



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS  
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA  
**CENTRO PREUNIVERSITARIO**



(VIDEOS)  
**TEORÍA Y  
EJERCICIOS**

## Semana N.º 17

# *Habilidad Verbal*

SEMANA 17 A

EL TEXTO CIENTÍFICO

El texto científico da a conocer información o resultados asociados con la práctica de la investigación científica. Algunos textos muestran un hecho basado en una descripción objetiva y rigurosa, que en principio es susceptible de confirmación. Otros describen un experimento que permitió establecer un resultado. Cuando de resultados se trata, estos pueden ser positivos, como la corroboración de una hipótesis o un descubrimiento de impacto; o negativos, como la refutación o rechazo de una hipótesis.

### ACTIVIDADES

#### I. LEA ATENTAMENTE EL TEXTO PLANTEADO A CONTINUACIÓN.

Nuestros esfuerzos por entender nuestra naturaleza como seres humanos se inicia desde diversos puntos de vista, pero dado que somos parte del reino animal, tiene sentido tratar de apreciar al menos partes de dicha naturaleza sobre la base de nuestra biología específicamente humana. Algo particularmente importante acerca del aspecto de la vida humana es la existencia en ella de nuestro uso del —y dependiente del— lenguaje, de lo cual naturalmente surge la pregunta de los orígenes de nuestra capacidad para el lenguaje. Muchos debates sobre los orígenes del lenguaje asumen que las habilidades comunicativas de otros animales, especialmente los cercanamente relacionados, proveen un apropiado punto de inicio o fuente válida de evidencia comparativa. Quiero argumentar lo contrario, que mucho de lo que sabemos de la comunicación animal es realmente solo relevante marginalmente para nuestro entendimiento de las bases humanas de lenguaje. Contra este fundamento, consideremos algunas informaciones en la prensa popular de las habilidades de los animales. Un caso que captó la atención hace unos pocos años fue aquel de Rico, el *collie* de la casa vecina, él es bueno al olfatear un objetivo particular de una selección de varios objetos en respuesta al comando verbal. Hay muchas, muchas razones en las cuales las habilidades de Rico están lejos de lo que llamamos lenguaje. Una de estas razones es que él aprende palabras que refieren a objetos que él puede traer. Muchas palabras en las lenguas naturales son verbos como «correr» o «gustar», adjetivos como «pequeño» o «improbable», palabras gramaticales como «sobre», «es», entre otras. Aparentemente, Rico solo responde a su dueña, mientras que los humanos podemos desempeñar el papel de hablantes o de oyentes. Y hay un punto más sutil: cuando el niño aprende una palabra como «media», puede usarla para hablar de la media que está ahí,

preguntar «¿dónde está la media?» decir «esa es MI media», etc. Una palabra puede ser usada en una variedad de formas en distintas situaciones. Pero podría decirse que las «palabras» de Rico siempre refieren a una situación específica: traer un objeto. No significa que sugiero que la comunicación animal carece de interés comparada con el lenguaje humano, o inferior para los propósitos para los cuales son destinados. Solo que hay diferencias esenciales; una de ellas, la más importante, es que los individuos a partir de un número finito de sonidos que le ofrece su lengua puede generar posibilidades ad infinitum, a esta propiedad se le denomina recursividad y, al parecer, es privativo del lenguaje humano.

1. ¿Cuál es el tema central del texto?

- A) El lenguaje humano y su peculiaridad respecto de la comunicación animal
- B) Las funciones del lenguaje en la interacción comunicativa entre individuos
- C) El carácter irrelevante de la comunicación animal y el lenguaje humano
- D) Las propiedades del lenguaje humano y sus similitudes con los animales

**Solución:**

El autor centra su atención en el lenguaje humano y la diferencia sustancial entre este y la comunicación animal.

**Rpta.: A**

2. La palabra PAPEL adquiere el sentido contextual de

- A) impresión.
- B) licencia.
- C) representación.
- D) función.

**Solución:**

En la comunicación humana el individuo no solamente es receptor, sino que cumple también la FUNCIÓN de hablante.

**Rpta.: D**

3. Respecto de la óptica desarrollada en el texto acerca del lenguaje humano, resulta incompatible afirmar que

- A) cuenta con la propiedad de generar *ad infinitum* emisiones lingüísticas.
- B) es uno de los aspectos más relevantes y particulares de la vida humana.
- C) como objeto de estudio es más importante que la comunicación animal.
- D) está íntimamente involucrado con aspectos biológicos del ser humano.

**Solución:**

El autor señala que la comunicación animal es distinta del lenguaje humano, pero no por ello deja de ser un objeto de estudio atractivo.

**Rpta.: C**

4. Si el lenguaje humano no fuera recursivo,
- A) las lenguas del mundo dejarían de ser un interesante objeto de estudio para la ciencia lingüística.
  - B) probablemente muchas de las manifestaciones de comunicación animal podrían equipararse con este.
  - C) las investigaciones en torno a la comunicación animal dejarían de ser atractivas para los estudiosos.
  - D) la naturaleza biológica de la especie humana sería sustancial para reconocerlo como un elemento particular.

**Solución:**

La característica medular del lenguaje humano es su carácter recursivo. De ahí se establece un deslinde entre este y la comunicación animal. De no serlo, probablemente habría más puntos concordantes entre lenguaje y comunicación animal.

Rpta.: B

5. Se infiere que la forma de comunicación de Rico

- A) carece de palabras gramaticales.
- B) se caracteriza por ser expresiva.
- C) está provista de recursividad.
- D) es un caso popular recusable.

**Solución:**

Rico solamente recibe órdenes relacionadas con objetos específicos, por tanto, su repertorio reconoce sustantivos. Las palabras gramaticales o nexos están ausentes en su repertorio.

Rpta.: A

**TEXTO 1**

El español se ha convertido en la segunda lengua de comunicación internacional. Nuestra lengua es hoy lo que es, por la cantidad de hablantes de que dispone, por la relativa homogeneidad lingüística de que goza, por el protagonismo innegable que ostenta en cientos de universidades, en centenares de periódicos de difusión internacional, en poderosas cadenas radiofónicas y de televisión; a todo ello se une hoy un tránsito que — por fortuna— empieza a **congestionarse** en las autopistas informáticas. En efecto, es una lengua hablada por muchas gentes en diversos países del mundo. Una de las razones, tan importante como el número de hablantes, es que el español es una lengua relativamente homogénea, lo que significa que, salvo en contadas ocasiones —hablantes muy rurales o manejo de una variedad jergal y marginal— la comunicación entre hispanohablantes de distintas latitudes, tanto si tienen el español como lengua materna o aprendida, es muy fluida y sin graves rupturas comunicativas. A pesar de que el vocabulario ofrece conjuntos bastante amplios de equivalencias; por ejemplo, *camión, micro, colectivo, guagua, bus, ómnibus, autobús*, una importante mayoría de hablantes «entiende» el término neutralizador *autobús*, aunque al hablar en su estilo espontáneo no suelen usarlo. En estas ocasiones se habla de «nómina pasiva», a la cual pertenecen las palabras que, aunque no

se actualicen en la comunicación habitual, son en cambio descodificadas con facilidad. Es verdad que se trata de procesos de selección que necesitan de una competencia idiomática que vaya más allá del simple saber dialectal propio. Si este no es el caso, como suele suceder con hablantes de bajo nivel educativo, no hay reemplazo posible y la comunicación se enfrenta con tropiezos. En otras ocasiones, al sujeto que escucha términos desconocidos para él —los que pertenecen a ciertas normas dialectales en exclusiva— le queda aún el recurso de poder hacer inducciones textuales si, por supuesto, el discurso o el texto en cuestión ofrece las correspondientes claves semánticas que lo permitan.

López Morales, H. (2005) *Diccionario académico de americanismos. Presentación y planta del proyecto*. Asociación de Academias de la Lengua Española y Academia Argentina de Letras.

1. ¿Cuál es el tema central del texto?

- A) La difusión de la lengua española en el mundo
- B) La intercomprensión entre hablantes hispanos
- C) El español y su difusión en el contexto digital
- D) El crecimiento raudo del español y las razones

**Solución:**

En efecto, en el texto se abordan las razones por las cuales el español es una lengua vigorosa en evidente crecimiento.

**Rpta.: D**

2. La palabra CONGESTIONARSE, en el texto, adquiere el sentido de

- A) obstruir.
- B) amurallar.
- C) proliferar.
- D) entorpecer.

**Solución:**

El vocablo alude al hecho de que el español también aparece de forma abundante en los contextos digitales; es decir, es una lengua que se manifiesta de forma sólida en múltiples situaciones comunicativas.

**Rpta.: C**

3. Resulta compatible con la trama textual señalar que la heterogeneidad semántica del español

- A) ha crecido aceleradamente e impide ahora la comunicación precisa.
- B) no es obstáculo para la intercomprensión fluida entre los hablantes.
- C) determina que los hablantes traduzcan palabras permanentemente.
- D) se manifiesta a través de un espectro léxico excesivamente exiguo.

**Solución:**

A pesar de las divergencias léxico-semánticas, el español permite la intercomprensión gracias a la nómina pasiva.

**Rpta.: B**

4. Se infiere del texto que un móvil de difusión de la lengua española es
- A) el internet.      B) el diccionario.      C) la escuela.      D) el hogar.

**Solución:**

El autor señala que el tráfico digital está congestionándose con usos del español; de ello se deduce que un móvil de difusión es el internet.

**Rpta.: A**

5. Si un hablante de español peruano, al conversar con un hablante de español peninsular, evidencia dificultad para interpretar el sentido de la palabra *culebrón*,
- A) tendría que recurrir al diccionario para seguir dialogando.  
B) podría acudir al recurso de las inducciones de tipo textual.  
C) le preguntaría a su interlocutor por qué habla de esa forma.  
D) buscaría información a través de buscadores o traductores.

**Solución:**

Si existiera una dificultad interpretativa, el hablante recurriría al contexto para realizar inferencias plausibles.

**Rpta.: B**

**TEXTO 2**

El estudio del lenguaje comprende un campo bastante amplio en el que, probablemente estén involucrados incluso aspectos que están fuera de toda indagación lingüística. Pero, ¿por qué estudiar el lenguaje? Existen muchas respuestas posibles para esta pregunta, y el hecho de que centre mi atención en una de ellas no desacredita a las demás ni pone en tela de juicio su legitimidad. Uno puede, por ejemplo, encontrarse fascinado por los elementos del lenguaje en sí mismos, y deseará descubrir su orden y su composición, su origen en la historia o en el individuo, o el empleo que se les da en el pensamiento, la ciencia, el arte y el intercambio social. Una razón para estudiar el lenguaje, y para mí, personalmente, la razón más apremiante, la constituye la tentación de considerar que el lenguaje es, según la frase tradicional, «el espejo de la mente». Con ello no quiero decir que los conceptos expresados y las distinciones desarrolladas en el empleo normal del lenguaje nos permiten penetrar en el funcionamiento del pensamiento y en el mundo del «sentido común» que la mente humana construye. Es más intrigante aún, sobre todo para mí, la posibilidad de que, mediante el estudio del lenguaje, podamos descubrir principios abstractos que rijan la estructura y su uso; principios que son universales por necesidad biológica y no por mero accidente histórico, y que derivan de las características mentales de la especie. Una lengua humana es un sistema de notable complejidad. Llegar a conocerla constituye un triunfo intelectual extraordinario para una criatura que no esté específicamente destinada a realizar tal proeza. Un niño normal adquiere este conocimiento después de haberlo oído durante relativamente poco tiempo y sin estar sometido a un adiestramiento específico. En ese momento, puede, prácticamente sin esfuerzo, hacer uso de una **intrincada** estructura de reglas específicas y principios de orden que le permitan transmitir sus pensamientos y sus sentimientos a los demás, suscitando en ellos nuevas ideas y sutiles percepciones y juicios. Para la mente consciente, que no esté especialmente diseñada para tal propósito, reconstruir y captar lo que el niño

ha logrado intuitivamente y con esfuerzo mínimo, se plantea como objetivo remoto. Así pues, en un sentido profundo y significativo, el lenguaje es un espejo de la mente; es un producto de la inteligencia humana, creado de nuevo en cada individuo mediante operaciones que están fuera del alcance de la voluntad o la conciencia.

1. ¿Cuál es el tema central del texto?

- A) El estudio del lenguaje desde un enfoque mentalista
- B) El lenguaje y las perspectivas científicas de estudio
- C) La intuición como mecanismo medular del lenguaje
- D) Los principios y las reglas que definen al lenguaje

**Solución:**

El autor se enfoca en el estudio del lenguaje desde un enfoque mentalista, aun cuando existen diversas maneras de abordarlo.

**Rpta.: A**

2. La palabra INTRINCADA en el texto adquiere el sentido de

- A) desordenada.
- B) asistemática.
- C) compleja.
- D) abigarrada.

**Solución:**

Se trata de un conjunto de reglas complejo que, sin embargo, el hablante utiliza sin mayor esfuerzo.

**Rpta.: C**

3. La frase «espejo de la mente» supone que el lenguaje es

- A) la facultad de expresar emociones.
- B) el reflejo de procesos cognitivos.
- C) el resultado de la volición humana.
- D) producto del aprendizaje mecánico.

**Solución:**

La manera de enfocar el lenguaje para el autor se sostiene en las implicancias de esta facultad con la cognición humana.

**Rpta.: B**

4. Acerca del desarrollo lingüístico de los niños, es incompatible afirmar que

- A) depende del diseño cognitivo del lenguaje, definido biológicamente.
- B) a una edad muy temprana adquieren un conocimiento muy complejo.
- C) es posible que esté determinado por principios lingüísticos universales.
- D) estos requieren de la orientación de los padres para adquirir una lengua.

**Solución:**

Los niños nacen con la capacidad de adquirir una lengua, no requieren de orientación.

**Rpta.: D**

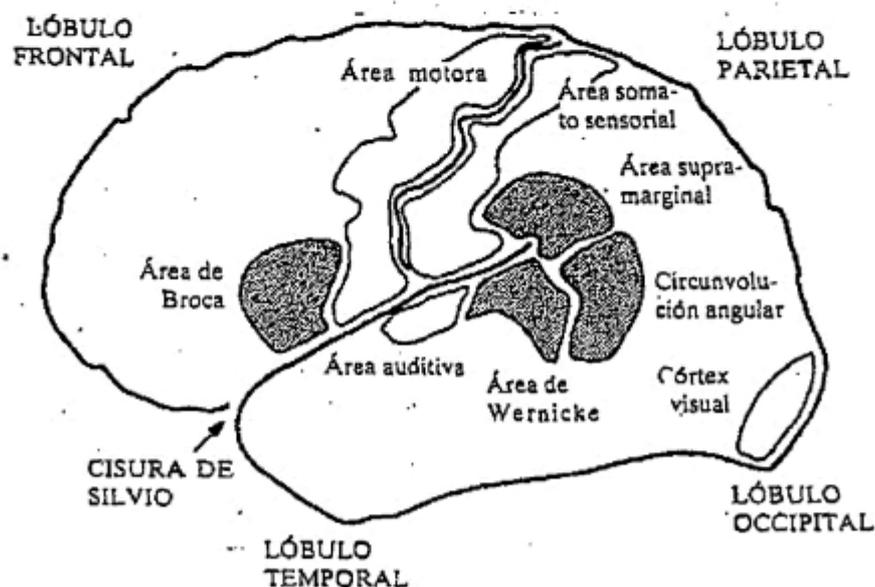
5. Si un niño careciera de la capacidad de adquirir una lengua,
- A) sería incapaz de procesar los datos que oye con tanta rapidez y espontaneidad.  
 B) podría, a través de la ayuda de los padres, conocer cualquier lengua particular.  
 C) realizaría con cierta dificultad el aprendizaje de todos los principios universales.  
 D) usaría su conocimiento lingüístico basado en las dificultades del medio externo.

**Solución:**

El proceso de desarrollo lingüístico sería muy oneroso para el niño si careciera de la facultad del lenguaje.

**Rpta.: A****SEMANA 17 B****TEXTO 1**

Los primeros atisbos del lenguaje podrían remontarse hasta el *Australopithecus afarensis* (cuyo primer ejemplar descubierto fue el famoso fósil del esqueleto de «Lucy»), nuestro antepasado fósil más remoto que vivió hace unos cuatro millones de años, o quizá incluso a una época anterior, ya que se ha hallado algunos fósiles que datan del período comprendido entre la separación de los humanos y los chimpancés y la aparición del *A. afarensis*. Sin embargo, con especies más tardías aparecen estilos de vida que resultan más acordes con la existencia del lenguaje. El *Homo habilis*, que vivió entre dos y dos millones y medio de años atrás, nos ha dejado instrumentos de piedra hallados en refugios que podrían haber sido viviendas o habitáculos para el despiece y almacenamiento de carne. En cualquier caso, estos hallazgos dan indicio de cierto grado de cooperación y desarrollo tecnológico. El *H. habilis* tuvo, además, el detalle de dejarnos algunos cráneos que llevan impresas las marcas de los surcos de su cerebro. En ellos se distingue un área de Broca bastante grande y prominente, así como las circunvoluciones supramarginal y angular (otras dos áreas del lenguaje que aparecen en el diagrama del cerebro que presentaremos a continuación).



Todas estas regiones del cerebro se encuentran más desarrolladas en el hemisferio izquierdo. No obstante, no se sabe si el *habilis* utilizaba estas estructuras cerebrales para hablar; no olvidemos que los monos también tienen una zona homóloga a nuestra área de Broca. El *Homo erectus*, que emigró desde África hacia buena parte del viejo mundo hace entre un millón y medio y 500 000 años, llegando incluso hasta China e Indonesia, ya conocía el fuego y utilizaba, casi en todos los asentamientos en los que se han encontrado restos suyos, el mismo tipo de hachas de mano de piedra simétricas y muy bien terminadas. También en este caso cabría pensar que este desarrollo no fuera del todo ajeno a la posesión del lenguaje, aunque tampoco hay datos que permitan **asegurar**lo.

Pinker, S. (2018). *El instinto del lenguaje*. Cap. 11: «El Big Bang». Lima: Plan Lector del Cepreunmsm.

1. El tema central del texto es
- A) los estudios sobre los centros neuronales vinculados con el lenguaje humano y sus funciones.
  - B) el *Homo habilis* y su capacidad para articular sonidos lingüísticos a través del córtex cerebral.
  - C) las zonas del cerebro que evolucionaron de forma inesperada hace 200 000 años aproximadamente.
  - D) las zonas cerebrales del lenguaje y su vinculación con el rastreo de nuestros antepasados.

**Solución:**

En efecto, en este fragmento se plantean las zonas cerebrales vinculadas con el lenguaje. Además, se hace un rastreo sobre la posibilidad de que estas hayan servido para hablar en múltiples ancestros.

**Rpta.: D**

2. En el texto el término ASEGURAR connota

- A) carácter incuestionable.
- B) carencia de evidencia.
- C) debilidad expositiva.
- D) asunción idealista.

**Solución:**

El término se refiere en el texto a la imposibilidad de sostener el uso del lenguaje por parte de ancestros como el *Homo erectus*, de manera que se vincula con la falta de evidencia empírica.

**Rpta.: B**

3. Es incompatible, respecto del área de Broca, afirmar que

- A) constituye un área del cerebro de notable tamaño y prominencia.
- B) es imposible detectar un rasgo homólogo en los primates actuales.
- C) esta está localizada en el hemisferio izquierdo del cerebro humano.
- D) habría sido usada por el *Homo habilis* para comunicarse oralmente.

**Solución:**

En el texto se señala que existen zonas homólogas a las de Broca en el cerebro del chimpancé.

**Rpta.: B**

4. Se deduce del texto, respecto del grado de cooperación del *Homo habilis*, que

- A) podría estar vinculado con el habla, aunque es poco demostrable.
- B) es una prueba de que este hablaba de forma parecida a nosotros.
- C) ha sido suficiente para detectar la evolución del lenguaje humano.
- D) sería improbable que este se ejecute sin recurrir al habla humana.

**Solución:**

El grado de cooperación nos muestra capacidad organizativa y, por consiguiente, podría estar vinculado con el habla, aunque Pinker no está seguro de tal asunción.

**Rpta.: A**

5. Si los restos fósiles y los hallazgos arqueológicos permitieran sostener que el *Homo habilis* presentaba mecanismos de abstracción complejos,

- A) habría mayor asidero para sostener que la selección natural determinó al lenguaje humano.
- B) la capacidad lingüística podría haber derivado de cambios abruptos y recientes en los primates.
- C) el ser humano tendría que establecer un tronco evolutivo en común con los grandes simios.
- D) habría mayor evidencia para sostener que los primates pueden aprender a hablar.

**Solución:**

Si se detectara un mayor nivel de abstracción a través de los restos arqueológicos, se tendría información invaluable que cubra por lo menos dos millones de años, por lo que se podría explicar el lenguaje en términos evolutivos.

**Rpta.: A****TEXTO 2**

*El Plato para Comer Saludable*, creado por expertos en nutrición de la Escuela de Salud Pública de Harvard y los editores en Publicaciones de Salud de Harvard, es una guía para crear comidas saludables y balanceadas, ya sean servidas en un plato o empacadas para llevar en la merienda o almuerzo. Una copia en su refrigerador/nevera para recordar a diario las comidas saludables y balanceadas es una buena medida. Entre las recomendaciones, se debe incorporar color y variedad; sin embargo, las patatas (papas) no cuentan como un vegetal por su efecto negativo en la azúcar en la sangre. Son necesarios los granos integrales e intactos —trigo integral, cebada, quinua, avena, entre otros— tienen un efecto más moderado en la azúcar en la sangre y la insulina que el pan blanco, arroz blanco, y otros granos refinados. Además, se debe precisar que el pescado, pollo, legumbres (habichuelas, leguminosas y frijoles), y nueces son fuentes de proteínas saludables y versátiles; pueden ser mezcladas en ensaladas, y combinan bien con

vegetales en un plato. Limite las carnes rojas, y evite carnes procesadas como los embuditos (salchichas). Finalmente, se precisa omitir las bebidas azucaradas, **limite** la leche y productos lácteos a una o dos porciones al día, y limite el jugo (zumo) a un vaso pequeño al día.



Harvard Health Publishing (2011). «Healthy Eating Plate». En *Harvard Health Publishing. Harvard Medical School*. Recuperado de <<https://www.health.harvard.edu/staying-healthy/healthy-eating-plate>>.

- El tema central del texto es
  - los productos alimentarios que aseguran una dieta saludable.
  - lo cuestionable del consumo de productos lácteos y de carnes.
  - la pirámide alimentaria sana según la Universidad de Harvard.
  - el escaso interés por la alimentación saludable según Harvard.

**Solución:**

El texto mixto se enfoca en la alimentación de forma sustancial, de forma que la alimentación saludable es el tema central.

**Rpta.: A**

- En el texto, la palabra LIMITAR connota
  - vacuidad.
  - eliminación.
  - reducción.
  - ausencia.

**Solución:**

El vocablo se usa para aludir al consumo de lácteos. Según la infografía, deben ingerirse de una a dos porciones, con lo cual el término connota REDUCCIÓN.

**Rpta.: C**

3. Sobre el consumo de carnes rojas, es posible deducir que

- A) Harvard aconseja la eliminación de la dieta sana por su toxicidad.
- B) su consumo excesivo puede resultar inconveniente para la salud.
- C) mantiene un equilibrio dietético de forma conjunta con los lácteos.
- D) en la misma proporción que los lácteos resultan muy perjudiciales.

**Solución:**

En el texto se indica que las carnes rojas deben limitarse, lo cual supone que, en exceso, podrían resultar perjudiciales para la salud.

**Rpta.: B**

4. Resulta incongruente con el desarrollo del texto afirmar que el consumo de líquidos, independientemente del tipo, es completamente saludable, porque

- A) para un mejor balance es necesario tomar únicamente mucha agua.
- B) el café y el té deben acompañar a la leche para proveer nutrientes.
- C) los jugos son igual de tóxicos que el té con leche con mucha azúcar.
- D) el agua azucarada, los jugos en exceso, entre otros, deben evitarse.

**Solución:**

En el texto se señala que las porciones de lácteos deben limitarse. Además, el agua azucarada debe evitarse.

**Rpta.: D**

5. Si un individuo sigue estrictamente las recomendaciones alimentarias, pero lleva una vida completamente sedentaria

- A) podría eliminar el consumo de cualquier carne.
- B) debería incidir en el consumo de carbohidratos.
- C) debería asegurarse que los aceites sean sanos.
- D) podría ser un factor de riesgo contra su salud.

**Solución:**

Se indica en la infografía que, conjuntamente, el individuo debe mantenerse en actividad. De manera que la buena alimentación es condición necesaria pero no suficiente.

**Rpta.: D**

## TEXTO 3A

¿Existen los paraísos de la prosperidad y de la justicia social? Lo más parecido al nirvana de progreso económico con atención ciudadana que se puede apreciar en el planeta surge en las Tierras Altas de Europa. La piedra filosofal de sus envidiables estados de bienestar es el pragmatismo, forjado mediante una equilibrada estructura en la que se potencia, a partes iguales, una economía de mercado con rigor presupuestario, por un lado, y la cobertura estatal de servicios sociales de alta calidad, por otro, no precisamente baratos, ya que su financiación se eleva por encima del 40% de sus riquezas nacionales. Unos cheques que resultan posibles gracias a unos cuantiosos —y solidarios— ingresos fiscales. El resultado es un histórico bagaje de éxito. Quizás los ejemplos más **nítidos** de que innovación, competitividad y pleno empleo no están reñidos con la solidaridad distributiva, la conciliación familiar y profesional, el respeto por el medio ambiente, los subsidios sociales o una educación y una sanidad que rozan la excelencia y unas pensiones especialmente onerosas. También son los campeones de las reformas estructurales y permanentes, indispensables para consolidar sus sistemas, porque gozan del beneplácito de sus sociedades civiles, de manera que son modelos a nivel mundial.

Herranz, Diego (2017). «Modelo social escandinavo: o cómo morir de éxito por esquivar el ideario neoliberal». En Público. Recuperado de <<https://www.publico.es/internacional/modelo-social-escandinavo-morir-exito-esquivar-ideario-neoliberal.html>>.

## TEXTO 3B

¿Es Escandinavia el mejor lugar para vivir en el mundo? Las estadísticas parecen decir que sí: mejor lugar para formar una familia y para ser madre; región con un mayor índice de igualdad y menor de corrupción; educación y sanidad pública universales y de calidad; lugar donde la gente es más feliz, etcétera. Pero ¿y si no lo fuera? Los escandinavos son los que más antidepresivos consumen en el mundo, de acuerdo a cifras de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). Además, las escuelas danesas no tienen grandes resultados —de acuerdo con la prueba PISA—, la mayor parte de las muertes de hombres en Finlandia están relacionadas con el alcohol (tal y como indica el Sistema de Estadísticas de Finlandia), Suecia es uno de los diez mayores exportadores de armas del mundo de acuerdo al Instituto Internacional de Estudios para la Paz de Estocolmo. También existe cierta hipocresía en la sociedad noruega cuando, siendo uno de los principales países exportadores de petróleo, aboga por un medio ambiente más limpio. Sin dejar de reconocer la fascinación que ejerce el sistema nórdico, afirmar que es un modelo de vida o un paraíso es exagerado e insostenible.

Ricciardelli, Álvaro (2014). «El lado oscuro del paraíso escandinavo». En BBC. Recuperado de <[https://www.bbc.com/mundo/noticias/2014/02/140207\\_mitos\\_escandinavia\\_a](https://www.bbc.com/mundo/noticias/2014/02/140207_mitos_escandinavia_a)>.

1. El conflicto textual está centrado en

- A) los múltiples factores del éxito social de los países nórdicos.
- B) el régimen económico de Escandinavia y su evidente éxito.
- C) la consideración de los países escandinavos como paraísos.
- D) algunos cuestionamientos del liberalismo de las Tierras Altas.

**Solución:**

Los textos se contraponen en torno a la consideración de los países escandinavos como opciones inopinadas para vivir.

**Rpta.: C**

2. En el texto A, el término NÍTIDO connota

A) evidencia palmaria.  
C) fortaleza social.

B) condición necesaria.  
D) afirmación ideal.

**Solución:**

El término se refiere a los ejemplos que validan el éxito de los países escandinavos, de manera que connota EVIDENCIA PALMARIA.

**Rpta.: A**

3. Es compatible, sobre las pruebas educativas estandarizadas que se aplican en los Tierras Altas, afirmar que

- A) en el caso de Dinamarca los resultados están lejos de ser auspiciosos con la calidad educativa sostenida.
- B) desdican el llamado «paraíso escandinavo», pues en todos los países han derivado en rotundos fracasos.
- C) han sido aplicadas con éxito en Escandinavia y países como España intentan imitar su modelo educativo.
- D) constituyen un ejemplo evidente de la manipulación mediática que promueven los países nórdicos.

**Solución:**

En el texto se indica que Dinamarca es evidencia de que no en todos los casos la educación funciona, de manera que es la única aseveración compatible con el texto.

**Rpta.: A**

4. Es posible deducir que los reparos ofrecidos por el autor del texto B son consistentes, porque

- A) los resultados educativos son negativos en cada uno de los casos.
- B) estos están basados en indicadores de diversas organizaciones.
- C) la brecha salarial, aunque velada, es alta en países como Noruega.
- D) el régimen tributario impuesto es draconiano para los europeos.

**Solución:**

En el texto B se usan cifras de distintas instituciones, de manera que la evidencia estadística le permite sostener su posición.

**Rpta.: B**

5. Si en el futuro los resultados educativos en todos los países escandinavos fueran óptimos,
- A) los tributos excesivos que imponen estos dejarían de desencadenar despidos y suicidios masivos.
  - B) la depresión sería por fin superada al implantarse una personalidad exitosa en cada adolescente.
  - C) el argumento de la educación como evidencia de éxito del modelo nórdico resultaría razonable.
  - D) el autor del texto A dejaría de ocultar la evidencia de la crisis educativa de estos para defenderlos.

**Solución:**

Si la totalidad de países escandinavos presentaran resultados homogéneos, el argumento educativo se sostendría ante la evidencia.

**Rpta.: C****SEMANA 1C****TEXTO 3**

In the late 1990s, Japan found that a large number of its adolescents and young adults were having almost no social contact at all, save for some communication with their families.

In 2010, the Japanese government estimated that there are 700,000 individuals living as hikikomori within Japan, with an average age of 31. Current research suggests that the problem has become more common in many parts of the world— and we need a better diagnosis for it.

It was called hikikomori (or ひきこもり in Japanese), meaning “pulling inward, being confined” or more colloquially —being a shut-in. Hikikomori essentially withdraw from social life without any underlying physical or mental condition. Usually, hikikomori develops over an extended period of time.

This condition also rarely **changes for the better**. According to interviews and surveys with hikikomori, oftentimes, the mere thought of renouncing this lifestyle can produce distress.

Social withdrawal means hikikomori stay indoors almost every day, and they might live with their families or on their own. This is not just a form of social anxiety, most researchers studying it are pushing to classify it as a pathological condition.

Mihai A. (January 22, 2021). What is Hikikomori, the Japanese phenomenon of extreme social isolation — and why it seems to be spreading. It was recovered from <https://www.zmescience.com/science/hikikomori-loneliness/> (Edited text).

1. The topic of the passage is
- A) hikikomori's habits.
  - B) hikikomori's definition.
  - C) hikikomori's description.
  - D) hikikomori's progression.

**Answer:**

Basically, the text shows aspects in order to define hikikomori's condition.

**Key: B**

2. In the text, CHANGE FOR THE BETTER can be replaced for  
A) improve.                      B) shift.                      C) worsen.                      D) remain.

**Answer:**

It something changes for the better it means that IMPROVES.

**Key: A**

3. It can be inferred that hikikomori condition  
A) is no underlying mental triggering factor.  
B) isn't like a switch that suddenly turns on.  
C) is due to unpleasant social experiences.  
D) is exclusively of teenagers and adults.

**Answer:**

The text says: "Usually, hikikomori develops over an extended period of time". Therefore, that condition does not develop suddenly.

**Key: B**

4. According to the passage, hikikomori people today  
A) feel uncomfortable with their surround.  
B) can improve with psychological support.  
C) is much more widespread than before.  
D) are selfish and cautious with strangers

**Answer:**

From the statement "Current research suggests that the problem has become more common in many parts of the world", it is compatible affirm that this condition is much more widespread now than it was in the past.

**Key: C**

5. If a teenager was forced to live in confinement,  
A) he could not be a hikikomori despite he lives alone during a long time.  
B) he would undoubtedly be sick with a contagious and emerging disease.  
C) it would be because his family would be in trouble and try to protect him.  
D) he could not be called hikikomori because his isolation is not voluntary.

**Answer:**

It is understood that hikikomori lives in voluntary isolation, no one forces to him to live in that way, so in he proposed situation, it would not be possible called like that

**Key: D**

## TEXTO 4

Many of us are familiar with workplace burnout —the feeling of extreme physical and emotional exhaustion that often affects doctors, business executives, and first-aid workers. Burnout has been called a stress syndrome. However, the World Health Organization (WHO) now refers to burnout as “syndrome conceptualized as resulting from chronic workplace stress that has not been successfully managed,” in the organization’s International Classification of Diseases (ICD-11) diagnostic manual of 2019.

The change in definition may help bring about an increased **awareness** and allow people to access better treatment, remove the stigma that surrounds burnout and will make it easier to study burnout and the impact it has on others.

The three symptoms included in the list are:

- feelings of energy depletion or exhaustion
- increased mental distance from one’s job or feelings negative towards one’s career
- reduced professional productivity

People with symptoms of burnout may fear that taking time away from work or investing in self-care makes them “weak,” and that burnout is best overcome by working harder. However, left untreated, burnout can cause people to become depressed, anxious, and distracted, which can impact not only their work relationships, but their personal interactions, too.

Fraga, J. (June 5, 2019). Why the WHO’s Decision to Redefine Burnout Is Important. It was recovered from <https://www.healthline.com/health/mental-health/burnout-definition-world-health-organization#A-change-in-definition-may-help-remove-the-stigma-that-surrounds-burnout> (Edited text)

1. Which is the main idea of the text?

- A) Some side effects of burnout in people daily lifestyle.
- B) All symptoms to physicians diagnose burnout illness.
- C) The impact that burnout definition was updated recently.
- D) Burnout or a new global disease recognized by the WHO.

**Answer:**

It is explained that the recently change of the definition of burnout has important consequences.

**Key: C**

2. The word AWARENESS implies all, except

- A) deceive.
- B) knowledge.
- C) understanding.
- D) learn.

**Answer:**

AWARENESS in English means “knowledge or understanding of a particular subject or situation”, so this not implies DECEIVE.

**Key: A**

3. It is inferred about the symptoms of burnout
- A) can reduced at all when the workday is over.
  - B) can be reduced easily at the present time.
  - C) only impact the way we deal with co-workers.
  - D) can slow down the daily work duties assigned.

**Answer:**

From the second symptom of burnout it is inferred who suffers that illness may procrastinate his work duties.

**Key: D**

4. If burnout did not impact people's mental health,
- A) it could not be regarded as a disease by WHO.
  - B) this one would have physical symptoms anyway.
  - C) people who suffer it would be able to work more.
  - D) those who have it don't need occupational support.

**Answer:**

According to the passage, burnout is "the feeling of extreme physical and emotional exhaustion", then if it didn't damage mental health, it could still affect physical health.

**Key: B**

5. It is incompatible that the update of burnout's definition
- A) makes it more difficult the treatment of burnout patients.
  - B) may help dismantle the misbelief that it's "nothing serious."
  - C) serves to distinguish it from other mental health concerns.
  - D) can avoid that people who suffer it feel less ashamed.

**Answer:**

According to the third paragraph: "The change in definition may help bring about an increased awareness and allow people to access better treatment, remove the stigma that surrounds burnout and will make it easier to study burnout and the impact it has on others", so the first sentence is incompatible.

**Key: A**

## Habilidad Lógico Matemática

### EJERCICIOS

1. La tabla muestra el Movimiento Migratorio Internacional con respecto a la salida de los peruanos/os según continente de destino del año 2019. Determine, aproximadamente, el porcentaje de las peruanas/os que salieron a Oceanía y Asia, con respecto a las peruanas/os que salieron a Europa, en el año 2019.

