

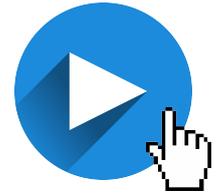


UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS  
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA  
**CENTRO PREUNIVERSITARIO**

**Semana N.º 15**

## ***Habilidad Verbal***

### **EL TEXTO CIENTÍFICO**



**(VIDEOS)**  
**TEORÍA Y**  
**EJERCICIOS**

Los textos científicos son aquellos que abordan temas relativos a teorías y problemas científicos; se refieren a los científicos que las crean, plantean y corroboran o refutan; aluden a la manera que tienen de proceder para formular sus teorías y resolver sus dificultades; en fin, se abocan a la difusión de los avances científicos y técnicos alcanzados o por alcanzar, entre muchos otros temas vinculados a los mencionados. En San Marcos, los textos que se evalúan en comprensión lectora atañen, todos, a textos de divulgación científica. De modo que, sin perder rigor y obteniendo claridad, se pone al alcance de la comprensión de los lectores no especializados información de profunda importancia conceptual.

#### **Texto de ejemplo 1**

Cinco minutos después de la medianoche en Svalbard: El mundo silvestre está despierto y activo. A las orillas de un estuario escondido en Adventdalen, un valle en un grupo de islas entre Noruega y el Polo Norte, una bandada de charranes árticos vuela y se pasea en la perpetua luz del día. Están agitados. Un par de gaviotas hiperbóreas, ladronas de polluelos y huevos, las formidables depredadoras del Ártico, se acerca del este. Los charranes se defienden con ferocidad. Muestran sus picos rojos y se convierten en una nube de objetos cortantes.

El **truco** funciona. Las gaviotas pasan de largo y se dirigen tierra adentro, pasan sobre un par de eiders con sus nidos en el suelo, una jauría de perros de trineo y un caribú solitario que se alimenta en la tundra.

Es una típica noche de verano en Svalbard, un refugio totalmente atípico en el Ártico con una extraordinaria variedad de vida silvestre. Pocos lugares en la región circumpolar pueden compararse por su biodensidad. Los osos polares prosperan aquí. Aproximadamente la mitad de tres mil osos de la población del Mar de Barents cría a sus cachorros en las aisladas islas del archipiélago. Las aves marinas migran a Svalbard por millones. Cinco especies de focas y doce tipos de ballenas se alimentan en esta agua. Las morsas atlánticas se alimentan hasta saciarse de almejas que crecen en la plataforma poco profunda del Mar de Barents. En la tundra de las planicies y en los valles de Svalbard, los renos pastan y los zorros del ártico cazan lejos de los depredadores.

Para los humanos es un lugar inhóspito, austero y despiadado. Más de la mitad de la masa de tierra está cubierta por hielo glacial. Menos de 10% tiene suficiente luz y suelo para que sobreviva la vegetación.

1. El texto constituye una descripción
- A) de la abundancia y diversidad de la vida silvestre en las remotas regiones de Noruega y el Polo Norte.
  - B) de la variedad de vida silvestre que se puede encontrar en las regiones circumpolares.
  - C) de los marcados contrastes a que dan lugar los veranos e inviernos semestrales en Svalbard.
  - D) del verano en Svalbard, región ártica de rica biodiversidad, pero inhóspita para el ser humano.

**Solución:**

*El texto es una breve descripción de la manera como se ve la región ártica de Svalbard durante el verano.*

**Rpta.: D**

2. En el texto, el término TRUCO connota
- A) ardid.
  - B) cálculo.
  - C) estrategia.
  - D) trampa.

**Solución:**

*Se trata de la estrategia empleada por los charranes para proteger a sus crías de las gaviotas.*

**Rpta.: C**

3. Resulta falso afirmar que el archipiélago de Svalbard
- A) es inhóspito para los humanos.
  - B) está cerca del círculo polar ártico.
  - C) es una zona de hielo perpetuo.
  - D) presenta una fauna reducida.

**Solución:**

*Hay una fauna muy variada.*

**Rpta.: D**

4. Se infiere del texto que la mayoría de especies silvestres que llegan a las islas de Svalbard
- A) arriban fortuita e imprevistamente al archipiélago.
  - B) buscan el alimento que abunda en sus frías aguas.
  - C) compiten fieramente con el hombre para sobrevivir.
  - D) se extinguen por la nociva presencia del ser humano.

**Solución:**

*Dado que en las islas mismas no parece haber mayor alimento, es claro que la riqueza de la región es básicamente ictiológica.*

**Rpta.: B**

5. Si se desatara una fiebre de oro o de petróleo en la región de Svalbard, probablemente
- A) la vida silvestre correría gran peligro de extinción.
  - B) no duraría ni siquiera un semestre estacional.
  - C) noruega reclamaría soberanía sobre las islas.
  - D) se la abandonaría por diversas razones técnicas.

**Solución:**

Dada la presencia descontrolada del hombre y sus aparatos de explotación, la ecología del lugar se vería seriamente afectada y, con ella, las especies mencionadas en el texto.

**Rpta.: A****Texto de ejemplo 2**

En 1973 comencé a investigar el efecto que tendría el principio de indeterminación de Heisenberg en el espacio-tiempo curvo de las proximidades de un agujero negro. Lo curioso fue que descubrí que el agujero no sería completamente negro. El principio de indeterminación permitiría que escapasen a un ritmo constante partículas y radiación. Este resultado constituyó para mí, y para cualquiera, una completa sorpresa y fue acogido con un escepticismo general. Pero si se reflexiona detenidamente, tendría que haber sido **obvio**. Un agujero negro es una región del espacio de la que es imposible escapar si uno viaja a una velocidad inferior a la de la luz, pero la suma de historias de Feynman afirma que las partículas pueden seguir *cualquier* trayectoria a través del espacio-tiempo. Así, es posible que una partícula se desplace más rápido que la luz. Resulta escasa la probabilidad de que recorra una larga distancia por encima de la velocidad de la luz, pero puede desplazarse más veloz que la luz para salir del agujero negro y, entonces, continuar más lenta que la luz. De este modo, el principio de indeterminación permite que las partículas escapen de lo que se consideraba una prisión definitiva, un agujero negro. La probabilidad de que una partícula salga de un agujero negro de la masa del Sol sería muy reducida, porque tendría que viajar a velocidad mayor que la de la luz durante varios kilómetros, pero pueden existir agujeros negros mucho más pequeños, formados en el universo primitivo. Estos agujeros negros primordiales podrían tener un tamaño inferior al del núcleo de un átomo y, sin embargo, su masa sería de mil millones de toneladas, la del monte Fuji. Es posible que emitan tanta energía como una gran central eléctrica. ¡Si consiguiéramos encontrar uno de esos diminutos agujeros negros y aprovechar su energía! Por desgracia, no parece haber muchos en el universo. La predicción de radiación de los agujeros negros fue el primer resultado no trivial de la combinación de la relatividad general de Einstein con el principio cuántico. Demostró que el colapso gravitatorio no era un callejón sin salida como parecía ser. Las partículas de un agujero negro no tienen por qué tener un final de sus historias en una singularidad. De hecho, pueden escapar del agujero negro y proseguir más allá sus historias. Tal vez el principio cuántico signifique que también uno es capaz de sustraerse a las historias contando con un comienzo en el tiempo, un punto de creación, en el Big Bang.

1. En el texto, el antónimo de OBVIO es

- A) axiomático.      B) deducible.      C) hermético.      D) inexacto.

**Solución:**

Algo obvio es algo evidente, muy claro. El antónimo es 'hermético'.

**Rpta.: C**

2. ¿Cuál es el tema central del texto?

- A) El descubrimiento de la radiación de los agujeros negros  
B) El valor del principio de indeterminación de Heisenberg  
C) La confirmación de la existencia de los agujeros negros  
D) Las trayectorias de la luz a través del espacio tiempo

**Solución:**

*El autor explica su gran descubrimiento de 1973: contra lo que se pensaba, los agujeros negros tienen una radiación.*

**Rpta.: A**

3. El descubrimiento de que el agujero negro no es completamente negro es de índole
- A) observacional.    B) filosófica.    C) experimental.    D) teórica.

**Solución:**

*El trabajo es eminentemente teórico: la consideración del principio de Heisenberg y de las trayectorias de Feynman traen como consecuencia que el colapso gravitatorio de la relatividad no es del todo irreversible.*

**Rpta.: D**

4. Resulta incompatible con el texto aseverar que

- A) la relatividad se puede combinar con la física cuántica.  
B) hay partículas que pueden superar la velocidad de la luz.  
C) los agujeros negros primordiales emiten mucha energía.  
D) los miniagujeros negros son abundantes en el universo.

**Solución:**

*Los agujeros negros pequeños son muy escasos en el universo.*

**Rpta.: D**

5. Para predecir que los agujeros negros pueden emitir partículas es fundamental

- A) dejar sin efecto la suma de historias de Feynman.  
B) considerar que los agujeros negros carecen de masa.  
C) establecer un límite al principio de indeterminación.  
D) hacer la síntesis entre relatividad y física cuántica.

**Solución:**

*Se trata de la primera predicción no trivial de la síntesis entre la relatividad general y la mecánica cuántica.*

**Rpta.: D**

6. Si ninguna partícula pudiese moverse más rápido que la luz,

- A) el agujero negro dejaría de ser una prisión.  
B) el principio de indeterminación sería inválido.  
C) la radiación del agujero negro sería imposible.  
D) la teoría de la relatividad sería totalmente falsa.

**Solución:**

*La suma de las historias de Feynman establece la posibilidad de que una partícula se desplace más rápido de la luz y así puede salir del agujero negro. Mas, si esa trayectoria no fuese posible, ninguna partícula podría escapar de un agujero negro.*

**Rpta.: C**

**Texto de ejemplo 3**

En la teoría general de la relatividad de Einstein, el espacio y el tiempo pasaron a ser de un mero escenario pasivo en que se producen los acontecimientos a participantes activos en la dinámica del universo. Ello condujo a un gran problema que se ha mantenido en la frontera de la física a lo largo del siglo XX. El universo está lleno de materia, y esta deforma el espacio-tiempo de tal suerte que los cuerpos se atraen. Einstein halló que sus ecuaciones no admitían ninguna solución que describiera un universo estático, invariable en el tiempo. En vez de abandonar el universo perdurable, **trucó** sus ecuaciones añadiéndoles un término denominado la constante cosmológica que brindaba una solución estática para el universo. Si Einstein se hubiera atendido a sus ecuaciones originales, podría haber predicho que el universo se está expandiendo o contrayendo.

Luego se probó que el universo está en expansión y cuanto más lejos se hallan las otras galaxias, con mayor velocidad se separan de nosotros. Este descubrimiento eliminó la necesidad de una constante cosmológica que proporcionara una solución estática para el universo. Años después, Einstein dijo que la constante cosmológica había sido el mayor error de su vida.

En realidad, la relatividad general predice que el universo comenzó en lo que se llama la gran explosión, de manera que la teoría de Einstein implica que el tiempo tuvo un comienzo, aunque a él nunca le gusto esa idea. En efecto, si las galaxias se están separando, ello significa que en el pasado deberían haber estado más juntas. Hace unos quince mil millones de años, todo el universo habría estado concentrado en lo que el sacerdote católico Georges Lemaître denominó «átomo primordial».

1. ¿Cuál es la mejor síntesis del texto?

- A) El más grave error que cometió el gran científico Albert Einstein fue postular la necesidad de una constante cosmológica para explicar la simetría del cosmos.
- B) De acuerdo con la teoría de la relatividad general, todo el universo visible estuvo concentrado, hace unos quince millones de años, en una especie de átomo primordial.
- C) Gracias a la hipótesis de la constante cosmológica, Einstein pudo demostrar la índole estacionaria de nuestro universo, procedimiento útil para explicar el origen del cosmos.
- D) La teoría de la relatividad predice correctamente un universo dinámico, pero como Einstein no creía en ello, incorporó, erróneamente, una constante cosmológica.

**Solución:**

*Se explica que la teoría de la relatividad predice un universo en expansión o en contracción. Ahora bien, como Einstein no creía en ello, postuló la constante cosmológica, el mayor error de su vida.*

**Rpta.: D**

2. En el texto, el término TRUCAR connota

- A) descubrimiento.    B) fraude.    C) juego.    D) tergiversación.

**Solución:**

*Einstein halló que sus ecuaciones implicaban una solución dinámica, pero las trucó.*

**Rpta.: D**

3. Resulta incompatible con el texto aseverar que

- A) a mayor distancia, las galaxias se distancian de nosotros con una mayor velocidad.
- B) el átomo primordial de Lemaître implica una refutación a la relatividad de Einstein.
- C) la atracción de los cuerpos es solo un efecto de la estructura del espacio-tiempo.
- D) lo de un universo en expansión es una hipótesis ya corroborada científicamente.

**Solución:**

Enunciado incompatible, puesto que se dice en el texto que es una consecuencia lógica.

**Rpta.: B**

4. Si Einstein, desde el inicio, hubiese creído en un universo en expansión;

- A) habría recusado la teoría del átomo primordial de Lemaître.
- B) habría planteado igualmente el término de la constante cosmológica.
- C) no habría estado de acuerdo con la idea de la materia cósmica.
- D) no habría recurrido a la hipótesis de la constante cosmológica.

**Solución:**

En efecto, la constante cosmológica fue planteada por Einstein para trucar las ecuaciones y eliminar las consecuencias de un universo dinámico.

**Rpta.: D**

5. Se infiere que la cosmología decimonónica propugnaba un universo

- A) curvado.
- B) dinámico.
- C) estático.
- D) heterogéneo.

**Solución:**

En el siglo XIX, el espacio y el tiempo configuraban un escenario pasivo. Por lo tanto, se propugnaba un universo estático, no dinámico.

**Rpta.: C**

**Texto de ejemplo 4**

La doctrina de los ciclos, que su más reciente inventor llama del Eterno Retorno, se puede formular así:

El número de todos los átomos que componen el mundo es, aunque desmesurado, finito y, además, solo capaz como tal de un número finito (aunque desmesurado también) de permutaciones. En un tiempo infinito, el número de las permutaciones posibles debe ser alcanzado, y el universo tiene que repetirse. De nuevo nacerás de un vientre, de nuevo crecerá tu esqueleto, de nuevo arribará esta misma página a tus manos iguales, de nuevo cursarás todas las horas hasta la de tu muerte increíble.

Tal es el orden habitual de aquel argumento, desde el preludeo **insípido** hasta el enorme desenlace amenazador. Es común atribuirlo al gran pensador alemán Friedrich Nietzsche. Conviene concebir, siquiera de lejos, las sobrehumanas cifras que invoca. Empecemos por el átomo. El diámetro de un átomo de hidrógeno ha sido calculado, salvo

error, en un cienmillonésimo de centímetro. Concibamos un frugal universo, compuesto de diez átomos. Se trata, claro está, de un modesto universo experimental: invisible, ya que no lo sospechan los microscopios; imponderable, ya que ninguna balanza lo apreciaría. Postulemos también, siempre de acuerdo con la conjetura de Nietzsche, que el número de cambios de ese universo es el de las maneras en que se pueden disponer los diez átomos, variando el orden en que estén colocados. ¿Cuántos estados diferentes puede conocer ese mundo, antes de un eterno retorno? La indagación es fácil: basta multiplicar  $10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ , prolija operación que nos da la cifra de 3 628 800. Si una partícula casi infinitesimal de universo es capaz de esa variedad, poca o ninguna fe debemos prestar a una monotonía del cosmos. Hemos considerado diez átomos; para obtener dos gramos de hidrógeno, precisaríamos bastante más de un billón de billones. Hacer el cómputo de los cambios posibles en ese par de gramos –vale decir, multiplicar un billón de billones por cada uno de los números naturales que lo anteceden– es ya una operación muy superior a la paciencia humana.

Nietzsche podría replicar: “Yo jamás desmentí que las vicisitudes de la materia fueran cuantiosas; yo he declarado solamente que no eran infinitas”. Esa verosímil contestación de Nietzsche nos hace recurrir a Georg Cantor y a su heroica teoría de los conjuntos. Cantor destruye el fundamento de la tesis de Nietzsche. Afirma la perfecta infinitud del número de puntos del universo, y hasta de un metro de universo, o de una fracción de ese metro. La operación de contar no es otra cosa para él que la de equiparar dos series. El conjunto de los números naturales es infinito, pero es posible demostrar que son tantos los impares como los pares:

Al 1 corresponde el 2  
al 3 corresponde el 4  
al 5 corresponde el 6, etcétera.

La prueba es tan irreprochable como baladí, pero no difiere de la que sostiene que hay tantos múltiplos de tres mil dieciocho como números hay, sin excluir de estos al tres mil dieciocho y sus múltiplos.

Al 1 corresponde el 3018  
al 2 corresponde el 6036  
al 3 corresponde el 9054  
al 4 corresponde el 12 072  
al 3018 corresponde el 9 108 324  
al 6036 corresponde el 18 216 648, etcétera.

Una genial aceptación de estos hechos ha inspirado la fórmula de que una colección infinita –verbigracia, la serie natural de números enteros– es una colección cuyos miembros pueden desdoblarse a su vez en series infinitas. Mejor, para eludir toda ambigüedad: conjunto infinito es aquel conjunto que puede equivaler a uno de sus conjuntos parciales. La parte, en esas elevadas latitudes de la numeración, no es menos copiosa que el todo: la cantidad precisa de puntos que hay en el universo es la que hay en un metro, o en un decímetro, o en la más honda trayectoria estelar. El roce del hermoso juego de Cantor con el hermoso juego de Nietzsche es mortal para este último. Si el universo consta de un número infinito de términos, es rigurosamente capaz de un número infinito de combinaciones y la necesidad de un regreso queda vencida, derrotada, derrocada...

1. La idea principal del texto sostiene que
- A) el heroico esfuerzo de G. Cantor sirvió para darle a la matemática el sitio que le corresponde.
  - B) la prueba de la infinitud en matemática suele ser baladí, pero es lógicamente irreprochable.
  - C) la tesis nietzscheana del eterno retorno se ve impugnada por la teoría de conjuntos de Cantor.
  - D) todo lo que es, ha sido y volverá a ser indefinidamente, pues la naturaleza del tiempo es circular.

**Solución:**

*El roce del hermoso juego de Cantor con el hermoso juego de Nietzsche es mortal para este último. Si el universo consta de un número infinito de términos, es rigurosamente capaz de un número infinito de combinaciones y la necesidad de un regreso queda vencida.*

**Rpta.: C**

2. La palabra INSÍPIDO connota

- A) carente de armonía.
- B) comienzo desbocado.
- C) libre de sobresaltos.
- D) muy contradictorio.

**Solución:**

*El prelude es insípido por cuanto no hay torbellino ni amenazas.*

**Rpta.: C**

3. Un enunciado incompatible con la concepción de conjunto infinito sostendría que

- A) en el conjunto de números naturales hay tantos pares como nones.
- B) los números naturales pares son tantos como los múltiplos de tres.
- C) un conjunto infinito no puede contener a otro de la misma naturaleza.
- D) un conjunto infinito posee una variedad de elementos sin término.

**Solución:**

*Conjunto infinito es aquel conjunto que puede equivaler a uno de sus conjuntos parciales. La parte, en esas elevadas latitudes de la numeración, no es menos copiosa que el todo.*

**Rpta.: C**

4. Si se demostrara físicamente que la cantidad de átomos en el universo fuese una cantidad finita, aunque extremadamente grande,

- A) el eterno retorno nietzscheano adquiriría plausibilidad.
- B) la tesis de Georg Cantor hallaría plena corroboración.
- C) se podría rebatir fácilmente la postura de Nietzsche.
- D) sería imposible calcular las ordenaciones del cosmos.

**Solución:**

*El Eterno Retorno solo queda vencido cuando se afirma que la cantidad de términos que conforman el universo es infinita. De lo contrario, siempre queda la posibilidad de agotar las ordenaciones posibles del universo.*

**Rpta.: A**

5. A partir de la teoría de Cantor se colige que
- A) los efectos son anteriores a las causas naturales.
  - B) los hechos pasados volverán a ocurrir cíclicamente.
  - C) los números pares superan a los números impares.
  - D) una parte puede ser tan grande como un todo infinito.

**Solución:**

*En efecto, los números naturales son infinitos y los pares (un subconjunto) también son infinitos.*

**Rpta.: D**

**SEMANA 15 B**

**TEXTO 1**

La principal justificación para la construcción de la llamada presa Los Pilares argumenta que la obra es necesaria para el control de las inundaciones que periódicamente (cada 7-9 años) suceden en el Valle del Mayo, para lo cual se requiere construir cinco bordes de protección en las subcuencas y una rectificación del cauce del río para aumentar su capacidad de conducción a 400 metros cúbicos por segundo y proteger de esta manera a la población que suele verse afectada por estas inundaciones en localidades de los municipios de Navojoa, Huatabampo, Etchojoa y Bacobampo (México, estado de Sonora). En algunos documentos se habla también del interés de incrementar el potencial de riego de los usuarios del Distrito de Riego 38 para irrigar las 96 000 hectáreas que existen en el Valle del Mayo. Cabe señalar que buena parte de estos terrenos son utilizados para el desarrollo de cultivos agrícolas variados (granos básicos, cultivos industriales y forrajes), y que la tecnificación del Valle ha implicado la deforestación del ecosistema costero. Se señalan asimismo otros beneficios, como la creación de empleos temporales (estimados en aproximadamente 300 personas por tres años, parte de los cuales corresponde a empleos no calificados que serán ofertados a habitantes de la región). Igualmente, se plantea que el alojamiento y los servicios de los trabajadores pudieran generar ingresos para los habitantes de San Bernardo si el campamento se instala en esta localidad. Igualmente, se ha señalado la posibilidad de implementar un proyecto ecoturístico en el embalse de la presa, donde podría adecuarse también pesca comercial, turística y de autoconsumo.

Las objeciones al proyecto de la presa por parte de los guarijíos, son varias: i) ellos consideran que no han sido debidamente informados ni consultados; ii) en los medios de comunicación se ha dicho que ellos están en contra del desarrollo y en contra del beneficio del proyecto; los guarijíos manifiestan que el proceso ha estado manipulado desde sus inicios, con intentos de dividir a la tribu, manejando el rumor y la desinformación y estableciendo vínculos y compromisos por parte de personas que no son organismos oficiales. Los guarijíos no quieren ser desplazados de su territorio, pero además conocen del peligro que representa la presa para su supervivencia como grupo, puesto que la magnitud de la obra va a modificar de manera contundente los ecosistemas del Río Mayo y sus afluentes, especialmente el arroyo Guajaray por la proximidad de la obra. Subiendo por este arroyo se encuentran ubicadas las principales localidades de los otros dos ejidos guarijíos (Guajaray y Guarijíos-Los Conejos), quienes serán afectados igualmente por el **impacto** ambiental que tendrán las obras de la presa. Otros planteamientos críticos al proyecto de la presa proceden del cuestionamiento a su efectividad en términos de aprovechamiento de agua como también en relación a su función controladora de avenidas.

Se ha señalado que la solución debería concentrarse en atacar una serie de problemas relativos a los recursos hídricos que ya tiene el Distrito de Riego, por un lado; y, por el otro, implementar una solución más inteligente y menos radical para enfrentar las inundaciones intermitentes que suceden en el río cada 7 a 10 años, las cuales no son enteramente imputables al caudal del río, sino también al efecto de los huracanes costeros.

<https://chiltepines.org/2012/09/10/argumentos-a-favor-y-en-contra-de-la-construccion-de-la-presa-bicentenario/>

1. Fundamentalmente, el texto se centra en contraponer posturas sobre
  - A) el proyecto de una presa en el estado de Sonora a favor de los guarijíos.
  - B) la paralización de la presa Los Pilares en el estado de Sonora, México.
  - C) la pertinencia de la construcción de una presa en territorio de guarijíos.
  - D) los efectos económicos, sociales y ecológicos de las represas en Sonora.

**Solución:**

El texto se centra en los argumentos a favor y en contra de construir la presa Los Pilares en territorio de los guarijíos, en el estado mexicano de Sonora.

**Rpta.: C**

2. Dado el contexto, el término IMPACTO sugiere lo contrario de
  - A) consecuencia.
  - B) contacto.
  - C) deliberación.
  - D) provecho.

**Solución:**

*Impacto* ambiental sugiere efectos o consecuencias negativas; lo contrario implicaría resultados provechosos.

**Rpta.: D**

3. Resulta incompatible con lo informado en el texto asumir que el proyecto de presa Los Pilares
  - A) carece de un estudio profesional de impacto ambiental.
  - B) cuenta con muchos e importantes argumentos a favor.
  - C) enfrenta la oposición conjunta de la comunidad guarijía.
  - D) tiene reparos que no puede simplemente dejar de lado.

**Solución:**

Si bien los guarijíos se quejan de no haber sido debidamente consultados por los responsables del proyecto y de desinformación por parte de los medios, no han sentido una pauta que implique necesariamente una oposición absoluta al mismo.

**Rpta.: C**

4. Se infiere de las críticas al proyecto que ellas podrían disminuir o, tal vez, desaparecer si sus responsables lo reformularan en términos
  - A) de las costumbres y de los intereses exclusivos de la comunidad guarijía.
  - B) de una perspectiva aún más abarcadora en lo que se refiere al ciclo natural.
  - C) económicos de manera que se logren incrementar los empleos temporales.
  - D) tanto sociales como económicos a favor de todos los habitantes de Sonora.

**Solución:**

En el texto se indica que, para los guarijíos, el ciclo de las inundaciones periódicas no es efecto exclusivo del río, sino también de los huracanes costeros. Ello implicaría estudios de los fenómenos naturales de carácter más inclusivo o abarcador.

**Rpta.: B**

5. Si el proyecto de presa optara por considerar todas las inquietudes de los guarijíos, probablemente
- A) los contratos que se firmen para hacerlo no cuenten con la venia de la comunidad.
  - B) los responsables desistan de tomar las medidas necesarias para su realización.
  - C) no solo resulte viable, sino también ejemplo de cómo hacer este tipo de obras.
  - D) resulten innecesarios los estudios de impacto ambiental y los demás requisitos.

**Solución:**

Muy probablemente, una opción como la propuesta en el enunciado de extrapolación terminaría resultando paradigmática.

**Rpta.: C**

### TEXTO 2 A

La franja de tierra de 3200 kilómetros que marca el límite entre México y Estados Unidos es zona de paso, de intensa actividad comercial y uno de los escenarios de la cruzada del presidente Donald Trump contra la inmigración del sur. El presidente estadounidense impulsa la construcción de un muro para frenar la entrada irregular de los inmigrantes. Actualmente, las barreras (muros, alambrados, vallas) se despliegan a lo largo de 900 kilómetros entre los dos países, casi un tercio de la longitud total (California, Arizona y Nuevo León). El Estado que menos barreras tiene es el de Texas. Miles de inmigrantes de países como Venezuela, Honduras, Perú, Colombia, Panamá, Costa Rica, Guatemala, entre otros de Centro América y de América del Sur, intentan cada año pasar a los Estados Unidos para procurar una mejor calidad de vida.

