



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA
CENTRO PREUNIVERSITARIO



(VIDEOS)
TEORÍA Y
EJERCICIOS

Semana N.º 17

Habilidad Verbal

SECCIÓN A

EL TEXTO FILOSÓFICO

Los profesores suelen afirmar que la filosofía debe ocupar un importante lugar en la educación básica regular. La filosofía pone a los educandos en contacto con temas básicos para entender los fundamentos de la realidad individual, social y natural, y los ayuda para que se desarrollen en ellos las capacidades cognitivas y afectivas exigidas en las universidades y en las sociedades complejas, plurales y cambiantes de la actualidad. Faltaría de todas formas definir un poco mejor lo que cabe entender por filosofía y cómo debe ser la enseñanza de la misma y el trabajo en aula con textos de contenido y tratamiento filosóficos. En todo caso, es preciso, partiendo de un marco teórico sólido y riguroso:

- Definir con precisión qué dimensiones desarrolla efectivamente en el educando la enseñanza de la filosofía.
- Precisar cómo pueden ser observadas esas dimensiones en el aula, primero, y cómo se pueden aplicar en la vida social a continuación.
- Seleccionar los instrumentos que hagan posible medir el progreso en esas dimensiones, como las separatas que semanalmente ponemos a disposición.
- Diseñar las prácticas pedagógicas que ayuden a desarrollar esas dimensiones.

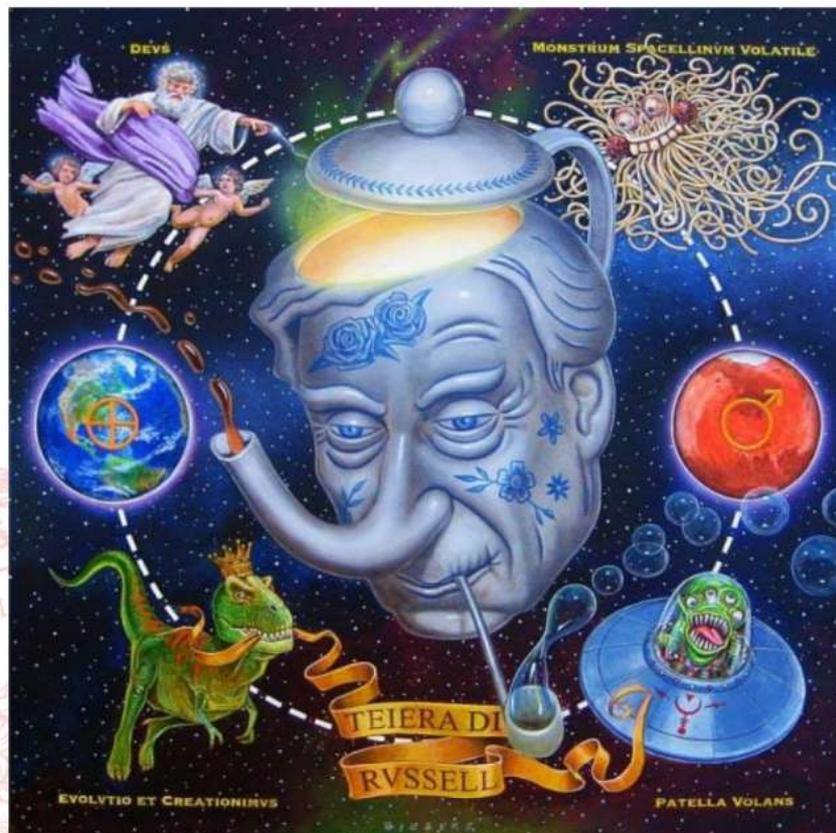
Si bien lo anterior excede las condiciones, posibilidades y alcances del trabajo que realizamos en el taller de Habilidad Verbal del CEPUSM, es claro que comenzar a familiarizarnos seriamente con los textos filosóficos puede contribuir en algo a lo que comentamos en las líneas superiores.

TEXTO 1

Si tuviera que sugerir que, entre nuestro planeta y otra más cercana a ella existe una tetera de porcelana que gira alrededor del sol en una órbita elíptica, nadie podría refutar mi afirmación, siempre que tuviera cuidado de agregar que la tetera es demasiado pequeña para ser **revelada** incluso por nuestros telescopios más potentes. Pero si tuviera que continuar diciendo que, dado que mi afirmación no puede ser refutada, es una presunción intolerable por parte de la razón humana dudar de ella, con razón se pensaría que estoy diciendo tonterías. Sin embargo, si la existencia de tal tetera se afirmara en libros antiguos, se enseñara como la verdad sagrada todos los domingos y se inculcara en la mente de los niños en la escuela, la vacilación en creer en su existencia se convertiría en una señal de excentricidad y daría derecho al que duda, a las atenciones del psiquiatra en una época

ilustrada o en el infierno del Inquisidor en un tiempo anterior. Se acostumbra suponer que, si una creencia está muy extendida, debe haber algo razonable en ella. No creo que esta opinión pueda ser sostenida por alguien que haya estudiado historia.

Russell, B. (1952). *There a God? Illustrated.*



1. La intención principal del autor es

- A) comparar a Dios con una tetera para dejar ver su ateísmo.
- B) apoyar a los incrédulos para demostrar que Dios no existe.
- C) demostrar que una afirmación sin pruebas no es sostenible.
- D) avalar las afirmaciones desacertadas de la Iglesia católica.
- E) afirmar que realmente las hipótesis no necesitan evidencias.

Solución:

El autor señala que es imprescindible mostrar con evidencias la existencia de algo. Su intención no es comparar o demostrar que una divinidad superior exista o no, ya que la tetera aparece en las escrituras de los «libros sagrados», pero en la realidad es imperceptible, «la tetera es demasiado pequeña para ser revelada incluso por nuestros telescopios más potentes». Por lo tanto, una afirmación sin pruebas es absurda.

Rpta.: C

2. El verbo REVELAR puede ser reemplazado por

- A) encontrar.
- B) manifestar.
- C) alcanzar.
- D) observar.
- E) considerar.

Solución:

En el texto, dicha palabra puede ser sustituida por el verbo observar. El autor asevera que la tetera es tan pequeña que no puede ser percibida por un telescopio de alta potencia.

Rpta.: D

3. Es compatible aseverar con el texto y la imagen que la tetera

- A) es mantenida en órbita por el Ser Divino.
- B) tiene el rostro parecido al de su creador.
- C) está en medio del planeta Tierra y Marte.
- D) observa al platillo volador y al dinosaurio.
- E) es el satélite del planeta rojo y la Tierra.

Solución:

El texto y la imagen muestran que la tetera se encuentra en una posición central entre dos planetas, a saber, la Tierra y Marte.

Rpta.: C

4. Se desprende del texto que las personas que carecen de fe en la tetera, en tiempos pasados

- A) pueden considerarse ateos y ser condenados a dolorosas torturas.
- B) corren el riesgo de terminar en un sanatorio mental o una hoguera.
- C) tienen el castigo moral de la sociedad, pero el soporte de los ateos.
- D) dejaron de creer en ella, ya que sus plegarias no eran escuchadas.
- E) usan el telescopio para buscar evidencia de la existencia de un dios.

Solución:

El autor asevera que los incrédulos de la tetera, en tiempos anteriores, visitarían el consultorio de un siquiatra o estaría siendo sentenciado, por la Iglesia, quemándolos vivos.

Rpta.: B

5. Si la tetera que se encuentra en el espacio fuera perceptible a las personas, entonces ellos

- A) se burlarían de las afirmaciones de Russell.
- B) abandonarían la creencia en la religiosidad.
- C) creerían en aquella y ya no en la fe católica.
- D) sostendrían la existencia de disímiles dioses.
- E) evitarían vacilar de la existencia de aquella.

Solución:

El texto afirma que la tetera no es percibida ni por el telescopio más avanzado y, por ende, carecería de argumentos para validar su existencia. Si fuera el caso que la tetera fuera observada por los todos, sería una forma de evidenciar dicha afirmación y soslayar, de esta manera, las dudas de su existencia.

Rpta.: E

TEXTO 2

TEXTO A

En los últimos años, dos países han reincorporado el curso de Filosofía como materia común y obligatoria en su currículo escolar: Chile y México. En el Perú es imprescindible reintegrar esa materia al Programa Curricular de Educación Secundaria, ya que en el año 2000 se eliminó bajo el argumento de ser poco útil para el desarrollo intelectual de los estudiantes. Un buen curso de Filosofía, al menos en cuarto y quinto de secundaria, podría desarrollar el espíritu crítico de los alumnos. Temas como la teoría del conocimiento, la moral, la belleza y la conciencia histórica, es decir, la reflexión sobre el sentido de la verdad, de la corrección moral, de la experiencia artística, ligadas a la conciencia de que somos parte de una sociedad multicultural y la historia compleja, que ha marcado indeleblemente nuestra autocomprensión, deberían ser enseñadas en las aulas. La Filosofía es una disciplina que, como ninguna otra, tiene una formidable ventaja pedagógica, pudiendo ser muy técnica o especializada, tiene como finalidad última la comprensión del sentido de la vida, lo que es una preocupación de todos los seres humanos. Y, por ello, es la mejor herramienta para discutir sobre los problemas que más aquejan al país: la defensa de la libertad, el cultivo del bien común, el desarrollo de la conciencia crítica, el reconocimiento de la verdad, la lucha por la justicia, el aprecio de nuestra diversidad cultural y de nuestra memoria nacional.

Giusti, M. (10 de marzo del 2019). La filosofía debe volver al colegio. *El Comercio*. <https://elcomercio.pe/eldominical/filosofia-debe-volver-colegio-noticia-615541-noticia/?ref=ecr> (texto editado)

TEXTO B

¿Puede regresar algo que no siempre estuvo? Hay un importante y valioso movimiento nacional de apostar por el regreso del curso de Filosofía a los colegios en el Perú. Sin embargo, uno debe interrumpir el entusiasmo y recordar qué tipo de filosofía enseñaban en las aulas escolares antes de su desaparición en el año 2000. Ya el maestro Augusto Salazar Bondy lo había visionado. Mucho de la educación en el curso de filosofía en el país fue una retahíla de repeticiones acríticas, de imitaciones de tendencias europeas y más cercanos a la fe adorable y ciega por una idea o autor que al uso impecable de la razón. Se crearon fanáticos de ideas antes que filósofos. Más parecíamos eco, reflejo encubridor, acatamiento servil, que lúcido cuestionamiento a las ideas del catálogo de las grandes metrópolis internacionales. Y es absurdo pensar que un escolar, de cuarto o quinto de media, pueda entender a Wittgenstein o a Kant y sus respectivas obras: «Tratado lógico-filosófico» y «Crítica de la razón pura». O el ensayo «Filosofía para legos», de Bertrand Russell, uno de los filósofos más claros y transparentes del siglo XX. Además, en la mayoría de los casos (siempre hay notables y necesarias excepciones), con gente poco **preparada** para la enseñanza del curso de filosofía, aun cuando se trata de una actividad tan trascendental. Filosofar significa liberarse de sus propias ataduras ideológicas, de cuestionar indismayablemente el pensamiento único y autoritario. Por ello, la asignatura de Filosofía no debe reincorporarse al Programa Curricular de Educación Secundaria.

Quiroz, R. (19 de diciembre del 2021). ¿El regreso de la filosofía en los colegios? *El Peruano*. <https://elperuano.pe/noticia/135710-el-regreso-de-la-filosofia-a-los-colegios> (Texto editado)

1. El tema central de la discusión trata sobre
- A) el rechazo de la asignatura de Filosofía al Programa Curricular de Educación Secundaria y el regreso de esta en los colegios.
 - B) la importancia de la filosofía en las escuelas públicas y privadas y la obligatoriedad de ser enseñada a los alumnos de grados finales.
 - C) si es necesario la intervención del Ministerio de Educación para incluir al Programa Curricular la materia de Filosofía e impartir clases.
 - D) las ventajas y desventajas del regreso del curso de Filosofía en todos los niveles de educación en el país que fue extraída del Programa.
 - E) si es pertinente reincorporar el curso de Filosofía en el Programa Curricular de Educación Secundaria y dictarla en las escuelas.

Solución:

El texto A señala que es menester la reincorporación del curso de Filosofía en el Programa Curricular de Educación Secundaria y, por ende, que sea enseñado en los colegios; por el contrario, el texto B se niega a la reintegración de la materia de Filosofía en el Programa Curricular de Educación Secundaria y, por tanto, impedir que regrese a las escuelas.

Rpta.: E

2. El sinónimo contextual de la palabra PREPARADA que aparece en el texto B es
- A) indisciplinada.
 - B) contraproducente.
 - C) incompetente.
 - D) sosegada.
 - E) incondicionada.

Solución:

En el texto, el término expresa que existen docentes con carente capacidad intelectual para asumir la instrucción de la asignatura de Filosofía.

Rpta.: C

3. A partir del texto A, es incompatible aseverar que el curso de Filosofía
- A) fue excluido del Programa Curricular de Educación Secundaria en el año 2000.
 - B) desarrollaría un juicio crítico a los estudiantes que estén culminando la escuela.
 - C) soslaya en tratar temas de estética por ser muy subjetiva en el sector educativo.
 - D) debería volver a enseñarse en las escuelas en los últimos grados de secundaria.
 - E) desarrolla temas sobre la gnoseología y ética que deben impartirse en las clases.

Solución:

El autor afirma que la materia de Filosofía contiene varios asuntos por tocar en clases como gnoseología, ética, estética, entre otras, y que ayudarán al desarrollo intelectual del alumno.

Rpta.: C

4. Se colige del texto B, con respecto al entendimiento de los filósofos Wittgenstein, Kant y Bertrand Russell, que el autor
- A) pretende explicar la compleja conjetura de los grandes eruditos en el nivel escolar.
 - B) reconoce que es incognoscible estos filósofos y sus libros, inclusive para él mismo.
 - C) rechaza a estos filósofos por publicar obras que perjudican la educación secundaria.
 - D) subestima la capacidad intelectual del alumnado de los dos últimos años de escuela.
 - E) busca expresar que los únicos que pueden comprenderlos son las personas adultas.

Solución:

El texto asevera que los alumnos de los dos últimos años de los colegios pretendan comprender a los ilustres filósofos y sus notables obras. Esto sería inasequible.

Rpta.: D

5. De acuerdo con el texto A, si el curso de Filosofía nunca se hubiera eliminado en el Perú, probablemente
- A) dejaría de imitar al pensamiento occidental para poseer una original.
 - B) seguiría siendo inservible para los conocimientos de los estudiantes.
 - C) sería cambiada por otro curso que desarrolle mejor el entendimiento.
 - D) influiría a los alumnos en tomar consciencia social, política y cultural.
 - E) asumiría la compleja responsabilidad de formar a ciudadanos críticos.

Solución:

El autor señala que la asignatura de Filosofía fue separada del Plan Educativo en el año 2000 por ser un curso que no sumaba a los alumnos, es decir, que carecía de utilidad intelectual para el desarrollo de ellos y hubiera sido posible en seguir en ese estado si jamás habrían anulado dicha asignatura.

Rpta.: B**TEXTO 3**

Los filósofos presocráticos fueron los primeros pensadores que rompieron con las formas míticas de pensamiento para empezar a edificar una reflexión racional. Es decir, fueron los primeros que iniciaron el llamado «paso del mito al logos», proceso propiciado por las especiales características de espíritu crítico y condiciones sociales que permitieron una especulación libre de ataduras a dogmas y textos sagrados. En este sentido, son tanto filósofos como cosmólogos, físicos o, más en general, sabios. Y, aunque comparten algunas características comunes, no forman un grupo bien definido, sino que se dividen en diversas escuelas de pensamiento, a veces muy alejadas unas de otras. Este grupo de griegos, (Tales, Anaximandro, Anaxímenes y Heráclito) estaban preocupados por comprender y descifrar el origen natural de todo aquello que les rodeaba, incluso fuera de esta.

Tales de Mileto es el primer pensador en admitir una causa natural de las cosas. Para él, todo procede del agua, esta afirmación implica la idea de la unidad de todas las cosas. Tales marca un cambio radical con respecto a todos los demás tipos anteriores de relatos del mundo (tanto griegos como no griegos).

Anaximandro está en esta misma línea, pero su pregunta **va más allá** de la realidad: ¿cuál es el origen, no ya de la tierra, sino también del agua y de las estrellas? Anaximandro se pregunta por el origen de aquello que Tales había dicho que era origen: ¿cuál es el origen sin más? Si no se trata del origen de esta o aquella cosa, sino del origen en un sentido absoluto, deberá tratarse de algo común y que a su vez ni tenga ni requiera un origen. Anaximandro habla de apeiron, «lo indefinido», «lo que carece de límites».

Anaxímenes permanece intelectualmente prisionero del mundo de lo sensible; el agua no le aparece apropiada como arjé, sin embargo, la atmósfera, y concretamente el aire satisface su exigencia de no tener límites: el aire que llena el cuerpo del hombre es idéntico al principio que lo anima, a su alma.

Heráclito señala que el fuego es el arjé, pero este fuego es algo siempre vivo, alimentándose de toda materia y transformándola. Ello nos lleva al siguiente punto: todo cambia, nada permanece, lo único que permanece es el cambio.

Kirk, C. (1998). Los filósofos presocráticos. Editorial Gredos. (texto editado)

1. El tema central del texto trata sobre

- A) la importancia de los filósofos griegos y sus teorías antes que Sócrates.
- B) el principio de todo lo existente en el mundo físico, celeste y mitológico.
- C) los presocráticos y sus fundamentos racionales sobre el origen de todo.
- D) el arjé de la realidad y lo trascendental propuestas por los presocráticos.
- E) los primeros pensadores griegos y la hipótesis del principio del universo.

Solución:

El texto se centra en conocer el arjé o el principio de toda la realidad y de lo que existe más allá. Además, menciona a los filósofos que desarrollaron e intentaron explicar, cada uno a su manera y racionalmente, el arjé.

Rpta.: D

2. La frase VA MÁS ALLÁ puede ser reemplazada por

- A) imprescindible.
- B) innumerable.
- C) fundamental.
- D) trascendental.
- E) cognoscible.

Solución:

La oración expresa, semánticamente, que traspasa lo observable o la realidad, para Anaximandro lo trascendental.

Rpta.: D

3. Es incompatible afirmar que los presocráticos

- A) fueron los iniciadores de un pensamiento razonable.
- B) buscaban el arjé de la existencia mágico y religioso.
- C) estuvieron en contra de las ideas mitológicas griegas.
- D) cuestionaron las creencias y las sagradas escrituras.
- E) quieren descubrir el comienzo de lo real y lo más allá.

Solución:

El texto asevera que los presocráticos buscan explicar el principio de la realidad con fundamentos críticos separándose de la mítico y lo religioso.

Rpta.: B

4. Se colige del texto que, para Anaxímenes, el hombre
- A) es un ser perfecto. B) es un ser imperfecto. C) es un ser dual.
D) es un ser eterno. E) es un ser racional.

Solución:

El autor señala que, según Anaxímenes, el aire es el principio de todo, colma el cuerpo del hombre y lo compara con el alma. Por lo tanto, el hombre está compuesto de cuerpo y alma.

Rpta.: C

5. Si Tales de Mileto nunca hubiera propuesto que el principio de todo es el agua, entonces
- A) los estudiosos evitarían llamar a él y a los otros filósofos como presocráticos.
B) él podría ser reconocido, plenamente, como el precursor de algunas ciencias.
C) él buscaría la manera de encontrar otro tipo de respuesta al origen de la vida.
D) todos los filósofos, con excepción de él, habrían descubierto el vital elemento.
E) jamás él sería considerado el primer griego en brindar una explicación racional.

Solución:

El texto afirma que Tales es el primero en plantear el agua como el origen de todo, dejando de lado la explicación mítica y usando fundamentos para explicar dicho inicio.

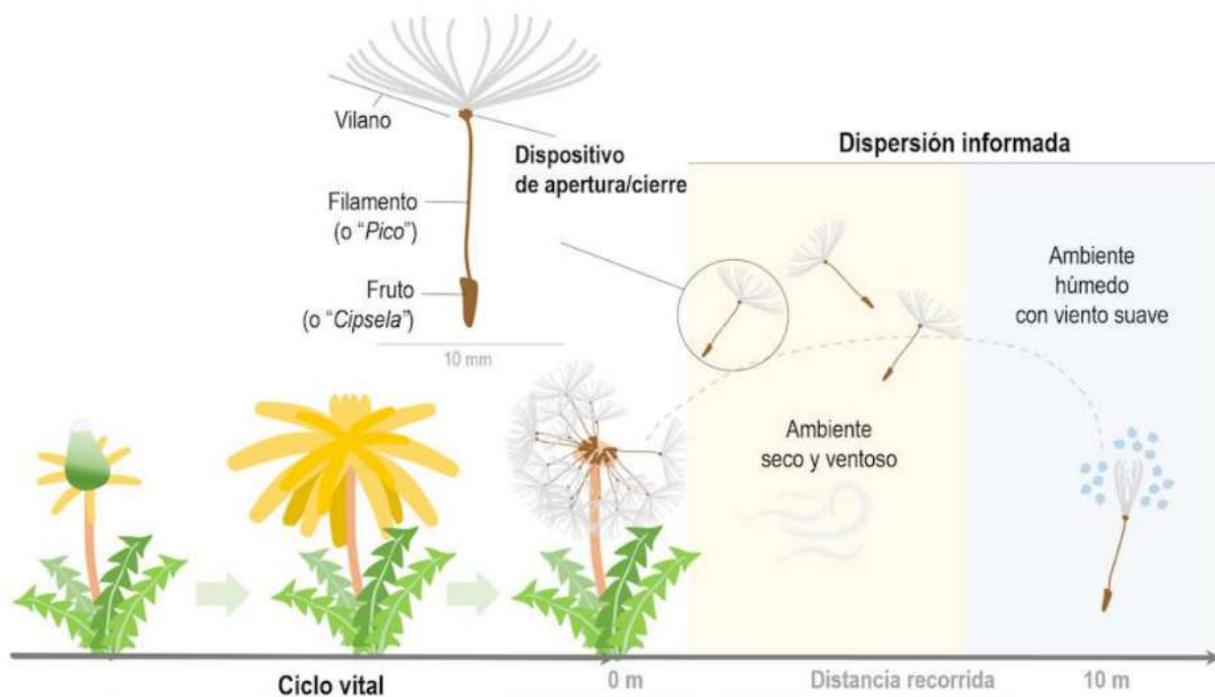
Rpta.: E

SECCIÓN B

TEXTO 1

Puede parecer que las plantas son actores puramente pasivos en la dispersión de sus semillas y frutos, y que su suerte depende completamente de la idoneidad de las condiciones ambientales y de los polinizadores del momento. Sin embargo, hay varios ejemplos en el reino vegetal que muestran la capacidad de algunas para remodelar a lo largo del viaje y con precisión la anatomía de las estructuras transportadoras de sus semillas en respuesta a los cambios ambientales (viento, temperatura y/o disponibilidad de agua). Este es el fascinante caso de *Taraxacum officinale*, de la familia de las asteráceas, comúnmente conocido como diente de león.

Si observamos de cerca el pompón blanco mullido de la planta de diente de león madura, veremos que está conformado por decenas de frutos. Estos están unidos por un filamento a un intrincado «paracaídas» o penacho piloso y cónico, conformado por más de un centenar de cerdas, denominado vilano. Cuando los frutos se desprenden de la planta, el vilano atrapa el viento y comienza la **diáspora**. Curiosamente, la morfología del vilano no es estática y cambia reversiblemente a lo largo del viaje.



Las claves físicas de este fenómeno se deben a la remodelación higroscópica (capacidad de absorber humedad) de la placa base de su vilano. Así, en condiciones secas y ventosas, los dientes de león despliegan sus vilanos para atrapar mejor el viento y favorecer la navegación aérea de los frutos. En cambio, cuando el ambiente se torna húmedo y el viento es suave, los frutos del diente de león cierran sus «paracaídas», agrupan los vilanos, y comienzan a descender hacia el suelo.

La apertura del vilano del diente de león se modifica debido a la remodelación de una estructura higroscópica que tiene en la base, similar a un «dispositivo», que se hincha en contacto con el agua e impulsa el movimiento de las cerdas sin gastar un ápice de energía. Este dispositivo absorbe las moléculas de agua del ambiente y determina si el nivel de humedad atmosférica es el óptimo. Es entonces cuando toma una decisión estratégica: abrir el vilano y emprender el vuelo hacia un hábitat más favorable, o cerrarlo y permanecer en la flor. De esta «decisión» biomecánica depende la supervivencia de la especie.

Gómez Sagasti, M. T., Esteban, R. (13 de diciembre de 2022). Descubierta la mecánica oculta del vuelo del diente de león. *The Conversation*. <https://theconversation.com/descubierta-la-mecanica-oculta-del-vuelo-del-diente-de-leon-194548>

1. El texto es, fundamentalmente,

- una exposición de las características particulares que tienen las semillas de diente de león para adaptarse a diversas situaciones geográficas.
- una presentación de cómo el *Taraxacum officinale* ha desarrollado un mecanismo biomecánico para garantizar la supervivencia de su especie.
- una manifiesta demostración de que el diente de león es capaz de tomar decisiones acertadas para mover sus semillas a sitios insospechados.
- una disertación sobre cómo las condiciones medioambientales estimulan a toda la planta del diente de león para que tome las decisiones más acertadas.
- una descripción de la morfología del vilano del diente de león que le permite trasladarse a lugares cercanos o lejanos según la fuerza del viento.

Solución:

El texto es, fundamentalmente, una exposición de cómo el diente de león ha logrado adoptar un mecanismo biomecánico en el vilano que le permite movilizar sus semillas a lugares idóneos donde estas podrán desarrollarse.

Rpta.: B

2. El término DIÁSPORA connota

- A) transformación. B) funcionamiento. C) levantamiento.
D) estacionamiento. E) desplazamiento.

Solución:

El término DIÁSPORA hace referencia al movimiento que realizan las semillas del diente hacia un lugar apropiado para germinar.

Rpta.: D

3. Se infiere de la imagen que la dispersión informada supone

- A) que el fruto o cipsela interactúe directa y constantemente con la fuerza del viento.
B) monitorear constantemente la fuerza del viento que beneficiará al diente de león.
C) calcular el grado de humedad apropiado para que las semillas puedan germinar.
D) volar y volar tan lejos hasta que no haya peligros para que el vilano se desarrolle.
E) que las condiciones medioambientales van a determinar si las flores vuelan o no.

Solución:

El dispositivo de apertura-cierre monitorea la situación medioambiental para dejar caer la semilla en un lugar con condiciones óptimas para su futuro desarrollo.

Rpta.: C

4. Es incompatible con el texto sostener que el dispositivo de apertura-cierre de la flor del diente de león

- A) ha adoptado la remodelación higroscópica para poder perpetuar a su especie.
B) define en pleno vuelo si el nivel de humedad atmosférico es óptimo o no lo es.
C) monitorea las condiciones del ambiente para que el vilano se abra o se cierre.
D) es la parte consciente de toda la planta, porque es capaz de tomar decisiones.
E) determina en la planta si el nivel de humedad atmosférico es óptimo o no lo es.

Solución:

En el texto, el término DECISIÓN se encuentra entrecorillado porque tiene un significado figurado. No es que la planta sea un ser consciente con la capacidad de tomar decisiones, se trata solo de un mecanismo que se comporta mecánicamente de acuerdo a las condiciones ambientales.

Rpta.: D

5. Si el diente de león no hubiese adoptado la estructura higroscópica para transportar sus semillas, posiblemente,
- A) la diáspora de sus semillas dependa de las condiciones medioambientales o de los polinizadores.
 - B) sus flores habrían tenido que transportar sus semillas con el uso exclusivo de los polinizadores.
 - C) esta planta sea un ejemplo más de las plantas que son seres pasivos entregados a los eventos azarosos.
 - D) esta planta hubiese tenido que evolucionar hacia una reproducción que soslaye el uso de semillas.
 - E) este vegetal hubiese tenido que extinguirse en algún momento de la historia geológica terrestre.

Solución:

En el texto, se comienza señalando que «puede parecer que las plantas son actores puramente pasivos en la dispersión de sus semillas y frutos, y que su suerte depende completamente de la idoneidad de las condiciones ambientales y de los polinizadores del momento». Pero este no es el caso del diente de león.

Rpta.: A

TEXTO 2

TEXTO A

En la Conferencia Internacional sobre Medicina Tradicional para los Países de Asia Sudoriental, celebrada en febrero de 2013, la directora general de la OMS, Dra. Margaret Chan, declaró: «Las medicinas tradicionales de calidad, seguridad y eficacia comprobada contribuyen a asegurar el acceso de todas las personas a la atención de salud. Para muchos millones de personas, los tratamientos tradicionales y los prácticos de estas medicinas representan la principal fuente de atención sanitaria, y a veces la única. Esta forma de atención está próxima a los hogares, es accesible y asequible. Además, es culturalmente aceptada y en ella confían muchísimas personas. La medicina tradicional se destaca también como un medio para afrontar el incesante aumento de las enfermedades no transmisibles crónicas».

Es indudable que el interés por la medicina tradicional ha aumentado, y seguramente seguirá aumentando en todo el mundo. Este aumento exige su integración más estrecha en los sistemas de salud. Las instancias normativas y los usuarios deberían examinar de qué manera la medicina tradicional puede mejorar la experiencia del paciente y la salud de la población.

El sector de la medicina tradicional desempeña actualmente un papel importante en el desarrollo económico de algunos países. Al mismo tiempo, en el marco de las actuales restricciones financieras globales, el uso de la medicina tradicional para el mejoramiento de la salud, la autoatención de salud y la prevención de enfermedades podría **reducir** los gastos sanitarios.

Organización Mundial de la Salud. (2013). Estrategias de la OMS sobre medicina tradicional 2014-2023. https://apps.who.int/iris/bitstream/handle/10665/95008/9789243506098_spa.pdf

TEXTO B

En los EE. UU., casi un 40% de las personas cree que el cáncer se puede curar mediante la medicina alternativa solamente, según una encuesta llevada a cabo por la Sociedad Estadounidense de Oncología Clínica. Esta cifra es alarmante: las evidencias muestran que las personas que usan la medicina alternativa contra el cáncer tienen tasas de mortalidad mucho más elevadas.

Mediante la medicina alternativa, se promete bienestar con métodos que suenan sencillo, saludable y sin efectos secundarios perjudiciales. Pero esto no siempre es verdad. Esto puede conllevar al uso de determinadas vitaminas y minerales que pueden aumentar el riesgo contraer enfermedades, especialmente si se toman en exceso. Algunas compañías no **observan** las normas de la Administración de Alimentos y Medicamentos (FDA, siglas en inglés) sobre lo que aseguran que contienen y el etiquetado apropiado de los suplementos.

Desconfíe de cualquier tratamiento que afirme que puede curar enfermedades difíciles de tratar como fatiga crónica, esclerosis múltiples, SIDA, cáncer, etc.: dichas afirmaciones no han sido comprobadas. Desconfíe de cualquier tratamiento que afirme que ofrece beneficios que no tienen efectos secundarios: incluso las hierbas medicinales y las vitaminas tienen posibles efectos secundarios; entonces, si el tratamiento se promociona como uno que no tiene efectos secundarios, probablemente no ha sido investigado en estudios clínicos rigurosos. Desconfíe de los promotores que atacan a la comunidad médica o científica o que le dicen que no use tratamientos médicos convencionales.

Simon, S. (30 de enero de 2019). La verdad sobre los tratamientos de la medicina alternativa. <https://www.cancer.org/es/noticias-recientes/la-verdad-sobre-los-tratamientos-de-la-medicina-alternativa.html>

1. En ambos textos se discute principalmente acerca de

- A) la idoneidad de la medicina científica.
- B) cuán aceptada es la medicina cultural.
- C) los daños de la medicina tradicional.
- D) si se debe usar la medicina tradicional.
- E) los pros de la medicina convencional.

Solución:

En el texto A, se hace una apología del uso de la medicina tradicional. En cambio, en el texto B, se llama a evitar el uso de la medicina tradicional.

Rpta.: D

2. En el texto A, el término REDUCIR se puede reemplazar por _____; en el texto B, el término OBSERVAR connota _____.

- | | |
|----------------------------|---------------------------|
| A) abreviar; contemplación | B) devaluar; menosprecio |
| C) abaratar; consideración | D) rebajar; soslayamiento |
| E) descontar; conveniencia | |

Solución:

Con el término REDUCIR, se hace referencia al hecho de disminuir el gasto de dinero en el sistema sanitario. Con el término OBSERVAR se connota la atención que se le debe prestar a las normas de la Administración de Alimentos y Medicamentos.

Rpta.: C

3. Se infiere de la argumentación expuesta en el texto B que esta rayana con la falacia
- A) ad populum. B) ad verecundiam. C) ad hominem.
D) ad nauseam. E) ad ignorantiam.

Solución:

En la cita directa que se hace de la Dra. Margaret Chan, ella sostiene que muchas personas confían en la medicina tradicional. Luego, se indica que hay muchas personas que usan este tipo de medicina, y que seguirá aumentando el número de personas.

Rpta.: A

4. Resulta incompatible con el texto B, afirmar que tomar medicinar sin prescripción médica convencional o científica resulta inocuo, porque
- A) los promotores que atacan a la medicina científica están en lo correcto.
B) el consumo de vitaminas pueden tener posibles efectos secundarios.
C) debemos desconfiar de todos los tratamientos sin efectos secundarios.
D) el sector de la medicina tradicional tiene un rol risible en la economía.
E) la tasa de mortalidad de personas con tratamientos tradicionales es alta.

Solución:

En el texto B, se está a favor de la medicina convencional con fundamento científico, por ello, llama a desconfiar de aquellos tratamientos que afirmar sortear efectos secundarios, porque el uso de hierbas medicinales y vitaminas puede ocasionarlos.

Rpta.: B

5. Si el nivel económico del 90% de peruanos tendiese a ser óptimo, entonces
- A) la Dra. Chan sería tipificada como persona no grata en Perú.
B) la mitad de los peruanos se inclinaría por la medicina científica.
C) desaparecería por completo el uso de la medicina tradicional.
D) las grandes mayorías seguirían usando la medicina tradicional.
E) es posible que el uso de la medicina convencional incremente.

Solución:

Uno de los argumentos que se esgrime a favor del uso de la medicina tradicional es que esta es barata, por lo tanto, asequible a un amplio público. Entonces, si los peruanos pudiesen costear tratamientos caros, el uso de la medicina tradicional podría ser dejado de lado en favor de la medicina científica o convencional.

Rpta.: E

TEXTO 3

Sometimes I like being alone, but I usually prefer being with my friends. My friends and I enjoy being together because we're interested in a lot of the same things. For instance, we all like sports, and most of us play on the school football team. We also ride our bikes to places we like, such as the park.

