10} = \frac{30}{5} \times 10^9 = 6 \times 10^9$ Hz

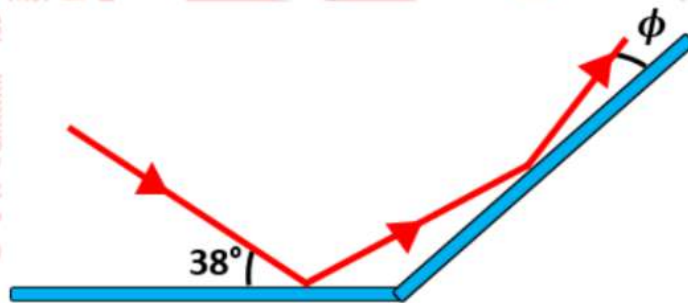
II. (V)

III. (V) $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{10^2} = 3 \times 10^6$ m

Rpta.: C

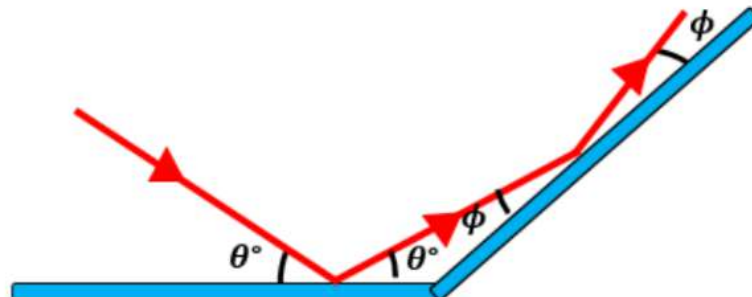
5. Dos espejos planos se encuentran en un ángulo de 135° . Si los rayos de luz inciden sobre un espejo a 38° como se muestra, ¿a qué ángulo ϕ salen del segundo espejo?

- A) 7°
- B) 8°
- C) 9°
- D) 10°
- E) 15°



Solución:

Piden ϕ



La ley de reflexión se puede aplicar dos veces. En la primera reflexión, el ángulo es θ , y en la segunda reflexión, el ángulo es ϕ .

Consideremos el triángulo formado por los espejos y el primer reflejo rayo:

$$\begin{aligned} \theta + \alpha + \phi &= 180^\circ \\ 38^\circ + 135^\circ + \phi &= 180^\circ \\ \therefore \phi &= 7^\circ \end{aligned}$$

Rpta.: A

6. Un rayo de luz incide sobre un bloque rectangular de vidrio con un ángulo de 45° y sigue la trayectoria que se muestra en la figura. El vidrio tiene un espesor $d = 1 \text{ cm}$ y se encuentra sobre un espejo delgado para que la luz se refleje completamente.

$$(n_{\text{aire}} = 1; n_{\text{vidrio}} = 3/2; c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}; \sqrt{2} = 1,4)$$

- I. Determine el valor del ángulo β .
- II. ¿Cuánto tiempo permanece el rayo de luz dentro del vidrio?

- A) $45^\circ; 2,8 \times 10^{-10} \text{ s}$
- B) $60^\circ; 1,2 \times 10^{-10} \text{ s}$
- C) $45^\circ; 1,4 \times 10^{-10} \text{ s}$
- D) $53^\circ; 1,5 \times 10^{-10} \text{ s}$
- E) $37^\circ; 1,4 \times 10^{-10} \text{ s}$



Solución:

- I. Piden determinar el valor del ángulo β

De la ley de refracción aire-vidrio:

$$n_{\text{aire}} \text{sen} \theta_1 = n_{\text{vidrio}} \text{sen} \theta_2$$

$$(1) \text{sen} 45^\circ = n_{\text{vidrio}} \text{sen} \theta_2$$

$$n_{\text{vidrio}} \text{sen} \theta_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

De la ley de refracción vidrio-aire:

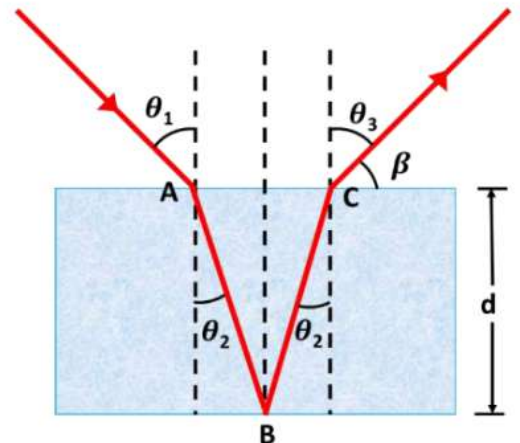
$$n_{\text{vidrio}} \text{sen} \theta_2 = n_{\text{aire}} \text{sen} \theta_3$$

$$\text{sen} \theta_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\theta_3 = 45^\circ$$