En su columna, el analista norteamericano Robert Samuelson expone los argumentos por los que él, al igual que 36% de los estadounidenses según un sondeo del Pew Center realizado en agosto, apoya la construcción del muro fronterizo. Según él, optar por el muro es lógico y natural. Resulta también el más barato del mundo pues se encarga de vigilar y ejercer de centinela de los ríos y desiertos de Sonora y Chihuahua, donde las temperaturas llegan a los 50 grados. Intentando cruzar por aquí, han muerto unos 8000 migrantes en los últimos 20 años. Ante la observación de que la mayor parte de esos fallecidos migraban muy probablemente en busca de un trabajo que les permitiese superar una condición económica defectiva, Samuelson considera que se trata de una objeción legítima, pero aclara que parte del compromiso que propone es crear un sistema de *e-verify* (verificación electrónica para que los inmigrantes sin documentos no puedan obtener un empleo ilegalmente): si un inmigrante no puede conseguir un trabajo, no habría razón para que se quede en el país.

Adaptado de: <https://jymlleoye2argumentativo.blogspot.com/>

### TEXTO 2 B

Frente a los argumentos expuestos por el analista norteamericano Robert Samuelson a favor de la construcción de un muro fronterizo entre Estados Unidos y México, hay quienes destacan que México siente pasión por su vecino del norte. No solo le envía el 80% de sus exportaciones, sino también lo mejor de su población. De los casi 12 millones de mexicanos que habitan fuera del país, el 97,8% vive en Estados Unidos. La cifra es 250 veces más alta que la de mexicanos que viven en España, la madre patria. Pero no solo cuentan los inmigrantes. Aún más importantes son sus hijos. En 2012, se calculaba que 34 millones de mexicanos y sus familiares habitaban el país de Donald Trump. Se trata del 11% de la población nacional. Suficientes para acabar con cualquier prejuicio. De otro lado, cabe considerar la lengua común: junto con la iniciativa del muro, Trump lanzó sus

improperios en inglés, un idioma que llegó más tarde que el español a tierras norteamericanas. Allí, hoy en día, más de 53 millones de personas hablan español haciendo de la comunidad hispano-hablante la segunda mayor de ese país. No es algo, pues, que solo pertenezca a los otros. El idioma español y sus culturas asociadas forman ya parte esencial de los Estados Unidos.

Es cierto que la relación bilateral entre México y los Estados Unidos es muy amplia y compleja. La agenda actual incluye temas que tienen que ver con la seguridad en la frontera, comercio, narcotráfico, combate al terrorismo y migración. En el caso específico de la migración, es necesaria una mayor cooperación entre ambos gobiernos; también de parte de los noticieros, las conferencias de prensa y las discusiones y acuerdos entre las autoridades de ambas naciones. Hay quienes resienten que el gobierno norteamericano esté tratando, en algunos casos, de contaminar el tema migratorio con otros como la seguridad fronteriza y terrorismo, insinuando que la falta de control en la frontera puede facilitar tanto la entrada de un inmigrante como de un terrorista. Es indispensable que los gobiernos de ambos países sinceren sus posiciones y adopten medidas comunes que no harán sino beneficiar, a la larga, a ambos países.

Adaptado de: <https://jymlleoye2argumentativo.blogspot.com/>

1. La polémica que involucra ambos textos tiene que ver, básicamente, con

- A) cierta medida norteamericana anti inmigratoria.
- B) las opiniones de norteamericanos como Samuelson.
- C) las políticas del presidente norteamericano Trump.
- D) una vieja e histórica disputa entre México y EE.UU.

**Solución:**

Ambos textos se ocupan del muro fronterizo entre EE.UU. y México como una medida anti inmigración del presidente Trump.

**Rpta.: A**

2. En el texto 2 A, el término DESPLIEGUE connota, básicamente,

- A) alarde.
- B) aumento.
- C) control.
- D) extensión.

**Solución:**

En este texto, *despliegue* connota *extensión*: nada menos que 900 kilómetros de barreras.

**Rpta.: D**

3. En el texto 2 B, el término PASIÓN es un eufemismo por

- A) adoración.
- B) dependencia.
- C) emulación.
- D) preferencia.

**Solución:**

Que los mexicanos sientan pasión por los EE.UU. solo sugiere que prefieren migrar allá.

**Rpta.: D**

4. Resulta incompatible con lo informado en los textos pretender que el muro propuesto por Donald Trump

- A) es discriminatorio.
- B) es inexistente.
- C) resulta económico.
- D) suscita polémica.

**Solución:**

En rigor, la propuesta de Trump es la de completar el muro fronterizo. Ya existe una barrera de 900 kilómetros en la frontera entre México y EE.UU.

**Rpta.: B**

5. Si alguien deseara contrargumentar el sistema de *e-verify* propuesto por Samuelson, muy probablemente destacaría el hecho de que el mismo

- A) no ataca las causas o raíces del problema.
- B) no tiene cabida en la iniciativa de Trump.
- C) resultaría más oneroso que el muro mismo.
- D) sería implausible por su naturaleza política.

**Solución:**

La causa o raíz del problema de un migrante es de carácter económico, por eso busca trabajo en EE.UU. Es claro que, si busca trabajo allí por no hallarlo en su país, con expulsarlo su problema no se resuelve: lo seguirá intentando una y otra vez.

**Rpta.: A**

# LOS 7 TERREMOTOS MÁS DEVASTADORES

Desde el año 2000

Este 1 de abril se registró un sismo de 8.2 grados en la Escala de Richter en las costas de Chile, situación que revivió en la población los amargos recuerdos del catastrófico terremoto de 8.8 grados de 2010. Aquí presentamos los movimientos telúricos que han dejado mayor destrucción en los últimos años.

**TEXTO 3**

**1**



**JAPÓN**  
11 de marzo de 2011

**Intensidad**  
9.0 grados Richter

**Epicentro**  
a 130 Km al Este de Sendai, Japón

**Muertes**  
más de 20 mil

**Demoliciones**  
1.5 millones

**Pérdidas económicas**  
**183 mil mdd**

**NITX**

**2**



**CHINA**  
12 de mayo de 2008

**Intensidad**  
7.9 grados Richter

**Epicentro**  
Ciudad de Wenchuan, provincia de Sichuan, China

**Muertes**  
87 mil 150

**Demoliciones**  
4.8 millones

**Pérdidas económicas**  
**123 mil mdd**

**3**



**CHILE**  
27 de febrero de 2010

**Intensidad**  
8.8 grados Richter

**Epicentro**  
Mar Chilo, frente a las localidades de Corral y Yumbayona

**Muertes**  
723

**Demoliciones**  
2 millones

**Pérdidas económicas**  
**30 mil mdd**

**4**



**HAÍTÍ**  
12 de enero de 2010

**Intensidad**  
7.3 grados Richter

**Epicentro**  
a 10 km de Puerto Príncipe, Haití

**Muertes**  
316 mil

**Demoliciones**  
más de 1.5 millones

**Pérdidas económicas**  
**17 mil 800 mdd** (por el 100% del PIB del país en 2009)

**5**



**INDONESIA**  
25 de diciembre de 2004

**Intensidad**  
9.1 grados Richter

**Epicentro**  
Costa del oeste de Sumatra, Indonesia

**Muertes**  
304 mil 200

**Demoliciones**  
de 1.8 millones

**Pérdidas económicas**  
**10 mil 730 mdd**

**6**



**IRÁN**  
26 diciembre de 2003

**Intensidad**  
6.3 grados Richter

**Epicentro**  
Ciudad de Bam, sur-este de Irán (20% destrucción)

**Muertes**  
26 mil

**Demoliciones**  
54 mil

**Pérdidas económicas**  
**1, 000 mdd**

**7**



**INDIA Y PAKISTÁN**  
8 octubre de 2005

**Intensidad**  
7.6 grados Richter

**Epicentro**  
Cachemira a 95 km al noroeste de Islamabad, Pakistán

**Muertes**  
42 mil

**Demoliciones**  
3 millones

**Pérdidas económicas**  
**440 mdd**

<https://asxlab.blogspot.com/2015/05/textos-discontinuos-comprension-lectora.html>

Semana N° 15

(Prohibida su reproducción y venta)

Pág. 13

1. Cabe inferir que, básicamente, la infografía es de carácter \_\_\_\_\_ y tiene a la vez propósitos \_\_\_\_\_.

A) argumentativo — didácticos  
B) descriptivo — preventivos  
C) explicativo — pedagógicos  
D) expositivo — innovadores

**Solución:**

La infografía expone o describe los terremotos más devastadores de los últimos veinte años; si algún fin persigue, no puede ser otro que el de prevenir.

**Rpta.: B**

2. Dado el contexto de la infografía, el verbo REVIVIR connota

A) esperanza.      B) inquietud.      C) novedad.      D) temor.

**Solución:**

En este texto, *despliegue* connota *extensión*: nada menos que 900 kilómetros de barreras.

**Rpta.: D**

3. Comparativamente, resulta falso pretender que el país menos afectado en términos de damnificados por los sismos es

A) Chile.      B) China.      C) Irán.      D) Japón.

**Solución:**

China se ha visto afectada en casi cinco millones de habitantes damnificados.

**Rpta.: B**

4. Podemos deducir de la infografía que el ordenamiento en materia de devastación privilegia un factor, a saber:

A) la cantidad de fallecidos.      B) la intensidad del sismo.  
C) las pérdidas económicas.      D) la ubicación geográfica.

**Solución:**

Japón, que ocupa el primer lugar, tuvo pérdidas del orden de los 183 mil millones de dólares; India y Pakistán, que ocupan el último lugar, perdieron unos 440 millones.

**Rpta.: C**

5. Si reordenáramos el cuadro en función tanto de la cantidad de muertes por sismos y por economía de las naciones, probablemente el país más afectado resultaría ser

A) Chile.      B) Haití.      C) India.      D) Japón.

**Solución:**

Dada su virtual economía de supervivencia, y la pérdida del indispensable capital humano, muy probablemente sería Haití la nación más afectada del cuadro.

**Rpta.: B**

## SEMANA 15 C

## PASSAGE 1

Ants are amazing animals. Drop something tasty on the floor and they will quickly build an efficient highway from their nest and back to take the morsels home. They can do this despite very poor, in some species non-existent, eye-sight, no voice to talk to each other, and a less than impressive individual IQ.

Ants communicate using chemical substances called pheromones. "As ants move around they can leave pheromone on the ground," explains Marco Dorigo of the Université Libre de Bruxelles, who came up with the idea of using the ants' system in his PhD thesis and has co-authored a seminal book on the topic. "And if they sense [a trail of] pheromone already on the ground, they have a higher probability of following that trail rather than going in a different direction." If sufficiently many ants favor a particular trail a feedback loop ensues: the pheromones they have deposited will **attract** more ants to the trail, who increase the pheromone concentration along it, which will in turn attract more ants.

Freiberger, M. (2019). "The power of ants" in +plus magazine. Retrieved from <<https://plus.maths.org/content/power-ants>> (edited text).

## VOCABULARY

**along:** en, con  
**already:** ya  
**amazing:** impresionante  
**ant:** hormiga  
**around:** alrededor  
**back (-ed, -ed):** volver  
**build (built, built):** construir  
**chemical:** químico  
**come up with (came, come):** idear, presentar  
**despite:** pese a, a pesar de  
**drop (-ed, -ed):** caer  
**ensue (-ed, -ed):** resultar, suceder  
**eye-sight:** vista  
**floor:** piso, suelo  
**follow (-ed, -ed):** seguir

**ground:** tierra, suelo  
**highway:** autopista, carretera  
**IQ:** coeficiente intelectual (CI)  
**in turn:** a su vez, sucesivamente  
**increase:** incrementarse  
**leave (-ed, -ed):** dejar  
**more:** más  
**morsel:** trozo, pedacito  
**nest:** nido  
**poor:** pobre, reducido, bajo  
**quickly:** rápidamente  
**rather than:** en lugar de  
**sense (-ed, -ed):** sentir  
**tasty:** sabroso  
**trail:** camino, sendero  
**who:** quien

1. The main purpose of the author is to explain
  - A) the current investigations of researcher Dorigo.
  - B) the very poor eye-sight and individual IQ of ants.
  - C) the applications of ant's pheromones in highways.
  - D) the incredible capacity of ants to communicate.

**Solution:**

The author is amazed with the capacity of ants to communicate despite their poor conditions. This way of communication even motivated a research.

**Key: D**

2. What does ATTRACT most likely means?
- A) Fascinate                      B) Seduce                      C) Interest                      D) Enchant

**Solution:**

In this context, ATTRACT is referring to interest or animate ants to continue using that trail.

**Key: C**

3. We can infer about the ant's communication system that
- A) it uses substances called pheromones.  
B) it is replicated by many similar insects.  
C) it does not have just one single receiver.  
D) it was recently discovered by Marco Dorigo.

**Solution:**

The pheromones that ants leave on the ground are for more than one ant.

**Key: C**

4. According to the information about pheromones, it is compatible that
- A) these are chemicals utilized by ants to communicate.  
B) the only one way to use them is indicating ant's trails.  
C) there are insufficient for ants in order to find morsels.  
D) its use needs high individual IQ and a great eye-sight.

**Solution:**

The passage explains that "ants communicate using chemical substances called pheromones".

**Key: A**

5. If an ant had to choose between two trails and it perceives that one of them have more concentration of pheromones, then
- A) that would be because there is something tasty on the way.  
B) that ant would probably choose the trail with more pheromones.  
C) the animal would go back to its colony and then follow its similar.  
D) the ant would use its poor eye-sight to decide with way is better.

**Solution:**

The passage says that the ants are more attracted to places with more pheromones.

**Key: B**

## PASSAGE 2

Egyptian hieroglyphics is one of the earliest writing systems in the world, with the earliest exhibits dating back to the 4th millennium in the Early Bronze Age. While the writing system is synonymous with the era of the Pharaohs, it predates that period of Egyptian history by

several centuries. The introduction of hieroglyphics was one of the **hallmarks** of human civilization, whose use (among other ancient writing systems) ushered humanity from the prehistoric era to written history. The hieroglyphics enjoyed widespread use in Egypt for centuries until the writing system died off entirely in the 5th century, triggered by the ban of pagan temples in Egypt by Emperor Theodosius I. The writing system remained a mystery for many centuries thereafter, until it was accurately deciphered by Jean-Francois Champollion in 1822, with assistance from the then newly-discovered Rosetta Stone. Hieroglyphics are categorized into three distinct types of glyphs; determinatives, phonetics, and logographs. Egyptian hieroglyphics (1,070 characters) are recognized under the Unicode Standard, after being added into the standard in 2009.

Sawe, B (2018). "What are Hieroglyphics?" in WorldAtlas. Retrieved from <<https://www.worldatlas.com/what-are-hieroglyphics.html>> (edited text).

## TRADUCCIÓN

Los jeroglíficos egipcios son uno de los primeros sistemas de escritura del mundo, con las primeras exhibiciones que datan del 4to milenio en la Edad del Bronce Temprano. Si bien el sistema de escritura es sinónimo de la era de los faraones, es anterior a ese período de la historia egipcia por varios siglos. La introducción de los jeroglíficos fue una de las características de la civilización humana, cuyo uso (entre otros sistemas de escritura antiguos) condujo a la humanidad desde la era prehistórica a la historia escrita. Los jeroglíficos disfrutaron de un uso generalizado en Egipto durante siglos hasta que el sistema de escritura desapareció por completo en el siglo V, desencadenado por la prohibición de los templos paganos en Egipto por el emperador Teodosio I. El sistema de escritura siguió siendo un misterio durante muchos siglos a partir de entonces, hasta que Jean-Francois Champollion lo descifró con precisión en 1822, con la ayuda de la recién descubierta Piedra Rosetta. Los jeroglíficos se clasifican en tres tipos distintos de glifos; determinantes, fonética y logógrafos. Los jeroglíficos egipcios (1.070 caracteres) se reconocen bajo el estándar Unicode, después de ser agregados al estándar en 2009.

1. The main topic of the passage is
  - A) the different types of Egyptian hieroglyphics.
  - B) the backgrounds of modern writing systems.
  - C) the differences between Egyptian writers.
  - D) the importance of Egyptian hieroglyphics.

### **Solution:**

The passage explains why Egyptian hieroglyphics are so important.

**Key: D**

2. The word HALLMARKS could be replaced by
  - A) symbols.
  - B) trademarks.
  - C) guarantees.
  - D) boundaries.

### **Solution:**

HALLMARKS is referring to something representative, symbols.

**Key: A**

3. It is inferred from the passage about the use of Egyptian hieroglyphics that
- A) they were not the only writing system of human civilization.
  - B) its characters are recognized under the Unicode Standard.
  - C) they were exclusively identified in the era of the Pharaohs.
  - D) they represented the first kind of writing system ever known.

**Solution:**

The passage says that there were some other ancient writing systems that humanity used.

**Key: A**

4. About the passage, it is inconsistent to argue that Egyptian hieroglyphics
- A) were studied until the 5th century because now they are a mystery.
  - B) are categorized in different types that include the determinatives.
  - C) represent one of the most important representations of human kind.
  - D) were deciphered helped by the recently discovered Rosetta Stone.

**Solution:**

The passage says that the Egyptian hieroglyphics were utilized until the 5th century, but then they were studied and accurately deciphered by Champollion.

**Key: A**

5. If Theodosius I had permitted continue using hieroglyphics in Egypt, then probably
- A) the scientist Champollion would categorize hieroglyphics in a different way.
  - B) these would have been studied long time before they were actually studied.
  - C) the writing system in Egypt would be considered unimportant for people.
  - D) those hieroglyphics would be used now exactly as they were used then.

**Solution:**

Theodosius I prohibited using hieroglyphics and that probably is the reason why Champollion just studied these ones in 1822.

**Key: B**

## Habilidad Lógico Matemática

### EJERCICIOS

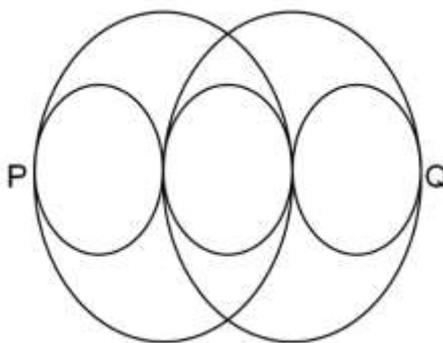
1. En la figura mostrada, ¿de cuántas maneras diferentes se puede ir del punto P hacia el punto Q, sin repetir puntos y siguiendo las líneas mostradas en la figura?

A) 55

B) 53

C) 52

D) 54



#### Solución:

El número de caminos está dado por:

$$2 \times 2 \times 2 + 2(4 + 4) + 14 \times 2 = 52$$

Rpta.: C

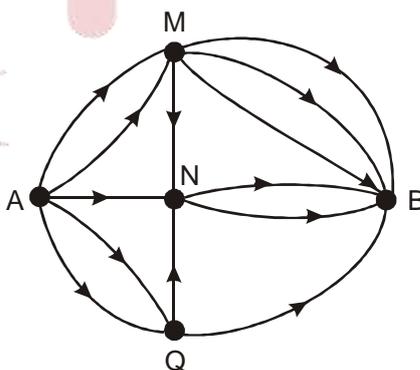
2. En la figura mostrada, recorriendo en la dirección que indican las flechas y sin pasar dos veces por el mismo punto, ¿cuántas formas diferentes existen, para ir del punto A hacia el punto B sobre las líneas?

A) 16

B) 17

C) 20

D) 18



#### Solución:

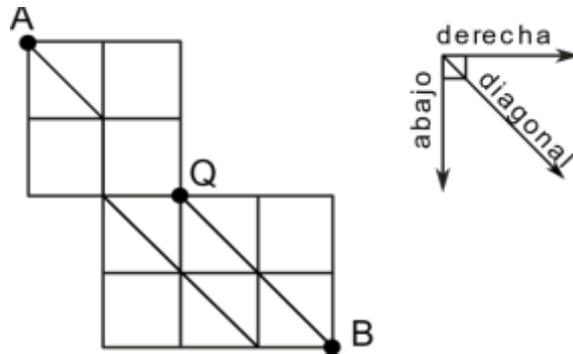
Total, de rutas posibles:

$$2 \times (3 + 1 \times 2) + 1 \times 2 + 2 \times (1 + 1 \times 2) = 18$$

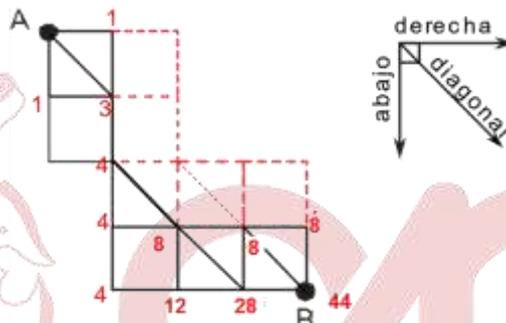
Rpta.: D

3. En la figura mostrada, recorriendo solamente por las direcciones indicadas, hacia la derecha, hacia abajo y/o diagonal, ¿cuántas rutas distintas existen desde el punto A hasta el punto B que no pasen por el punto Q?

- A) 32
- B) 44
- C) 24
- D) 36



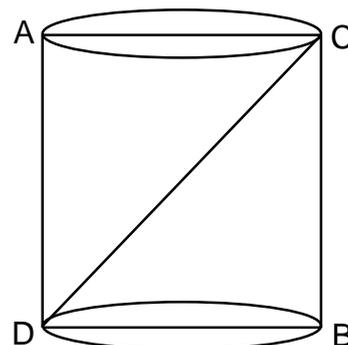
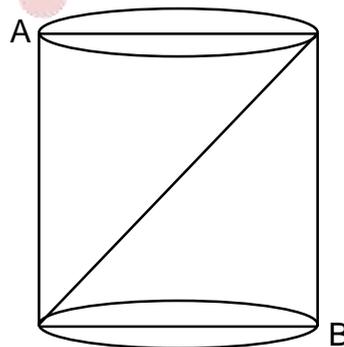
**Solución:**



**Rpta.: B**

4. En la siguiente figura mostrada, ¿de cuántas maneras diferentes se puede ir del punto A hasta el punto B sin pasar dos veces por el mismo punto y recorriendo solamente las líneas de la figura?

- A) 16
- B) 20
- C) 14
- D) 13



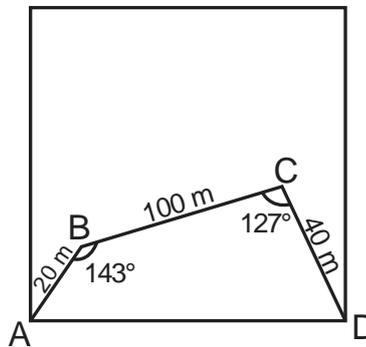
**Solución:**

- ACB:  $3 \times 1 = 3$
- ACDB:  $3 \times 1 \times 3 = 9$
- ADB:  $1 \times 3 = 3$
- ADCB:  $1 \times 1 \times 1 = 1$
- Total: 16

**Rpta.: A**

5. Don Armando, dispone de un terreno de forma cuadrada cuya área es 20000 m<sup>2</sup>; y la región ABCD, como se muestra en la figura, lo destina para la siembra de manzanas. Calcule el área de dicha región.

- A) 2600 m<sup>2</sup>
- B) 1800 m<sup>2</sup>
- C) 2000 m<sup>2</sup>
- D) 1600 m<sup>2</sup>

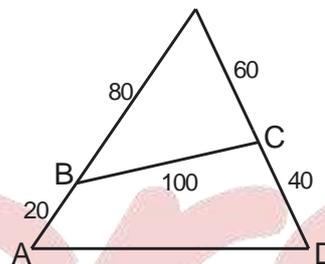


**Solución:**

Lado de la parcela: 100 m

$$\text{Área} = 100 \times 100 \times 1/2 - 60 \times 80 \times 1/2$$

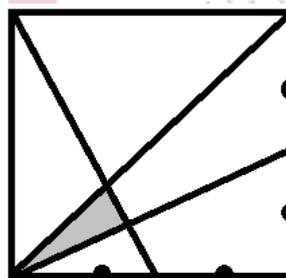
$$\text{Área} = 2600 \text{ m}^2$$



Rpta.: A

6. Don Daniel cuenta con un lote de terreno de forma cuadrangular como se muestra en la figura. Don Daniel desea enchapar con cerámicos todo su terreno, si el albañil le cobrará 150 soles por enchapar la región sombreada, ¿cuánto debe pagar en total, en soles, Don Daniel por todo el trabajo?

- A) 4000
- B) 2600
- C) 4500
- D) 3000



**Solución:**

Del gráfico tenemos:

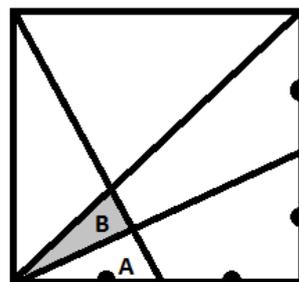
$$A = \frac{T}{20} \quad A + B = \frac{T}{12}$$

De donde:

$$B = \frac{T}{12} - \frac{T}{20} = \frac{T}{30}$$

$$\text{Luego: } \frac{T}{30} = 150$$

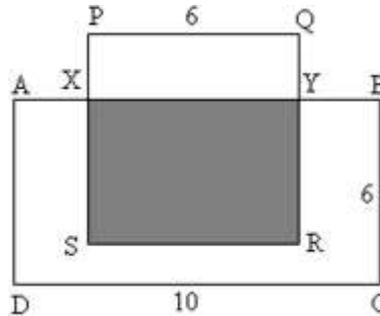
$$T = 4500 \text{ soles}$$



Rpta.: C

7. Don Rafael, un agricultor dedicado a la siembra de hortalizas posee 2 parcelas de terreno, una rectangular ABCD y otra cuadrangular PQRS, tal y como nuestra la figura, las dimensiones están dadas en metros. La región sombreada tiene por área la mitad del área de la región rectangular ABCD. Don Rafael desea sembrar por esta temporada poro en el área rectangular XPQY. ¿Cuántos metros cuadrados de poro sembrará esta temporada?

- A) 6 m<sup>2</sup>
- B) 8 m<sup>2</sup>
- C) 4 m<sup>2</sup>
- D) 10 m<sup>2</sup>



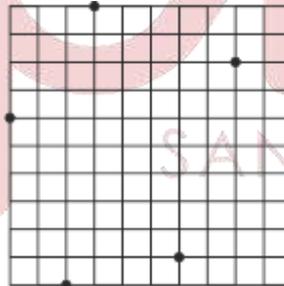
**Solución:**

1. El área de la región rectangular es 60 m<sup>2</sup>, luego el área de la región, XYSR es de 30 metros cuadrados, de esto se deduce que PX = 1 m.
2. Ahora, Área (PQXY) = 6 m<sup>2</sup>.

Rpta.: A

8. En la figura se muestra los 6 hitos de un terreno en una cuadrícula formada por 100 cuadraditos congruentes. Si el lado de cada cuadradito mide 2 m, halle el área de dicha región.