But our favourite thing is going shopping on Saturdays. We like looking in the shops, but we have fun doing crazy things, too. In other words, we like to get people's attention. For example, we might all wear one blue sock and one red sock to see if anyone notices. Or we might pretend to look for a lost contact lens on the floor to see if someone else will start looking.

Once, we **made up** a foreign sounding language and pretended that we were tourists from another country. We had a map and pretended to ask for directions in our fake language. But it was so funny, we couldn't stop laughing, until people noticed. Unfortunately, by now most people at the shopping centre know us, so they just ignore us!

National Geographic. (n. d.). Humans in Groups.

1. The author's primary purpose in this passage is to

- A) tell us what characterizes his daily life.
- B) describe each of his favorite hobbies.
- C) explain how to invent a new language.
- D) narrate about the need to make friends.
- E) reflect on the social nature of humans.

Solution:

The passage is fundamentally a reflective monologue about how social life prevails over individual life.

Answer: E

2. The phrase MAKE UP most nearly means

- A) devise. B) speak. C) discuss. D) chat. E) interact.

Solution:

The term DEVISE means «invent, or create from existing principles or ideas». Therefore, it is a good synonym for the phrase MAKE UP.

Answer: A

3. It is inferred from the passage that a basic characteristic of friendship is

- A) complicity. B) blindness. C) bitterness. D) security. E) seriousness.

Solution:

In the text, it is indicated that the friends invent a new language and try to communicate with it, that they pretend to look for a contact lens, that they wear disparate stockings... In short, they are accomplices in the jokes they make.

Answer: A

4. It is incompatible with the passage to state that the main character

- A) is still going to study at school. B) rides a bicycle in the city.
- C) completely disdains loneliness. D) likes to make many jokes.
- E) pretends to act like an eccentric.

Solution:

The main character of the monologue prefers to be alone sometimes.

Answer: C

5. If the children had remained serious when asking for directions in their false language, then
- A) there would be a new language in the world.
 - B) the soliloquy would be more boring.
 - C) their prank would not have been caught.
 - D) they would not go shopping anymore.
 - E) they would have communicated with anyone.

Solution:

The children laughed a lot when they asked for directions in their false language. This is why people picked up on the joke.

Answer: C

SECCIÓN C

PASSAGE 1

The terms *typhoon* and *hurricane* are regional names for the same weather phenomenon, the tropical cyclone. Tropical cyclones are intense circular storms that begin over warm tropical oceans, and they are characterized by low atmospheric pressure, high winds, and heavy rain. They **draw** their energy from the sea surface, so they can retain their strength as long as they remain over warm water. Tropical cyclones generate winds that exceed 119 km (74 miles) per hour. Indeed, the strongest ones produce sustained winds in excess of 240 km (150 miles) per hour and gusts surpassing 320 km (200 miles) per hour.

The term *super typhoon* is used when a typhoon's sustained surface-wind strength reaches 240 km (150 miles) per hour, the equivalent of a strong category 4 or category 5 hurricane. Some weather bureaus, such as the Hong Kong Observatory (which classifies super typhoons as storms with sustained wind speeds of 185 km [about 115 miles] per hour) and the Japanese Meteorological Agency (which classifies violent typhoons as storms with sustained wind speeds of 194 km [about 120 miles] per hour) have lower thresholds.

Rafferty, J. (n.d.) What Is The Difference Between a Typhoon and a Super Thyphoon? *Britannica*. Retrieved from <https://www.britannica.com/story/what-is-the-difference-between-a-typhoon-and-a-super-typhoon> (Edited text).

TRADUCCIÓN

Los términos tifón y huracán son nombres regionales para el mismo fenómeno meteorológico, el ciclón tropical. Los ciclones tropicales son tormentas circulares intensas que comienzan sobre los océanos tropicales cálidos y se caracterizan por una baja presión atmosférica, fuertes vientos y fuertes lluvias. Obtienen su energía de la superficie del mar, por lo que pueden conservar su fuerza mientras permanezcan sobre aguas cálidas. Los ciclones tropicales generan vientos que superan los 119 km (74 millas) por hora. De hecho, los más fuertes producen vientos sostenidos de más de 240 km (150 millas) por hora y ráfagas que superan los 320 km (200 millas) por hora.

El término supertifón se utiliza cuando la fuerza sostenida del viento en la superficie de un tifón alcanza los 240 km (150 millas) por hora, el equivalente a un fuerte huracán de categoría 4 o categoría 5. Algunas oficinas meteorológicas, como el Observatorio de Hong Kong (que clasifica los supertifones como tormentas con vientos sostenidos de 185 km [alrededor de 115 millas] por hora) y la Agencia Meteorológica Japonesa (que clasifica los tifones violentos como tormentas con vientos sostenidos de 194 millas por hora). km [alrededor de 120 millas] por hora) tienen umbrales más bajos.

1. What is the main idea of the passage?

- A) A super typhoon is one that generates the speed of 240 km per hour, with terrible consequences.
- B) The principal difference between typhoons and hurricanes is that some are stronger and faster.
- C) Cyclones and super typhoons are causing problems in many coastal regions due to their speed.
- D) A super typhoon is often confused with a typhoon and a hurricane but all three are different.
- E) Tropical cyclones are intense storms that when they reach certain strength are called super typhoons.

Solution:

The passage first explains the definition of super typhoons and then what are they called super typhoons.

Answer: E

2. The word DRAW could be replaced by

- A) choose. B) obtain. C) concede. D) paint. E) gather.

Solution:

The passage uses the word DRAW referring to OBTAINING or ACQUIRING something by pulling.

Answer: B

3. About super typhoons, we can infer that

- A) they are very violent and produced destruction in large towns.
- B) their classification may diverge according to different bureaus.
- C) the Hong Kong Observatory is far from wanting to study them.
- D) they produce winds of a maximum of 240 kilometers per hour.
- E) the investigators who proposed the term are trying to modify it.

Solution:

There are different bureaus that classify super typhoons slightly different.

Answer: B

4. According to the concepts of *typhoon* and *hurricane*, it is valid to say that they are

- A) additional. B) sufficient. C) opposed. D) equivalent. E) appreciated.

Solution:

The concepts of *typhoon* and *hurricane* are equivalent, and they are also equivalent to *tropical cyclone*.

Answer: D

5. If a tropical cyclone were to interact with frozen water, then

- A) that would mean cyclones are a hoax.
- B) it would need to be entitled as hurricane.
- C) the water found would start to evaporate.
- D) that cyclone would lose a lot of strength.
- E) it would probably be a super typhoon.

Solution:

The element that keeps the cyclone existing is warm water in the sea surface. With no warm water, the cyclone would lose a lot of strength and eventually disappear.

Answer: D**PASSAGE 2**

There is water on Earth, obviously. And large quantities of water ice on Mars and in the outer Solar System. But astronomers have wondered, is there water on Mercury? There obviously are not any lakes and oceans of water on Mercury. We would have detected them from Earth, and definitely would have seen them when the various missions to Mercury skimmed past the planet, taking close up photographs. But does Mercury have water in any form?

The conditions on Mercury sure **rule the water out**. As Mercury slowly rotates, the side facing the Sun experiences extremely high temperatures. At noon on the equator, the temperature rises to 700 Kelvin. And then drops to just 100 Kelvin at night, since there is no atmosphere to hold in the temperature. Any water on the surface of Mercury would boil away quickly and escape into space because of Mercury's low gravity, and the constantly blowing solar wind.

But you might be surprised to know that astronomers have discovered water on Mercury. Not liquid water, but deposits of water ice at the planet's poles. This is because there are craters at the north and south poles of Mercury which are eternally in shadow. The ice in these craters is never warmed by the Sun, and so it always remains frozen at the bottom of these craters.

Universe today (n. d.). Water on Mercury. *Universe Today*. Retrieved from <https://www.universetoday.com/33764/water-on-mercury/#:~:text=But%20you%20might%20be%20surprised,which%20are%20eternally%20in%20shadow> (Edited text).

1. What is the central topic of the passage?

- A) The finding of deposits of water ice on Mercury
- B) The amount of water found in Mercury and Mars
- C) The severe conditions of Mercury's atmosphere
- D) The inexplicable ice craters detected in Mercury
- E) The usual surface temperature of some planets

Solution:

The passage shows how difficult could be find water on Mercury but recent research has shown that there is actually water on that planet specifically on the poles.

Answer: A

Habilidad Lógico Matemática

EJERCICIOS DE CLASE

1. La siguiente tabla, muestra la distribución de 800 personas que apostaron el resultado de los partidos en el Mundial de Catar 2022. Si la estadística de aciertos obtenidos es la siguiente:

Aciertos obtenidos	Cantidad de personas
Hasta 10	100
de 11 a 20	200
de 21 a 30	150
de 31 a 40	150
Más de 40	200

Calcule el porcentaje que representan las personas que obtuvieron más de 30 aciertos respecto a quienes obtuvieron más de 20 aciertos.

- A) 85% B) 60% C) 70% D) 65% E) 75%

Solución:

Se debe calcular:

$$\frac{(\text{más de 30})}{(\text{más de 20})} \times 100\% = \frac{150+200}{200+150+150} \times 100\% = \frac{350}{500} \times 100\% = 70\%$$

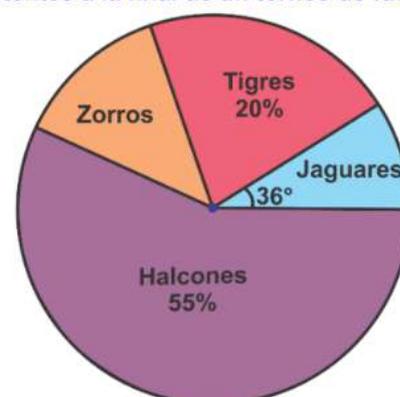
Luego, el porcentaje que representan las personas indicadas es de 70%.

Rpta.: C

2. Se realizó una encuesta a todos los asistentes al cuadrangular final de un torneo de fútbol, sobre qué equipo creían que resultaba ganador del torneo. Los resultados se muestran en el gráfico. Si 30 encuestados afirmaron que el ganador del torneo sería el equipo de los Zorros, ¿cuántos encuestados afirmaron que el ganador del torneo sería el equipo de los Halcones?

- A) 105 B) 90 C) 100
D) 110 E) 95

Resultados de la encuesta a los asistentes a la final de un torneo de fútbol



Solución:

Sea T la cantidad de encuestados.

$$\text{Jaguars} = \frac{36^\circ}{360^\circ} \times 100\% = 10\%$$

$$\text{Zorros} = 100\% - (55\% + 20\% + 10\%) = 15\%$$

$$\text{Zorros} = 15\%T = 30 \Rightarrow T = 200$$

$$\text{Halcones} = 55\% (200) = 110$$

Rpta.: D

3. El gráfico muestra, el ingreso de divisas en el Perú en el tercer trimestre del año 2019. Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Marque la respuesta correcta.

- I. El porcentaje que representa el ingreso en el sector turismo, con respecto al ingreso en el sector minería, petróleo y gas es aproximadamente 17,51%.
- II. Si en el mismo periodo (III trimestre) del año 2018 en el sector turismo, el ingreso fue de 3 658 millones de dólares entonces, en el año 2019 hubo un incremento en el sector turismo de aproximadamente 6,72%.
- III. El exceso del ingreso en el sector agro sobre el sector turismo es inferior a la tercera parte del ingreso en el sector textil.

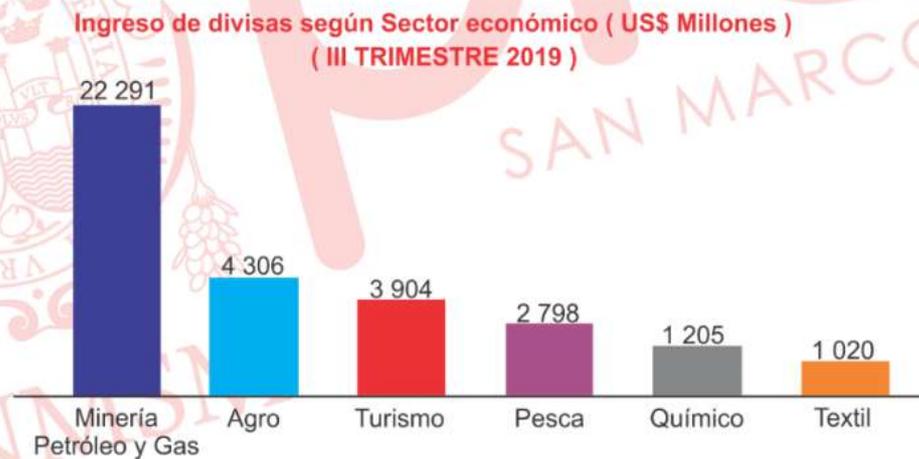
A) VVF

B) VFV

C) FVF

D) VVV

E) FFF



Fuente: BCR - Nota Semanal N° 36 (21 de noviembre de 2019)
Elaboración: MINCETUR / VMT / DGIETA
Con información disponible a noviembre 2019

Solución:

- I. Ingreso en el sector turismo=3904
Ingreso en el sector minería, petróleo y gas=22291
 $\frac{3904}{22291}(100\%) = 17,5137$
VERDADERO
- II. Ingreso en el turismo en el III trimestre (2018)=3658
Ingreso en el turismo en el III trimestre (2019)=3904
 $\frac{3904 - 3658}{3658}(100\%) = 6,72$
VERDADERO

- III. Ingreso en agro=4306
 Ingreso en turismo=3904
 Ingreso en textil=1020

Exceso de ingreso en el sector agro sobre turismo=402
 Tercera parte del ingreso en el sector textil=340

FALSO

Rpta.: A

4. Fernando y Mathias, alumnos de la UNMSM, se encuentran analizando los goles a favor (GF) y los goles en contra (GC) en dos grupos de equipos de fútbol en el último Torneo Interfacultades de la UNMSM, tal como se muestra en el gráfico, jugando en cada grupo todos contra todos, en una sola ronda.

GRUPO A			GRUPO B		
	GF	GC		GF	GC
Matemática	5	4	Economía	3	4
Sistemas	4	5	Educación	4	0
Contabilidad	6	6	Derecho	2	5

Si por partido ganado se otorgó 3 puntos, por partido empatado 1 punto y por partido perdido cero puntos, ¿qué equipos fueron los que ganaron sus respectivos grupos? Considere que de todos los partidos jugados solo hubo dos que fueron empates.

- A) Matemática - Educación
 B) Matemática - Economía
 C) Contabilidad - Derecho
 D) Contabilidad - Educación
 E) Sistemas - Economía

Solución:

Del gráfico se tiene que

GRUPO A					
Matemática vs Sistemas		Matemática vs Contabilidad		Sistemas vs Contabilidad	
2	-	1	3	-	3
3	-	3	3	-	3

- Matemática es el equipo líder con 4 puntos.

GRUPO B					
Economía vs Educación		Economía vs Derecho		Educación vs Derecho	
0	-	2	3	-	2
2	-	0	2	-	0

- Educación es el equipo líder con 6 puntos.

Rpta.: A

5. Cuatro equipos: Lógico, Álgebra, Geometría y Verbal conformado por profesores de un centro preuniversitario, disputaron la final de un campeonato interno de fútbol, jugando todos contra todos, en una sola ronda. La tabla muestra los goles a favor (GF) y goles en contra (GC) de los cuatro equipos, al finalizar el campeonato. Si en el partido entre Verbal y Álgebra, este último anotó 4 goles; y en el partido entre Álgebra y Lógico, este último anotó 2 goles, ¿cuál fue el resultado entre Lógico y Verbal, en ese orden?

A) 2 - 0

B) 3 - 1

C) 4 - 0

D) 2 - 2

E) 3 - 0

	GF	GC
Lógico	9	0
Álgebra	7	4
Geometría	5	6
Verbal	0	11

Solución:

Con los datos, construimos los resultados de los partidos.

Partidos	Resultados
Lógico vs Álgebra	2 - 0
Lógico vs Geometría	3 - 0
Lógico vs Verbal	4 - 0
Álgebra vs Geometría	3 - 2
Álgebra vs Verbal	4 - 0
Geometría vs Verbal	3 - 0

Rpta.: C

6. En un colegio, se jugó un torneo de fútbol en el que participaron cuatro equipos de las aulas de quinto año de secundaria: aula A, aula B, aula C y aula D, jugando todos contra todos en una sola ronda. La tabla muestra los partidos ganados (PG), partidos empatados (PE), partidos perdidos (PP), goles a favor (GF) y goles en contra (GC) de los cuatro equipos al finalizar el torneo. Si en el partido entre el aula B y el aula C se anotaron 5 goles, uno de ellos ganó por la mínima diferencia; y en el partido entre el aula A y el aula C se anotaron 4 goles, ¿cuál fue el resultado entre el aula B y el aula D, en ese orden?

A) 2 - 1

B) 1 - 0

C) 2 - 0

D) 2 - 3

E) 4 - 2

	PG	PE	PP	GF	GC
aula A	0	2	1	4	6
aula B	2	1	0	9	6
aula C	1	0	2	7	7
aula D	1	1	1	6	7

Solución:

G: Ganó, E: Empató y P: Perdió.

De la tabla aula A : EEP, aula B : GGE, aula C: GPP aula D : EPG.

Luego, usando GF, GC del aula C, aula A y aula B, se deduce:

(E) A vs B (E)	x a x (4°)
(P) A vs C (G)	1 a 3 (2°)
(E) A vs D (E)	3-x a 3-x (5°)
(G) B vs C (P)	3 a 2 (1°)
(G) B vs D (P)	6-x a 4-x (6°)
(P) C vs D (G)	2 a 3 (3°)

Usando GF(D) = 6: $(3-x)+(4-x) + 3 = 6$ entonces $x=2$.

Luego, **B vs D: 4 - 2**

Rpta.: E

7. Francisco, Gustavo, Luis, Carlos, Laura y Juana están sentados alrededor de una mesa circular en seis sillas distribuidas simétricamente. Se sabe que Gustavo se sienta junto y a la izquierda de Laura. Se desea determinar frente a quien se sienta Juana.

Información brindada:

- I. Juana y Carlos se sientan juntos.
- II. Francisco se sienta junto y a la izquierda de Luis, quien está sentado frente a Carlos.

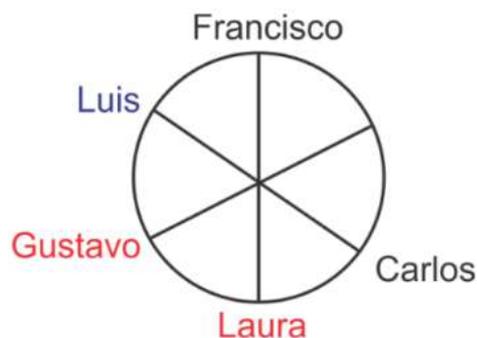
Para resolver el problema,

- A) la información I es suficiente.
- B) la información II es suficiente.
- C) es necesario usar ambas informaciones.
- D) cada una de las informaciones por separado es suficiente.
- E) se necesita más información.

Solución:

La información I no es suficiente.

La información II es suficiente.

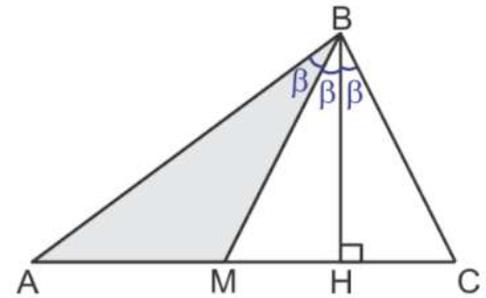


Rpta.: B

8. En la figura, al triángulo ABC se le triseca el ángulo B. Se desea hallar el área de la región sombreada.

Información brindada:

- I. El valor del segmento \overline{HC} es de 3 centímetros.
- II. El valor del segmento \overline{AM} es de 5 centímetros.

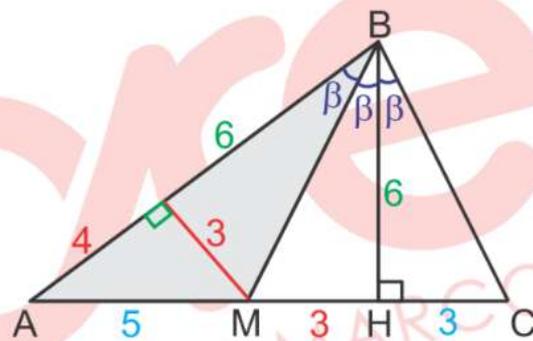


Para resolver el problema,

- A) la información I es suficiente.
- B) la información II es suficiente.
- C) es necesario usar ambas informaciones.
- D) cada una de las informaciones por separado es suficiente.
- E) se necesita más información.

Solución:

La información I no es suficiente.
La información II no es suficiente.
Son necesarias ambas informaciones.



$$\text{Área de la región sombreada} = \frac{10 \times 3}{2} = 15 \text{ cm}^2$$

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. La siguiente tabla consigna, durante el mes de abril del 2022 desde un convento de clausura, el número de llamadas telefónicas diarias realizadas y su frecuencia (f_i); es decir, por ejemplo, en la última fila indica que en cada uno de los 7 días se realizaron 5 llamadas por cada uno de esos días.

Número de llamadas	f_i (días)
1	6
2	5
3	5
4	7
5	7

Con esta información, se concluye que

- A) en un 20% de los días del mes, se realizó 1 llamada diaria.
- B) el 21% de los días del mes, se realizaron 5 llamadas diarias
- C) en 13 días del mes, se realizaron menos de 3 llamadas diarias
- D) en 5 días del mes, se realizaron 4 llamadas diarias.
- E) en un 15% de los días del mes, se realizaron 2 llamadas diarias

Solución:

Son 30 días en total en el mes de abril, de los cuales durante 6 días se realizó 1 llamada diaria.

$$\frac{6}{30} \times 100\% = 20\%$$

Rpta.: A

2. Los datos que se dan a continuación corresponden a la estatura en metros de 35 personas. Calcule el número de personas que tienen su estatura comprendida entre 1.55 m y 1.72 m

- A) 15
B) 10
C) 30
D) 24
E) 20

Estatura	Número de personas
[1.50 – 1.60 >	10
[1.60 – 1.70 >	18
[1.70 – 1.80 >	5
[1.80 – 1.90 >	2

Solución:

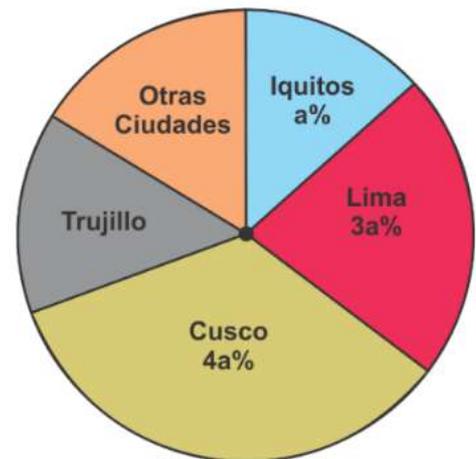
Usamos proporciones y cuantiles:

- Sea «x» el número de personas que tienen estatura comprendidas entre 1.55 y 1.60 m, entonces tenemos: $\frac{x}{1.60-1.55} = \frac{10}{1.60-1.50}$, resolviendo tenemos que $x = 5$
- Entre 1.60 y 1.70 metros de estaturas tenemos a 18 personas
- Sea «y» el número de personas que tiene estaturas comprendidas entre 1.70 y 1.72 m, entonces tenemos: $\frac{y}{1.72-1.70} = \frac{5}{1.80-1.70}$, resolviendo tenemos que $y = 1$
- Entonces, las personas con estaturas comprendidas entre 1.55 y 1.72 m, corresponde a la suma del número de personas cuyas estaturas están en los intervalos: (1.55;1.60), [1.60;1.70) y [1.70;1.72), es decir: $5+18+1 = 24$

Rpta.: D

3. En el siguiente gráfico, se representa los datos acerca de la cantidad de turistas europeos que visitaron, cada uno, una sola ciudad el 31 de diciembre de 2022. Si la suma de la cantidad de turistas que visitaron la ciudad de Trujillo con la ciudad de Lima es 1200 y la cantidad de turistas que visitaron Cusco es 1000, ¿cuántos turistas visitaron la ciudad de Trujillo?

Cantidad de turistas que visitaron una ciudad



- A) 450 B) 520 C) 480
D) 440 E) 430

Solución:

Sea la cantidad total de turistas: T

- $4a\% \cdot T = 1000 \rightarrow a\% \cdot T = 250$
- $b\% \cdot T + 3a\% \cdot T = 1200$
 $b\% \cdot T + 3(250) = 1200$
 $b\% \cdot T = 450$

Por tanto, 450 turistas visitaron la ciudad de Trujillo.

Rpta.: A

4. La final de un torneo de fútbol lo disputaron los 4 equipos mostrados en la tabla, jugando todos contra todos, en una sola rueda. Por partido ganado (PG) se asigna 3 puntos, por partido empatado (PE) 1 punto y por partido perdido (PP) 0 puntos. Además, los goles a favor de cada equipo coinciden con sus respectivos puntajes. Si el resultado del partido Croata vs Frate fue 1 - 1, y, Marre tiene 7 goles en contra, ¿cuál fue el resultado del partido Arlin vs Marre, en ese orden?

	PG	PE	PP	Puntaje	Goles en Contra
Arlin	2	1	0	7	3
Croata	1	2	0	5	3
Frate	1	1	1	4	
Marre	0	0	3	0	

- A) 5 - 0 B) 2 - 0 C) 1 - 0 D) 4 - 0 E) 3 - 0

Solución:

	PG	PE	PP	Puntaje	GF	GC
Arlin	2	1	0	7	7	3
Croata	1	2	0	5	5	3
Frate	1	1	1	4	4	3
Marre	0	0	3	0	0	7
TOTAL					16	16

Como los GF y GC, en total, son 16 y 16, entonces GC de Frate es 3.

Se muestran los partidos y sus respectivos puntajes

Empate

Arlin vs Croata
2 2

Arlin vs Frate
2 1

Arlin vs Marre
3 0

Empate

Croata vs Frate
1 1

Croata vs Marre
2 0

Frate vs Marre
2 0

Rpta.: E

5. En un encuentro de vóley, realizado por la Federación Peruana de Vóley, el equipo del Regatas ganó al equipo del AELU. La tabla muestra algunos datos, sobre la cantidad de puntos obtenidos, por cada equipo en los tres sets jugados.

N° Set	Puntos de Regatas	Puntos de AELU
1	25	
2		29
3	25	

Si la cantidad total de puntos obtenidos por ambos equipos fue de 140, ¿cuál pudo ser el puntaje mínimo obtenido por AELU en el tercer set?

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 5 E) 7

Solución:**Regla del Juego:**

Un partido de vóley tiene un mínimo de 3 sets y un máximo de 5 sets.

Gana un set el equipo que primero hace 25 puntos. Está permitido una diferencia mínima de 2 puntos con respecto al otro equipo.

Si el juego está empatado, en 24-24, el set continuará más allá de 25, hasta que un equipo pueda obtener una diferencia de 2 puntos y ganar el set.

Ganará el partido el equipo que primero gane 3 set. En caso de empate en 2 set a 2, se disputará el set de desempate de 15 puntos, gana el equipo que marque los primeros 15 puntos, con una diferencia de 2 puntos; o continuar hasta obtener la diferencia de 2 puntos.

N° Set	Puntos de Regatas	Puntos de AELU
1	25	23
2	31	29
3	25	x

Único valor

Máximo

Luego: $81 + 52 + x = 140$ entonces $x = 7$

Rpta.: E

6. Dieciséis equipos participaron en un torneo de fútbol en el que cada equipo jugó exactamente una vez contra cada uno de los otros equipos. En cada partido, el equipo ganador obtuvo 3 puntos, el que perdió 0 puntos y, si hubo empate, cada equipo obtuvo 1 punto. Si al final del torneo la suma del número total de puntos de los dieciséis equipos fue de 350, ¿cuántos partidos terminaron empatados?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 11 E) 9

Solución:

Por determinar el número de partidos que quedaron empatados.

Como son 16 equipos que participan en dicho torneo, entonces el número total de partidos jugados es

$$\text{Nro. Partidos} = \frac{16 \times 15}{2} = 120$$

Si el número de partidos empatados es: x

Entonces, número de partidos ganados: $120 - x$

Luego,

$$3(120 - x) + (x)(2) = 350$$

De donde $x = 10$.

Por tanto, hubo 10 partidos empatados.

Rpta.: B

7. Abel, Boris y César son tres ingenieros de minas cuyas edades son menos de 50 años; además los números que representan dichas edades son múltiplos de tres, consecutivos, no necesariamente en ese orden. Se desea determinar la edad del menor de ellos.

Información brindada:

- I. El promedio aritmético de las edades de dos de ellos es igual a la edad del tercero.
- II. La edad del mayor de ellos es un cuadrado perfecto de dos cifras.

Para resolver el problema,

- A) la información I es suficiente.
- B) la información II es suficiente.
- C) es necesario usar ambas informaciones.
- D) cada una de las informaciones por separado es suficiente.
- E) se necesita más información.

Solución:

Sean las edades: $3k-3$; $3k$; $3k+3$

La información I no es suficiente.

La información II es suficiente.

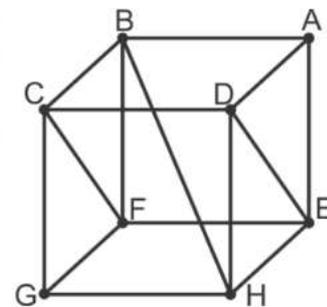
De los cuadrados perfectos de dos cifras múltiplos de tres: 36 y 81 para las edades de los jóvenes cumple el número 36.

Luego: $3k+3=36$ entonces $k=11$.

El menor tiene 30 años.

Rpta.: B

8. La figura representa una estructura en forma de cubo construida con alambre. Se desea calcular la menor longitud que debe recorrer una hormiga, que se encuentra en el punto B, para transitar por toda la estructura.



Información brindada:

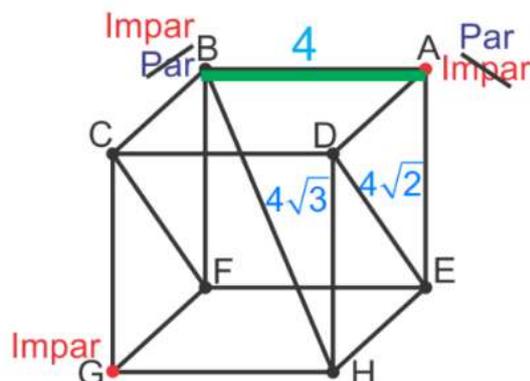
- I. El punto C y el punto E son puntos pares.
- II. El segmento AB mide 4 cm y la hormiga debe terminar su recorrido en el punto G.
- III. El punto F y el punto H son puntos pares.

Para resolver el problema,

- A) es necesario utilizar I y II conjuntamente.
- B) la información I es suficiente.
- C) la información II es suficiente.
- D) la información III es suficiente.
- E) es necesario utilizar II y III conjuntamente.

Solución:

Es necesario utilizar la información II para obtener las longitudes y donde termina, pues debe usar el caso 5 del trazo de figuras II para obtener la menor longitud.



$$\text{Longitud mínima} = \underbrace{12(4) + 2(4\sqrt{2}) + 4\sqrt{3}}_{\text{Longitud de la figura}} + \underbrace{4}_{\text{Longitud del trazo repetido}} = (52 + 8\sqrt{2} + 4\sqrt{3}) \text{ cm}$$

Rpta.: C

Aritmética**EJERCICIOS DE CLASE**

1. Cierta mercadería se vende únicamente en los centros comerciales A, B y C. En «A» se puede conseguir en 3 stands, en el centro «B» en 2 stands y en «C» en 2. ¿Cuántas formas distintas tengo para adquirir el producto?

A) 12 B) 7 C) 21 D) 36 E) 24

Solución:

$$\# \text{ formas} = 3 + 2 + 2 = 7$$

Rpta.: B

2. Una persona está interesada en cinco camisas y cuatro pantalones, pero solo puede comprar tres camisas y dos pantalones. ¿De cuántas maneras diferentes podrá elegir las prendas?

A) 60 B) 24 C) 10 D) 12 E) 72

Solución:

Cantidad camisas = 5

Cantidad pantalones = 4

$$C_3^5 \cdot C_2^4 = 60$$

Rpta.: A

3. Fernando invita al cine a su novia y a los tres hermanos de ella. Si encuentran libre una fila con 5 butacas adyacentes y en el supuesto de que los novios no se sentarán juntos, ¿de cuántas maneras diferentes podrían ubicarse?

A) 48 B) 72 C) 36 D) 28 E) 24

Solución:

$$\text{Total formas} = 5! = 120$$

$$\text{Juntos} = 4! \cdot 2! = 48$$

$$\text{No juntos} = 120 - 48 = 72$$

Rpta.: B

4. La barra de una cafetería tiene 7 asientos en una fila. Si 4 personas desconocidas entre sí ocupan lugares al azar, ¿de cuántas maneras diferentes pueden quedar los 3 asientos restantes desocupados?

A) 720 B) 1440 C) 4320 D) 840 E) 800

Solución:

$$C_4^7 \cdot 4! = 840$$

Rpta.: D

5. ¿De cuántas formas pueden ocupar los seis asientos de una camioneta para un viaje si en cada asiento debe ir una sola persona y hay nueve personas de las cuales solo cuatro de ellas pueden conducir?

A) 26 820 B) 24 840 C) 28 640 D) 26 840 E) 26 880

Solución:

$$\# \text{ Personas manejan} = 4$$

$$\text{Se escoge 5} = C_5^8$$

$$\text{Permutan} = 5!$$

$$4 \cdot C_5^8 \cdot 5! = 26880$$

Rpta.: E

6. Se tiene «n» vasos diferentes, de ellos 6 deben ser llenados con limonada y los restantes con chicha, logrando obtenerse 28 formas de servido diferentes. ¿De cuántas maneras distintas se podría realizar el llenado si hubiera un vaso más y el servido sea 6 con limonada, 1 con gaseosa y el resto con chicha?

A) 240 B) 250 C) 252 D) 280 E) 272

Solución:

$$C_6^n = 28 \rightarrow n = 8$$

Un vaso más = 9

$$C_6^9 \cdot C_1^3 \cdot C_2^2 = 252$$

Rpta.: C

7. En un grupo de n personas, la cantidad de maneras de ubicarlos en una fila de tal forma que 3 de ellos, en particular, estén siempre juntos excede en 20 160 a la cantidad de maneras en la que las n personas se pueden ubicar alrededor de una mesa circular si 2 de ellos siempre van juntos. Halle n .