De la figura:

$$\therefore \beta = 45^\circ$$



II. Piden determinar el tiempo en que permanece el rayo de luz dentro del vidrio

De la figura:

$$t = \frac{AB}{v} + \frac{BC}{v}$$

$$t = \frac{s}{v} + \frac{s}{v}$$

$$t = \frac{2s}{v}$$

Además:

$$v = \frac{c}{n_{\text{vidrio}}}$$

$$t = \frac{2n_{\text{vidrio}}s}{c}$$

$$s = \frac{d}{\cos\theta_2} = \frac{d}{\sqrt{1 - \sin^2\theta_2}}$$

$$s = \frac{d}{\sqrt{1 - (1/\sqrt{2})^2}}$$

$$s = d\sqrt{2}$$

Reemplazando en el tiempo (t)

$$t = \frac{2\sqrt{2}n_{\text{vidrio}}d}{c}$$

$$t = \frac{2\sqrt{2}(3/2)(1 \times 10^{-2})}{3 \times 10^8}$$

$$t = \sqrt{2} \times 10^{-10}$$

$$\therefore t = 1,4 \times 10^{-10} \text{ s}$$

Rpta.: C

7. Un pez se halla en una pecera a una profundidad $h = 40 \text{ cm}$, tal como se muestra en la figura. Determine la profundidad aparente h' del pez cuando se le observa con un ángulo de incidencia 1. Considere la aproximación $\tan\theta \approx \sin\theta$

$$(n_{\text{aire}} = 1; n_{\text{agua}} = 4/3)$$

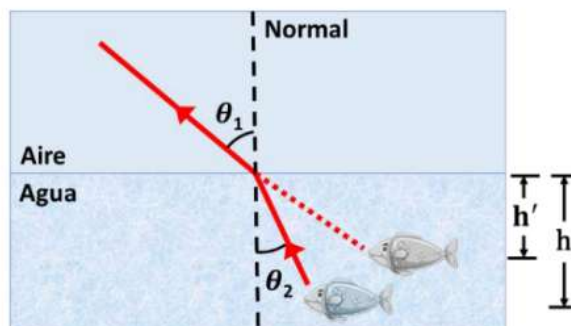
A) 30 cm

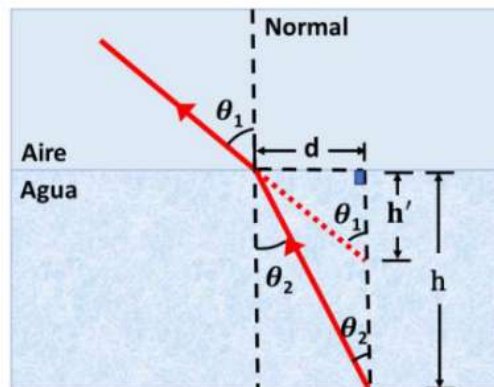
B) 25 cm

C) 33 cm

D) 20 cm

E) 28 cm



Solución:Piden h' 

De la figura:

$$\tan\theta_1 = \frac{d}{h'} \quad \text{y} \quad \tan\theta_2 = \frac{d}{h}$$

$$\frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2} = \frac{h}{h'}$$

Para ángulos pequeños:

$$\frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2} = \frac{\text{sen}\theta_1}{\text{sen}\theta_2}$$

Tenemos:

$$\frac{\text{sen}\theta_1}{\text{sen}\theta_2} = \frac{h}{h'}$$

De la ley de Snell:

$$\frac{\text{sen}\theta_1}{\text{sen}\theta_2} = \frac{n_{\text{agua}}}{n_{\text{aire}}}$$

$$\frac{h}{h'} = \frac{n_{\text{agua}}}{n_{\text{aire}}}$$

$$h' = \left(\frac{n_{\text{aire}}}{n_{\text{agua}}} \right) h$$

$$h' = \left(\frac{1}{4/3} \right) 40$$

$$\therefore h' = 30 \text{ cm}$$

Rpta.: A

9. En una lente delgada plano convexo, con un radio de curvatura de 36 cm, un objeto puntual ubicado a 108 cm forma una imagen real a 50 cm del otro lado de esta lente. Determine el índice de refracción de la lente.

A) 1,03 B) 1,58 C) 2,05 D) 2,56 E) 3,09

Solución:Piden n_L

De la ecuación del fabricante:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_L}{n_m} - 1\right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

De la ecuación de lentes delgadas, considerando que la lente se encuentra en el aire:

$$\frac{1}{108} + \frac{1}{50} = \left(\frac{n_L}{1} - 1\right) \left(\frac{1}{\infty} + \frac{1}{36}\right)$$

$$\frac{158}{108 \times 50} = \left(\frac{n_L}{1} - 1\right) \frac{1}{36}$$

$$\therefore n_L = 2,05$$

Rpta.: C



Química

EJERCICIOS DE CLASE

1. La minería se desarrolla en el Perú desde épocas inmemoriales, muestra de ello son las piezas de orfebrería y ornamenta que utilizaban las autoridades de las distintas culturas preincaicas, las cuales eran trabajadas en oro y plata principalmente, y otros casos con piezas marinas como las conchas espóndilos. seleccione la alternativa **CORRECTA** con respecto a los minerales Au y Ag.
 - A) Son de origen inorgánico y orgánico.
 - B) Se encuentran solo en forma de compuestos.
 - C) Son considerados como recursos renovables.
 - D) Son sólidos cuyas partículas tienen un ordenamiento de largo alcance
 - E) Son compuestos minerales naturales de composición variable.

Solución:

Los minerales son sólidos cristalinos naturales que poseen una estructura cristalina, son de origen inorgánico.

- A) **INCORRECTO.** Según definición los minerales son sólidos inorgánicos de origen natural.
- B) **INCORRECTO.** Los minerales son sustancias químicas, pueden ser elementales como el oro, la plata nativa o también pueden ser compuestos como la hematita (Fe_2O_3), la blenda (ZnS), etc.
- C) **INCORRECTO.** Son recursos no renovables ya que el tiempo de formación de estos es muy grande.
- D) **CORRECTO.** Los minerales son sólidos cristalinos cuyos átomos o especies poseen un ordenamiento de largo alcance.
- E) **INCORRECTO.** Son minerales naturales de composición variable.