- A) 252 m<sup>2</sup>
- B) 250 m<sup>2</sup>
- C) 182 m<sup>2</sup>
- D) 280 m<sup>2</sup>



**Solución:**

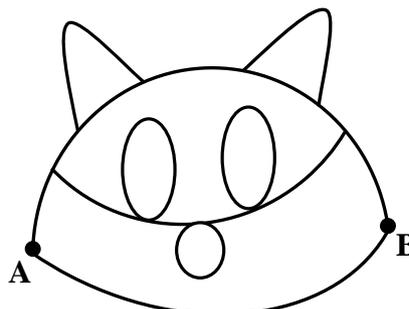
$$\text{Área} = (2^2) \left( \frac{8}{2} + 60 - 1 \right) = 252 \text{ m}^2$$

Rpta.: A

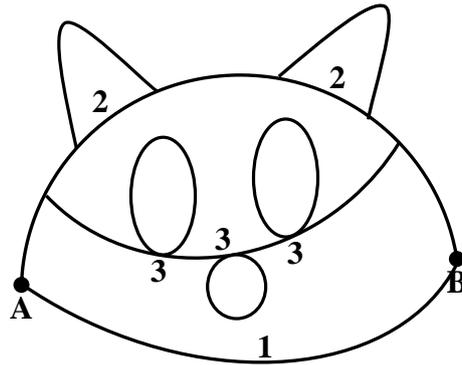
**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. La figura muestra tres óvalos tangentes. Recorriendo por las líneas, ¿de cuántas maneras diferentes se puede ir del punto A hacia el punto B, sin repetir tramos?

- A) 32
- B) 34
- C) 30
- D) 31



**Solución:**



$\therefore$  # Caminos diferentes A – B =  $2 \times 2 + 3 \times 3 \times 3 + 1 = 32$

**Rpta.: A**

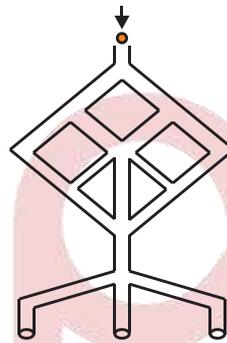
2. Se suelta una bolita como se muestra en la figura, ¿de cuántas maneras diferentes podrá salir por A, B o C? Dé como respuesta la suma de los tres valores.

A) 18

B) 21

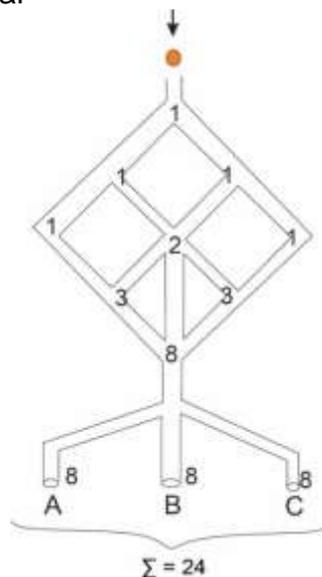
C) 27

D) 24



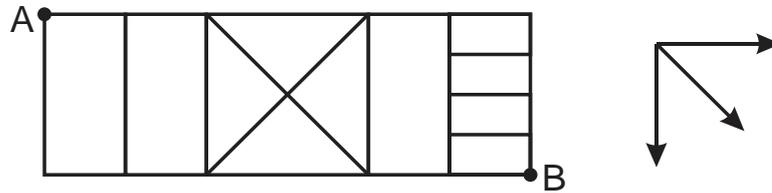
**Solución:**

Aplicando el método de Pascal



**Rpta.: D**

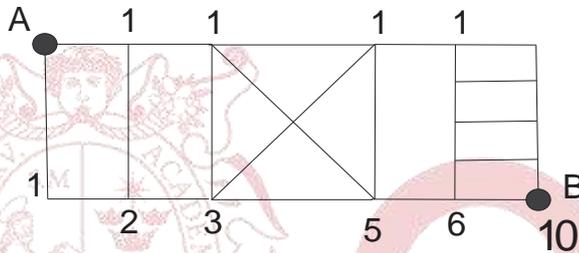
3. Una hormiga se encuentra en el vértice A sobre el armazón de hierro de una ventana. Si se dirige hacia el vértice B siguiendo las direcciones indicadas, hacia la derecha, hacia abajo y/o diagonal.



¿Cuántas rutas podría elegir si no retrocede en ningún momento?

- A) 10                      B) 9                      C) 8                      D) 11

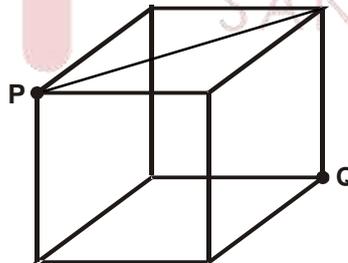
**Solución:**



Rpta.: A

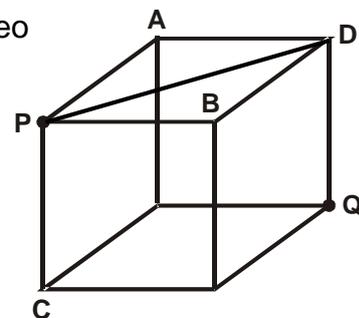
4. La figura mostrada es una estructura cúbica construida de alambre. Recorriendo solamente por las aristas y por la diagonal del cubo, sin pasar dos veces por el mismo punto, ¿cuántas rutas distintas existen desde el punto P al punto Q?

- A) 18  
B) 23  
C) 21  
D) 25



**Solución:**

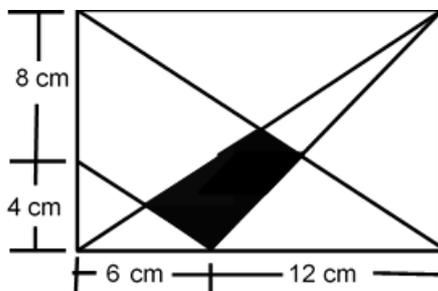
- Tomemos los vértices A, B y C para nuestro conteo
- # rutas de P pasando por A hasta Q = # rutas de P pasando por B hasta Q = 6.
- # rutas de P pasando por C hasta Q = 6.
- # rutas de P pasando por D hasta Q = 5.
- # total de rutas de P a Q = 6 + 6 + 6 + 5 = 23.



Rpta.: B

5. La figura muestra el patio de un colegio el cual tiene forma rectangular y sus dimensiones son 12 m y 18 m. Sobre este patio se han trazado líneas rectas y sea pintado solo la región sombreada en la figura. ¿Cuál es el área de la región sombreada?

- A) 19,2 m<sup>2</sup>
- B) 22,5 m<sup>2</sup>
- C) 20,0 m<sup>2</sup>
- D) 18,0 m<sup>2</sup>



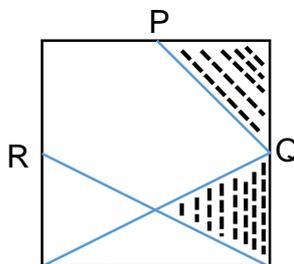
**Solución:**

$\text{Área de la región sombreada} = R + S + T =$   
 $= (1/2)(3)(4) + ((1/2)(4 + 6)(3) - (1/2)(3)(3)) + (1/2)(3)(9/5)$   
 $= 19,2 \text{ m}^2$

**Rpta.: A**

6. Pedro tiene en terreno cuadrangular de 10 m. de lado. Al realizar la distribución de los ambientes de su futura casa, él dice: “la región sombreada representa el jardín de mi casa” (ver figura). Si los puntos P, Q y R son puntos medios de sus respectivos lados, ¿cuál será la suma de las áreas del jardín que tendrá la casa de Pedro?

- A) 25 m<sup>2</sup>
- B) 16 m<sup>2</sup>
- C) 24 m<sup>2</sup>
- D) 28 m<sup>2</sup>



**Solución:**

Se sabe por propiedad que cada región sombreada

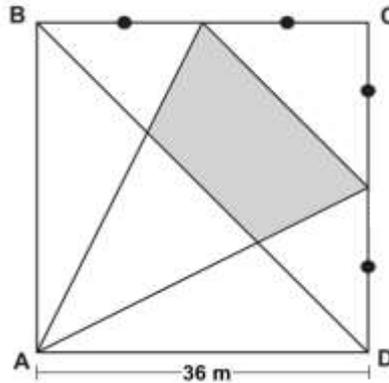
Representa la octava parte del área total

Luego; área sombreada =  $\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8}\right)$  área total =  $\frac{\text{área total}}{4} = \frac{100}{4} = 25 \text{ m}^2$

**Rpta.: A**

7. Un terreno agrícola de forma cuadrada se divide entre 7 hermanos, siendo el área sombreada la región destinada al hermano mayor, halle el área de la región mencionada.

- A) 120 m<sup>2</sup>
- B) 180 m<sup>2</sup>
- C) 270 m<sup>2</sup>
- D) 300 m<sup>2</sup>

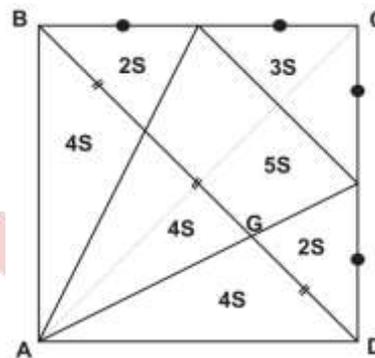


**Solución:**

Del gráfico, G es baricentro y las regiones cumplen la siguiente relación:

$$A_{\text{Total}} = 24S = 36 \times 36 \rightarrow S = 54$$

Área sombreada:  $5S = 270 \text{ m}^2$



Rpta.: C

8. Se ha construido una pequeña piscina, de forma pentagonal. La cuerda que parte de un vértice y llega al lado opuesto, es un eje de simetría. Tres de sus ángulos consecutivos e interiores miden 90°, además los tres lados mayores tienen  $4\sqrt{2}$  m de longitud. ¿Cuál fue el área sobre el terreno, que ocupó la construcción de la piscina pentagonal?

- A) 24 m<sup>2</sup>
- B) 12 m<sup>2</sup>
- C) 16 m<sup>2</sup>
- D) 18 m<sup>2</sup>



**Solución:**

El área de la piscina se calcula mediante el área del cuadrado de lado  $4\sqrt{2}$  m, menos el área de un triángulo rectángulo de lado 4 m

$$A = (4\sqrt{2})^2 - \frac{4^2}{2} = 24 \text{ m}^2$$

Rpta.: A

# Aritmética

## EJERCICIOS

1. Se deja caer una bola de goma desde la azotea de un edificio que tiene una altura de 243 m. Cada vez que toca el suelo, rebota y recorre hacia arriba una distancia igual a las dos terceras partes de la altura desde la que ha caído la última vez. ¿De qué altura en metros ha caído la bola cuando ha tocado el suelo por sexta vez?

A) 32                      B) 64                      C) 48                      D) 72

### Solución:

Tenemos:  $a_1 = 243$ ,  $q = \frac{2}{3}$ ,  $n = 6$ . Altura(de lanzamiento) =  $a_6 = 243 \times \left(\frac{2}{3}\right)^5 = 32$

Rpta.: A

2. Un concurso consiste en proponer al concursante, una sucesión de preguntas hasta que, dé una respuesta incorrecta y quede eliminado. Los premios de cada respuesta correcta se acumulan y son de diez soles por la primera, veinte soles por la segunda, treinta soles por la tercera y así sucesivamente. ¿Cuál es el mínimo número de preguntas que hay que responder para conseguir 910 soles?

A) 12                      B) 13                      C) 15                      D) 18

### Solución:

Tenemos PA:  $a_1 = 10$ ,  $r = 10$ , y  $a_n = 10n$ .

Sea  $n$ : el mínimo de preguntas bien contestadas

entonces:  $S_n = \frac{(10 + a_n)}{2} \times n = 910 \Rightarrow n = 13$

Rpta.: B

3. En una sala de cine, la segunda fila de butacas está a 10 m de la pantalla y la séptima fila está a 16 m. Si la distancia entre fila y fila es la misma, ¿en qué fila debe sentarse una persona que le guste ver la pantalla a una distancia de 28 m?

A) 15                      B) 16                      C) 17                      D) 18

### Solución:

Sea  $r$ : la distancia entre fila y fila. Tenemos una PA:  $a_1 = ?$ ,  $a_2 = 10$ ,  $a_7 = 16$  y  $a_n = 28$

$\begin{cases} a_1 + r = 10 \\ a_1 + 6r = 16 \end{cases} \Rightarrow a_1 = \frac{44}{5}, r = \frac{6}{5}$ , Luego:  $28 = \frac{44}{5} + (n-1) \times \frac{6}{5} \Rightarrow n = 17$

Rpta.: C

4. Carmen se está preparando para el examen de revalidación. Para no dejar toda la materia para el final ha decidido estudiar cada día el doble de páginas que el día anterior. Si el primer día estudió dos páginas, ¿cuántas páginas habrá estudiado al cabo de 8 días?

A) 62                      B) 254                      C) 126                      D) 510

**Solución:**

Tenemos: PG:  $a_1 = 2$ ,  $q = 2$ ,  $S_8 = ?$ . Entonces:  $S_8 = \frac{2(2^8 - 1)}{2 - 1} = 510$

**Rpta.: D**

5. Se publicó un libro que tiene  $\overline{bba}$  páginas, se observa que se han utilizado 1164 cifras para enumerar desde la página  $\overline{ab}$  hasta el final. Determine cuántas veces se ha utilizado la cifra dos para enumerar todo el libro.

A) 194                      B) 193                      C) 192                      D) 195

**Solución:**

Tenemos: #pág =  $\overline{bba}$ , #cifras( $\overline{ab}, \dots, \overline{bba}$ ) = 1164

Entonces:  $1164 = 2(99 - \overline{ab} + 1) + 3(\overline{bba} - 100 + 1) \Rightarrow a = 3 \wedge b = 4$

# cifras (2) utilizadas (del 1 al 443) =  $20 + 20 + 120 + 20 + 15 = 195$   
1al99      100al199      200al299      300al399      400al443

**Rpta.: D**

6. Juan emprendió un negocio, el primer día solo tuvo dos clientes, el segundo día tuvo cuatro clientes más que el día anterior, el tercer día otros seis clientes más que el día anterior, el cuarto día ocho clientes más que el día anterior, y así sucesivamente hasta el vigésimo día de iniciado su negocio, día que alcanzó el número máximo de clientes. Determine la suma de cifras de este número máximo.

A) 11                      B) 6                      C) 12                      D) 9

**Solución:**

Tenemos que: 2; 6; 12; 20; ...

4 6 8 ...

2 2 ...

Luego:  $a_{20} = 2C_0^{19} + 4C_1^{19} + 2C_2^{19} = 420$  entonces la suma de cifras es 6.

**Rpta.: B**

7. Un bus de cada una de las líneas L y T de transporte urbano de pasajeros, inician simultáneamente su recorrido desde un mismo paradero inicial, realizando su primera parada después de 23 y 39 minutos respectivamente, y sus posteriores paradas (de igual tiempo para los dos) después de nueve y siete minutos respectivamente; los recorridos de ambos buses son por la misma vía y a velocidades constantes (despreciándose el tiempo para las paradas en los paraderos y el “tráfico vehicular”). Si los buses de las líneas L y T llegan a su paradero final después de 410 y 494 minutos respectivamente, determine el máximo número de paraderos comunes que ambos buses hicieron su parada.

A) 8                      B) 7                      C) 6                      D) 5

**Solución:**

Sean: L : 23, 32, 41, ..., 410  $\rightarrow l_n = 9n + 14$  y T : 39, 46, 53, ..., 494  $\rightarrow t_m = 7m + 32$

Para  $n, m \in \mathbb{Z}^+$  :  $l_n = t_m$ . Entonces:  $9n + 14 = 7m + 32 \therefore 9n = 7m + 18$ .

Luego :  $m = 9, 18, 27, 36, 45, 54$ . Por lo tanto coinciden en 6 paraderos a lo más.

**Rpta.: C**

8. Las visitas a una página web recientemente creada, mostraron el siguiente comportamiento: el primer día tres visitas, siete visitas el segundo día, el tercer día doce visitas, dieciocho visitas el cuarto día y así sucesivamente. Determine la suma del número de visitas de los días 42 y 43.

A) 2018                      B) 2021                      C) 2020                      D) 2019

**Solución:**

Tenemos que: 3; 7; 12; 18; ...

4 5 6 ...

1 1 ...

$$a_{42} = 3C_0^{41} + 4C_1^{41} + C_2^{41} \text{ y } a_{43} = 3C_0^{42} + 4C_1^{42} + C_2^{42}$$

$$\begin{aligned} \text{Luego: } a_{42} + a_{43} &= 3C_0^{41} + 3C_0^{42} + 4C_1^{41} + 4C_1^{42} + C_2^{41} + C_2^{42} \\ &= 6 + 332 + 820 + 861 = 2019. \end{aligned}$$

**Rpta.: D**

9. La utilidad en el restaurant “El sabor del viejito” aumenta mensualmente durante un año formando una progresión aritmética; al décimo mes de iniciado el negocio, el administrador Luis Alberto observó que las utilidades del cuarto y noveno mes sumaron 12 500 dólares. ¿Cuál será la utilidad total en dólares durante los 12 primeros meses de iniciado el negocio, que espera Luis Alberto?

A) 75 000                      B) 61 500                      C) 73 500                      D) 69 000

**Solución:**

Sean las utilidades mensuales:  $a_1, a_2, \dots, a_{12}, \dots$  y  $a_4 + a_9 = 12500$ ,  $a_1 + a_{12} = x$

Entonces:  $a_1 + 3r + a_1 + 8r = 12500 = 2a_1 + 11r = a_1 + a_{12} \therefore a_1 + a_{12} = 12500$

$$U_{\text{Total}} = \frac{12500}{2} \times 12 = 75000$$

**Rpta.: A**

10. Una planta de manzano tiene 2380 hojas, debido a su periodo de "agostamiento" (no se le riega y se caen sus hojas, además no brotan nuevas hojas), y pasando un periodo de tiempo se observó que: el primer día cayeron tres hojas, cinco hojas el segundo día, siete hojas el tercer día, nueve hojas el cuarto día y así sucesivamente. Después de cuántos días, de iniciada la caída de hojas, la planta del manzano se quedará con solo 77 hojas.

A) 55

B) 47

C) 54

D) 56

**Solución:**

Tenemos: #(total de hojas) = 2380. Hojas caídas: 3, 5, 7, 9, ...,  $a_n, \dots$

$n = \#(\text{días que transcurren para que se quede con 77 hojas})$

$$S_n = 2380 - 77 = 2303 = \frac{(3 + 3 + 2(n-1))}{2} \times n \quad \therefore n = 47.$$

**Rpta.: B****EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. En una carrera un hombre avanza 6 metros en el primer segundo, y en cada segundo posterior avanza 25 cm más que el anterior. Determine la distancia en metros que habrá recorrido en 8 segundos.

A) 55

B) 49

C) 54

D) 56

**Solución:**

$$\text{Tenemos: } a_8 = 6 + 7(0,25) = 7,75 \Rightarrow S_8 = \frac{(6 + 7,75)}{2} \times 8 = 55$$

Luego, el hombre en los 8 segundos recorrió 55 metros.

**Rpta.: A**

2. Un taxista ganó 20 dólares el lunes y cada día, de esa semana, ganó el doble de lo que ganó el día anterior. Determine la cantidad en dólares que ganó el taxista desde el lunes hasta el sábado de esa semana.

A) 640

B) 1260

C) 1280

D) 960

**Solución:**

Tenemos:  $a_1 = 20$ ,  $q = 2$ ,  $n = 6$ .

$$\text{Cantidad ganada en 6 días} = S_6 = 20 \times \frac{(2^6 - 1)}{2 - 1} = 1260$$

**Rpta.: B**

3. Al construir un túnel, por el primer metro de perforación del cerro se ha pagado 750 dólares y por cada metro restante 250 dólares más que el metro anterior. Si ya se tiene invertido \$93 750, ¿cuántos metros del túnel se tiene perforado?

A) 36                      B) 32                      C) 25                      D) 24

**Solución:**

$$\text{Tenemos: } 93750 = \left( \frac{2(750) + (n-1) \times 250}{2} \right) \times n, \text{ por lo tanto } n = 25.$$

**Rpta.: C**

4. Martín ahorró día a día, durante un cierto tiempo de la siguiente manera; el primer día ahorró 2 soles, el segundo día ahorró 7 soles, el tercer día ahorró 15 soles, el cuarto día ahorró 26 soles y así sucesivamente hasta el último día. Si Martín durante todo ese tiempo ahorró 13 050 soles. ¿Cuántos días ahorró Martín?

A) 27                      B) 28                      C) 29                      D) 30

**Solución:**

Tenemos que:

$$2; 7; 15; 26; \dots \quad \text{entonces} \quad a_n = \frac{(3n^2 + n)}{2}$$

$$\text{Luego: } S_n = \frac{1}{2} [ 3(n) \times (n+1) \times (2n+1)/6 + (n) \times (n+1)/2 ] = 13050$$

Entonces:  $n = 29$ .

**Rpta.: C**

5. El número de personas que asistieron a una fiesta está entre 560 y 720; al ingresar a cada uno le dieron un recibo distinto y numerado empezando en 10. Al realizar la rendición de cuentas se observó que se habían utilizado 1980 dígitos en total para enumerar todos los boletos entregados. Determine la suma de cifras del número de personas que asistieron a dicha fiesta.

A) 24                      B) 23                      C) 16                      D) 19

**Solución:**

Se ha numerado: 10, 11; 12; 13; 14; ... ;  $\overline{abc}$ , donde  $560 \leq \overline{abc} \leq 720$

Boletos: 10; ... ; 99; 100; ... ;  $\overline{abc}$

$$\text{Cantidad de dígitos utilizados} = 90(2) + [\overline{abc} - 99](3) = 1980$$

Por lo tanto:  $\overline{abc} = 699$  entonces la suma de cifras es, 24.

**Rpta.: A**

6. Al construir un condominio, se construyó un hotel de modo que el primer piso tiene 120 habitaciones y los pisos siguientes tienen 6 habitaciones menos cada uno. Si el hotel tiene 1242 habitaciones en total, determine el número de pisos del hotel.

A) 20                      B) 18                      C) 23                      D) 24

**Solución:**

Sea: #pisos =  $n$ . entonces  $a_n = 120 + (n - 1)(-6) = 126 - 6n$ ,

Luego: # Habitaciones =  $S_n = [120 + 126 - 6n]n/2 = 1242$

Entonces:  $n = 18$

**Rpta.: B**

7. En una campaña de solidaridad, de un determinado país, se observó una fila de personas, que llevaban sus donaciones en dinero en efectivo. Ellas fueron ordenadas ascendentemente de acuerdo al monto de su donación, formando 35 términos de una progresión aritmética, donde la suma donada por el sexto y trigésimo donante era de 1800 dólares. Determine la suma total en dólares recaudada en esa fila.

A) 22 500                  B) 35 100                  C) 31 500                  D) 34 200

**Solución:**

Tenemos una PA. Por ser  $t_1$ ,  $t_{35}$  y  $t_6$ ,  $t_{30}$  términos equidistantes se cumple

$$t_1 + t_{35} = t_6 + t_{30} = 1800 \quad \therefore S_{35} = \left( \frac{t_1 + t_{35}}{2} \right) 35 = 31500$$

**Rpta.: C**

8. A lo largo de unos meses un padre decidió dar propinas a sus dos hijos Joel y Mary de acuerdo a sus rendimientos académicos; las propinas en soles que le correspondieron a Joel tenían la siguiente secuencia: 3, 8, 13, 18, ..., 248; mientras que las de Mary tenían a 2; 5; 8; 11; ... como secuencia. Determine en cuántas oportunidades obtuvieron la misma cantidad de propina.

A) 16                      B) 19                      C) 18                      D) 17

**Solución:**

De los datos tenemos: **Joel:**  $S_1: a_n = 5n - 2$ . **Mary:**  $S_2: b_m = 3m - 1$ .

Igualando:  $5n - 2 = 3m - 1$  entonces  $5n = 3m + 1$ , luego  $n = 2, 5, 8, \dots, 50$ .

Total 17 coincidencias en el monto de propina.

**Rpta.: D**

9. En la temporada de circo se observó, la recaudación de los primeros 6 días del circo "El Monchito". El primer día recaudó menos de S/.100, pero tuvo tanto éxito que las recaudaciones triplicaron cada día, de modo que en los seis días recaudaron S/.22 932. Determine la suma de cifras de la recaudación en soles del sexto día.

A) 18                      B) 15                      C) 21                      D) 9

**Solución:**

Tenemos:  $a_1 = ?$ ,  $q = 3$ ,  $n = 6$ ,  $a_6 = ?$ ,  $S_6 = 22932$ . Entonces:  $22932 = \frac{a_1(3^6 - 1)}{3 - 1} = 364a_1$

Luego:  $a_1 = 63 \rightarrow a_6 = 63(3^5) = 15309 \therefore \sum \text{cifras}(15309) = 18$

Rpta.: A

10. Se compran 50 artefactos. Por el primero se pagó 800 soles, y por cada uno de los demás 300 soles más que por el anterior. Determine la suma de cifras del importe de la compra.

A) 11                      B) 12                      C) 16                      D) 18

**Solución:**

Tenemos: P.A.  $a_1 = 800$ ,  $r = 300$ ,  $n = 50$

Importe total de la compra =  $S_{50} = \frac{(2(800) + 49(300))}{2} \times 50 = 407\,500$

Entonces:  $\sum \text{cifras}(S_{50}) = 16$

Rpta.: C

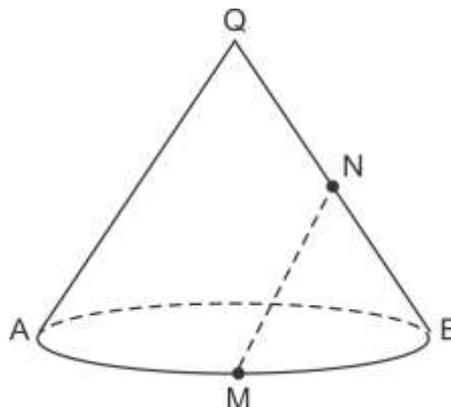
UNMSM

## Geometría

### EJERCICIOS

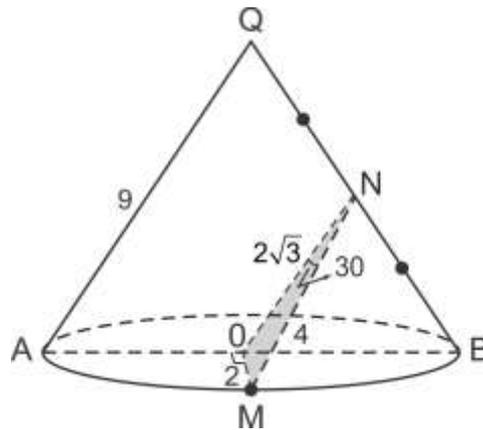
1. En la figura, N es el punto medio de la generatriz  $\overline{BQ}$  del cono de revolución y  $m\angle AM = m\angle BM = 90^\circ$ . Si  $MN = 4$  m, y la medida del ángulo entre  $\overrightarrow{AQ}$  y  $\overrightarrow{MN}$  es  $30^\circ$ , halle el área lateral del cono.