**MOVIMIENTO MIGRATORIO INTERNACIONAL**  
Salida de peruanos/os según continente de destino, año 2019

Continente	2019
Total	3 984 008
América	3 688 759
América del Norte	578 072
América del Centro	245 468
América del Sur	2 865 219
Europa	293 254
Asia	643
África	256
Oceanía	65
Otros	1 031

**Nota: Información al 31 de diciembre de 2019**  
**Fuente: Superintendencia Nacional de Migraciones**

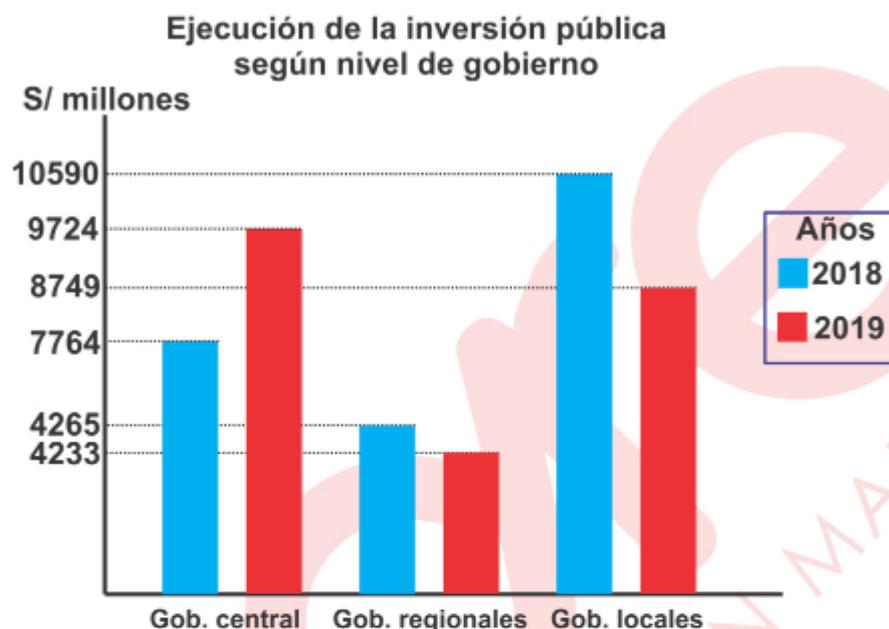
- A) 0,34%      B) 0,24%      C) 0,12%      D) 0,43%

**Solución:**

$$\text{Porcentaje pedido} = \frac{(65 + 643)}{293\,254} \times 100\% = 0,2414289\%$$

**Rpta.: B**

2. El gráfico muestra la inversión pública en millones de soles, del gobierno central y gobiernos subnacionales (regionales y locales) de acuerdo con las cifras dadas por el Ministerio de Economía y Finanzas, en el periodo de enero a octubre de los años 2018 y 2019.



- I. Determine en cuánto disminuyó, aproximadamente, el porcentaje de la inversión pública del año 2018 al 2019, en los gobiernos regionales.
  - II. Determine en que año, la inversión pública fue mayor.
- A) 0,75%-2019      B) 0,8%-2019      C) 0,75%-2018      D) 0,8%-2018

**Solución:**

Resolviendo (I)

$$\text{Variación porcentual} = \left( \frac{4233 - 4265}{4265} \right) 100\% = -0.750$$

Luego, disminuyó en 0,75%

Resolviendo (II)

Inversión pública año 2018:

$$7764 + 4265 + 10590 = 22619$$

Inversión pública año 2019:

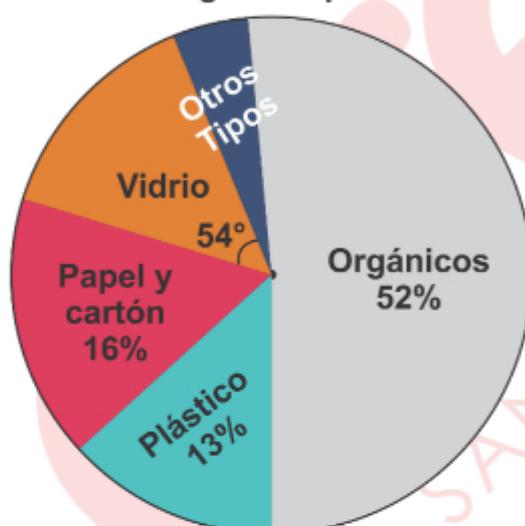
$$9724 + 4233 + 8749 = 22706$$

Luego, en el año 2019 la inversión pública fue mayor.

**Rpta.: A**

3. El siguiente gráfico muestra la distribución de los residuos domésticos generados por un distrito de la ciudad de Lima. Si el plástico genera 39 toneladas de residuo, ¿cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?
- Los residuos orgánicos superan en 111 toneladas a los residuos de vidrio.
  - La suma de los residuos de "otros tipos" y los residuos de papel y cartón es de 60 toneladas.
  - Los residuos de papel y cartón son de 58 toneladas.

Distribución de los residuos domésticos según el tipo de material



- A) Solo II      B) I y II      C) I y III      D) Solo I

**Solución:**

Residuos en toneladas:

Vidrio: 45

Papel y cartón: 48

Plástico: 39

Orgánicos: 156

Otros: 12

Valores de verdad de las afirmaciones:

I. Verdadera.

II. Verdadera.

III. Falsa.

Por tanto, afirmaciones verdaderas: I y II.

**Rpta.: B**

4. Miguel junto a sus dos hijos Fernando y Mathías juegan, entre ellos, un torneo de fulbito de mesa, jugando todos contra todos, en una sola ronda. Por partido ganado se otorga 3 puntos, por partido empatado 1 punto por equipo y por partido perdido 0 puntos. Si al final del torneo se observa la siguiente tabla, donde GF son los goles a favor; GC los goles en contra y Puntos el puntaje obtenido por cada uno de ellos, ¿cuál fue el resultado del partido entre Miguel y Fernando, si hubo una diferencia de 4 goles entre ellos?

A) 5-1

B) 4-0

C) 6-2

D) 7-3

	GF	GC	Puntos
Miguel		3	3
Fernando	3		1
Mathías		1	4

**Solución:**

	PG	PE	PP	Puntos	GF	GC
Miguel	1	0	1	3		3
Fernando	0	1	1	1	3	
Mathías	1	1	0	4		1

Miguel-Fernando	Miguel-Mathías	Fernando-Mathías
6 2	0 1	1 1

**Rpta.: C**

5. La final de un torneo de fulbito lo disputaron los equipos de Ancón, Lima y Lurín, jugando todos contra todos, en una sola ronda. En la figura se muestra la tabla con algunos datos: partidos jugados (PJ) de cada equipo, por partido ganado (PG) se otorgó 3 puntos, por partido empatado (PE) se otorgó 1 punto y por partido perdido 0 puntos. Además, los goles a favor de cada equipo coincidieron con sus respectivos puntajes. Si el equipo de Lima recibió en total 3 goles y en el partido que ganó Lurín se anotaron la mayor cantidad de goles, ¿cuál fue el resultado del partido entre Lima y Lurín, en ese orden?

A) 0-3

B) 1-3

C) 0-2

D) 1-2

	PJ	PG	PE
Ancón	2	1	1
Lima	2		1
Lurín	2	1	0

**Solución:**

Colocando algunos datos necesarios en la tabla

	PJ	PG	PE	PP	GF	GC	Puntos
Ancón	2	1	1	0	4		4
Lima	2	0	1	1	1	3	1
Lurín	2	1	0	1	3		3

Ancón-Lima		Ancón-Lurín		Lima-Lurín	
x	x	4-x	x	1-x	3-x
0	0	4	0	1	3

Si  $x=0$ **Rpta.: B**

6. En el encuentro de vóley entre los equipos Aliados y Brisas, la tabla muestra la cantidad de puntos obtenidos por cada equipo en los cuatro sets jugados.

N° Set	Puntos de Aliados	Puntos de Brisas
1	25	19
2		25
3	25	21
4		

Si la cantidad total de puntos obtenidos por Aliados fue de 101 y en el cuarto set, Aliados ganó por la mínima diferencia, ¿cuál pudo ser el mínimo puntaje obtenido por Brisas en el cuarto set?

A) 26

B) 25

C) 23

D) 27

**Solución:****Reglas del juego:**

- Un partido de vóley tiene un mínimo de 3 sets y un máximo de 5 sets.
- Gana un set el equipo que primero hace 25 puntos con una diferencia de 2 puntos con respecto al otro equipo.
- Si el juego está empatado, en 24-24, el set continuará más allá de 25, hasta que un equipo pueda obtener una diferencia de 2 puntos y ganar el set. Ejemplo: 26 a 24, o 27 a 25, o 28 a 26, etc.
- Ganará el partido el equipo que primero gane 3 sets.
- En caso de empate en 2 sets a 2, se disputará el set de desempate o Tie-Break de 15 puntos.

- Gana el Tie-Break y el partido el equipo que marque los primeros 15 puntos, con una diferencia mínima de 2 puntos; o continuar hasta obtener la diferencia de 2 puntos.

En el problema:

N° Set	Puntos de Aliados	Puntos de Brisas
1	25	19
2	a	25
3	25	21
4	b+2	b

Puntos de Aliados:

$$25+a+25+b+2=101 \Rightarrow a+b=49$$

$$b_{\text{Mínimo}} \Rightarrow a_{\text{Máximo}} = 23$$

$$\therefore b=26$$

Rpta.: A

7. Jorge Luis tiene S/ 90, en monedas de S/ 5 y S/ 2. Se desea saber cuántas monedas tiene Jorge Luis de cada denominación.

Información brindada:

(I) Los dos tercios del total de monedas son de S/ 2.

(II) Hay 10 monedas más de S/2 que de S/ 5.

Para resolver el problema

- A) solo la información I es suficiente.  
 B) solo la información II es suficiente.  
 C) cada información por separado es suficiente.  
 D) es necesario usar ambas informaciones.

**Solución:**

Sean:  $x = \#$  monedas de S/ 5

$y = \#$  monedas de S/ 2

Dato general:  $5x + 2y = 90$

De I:  $\frac{2}{3}(x + y) = y$  luego  $y = 2x$

Reemplazando en dato general:

$$5x + 2(2x) = 90$$

Luego  $x=10$  entonces  $y=20$ .

De II:  $y - x = 10 \rightarrow y = x + 10$

En dato general:  $5x + 2(x + 10) = 90 \rightarrow 7x = 70 \rightarrow x = 10$ .

Luego  $y=20$ .

Por lo tanto, cada información por separado es suficiente.

**Rpta.: C**

8. Pedro, José, Luis y Daniel tienen cada uno, profesiones diferentes: uno de ellos es médico; otro, contador; otro, abogado y otro, ingeniero. Se sabe que Pedro y el contador no son amigos. Se desea determinar la profesión de cada uno de ellos.

Información brindada:

(I) Daniel es primo del abogado, y este es amigo de Luis.

(II) El ingeniero es amigo de Luis y del médico.

Para resolver el problema

- A) la información I es suficiente.  
 B) la información II es suficiente.  
 C) es necesario usar ambas informaciones.  
 D) cada una de las informaciones por separado es suficiente.

**Solución:**

Coloquemos los datos en una tabla de doble entrada:

	Médico	Contador	Abogado	Ingeniero
Pedro		<b>No</b>		
José				
Luis				
Daniel				

**Usando dato I:** Daniel es primo del abogado y este es amigo de Luis; de esta información se deduce: Daniel no es abogado y Luis tampoco es abogado. Y, por el dato, Pedro no puede ser abogado, así se tiene la siguiente tabla. Usando el dato I no podemos llegar a conocer la profesión de cada uno.

	Médico	Contador	Abogado	Ingeniero
Pedro		<b>No</b>	<b>No</b>	
José	<b>No</b>	<b>No</b>	<b>Sí</b>	<b>No</b>
Luis			<b>No</b>	
Daniel			<b>No</b>	

**Usando dato II:** El ingeniero es amigo de Luis y del médico; de aquí se deduce lo siguiente, pero no se puede saber la profesión de cada uno de ellos.

	Médico	Contador	Abogado	Ingeniero
Pedro		<b>No</b>		<b>No</b>
José				
Luis	<b>No</b>			<b>No</b>
Daniel				

Usando dato I y II: Usando ambas informaciones se puede completar la información pedida.

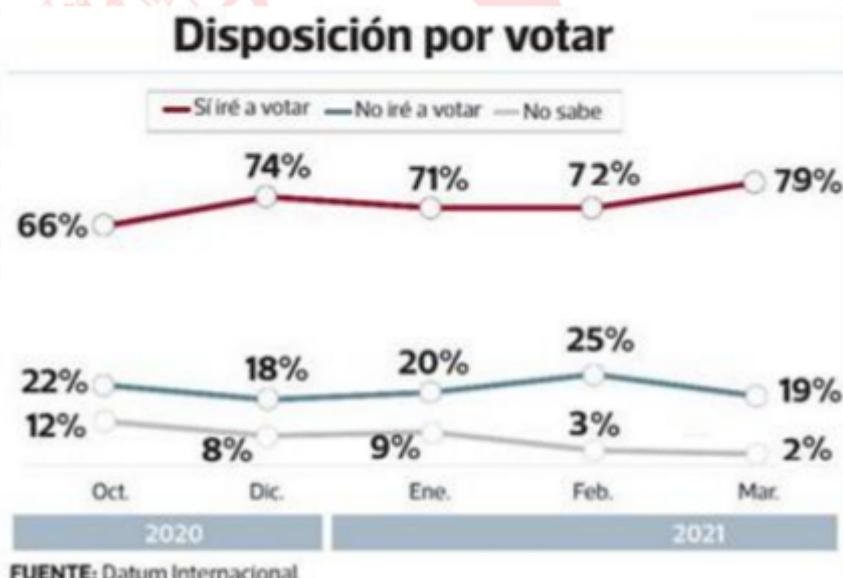
	Médico	Contador	Abogado	Ingeniero
Pedro	<b>Sí</b>	<b>No</b>	<b>No</b>	<b>No</b>
José	<b>No</b>	<b>No</b>	<b>Sí</b>	<b>No</b>
Luis	<b>No</b>	<b>Sí</b>	<b>No</b>	<b>No</b>
Daniel	<b>No</b>	<b>No</b>	<b>No</b>	<b>Sí</b>

Por tanto, es necesario usar ambas informaciones.

**Rpta.: C**

### EJERCICIOS PROPUESTOS

1. El gráfico muestra la disposición por votar, de 500 personas, en las elecciones presidenciales del 11 de abril de 2021, que fueron preguntadas durante 5 meses consecutivos. ¿Qué porcentaje fueron las personas que afirmaron que “no irán a votar” en marzo de 2021 con respecto a las personas que afirmaron “no saben” en los meses de diciembre de 2020, enero de 2021 y febrero de 2021?



- A) 95%                      B) 50%                      C) 97,5%                      D) 83,3%

**Solución:**

Del gráfico tenemos que:

% Personas que no irían a votar marzo = 19

% Personas que no saben dic a feb = 8 + 9 + 3 = 20

Por regla de tres:

$$\left. \begin{array}{l} 20 \rightarrow 100\% \\ 19 \rightarrow p \end{array} \right\} \rightarrow p = \frac{19 \cdot 100\%}{20} = 95\%$$

Rpta.: A

2. En el cuadro mostrado, se resume el tiempo de aparcamiento de 125 vehículos que utilizaron el servicio en una playa de estacionamiento de un distrito limeño. Si la playa cobra S/ 3 por cada "30 minutos o menos de 30 minutos" de aparcamiento, estime el monto que percibió por el servicio de aparcamiento de esos 125 vehículos.

A) S/ 750

B) S/ 840

C) S/ 950

D) S/ 960

Tiempo ( en minutos)	N° de vehículos
$\langle 20, 30 ]$	15
$\langle 30, 40 ]$	15
$\langle 40, 60 ]$	35
$\langle 60, 80 ]$	25
$\langle 80, 90 ]$	10
$\langle 90, 100 ]$	10
$\langle 100, 120 ]$	15

**Solución:**

Considerando la tabla se deduce que:

MINUTOS						
De 20 a 30	De 30 a 40	De 40 a 60	De 60 a 80	De 80 a 90	De 90 a 100	De 100 a 120
15	15	35	25	10	10	15
S/ 3	S/ 6	S/ 6	S/ 9	S/ 9	S/ 12	S/ 12
S/ 45	S/ 90	S/ 210	S/ 225	S/ 90	S/ 120	S/ 180

Monto percibido = 960 soles.

Rpta.: D

3. En el gráfico 1 se muestra la evolución de todas las exportaciones de la empresa SEPAEXPORTADORA desde el año 2017 hasta el año 2021, mientras que en el gráfico 2 se muestra las exportaciones, de dicha empresa, en el año 2021. Si en el año 2017 las exportaciones de tejido de alpaca fueron de 9,75 millones de dólares, ¿en qué porcentaje aumentó, en el rubro de tejido de alpaca, la exportación en el año 2021 con respecto a la del año 2017?

A) 12%

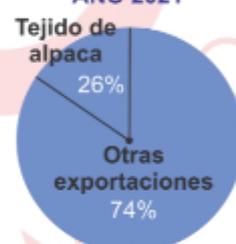
B) 5%

C) 13,6%

D) 6,5%



EXPORTACIONES DEL AÑO 2021

**Solución:**

Exportaciones de alpaca (año 2021) =  $26\%(42,6) = 11,076$  millones

Porcentaje =  $(11,076 - 9,75) / 9,75 (100\%) = 13,6\%$

**Rpta.: C**

4. En un torneo de fútbol han participado 4 equipos: Albos, Buenos, Cuervos y Duendes, jugando todos contra todos, en una sola ronda. El campeonato finalizó con la clasificación mostrada en la tabla. Si por partido ganado se otorgan 3 puntos, por empate se otorga 1 punto y por partido perdido cero puntos, determine el resultado del partido jugado entre Albos y Duendes, en ese orden.

A) 2-0

B) 1-0

C) 3-0

D) 1-1

	Puntos	Goles a favor	Goles en contra
Albos	5	3	1
Buenos	5		3
Cuervos	3	2	2
Duendes	1	0	3

**Solución:**

	Puntos	GF	GC	PG	PE	PP
Albos	5	3	1	1	2	0
Buenos	5	4	3	1	2	0
Cuervos	3	2	2	0	3	0
Duendes	1	0	3	0	1	2

Albos-Buenos	1	1
Albos-Cuervos	0	0
Albos-Duendes	2	0
Buenos-Cuervos	2	2
Buenos-Duendes	1	0
Cuervos-Duendes	0	0

**Rpta.: A**

5. Tres equipos: Cantolao, Pacas y Balnearios disputan la final de un campeonato de fútbol jugando todos contra todos, en una sola ronda. La tabla muestra los goles a favor (GF) y los goles en contra (GC) de los tres equipos. Si en el resultado del partido entre Cantolao y Pacas, este último perdió por dos goles de diferencia, ¿cuál fue el resultado del partido entre Cantolao y Balnearios, en ese orden?

A) 2-4

B) 3-3

C) 4-2

D) 1-5

Equipos	GF	GC
Pacas	4	7
Cantolao	7	7
Balnearios	6	3

**Solución:**

Resultados:

$Pacas \leftrightarrow Cantolao$ ,  $Balnearios \leftrightarrow Cantolao$ ,  $Balnearios \leftrightarrow Pacas$   
 $\downarrow$                      $\downarrow$                      $\downarrow$                      $\downarrow$                      $\downarrow$                      $\downarrow$   
 3                    5                    4                    2                    2                    1

Por lo tanto, el resultado Cantolao – Balnearios: 2 - 4.

**Rpta.: A**

6. Juan le ganó un partido de tenis, al mejor de tres sets, a Víctor. Si en total jugaron 19 juegos, ¿cuántos fueron los posibles resultados del partido de tenis?

A) 15

B) 11

C) 13

D) 12

**Solución:**

**Información sobre Tenis.**- Un partido de tenis se juega con 2 jugadores (partido individual) o cuatro jugadores (partido de dobles). Cada partido de tenis se juega al mejor 3 sets o 5 sets. Si el partido se juega al mejor de 3 sets, se juegan a lo más 3 sets y gana el partido el jugador que gana 2 sets, solo se jugará el tercer set si cada

jugador ha ganado un set. Si el partido se juega al mejor de 5 sets, se juegan a lo más 5 sets y gana el partido el jugador que gana 3 sets. En un partido de tenis o se gana o se pierde. Cada set está compuesto por juegos. El jugador A gana un set al jugador B, si:

a) El jugador A gana 6 juegos, el jugador B gana menos juegos que el jugador A y la diferencia mínima entre la cantidad de juegos ganados por ambos jugadores es 2.

o b) El jugador A gana 7 juegos y el jugador B gana 5 juegos (7-5). En este set hasta terminar el décimo juego, cada jugador ha ganado 5 juegos.

o c) El jugador A gana 7 juegos y el jugador B gana 6 juegos (7-6). En este set hasta terminar el décimo juego y hasta terminar el decimosegundo, ambos jugadores han ganado la misma cantidad de juegos.

Según las reglas del Tenis, los resultados en un set pueden ser: **6-0, 6-1, 6-2, 6-3, 6-4, 7-5, 7-6.**

6-3 : significa que un jugador le ha ganado un set al otro jugador, por 6 juegos a 3 juegos (uno ganó 6 juegos y el otro ganó 3 juegos).

Como Juan le ganó un partido de Tenis al mejor de 3 sets a Víctor, entonces el resultado del partido es: **2 sets a 0 set (se jugaron 2 sets) o 2 sets a 1 set (se jugaron 3 sets).**

Si Juan le ganó a Víctor en 2 sets. **(2 sets a 0 set, Juan ganó los 2 primeros sets y Víctor no gano set alguno).**

Posibles resultados de Juan vs. Víctor:

6-0, 7-6  
6-1, 7-5  
6-3, 6-4  
6-4, 6-3  
7-5, 6-1  
7-6, 6-0

Si Juan le ganó a Víctor en 3 sets. **(2 sets a 1 set, Juan ganó 2 sets y Víctor ganó 1 set)**

Posibles resultados de Juan vs. Víctor:

6-0, 0-6, 6-1  
6-0, 1-6, 6-0  
6-1, 0-6, 6-0  
0-6, 6-0, 6-1  
0-6, 6-1, 6-0  
1-6, 6-0, 6-0

Hay **12** posibles resultados

Rpta.: D

7. Se dibuja en la pizarra un rectángulo cuyo perímetro es de 60 cm. Se desea determinar los lados de dicho rectángulo.

Información brindada:

- (I) La medida del menor lado es un tercio de la medida del mayor lado.  
 (II) El doble de la medida del menor lado, aumentado en 2,5 cm, es igual a la medida del mayor lado, disminuida en 2,5 cm.

Para resolver el problema

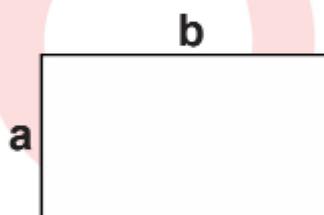
- A) Cada información por separado es suficiente.  
 B) Solo el dato II es suficiente.  
 C) Es necesario usar I, y II conjuntamente.  
 D) Solo el dato I es suficiente.

**Solución:**

Sea  $a$ : el lado menor del rectángulo

Sea  $b$ : el lado mayor del rectángulo

Entonces el perímetro del rectángulo:  $2a + 2b$



Usando solo I:

$$b = 3a \rightarrow a + 3a = 30 \rightarrow a = \frac{15}{2}; b = \frac{45}{2}, \text{ usando solo I, encontramos lo pedido.}$$

Usando solo II:

$$2a + 2,5 = b - 2,5 \rightarrow b = 2a + 5 \rightarrow a = \frac{25}{3}; b = \frac{65}{3}, \text{ usando solo II, encontramos lo pedido.}$$

Por tanto, cada información por separado es suficiente.

**Rpta.: A**

8. Se tiene  $n$  cubos de aristas 1 cm, 2 cm, 3 cm, ...,  $n$  cm. Se sabe que:

(I)  $A = 1 + 2 + 3 + \dots + n$

(II)  $B = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$ .

(III) La media geométrica de  $A$  y  $B$  es  $15\sqrt{15}$

Indique la proposición verdadera.

- A) Los tres datos son insuficientes para calcular el valor de  $n$ .
- B) Los tres datos son suficientes para calcular el valor de  $n$ , pero insuficientes para calcular la suma de las áreas laterales de los  $n$  cubos.
- C) Es necesario conocer la media aritmética de  $A$  y  $B$  para calcular la suma de las áreas laterales de los  $n$  cubos.
- D) Los tres datos son suficientes para calcular el valor de  $n$  y para calcular la suma de las áreas laterales de los  $n$  cubos.

**Solución:**

Los datos son suficientes

$$A = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$B = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2 = A^2$$

$$\sqrt{AB} = A\sqrt{A} = 15\sqrt{15} \rightarrow A = 15 \rightarrow n(n+1) = 30 \rightarrow n = 5$$

$$\text{Suma de áreas laterales} = 4(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2)$$

**Rpta.: D**



## Aritmética

### EJERCICIOS

1. Un grupo de 5 varones y 4 mujeres asisten a una terapia de meditación grupal. La terapeuta indica lo siguiente: "Nos ubicaremos, sobre una circunferencia, de modo que no haya dos mujeres juntas ni dos varones juntos" ¿De cuántas maneras diferentes se pueden ubicar todos para dicha terapia?

A) 1440                      B) 2160                      C) 720                      D) 2880

**Solución:**

Número de pacientes varones:  $V=5$

Número de pacientes mujeres:  $M=4$

Número total de mujeres: 5 (considerando a la terapeuta)

$$\therefore \# \text{maneras} = [PC] \_5^5 \times P\_5 = 4! \times 5! = 2880$$

**Rpta.: D**

2. Ángel tiene 7 hermanos, de ellos 3 son varones y 4 mujeres. En su trabajo recibió de obsequio 6 entradas a un concierto, por ello decide invitar a 5 de sus hermanos, en los cuales haya por lo menos 3 hermanas. ¿De cuántas maneras distintas podrá realizar la invitación?

A) 32                      B) 28                      C) 33                      D) 24

**Solución:**

$$\# \text{ Var} = 3$$

$$\# \text{ Muj} = 4$$

#maneras diferentes (para invitar) = 3 Muj y a lo más 2 Var o 4 Muj y a lo más 1 Var

$$= C_3^4 [C_0^3 + C_1^3 + C_2^3] + C_4^4 [C_0^3 + C_1^3]$$

$$= 4(1 + 3 + 3) + 1(1 + 3) = 32$$

**Rpta.: A**

3. En un grupo de 10 amigos, determine la cantidad total de distribuciones que se pueden formar con las fechas de sus posibles cumpleaños que pueden darse en un año no bisiesto.

A)  $366^{10}$                       B)  $365^{12}$                       C)  $365^{10}$                       D)  $365^{11}$

**Solución:**

Considerando que el año tiene 365 días y que puede pasar que varias personas cumplan en la misma fecha entonces

$$VR(365;10) = 365^{10}$$

**Rpta.: C**

4. En cierta farmacia, se venden mascarillas quirúrgicas de color negro, celeste, rosado y verde. Si Juan decide comprar 6 mascarillas quirúrgicas en dicha farmacia, ¿de cuántas maneras diferentes puede realizar su compra?

- A) 96                      B) 360                      C) 84                      D) 126

**Solución:**

$$\#MANERAS = CR_6^4 = C_6^{4+6-1} = C_6^9 = \frac{9!}{6!3!} = 84$$

**Rpta.: C**

5. Faltando 4 estaciones para terminar su recorrido en uno de los trenes de la Línea 1 del Metro de Lima, aún quedan 6 pasajeros. Si ya no subieron más pasajeros, ¿de cuántas maneras diferentes pueden bajar dichos pasajeros en las estaciones restantes?

- A) 1296                      B) 4096                      C) 2048                      D) 1024

**Solución:**

**De los datos tenemos:**  $VR_6^4 = 4^6 = 2^{12} = 4096$

**Rpta.: B**

6. En una frutería venden los siguientes tipos de plátanos: seda, isla, bizcochito, manzanito, bellaco, palillo y orgánico. Si Maziel compra 5 plátanos, ¿de cuántas maneras diferentes podrá realizar dicha compra?

- A) 462                      B) 5544                      C) 330                      D) 3960

**Solución:**

$$CR_5^7 = C_5^{7+5-1} = C_5^{11} = \frac{7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11}{120} = 462$$

**Rpta.: A**

7. Ocho amigos, donde hay una pareja de enamorados, asisten a un evento en el que solo encuentran una fila de 6 asientos adyacentes desocupados. Si los enamorados tienen que estar juntos y sentados, ¿de cuántas maneras diferentes podrán sentarse 6 de ellos?

A) 1800                      B) 720                      C) 120                      D) 3600

**Solución:**

$$C_2^2 \times C_4^6 \times 5! (2!) = 3600$$

**Rpta.: D**

8. A una reunión de estudiantes asisten 6 mujeres y 8 varones, con ellos se desea formar un comité de estudios mixto de 4 personas, donde haya por lo menos 2 mujeres. Determine el número de formas diferentes en que se puede formar el comité de estudios.

A) 580                      B) 480                      C) 520                      D) 560

**Solución:**

6 mujeres; 8 varones

Comité de estudios  
de 4 personas, como: MMVV; MMMV  
Mínimo 2 mujeres

$$\therefore \#(\text{Formas}) = C_2^6 \cdot C_2^8 + C_3^6 \cdot C_1^8 = 580$$

**Rpta.: A**

9. Alberto, Brad y Luis acuden a un restaurante con Elva, Sonia y Valeria, donde encuentran desocupada solamente una mesa circular con seis asientos vacíos. Si Alberto y Elva deciden sentarse juntos, al igual que Sonia y Valeria ¿de cuántas maneras se pueden ubicar todos alrededor de dicha mesa?

A) 24                      B) 20                      C) 36                      D) 18

**Solución:**

$$\# \text{ de formas} = P_4^6 \times 2! \times 2! = 3! \times 2! \times 2! = 24$$

**Rpta.: A**

10. Cuatro estudiantes ganan una beca por un trabajo de investigación, con la condición que tres de ellos deberán viajar a un congreso. Determine:
- el número maneras distintas que podrán hacer ese viaje, sin restricciones.
  - el número de maneras distintas que podrán realizar ese viaje si tienen cargos como: coordinador, secretario y prensa. Dar como respuesta la suma de maneras en ambos casos.

A) 20                      B) 18                      C) 24                      D) 28

**Solución:**

$$C_3^4 + V_3^4 = 4 + 24 = 28$$

Rpta.: D

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. La evaluación diagnóstica del 5to de secundaria EBR planteado por el MINEDU, que es un insumo para el análisis pedagógico y toma de decisiones respecto a la planificación curricular, consta de 28 preguntas: 23 de opción múltiple (4 alternativas c/u), 3 de respuesta abierta extensa (RAE) y 2 de respuesta abierta corta (RAC). Las preguntas abiertas pueden ser respondidas de manera adecuada, parcial, inadecuada u omitida. Si un estudiante en particular rinde la prueba, ¿de cuántas formas diferentes puede responder dicha evaluación?

A)  $5^{28}$                       B)  $5^{23} \cdot 4^5$                       C)  $4^{28}$                       D)  $23^5 \cdot 4^5$

**Solución:**

Las 23 preguntas de opción múltiple pueden responder la opción A), B), C), D) u omitir (5 formas de responder para cada pregunta)  $\rightarrow VR_5^{23}$

Las preguntas abiertas pueden responder como adecuada, parcial, inadecuada u omitida  $\rightarrow VR_4^5$

$$\#formas = VR_5^{23} VR_4^5 = 5^{23} \cdot 4^5$$

Rpta.: B

2. Seis parejas asisten a una reunión y se disponen a sentarse alrededor de una mesa circular en la cual hay 12 asientos. Si los miembros de cada pareja se sentarán juntos, ¿de cuántas maneras diferentes podrán ubicarse?

A) 420                      B) 960                      C) 7680                      D) 3360

**Solución:**

Número de formas que esposos estén juntos

$$(P_6^c) \cdot 2^6 = 120 \cdot 64 = 7680$$

Rpta.: C

3. En una juguería se utiliza tres frutas diferentes a la vez para preparar jugos surtidos. Si cada jarra de jugo preparado contiene 12 porciones de estas frutas, ¿de cuántas maneras diferentes se podrá utilizar las porciones de dichas frutas para preparar los jugos surtidos?

A) 55                      B) 84                      C) 165                      D) 364

**Solución:**

Cada jarra de jugo contiene por lo menos una porción de cada tipo de fruta, como se necesita 12 porciones de fruta por jarra, entonces falta agregar 9 porciones de fruta a cada jarra.

$$\# \text{ jarras de jugos: } CR_9^3 = C_9^{3+9-1} = C_9^{11} = \frac{11 \times 10}{1 \times 2} = 55$$

**Rpta.: A**

4. Gustavo ingresa a una tienda deportiva en la que venden balones de fútbol "As", cada una de un solo color entre blanco, negro, amarillo, verde y celeste. Si Gustavo decide comprar 3 de esos balones, pero que entre ellos no incluyan blancos con negros a la vez, ¿de cuántas maneras diferentes puede Gustavo realizar la compra?

A) 30                      B) 31                      C) 28                      D) 29

**Solución:**

Colores de pelotas: **B**, **N**, A, V y C

# Maneras (**B** y **N** no juntas) = # Total maneras - # Maneras (**B** y **N** juntas)  
(Escoge con repet.) {BNB; BNN; BNA; BNV; BNC}

$$\begin{aligned} \# \text{ Maneras (B y N no juntas)} &= CR_3^5 - 5 \\ &= C_3^{5+3-1} - 5 = 35 - 4 = 31 \end{aligned}$$

**Rpta.: B**

5. Para el viaje de vacaciones, los amigos Andrés, Brenda, Eduardo, Nicolás y Julio deciden viajar en el auto de Brenda, que tiene cinco asientos. Si solo Andrés y Eduardo no saben conducir, ¿de cuántas maneras diferentes podrán realizar dicho viaje?

A) 72                      B) 48                      C) 120                      D) 80

**Solución:**

Por dato, el asiento del chofer debe ser ocupado por Brenda, Nicolás o Julio y los otros 4 asientos por los 4 que quedan en este caso el orden en el que van ubicados importa, por lo tanto

$$\# \text{ maneras} = 3 \times P_4 = 3 \times 4! = 3 \times 24 = 72$$

Rpta.: A

6. Mario tiene una tarjeta de crédito y quiere generar su clave de internet con 6 dígitos, que coinciden con las edades de sus hijos que tienen 2, 3 y 6 años. Si la edad del segundo hijo se utiliza exactamente dos veces en dicha clave, ¿cuántas claves distintas se pueden generar?

A) 280                      B) 200                      C) 210                      D) 240

**Solución:**

Nos piden números de 6 cifras que empleen la cifra 3 exactamente dos veces y utilizando las cifras 2, 3 y 6 a la vez.

Las cifras pueden ser

Cantidad de números que se puede formar

3, 3, 2, 2, 2, 6

$$P_{(2,3,1)}^6 = \frac{6!}{2! \times 3! \times 1!} = 60$$

3, 3, 2, 2, 6, 6

$$P_{(2,2,2)}^6 = \frac{6!}{2! \times 2! \times 2!} = 90$$

3, 3, 2, 6, 6, 6

$$P_{(2,1,3)}^6 = \frac{6!}{2! \times 1! \times 3!} = 60$$

Por lo tanto, se pueden escribir 210 claves diferentes

Rpta.: C

7. Se desea formar un comité de aula de 5 miembros para lo cual se cuenta con 12 padres de familia. Si 2 de ellos no pueden estar juntos, por ser esposos, determine el número de maneras diferentes en que se puede formar dicho comité.

A) 672                      B) 706                      C) 636                      D) 724

**Solución:**

$$\boxed{\begin{array}{l} N^\circ \text{ de} \\ \text{Comites} \end{array}} = C_5^{12} - C_3^{10} = 672$$

792    120

Rpta.: A

8. Ana y Betty invitan a 8 de sus amigas a una cena que se llevará a cabo en casa de Ana, donde cada una de las invitadas van con sus respectivos esposos. Si cada pareja de esposos estarán siempre juntos, además Ana y Betty también estarán juntas, ¿de cuantas formas diferentes se podrán ubicar alrededor de una mesa circular?

A)  $10 \times 2^9$                       B)  $8 \times 2^8$                       C)  $8 \times 2^7$                       D)  $8 \times 2^9$

**Solución:**

Ana y Betty forman un grupo; las 8 amigas con sus respectivos esposos forman 19 cuyos componentes no pueden separarse.