Rpta.: D

2. La minera Compañía de **ANTAMINA S.A.** está ubicada en el distrito de San Marcos, provincia de Huarí en la Región Ancash, a 200 km. de la ciudad de Huaraz y a una altitud promedio de 4,300 msnm. La Compañía Minera Antamina S.A. es una empresa constituida en el Perú, regida por las leyes peruanas, que comenzó a operar en el 2001 y representa la inversión privada más grande en la historia de la minería en el Perú. Produce concentrados de cobre y zinc y, en menor medida, molibdeno y concentrados de plomo / bismuto. Con respecto al párrafo, seleccione el valor de verdad (V o F) de las proposiciones.

- I. La explotación a tajo abierto tiene el mineral en forma diseminada.
- II. Los minerales encontrados se clasifican como no metálicos.
- III. los metales que se extraen de los minerales son el cobre, el zinc y el molibdeno.

- A) FVV B) VFV C) FVF D) VFV E) FVV

Solución:

- I. **VERDADERO.** La explotación es a tajo abierto en que los minerales se encuentran en forma diseminada.
- II. **FALSO.** Los minerales encontrados se clasifican como metálicos y no metálicos, ya que de la blenda se extrae el zinc, de la galena se extrae el plomo y la plata esta mezclada con otros minerales, por ello debe aplicarse otros procesos para su obtención, como la lixiviación.
- III. **VERDADERO.** De los minerales metálicos se extraen metales, por ejemplo, de la calcopirita (FeCuS_2) se extrae el cobre, de la blenda (ZnS) se extrae el zinc y de la molibdenita (MoS_2) se extrae el molibdeno, de la galena (PbS) se extrae el Pb.

Rpta.: B

3. El Perú se proyecta una variación del % interanual de la producción de minería metálica en el periodo de enero-febrero en los minerales de Cu, Au, Zn, Ag, Pb y Fe.

Variación % interanual de la producción de minería metálica en el periodo enero-febrero						
Minerales	2019	2020	2021	2022	2023	Tendencia
Cobre	2.9%	-4.3%	-3.7%	6.7%	5.2%	
Oro	-6%	-8.2%	-26.5%	3%	-5.9%	
Zinc	-8.3%	18.6%	5.4%	-13%	-6.4%	
Plata	-15.9%	15.2%	-13.7%	-5.1%	-14.4%	
Plomo	1.9%	8.4%	-11.6%	-3.6%	-8.4%	
Hierro	-38.4%	66.5%	2.1%	-17.2%	44.6%	

Ministerio de energía y minas, 2023 Perú.

Seleccione la secuencia correcta de verdad (V o F).

- I. En la metalurgia del hierro se utiliza el coke que, al combinarse con oxígeno, forma el monóxido de carbono; y este, reduce la hematita Fe_2O_3 en Fe y forma CO_2 .
- II. En la metalurgia del cobre se utiliza la tostación del mineral calcopirita $CuFeS_2$, obteniéndose la calcina, separando las impurezas, es llevado a la oxigenación y refinación electrolítica del cobre.
- III. En la metalurgia del oro, la técnica con cianuro es muy simple y después se aplica una reducción para obtener el oro.

A) FVF B) FFV C) VVV D) VFV E) VVV

Solución:

- I. **VERDADERO.** En la metalurgia del hierro se utiliza el Coke, formando del monóxido de carbono que actúa sobre la hematita Fe_2O_3 en que se reduce obteniéndose el Fe y CO_2 .
- II. **VERDADERO.** El mineral de cobre se extrae principalmente a partir del mineral calcopirita ($CuFeS_2$).
- III. **VERDADERO.** En la metalurgia del oro la técnica con cianuro es muy simple y sencilla de aplicar siendo un método muy popular para el procesamiento de oro y plata de bajo grado.

Rpta.: C

4. En un yacimiento minero se extraen 30 000 toneladas de una mena de cobre (CuFeS_2) con 36% de ganga, reacciona con O_2 y Oxido de silicio determinar la cantidad en kilogramos, de Cu producido, considere un porcentaje de rendimiento de 65%



$$\overline{M}\left(\frac{g}{mol}\right): \text{CuFeS}_2 = 183.5; \text{Fe} = 56$$

- A) $4,32 \times 10^6$ B) $4,48 \times 10^6$ C) $3,36 \times 10^6$ D) $2,24 \times 10^6$ E) $2,58 \times 10^6$

Solución:

$$1 \text{ t} = 10^3 \text{ kg}$$

Mena = mineral valioso + ganga

$$100\% = X + 36\% \quad X = 65\%$$

$$\text{Cantidad de CuFeS}_2 = 30000 \text{ t} \times 0,64 = 19200 \text{ t} = 192 \times 10^5 \text{ kg CuFeS}_2$$



$$2 \text{ mol}$$

$$2 \times 183.5 \text{ g}$$

$$2 \times 183,4 \text{ kg}$$

$$192 \times 10^5 \text{ kg}$$

$$\text{Cu} = \frac{192 \times 10^5 \text{ kg} \times 2 \times 63.5 \text{ kg}}{2 \times 183.4 \text{ kg}} = 664.78 \times 10^4 \text{ kg Zn}$$

$$2 \text{ mol}$$

$$2 \times 63.5 \text{ g}$$

$$2 \times 63.5 \text{ kg}$$

$$\text{¿kg Cu?}$$

Si el rendimiento es de 65%, la cantidad de Cu será:

$$664,78 \times 10^4 \text{ kg} \times 0,65 = 4,32 \times 10^6 \text{ kg Cu}$$

Rpta.: A

5. Se ha encontrado en la corteza terrestre en una proporción aproximada al 8% de aluminio, es el tercer elemento más abundante después del oxígeno (47%) y el silicio (28%). El aluminio es extraído casi exclusivamente de la roca bauxita. La solución cáustica del aluminio se enfría luego para recristalizar el hidróxido y separarlo de la sosa, de esta forma se recupera para su ulterior uso. Finalmente, se calcina el hidróxido de aluminio a temperaturas cercanas a 1000 °C, para formar la alúmina.