- A)  $4\pi\sqrt{3} \text{ m}^2$   
 B)  $6\pi\sqrt{3} \text{ m}^2$   
 C)  $8\pi\sqrt{3} \text{ m}^2$   
 D)  $12\pi\sqrt{3} \text{ m}^2$



**Solución:**

- $\overline{ON} \parallel \overline{AQ} \Rightarrow m\widehat{ONM} = 30^\circ$
- $\overline{MO} \perp \Delta AQB \Rightarrow \overline{MO} \perp \overline{ON}$
- $\Delta MON$ : notable de  $30^\circ$   
 $\Rightarrow r = 2 \wedge ON = 2\sqrt{3}$
- $A_L = \pi(2)(4\sqrt{3})$   
 $\therefore A_L = 8\pi\sqrt{3}$



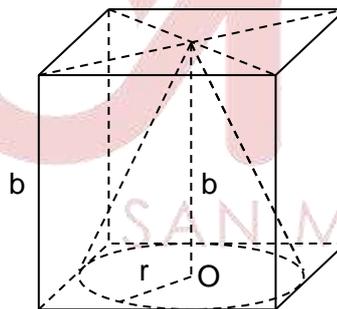
Rpta.: C

2. Utilizando un bloque de piedra de forma cúbica, un escultor ha obtenido un cono circular recto cuya base está inscrita en una cara del cubo y el vértice es el centro de la cara opuesta. Si en el proceso de tallado se ha desperdiciado  $1 \text{ m}^3$  de material, halle la cantidad de piedra que no ha sido desperdiciada.

- A)  $\frac{\pi}{12 - \pi} \text{ m}^3$       B)  $\frac{\pi}{12 + \pi} \text{ m}^3$       C)  $\frac{12}{12 - \pi} \text{ m}^3$       D)  $4\pi \text{ m}^3$

**Solución:**

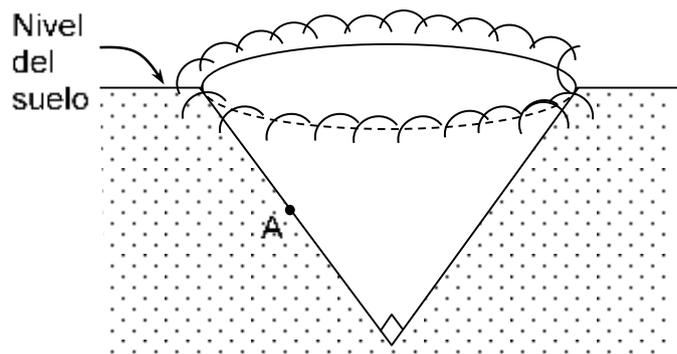
- Dato:  $b^3 - \frac{\pi b^3}{12} = 1$   
 $b^3 = \frac{12}{12 - \pi}$
- $V_{\text{cono}} = \frac{\pi r^2 b}{3} = \frac{\pi b^3}{12}$   
 $V_{\text{cono}} = \frac{\pi}{12 - \pi}$



Rpta.: A

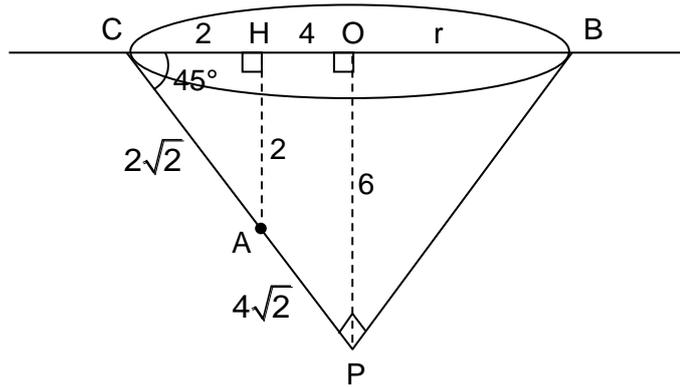
3. En la figura, se tiene un agujero cónico realizado por una larva de hormiga de león para atrapar pequeños insectos. En el punto A se ubica un insecto, que está a 2 cm del nivel del suelo y a  $4\sqrt{2}$  cm del vértice del agujero. Halle la cantidad de arena (en  $\text{cm}^3$ ) que tuvo que extraer dicha larva.

- A)  $32\pi \text{ cm}^3$   
 B)  $36\pi \text{ cm}^3$   
 C)  $42\pi \text{ cm}^3$   
 D)  $48\pi \text{ cm}^3$



**Solución:**

- $\triangle COP$ : notable ( $45^\circ$ )  
 $\Rightarrow r = h = 6$
- $V = \frac{\pi 6^2 \times 6}{3} = 36\pi$
- $V_{Arenas} = V$   
 $\therefore V_{arenas} = 36\pi$



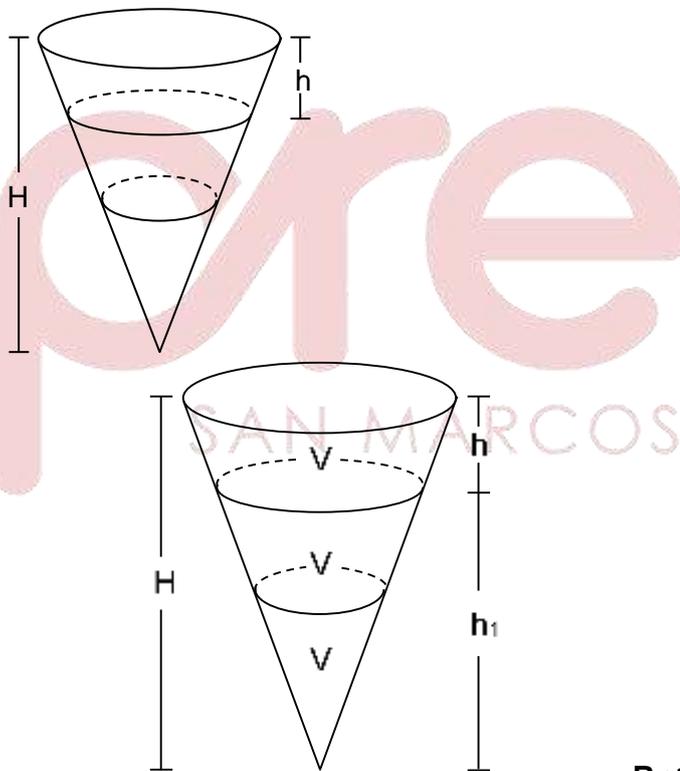
**Rpta: B**

4. La figura muestra un recipiente que tiene la forma de cono circular recto, que contiene tres líquidos de densidades diferentes y de igual volumen. Si  $h = \left(1 - \sqrt[3]{\frac{3}{2}}\right) m$ , halle la altura del recipiente.

- A) 1 m
- B) 1.5 m
- C)  $2\sqrt[3]{3} m$
- D) 2.5 m

**Solución:**

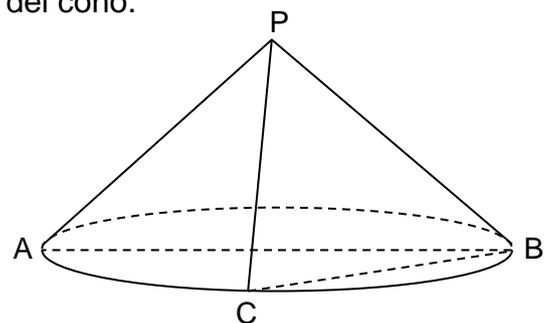
- Por semejanza de conos  
 $\frac{3V}{2V} = \frac{H^3}{h_1^3} \Rightarrow h_1 = \sqrt[3]{\frac{3}{2}}$
- $H = h_1 + h_2$   
 $H = 1 - \sqrt[3]{\frac{3}{2}} + \sqrt[3]{\frac{3}{2}}$   
 $H = 1 m$



**Rpta: A**

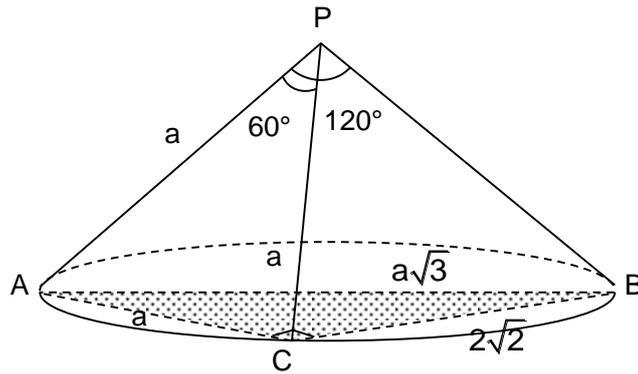
5. En la figura,  $\overline{AB}$  es diámetro de la base del cono circular recto. Si  $\widehat{m\hat{A}PB} = 120^\circ$ ,  $\widehat{m\hat{A}PC} = 60^\circ$  y  $BC = 2\sqrt{2} m$ , halle el área lateral del cono.

- A)  $3\sqrt{2}\pi m^2$
- B)  $2\sqrt{3}\pi m^2$
- C)  $\sqrt{3}\pi m^2$
- D)  $2\sqrt{2}\pi m^2$



**Solución:**

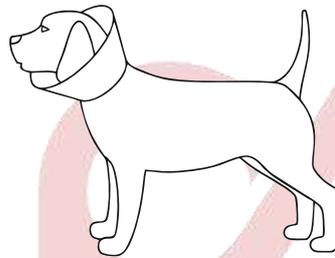
- $A_L = \pi \left( \frac{a\sqrt{3}}{2} \right) a = \frac{a^2}{2} \sqrt{3}\pi$
- $\triangle ACB$ :  
 $(a\sqrt{3})^2 = a^2 + (2\sqrt{2})^2$   
 $a^2 = 4$   
 $\therefore A_L = 2\sqrt{3}\pi$



**Rpta.: B**

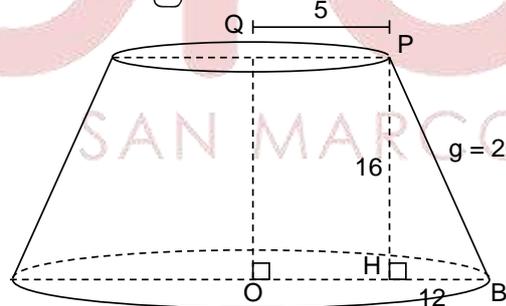
6. El collar isabelino es un dispositivo que por lo general está hecho de plástico y cuya principal función es evitar que el animal pueda retirar el vendaje o pueda lamer la zona donde tiene una herida. Este tiene forma de un tronco de cono, cuyas dimensiones son de 16 cm de altura, los diámetros de la base menor y mayor miden 10 cm y 34 cm respectivamente. Halle la cantidad total de plástico que se necesita para elaborar uno de estos dispositivos.

- A)  $440\pi \text{ cm}^2$
- B)  $420\pi \text{ cm}^2$
- C)  $500\pi \text{ cm}^2$
- D)  $400\pi \text{ cm}^2$



**Solución:**

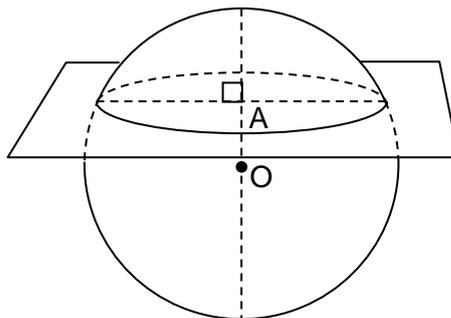
- $\triangle PHB$ : teorema de Pitágoras  
 $g = 20$
- Luego  $A_L = \pi(5 + 17)20 = 440\pi$



**Rpta.: A**

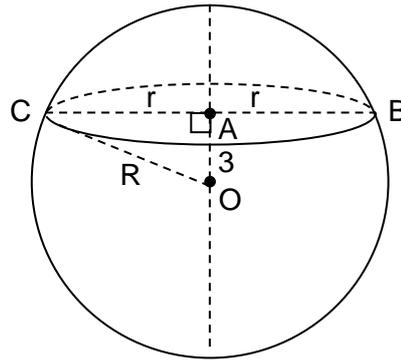
7. En la figura, O es centro de la esfera, el plano interseca a la esfera determinando un círculo de  $16\pi \text{ m}^2$  y  $OA = 3 \text{ m}$ . Halle el área de la superficie esférica.

- A)  $60\pi \text{ m}^2$
- B)  $70\pi \text{ m}^2$
- C)  $80\pi \text{ m}^2$
- D)  $100\pi \text{ m}^2$



**Solución:**

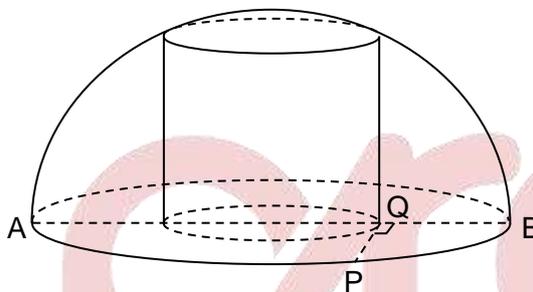
- $\pi r^2 = 16\pi \Rightarrow r = 4$
- $\triangle COA: R = 5$
- $AE = 4\pi (5)^2 = 100\pi \text{ m}^2$



Rpta.: D

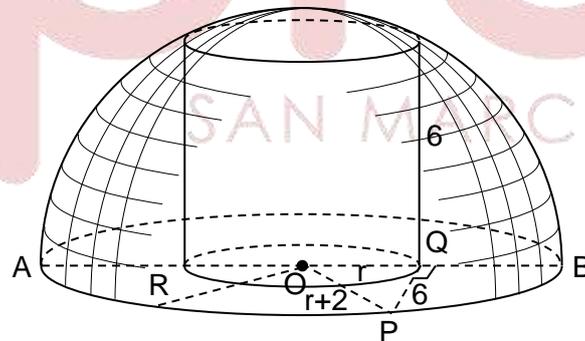
8. En la figura, se tiene un cilindro inscrito en la semiesfera. Si  $PQ = 6 \text{ cm}$  y  $QB = 2 \text{ m}$ , halle el área de la zona esférica determinado por la base superior del cilindro.

- A)  $120\pi \text{ cm}^2$
- B)  $100\pi \text{ cm}^2$
- C)  $80\pi \text{ cm}^2$
- D)  $76\pi \text{ cm}^2$



**Solución:**

- $\triangle OQP: (r+2)^2 = r^2 + 6^2$   
 $r = 8$
- $A_{ZE} = 2\pi Rh$   
 $R = 10 \wedge h = 6$   
 $\Rightarrow A_{ZE} = 120\pi$



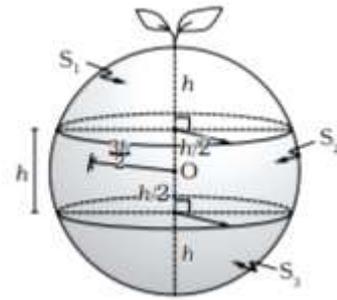
Rpta.: A

9. En una naranja de forma esférica se realizan dos cortes paralelos que trisecan perpendicularmente a un diámetro de la naranja, obteniéndose tres porciones de naranja, el cual es compartido por tres hermanos, luego de consumir la pulpa de la naranja se quedan con el exocarpo o coloquialmente conocido como la cáscara. Si uno de los hermanos sugiere hallar razón de áreas de las cáscaras de la naranja de los extremos entre la parte central. ¿Cuál es dicha razón?

- A) 2
- B)  $\frac{2}{3}$
- C)  $\frac{3}{4}$
- D) 3

**Solución:**

- $x = (S_1 + S_3)/S_2$
- $S_1$  y  $S_3$  son áreas de los casquetes (cáscara) y el radio de la esfera es  $3h/2$ , por teorema:  
 $S_1 = S_3 = (2\pi 3h/2)h = 3\pi h^2 \dots (1)$
- $S_2$  es el área de la zona esférica, por teorema:  
 $S_2 = (2\pi 3h/2)h = 3\pi h^2 \dots (2)$
- Luego:  $(S_1 + S_3)/S_2 = (3\pi h^2 + 3\pi h^2)/3\pi h^2 = 2$



Rpta.: A

10. Una esfera de madera cuyo radio mide  $2R$ , es dividido en "n" cuñas esféricas congruentes. Si una de estas partes es equivalente a una esfera cuyo radio mide  $R$ , halle n.

A) 6

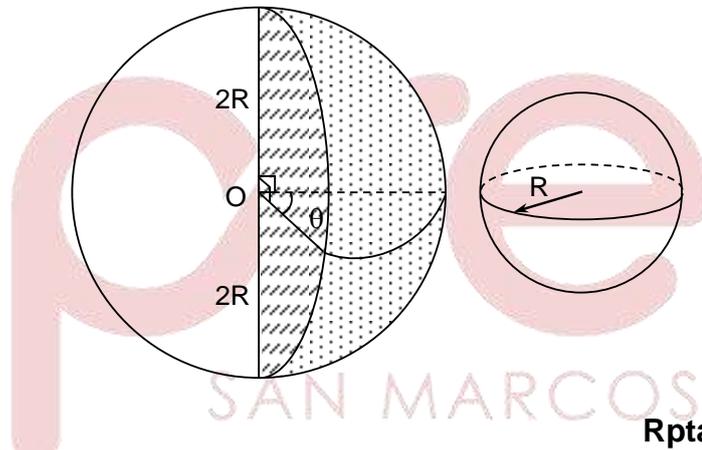
B) 8

C) 9

D) 10

**Solución:**

- $\theta = \frac{360^\circ}{n} \dots (1)$
- Dato:  $V_{\text{cuña}} = V_{\text{esf}}$   
 $\frac{4}{3} \pi (2R)^3 \frac{\theta}{360^\circ} = \frac{4}{3} \pi R^3$   
 $\theta = 45^\circ \dots (2)$
- De (1)  $\wedge$  (2):  $n = 8$



Rpta.: B

11. Una esfera de madera de 41 cm de radio es atravesada por un orificio cilíndrico de revolución de 18 cm de diámetro de modo que el eje del cilindro pase por el centro de la esfera. Halle el volumen de madera que se ha quitado a la esfera.

A)  $19\ 654\pi/3 \text{ cm}^3$

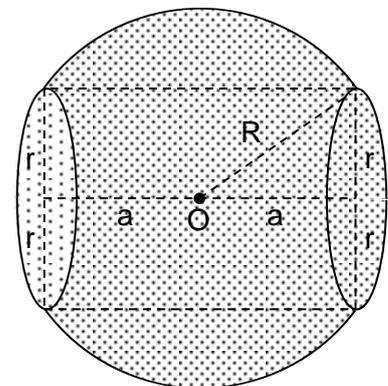
B)  $19\ 654\pi \text{ cm}^3$

C)  $19\ 584\pi \text{ cm}^3$

D)  $19\ 684\pi/3 \text{ cm}^3$

**Solución:**

- Datos:  $R = 41$  y  $2r = 18 \rightarrow r = 9$
- Por Pitágoras:  $R^2 = r^2 + a^2$   
 $\rightarrow a = 40$
- $V$  es la suma de los volúmenes del cilindro de revolución y de los segmentos esféricos de una base de 1 cm de altura y bases congruentes a las del cilindro  
 $\rightarrow V = \pi 9^2(80) + 2(\pi 1^3/6 + \pi(1)9^2/2)$   
 $V = 19\ 684\pi/3$



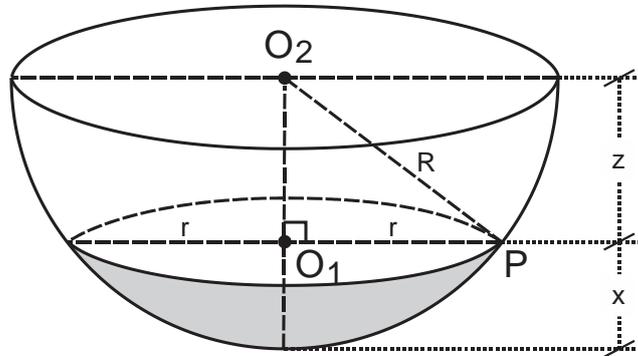
Rpta.: D

12. Un depósito semiesférico de 15 cm de radio, contiene un líquido. Si en la parte superior del líquido se determina un círculo de área  $81\pi \text{ cm}^2$ , halle la profundidad del líquido.

- A)  $2\sqrt{2}$  cm      B)  $\sqrt{5}$  cm      C) 4,5 cm      D) 3 cm

**Solución:**

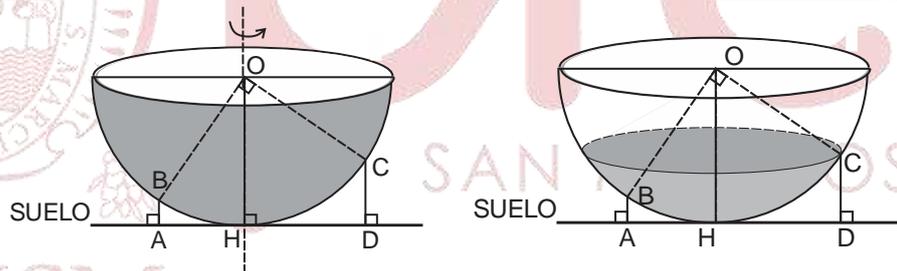
- $\pi r^2 = 81\pi$   
 $\Rightarrow r = 9$
- $\triangle O_1O_2P$ :  
 $z^2 = 15^2 - 9^2 \Rightarrow z = 12$
- $x = 15 - 12 = 3 \text{ cm}$



Rpta.: D

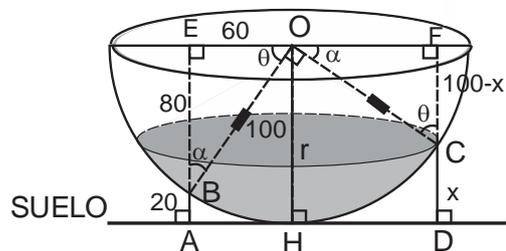
13. Un recipiente semiesférico de centro O, llena de agua, está sujeta al suelo por los tubos AB y CD, como se muestra en la figura. Al inclinar el recipiente se derrama agua, llegando el nivel del líquido al punto C. La capacidad del recipiente es  $\frac{2000000\pi}{3} \text{ cm}^3$  y  $AB = 20 \text{ cm}$ . ¿A qué altura está la superficie de agua respecto al suelo?

- A) 40 cm  
 B) 60 cm  
 C) 30 cm  
 D) 45 cm



**Solución:**

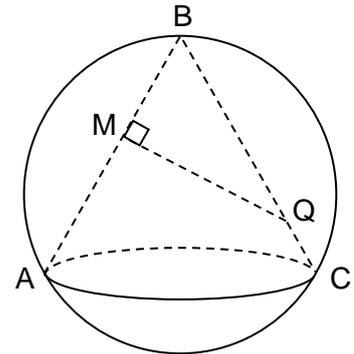
- Dato:  $V_{\text{recipiente}} = \frac{2000000\pi}{3} = \frac{2\pi r^3}{3}$   
 $\Rightarrow r = 100$
- $\triangle BEO$ : notable de  $37^\circ$  y  $53^\circ$   
 $\Rightarrow EO = 60$
- $\triangle BEO \cong \triangle OFC \Rightarrow 100 - x = 60$   
 $x = 40 \text{ cm}$



Rpta.: A

14. En la figura,  $AM = MB$ ,  $BQ = 10$  m y  $QC = 2$  m. Halle el área de la superficie esférica que inscribe al cono de revolución.

- A)  $280\pi \text{ m}^2$
- B)  $360\pi \text{ m}^2$
- C)  $400\pi \text{ m}^2$
- D)  $320\pi \text{ m}^2$

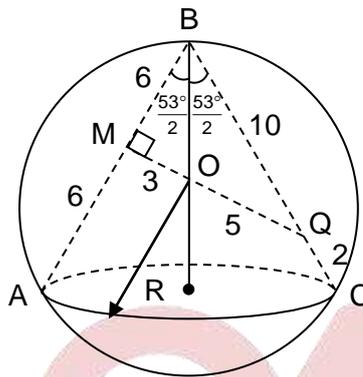


**Solución:**

•  $\triangle BMO$ : notable  $53/2$

$$R = 3\sqrt{10}$$

•  $A_{SE} = 4\pi(3\sqrt{10})^2$   
 $= 360\pi$



Rpta.: B

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. En un trapecio rectángulo ABCD (recto en A y B),  $\overline{AD}$  es la base mayor y  $AB = BC$ . Si las superficies generadas por  $\overline{BC}$  y  $\overline{CD}$  al girar una vuelta alrededor de  $\overline{AD}$  son equivalentes, halle  $m\widehat{ADC}$ .

- A)  $37^\circ$
- B)  $30^\circ$
- C)  $45^\circ$
- D)  $53^\circ$

**Solución:**

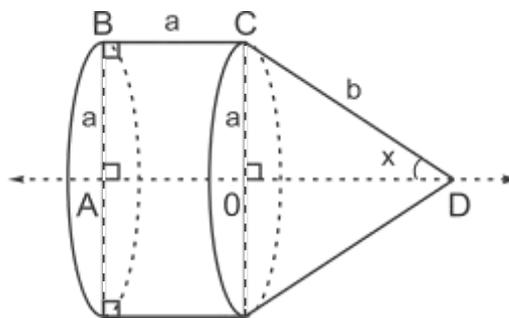
• Dato:  $S_2 = S_1$

$$\pi ab = 2\pi a \times a$$

$$b = 2a$$

•  $\triangle COD$  notable de  $30^\circ$

$$\therefore x = 30^\circ$$



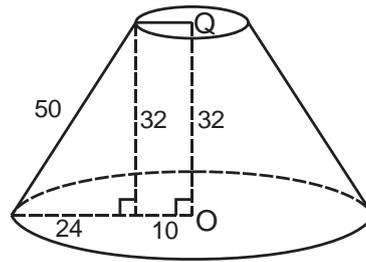
Rpta.: B

2. Se quiere fabricar la pantalla de una lámpara en forma de tronco de cono circular recto. Si la altura y los radios de las bases miden 32 cm, 10 cm y 34 cm respectivamente, halle el área de la superficie de la pantalla.

- A)  $1720\pi \text{ cm}^2$
- B)  $1820\pi \text{ cm}^2$
- C)  $1760\pi \text{ cm}^2$
- D)  $1900\pi \text{ cm}^2$

**Solución:**

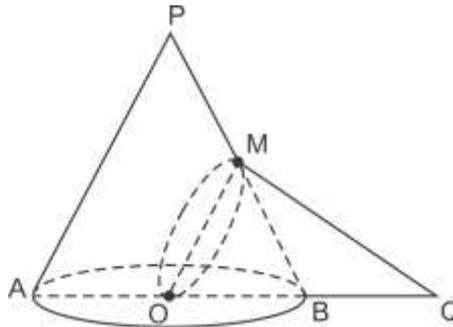
- $A_L = \pi (10 + 34)40$   
 $= 1760\pi \text{ cm}^2$



Rpta.: C

3. En la figura, los conos de revolución de vértices P y Q son semejantes. Si  $AO = OB$  y  $5BO = 4BQ$ , halle la razón de las áreas totales de los conos.