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Solución:

Caso I: Formas = $(n - 2)! \cdot 3!$

Caso II: Formas = $(n - 1)! \cdot 2$

Restando $(n - 2)! \cdot 6 - (n - 2)! \cdot 2 = 20\ 160$
 $n = 9$

Rpta.: B

8. En una carrera donde participan 12 caballos existen 2 tipos de apuesta: en la primera se debe acertar cuáles van a ser los 3 primeros, pero no el orden de llegada; en la segunda hay que acertar cuál quedará primero y cuál segundo. Si Pedro desea realizar una apuesta, ¿de cuántas formas diferentes podrá realizarla?

A) 320 B) 352 C) 240 D) 262 E) 210

Solución:

• Escoger 3 = $C_3^{12} = 220$

• Dos primeros = $12 \cdot 11 = 132$

Total = $220 + 132 = 352$

Rpta.: B

9. Un grupo de 10 amigos se disponen a pasear en bote y los 10 suben a un bote con 10 asientos; si 3 de ellos van al lado derecho necesariamente, ¿de cuántas maneras diferentes se pueden ordenar si en cada lado se ubican 5 personas?

A) 132 300 B) 342 000 C) 302 400 D) 200 400 E) 230 300

Solución:

L. Derecho = C_2^7

Permutan cada lado = $P_5 \cdot P_5$

Total formas = $C_2^7 \cdot P_5 \cdot P_5 = 302\ 400$

Rpta.: C

10. Para elaborar un examen de 6 preguntas se dispone de un banco de 5 preguntas fáciles, 4 intermedias y 3 preguntas difíciles. ¿De cuántas formas puede elaborarse dicho examen si el número de preguntas fáciles debe ser estrictamente mayor que las intermedias y el número de estas a su vez mayor o igual que las difíciles?

A) 30 B) 60 C) 120 D) 180 E) 274

Solución:

$$\#F > \#I > \#D$$

$$\text{Caso I} = C_5^5 \cdot C_1^4 \cdot C_0^3 = 4$$

$$\text{Caso II} = C_4^5 \cdot C_2^4 \cdot C_0^3 = 30$$

$$\text{Caso III} = C_4^5 \cdot C_1^4 \cdot C_1^3 = 60$$

$$\text{Caso IV} = C_3^5 \cdot C_2^4 \cdot C_1^3 = 180$$

$$\text{Total} = 274$$

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Proyectamos un viaje y debemos decidir entre transporte por bus o por tren. Si hay 3 rutas para el tren y 4 por bus, ¿de cuántas maneras diferentes podemos elegir una ruta de ida?

A) 1 B) 2 C) 12 D) 7 E) 10

Solución:

$$\# \text{ Formas} = 3 + 4 = 7$$

Rpta.: D

2. Un club tiene 18 miembros, de los cuales 8 son hombre. ¿Cuántas juntas directivas de 3 miembros presidente, vicepresidente y vocal, pueden formarse, si el presidente debe ser una mujer y el vicepresidente un hombre?

A) 1 260 B) 1 820 C) 1 280 D) 1 620 E) 1 440

Solución:

$$C_1^{10} \cdot C_1^8 \cdot C_1^{16} = 1280$$

Rpta.: C

3. Una persona tiene 5 camisas y 3 pantalones. ¿De cuántas maneras diferentes podrá combinar las prendas, si el pantalón marrón siempre se lo debe poner con la camisa crema?

A) 11 B) 14 C) 15 D) 16 E) 13

Solución:

$$\# \text{ Formas} = 5 \cdot 2 + 9 \cdot 1 = 11$$

Rpta.: A

4. ¿De cuántas formas diferentes se puede distribuir 7 canicas blancas idénticas en 4 recipientes diferentes?

A) 120 B) 84 C) 36 D) 240 E) 72

Solución:

$$\# \text{ Formas} = CR_7^4 = 120$$

Rpta.: A

5. ¿De cuántas maneras diferentes se podrán ubicar tres parejas de esposos en una fila con 8 asientos si cada pareja desea estar siempre junta?

A) 192 B) 240 C) 480 D) 960 E) 980

Solución:

$$\# \text{ Formas} = 5! (2!)^3 = 960$$

Rpta.: D

6. Julio es un vendedor de chocolates y debe obsequiar 25 muestras de su producto a 7 personas, con la condición de que todas reciban al menos 2 muestras. ¿De cuántas formas puede hacerlo?

A) 12 376 B) 6 188 C) 48 070 D) 760 E) 12 456

Solución:

$$\text{Total formas} = CR_{11}^7 = 12 376$$

Rpta.: A

7. Una persona jugó a la ruleta 8 veces; si ganó 3 veces perdió las restantes, ¿de cuántas maneras pudo haber ocurrido esto, si en el primer juego no perdió?

A) 56 B) 42 C) 24 D) 28 E) 21

Solución:

$$\# \text{ Juegos} = 8$$

Primero = perdió

$$\# \text{ Formas} = P_{25}^7 = 21$$

Rpta.: E

8. Un testigo de cierto delito dijo que la placa del vehículo usado por los delincuentes era un número de 6 dígitos, de los cuales los tres primeros eran 487, no puede precisar los últimos dígitos, pero aseguró que eran distintos. ¿Cuántos números de placas se tendrá que investigar?

A) 640 B) 720 C) 800 D) 900 E) 990

Solución:

487 _ _ _

$$\# \text{ Formas} = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$$

Rpta.: B

9. Edith debe matricularse en 5 cursos en la universidad. Si cada uno de ellos tiene 3 horarios diferentes para la teoría y 2 horarios diferentes para las prácticas y, además, se sabe que no hay cruce en ninguno de los horarios, ¿de cuántas formas diferentes puede elaborar su horario si debe escoger uno solo para la teoría y otro para la práctica?

A) 7776 B) 15 625 C) 3125 D) 4560 E) 7860

Solución:

$$\text{Teoría} \times \text{Práctica} = 3 \times 2 = 6$$

$$\text{Total} = 6^5 = 7776$$

Rpta.: A

10. ¿Cuántas señales diferentes pueden emitirse con tres focos rojos, cuatro focos amarillos y tres azules en una fila de diez portafocos?

A) 8400 B) 4200 C) 1316 D) 2632 E) 2100

Solución:

$$P_{3;3;4}^{10} = 4200$$

Rpta.: B

Geometría

EJERCICIOS DE CLASE

1. En la figura se muestra las palas de un aerogenerador cuyos extremos describen una circunferencia a medida que aumenta la velocidad, cuya ecuación es

$\mathcal{C}: x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$. Si A es el punto de eje de giro (centro de la circunferencia), halle la longitud de una pala de la hélice representada por \overline{AB} (en metros).

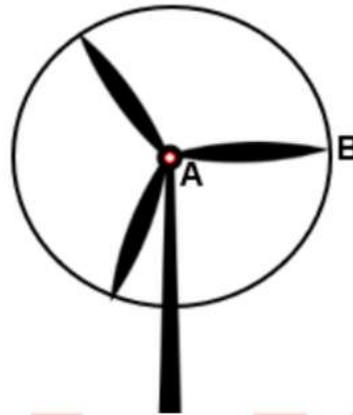
A) 2 m

B) 3 m

C) 4 m

D) 6 m

E) 5 m



Solución:

- Completamos cuadrados para hallar el centro y el radio en:

$x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$, obtenemos:

$$x^2 - 4x + 2^2 + y^2 + 6y + 3^2 = 3 + 2^2 + 3^2 = (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 16 = 4^2,$$

\Rightarrow el centro es $O(2; -3)$ y el radio $r = 4$

$\therefore AB = 4$ m

Rpta.: C

2. Halle la ecuación de la recta tangente a la circunferencia $\mathcal{C}: x^2 + y^2 - 8x - 6y + 20 = 0$ en el punto $P(3;5)$.

A) $x - 6y - 14 = 0$

B) $x - 2y + 7 = 0$

C) $x - 6y - 9 = 0$

D) $x - 2y - 14 = 0$

E) $x + 2y - 14 = 0$

Solución:

- $\mathcal{C}: x^2 + y^2 - 8x - 6y + 20 = 0$

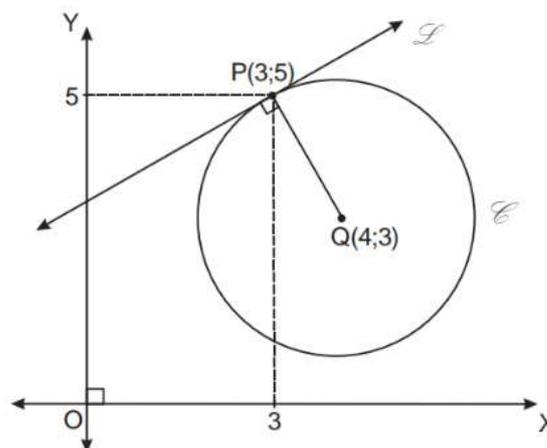
$$(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 5$$

$$Q(4;3) \text{ y } r = \sqrt{5}$$

- $m_{PQ} = \frac{5-3}{3-4} = -2 \Rightarrow m_{\mathcal{L}} = \frac{1}{2}$

- $\mathcal{L}: y - 5 = \frac{1}{2}(x - 3)$

$$\mathcal{L}: x - 2y + 7 = 0$$



Rpta.: B

3. Tres casas se ubican en los puntos A (0;0), B (5;12) y C(14;0). Halle la longitud, en metros, de la circunferencia que pasa por las tres casas.

- A) $\frac{61}{3} \pi$ m B) $\frac{65}{4} \pi$ m C) $\frac{61}{4} \pi$ m D) $\frac{67}{4} \pi$ m E) $\frac{65}{3} \pi$ m

Solución:

• $AB = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$

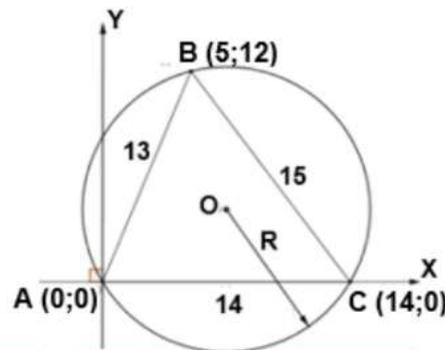
• $BC = \sqrt{(5-14)^2 + 12^2} = \sqrt{225} = 15$

• $AC = 14$

• Teorema: $A_{\Delta ABC} = \frac{13 \times 15 \times 14}{4R}$

$\Rightarrow 84 = \frac{1365}{2R} \Rightarrow 2R = \frac{65}{4}$

\therefore La longitud de la circunferencia es $\frac{65}{4} \pi$ m



Rpta.: B

4. Halle la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos A (1; -4), B (5;2) y tiene su centro en la recta $\mathcal{L}: x - 2y + 9 = 0$.

- A) $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 65$ B) $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 65$ C) $(x+3)^2 + (y+3)^2 = 65$
 D) $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 55$ E) $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 63$

Solución:

• M punto medio de $\overline{AB} \Rightarrow M(3;-1)$

• Pendiente de \overline{AB} : $m_{\overline{AB}} = \frac{3}{2}$

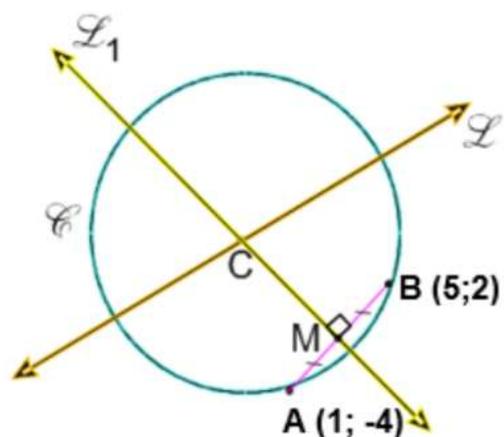
\Rightarrow pendiente de $\mathcal{L}_1 = -\frac{2}{3}$

• $\mathcal{L}_1: y + 1 = -\frac{2}{3}(x - 3)$

$\Rightarrow 2x + 3y = 3$

• $\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}: C(-3;3)$

$\therefore \mathcal{C}: (x+3)^2 + (y-3)^2 = 65$



Rpta.: A

5. En un puente colgante, la forma de los cables de suspensión es parabólica. El puente que se muestra en la figura tiene torres que están a 600 m una de la otra, y el punto más bajo de los cables de suspensión está a 150 m debajo de la cúspide de las torres. Halle la ecuación de la parábola cuyo vértice es el origen de coordenadas.

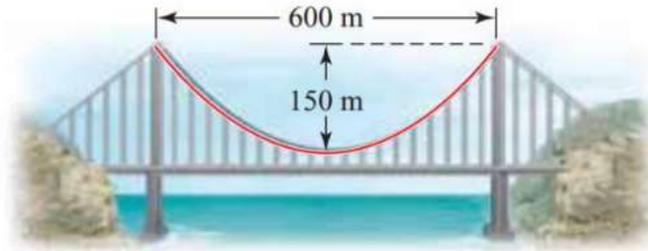
A) $x^2 = 600y$

B) $x^2 = 500y$

C) $x^2 = 650y$

D) $x^2 = 550y$

E) $x^2 = 530y$

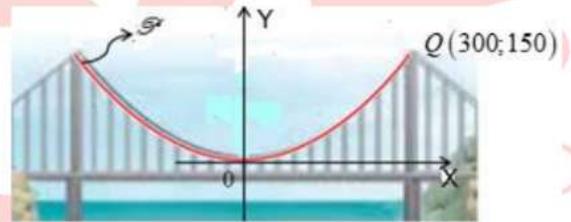
**Solución:**

- La ecuación de $\mathcal{P}: x^2 = 4py$

- $Q \in \mathcal{P} \Rightarrow (300)^2 = 4p(150)$
 $\Rightarrow 90000 = 4p(150) \Rightarrow p = 150$

- $\mathcal{P}: x^2 = 600y$

\therefore La ecuación de la parábola es $x^2 = 600y$

**Rpta.:A**

6. En la figura, V es el vértice de la parábola $\mathcal{P}: y^2 - 4y + 6x - 14 = 0$. Halle el área de la región sombreada.

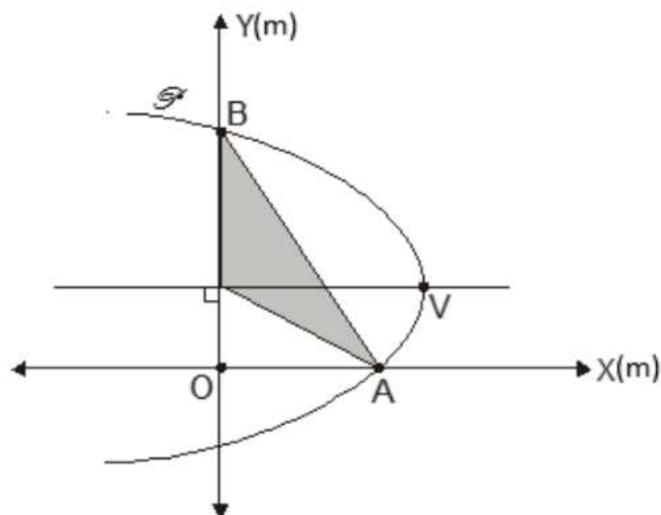
A) $\frac{5}{2}\sqrt{2} \text{ m}^2$

B) $\frac{7}{2}\sqrt{2} \text{ m}^2$

C) $5\sqrt{2} \text{ m}^2$

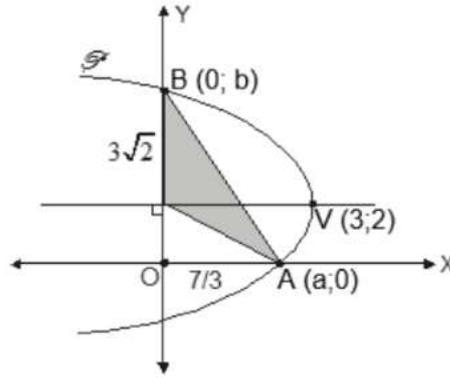
D) $7\sqrt{2} \text{ m}^2$

E) $\frac{5}{3}\sqrt{2} \text{ m}^2$



Solución:

- $\mathcal{P}: (y-2)^2 = -6(x-3)$
- $A \in \mathcal{P}: (-2)^2 = -6(a-3)$
 $\Rightarrow a = 7/3$
- $B \in \mathcal{P}: (b-2)^2 = -6(-3)$
 $\Rightarrow b = 3\sqrt{2} + 2$
- $A_{\text{somb.}} = \frac{1}{2} (3\sqrt{2}) \left(\frac{7}{3}\right) = \frac{7}{2} \sqrt{2} \text{ m}^2$

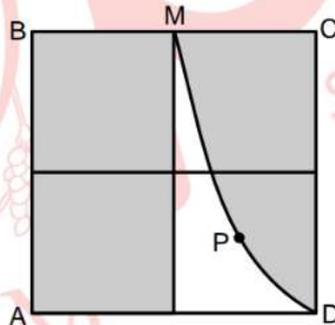


\therefore El área de la región sombreada es $\frac{7}{2} \sqrt{2} \text{ m}^2$

Rpta.: B

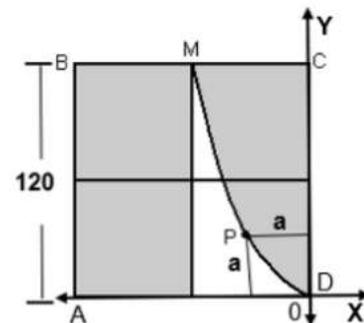
7. La figura muestra una ventana de forma cuadrada, cuyo perímetro es 480 cm, y una cortina conformada por dos partes: la primera cubre la mitad de la ventana y la otra está atada en el punto medio M de \overline{BC} y en el punto D, formando un arco de parábola cuyo vértice es D. Si se desea colocar un bordado en el punto P que equidiste de los lados \overline{CD} y \overline{AD} , ¿a qué distancia de \overline{AD} se debe colocar el bordado?

- A) 30 cm
- B) 40 cm
- C) 20 cm
- D) 25 cm
- E) 35 cm



Solución:

- Dato: M es punto medio de \overline{BC} y $AD = 120 \text{ cm}$.
- Sea D el origen de coordenadas
 $\Rightarrow M(-60; 120)$.
- La ecuación de la parábola es $y = 4px^2$
- El punto M pertenece a la parábola
 $\Rightarrow 120 = 4p(-60)^2 \Rightarrow 4p = \frac{1}{30}$
- $P(-a; a)$ pertenezca a la parábola
 $\Rightarrow a = \frac{1}{30} (-a)^2 \Rightarrow a = 30$



\therefore El bordado se debe colocar a 30 cm de \overline{AD} .

Rpta.: A

8. Los puntos $F(5;5)$ y $V(1;2)$ son el foco y el vértice, respectivamente, de una parábola \mathcal{P} . Halle la ecuación de la directriz de \mathcal{P} .
- A) $4x - 3y + 15 = 0$ B) $4x + 3y + 15 = 0$ C) $4x + 3y - 15 = 0$
 D) $3x + 4y + 15 = 0$ E) $3x + 4y - 15 = 0$

Solución:

- Def. de parábola:

$$FV = VN = p$$

- V punto medio de \overline{NF}

- Sea $N(a; b)$: $\frac{a+5}{2} = 1 \Rightarrow a = -3$

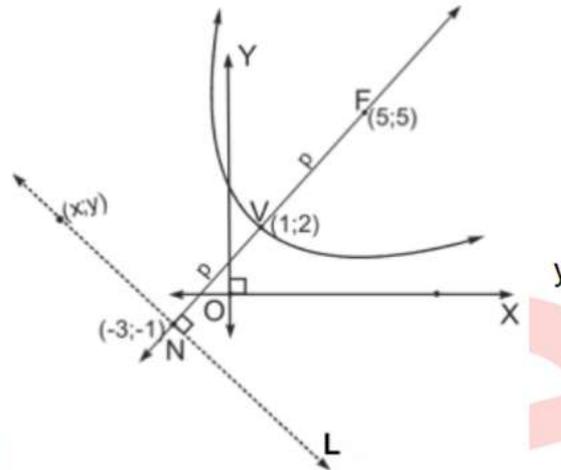
$$\frac{b+5}{2} = 2 \Rightarrow b = -1$$

$$\Rightarrow N(-3, -1)$$

- $m_{\overline{VF}} = \frac{3}{4} \rightarrow m_{\mathcal{L}} = -\frac{4}{3}$ ($\mathcal{L} \perp \overline{VF}$)

- $\mathcal{L}: y + 1 = -\frac{4}{3}(x + 3) \Rightarrow 4x + 3y + 15 = 0$

\therefore La ecuación de la directriz es $4x + 3y + 15 = 0$



Rpta.: B

9. La entrada de una iglesia tiene forma parabólica con una puerta de forma rectangular ABCD, como se muestra en la figura. Si la altura de la entrada parabólica tiene 4 m de alto y 6 m de ancho en la base, halle la altura de la puerta si tiene un ancho de 2 m.

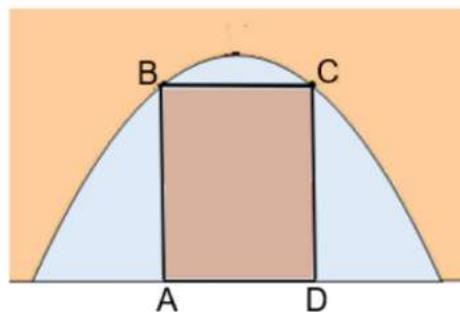
A) 12 m

B) 11 m

C) $\frac{31}{2}$ m

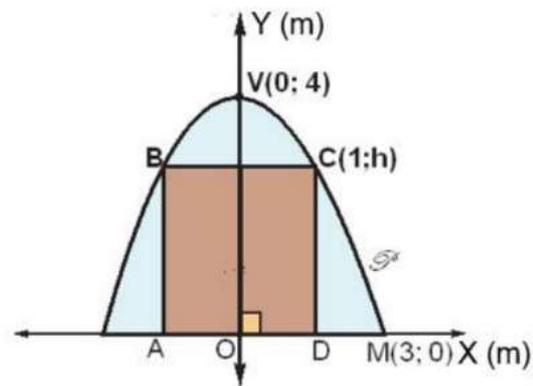
D) $\frac{32}{2}$ m

E) $\frac{31}{2}$ m



Solución:

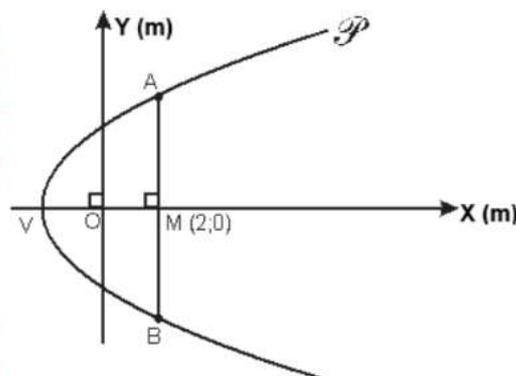
- $\mathcal{P}: (x - 0)^2 = 4p(y - 4)$
 - $M(3; 0) \in \mathcal{P} \Rightarrow (3 - 0)^2 = 4p(0 - 4)$
 $\Rightarrow p = -\frac{9}{16}$
 - $\mathcal{P}: x^2 = -\frac{9}{4}(y - 4)$
 - $C(1; h) \in \mathcal{P} \Rightarrow 1^2 = -\frac{9}{4}(h - 4)$
 $\Rightarrow h = \frac{32}{9} \text{ m}$
- \therefore La altura de la puerta es $\frac{32}{9} \text{ m}$



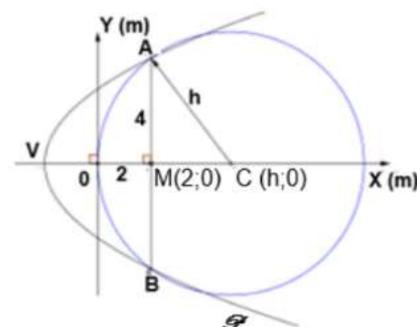
Rpta.: D

10. En la figura, V es vértice de la parábola $\mathcal{P}: y^2 - 4x - 8 = 0$. Halle la longitud de la circunferencia que pasa por los puntos A, O y B cuyo centro está en el eje X.

- A) $12\pi \text{ m}$
 B) $10\pi \text{ m}$
 C) $14\pi \text{ m}$
 D) $16\pi \text{ m}$
 E) $8\pi \text{ m}$

**Solución:**

- $A(2, b) \in \mathcal{P}$
 $\Rightarrow b = 4$
- $\triangle AMC$ (Pitágoras)
 $h^2 = 4^2 + (h - 2)^2$
 $\Rightarrow h = 5$

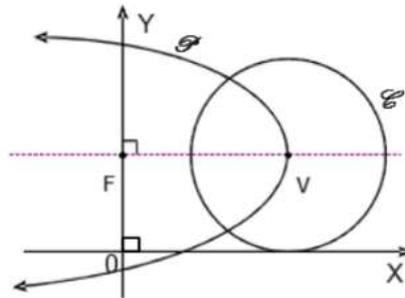


\therefore La longitud de la circunferencia es $10\pi \text{ m}$

Rpta.: B

11. En la figura, V es vértice de la parábola \mathcal{P} y centro de la circunferencia \mathcal{C} : $(x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 4$. Si F es el foco de la parábola \mathcal{P} , halle su ecuación.

- A) $(y - 2)^2 = -16(x - 4)$
 B) $(y - 2)^2 = -16(x - 2)$
 C) $(y - 2)^2 = -12(x - 4)$
 D) $(y - 2)^2 = -12(x - 2)$
 E) $(y - 2)^2 = -8(x - 4)$



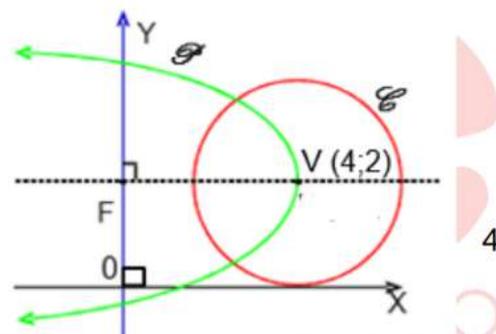
Solución:

- Eje Focal // Eje X

$$\mathcal{P} : (y - k)^2 = 4p(x - h)$$

$$\begin{aligned} \bullet V(4; 2) &\Rightarrow (y - 2)^2 = 4p(x - 4) \Rightarrow p = - \\ &\Rightarrow (y - 2)^2 = -16(x - 4) \end{aligned}$$

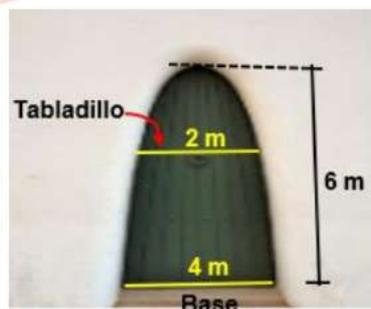
\therefore La ecuación de la parábola es $(y - 2)^2 = -16(x - 4)$



Rpta.: A

12. En la figura se muestra una puerta en forma de parábola de 6 m de alto y 4 m de ancho en la base. Si se colocó un tabladillo paralelo a la base, de 2 m, para limpiar la parte superior, ¿a qué altura de la base se encuentra el tabladillo?

- A) 4,2 m
 B) 4,5 m
 C) 4,8 m
 D) 5,2 m
 E) 5 m



Solución:

- Vértice: $V(0; 6) = (h, k)$

- $\mathcal{P}: (x - h)^2 = 4p(y - k)$

$$\Rightarrow x^2 = 4p(y - 6)$$

- $A(2; 0) \in \mathcal{P}$

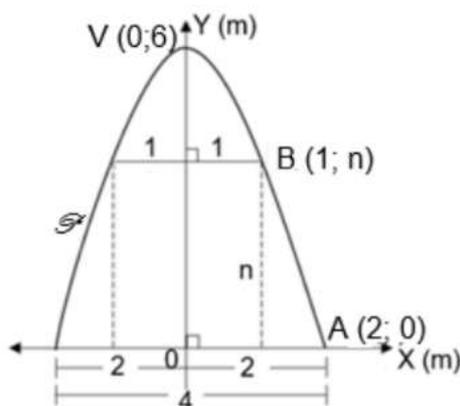
$$\Rightarrow 2^2 = 4p(0 - 6) \Rightarrow 4p = -\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \mathcal{P}: x^2 = -\frac{2}{3}(y - 6)$$

- $B(1; n) \in \mathcal{P}$

$$\Rightarrow 1^2 = -\frac{2}{3}(n - 6) \Rightarrow n = 4,5$$

\therefore El tabladillo se encuentra a 4,5 m de la base.



Rpta.: B

13. Halle la ecuación de la circunferencia con centro en el punto $C(-3; -5)$ y tangente a la recta $\mathcal{L}: 12x + 5y - 4 = 0$.

A) $(x+3)^2 + (y+5)^2 = 25$

B) $(x+3)^2 + (y+5)^2 = 16$

C) $(x+3)^2 + (y+5)^2 = 36$

D) $(x+3)^2 + (y+5)^2 = 9$

E) $(x+3)^2 + (y+5)^2 = 49$

Solución:

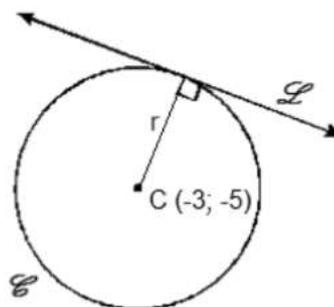
- $r = d(C, \mathcal{L})$:

$$\Rightarrow r = \frac{|12(-3) + 5(-5) - 4|}{\sqrt{12^2 + 5^2}}$$

$$\Rightarrow r = 5$$

- $\mathcal{C}: (x+3)^2 + (y+5)^2 = 25$

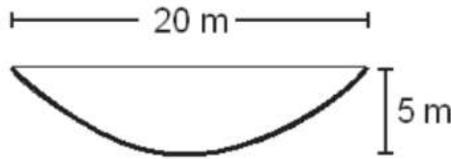
\therefore La ecuación de la circunferencia es $(x+3)^2 + (y+5)^2 = 25$



Rpta.: A

14. La figura muestra una sección transversal de un canal de regadío determinada por un arco parabólico. Halle la distancia del vértice al foco.

- A) 1 m
B) 2 m
C) 5 m
D) 3 m
E) 4 m



Solución:

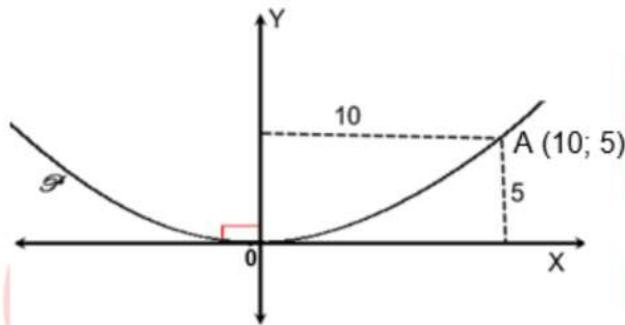
- Sea O vértice

- $\mathcal{P} : x^2 = 4py$

- $A(10; 5) \in \mathcal{P}$

$$10^2 = 4p \cdot 5 \Rightarrow p = 5$$

$$\therefore VF = 5 \text{ m}$$

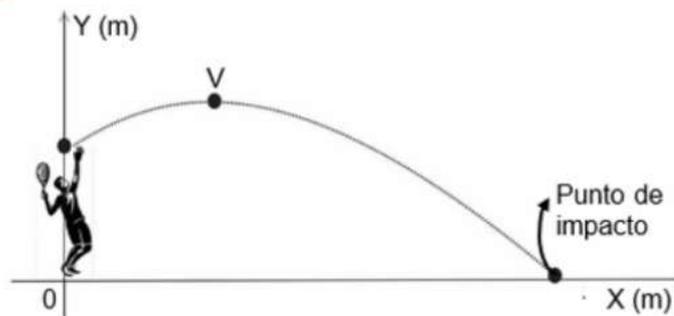


Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

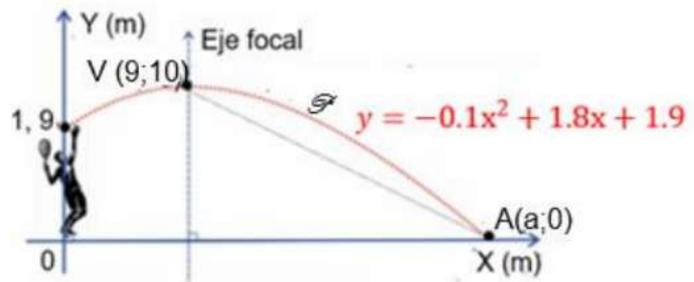
1. La figura muestra a un tenista que ha lanzado una pelota que describe una trayectoria parabólica $y = -0,1x^2 + 1,8x + 1,9$. Halle la distancia del vértice (V) de la parábola al punto de impacto del campo contrario.

- A) $\sqrt{181}$ m
B) $\sqrt{183}$ m
C) $\sqrt{171}$ m
D) $\sqrt{151}$ m
E) $\sqrt{191}$ m



Solución:

- Dato \mathcal{P} : $y = -0,1x^2 + 1,8x + 1,9$
 $\Rightarrow 10y = -x^2 + 18x + 19$
 $\Rightarrow 81 - 10y = (x - 9)^2 - 19$
 $\Rightarrow \mathcal{P}: (x - 9)^2 = -10(y - 10)$
 \Rightarrow Vértice $V(9;10)$



- A $(a;0)$ Punto de impacto
 (hacemos $y = 0$)
 $\Rightarrow A(19;0)$

- Distancia del vértice al punto de impacto

$$d = \sqrt{(19 - 9)^2 + (0 - 10)^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$$

\therefore La distancia del vértice (V) de la parábola al punto de impacto es $10\sqrt{2}$ m

Rpta.: A

2. En la figura, O es vértice y F foco de la parábola \mathcal{P} . Si la recta $\mathcal{L}: 5x - 3y + 15 = 0$ pasa por F, halle la ecuación de la parábola.