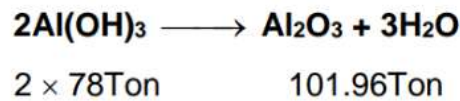
La alúmina se utiliza como materia prima básica, para la producción del aluminio. Se tiene 30 toneladas de Al(OH)_3 , determine la masa de Aluminio en toneladas que se puede obtener.

Datos: masa molar (g/mol) $\text{Al} = 27$; $\text{O} = 16$

- A) 10,38 B) 22,77 C) 21,77 D) 20,87 E) 22,87

Solución:

Teniendo en cuenta en la masa de 30 toneladas Al(OH)₃

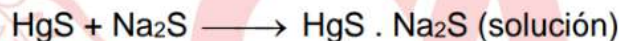


La masa en Tn de Al = 30Tn Al(OH)₃

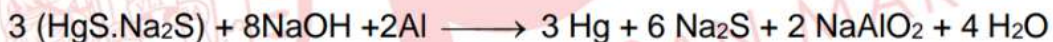
$$\text{¿? Al (Tn)} = 30\text{Tn Al(OH)}_3 \times \frac{101,96 \text{ Tn(Al}_2\text{O}_3)}{2 \times 78 \text{ Tn Al(OH)}_3} \times \frac{54 \text{ Tn(Al)}}{101,96 \text{ Tn (Al}_2\text{O}_3)} = 10,38 \text{ Tn (Al)}$$

Rpta.: A

6. El mineral que se encuentra el mercurio es conocido como cinabarita, este es un mineral de la clase de los sulfuros (sulfuro de mercurio). El sulfuro de mercurio tiene un 85% de mercurio y un 15 % de azufre. El sulfuro de mercurio (el cinabrio) se encuentra en una solución de sulfuro de sodio y mezclado con hidróxido de sodio, en que después se hace el lavado del sólido obtenido usando decantación en contracorriente. Se observan las siguientes reacciones:



La reacción para la precipitación del mercurio de solución es como sigue:



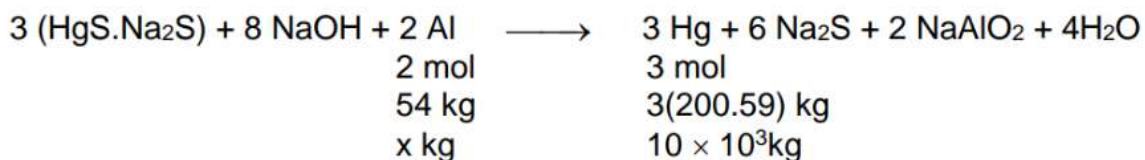
Del compuesto de sulfuro de mercurio disuelto se obtuvo 10 Tn de mercurio, del proceso de precipitación con aluminio metálico cuanto de aluminio, en kg, se utilizó si la reacción está en un rendimiento del 40%.

Dato: Masa molar (g/mol): Hg = 200.59; Al = 27

- A) $4,59 \times 10^2$ B) $3,59 \times 10^2$ C) $2,59 \times 10^2$ D) $5,59 \times 10^2$ E) $4,59 \times 10^3$

Solución:

Según la ecuación:



$$m_{\text{Al}} = \frac{54 \text{ kg Al} \times 10000 \text{ kg Hg}}{3 \times 200.59 \text{ kg Hg}} = 867.35 \text{ kg de Al} \equiv 867.35 \text{ kg de Al} \times 0.4 = 358.94 \text{ kg de Al}$$

Rpta.: B

7. En el Perú se encuentran varios yacimientos de minerales en forma natural. En la minería el mineral se clasifica por grados en relación a la concentración del mineral, tomando como referencia que la concentración sea lo suficientemente alta, con la finalidad de que sea rentable la explotación del mineral y poder extraerlos.

Compañía	Recursos (t)	Mineral/Mena
Sociedad minera cerro verde S.A.	38,289 (TMF)	Cu/ CuFeS ₂
Compañía minera Antamina S.A.	47,823 (TMF)	Zn/ZnS
Volcán Compañía minera S.A.A.	2,243 (TMF)	Pb/PbS
Shougant Peru S.A.A.	1,115,290 (TMF)	Fe/Fe ₂ S ₃
Minsur S.A.	2,366 (TMF)	Sn/SnO ₂
Sociedad minera cerro verde S.A.A.	1,091(TMF)	Mo/MoS ₂

Cuadro de producción minera metálica Marzo 2022, boletín minero MINEM
Donde TMF es toneladas métricas por kilogramo

Con respecto al cuadro, seleccione la secuencia correcta de verdad (V o F) de las proposiciones.