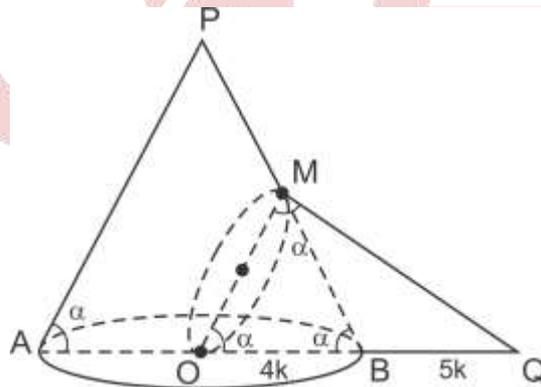
- A)  $\frac{3}{4}$
- B)  $\frac{3}{5}$
- C)  $\frac{1}{2}$
- D)  $\frac{9}{16}$



**Solución:**

- De dato:  
 $\triangle OMB \sim \triangle OQM$   
 $OM^2 = 4k \cdot 9k \Rightarrow OM = 6k$
- Por semejanza

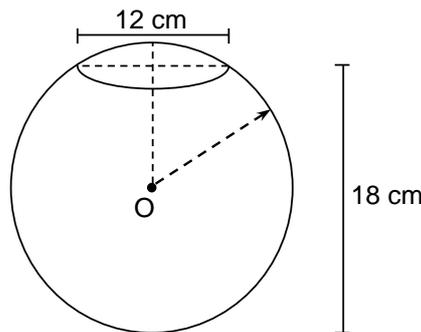
$$\frac{A_{T_1}}{A_{T_2}} = \frac{(3k)^2}{(4k)^2} = \frac{9}{16}$$



Rpta.: D

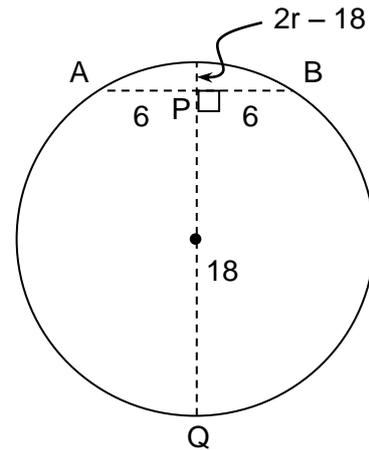
4. Una pecera de cristal tiene forma de casquete esférico, así como vemos en la figura. Si el borde superior circular tiene un diámetro de 12 cm, y tiene 18 cm de altura. Halle la capacidad de la pecera.

- A)  $1296\pi \text{ cm}^3$
- B)  $1200\pi \text{ cm}^3$
- C)  $1500\pi \text{ cm}^3$
- D)  $1720\pi \text{ cm}^3$



**Solución:**

- Por el teorema de cuerdas se tiene que  $(2r - 18)18 = 6(6)$
- Luego  $r = 10$
- Volumen =  $\frac{1}{3}\pi(18)^3(3(10) - 18) = 1296\pi \text{ cm}^3$



Rpta.: A

5. En la figura, se tienen dos esferas concéntricas, se traza un plano secante a la esfera mayor y tangente a la esfera menor, determinando un círculo de área  $64\pi \text{ m}^2$ . Calcule el área del menor casquete formado en la esfera mayor, si el radio de la esfera menor mide 6 m.

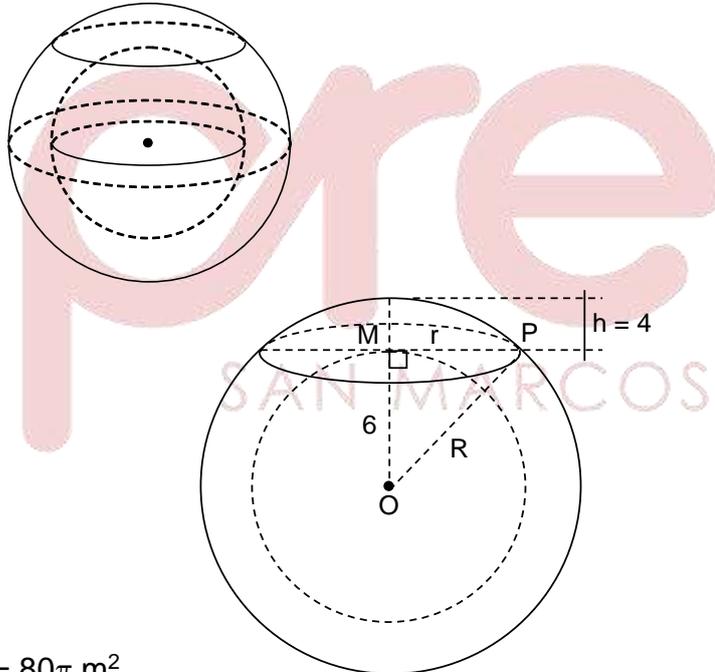
- A)  $60\pi \text{ m}^2$
- B)  $70\pi \text{ m}^2$
- C)  $80\pi \text{ m}^2$
- D)  $90\pi \text{ m}^2$

**Solución:**

- $64\pi = \pi r^2$   
 $\Rightarrow r = 8$

- $\triangle OMP$ :  
 $R = 10 \Rightarrow h = 4$

- $A_{\text{CASQ}} = 2\pi Rh = 2\pi(10)(4) = 80\pi \text{ m}^2$



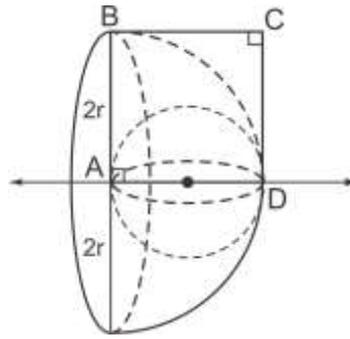
Rpta.: C

6. En el interior de un cuadrado ABCD, se trazan el cuadrante BAD y la semicircunferencia de diámetro  $\overline{AD}$ . Halle la razón de las áreas de las superficies generadas por los arcos BD y AD al girar una vuelta alrededor de  $\overrightarrow{AD}$ .

- A) 1
- B)  $\sqrt{2}$
- C)  $\sqrt{3}$
- D) 2

**Solución:**

- $S_{BD} = \frac{1}{2} 4\pi (2r)^2 = 8\pi r^2$
- $S_{AD} = 4\pi (r^2) = 4\pi r^2$
- $x = \frac{S_{BD}}{S_{AD}} = 2$



Rpta.: D

## Álgebra

### EJERCICIOS

1. Se sabe que el quíntuplo del número de monedas que hay dentro de una bolsa, es tal que disminuido en 8 no puede exceder de 57 monedas. Y que el séxtuplo del mismo número de monedas, aumentado en 7, no es menor que 84. ¿Cuál es el número de monedas que hay en la bolsa?

A) 9

B) 11

C) 13

D) 15

**Solución:**

- 1) Sea  $x$  el número de monedas que hay en la bolsa. De los datos se tiene:

$$\begin{cases} 5x - 8 \leq 57 \\ 6x + 7 \geq 84 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \leq 13 \\ x \geq \frac{77}{6} \end{cases}$$

- 2) Como el número de monedas debe ser entero,  $x = 13$
- 3) La bolsa tiene 13 monedas

Rpta.: C

2. Mery debe inscribir cierto número de personas para asistir a un evento y tiene una semana para entregar la relación. El primer día inscribe la mitad de la cantidad necesaria y el segundo día la tercera parte de dicha cantidad, con lo que le falta inscribir menos de 88 personas. El tercer día inscribe la tercera parte de los que inscribió el segundo día y finalmente el cuarto día completa la cantidad necesaria inscribiendo más de 28 personas cumpliendo el plazo indicado. ¿Cuántas personas inscribió Mery para asistir a dicho evento?

A) 540

B) 522

C) 504

D) 486

**Solución:**

1) Sea  $x$  el número de personas que debe inscribir Mery. De los datos se tiene:

$$\begin{cases} x - \left(\frac{x}{2} + \frac{x}{3}\right) < 88 \\ x - \left(\frac{x}{2} + \frac{x}{3}\right) - \frac{1}{3}\left(\frac{x}{3}\right) > 28 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < 528 \\ x > 504 \end{cases}$$

2) Como el número de personas debe ser entero,  $x = 522$

3) El número de personas que inscribió Mery es 522.

**Rpta.: B**

3. Para  $x \in \mathbb{Z}^+$ ,  $y \in \mathbb{Z}$  se tiene el sistema  $\begin{cases} 6x - 5y \leq 30 \\ 4x + 3y \leq 0 \end{cases}$ . Bajo las condiciones de  $x$  e  $y$

resulta que la edad de Camila es la suma de valores de  $x$ , la edad de Dana es el mayor valor absoluto de  $y$ , si la edad de Valentina es igual al número total de soluciones del sistema, aumentado en uno. ¿Quién es la de mayor edad y quién la de menor edad en ese orden?

A) Valentina, Camila  
C) Camila, Dana

B) Valentina, Dana  
D) Camila, Valentina

**Solución:**

1) Del sistema:

$$\begin{cases} 6x - 5y \leq 30 \dots (1) \\ 4x + 3y \leq 0 \dots (2) \end{cases}$$

$$\text{De (1) y (2) se tiene } \frac{6x - 30}{5} \leq y \leq -\frac{4x}{3} \dots (3)$$

$$\text{Tomando los extremos: } \frac{6x - 30}{5} \leq -\frac{4x}{3} \rightarrow 18x - 90 \leq -20x \rightarrow x \leq \frac{90}{38}$$

2) Como  $x \in \mathbb{Z}^+$

$$x = 1 \rightarrow \frac{6(1) - 30}{5} \leq y \leq -\frac{4(1)}{3} \rightarrow -\frac{24}{5} \leq y \leq -\frac{4}{3} \rightarrow y = -2; y = -3; y = -4$$

$$x = 2 \rightarrow \frac{6(2) - 30}{5} \leq y \leq -\frac{4(2)}{3} \rightarrow -\frac{18}{5} \leq y \leq -\frac{8}{3} \rightarrow y = -3$$

Hay cuatro soluciones.

3) La edad de Camila:  $1 + 2 = 3$

La edad de Dana:  $|-4| = 4$

La edad de Valentina:  $4 + 1 = 5$

4) La de mayor edad es Valentina y la de menor edad es Camila.

Rpta.: A

4. Thiago y Nicole han ahorrado cada uno cierta cantidad entera de dinero para comprar un regalo de navidad a su Mamá y el monto total ahorrado por ellos alcanza exactamente para comprar dicho regalo. Se sabe que el regalo cuesta menos de 200 soles y el monto ahorrado por Nicole excede en más de 50 soles al monto ahorrado por Thiago. Si el monto ahorrado por este es el máximo posible, ¿cuánto dinero ahorró Nicole para comprar el regalo de navidad de su Mamá?

A) 75 soles

B) 72 soles

C) 125 soles

D) 130 soles

**Solución:**

1) Consideremos:

$x$  el monto ahorrado por Thiago; y el monto ahorrado por Nicole

$$\begin{cases} x + y < 200 \dots (1) \\ y - x > 50 \dots (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y < 200 \dots (1) \\ y - x > 50 \dots (2) \end{cases}$$

2) De (1) y (2) se tiene  $50 + x < y < 200 - x \dots (3)$

Tomando los extremos  $50 + x < 200 - x \rightarrow x < 75$  y  $x$  es entero y el máximo posible

3) Sustituyendo en (3)

$$x = 74 \rightarrow 124 < y < 126 \rightarrow y = 125$$

4) Como el monto ahorrado por Thiago es el máximo posible, el ahorra 74 soles y Nicole 125 soles.

Rpta.: C

5. Se tiene un número de tres cifras tal que la cifra de las centenas es mayor que la cifra de las decenas, y esta última es mayor a la cifra de las unidades. Además, la suma de la cifra de las centenas con la cifra de las unidades es menor que 10. La cifra de las centenas es menor que la cifra de las unidades, aumentada en 6. Finalmente, con estas condiciones, la cifra de las decenas alcanza el mayor valor posible. Respecto al número mencionado podemos afirmar:

A) Es múltiplo de 15

B) La suma de sus cifras es 12

C) Es un número primo

D) Es múltiplo de 6

**Solución:**

1) Consideremos el número de tres cifras  $\overline{xyz}$ , luego:

$$\begin{cases} x > y > z \dots (1) \\ x + z < 10 \dots (2) \\ x < z + 6 \dots (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > y > z \dots (1) \\ x + z < 10 \dots (2) \\ x < z + 6 \dots (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > y > z \dots (1) \\ x + z < 10 \dots (2) \\ x < z + 6 \dots (3) \end{cases}$$

2) De (2) y (3) se tiene  $x - 6 < z < 10 - x \dots (4)$

Tomando los extremos  $x - 6 < 10 - x \rightarrow x < 8$

- 3) Reemplazando en (4)  
 $x=7 \rightarrow 1 < z < 3 \rightarrow z=2$
- 4) Como la cifra de la decenas  $y < x$ , para que tome el mayor valor posible  $y = 6$ , el número es 762 que es un múltiplo de 6.

Rpta.: D

6. En el cuarto piso del CEPREUNMSM, se desea construir un aula. Si consideramos un sistema de coordenadas rectangulares XY, el piso del aula queda determinado por el sistema de inecuaciones

$$\begin{cases} y \leq x + 10 \\ y \geq x, y \geq 0 \\ x + y \leq 10 \end{cases}$$

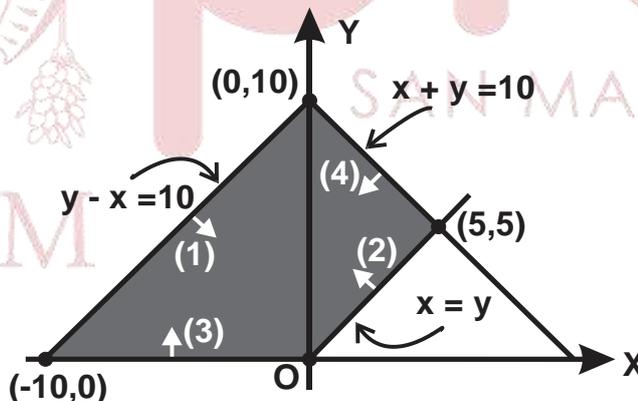
Donde una unidad de cada eje coordenado del plano cartesiano representa un metro. Halle la suma de los valores numéricos del área y el perímetro de dicha aula.

- A)  $10 + 20\sqrt{2}$       B)  $20\sqrt{2} + 60$       C)  $85 + 20\sqrt{2}$       D)  $88 + 25\sqrt{2}$

**Solución:**

- 1) Consideremos  $\begin{cases} y \leq x + 10 \dots (1) \\ y \geq x \dots (2), y \geq 0 \dots (3) \\ x + y \leq 10 \dots (4) \end{cases}$

Graficando se tiene:



- 2) Perímetro:  $\underbrace{10\sqrt{2}}_1 + \underbrace{5\sqrt{2}}_2 + \underbrace{10}_3 + \underbrace{5\sqrt{2}}_4 = 10 + 20\sqrt{2}$

Área:

Región formada por (1), (3) y el eje Y:  $\frac{10(10)}{2} = 50$

Región formada por (2), (4) y el eje Y:  $\frac{10(5)}{2} = 25$

- 3) La suma solicitada es:  $50 + 25 + 10 + 20\sqrt{2} = 85 + 20\sqrt{2}$

Rpta.: C

7. Una empresa va a lanzar al mercado dos modelos de motocicletas: la SX y la súper SX, cuyos costos de fabricación por unidad son de S/ 10000 y S/ 15000 respectivamente. El presupuesto con el que cuenta la empresa para el proyecto es de S/ 1200000, y por ser el primer stock no se fabricaran más de 100 unidades en total. Si se ha calculado que el beneficio obtenido por cada motocicleta SX vendida será de S/ 2500, y por cada motocicleta súper SX será de S/ 3000; determine cuántas motocicletas de cada modelo (SX y súper SX) deberá fabricar la empresa para obtener el máximo beneficio.

- A) 50 y 50                      B) 0 y 80                      C) 60 y 40                      D) 100 y 0

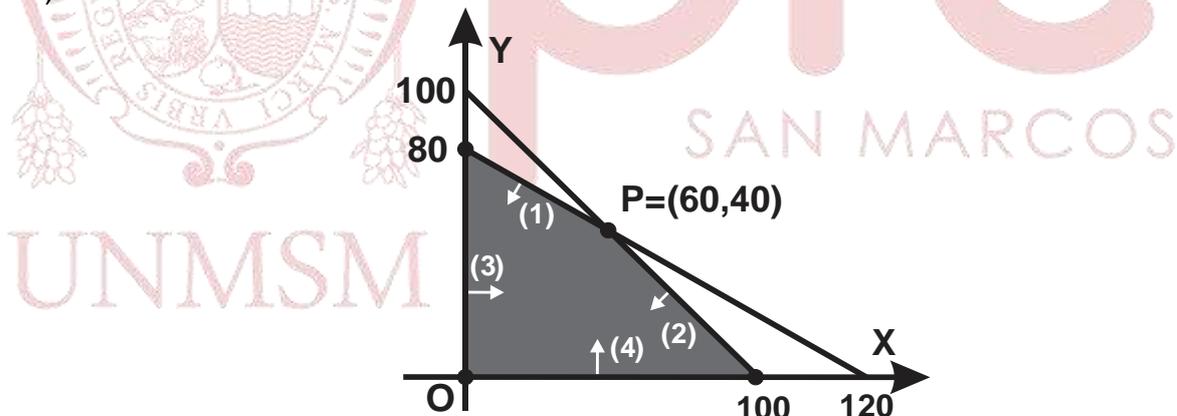
**Solución:**

- 1) Consideremos:  
 $x$  el número de motocicletas modelo SX  
 $y$  el número de motocicletas modelo súper SX  
 de los datos se tiene

$$\begin{cases} 10000x + 15000y \leq 1200000 \\ x + y \leq 100 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + 3y \leq 240 \dots (1) \\ x + y \leq 100 \dots (2) \\ x \geq 0 \dots (3), y \geq 0 \dots (4) \end{cases}$$

La función de beneficio  $F(x,y) = 2500x + 3000y$  que debemos maximizar

- 2) Graficando



- 3) Evaluando la función objetivo en los vértices de la región determinada

$$F(0,80) = 2500(0) + 3000(80) = 240000$$

$$F(0,0) = 2500(0) + 3000(0) = 0$$

$$F(100,0) = 2500(100) + 3000(0) = 250000$$

$$F(60,40) = 2500(60) + 3000(40) = 270000 \text{ Máximo}$$

- 4) Para obtener el máximo beneficio la empresa deberá fabricar 60 motocicletas del modelo SX y 40 del modelo súper SX.

**Rpta.: C**

8. Una compañía aérea está de aniversario y desea ofertar a lo sumo 5000 boletos de dos tipos: turista y primera clase. La ganancia correspondiente a cada boleto de tipo turista es de 30 dólares, mientras que la ganancia por cada boleto de primera clase es de 40 dólares. Los boletos ofertados de tipo turista no pueden exceder de 4500 unidades y los de primera clase pueden ser como máximo la tercera parte de los que se ofertan del tipo turista. ¿Cuántos boletos de cada tipo deben ofertarse para que las ganancias sean máximas?

- A) 3750 de turista y 1250 de primera clase  
 B) 4000 de turista y 1000 de primera clase  
 C) 3000 de turista y 2000 de primera clase  
 D) 1000 de turista y 4000 de primera clase

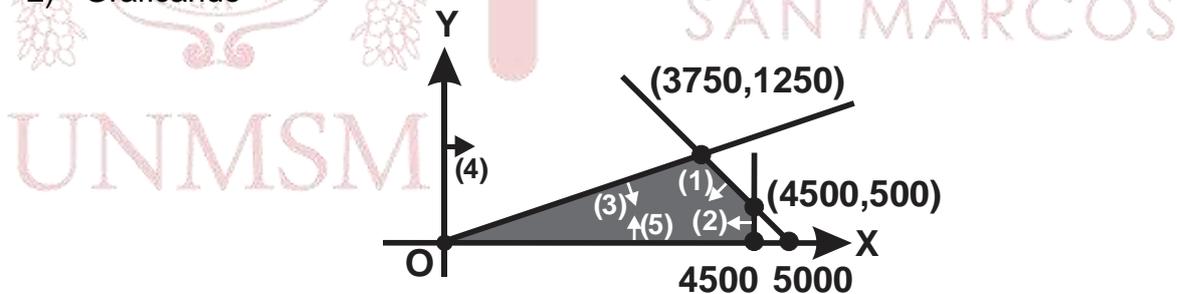
**Solución:**

- 1) Consideremos:  
 x el número de boletos tipo turista  
 y el número de boletos de primera clase

$$\begin{cases} x + y \leq 5000 \\ x \leq 4500 \\ y \leq \frac{x}{3} \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y \leq 5000 \dots (1) \\ x \leq 4500 \dots (2) \\ y \leq \frac{x}{3} \dots (3) \\ x \geq 0 \dots (4), y \geq 0 \dots (5) \end{cases}$$

La función de ganancia  $F(x,y) = 30x + 40y$  que debemos maximizar

- 2) Graficando



- 3) Evaluando la función objetivo en los vértices de la región determinada

$$F(4500,0) = 30(4500) + 40(0) = 135000$$

$$F(0,0) = 30(0) + 40(0) = 0$$

$$F(4500,500) = 30(4500) + 40(500) = 155000$$

$$F(3750,1250) = 30(3750) + 40(1250) = 162500 \text{ Máximo}$$

- 4) Para que la ganancia sea máxima la compañía deberá vender 3750 boletos de turista y 1250 de primera clase

**Rpta.: A**

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Si se cuadruplica el número de naranjas que hay en una bolsa y luego se añaden 2 naranjas más, habría menos de 40 naranjas. Pero, si se quintuplicara el número de naranjas que hay en la bolsa y luego se extraen 3 naranjas habría más de 40 naranjas. ¿Cuántas naranjas hay en la bolsa?
- A) 6                      B) 7                      C) 8                      D) 9

**Solución:**

- 1) Sea  $x$  el número de naranjas que hay en la bolsa. De los datos se tiene:

$$\begin{cases} 4x + 2 < 40 \\ 5x - 3 > 40 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < \frac{19}{2} \\ x > \frac{43}{5} \end{cases}$$

- 2) Como el número de naranjas que hay en la bolsa debe ser entero,  $x = 9$   
La bolsa tiene 9 naranjas

**Rpta.: D**

2. Alisson debe sacar copias para aplicar el examen parcial de matemática. Ella sabe que cada examen consta de 3 páginas y con el propósito de economizar hojas, hará las copias usando ambas caras de cada hoja. Si debe sacar más de 222 copias y se usaron menos de 152 hojas, ¿cuántos exámenes debe fotocopiar Alisson para el examen parcial de matemática?
- A) 74                      B) 75                      C) 76                      D) 77

**Solución:**

- 1) Sea  $x$  el número de exámenes de matemática que debe fotocopiar. De los datos se tiene:

$$\begin{cases} 3x > 222 \\ 2x < 152 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 74 \\ x < 76 \end{cases}$$

- 2) Como el número de exámenes debe ser entero,  $x = 75$   
Son 75 exámenes

**Rpta.: B**

3. Mary y Sandy deben presentar cierto número de informes al terminar cada semestre. Se sabe que este semestre Sandy debe presentar al menos 2 informes más que Mary y que cada informe de Mary es de 25 hojas, mientras que los informes de Sandy tienen 15 hojas. Además, entre las dos usaron no más de 150 hojas. Si el número de informes que debe presentar Mary es el mayor posible, ¿cuántos informes debe presentar Sandy al terminar este semestre?
- A) 2                      B) 3                      C) 4                      D) 5

**Solución:**

1) Consideremos:

$x$  el número de informes que debe presentar Sandy; y número de informes que debe presentar Mary. De los datos se tiene:

$$\begin{cases} x \geq 2 + y \\ 15x + 25y \leq 150 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 2 + y \dots (1) \\ 3x + 5y \leq 30 \dots (2) \end{cases}$$

2) De (1) y (2) se tiene  $2 + y \leq x \leq 10 - \frac{5}{3}y \dots (3)$ Tomando los extremos  $2 + y \leq 10 - \frac{5}{3}y \rightarrow y \leq 3$ ; entero

Sustituyendo en (3)

$$\text{Mayor } y = 3 \rightarrow 5 \leq x \leq 5 \rightarrow x = 5$$

3) Sandy debe presentar 5 informes este semestre.

**Rpta.: D**

4. Jaime obtiene en su primera práctica de matemática la misma nota que en su primera práctica de comunicación y en la segunda práctica de matemática obtiene el doble de la nota que obtuvo en la segunda práctica de comunicación. Si las notas obtenidas en cada curso son valores enteros, el promedio de las dos prácticas de comunicación no excede a 12, la nota máxima en cada práctica es 20 y el promedio de las notas de las dos prácticas de matemática es al menos 17, ¿cuál es la nota que podría obtener Jaime en la segunda práctica de comunicación?

A) 20

B) 18

C) 14

D) 10

**Solución:**

1) Consideremos:

$x$  la nota de Jaime en la primera práctica de comunicación; y la nota de Jaime en la segunda práctica de comunicación.

De los datos se tiene:  $x$  la nota de Jaime en la primera práctica de matemática;  $2y$  la nota de Jaime en la segunda práctica de matemática.

Los promedios cumplen:

$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} \leq 12 \\ \frac{x+2y}{2} \geq 17 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y \leq 24 \dots (1) \\ x+2y \geq 34 \dots (2) \end{cases}$$

2) De (1) y (2) se tiene  $34 - 2y \leq x \leq 24 - y \dots (3)$ Tomando los extremos  $34 - 2y \leq 24 - y \rightarrow 10 \leq y$ ; entero

3) Sustituyendo en (3)

$$y = 10 \rightarrow 14 \leq x \leq 14 \rightarrow x = 14$$

4) Jaime obtiene en la segunda práctica de comunicación 10.