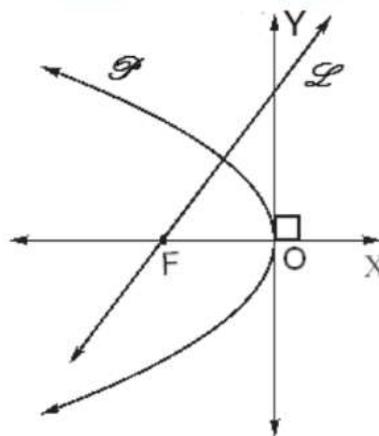
A) $y^2 = -10x$

B) $y^2 = -12x$

C) $y^2 = -8x$

D) $y^2 = -6x$

E) $y^2 = -9x$

**Solución:**

- O vértice de la parábola

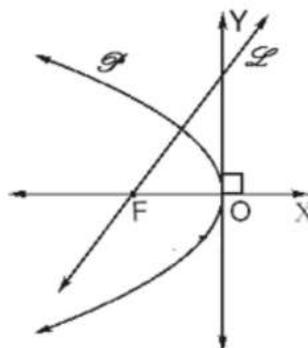
$$\Rightarrow \mathcal{P}: y^2 = 4px$$

- $F(p;0) \in \mathcal{L}$

$$\Rightarrow 5(p) - 3(0) + 15 = 0$$

$$\Rightarrow p = -3$$

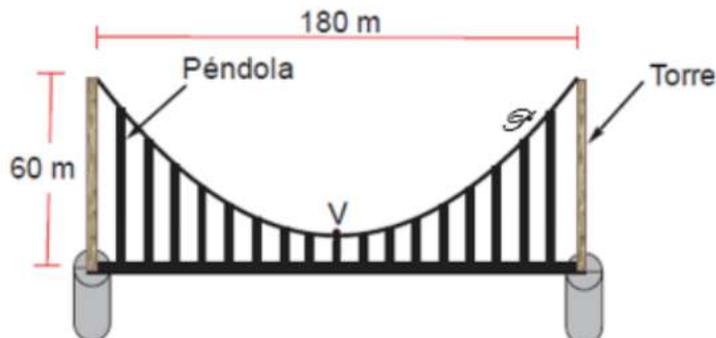
$$\therefore \mathcal{P}: y^2 = -12x$$



Rpta.: B

3. En la figura, se muestra parte de un puente que tiene un cable de forma parabólica cuyas torres de 60 m de altura están separadas 180 m, dos péndolas consecutivas están separadas 10 m y la péndola más pequeña de extremo V mide 10 m. Halle la ecuación de la parábola con vértice en V (considere V origen de coordenadas).

- A) $x^2 = 81y$
 B) $x^2 = 140y$
 C) $x^2 = 162y$
 D) $x^2 = 152y$
 E) $x^2 = 150y$



Solución:

- Vértice: $V(0; 0)$

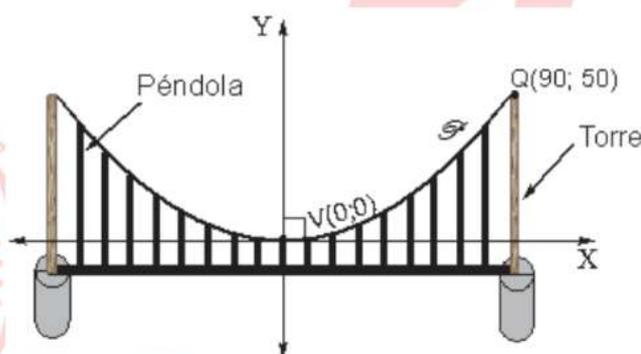
$$\mathcal{P}: x^2 = 4py$$

- $Q(90; 50) \in \mathcal{P}$

$$(90)^2 = 4p \cdot 50$$

$$\Rightarrow 4p = 162$$

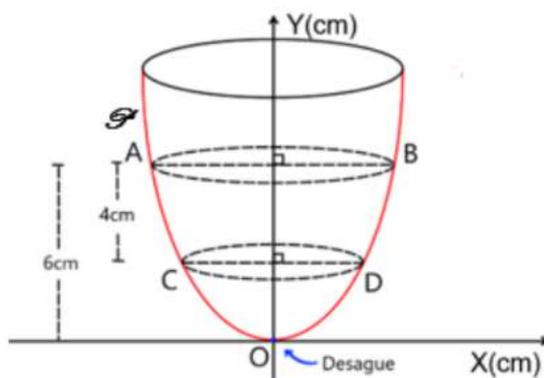
$$\therefore \mathcal{P}: x^2 = 162y$$



Rpta.: C

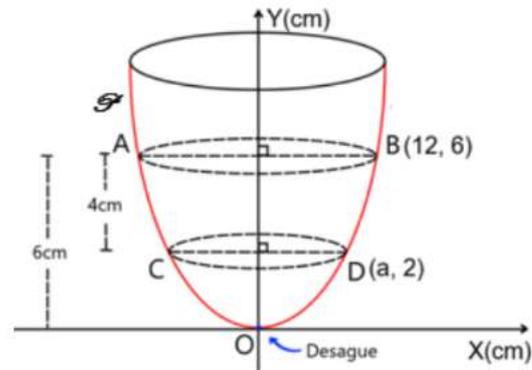
4. En la figura, el depósito de agua tiene la forma de un paraboloides y es seccionada por un plano resultando la curva parabólica \mathcal{P} . Inicialmente, el agua tiene una superficie circular cuyo diámetro \overline{AB} mide 24 cm. Si el nivel de agua desciende 4 cm, halle la medida del diámetro \overline{CD} de la superficie del agua.

- A) $8\sqrt{3}$ cm
 B) $2\sqrt{3}$ cm
 C) $4\sqrt{3}$ cm
 D) $6\sqrt{3}$ cm
 E) $3\sqrt{3}$ cm



Solución:

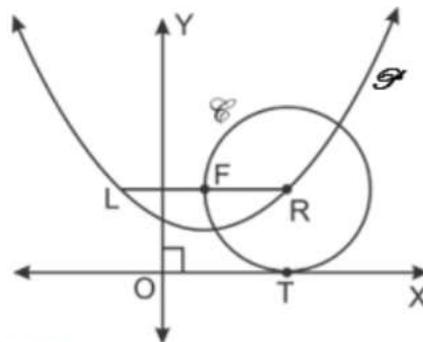
- Vértice: $V(0;0) \Rightarrow \mathcal{P}: x^2 = 4py$
- $A(-12;6)$ y $B(12;6)$
- $B(12;6) \in \mathcal{P}: (12)^2 = 4p(6) \Rightarrow p = 6$
 $\Rightarrow \mathcal{P}: x^2 = 24y$
- $D(a;2) \in \mathcal{P}$
 $\Rightarrow a^2 = 24(2) \Rightarrow a = 4\sqrt{3}$
 $\therefore CD = 2a = 8\sqrt{3}$



Rpta.: A

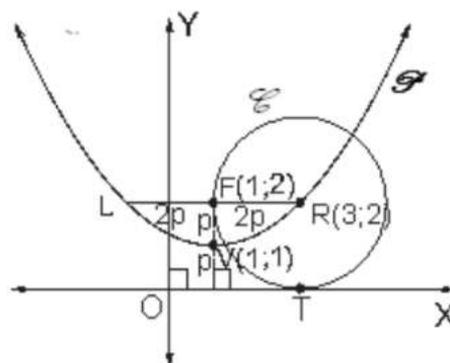
5. En la figura, T es punto de tangencia y \overline{LR} es el lado recto de la parábola $\mathcal{P}: x^2 - 2x - 4y + 5 = 0$, cuyo foco es F. Halle la ecuación de la circunferencia \mathcal{C} que tiene como centro el punto R.

- A) $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 4$
- B) $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$
- C) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$
- D) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$
- E) $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 4$



Solución:

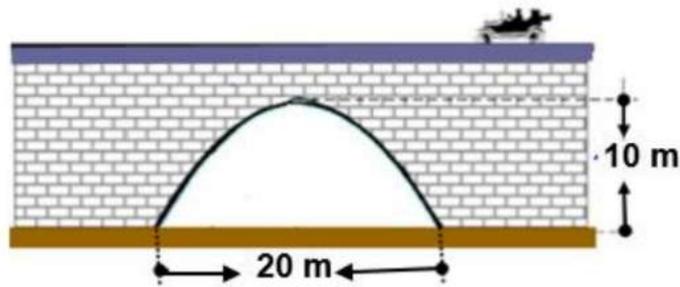
- $\mathcal{P}: x^2 - 2x - 4y + 5 = 0$
 $\Rightarrow \mathcal{P}: (x - 1)^2 = 4(y - 1)$
 $\Rightarrow 4p = 4$
 $\Rightarrow p = 1$
 $\Rightarrow V(1;1); F(1;2)$ y $R(3;2)$
- Para la \mathcal{C} :
 \Rightarrow Centro: $R(3;2)$ y Radio: 2
 $\therefore \mathcal{C}: (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 4$



Rpta.: A

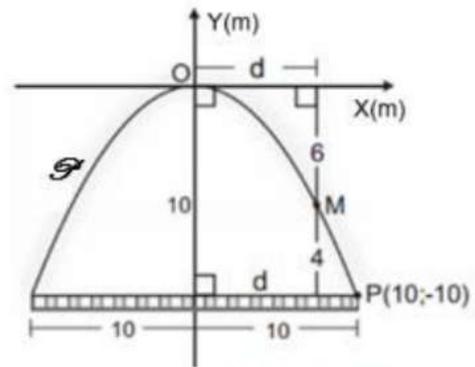
6. La figura muestra un puente y un arco parabólico cuya base tiene una extensión de 20 m y una altura máxima de 10 m. ¿A qué distancia del centro de la base la altura del arco es 4 m?

- A) $2\sqrt{5}$ m
 B) $6\sqrt{10}$ m
 C) $4\sqrt{5}$ m
 D) $3\sqrt{5}$ m
 E) $3\sqrt{3}$ m



Solución:

- $\mathcal{P}: x^2 = 4py \dots (1)$
- $P(10, -10) \in \mathcal{P}$
 $\Rightarrow 10^2 = 4p(-10) \Rightarrow 4p = -10 \dots (2)$
- Reemplazando (2) en (1) $\mathcal{P}: x^2 = -10y$
- $M(d, -6) \in \mathcal{P}$
 $\Rightarrow d^2 = -10(-6)$
 $\therefore d = 2\sqrt{15}$



Rpta.: A

Álgebra

EJERCICIOS DE CLASE

1. Dada las funciones f y g definidas por:

$$f(x) = -x^2 + 2x + 9; \text{ Dom}(f) = [2, 5]$$

$$g(x) = 2x^2 + 12x + 19; \text{ Dom}(g) = [-5, 2]. \text{ Calcule } \text{Ran}(f) \cap \text{Ran}(g).$$

A) $[1, 9)$

B) $[1, 11]$

C) $[1, 9]$

D) $[1, 10]$

E) $\langle 1, 9 \rangle$

Solución:

1) $f(x) = -x^2 + 2x + 9; \text{ Dom}(f) = [2, 5]$

$$f(x) = -x^2 + 2x + 9$$

$$= -(x^2 - 2x + 1) + 10$$

$$= -(x-1)^2 + 10$$

Calculando el $\text{Ran}(f)$

como $2 \leq x \leq 5$

$$\rightarrow 1 \leq x-1 \leq 4$$

$$\rightarrow 1 \leq (x-1)^2 \leq 16$$

$$\rightarrow 9 \geq -(x-1)^2 + 10 \geq -6$$

$$\text{Ran}(f) = [-6, 9].$$

2) $g(x) = 2x^2 + 12x + 19; \text{ Dom}(g) = [-5, 2]$

$$g(x) = 2(x^2 + 6x + 9) + 1$$

$$= 2(x+3)^2 + 1$$

Calculando el $\text{Ran}(g)$

como $-5 \leq x \leq 2$

$$-2 \leq x+3 \leq 5$$

$$0 \leq (x+3)^2 \leq 25$$

$$1 \leq 2(x+3)^2 + 1 \leq 51$$

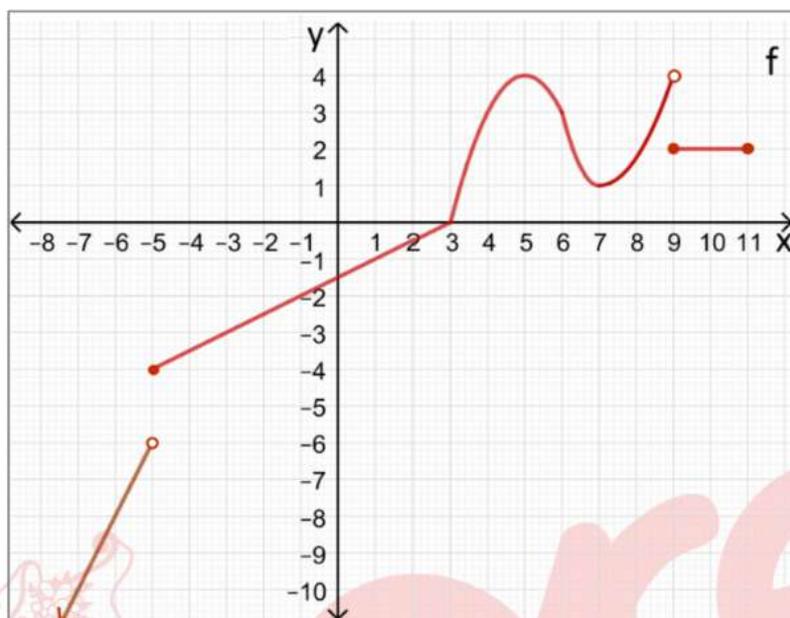
$$\text{Ran}(g) = [1, 51].$$

3) $\text{Ran}(f) \cap \text{Ran}(g) = [-6, 9] \cap [1, 51]$

$$\therefore \text{Ran}(f) \cap \text{Ran}(g) = [1, 9].$$

Rpta.: C

2. En la figura, se muestra la gráfica de la función f , determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones en el orden respectivo.



- I. $\text{Dom}(f) = \langle -\infty, 11 \rangle$
 II. $\text{Ran}(f) = \langle -\infty, -6 \rangle \cup [-4, 4]$
 III. El valor máximo de $f(x)$ es 4.
 IV. $f(-5) + f(5) - f(9) + f(3) = -6$

- A) VFVF B) VVFV C) VFVV D) FFVF E) VVFF

Solución:

- 1) $\text{Dom}(f) = \langle -\infty, 11 \rangle$
 2) $\text{Ran}(f) = \langle -\infty, -6 \rangle \cup [-4, 4]$
 3) El valor máximo de $f(x)$ es 4
 4) $f(-5) = -4$
 $f(5) = 4$
 $f(9) = 2$
 $f(3) = 0$
 $f(-5) + f(5) - f(9) + f(3) = -4 + 4 - 2 + 0 = -2$

- I. $\text{Dom}(f) = \langle -\infty, 11 \rangle$ (V)
 II. $\text{Ran}(f) = \langle -\infty, -6 \rangle \cup [-4, 4]$ (F)
 III. El valor máximo de $f(x)$ es 4 (V)
 IV. $f(-5) + f(5) - f(9) + f(3) = -6$ (F)
 \therefore VFVF

Rpta.: A

3. Sea la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \sqrt{x+3} + \sqrt{3-x}$. Determine el valor de x , para que $f(x)$ tome su máximo valor.

A) 0 B) $\sqrt{6}$ C) 3 D) 2 E) $2\sqrt{3}$

Solución:

- 1) Determinando el Dom(f):

$$x+3 \geq 0 \quad \wedge \quad 3-x \geq 0$$

$$x \geq -3 \quad \wedge \quad 3 \geq x$$

$$\text{Dom}(f) = [-3, 3]$$

- 2) Determinando el Ran(f):

$$y = \sqrt{x+3} + \sqrt{3-x}$$

$$y^2 = \sqrt{x+3}^2 + \sqrt{3-x}^2 + 2\sqrt{(x+3)(3-x)}$$

$$y^2 = 6 + 2\sqrt{-x^2+9}$$

$$\text{Como } -3 \leq x \leq 3$$

$$\rightarrow 0 \leq x^2 \leq 9$$

$$\rightarrow 0 \geq -x^2 \geq -9$$

$$\rightarrow 9 \geq -x^2 + 9 \geq 0$$

$$\rightarrow \sqrt{9} \geq \sqrt{-x^2+9} \geq \sqrt{0}$$

$$\rightarrow 6 \geq 2\sqrt{-x^2+9} \geq 0$$

$$\rightarrow 6+6 \geq 6+2\sqrt{-x^2+9} \geq 0+6$$

$$\rightarrow 12 \geq y^2 \geq 6$$

$$\rightarrow \sqrt{12} \geq \sqrt{y^2} \geq \sqrt{6}$$

$$\rightarrow \sqrt{12} \geq |y| \geq \sqrt{6}$$

$$\rightarrow \sqrt{12} \geq y \geq \sqrt{6}$$

$$\rightarrow \sqrt{12} \geq f(x) \geq \sqrt{6}$$

$$\text{Ran}(f) = [\sqrt{6}, \sqrt{12}]$$

Calculando el valor de x : para $f(x)_{\max} = \sqrt{12}$

Reemplazando

$$2\sqrt{3} = \sqrt{x+3} + \sqrt{3-x}$$

de la ecuación se tiene $x = 0$

\therefore Para que $f(x)$ sea máximo, el valor de $x = 0$.

Rpta.: A

4. Una empresa fabrica y vende televisores. Se sabe que la relación entre el precio de cada televisor y la cantidad demandada está dada por: $p = -2|q| + |q-8| + 16$, donde
 p: precio unitario en miles de soles
 q: cantidad de televisores

Determine la cantidad de televisores que deberá fabricar y vender para obtener el máximo ingreso.

- A) 7 B) 8 C) 5 D) 6 E) 4

Solución:

$$1) \quad q=0 \rightarrow p = -2|0| + |0-8| + 16 = 24$$

$$p=0 \rightarrow 0 = -2|q| + |q-8| + 16 \rightarrow q=8$$

$$2) \quad p = -2|q| + |q-8| + 16; \quad 0 \leq q \leq 8$$

$$= -2q + |q-8| + 16$$

$$= -2q - q + 8 + 16$$

$$= -3q + 24$$

$$p = -3q + 24$$

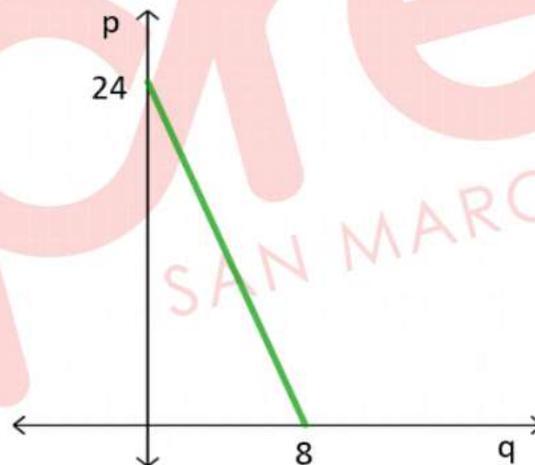
$$\text{Ingreso} = (\text{precio})(\text{cantidad})$$

$$= (-3q + 24)q$$

$$= -3q^2 + 24q$$

$$\text{Ingreso} = -3q^2 + 24q$$

$$q = -\frac{24}{2(-3)} = 4$$

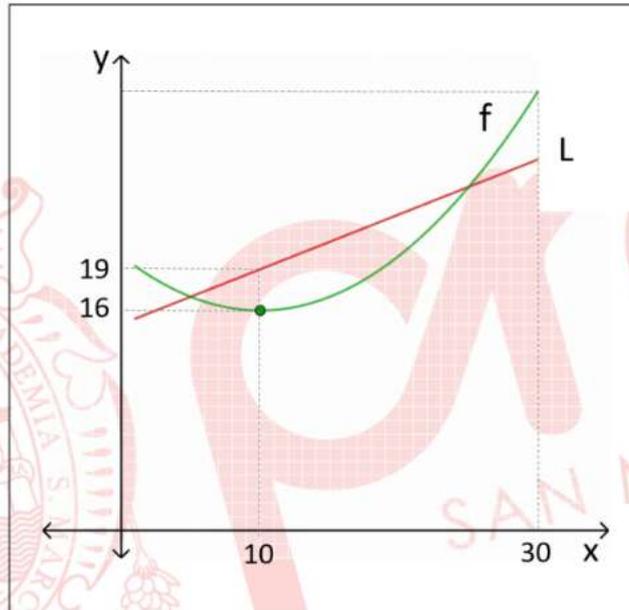


∴ Para obtener el máximo ingreso deberá fabricar y vender 4 televisores.

Rpta.: E

5. Las temperaturas ($^{\circ}\text{C}$) registradas en las ciudades de Amancaes y Wayta están modeladas por las funciones L y f respectivamente. La función L está definida por $L(x) = \frac{2}{5}x + b$; $1 \leq x \leq 30$ donde x : es el número del día del mes de noviembre del 2022.

Las gráficas de las funciones L (función lineal) y f (función cuadrática) se muestran en la figura. Si el día 10 de noviembre, la ciudad de Wayta alcanzó la mínima temperatura y el día 30 de noviembre la temperatura fue de 32°C . Determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones en el orden respectivo.



- I. En el mes de noviembre del año 2022, la temperatura máxima que registró la ciudad de Amancaes fue de 27°C .
- II. El 20 de noviembre del 2022 la temperatura en la ciudad de Wayta fue mayor que la temperatura en la ciudad de Amancaes.
- III. La temperatura en la ciudad de Wayta no excede a la temperatura en la ciudad de Amancaes, para cada día, desde el 5 de noviembre hasta el 25 de noviembre del año 2022.

- A) VFV B) VVV C) FFV D) VVF E) VFF

Solución:

$$1) L(x) = \frac{2}{5}x + b \quad ; 1 \leq x \leq 30.$$

$$L(10) = \frac{2}{5}(10) + b$$

$$19 = 4 + b$$

$$15 = b$$

$$L(x) = \frac{2}{5}x + 15$$

$$2) f(x) = a(x-10)^2 + 16$$

$$32 = a(30-10)^2 + 16$$

$$16 = a(400)$$

$$a = \frac{1}{25}$$

$$f(x) = \frac{1}{25}(x-10)^2 + 16$$

$$3) \text{ I. } L(30) = \frac{2}{5}(30) + 15 = 27$$

$$\text{ II. } L(20) = \frac{2}{5}(20) + 15 = 23$$

$$f(20) = \frac{1}{25}(20-10)^2 + 16 = 20$$

$$\rightarrow f(20) < L(20)$$

$$\text{ III. } f(x) \leq L(x)$$

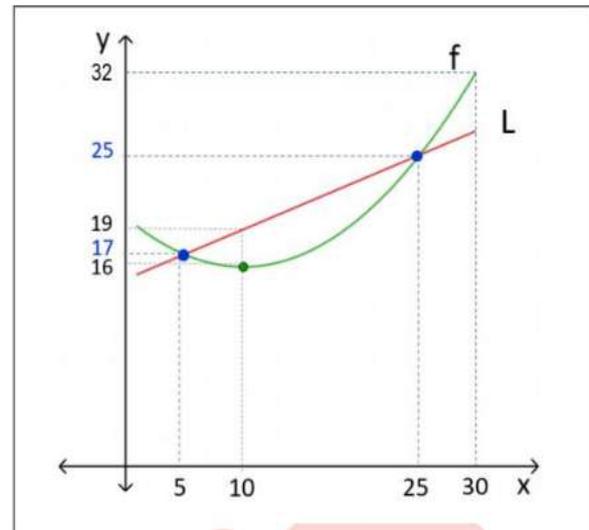
$$\Leftrightarrow \frac{1}{25}(x-10)^2 + 16 \leq \frac{2}{5}x + 15$$

$$\Leftrightarrow (x-10)^2 + 16(25) \leq 10x + 15(25)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 30x + 125 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-25)(x-5) \leq 0$$

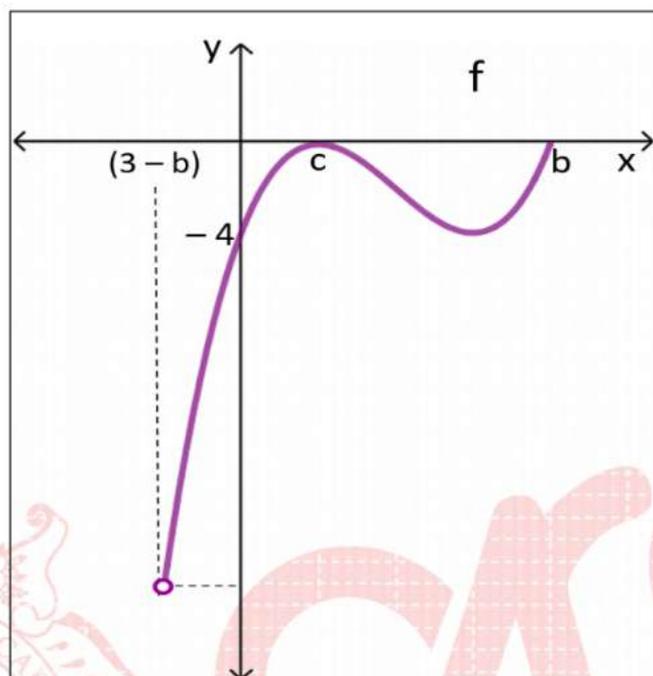
$$\Leftrightarrow x \in [5, 25]; \quad x \in \mathbb{Z}$$



- I. En el mes de noviembre del año 2022, la temperatura máxima que registró la ciudad de Amancaes fue de 27°C. (V)
- II. El 20 de noviembre del 2022 la temperatura en la ciudad de Wayta fue mayor que la temperatura en la ciudad de Amancaes. (F)
- III. La temperatura en la ciudad de Wayta no excede a la temperatura en la ciudad de Amancaes, para cada día, desde el 5 de noviembre hasta el 25 de noviembre del año 2022. (V)

Rpta.: A

6. Dada la gráfica de la función f , definida por $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4d$, $(3-b) < x \leq b$. Determine la suma de los dos menores elementos enteros del rango de la función f .



- A) -39 B) -41 C) -33 D) -35 E) -37

Solución:

$$f(0) = (0)^3 - 6(0)^2 + 9(0) - 4d$$

$$-4 = -4d$$

$$d = 1$$

Calculando los ceros de la función $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & -6 & 9 & -4 \\
 1 & & 1 & -5 & 4 \\
 \hline
 & 1 & -5 & 4 & 0 \\
 1 & & 1 & -4 & \\
 \hline
 & 1 & -4 & 0 & \\
 4 & & 4 & & \\
 \hline
 & 1 & 0 & &
 \end{array}$$

$$f(x) = (x-1)^2(x-4)$$

$$\rightarrow c = 1 \wedge b = 4$$

$$\rightarrow \text{Dom}(f) = \langle -1, 4 \rangle.$$

Determinando el $\text{Ran}(f)$

$$f(-1) = (-1-1)^2(-1-4) = 4(-5) = -20$$

$$\text{Ran}(f) = \langle -20, 0 \rangle$$

Los dos menores elementos enteros del rango de f son: -18 y -19

\therefore La suma de los dos menores elementos enteros del rango de f es -37 .

Rpta.: E

7. La utilidad, en dólares, que se obtiene al vender « q » unidades de cierto artículo está dada por la función polinómica $U(q) = q(q-3)^2(q-5)$, ¿cuántas unidades, como mínimo, deberá vender para no obtener pérdida?

A) 3 unidades B) 5 unidades C) 6 unidades D) 7 unidades E) 8 unidades

Solución:

$$U(q) = q(q-3)^2(q-5); \quad q > 0$$

No se obtiene pérdida entonces $U(q) \geq 0$

$$q(q-3)^2(q-5) \geq 0$$

$$q-5 \geq 0$$

$$q \geq 5$$

$$q \in (\{3\} \cup [5, +\infty))$$

\therefore Para no obtener pérdida deberá vender mínimo 3 unidades.

Rpta.: A

8. Determine cuál (es) de las siguientes proposiciones son verdaderas.

I. La función f definida por $f(x) = |x+3| - |x-3|$, $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$, es función par.

II. La función g definida por $g(x) = x^2 + 2|x|$; $|x| \in [1, 2]$, es función impar.

III. De II) se tiene que el $\text{Dom}(g) = [-2, -1] \cup [1, 2]$.

A) Solo III B) Todas C) Solo I y III D) Solo I y II E) Solo III y II

Solución:

$$1) f(x) = |x+3| - |x-3|; \text{Dom}(f) = \mathbb{R}$$

$$i) x \in \text{Dom}(f) \rightarrow -x \in \text{Dom}(f)$$

$$\begin{aligned}
 \text{ii) } f(-x) &= |-x+3| - |-x-3| \\
 &= |-1(x-3)| - |-1(x+3)| \\
 &= |x-3| - |x+3| \\
 &= -(|x+3| - |x-3|) \\
 &= -f(x)
 \end{aligned}$$

De i) y ii) f es impar.

$$2) g(x) = x^2 + 2|x| ; \text{Dom}(g) = [-2, -1] \cup [1, 2]$$

$$\text{i) } x \in \text{Dom}(f) \rightarrow -x \in \text{Dom}(f)$$

$$\begin{aligned}
 \text{ii) } g(-x) &= (-x)^2 + 2|-x| \\
 &= x^2 + 2|x| \\
 &= g(x)
 \end{aligned}$$

De i) y ii) g es par.

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

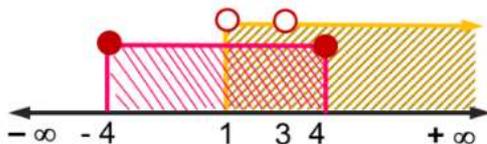
1. Dada la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \sqrt{16-x^2} + \frac{x}{\sqrt{x-1}} + \frac{x^2}{x-3} + 1$. Calcule la suma de los elementos enteros del $\text{Dom}(f)$.

- A) 9 B) 6 C) 7 D) 5 E) 8

Solución:

$f(x)$ es real si:

$$\begin{aligned}
 16-x^2 \geq 0 & \quad \wedge \quad x-1 > 0 & \quad \wedge \quad x-3 \neq 0 \\
 x^2-16 \leq 0 & \quad \wedge \quad x > 1 & \quad \wedge \quad x \neq 3 \\
 (x-4)(x+4) \leq 0 & \quad \wedge \quad x > 1 & \quad \wedge \quad x \neq 3 \\
 x \in [-4, 4] & \quad \wedge \quad x \in \langle 1, +\infty \rangle & \quad \wedge \quad x \neq 3
 \end{aligned}$$



$$\text{Dom}(f) = \langle 1, 4 \rangle - \{3\}$$

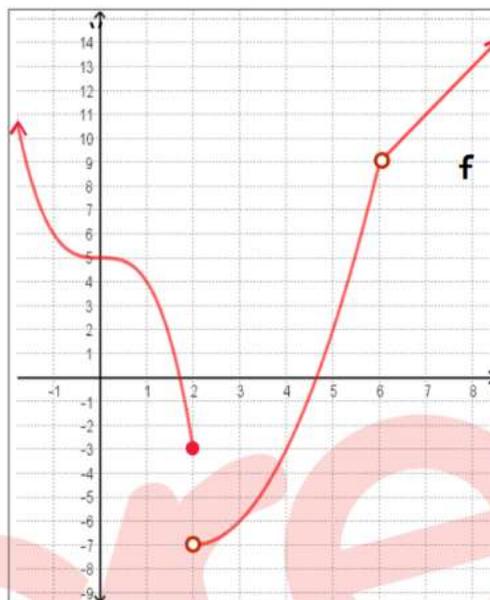
\therefore Suma de elementos enteros del $\text{Dom}(f) : 2+4=6$.

Rpta.: B

2. En la figura, se muestra la gráfica de la función f , determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones en el orden respectivo.

- I. $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{2, 6\}$
- II. $\text{Ran}(f) = \langle -7, +\infty \rangle - \{9\}$
- III. El valor mínimo de $f(x)$ es -7
- IV. $f(2) + f(10) = 14$

- A) FFFV
- B) FVFV
- C) FFVV
- D) VVFV
- E) FFFF



Solución:

- 1) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{6\}$
- 2) $\text{Ran}(f) = \langle -7, +\infty \rangle$
- 3) $[f(x)]_{\min} \neq -7$
- 4) i) $f(2) = -3$
ii) $f(x) = m x + b ; x > 6$

x	f(x)
6	9
7	11

$$f(6) = m(6) + b$$

$$9 = 6m + b \dots (1)$$

$$f(7) = m(7) + b$$

$$11 = 7m + b \dots (2)$$

De (1) y (2)

$$\begin{cases} 11 = 7m + b \\ 9 = 6m + b \end{cases}$$

$$m = 2 \wedge b = -3$$

Reemplazando:

$$f(x) = 2x - 3 ; x > 6$$

$$f(10) = 2(10) - 3 = 17$$

$$\therefore f(2) + f(10) = -3 + 17 = 14.$$

Rpta.: A

3. Si $[a, b]$ es el rango de la función f , definida por $f(x) = \sqrt{x-2} + \sqrt{6-x}$. Determine el área de un triángulo rectángulo, cuyos catetos miden a cm y b cm.

A) $4\sqrt{2}$ cm² B) $3\sqrt{3}$ cm² C) 3 cm² D) 4 cm² E) $2\sqrt{2}$ cm²

Solución:

- 1) Determinando el Dom(f):

$$x - 2 \geq 0 \wedge 6 - x \geq 0$$

$$x \geq 2 \quad \wedge \quad 6 \geq x$$

$$\text{Dom}(f) = [2, 6]$$

- 2) Determinando el Ran(f):

$$y = \sqrt{x-2} + \sqrt{6-x}$$

$$y^2 = \sqrt{x-2}^2 + \sqrt{6-x}^2 + 2\sqrt{(x-2)(6-x)}$$

$$y^2 = 4 + 2\sqrt{-(x^2 - 8x + 16)} + 4$$

$$y^2 = 4 + 2\sqrt{-(x-4)^2 + 4}$$

$$\text{como } 2 \leq x \leq 6$$

$$\rightarrow 0 \leq (x-4)^2 \leq 4$$

$$\rightarrow 0 \leq 4 - (x-4)^2 \leq 4$$

$$\rightarrow 0 \leq 2\sqrt{4 - (x-4)^2} \leq 4$$

$$\rightarrow 4 \leq 4 + 2\sqrt{4 - (x-4)^2} \leq 8$$

$$\rightarrow 2 \leq y \leq 2\sqrt{2}$$

$$\rightarrow a = 2 ; b = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore \text{Área} = \frac{2(2\sqrt{2})}{2} \text{ cm}^2 = 2\sqrt{2} \text{ cm}^2.$$

Rpta.: E

4. Manuel tiene un restaurante en donde al día vende 200 menús ejecutivos al precio 25 soles cada uno. Si por cada incremento de un sol en el precio unitario, vende 3 menús ejecutivos menos, ¿cuál será el menor precio que deberá establecer a cada menú ejecutivo, para obtener un ingreso no menor a 5 728 soles?