- I. El cobre extraído a partir de la mena de calcopirita por la sociedad minera cerro verde S.A. representa la décima parte de lo extraído en hierro por la Shougan Perú S.A.A.
- II. El molibdeno extraído a partir de la mena de molibdita por la sociedad minera cerro verde S.A. representa el 50% de lo extraído en Estaño por Minsur S.A.
- III. El Plomo extraído a partir de la mena de galena, por la Volcan compañía minera S.A.A. representa el 4,69% de lo extraído en Plomo por la compañía minera Antamina S.A.

A) FVV B) VVF C) VFF D) VFV E) FFF

Solución:

Compañía	Recursos (t)	Mineral
Sociedad minera cerro verde S.A.	38,289 (TMF)	Cu/ CuFeS ₂ (calcopirita)
Compañía minera Antamina S.A.	47,823 (TMF)	Zn/ZnS (Blenda)
Volcán Compañía minera S.A.A.	2,243 (TMF)	Pb/PbS (Galena)
Shougant Peru S.A.A.	1,115,290 (TMF)	Fe/Fe ₂ O ₃ (Hematita)
Minsur S.A.	2,366 (TMF)	Sn/SnO ₂ (casiterita)
Sociedad minera cerro verde S.A.A.	1,091(TMF)	Mo/MoS ₂ (molibdenita)

- I. **FALSO.** El cobre extraído a partir de la mena de calcopirita por la sociedad minera cerro verde S.A. representa la décima parte de lo extraído en hierro por la Shougan Perú S.A.A.
- II. **VERDADERO.** El molibdeno extraído a partir de la mena de molibdita por la sociedad minera cerro verde S.A. representa el 50% de lo extraído en Estaño por Minsur S.A.
- III. **VERDADERO.** El Plomo extraído a partir de la mena de galena por la Volcan compañía minera S.A.A. representa el 4,69% de lo extraído en Plomo por la compañía minera Antamina S.A.

Rpta.: A

8. La mezcla compleja de hidrocarburos como ejemplo es el petróleo, en que al ser extraído llega a las refinerías y se pueden lograr separar sus componentes. Actualmente la Refinería DE CONCHAN.A.A. (PETROPERU), su función es procesar, refinar y almacenar productos como gasolinas, gasoholes para motores, solventes, Diésel 2, Diésel B5, petróleos industriales como también asfaltos de calidad de exportación. Se busca aplicar nuevas tecnologías para la mejora del octanaje de los combustibles destacan la aplicación de técnicas de reformado catalítico y como la creación de aditivos ecológicos. seleccione la alternativa **CORRECTA**.

- A) Su función es procesar, refinar y almacenar productos como asfaltos.
- B) Almacena productos como gasolinas, gasoholes para motores de importación.
- C) En el petróleo se aplican tecnologías para mejorar el octanaje de los combustibles.
- D) El método llamado destilación fraccionada es usado en una refinería y sus derivados son obtenidos a diferentes temperaturas.
- E) La gasolina es un líquido volátil, inflamable que está constituido por una mezcla de hidrocarburos.

A) VVVVV B) VVFVV C) VFFVV D) VFVVV E) FFFVV

Solución:

- A) **VERDADERO.** Su función principal de la Refinería Conchán es procesar, refinar como gasolinas, gasoholes para motores, solventes, Diésel 2, Diésel B5, petróleos industriales.
- B) **VERDADERO.** Su función es almacenar productos como gasolinas, gasoholes para motores, solventes, Diésel 2, Diésel B5, petróleos industriales.
- C) **VERDADERO.** Sus productos de gasoholes son para petróleos industriales.
- D) **VERDADERO.** El método llamado destilación fraccionada es usado en una refinería y sus derivados son obtenidos a diferentes temperaturas.
- E) **VERDADERO.** La gasolina es un líquido volátil, inflamable que está constituido por una mezcla de hidrocarburos.

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. El Perú es un país minero, donde la riqueza mineral del Perú tiene su origen en los procesos tectónicos del levantamiento de la cordillera de los Andes, que fueron y elevaron sustancias minerales a capas superficiales de la corteza terrestre, siendo depositados mayormente en yacimientos minerales polimetálicos, los cuales se encuentran distribuidos en la cordillera.

- a) Calcita () Calcio
 b) Azurita () Estroncio
 c) celestina () Silicio
 d) Cuarzo () cobre

A) acdb B) acbd C) cbda D) cadb E) bacd

Solución:

- a) Calcita (**a**) Calcio (CaCO_3)
 b) Azurita (**c**) Estroncio (SrSO_4)
 c) Celestina (**d**) Silicio (SiO_2)
 d) Cuarzo (**b**) cobre ($\text{Cu}_3(\text{CO}_3)_2(\text{OH})_2$)

Rpta.: A

2. El año pasado entre enero y mayo la producción de Cu en el Perú aumentó en un 19,4%; este metal se extrae a partir de la calcopirita, el primer paso en su metalurgia es la tostación, pero también producto de ella se genera el sulfuro cúprico (Cu_2S) se le aplica la separación de impurezas, a 1000°C se convierte en Cu_2S en la siguiente reacción:



Si en el horno se cargan 200 t de mena al 19,4 % de Cu_2S , determine la presión del gas formado, en atm, que ejerce en un tanque de 5000 m^3 y a una temperatura correspondiente a 27°C .