**Rpta.: D**

5. Un campesino desea cercar su jardín colocando una malla cuyo costo por metro lineal es de \$15. Si consideramos un sistema de coordenadas rectangulares XY, dicho jardín queda determinado por el sistema de inecuaciones

$$\begin{cases} x - y \leq 2 \\ -4 \leq x \leq 0, \text{ donde una unidad de cada eje coordenado del plano cartesiano} \\ y \leq -1 \end{cases}$$

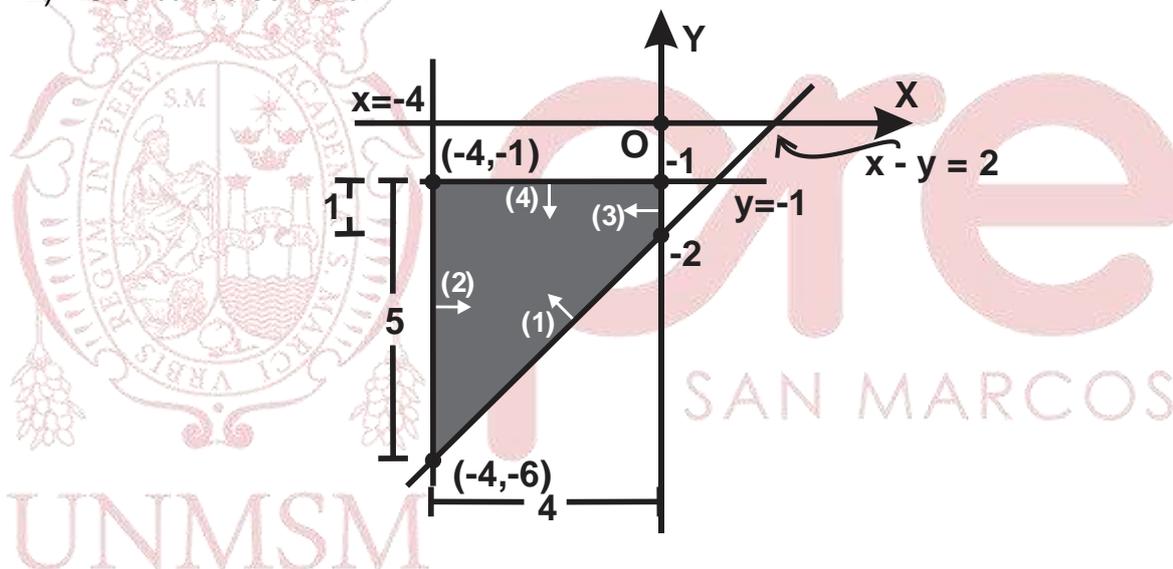
representa un metro. ¿Cuánto deberá pagar por cercar su jardín? (Considere  $\sqrt{2} \approx 1,4$ )

- A) \$300                      B) \$ 250                      C) \$ 234                      D) \$ 230

**Solución:**

1) Consideremos  $\begin{cases} x - y \leq 2 \dots (1) \\ -4 \leq x \dots (2), x \leq 0 \dots (3) \\ y \leq -1 \dots (4) \end{cases}$

2) Graficando se tiene:



3) Perímetro:  $4\sqrt{2} + 5 + 1 + 4 = 10 + 4\sqrt{2} = 15,6$

4) Costo:  $15,6 \times 15 = 234$ , para cercar el jardín será necesario \$234

**Rpta.: C**

6. Si la forma de un terreno de cultivo es congruente con la región determinada por el sistema de inecuaciones en x e y:

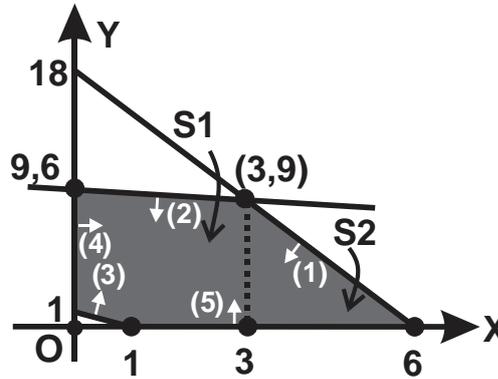
$$\begin{cases} 3x + y \leq 18 \\ x + 5y \leq 48 \\ x + y \geq 1 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}, \text{ halle el área de dicho terreno.}$$

- A) 23,4 u<sup>2</sup>                      B) 40,9 u<sup>2</sup>                      C) 58,8 u<sup>2</sup>                      D) 166,9 u<sup>2</sup>

**Solución:**

1) Consideremos 
$$\begin{cases} 3x + y \leq 18 \dots (1) \\ x + 5y \leq 48 \dots (2) \\ x + y \geq 1 \dots (3) \\ x \geq 0 \dots (4); y \geq 0 \dots (5) \end{cases}$$

2) Graficando se tiene:



3) Área: 
$$\underbrace{\left(\frac{9+9,6}{2}\right) \times 3}_{S1} - \frac{1}{2} + \underbrace{\frac{3 \times 9}{2}}_{S2} = 27,4 + 13,5 = 40,9 \text{ u}^2$$

Rpta.: B

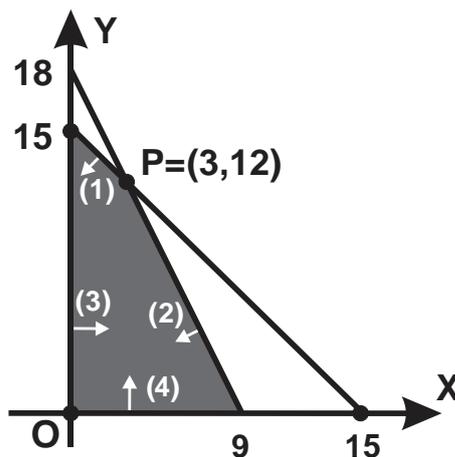
7. Un puesto de comida rápida vende hamburguesas de carne y de pollo. Diariamente prepara cierta cantidad de docenas de cada una de ellas, de modo que el total no excede las 15 docenas. Para preparar las hamburguesas de carne demora 20 minutos por cada docena y 10 minutos por cada docena de las de pollo, teniendo como máximo 3 horas para prepararlas. Si gana 3 soles por cada hamburguesa de carne y 2 soles por cada hamburguesa de pollo, ¿cuántas docenas de hamburguesas de pollo prepara y vende para que su ganancia sea máxima?
- A) 3 docenas      B) 6 docenas      C) 9 docenas      D) 12 docenas

**Solución:**

1) Consideremos:  
 x el número de docenas hamburguesas de carne  
 y el número de docenas hamburguesas de pollo  
 la ganancia que obtendría sería  $F(x,y) = 36x + 24y = 12(3x + 2y)$

De los datos 
$$\begin{cases} x + y \leq 15 \\ 20x + 10y \leq 180 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y \leq 15 \dots (1) \\ 2x + y \leq 18 \dots (2) \\ x \geq 0 \dots (3); y \geq 0 \dots (4) \end{cases}$$

2) Graficando



3) Evaluando la función objetivo en los vértices de la región determinada

$$F(0,15) = 12(3(0) + 2(15)) = 360$$

$$F(0,0) = 12(3(0) + 2(0)) = 0$$

$$F(9,0) = 12(3(9) + 2(0)) = 324$$

$$F(3,12) = 12(3(3) + 2(12)) = 396 \text{ Máximo}$$

4) Para que la ganancia sea máxima el puesto de comida deberá preparar y vender 3 docenas de hamburguesas de carne y 12 docenas de hamburguesas de pollo.

Rpta.: D

8. Una trattoria oferta 2 tipos de pizzas: clásicas y premium. Por cada pizza clásica gana 4 soles y por cada pizza premium gana 5 soles. Para elaborar cada pizza clásica utiliza 20 gramos de masa y 12 gramos de especias y para elaborar una pizza premium utiliza 20 gramos de masa y 15 gramos de especias. Cierta día solo dispone de 1,6 kg de masa y 1,05 kg de especias, ¿cuál será la ganancia máxima que podría obtener con los insumos de ese día?

A) S/ 420

B) S/ 370

C) S/ 350

D) S/ 320

**Solución:**

1) Consideremos:

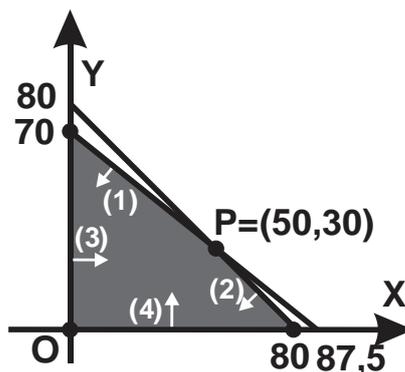
x el número de pizzas clásicas

y el número de pizzas Premium

la ganancia que obtendría sería  $F(x,y) = 4x + 5y$ 

$$\text{De los datos } \begin{cases} 20x + 20y \leq 1600 \\ 12x + 15y \leq 1050 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y \leq 80 \dots (2) \\ 4x + 5y \leq 350 \dots (1) \\ x \geq 0 \dots (3); y \geq 0 \dots (4) \end{cases}$$

2) Graficando



3) Evaluando la función objetivo en los vértices de la región determinada

$$F(0,70) = 4(0) + 5(70) = 350 \text{ Máximo}$$

$$F(0,0) = 4(0) + 5(0) = 0$$

$$F(80,0) = 4(80) + 5(0) = 320$$

$$F(50,30) = 4(50) + 5(30) = 350 \text{ Máximo}$$

4) La ganancia máxima es de 350 soles.

Rpta.:C

## Trigonometría

### EJERCICIOS

1. El número de habitantes en millones de personas después de  $x$  años transcurridos a partir del año 2000, está determinada por la función real  $P$  definida por

$P(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{4}\right) + 30$ . ¿Cuántas veces se alcanzará el número máximo de habitantes, en el periodo 2005 a 2020?

A) 1 vez

B) 2 veces

C) 3 veces

D) 4 veces

### Solución:

El máximo número de habitantes, se logra cuando

$$\sin\left(\frac{\pi x}{4}\right) = 1 \rightarrow \frac{\pi x}{4} = \frac{\pi}{2} + 2n\pi \rightarrow \pi x = 2\pi + 8n\pi \rightarrow x = 2 + 8n$$

Si  $n = 0$ , transcurren 2 años, entonces en el 2002 se alcanza el máximo.

Si  $n = 1$ , transcurren 10 años, entonces en el 2010 se alcanza el máximo.

Si  $n = 2$ , transcurren 18 años, entonces en el 2018 se alcanza el máximo.

Rpta.: B

2. La variación de la temperatura en el cuerpo humano es un proceso biológico que se repite aproximadamente cada 24 horas. La temperatura del cuerpo es máxima a las 5 pm y mínima a las 5 am. Si la función  $F(t) = 98,6 - a \sin(bt + c)$ ,  $a, b > 0$  modela la temperatura del cuerpo en grados Fahrenheit y  $t$  denota el tiempo en horas transcurridos desde la medianoche. Además, la máxima y mínima temperatura del cuerpo son  $98,9^\circ\text{F}$  y  $98,3^\circ\text{F}$ , Si  $c$  el mínimo valor positivo, determine el valor de  $20a + \frac{24}{\pi}(b + c)$ .

A) 14

B) 16

C) 10

D) 12

**Solución:**

Del enunciado, el proceso que se repite está relacionado con el periodo, es decir:

$$\frac{2\pi}{b} = 24 \rightarrow b = \frac{\pi}{12}$$

Tenemos:

$$-a + 98,6 \leq 98,6 - a \sin\left(\frac{\pi t}{12} + c\right) \leq a + 98,6$$

$$98,3 = -a + 98,6 \rightarrow a = 0,3$$

Cuando  $t = 5$ :

$$\sin\left(\frac{5\pi}{12} + c\right) = 1 \rightarrow \frac{5\pi}{12} + c = \frac{\pi}{2} \rightarrow c = \frac{\pi}{12}$$

$$\therefore 20a + \frac{24}{\pi}(b + c) = 10$$

Rpta.: C

3. La función real  $h$  definida por  $h(t) = 36 - 30 \cos\left(\frac{\pi}{6,2}t\right)$  representa la profundidad de las mareas de un determinado océano en pies, donde  $t$  denota el tiempo en horas. Si  $t = 0$  corresponde a las 00:00 horas. ¿A qué hora la profundidad es la máxima posible por primera vez, si esta se da en la mañana y en el lapso de un día?

A) 5:15 am

B) 7:10 am

C) 6:12 am

D) 9:45 am

**Solución:**

$$h(t) = 36 - 30 \cos\left(\frac{\pi}{6,2}t\right)$$

La profundidad máxima del océano ocurre cuando  $\cos\left(\frac{\pi}{6,2}t\right) = -1$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{6,2}t = \pi \Rightarrow t = 6,2 \text{ horas} \rightarrow t = 6\text{h} + 0,2\text{h} \rightarrow t = 6\text{h} + 12\text{min}$$

$\therefore$  La profundidad máxima del océano se da a las 6:12 am.

Rpta.: C

4. La fuerza electromotriz o voltaje inducido por un generador eléctrico en un instante de tiempo  $t$  en segundos es representado por  $E(t) = E_0 e^{2t} \cos 2\pi t - 2$  voltios, donde  $t$  es el tiempo en segundos transcurridos desde que el generador se enciende y “ $e$ ” es el número de Napier. Halle el máximo voltaje cuando ha transcurrido 2 segundos.

A)  $2(e^4 - 1)$  V      B)  $(2e^4 - 1)$  V      C)  $2e^2$  V      D)  $(e^4 - 1)$  V

**Solución:**

$E(t) = E_0 e^{2t} \cos 2\pi t - 2$  cuando  $t = 0$ ,  $E(t) = 0$ ; no hay corriente eléctrica

$$E(0) = E_0 e^0 \cos 0 - 2 = 0 \text{ de donde } E_0 = 2$$

Luego  $E(t) = 2e^{2t} \cos 2\pi t - 2$  como  $-1 \leq \cos 2\pi t \leq 1$  y  $e^{2t} > 0$

$$\Rightarrow -e^{2t} \leq e^{2t} \cos 2\pi t \leq e^{2t}$$

$$\Rightarrow -2e^{2t} \leq 2e^{2t} \cos 2\pi t \leq 2e^{2t}$$

$$\Rightarrow -2 - 2e^{2t} \leq 2e^{2t} \cos 2\pi t - 2 \leq 2e^{2t} - 2$$

$$\Rightarrow -2 - 2e^{2t} \leq E(t) \leq 2e^{2t} - 2$$

Luego, el máximo voltaje es cuando  $t = 2$ , entonces  $\text{Máx}(E(t)) = 2e^4 - 2 = 2(e^4 - 1)$

**Rpta.: A**

5. Se estima que el número de crímenes en miles de una ciudad para el próximo año está modelada por la función real  $C$  definida por  $C(x) = 2\text{sen}^4 x - 2\text{sen}^2 x + \frac{1}{2}$ , donde  $x$  denota los meses después del inicio del próximo año. ¿Cuántos crímenes como máximo puede esperarse que se cometan?

A) 500      B) 800      C) 1000      D) 400

**Solución:**

$$C(x) = 2\text{sen}^4 x - 2\text{sen}^2 x + \frac{1}{2} = 2\left(\text{sen}^2 x - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$\text{como } 0 \leq \text{sen}^2 x \leq 1 \rightarrow -\frac{1}{2} \leq \text{sen}^2 x - \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2} \rightarrow 0 \leq \left(\text{sen}^2 x - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{1}{4}$$

$$\therefore 0 \leq \underbrace{2\left(\text{sen}^2 x - \frac{1}{2}\right)^2}_{C(x)} \leq \frac{1}{2}$$

**Rpta.: A**

6. La presión sanguínea de Luis se modela por la siguiente expresión  $P$  definida como  $P(t) = 20\text{sen}(160\pi t) + 130$ , donde  $t$  es el tiempo en minutos desde que se le tomo la presión a Luis, durante el primer periodo. ¿En qué instantes se da la presión sistólica es decir la presión máxima de Luis?

A)  $\frac{1}{160}$  min      B)  $\frac{1}{240}$  min      C)  $\frac{5}{120}$  min      D)  $\frac{1}{320}$  min

**Solución:**

Primero vemos el periodo de  $P(t)$ ,  $T = \frac{2\pi}{160\pi}$ , entonces  $T = \frac{1}{80}$

En el primer periodo  $t \in \left[0, \frac{1}{80}\right]$  luego  $0 \leq t \leq \frac{1}{80}$

Entonces  $0 \leq 160\pi t \leq 2\pi$

Así, para que se dé la presión sistole se tendría que  $\sin(160\pi t) = 1$

$$160t\pi = \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}, \dots$$

$$t = \frac{1}{320}, \frac{5}{320}, \frac{9}{320}, \dots$$

Luego  $t = \frac{1}{320}$  min

Rpta.: D

7. Determine el dominio de la función real definida por  $f(x) = \sqrt{|\sin 7x| - 1}$ .

A)  $\left\{ (2n+1)\frac{\pi}{14} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

B)  $\left\{ (2n+1)\frac{\pi}{7} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

C)  $\left\{ (2n+1)\pi / n \in \mathbb{Z} \right\}$

D)  $\left\{ \frac{n\pi}{14} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

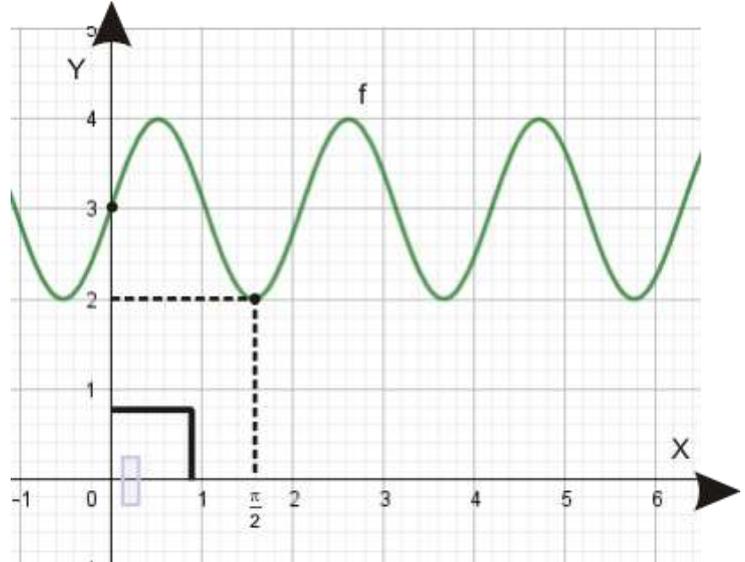
**Solución:**

$$|\sin 7x| - 1 \geq 0 \rightarrow |\sin 7x| \geq 1 \rightarrow \sin 7x = \pm 1 \rightarrow 7x = (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\therefore x = (2n+1)\frac{\pi}{14}$$

Rpta.: A

8. En la figura se tiene la gráfica de la función  $f$ , cuya regla de correspondencia es  $f(x) = a \cdot \text{sen}(bx) + c$  y una recta horizontal  $\mathcal{L} : y = 3$ . Si  $b$  es positivo, determine su valor.



- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4

**Solución:**

De la figura mostrada, la amplitud de la función es 1 es decir  $a = 1$ , la traslación vertical de la función seno es 3 es decir  $c = 3$ . Luego tenemos, que la regla de correspondencia se puede definir de la siguiente manera:

$f(x) = \text{sen}(bx) + 3$ , notamos también que, el valor del periodo esta entre 2 y 3

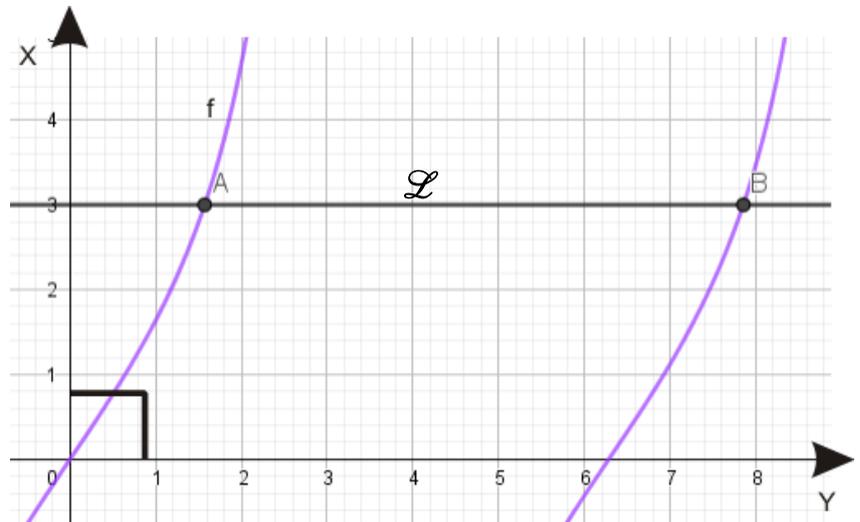
$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \rightarrow \text{sen}\left(\frac{b\pi}{2}\right) + 3 = 2 \rightarrow b = 4n + 3, \text{ luego el periodo es } T = \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{4n + 3}$$

Entonces, de la figura  $2 < T < 3$

$$2 < \frac{2\pi}{4n + 3} < 3 \rightarrow 8n + 6 < 2\pi < 12n + 9 \rightarrow 4n + 3 < \pi < 6n + 4,5, \text{ entonces } n = 0; \text{ luego, el periodo es } T = \frac{2\pi}{3} \text{ y } b = 3.$$

Rpta.: C

9. Si en la figura se representa parte de la gráfica de la función real  $f$  definida como  $f(x) = 3 \tan\left(\frac{x}{2}\right)$ , determine las coordenadas del punto medio de A y B.



- A)  $\left(\frac{3\pi}{4}, 3\right)$
- B)  $\left(\frac{3\pi}{2}, 3\right)$
- C)  $\left(\frac{5\pi}{2}, 3\right)$
- D)  $\left(\frac{7\pi}{2}, 3\right)$

**Solución:**

Claramente observamos que las ordenadas de los puntos A y B son iguales a 3, es decir  $y = f(x) = 3 \tan\left(\frac{x}{2}\right) = 3 \rightarrow \tan\left(\frac{x}{2}\right) = 1 \rightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{\pi}{2}$

El periodo de esta función es  $T = 2\pi$ , entonces la otra solución para la ecuación es  $\frac{\pi}{2} + 2\pi = \frac{5\pi}{2}$ , luego el punto medio entre A y B es  $\left(3; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

**Rpta.: B**

10. En la figura se representan las gráficas de las funciones f y g. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

i.  $A \in f$  y  $B \in g$

ii.  $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right) \in f \cap g$

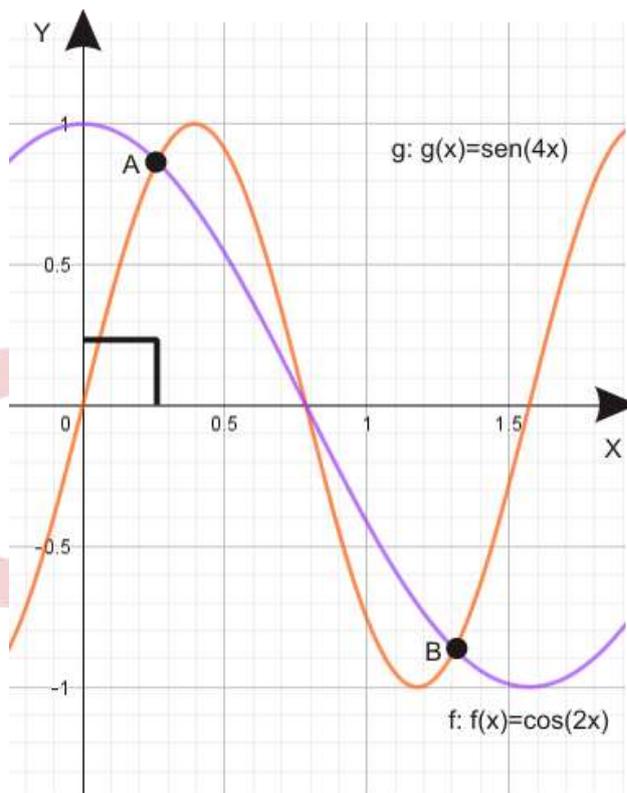
- iii. Las abscisas de A y B, son soluciones de la ecuación  $\sin(4x) = \cos(2x)$ .

A) VVV

B) VFV

C) FFV

D) VVF

**Solución:**

- i. De la figura tenemos que A y B pertenecen tanto a f como a g. (V)

ii.  $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \rightarrow \left(\frac{\pi}{4}, 0\right) \in f$

$g\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(4\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) = \sin\pi = 0 \rightarrow \left(\frac{\pi}{4}, 0\right) \in g$

Luego:  $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right) \in f \cap g$ . (V)

iii.  $A = (x_A, y_A) \in f \cap g \rightarrow f(x_A) = y_A \wedge g(x_A) = y_A \rightarrow g(x_A) = f(x_A)$

Luego,  $\sin(4x_A) = \cos(2x_A)$ , análogamente con el punto B. (V)

**Rpta.: A**

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. La distancia en kilómetros a la que se encuentra un mensajero motorizado de computadoras de su centro de abastecimiento, está modelada por la función  $D(t) = 5\text{sen}^2\left(\frac{t\pi}{4}\right)$ , donde  $t$  denota las horas transcurridas desde las 6 de la mañana hasta las 10 de la noche. Determine cuántas veces salió el mensajero de su centro de abastecimiento en un día para realizar las entregas.
- A) 5                      B) 2                      C) 3                      D) 4

**Solución:**

Cuando salga y regrese el mensajero al centro de abastecimiento la distancia respecto al punto de partida será igual cero, esto indica que:

$$D(t) = 5\text{sen}^2\left(\frac{t\pi}{4}\right) = 0 \rightarrow \text{sen}\left(\frac{t\pi}{4}\right) = 0 \rightarrow \frac{t\pi}{4} = n\pi \rightarrow t = 4n$$

Entre las 6 am y 10 pm transcurren 16 horas.

El mensajero salió cuatro veces.

**Rpta.: D**

2. Halle la intersección del dominio y el rango de la función  $f$  definida como  $f(x) = \text{sen}\sqrt{4\pi^2 - x^2}$ .
- A)  $[0,1]$                       B)  $[-2,1]$                       C)  $[-1,1]$                       D)  $[-\pi,\pi]$

**Solución:**

Hallando el Dominio:  $4\pi^2 - x^2 \geq 0 \rightarrow -2\pi \leq x \leq 2\pi \rightarrow \text{Dom}(f) = [-2\pi, 2\pi]$

Hallando el Rango:  $0 \leq 4\pi^2 - x^2 \leq 4\pi^2 \rightarrow 0 \leq \sqrt{4\pi^2 - x^2} \leq 2\pi \rightarrow -1 \leq \text{sen}\sqrt{4\pi^2 - x^2} \leq 1$

Luego la intersección es:  $\text{Dom}(f) \cap \text{Ran}(f) = [-1,1]$

**Rpta.: C**

3. Si  $f$  es una función definida como  $f(x) = 5\text{sen}\left(3\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\right) + 6$ ,  $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{7\pi}{6}$ , determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:
- El mínimo de  $f$  es 1,
  - El periodo de  $f$  es  $\frac{2\pi}{3}$ ,
  - $f$  es creciente en  $\left[\frac{2\pi}{3}, \frac{7\pi}{6}\right]$ .
- A) VFV                      B) VFF                      C) VVV                      D) FFF

**Solución:**

i. Si  $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{7\pi}{6}$  entonces

$$0 \leq 3\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \leq 3\pi \rightarrow -1 \leq \operatorname{sen}\left(3\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\right) \leq 1 \rightarrow 1 \leq f(x) \leq 11 \quad (V)$$

ii. La función  $f$  no es periódica, ya que no está definida  $f\left(\frac{7\pi}{6} + T\right)$  con  $T > 0$ . (F)

iii.  $\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{7\pi}{6} \rightarrow \frac{\pi}{2} \leq x - \frac{\pi}{6} \leq \pi \rightarrow \frac{3\pi}{2} \leq 3\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \leq 3\pi$ ,

si el ángulo  $w = 3\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ , varía de  $\frac{5\pi}{2}$  a  $3\pi$ , es decreciente. (F)

**Rpta.: B**

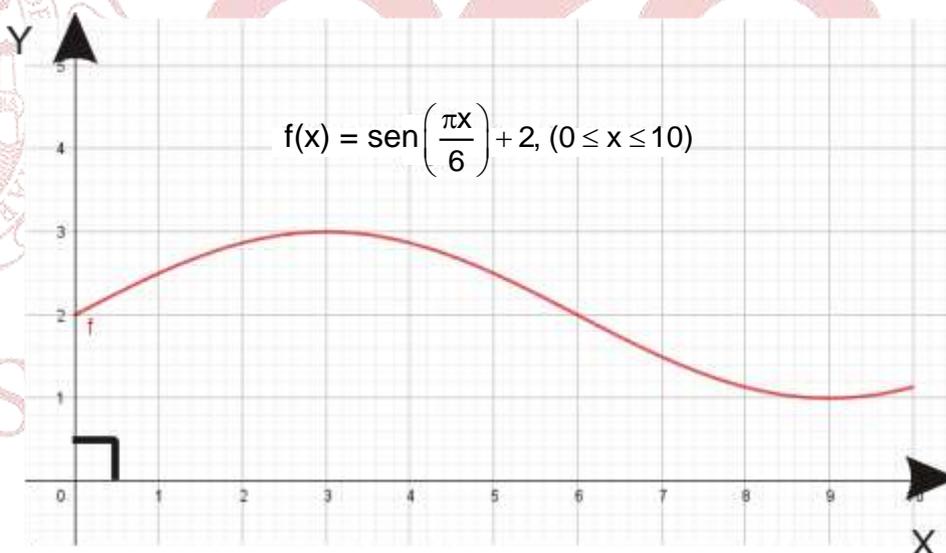
4. En la figura se representa la gráfica de una función  $f$ , que modela la altura de un avión que partió al mediodía en miles de metros, después de  $x$  horas transcurridas desde la 2 de la tarde. Determine a qué hora el avión está a 1500 metros de altura y si éste asciende o desciende.