A) S/ 32 B) S/ 34 C) S/ 35 D) S/ 31 E) S/ 30

Solución:N° de incrementos : x Precio : $25 + x$ Cantidad : $200 - 3x$ Ingreso : $I(x) = (25 + x)(200 - 3x)$

$$I(x) \geq 5728$$

$$(25 + x)(200 - 3x) \geq 5728$$

$$-3x^2 + 125x - 728 \geq 0$$

$$3x^2 - 125x + 728 \leq 0$$

$$(3x - 104)(x - 7) \leq 0$$

$$x \in \left[7, \frac{104}{3} \right]$$

$$\rightarrow x_{\min} = 7$$

 \therefore El menor precio es: $(25+7)$ soles = 32 soles.**Rpta.: A**

5. Una empresa fabrica y vende sillas plegables. Se sabe que el precio de cada silla y la cantidad demandada de sillas, se relacionan mediante la ecuación lineal $p = m q + b$.

Donde p : precio unitario (en soles) q : cantidad de sillas plegables.

A un precio unitario de 150 soles vende 50 sillas plegables. Si aumenta el precio unitario en 30 soles, solo vende 20 sillas plegables, ¿cuántas sillas plegables deberá fabricar y vender, para obtener el máximo ingreso?

- A) 80 B) 120 C) 100 D) 90 E) 110

Solución:

q	p
50	150
20	180

$$p = m q + b$$

$$150 = m(50) + b \dots(1)$$

$$180 = m(20) + b \dots(2)$$

$$(1) - (2) :$$

$$-30 = 30m$$

$$\rightarrow m = -1 \wedge b = 200$$

$$p = -1q + 200$$

$$\text{Ingreso} = (\text{precio})(\text{cantidad})$$

$$= (-q + 200)q$$

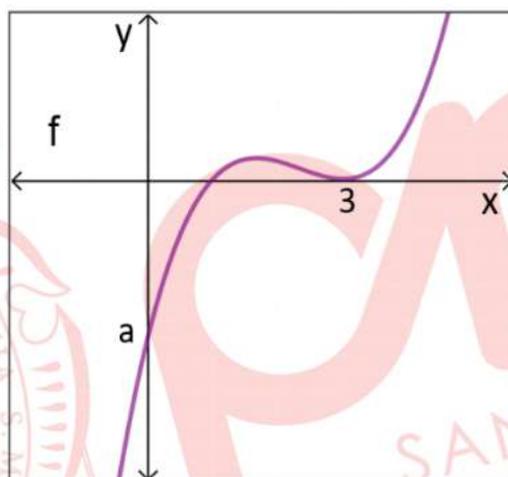
$$= -q^2 + 200q$$

$$q = -\frac{b}{2a} = -\frac{200}{2(-1)} = 100$$

∴ La empresa deberá fabricar y vender 100 sillas para obtener el ingreso máximo.

Rpta.: C

6. Dada la gráfica de la función f , definida por $f(x) = x^3 + bx^2 + 15x + c$; $\forall x \in \mathbb{R}$. Determine el valor de «a».



- A) -6 B) -7 C) -9 D) -8 E) -10

Solución:

$$f(x) = (x-3)^2 q(x)$$

$$\underbrace{x^3 + bx^2 + 15x + c}_{\text{Dividendo}} = \underbrace{(x-3)^2}_{\text{Divisor}} \underbrace{q(x)}_{\text{Cociente}} + \underbrace{0}_{\text{Resto}}$$

1	1	b	15	c
6		6	-9	
-9			6b+36	-9b-54
	1	b+6	0	0

$$1) -9 + 6b + 36 + 15 = 0$$

$$b = -7$$

$$2) -9b - 54 + c = 0$$

$$-9(-7) - 54 + c = 0$$

$$63 - 54 + c = 0$$

$$c = -9$$

$$3) f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$$

$$\rightarrow f(0) = (0)^3 - 7(0)^2 + 15(0) - 9$$

$$\rightarrow f(0) = -9$$

$$\therefore a = -9.$$

Rpta.: C

7. Sea f la función cuadrática definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, $\forall x \in \mathbb{R}$, tal que a y b son positivos, $f(0) = 1$ y $\text{Ran}(f) = \left[\frac{1}{2}, +\infty \right)$. Calcule el valor de $M = \frac{7b^4 - 4a^2}{3ab^2}$.

A) -4

B) -8

C) 4

D) -3

E) -5

Solución:

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R} \text{ y } a > 0 \text{ entonces } \text{Ran}(f) = \left[f\left(-\frac{b}{2a}\right), +\infty \right) \rightarrow f\left(-\frac{b}{2a}\right) = \frac{1}{2}$$

Además tenemos :

$$1) f(0) = 1 \rightarrow a(0)^2 + b(0) + c = 1 \rightarrow c = 1$$

$$2) f\left(-\frac{b}{2a}\right) = \frac{1}{2} \rightarrow a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a}\right) + c = \frac{1}{2}$$

Reemplazando:

$$a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a}\right) + 1 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} = -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{b^2}{4a} = -\frac{1}{2}$$

$$b^2 = 2a \dots (*)$$

- 3) Reemplazando (*) en M

$$M = \frac{7(b^2)^2 - 4a^2}{3ab^2} = \frac{7(2a)^2 - 4a^2}{3a(2a)} = \frac{24a^2}{6a^2} = 4$$

Rpta.: C

8. Determine cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas.

- I. La función f definida por $f(x) = ||x|+1| + x^2 + 1$; $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$, es función par.
 II. De I) se tiene que el $\text{Ran}(f) = \mathbb{R}$.
 III. La función g definida por $g(x) = (x-1)^5 + (x+1)^5$; $\text{Dom}(g) = [-3,3]$, es función impar.

A) Solo I y II B) Todas C) Solo III D) Solo I y III E) Solo I

Solución:

$$1) f(x) = ||x|+1| + x^2 + 1 ; \text{Dom}(f) = \mathbb{R}$$

$$i) x \in \text{Dom}(f) \rightarrow -x \in \text{Dom}(f)$$

$$\begin{aligned} ii) f(-x) &= ||-x|+1| + (-x)^2 + 1 \\ &= ||x|+1| + x^2 + 1 \\ &= f(x) \end{aligned}$$

De i) y ii) f es par.

$$2) \text{Ran}(f) \neq \mathbb{R}$$

$$3) g(x) = (x-1)^5 + (x+1)^5 ; \text{Dom}(g) = [-3, 3]$$

$$i) x \in \text{Dom}(g) \rightarrow -x \in \text{Dom}(g)$$

$$\begin{aligned} ii) g(-x) &= (-x-1)^5 + (-x+1)^5 \\ &= -(x+1)^5 - (x-1)^5 \\ &= -[(x-1)^5 + (x+1)^5] \\ &= -g(x) \end{aligned}$$

De i) y ii) g es impar.

Rpta.: D

Trigonometría

EJERCICIOS DE CLASE

1. Calcule el valor de $27\cos\left(3\arcsen\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)\right)$.

- A) -18 B) -20 C) -22 D) -24 E) -25

Solución:

$$* \alpha = \arcsen\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right) \Rightarrow \operatorname{sen}\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

$$* \cos\left(3\arcsen\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)\right) = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \cos\left(3\arcsen\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)\right) = 4\left(\frac{2}{3}\right)^3 - 2\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$\text{Por lo tanto, } 27\cos\left(3\arcsen\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)\right) = -22.$$

Rpta.: C

2. Sea la función real f definida por

$$f(x) = 7 - \operatorname{csc}\left(\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\frac{x}{5}\right), \quad 2 \leq x < 5.$$

Si el rango de f es $\langle a; b \rangle$, determine $a + b$.

- A) 5 B) 8 C) 10 D) 11 E) $2(8 - \sqrt{3})$

Solución:

$$* \alpha = \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow \cos\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2} \wedge 0 \leq \alpha \leq \pi \Rightarrow \alpha = \frac{5\pi}{6}$$

$$\Rightarrow f(x) = 7 - \operatorname{csc}\left(\frac{\pi x}{6}\right), \quad 2 \leq x < 5.$$

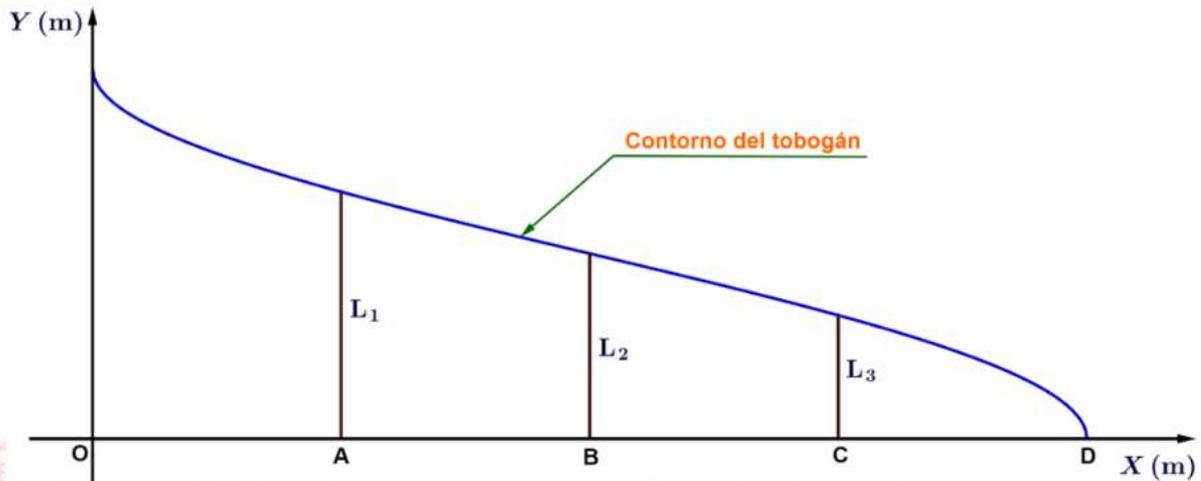
$$* 2 \leq x < 5 \Rightarrow \frac{\pi}{3} \leq \frac{\pi x}{6} < \frac{5\pi}{6} \Rightarrow 1 \leq \operatorname{csc}\left(\frac{\pi x}{6}\right) < 2$$

$$\Rightarrow 5 < 7 - \operatorname{csc}\left(\frac{\pi x}{6}\right) \leq 6 \Rightarrow 5 < f(x) \leq 6.$$

Por lo tanto, $a + b = 11$.

Rpta.: B

3. La figura muestra el perfil de un tobogán cuyo contorno coincide con la gráfica de la función real f definida por $f(x) = \frac{6}{\pi} \arccos\left(\frac{x}{8} - 1\right)$, donde el eje X representa el suelo. Si $OA = AB = BC = CD$ y los soportes L_1, L_2 y L_3 son verticales, determine la suma de las longitudes de los soportes L_1 y L_3 .



- A) 9 m B) 6 m C) 5 m D) 5 m E) 8 m

Solución:

$$* D(t;0) \in f \Rightarrow 0 = \frac{6}{\pi} \arccos\left(\frac{t}{8} - 1\right) \Rightarrow \cos 0 = \frac{t}{8} - 1 \Rightarrow t = 16.$$

* Como los soportes son equidistantes, $A(4;0)$ y $C(12;0)$.

$$* f(4) = \frac{6}{\pi} \arccos\left(\frac{4}{8} - 1\right) = \frac{6}{\pi} \cdot \frac{2\pi}{3} \Rightarrow f(4) = 4.$$

$$* f(8) = \frac{6}{\pi} \arccos\left(\frac{12}{8} - 1\right) = \frac{6}{\pi} \cdot \frac{\pi}{3} \Rightarrow f(8) = 2.$$

Por lo tanto, la suma de las longitudes de los soportes L_1 y L_3 , es 6 metros.

Rpta.: B

4. Un topógrafo usando un teodolito tomó las medidas de los lados de un terreno de forma rectangular ABCD, y obtuvo los siguientes datos: $AB = \frac{528}{24}$ dm y $BC = 24 \tan\left(\arcsen \frac{9}{41} + \arccos \frac{15}{17}\right)$ dm. Halle el área de dicho terreno.
- A) 455 dm² B) 500 dm² C) 525 dm² D) 495 dm² E) 450 dm²

Solución:

$$\text{Área} = \frac{528}{24} \cdot 24 \tan\left(\arcsen \frac{9}{41} + \arccos \frac{15}{17}\right)$$

$$\text{Sean } \alpha = \arcsen \frac{9}{41}; \beta = \arccos \frac{15}{17}$$

$$\text{Área} = 528 \tan(\alpha + \beta)$$

$$\text{Área} = 528 \left(\frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \right)$$

$$\text{Área} = 528 \left(\frac{\frac{9}{40} + \frac{8}{15}}{1 - \frac{9}{40} \cdot \frac{8}{15}} \right)$$

$$\text{Área} = 455 \text{ dm}^2$$

Rpta.: A

5. En la entrada de un centro comercial se construirá una rampa para personas con discapacidad. La medida del ángulo de inclinación de la rampa es numéricamente igual al mínimo valor de la función real θ definida por

$$\theta(x) = \arcsen\left(\frac{1}{2x-3}\right) + \arctan(\sqrt{3}-2), \quad 2 \leq x \leq \frac{5}{2}. \text{ Halle la medida de dicho ángulo.}$$

- A) $\frac{3\pi}{16}$ rad B) $\frac{\pi}{12}$ rad C) $\frac{\pi}{16}$ rad D) $\frac{\pi}{6}$ rad E) $\frac{5\pi}{36}$ rad

Solución:

$$* 2 \leq x \leq \frac{5}{2} \Rightarrow 4 \leq 2x \leq 5 \Rightarrow \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2x-3} \leq 1$$

$$\Rightarrow \arcsen\left(\frac{1}{2}\right) \leq \arcsen\left(\frac{1}{2x-3}\right) \leq \arcsen 1$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{6} + \arctan(\sqrt{3}-2) \leq \arcsen\left(\frac{1}{2x-3}\right) + \arctan(\sqrt{3}-2) \leq \frac{\pi}{2} + \arctan(\sqrt{3}-2)$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{12} \leq \theta(x) \leq \frac{5\pi}{12}$$

Por lo tanto, la medida del ángulo de inclinación de la rampa es $\frac{\pi}{12}$ rad.

Rpta.: B

6. La cantidad de toneladas de *kiwicha* que una empresa exportó a Alemania mensualmente en el año 2022 es el máximo valor de $T(x)$, donde T es la función real definida por

$$T(x) = \frac{12}{\pi} \arctan \left[\cot \left(\frac{\pi x}{6} \right) \right] + 4; \quad \frac{3}{2} \leq x \leq 5. \quad \text{¿Cuántas toneladas de kiwicha exportó dicha empresa en el año 2022?}$$

- A) 96 B) 84 C) 66 D) 48 E) 42

Solución:

$$\begin{aligned} * \frac{3}{2} \leq x \leq 5 &\Rightarrow \frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi x}{6} \leq \frac{5\pi}{6} \Rightarrow -\sqrt{3} \leq \cot \left(\frac{\pi x}{6} \right) \leq 1 \\ &\Rightarrow -\frac{\pi}{3} \leq \arctan \left(\cot \left(\frac{\pi x}{6} \right) \right) \leq \frac{\pi}{4} \\ &\Rightarrow 0 \leq \frac{12}{\pi} \arctan \left(\cot \left(\frac{\pi x}{6} \right) \right) + 4 \leq 7 \quad 0 \leq T(x) \leq 7 \end{aligned}$$

* Por lo tanto, dicha empresa en el año 2022 exportó 84 toneladas de *kiwicha*.

Rpta.: B

7. Los valores de resistencia de un potenciómetro están modelados mediante la función real H definida por

$$H(x) = 2 - x + \frac{3}{2\pi} \arccos(2x - 1), \quad 0 \leq x \leq \frac{3}{4}.$$

Determine el máximo valor de la resistencia del potenciómetro.

- A) 3,5 B) 3 C) 2,75 D) 2,25 E) 1,75

Solución:

$$* 0 \leq x \leq \frac{3}{4} \Rightarrow -1 \leq 2x - 1 \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{3} \leq \arccos(2x - 1) \leq \pi \dots (1)$$

$$* 0 \leq x \leq \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{5}{4} \leq 2 - x \leq 2 \dots (2)$$

$$* \text{De (1) y (2), se tiene } \frac{7}{4} \leq 2 - x + \frac{3}{2\pi} \arccos(2x - 1) \leq \frac{7}{2}.$$

* Por lo tanto, el máximo valor de la resistencia del potenciómetro es 3,5.

Rpta.: A

8. Sea f la función real definida por $f(x) = \frac{12\pi}{3\pi + 2\arcsen(x^2 - 2x)}$. Si $2 < x$ y el rango de f es $[a;b)$, halle $a + b$.

- A) $\frac{48}{5}$ B) 5 C) 7 D) 9 E) 10

Solución:

$$\begin{aligned}
 * x > 2 &\Rightarrow x^2 - 2x > 0 \Rightarrow 0 < \arcsen(x^2 - 2x) \leq \frac{\pi}{2} \\
 &\Rightarrow 0 < 2\arcsen(x^2 - 2x) \leq \pi \Rightarrow 3 \leq \frac{12\pi}{3\pi + 2\arcsen(x^2 - 2x)} < 4 \\
 &\Rightarrow 3 \leq f(x) < 4 \Rightarrow \text{Ran}(f) = [3, 4). \\
 * \text{ Por lo tanto, } a + b &= 7.
 \end{aligned}$$

Rpta.: C

9. Resuelva la ecuación $\arcsen\left(\frac{5}{x}\right) + \arcsen\left(\frac{12}{x}\right) = \frac{\pi}{2}$.

- A) 10 B) 17 C) 29 D) 20 E) 13

Solución:

$$\arcsen\left(\frac{5}{x}\right) + \arcsen\left(\frac{12}{x}\right) = \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsen\left(\frac{5}{x}\right) = \frac{\pi}{2} - \arcsen\left(\frac{12}{x}\right)$$

$$\arcsen\left(\frac{5}{x}\right) = \arccos\left(\frac{12}{x}\right)$$

$$\text{Luego, } \sen\theta = \frac{5}{x} \wedge \cos\theta = \frac{12}{x}$$

$$\text{Como } \sen^2\theta + \cos^2\theta = 1, \left(\frac{5}{x}\right)^2 + \left(\frac{12}{x}\right)^2 = 1.$$

Por lo tanto, $x = 13$.

Rpta.: E

10. El ingreso semanal de una ferretería viene dado por la función real f definida por $f(x) = \frac{20\pi}{6\arctan(x) + \frac{5\pi}{2}}$, $-\sqrt{3} \leq x \leq 1$ en miles de soles. Si el gasto total de operatividad

semanal de la ferretería es $5000\sen\left(2\arctan\left(\frac{1}{3}\right)\right)$ soles, determine la menor utilidad semanal de dicha ferretería.

- A) S/.1600 B) S/.1800 C) S/.2000 D) S/.2400 E) S/.2500

Solución:

$$* \operatorname{sen}\left(2\arctan\left(\frac{1}{3}\right)\right) = \frac{2(1/3)}{1+1/9} = \frac{3}{5} \Rightarrow 5000 \operatorname{sen}\left(2\arctan\left(\frac{1}{3}\right)\right) = 3000.$$

$$* -\sqrt{3} \leq x \leq 1 \Rightarrow -\frac{\pi}{3} \leq \arctan x \leq \frac{\pi}{4} \Rightarrow -2\pi \leq 6\arctan x \leq \frac{3\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{2} \leq 6\arctan x + \frac{5\pi}{2} \leq 4\pi \Rightarrow 5 \leq \frac{20\pi}{6\arctan x + \frac{5\pi}{2}} \leq 40.$$

Como el menor ingreso semanal es 5000 soles, la menor utilidad semanal es 2000 soles.

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Sea f la función real definida por $f(x) = \sqrt{\arccos\left(\frac{x}{2}-1\right) - \arcsen\left(\frac{x}{4}\right)}$. Si el dominio de f es $[a, b]$, determine $3^a + 5b$

A) 21

B) 17

C) 29

D) 47

E) 52

Solución:

$$* x \in \operatorname{Dom}(f) \Leftrightarrow -1 \leq \frac{x}{2}-1 \leq 1 \wedge -1 \leq \frac{x}{4} \leq 1 \wedge \arccos\left(\frac{x}{2}-1\right) \geq \arcsen\left(\frac{x}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq x \leq 4 \wedge -4 \leq x \leq 4 \wedge (\Delta) \dots (1)$$

$$* \text{Conjunto solución de } (\Delta): \text{ Sea } \alpha = \arccos\left(\frac{x}{2}-1\right) = \arcsen\left(\frac{x}{4}\right).$$

$$\operatorname{sen}^2 \alpha + \operatorname{cos}^2 \alpha = 1 \Rightarrow \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{x}{2}-1\right)^2 = 1 \quad x=0 \vee x = \frac{16}{5}.$$

Si $x=0$, se tiene $\arccos\left(\frac{x}{2}-1\right) = \pi$ y $\arcsen\left(\frac{x}{4}\right) = 0$. Por ende,

$$\arccos\left(\frac{x}{2}-1\right) \geq \arcsen\left(\frac{x}{4}\right) \Leftrightarrow 0 \leq x \leq \frac{16}{5}.$$

$$* \text{ De (1): } x \in \operatorname{Dom}(f) \Leftrightarrow 0 \leq x \leq \frac{16}{5}.$$

Por lo tanto, $3^a + 5b = 17$.

Rpta.: B

2. La función real definida por $f(x) = \arcsen(3 - |x - 1|) + \arctan\left(\frac{x+1}{\sqrt{4-x}}\right)$.
Determine la suma de los elementos enteros del dominio de f .

A) 1 B) 3 C) -2 D) -3 E) 2

Solución:

$$* x \in \text{Dom}(f) \Leftrightarrow -1 \leq |x-1| - 3 \leq 1 \wedge 0 < 4-x$$

$$\Leftrightarrow 2 \leq |x-1| \leq 4 \wedge x < 4$$

$$\Leftrightarrow |x-1| \geq 2 \wedge |x-1| \leq 4 \wedge x < 4 \quad (x \leq -1 \vee x \geq 3) \wedge -3 \leq x < 4$$

$$* \text{ Luego, } \text{Dom}(f) = [-3; -1] \cup [3; 4).$$

Por lo tanto, la suma de los elementos enteros del dominio de f es -3 .

Rpta.: D

3. Desde lo alto de un edificio, una persona observa los puntos A y B sobre el suelo, como se muestra en la figura. Si $4BQ = AQ = x$ m, determine el valor de θ .

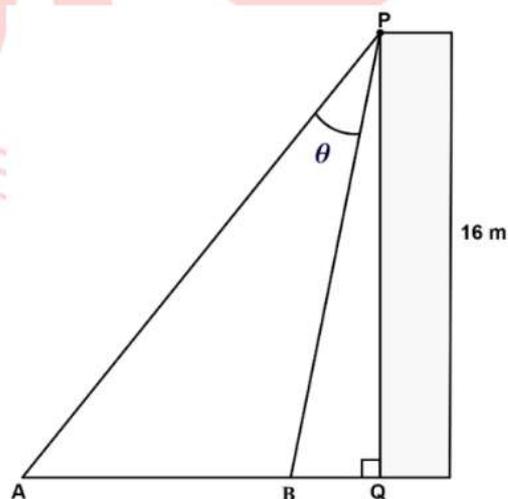
A) $\arctan\left(\frac{8x}{36+x^2}\right)$

B) $\arctan\left(\frac{6x}{16+x^2}\right)$

C) $\arctan\left(\frac{8x}{32+x^2}\right)$

D) $\arctan\left(\frac{12x}{64+x^2}\right)$

E) $\arctan\left(\frac{4x}{64+x^2}\right)$

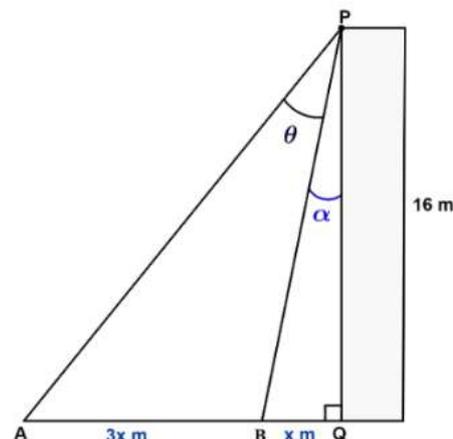


Solución:

De la figura,

$$* \tan \alpha = \frac{x}{16}; \quad \tan(\theta + \alpha) = \frac{x}{4}$$

$$* \theta = (\theta + \alpha) - \alpha \Rightarrow \tan \theta = \frac{\tan(\theta + \alpha) - \tan \alpha}{1 + \tan(\theta + \alpha) \tan \alpha} \dots (1)$$



* Reemplazando $\tan \alpha = \frac{x}{16}$ y $\tan(\theta + \alpha) = \frac{x}{4}$ en (1), obtenemos $\tan \theta = \frac{12x}{64 + x^2}$.

Por lo tanto, $\theta = \arctan\left(\frac{12x}{64 + x^2}\right)$.

Rpta.: D

4. Sea $f : [-2; 2] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \arccos\left(2\sin^2\left(\frac{\pi x}{6}\right) - 1\right)$. Si el rango de f es $[a; b]$, determine $a + b$.

- A) $\frac{2\pi}{3}$ B) $\frac{5\pi}{6}$ C) $\frac{4\pi}{3}$ D) $\frac{7\pi}{6}$ E) π

Solución:

$$* -2 \leq x \leq 2 \Rightarrow -\frac{\pi}{3} \leq \frac{\pi x}{6} \leq \frac{\pi}{3} \Rightarrow 0 \leq 2\sin^2\left(\frac{\pi x}{6}\right) \leq \frac{3}{2}$$

$$-1 \leq 2\sin^2\left(\frac{\pi x}{6}\right) - 1 \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{3} \leq \arccos\left(2\sin^2\left(\frac{\pi x}{6}\right) - 1\right) \leq \pi$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{3} \leq f(x) \leq \pi \Rightarrow a = \frac{\pi}{3} \wedge b = \pi.$$

* Por lo tanto, $a + b = \frac{4\pi}{3}$.

Rpta.: C

5. Si $\alpha = \arctan(\csc 46^\circ - \tan 44^\circ)$ y $\beta = \arctan\left(\frac{\sin 27^\circ + 4\cos^3 81^\circ}{12\cos^3 3^\circ + 9\cos 117^\circ}\right)$, calcule $10\sin(\alpha + \beta + 5^\circ)$.

- A) 8 B) 12 C) 5 D) 6 E) 9

Solución:

$$* \alpha = \arctan(\csc 46^\circ - \tan 44^\circ) \Rightarrow \alpha = \arctan(\tan 23^\circ) \Rightarrow \alpha = 23^\circ.$$

$$* \beta = \arctan\left(\frac{\sin 27^\circ + 4\cos^3 81^\circ}{12\cos^3 3^\circ + 9\cos 117^\circ}\right) \Rightarrow \beta = \arctan\left(\frac{3\sin 9^\circ - 4\sin^3 9^\circ + 4\cos^3 81^\circ}{3(4\cos^3 3^\circ - 3\cos 3^\circ)}\right)$$

$$\Rightarrow \beta = \arctan\left(\frac{\sin 9^\circ}{\cos 9^\circ}\right) \Rightarrow \beta = 9^\circ.$$

$$* 10\sin(\alpha + \beta + 5^\circ) = 10\sin(37^\circ) = 6.$$

Rpta.: D

Lenguaje

EJERCICIOS DE CLASE

1. El uso adecuado de los signos de puntuación facilita la comprensión de un texto escrito. Considerando ello, ¿qué enunciados presentan uso correcto de estos signos?

- A) Cuando llegaba oí que él exclamó: «Fuera de aquí intruso».
- B) Aquel joven trabajó bien, sin embargo; no fue remunerado.
- C) ¿Señor, está de acuerdo con la manifestación del testigo?
- D) Algunos decidieron viajar a Tumbes; otros a Cajamarca.
- E) Si tienes oportunidades, aprovéchalas; si no, busca otras.

Solución:

En esta alternativa hay correcto uso de los signos de puntuación: la coma hiperbática y el punto y coma para separar proposiciones relacionadas semánticamente.

La puntuación correcta de las otras alternativas es la siguiente:

- A) Cuando llegaba, oí que él exclamó: «¡Fuera de aquí, intruso!».
- B) Aquel joven trabajó bien, sin embargo, no fue remunerado.
- C) Señor, ¿está de acuerdo con la manifestación del testigo?
- D) Algunos decidieron viajar a Tumbes; otros, a Cajamarca.

Rpta.: E

2. En la lengua española, el empleo adecuado de los signos de puntuación garantiza que la comunicación escrita sea clara y precisa para el lector. Tomando en cuenta lo mencionado, elija la opción en la que hay uso apropiado de la coma.

- I. Los últimos viernes de cada mes, la entrada es libre.
- II. No recuperó su billetera, su carné, ni su pasaporte.
- III. Felizmente, llegamos a Arequipa, la Ciudad Blanca.
- IV. Los interesados en el tema, deben inscribirse ahora.

- A) III y IV B) II y III C) I y III D) II y IV E) I y II

Solución:

En el enunciado I, se ha empleado la coma hiperbática y en III, la coma de adverbio oracional y de aposición.

Rpta.: C

3. El uso de la coma permite diferenciar significados en expresiones que pueden llegar a tener más de una interpretación. En este sentido, ¿en cuáles de los enunciados el cambio de la ubicación de la coma genera oraciones con distintos significados?

- I. Aunque no lo creas asistirá a la ceremonia.
- II. Noelia la hija de Adolfo reside en España.
- III. Perdón imposible que cumpla su condena.
- IV. Si ella está con licencia no habrá atención.

- A) I y II B) II y III C) I y IV D) II y IV E) III y IV

Solución:

En el enunciado II, si escribimos una coma después de *Noelia*, será el vocativo del enunciado y si escribimos *la hija de Adolfo* entre comas, esa frase constituye la aposición del nombre *Noelia*. En III, escribir la coma después de la palabra *perdón* significa que es *imposible que cumpla su condena*; pero si se coloca después de la palabra *imposible*, significa que *debe cumplir su condena*.

Rpta.: B

4. La coma es el signo de puntuación más empleado en la escritura y se clasifica en coma de vocativo, elíptica, ante conjunción, delante de adverbios que modifican toda la oración, en incisos explicativos, hiperbática, etc. De acuerdo con ello, en los siguientes enunciados, escriba la coma donde corresponde; luego señale, a la derecha, el tipo de coma empleado.

- A) Con todos estos ingredientes prepararemos la cena. _____
 B) ¿Puedes apoyarnos a resolver estos ejercicios Saúl? _____
 C) El agua compuesto natural es vital para un ser vivo. _____
 D) Indica de qué autor libro o documento se tomó la idea. _____
 E) Rubén practica deportes su hermano artes marciales. _____

Solución:

- | | |
|--|-----------------------|
| A) Con todos estos ingredientes, prepararemos la cena. | Hiperbática |
| B) ¿Puedes apoyarnos a resolver estos ejercicios, Saúl? | De vocativo |
| C) El agua, compuesto natural, es vital para un ser vivo. | En inciso explicativo |
| D) Indica de qué autor, libro o documento se tomó la idea. | Enumerativa |
| E) Rubén practica deportes; su hermano, artes marciales. | Elíptica |

5. Los dos puntos se emplean en los siguientes casos: conectar proposiciones yuxtapuestas que expresan causa o consecuencia, preceder a una enumeración, anteponerse a la reproducción de citas textuales, entre otros usos. Según esta información, ¿qué enunciado presenta uso adecuado de los dos puntos?

- A) Los departamentos beneficiados son: Puno, Cusco e Ica.
 B) Está muy contento: le informaron que ocupó una vacante.
 C) La práctica fue resuelta por: los alumnos y sus maestros.
 D) Ya lo dice el conocido refrán: «que en boca cerrada...»
 E) Hoy conocimos: Huanchaco, Cabo Blanco y Pimentel.

Solución:

En esta alternativa, hay uso adecuado de los dos puntos porque hay noción de causa. La puntuación correcta de los otros enunciados es la siguiente:

- A) Los departamentos beneficiados son Puno, Cusco e Ica.
 C) La práctica fue resuelta por los alumnos y sus maestros.
 D) Ya lo dice el conocido refrán que en boca cerrada...
 E) Hoy conocimos Huanchaco, Cabo Blanco y Pimentel.

Rpta.: B

6. Los signos de puntuación permiten organizar la información escrita y facilitan su comprensión e inteligibilidad. Según lo indicado, ¿cuáles son los signos de puntuación omitidos en el siguiente texto?

Si desaparecen los libros de papel qué hará el escritor el novelista el poeta o el ensayista para ganarse la vida lo mismo que hace ahora idear los contenidos que la gente querrá leer y que no dudará en pagarlos bien.

- A) Coma, signos de admiración, cuatro comas, dos puntos
- B) Punto y coma, dos puntos, tres comas, punto y seguido
- C) Coma, dos puntos, tres comas, punto y coma, coma
- D) Coma, signos de interrogación, dos comas, dos puntos
- E) Dos puntos, coma, dos puntos, punto y coma, coma

Solución:

Tomando en cuenta la normativa, el texto debe puntuarse de la siguiente manera:

Si desaparecen los libros de papel, ¿qué hará el escritor, el novelista, el poeta o el ensayista para ganarse la vida? Lo mismo que hace ahora: idear los contenidos que la gente querrá leer y que no dudará en pagarlos bien.

Rpta.: D

7. Para una correcta estructuración y comprensión del texto escrito, es fundamental el uso apropiado de los signos de puntuación. Teniendo en cuenta ello, elija la alternativa que presenta uso correcto de estos signos.

- A) Viajaré a Pucallpa, con 3 compañeros de trabajo: Eliana, que es la psicóloga; Luis, el contador y Gabriel, representante legal de la empresa.
- B) Viajaré a Pucallpa: con 3 compañeros de trabajo, Eliana que es la psicóloga; Luis el contador; y Gabriel representante legal de la empresa.
- C) Viajaré a Pucallpa con 3 compañeros de trabajo: Eliana, que es la psicóloga; Luis, el contador; y Gabriel, representante legal de la empresa.
- D) Viajaré: a Pucallpa con 3 compañeros de trabajo; Eliana, que es la psicóloga; Luis, el contador; y Gabriel, representante legal de la empresa.
- E) Viajaré a Pucallpa, con 3 compañeros de trabajo; Eliana que es la psicóloga; Luis el contador; y Gabriel representante legal de la empresa.

Solución:

En esta alternativa, hay uso correcto de los dos puntos que preceden a una enumeración, las comas incidentales y el punto y coma para separar los elementos de una enumeración compleja.

Rpta.: C

8. Según la normativa establecida por la *Ortografía de la lengua española*, los signos de puntuación no deben quebrantar la unidad sintáctica que debe existir entre sujeto y predicado, salvo excepciones. ¿En ese sentido, en qué enunciados se incumple esta prescripción?