Dato: Masa molar (g/mol): $\text{Cu}_2\text{S} = 159$

A) 3,55 B) 4,95 C) 1,20 D) 8,75 E) 7,87

Solución:

Cantidad de $\text{Cu}_2\text{S} = 200 \text{ t} \times 0,194 = 38,8 \text{ t}$.



$$mol_{SO_2} = \frac{0,388 \times 10^8 \text{ g Cu}_2\text{S} \times 2 \text{ mol SO}_2}{2 (159) \text{ g Cu}_2\text{S}} = 2,44 \times 10^5 \text{ moles}$$

Para el cálculo de la presión:

$$PV = nRT$$

$$P = \frac{n \times R \times T}{V}$$

$$P = \frac{2,44 \times 10^5 \text{ mol} \times 8,2 \times 10^{-2} \frac{\text{atm} \times \text{L}}{\text{mol} \times \text{K}} \times 3 \times 10^2 \text{ K}}{5,0 \times 10^6 \text{ L}} = 1,20 \text{ atm}$$

Rpta.: C

3. De la siguiente tabla se puede afirmar

Combustible	BTU/lb
Celulosa pura	9 500
Madera	7 400
Turba	9 900
Lignito	11 700
Carbón bituminoso	14 950
Antracita	1 520

Una **BTU** es, aproximadamente, el calor necesario para elevar 1 °F la temperatura de 1 **lb** de agua líquida a una presión constante de 1 atmósfera. seleccione la alternativa **CORRECTA**.

- I. La antracita necesita menor calor que la madera
- II. El lignito al tener menor tiempo de fosilización que la turba posee mayor poder calórico.
- III. El orden de menor a mayor cantidad de calor para elevar su temperatura es Antracita, Madera, celulosa pura, turba, lignito y carbón bituminoso.

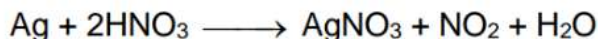
A) VVV B) FFV C) VFF D) FFF E) VFV

Solución:

- I. **VERDADERO**. La antracita necesita menor calor que la madera
- II. **FALSO**. El lignito al tener mayor tiempo de fosilización que la turba posee mayor poder calórico.
- III. **FALSO**. El orden de menor a mayor cantidad de calor para elevar su temperatura es Antracita, Madera, celulosa pura, turba, lignito y carbón bituminoso.

Rpta.: C

4. Si la pieza de joyería es de plata Sterling (. 925) se va a observar una reacción de color gris. Cuando se adiciona el ácido muriático sobre el ácido nítrico se produce una nata blanquecina. Si la pieza es de otro metal que no sea plata, el ácido nítrico reacciona de color verde.



Se obtiene 30Tn de AgNO_3 cuantos gramos de plata se partió inicialmente de plata sabiendo que la reacción trabaja en un 30% de rendimiento.

Dato: Masa molar (g/mol): $\text{AgNO}_3 = 169.87$

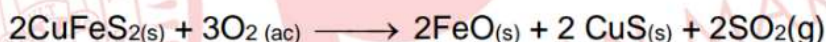
- A) $1,91 \times 10^7$ B) $2,91 \times 10^7$ C) $1,81 \times 10$ D) $1,71 \times 10^7$ E) $1,61 \times 10^7$

Solución:

$$\text{Masa en gramos (Ag)} = 30 \times 10^6 \text{ g. AgNO}_3 \times \frac{108 \text{ g. Ag}}{169,87 \text{ g. AgNO}_3} = 1,91 \times 10^7 \text{ g. Ag}$$

Rpta.: A

5. En el proceso metalúrgico de tostación de cobre (Cu) a partir de la calcopirita, primero se realiza una tostación, en que se muestra en la siguiente ecuación:



Si en un proceso de tostación se tiene 202,5 toneladas de CuFeS_2 y luego se generaron 65 toneladas de óxido de hierro (FeO), determine el porcentaje de rendimiento del proceso.

$\overline{M}(\frac{g}{mol})$: **$\text{FeO} = 72$; $\text{CuFeS}_2 = 183.5$**

- A) 70.5 **B) 81.9** C) 60.4 D) 78.6 E) 77,5

Solución:



$$2 \text{ mol} \quad 3 \text{ mol} \quad 2 \text{ mol} \quad 2 \text{ mol}$$

$$2 \times 183.5 \text{ t} \quad 144 \text{ t}$$

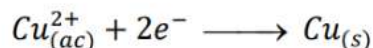
$$202,5 \text{ t} \quad m \text{ teórica}$$

$$m_{teorica} = \frac{202,5 \text{ t CuFeS}_2 \times 144 \text{ t FeO}}{2 \times 183,5 \text{ t CuFeS}_2} = 79,4 \text{ t FeO}$$

$$\% R = \frac{65 \text{ t}}{79,4 \text{ t}} \times 100 = 81,9 \%$$

Rpta.: B

6. En una etapa de la metalurgia del cobre se obtiene este metal con una pureza entre el 70 – 75%, razón por la cual es necesario realizar una refinación electrolítica para generar cobre electrolítico con un 99,99% de pureza, según la siguiente ecuación:



Nombre	Fórmula	% de cobre en mineral puro
Calcopirita	CuFeS_2	34,63%
Calcosina	Cu_2S	79,85%
Covellina	CuS	66,5%
Bornita	$2\text{Cu}_2\text{S} \cdot \text{CuS} \cdot \text{FeS}$	63,3%

En la siguiente tabla encontramos el porcentaje que se encuentra del mineral de cobre puro. seleccione la alternativa **CORRECTA**.

- I. De la calcosina tiene mayor porcentaje de cobre que se puede extraer.
- II. De la calcopirita se puede extraer menor porcentaje comparado con los otros minerales.
- III. El orden de mayor a menor % de cobre que se puede extraer es Calcosina > Covellina > Bornita > Calcopirita.