La cantidad de formas será:

$$2^9 \times (9-1)! = 8 \times 2^9$$

**Rpta.: D**

9. Ricardo es un bibliotecario y ha observado que existe  $\overline{abcd}$  formas diferentes de colocar 7 libros distintos en un estante donde caben exactamente todos ellos, de modo que tres libros determinados estén siempre separados entre sí. Halle  $a + b + c + d$ .

A) 9                                      B) 7                                      C) 11                                      D) 8

**Solución:**

Primero vamos a calcular la cantidad de formas de escoger 3 libros separados entre sí de una fila de 10; para ello podemos enumerar los 7 casilleros; entonces las ubicaciones serían:

135,136,137,146,147,157,246,247,257 y 357 hay 10 formas.

Luego habrá  $3!$  formas de permutar a dichos libros y al colocar los otros 4 libros habrá  $4!$  formas de permutarlos.

En total habrá  $10 \cdot 3! \cdot 4! = 1440$  formas diferentes. La suma de cifras: 9

**Rpta.: A**

10. Carolina decide repartir 4 caramelos idénticos entre sus 3 sobrinos. Si alguno de ellos puede o no recibir caramelos, ¿de cuántas formas diferentes puede hacer el reparto?

A) 15                                      B) 10                                      C) 12                                      D) 8

**Solución:**

El reparto puede ser: 004, 013, 022, 031, ...

$$CR_4^3 = C_4^{3+4-1} = C_2^5 = 15$$

**Rpta.: A**

# Geometría

## EJERCICIOS

1. Una circunferencia  $\mathcal{C}$ , tiene centro en el origen de coordenadas y es tangente a la recta  $\mathcal{L}$ :  $3x + 2y = 13$ . Halle la ecuación de  $\mathcal{C}$ .

- A)  $x^2 + y^2 = 8$       B)  $x^2 + y^2 = 10$       C)  $x^2 + y^2 = 13$       D)  $x^2 + y^2 = 15$

### Solución:

- $d(O;L) = r$

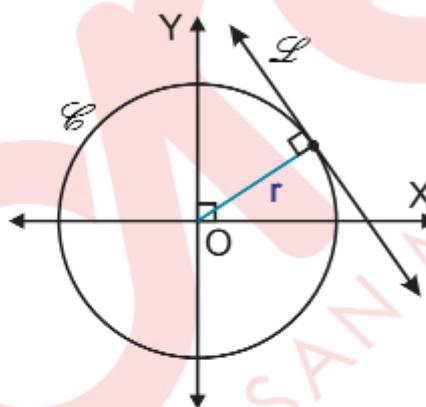
$$\Rightarrow r = \frac{|3(0) + 2(0) - 13|}{\sqrt{3^2 + 2^2}}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{13}$$

- $C(0; 0) \wedge r = \sqrt{13}$

$$\Rightarrow \mathcal{C}: x^2 + y^2 = r^2$$

$$\therefore \mathcal{C}: x^2 + y^2 = 13$$



Rpta.: C

2. En la figura se muestra una ventana que tiene dos circunferencias concéntricas, la longitud del diámetro de la ventana es 200 cm. Si el diámetro de la circunferencia mayor mide 140 cm más que el diámetro de la circunferencia menor, halle la ecuación de la circunferencia menor, considerando O como el origen de coordenadas.

A)  $x^2 + y^2 = 900$

B)  $x^2 + y^2 = 100$

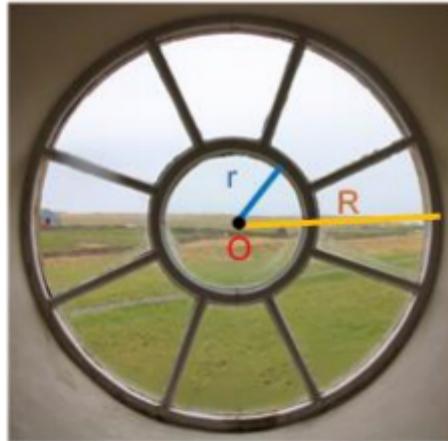
C)  $x^2 + y^2 = 196$

D)  $x^2 + y^2 = 400$



**Solución:**

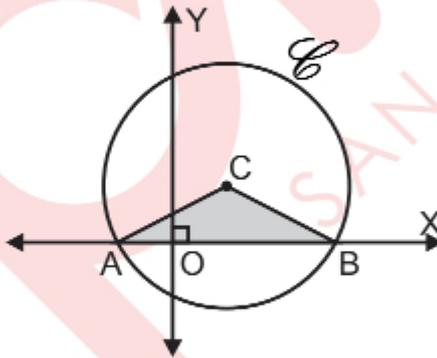
- Dato:  $2R = 140 + 2r$   
 $\Rightarrow 200 = 140 + 2r$   
 $\Rightarrow r = 30$
- O el origen de coordenadas  
 $x^2 + y^2 = 900$ .



Rpta.: A

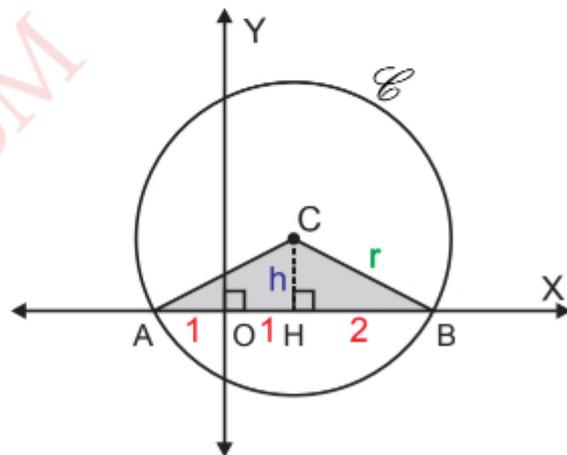
3. En la figura, C es centro de la circunferencia  $\mathcal{C}$ . Si  $OB = 3AO = 3$  m y el área de la región triangular ACB es  $2 \text{ m}^2$ , Halle la ecuación de  $\mathcal{C}$ .

- A)  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 5$
- B)  $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 5$
- C)  $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 10$
- D)  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 8$



**Solución:**

- $\triangle ACB$ : isósceles  
 $\Rightarrow AH = HB = 2 \Rightarrow AB = 4$
- $S_{\triangle ACB} = 2$   
 $\Rightarrow \frac{4 \cdot h}{2} = 2 \Rightarrow h = 1$
- $\triangle CHB$ : notable de  $53^\circ/2$   
 $\Rightarrow r = \sqrt{5}$
- $C(1; 1) \wedge r = \sqrt{5}$   
 $\therefore \mathcal{C}: (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 5$



Rpta.: A

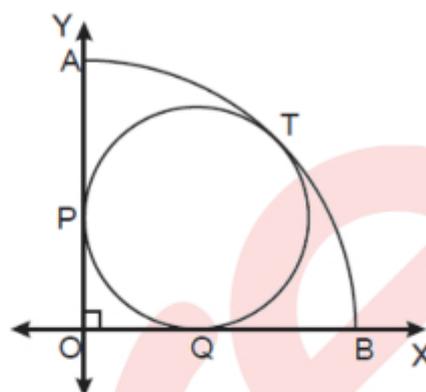
4. En la figura, T, P y Q son puntos de tangencia. Si AOB es un cuadrante cuyo radio mide  $2(1 + \sqrt{2})$  m, halle la ecuación de la circunferencia.

A)  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$

B)  $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$

C)  $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 2$

D)  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$



**Solución:**

- $\triangle OQC$ : notable de  $45^\circ$   
 $\Rightarrow OC = r\sqrt{2}$

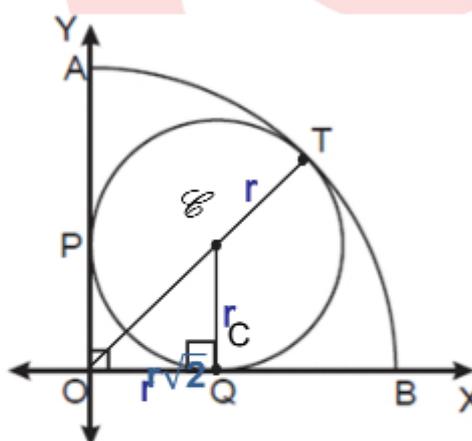
- C centro de  $\mathcal{C}$ :

$$\Rightarrow r + r\sqrt{2} = 2(1 + \sqrt{2})$$

$$\Rightarrow r = 2$$

- $C(2; 2) \wedge r = 2$

$$\mathcal{C}: (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$$



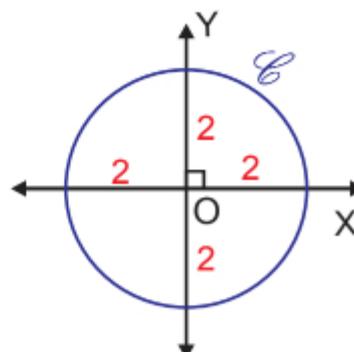
Rpta.: B

5. Las coordenadas de la posición  $P(x; y)$  de una partícula que se mueve en el plano cartesiano verifican las condiciones  $x = 2a$ ;  $y = 2b$ , tales que  $a^2 + b^2 = 1$ . Halle la trayectoria de la partícula.

- A) Circunferencia      B) Recta      C) Parábola      D) Una poligonal

**Solución:**

- Dato:  $a^2 + b^2 = 1$
- $x = 2a$   
 $\Rightarrow x^2 = 4a^2 \dots (1)$
- $y = 2b$   
 $\Rightarrow y^2 = 4b^2 \dots (2)$
- De (1) + (2):  
 $\mathcal{C}: x^2 + y^2 = 4(a^2 + b^2)$   
 $\mathcal{C}: x^2 + y^2 = 4$



La partícula sigue la trayectoria de una circunferencia.

Rpta.: A

6. La figura muestra un mueble de hierro,  $P(40; 20)$  pertenece a la circunferencia  $\mathcal{C}$  que es tangente al eje X. Halle la ecuación de  $\mathcal{C}$ .



A)  $x^2 + (y - 40)^2 = 2500$

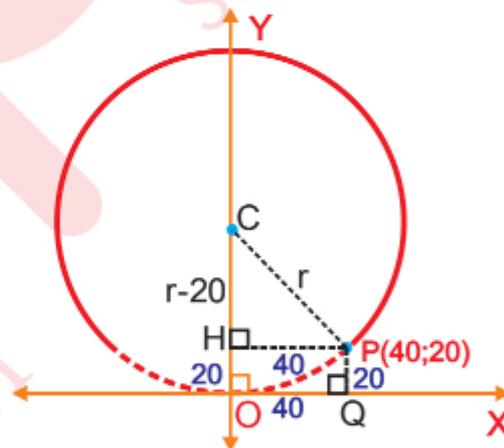
B)  $x^2 + (y - 50)^2 = 2500$

C)  $x^2 + (y - 60)^2 = 2500$

D)  $x^2 + (y - 50)^2 = 2000$

**Solución:**

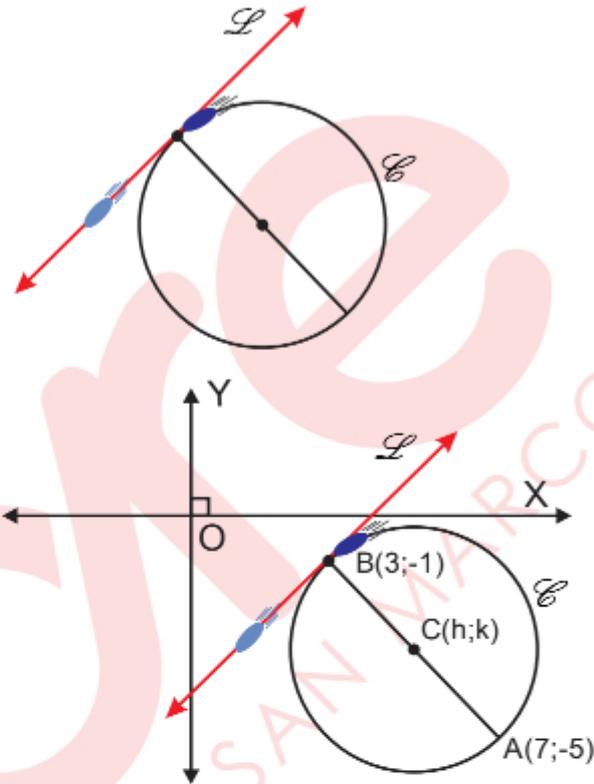
- OHPQ: rectángulo  
HP = 40 y OH = 20
- r radio de la circunferencia  
 $\Rightarrow HC = r - 20$
- $\triangle CHP$ : Teorema de Pitágoras  
 $\Rightarrow r^2 = (r - 20)^2 + 40^2 \Rightarrow r = 50$
- C(0;50) y r = 50  
 $\mathcal{C}: x^2 + (y - 50)^2 = 2500$



Rpta.: B

7. Un móvil se desplaza en una pista circular a velocidad uniforme cuya circunferencia pasa por el punto A(7;-5), luego en el punto B(3;-1) se despista tangencialmente siguiendo la dirección de la recta  $\mathcal{L}: x - y = 4$ . Halle la ecuación de la circunferencia.

- A)  $(x-5)^2 + (y+3)^2 = 8$
- B)  $(x+5)^2 + (y-3)^2 = 8$
- C)  $(x-5)^2 + (y-3)^2 = 8$
- D)  $(x+5)^2 + (y+3)^2 = 8$



**Solución:**

- $m_{BC} = -1$
- $\Rightarrow \frac{k+1}{h-3} = -1$
- $\Rightarrow h+k=2$
- $BC = AC$

$$\sqrt{(h-3)^2 + (k+1)^2} = \sqrt{(h-7)^2 + (k+5)^2}$$

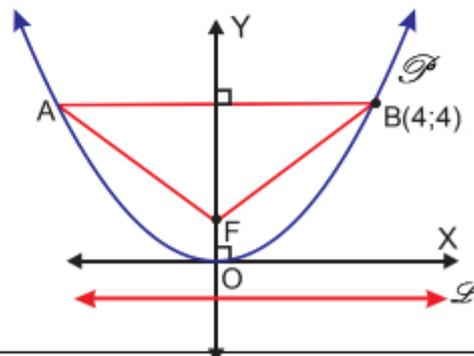
$$h-k=8 \rightarrow h=5; k=-3 \rightarrow C=(5, -3)$$

- $r = BC = \sqrt{8}$
- $\mathcal{C}: (x-5)^2 + (y+3)^2 = 8$

**Rpta.: A**

8. En la figura O, F y  $\mathcal{L}$  son vértice, foco y directriz de la parábola  $\mathcal{P}$ , Halle el perímetro del triángulo AFB.

- A) 10 m
- B) 14 m
- C) 18 m
- D) 20 m



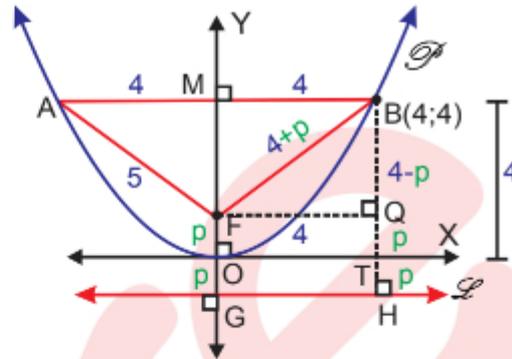
**Solución:**

- $B \in \mathcal{P}$   
 $\Rightarrow BF = BH = 4 + p$

- $OFQT$ : rectángulo  
 $\Rightarrow BQ = 4 - p$

- $\triangle FQB$ : Teorema de Pitágoras  
 $\Rightarrow (4 + p)^2 = (4 - p)^2 + 4^2$   
 $\Rightarrow p = 1$

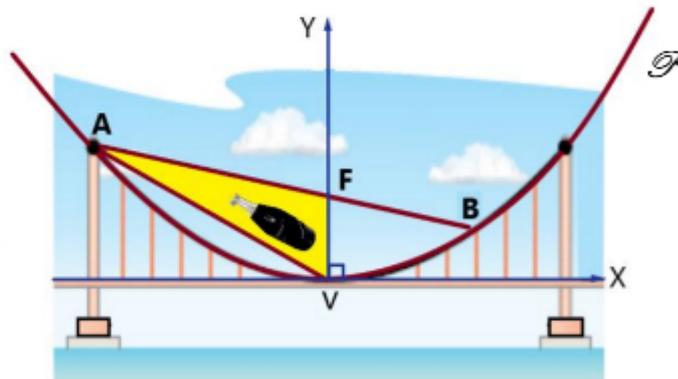
- $2p_{\triangle ABF} = 5 + 8 + 5$   
 $\therefore 2p_{\triangle ABF} = 18 \text{ m}$



Rpta.: C

9. Una empresa de gaseosas ubica su publicidad en la región triangular AVF, tal como muestra la figura, F y V son foco y vértice de la parábola  $\mathcal{P}: y = \frac{1}{8}x^2$ . Si el cable  $\overline{AF}$  mide 6 m, halle el área de la región donde se ubicó la publicidad.

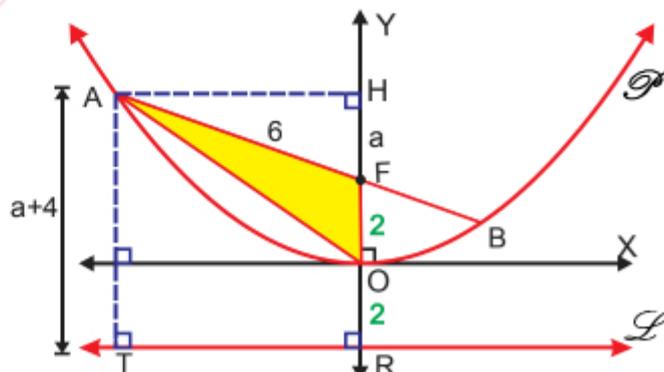
- A)  $4\sqrt{2} \text{ m}^2$
- B)  $8 \text{ m}^2$
- C)  $4\sqrt{3} \text{ m}^2$
- D)  $3\sqrt{2} \text{ m}^2$



**Solución:**

- $\mathcal{P}: y = \frac{1}{8}x^2$   
 $\Rightarrow x^2 = 8y \Rightarrow 4p = 8 \Rightarrow p = 2$

- $TAHR$ : rectángulo  
 $\Rightarrow AT = a + 4$



- $A \in \mathcal{S}$   
 $AT = AF \Rightarrow a+4 = 6 \Rightarrow a = 2$
- $\triangle AFH$ : Teorema de Pitágoras

$$\Rightarrow 6^2 = a^2 + AH^2$$

$$\Rightarrow AH = 4\sqrt{2}$$

- $S_{\triangle OFA} = \frac{2 \cdot 4\sqrt{2}}{2}$

$$\therefore S_{\triangle OFA} = 4\sqrt{2} \text{ m}^2$$

Rpta.: A

10. Dos postes (figura 1) de igual medida para cables de luz, que por el viento uno de ellos se inclinó, como muestra la figura 2; el cable inferior tiene forma de parábola. Si el suelo es la directriz y F es foco, halle la distancia del punto más bajo de la parábola al suelo.

- A) 1 m
- B) 3,5 m
- C) 4 m
- D) 5 m

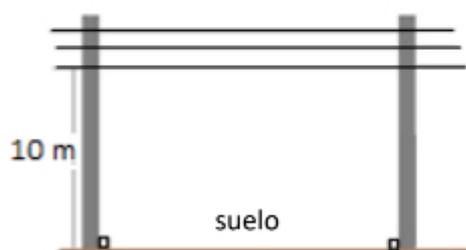


Figura 1

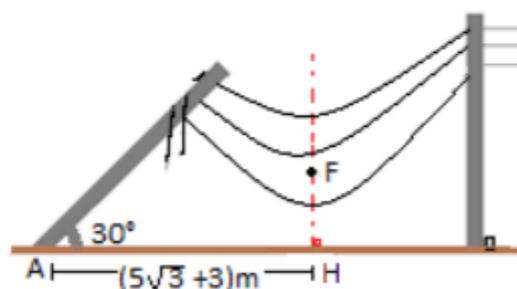


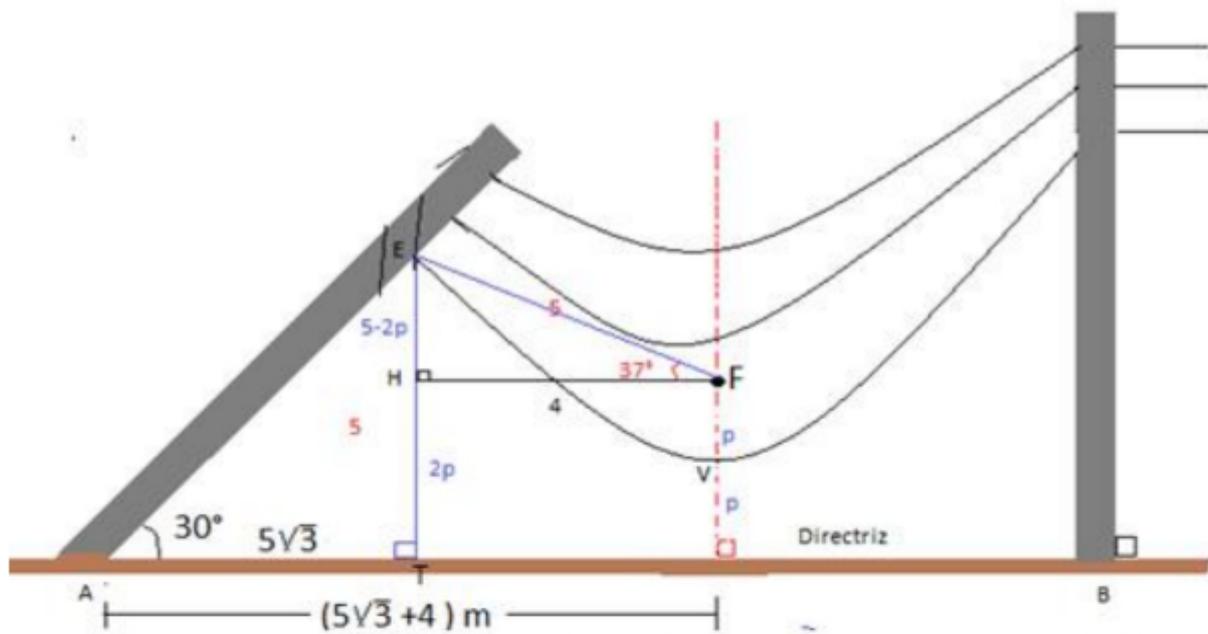
Figura 2

**Solución:**

- $\overline{AB}$ : directriz
- F: foco
- Teorema:  $EF=ET$
- $\triangle FHE$ : notable  $37^\circ$  y  $53^\circ$

$$3 = 5 - 2p$$

$$P = 1 \text{ m}$$



Rpta.: D

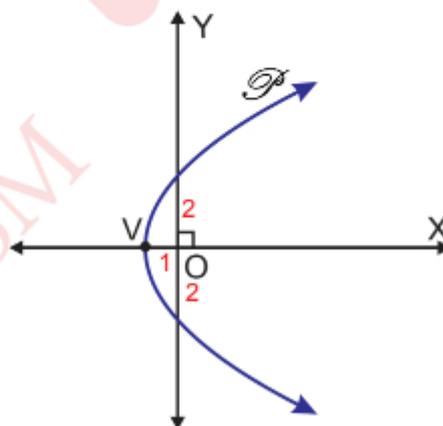
11. La posición  $P(x,y)$  de un proyectil cuyo movimiento se representa en el plano cartesiano  $XY$  se da por medio de las ecuaciones:  $x = t^2/4$ ;  $y = t + 1$ . Identifique la trayectoria del proyectil.

- A) Circunferencial
- B) Parabólica
- C) Poligonal
- D) Rectilínea

**Solución:**

- $x = t^2/4 \dots (1)$   
 $y = t + 1 \rightarrow t = y - 1 \dots (2)$
- De (2) en (1)  
 $x = (y - 1)^2/4$   
 $(y - 1)^2 = 4x$

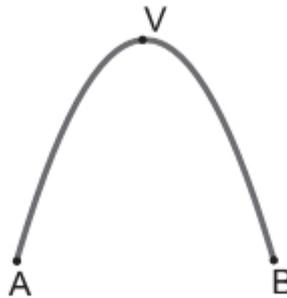
$\therefore$  Es una parábola.



Rpta.: B

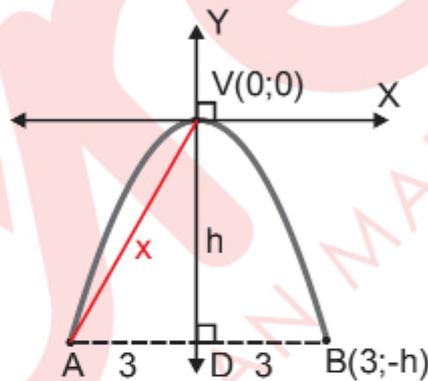
12. En la figura, se muestra un pedazo de alambre doblado que tiene forma parabólica y su ecuación es dada por  $x^2 = -2,25y$ . Si V es el vértice y  $AB = 6$  cm, halle la distancia entre V y A.

- A) 6 cm
- B) 5 cm
- C) 4 cm
- D) 3 cm



**Solución:**

- El eje Y es el eje focal,  
 $\Rightarrow AD = DB = 3$ .
- $B(3;-h) \in \mathcal{P}: x^2 = -2,25y$   
 $\Rightarrow (3)^2 = -2.25(-h) \Rightarrow h = 4$
- $\triangle VDA$ : notable  $37^\circ$  y  $53^\circ$   
 $VA = 5$   
 Por lo tanto, VA mide 5 cm.



**Rpta.: B**

13. En Cajamarca, la comunidad de Otuzco cambia un puente colgante de 800 m de longitud cada año, debido a su deterioro por acción del clima. Dicho proyecto debe tener en cuenta que cuando una persona se ubique en el centro del puente, este se deforme 10 cm. Halle la ecuación de la parábola que debe formar dicho puente.

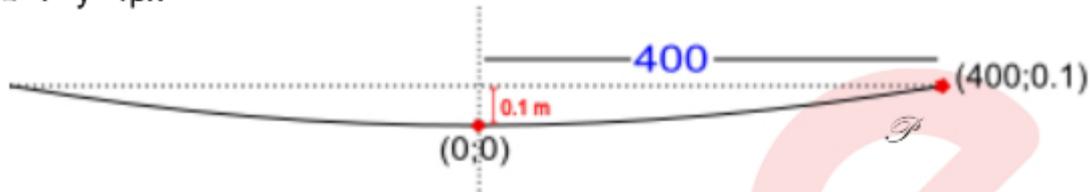


- A)  $y = \frac{4}{64 \times 10^5} x^2$
- B)  $y = \frac{4}{10^5} x^2$
- C)  $y = \frac{4}{4 \times 10^5} x^2$
- D)  $y = \frac{4}{10^5} x^2$

**Solución:**

- La ecuación de la parábola es:

$$\mathcal{P}: y=4px^2$$



- Ubicamos los datos

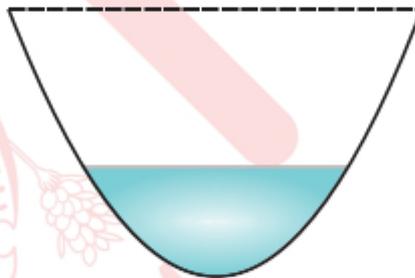
- $(400;0,1) \in P$  ,  $0,1 = 4p(400)^2$  entonces  $p = \frac{1}{64 \times 10^5}$ .

$$\therefore \mathcal{P}: y = \frac{4}{64 \times 10^5} x^2$$

Rpta.: A

14. En un depósito de agua de sección transversal parabólica, la longitud del nivel de líquido es 18m cuando este alcanza una altura de 9m. Si el nivel de agua desciende hasta la tercera parte de la altura inicial, halle la longitud de su respectivo nivel.

- A)  $6\sqrt{3}$  m
- B)  $7\sqrt{3}$  m
- C)  $3\sqrt{3}$  m
- D)  $\sqrt{3}$  m



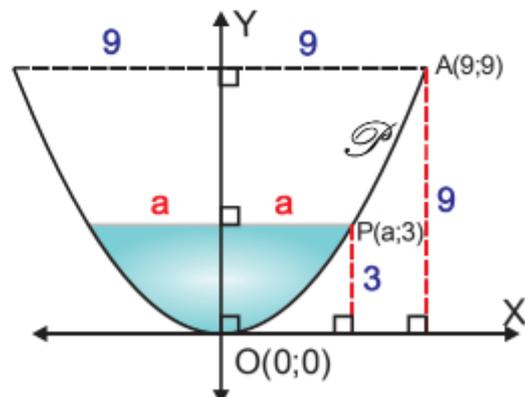
**Solución:**

- Sea  $2a$  la longitud del nivel de agua
- Eje Focal // Eje Y

$$\Rightarrow \mathcal{P}: x^2=4py$$

- $(9;9) \in \mathcal{P} \Rightarrow 9^2=4p(9)$

$$p = \frac{9}{4}$$



- $P(a;3) \in P \Rightarrow a^2 = 4\left(\frac{9}{4}\right)(3)$   
 $\Rightarrow a = 3\sqrt{3}$
- Longitud de nivel:  $2a = 6\sqrt{3}$

Rpta.: A

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

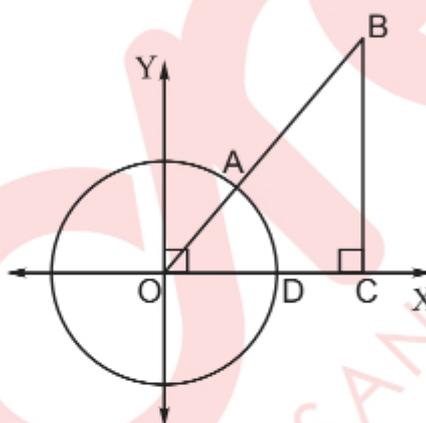
1. En la figura,  $B(9; 12)$  y  $AB = 2OD$ . Halle la ecuación de la circunferencia.

A)  $x^2 + y^2 = 13$

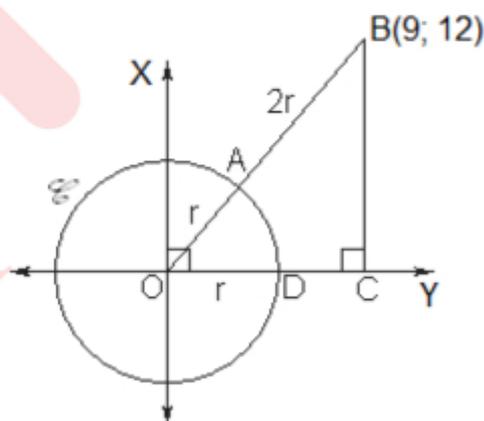
B)  $x^2 + y^2 = 16$

C)  $x^2 + y^2 = 20$

D)  $x^2 + y^2 = 25$

**Solución:**

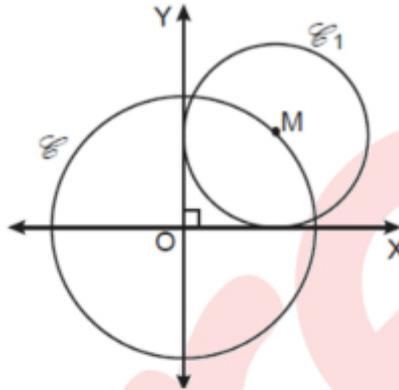
- Dato:  
 $OD = OA = r$   
 $AB = 2r$
- $AB = 3r$   
 $3r = \sqrt{9^2 + 12^2}$   
 $\Rightarrow 3r = 3\sqrt{3^2 + 4^2} \Rightarrow r = 5$
- Centro:  $O(0; 0) \wedge$  radio:  $r = 5$   
 $\Rightarrow \mathcal{C}: x^2 + y^2 = 25$



Rpta.: D

2. En la figura, la circunferencia  $\mathcal{C}_1: x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$  tiene como centro al punto M que pertenece a la circunferencia  $\mathcal{C}$ . Halle la ecuación de  $\mathcal{C}$  cuyo centro es el origen de coordenadas.

- A)  $x^2 + y^2 = 12$
- B)  $x^2 + y^2 = 8$
- C)  $x^2 + y^2 = 20$
- D)  $x^2 + y^2 = 16$

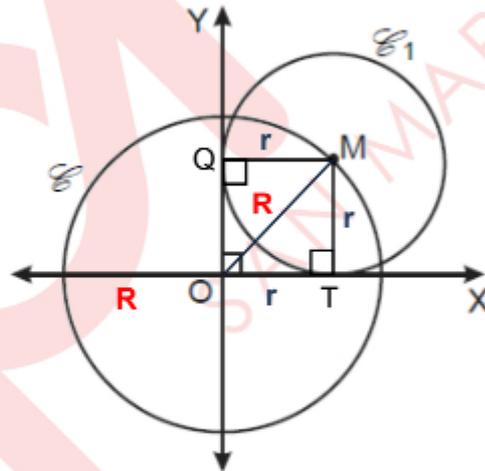


**Solución:**

- Dato:  $\mathcal{C}_1: x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$   
 $\Rightarrow \mathcal{C}_1: (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$   
 $\Rightarrow r = 2$

- $\triangle OTM$ : notable de  $45^\circ$   
 $R = 2\sqrt{2}$

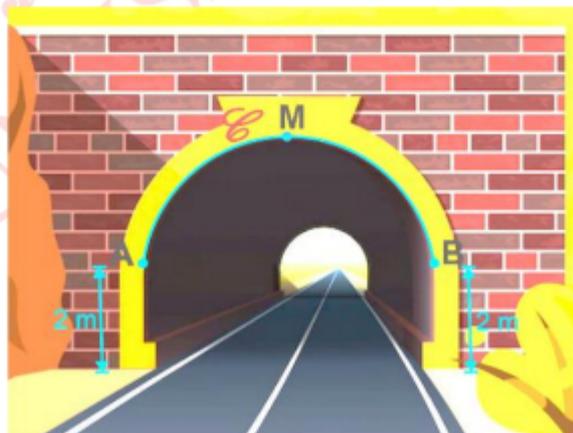
- Para  $\mathcal{C}$ :  $R = 2\sqrt{2}$  y  $O(0; 0)$   
 $\Rightarrow \mathcal{C}: x^2 + y^2 = (2\sqrt{2})^2$   
 $\Rightarrow \mathcal{C}: x^2 + y^2 = 8$



Rpta.: B

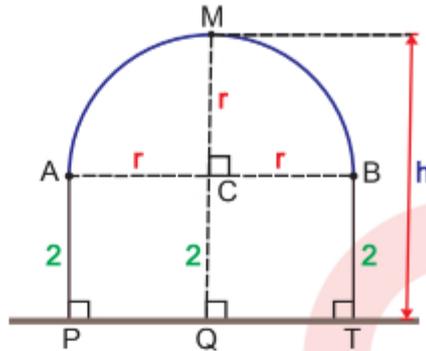
3. En la figura, se muestra la entrada a un túnel; la semicircunferencia  $\widehat{AMB}$  está contenida en la circunferencia  $\mathcal{C}: x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ . Si los puntos A y B están a una altura de 2m, halle la altura del túnel.

- A) 3 m
- B) 4 m
- C) 5 m
- D) 6 m



**Solución:**

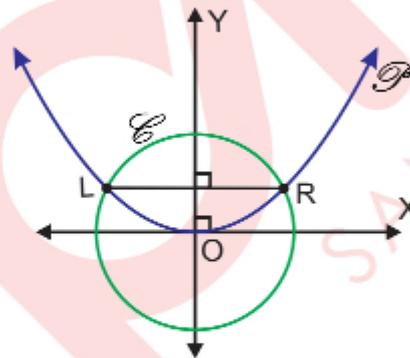
- $\mathcal{C} : x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$   
 $\mathcal{C} : (x-1)^2 + y^2 = 4$   
 $\Rightarrow r = 2$
- $h = r + 2$   
 $h = 4 \text{ m}$



Rpta.: B

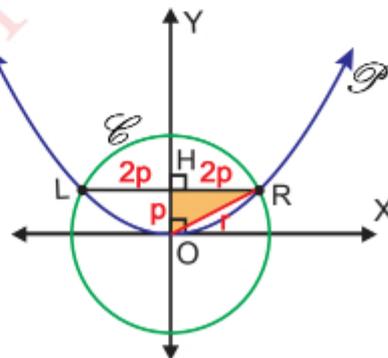
4. En la figura,  $\overline{LR}$  es el lado recto de la parábola  $\mathcal{P}$  de vértice V. Si  $\mathcal{C}$  tiene por ecuación  $x^2 + y^2 = 4$ , halle la ecuación de  $\mathcal{P}$ .