- I. Los testigos, como era de esperarse, corroboraron lo sucedido.
- II. Muchos de sus amigos, parientes, simpatizantes, lo convencieron.
- III. Algunos especialistas, médicos y psicólogos, trabajan medio día.
- IV. Quien tenga alguna observación al documento, que lo diga ahora.

- A) II y IV B) I y II C) I y III D) I y IV E) II y III

Solución:

En los enunciados II y IV, no debe escribirse la coma después de las palabras *simpatizantes* y *documento*, debido a que forman parte del sujeto de las respectivas oraciones.

Rpta.: A

9. De acuerdo con el uso normativo de los signos de puntuación estipulado por la Real Academia Española, señale el enunciado donde se ha empleado adecuadamente estos signos.

- A) La década (1920-1930) fue decisiva para el desarrollo de la literatura peruana.
- B) La mayoría de los programas televisivos en nuestro país luchan por el «rating».
- C) El personaje tenía muchas dudas: del tiempo, de la realidad, de la vida...etc.
- D) El participante muy agotado se retiró de la competencia y gritó: «No puedo»
- E) –Ten cuidado con esos «amigos»– le dijo su madre señalando al grupo.

Solución:

En este enunciado, hay uso correcto de las rayas para introducir o enmarcar el comentario del narrador a las intervenciones de los personajes y las comillas encierran una ironía.

Las demás alternativas deben puntuarse de la siguiente manera:

- A) La década 1920-1930 fue decisiva para el desarrollo de la literatura peruana.
- B) La mayoría de los programas televisivos en nuestro país luchan por el «rating».
- C) El personaje tenía muchas dudas: del tiempo, de la realidad, de la vida...
- D) El participante, muy agotado, se retiró de la competencia y gritó: «¡No puedo!».

Rpta.: E

10. Tomando en cuenta la normativa, escriba los signos de puntuación donde sea conveniente y señale la opción que presenta el número de comas que se ha omitido en el siguiente texto.

En el siglo XX Huancavelica enfrentó una profunda crisis económica y social la cual se agravó por la violencia las sequías y las inundaciones en la actualidad sus pobladores y autoridades trabajan para desterrar la pobreza y recuperar la preponderancia de otros tiempos.

- A) Siete B) Cuatro C) Nueve D) Cinco E) Siete

Solución:

Este enunciado requiere de cinco comas: dos comas hiperbáticas, dos de inciso explicativo y una enumerativa. La puntuación del enunciado es la siguiente:

En el siglo XX, Huancavelica enfrentó una profunda crisis, económica y social, la cual se agravó por la violencia, las sequías y las inundaciones. En la actualidad, sus pobladores y autoridades trabajan para desterrar la pobreza y recuperar la preponderancia de otros tiempos.

Rpta.: D

11. Uno de los usos de los dos puntos indica que la proposición que sigue es consecuencia o conclusión de la proposición que antecede. Según lo indicado, ¿en qué enunciado se debe colocar los dos puntos para establecer dicha relación semántica?
- A) No le permitieron ingresar no llevaba su documento de identificación.
 - B) Se enfrascaron en discusiones inútiles no se pusieron de acuerdo.
 - C) Natural, sana y equilibrada así debe ser una adecuada alimentación.
 - D) Puedes participar con cualquier tema *la discriminación*, por ejemplo.
 - E) La recomendación de su médico fue hidratación y descanso absoluto.

Solución:

En esta alternativa, se escribe los dos puntos en lugar de un conector ilativo (por ejemplo: *por ello*), ya que la segunda proposición es la consecuencia de lo referido en la primera.

Rpta.: B

12. Considerando las normas establecidas por la Real Academia de *la Lengua Española*, escriba los signos de puntuación necesarios en el siguiente texto y señale la opción correcta.

El agua está compuesta de dos elementos hidrógeno y oxígeno cada molécula de agua contiene dos partes de hidrógeno y una de oxígeno por esta razón su fórmula se presenta como H₂O.

- A) Punto y seguido, coma, dos puntos y coma
- B) Paréntesis, punto y seguido, coma y coma
- C) Dos puntos, punto y coma y coma
- D) Punto y coma, coma y punto y coma
- E) Dos puntos, punto y coma, coma y coma

Solución:

En el texto, se requiere escribir los siguientes signos de puntuación: dos puntos que preceden a la enumeración; punto y coma que relaciona proposiciones vinculadas semánticamente; y una coma de inciso explicativo.

El agua está compuesta de dos elementos: hidrógeno y oxígeno; cada molécula de agua contiene dos partes de hidrógeno y una de oxígeno, por esta razón su fórmula se presenta como H₂O.

Rpta.: C

Literatura

EJERCICIOS DE CLASE

1. ¿Qué alternativa se vincula con el contexto social de la narrativa de la generación del 50?
- A) El espacio rural recibe ayuda económica con fines urbanísticos.
 - B) Sus representantes fueron respaldados por el gobierno de Odría.
 - C) La zona periférica de la urbe se moderniza y mejora su economía.
 - D) El surgimiento de las barriadas debido a la explosión demográfica.
 - E) La intensa migración hacia los espacios provincianos y andinos.

Solución:

La explosión demográfica en los años 50 promueve que las zonas periféricas sean pobladas y aparezcan las barriadas. Esto se debe a que hay una migración masiva desde varias provincias del interior del país, a causa del olvido en que se encontraban, propiciado por el centralismo limeño.

Rpta.: D

2. El fragmento citado a continuación pertenece al cuento «El niño de Junto al Cielo», de Enrique Congrains, escritor de la Generación del 50. Teniendo en cuenta las características de este grupo de escritores, marque la alternativa que se relaciona con la frase subrayada en negrita.

Recordó: su tío le había dicho que Lima era una ciudad grande, tan grande que en ella vivían un millón de personas.

¿La bestia con un millón de cabezas? Esteban había soñado hacía unos días, antes del viaje, en eso: una bestia con un millón de cabezas. Y ahora, él, con cada paso que daba, iba internándose dentro de la bestia.

- A) Propone una imagen crítica respecto a la urbe.
 B) Plantea que los migrantes son seres peligrosos.
 C) Describe las peripecias de las clases media y baja.
 D) Adjetiva, despectivamente, a la clase alta limeña.
 E) Caracteriza a Lima como un lugar de prosperidad.

Solución:

Una de las características de la narrativa de la Generación del 50 es proponer una imagen crítica de la ciudad. En el fragmento citado, Lima es comparada con una bestia de un millón de cabezas, un lugar peligroso, siniestro, al que llega el personaje.

Rpta.: A

3. Con respecto a las características de la narrativa de la Generación del 50, marque la alternativa que contiene la afirmación correcta sobre el siguiente fragmento del relato «Lima, hora cero», de Enrique Congrains.

Aquella noche, en el hotel, sueña en conquistar la ciudad. Esas eran fantasías optimistas y la realidad lo aguardaba al día siguiente. Más y más calles. Más y más oficinas. No, no, no, no, y no. A un provinciano que busca trabajo se le puede decir «no» de muchas y diferentes maneras.

- A) La cultura andina es representada desde la mirada de un provinciano.
 B) Los escritores describen el mundo urbano privilegiando las barriadas.
 C) Los relatos abordan las vicisitudes de las clases medias urbanas.
 D) La urbe es presentada de manera crítica mediante imágenes oníricas.
 E) La ciudad moderna es mostrada desde la visión de los migrantes.

Solución:

Los migrantes son los personajes más empleados por los narradores de la Generación del 50 para explicar y mostrar los conflictos representados en el ámbito de la ciudad moderna.

Rpta.: E

4. El narrador de los cuentos de Ribeyro desconfía de la posibilidad de un cambio social. Esto se muestra en la mayoría de sus relatos donde los personajes marginales intentan realizar un viraje en sus vidas, pero fracasan. Con respecto a la afirmación anterior, indique a qué característica de la narrativa de Ribeyro se alude.
- A) Representación de una dicotomía social
 - B) Narración lineal, sin técnicas modernas
 - C) Actitud escéptica propia del narrador
 - D) Temática de la urbe moderna y costeña
 - E) Expresión de las voces de los marginales

Solución:

La actitud escéptica del narrador ribeyriano se vincula con su desconfianza frente a la posibilidad de un cambio social. La mayoría de sus cuentos representan el fracaso de las esperanzas y emprendimientos de los personajes marginales.

Rpta.: C

5. En relación con el fragmento citado del cuento «Al pie del acantilado», de Ribeyro, marque la alternativa que contiene las afirmaciones correctas sobre las características de su narrativa.

[...] Por eso digo que somos como la higuera, nosotros, la gente del pueblo. Allí donde el hombre de la costa encuentra una higuera, allí hace su casa [...] Nosotros la encontramos al fondo del barranco, en los viejos baños de Magdalena. Veníamos huyendo de la ciudad como bandidos porque los escribanos y los policías nos habían echado de quinta en quinta y de corralón en corralón.

- I. Relata las peripecias de personajes de clase baja.
- II. Enfatiza los espacios provincianos y del mundo andino.
- III. Muestra el conflicto oficialidad versus marginalidad.
- IV. Retrata con realismo el triunfo del migrante en la urbe.

A) III y IV B) I y III C) I, II y III D) II y IV E) I, II y IV

Solución:

I. En la narrativa de Ribeyro, los personajes protagonistas son marginales y procedentes de la clase media y popular (V). II. El escenario corresponde al espacio urbano y costeño (F). III. Se refiere el conflicto entre el mundo oficial y el mundo marginal: las autoridades expulsan de la ciudad a «la gente del pueblo» que busca un sitio donde habitar (V). IV. Muestra la frustración de los personajes (F).

Rpta.: B

6. Con respecto al siguiente fragmento del cuento «Los gallinazos sin plumas», de Julio Ramón Ribeyro, ¿qué secuencia del argumento se puede inferir?

—¡No! —gritó Enrique tapándose los ojos—. ¡No, no! —y a través de las lágrimas buscó la mirada del abuelo. Este la rehuyó, girando torpemente sobre su pierna de palo. [...]—¿Por qué has hecho eso? ¿Por qué?

El abuelo no respondía. Por último, impaciente, dio un manotón a su nieto que lo hizo rodar por tierra. Desde allí Enrique observó al viejo que, erguido como un gigante, miraba obstinadamente el festín de Pascual. Estirando la mano encontró la vara que tenía el extremo manchado de sangre. Con ella se levantó de puntillas y se acercó al viejo.

- A) Don Santos había arrojado a Pedro al chiquero del cerdo.
- B) Efraín y Enrique se rehúsan a sobrevivir en los basurales.
- C) Enrique golpea a su abuelo vengando la muerte de Pedro.
- D) El nieto está asustado ya que no encontró desperdicios.
- E) El abuelo castiga a los niños por no haber trabajado.

Solución:

El fragmento citado refiere el momento en el que Enrique va a atacar a su abuelo con un palo, porque este había arrojado a su mascota, Pedro, al chiquero del cerdo.

Rpta.: A

7. En relación con el argumento de «Los gallinazos sin plumas», marque la alternativa que completa correctamente el siguiente enunciado: «El abuelo obliga a Efraín y Enrique a bajar al muladar que queda al pie del acantilado; esto con el propósito de _____, y así posibilitar el intercambio económico».

- A) ganar una competencia con otro corralón
- B) alimentar a varios animales del chiquero
- C) asegurar la ración que necesita Pedro
- D) engordar lo más pronto al cerdo Pascual
- E) premiar el arduo trabajo de sus nietos

Solución:

En el argumento del cuento «Los gallinazos sin plumas», el viejo don Santos obliga a sus nietos a recoger basura en el muladar ubicado al pie del acantilado para engordar en el breve plazo al cerdo Pascual, pues desea venderlo lo más pronto posible.

Rpta.: D

8. En el siguiente fragmento del cuento «Los gallinazos sin plumas», de Julio Ramón Ribeyro, ¿qué tema de la obra se puede inferir?

[...] Yo me encargaré de él. ¡Ustedes son basura, nada más que basura! ¡Unos pobres gallinazos sin plumas! Ya verán cómo les saco ventaja. El abuelo está fuerte todavía. ¡Pero eso sí, hoy día no habrá comida para ustedes! ¡No habrá comida hasta que no puedan levantarse y trabajar!

A través del umbral lo vieron levantar las latas en vilo y volcarse en la calle. Media hora después regresó aplastado. Sin la ligereza de sus nietos el carro de la Baja Policía lo había ganado. Los perros, además, habían querido morderlo.

-¡Pedazos de mugre! ¡Ya saben, se quedarán sin comida hasta que no trabajen!

- A) La severidad del abuelo ante la falta de voluntad de sus pequeños nietos
- B) El esfuerzo de un anciano por mantener a su familia pese a su limitación
- C) La explotación de personas desvalidas para lograr un objetivo económico
- D) El comportamiento irritable de los expoliados como producto de la miseria
- E) La pobreza que caracteriza a quienes oscilan entre lo oficial y lo marginal

Solución:

Del fragmento citado, perteneciente al cuento más representativo de Ribeyro, se puede deducir que el tema desarrollado es la explotación de seres totalmente indefensos para alcanzar el progreso. Los niños son obligados por su abuelo a «trabajar», recolectando desperdicios de la calle, con la finalidad de alimentar al cerdo Pascual, lo que los expone a peligros y enfermedades.

Rpta.: C

9. Marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado relacionado con el cuento «Los gallinazos sin plumas», de Julio Ramón Ribeyro: «En el relato, se aprecia la cancelación de las esperanzas y los proyectos de los personajes. Esto se vincula a

- A) la cólera de Efraín, quien había empujado a don Santos al chiquero».
- B) la voracidad del cerdo Pascual y el mal estado de salud de los niños».
- C) la búsqueda de desperdicios en los basurales que abundan en Lima».
- D) los constantes abusos cometidos por el abuelo egoísta y explotador».
- E) un inminente fracaso, aspecto recurrente en la narrativa de Ribeyro».

Solución:

En «Los gallinazos sin plumas», el fracaso, que es una temática constante en los cuentos de Ribeyro, se muestra mediante la cancelación de las esperanzas de los personajes. El proyecto de don Santos, que consistía en engordar y luego vender a Pascual no logró concretarse. La consecuencia es el inevitable fracaso del proyecto trazado.

Rpta.: E

10. Con respecto al siguiente párrafo de «Los gallinazos sin plumas», de Julio Ramón Ribeyro, marque la alternativa con la afirmación correcta acerca del comentario de la obra.

Enrique cogió a su hermano con ambas manos y lo estrechó contra su pecho. Abrazados hasta formar una sola persona cruzaron lentamente el corralón. Cuando abrieron el portón de la calle se dieron cuenta que la hora celeste había terminado y que la ciudad, despierta y viva, abría ante ellos su gigantesca mandíbula.

- A) Los personajes finalmente logran liberarse de la explotación de su abuelo.
 B) El narrador se muestra escéptico respecto a la salvación de los personajes.
 C) La esperanza de progreso se cancela por la pugna entre Efraín y Enrique.
 D) La ciudad representa el anhelo de protección de todos los expoliados.
 E) El cerdo Pascual simboliza, para los niños, una expectativa de progreso.

Solución:

En el fragmento, el narrador afirma que la ciudad recibe a los niños abriendo su gigantesca mandíbula, con lo cual deja en claro que no cree en la salvación de estos personajes.

Rpta.: B

Psicología

EJERCICIOS DE CLASE

Lea atentamente el enunciado de cada pregunta y señale la respuesta de acuerdo con lo que corresponda.

1. Ricardo, en una reunión con padres de familia, describe el comportamiento de sus alumnas: «María es una niña responsable, tolerante y solidaria; a Rosa siempre la observo activa, locuaz y vehemente». Identifique los componentes de la personalidad señalados en la reseña de las conductas de María y Rosa respectivamente.
- A) Temperamento – rasgos
 B) Rasgos – carácter
 C) Temperamento – carácter
 D) Carácter – temperamento
 E) Humores – carácter

Solución:

Son componentes de la personalidad: a) el carácter, concebido como la adquisición de rasgos aprendidos los cuales tienen una connotación ética, expresados en la conducta de María y b) el temperamento, referido a rasgos innatos de energía, emotividad y sociabilidad, ejemplificados en la conducta de Rosa.

Rpta.: D

2. La personalidad constituye una entidad única y estable; incluso ante diversas circunstancias específicas. Por ejemplo, un sujeto, responde a provocaciones de una manera pacífica, aun cuando está de mal humor; en cambio, otros, suelen ser belicosos, pese a hallarse con buen ánimo. Considerando los componentes de la personalidad, a partir del enunciado anterior, identifique una afirmación válida.
- A) El carácter se puede educar, mas no un temperamento irritable y belicoso.
B) El control y disciplina sobre el «mal humor» grafica el concepto de carácter.
C) El autocontrol del «mal humor» constituye un rasgo del temperamento.
D) La actitud belicosa, en un sujeto con buen ánimo, ilustra su carácter.
E) El temperamento y el carácter en los sujetos son estables e inmodificables.

Solución:

La educación sobre la afectividad o los estados de ánimo, como por ejemplo el autocontrol del «humor» que ejercen las personas sobre sí mismas, ilustra el concepto de carácter.

Rpta: B

3. La tipología de Galeno se basó en la teoría de los fluidos corporales de Hipócrates. Identifique el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones relacionadas con esta tipología.
- I. El predominio de la bilis negra hace a un individuo osado.
II. El tipo atlético es sentimental por la prevalencia de la sangre.
III. Una persona que es siempre serena evidencia prevalencia de la flema.
- A) FFV B) VVF C) FVF D) VFF E) FFF

Solución:

- I. La sangre es el fluido que está asociado con la osadía y el valor. (F)
II. El tipo atlético no es una categoría de Galeno. (F)
III. El flemático se caracteriza por ser sereno y poco expresivo. (V)

Rpta: A

4. En un reportaje se comenta que, el actual papa de la Iglesia católica, antes de ser nombrado, ya se caracterizaba por tratar de llevar una vida sencilla, lejana de alguno de los lujos propios de los cargos que fue obteniendo progresivamente, al interior de la Iglesia. En relación con la teoría de Gordon Allport, en este caso, se exhibe el tipo de rasgo denominado
- A) central. B) cardinal. C) secundario.
D) extrovertido. E) introvertido.

Solución:

Los rasgos cardinales son aquellos que tienden a ser dominantes y abarcan la personalidad del sujeto, como en el caso descrito.

Rpta: B

5. Existen diferentes enfoques teóricos que abordan el estudio de la personalidad. En relación con las tipologías psicológicas, señale lo correcto.
- La actividad mental es relevante en la conformación de la personalidad.
 - Existen aspectos fisonómicos que favorecen la extroversión.
 - El temperamento es incompatible con la evaluación psicométrica.
- A) I y III. B) II y III. C) Sólo II. D) Sólo III. E) Sólo I.

Solución:

Las tipologías psicológicas solo consideran relevantes para establecer sus clasificaciones, las estructuras mentales y de reacción, que muestran las personas. Por dicho motivo, solo el primer enunciado es válido.

Rpta.: E

6. Las tipologías constitutivas, consideraban entre otros aspectos que la complexión física determinaba la personalidad. De acuerdo con la tipología de Kretschmer, identifique el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:
- El tipo atlético se caracteriza por ser agresivo.
 - El temperamento esquizotímico es propio de tipo pícnico.
 - La desinhibición social es propia del tipo leptosómico.
- A) FFF B) VVV C) VFF D) FVF E) VVF

Solución:

I (V) El tipo atlético se caracteriza por un temperamento gliscrotímico, que implica la exhibición de energía, rigidez y agresividad.
II.(F) El temperamento Esquizotímico es propio del tipo leptosómico.
III.(F) La desinhibición social es propia del tipo pícnico.

Rpta.: C

7. El desarrollo de la personalidad resulta de la presencia de tres factores. Identifique el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones relacionadas con estos factores.
- Gertrude, desde pequeña, exhibe poca tolerancia a la frustración. Este aspecto está asociado con el factor Determinación situacional.
 - Gervacia aprendió en la escuela el beneficio de no ser una persona rencorosa. El factor Entorno sociocultural, explica esta situación.
 - Gala le menciona a su esposo que al estar embarazada se torna más sentimental. El factor Herencia biológica determina esto.
- A) FVF B) VFV C) FFV D) VVF E) FFF

Solución:

Sólo la II es verdadera, la escuela es un componente del entorno sociocultural. La proposición I hace referencia al factor de herencia biológica y la III al factor de determinación situacional.

Rpta: A

8. El psicoanálisis es un enfoque explicativo de la personalidad creado por Sigmund Freud. A continuación, identifique el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados, respecto a sus planteamientos:
- I. Para explicar la personalidad, es necesario acceder a las motivaciones conscientes del ser humano.
 - II. S. Freud consideró a la hipnosis como el mejor método para investigar el objeto de estudio del Psicoanálisis.
 - III. El comportamiento humano está impulsado por fuerzas instintivas de conservación y destrucción.
- A) VVF B) VFV C) FFV D) FVV E) FVF

Solución

- I. (F) El psicoanálisis explica la personalidad en base a las motivaciones inconscientes.
- II.(F) El método del psicoanálisis que defendió Freud fue la asociación libre.
- III.(V) Las fuerzas instintivas de *eros* y *thanatos* impulsan el comportamiento, según el psicoanálisis.

Rpta.: C

9. Al perder la final de un campeonato de fútbol, uno de los jugadores responde al periodista que lo entrevista al terminar el partido: «Jugamos bien, pero las condiciones climáticas no favorecieron el juego del equipo». De acuerdo con la teoría psicoanalítica, el mecanismo de defensa que permite explicar la opinión de dicho futbolista se denomina
- A) regresión. B) represión. C) negación.
D) racionalización. E) proyección.

Solución:

La racionalización es un mecanismo de defensa que genera inconscientemente una justificación del sujeto para ocultar los motivos reales de sus actos, tal como se describe en el ejemplo del futbolista al comentar que las condiciones climáticas afectaron el funcionamiento del equipo.

Rpta.: D

10. De acuerdo con Freud, existen tres estratos en los que se desarrolla la personalidad. Respecto a dicha propuesta, identifique los enunciados correctos.
- I. Los mecanismos de defensa son elaborados por el yo conscientemente.
 - II. El ello dinamiza la personalidad y se rige por el principio de la realidad.
 - III. La conducta autocrítica de un sujeto es una expresión del superyó.
- A) I y III B) I y II C) Sólo II D) I, II y III E) Sólo III

Solución

Solo III. La estructura de la personalidad está integrada por el ello, el yo y el superyó. Los mecanismos de defensa son elaborados de forma inconsciente por el yo. El ello se rige por el principio del placer y el superyó genera el comportamiento autocrítico cuando el sujeto actúa en contra de alguna norma moral internalizada.

Rpta: E

Educación Cívica

EJERCICIOS DE CLASE

1. El domingo 4 de diciembre se realizó en nueve regiones del país la Segunda Elección Regional 2022 para gobernador y vicegobernador regional. Sobre este proceso electoral, es correcto afirmar que
- I. el Jurado Nacional de Elecciones se encargó de organizar los debates electorales.
 - II. el padrón electoral de las nueve regiones tuvo que ser renovado por la ONPE.
 - III. el Reniec fiscalizó los datos consignados en la hoja de vida de los candidatos.
 - IV. la ONPE implementó las medidas de bioseguridad en los locales de votación.
- A) I y IV B) II, III y IV C) II y IV D) I y III E) I, III y IV

Solución:

Correcto: El Jurado Nacional de Elecciones es el encargado de organizar los debates Electorales tanto en la primera como en la segunda elección.

Incorrecto: El Reniec es la entidad electoral responsable de elaborar el padrón electoral.

Incorrecto: El Jurado Nacional de Elecciones es quien fiscaliza la información contenida las declaraciones juradas de hoja de vida de los candidatos, a través de la Dirección Nacional de Fiscalización y Procesos Electorales y el Jurado Electoral Especial.

Correcto: La ONPE es el órgano encargado de organizar todo lo relacionado con el proceso electoral, por ende, que se cumpla los protocolos de bioseguridad para así evitar la propagación del Covid-19.

Rpta.: A

2. Durante los comicios del 11 de abril del 2021, en una mesa de sufragio del distrito capitalino de San Miguel, se detectó que tanto el total de votos como el total de votantes eran superiores al número de electores hábiles, razón por la cual se procedió a anular el acta electoral. Al respecto, se puede afirmar que la entidad con potestad para anular dicho documento en primera instancia fue
- A) el Pleno del Jurado Nacional de Elecciones.
 - B) la Oficina Descentralizada de Procesos Electorales de Lima Centro.
 - C) el Jurado Electoral Especial de Lima Oeste.
 - D) el Registro Nacional de Identificación y Estado Civil.
 - E) el Jurado Electoral Especial de la Región Lima.

Solución:

Los Jurados Electorales Especiales son órganos de carácter temporal creados para un proceso electoral específico, estos administran, en primera instancia, justicia en materia electoral y cumplen casi las mismas funciones que el JNE, pero, en su circunscripción. Al tratarse de un distrito de la capital se infiere que la entidad que anuló el acta fue el Jurado Especial de Lima Oeste.

Rpta.: C

3. Los medios de comunicación de Lima informaron que una persona investigada por el Ministerio Público, figuraba como fallecido en un acta de defunción oficial, sin embargo, en cuestión de horas, ya no figuraba como tal. De lo expuesto se puede afirmar que esta situación fue subsanada por
- la Oficina Nacional de Procesos Electorales.
 - el médico legista que emitió dicho certificado.
 - el Registro Nacional de Identificación y Estado Civil.
 - la Dirección de Redes Integradas de Salud Lima Centro.
 - la Fiscalía Corporativa Especializada en Ciberdelincuencia.

Solución:

De acuerdo al artículo 7 de la ley orgánica del Registro Nacional de Identificación y Estado Civil, entre sus funciones se distinguen: registrar los nacimientos, matrimonios, divorcios, defunciones y demás actos que modifiquen el estado civil de las personas, así como las resoluciones judiciales o administrativas que a ellos se refieran susceptibles de inscripción y los demás actos que señale la ley.

Rpta.: C

4. Los últimos comicios regionales y municipales se celebraron en octubre del 2022. En Lima Metropolitana los organismos electorales tuvieron una ardua labor, logrando que este evento democrático se desarrolle con total normalidad. De lo mencionado, establezca la relación correcta entre las siguientes entidades y la función realizada en dicho proceso.
- | | |
|---|--|
| I. La Oficina Descentralizada de Procesos Electorales de Lima Centro. | a. Revocó el fallo que anulaba las elecciones municipales en Lince. |
| II. El Jurado Electoral Especial de Lima Centro. | b. Se encargó del sorteo, publicación y entrega de credenciales de los miembros de mesa. |
| III. El Registro Nacional de Identificación y Estado Civil. | c. Dispuso el cierre del Padrón Electoral en octubre de 2021. |
| IV. El Pleno del Jurado Nacional de Elecciones. | d. Proclamó al ganador de las elecciones a la alcaldía provincial del Lima. |
- A) Ib, Iic, IIIId, IVa B) Ic, IIa, IIIId, IVb C) Ia, IId, IIIb, IVc
D) Id, Iic, IIIa, IVb E) Ib, IId, IIIc, IVa

Solución:

- | | |
|--|--|
| I. La Oficina Descentralizada de Procesos Electorales de Lima Centro | b. Se encargo del sorteo, publicación y entrega de credenciales de los miembros de mesa. |
| II. El Jurado Electoral Especial de Lima Centro | d. Proclamó Al ganador de las elecciones a la alcaldía provincial de Lima. |
| III. El Registro Nacional de Identificación y Estado Civil | c. Dispuso el cierre del Padrón Electoral en octubre de 2021. |
| IV. El Pleno del Jurado Nacional de Elecciones | a. Revocó el fallo que anulaba las elecciones municipales en Lince. |

Rpta.: E

Historia

EJERCICIOS DE CLASE

1. El proceso de descolonización fue causado principalmente por el debilitamiento de las potencias coloniales tras las guerras mundiales, el interés de EE.UU. y de la URSS por extender su influencia y el desarrollo y propagación de movimientos nacionalistas quienes buscaban su independencia. Respecto al proceso en mención, relacione correctamente el país y el acontecimiento correspondiente.
- I. India
 - II. Indochina
 - III. Argelia
- a. Se reconoció su independencia y soberanía según los Acuerdos de Evian.
 - b. Tras derrotar a Francia su territorio fue dividido en los Acuerdos de Ginebra.
 - c. Es considerado el primer país descolonizado en el contexto de la Guerra Fría.
- A) Ia, IIb, IIIc B) Ia, IIc, IIIb C) Ic, IIa, IIIb D) Ic, IIb, IIIa E) Ib, IIc, IIIa

Solución:

El proceso de descolonización fue causado principalmente por el debilitamiento de las potencias coloniales, por ejemplo, la India, colonia inglesa, es considerada el primer país descolonizado en el contexto de la Guerra Fría. Indochina, colonia francesa, fue dividida según los Acuerdos de Ginebra y en el caso de Argelia le fue reconocida su independencia y soberanía, según los Acuerdos de Evian.

Rpta.: D

2. La Revolución china, que marcó el fin del gobierno imperial, fue un proceso que se desarrolló en dos etapas. La nacionalista liderada por Sun Yat Sen y la socialista liderada por Mao Zedong. ¿Cuál de los siguientes enunciados pertenece a la etapa socialista?
- I. Agresiva campaña de ideologización durante la Revolución Cultural.
 - II. Desarrollo del Gran Salto Adelante que buscó aumentar la producción.
 - III. Victoria del imperialismo británico en la guerra del Opio.
 - IV. Derrocamiento de Aisin Gioro Pu-Yi, último emperador de China.
- A) I y IV B) Solo I C) II, III y IV D) I y II E) III y IV

Solución:

Durante el gobierno de Mao Zedong se desarrolló el Gran Salto Adelante que buscó aumentar la producción agrícola y del acero. La Revolución Cultural se estableció producto del temor del gobierno a una restauración capitalista, por ello se buscó consolidar el comunismo con una agresiva campaña de represión e ideologización. La victoria del imperialismo británico en la guerra del Opio es un antecedente y derrocamiento de Aisin Gioro Pu-Yi, último emperador de China, se desarrolló durante la etapa nacionalista

Rpta.: D

3. La dictadura y corrupción del régimen de Fulgencio Batista y el dominio imperialista de Estados Unidos provocaron un masivo rechazo de la población que generó el proceso de Revolución cubana. En este proceso de confrontación, se desarrolló el desembarco en la bahía de Cochinos que consistió en
- A) la primera derrota castrista que concluyó con su juicio y encarcelamiento.
 - B) el triunfo final de Fidel Castro sobre las tropas lideradas por Batista.
 - C) el punto más crítico de la Guerra Fría pudiendo estallar una guerra mundial.
 - D) la derrota de las tropas cubanas golpistas entrenadas por la CIA (EE.UU.).
 - E) el hundimiento del USS Maine generando la intervención norteamericana.

Solución:

El desembarco en la bahía de Cochinos o también conocida como la batalla de la playa Girón fue un enfrentamiento entre las Fuerzas Armadas Revolucionarias de Cuba contra tropas de exiliados cubanos entrenados por la CIA norteamericana en abril de 1961. El objetivo fue derrocar al gobierno de Fidel Castro, sin embargo, fracasó a los días de realizar el desembarco.

Rpta.: D

4. La caída del bloque socialista de Europa del este y la URSS, generó a nivel mundial un repliegue del socialismo, produciéndose la hegemonía del liberalismo e inicialmente de los EE.UU. volviéndose el mundo cada vez más integrado bajo un solo sistema económico-político que organiza la explotación de los recursos humanos y naturales a nivel mundial. Respecto a las características culturales e ideológicas podríamos afirmar que
- I. surgen hábitos generados por el uso continuo de los recursos informáticos o cibercultura.
 - II. surgen la triada de poder económico de EE.UU., el eje Japón-China y la Unión Europea.
 - III. inicio de la tensión Este-Oeste producto de la desintegración de la Unión Soviética.
 - IV. desarrollo de la diplomacia verde, consistente en la defensa del medio ambiente.
- A) I y III B) II y III C) II, III y IV D) I, II y III E) I y IV

Solución:

La desintegración de la URSS le puso término a la Guerra Fría y a la tensión Este-Oeste, evidenciándose un repliegue del socialismo. Esta caída, produjo la hegemonía del liberalismo y de los EE.UU. volviéndose el mundo cada vez más globalizado. A nivel cultural se desarrolla la cibercultura, es decir, un mayor empleo de recursos informáticos y a nivel ideológico se impulsa la diplomacia verde consistente en la preocupación sobre el medio ambiente.

Rpta.: E

5. La primera Guerra del Golfo Pérsico es el conflicto desatado por los intereses del imperialismo estadounidense contra el estado nacionalista iraquí, liderado por el dictador Sadam Husein, para tener el control de los recursos de hidrocarburos de Irak y Kuwait y una mayor presencia en Medio Oriente. Respecto a este conflicto señale el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados
- I. Posterior al conflicto, Sadam Husein fue enjuiciado y condenado a la horca.
 - II. La exigencia a Irak, antes de iniciar el conflicto, fue retirarse de Kuwait.
 - III. El origen de la guerra fue eliminar las armas de destrucción masiva iraquíes.
 - IV. La coalición de países contra Irak fue aprobada por las Naciones Unidas.
- A) FV FV B) FFFV C) VV FV D) FV FF E) VF FV

Solución:

La primera Guerra del Golfo Pérsico se inició con la invasión de Irak, liderado por Sadam Husein, a Kuwait en agosto de 1990. La ONU exigió a Irak el retiro inmediato del territorio, al ser rechazado, las Naciones Unidas aprobaron un ataque para liberar Kuwait. EE.UU., liderado por George H. W. Bush encabezó la coalición iniciando el ataque en enero de 1991.