A) VVV B) VVF C) VFF D) VFV E) FFF

Solución:

- I. **VERDADERO**. De la calcosina tiene mayor porcentaje de cobre que se puede extraer.
- II. **VERDADERO**. De la calcopirita se puede extraer menor porcentaje comparado con los otros minerales.
- III. **VERDADERO**. El orden de mayor a menor % de cobre que se puede extraer es Calcosina > covellina > Bornita > Calcopirita.

Rpta.: A

Biología

EJERCICIOS DE CLASE

1. La población de una especie de roedor en una provincia peruana se ha reducido notablemente en los últimos 10 años. Parece que esto coincide con la aparición cada vez mayor de una especie de ave rapaz en su territorio, la cual comenzó a alimentarse de él. ¿Qué tipos de tasas estarían alterándose en cada especie respectivamente?

A) Natalidad e inmigración	B) Mortalidad e inmigración
C) Natalidad y mortalidad	D) Mortalidad y natalidad
E) Inmigración y natalidad	

Solución:

Los roedores empezaron a perecer al ser depredados por las aves rapaces, mientras que estas últimas empezaron a llegar en masa atraídas por la disponibilidad de alimento. En el caso del roedor, se estaría alterando su tasa de **mortalidad** y en el del ave, la tasa de **inmigración**.

Rpta.: B

2. Una menor disponibilidad de oxígeno en regiones de mayor altitud causa los síntomas del conocido «soroche». Estos se exacerban si el ascenso se ha producido con mayor velocidad ya que los pulmones no reciben el oxígeno necesario para incorporarlo al torrente sanguíneo. ¿Qué enunciado complementaría mejor lo descrito?

- A) A mayor altitud hay un descenso del porcentaje de oxígeno atmosférico.
 B) La presión atmosférica es mayor a mayor altitud.
 C) A mayor altitud hay un aumento del porcentaje de oxígeno atmosférico.
 D) Las masas de moléculas gaseosas se reducen a mayor altitud.
 E) La disponibilidad de oxígeno es limitada y el de los otros gases es alta.

Solución:

A mayor altitud, las masas de moléculas gaseosas se reducen, pero esto no altera el porcentaje de los gases en volumen que lo conforman. Por lo tanto, a mayor altitud se mantendrá un porcentaje del 21 % en volumen de O₂ que hay a nivel del mar, **solo disminuye la totalidad de moléculas gaseosas disponibles**.

Rpta.: D

3. La caza no regulada acaba con los últimos ejemplares de una especie de zorro, que se señalaba como un importante controlador biológico de una especie de liebre. Tras esto, la población de conejos aumenta descontroladamente y reduce la disponibilidad de una especie de gramínea, alterando el ecosistema. ¿Qué enunciado describiría las funciones que están cumpliendo cada uno?

- A) Población
 B) Niveles tróficos
 C) Biotopo
 D) Biocenosis
 E) Diezmo ecológico

Solución:

Los **niveles tróficos** describen la posición de un organismo en un ecosistema. Desde los productores hasta los grandes consumidores permitiendo de esta manera, el flujo de la materia.

Rpta.: B

4. Una especie de helecho es alimento de un saltamontes y un roedor. A su vez, el saltamontes es depredado por un ave insectívora la cual es presa de un halcón. Este mismo halcón puede depredar al roedor antes mencionado. Si el helecho permite disponer de 100 calorías, ¿cuál sería la mayor cantidad de energía que puede aprovechar el halcón?

- A) 0.001 cal B) 0.01 cal C) 0.1 cal D) 1 cal E) 10 cal

Solución:

De acuerdo a la ley del diezmo ecológico, cada consumidor puede aprovechar solo el 10 % de la energía disponible en el alimento. Por lo que, si el halcón consume al roedor, aprovechará **1 caloría**, a diferencia de la 0.1 calorías que obtendría con el ave insectívora.

Rpta.: D

5. La comunidad de organismos vivos en la pradera permite distinguir cómo una misma especie de liebre puede ser depredada por diferentes carnívoros. A su vez, esta misma liebre, compite con otros herbívoros por el acceso a diferentes especies de gramíneas. Lo descrito en el enunciado se corresponde con

- A) biomasa. B) ciclos biogeoquímicos. C) diezmo ecológico.
D) redes tróficas. E) energía.

Solución:

Varias cadenas tróficas pueden estar conectadas entre sí mediante relaciones de alimentación formando **las redes tróficas**, en donde un mismo organismo puede ser alimento de varios consumidores y a su vez, puede consumir varios organismos.

Rpta.: D

6. La quema de combustibles fósiles ha contribuido a aumentar la concentración de un gas atmosférico, el cual es señalado como una causal de la alteración de la temperatura global. Sin embargo, ¿qué procesos naturales han mantenido la concentración de este gas en la atmósfera?

- A) Fotosíntesis B) Deshielo de los polos
C) Deforestación D) Fijación de nitrógeno atmosférico
E) Desnitrificación

Solución:

La **fotosíntesis** ha permitido incorporar el CO₂ atmosférico, el cual es un gas que ha permitido mantener el efecto invernadero, regulador de la temperatura global. Sin embargo, la quema de combustibles fósiles ha contribuido a alterar su concentración, promoviendo el calentamiento global.

Rpta.: A

7. El nitrógeno atmosférico puede ser aprovechado por las plantas solamente con la participación de _____, sin embargo, para ello se debe encontrar bajo la forma de _____ obtenido desde el amonio resultante de la descomposición.