- A)  $x^2 = \frac{4\sqrt{5}}{5}y$
- B)  $x^2 = \frac{6\sqrt{5}}{5}y$
- C)  $x^2 = \frac{8\sqrt{5}}{5}y$
- D)  $x^2 = \frac{9\sqrt{5}}{5}y$



**Solución:**

- $\mathcal{C} : x^2 + y^2 = 4$   
 $\Rightarrow r = 2$
- $\triangle OHR$ : notable de  $53^\circ/2$   
 $\Rightarrow r = p\sqrt{5}$   
 $\Rightarrow 2 = p\sqrt{5} \Rightarrow p = \frac{2\sqrt{5}}{5}$
- $\mathcal{P} : x^2 = 4py$   
 $\therefore \mathcal{P} : x^2 = \frac{8\sqrt{5}}{5}y$



Rpta.: C

5. Un agricultor desea delimitar el perímetro de un terreno rectangular con una cerca de longitud 120m. Si el ancho  $x$  del terreno está comprendido entre 0 y 60 m, halle el ancho  $x$  para que el área sea máxima.

- A) 30 m                      B) 32 m                      C) 28 m                      D) 36 m

**Solución:**

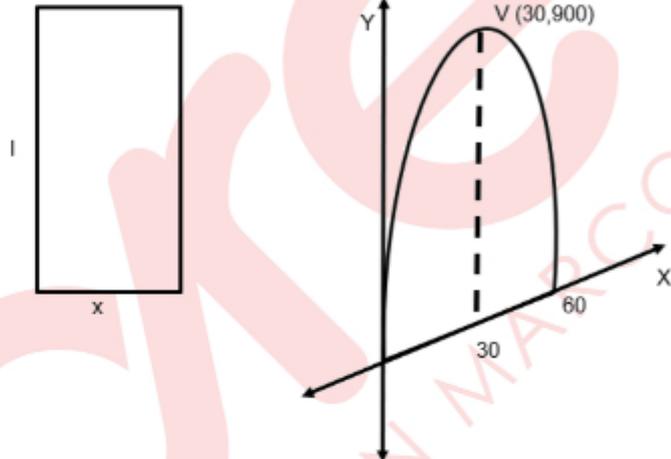
• Sea Área =  $y = l \cdot x$

• perímetro  $2p = 2x + 2l = 120$

$\Rightarrow l = 60 - x$

$\Rightarrow y = (60 - x)x$

$\Rightarrow (x - 30)^2 = -(y - 900)$

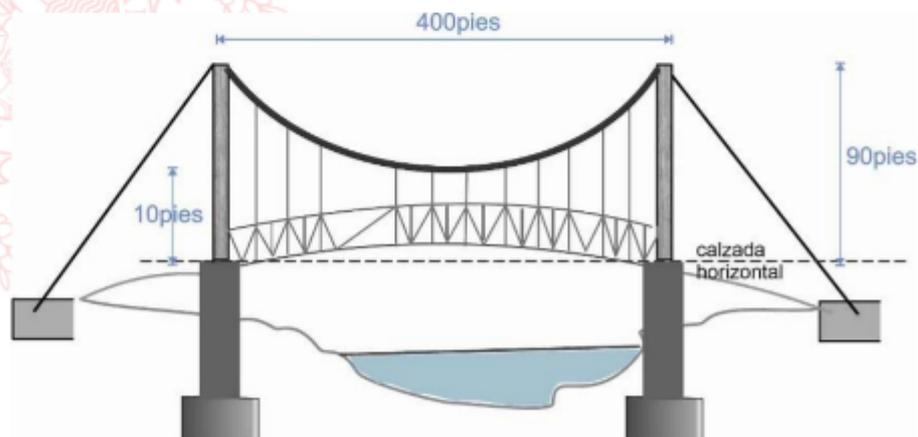


• El área es máxima en  $y = 900$  y ocurre en  $x = 30m$

**Rpta.: A**

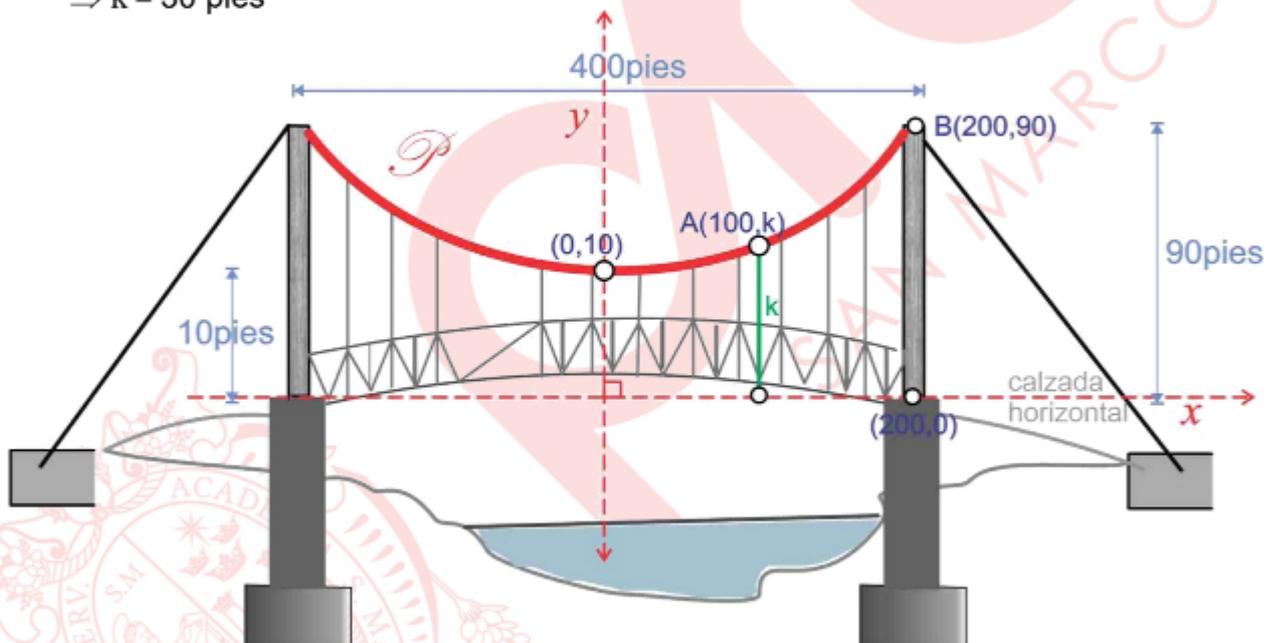
6. La vista de perfil de un puente colgante tiene su peso uniformemente distribuido entre torres que están a 400 pies entre sí y se elevan 90 pies sobre la calzada horizontal. Un cable tendido entre las torres tiene la forma de una parábola y su punto central está a 10 pies sobre la calzada. Halle la altura donde está ubicado el cable a 100 pies de una de las torres.

- A) 30 pies  
B) 50 pies  
C) 20 pies  
D) 60 pies



**Solución:**

- El vértice de la parábola se ubica en el punto  $(0,10)$   
 $\mathcal{P}: x^2 = 4p(y - 10)$
- $B(200;90) \in P$   
 $200^2 = 4p(90 - 10)$   
 $\Rightarrow 4p = 500$   
 $\mathcal{P}: x^2 = 500(y - 10)$
- $A(100; k) \in P$   
 $\Rightarrow 100^2 = 500(k - 10)$   
 $\Rightarrow k = 30$  pies



La altura donde está ubicado el cable a 100 pies de una de las torres es 30 pies.

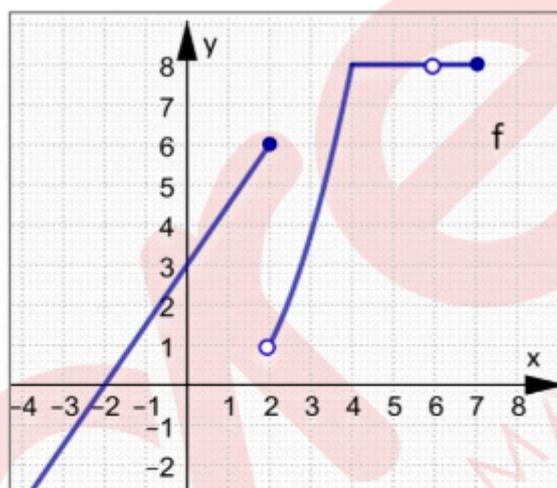
**Rpta.: D**

# Álgebra

## EJERCICIOS

1. En la figura, se muestra la gráfica de la función  $f$ ; determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones en el orden respectivo.

- I.  $\text{Dom}(f) = \langle -\infty, 7 \rangle - \{2, 6\}$
- II.  $\text{Ran}(f) = \langle -\infty, 8 \rangle - \{1\}$
- III.  $f(2) = 6$
- IV.  $f(0) + f(-2) + f(6) = 11$



- A) VFVF                      B) VVVF                      C) FFVF                      D) FVVV

### Solución:

De la gráfica, tenemos:

1)  $\text{Dom}(f) = \langle -\infty, 7 \rangle - \{6\}$

2)  $\text{Ran}(f) = \langle -\infty, 8 \rangle$

3)  $f(2) = 6$

4) i)  $f(0) = 3$

ii)  $f(-2) = 0$

iii)  $f(6)$  no está definida (Debido a que  $6 \notin \text{Dom}(f)$ )

$\rightarrow f(0) + f(-2) + f(6) \neq 11$

I.  $\text{Dom}(f) = \langle -\infty, 7 \rangle - \{2, 6\}$  ( F )

II.  $\text{Ran}(f) = \langle -\infty, 8 \rangle - \{1\}$  ( F )

III.  $f(2) = 6$  ( V )

IV.  $f(0) + f(-2) + f(6) = 11$  ( F )

$\therefore$  FFVF.

Rpta.: C

2. Sea la función  $f$  definida por  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x & , -1 \leq x < 5 \\ \frac{2}{3}x + \frac{5}{3} & , 5 \leq x < 8 \end{cases}$ , determine el  $\text{Ran}(f)$ .

- A)  $[-3, 7)$       B)  $[-4, 7)$       C)  $[5, 7)$       D)  $[-2, 7)$

**Solución:**

i)  $f_1(x) = x^2 - 4x$  ;  $\text{Dom}(f_1) = [-1, 5)$

$$f_1(x) = (x-2)^2 - 4$$

Calculando el  $\text{Ran}(f_1)$ :

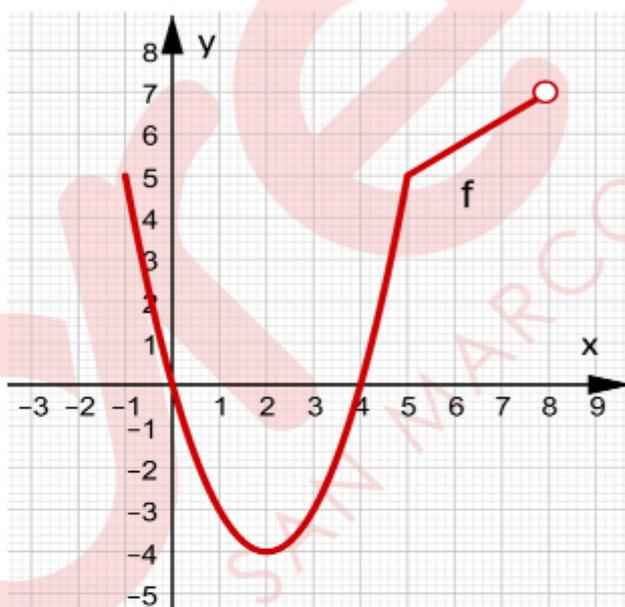
como  $-1 \leq x < 5$

$$\rightarrow -3 \leq x-2 < 3$$

$$\rightarrow 0 \leq (x-2)^2 \leq 9$$

$$\rightarrow -4 \leq (x-2)^2 - 4 \leq 5$$

$$\text{Ran}(f_1) = [-4, 5]$$



ii)  $f_2(x) = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$  ;  $\text{Dom}(f_2) = [5, 8)$

Calculando el  $\text{Ran}(f_2)$ :

como  $5 \leq x < 8$

$$\rightarrow \frac{10}{3} \leq \frac{2}{3}x < \frac{16}{3}$$

$$\rightarrow 5 \leq \frac{2}{3}x + \frac{5}{3} < 7$$

$$\text{Ran}(f_2) = [5, 7)$$

$$\therefore \text{Ran}(f) = \text{Ran}(f_1) \cup \text{Ran}(f_2) = [-4, 5] \cup [5, 7) = [-4, 7).$$

**Rpta.: B**

3. En cierta ciudad, la temperatura en grados centígrados ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $t$  horas después de las 0:00 horas, está representada por la función  $T$  definida por

$$T(t) = 30 - \frac{1}{2}|t-16|, \quad 0 \leq t \leq 24.$$

Determine la mínima y máxima temperatura del día.

- A)  $22^{\circ}\text{C}$  y  $26^{\circ}\text{C}$       B)  $23^{\circ}\text{C}$  y  $25^{\circ}\text{C}$   
 C)  $23^{\circ}\text{C}$  y  $26^{\circ}\text{C}$       D)  $22^{\circ}\text{C}$  y  $30^{\circ}\text{C}$

**Solución:**

Como  $0 \leq t \leq 24$

$$\rightarrow -16 \leq t - 16 \leq 8$$

$$\rightarrow -\frac{1}{2}(0 \leq |t - 16| \leq 16)$$

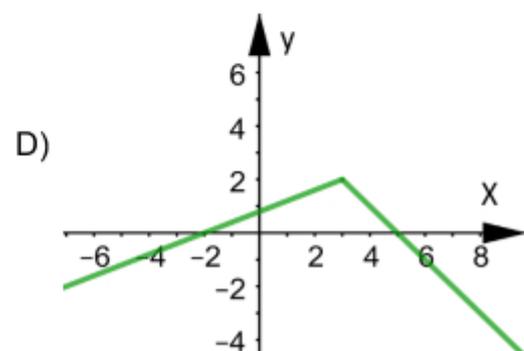
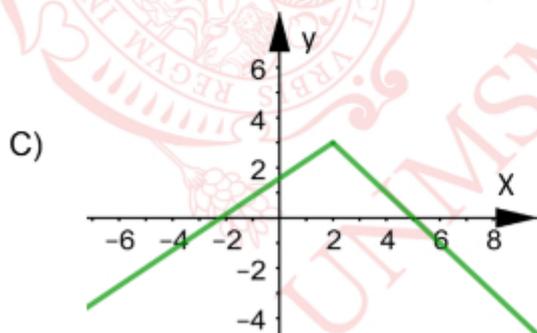
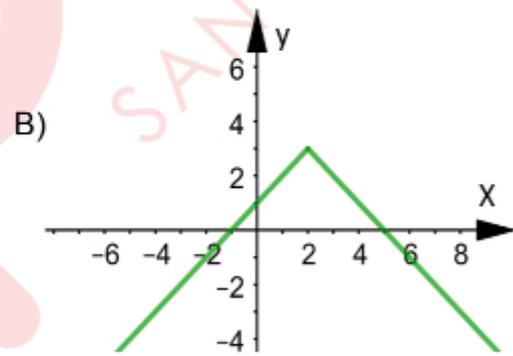
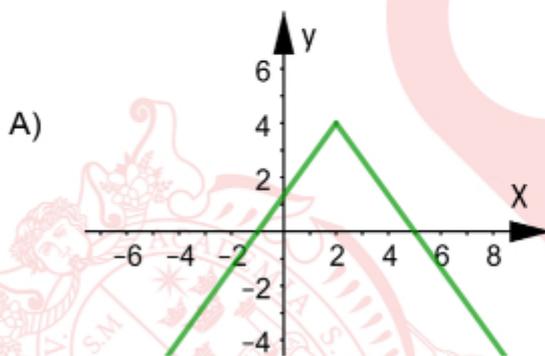
$$\rightarrow 0 \geq -\frac{1}{2}|t - 16| \geq -8$$

$$\rightarrow 30 \geq 30 - \frac{1}{2}|t - 16| \geq 22$$

$\therefore$  La temperatura mínima y máxima es de  $22^\circ\text{C}$  y  $30^\circ\text{C}$  respectivamente.

Rpta.: D

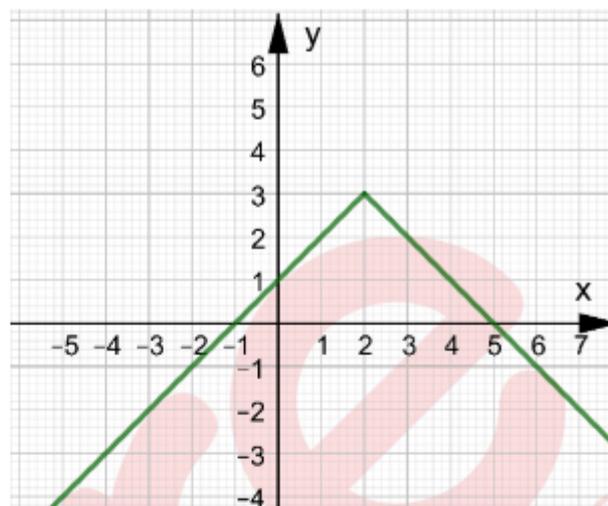
4. Determine la gráfica de la función  $f$ , cuya regla de correspondencia de la función está dada por  $f(x) = 3 - |x - 2|$ .



**Solución:**

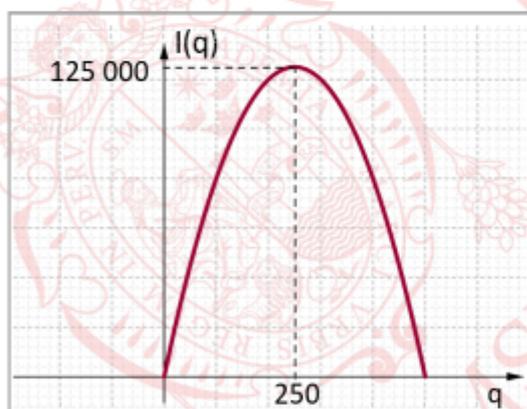
$$f(x) = \begin{cases} 3 - (x - 2) & , x - 2 \geq 0 \\ 3 - (-(x - 2)) & , x - 2 < 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} -x + 5 & , x \geq 2 \\ x + 1 & , x < 2 \end{cases}$$



Rpta.: B

4. Una empresa tiene proyectado entrar al mercado de *tablets* el próximo año. Por ello, realiza estudios de producción e ingresos, los cuales estiman que el costo de producir una *tablet* será de 360 soles y el costo fijo de 12 000 soles al año. El ingreso, en soles, que obtendrá la empresa por la venta de "q" *tablets* es modelada por una función cuadrática. El ingreso máximo que recibirá la empresa será de 125 000 soles. A continuación, se muestra la gráfica de la función ingreso.



Donde:

q: Cantidad de *tablets*.I(q): Ingreso por la venta de q *tablets* (en soles)

¿Cuántas *tablets* como mínimo, la empresa deberá producir y vender el próximo año para no obtener ganancia ni pérdida?

- A) 299                      B) 300                      C) 21                      D) 20

**Solución:**

i) Ingreso  $I(q) = aq^2 + bq + c$

ii)  $I(0) = 0$

entonces  $a(0)^2 + b(0) + c = 0 \rightarrow c = 0$

iii) Dato  $I(250) = 125000$

$a(250)^2 + b(250) = 125000$

$250a + b = 500 \dots(1)$

iv) Por el eje de simetría

$I(500) = 0$

$a(500)^2 + b(500) = 0$

$500a + b = 0 \dots(2)$

v) De (1) y (2):

$250a = -500$

$a = -2 \rightarrow b = 1000$

vi)  $I(q) = -2q^2 + 1000q$

vii)  $C(q) = (\text{costo unitario})(\text{cantidad}) + \text{costo fijo}$

$C(q) = 360q + 12000$

viii)  $U(q) = I(q) - C(q)$

$= -2q^2 + 1000q - (360q + 12000)$

$U(q) = -2q^2 + 640q - 12000$

ix)  $U(q) = 0$

$-2q^2 + 640q - 12000 = 0$

$q^2 - 320q + 6000 = 0$

$(q - 300)(q - 20) = 0$

$q = 300 \vee q = 20$

$\therefore q_{\min} = 20.$

Rpta.: D

6. Carla tiene una pequeña empresa dedicada a fabricar y vender mochilas. Su ingreso semanal en soles está modelado por la función  $I$ , definida por  $I(x) = ax^2 + bx$  donde "x" representa el número de mochilas que vende en una semana. Si vende 100 mochilas en una semana, el ingreso es de 3 mil soles; además la venta de 200 mochilas semanales genera el ingreso máximo. Determine el ingreso que obtiene en una semana en la que vende 150 mochilas.

A) S/3250                      B) S/3600                      C) S/3500                      D) S/3750

**Solución:**

i) Ingreso  $I(x) = ax^2 + bx$

ii) Dato  $I(100) = 3000$

$$a(100)^2 + b(100) = 3000$$

$$\boxed{100a + b = 30} \dots(1)$$

iii) Dato  $I(200)$ : Ingreso máximo

$$\text{entonces } 200 = -\frac{b}{2a}$$

$$\boxed{400a + b = 0} \dots(2)$$

iv) De (1) y (2)  $a = -\frac{1}{10}$  y  $b = 40$

$$\text{Ingreso } I(x) = -\frac{1}{10}x^2 + 40x$$

$$I(150) = -\frac{1}{10}(150)^2 + 40(150)$$

$$I(150) = 3750$$

∴ El ingreso que se obtiene al vender 150 mochilas es 3750 soles.

**Rpta.: D**

7. La utilidad, en dólares, que se obtiene al vender "q" unidades de un artículo está dada por la función polinómica  $U(q) = -q^3 + 20q^2 - 75q$  ¿Cuántas unidades como mínimo deberá vender para obtener ganancia?

A) 8 unidades                      B) 10 unidades  
C) 6 unidades                      D) 7 unidades

**Solución:**

$$\begin{aligned}
 U(q) &= -q(q^2 - 20q + 75) \\
 &= -q(q - 5)(q - 15) \\
 &= -q(q - 5)(q - 15)
 \end{aligned}$$

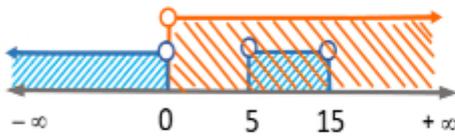
$$\boxed{U(q) = -q(q - 5)(q - 15)}$$

Se obtiene ganancia si  $U(q) > 0$

$$-q(q - 5)(q - 15) > 0$$

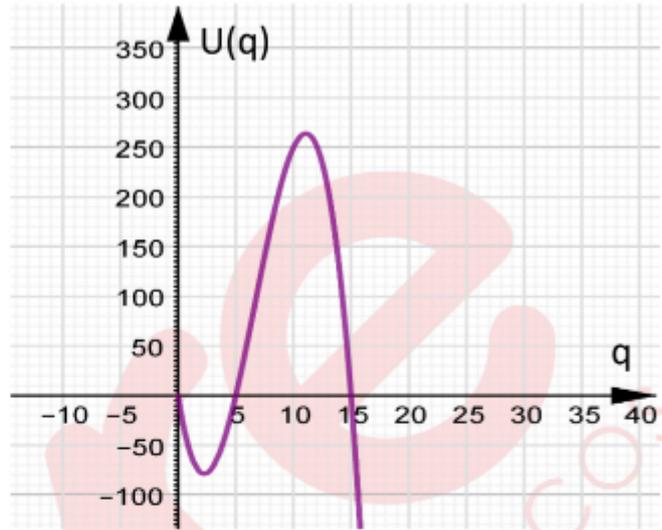
$$q(q - 5)(q - 15) < 0$$

puntos críticos : 0; 5; 15



$$q \in (5, 15)$$

$$\therefore q_{\min} = 6.$$



Rpta.: C

8. Determine cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas.

- I. La función  $h$  definida por  $h(x) = x^4 + x^2 - 1$ , es función par.
- II. De la figura (1),  $f$  es función par.
- III. La función  $p$  definida por  $p(x) = x^5 + 2x^3$ ;  $\text{Dom}(p) = \langle -2, 2 \rangle$ , es función impar.
- IV. De la figura (2),  $g$  es función impar.

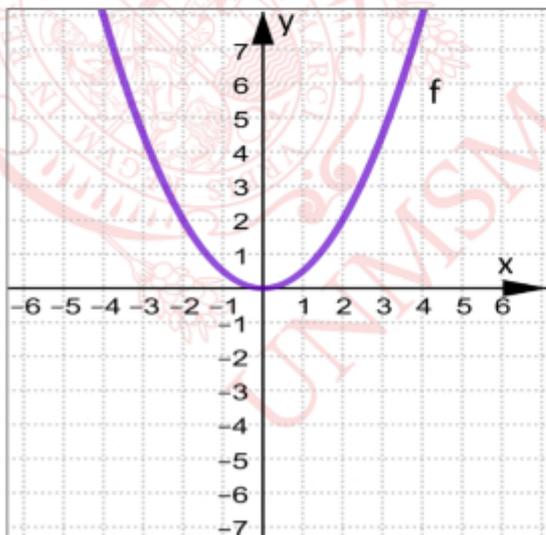


figura (1)

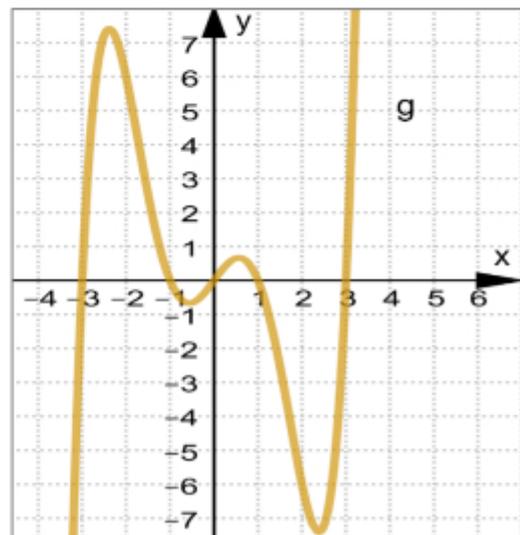


figura (2)

A) I, II y IV

B) Todas

C) I, II y III

D) I y III

**Solución:**

1)  $h(x) = x^4 + x^2 - 1; \text{Dom}(h) = \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} \text{i) } h(-x) &= (-x)^4 + (-x)^2 - 1 \\ &= x^4 + x^2 - 1 \\ &= h(x) \end{aligned}$$

$$\boxed{h(-x) = h(x)}$$

ii)  $x \in \mathbb{R} \rightarrow -x \in \mathbb{R}$

De i) y ii)  $h$  es par.1)  $f$  es par (debido a que la gráfica de la función  $f$  es simétrica respecto al eje  $y$ )

3)  $p(x) = x^5 + 2x^3; \text{Dom}(p) = \langle -2, 2 \rangle$

$$\begin{aligned} \text{i) } p(-x) &= (-x)^5 + 2(-x)^3 \\ &= -x^5 - 2x^3 \\ &= -(x^5 + 2x^3) \\ &= -p(x) \end{aligned}$$

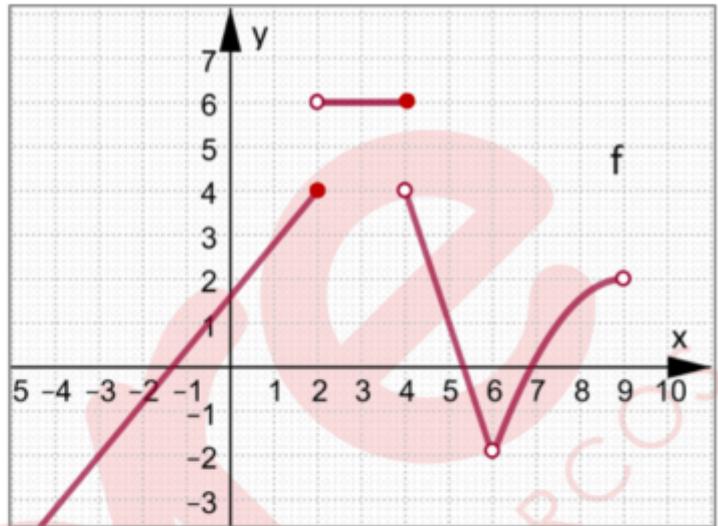
$$\boxed{p(-x) = -p(x)}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } x \in \langle -2, 2 \rangle &\rightarrow -2 < x \leq 2 \\ &\rightarrow 2 > -x \geq -2 \\ &\rightarrow -x \in [-2, 2) \end{aligned}$$

De i) y ii)  $p$  no es impar.4)  $g$  es impar (debido a que la gráfica de la función  $g$  es simétrica respecto al origen)I. La función  $h$  definida por  $h(x) = x^4 + x^2 - 1$ , es función par. (V)II. De la figura (1),  $f$  es función par. (V)III. La función  $p$  definida por  $p(x) = x^5 + 2x^3; \text{Dom}(p) = \langle -2, 2 \rangle$ , es función impar. (F)IV. De la figura (2),  $g$  es función impar. (V)**Rpta.: A**

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. En la figura, se muestra la gráfica de la función  $f$ . Determine el valor de verdad ( V o F ) de las siguientes proposiciones en el orden respectivo.



- I.  $f(5) + f(f(2)) = 7$   
 II.  $f\left(\frac{9}{2}\right) = 2$   
 III.  $\text{Dom}(f) = \langle -\infty, 9 \rangle - \{2, 4, 6\}$   
 IV.  $\text{Ran}(f) = \langle -\infty, 4 \rangle \cup \{6\}$

A) VVFF

B) FVVV

C) VVFF

D) VVFF

**Solución:**

1) i)  $f(5) = 1$

ii)  $f(f(2)) = f(4) = 6$

$\rightarrow f(5) + f(f(2)) = 1 + 6 = 7$

2)  $f(x) = ax + b; 4 < x < 6$

$f(5) = 1 \rightarrow a(5) + b = 1 \dots(1)$

$f(4) = 4 \rightarrow a(4) + b = 4 \dots(2)$

De (1) y (2)

$a = -3 \wedge b = 16$

Reemplazando

$f(x) = -3x + 16$

$\rightarrow f\left(\frac{9}{2}\right) = -3\left(\frac{9}{2}\right) + 16 = -\frac{27}{2} + 16 = \frac{5}{2}$

3)  $\text{Dom}(f) = \langle -\infty, 9 \rangle - \{6\}$ .

4)  $\text{Ran}(f) = \langle -\infty, 4 \rangle \cup \{6\}$ .

I.  $f(5) + f(f(2)) = 7$

(V)

II.  $f\left(\frac{9}{2}\right) = 2$  (F)

III.  $\text{Dom}(f) = \langle -\infty, 9 \rangle - \{2, 4, 6\}$  (F)

IV.  $\text{Ran}(f) = \langle -\infty, 4 \rangle \cup \{6\}$  (V)

∴ VFFV

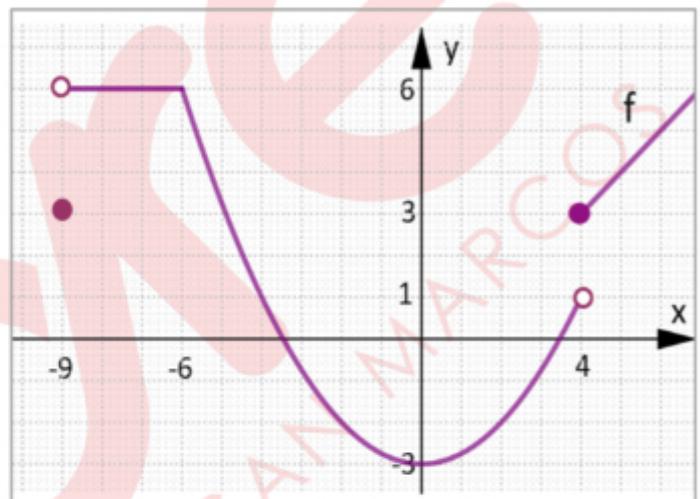
Rpta.: D

2. Dada la función f definida por

$$f(x) = \begin{cases} m & , x = x_1 \\ n & , x_2 < x < x_3 \\ f_1(x) & , x_4 \leq x < x_5 \\ f_2(x) & , x \geq x_6 \end{cases}$$

Donde  $f_1$  es una función cuadrática y  $f_2$  es una función lineal.

La figura muestra la gráfica de la función f.



Calcule el valor de  $M = \frac{f(-7) + f(-9) - f(10) + 16f\left(\frac{3}{2}\right)}{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - x_5 - x_6 - 1}$ .

A) - 1

B) 1

C) 2

D) - 2

**Solución:**

$$f(x) = \begin{cases} 3 & , x = -9 \\ 6 & , -9 < x < -6 \\ ax^2 + bx + c & , -6 \leq x < 4 \\ mx + n & , x \geq 4 \end{cases}$$

1)  $f_1(x) = ax^2 + bx + c, -6 \leq x < 4$

x	y
0	-3
-6	6
4	1

2)  $f_2(x) = mx + n, x \geq 4$

x	y
4	3
5	4

i)  $f_1(0) = a(0)^2 + b(0) + c$

$-3 = c$

ii)  $f_1(-6) = a(-6)^2 + b(-6) + c$

$6 = 36a - 6b + c$

$9 = 36a - 6b$

$3 = 12a - 2b$

ii)  $f_1(4) = a(4)^2 + b(4) + c$

$1 = 16a + 4b + c$

$4 = 16a + 4b$

$1 = 4a + b$

iii) 
$$\begin{cases} 12a - 2b = 3 \\ 4a + b = 1 \end{cases}$$

$$a = \frac{1}{4}; b = 0$$

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x^2 - 3, \quad -6 \leq x < 4$$

$$f(x) = \begin{cases} 3 & , \quad x = -9 \\ 6 & , \quad -9 < x < -6 \\ \frac{1}{4}x^2 - 3 & , \quad -6 \leq x < 4 \\ x - 1 & , \quad x \geq 4 \end{cases}$$

Entonces tenemos:

•  $f(-7) = 6$

•  $f(-9) = 3$

•  $f(10) = 9$

•  $f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{4}\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 3 = \frac{9}{16} - 3 = -\frac{39}{16}$

Reemplazando:

$$M = \frac{f(-7) + f(-9) - f(10) + 16f\left(\frac{3}{2}\right)}{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - x_5 - x_6 - 1} = \frac{6 + 3 - 9 + 16\left(-\frac{39}{16}\right)}{-9 - 9 - 6 - 6 - 4 - 4 - 1} = 1.$$

i)  $f_2(4) = m(4) + n$

$3 = 4m + n$

ii)  $f_2(5) = m(5) + n$

$4 = 5m + n$

iii) 
$$\begin{cases} 4m + n = 3 \\ 5m + n = 4 \end{cases}$$

$m = 1; n = -1$

$$f_2(x) = x - 1, \quad x \geq 4$$

Rpta.: B

3. Un centro comercial abre a las 10:00 am, la cantidad de personas que hay en el centro comercial al transcurrir "t" horas de abierto el centro, está dado por  $f(t) = 80t - at^2$ . Si a la 1:00 pm hay 150 personas en el centro, determine a qué hora alcanzará la máxima cantidad de asistentes en el centro comercial.

A) 2:00 pm                      B) 5:00 pm                      C) 3:00 pm                      D) 4:00 pm

**Solución:**

i)  $f(t) = 80t - at^2$

i)  $f(3) = 80(3) - a(3)^2$

$150 = 240 - 9a$

$\rightarrow a = 10$

$f(t) = -10t^2 + 80t$

ii)  $t = -\frac{80}{2(-10)}$

$t = 4$

$\therefore$  A las 2:00 pm alcanzará la máxima cantidad de asistentes.

**Rpta.: A**

4. Cecilia y Renato se realizaron estudios de hemoglobina cada día durante una semana. Para cada persona, la cantidad de hemoglobina (g/dL) y el número de día están relacionados en forma lineal. Los resultados de hemoglobina de algunos días se presentan en las siguientes tablas:

	1er día	4to día
Cantidad de hemoglobina (en g/dL) de Cecilia	11	14
	3er día	7mo día
Cantidad de hemoglobina (en g/dL) de Renato	13	9

Determine el número de día que ambos tuvieron la misma cantidad de hemoglobina.