Rpta.: A

Geografía

EJERCICIOS DE CLASE

1. Respecto a los principales sistemas y accidentes orográficos en el continente americano, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.
- I. Las Montañas Rocallosas se ubican en el sector este de Norteamérica.
 - II. La mayor altitud de los Andes se localiza en su sector meridional.
 - III. En Guatemala se ubica el pico de mayor altitud de Centroamérica.
 - IV. El macizo de Parima se extiende entre Uruguay y Argentina.
- A) VV FF B) VF FV C) FV FV D) VV FF E) FV FV

Solución:

- I. Falso. El sistema montañoso de las rocallosas se extiende en el sector occidental de Norteamérica.
- II. Verdadero. La mayor altitud de los Andes se ubica en la cima del Aconcagua en Argentina, es decir al sur de la cordillera andina.
- III. Verdadero. El pico más alto de Centroamérica se ubica en el volcán Tajumulco en Guatemala.
- IV. Falso. El macizo de Parima se extiende entre los estados de Venezuela y Brasil

Rpta.: C

2. Respecto a las características de los siguientes ríos que recorren nuestro continente, identifique los enunciados correctos.
- I. El río Mississippi en su recorrido erosiona el Gran Cañón en Norteamérica.
 - II. En parte de su curso, el Orinoco es frontera natural entre Colombia y Venezuela.
 - III. El San Lorenzo es colector de los Grandes Lagos y desemboca en el Pacífico.
 - IV. En su desembocadura en el Atlántico, el río de La Plata forma un gran estuario.
- A) Solo I B) II y IV C) I y III D) II y III E) III y IV

Solución:

- I. Incorrecto. El Gran Cañón en Norteamérica es erosionado por el río Colorado en su recorrido.
- II. Correcto. El río Orinoco nace en las proximidades del macizo guyanés y en su recorrido forma parcialmente frontera natural entre Colombia y Venezuela.
- III. Incorrecto. El río San Lorenzo tiene su nacimiento al colector los Grandes Lagos de Norteamérica y desemboca en el océano Atlántico.
- IV. Correcto. El río de La plata se caracteriza por formar un estuario al drenar su caudal en el Atlántico.

Rpta.: B

3. Asia es el continente de mayor extensión en el mundo. En sus más de 44 millones de km², presenta una diversidad de recursos y actividades, los cuales favorecen el desarrollo de sus países. En cuanto a la región siberiana, esta se caracteriza entre otras, por

- A) destacar como la zona de mayor producción de ganado equino.
- B) desarrollar una agricultura altamente tecnificada de arroz y té.
- C) favorecer la producción agrícola de cereales en la zona templada.
- D) tener los mayores yacimientos auríferos y reservas de cobre del mundo.
- E) extraer especies arbóreas de gran demanda como el bambú y el cedro.

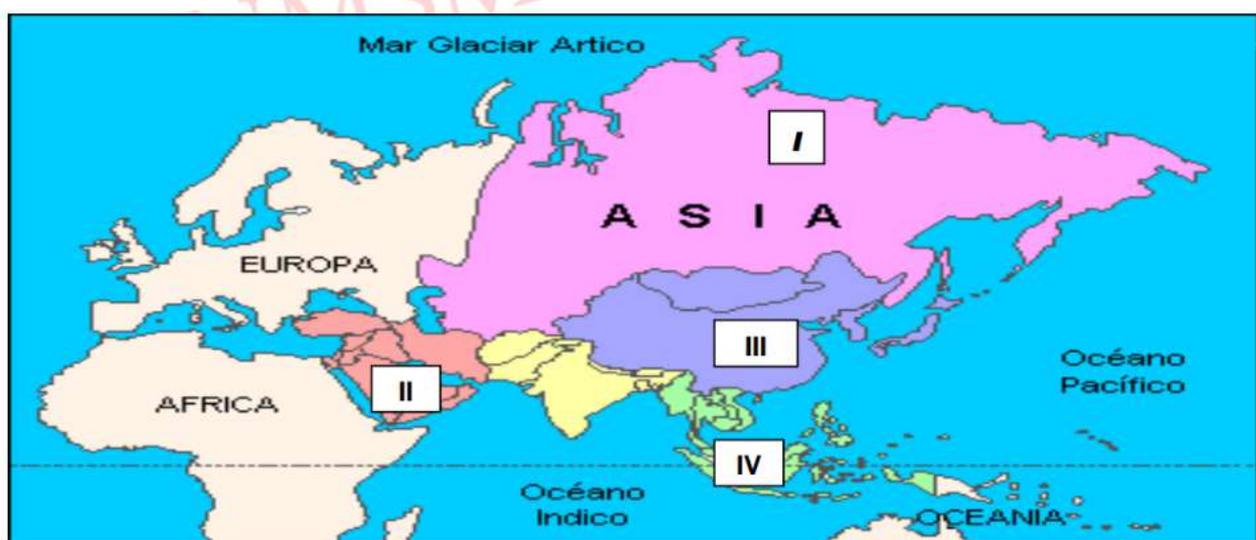
Solución:

La región siberiana comprende la parte asiática de Rusia y se caracteriza porque

- en las zonas más frías se explota el carbón y el petróleo.
- en las zonas templadas se desarrolla la actividad forestal y agrícola, donde se cultiva cereales como el trigo y la cebada.
- se cría ganado bovino y ovino.

Rpta.: C

4. Observe el siguiente mapa del continente asiático y, establezca la relación correcta entre las regiones señaladas en el mapa con su respectivo enunciado.



- a. Incluye al país con mayor población absoluta a nivel continental y mundial.
- b. Alberga la meseta y la gran llanura siberiana con presencia de bosque de taiga.
- c. Se localiza uno de los principales países insulares, destacando la isla de Borneo.
- d. Destaca por la producción de petróleo, comprendida entre el mar Rojo y el golfo Pérsico.

A) Ib, IIc, IIIb, IVa
D) Ib, IId, IIIa, IVc

B) Ic, IId, IIIa, IVb
E) Id, IIb, IIIc, IVa

C) Ia, IIc, IIIId, IVb

Solución: La relación correcta es

Ib. I, señala la región siberiana donde se extiende el bosque de taiga y parte de la tundra.

IId. II, señala la península arábiga, la cual destaca por la producción de petróleo y está comprendida entre el mar Rojo y el golfo Pérsico.

IIIa. III, señala China, el país con mayor población absoluta de Asia y del mundo.

IVc. IV, señala Indonesia uno de los principales países insulares de Asia, donde destaca la isla de Borneo, la más extensa del continente.

Rpta.: D

Economía

EJERCICIOS DE CLASE

1. Al 15 de noviembre del 2022, la población de la Tierra alcanzó los ocho mil millones de habitantes; en los últimos 120 años la población se ha multiplicado por cuatro. Sin embargo, la sostenibilidad del crecimiento económico y la enorme desigualdad que se da entre países como Estados Unidos, Australia, Nueva Zelanda y Canadá, con respecto a los países africanos al sur del Sahara, es una gran preocupación para esta sostenibilidad. Esta situación existente ha hecho que estos temas sean considerados como de alta prioridad por parte del

- A) Foro Económico Mundial y Naciones Unidas.
- B) Banco Mundial y el Fondo Monetario Internacional.
- C) Banco Interamericano de Desarrollo y la Comunidad Andina de Naciones.
- D) Fondo Latinoamericano de Reserva y la Corporación Andina de Fomento.
- E) Banco Mundial y Fondo Latinoamericano de Reserva.

Solución:

Son los organismos internacionales los que deben poner en agenda uno de los principales problemas pendientes por resolver, la falta de equidad entre las naciones del mundo. El Fondo Monetario Internacional (FMI) y el Banco Mundial (BM) establecen en sus funciones el promover políticas que permitan reducir los niveles de pobreza, situación que se torna crítica con el incremento de la población mundial y por la inadecuada distribución de la riqueza.

Rpta.: B

2. El Fondo Monetario Internacional, en su último informe sobre perspectivas económicas para las Américas del mes de octubre de este año, plantea que estos países sufrieron una fuerte contracción en el 2020, pero la mayoría de estas economías se recuperaron en el 2021 y comienzos del 2022. Esto se dio por la recuperación mundial, la normalización de los servicios y el auge de los precios de las materias primas, generado por la propia recuperación de las economías. Esta situación de las economías de las Américas en los últimos años se debe a los siguientes eventos, excepto:

- A) pandemia de Covid 19.
- B) invasión de Rusia a Ucrania.
- C) endurecimiento de las condiciones financieras.
- D) reducción de la pobreza monetaria.
- E) presiones inflacionarias.

Solución:

De acuerdo a los informes del Fondo Monetario Internacional, el panorama actual de los países de las Américas es resultado de eventos como la emergencia sanitaria debido a la pandemia del Covid 19, la guerra entre Rusia y Ucrania, las restricciones en los mercados financieros para los créditos debido a la creciente incertidumbre y las presiones del incremento de los precios. Lo que no se está logrando es la reducción de los niveles de pobreza monetaria en estos países.

Rpta.: D

3. El Derecho Especial de Giro (DEG) es un activo financiero de reserva internacional creado por el Fondo Monetario Internacional (FMI) en 1969, con el propósito de complementar las reservas internacionales de los 190 países miembros. El 2 de agosto de 2021 el FMI para que los países miembros hagan frente al impacto de la pandemia, hizo la mayor asignación de su historia de 456.000 millones de DEG. El valor de este activo resulta de una canasta de las cinco monedas más importantes del mundo, la cual no incluye al (la)

- A) euro de los países europeos.
- B) renminbi de la economía china.
- C) yen de la economía japonesa.
- D) dólar canadiense.
- E) libra esterlina de la economía inglesa.

Solución:

El Derecho Especial de Giro (DEG) es el activo financiero creado por el Fondo Monetario Internacional; es utilizado como unidad de cuenta por el FMI y otros organismos internacionales. El DEG, no es una moneda ni un crédito, es un derecho potencial frente a las monedas de libre uso de los países miembros. Su valor resulta de promediar las cinco principales monedas, dólar de Estados Unidos, libra esterlina de Inglaterra, yen de Japón, euro de la Zona del Euro y el renminbi de China.

Rpta.: D

4. La Agenda 2030 considera los 17 Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS); este documento constituye una herramienta útil para orientar tanto a las instituciones públicas y las empresas privadas en el camino al desarrollo sostenible. El propósito de esta agenda es reducir las brechas que siguen siendo muy notorias entre países, una de ellas es la persistente pobreza y el hambre debido a una mala distribución de la renta. El organismo internacional encargado de realizar en el 2030 la evaluación para medir los logros es el
- A) Banco Interamericano de Desarrollo. B) Grupo Banco Mundial.
C) Fondo Monetario Internacional. D) Foro Económico Mundial.
E) Banco Internacional de Pagos.

Solución:

En el 2015 la Asamblea General de las Naciones Unidas adoptó la Agenda 2030 para el Desarrollo Sostenible, es un plan de acción para las personas, el planeta y la prosperidad. A través de este plan se debe también fortalecer la paz mundial y el acceso a la justicia de los pueblos.

Las Naciones Unidas debe evaluar la ejecución de este plan por medio de uno de sus organismos financieros especializados como es el Grupo Banco Mundial.

Rpta.: B

5. El 26 de mayo de 2022, la Comunidad Andina (CAN), cumplió 53 años de haber sido constituida. Los países que la integran están comprometidos a promover el desarrollo y la mejora de la calidad de vida de los ciudadanos andinos, así como impulsar el crecimiento y la generación de empleo productivo. Señale cuál de los siguientes países está actualmente en condición de asociado.
- A) Bolivia B) Ecuador C) Chile D) Perú E) Colombia

Solución:

Los acuerdos de integración económica son procesos largos en donde los países, como Bolivia, Colombia, Ecuador y Perú, van eliminando sus restricciones comerciales y dándole mayor apertura y movilidad a los factores productivos entre los países miembros. Pero hay otros países que tienen un acercamiento a este proceso en su condición de asociados como Argentina, Brasil, Chile, Paraguay y Uruguay.

Rpta.: C

6. El Mercado Común del Sur (MERCOSUR), como acuerdo de integración económico y comercial, fue creado con la suscripción del Tratado de Asunción en 1991, para luego ser modificado y actualizado en 1994 por el Protocolo de Ouro Preto (Brasil). Los países miembros están empeñados en lograr los siguientes objetivos, excepto:
- A) la libre circulación de bienes, servicios y factores productivos entre los países.
B) el establecimiento de un arancel externo común.
C) la adopción de una moneda única.
D) la coordinación de políticas macroeconómicas y sectoriales entre los países.
E) el compromiso de los Estados partes de armonizar sus legislaciones.

Solución:

El Mercado Común del Sur (MERCOSUR) está integrado por Argentina, Brasil, Paraguay y Uruguay. Es uno de los bloques de integración más importantes de la región. Sin embargo, aún no ha logrado establecer las condiciones para contar con una moneda única como parte de su integración económica y monetaria.

Rpta.: C

7. El Foro de Cooperación Económica Asia-Pacífico (APEC) fue establecido en 1989, está conformado por 21 economías que tienen como objetivo común crear mayor prosperidad para los habitantes de la región por medio de la integración económica y un crecimiento económico equilibrado, inclusivo, sostenible e innovador. Una de las siguientes afirmaciones no es considerada como un pilar de este foro.

- A) Liberalización del comercio e inversiones
- B) Facilitación de los negocios
- C) Cooperación económica
- D) Regulación de mercados financieros
- E) Cooperación técnica

Solución:

APEC como foro económico regional, agrupa a los países principalmente ubicados en la Cuenca del Pacífico Sur, entre ellos el Perú. Los países que integran APEC se reúnen para promover el comercio sin restricciones, por lo tanto, es una instancia contraria a todo tipo de regulación que pudiera venir de parte de las instituciones públicas o internacionales.

Rpta.: D

8. Según Síntesis y Consultoría, agencia especializada en asuntos públicos y comunicaciones en el país, el Perú fue el país más demandado del mundo en los años 2020 y 2021. Algunas de estas demandas son: Scotiabank demanda a Perú por cobro de intereses moratorios, empresas eléctricas evalúan demandar al Perú por trabas a proyectos de transmisión, Camisea podría demandar al Perú por el costo de nacionalizar el consumo de gas, Línea 2 demanda a Perú por incumplimiento de contrato. La entidad de resolver estas controversias es

- A) el Banco Internacional de Reconstrucción y Fomento (BIRF).
- B) la Asociación Internacional de Fomento (AIF).
- C) la Corporación Financiera Internacional (IFC).
- D) el Centro Internacional de Arreglo de Diferencias Relativas a Inversiones (CIADI).
- E) el Organismo Multilateral de Garantía de Inversiones (MIGA).

Solución:

Las controversias que se pueden generar en los países debido a disputas en cuanto a inversiones que las empresas pueden realizar en algún país. Estos problemas se pueden resolver presentando la demanda ante el CIADI, el cual presta servicios internacionales de conciliación y arbitraje para superar las disputas sobre inversiones.

Rpta.: D

9. El 1 de julio de 2020 entró en vigor el Acuerdo Comercial entre los Estados Unidos, México y Canadá (USMCA). Este acuerdo reemplazó al Tratado de Libre Comercio de América del Norte (NAFTA), el que estuvo vigente desde el 1 de enero de 1994 hasta el 30 de junio de 2020. Cuál de las siguientes alternativas no es considerado como objetivo de este nuevo tratado que genera la zona de libre comercio más amplia del mundo.
- A) Promover condiciones de competencia leal
 - B) Eliminar y superar obstáculos al comercio
 - C) Aumentar sustancialmente las actividades de inversión
 - D) Proteger y hacer valer los derechos de propiedad intelectual
 - E) Revisión periódica del tratado para establecer medidas proteccionistas

Solución:

Uno de los principios de estos procesos de integración económica es la ampliación de los mercados. Por lo tanto, considerar alguna restricción al intercambio comercial entre los países participantes de estos acuerdos no es parte de estos acuerdos.

Rpta.: E

10. La Comunidad Andina, el Mercado Común del Sur, la Unión Europea, son todos ellos acuerdos de integración que los países deciden emprender. La etapa de este proceso donde los países establecen un arancel externo común y una sola política comercial hacia el resto del mundo es la
- A) unión monetaria.
 - B) libre movilidad de factores.
 - C) unión aduanera.
 - D) apertura de una zona de libre comercio.
 - E) zona de preferencias.

Solución:

De las etapas de un proceso de integración económica, la unión aduanera se caracteriza porque los países del bloque de integración determinan un arancel externo común y una política comercial con respecto al resto del mundo.

Rpta.: C

Filosofía

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Pedro y Miguel conversan acerca de las cualidades que debe tener un gobernante. Pedro considera que debe ser una persona sabia y virtuosa que persiga el bien común; mientras que Miguel considera que lo más importante es que pueda imponer el principio de autoridad para controlar la naturaleza humana, que es la de ser egoísta.

Respecto de lo señalado por Pedro, podemos afirmar que

- A) las personas sabias y virtuosas hacen buenas leyes.
- B) las personas sabias y virtuosas no imponen el principio de autoridad
- C) tiene relación con las ideas que expone Platón en Las Leyes.
- D) guarda relación con las ideas de Hobbes.
- E) el bien común debe guiar el buen gobierno.

Solución:

Los gobernantes sabios y virtuosos persiguen el bien común y es la mejor forma de organizar y conducir la sociedad, lo que estaría de acuerdo con lo que señala Platón en La República.

Rpta.: E

2. Juan al estudiar sobre el esclavismo, se sorprende de cómo los esclavos siendo en algunos lugares mayoría no se liberasen a sí mismos. Finalmente, se convence de que muchos de ellos habrían interiorizado lo postulado por Aristóteles acerca de la esclavitud.

De lo anterior, se deduce que para Juan

- A) los esclavos eran ingenuos por naturaleza.
- B) los esclavos se habrían convencido de que habían nacido para obedecer.
- C) los amos eran menos, pero eran más poderosos.
- D) la esclavitud es una institución natural.
- E) los esclavos eran personas pasivas.

Solución:

Para Aristóteles algunas personas habrían nacido para mandar y otras para obedecer; Juan concluye que la mayoría de los esclavos se habrían convencido de que habían nacido para obedecer.

Rpta.: B

3. Angélica se encuentra apasionada por la historia romana; ella resalta que en momentos de peligro para la República el poder se delegaba a un dictador; luego de leer *El Príncipe*, de Maquiavelo, encuentra coincidencias.

A partir del texto, Angélica podría señalar que

- A) el dictador romano era garantía del orden democrático.
- B) la historia romana fue conflictiva.
- C) la centralización del poder se justifica por un bien mayor.
- D) *El Príncipe* se inspira en la idea del filósofo rey.
- E) Maquiavelo considera importante la conformación de milicias ciudadanas.

Solución:

Tanto en la historia romana como en la obra *El Príncipe*, se justifica la centralización del poder en una persona en aras de preservar el Estado.

Rpta.: C

4. Pablo, biólogo, ha estudiado por mucho tiempo el comportamiento de los primates, cuando le preguntan sobre la naturaleza humana él responde que el ser humano es egoísta y violento por naturaleza. Lo anterior guardaría coincidencia con Hobbes, este filósofo a partir de esa idea señala sobre que el Estado

- A) es necesario para velar por el respeto de los derechos naturales.
- B) surge como una institución necesaria para legitimar la violencia.
- C) es una institución surgida por el acuerdo de la mayoría.
- D) es necesario para ejercer el temor sobre los hombres y así prevalezca el orden.
- E) los estados son anteriores al ser humano.

Solución:

Al ser el hombre egoísta y violento por naturaleza, se requiere del Estado para imponer el orden en la sociedad.

Rpta.: D

5. Las constituciones políticas expresan contratos sociales. Es así como en muchas de ellas se encuentran mencionados los derechos que el Estado reconoce a sus ciudadanos. Un destacado autor contractualista es Locke, considerado como iniciador de la corriente liberal moderna, quien aboga por el respeto irrestricto de tres derechos naturales. De lo anterior podríamos señalar que

- A) Locke es el primer constitucionalista moderno.
- B) no, necesariamente, todas las constituciones son liberales.
- C) el Estado moderno es liberal burgués.
- D) el liberalismo coloca la libertad individual sobre la propiedad privada.
- E) Locke es el primero en teorizar sobre los derechos fundamentales.

Solución:

Del texto podemos reconocer que Locke es uno de los teóricos del contractualismo, y es reconocido como el padre del liberalismo moderno. Pero el ser un autor contractualista no sitúa a su corriente, la liberal, como la única base de las constituciones políticas.

Rpta.: B

6. Rousseau, consideraba que el poder legislativo debía recaer sobre la voluntad general, para de esta manera evitar las injusticias propias, por lo general, de los intereses particulares. En este sentido, siguiendo el texto, el autor refiere que

- A) las leyes deben estar a cargo de la totalidad del pueblo.
- B) la democracia se sustenta en un solo poder.
- C) los intereses particulares son antidemocráticos.
- D) la voluntad general se sustenta en el bien común, contrario al bien particular.
- E) el poder legislativo evita la injusticia social

Solución:

Rousseau señalaba que las leyes deben de ser elaboradas por la totalidad del pueblo; es decir, que en él debía recaer el poder legislativo.

Rpta.: A

7. Rawls, sostuvo que la justicia es la base de toda sociedad política. Para él los principios normativos adquieren legitimidad en tanto que están basados en los acuerdos entre todos los individuos. Su postura es conocida como neocontractualista. Respecto de la concepción del autor podemos señalar que

- A) el neocontractualismo es republicano; en cambio, el contractualismo es monárquico.
- B) para él la justicia es un contrato social.
- C) la legitimidad se sustenta en el respaldo de los individuos.
- D) el acuerdo entre los individuos origina una sociedad política.
- E) los principios pueden ser éticos o normativos, justos o legítimos.

Solución:

Los principios normativos llegan a ser legítimos al surgir del acuerdo del total de individuos.

Rpta.: C

8. Rawls, plantea que nos cubramos por el velo de la ignorancia para establecer principios normativos. Así llegaríamos a los siguientes principios de justicia:

Primer principio: cada persona debe tener un derecho igual al esquema más extenso de libertades básicas iguales compatible con un esquema similar de libertades para otros.

Segundo principio: las desigualdades sociales y económicas deben de resolverse de modo tal que resulten en mayor beneficio de los miembros menos aventajados de la sociedad y, por otro lado, los cargos y puestos deben de estar abiertos para todos.

Se deduce que para Rawls

- A) la ignorancia es, finalmente, una cualidad democrática.
- B) los derechos son importantes, pero deben tener límites sociales.
- C) la justicia y el Derecho no implican igualdad.
- D) las desigualdades sociales disminuyen si establecemos el velo de la ignorancia.
- E) los principios establecidos tras el velo de la ignorancia son imparciales.

Solución:

A decir de Rawls, tras el velo de la ignorancia evitaremos posturas parciales, logrando principios que sean justos.

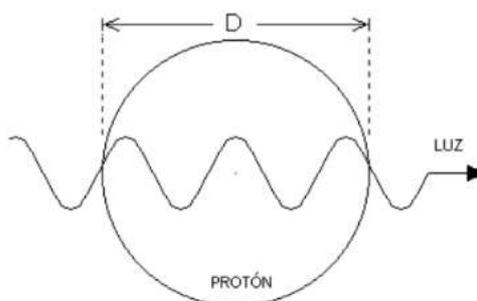
Rpta.: E

Física

EJERCICIOS DE CLASE

1. La figura simula una onda luminosa penetrando en un protón de diámetro $D = 15 \times 10^{-16}$ m. Calcule el tiempo que tarda la luz en recorrer la cienmillonésima parte del diámetro del protón. ($c = 3 \times 10^8$ m/s).

- A) 1×10^{-32} s
- B) 2×10^{-32} s
- C) 3×10^{-32} s
- D) 4×10^{-32} s
- E) 5×10^{-32} s



Solución:

$$\text{Distancia: } d = \frac{D}{100 \times 10^6} = \frac{15 \times 10^{-16}}{10^8} = 5 \times 10^{-24} \text{ m}$$

$$\text{Tiempo: } t = \frac{d}{c} = \frac{15 \times 10^{-24}}{3 \times 10^8} = 5 \times 10^{-32} \text{ s}$$

Rpta.: E

2. La figura muestra dos espejos planos, un rayo de luz incide en uno de los espejos y luego se refleja en el otro. Determine la medida del ángulo de incidencia inicial.

- A) 72° B) 24°
 C) 48° D) 42°
 E) 19°

**Solución**

Utilizando la ley de la reflexión:

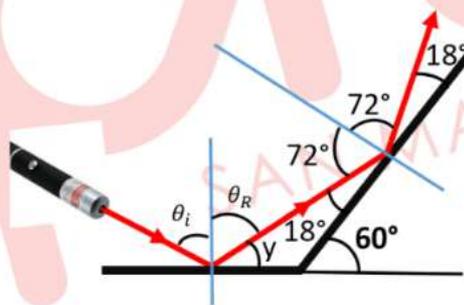
$$y + 18^\circ = 60^\circ$$

$$\Rightarrow y = 42^\circ$$

$$\bullet \theta_R + 42^\circ = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \theta_R = 48^\circ \wedge \theta_R = \theta_i$$

$$\therefore \theta_i = 48^\circ$$

**Rpta.: C**

3. En un experimento se utiliza un pequeño bloque de vidrio para comprobar la ley de refracción. En este contexto, se utiliza luz láser y el rayo incide con ángulo 53° y su rayo es refractado con ángulo 30° , determine el índice de refracción del vidrio.

(n_{aire} = 1)

- A) 3,2 B) 1,2 C) 1,6 D) 2 E) 1,5

Solución

Utilizando la ley de la refracción:

$$\bullet n_{\text{aire}} \text{ Sen} \theta_i = n_{\text{vidrio}} \text{ Sen} \theta_r$$

$$n_{\text{aire}} \text{ Sen}(53^\circ) = n_{\text{vidrio}} \text{ Sen}(30^\circ)$$

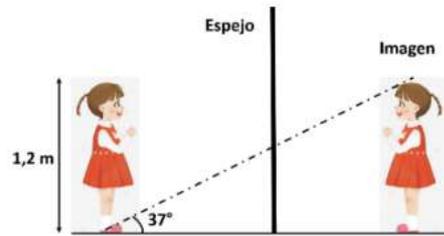
$$(1) \left(\frac{4}{5} \right) = n_{\text{vidrio}} \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$\Rightarrow n_{\text{vidrio}} = 1,6$$

Rpta.: C

4. La figura muestra una niña de altura 1,2 m frente a un espejo plano y su respectiva imagen; determine a qué distancia del espejo se encuentra la imagen.

- A) 1,6 m
B) 0,8 m
C) 2,4 m
D) 0,9 m
E) 0,4 m



Solución

Para un espejo plano la distancia de la imagen y objeto respecto al espejo son iguales.

$$\bullet \tan(37^\circ) = \frac{h_0}{S_0 + S_i} \wedge S_0 = S_i$$

$$\frac{3}{4} = \frac{1,2}{2S_i}$$

$$\Rightarrow S_i = 0,8\text{m}$$

Rpta.: B

5. Un objeto de 9 cm de altura se ubica a 120 cm del vértice de un espejo esférico cóncavo de radio 60 cm y perpendicularmente al eje. Indique las características de la imagen.

- A) Real, derecha y de mayor tamaño.
B) Virtual, invertida y de menor tamaño.
C) Real, derecha y de igual tamaño.
D) Virtual, invertida y de mayor tamaño.
E) Real, invertida y de menor de tamaño.

Solución

$$h_0 = 9 \text{ cm}$$

$$S_0 = 120 \text{ cm}$$

$$R = 60 \text{ cm}$$

$$\bullet f = \frac{R}{2}$$

$$f = \frac{60}{2} \Rightarrow f = 30 \text{ cm}$$

Utilizando la ecuación de Descartes, se determina la distancia imagen:

$$\bullet \frac{1}{f} = \frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i}$$

$$\frac{1}{30} = \frac{1}{120} + \frac{1}{S_i}$$

$$\frac{1}{S_i} = \frac{1}{30} - \frac{1}{120}$$

$$\Rightarrow S_i = +40 \text{ cm}$$

Por tanto, la imagen es real

$$\bullet A = -\frac{S_i}{S_o} = \frac{h_i}{h_o}$$

$$-\frac{40}{120} = \frac{h_i}{9} \Rightarrow h_i = -3 \text{ cm}$$

Por tanto, la imagen es invertida y de menor tamaño.

Rpta.: E

6. Un objeto de altura 5 cm está situado en el eje principal y a 0,3 m del vértice de un espejo esférico convexo de radio 20 cm. ¿A qué distancia del espejo se forma la imagen?

A) 18 cm B) 7,5 cm C) 15 cm D) 5 cm E) 10 cm

Solución:

Por la convención de signos para un espejo convexo ($R < 0$):

$$\bullet f = \frac{R}{2} : f = \frac{-20}{2}$$

$$\Rightarrow f = -10 \text{ cm}$$

De la ecuación de Descartes:

$$\bullet \frac{1}{f} = \frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i}$$

$$\frac{1}{-10} = \frac{1}{30} + \frac{1}{S_i}$$

$$\frac{1}{S_i} = \frac{1}{-10} \left(\frac{3}{3} \right) - \frac{1}{30}$$

$$\frac{1}{S_i} = -\frac{2}{15} \Rightarrow S_i = -7,5 \text{ cm}$$

Rpta.: B

7. La lente convergente de un instrumento óptico está situada a 2 m de un objeto. Si el objeto tiene 20 cm de altura; determine la distancia focal del instrumento óptico sabiendo que produce una imagen invertida de 40 cm de altura.
- A) 1,33 m B) 0,4 C) 0,75 m D) 0,66 m E) 2,66 m

Solución:

Datos:

$$\bullet h_o = 20 \text{ cm}, h_i = -40 \text{ cm y } S_o = 2 \text{ m}$$

$$\bullet A = -\frac{s_i}{s_o} = \frac{h_i}{h_o}$$

$$-\frac{s_i}{2} = \frac{-40}{20} \Rightarrow s_i = 4 \text{ m}$$

$$\bullet \frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{3}{4} \Rightarrow f = 1,33 \text{ m}$$

Rpta.: A

8. Un objeto de 3 cm de altura se encuentra a 24 cm de una lente divergente delgada cuya distancia focal es 12 cm. Determine la distancia imagen y su altura respectivamente.
- A) 12 cm, 1 cm B) 16 cm, 1 cm C) 8 cm, 10 cm
D) 8 cm, 1 cm E) 16 cm, 5 cm

SoluciónPara una lente divergente la $f < 0$:

Utilizando la ecuación de Descartes:

$$\bullet \frac{1}{f} = \frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i}$$

$$\frac{1}{-12} = \frac{1}{24} + \frac{1}{S_i} \Rightarrow S_i = 8 \text{ cm}$$

Del aumento:

$$\bullet A = -\frac{s_i}{s_o} = \frac{h_i}{h_o}$$

$$-\frac{8}{24} = \frac{h_i}{3} \Rightarrow h_i = -1 \text{ cm}$$

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Respecto a las propiedades de los espejos, indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.
- I) En los espejos esféricos las imágenes siempre se forman detrás del espejo.
 II) En un espejo plano, la altura del objeto es diferente a la altura de la imagen.
 III) En un espejo convexo, la altura del objeto es mayor que la altura de la imagen.
- A) FFV B) FVV C) VFV D) FFF E) VFF

Solución:

- I) (F) La imagen se puede formar detrás (virtual) o frente al espejo (real).
 II) (F) En un espejo plano, la altura de la imagen real e imaginaria son iguales.
 III) (V) En un espejo convexo, la altura de la imagen virtual puede ser menor a la imagen real.

Rpta.: A

2. En un experimento de óptica se emplean un prisma rectangular transparente de índice de refracción $n = 25/14$ y un haz de luz monocromática. Si el ángulo de incidencia en una de las caras del prisma es 30° ; determine el ángulo del haz de luz refractado. ($n_{\text{aire}} = 1$)
- A) 60° B) 53° C) 16° D) 74° E) 37°

Solución:

Utilizando la ley de la refracción:

$$\bullet n_{\text{aire}} \text{Sen}\theta_i = n_{\text{prisma}} \text{Sen}\theta_r$$

$$n_{\text{aire}} \text{Sen}(30^\circ) = n_{\text{prisma}} \text{Sen}\theta_r$$

$$(1)\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{25}{14}\right)\text{Sen}\theta_r$$

$$\text{Sen}\theta_r = 7/25$$

$$\Rightarrow \theta_r = 16^\circ$$

Rpta.: C

3. Se coloca un objeto frente a un espejo esférico cóncavo de 16 cm de radio. Determine a qué distancia del vértice del espejo la imagen del objeto es invertida y un cuarto del tamaño del objeto.
- A) 5 cm B) 10 cm C) 8 cm D) 15 cm E) 20 cm

Solución:

Datos:

- $R = 16\text{ cm}$

$$f = \frac{R}{2} : f = \frac{16}{2} \Rightarrow f = 8\text{ cm}$$

Para:

- $S_i = ?, A = -\frac{1}{4}$

- $A = -\frac{S_i}{S_o}$

$$-\frac{1}{4} = -\frac{S_i}{S_o} \Rightarrow S_o = 4S_i$$

- $\frac{1}{f} = \frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i}$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{4S_i} + \frac{1}{S_i}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{5}{4S_i}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{5}{4S_i} \Rightarrow S_i = 10\text{ cm}$$

Rpta.: B

4. En la industria de la electrónica necesita observar a detalle la unión de las resistencias, micro procesadores, entre otros. En este contexto, se realiza la inspección de la soldadura fina de estaño de 1 mm de tamaño y ubicado a 2 cm de un espejo esférico cóncavo de radio 5 cm. Determine el tamaño de la imagen que se observa.

- A) 4 mm B) 3 mm C) 5 mm D) 4 mm E) 10 mm

Solución:

Datos:

- $h_o = 1\text{ mm}, S_o = 2\text{ cm}$ y $R = 5\text{ cm}$

- $f = \frac{R}{2}$

$$f = \frac{5}{2} \Rightarrow f = 2,5\text{ cm}$$

$$\bullet \frac{1}{f} = \frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i}$$

$$\frac{1}{2,5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{S_i}$$

$$\frac{1}{S_i} = \frac{1}{2,5} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{S_i} = -\frac{1}{10} \Rightarrow S_i = -10 \text{ cm}$$

Del aumento:

$$\bullet A = -\frac{S_i}{S_o} = \frac{h_i}{h_o}$$

$$-\frac{(-10)}{(2)} = \frac{h_i}{(1\text{mm})} \Rightarrow h_i = 5 \text{ mm}$$

Rpta.: C

5. Un objeto de 3 cm de altura ubicado en el eje, se coloca a 180 cm del vértice de un espejo esférico convexo con radio de curvatura 90 cm. Determine a qué distancia del espejo se formará la imagen y su altura, respectivamente.

A) 36 cm, 0,6 cm

B) 36 cm, 1,2 cm

C) 24 cm, 0,6 cm

D) 60 cm, 0,6 cm

E) 16 cm, 0,6 cm

Solución:

Datos:

$$\bullet h_o = 3 \text{ cm}, S_o = 180 \text{ cm y } R = -90 \text{ cm}$$

$$\bullet f = \frac{R}{2}$$

$$f = \frac{-90}{2} \Rightarrow f = -45 \text{ cm}$$

$$\bullet \frac{1}{f} = \frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i}$$

$$\frac{1}{-45} = \frac{1}{180} + \frac{1}{S_i}$$

$$\frac{1}{S_i} = \frac{1}{-45} \left(\frac{4}{4} \right) - \frac{1}{180}$$

$$\frac{1}{S_i} = -\frac{5}{180} \Rightarrow S_i = -36 \text{ cm}$$

$$\bullet A = -\frac{S_i}{S_o} = \frac{h_i}{h_o}$$

$$\frac{-36}{180} = \frac{h_i}{3}$$

$$\Rightarrow h_i = 0,6 \text{ cm}$$

Rpta.: A

6. Para evitar incidentes, algunos supermercados utilizan espejos convexos. Si un elemento de seguridad se encuentra sobre el eje principal y a 4 m del vértice de un espejo convexo formando una imagen derecha 2 veces menor, determine el radio de curvatura del espejo.