- A) eucariotas – nitrito B) eucariotas – nitrato
C) procariontas – N₂ D) procariontas – nitrito
E) procariontas – nitrato

Solución:

Las **bacterias** pueden formar nódulos en las raíces de las leguminosas, colaborando a su fijación. Por otro lado, **el nitrato**, como nutriente, se puede obtener a partir del nitrito y este del amonio originado por la descomposición de materia orgánica.

Rpta.: E

8. Una misma especie de murciélago, consume el néctar de las flores de hasta 4 especies diferentes de plantas. A su vez, una de estas plantas, tiene en este murciélago a uno de sus 5 polinizadores, que incluyen especies de insectos y aves nectarívoras. ¿Qué tipo de relación se describe entre ambas especies?

- A) Intraespecífica – cooperación
B) Intraespecífica – compensación
C) Interespecífica – competencia
D) Interespecífica – cooperación
E) Interespecífica – compensación

Solución:

Cuando dos especies diferentes obtienen un beneficio mutuo (**interespecífica**), pero este no es vital para la supervivencia de ambas especies, se trata de una relación de **cooperación**.

Rpta.: D

9. Una especie vegetal que presenta abundantes tubos laticíferos, puede perder parte de su follaje en determinadas estaciones y con su contenido puede contaminar el suelo en donde se precipitan. Esto es una desventaja para otras especies vegetales, cuyas semillas no pueden germinar en estos suelos contaminados. Esta descripción se correspondería con la relación de

- A) competencia.
B) amensalismo.
C) comensalismo.
D) depredación.
E) neutralismo.

Solución:

En el **amensalismo**, solo una de las especies se ve afectada, mientras la otra no exhibe beneficio ni perjuicio. En este caso, la sola pérdida de follaje por parte de la planta causa un perjuicio a las otras especies vegetales.

Rpta.: B

10. Los humedales suelen declararse áreas protegidas porque representan el lugar de parada de numerosas especies de aves durante su largo viaje en busca de sitios de apareamiento. En ellos, pueden alimentarse y recobrar fuerzas para continuar su camino. Lo descrito se corresponde con el concepto de

- A) competencia.
B) compensación.
C) predominio social.
D) migraciones.
E) territorialidad.

Solución:

Las **migraciones** implican el desplazamiento de una gran población de organismos vivos a través de largas distancias, con el objetivo de conseguir lugares de apareamiento o de alimentación. Los humedales pueden ser sitios de parada para las aves mientras realizan este recorrido.

Rpta.: D

11. *Lycalopex sechurae*, el zorro del desierto, es característico de la región noroeste del Perú, desde Tumbes a Ica. A pesar de ser un carnívoro, es un importante dispersor de semillas ya que en su dieta se incluyen los frutos del sapote, cuyas semillas pierden parte de su cubierta mientras pasan por su tubo digestivo. La descripción corresponde

- A) al Hábitat. B) bioma. C) nicho ecológico.
D) ecosistema. E) sucesión ecológica.

Solución:

La estrategia de supervivencia que cumple un organismo en su hábitat es lo que se denomina, **nicho ecológico**. En este caso se describen aspectos de la dieta de este zorro y además del papel que cumple como dispersor de semillas.

Rpta.: C

12. El aprovechamiento de la materia orgánica que queda tras un incendio forestal por parte de nuevos organismos vegetales germinados a través de las semillas sobrevivientes corresponde a la fase inicial de una

- A) sucesión ecológica evolutiva. B) sucesión ecológica primaria.
C) sucesión ecológica secundaria. D) clímax.
E) equilibrio ecológico.

Solución:

En una **sucesión ecológica secundaria** se destruye un ecosistema original, por causas naturales o humanas y sobre este vuelve a desarrollarse otro. Es lo que sucedería tras un incendio forestal con las semillas sobrevivientes.

Rpta.: C

13. Los organismos genéticamente modificados pueden proveer numerosas ventajas por las propiedades que se les ha conferido tales como resistencia a plagas, a sequías y nutrientes esenciales. Sin embargo, por estas nuevas propiedades pueden representar un peligro para la diversidad biológica, lo cual está contemplado en

- A) CITES. B) Protocolo de Cartagena. C) Acuerdo de París.
D) Convenio de Basilea. E) Protocolo de Kyoto.

Solución:

El **Protocolo de Cartagena** (2000) contempla los efectos adversos que pueden tener los organismos genéticamente modificados sobre la conservación y utilización sostenible de la diversidad.

Rpta.: B

14. El paiche es un pez óseo que puede ser hallado en los ríos Napo, Marañón, e inclusive, algunas cochas o lagunas del Perú. Por esto, el paiche es un pez que puede ser considerado una especie

- A) lótica.
- B) léntica.
- C) lótica y léntica.
- D) nerítica.
- E) pelágica.

Solución:

Las aguas continentales comprenden biomas dulceacuícolas como los ríos (**lóticos** de movimiento rápido) y los lagos y lagunas (**lénticas** de movimiento lento).

Rpta.: C

15. La tragedia anunciada por Thomas Malthus no sucedió en su momento, debido al desarrollo de tecnologías que permitieron aumentar la producción de alimentos. Sin embargo, en la actualidad, esto no deja de ser una amenaza por el aumento de la población humana, entre cuyas causales se encuentra

- A) las guerras territoriales.
- B) la tecnología médica deficiente.
- C) las hambrunas.
- D) la educación sexual deficiente.
- E) las migraciones.

Solución:

Una de las causales de la explosión demográfica es la **educación sexual deficiente** que termina convirtiendo en padres a temprana edad a numerosos jóvenes.

Rpta.: D