A) 6to día                      B) 5to día                      C) 2do día                      D) 3er día

**Solución:**

I) Para Cecilia:

$$f(x) = ax + b$$

i)  $f(1) = a(1) + b$

$$11 = a + b$$

ii)  $f(4) = a(4) + b$

$$14 = 4a + b$$

iii) 
$$\begin{cases} a + b = 11 \\ 4a + b = 14 \end{cases}$$

$$\rightarrow a = 1 \wedge b = 10$$

$$f(x) = x + 10$$

II) Para Renato:

$$g(x) = mx + n$$

i)  $g(3) = m(3) + n$

$$13 = 3m + n$$

ii)  $g(7) = m(7) + n$

$$9 = 7m + n$$

iii) 
$$\begin{cases} 3m + n = 13 \\ 7m + n = 9 \end{cases}$$

$$\rightarrow m = -1 \wedge n = 16$$

$$g(x) = -x + 16$$

III)  $f(x) = g(x) \rightarrow x + 10 = -x + 16$

Luego  $x = 3$

$\therefore$  Al tercer día, Cecilia y Renato tienen la misma cantidad de hemoglobina.

**Rpta.: D**

5. En un estudio de mercado se determinó que se venden 130 docenas de un artículo a un precio unitario de 14 soles y que, por cada incremento de un sol en el precio unitario, se venden 5 docenas menos. Determine la cantidad de artículos que deberá vender y el precio de venta de cada artículo para obtener un ingreso de 24 000 soles.

- A) 1200 artículos ; el precio de venta de cada artículo es 20 soles.  
 B) 1000 artículos ; el precio de venta de cada artículo es 24 soles.  
 C) 600 artículos ; el precio de venta de cada artículo es 40 soles.  
 D) 960 artículos ; el precio de venta de cada artículo es 25 soles.

**Solución:**

p: precio de venta  
q: cantidad

q	p
1560	14
$1560 - 1(5)(12)$	$14 + 1$
$1560 - 2(5)(12)$	$14 + 1(2)$
$1560 - 3(5)(12)$	$14 + 1(3)$
$\vdots$	$\vdots$
$1560 - x(5)(12)$	$14 + 1(x)$

$$q = 1560 - 60x \dots(1)$$

$$p = 14 + x \dots(2)$$

Reemplazando

$$\begin{aligned} \text{Ingreso} &= (\text{precio de venta})(\text{cantidad}) \\ &= (x + 14)(1560 - 60x) \\ &= -60x^2 + 720x + 21840 \dots(3) \end{aligned}$$

Por dato, el Ingreso es 24 000 soles

Reemplazando en (3)

$$24000 = -60x^2 + 720x + 21840$$

$$60x^2 - 720x - 21840 + 24000 = 0$$

$$x^2 - 12x + 36 = 0$$

$$(x - 6)^2 = 0$$

$$x = 6$$

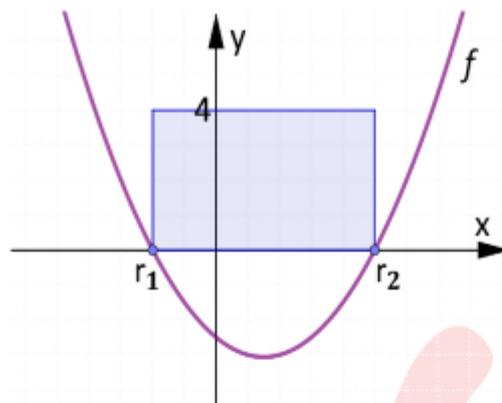
Reemplazando en (1):  $q = 1560 - 60(6) = 1200$

Reemplazando en (2):  $p = 14 + 6 = 20$

$\therefore$  1200 artículos; el precio de venta de cada artículo es 20 soles.

**Rpta.: A**

6. Dada la función  $f$  definida por  $f(x) = x^2 + bx + c$ , tal que  $25 < b^2 - 4c \leq 49$



Determine el área máxima del rectángulo.

- A)  $25u^2$                       B)  $32u^2$                       C)  $28u^2$                       D)  $24u^2$

**Solución:**

1) Área =  $4(r_2 - r_1)$

2)  $f(x) = x^2 + bx + c$

raíces:  $r_1$  y  $r_2$

i)  $r_1 + r_2 = -\frac{b}{1}$

ii)  $r_1 r_2 = \frac{c}{1}$

3)  $(r_2 + r_1)^2 - (r_2 - r_1)^2 = 4r_2 r_1$

Reemplazando:

$$(-b)^2 - (r_2 - r_1)^2 = 4c$$

$$b^2 - 4c = (r_2 - r_1)^2$$

$$\sqrt{b^2 - 4c} = r_2 - r_1$$

$$\text{Área} = 4\sqrt{b^2 - 4c}$$

4) Dato  $25 < b^2 - 4c \leq 49$

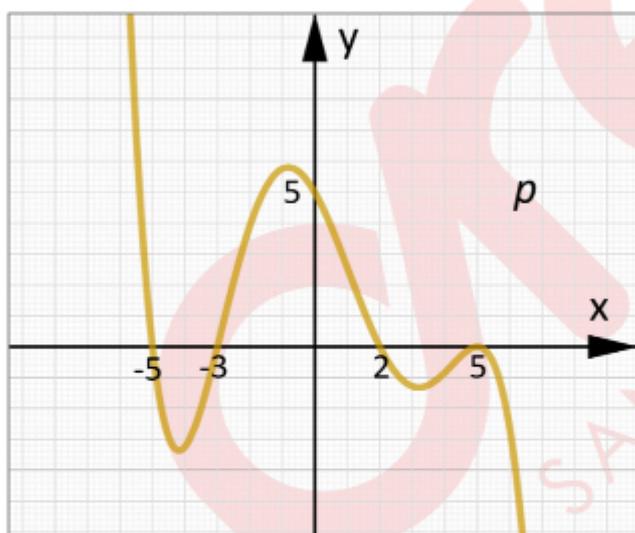
$$5 < \sqrt{b^2 - 4c} \leq 7$$

$$20 < 4\sqrt{b^2 - 4c} \leq 28$$

$\therefore$  Área máxima =  $28u^2$

Rpta.: C

7. En la figura, se muestra la gráfica de una función polinomial de menor grado.



Néstor, Alberto, Martha y Carmen afirmaron sobre la función polinomial lo siguiente:

- Néstor indica que la función polinomial es de cuarto grado.
- Alberto determina que la función polinomial es de coeficiente principal diferente de uno.
- Martha menciona que  $p(x) > 0, \forall x \in \langle -\infty, -5 \rangle \cup \langle -3, 2 \rangle$
- Carmen menciona que  $p(x) < 0, \forall x \in \langle -5, -3 \rangle \cup \langle 2, +\infty \rangle$

Determine qué personas afirmaron correctamente.

- A) Néstor y Alberto  
C) Néstor y Martha

- B) Alberto y Carmen  
D) Alberto y Martha

**Solución:**

$$p(x) = k(x + 5)(x + 3)(x - 2)(x - 5)^2$$

De la gráfica se tiene que  $p(0) = 5$

$$p(0) = k(0 + 5)(0 + 3)(0 - 2)(0 - 5)^2$$

$$5 = k(5)(3)(-2)(25)$$

$$\rightarrow k = -\frac{1}{150}$$

$$p(x) = -\frac{1}{150}(x + 5)(x + 3)(x - 2)(x - 5)^2$$

Entonces, el polinomio es de quinto grado, con coeficiente principal igual a  $-\frac{1}{150}$

Además:

i)  $p(x) > 0, \forall x \in \langle -\infty, -5 \rangle \cup \langle -3, 2 \rangle$

ii)  $p(x) < 0, \forall x \in \langle -5, -3 \rangle \cup (\langle 2, +\infty \rangle - \{5\})$

Por lo tanto, afirmaron correctamente Alberto y Martha.

**Rpta.: D**

8. Determine cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas.

I. La función  $h$  definida por  $h(x) = |x| - x^2$  es función par.

II. De la figura (1),  $g$  es función par.

III. La función  $f$  definida por  $f(x) = |x + 2| - |x - 2|$ , es función impar.

IV. De la figura (2),  $J$  es función impar.

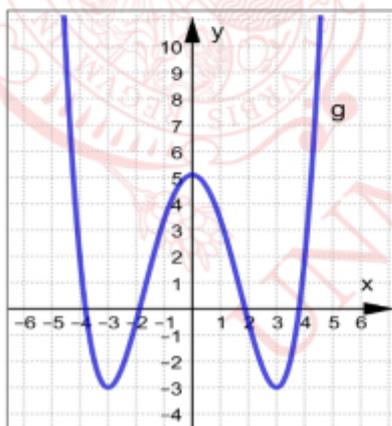


figura (1)

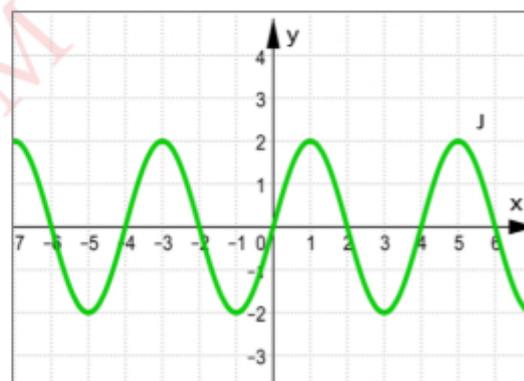


figura (2)

A) Solo I y II

B) Todas

C) Solo II y IV

D) Solo I y III

**Solución:**

I.  $h(x) = |x| - x^2$

$$\begin{aligned} \text{i) } h(-x) &= |-x| - (-x)^2 \\ &= |x| - x^2 \\ &= h(x) \end{aligned}$$

$$\boxed{h(-x) = h(x)}$$

ii)  $x \in \mathbb{R} \rightarrow -x \in \mathbb{R}$

De i) y ii)  $h$  es parII.  $g$  es función par(debido a que la gráfica de la función  $g$  es simétrica respecto al eje  $y$ ).

III.  $f(x) = |x+2| - |x-2|$

$$\begin{aligned} \text{i) } f(-x) &= |-x+2| - |-x-2| \\ &= |-1(x-2)| - |-1(x+2)| \\ &= |x-2| - |x+2| \\ &= -(|x+2| - |x-2|) \\ &= -f(x) \end{aligned}$$

$$\boxed{f(-x) = -f(x)}$$

ii)  $x \in \mathbb{R} \rightarrow -x \in \mathbb{R}$

De i) y ii)  $f$  es función imparIV.  $J$  es función impar (debido a que la gráfica de la función  $J$  es simétrica respecto al origen). $\therefore$  Todas las proposiciones son verdaderas.**Rpta.: B**

# Trigonometría

## EJERCICIOS

1. Si  $w$  es la solución de la ecuación  $\arctan(2x) = \arccos(3x)$ , determine  $\arcsen(\sqrt{3}w) + \arccos(\sqrt{3}w - 1)$ .

A)  $\frac{2\pi}{3}$

B)  $\frac{4\pi}{3}$

C)  $\frac{5\pi}{6}$

D)  $\pi$

### Solución:

Sea  $\alpha = \arctan(2x) = \arccos(3x)$ .

$$\tan \alpha = 2x, \cos \alpha = 3x, 1 + \tan^2 \alpha = \sec^2 \alpha \Rightarrow 1 + 4x^2 = \frac{1}{9x^2}$$

$$36x^4 + 9x^2 - 1 = 0 \Rightarrow (12x^2 - 1)(3x^2 + 1) = 0 \Rightarrow 12x^2 = 1 \Rightarrow \sqrt{3}w = \frac{1}{2}$$

$$\arcsen(\sqrt{3}w) + \arccos(\sqrt{3}w - 1) = \arcsen\left(\frac{1}{2}\right) + \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}$$

Rpta.: C

2. Determine la suma de los elementos del rango de la función real  $f$  definida por  $f(x) = \arctan(\cos x - \sqrt{1 - |\sec x|})$ .

A)  $-1$

B)  $0$

C)  $\frac{\pi}{2}$

D)  $\frac{\pi}{12}$

### Solución:

Determinemos el dominio de  $f$ :

$$x \in \text{Dom}(f) \Leftrightarrow 1 - |\sec x| \geq 0 \Leftrightarrow |\sec x| \leq 1 \Leftrightarrow x = n\pi; n \in \mathbb{Z}.$$

Halleemos el rango de  $f$ :

$$x = 2n\pi \Rightarrow f(x) = \arctan(1) = \frac{\pi}{4}.$$

$$x = (2n + 1)\pi \Rightarrow f(x) = \arctan(-1) = -\frac{\pi}{4}.$$

$$\text{Luego, } \text{Ran}(f) = \left\{-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right\}.$$

Por lo tanto, la suma de los elementos del rango de  $f$  es 0.

Rpta.: B

3. Halle la intersección del dominio y del rango de la función real  $f$  definida por  $f(x) = 2\pi - \arccos\left(\frac{x-3}{4}\right)$ .

A)  $[\pi; 2\pi]$       B)  $[0; 2\pi]$       C)  $[-1; \pi]$       D)  $[\pi; 7]$

**Solución:**

$$\text{Dominio: } x \in \text{Dom}(f) \Leftrightarrow -1 \leq \frac{x-3}{4} \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 7$$

$$\text{Por ende, } \text{Dom}(f) = [-1; 7]$$

$$\text{Rango: } 0 \leq \arccos\left(\frac{x-3}{4}\right) \leq \pi \Rightarrow -\pi \leq \arccos\left(\frac{x-3}{4}\right) \leq 0$$

$$\Rightarrow \pi \leq 2\pi - \arccos\left(\frac{x-3}{4}\right) \leq 2\pi \Rightarrow \text{Ran}(f) = [\pi; 2\pi]$$

$$\text{Por lo tanto, } \text{Dom}(f) \cap \text{Ran}(f) = [\pi; 2\pi]$$

**Rpta.: A**

4. La temperatura en ciudad a las 8:00 p.m. de un determinado día es  $(2b+1)^\circ\text{C}$ , donde  $b$  es el elemento mínimo del rango de la función real  $f$  definida por  $f(x) = \frac{8}{\pi} \arcsen\left(\frac{4x-2}{5}\right) + 13$ . Determine dicha temperatura.

A)  $18^\circ\text{C}$       B)  $22^\circ\text{C}$       C)  $19^\circ\text{C}$       D)  $21^\circ\text{C}$

**Solución:**

Hallando el rango

$$f(x) = \frac{8}{\pi} \arcsen\left(\frac{4x-2}{5}\right) + 13$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \arcsen\left(\frac{4x-2}{5}\right) \leq \frac{\pi}{2}$$

$$-4 \leq \frac{8}{\pi} \arcsen\left(\frac{4x-2}{5}\right) \leq 4$$

$$9 \leq \frac{8}{\pi} \arcsen\left(\frac{4x-2}{5}\right) + 13 \leq 17$$

$$9 \leq f(x) \leq 17 \Rightarrow b = 9$$

Por lo tanto, la temperatura de dicha ciudad es 19 °C.

**Rpta.: C**

5. Se construirá una rampa para personas que presenten deficiencias físicas en la entrada de un centro comercial. Si la medida del ángulo de inclinación de dicha rampa es el máximo valor de la función real  $f$  definida por  $f(x) = \frac{1}{4} \arctan(\sin^4 x + \cos^4 x)$ , halle la medida del ángulo de inclinación de la rampa.

A)  $\frac{\pi}{16}$  rad

B)  $\frac{\pi}{24}$  rad

C)  $\frac{3\pi}{16}$  rad

D)  $\frac{\pi}{12}$  rad

**Solución:**

$$\text{como } \sin^4 x + \cos^4 x = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x$$

$$\text{también } -1 \leq \sin 2x \leq 1$$

$$-\frac{1}{2} \leq -\frac{1}{2} \sin^2 2x \leq 0$$

$$\arctan\left(\frac{1}{2}\right) \leq \arctan\left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x\right) \leq \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{1}{4} \arctan\left(\frac{1}{2}\right) \leq \frac{1}{4} \arctan\left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x\right) \leq \frac{\pi}{16}$$

$$f_{\text{máx}} = \frac{\pi}{16} \text{ rad}$$

**Rpta.: A**

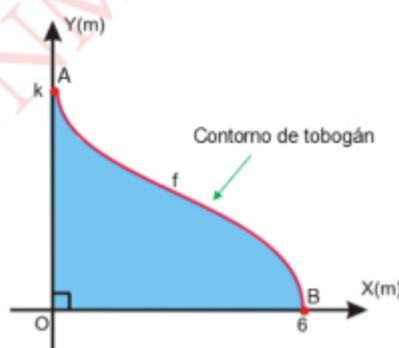
6. La figura representa el perfil de un tobogán cuyo contorno desde el punto A hasta el punto B es modelado por la gráfica de una función real  $f$  definida por  $f(x) = \frac{k}{\pi} \arccos\left(\frac{x-3}{3}\right)$ . Una persona se desliza desde el punto A ubicado a 10 m de altura. Determine a qué altura se encuentra la persona en el instante en que su desplazamiento horizontal es de cuatro metros y medio.

A)  $\frac{4}{3}$  m

B) 3 m

C)  $\frac{10}{3}$  m

D) 4 m



**Solución:**

De la figura tenemos,

$$f(0) = 10 = k$$

$$f(4,5) = \frac{10}{\pi} \arccos\left(\frac{4,5-3}{3}\right) = \frac{10}{\pi} \arccos\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{10}{\pi} \cdot \left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{10}{3}$$

Por lo tanto; la persona se encuentra a una altura de  $\frac{10}{3}$  m.

**Rpta.: C**

7. Luis participó en la maratón Lima-Norte 32K, abandonando la carrera después de recorrer  $(n^2 + 8)$  km. Si  $n$  es el máximo valor de la función real  $f$  definida por

$f(x) = \frac{6}{\pi} \arcsen\left(\frac{\sqrt{5}\sen x + 2\cos x + 1}{4}\right) + 1$  donde  $x \in \mathbb{R}$ , ¿cuántos kilómetros le faltó recorrer a Luis para llegar a la meta?

- A) 12 km                      B) 8 km                      C) 10 km                      D) 6 km

**Solución:**

Como  $x \in \mathbb{R}$

$$\Rightarrow -3 \leq \sqrt{5}\sen x + 2\cos x \leq 3$$

$$\Rightarrow -2 \leq \sqrt{5}\sen x + 2\cos x + 1 \leq 4$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} \leq \frac{\sqrt{5}\sen x + 2\cos x + 1}{4} \leq 1$$

$$\Rightarrow -\frac{\pi}{6} \leq \arcsen\left(\frac{\sqrt{5}\sen x + 2\cos x + 1}{4}\right) \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow 0 \leq \frac{6}{\pi} \arcsen\left(\frac{\sqrt{5}\sen x + 2\cos x + 1}{4}\right) + 1 \leq 4$$

Luego,  $n = 4$ . Entonces, Luis recorrió 24 Km.

Por lo tanto, le faltó recorrer 8 km.

**Rpta.: B**

8. Las dimensiones de un terreno rectangular son  $(3a+16)$  m y  $(27+b)$  m, donde  $a$  y  $b$  son, respectivamente, los elementos máximo y mínimo del dominio de la función real  $f$  definida por  $f(x) = \frac{2022}{5\pi} \arcsen\left(\frac{6x-1}{7}\right) + 3$ . Si cada metro cuadrado del terreno cuesta 130 soles, halle el costo de dicho terreno.
- A) S/ 44 200      B) S/ 72 400      C) S/ 67 600      D) S/ 50 300

**Solución:**

Hallando el dominio

$$f(x) = \frac{2022}{5\pi} \arcsen\left(\frac{6x-1}{7}\right) + 3 \Rightarrow -1 \leq \frac{6x-1}{7} \leq 1$$

$$-7 \leq 6x-1 \leq 7 \Rightarrow -6 \leq 6x \leq 8$$

$$-1 \leq x \leq \frac{4}{3} \Rightarrow a = \frac{4}{3} \text{ y } b = -1$$

$$\text{Luego } S = (3a+16)(27+b)m^2 = (20)(26)m^2 \Rightarrow S = 520m^2$$

Por lo tanto, el costo del terreno es 67 600 soles.

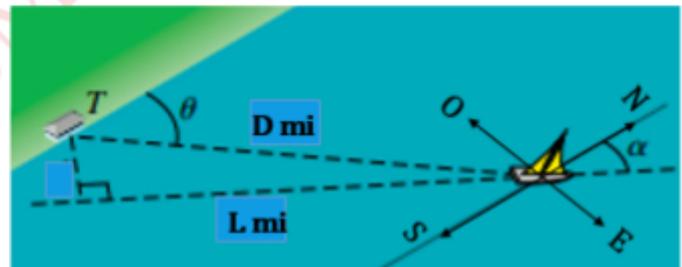
**Rpta.: C**

9. En la figura, se muestra el instante en el que un velero navega con dirección  $N\alpha E$ . Una estación de seguimiento ubicada en el punto  $T$  se encuentra a  $R$  mi de distancia de la recta que contiene a la dirección que sigue el velero. Si la línea que representa la orilla es paralela a la línea norte-sur, halle  $\alpha$  en términos de  $D$ ,  $R$  y  $\theta$ .

A)  $\arctan\left(\frac{\sqrt{D^2 - R^2} \cot \theta - R}{R \cot \theta - \sqrt{D^2 - R^2}}\right)$

B)  $\arctan\left(\frac{\sqrt{D^2 - R^2} \tan \theta + R}{R \tan \theta - \sqrt{D^2 - R^2}}\right)$

C)  $\arctan\left(\frac{\sqrt{D^2 - R^2} \tan \theta - R}{R \tan \theta + \sqrt{D^2 - R^2}}\right)$



$$D) \arctan\left(\frac{\sqrt{D^2 - R^2} \operatorname{sen} \theta - R}{R \cos \theta + \sqrt{D^2 - R^2}}\right)$$

**Solución:**

Del gráfico:

$$\frac{R}{L} = \tan(\theta - \alpha) \Rightarrow \frac{R}{L} = \frac{\tan \theta - \tan \alpha}{1 + \tan \theta \tan \alpha}$$

$$\Rightarrow R + R \tan \theta \tan \alpha = L \tan \theta - L \tan \alpha$$

$$\Rightarrow \tan \alpha (R \tan \theta + L) = L \tan \theta - R$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{L \tan \theta - R}{R \tan \theta + L}$$

$$\Rightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{L \tan \theta - R}{R \tan \theta + L}\right)$$

$$\text{Como } L = \sqrt{D^2 - R^2}, \Rightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{\sqrt{D^2 - R^2} \tan \theta - R}{R \tan \theta + \sqrt{D^2 - R^2}}\right)$$

**Rpta.: C**

10. La cantidad de espárragos en toneladas que una empresa exporta mensualmente a Europa está dada por el máximo valor de  $f(x)$ , donde  $f$  es una función real definida por  $f(x) = \frac{12}{\pi} \arctan(2 \cos 2x) + 7$ ,  $\frac{\pi}{12} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ . ¿Cuántas toneladas de espárragos exporta anualmente dicha empresa?

A) 108

B) 120

C) 132

D) 138

**Solución:**

$$\frac{\pi}{12} \leq x \leq \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{\pi}{6} \leq 2x \leq \frac{2\pi}{3} \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq \cos 2x \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow -1 \leq 2 \cos 2x \leq \sqrt{3}$$

$$-3 \leq \frac{12}{\pi} \arctan(2 \cos 2x) \leq 4 \Rightarrow 4 \leq \frac{12}{\pi} \arctan(2 \cos 2x) + 7 \leq 11$$

La empresa exporta 11 toneladas de espárragos mensualmente.

Por lo tanto, dicha empresa exporta 132 toneladas de espárragos al año.

**Rpta.: C**

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Sea la función real  $f$ , definida por  $f(x) = \csc\left(\frac{\pi}{2} + \arcsen(x^2)\right)$ ,  $-1 < x < 1$ . Determine el rango de la función  $f$ .

A)  $[1; 2]$                       B)  $\langle 1; +\infty \rangle$                       C)  $\langle 1; 2]$                       D)  $[1; +\infty)$

**Solución:**

$$-1 < x < 1 \Rightarrow 0 \leq x^2 < 1 \Rightarrow 0 \leq \arcsen(x^2) < \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} + \arcsen(x^2) < \pi \Rightarrow 1 \leq \csc\left(\frac{\pi}{2} + \arcsen(x^2)\right) < +\infty$$

$$\therefore \text{Ran}(f) = [1; +\infty)$$

**Rpta.: D**

2. Cuando un terremoto tiene un desplazamiento horizontal total de  $S$  metros a lo largo de su línea de falla, el movimiento horizontal de un punto en la superficie de la Tierra que se encuentra a una distancia de  $A$  kilómetros de la línea de falla está dado por la función real  $M$  definido por  $M(x) = \frac{S}{2} \left[ 1 - \frac{2}{\pi} \arctan(Ax) \right]$  en metros, donde  $\frac{1}{x}$  kilómetros es la profundidad bajo la superficie del punto focal del terremoto. Si un terremoto tuvo un desplazamiento horizontal total de 3 metros y un punto en la superficie de la Tierra a 5 kilómetros de distancia de la línea de falla, se movió 0,5 metros, calcule la profundidad del punto focal de dicho terremoto.

A)  $\frac{\sqrt{3}}{5}$  km                      B)  $\frac{5\sqrt{3}}{3}$  km                      C)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  km                      D)  $\frac{5}{3}$  km

**Solución:**

Del enunciado:

$$0,5 = \frac{3}{2} \left[ 1 - \frac{2}{\pi} \arctan(5x) \right] \Rightarrow \frac{\pi}{3} = \arctan(5x)$$

$$\Rightarrow 5x = \tan\left(\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

Por lo tanto, la profundidad del punto focal de dicho terremoto es  $\frac{5\sqrt{3}}{3}$  km.

**Rpta.: B**

3. En la entrada de un centro comercial, se desea construir una rampa para personas con discapacidad. Si la medida del ángulo de inclinación de la rampa es numéricamente igual al máximo valor de la función real  $f$  definida por  $f(x) = \frac{7}{3} \arcsen(2x+1) - 3 \arccos \frac{1}{2}$ , halle la medida del ángulo.

- A)  $\frac{\pi}{6}$  rad      B)  $\frac{\pi}{16}$  rad      C)  $\frac{3\pi}{16}$  rad      D)  $\frac{\pi}{12}$  rad

**Solución:**

$$-1 \leq 2x+1 \leq 1$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \arcsen(2x+1) \leq \frac{\pi}{2}$$

$$-\frac{7\pi}{6} \leq \frac{7}{3} \arcsen(2x+1) \leq \frac{7\pi}{6}$$

$$-\frac{13\pi}{6} \leq \frac{7}{3} \arcsen(2x+1) - 3 \arccos \frac{1}{2} \leq \frac{\pi}{6}$$

**Rpta.: A**

4. Sea la función  $f(x) = 2\pi - \arccos\left(\frac{x-3}{4}\right)$ . Si  $n$  es el máximo valor de  $f(x)$ , halle  $n^{\sqrt{2\pi-n}}$ .
- A) 1      B) 1,5      C) 2      D) 2,5

**Solución:**

Dominio:  $-1 \leq \frac{x-3}{4} \leq 1 \Rightarrow \text{Dom}(f) = [-1, 7]$

Rango:  $0 \leq \arccos\left(\frac{x-3}{4}\right) \leq \pi \Rightarrow -\pi \leq \arccos\left(\frac{x-3}{4}\right) \leq 0$

$$\Rightarrow \pi \leq 2\pi - \arccos\left(\frac{x-3}{4}\right) \leq 2\pi \Rightarrow n = 2\pi$$

Por lo tanto,  $(2\pi)^{\sqrt{2\pi-n}} = 1$ .

5. Sea la función real  $f$  definida por  $f(x) = 4x^2 + \cos(2 \arcsen x)$ . Si el rango de  $f$  es  $[a; b]$ , determine  $a + b$ .
- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5

**Solución:**

$$x \in \text{Dom}(f) \Leftrightarrow \exists \arcsen x \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$$

Sea  $z = \arcsen x$ . Como  $\sen z = x$ , se tiene

$$f(x) = 4x^2 + \cos 2z = 4x^2 + 1 - 2\sen^2 z$$

Como  $z = \arcsen x$ ,  $f(x) = 2x^2 + 1$ ,  $-1 \leq x \leq 1$ .

$$-1 \leq x \leq 1 \Rightarrow \text{Ran}(f) = [1; 3]$$

Rpta.: C

## Lenguaje

### EJERCICIOS

1. La coma es el signo de puntuación más empleado en la escritura, dado que presenta múltiples usos. Según ello, en los siguientes enunciados, coloque la coma donde corresponde; luego identifique la alternativa que relaciona cada coma empleada con su respectiva clase.

- |  |                |
|--|----------------|
| I. Mayella interpreta a Vilma la nana de Julius en el filme. | a. Enumerativa |
| II. Le gustan las películas de terror de drama y de comedia. | b. Conjuntiva  |
| III. Ya paseaban ya se sentaban en los bancos del parque.    | c. Vocativa    |
| IV. Abrázalo muy fuerte Diana y cuéntale un cuento bonito.   | d. Explicativa |

A) Ic, Iib, IIIa, IVd

B) Ib, Ila, IIIId, IVc

C) Id, Ila, IIIb, IVc

D) Ic, Ila, IIIId, IVb

#### Solución:

- |  |                |
|--|----------------|
| I. Mayella interpreta a Vilma, la nana de Julius, en el filme. | d. Explicativa |
| II. Le gustan las películas de terror, de drama y de comedia.  | a. Enumerativa |
| III. Ya paseaban, ya se sentaban en los bancos del parque.     | b. Conjuntiva  |
| IV. Abrázalo muy fuerte, Diana, y cuéntale un cuento bonito.   | c. Vocativa    |

Rpta.: C

2. La coma obedece a ciertas reglas gramaticales que se deben cumplir para que un texto sea comprensible. De acuerdo con este criterio, determine la cantidad de comas que requiere el siguiente enunciado: *En 1886 Edmundo de Amicis un escritor trotamundos conocido por sus innumerables viajes publicó un libro llamado Corazón que narraba la historia de Enrique un niño de 13 años.*

A) Cuatro

B) Cinco

C) Seis

D) Siete

#### Solución:

Este enunciado requiere de seis comas: una coma hiperbática y cinco comas incidentales explicativas. La puntuación del enunciado es la siguiente:

*En 1886, Edmundo de Amicis, un escritor trotamundos, conocido por sus innumerables viajes, publicó un libro llamado Corazón, que narraba la historia de Enrique, un niño de 13 años.*

Rpta.: C

3. Las frases incidentales explicativas, que añaden información adicional o complementaria sobre un antecedente nominal, deben escribirse entre comas. De acuerdo con esta afirmación, determine qué enunciados requieren necesariamente estas comas.

- I. Él que te entregó sus sueños se cansó de tus mentiras Alejandra.
- II. Los alumnos que viven lejos de la universidad siempre llegan tarde.
- III. *Un mundo para Julius* de Bryce Echenique se publicó en 1970.
- IV. Señores si hay alguna pregunta para el expositor levanten la mano.

- A) II y IV                      B) II y III                      C) I y III                      D) I y II

**Solución:**

Las frases explicativas *que te entregó sus sueños* y *de Bryce Echenique* deben escribirse entre comas, dado que modifican, respectivamente, a referentes únicos él (pronombre personal) y *Un mundo para Julius* (nombre propio de una novela).

**Rpta.: C**

4. Los signos de puntuación no deben transgredir la unidad sintáctica que debe existir entre sujeto y predicado, salvo excepciones. En ese sentido, ¿en qué enunciados se incumple esta prescripción?

- I. Las matemáticas, la física, la química etc., fueron mi pesadilla en el colegio.
- II. Un refrán popular nos dice: «Quien siembra vientos, recoge tempestades».
- III. Muchos jóvenes, tras dos años de educación virtual, vuelven a las escuelas.
- IV. En ese banco del parque, estaban sentados: Sergio y el hermano de Carla.

- A) I y II                      B) II y IV                      C) II y III                      D) I y IV

**Solución:**

En los enunciados II y IV, no se debe escribir signo de puntuación después de *Quien siembra vientos* ni antes de *Sergio y el hermano de Carla*, puesto que forman parte del sujeto de sus respectivas oraciones.

**Rpta.: B**

5. Los signos de puntuación facilitan el procesamiento sintáctico-semántico de la información escrita. Según este fundamento, en el enunciado *Son idiomas oficiales el castellano y en las zonas donde predominen también lo son el quechua el aimara y las demás lenguas aborígenes*, se requiere colocar, sucesivamente,

- A) dos puntos, coma, y coma.
- B) dos puntos, coma, coma y coma.
- C) coma, coma y coma.
- D) coma, coma, dos puntos y coma.

**Solución:**

En el enunciado, se requieren de dos comas en el complemento circunstancial y de una coma enumerativa. La puntuación es la siguiente: *Son idiomas oficiales el castellano y, en las zonas donde predominen, también lo son el quechua, el aimara y las demás lenguas aborígenes.*

**Rpta.: C**

6. El punto y coma se emplea para separar proposiciones yuxtapuestas que tienen una relación de significado muy estrecha; es decir, comparten la misma idea o versan acerca de lo mismo. Considerando esta definición, ¿a qué enunciados les corresponde este signo de puntuación?
- Podía ir a buscar a sus amigos sin embargo no tenía ganas de hacerlo.
  - Apocarse es virtud poder y humildad dejarse apocar es vileza y delito.
  - Perú participó en la Copa América de Chile donde alcanzó el tercer puesto.
  - Cuando era niño no existían los celulares ahora son un objeto de culto.
- A) II y III                      B) II y IV                      C) I y III                      D) III y IV

**Solución:**

En estos enunciados, debe emplearse el punto y coma, dado que ambos enunciados predicán sobre lo mismo. En el primero, se habla de *apocar y dejarse apocar*; en el segundo, de *los celulares*.

La puntuación de los enunciados es como sigue:

- Podía ir a buscar a sus amigos, sin embargo, no tenía ganas de hacerlo.
- Apocarse es virtud, poder y humildad; dejarse apocar es vileza y delito.
- Perú participó en la Copa América de Chile, donde alcanzó el tercer puesto.
- Cuando era niño, no existían los celulares; ahora son un objeto de culto.

**Rpta.: B**

7. Los dos puntos es un signo de puntuación que indica que la proposición que sigue es consecuencia o conclusión de la proposición que la antecede. Según lo expuesto, ¿qué enunciado requiere de los dos puntos para mantener esta relación significativa?
- Mis hermanos estudian en la sala yo prefiero hacerlo en mi habitación.
  - Las medidas sanitarias no funcionaron miles se contagiaron del virus.
  - Como no tenían puesta la mascarilla decidí alejarme inmediatamente.
  - El estudiante no pudo llamar a sus padres tenía el celular descargado.

**Solución:**

Los dos puntos deben conectar estas proposiciones, dado que la segunda proposición es la consecuencia de lo referido en la primera proposición. Los dos puntos pueden ser reemplazados con el conector de consecuencia, *por eso, por lo tanto*, etc.

Rpta.: B

8. Según la normatividad de los signos de puntuación, las comillas se utilizan para resaltar una palabra, frase o un enunciado dentro de un texto. En tal sentido, señale los enunciados a los que les corresponde dicho signo.

- I. Profesora, ¿son líderes de opinión los *influencers* peruanos?
- II. La Blanquiroja continúa su camino al Mundial de Qatar 2022.
- III. *La República* publicó hoy el artículo El quechua se globaliza.
- IV. Su madre le dijo que se cuidara de nadar en ese lado del río.

- A) II y III                      B) II y IV                      C) I y III                      D) III y IV

**Solución:**

Las comillas se deben emplear en la palabra «*influencers*» para señalar que procede de otra lengua, y en el título del artículo «El quechua se globaliza» por ser parte de la publicación del diario *La República*.

Rpta.: C

9. De acuerdo con el uso normativo de los signos de puntuación estipulado por la Real Academia Española, señale el enunciado donde se ha empleado adecuadamente estos signos.

- A) *Mujer bonita* fue protagonizada por: Julia Roberts y Richard Gere.
- B) Marco exclamó: «¡No te olvides mamá que aquí tienes tu hogar!».
- C) Está todo preparado: la maleta, el pasaporte y el billete de barco.
- D) En esa tienda, Pablo compró: una camisa, un pantalón y zapatos.