A) 9:00 pm.  
desciende.

B) 10:00 pm.  
desciende

C) 8:00 pm.  
asciende

D) 7:00 pm.  
desciende

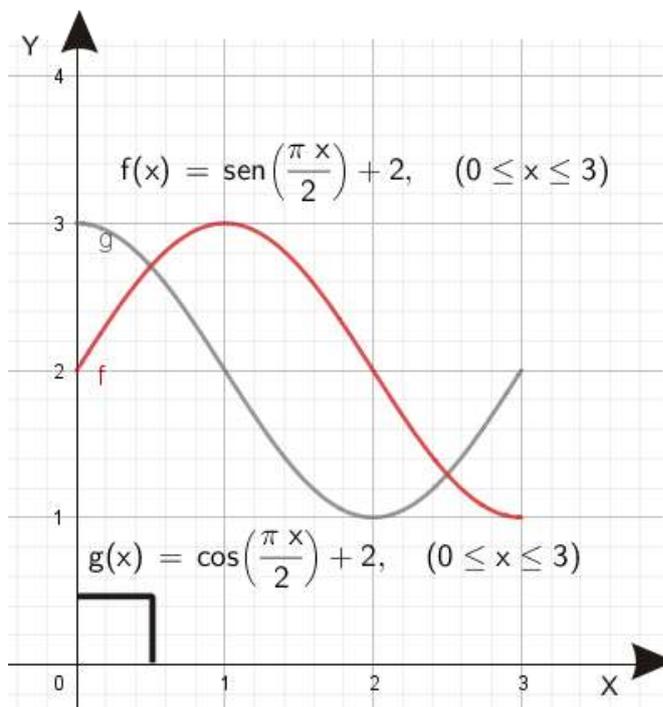
**Solución:**

$$f(x) = 1.5 \rightarrow \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{6}\right) + 2 = 1.5 \rightarrow \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{6}\right) = -\frac{1}{2} \rightarrow \frac{\pi x}{6} : \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \rightarrow x = 7; 11$$

Luego como  $0 < x < 10$  entonces  $x = 7$ .

**Rpta.: A**

5. El nivel del agua en metros de dos piscinas, en las primeras tres horas se modela con las funciones  $f$  y  $g$ , donde  $x$  representa las horas transcurridas desde el mediodía. Si Luka desea entrar a una de las piscinas justo cuando tienen el mismo nivel agua. ¿A qué hora es más recomendable entrar a la piscina si se sabe que Luka no sabe nadar y no es muy alto?



- A) 2:00 pm  
B) 3:30 pm  
C) 2:00 pm  
D) 2:30 pm

**Solución:**

Si el nivel del agua es el mismo entonces

$$f(x) = g(x) \rightarrow \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) + 2 = \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) + 2 \rightarrow \tan\left(\frac{\pi x}{2}\right) = 1$$

$$\frac{\pi x}{2} = \frac{\pi}{4} \vee \frac{\pi x}{2} = \frac{5\pi}{4} \rightarrow x = \frac{1}{2} \vee x = \frac{5}{2}$$

Media hora o dos horas y media después del mediodía, las piscinas tienen el mismo nivel de agua.

Menor nivel del agua es lo mejor, así que a la 2:30 pm es más recomendable.

Rpta.: D

## Lenguaje

LA ORACIÓN COMPUESTA POR SUBORDINACIÓN: definición y clases. Clasificación: sustantiva, adjetiva y adverbial. La oración compuesta por subordinación sustantiva: definición. Clasificación de las proposiciones subordinadas sustantivas.

1. Con respecto a la oración compuesta por subordinación, marque la alternativa que presenta afirmación correcta.
- A) Las proposiciones subordinadas se enlazan solo mediante conjunciones.  
B) Las proposiciones subordinadas sustantivas pueden iniciarse con gerundio.  
C) Todas las proposiciones subordinadas deben contar con verbos flexionados.  
D) Las proposiciones subordinadas sustantivas cumplen varias funciones.

**Solución:**

Efectivamente, en una oración compuesta por subordinación, sus proposiciones sustantivas cumplen diversas funciones sintácticas.

**Rpta.: D**

2. La oración compuesta por subordinación se caracteriza por estar conformada de proposiciones con diferente nivel jerárquico. Determine qué proposiciones subordinadas presenta la oración «mientras esperaba ansiosamente el diagnóstico del médico de emergencia, el abogado del conductor que se presentó ante nosotros preguntó si iríamos con él al puesto policial».

A) Adjetiva, sustantiva y adverbial  
C) Adverbial, adjetiva y sustantiva

B) Sustantiva, adverbial y adjetiva  
D) Sustantiva, adjetiva y adverbial

**Solución:**

En la oración, *mientras esperaba ansiosamente el diagnóstico del médico de emergencia* corresponde a una proposición subordinada adverbial; *que se presentó ante nosotros* corresponde a una proposición subordinada adjetiva; *si iríamos con él al puesto policial* corresponde a una proposición subordinada sustantiva.

**Rpta.: C**

3. La clasificación de la oración compuesta por subordinación sustantiva está relacionada con la función que la proposición subordinada desempeña en la oración. Correlacione la columna de oraciones con la de su clasificación correspondiente y elija la alternativa correcta.

I. Creo que sí vendrá.  
II. Confío en que salga.  
III. Lo bueno fue llegar.  
IV. Está feliz de ser otro.

a. Complemento atributo  
b. Complemento de adjetivo  
c. Objeto directo  
d. Complemento de verbo

A) Id, IId, IIIa, IVb    B) Ic, IId, IIIa, IVb    C) Id, IIc, IIIb, IVa    D) Ia, IId, IIIc, IVb

**Rpta.: B**

4. Teniendo en cuenta las funciones que cumplen las proposiciones subordinadas sustantivas, reconozca cuáles están presentes, respectivamente, en la siguiente oración: «Margarito Machacuay, el hombre más alto del Perú, sufrió una aparatosa caída que provocó la fractura de su fémur derecho. La prensa informó que su estado de salud es estable. Todos estamos seguros de que él recibirá la atención médica especializada en el hospital de la región».

A) Complemento de adjetivo y objeto directo  
B) Objeto directo y complemento atributo  
C) Objeto directo y complemento de adjetivo  
D) Complemento atributo y complemento de adjetivo

**Solución:**

La proposición subordinada sustantiva *que su estado de salud es estable* cumple la función de objeto directo, pues constituye el complemento del verbo transitivo *informó*.

La proposición *que él recibirá la atención médica especializada en el hospital de la región* constituye proposición sub. sust. de complemento del adjetivo *seguros*.

Rpta.: C

5. Complete las oraciones con «de, que, en, si,» según corresponda e indique la función de las proposiciones subordinadas sustantivas.

- A) Fue importante \_\_\_\_\_ los bomberos apagasen el fuego. \_\_\_\_\_  
 B) Le preguntaron \_\_\_\_\_ ha pensado postular el siguiente año. \_\_\_\_\_  
 C) Señor, ciertos curanderos tienen el poder \_\_\_\_\_ transformarse. \_\_\_\_\_  
 D) Los congresistas insisten \_\_\_\_\_ que aún cuentan con inmunidad. \_\_\_\_\_

**Solución:**

- A) Fue importante que los bomberos apagasen el fuego. Sujeto  
 B) Le preguntaron si ha pensado postular el siguiente año. OD  
 C) Señor, ciertos curanderos tienen el poder de transformarse. Compl. de nombre  
 D) Los congresistas insisten en que aún cuentan con inmunidad. Compl. de verbo

Rpta.: A) sujeto, B) OD, C) C. de nombre, D) C. de verbo

6. Una oración compuesta subordinada consta de dos o más proposiciones; en función de ello, elija la oración que presenta más proposiciones subordinadas sustantivas.

- A) La información que brindaron en los medios de comunicación es cierta.  
 B) Hija mía, quiera Dios que pronto las aguas de los ríos estén limpias.  
 C) Lo importante es qué alternativas se tendrán que considerar ahora.  
 D) Solo esperamos que no rechaces la idea de trabajar con la institución.

**Solución:**

La oración *solo esperamos que no rechaces la idea de trabajar con la institución* presenta las siguientes proposiciones subordinadas: *que no rechaces la idea* (OD) y *de trabajar con la institución* (Comp. de nombre).

Rpta.: D

7. La oración compuesta por subordinación sustantiva es aquella que contiene una proposición subordinada que cumple la función de la FN. Determine qué oraciones presentan proposiciones subordinadas sustantivas y elija la alternativa correcta.

- I. Liz, es claro que el río Marañón se une al Ucayali en Loreto.  
 II. Los agricultores tienen que vender la producción de papaya.  
 III. Yo te prometo que volveremos en febrero, querida amiga.  
 IV. Luego de viajar por el mundo en bicicleta, escribió una obra.

- A) II y III                      B) I y IV                      C) I y III                      D) II y IV

**Solución:**

La proposición subordinada sustantiva *que el río Marañón se une al Ucayali en Loreto* cumple la función de sujeto; la proposición *que volveremos en febrero* cumple la

función de OD del verbo «prometo». En II, la oración es simple y en IV hay proposición subordinada adverbial.

**Rpta.: C**

8. En la oración compuesta por subordinación sustantiva OD, la proposición subordinada cumple la función de OD. Reconozca la alternativa en la que no aparece proposición subordinada sustantiva de OD.

- A) Reitero: “Lleguen temprano”.  
 B) Ella les dijo cómo expuso.  
 C) Teme ser una víctima más.  
 D) Él durmió mucho: es haragán.

**Solución:**

Los verbos *reitero*, *dijo*, *teme* son transitivos y presentan proposición subordinada que cumple la función de OD. En D), la oración es compuesta por coordinación yuxtapuesta.

**Rpta.: D**

9. Correlacione la columna de oraciones con la de su respectiva clasificación y marque la alternativa correcta.

- |                                  |                   |
|----------------------------------|-------------------|
| I. Tengo el deseo de ir al cine. | a. C. de nombre   |
| II. Me agrada viajar siempre.    | b. C. de verbo    |
| III. Él es capaz de bailar solo. | c. Sujeto         |
| IV. Sara confía en que volverás. | d. C. de adjetivo |

- A) Ic, IId, IIIa, IVb    B) Ib, IId, IIIa, IVc    C) Id, IIa, IIIb, IVc    D) Ia, IIc, IIIId, IVb

**Solución:**

En I, la proposición subordinada es sustantiva C. de nombre; en II, subordinada sustantiva sujeto; en III, subordinada sustantiva C de adjetivo; en IV, subordinada sustantiva C. de verbo.

**Rpta.: D**

10. Marque la opción cuya proposición subordinada sustantiva no está encabezada por la conjunción completiva «que».

- A) Ellos prometieron asistir a la fiesta.  
 B) Tiene fe en que todo cambiará.  
 C) Caminó tanto anoche que se cansó.  
 D) Lo cierto es que parece una copia.

**Solución:**

La proposición subordinada sustantiva OD «asistir a la fiesta» carece de la conjunción completiva «que».

**Rpta.: A**

11. Indique el enunciado que presenta queísmo.

- A) La conductora aseguró que fue perturbada ayer por un taxista.  
 B) Mi hermana está segura que esta vez obtendrá una vacante.  
 C) Es posible que la producción de cacao se incremente este año.  
 D) Es muy probable que sea seleccionado como miembro de mesa.

**Solución:**

En la proposición *que esta vez obtendrá una vacante*, se requiere de la preposición «de», de modo que la oración que se espera debe estar conformada por la secuencia segura de. Cuando se omite este elemento, se dice que se ha incurrido en queísmo.

**Rpta.: B**

12. Señale la opción en la que hay dequeísmo.

- A) Están convencidos de que ganaremos.
- B) Todos aquí pedimos de que vigilen más.
- C) Se alegró de que haya obtenido su DNI.
- D) Se aseguraba de que no lo siguieran.

**Solución:**

En la oración *todos aquí pedimos de que vigilen más*, se ha incurrido en el uso indebido de la preposición «de», por lo que se ha producido dequeísmo.

**Rpta.: B**

## *Literatura*

### EJERCICIOS

1. «Intento aquí un arte mío, un arte personal, incatalogable, por la briosa independencia que le distingue, en las escuelas poéticas antiguas o modernas, aunque haya tomado elementos del “cubismo” de Apollinaire, del “creacionismo” de Reverdy, y de otros “ismos”».

¿Qué rasgo distintivo de la vanguardia se expresa en el fragmento citado de la declaración final de *Química del espíritu*, del poeta peruano Alberto Hidalgo?

- A) Individualismo como crítica a la burguesía
- B) Rechazo a la tradición literaria precedente
- C) Cuestionamiento al arte experimental
- D) Postura antirracionalista en los «ismos»

**Solución:**

El fragmento citado de Alberto Hidalgo incide, principalmente, en la búsqueda de un arte original, distintivo de las escuelas poéticas antiguas o modernas. Aunque luego, señala haber tomado elementos de los diversos «ismos», la idea del rechazo a las tradiciones precedentes se mantiene.

**Rpta.: B**

2. *En tu ventana  
cuelgan enredaderas de los volantes de los automóviles  
y los expendedores disminuyen el precio de sus mercancías*

*déjame que bese tu voz*

*Tu voz*

*QUE CANTA EN TODAS LAS RAMAS DE LA MAÑANA*

En relación con las características del vanguardismo presentes en los versos citados del poema titulado «Poema», de Carlos Oquendo de Amat, marque la alternativa que contiene las afirmaciones correctas.

- I. Empleo del verso libre sin una métrica regular
- II. Conciencia de vivir en una sociedad tecnológica
- III. Uso del caligrama que aprovecha el espacio en blanco
- IV. Modernización del lenguaje a través de neologismos

- A) I y II                      B) II y III                      C) I, II y III                      D) I, II y IV

**Solución:**

En el fragmento citado de «Poema» puede apreciarse el uso del verso libre, la inclusión de un léxico que alude a la sociedad tecnológica («los volantes de los automóviles»). De otro lado, pese a los espacios en blanco en los versos, no se trata de un caligrama. Tampoco se aprecia el empleo de neologismos. Son correctas I y II.

**Rpta.: A**

3. *Hay soledad en el hogar; se reza;  
y no hay noticias de los hijos hoy.  
Mi padre se despierta, ausculta  
la huida a Egipto, el restañante adiós.*

En relación con los versos citados del poema «Los pasos lejanos», perteneciente a *Los heraldos negros*, de César Vallejo, marque la alternativa que completa correctamente el siguiente enunciado: «En la primera etapa de la poesía vallejana todavía se presentan \_\_\_\_\_, pero ya aborda temas que persistirán en su segunda etapa como \_\_\_\_\_».

- A) rasgos posmodernistas – el compromiso político
- B) elementos modernistas – el hogar provinciano
- C) metáforas vanguardistas – la ausencia de la madre
- D) expresiones surrealistas – la soledad del recluso

**Solución:**

En la primera etapa de la poesía de Vallejo aún persisten elementos del modernismo, como el exotismo (referencia a Egipto), pero ya está presente el tema del hogar provinciano que reaparece en *Trilce*.

**Rpta.: B**

4. *El yantar de estas mesas así, en que se prueba  
amor ajeno en vez del propio amor,  
torna tierra el brocado que no brinda la  
MADRE,*

*hace golpe la dura deglución; el dulce,  
hiel; aceite funéreo, el café.*

*Cuando ya se ha quebrado el propio hogar,  
y el sírvete materno no sale de la  
tumba,  
la cocina a oscuras, la miseria de amor.*

De acuerdo con los versos citados del poema XXVIII, incluido en *Trilce*, de César Vallejo, marque la alternativa que contiene el enunciado correcto relacionado con uno de los temas desarrollados en el poemario.

- A) La imagen de la madre muerta evoca la pobreza de la familia provinciana.
- B) El dolor existencial surge al no poderse comparar el pasado con el presente.
- C) El yo poético expresa una honda tristeza debido a la ausencia de la madre.
- D) La reclusión del poeta contrasta con las múltiples invocaciones a la madre.

**Solución:**

En los versos citados del poema XXVIII, incluido en el poemario *Trilce*, de César Vallejo, aparece el yo poético expresando una honda tristeza debido a la ausencia de la madre ya muerta, con un tono nostálgico evoca constantemente la imagen maternal y se resigna a vivir un duro presente.

**Rpta.: C**

5. *Se tomaría menos, siempre menos, de lo  
que me tocase erogar,  
en la celda, en lo líquido.*

*El compañero de prisión comía el trigo  
de las lomas, con mi propia cuchara,  
cuando, a la mesa de mis padres, niño,  
me quedaba dormido masticando.*

*Le soplo al otro:  
Vuelve, sal por la otra esquina;  
apura ...aprisa,... apronta!*

Con relación a los versos citados del poema LVIII, incluido en *Trilce*, de César Vallejo, ¿qué tema de la obra desarrolla el autor?

- A) El presidio como un lugar de solidaridad y liberación
- B) La injusticia social debido al constante abuso de poder
- C) La experiencia carcelaria alejada del hogar provinciano
- D) El hambre que padecen los necesitados en cautiverio

**Solución:**

En los versos citados del poema LVIII, incluido en *Trilce*, de César Vallejo, se evoca el tema de la cárcel. En el poemario, esta temática se asocia a la soledad y al recuerdo del hogar provinciano.

**Rpta.: C**

6. *Tendime en són de tercera parte,  
mas la tarde —qué la bamos a hhazer—  
se anilla en mi cabeza, furiosamente  
a no querer dosificarse en madre. Son  
los anillos.*

Respecto de los versos del poema IV de *Trilce*, de César Vallejo, marque la alternativa que contiene la afirmación correcta acerca de las características del poemario.

- A) Destacan el verso medido y la rima consonante.
- B) Se emplea un lenguaje conversacional y diáfano.
- C) Muestra una impronta cosmopolita en sus versos.
- D) Utiliza el verso libre con arbitrariedad ortográfica.

**Solución:**

Los versos presentan un uso arbitrario de la ortografía en palabras como «bamos», «hhazer». Asimismo, el verso libre se observa en la ruptura de la frase «Son / los anillos».

**Rpta.: D**

7. *Voluntario de España, miliciano  
de huesos fidedignos, cuando marcha a morir tu corazón,  
cuando marcha a matar con su agonía  
mundial, no sé verdaderamente  
qué hacer, dónde ponerme; corro, escribo, aplaudo,  
lloro, atisbo, destrozo, apagan, digo  
a mi pecho que acabe, al que bien, que venga,  
y quiero desgraciarme [...]*

En relación a los versos citados del poema «Himno a los voluntarios de la república», de *España aparta de mi este cáliz*, se infiere que César Vallejo

- A) muestra su desconcierto ante la violencia desatada por la guerra.
- B) debido a la guerra civil, se solidariza con la república española.
- C) recurre a enumeraciones para mostrar una realidad fragmentada.
- D) utiliza un lenguaje que se remite al cuerpo del miliciano que sufre.

**Solución:**

En los versos citados del poema «Himno a los voluntarios de la república», que forma parte de poemario *España aparta de mi este cáliz*, César Vallejo evidencia su solidaridad con la república española que se desangra ante la guerra civil. Ello se muestra al dirigirse al miliciano voluntario con palabras como «corro, escribo, aplaudo».

**Rpta.: B**

8. *Quiere y no quiere su color mi pecho,  
por cuyas brascas vías voy, lloro con palo,  
trato de ser feliz, lloro en mi mano,  
recuerdo, escribo  
y remacho una lágrima en mi pómulo*

Uno de los temas distintivos del libro *Poemas humanos*, de César Vallejo, es el cuerpo como un vehículo de expresión poética. En los versos citados, el cuerpo se muestra como un recurso para

- A) expresar la liberación del individuo.
- B) destacar el sentido trágico del ser.
- C) denunciar la alienación del hombre.
- D) humanizar el sufrimiento del sujeto.

**Solución:**

En los versos citados, las diversas partes del cuerpo mencionadas dotan de una dimensión física un elemento abstracto como el dolor; de ese modo, lo humaniza. El cuerpo se muestra como espacio del dolor.

**Rpta.: D**

9. *estés contigo o con tu aborto o conmigo  
y cautivo en tu enorme libertad,  
arrastrado por tu hércules autónomo...  
Pero si tú calculas en tus dedos hasta dos,  
es peor; no lo niegues, hermanito.*

*¿Que nó? ¿Que sí, pero que nó?  
¡Pobre mono!... ¡Dame la pata!... No. La mano, he dicho.*

*¡Salud! ¡Y sufre!*

¿Qué tema del libro *Poemas humanos*, de César Vallejo, se desarrolla en los versos citados perteneciente al poema «El alma que sufrió de ser su cuerpo»?

- A) El compromiso político  
B) La lucha ante la pobreza  
C) La solidaridad con el dolor  
D) La esperanza como liberación

**Solución:**

En los versos citados de «El alma que sufrió de ser su cuerpo», de *Poemas humanos*, el poeta se aúna al sufrimiento del otro. En ese sentido, se expresa la solidaridad del sujeto.

**Rpta.: C**

10. *abstente de ser pobre con los ricos,  
atiza  
tu frío, porque en él se integra mi calor, amada víctima  
Ya va a venir el día, ponte el cuerpo.*

¿Qué rasgo del estilo está presente en los versos del poema «Los desgraciados», extraído del poemario *Poemas humanos*, de César Vallejo?

- A) El predominio de epítetos complejos  
B) El empleo de continuas oposiciones  
C) El uso de constantes reiteraciones  
D) La inclusión del lenguaje experimental

**Solución:**

En el poema «Los desgraciados», de César Vallejo, el yo lírico reitera a su oyente, que debe recuperar la voluntad de sobreponerse a las desgracias que le acosan, a través de las oposiciones (frío/ calor, pobre/rico).

**Rpta.: B**

# Psicología

## EJERCICIOS

1. Existen investigaciones que demuestran que, durante el primer año de vida, el cerebro del niño alcanza 70% de su peso adulto, pero el resto del cuerpo solo tiene de 10 a 20% de su peso adulto. Tomando en cuenta esta información, señale lo correcto en relación al desarrollo humano.
- El principio biológico maduracional aludido es el céfalo – caudal.
  - Hace referencia a cambios cuantitativos y cualitativos en la infancia.
  - Se trata de una descripción del aspecto congénito en el desarrollo.
- A) Solo I                      B) Solo II                      C) Solo III                      D) I y II

### Solución:

El enunciado señala un mayor crecimiento del cerebro (70% del peso adulto) y un pequeño porcentaje de crecimiento del resto del cuerpo (10 a 20%); debido que el cerebro se desarrolla más rápido que el resto del cuerpo. Entonces el mayor crecimiento se da en la cabeza y sigue una dirección que va de arriba hacia abajo, desde la cabeza hasta las partes inferiores. Esto evidencia el principio céfalo caudal. Los cambios descritos hacen mención a variación en una dimensión corporal (peso), por lo que se trata de cambios cuantitativos. El periodo señalado, el primer año, se sitúa después del nacimiento, y no hay ninguna referencia al aspecto congénito del factor biológico.

**Rpta.: A**

2. Enrique, el primer día de clases en su nuevo colegio, acude acompañado de sus padres; ese día, sus compañeros lo miran exclamando: «¡miren qué alto es el nuevo, igual que su papá! ¡El cabello es idéntico al de su mamá! ¡Mira sus ojos! Parece gato». Ambos padres sonríen y animan a su hijo a ingresar al aula. En relación al factor de desarrollo de Enrique señalado en los comentarios, indique lo correcto.
- Se trata del factor socio cultural heredado de ambos padres.
  - Es el factor biológico, en el aspecto denominado herencia.
  - Se trata del factor biográfico que se nota en su apariencia.
  - Es el factor socio cultural que se nota en las exclamaciones.

### Solución:

En el enunciado se hace una descripción de características de Enrique relacionadas con lo biológico, si hablamos del color de ojos, de la estatura o características del cabello, estamos hablando de la influencia de la herencia.

**Rpta.: B**

3. Relacione las siguientes expresiones con las características de desarrollo a las que hace referencia.
- |  |                                   |
|--|-----------------------------------|
| I. Cuando le preguntan a Rafael porqué llora la bebé, él responde que es porque «el biberón de Spiderman está sucio».  | a. Habilidades motoras finas      |
| II. ¡Mira, si le pones un cuaderno y colores cerca, coge los colores siempre con la mano izquierda!  | b. Pensamiento sincrético         |
| III. José ya no quiere que su mamá lo vista. Él se pone la camisa solo, aunque a veces, le sobre un ojal cerca al cuello y le falte otro para su botón inferior. | c. Desarrollo físico, lateralidad |
- A) Ia, IIb y IIIc      B) Ic, IIa y IIIb      C) Ia, IIc y IIIb      D) Ib, IIc y IIIa

**Solución:**

Las habilidades motoras finas se observan en conductas como abotonarse una camisa, descrito en el enunciado "III".

El pensamiento sincrético, se evidencia al unir eventos sin causación, expresa la imaginación y fantasía en el niño.

En el desarrollo físico, la lateralidad se refiere a la preferencia por el uso de una mano, esto se describe en el enunciado "II".

Rpta.: D

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Susana empieza a llorar cuando le cae una muñeca de trapo en el rostro. Su madre, viendo la escena, coge la muñeca de trapo, la pone en su regazo y le da varias palmadas diciendo: «Muñeca mala, no se golpea a Susanita». Esta acción logra que Susana cese su llanto. Señale la alternativa que relacione correctamente la etapa del desarrollo con una característica de la dimensión cognoscitiva de Susana.
- A) Se encuentra en la etapa de infancia y evidencia pensamiento reversible.  
 B) Atraviesa la etapa de niñez temprana y evidencia animismo infantil.  
 C) Se encuentra en la niñez temprana y refleja su identidad de género.  
 D) Atraviesa la etapa de infancia y refleja un pensamiento egocéntrico.

**Solución:**

Lo descrito sobre Susana refleja el animismo infantil dado que cesa el llanto cuando observa a su mamá que castiga a la muñeca y ella misma repite la acción, en la creencia que la muñeca (ser inanimado) tiene vida. Esta característica de la dimensión cognoscitiva la encontramos en la niñez temprana.

Rpta.: B

2. «Varios estudios señalan que una mujer que ingiere alcohol durante su embarazo puede originar defectos de nacimiento y discapacidades a su bebé». El enunciado, en relación a los factores que influyen en el desarrollo humano, es un ejemplo que grafica el concepto de
- A) maduración.      B) genética.      C) congénito.      D) herencia.