A) 0,5 m B) 2 m C) 8 m D) 1 m E) 4 m

Solución:

Datos:

$$\bullet S_o = 4 \text{ m y } A = 1/5$$

Del aumento:

$$\bullet A = -\frac{S_i}{S_o} = \frac{h_i}{h_o}$$

$$\frac{1}{2} = -\frac{S_i}{4} \Rightarrow S_i = -2 \text{ m}$$

$$\bullet \frac{1}{f} = \frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{4} + \frac{1}{-2}$$

$$\frac{1}{f} = -\frac{1}{2} \Rightarrow f = -2 \text{ m}$$

$$\bullet f = \frac{R}{2}$$

$$-2 = \frac{R}{2} \Rightarrow R = -4 \text{ m}$$

Rpta.: E

7. Un joven observa un pequeño insecto con una lupa de lente convergente de distancia focal 8 cm. Determine a qué distancia de la lente debe estar el insecto para observarlo con tamaño 4 veces mayor.

A) 4 cm B) 6 cm C) 16 cm D) 8 cm E) 12 cm

Solución:

Dato:

$$\bullet f = 8\text{cm}$$

Del dato, tenemos:

$$\bullet A = -\frac{S_i}{S_o}$$

$$4 = -\frac{S_i}{S_o} \Rightarrow S_i = -4S_o$$

$$\bullet \frac{1}{f} = \frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{S_o} \left(\frac{-4}{-4} \right) + \frac{1}{-4S_o}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{-3}{-4S_o} : S_o = \frac{3}{4}f$$

$$S_o = \frac{3}{4}(8\text{cm}) \Rightarrow S_o = 6\text{cm}$$

Rpta.: B

Química**EJERCICIOS DE CLASE**

1. Un mineral es un sólido cristalino, poseen fórmulas químicas definidas y nombres mineralógicos no sistemáticos. De acuerdo a su industrialización, los minerales se clasifican como metálicos o no metálicos. Al respecto, complete el siguiente cuadro e indique la composición o nombre de los minerales metálicos en I, II, III y IV, respectivamente.

Mineral	Fórmula química
Calcopirita	(I)
(II)	Fe_2O_3
Esfalerita	(III)
(IV)	PbS

A) CuFeS_2 , hematita, PbS , amalgama.C) CuFeS_2 , calcopirita, PbS , hematita.E) CuFeS_2 , hematita, ZnS , galena.B) ZnS , galena, ZnS , blenda o esfalerita.D) ZnS , óxido férrico, FeS_2 , sulfuro de zinc.

Solución:

Los minerales metálicos son expuestos en el ejercicio. Para darle solución, completamos el cuadro con la relación correcta mineral y su composición química

Mineral	Fórmula química
Calcopirita	CuFeS_2
Hematita	Fe_2O_3
Esfalerita	ZnS
Galena	PbS

Rpta.: E

2. Un buen ejemplo de yacimientos de minerales no metálicos se puede considerar a la Salinera de Maras ubicada en el Cusco, la cual tiene un valor comercial por su uso como conservante y condimento en la industria alimentaria. Tomando en cuenta una cosecha anual de 550 kilos de sal, con una composición porcentual de cloruro de sodio igual a 98% en masa, y con una concentración 100 ppm de manganeso. Al respecto, determinar la cantidad de cloruro de sodio en kilogramos y las moles de manganeso que se extrae en 6 meses de explotación

Datos: Masa molar (g/mol): Mn = 55**1 ppm = 1 mg / Kg**

A) 269,5 – 1,5

B) 539,0 – 2,5

C) 137,2 – 1,5

D) 539,0 – 0,5

E) 269,5 – 0,5

Solución:

En un año (12 meses) de explotación = 550 kg de sal de Maras

Porcentaje de cloruro de sodio = 98% en masa

Concentración de manganeso (Mn) = 100 ppm

$$6 \text{ meses} \left(\frac{550 \text{ kg sal de Maras}}{12 \text{ meses}} \right) \left(\frac{98 \text{ kg de NaCl}}{100 \text{ kg sal de Maras}} \right) = 269,5 \text{ kg de NaCl}$$

$$6 \text{ meses} \left(\frac{550 \text{ kg sal de Maras}}{12 \text{ meses}} \right) \left(\frac{100 \text{ mg de Mn}}{1 \text{ kg sal de Maras}} \right) \left(\frac{10^{-3} \text{ g Mn}}{1 \text{ mg Mn}} \right) \left(\frac{1 \text{ mol de Mn}}{55 \text{ g Mn}} \right)$$

$$= 0,5 \text{ mol Mn}$$

Rpta.: E

3. De un yacimiento minero, se extraen 10 000 toneladas de una mena de plomo conteniendo 2,39% de galena. Luego de diversos procesos, dentro de los cuales está la concentración por flotación y la reducción térmica, se obtiene el metal plomo con un rendimiento del 95%. Al respecto determine la masa en kg del plomo obtenido.

Datos: Masa molar (g/mol): Pb= 207 PbS = 239A) $2,07 \times 10^4$ B) $2,39 \times 10^5$ C) $1,97 \times 10^5$ D) $2,07 \times 10^5$ E) $1,97 \times 10^6$

Solución:

Determinando la cantidad de mineral valioso en la mena

$$10\,000\text{ t mena} \left(\frac{2,39\text{ t de PbS}}{100\text{ t mena}} \right) = 239\text{ t PbS}$$

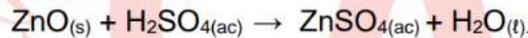
Determinando la cantidad de plomo obtenido al término de los procesos metalúrgicos

$$239\text{ t PbS} \left(\frac{207\text{ t Pb}}{239\text{ t PbS}} \right) \left(\frac{95\text{ t Pb}}{100\text{ t Pb}} \right) \left(\frac{10^3\text{ kg}}{1\text{ t}} \right) = 196\,650\text{ kg Pb} = 1,97 \times 10^5\text{ kg}$$

Rpta.: C

4. La metalurgia estudia las diversas alternativas de extraer o concentrar a los metales a partir de sus minerales encontrados en diferentes yacimientos. Para extraer los metales se recurre a la metalurgia de los minerales metálicos. Al respecto, determine la alternativa(s) que establezca(n) la(s) relación(es) correcta(s) entre proceso metalúrgico y reacción química.

- I. Lixiviación de la calcina de zinc:



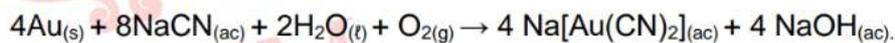
- II. Reducción de la hematita en el Alto Horno:



- III. Tostación de la calcopirita:



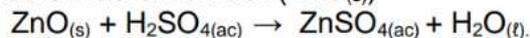
- IV. Cianuración en medio ácido:



- A) I y IV B) III y IV C) Solo IV D) I, II y III E) Sólo I

Solución:

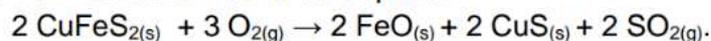
- I. **CORRECTO:** Lixiviación de un óxido: ($\text{ZnO}_{(s)}$)



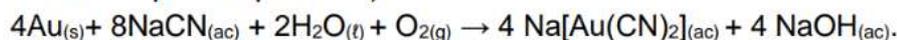
- II. **CORRECTO:** Reducción de la hematita ($\text{Fe}_2\text{O}_{3(s)}$) en el Alto Horno:



- III. **CORRECTO:** Tostación de la calcopirita:



- IV. **INCORRECTO:** Cianuración: Este proceso se realiza en medio alcalino (se agrega cal para elevar el pH del proceso).

**Rpta.: D**

5. La industria del hierro es muy requerida por la actividad humana, debido a la obtención de estructuras que sirven para construir las diversas maquinarias, entre otros. En cierto proceso se cuenta con una masa de $1,6 \times 10^5$ toneladas de una mena que contiene 40% de hematita (Fe_2O_3) para la extracción de hierro según la siguiente reacción:



Si el proceso tiene un 50% de rendimiento, determine la masa de hierro, en toneladas, que se puede extraer en dicha operación.

Datos: Masa molar (g/mol): $\text{Fe}_2\text{O}_3 = 160$, $\text{Fe} = 56$

- A) $2,24 \times 10^5$ B) $4,48 \times 10^5$ C) $2,24 \times 10^4$
 D) $4,83 \times 10^4$ E) $1,45 \times 10^3$

Solución:

Teniendo en cuenta los datos presentados, tenemos:

$1,6 \times 10^5$ toneladas = 160 000 toneladas



160 toneladas $\text{Fe}_2\text{O}_{3(s)} \rightarrow 2 \times 56$ toneladas de Fe

$$160\,000 \text{ t de mena} \left(\frac{40 \text{ t de Fe}_2\text{O}_3}{100 \text{ t de mena}} \right) \left(\frac{2 \times 56 \text{ t de Fe}}{160 \text{ t de Fe}_2\text{O}_3} \right) \left(\frac{50}{100} \right)$$

$$= 22\,400 \text{ t de Fe}$$

$2,24 \times 10^4$ toneladas de hierro (Fe)

Rpta.: C

6. El carbón es un recurso natural no renovable, que se formó a partir de las plantas que quedaron atrapadas en la corteza terrestre a determinadas condiciones, es decir, a altas presiones y temperaturas. A continuación, se presenta los principales tipos de carbón y su composición promedio:

Combustible	% Carbono
Celulosa pura	44,5
Turba	60,0
Lignito	67,0
Antracita	94,1

Al respecto, indique la(s) proposición(es) correcta(s).

- I. De la variedad de carbonos, el lignito tiene una formación más antigua que la turba.
 II. Cuando combustionan, la antracita tiene mayor poder calorífico que la turba y el lignito.
 III. Al quemar 2 kilogramos de lignito (1,6% S), se obtiene 11,2 litros de SO_2 a C.N.

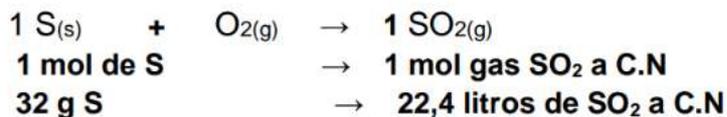
Datos: Masa molar (g/mol): $\text{S} = 32$

- A) Solo II B) II y III C) I y II D) Solo I E) Solo III

Solución:

- I. **CORRECTO:** Debido a su menor contenido de carbono, la celulosa pura presenta la menor antigüedad.
- II. **CORRECTO:** La antracita tiene mayor contenido de carbono que la turba, por ello la antracita tiene mayor poder calorífico.
- III. **INCORRECTO:** 2 kilogramos de lignito con 1,6 % de azufre (S)

$$2000 \text{ g lignito} \left(\frac{1,6 \text{ g de S}}{100 \text{ g de lignito}} \right) = 32 \text{ g de S}$$



Se obtienen 22,4 Litros de SO₂, medidos a C.N.

Rpta.: C

7. El carbón es un recurso usado por su poder calórico en la industria, por ello, es requerido tanto a nivel nacional e internacional. La siguiente gráfica muestra lo producido de carbón en toneladas (TM).

PRODUCCIÓN MINERA DE CARBÓN POR REGIÓN	
PRODUCTO TM/REGIÓN	2021
	JUNIO
CARBÓN ANTRACITA	7 000
LA LIBERTAD	2 120
LIMA	3 300
ANCASH	1 100
CAJAMARCA	480
CARBÓN BITUMOSO	6 600
LIMA	6 600

Adaptado de: <https://cdn.www.gob.pe/uploads/document/file/3473633/BEM06-2022.pdf.pdf>

Si la antracita contiene un 95% de carbono, y el carbón bituminoso tiene un 80% de carbono en su composición, determine la cantidad total de carbono en toneladas contenido en la antracita en todas las regiones y la energía en kilojoules (kJ) que se pudo obtener al combustionar el carbón bituminoso, presente en la ciudad de Lima, en el mes de junio del 2021, respectivamente.

Dato: Energía liberada por combustión de carbono: 30 kJ / kg de carbono

- | | |
|--|--|
| A) $3,25 \times 10^3 - 1,64 \times 10^6$ | B) $6,65 \times 10^3 - 1,64 \times 10^5$ |
| C) $3,25 \times 10^3 - 1,58 \times 10^8$ | D) $6,65 \times 10^3 - 1,58 \times 10^8$ |
| E) $8,55 \times 10^3 - 2,38 \times 10^6$ | |

Solución:

La antracita contiene un 95% de carbono, y la cantidad total de antracita es de 7000 toneladas, entonces:

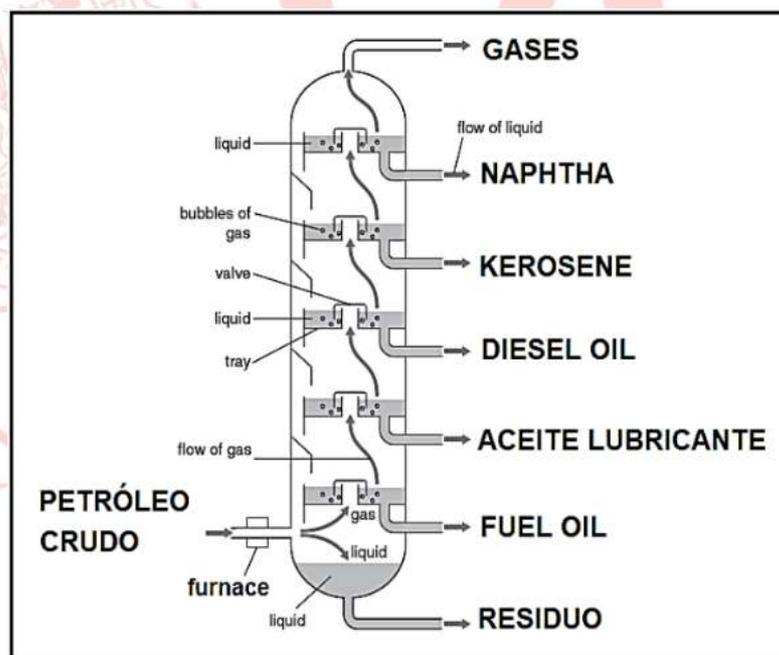
$$7 \times 10^3 \text{ TM antracita} \left(\frac{95 \text{ TM carbono}}{100 \text{ TM antracita}} \right) = 6,65 \times 10^3 \text{ TM carbono}$$

El carbón bituminoso tiene un 80% de carbono en su composición. La cantidad de carbono de carbón bituminoso es de 6600 toneladas, y siendo la cantidad de energía 30 kJ por kilogramos de carbono, entonces:

$$6\,600 \text{ TM bituminoso} \left(\frac{80 \text{ TM carbono}}{100 \text{ TM bituminoso}} \right) \left(\frac{10^3 \text{ kg C}}{1 \text{ TM C}} \right) \left(\frac{30 \text{ kJ}}{1 \text{ kg C}} \right) \\ = 1,58 \times 10^8 \text{ kJ}$$

Rpta.: D

8. El petróleo es una mezcla compleja de hidrocarburos tales como parafínicos y aromáticos. La ingeniería química durante el siglo XIX y XX desarrolló un proceso efectivo para su separación, tal como la mostrada en la siguiente gráfica:



Con respecto a la información mostrada, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones

- I. La destilación fraccionada es una separación física, por diferencia de volatilidades.
- II. El kerosene es una mezcla que posee menor masa molar que el aceite lubricante.
- III. La separación es un proceso que involucra ganancia de calor en la alimentación.

- A) VVF B) VFV C) FVF D) VVV E) FFV

Solución:

- I. **VERDADERO:** La destilación fraccionada es un proceso físico, la separación es por diferencia de volatilidades.
- II. **VERDADERO:** El kerosene sube una altura mayor en la torre de destilación, es por ello que se deduce que esa mezcla posee menor masa molar que el fuel oil (se separa en una zona inferior).
- III. **VERDADERO:** La separación es porque en la alimentación del crudo de petróleo hay ganancia de calor para que pueda separarse por las diferencias de temperaturas de ebullición.

Rpta.: D

9. Los combustibles como el gas natural realizan una combustión con mejor eficiencia que los combustibles líquidos y sólidos. Incluso la mezcla gasolina – aire produce una explosión, que tiene menor rendimiento; por ello es recomendable elegir un combustible con elevado octanaje. Al respecto, indique el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

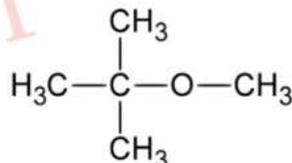
- I. El gas natural principalmente tiene en su mezcla al metano (CH₄).
- II. Adicionar el ter-butil metil éter (MTBE) incrementa el índice de octano.
- III. El n – heptano presenta un mayor octanaje que un hidrocarburo ramificado.

- A) VFV B) FVF C) VVF D) FVV E) VVV

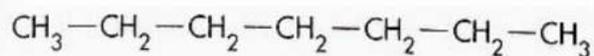
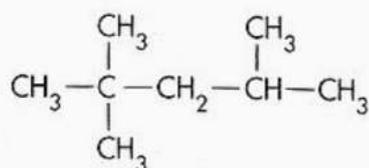
Solución:

I. **VERDADERO:** El gas natural principalmente tiene en su mezcla el metano (CH₄). En el Perú se tiene el gas de Camisea, que abastece de gas a las diferentes actividades productivas del país, incluye el transporte vehicular que usan el GNV.

II. **VERDADERO:** La adición del MTBE incrementa el índice de octano de una gasolina.



III. **FALSO:** El isoctano es un compuesto que tiene un índice de octano igual a 100, mientras que el n –heptano tiene un índice de octano igual a cero.

*n*-heptano

isoctano

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Nuestro país presenta minerales metálicos y no metálicos que se encuentran en la corteza terrestre, en el caso de los metálicos se extraen elementos metálicos, por ejemplo, el oro, el cobre, el plomo, entre otros. Respecto de los minerales, indique la(s) proposición(es) **incorrecta(s)**.

- I. Son sólidos cristalinos de composición química definida.
 II. Si se presentan en vetas se explotan por tajo abierto.
 III. La ganga es la parte que contiene el mineral valioso.

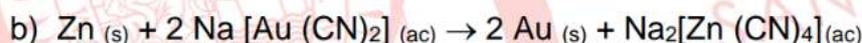
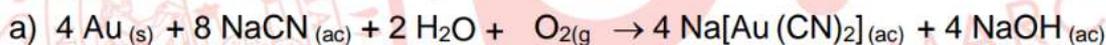
- A) Solo I B) I y III C) Solo II D) I y II E) II y III

Solución:

- I. **CORRECTO:** Los minerales son sólidos cristalinos de composición química definida.
 II. **INCORRECTO:** Cuando están en vetas se explotan por laboreo subterráneo.
 III. **INCORRECTO:** La ganga es parte de la mena que posee poco valor económico, no contiene al mineral valioso

Rpta.: E

2. El oro es un elemento extraído desde la antigüedad, en la actualidad su procesamiento se realiza a través de dos etapas:



Seleccione la secuencia correcta de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. (a) es un proceso de lixiviación del oro por cianuración.
 II. En (b) ocurre la reducción del oro debido al zinc.
 III. El oro también puede ser extraído por amalgamación.

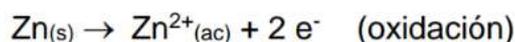
- A) FVF B) VVV C) VFV D) VFF E) FVV

Solución:

- I. **VERDADERO:** (a) corresponde al proceso de cianuración, a través del cual el oro reacciona con el cianuro de sodio.

- II. **VERDADERO:** La reacción (b) es:

Se observa que ocurre la reducción del oro debido a incorporar zinc metálico:



- III. **VERDADERO:** El oro se puede extraer con mercurio para formar la amalgama. Para realizar su separación se somete al calor, vaporizando el mercurio de la amalgama.

Rpta.: B

3. La clasificación del carbón está en función a su poder calorífico, cuanto mayor porcentaje tiene de carbono, mayor será dicho poder por lo cual será más valioso. Respecto a los tipos de carbón, seleccione el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

Tipo de carbón	% carbón
Turba	60
Hulla	80
Antracita	94

- I. El carbón antracita tiene mayor poder calorífico que la turba.
 II. La antigüedad del carbón hulla, es mayor que el de la turba.
 III. La turba tiene mayor porcentaje de impurezas que la antracita.

- A) FVF B) VFV C) VVV D) FFV E) FVV

Solución:

- I. **VERDADERO:** La antracita tiene mayor poder calorífico que la turba debido a que presenta mayor porcentaje de carbono (94%).
 II. **VERDADERO:** La hulla tiene mayor antigüedad que la turba, debido a que presenta mayor porcentaje de carbono.
 III. **VERDADERO:** El carbón turba tiene menor contenido de carbono que la antracita, por lo tanto, presenta mayor cantidad de impurezas tales como el azufre y el nitrógeno.

Rpta.: C

4. La combustión de los derivados de la destilación del petróleo, producen gases de efecto invernadero; los cuales se emiten a la atmósfera, generando daño ambiental. Con respecto al petróleo, seleccione la alternativa que contenga la proposición **incorrecta**.

- A) Se originó por descomposición de la materia orgánica hace millones de años.
 B) Contiene una mezcla de hidrocarburos con diferente masa molar.
 C) Sus componentes se pueden separar por destilación fraccionada.
 D) Contiene una fracción volátil, como el gas metano, y una pesada como el asfalto.
 E) **Los compuestos más volátiles tienen mayor punto de ebullición.**

Solución:

- A) **CORRECTO:** El petróleo proviene a partir de la descomposición de la materia orgánica (animal y vegetal), sometida a determinadas condiciones de presión y temperatura.
 B) **CORRECTO:** El petróleo es una mezcla compleja de hidrocarburos como los alifáticos y aromáticos, estos con diferente peso molar.
 C) **CORRECTO:** Los componentes del petróleo se pueden separar por destilación fraccionada, esto es debido a la diferencia de sus temperaturas de ebullición.

- D) **CORRECTO:** Una fracción volátil es el gas, como el metano, por su menor peso molar y una pesada es el asfalto, debido a su mayor peso molar.
- E) **INCORRECTO:** Las fracciones más volátiles tienen menor punto de ebullición, esto es por requerir menor energía para realizar su volatilización.

Rpta.: E

5. La cianuración es un proceso metalúrgico para obtener oro, luego se reduce con polvo de zinc hasta formar oro, el cual está representado por la siguiente ecuación:



Para obtener 197 toneladas de Au, con un rendimiento al 50%, determine las toneladas de zinc que son introducidos al inicio del proceso.

Datos: Masa molar (g/mol) Au = 197, Zn = 65

- A) 197 **B) 65** C) 130 D) 86 E) 110

Solución:

De la ecuación química, tenemos:



Determinando la masa de zinc al inicio del proceso con 50% de rendimiento:

$$197 \text{ toneladas de Au} \times \left(\frac{65 \text{ toneladas de Zn}}{2 \times 197 \text{ toneladas Au}} \right) \left(\frac{100}{50} \right)$$

$$= 65 \text{ t de Zn}$$

Rpta.: B

Biología

EJERCICIOS DE CLASE

1. El conjunto de cadenas alimentarias que están interconectadas, mostrando una relación más compleja de movimiento de la energía y materia, recibe el nombre de
- A) cadenas alimentarias. B) sucesión ecológica. C) cadenas tróficas.
D) redes tróficas. E) equilibrio ecológico.

Solución:

Las **redes tróficas** corresponden al conjunto de cadenas que se encuentran interconectadas y nos permiten observar el movimiento de energía y materia en una relación más compleja.

Rpta.: D

2. En el siguiente ejemplo de cadena trófica:

Fitoplancton → *crustáceo krill* → *pingüino emperador* → *leopardo marino* → *orca*

Indique el consumidor secundario y el que recibe la menor cantidad de energía en la cadena respectivamente.

- A) Crustáceo krill - leopardo marino
B) Fitoplancton - orca
C) Pingüino emperador - fitoplancton
D) Leopardo marino - orca
E) Pingüino emperador - orca

Solución:

El **pingüino emperador** (*Aptenodytes forsteri*) corresponde al consumidor secundario y el organismo que recibe la menor cantidad de energía siguiendo la segunda ley de la termodinámica es la **orca** (*Orcinus orca*)

Rpta.: E

3. En la naturaleza, los organismos interactúan entre sí y con otras especies, lo que se denomina relaciones intraespecíficas e interespecíficas respectivamente. ¿Cómo se denomina la relación donde dos especies tienen una relación de vida común, de la cual obtienen un beneficio recíproco y dependen el uno del otro para sobrevivir?
- A) Sociedades B) Compensación C) Comensalismo
D) Predación E) Simbiosis

Solución:

La **simbiosis** es la relación permanente; se establece entre dos especies diferentes que llevan una vida en común y se interrelacionan para obtener beneficios recíprocos y, de esta forma, asegurar su sobrevivencia.

Rpta.: E

4. Respecto de las características de una población, indique el valor de verdad (V o F) y señale la respuesta correcta.
- Hay individuos que se reproducen entre sí, limitados espacial y temporalmente.
 - Su función es crecer, desarrollarse y mantener en un ambiente constante.
 - Su densidad excluye a la natalidad, inmigración, mortalidad y emigración.
 - Presenta una dinámica que depende de los cambios en el número de individuos.
- A) VFVF B) FVFV C) VVFF D) FFVV E) VFFV

Solución:

VERDAD. La población es un conjunto de individuos con características comunes que pueden reproducirse entre sí y están limitados en espacio y tiempo.

FALSO. La función de una población es crecer, desarrollarse y mantener en un ambiente variable.

FALSO. La densidad en una población es el resultado de las relaciones mutuas entre natalidad, inmigración, mortalidad y emigración.

VERDAD. La dinámica de una población depende de los cambios en el número de individuos y de las causas que producen estos cambios.

Rpta.: E

5. Los ecosistemas experimentan cambios en el tiempo y en el espacio, que le permiten evolucionar en su nivel de complejidad; pasando de tener cadenas tróficas sencillas hacia redes complejas con una mayor riqueza y diversidad de seres vivos. El enunciado hace referencia a una/un
- A) relación interespecífica. B) nicho ecológico. C) equilibrio poblacional.
D) sucesión ecológica. E) relación intraespecífica.

Solución:

Una **sucesión ecológica** consiste en el proceso de cambio que sufre un ecosistema en el tiempo, como consecuencia, a su vez, de los cambios que se producen tanto en las condiciones del entorno como en las poblaciones que lo integran.

Rpta.: D

6. El tigrillo *Leopardus pardalis*, también conocido como ocelote, vive en el continente americano y, particularmente, en el Perú, habita en los bosques amazónicos. Actualmente, debido al comercio, la caza indiscriminada y el tráfico ilícito de su piel, es considerado como una especie en estado vulnerable. ¿A qué aspecto ecológico hace referencia el enunciado?
- A) Población B) Hábitat C) Nicho ecológico
D) Dinámica poblacional E) Ecología

Solución:

El enunciado hace referencia a los cambios que está experimentando el tigrillo con respecto a su tamaño poblacional, en donde se hace referencia a una posible disminución del tamaño poblacional. Por ende, se está refiriendo en el contexto de la **dinámica poblacional**.

Rpta.: D

7. Respecto al ciclo del nitrógeno, indique el valor de verdad (V o F) según sea conveniente y señale la respuesta correcta.
- Los animales obtienen nitrógeno a través del proceso de respiración celular.
 - El N_2 (atmosférico) se puede convertir en formas biológicamente utilizables.
 - En la desnitrificación, el nitrógeno se produce directamente a partir del suelo.
 - El nitrógeno atmosférico se absorbe a través de las hojas de las plantas.
- A) VFVF B) FVFV C) VVFF D) FVVV E) FVFF

Solución:

FALSO. Los animales no obtienen el nitrógeno directamente a través de la respiración, esto lo hacen a través de la dieta.

VERDAD. La fijación del nitrógeno atmosférico (N_2) se convierte en formas biológicamente utilizables en los seres vivos.

FALSO. La desnitrificación es un proceso realizado por bacterias anaerobias que convierten el nitrato en nitrógeno y lo devuelven a la atmósfera.

FALSO. El nitrógeno atmosférico no se puede absorber a través de las hojas de las plantas.

Rpta.: E

8. El cóndor andino (*Vultur gryphus*) se alimenta de animales muertos facilitando así el reciclado de nutrientes para los ecosistemas y evitando la proliferación de otros carroñeros y microorganismos patógenos. Según su ubicación en la pirámide trófica y el tipo de alimentación, esta ave sería considerada como
- A) productor – omnívoro.
B) descomponedor – omnívoro.
C) consumidor secundario – carnívoro.
D) consumidor terciario – carnívoro.
E) consumidor primario – omnívoro.

Solución:

El cóndor andino pertenece al grupo de los **consumidores terciarios** o supercarnívoros, donde se encuentran los necrófagos o carroñeros, que se alimentan de cadáveres. Por el tipo de alimento que consumen, corresponde a los **carnívoros**.

Rpta.: D

9. El fósforo llega a los océanos a través de la filtración y escurrimientos ingresando en las redes tróficas marinas. Los compuestos del fósforo en los suelos sufren transformaciones biológicas determinadas por las condiciones agrofísicas, agroquímicas y agrobiológicas que actúan sobre el suelo en un momento dado. En tal sentido, no es correcto afirmar que
- A) el fósforo esté presente en algunas macromoléculas como el ADN.
B) la mayor parte, en la naturaleza, se encuentra en forma de PO_4^{3-} .
C) es un elemento presente en las redes tróficas terrestres y acuáticas.
D) pueden ser utilizados como fertilizantes en las actividades agrícolas.
E) los seres humanos no influyen en el ciclo del fósforo de manera significativa.

Solución:

Los humanos sí influyen en el ciclo del fósforo, cuando agregan fósforo en exceso a la tierra y/o al agua a través de la escorrentía de las granjas, el uso de detergentes y el alcantarillado. Estas actividades pueden desequilibrar el ciclo del fósforo y causar un daño ecológico significativo.

Rpta.: E

10. Es uno de los principales tratados internacionales donde participaron 195 países y acordaron reducir las emisiones de gases de efecto invernadero (GEI) para adaptarse a las consecuencias del cambio climático y garantizar una transición justa hacia una economía con bajas emisiones de carbono. La aplicación de este consenso se inició en el 2020.

Sobre el texto, ¿a qué tratado internacional se hace referencia?

- A) Convención de especies amenazadas
- B) Protocolo de Montreal
- C) Protocolo de Kioto
- D) Acuerdo de París
- E) Carta Mundial de la Naturaleza

Solución:

El **Acuerdo de París** establece medidas para la reducción de las emisiones de gases de efecto invernadero a través de la mitigación, adaptación y resiliencia de los ecosistemas. La aplicabilidad del acuerdo se inició en 2020 cuando finalizó la vigencia del Protocolo de Kioto.

Rpta.: D

11. Hace unos años se descubrió un río subterráneo debajo del río Amazonas, el cual se denominó «Hamza». Al igual que el río Amazonas, el Hamza nace en la cordillera de los Andes en Perú, con una extensión de unos 6,800 kilómetros, pero se mueve a través de rocas porosas a una velocidad muy lenta. ¿Bajo qué tipo de bioma se podría considerar a este caudal?

- A) Bioma dulceacuícola léntico
- B) Bioma pelágico
- C) Bioma nerítico
- D) Bioma dulceacuícola lótico
- E) No se puede considerar como bioma

Solución:

No se le puede considerar un bioma al río subterráneo Hamza debido a que un bioma es un conjunto de ecosistemas característicos de una zona biogeográfica y que está definido por su vegetación y de las especies que predominen en él.

Rpta.: E

12. ¿Cuál de los siguientes enunciados hace una correcta descripción de población?

- A) Las macanches que habitaron el parque nacional Río Abiseo en el 2009
- B) Las aves guaneras de la reserva nacional de Paracas
- C) Los algarrobos (*Prosopis pallida*) que desarrollaron en el 2015
- D) Las plantas de papa (*Solanum tuberosum*) que desarrollaron en el año 2016
- E) Los estudiantes del Centro Preuniversitario de la UNMSM

Solución:

Se entiende por población a un conjunto de **individuos de la misma especie limitada por espacio y tiempo**. Cuando nos referimos a una población se tiene que especificar la especie y definir sus límites en tiempo y espacio.

Rpta.: A

13. El «abejorro común» (*Bombus terrestris*) es una especie social, es decir, sus individuos se diferencian en castas, cooperan en el cuidado de crías, y solapan generaciones. Esta peculiar organización nos permite establecer que en el abejorro común se establece la relación intraespecífica denominada

- A) gregarismo.
- B) sociedades.
- C) predominio social.
- D) compensación.
- E) competencia.

Solución:

En el abejorro común y su ciclo de vida existen jerarquías sociales, donde hay individuos dominantes y dominados. A este tipo de relación intraespecífica se le denomina **predominio social**.

Rpta.: C

14. Los animales han desarrollado diversas estructuras terminales en sus patas (garras, cascos, pezuñas, dedos, etc.). Estas adaptaciones les permiten un mejor movimiento en el hábitat al que pertenecen. ¿A qué factor abiótico obedece estas modificaciones?

- A) Suelo
- B) Presión
- C) Superficie
- D) Tamaño
- E) Presa

Solución:

Las diferentes formas de la terminación en las extremidades resultan de las diferentes adaptaciones al tipo de sustrato con el que interactúan los animales, es decir al **suelo**.

Rpta.: A

15. En los bosques de roble y nogal ocurren incendios forestales que queman la mayor parte de la vegetación con la consecuente desaparición de los animales. A pesar de esto, la ceniza contiene magnesio, fósforo, calcio y otros nutrientes, lo cual enriquece el suelo y permite el crecimiento de nuevas especies vegetales con el paso del tiempo. Este proceso es un ejemplo de la

- A) sucesión ecológica secundaria.
- B) sucesión ecológica primaria.
- C) sucesión ecológica evolutiva.
- D) diversidad vegetal.
- E) desequilibrio ecológico.

Solución:

En la **sucesión ecológica secundaria**, un área previamente ocupada vuelve a ser colonizada después de que una perturbación eliminara a la mayoría o a toda su comunidad. Con el paso del tiempo obtendrá nuevas especies donde desaparecieron sus antecesoras.

Rpta.: A