**Solución:**

En este enunciado, se hace uso correcto de los dos puntos cuando introducen una enumeración con un elemento anticipador todo.

Rpta.: C

10. El uso apropiado de los signos de puntuación facilita la correcta comprensión de un texto escrito. Bajo este principio, inserte los signos de puntuación omitidos en los siguientes enunciados:

- A) *La Nueva gramática de la lengua española* 2009 2011 primera gramática académica desde 1931 es una obra consensuada por todas las academias de la lengua.
- B) Un optimista ve una oportunidad en toda calamidad un pesimista una calamidad en toda oportunidad.
- C) Hemos aprendido a volar como los pájaros a nadar como los peces pero no hemos aprendido el sencillo arte de vivir como hermanos.
- D) La ciencia da al hombre el conocimiento que es poder la religión da al hombre la sabiduría que es el control.

**Rpta.:**

- A) La *Nueva gramática de la lengua española* (2009-2011), primera gramática académica desde 1931, es una obra consensuada por todas las academias de la lengua.
  - B) Un optimista ve una oportunidad en toda calamidad; un pesimista, una calamidad en toda oportunidad.
  - C) Hemos aprendido a volar como los pájaros, a nadar como los peces; pero no hemos aprendido el sencillo arte de vivir como hermanos.
  - D) La ciencia da al hombre el conocimiento, que es poder; la religión da al hombre la sabiduría, que es el control.
11. Los signos de puntuación delimitan unidades gramaticales (frases, oraciones, enunciados, etc.) del discurso para comprender mejor las expresiones lingüísticas. Dicho esto, determine qué enunciado presenta adecuada puntuación.
- A) Al final del torneo de vóley jugado en Brasil, como en otros años. El anfitrión obtuvo la medalla de oro; nuestro país, la medalla de plata, y Argentina, la medalla de bronce.
  - B) Al final del torneo de vóley, jugado en Brasil, como en otros años el anfitrión obtuvo la medalla de oro; nuestro país, la medalla de plata; y Argentina, la medalla de bronce.
  - C) Al final del torneo de vóley jugado en Brasil, como en otros años, el anfitrión obtuvo: la medalla de oro; nuestro país: la medalla de plata, y Argentina: la medalla de bronce.
  - D) Al final del torneo de vóley jugado en Brasil, como en otros años, el anfitrión obtuvo la medalla de oro; nuestro país, la medalla de plata, y Argentina, la medalla de bronce.

**Solución:**

Se hace uso adecuado de comas, del punto y coma para separar los elementos de una enumeración en expresiones complejas que incluyen comas.

**Rpta.: D**

12. Los signos de puntuación son signos ortográficos que organizan el discurso para facilitar su comprensión. Según este fundamento de la RAE, escriba los signos de puntuación en el texto propuesto; luego señale la cantidad de comas que se ha empleado.

*Publicada en tres volúmenes la Nueva gramática de la lengua española se articula en tres partes fundamentales la morfología que analiza la estructura de las palabras su constitución interna y sus variaciones la sintaxis que se ocupa de la forma en que se ordenan y combinan y la fonética y fonología que estudia los sonidos del habla y su organización lingüística.*

A) Cinco

B) Seis

C) Siete

D) Ocho

**Solución:**

El texto requiere de seis comas. Debe puntuarse de la siguiente forma:

*Publicada en tres volúmenes, la Nueva gramática de la lengua española se articula en tres partes fundamentales: la morfología, que analiza la estructura de las palabras, su constitución interna y sus variaciones; la sintaxis, que se ocupa de la forma en que se ordenan y combinan, y la fonética y fonología, que estudia los sonidos del habla y su organización lingüística.*

**Rpta.: B**

## Literatura

### EJERCICIOS

1. Con respecto al contexto social de la narrativa de la generación del 50, marque la alternativa que contiene el enunciado correcto.
- A) Las zonas rurales soportan una terrible explosión demográfica.
  - B) La ciudad se moderniza durante el gobierno del general Odría.
  - C) Las barriadas surgen debido al declive de las clases pudientes.
  - D) La infraestructura de la urbe se ve deteriorada por la migración.

**Solución:**

En el contexto social de la narrativa de la generación del 50, la ciudad experimenta un proceso de modernización impulsado por el gobierno militar de Manuel Odría; este nuevo espacio urbano moderno despierta el interés de los escritores, quienes ofrecen a los lectores historias contextualizadas en este ámbito.

**Rpta.: B**

2. Marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado: «La narrativa de la generación del 50 enfatiza en sus relatos el tema urbano, el cual está asociado
- A) al proceso de migración hacia la capital».
  - B) al abandono de sus espacios periféricos».
  - C) a una imagen crítica de los provincianos».
  - D) a la reducción de la explosión demográfica».

**Solución:**

La narrativa de la generación del 50 trata enfáticamente el tema de la ciudad moderna a partir de la migración. La imagen que se propone de la urbe es crítica.

**Rpta.: A**

3.

Es un hacinamiento de chozas construidas irregularmente en torno de un claro, al que con un poco de esfuerzo se puede interpretar como plaza pública. Chozas destartadas, criaturas desnudas, pordioseros, provincianos que han terminado de encallar en Esperanza, hombres varados por la vida, mujeres escuálidas, una que otra prostituta, basureros, vendedores ambulantes; más chozas, más miseria, un zapatero remendón que llega de recorrer las calles de Lima, [...]; basureros, albañiles, hombres sin trabajo, [...], vida con fragancia de sudor, de muladar, de sexo, de excremento, vida con fragancia humana.

Es aquí, a Esperanza, una “urbanización clandestina”, a donde ha llegado Mateo Torres.

En el fragmento citado, perteneciente al cuento «Lima, hora cero», de Enrique Congrains Martin, se aprecia una característica de la narrativa de la generación del 50, pues se

- A) critica la presencia masiva de los migrantes en la ciudad moderna.
- B) desarrolla una línea temática neindigenista en el ámbito urbano.
- C) resalta la modernización que experimenta Lima en la década del 50.
- D) prioriza la visión que se tiene respecto a las barriadas capitalinas.

**Solución:**

En el fragmento citado, perteneciente al relato de Congrains, se aprecia una característica de la narrativa de la generación del 50 la cual consiste en privilegiar la visión de las barriadas. El narrador hace referencia al ambiente paupérrimo en el cual viven personajes considerados como marginales, algunos de ellos, provincianos, como es el caso de Mateo Torres.

**Rpta.: D**

4.

—Han estado planeando en el barranco, ¿no?

—Fuimos a mirar el mar.

—Te están tomando el pelo —intervino el otro policía—. Vamos a llevarlos a la cana. Con una persona de color modesto no se viene a estas horas a mirar el mar.

Alfredo sintió nuevamente ganas de reír.

—A ver —dijo acercándose al guardia—. ¿Qué entiende usted por gente de color modesto?

¿Es que esta señorita no puede ser mi novia?

—No puede ser.

—¿Por qué?

—Porque es negra.

[...]

Otras parejas pasaban por el malecón. Eran parejas de blancos. La policía no les prestaba atención.

En relación al fragmento citado del cuento «De color modesto», de Julio Ramón Ribeyro, marque la alternativa que completa correctamente el siguiente enunciado: «Se narra una escena de discriminación étnica, ya que los policías, representantes de \_\_\_\_\_, no conciben que una mujer de color sea la novia del protagonista, pues la consideran \_\_\_\_\_».

- A) la urbe moderna – la imagen del fracaso
- B) las normas oficiales – un ser marginal
- C) los valores tradicionales – una inmoral
- D) la moral conservadora – una migrante

**Solución:**

En el fragmento citado se aprecia la acción discriminatoria de los policías, los cuales no aceptan que una muchacha negra sea la novia del protagonista; en cambio, no molestan a las parejas blancas. En tal sentido, los policías representan las normas de la sociedad oficial, quienes muestran un comportamiento racista y por ello consideran a la muchacha un ser marginal.

**Rpta.: B**

5.

Sólo cuando la tuvo cogida del talle —tieso y fajado bajo su mano inexperta— tuvo la convicción Arístides de estar realizando uno de sus viejos sueños de solterón pobre: tener una aventura con una mujer. Que fuera vieja o gorda era lo de menos. [...]

La mujer corrió el cerrojo, hizo una atenta reverencia y le volvió la espalda. Arístides, sin soltar el macetero, vio cómo se alejaba cansadamente, apagando las luces, recogiendo las copas, hasta desaparecer por la puerta del fondo. Cuando todo quedó oscuro y en silencio, Arístides alzó el macetero por encima de su cabeza y lo estrelló contra el suelo. El ruido de la terracota haciéndose trizas lo hizo volver en sí: en cada añico reconoció un pedazo de su ilusión rota. Y tuvo la sensación de una vergüenza atroz, como si un perro lo hubiera orinado.

En relación con el fragmento citado del cuento «Una aventura nocturna», de Julio Ramón Ribeyro, el narrador muestra

- A) las vicisitudes de la decadente clase aristocrática.
- B) el conflicto entre la oficialidad y la marginalidad.
- C) la frustración del protagonista debido a su fracaso.
- D) la derrota inminente de los personajes urbanos.

**Solución:**

En el fragmento citado, el personaje de Arístides no consigue su propósito de tener un romance nocturno, la mujer lo deja afuera del local y esto genera en él un sentimiento de desilusión y vergüenza. En tal sentido, podemos apreciar un rasgo típico de la narrativa de Ribeyro: la frustración o fracaso de los personajes.

**Rpta.: C**

6. Con respecto a la verdad o falsedad (V o F) de los siguientes enunciados sobre el argumento del cuento «Los gallinazos sin plumas», de Julio Ramón Ribeyro, marque la alternativa que contiene la secuencia correcta.
- I. El abuelo obliga a sus nietos a recoger desperdicios en el muladar.
  - II. Don Santos y los niños se enferman por intentar engordar a Pascual.
  - III. Para evitar la furia de don Santos, Enrique sacrifica a su perro Pedro.
  - IV. Los niños huyen del corralón después que el abuelo cae al chiquero.
- A) VFFV      B) VVFFV      C) VFVF      D) VVFF

**Solución:**

- I. Con la finalidad de alimentar al cerdo Pascual, el abuelo ordena a sus nietos recoger desperdicios en las calles y en el muladar. (V) II. Efraín y Enrique se enferman por intentar engordar al cerdo Pascual. Don Santos, quien ya padecía de una discapacidad, no se enferma. (F) III. El abuelo, desesperado y furioso, arroja al perro al chiquero para que se alimente Pascual, ya que el cerdo no había comido en varios días. (F) IV. Al final del cuento, don Santos cae al chiquero. Mientras batalla contra el cerdo, sus nietos huyen del corralón. (V)

**Rpta.: A**

7.

Efraín salió a la calle con su lata, apoyado en el hombro de su hermano. Media hora después regresaron con los cubos casi vacíos.

—¡No podía más! —dijo Enrique al abuelo — Efraín está medio cojo.

Don Santos observó a sus dos nietos como si meditara una sentencia.

—Bien, bien -dijo rascándose la barba rala y cogiendo a Efraín del pescuezo lo arreó hacia el cuarto—. ¡Los enfermos a la cama! ¡A podrirse sobre el colchón! Y tú harás la tarea de tu hermano. ¡Vete ahora mismo al muladar!

Cerca de mediodía Enrique regresó con los cubos repletos.

Respecto al fragmento citado perteneciente a «Los gallinazos sin plumas», de Julio Ramón Ribeyro y en relación con el argumento del relato, se puede afirmar que

- A) Efraín finge una herida para evitar realizar el trabajo agotador.
- B) Enrique y su abuelo buscan el desarrollo económico familiar.
- C) a don Santos solo le interesa que Pascual se alimente bien.
- D) los dos niños se han enfermado por frecuentar los basurales.

**Solución:**

Del fragmento citado, se infiere que don Santos muestra interés por la alimentación del cerdo Pascual, sin importarle la salud de su nieto Efraín, por eso obliga a Enrique a realizar el doble del trabajo acostumbrado.

**Rpta.: C**

8.

Ellos [Efraín y Enrique] no son los únicos. En otros corralones, en otros suburbios alguien ha dado la voz de alarma y muchos se han levantado. Unos portan latas, otros, cajas de cartón, a veces sólo basta un periódico viejo. Sin conocerse forman una especie de organización clandestina que tiene repartida toda la ciudad. Los hay que merodean por los edificios públicos, otros han elegido los parques o los muladares. Hasta los perros han adquirido sus hábitos, sus itinerarios, sabiamente aleccionados por la miseria.

A partir del fragmento citado del cuento «Los gallinazos sin plumas», de Julio Ramón Ribeyro, ¿qué tema de la obra se puede inferir?

- A) La cancelación de las esperanzas en sujetos del mundo oficial
- B) La explotación de seres desvalidos en búsqueda de progreso
- C) El trabajo infantil como reflejo de la deshumanización moderna
- D) El éxito económico que logran los oprimidos seres marginales

**Solución:**

Con respecto al fragmento citado, del cuento «Los gallinazos sin plumas», se puede colegir que el tema desarrollado es la explotación de los seres marginales e indefensos para alcanzar el progreso. Los menores Efraín y Enrique (y otras personas) son obligados a trabajar por su abuelo en condiciones paupérrimas.

**Rpta.: B**

9. Marque la alternativa que completa correctamente el siguiente enunciado sobre «Los gallinazos sin plumas», de Julio Ramón Ribeyro: «En este cuento, el cerdo Pascual representa la esperanza del progreso económico; por otro lado, también

- A) personifica al mundo de los expoliados por la oficialidad».
- B) representa la imagen visible de una ciudad modernizada».
- C) encarna la ambición desmedida por parte de los pobres».
- D) simboliza a la urbe que sacrifica y oprime a los marginales».

**Solución:**

En el relato «Los gallinazos sin plumas» hallamos una doble representación del cerdo Pascual; por un lado, simboliza la expectativa de desarrollo económico de una familia; y por otro lado, encarna a la ciudad la cual, para mantenerse o crecer, debe sacrificar y oprimir a los desvalidos, representados en los niños.

**Rpta.: D**

10. Respecto al cuento «Los gallinazos sin plumas», de Julio Ramón Ribeyro, la cancelación de las esperanzas de los personajes se manifiesta

- A) cuando los niños se enferman y no pueden alimentar al cerdo.
- B) en el momento en que don Santos no logra vender a Pascual.
- C) desde que Efraín y Enrique recolectan desperdicios en la calle.

D) mediante la muerte de Pedro, el cual es devorado por el cerdo.

**Solución:**

En este cuento de Ribeyro, la temática del fracaso se expresa mediante la cancelación de las esperanzas de los personajes: el abuelo no consigue su propósito de vender al cerdo, es decir, no obtiene la ganancia económica prevista; mientras que a los nietos les espera un futuro lleno de incertidumbre luego de huir del corralón.

**Rpta.: B**

## *Psicología*

### EJERCICIOS

Lea atentamente el enunciado de cada pregunta y señale la respuesta de acuerdo a lo que corresponda.

1. Uno de los temas angulares en la psicología es la personalidad. En relación a ella, identifique los enunciados correctos.
- I. Al ser estable, ningún aspecto de la personalidad es modificable.
  - II. Un mismo estilo de crianza puede generar dos hijos con igual personalidad.
  - III. Integra la actividad cognitiva, afectiva y conductual de cada ser humano.
- A) Solo I                      B) Solo III                      C) I y II                      D) II y III

**Solución:**

Solo III. La personalidad es un constructo hipotético referido al conjunto de comportamientos que diferencian a unas personas de otras, mostrando la manera característica de cómo se piensa, siente y actúa de manera estable y coherente. Si bien la personalidad tiende a ser estable, existen características que pueden modificarse en el tiempo.

**Rpta.: B**

2. Un diario boliviano refiere: «...Dos congresistas, uno del oficialismo y otro de la oposición, intercambiaron este martes, patadas y puños durante una sesión pública que recibía el informe del ministro de gobierno...». Relacionando la situación anterior con los componentes de la personalidad, identifique el valor de verdad de los siguientes enunciados.
- I. La reacción de los congresistas expresa su temperamento.
  - II. Es evidente que ambos congresistas no tienen carácter.
  - III. El caso citado prueba que el temperamento es incontrolable.
- A) VFF                      B) VVV                      C) VFV                      D) FVF

**Solución:**

VFF. Tanto el temperamento como el carácter son componentes básicos de la personalidad. Mientras el temperamento se refiere a la predisposición heredada para actuar con emotividad, energía y sociabilidad; el carácter refleja la socialización y educación de la persona.

**Rpta.: A**

3. Sigmund Freud es considerado el padre del psicoanálisis e iniciador de la psicoterapia. Identifique el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados, respecto al tema en mención:

- I. Uno de los métodos que utilizaba Freud era la interpretación de los sueños.
- II. El superyó - también llamado superego - está vinculado al principio del placer.
- III. Los mecanismos de defensa son manifestaciones del inconsciente.

- A) VVF                      B) VFV                      C) FFV                      D) FVF

**Solución:**

- I. V Freud empleaba la interpretación de sueños entre otros métodos.
- II. F El superyó está vinculado a los principios éticos y morales, así como a la idealización del yo.
- III. V Los mecanismos de defensa son expresiones del inconsciente.

**Rpta.: B**

4. Marcio siempre les tuvo mucho miedo a las inyecciones. Hoy en día, se ha convertido en un propulsor de los autodenominados *antivacunas*. Se niega a ponerse la vacuna contra la COVID-19, pues aduce que estas no son eficientes; asimismo, asegura que las dosis pueden venir adulteradas e, incluso, señala que no le importa si se contagia, pues *de algo hay que morir*. De acuerdo con la teoría psicoanalítica, el mecanismo de defensa que permite explicar la opinión de Marcio se denomina

- A) racionalización.                      B) represión.  
C) regresión.                              D) negación.

**Solución:**

La racionalización, genera inconscientemente una justificación para ocultar los motivos reales de sus actos. En este caso, Marcio plantea una excusa al haber perdido su turno de vacunación.

**Rpta.: A**

5. De acuerdo con Freud, existen tres niveles de consciencia dentro de los cuales pueden operar los pensamientos, recuerdos y otros materiales psíquicos. Respecto a dicha propuesta, identifique los enunciados correctos.
- I. Ser capaz de percibir el presente y darme cuenta de lo que estoy sintiendo está vinculado a lo consciente.
  - II. El inconsciente es el almacén de material psíquico accesible y de abundante contenido racional.
  - III. Freud señalaba que la actividad del inconsciente no influye en la cotidianeidad de la persona.
- A) I y III                      B) Solo I                      C) Solo II                      D) I, II y III

**Solución**

Solo I. El consciente consta de las experiencias de las cuales la persona se da cuenta, incluyendo los recuerdos, acciones intencionales y todo aquello de lo que se tiene consciencia en un momento dado.

**Rpta.: B**

6. Bartolo tuvo como padres biológicos una pareja de delincuentes, quienes fallecieron en un motín carcelario cuando tenía 3 años; entonces fue adoptado por una pareja muy unida que realizaba mucha labor social. Hoy, Bartolo tiene 22 años, estudió trabajo social y labora en una organización internacional de ayuda a los niños. Podríamos afirmar que el factor predominante en la personalidad de Bartolo, fue
- A) la herencia biológica.                      B) el temperamento.  
C) la determinación situacional.                      D) entorno sociocultural.

**Solución:**

El entorno sociocultural son las normas, valores y costumbres que transmiten la familia, la educación, las relaciones interpersonales e instituciones que rodean al individuo.

**Rpta.: D**

7. Jeremías es un joven de 27 años que desde que terminó la secundaria ha ido desarrollando un comportamiento de desprecio hacia las normas; se muestra insensible, cínico e irrespetuoso con los demás, suele manipular a los demás y se muestra arrogante. La familia está desconcertada porque pusieron mucho cuidado en su educación, esperando que no se parezca al abuelo, quien padecía un trastorno de personalidad antisocial. En este caso, podríamos afirmar que el factor de personalidad que primó fue
- A) la herencia.                      B) la imitación.                      C) la situación.                      D) el entorno.

**Solución:**

La herencia biológica se refiere a la predisposición genética en la determinación de la personalidad.

**Rpta.: A**

- Las tipologías psicológicas exhiben una serie de planteamientos orientados al estudio de la personalidad. Identifique el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones relacionadas con estas teorías.

- I. El concepto de «rasgo» hace referencia a una característica física.
- II. La personalidad flemática se caracteriza por ser osada e irreflexiva.
- III. Las personas extrovertidas son menos reflexivas que las introvertidas.

A) VFV                      B) FFV                      C) FFF                      D) VVF

**Solución:**

FFV. C. G. Jung considera a la personalidad introvertida como aquella orientada al interior, centrada más en las ideas que en los hechos, por lo tanto, altamente reflexiva.

**Rpta.: B**

9. Tres mujeres, víctimas de violencia doméstica por parte de sus parejas, coinciden con el hecho de que ellos siempre eran dominantes con ellas. Con respecto a la teoría de Gordon Allport, los victimarios tendrían en común un rasgo de personalidad denominado

A) central.                      B) cardinal.                      C) secundario.                      D) nuclear.

**Solución:**

De acuerdo a la teoría de G. Allport, los rasgos cardinales son aquellos que tienden a ser dominantes y abarcan la personalidad del sujeto.

**Rpta.: B**

10. E. Kretschmer estudió la personalidad elaborando una tipología de naturaleza constitucional. Identifique el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones con respecto a esta tipología.

- I. Existe más de un fluido corporal que determina un tipo específico de personalidad.
- II. Una persona esquizotímica tiende a ser retraída y tiene el abdomen plano.
- III. La introversión está asociada con el temperamento melancólico.

A) VFV                      B) FVV                      C) FVF                      D) VVF

**Solución:**

FVF. En la tipología de Kretschmer un leptósomo es de contextura delgada y de abdomen plano. Su temperamento esquizotímico se evidencia en retraimiento y suspicacia.

**Rpta.: C**

## Educación Cívica

### EJERCICIOS

1. Juliana es una joven que participará en su primer proceso electoral; por ello está atenta a la información que se emite en los diversos medios de comunicación sobre la organización de las elecciones, en temas como la selección del local de votación, la forma correcta de marcar la cédula, entre otros. Del caso expuesto, ¿cuál es el órgano del sistema electoral que brinda esa información?

- A) El Jurado Nacional de Elecciones
- B) El Registro Nacional de Identificación y Estado Civil
- C) La Oficina Descentralizada de Procesos Electorales
- D) La Oficina Nacional de Procesos Electorales

#### Solución:

La Oficina Nacional de Procesos Electorales (ONPE) es la máxima autoridad responsable de la organización y ejecución de los procesos electorales, de referéndum u otras consultas populares. Asimismo, tiene la función de divulgar, por todos los medios de publicidad que considere necesarios, los fines, procedimientos y formas del acto de la elección y de los procesos a su cargo.

**Rpta.: D**

2. La Oficina Nacional de Procesos Electorales (ONPE) es un organismo constitucional autónomo que forma parte del Sistema Electoral. En relación a lo mencionado, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados relativos a sus funciones.

- I. Prepara y mantiene actualizado el padrón electoral.
- II. Planifica los referéndums y consultas populares.
- III. Mediante sorteo, clasifica a los candidatos en la cédula de sufragio.
- IV. Proclama los resultados finales y a los candidatos electos.

- A) FVFV      B) FVVF      C) VFFF      D) FFVF

#### Solución:

- I. **Falso.** La función de mantener actualizado el padrón electoral es competencia exclusiva del Reniec.
- II. **Verdadero.** Dentro de sus funciones están la organizar todos los procesos electorales, de referéndum y otros tipos de consulta popular a su cargo.
- III. **Verdadero.** Dentro de su función está la de diseñar la cédula de sufragio y la clasificación mediante sorteo a los candidatos.
- IV. **Falso.** La ONPE solo contabiliza los votos, pero no proclama a los candidatos electos.

**Rpta.: B**

3. El día de las elecciones, Luisa dio a luz a su primogénito y, por tal motivo, no pudo cumplir con su deber de ir a sufragar. Para no verse obligada a pagar la multa correspondiente, la ciudadana debe solicitar el trámite de \_\_\_\_\_ y gestionarlo ante \_\_\_\_\_.

- A) dispensa por omisión al sufragio – el JNE
- B) justificación al no sufragio – la ONPE
- C) exoneración de multa – el Reniec
- D) descargo por salud – la ONPE

**Solución:**

La justificación y/o dispensa es otorgada únicamente por el JNE de conformidad con la Ley Orgánica de Elecciones N° 26859, y se realiza únicamente a partir del día siguiente de la elección. Las solicitudes de justificación y dispensa presentadas después del plazo serán declaradas improcedentes.

**Rpta.: A**

4. El próximo 2 de octubre se realizarán las elecciones regionales y municipales, donde los organismos del Sistema Electoral tendrán un papel fundamental. De lo mencionado, relacione cada entidad electoral con su respectiva función.

- I. ONPE a. Capacita a los miembros de mesa y orienta a la ciudadanía de cómo sufragar.
- II. JNE b. Realiza la verificación de la autenticidad de firmas de adherentes para la inscripción de todas las organizaciones políticas.
- III. Reniec c. Proclama los resultados electorales, a los candidatos electos y otorga las credenciales correspondientes.

- A) Ib, IIa, IIIc      B) Ib, IIc, IIIa      C) Ia, IIc, IIIb      D) Ia, IIb, IIIc

**Solución:**

- (Ia) Capacita a los miembros de mesa y orienta a la ciudadanía de como sufragar.
- (IIc) Proclama los resultados electorales, a los candidatos electos y otorga las credenciales correspondientes.
- (IIIb) Realiza la verificación de la autenticidad de firmas de adherentes para la inscripción de toda organización política.

**Rpta.: C**



latinoamericanos. Este plan aplicó medidas asistencialistas y de cooperación técnico financiera en casi todos los países de la región.

**Rpta.: D**

3. Al finalizar la Segunda Guerra Mundial, Alemania fue dividida en dos bloques: el de occidente capitalista y oriente comunista; la crisis económica del bloque \_\_\_\_\_ provocó el fin de la era denominada como \_\_\_\_\_ y la posterior \_\_\_\_\_.

- A) comunista - Reunificación Alemana - Guerra Fría
- B) comunista - Guerra Fría - Reunificación Alemana
- C) socialista - Guerra de los Balcanes - Reunificación Alemana
- D) capitalista - Guerra Fría - Reunificación Alemana

**Solución:**

Al término de la Segunda Guerra Mundial la derrotada Alemania quedó dividida en dos unidades políticas y territoriales, al occidente la República Federal Alemana con una economía capitalista apoyada por los EE.UU., y al oriente la República Democrática Alemana con una economía comunista apoyada por la URSS. Los enormes gastos en la construcción y el mantenimiento del Muro de Berlín, entre otros gastos, llevaron a la crisis económica de la RDA, a lo que se sumaron el fracaso de las reformas en la URSS, provocando el fin de la Guerra Fría y la posterior Reunificación Alemana.

**Rpta.: B**

... en Occidente hoy vemos un mundo libre que ha alcanzado un nivel de prosperidad y bienestar sin precedentes en toda la historia humana. En el mundo comunista vemos fracaso, retraso tecnológico, niveles sanitarios en declive, incluso necesidad del tipo más básico: demasiada poca comida. Incluso hoy, la Unión Soviética no puede alimentarse a sí misma. Después de estas cuatro décadas, entonces, una conclusión inevitable se alza ante el mundo entero: la libertad lleva a la prosperidad. La libertad viene a sustituir los antiguos odios entre las naciones por civismo y paz. La libertad es la vencedora.

Discurso de Ronald Reagan (presidente de los EE.UU.) en la Puerta de Brandemburgo (Berlín Occidental) el 12 de junio de 1987.

Según este texto ¿cuáles serían las causas de la caída de la Unión Soviética?

- 1. La debilidad de sus fuerzas armadas
- 2. El atraso en su desarrollo económico
- 3. Los avances industriales soviéticos
- 4. La ausencia de libertades políticas
- 5. La crisis alimentaria en la URSS

A) 1, 3 y 5

B) 2, 3 y 4

C) 2, 4 y 5

D) 3, 4 y 5

**Solución:**

A lo largo de la década de 1980 se evidenció el fracaso económico y político de la URSS y de los países del bloque comunista. A nivel económico, podemos resaltar el atraso en el desarrollo económico reflejado en un PBI basado en la extracción y exportación de materias primas como el petróleo, un escaso desarrollo tecnológico e industrial, los altos gastos militares de hasta un 50% del PBI, la escasez de productos alimenticios, entre otros aspectos económicos. A nivel político la ausencia de libertades y derechos individuales provocaron el crecimiento de la disidencia y una permanente fuga de capital humano; entre otros factores provocaron la caída del bloque comunista y la posterior desintegración de la URSS.

**Rpta.: C**

5. La *Perestroika* fue el nombre con el que se denominó a las medidas implementadas en el gobierno de Mijaíl Gorbachov para dinamizar la economía de la URSS. Estas medidas fueron la privatización de las empresas estatales, la eliminación de los controles de precios, la flexibilización laboral, la libre fluctuación del tipo de cambio, entre otras, que se caracterizaron por ser

- A) orientaciones de capitalismo de Estado.
- B) reafirmaciones del comunismo.
- C) medidas de orientación neoliberal.
- D) propuestas de tipo neokeynesiano.

**Solución:**

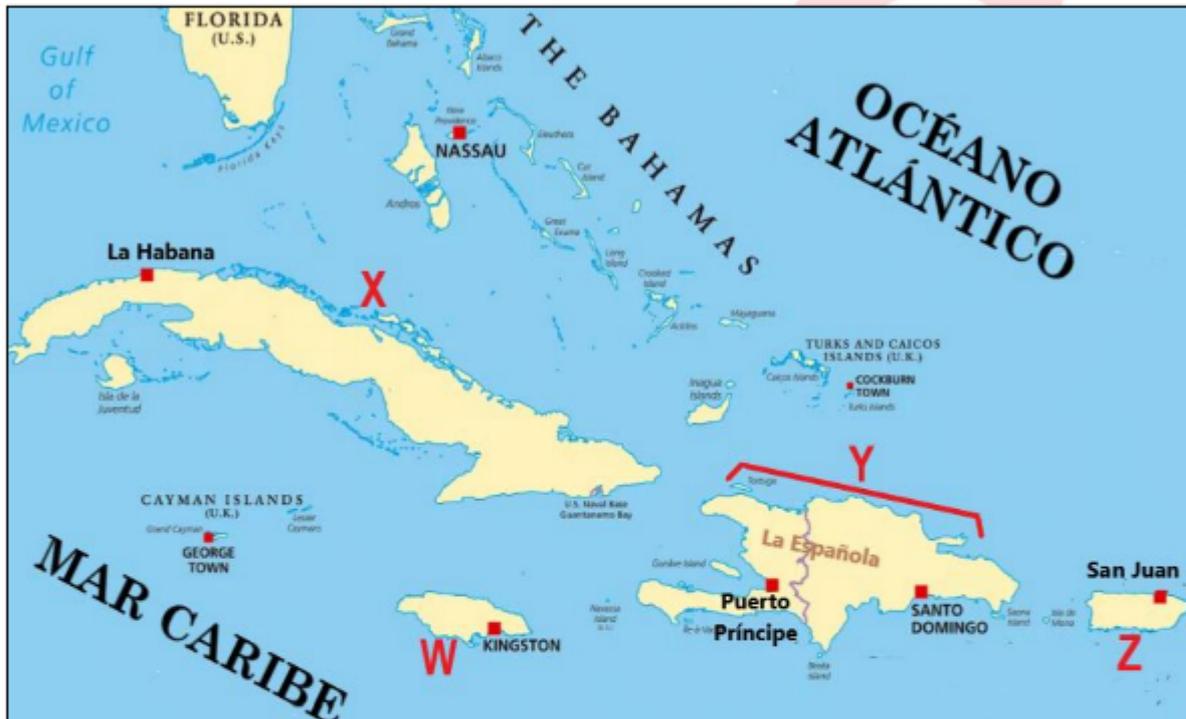
La *Perestroika* fue la reestructuración económica impuesta por el gobierno de Mijaíl Gorbachov (1985-1991) implantando una serie de medidas de orientación neoliberal, estas fueron: la privatización de las empresas estatales, la eliminación de los controles de precios, la flexibilización laboral, la libre fluctuación del tipo de cambio, entre otras.

**Rpta.: C**

# Geografía

## EJERCICIOS

1. Un docente de Geografía manifiesta a sus estudiantes, lo siguiente: en este mapa podemos observar algunos países que forman parte de las Antillas. Después de prestar atención, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.



- I. X representa al país mejor posicionado en IDH de las Antillas Mayores.
- II. W simboliza a la isla de Jamaica y está rodeada de aguas tropicales.
- III. En Y se ubican los dos países con menor IDH del continente.
- IV. Z es uno de los países soberanos de las Antillas Mayores.

A) VVFF      B) VFVF      C) VVVF      D) VFFF

### Solución:

- I. **VERDADERO.** X presenta a Cuba, es la isla más poblada de las Antillas Mayores. Además, tiene Índice de Desarrollo Humano alto (0,783) que es el más alto de las Antillas Mayores (Cuba, Jamaica, Haití, República Dominicana y Puerto Rico)
- II. **VERDADERO.** W representa a la isla de Jamaica y está rodeada por mar tropical.
- III. **FALSO.** Y representa a la isla La Española, donde se ubica Haití, que es considerado como el más pobre de América y tiene el IDH más bajo del continente, y, el sector oriental de la isla corresponde a República Dominicana que tiene Índice de desarrollo Humano alto.
- IV. **FALSO.** Z es Puerto Rico, está considerado como Estado Libre Asociado a EE.UU.

Rpta.: A

2. América es el segundo continente más vasto después de Asia y posee largos ejes orográficos como las Montañas Rocosas en Norteamérica, o los Andes en Sudamérica. Respecto a este último, podemos afirmar que
- su origen es producto de la obducción de placas y se localiza en la parte oriental.
  - en él se encuentra el Aconcagua, el pico más alto de la zona térmica tropical.
  - en todo su recorrido contiene reservas de hidrocarburos y fosfatos.
  - atraviesa parte del territorio de siete países incidiendo en su diversidad climática.

**Solución:**

La cordillera de los Andes se formó por la convergencia de las placas de Nazca y Sudamericana y está localizada en la parte occidental, de norte a sur cerca al Pacífico. Su punto más alto es el Aconcagua, con 6 962 m s. n. m. (Argentina). Esta cordillera atraviesa los territorios de Venezuela, Colombia, Ecuador, Perú, Bolivia, Argentina y Chile. Además, modifica a los elementos del clima generando diversidad climática.

**Rpta.: D**

3. Tomando en cuenta la división de Asia en regiones, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados referente a las características de estas subdivisiones.



- En T y U se encuentran dos países con el IDH muy alto de la región monzónica.
- R es una región donde la actividad productiva es de subsistencia.
- En S se localizan importantes yacimientos de combustibles fósiles.
- T comprende la mayor parte de las islas ubicadas en el océano Pacífico.

- A) FV FV      B) FV FV      C) VF VF      D) FV FF

**Solución:**

FVVF

- I. **FALSO.** T y U representa al sector oriental y meridional de Asia. Los países con Índice de Desarrollo Humano muy alto del continente son respectivamente: Hong Kong (China), Singapur (Asia del sureste), Israel (Asia suroccidental), Japón (Asia oriental), Corea del Sur (Asia oriental); en cambio en Asia meridional predominan países con IDH medio y alto.
- II. **VERDADERO.** R corresponde a la región central, donde la actividad productiva es de subsistencia, también se extrae hierro, carbón y petróleo.
- III. **VERDADERO.** S es Asia suroccidental donde se encuentran países como: Arabia Saudita, Irán, Irak, Emiratos Árabes Unidos, Catar, ... donde hay grandes yacimientos de hidrocarburos.
- IV. **FALSO.** T representa al Asia oriental y está conformado por países como: China, Mongolia, Corea del Norte, Corea del Sur, Japón, este último país es un archipiélago.

**Rpta.: B**

4. Asia en la actualidad está conformada por 49 países muy diferentes entre sí, en cuanto a su organización política, social y económica. Referente a este último aspecto, este continente se caracteriza por
- A) registrar en promedio, países con mayor Índice de Desarrollo Humano.
  - B) desarrollar una agricultura altamente tecnificada en el sector central.
  - C) ser el mayor productor y consumidor de alimentos a nivel global.
  - D) tener mayor grado de industrialización en especial en el sector suroccidental.

**Solución:**

Asia es el continente más extenso y poblado, con una rica diversidad cultural y étnica. Posee el 61 % de la población mundial, por lo tanto, los estados deben garantizar la producción de alimentos, porque también tienen, el mayor consumidor. Rusia es un gran productor de granos, también, China e India.

**Rpta.: C**

# Economía

## EJERCICIOS

1. En 2021 Argentina abonará USD 4160 millones al FMI por el pago de sus obligaciones. Esta decisión se tomó en el marco del proceso de negociación entre la República de Argentina y el FMI. La operación consiste en que el Banco Central argentino comprará DEG, a cambio de una letra intransferible de parte del ministerio de Economía. Además, el diseño de la operación brinda una mayor confianza y certidumbre sobre la cantidad de reservas internacionales de Argentina en el contexto de la pandemia. En ese sentido los DEG tienen la ventaja de
- A) evitar las fluctuaciones en las tenencias de oro y dólares estadounidenses.
  - B) lograr el equilibrio de la balanza de pagos de los países miembros.
  - C) asegurar a los países miembros fondos para sus programas de reforma económica.
  - D) reemplazar al oro como activo de reserva internacional.

### Solución:

Las reservas internacionales de los países miembros normalmente están compuestas de oro y dólares estadounidenses, pero debido a las fluctuaciones que puede tener la extracción de oro y los déficits de presupuestarios de los EE. UU.

**Rpta.: A**

2. En 2015 las autoridades chinas eran conscientes del potencial de avance del consumo, cuyo peso sobre el PIB (40%) era uno de los más bajos del mundo, también tenía un riesgo en el repunte de la inflación. Por tanto, permitieron una apreciación de la moneda, pero parece que hemos llegado a un punto en el que las autoridades económicas ya no están dispuestas a tolerar una mayor apreciación de la moneda. Por su parte, el Euro acumula una depreciación del 14%, si bien su pérdida de valor ha sido más reciente. Los países que han experimentado una mayor depreciación de sus monedas han sido los emergentes. En especial, Brasil y Rusia, cuyas divisas son ahora un 18% más débiles en términos reales. Esta situación es típica para la intervención del Fondo Monetario Internacional, que tiene por uno de sus fines el
- A) expandir los tratados de libre comercio entre grandes bloques regionales.
  - B) implementar regímenes de tipos de cambio fijo.
  - C) evitar las devaluaciones competitivas.
  - D) financiar las reformas del sistema financiero interno.

### Solución:

Los fines del FMI son a) la expansión equilibrada del comercio mundial, b) la estabilidad de los tipos de cambio, c) la evitación de las devaluaciones competitivas y d) la corrección ordenada de los problemas de balanza de pagos.

**Rpta.: C**

3. El Estado peruano tiene dos proyectos que ascienden aproximadamente a US\$ 52,2 millones. El primero, tiene por objetivo el mejoramiento de la calidad de educación superior a cargo del Ministerio de Educación. Y el segundo, la asistencia técnica para el apoyo al programa de gestión de resultados para la inclusión social, a cargo del Ministerio de Economía y Finanzas. El órgano del gobierno peruano responsable de buscar el financiamiento para los referidos proyectos se dirige al Banco Mundial. ¿Qué institución internacional podría ayudar al Estado peruano?
- A) Banco Internacional de Reconstrucción y Fomento  
B) Asociación Internacional de Fomento  
C) Corporación Financiera Internacional  
D) Banco Interamericano de Desarrollo

**Solución:**

Corporación Financiera Internacional es la mayor institución internacional de desarrollo dedicada exclusivamente al sector privado. Ayuda a los países en desarrollo a lograr un crecimiento sostenible, financiando inversiones, movilizándolo capitales en los mercados financieros internacionales y la prestación de servicios de asesoramiento a empresas y gobiernos.

**Rpta.: C**

4. Un Estado Federado es un concepto diferente de Estado Miembro, porque lleva implícita una voluntad de adhesión. Entre las diferencias institucionales, \_\_\_\_\_ es una federación, con un sistema presidencial, mientras que \_\_\_\_\_ en su organización se encuentre se entre una federación y la asociación intergubernamental. Otra diferencia es la administración del presupuesto. En el Estado Federal, el poder central administra el 20% del PIB del país, mientras, el órgano supranacional de los Estados miembros apenas gestiona federalmente el 1%. Finalmente, los Estados Federados se unen mediante una Constitución mientras los Estados Miembros lo hace por tratados.
- A) Estados Unidos de América – Unión Europea  
B) Unión Europea – Estados Unidos de América  
C) Federación de Rusia – Unión Europea  
D) Federación de Rusia – EEUU

**Solución:**

De acuerdo con las etapas que significa todo proceso de integración se puede afirmar que es la Unión Europea el bloque de países que mayores avances ha mostrado en su propósito de unificar sus economías y sociedades.

**Rpta.: A**

5. El Consejo de la Unión Europea ha decidido imponer un cuarto paquete de sanciones económicas e individuales a Rusia, como represalia por su operación especial en Ucrania. Las nuevas medidas aumentan los bloqueos a las transacciones con los sectores industrial, bancario y energético del país; e implanta un embargo a las importaciones y exportaciones de productos de lujo. Adicionalmente a estas medidas, los europeos anunciaron sumarse a una iniciativa para suspender el trato a Rusia como "nación favorecida" en el contexto de la Organización Mundial del Comercio (OMC), lo que implicaría que sus exportaciones tendrán que pagar mayores aranceles. De acuerdo al texto anterior, las acciones de la Unión Europea pueden aplicarse porque existe
- A) una autoridad monetaria supranacional.
  - B) un arancel externo común.
  - C) unión monetaria.
  - D) preferencias arancelarias.

**Solución:**

En el proceso de integración económica inicia con acuerdos de preferencias arancelarias y como paso natural es unificar su política arancelaria y establecer un arancel externo común y finalmente, establecer un mercado común. Como la política comercial del bloque se reglamentó en la Comisión Europea debido a la libre movilidad que existe entre los países miembros.

**Rpta.: B**

6. Telefónica del Perú mantiene varias controversias tributarias con la SUNAT que se dirimen en el Poder Judicial. Recientemente, la empresa logró un triunfo en el Tribunal Constitucional que le redujo parte de los intereses. Sin embargo, diversas fuentes afirmaban que telefónica piensa recurrir a un arbitraje, al CIADI (Centro Internacional de Arreglo de Diferencias Relativas a Inversiones). Si la información anterior fuera cierta el objetivo de la mencionada institución es
- A) brindar asistencia en la modernización del Estado.
  - B) apoyar la expansión de la banca privada.
  - C) garantizar la inversión privada en los países miembros.
  - D) fortalecer el sector privado.

**Solución:**

La Corporación Financiera Internacional (IFC), el Organismo Multilateral de Garantía de Inversiones (MIGA) y el Centro Internacional de Arreglo de Diferencias Relativas a Inversiones (CIADI) centran sus actividades en el fortalecimiento del sector privado de los países en desarrollo. A través de estas instituciones, el Grupo Banco Mundial proporciona financiamiento, asistencia técnica, seguro contra riesgos políticos y solución de diferencias a las empresas privadas, incluidas instituciones financieras.

**Rpta.: D**

7. Respecto a los países que conforman la Eurozona, se puede afirmar que
- I. las reservas del Banco Central Europeo se encuentran exclusivamente en euros.
  - II. el Banco Central Europeo dirige la política monetaria de bajos tipos de interés que tiene dificultades para enfrentar la reciente inflación.
  - III. los Estados Miembros conservan su autonomía en materia de política monetaria.
  - IV. es el máximo nivel de integración económica que han experimentado los países miembros.
- A) solo II                      B) I, II y IV                      C) II y IV                      D) I, III, IV

**Solución:**

- I. Como todos los bancos centrales, sus reservas internacionales están diversificadas en las monedas fuertes del comercio internacional.
- II. El Banco Central Europeo dirige la política monetaria de bajos tipos de interés que tiene dificultades para enfrentar la reciente inflación.
- III. Las medidas adoptadas por el BCE, que es el núcleo del Eurosistema y del mecanismo único de supervisión, giran en torno a la estabilidad de la moneda de 19 países que conforman la Eurozona.
- IV. Dentro de las etapas del proceso de integración, la unión monetaria es el máximo nivel que han experimentado los países.

**Rpta.: C**

8. En su aspecto más básico es un proceso que no encierra ningún misterio. El uso de este término se utiliza comúnmente desde los años ochenta, es decir, desde que los adelantos tecnológicos han facilitado y acelerado las transacciones internacionales comerciales y financieras. Se refiere a la prolongación más allá de las fronteras nacionales de las mismas fuerzas del mercado que durante siglos han operado a todos los niveles de la actividad económica humana: en los mercados rurales, las industrias urbanas o los centros financieros. Los mercados promueven la eficiencia por medio de la competencia y la división del trabajo, es decir, la especialización que permite a las personas y a las economías centrarse en lo que mejor saben hacer.

El texto anterior, corresponde al concepto de

- A) mundialización.                      B) internacionalización.  
C) globalización.                      D) áreas de libre comercio.

**Solución:**

La globalización es un proceso económico, social, cultural, política de los países que surge como resultado de la innovación humana y el progreso tecnológico. Se refiere a la creciente integración de las economías a través del comercio, el desplazamiento de personas, empresas y la transferencia de conocimientos (tecnología) a través de las fronteras internacionales. En este caso el incremento del comercio provoca una dinámica de integración porque es seguido por el aumento de la competencia y la inversión.

**Rpta.: C**

# Filosofía

## LECTURA COMPLEMENTARIA

Por consiguiente, la máxima importancia de la filosofía de Locke se encuentra más allá de la organización contemporánea de Inglaterra, en el pensamiento político de Norteamérica y de Francia que culminó en las grandes revoluciones de fines del siglo XVIII. Aquí alcanzó la plenitud de sus efectos la defensa del derecho de resistencia hecho por Locke en nombre de los derechos inalienables de libertad personal, consentimiento y libre adquisición y disfrute de la propiedad. Como los gérmenes de estas concepciones eran mucho más antiguos que Locke y habían sido un derecho innato de todos los pueblos europeos desde el siglo XVI, es imposible atribuir su existencia en Norteamérica y Francia al solo influjo de Locke, pero todos los que prestaron alguna atención a la filosofía política conocían su pensamiento. Su sinceridad, su profunda convicción moral, su auténtica creencia en la libertad, en los derechos humanos y en la dignidad de la naturaleza humana, unidas a su moderación y buen sentido, hicieron de él el portavoz ideal de la revolución de la clase media. Como fuerza en la propagación de los ideales de reforma liberal pero no violenta, Locke supera probablemente a todos los demás pensadores. Aun sus ideas más discutibles, tales como la separación de poderes y la seguridad de que las decisiones de la mayoría sean sensatas, perduran como parte del credo democrático.

Goerge H. Sabine (1994). Historia de la teoría política. México DF: Fondo de Cultura Económica.

1. Respecto al pensamiento de Locke, se puede afirmar que
- A) la propiedad privada es un derecho inalienable desde la aparición del hombre.
  - B) sus planteamientos propugnaban la revolución, la que se concretó en Francia.
  - C) encontró su máxima expresión en las revoluciones burguesas del siglo XVIII.
  - D) el liberalismo que asumió defendió los derechos del pueblo oprimido.

**Solución:**

El pensamiento de Locke, si bien contenía ideas que ya tenían cierta popularidad en su tiempo, es con él que alcanza mayor difusión y alcance teórico. Su influencia se manifiesta en las revoluciones norteamericana y francesa del siglo XVIII.

**Rpta.: C**

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Nashira, estudiante del CEPREUNMSM, luego de su clase de Filosofía reflexiona acerca de que los más sabios sean los que gobiernen la sociedad. Ella considera que eso no funcionaría, porque los hombres, aunque sean los más sabios, terminan por corromperse; lo mejor es, considera, que el pueblo elabore leyes que todos tengamos la obligación de acatar.

La conclusión de Nashira coincide con

- A) las ideas del Platón de la vejez en su obra *La República*.
- B) la dispersión del poder político propuesta por Hobbes.
- C) las ideas de Rousseau sobre el Estado republicano.
- D) la tesis de la democracia ética de Aristóteles.

**Solución:**

Según Rousseau, el pueblo debe elaborar leyes y esa es la base del Estado republicano.

**Rpta.: C**

2. En un debate entre dos jóvenes políticos, uno de ellos señala que la pobreza siempre existirá, ya que, de manera natural, algunos han nacido para dominar y otros para ser dominados; el otro, sostiene la idea de que todos los hombres nacen para ser libres y son las condiciones socioeconómicas las que limitan el ejercicio de esa libertad.

Las posturas expuestas se relacionan con

- A) la división de la sociedad defendida por Platón.
- B) las ideas de Hobbes y Locke acerca del Estado.
- C) la controversia de los derechos humanos expuesta por Locke.
- D) las ideas de Aristóteles y Rousseau acerca de la esclavitud.

**Solución:**

La postura presentada se puede asociar a la idea de Aristóteles acerca de que algunos nacieron para dominar y otros para ser dominados, y a la de Rousseau quien señala que el hombre es libre por naturaleza.

**Rpta.: D**

3. Sofía es una joven que está dispuesta a inscribirse en un partido político. Por ello, indaga acerca de los planteamientos del partido de su interés y se da cuenta que realmente no coincide con sus ideales. Ella cree fervientemente que el ser humano vive en sociedad para alcanzar una vida buena y no necesariamente para salvaguardar la vida, la libertad y la propiedad privada.

Se deduce que las ideas de Sofía coinciden con

- A) lo que plantea Platón acerca de la sociedad dividida en clases.
- B) el ideal de virtud social defendido por el norteamericano Rawls.
- C) los fines del contrato social sustentado por el filósofo Locke.
- D) la idea del hombre como ser social formulada por Aristóteles.

**Solución:**

Aristóteles señala que el hombre es un ser social. Además, sostiene que el ser humano vive en sociedad para alcanzar una vida buena o superior para todos sus miembros.

**Rpta.: D**

4. En un conflicto minero, los representantes de la empresa, de las comunidades y del Estado entablan una mesa de diálogo. Asesorados por un filósofo llevan a cabo el ejercicio del velo de la ignorancia de Rawls. Por ello, el resultado esperado sería que

- A) todos ignoren el pasado y comiencen a negociar de nuevo.
- B) dejen de lado sus posturas parciales y busquen una solución justa.
- C) acuerden el reparto inequitativo de las ganancias.
- D) logren vivir armoniosamente manteniendo sus diferencias.

**Solución:**

El escenario hipotético y artificial que plantea Rawls con el velo de la ignorancia requiere que dejemos de lado posturas parciales para buscar soluciones justas para el conjunto.

**Rpta.: B**

5. Un reconocido científico social sostiene que las sociedades altamente desarrolladas requieren un mayor control estatal sobre la vida de sus ciudadanos para así reducir los altos índices de criminalidad.

Al respecto, la postura que se contrapone a lo señalado es la

- A) enarbolada por Rawls sobre la sociedad justa.
- B) propuesta de Locke acerca de la libertad individual.
- C) tesis de Rousseau sobre la libertad natural.
- D) teoría del contrato social y el origen del Estado.

**Solución:**

La opinión del científico social se contrapone a lo planteado por Locke, quien señala que los seres humanos nos organizamos en sociedad para salvaguardar derechos naturales que son los siguientes: la vida, la libertad y la propiedad privada. Como consecuencia, el Estado no debe entrometerse en la vida de los ciudadanos.

**Rpta.: B**

6. Elizabeth se encuentra decepcionada de la democracia. Ella considera que solo un gobierno fuerte y centralizado puede sacar al país adelante. Los ciudadanos, señala, tienden al desorden y al caos y que, por ello, requieren de un Estado al que teman y que los lleve al orden reprimiendo su naturaleza. Se deduce que la opinión de Elizabeth coincide con

- A) la idea de Hobbes de que «el hombre es lobo del propio hombre».
- B) lo postulado por Platón sobre la sociedad ideal.
- C) el papel activo del ciudadano que reclama Maquiavelo.
- D) la necesidad de vivir en sociedad postulada por Aristóteles.

**Solución:**

Hobbes postuló la necesidad de un gobierno centralizado y fuerte que imponga el orden sobre los ciudadanos, quienes de manera son egoístas y tienden al desorden.

**Rpta.: A**

7. Benito es un ferviente demócrata. En su afán de hacer más sólida su postura ha investigado acerca de las diferentes tesis sobre la democracia y la república que se han propuesto a través del tiempo. Él está convencido de que el correcto funcionamiento de la república requiere de leyes que eviten la tiranía, instituciones en las que participen los distintos sectores sociales y ciudadanos que tengan una activa participación en los asuntos públicos.

Se infiere que el enfoque de Benito guarda similitud con

- A) la propuesta republicana de Rousseau.
- B) lo postulado por Platón en *Las Leyes*.
- C) el Estado propuesto por Hobbes.
- D) las ideas políticas de Maquiavelo.

**Solución:**

Maquiavelo, en sus Discursos, considera que la mejor forma de gobierno es la república sustentada en los tres pilares descritos en el enunciado.

**Rpta.: D**

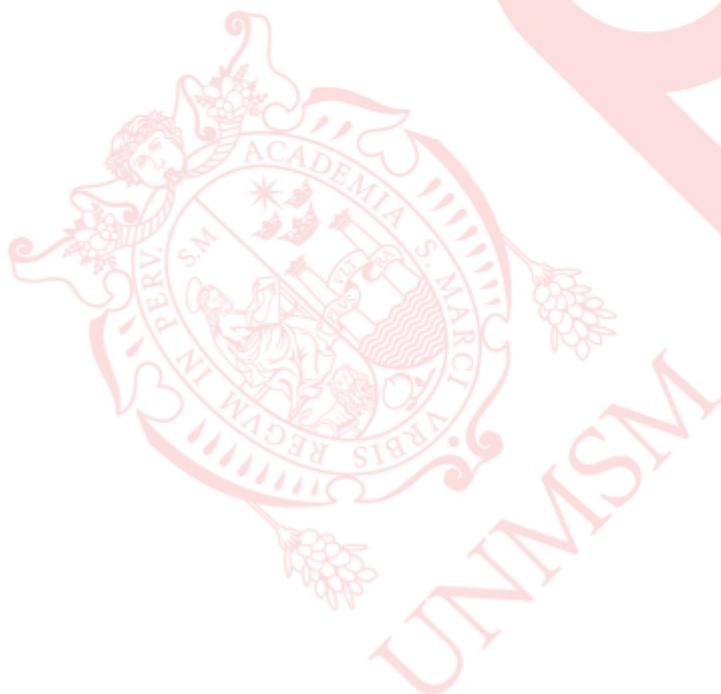
8. En una clase de Filosofía, el profesor destaca la importancia de la política en la vida de un ciudadano. En ese sentido, indica que a su parecer la participación ciudadana, el bienestar material y la educación cívica son muy importantes para el desarrollo pleno del ser humano en la sociedad.

Lo anterior guarda relación con

- A) la concepción del contrato social de Hobbes.
- B) lo planteado por Aristóteles acerca del ser social.
- C) las ideas de Rousseau acerca de la política.
- D) el liberalismo político propuesto por Locke.

**Solución:**

Para Rousseau, la política no se debe restringir a procurar la seguridad y el orden, sino que también debe incidir en la participación ciudadana, el bienestar material y la educación cívica que son de suma importancia para que los seres humanos alcancen su plenitud.

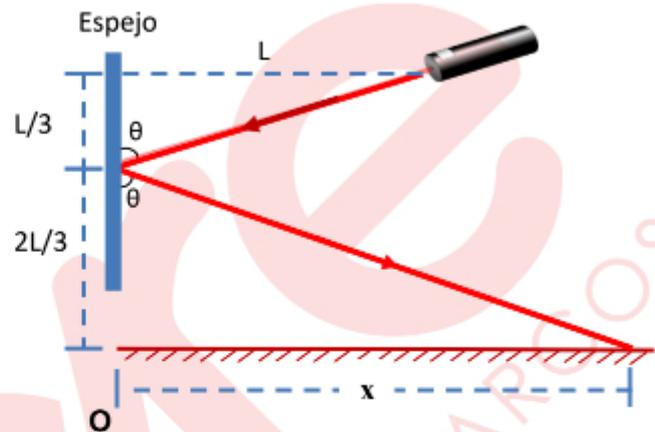
**Rpta.: C**

# Física

## EJERCICIOS

1. Un rayo láser incide sobre un espejo plano vertical, como muestra la figura. ¿A qué distancia del punto O se reflejará el rayo por segunda vez? Considere  $L = 0,5$  m.

- A) 1 m                      B) 0,5 m  
B) 0,5 m                      D) 1 m



### Solución:

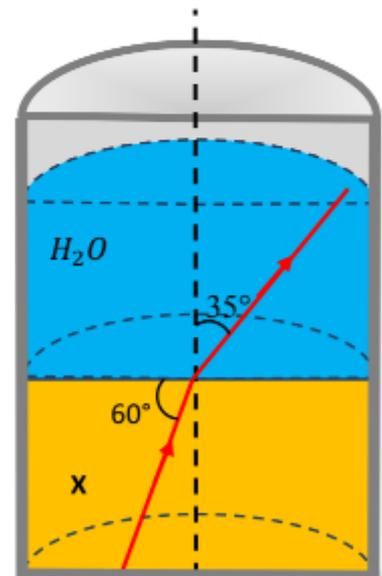
Por semejanza de triángulos:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{L}{L/3} = \frac{X}{2L/3} \quad \rightarrow \quad X = 2L = 2(0,5) = 1 \text{ m}$$

Rpta.: D

2. Se realiza un experimento para determinar el índice de refracción de un material sólido y transparente (X), haciendo incidir un haz de luz monocromático, como indica la figura, ¿Cuál es el índice de refracción de dicho material? ( $n_{\text{agua}}=1,33$ ;  $\operatorname{sen}35^\circ=0,57$ )

- A) 1,71                      B) 1,52  
B) 1,43                      D) 1,64



### Solución:

Aplicando la ley de la refracción

$$n_x \operatorname{sen}30^\circ = n_{\text{agua}} \operatorname{sen}35^\circ$$

$$n_x \left(\frac{1}{2}\right) = 1,33(0,57) \quad \rightarrow \quad n_x = 1,52$$

Rpta.: B

3. En relación a las características de los espejos esféricos, indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. Los espejos cóncavos siempre producen imágenes reales.
- II. Los espejos convexos siempre producen imágenes virtuales
- III. Cuando un objeto se ubica en el centro de la curvatura de un espejo cóncavo el aumento  $A = 1$ .

A) VVF                      B) FFV                      C) FVF                      D) FFF

**Solución:**

I. Falso

Los espejos cóncavos pueden producir imágenes reales y virtuales.

II. Verdadero

Las imágenes en los espejos convexos son virtuales y de menor tamaño a los objetos.

III. Falso

El aumento lineal es  $-1$ , en efecto:

$$\frac{1}{s_0} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{R} + \frac{1}{s_i} = \frac{2}{R} \quad \rightarrow \quad s_i = R$$

$$\therefore A = -\frac{s_i}{s_0} = -\frac{R}{R} \rightarrow A = -1$$

Rpta.: C

4. Un objeto se encuentra a 20 cm del vértice de un espejo cóncavo. Si el tamaño de la imagen es la cuarta parte del tamaño del objeto, determine la distancia focal.

A) 2 cm                      B) 3 cm                      C) 4 cm                      D) 6 cm

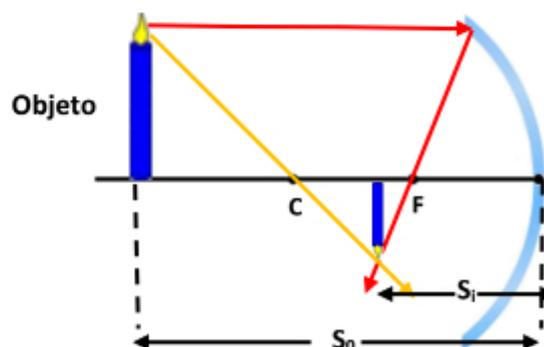
**Solución:**

De la ecuación del aumento lineal en función de las alturas del objeto e imagen:

$$A = -\frac{h_i}{h_0} = -\frac{h}{4h} = -\frac{1}{4}$$

Y de la misma ecuación en función de las distancias objeto e imagen:

$$A = -\frac{s_i}{s_0} = -\frac{1}{4} \quad \rightarrow \quad -\frac{s_i}{20} = -\frac{1}{4} \quad \rightarrow \quad s_i = 5 \text{ cm}$$

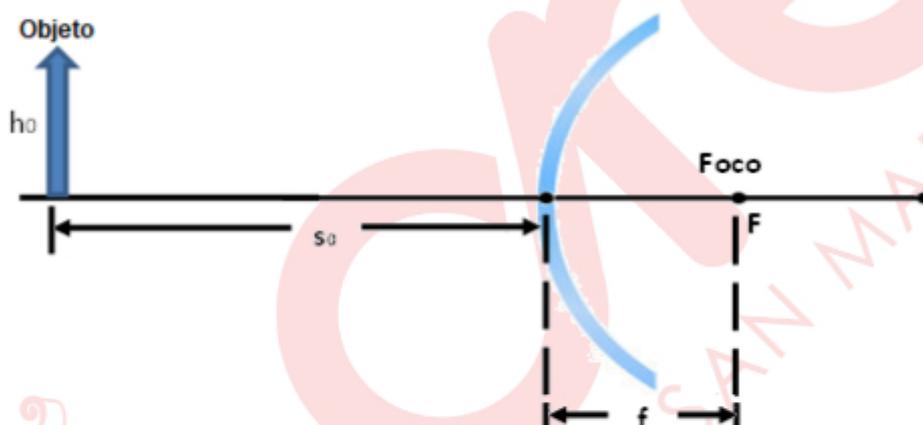


De la ecuación de los espejos esféricos:

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{20} + \frac{1}{5} = \frac{1}{f} \quad \rightarrow \quad f = \frac{20(5)}{20+5} = 4 \text{ cm}$$

Rpta.: C

5. Los espejos convexos son usados frecuentemente para la seguridad en las tiendas comerciales. Considerando que un objeto de  $h_o = 1,70 \text{ m}$  está ubicado a  $S_o = 3,3 \text{ m}$  del vértice de un espejo esférico convexo cuya distancia focal es  $30 \text{ cm}$ , como muestra la figura; determine el aumento y la orientación de la imagen.



- A) +0,2 ; derecha  
 B) -0,1 ; invertida  
 C) -0,2 ; invertida  
 D) +0,1 ; derecha

**Solución:**

De la ecuación de Descartes, determinamos la distancia imagen:

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{3,3} + \frac{1}{s_i} = -\frac{1}{0,3} \quad \rightarrow \quad s_i = -0,3 \text{ m}$$

Por el aumento es:

$$A = -\frac{s_i}{s_o} = -\frac{(-0,33)}{3,3} = +0,1$$

Como  $A > 0$ , entonces la imagen es derecha y de menor tamaño.

Rpta.: D

6. Un objeto de 3 cm de altura se coloca a 180 cm del vértice de un espejo esférico convexo de distancia focal 45 cm. ¿Cuáles son las características de la imagen?

- A) Virtual, derecha y de mayor tamaño  
 B) Real, derecha y de menor tamaño  
 C) Virtual, invertida y de mayor tamaño  
 D) Virtual, derecha y de menor tamaño

**Solución:**

$$\frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i} = \frac{1}{f} \rightarrow \frac{1}{180} + \frac{1}{S_i} = -\frac{1}{45} \rightarrow S_i = -36 \text{ cm (Imagen virtual)}$$

$$A = -\frac{S_i}{S_o} = -\frac{(-36)}{180} = \frac{1}{5} \text{ (Imagen derecha)}$$

$$A = \frac{h_i}{h_o} = \frac{h_i}{3} = \frac{1}{5} \therefore h_i = \frac{3}{5} \text{ cm (menor tamaño)}$$

**Rpta.: D**

7. Se utiliza una lente convergente de distancia focal 2 cm para formar una imagen virtual derecha y de doble tamaño que el objeto. ¿A qué distancia de la lente debe colocarse el objeto?

- A) 0,5 cm      B) 0,8 cm      C) 1 cm      D) 4 cm

**Solución:**

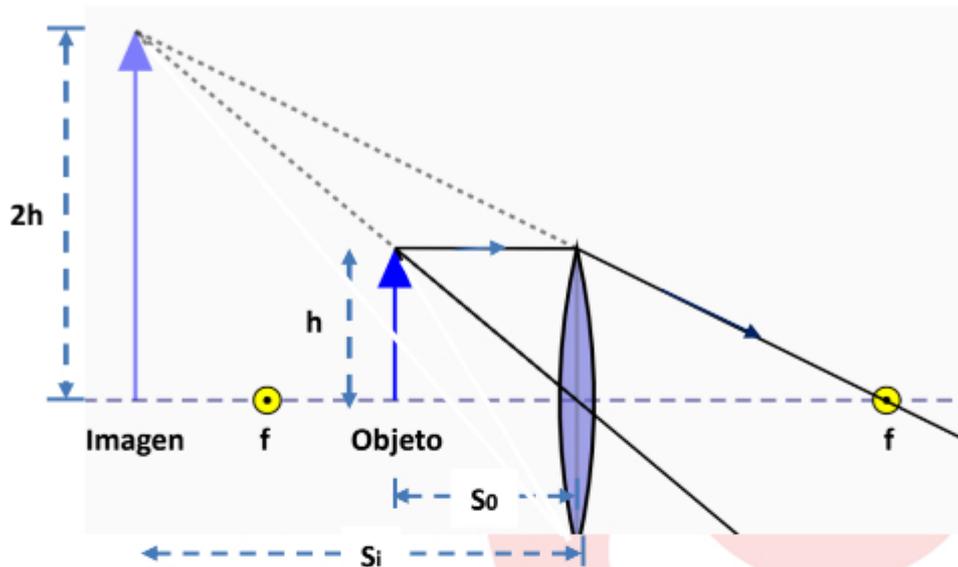
Nos piden la distancia objeto  $S_o = ?$

$$A = \frac{h_i}{h_o} = \frac{2h}{h} = +2$$

$$A = 2 = -\frac{S_i}{S_o} \rightarrow S_i = -2S_o \dots (1)$$

De la relación:

$$\frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i} = \frac{1}{f} \rightarrow \frac{1}{S_o} + \frac{1}{(-2S_o)} = \frac{1}{2} \rightarrow S_o = 1 \text{ cm}$$



Rpta.: C

8. Un objeto de 1 cm de altura se ubica a 15 cm de una lente divergente. Si la distancia focal es 10 cm, determine la altura de la imagen.
- A) 0,2 cm                      B) 0,3 cm                      C) 0,4 cm                      D) 0,5 cm

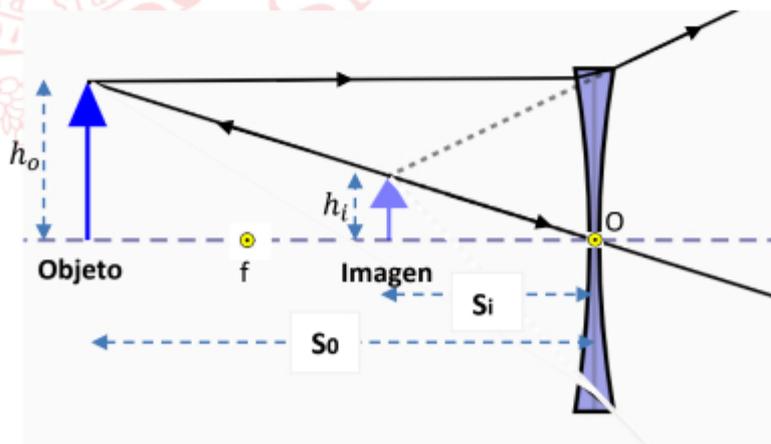
**Solución:**

Nos piden la altura de la imagen  $h_i = ?$ , entonces de la relación:

$$\frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i} = \frac{1}{f} \rightarrow \frac{1}{15} + \frac{1}{S_i} = \frac{1}{-10} \rightarrow S_i = -6 \text{ cm}$$

De la ecuación del aumento lineal:

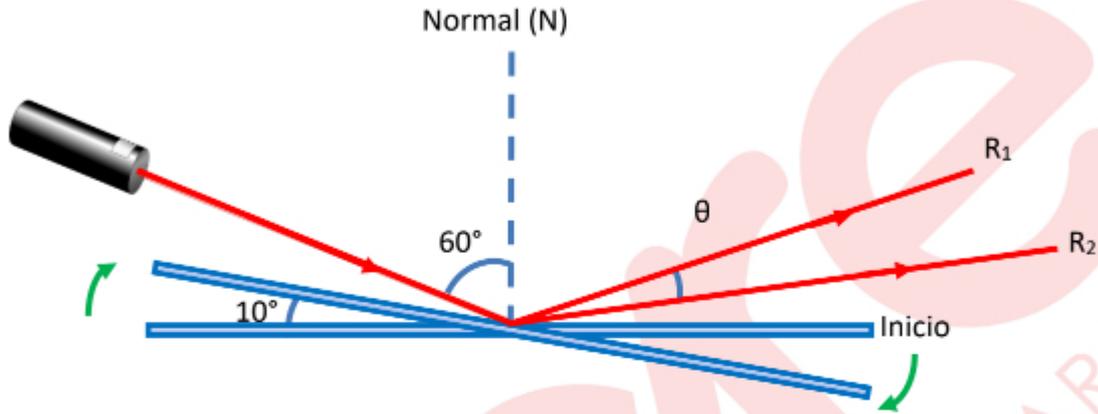
$$A = \frac{h_i}{h_o} = -\frac{S_i}{S_o} \rightarrow \frac{h_i}{1} = -\frac{(-6)}{15} \rightarrow h_i = 0,4 \text{ cm}$$



Rpta.: C

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

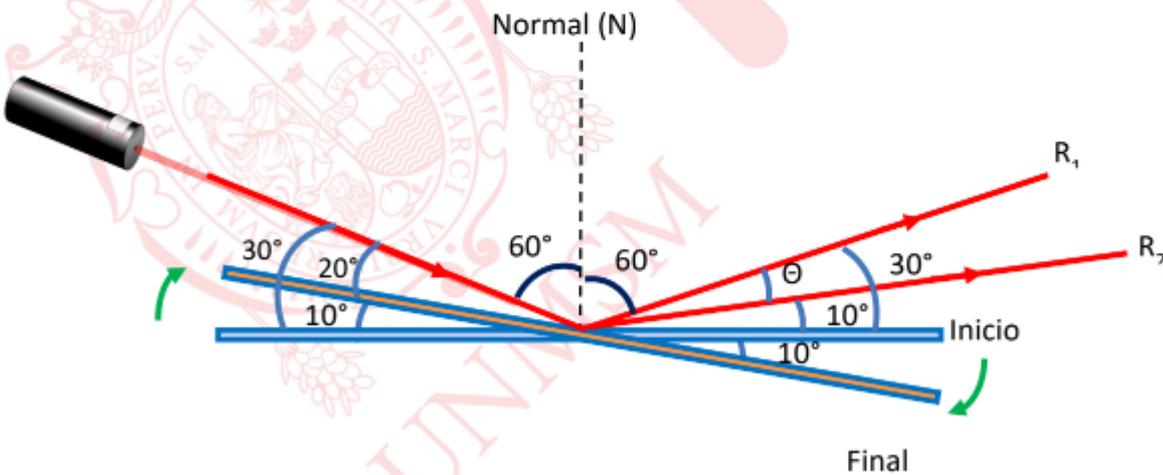
1. La figura muestra un rayo láser que incide sobre un espejo horizontal con un ángulo de  $60^\circ$  respecto a la normal (N). Si el espejo gira  $10^\circ$ , determine el ángulo formado por los rayos reflejados antes y después del giro. (R1: rayo reflejado antes del giro, R2: rayo reflejado después del giro).



- A)  $10^\circ$                       B)  $20^\circ$                       C)  $30^\circ$                       D)  $40^\circ$

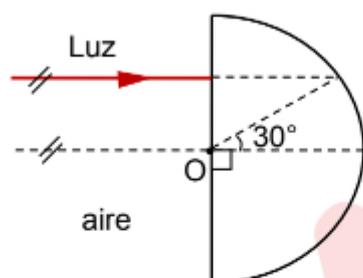
**Solución:**

Utilizando la ley de la reflexión y la propiedad de ángulos opuestos por el vértice, se obtiene que  $\theta = 30^\circ - 10^\circ = 20^\circ$



**Rpta.: B**

2. Un rayo de luz incide en la cara plana de un cristal semiesférico, tal como se muestra en la figura. Si la luz en el cristal se mueve con rapidez  $5c/8$ , donde  $c$  la rapidez de la luz en el vacío, determine la medida del ángulo de desviación que experimenta el rayo de luz al salir del cristal.

A)  $53^\circ$ B)  $37^\circ$ C)  $23^\circ$ D)  $33^\circ$ **Solución:**

El índice de refracción del cristal es:

$$n_{\text{cristal}} = \frac{c}{v} = \frac{c}{5c/8} = \frac{8}{5}$$

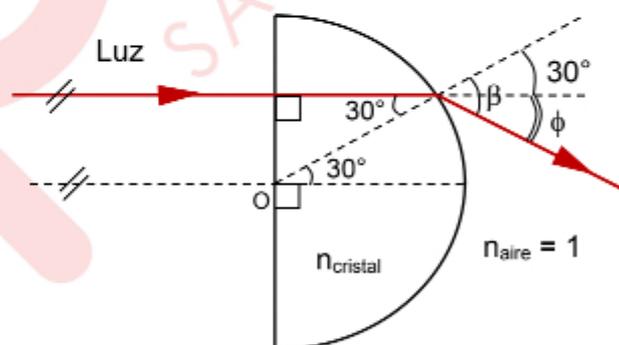
Por ley de la refracción:

$$n_{\text{cristal}} \text{ Sen} 30^\circ = n_{\text{aire}} \text{ Sen} \beta$$

$$\left(\frac{8}{5}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = (1)\text{Sen} \beta \Rightarrow \text{Sen} \beta = \frac{4}{5} \Rightarrow \beta = 53^\circ$$

El ángulo de desviación  $\phi$  es:

$$\phi = \beta - 30^\circ = 53^\circ - 30^\circ = 23^\circ$$

**Rpta.: C**

3. Un objeto de 8,0 cm de alto se coloca frente a un espejo cóncavo a una distancia de 25 cm. Determine la distancia y altura de la imagen si la distancia focal es de 10 cm.
- A) 16,67 cm y 5,33 cm  
 B) 5,33 cm y 16,67 cm  
 C) 15,67 cm y 16,67 cm  
 D) 12 cm y 24 cm

**Solución:**

La distancia imagen es:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i} \rightarrow \frac{1}{10 \text{ cm}} = \frac{1}{25 \text{ cm}} + \frac{1}{S_i} \rightarrow S_i = \frac{50}{3} \text{ cm} \approx 16.67 \text{ cm}$$

Luego:

$$A = \frac{h_i}{h_o} = -\frac{S_i}{S_o} \rightarrow h_i = -h_o \frac{S_i}{S_o} \rightarrow h_i = -8.0 \text{ cm} \left( \frac{\frac{50}{3} \text{ cm}}{25 \text{ cm}} \right)$$

$$\therefore h_i = \frac{16}{3} \text{ cm} \approx 5.33 \text{ cm}$$

Rpta.: A

4. Un objeto de 12 cm de altura se coloca a 60 cm de un espejo convexo. si la longitud del radio de curvatura es 120 cm, calcule el tamaño de la imagen.
- A) 2 cm  
 B) 6 cm  
 C) 8 cm  
 D) 10 cm

**Solución:**

Dato:  $h_o = 12 \text{ cm}$  ;  $\sigma = 60 \text{ cm}$  ; Espejo convexo  $R=120 \text{ cm} \Rightarrow f = -\frac{R}{2} = -60 \text{ cm}$

Piden tamaño de la imagen  $h_i = ?$

De la ecuación del aumento lineal

$$|A| = \frac{|-i|}{\sigma} = \frac{h_i}{h_o} \Rightarrow h_i = h_o \left( \frac{|-i|}{\sigma} \right) = 12 \left( \frac{|-i|}{60} \right) \dots \dots (1)$$

de la ecuación de focos conjugados

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o} \Rightarrow \frac{1}{-60} = \frac{1}{i} + \frac{1}{60} \Rightarrow \frac{1}{-60} - \frac{1}{60} = \frac{1}{i} \Rightarrow \frac{1}{i} = -\frac{2}{60} \Rightarrow i = -30 \text{ cm}$$

Remplazando en (1)

$$h_i = 12 \left( \frac{|-30|}{60} \right); \Rightarrow h_i = 6 \text{ cm}$$

**Rpta.: B**

5. Un oftalmómetro es un dispositivo que se utiliza para medir la curvatura de la córnea, en particular para la adaptación de los lentes de contacto. La luz es reflejada por la córnea, que actúa como un espejo convexo, y el oftalmómetro mide la ampliación de la imagen. Cuando menor sea el aumento, menor será el radio de la curvatura de la córnea. Si una fuente luz está a 12 cm de la córnea y el aumento de la imagen es 0,03, ¿cuál es el radio de curvatura de la córnea?

- A) 0,37 cm      B) 0,74 cm      C) 0,17 cm      D) 0,36 cm

**Solución:**

Nos piden determinar el radio de la curvatura (R); de la ecuación del aumento lineal obtenemos que:

$$A = -\frac{S_i}{S_o} \rightarrow S_i = -S_o A = -(12)(0,03) = -0,36 \text{ cm}$$

De la ecuación de Gauss:

$$\frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i} = \frac{1}{f} \rightarrow \frac{1}{12} + \frac{1}{-0,36} = \frac{1}{f} \rightarrow f = -0,37 \text{ cm}$$

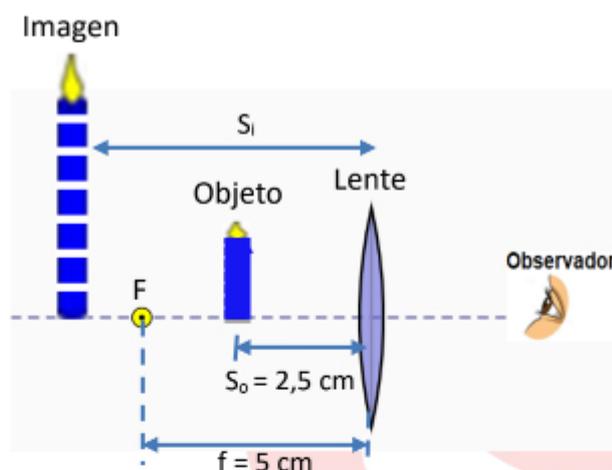
El radio de curvatura será:

$$R = 2|f| = 0,74 \text{ cm}$$

**Rpta.: B**

6. La figura muestra la imagen ampliada de una vela visto por un observador a través de un lente convergente. Determine la distancia entre el objeto y la imagen formada.

- A) 2,5 cm  
 B) B) 3 cm  
 C) 5 cm  
 D) D) 7,5 cm



**Solución:**

Nos piden:  $d = S_i - S_o$

De la relación:

$$\frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i} = \frac{1}{f} \rightarrow \frac{1}{2,5} - \frac{1}{S_i} = \frac{1}{5} \rightarrow S_i = 5 \text{ cm}$$

Por tanto:

$$d = 5 - 2,5 = 2,5 \text{ cm}$$

**Rpta.: A**

7. Las lentes son sustancias transparentes que enfocan o dispersan la luz por medio de la refracción. En ese contexto, se cuenta con una lente negativa de distancia focal 60 cm en cuyo frente se coloca a 30 cm de él un cierto objeto de 12 cm de altura. Indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. La lente en cuestión es cóncava o divergente.  
 II. La imagen virtual se forma a 20 cm de la lente  
 III. La altura de la imagen es 8 cm.

- A) VVV                      B) VFV                      C) FVV                      D) FVF

**Solución:**

I. Verdadera

Una lente negativa es una lente cóncava o convexa, llamada así por tener distancia focal negativa.

II. Verdadera

De la ecuación:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} \quad \longrightarrow \quad \frac{1}{-60} = \frac{1}{30} + \frac{1}{s_i} \quad \longrightarrow \quad s_i = -20 \text{ cm}$$

Al ser la distancia imagen negativa indica que la imagen se forma en la zona virtual.

III. Verdadera

El aumento lineal es:

$$A = -\frac{s_i}{s_o} = -\frac{(-20)}{30} = \frac{2}{3}$$

Y la altura de la imagen es:

$$h_i = |A|h_o = \frac{2}{3} \times 12 = 8 \text{ cm}$$

**Rpta.: A**

# Química

## EJERCICIOS

1. El Perú es un país de antigua tradición minera, ya que la cordillera de los Andes que se encuentra a lo largo de todo el país, constituye nuestra principal fuente de recursos minerales, estos minerales pueden ser identificados por sus propiedades. Con respecto a las propiedades de los minerales, seleccione la alternativa **INCORRECTA**.
- A) Son sólidos cuyas partículas tienen un ordenamiento de largo alcance.  
B) Se encuentran en forma de elementos o de compuestos en la naturaleza.  
C) Son considerados como recursos no renovables.  
D) Son de origen inorgánico y orgánico.

### Solución:

Los minerales son sólidos cristalinos naturales que poseen una estructura cristalina, son de origen inorgánico.

- A) **CORRECTO**. Los minerales son sólidos cristalinos cuyos átomos o especies poseen un ordenamiento de largo alcance.  
B) **CORRECTO**. Los minerales son sustancias químicas, pueden ser elementales como el oro, la plata nativa o también pueden ser compuestos como la hematita ( $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ), la galena ( $\text{PbS}$ ), etc.  
C) **CORRECTO**. Son recursos no renovables ya que el tiempo de formación de estos es muy grande.  
D) **INCORRECTO**. Según definición los minerales son sólidos inorgánicos de origen natural.

**Rpta.: D**

2. La minera Millpo Andina Perú S.A.C. actualmente llamada NEXA RESOURCES PERÚ S.A.A. explota yacimientos en Cerro de Pasco mediante socavón, a partir de los cuales se extraen diversos minerales entre los cuales destacan calcopirita, blenda, galena y cuarzo. Con respecto al párrafo, seleccione el valor de verdad (V o F) de las proposiciones.
- I. El yacimiento tiene el mineral en forma diseminada.  
II. Los minerales encontrados se clasifican como no metálicos.  
III. los metales que se extraen de los minerales son el cobre, el zinc y el plomo.
- A) FVV                      B) FFV                      C) FVF                      D) VFV

**Solución:**

- I. **FALSO.** La explotación de estos yacimientos es por socavón, ya que los minerales se encuentran en forma de vetas.
- II. **FALSO.** Los minerales encontrados se clasifican como metálicos y no metálicos, ya que de la blenda se extrae el zinc, de la galena se extrae el plomo, de la calcopirita se extrae el cobre y el cuarzo sirve como materia prima para la fabricación de vidrio, el cual se clasifica como mineral no metálico.
- III. **VERDADERO.** De los minerales metálicos se extraen metales, por ejemplo, de la calcopirita se extrae el cobre, de la blenda se extrae el zinc y de la galena se extrae el plomo.

**Rpta.: B**

3. El Perú es el segundo mayor productor de zinc en el mundo, encontramos yacimientos de sus minerales en Ancash, Junín y Cerro de Pasco. Este es un metal blanco azulado y es usado principalmente para galvanizar el hierro, así como en la producción de latón y de baterías. Con respecto a la metalurgia del zinc en el Perú, seleccione la secuencia correcta de verdad (V o F).

- I. Se extrae principalmente a partir del mineral blenda (ZnS).
- II. En la tostación de la blenda se produce el óxido de zinc y el dióxido de azufre SO<sub>2</sub>
- III. El zinc producido por electrolisis posee 99,99% de pureza.

- A) FVV                      B) FFV                      C) VVV                      D) VFV

**Solución:**

- I. **VERDADERO.** El mineral principal del cual se extrae el zinc en nuestro país es la blenda o esfalerita (ZnS), aunque también podemos encontrar la smithsonita ZnCO<sub>3</sub>.
- II. **VERDADERO.** El proceso de tostación de la blenda:



Producto de esta reacción se genera el óxido de zinc y como producto secundario se genera el dióxido de azufre que después se transforma en ácido sulfúrico.

- III. **VERDADERO.** El proceso electrolítico de producción de zinc genera el metal con un alto porcentaje de pureza 99,99%.

**Rpta.: C**

4. Una mena de 1000 t que contiene hematita (Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) con 36% de ganga, reacciona con CO produciendo hierro metálico fundido y dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>). Determine la masa, en kilogramos, de Fe producido, considere un porcentaje de rendimiento de 75%

$$\overline{M}\left(\frac{g}{mol}\right): \text{Fe}_2\text{O}_3 = 160; \text{Fe} = 56$$

- A) 3,36x10<sup>5</sup>                      B) 4,48 x10<sup>5</sup>                      C) 3,36 x10<sup>4</sup>                      D) 2,24 x10<sup>5</sup>

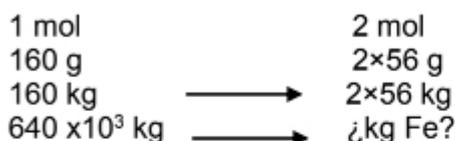
**Solución:**

$$1 \text{ t} = 10^3 \text{ kg}$$

Mena = mineral valioso + ganga

$$100\% = X + 36\% \quad X = 64\%$$

$$\text{Cantidad de Fe}_2\text{O}_3 = 1000 \text{ t} \times 0,64 = 640 \text{ t} = 640 \times 10^3 \text{ kg}$$



$$\text{Fe} = \frac{640 \times 10^3 \text{ kg} \times 2 \times 56 \text{ kg}}{160 \text{ kg}} = 448 \times 10^3 \text{ kg Fe}$$

Si el rendimiento es de 75%, la cantidad de Fe será:

$$448 \times 10^3 \text{ kg} \times 0,75 = 3,36 \times 10^5 \text{ kg Fe}$$

**Rpta.: A**

5. En el proceso metalúrgico de extracción del zinc a partir de la blenda, primero se realiza una tostación seguida de un proceso de lixiviación, la que se muestra en la siguiente ecuación:



Si en un proceso de tostación se obtuvieron 202,5 toneladas de ZnO y luego de la lixiviación se generaron 322 toneladas de sulfato de zinc ( $\text{ZnSO}_4$ ), determine el porcentaje de rendimiento del proceso.

$$\overline{M} \left( \frac{g}{mol} \right): \text{ZnO} = 81; \text{ZnSO}_4 = 161$$

A) 60

B) 65

C) 70

D) 80

**Solución:**

202,5 t

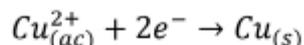
m real

$$m_{real} = \frac{202,5 \text{ t ZnO} \times 161 \text{ t ZnSO}_4}{81 \text{ t ZnO}} = 402,5 \text{ t ZnSO}_4$$

$$\% R = \frac{322 \text{ t}}{402,5 \text{ t}} \times 100 = 80 \%$$

**Rpta.: D**

5. En una etapa de la metalurgia del cobre se obtiene este metal con una pureza entre el 70 – 75%, razón por la cual es necesario realizar una refinación electrolítica para generar cobre electrolítico con un 99,99% de pureza, según la siguiente ecuación:



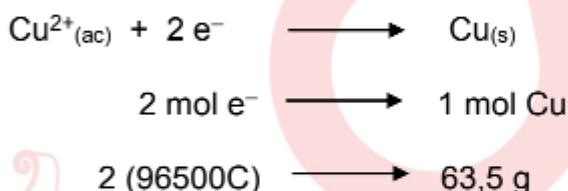
Si en una prueba piloto empleando celdas en serie en la cual se alternan ánodos y cátodos en una solución de sulfato de cobre (II), se hace circular una corriente de 80 A por 5 días, determine respectivamente en que electrodo se deposita el cobre electrolítico y la masa del cobre, en kg, depositada en el electrodo correspondiente.

**Dato: Masa molar (g/mol) Cu = 63,5**

- A) cátodo;  $1,14 \times 10^4$                       B) ánodo;  $1,14 \times 10^1$   
 C) cátodo;  $1,14 \times 10^1$                       D) ánodo;  $1,14 \times 10^4$

**Solución:**

En la reacción química purificación de cobre, la reacción de reducción se realiza en el cátodo



$$q = I \times t = 80 \times 5 \times 24 \times 3600 \longrightarrow x \text{ g}$$

$$\text{Cu} = \frac{63,5\text{g} \times 80 \frac{\text{C}}{\text{s}} \times 5 \text{ días} \times \left(\frac{24 \text{ h}}{1 \text{ día}}\right) \times \left(\frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}}\right)}{2 (96500\text{C})} = 1,14 \times 10^4 \text{g} \times \left(\frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}}\right) = 1,14 \times 10^1 \text{kg}$$

**Rpta.: C**

6. El proceso más utilizado por las mineras para la extracción de metales preciosos es el Merrill–Crowe, el cual consiste en la precipitación de oro o plata a partir de soluciones cianuradas mediante la adición de zinc metálico, por ejemplo, para el proceso de extracción de plata:



Si se quiere obtener 5,400 toneladas de plata, determine la masa de zinc, en kg, necesarios.

**Dato: Masa molar (g/mol): Zn = 65; Ag = 108**

- A)  $1,625 \times 10^4$                       B)  $1,625 \times 10^3$                       C)  $1,625 \times 10^2$                       D)  $1,625 \times 10^1$



**Solución:**

Cuenca	Recursos (t)	INGEMMET	Millones de años
Paracas	2 950 000	Antracita	542 ± 0,1
Jatunhuasi	60 457 255	Carbón bituminoso	251 ± 0,4
Loreto	100 000 000	lignito	65,5 ± 0,3

- I. **VERDADERO.** En la tabla el carbón que tiene mayor antigüedad es el que se encuentra en la cuenca de Paracas, según la tabla es antracita, por ende, posee mayor porcentaje de carbono que los que se encuentran en las otras cuencas.
- II. **VERDADERO.** El carbón extraído de Jatunhuasi (Carbón bituminoso) tiene mayor edad que el encontrado en Loreto (lignito), por tal razón el carbón encontrado en Jatunhuasi tiene mayor poder calórico que el de Loreto.
- III. **VERDADERO.** El carbón encontrado en Loreto al tener menor antigüedad que los otros dos debe tener el menor porcentaje de carbono y entre los tres carbones debería ser lignito.

**Rpta.: A**

8. El petróleo es una mezcla compleja de hidrocarburos, una vez extraído llega a las refinerías y se separan sus componentes. Actualmente la Refinería La Pampilla S.A.A. (RELAPASAA) es la principal refinería en el Perú con la mayor capacidad de producción a nivel nacional (aprox. 54%). Con respecto al petróleo y a su proceso de refinación, seleccione la alternativa **INCORRECTA**.
- A) Está formado por hidrocarburos sólidos, líquidos y gases en la cual predominan los alcanos.
  - B) Su composición depende del lugar de extracción.
  - C) Sus componentes se separan en función de su volatilidad relativa.
  - D) Las fracciones más pesadas se extraen por la parte superior de la torre de destilación.

**Solución:**

- A) **CORRECTO.** El petróleo es una mezcla compleja de hidrocarburos, que pueden ser sólidos, líquidos o gaseosos, estos hidrocarburos principalmente son alcanos, que pueden ser lineales, ramificados, además de cicloalcanos y aromáticos.
- B) **CORRECTO.** La composición del petróleo depende del lugar de extracción, por ejemplo, el petróleo encontrado en Nigeria posee 0,2% de S y se considera petróleo dulce, mientras que el encontrado en Arabia Saudita posee entre 2,1 y 2,3% en azufre considerado como agrio.
- C) **CORRECTO.** Sus componentes se separan en función de su volatilidad relativa es decir los de menor peso molecular son los más livianos y por ende suben hasta lo alto de la torre de destilación.

- D) **INCORRECTO.** Las fracciones menos volátiles son las que poseen mayor peso molecular y por ende son las que salen por la parte inferior de la torre de destilación.

Rpta.: D

9. La gasolina es uno de los derivados del petróleo de mayor valor económico, el informe estadístico del Ministerio de Energía y minas (marzo 2022) reporta que se han producido más de 31 000 galones de gasolina por día entre todas las posibles gasolinas 84 – 97 y de gasohol 84 - 98, Con respecto a la gasolina y al gasohol, seleccione la alternativa **INCORRECTA**.

- A) La gasolina es una mezcla homogénea de hidrocarburos del C<sub>5</sub> al C<sub>12</sub>.  
 B) Un aditivo utilizado como antidetonante es el MTBE.  
 C) Para aumentar la producción de gasolina se realiza el craqueo catalítico.  
 D) El gasohol de 95 octanos posee mayor poder antidetonante que el gasohol 98.

**Solución:**

- A) **CORRECTO.** La gasolina es una mezcla homogénea que está compuesta por hidrocarburos líquidos del pentano (C<sub>5</sub>) al dodecano (C<sub>12</sub>).  
 B) **CORRECTO.** Un aditivo utilizado como antidetonante es el MTBE (metil tertbutil éter), también se puede emplear el alcohol y antiguamente se usaba el tetraetilo de plomo.  
 C) **CORRECTO.** El craqueo catalítico o cracking catalítico es una forma de aumentar la producción de gasolina mediante la ruptura de cadenas grandes a más pequeñas según la siguiente ecuación:



- D) **INCORRECTO.** El gasohol de 95 octanos posee menor carácter antidetonante que el gasohol 98.

Rpta.: D

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. El Perú es un país minero, estos minerales pueden ser metálicos o no metálicos, para darnos una idea de su gran importancia, por ejemplo, tenemos que Arequipa es la ciudad blanca debido a la gran cantidad de sillares, las esculturas realizadas en Huamanga gracias a sus piedras blancas, los fosfatos del norte peruano (Bayóvar). Con respecto a los minerales no metálicos, seleccione la alternativa que relacione mineral – insumo industrial.

- a) Fosfatos ( ) Construcción  
 b) Cuarzo ( ) Fertilizantes  
 c) Sillar ( ) Piedra preciosa  
 d) Opalo ( ) Vidrio

A) acdb

B) acbd

C) cbda

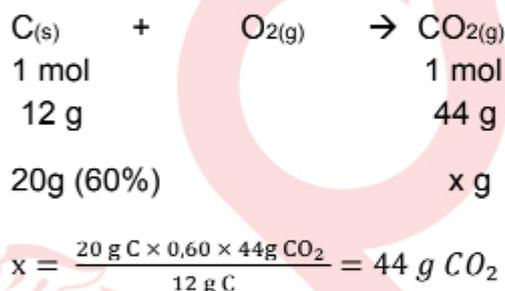
D) cadb



3. Los carbones son combustibles sólidos fosilizados, entre los principales encontramos al lignito, turba o antracita, con respecto a ellos, seleccione la secuencia correcta de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.
- I. Su valor calórico depende de su porcentaje de carbono.
  - II. El lignito al tener mayor tiempo de fosilización que la turba posee mayor poder calórico.
  - III. Al quemar 20 g de turba al 60% de C se generan 44 g de CO<sub>2</sub>.
- A) VVV                      B) FFV                      C) VFF                      D) FFF

**Solución:**

- I. **VERDADERO.** El carbono es la fuente de calor del carbón por ello a mayor porcentaje mayor es su valor calórico.
- II. **VERDADERO.** El lignito al poseer mayor tiempo de fosilización que la turba posee mayor porcentaje de carbono por lo cual mayor valor calórico.
- III. **VERDADERO.** Cuando se queman 20 g de turba al 60% de C se generan 44 g de CO<sub>2</sub>



Rpta.: A

4. Los combustibles fósiles son una fuente de energía que procede de la descomposición de materia orgánica de animales, plantas y microorganismos, cuyo proceso de transformación tarda millones de años; se clasifican en tres tipos: petróleo, carbón y gas natural y según las Naciones Unidas (ONU) comprenden el 80% de la demanda actual de energía primaria a nivel mundial. Con respecto a los combustibles fósiles, seleccione la secuencia correcta de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.
- I. La antracita es el carbón con mayor antigüedad, por lo tanto, su porcentaje de carbono es alto.
  - II. El petróleo tiene como componente principal al isooctano.
  - III. El gas natural es una mezcla de hidrocarburos principalmente compuesta por butano y otros hidrocarburos.

A) VVV

B) VVF

C) VFV

D) VFF

**Solución:**

- I. **VERDADERO.** La antracita es el carbón con mayor antigüedad de fosilización por lo tanto su porcentaje de carbono es alto aproximadamente un 94% de C.
- II. **FALSO.** El petróleo es una mezcla compleja de hidrocarburos sólidos, líquidos y gaseosos, cuya composición depende del lugar de extracción y su componente principal son los alcanos que pueden ser lineales o ramificados.
- III. **FALSO.** El gas natural es una mezcla de hidrocarburos principalmente compuesta por metano (91 – 95 %) y otros hidrocarburos; es un combustible más limpio en términos ecológicos.

**Rpta.: D**

# Biología

## EJERCICIOS

1. La Reserva Nacional Pampa Galeras Bárbara D'Achille, en Ayacucho, posee una gran variedad de seres vivos interactuando entre sí y con su medio externo, dando lugar a un ambiente natural en equilibrio dinámico y cuyo factor biótico característico es
- A) la velocidad del viento en la pampa de noche.
  - B) una bandada de pelícanos cazando peces marinos.
  - C) la composición química del suelo de la pampa.
  - D) una manada de vicuñas pastando de madrugada.

### Solución:

Los factores bióticos de un ecosistema son todos los seres vivos que se encuentran en ese lugar, donde están interactuando entre sí y con su medio ambiente externo. Un factor biótico característico de la Reserva Nacional Pampa Galeras Bárbara D'Achille es **la vicuña**.

Rpta.: D

2. Si se define a una población como un conjunto de individuos de la misma especie que se encuentran en un determinado lugar durante un periodo de tiempo. Con base a esta definición, marque la alternativa que ejemplifica una población.
- A) Los insectos que habitan el Parque Nacional del Manu, en el año 2014
  - B) Una manada de tapir del Santuario Nacional Tabaconas Namballe, del año 2019
  - C) Una bandada de aves de la Reserva Nacional de Paracas, del año 2014
  - D) Las bacterias que habitan la Reserva Nacional Pacaya Samiria, en el año 2021

### Solución:

Una población es un conjunto de individuos de la misma especie, limitados espacial y temporalmente. **Una manada de *Tapirus pinchaque* "tapir andino"** es un conjunto de individuos de una sola especie, ubicados en el área geográfica denominada: **Santuario Nacional Tabaconas Namballe**, y en un periodo de tiempo determinado: **en el año 2019**.

Rpta.: B

3. Un estudio de la población de *Rupicola peruvianus* "gallito de las rocas" en el Parque Nacional de Cutervo, en Cajamarca, durante los años 2018 y el 2019, registró un aumento significativo de su población, sin llegar a detectar inmigrantes, por lo que se puede atribuir el incremento a
- A) mejores alimentos brindados por pobladores de comunidades cercanas.
  - B) condiciones abióticas favorables durante la temporada reproductiva.
  - C) reproducción diferencial en respuesta al incremento de depredadores.
  - D) apareamientos entre hembras de *R. peruvianus* y machos de otras especies.

**Solución:**

Una de las dos variables que influye en el crecimiento de la población es la tasa de natalidad, la cual depende, principalmente, de la fecundidad de las hembras, la proporción de individuos fértiles y **las condiciones abióticas favorables**. Si estos parámetros son favorables, entonces, la tasa de natalidad irá en aumento, generando así un incremento de la población.

**Rpta.: B**

4. Los factores abióticos corresponden al conjunto de variables físico-químicas que determinan las condiciones en las que viven los organismos de un determinado ecosistema. Un ejemplo de estos factores es

- A) la temperatura del aire en el desierto.
- B) la cantidad de alimento para un puma.
- C) el incremento de las presas naturales.
- D) el aumento de las relaciones simbióticas.

**Solución:**

Los factores abióticos de un ecosistema son el conjunto de variables físico-químicas que determinan las condiciones ambientales e influyen en el desarrollo de los seres vivos que allí habitan. Son ejemplos: el aire, el suelo, **la temperatura**, etc.

**Rpta.: A**

5. La unidad funcional de la ecología es el ecosistema, que corresponde a una entidad compleja en la que se establecen relaciones entre sus dos componentes principales, uno de los cuales se denomina

- A) bioma.
- B) biósfera.
- C) biocenosis.
- D) biomasa.

**Solución:**

El ecosistema consta de dos componentes que son el biotopo, llamado también medio físicoquímico o factores abióticos, y **la biocenosis**, que corresponde a todos los seres vivos, también denominado comunidad biológica o factores bióticos.

**Rpta.: C**

6. En algunos casos, la convivencia de muchos individuos de una misma especie requiere un alto nivel de organización, al grado de evolucionar hasta generar grupos de individuos con diferencias morfológicas según la función que estos realicen. Esta situación se presenta en poblaciones de hormigas, y es denominada \_\_\_\_\_ con presencia de castas.

- A) predominio social
- B) compensación
- C) sociedad
- D) cooperación

**Solución:**

Las **sociedades** son relaciones intraespecíficas donde cada individuo de la población realiza una función necesaria para la supervivencia de la población, pudiendo algunas especies llegar a desarrollar castas, que son grupos de individuos con diferencias

morfológicas según la función que realicen. En las sociedades de hormigas se presentan las castas reinas, obreras, soldados y machos.

Rpta.: C

7. La relación dentro de un grupo de individuos de una misma especie, donde algunos realizan el cuidado de crías propias y ajenas, en beneficio del grupo, es denominada como

A) cooperación.      B) compensación.      C) mutualismo.      D) gregarismo.

**Solución:**

La **compensación** es una relación intraespecífica en la cual individuos pueden realizar el cuidado de crías propias y ajenas, en beneficio del grupo; un ejemplo se presenta en poblaciones de pingüino emperador, donde un grupo de machos pueden actuar como nodrizas, cuidando crías propias y ajenas, mientras las hembras van al mar a alimentarse.

Rpta.: B

8. El dinamismo de la biocenosis la mantiene en constante cambio, pudiendo llegar a variar la composición de especies con el paso del tiempo, proceso conocido como sucesión ecológica. Si esta sucesión ocurre luego de un incendio forestal, es clasificada como de tipo

A) primaria.      B) secundaria.      C) terciaria.      D) evolutiva.

**Solución:**

La sucesión ecológica es una serie de cambios que sufren los ecosistemas con el paso del tiempo, y puede ser evolutiva, primaria o secundaria. La sucesión **secundaria** ocurre en un lugar que estuvo previamente habitado por seres vivos y que sufrió una perturbación, como un incendio forestal, estos cambios generan un proceso de recuperación que lo lleva a adquirir características similares al ecosistema original o similares a algún ecosistema cercano.

Rpta.: B

9. El estado por el cual el ecosistema tiende a adquirir una mayor complejidad y estabilidad se denomina

A) nicho ecológico.      B) sucesión evolutiva.  
C) hábitat estable.      D) equilibrio ecológico.

**Solución:**

El ecosistema tiende a adquirir un estado de madurez que permita el desarrollo y dinamismo de sus poblaciones. La complejidad y estabilidad que caracterizan a la madurez del ecosistema son muestra que se encuentra en equilibrio ecológico.

Rpta.: D

10. Mary visita una plantación de nogal negro americano con el objetivo de estudiarla. Durante su visita, el encargado le cuenta una singularidad de esta planta y es que, en donde crece un nogal, no crece ninguna otra planta a su alrededor. ¿Qué relación interespecífica se está produciendo?
- A) Comensalismo  
B) Neutralismo  
C) Amensalismo  
D) Parasitismo

**Solución:**

El nogal negro americano, *Junglans nigra*, secreta una toxina llamada juglona que inhibe el crecimiento de otras plantas cercanas que no le genera algún perjuicio o beneficio al nogal, por lo que se considera un ejemplo de **amensalismo**.

**Rpta.: C**

11. En el ciclo del nitrógeno, elemento importante para la formación de proteínas y ácidos nucleicos, participan microorganismos que posibilitan su uso por las plantas y su retorno a la atmósfera. Con respecto a los microorganismos en mención, determine el valor de verdad (V) o falsedad (F) de los siguientes enunciados y marque la alternativa correcta.
- I. Solo estos microorganismos pueden fijar el nitrógeno.  
II. Tienen la capacidad de producir directamente amoníaco.  
III. Realizan la desnitrificación bajo condiciones aerobias.
- A) FFV  
B) FVF  
C) VFV  
D) VVF

**Solución:**

**FALSO.** Además de la fijación por microorganismos, existe la fijación industrial en la producción de abono.

**VERDADERO.** La amonificación es el proceso que produce amoníaco a partir de restos y productos de excreción, con participación de bacterias.

**FALSO.** El proceso de desnitrificación se realiza por bacterias anaerobias.

**Rpta.: B**

12. Los organismos utilizan energía química en diversas actividades metabólicas, fisiológicas y de movimiento. Esta energía fluye a través de la cadena trófica de tal manera que un consumidor obtiene energía solo de las especies que le sirven de alimento. Basados en el texto podemos inferir que el flujo de energía en la cadena trófica
- A) no incluye la energía de los productores.  
B) ocurre en una sola dirección.  
C) se incrementa en niveles tróficos superiores.  
D) se realiza de forma cíclica.

**Solución:**

La energía química útil para los seres vivos fluye a través de la cadena trófica de **manera acíclica o unidireccional**. El flujo se inicia desde los productores y a medida que se transfiere de nivel a nivel, ocurre una gradual pérdida de energía en forma de

calor, de tal manera que en niveles superiores el flujo de energía es muy reducido, además, la energía que fluye y la perdida como calor no retornan a la cadena trófica.

**Rpta.: B**

13. Respecto a los ciclos sedimentarios, determine el valor de verdad (V) o falsedad (F) de los siguientes enunciados.

- I. Se caracterizan por iniciarse en la corteza terrestre.
- II. Incluyen los ciclos del fósforo, azufre y carbono.
- III. Se presentan en elementos que forman ATP y proteínas.

A) VFV                      B) FVF                      C) FFV                      D) VFF

**Solución:**

**VERDADERO.** Estos ciclos se inician en depósitos naturales de la corteza terrestre.

**FALSO.** El ciclo del carbono es gaseoso ya que su depósito natural se encuentra en la atmósfera.

**VERDADERO.** El fósforo es constituyente del adenosín trifosfato (ATP) y el azufre de diversas proteínas como la ferredoxina.

**Rpta.: A**

14. En una charla sobre cadenas alimentarias, Jorge señala que las mangostas, *Herpestes edwardsii*, son mamíferos que pueden alimentarse de serpientes tan venenosas como la cobra real, por ser inmunes a su veneno. Por otro lado, los rumiantes pueden alimentarse de plantas gracias a la microbiota presente en su tubo digestivo, lo que les permite degradar la celulosa de la pared vegetal. Basados en el texto, podemos afirmar que

- A) en ambos casos se hace referencia a organismos productores.
- B) las mangostas y rumiantes son consumidores secundarios.
- C) la mangosta y los rumiantes se encuentran en el tercer nivel trófico
- D) los rumiantes se ubican en el segundo nivel trófico de la cadena.

**Solución:**

En el primer caso, debido a que la mangosta actúa como un carnívoro que se alimenta de otro carnívoro, está ubicada en el cuarto nivel trófico, mientras que en el segundo caso el **rumiante se está alimentando de productores por lo que pertenece al segundo nivel trófico.**

**Rpta.: D**

15. Cada vez resulta más importante que se tome en cuenta lo que representa la higiene ambiental, la cual es una actividad científica encargada del estudio, la prevención, el control y la mejora de las condiciones medio ambientales básicas que rodean a los seres vivos, necesarias para mantener una perfecta salud pública, incluyendo los recursos naturales, el suelo, el agua, el aire, la flora y la fauna, entre otros. De acuerdo con lo descrito, la higiene ambiental implica
- A) el cuidado de los factores químicos, físicos y biológicos externos al individuo.
  - B) factores naturales que no inciden directa sobre la salud humana.
  - C) la inmunización natural contra las pandemias víricas desconocidas
  - D) el control de la flora interna de los consumidores primarios.

**Solución:**

La higiene ambiental implica el cuidado de los **factores químicos, físicos y biológicos externos al individuo**, factores que inciden en la salud y que siendo bien manejados deben crear ambientes saludables para prevenir, controlar y tratar las enfermedades, con mecanismos como las campañas de desinfección, control de vectores, etc.

Rpta.: A