**Solución:**

Dentro de los factores que influyen en el desarrollo humano, se menciona el aspecto congénito, que está referido a los sucesos o eventos biológicos que potencian o limitan al feto, desde el momento de la fecundación hasta el parto. Lo descrito en el enunciado corresponde a este concepto.

**Rpta.: C**

3. Luciana y Raúl son padres primerizos. Ambos están pendientes de los cambios de su bebé. Hoy, Raúl notó que su pequeño realizaba movimientos repetitivos, no solo con su cuerpo, sino también cuando manipula sus juguetes. «Mira cómo lanza su sonaja nuevamente al mismo sitio después que se la recojo», le decía Raúl a Luciana. En relación al desarrollo del bebé, el enunciado describe cambios

A) cuantitativos.      B) genéticos.      C) cualitativos.      D) cognitivos.

**Solución:**

En el caso presentado se describen cambios conductuales cuya diferencia es cuantitativa, pues se señalan destrezas conductuales del bebé.

**Rpta.: A**

4. Luis es un bebé al que le gusta agitar su sonaja. Miguel, su hermano mayor, cuando el bebé suelta la sonaja, la cubre con un pañuelo a modo de juego, pues se ha dado cuenta de que el infante llora cuando no la ve, calmándose de inmediato cuando se quita el pañuelo y logra verlo nuevamente. En relación al desarrollo cognoscitivo de Luis, se puede afirmar que

A) le gusta jugar con la sonaja, pero no con el pañuelo.  
 B) ha logrado desarrollar la permanencia del objeto.  
 C) cree que aquello que escapa de su visión no existe.  
 D) tiene un buen desarrollo de su prensión palmar.

**Solución:**

De acuerdo a los planteamientos de J. Piaget, sobre el desarrollo cognoscitivo en la infancia, al año de edad, el infante ya comienza a superar esta necesidad de tener al objeto presente. "El objeto existe a pesar de que salió del campo visual". A este logro se le denomina Permanencia del objeto. En el enunciado se describe a un infante que todavía no obtiene este logro, pues llora cuando no ve la sonaja, y se calma cuando vuelve a verla.

**Rpta.: C**

5. Relacione correctamente la etapa de desarrollo con el ejemplo correspondiente.
- |                       |  |
|-----------------------|--|
| I. Infancia           | a. Roberto cree que, como a él, a todos les gusta saltar sobre el sofá.                                |
| II. Niñez temprana    | b. María se siente feliz cuando su madre le encarga comprar el pan en la bodega al costado de su casa. |
| III. Niñez intermedia | c. Juan llora si despierta y no ve a su madre, pero se calma si la oye.                                |

A) Ia, IIc y IIIb      B) Ic, IIa y IIIb      C) Ib, IIc y IIIa      D) Ic, IIb y IIIa

**Solución:**

- I. En la infancia, dentro del desarrollo cognoscitivo, se alcanza la permanencia del objeto, que es lo descrito en la letra "c".
- II. En la niñez temprana, encontramos el pensamiento egocéntrico (dimensión cognoscitiva) cuyo ejemplo se describe en la letra "a".
- III. En la niñez intermedia, de acuerdo a Erik Erikson, en la dimensión psicosocial, el niño o niña, asume responsabilidades y eso le hace sentirse útil (laborioso). Esto queda descrito en la letra "b".

**Rpta.: B**

6. Liz suele ayudar a Raquel para atarse los pasadores de los zapatos y por las noches le relata historias increíbles tal como ella la vivencia, mirando las ilustraciones de un libro, pues aún no sabe leer. Asimismo, Raquel reproduce a solas con sus peluches todo lo que hace Liz. Las etapas de desarrollo en las que se encuentran Raquel y Liz, son \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_ respectivamente.

A) infancia – niñez intermedia  
C) infancia – niñez temprana

B) niñez temprana – niñez intermedia  
D) niñez intermedia – niñez temprana

**Solución:**

Liz evidencia destrezas motoras finas (amarrar pasadores) y además de acuerdo a Piaget su pensamiento sería pre operacional, en el cual confunde la realidad con la fantasía; esto la ubicaría en la niñez temprana. Raquel, por su parte, aún no desarrolla habilidades motoras finas y se señala que realiza la imitación diferida y juego simbólico característicos de la infancia.

**Rpta.: C**

7. Rosa está terminando el nivel de inicial y se siente cómoda jugando con sus primas. Un día decidió no esperarlas y empezó a sacar el mantel que siempre usaban para jugar, pero no se percató que, al jalarlo, había un celular y este cayó y se hizo pedazos, luego se quedó con cierto remordimiento por lo ocurrido. De acuerdo a la propuesta teórica de Erikson, en el desarrollo psicosocial de Rosa se estaría presentando el conflicto denominado \_\_\_\_\_ versus \_\_\_\_\_, propio de la \_\_\_\_\_.

A) iniciativa – culpa – niñez intermedia  
B) confianza – desconfianza – infancia  
C) iniciativa – culpa – niñez temprana  
D) laboriosidad – inferioridad – niñez intermedia

**Solución:**

En el caso presentado, por las características descritas, Rosa se encuentra en la niñez temprana, y el conflicto que experimenta se denomina iniciativa versus culpa, por el que se aventuran a hacer cosas que pueden salir mal, aprendiendo que sus acciones tienen aprobación y otras no. La iniciativa lo lleva a hacer cosas nuevas, pero a veces estas son sancionadas y el niño siente culpa.

**Rpta.: C**

## Educación cívica

### EJERCICIOS

1. El Ministerio Público es un organismo autónomo que se encuentra integrado al proceso de administración de justicia. Es presidido por el Fiscal de la Nación y elegido para un periodo de tres años, por
- A) la Junta Nacional de Justicia.                      B) el Congreso de la República.  
C) la Corte Suprema de Justicia.                      D) la Junta de Fiscales Supremos.

#### Solución:

El Ministerio Público es un organismo autónomo que se encuentra integrado al proceso de administración de justicia y es presidido por el Fiscal de la Nación quien es elegido por la Junta de Fiscales Supremos. El cargo dura tres años, y es prorrogable, por reelección, solo por otros dos.

**Rpta.: D**

2. Una abogada le informa a su cliente que, a propuesta del Ministerio Público, se ha fijado el monto de cinco mil soles por reparación civil; sin embargo, deberá esperar la audiencia para su ratificación. ¿El órgano constitucional autónomo en mención está facultado para dicha acción?
- A) No, porque el fiscal encargado solo representa a la sociedad ante los tribunales.  
B) Sí, porque dicho órgano inicia la investigación del delito y fija los montos de reparación.  
C) No, porque fue un problema que debió ser resuelto por la Policía Nacional.  
D) Sí, porque el fiscal es el encargado de fijar reparaciones civiles y dictar sentencias.

#### Solución:

En el caso expuesto, El Ministerio Público es un organismo autónomo que se encuentra integrado al proceso de administración de justicia y presenta las siguientes funciones:

- Vela por la independencia de los órganos jurisdiccionales.
- emite dictamen previo a las resoluciones judiciales en los casos que la ley lo contemple.
- Promueve la acción judicial en defensa de la legalidad.
- Representa a la sociedad en los procesos judiciales.
- Conduce desde el inicio la investigación del delito.
- Ejerce la acción penal de oficio o a petición de parte.

**Rpta.: B**

3. Respecto a la organización y funciones de la Junta Nacional de Justicia, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.
- I. Sus miembros titulares serán seleccionados por concurso de méritos.  
II. Se encargarán de la selección y el nombramiento de los jueces y fiscales.  
III. Sus miembros no gozarán de inmunidad, pero pueden ser reelegidos.  
IV. Sus siete miembros serán designados por el Tribunal Constitucional.
- A) VFVF                      B) VVFF                      C) FVFF                      D) FVVF

**Solución:**

Respecto a la Junta Nacional de Justicia como organismo autónomo, se encargará de la selección y el nombramiento de los jueces y fiscales, salvo cuando éstos provengan de elección popular. Se rige por su Ley Orgánica.

La Junta Nacional de Justicia está conformado por siete miembros titulares, seleccionados mediante concurso público de méritos, por un período de cinco años. Está prohibida la reelección. El concurso público de méritos está a cargo de una Comisión Especial, que está presidido por el Defensor del Pueblo.

Los miembros de la Junta Nacional de Justicia gozan de los mismos beneficios y derechos y están sujetos a las mismas obligaciones e incompatibilidades que los jueces supremos.

**Rpta.: B**

4. Con relación al Tribunal Constitucional, órgano supremo de la interpretación y control de la constitucionalidad en el Perú, identifique los enunciados correctos respecto a su naturaleza y funciones.

- I. El defensor del pueblo es el encargado de la selección de sus miembros.
- II. Se le ha confiado la defensa del principio de supremacía constitucional.
- III. Conoce, en instancia única, la acción de inconstitucionalidad.
- IV. Designa a las autoridades del sistema electoral, previo concurso público.

A) I y IV

B) I y II

C) II y III

D) III y IV

**Solución:**

Respecto a la organización y funciones del Tribunal Constitucional:

- Lo componen siete miembros elegidos por el Congreso de la República.
- Es el supremo intérprete de la Constitución Política del Perú.
- Conoce e instancia única la acción de inconstitucionalidad.
- La Junta Nacional de Justicia será el encargado de designar a los jefes de la ONPE y la Reniec.

**Rpta.: C**

## Historia

### EJERCICIOS

1. En 1917 los bolcheviques, liderados por Lenin, tomaron el poder en Rusia y establecieron un régimen político socialista. En ese contexto el nuevo gobierno decidió
- A) expulsar a los mencheviques del gobierno.
  - B) privatizar la tierra y los recursos naturales.
  - C) romper relaciones diplomáticas con los aliados.
  - D) aliarse con Alemania, Turquía y Bulgaria.

**Solución:**

Debido al debilitamiento del gobierno de Kerensky, especialmente por la prolongación de la guerra, al tomar el poder los bolcheviques en 1917 expulsaron a los mencheviques del gobierno.

**Rpta.: A**

2. En los años 20 del siglo XX, diversas organizaciones fascistas accedieron al poder en Europa. Si bien hubo muchos factores que explicaron este proceso, uno de los más importantes fue
- A) el éxito de las social democracias europeas.
  - B) la injerencia del capitalismo norteamericano.
  - C) el aumento demográfico en toda Europa.
  - D) el temor de las élites a los grupos socialistas.

**Solución:**

El fascismo en Europa surgió con el apoyo de los grupos de poder y las élites fundamentalmente porque veían con mucho temor las acciones de las organizaciones socialistas y comunistas.

**Rpta.: D**

3. Durante la Segunda Guerra Mundial (1939-1945) se desarrollaron diversos sucesos en el teatro de operaciones europeo. Señale la afirmación correcta.
- A) Inglaterra y Alemania firmaron el Pacto de Acero en 1942.
  - B) Estados Unidos apoyo a Alemania durante la guerra en Europa.
  - C) Francia fue dividida en tres partes durante la invasión alemana.
  - D) La Alemania nazi declaró la guerra a los EE.UU. luego de Pearl Harbor.

**Solución:**

Luego del ataque japonés a la base naval norteamericana a Pearl Harbor, Hitler declaró la guerra a los Estados Unidos. Con esa decisión todo el poder económico y militar de los Estados Unidos se volcaron hacia la guerra en Europa.

**Rpta.: D**

4. Durante la Guerra Fría, las potencias en pugna rivalizaron en varios campos. En ese sentido, y como parte de la carrera espacial la URSS,
- A) Gorbachov impulsó la Guerra de las Galaxias.
  - B) fue el primero en usar los vehículos a propulsión.
  - C) en los años 50 tomó la delantera en la carrera.
  - D) Yuri Andropov fue el primer cosmonauta ruso.

**Solución:**

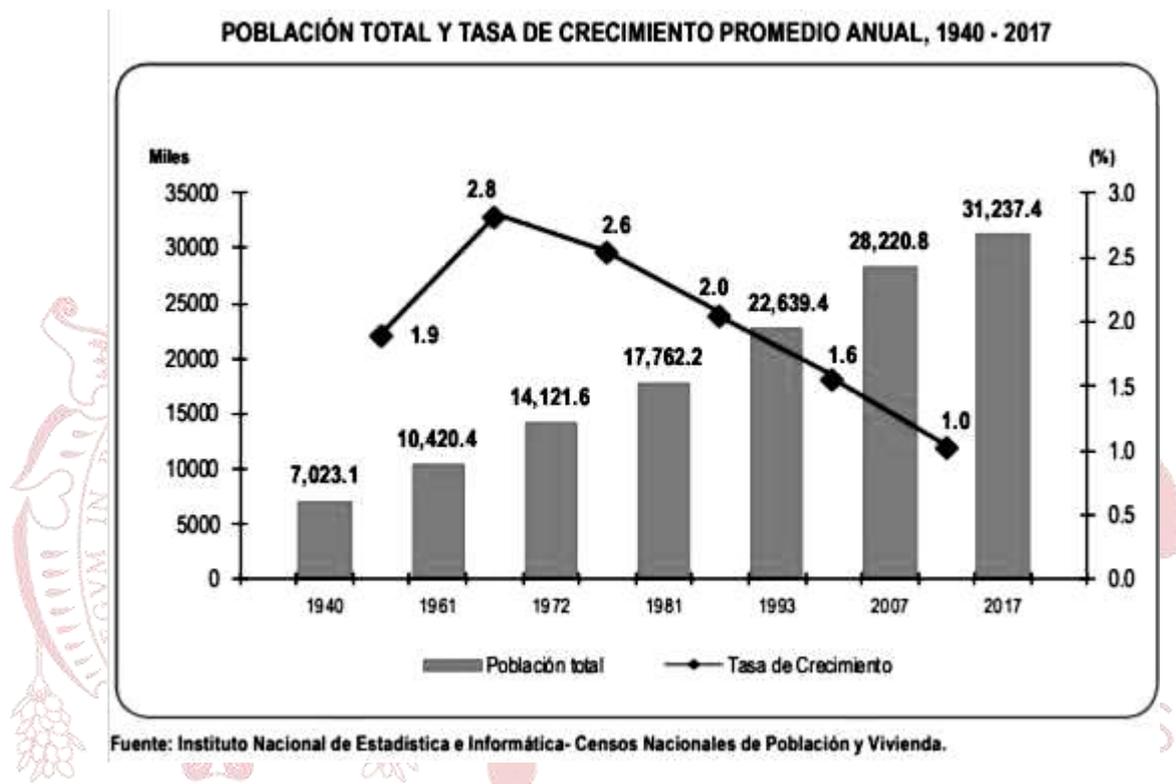
Durante la Guerra Fría la URSS tomó la delantera en la carrera espacial en los años 50 logrando colocar el primer satélite en órbita y el primer hombre en el espacio.

**Rpta.: C**

# Geografía

## EJERCICIOS

1. El siguiente cuadro estadístico muestra la población total y la tasa de crecimiento anual desde 1940 hasta el 2017. Analice e identifique las proposiciones correctas respecto a estos datos estadísticos.



- I. Indica el descenso de la tasa de crecimiento en los últimos censos.
- II. Existe una relación directa entre la población total y la tasa de crecimiento.
- III. La tasa de crecimiento muestra una relación indirecta con la población relativa.
- IV. Entre el periodo intercensal de 1961 a 1972 hay un aumento de la población.

A) I, IV

B) I, III

C) II, III

D) III, IV

### Solución:

El cuadro nos indica lo siguiente

- I. Indica un retroceso de la tasa de crecimiento en los últimos censos.
- II. Existe una relación inversa entre la población total y la tasa de crecimiento.
- III. La tasa de crecimiento muestra una relación inversa con la población total.
- IV. Entre el periodo intercensal 1961 a 1972 hay un incremento de la población.

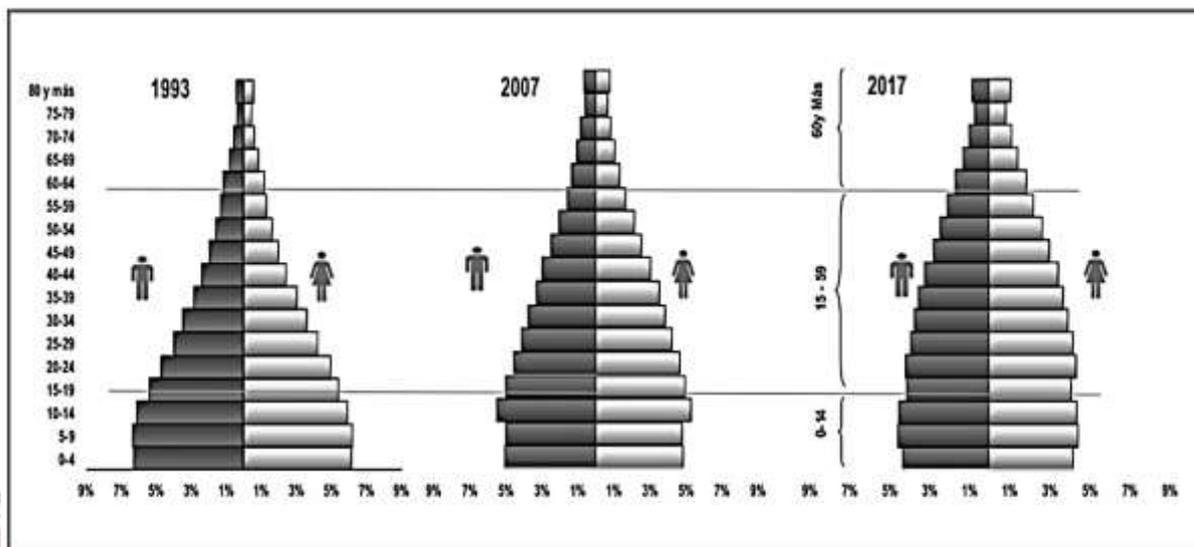
**Rpta.: A**

2. Observa las siguientes pirámides poblacionales del Perú y determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

### Pirámides de Población: 1993, 2007 y 2017

15 años  
CENSOS  
2007

INEI  
INSTITUTO  
NACIONAL DE  
ESTADÍSTICA  
INFORMÁTICA  
Y DEMOGRAFÍA



- I. El grupo de edad de entre los 0 a 14 años está mostrando una reducción en los dos últimos censos.
- II. El grupo de 60 años a más se ha ido incrementando respecto al censo del año 1993.
- III. Las pirámides de edades muestran que la población masculina comprendida de 15 a 59 años de edad.
- IV. Las pirámides poblacionales muestran una base expansiva en los últimos años.

- A) VFVF                      B) VVVF                      C) FVFV                      D) FFVF

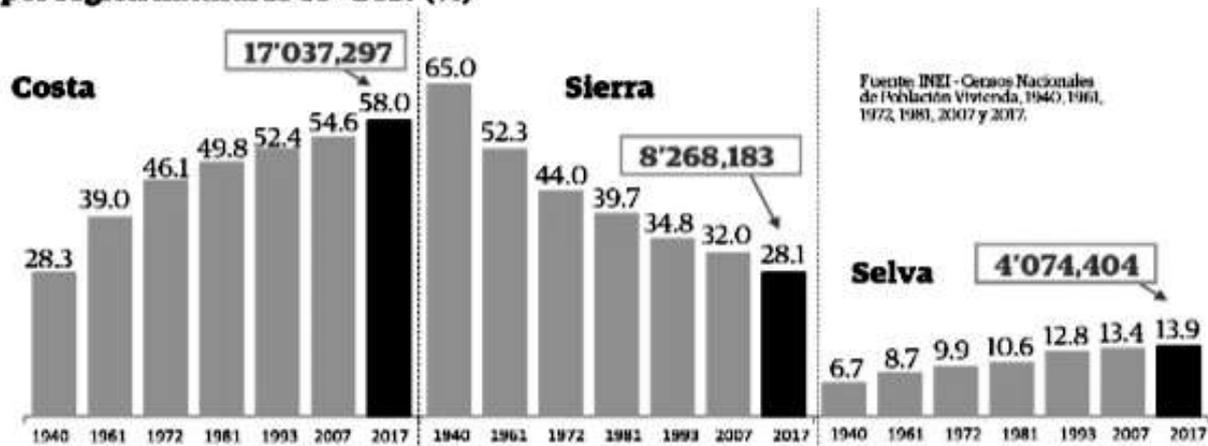
#### Solución:

- I. El grupo de edad de entre los 0 y 14 años está mostrando una reducción en los dos últimos censos. (V)
- II. El grupo de 60 años a más se ha ido incrementando respecto al censo del año 1993. (F)
- III. Las pirámides de edades muestran un incremento de la población masculina comprendida de 15 a 59 años de edad. (V)
- IV. Las pirámides poblacionales muestran una base en decrecimiento en los últimos años. (F)

Rpta.: B

3. Con relación al siguiente cuadro, se muestra la evolución de la población censada por región natural entre 1949 y 2017. A partir de su observación, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

**Perú: Evolución de la población censada por región natural 1940 - 2017 (%)**



- I. La costa ha presentado un crecimiento constante desde 1940 hasta el año 2017.
- II. La migración interna se ha desplazado de la costa hacia la zona andina desde 1980 hasta 2017.
- III. La sierra ha registrado un incremento de la población en los últimos años.
- IV. La selva y la costa han presentado un aumento de su población en términos absolutos.

A) VFFV

B) FVFF

C) FVFF

D) VVFF

**Solución:**

Respecto a la dinámica poblacional del Perú, este presenta las siguientes características:

- I. La costa ha presentado un crecimiento constante desde 1940.
- II. La migración interna se ha desplazado de la zona andina hacia la costa y la selva.
- III. La sierra ha registrado un decrecimiento de la población en los últimos años en términos relativos.
- IV. La selva y la costa han presentado un incremento de su población en términos absolutos.

**Rpta.: A**

4. El alcalde de una localidad andina, preocupado por el aumento de la población en su jurisdicción, ha solicitado al gobierno regional y al Ministerio de Vivienda, Construcción y Saneamiento que habilite ciertos servicios e infraestructura, dado que, al ser considerado espacio rural, porque aún presenta más de cien viviendas

- A) contiguas y carecen de agua y luz.
- B) dispersas y con servicios básicos eficientes.
- C) dispersas y carecen de agua y electricidad.
- D) continuas y cuentan con los servicios básicos.

**Solución:**

Un centro poblado rural es aquel que tienen menos de 100 viviendas agrupadas contiguamente o que teniendo 100 viviendas, estas se encuentran dispersas y carecen de los servicios básicos.

**Rpta.: C**

# Economía

## EJERCICIOS

1. El **Niño costero de 2016-2017** o simplemente el **Niño de 2017**, fue un evento muy fuerte del fenómeno denominado Niño costero que afectó a las naciones sudamericanas de Perú y Ecuador (aunque en este país se rechaza la terminología "Niño costero"). Este fenómeno se caracteriza por el calentamiento anómalo del mar localizado en las costas de estos países. Este calentamiento produce humedad, que desencadena fuertes lluvias causa desbordes, inundaciones y aluviones que afectan a varias localidades. Nuestro país recibió muchas donaciones en especie y en dinero. ¿En qué tipo de sub-balanza de la Balanza de Cuentas Corrientes debe registrarse esas donaciones? Marque la alternativa correcta.
- A) En la balanza comercial  
B) En la balanza de servicios  
C) En la balanza de renta de factores  
D) En la balanza de transferencias corrientes

### Solución:

Balanza de Transferencias Corrientes, comprende aquellas operaciones que no tienen una contraprestación directa como es el caso de las remesas y de las donaciones de bienes, servicios y dinero en efectivo.

**Rpta.: D**

2. El Banco Central de Reserva del Perú (BCRP) informó que las reservas internacionales netas del Estado peruano ascienden a US\$ 61 mil millones, lo cual equivale al 27% del Producto Bruto Interno del país. El ente rector de la política monetaria informó que el monto equivale a 7 veces la deuda externa de corto plazo. Según cifras del Latin Consensus Forecast a Diciembre del 2018, Perú tiene las mayores Reservas Internacionales Netas (RIN) medidas como puntos del PBI de cada país. Por debajo de Perú se encuentra Brasil con RIN de 20,3% de su PBI, Colombia y México con 14,2% de su PBI, respectivamente. Chile también cuenta con RIN por 12,6% de su PBI.
- Del texto anterior, ¿para qué sirven las Reservas Internacionales Netas?

- A) Las RIN le permiten al BCRP tener capacidad y solidez para manejar las inversiones en infraestructura.  
B) Mientras más RIN tenga el banco central de un país, menor es su fortaleza y competitividad frente a los países de la región.  
C) Las RIN funcionan como un seguro que garantiza los ajustes internos de la economía al enfrentar choques externos de la economía mundial.  
D) Mientras que a mayores reservas, la moneda corre riesgo de devaluarse ante una eventual corrida bancaria.

### Solución:

Las RIN es la cantidad de oro y divisas que posee un país y que se utiliza:

- Para hacer frente a sus obligaciones financieras internacionales.
- Como medio de pago para realizar intercambios comerciales y

- Como garantía para la estabilidad económica-financiera de un país frente a choques adversos.

**Rpta.: C**

3. Seleccione las opciones que corresponden a las causas y efectos del incremento de las importaciones de un país.

- I. Una alta tasa de crecimiento económico
- II. Depreciación de la moneda nacional
- III. Un déficit en la cuenta financiera
- IV. Un superávit en la cuenta financiera

- A) I, III, IV                      B) I y IV                      C) I y III                      D) Solo I

**Solución:**

El crecimiento de la economía produce un incremento del consumo que tiene que ser cubierto por bienes importados, así mismo, un aumento de las compras de bienes importados provoca un déficit en la cuenta financiera debido a que la economía necesita más dinero para comprar esos bienes (aumentan los préstamos externos).

**Rpta.: C**

4. Él (las) \_\_\_\_\_ no es ni una moneda ni un activo frente al FMI. Más bien representa un activo potencial frente a las monedas de libre uso de los países miembros del FMI. ¿A qué elementos del comercio internacional se refiere el párrafo?

- A) Divisas                      B) RIN                      C) DEG                      D) Arancel

**Solución:**

Derechos Especiales de Giro (DEG) son activos financieros internacionales emitidos por el FMI asignados a sus países miembros para solucionar problemas de Déficit de Balanza de Pagos.

**Rpta.: C**

5. El BCR reportó que la balanza comercial en el 2018 alcanzó un superávit de 7,049 millones de dólares, resultado positivo por tercer año consecutivo y el más alto desde el 2011. «En el 2018, las exportaciones ascendieron a 48,942 millones de dólares, un monto histórico que confirmó la tendencia al alza en los últimos tres años y que implicó un crecimiento de 8.1% con respecto al 2017», destacó el ente emisor.

Precisó que ello se debe fundamentalmente al aumento del volumen de las exportaciones (1.5%) y el mayor precio (6.5%).

Para el Perú, un superávit de la cuenta comercial significa que

- A) se incrementa el PBI.                      B) se reduce las RIN.  
C) se reduce el endeudamiento externo.                      D) el país financia al resto del mundo.

**Solución:**

El superávit en la balanza comercial se debió fundamentalmente al incremento de las exportaciones, lo que le proporciona al país un aumento en el PBI.

**Rpta.: A**

6. Sobre la balanza en cuenta corriente, señale verdadero (V) o falso (F), según corresponda:
- I. La inversión extranjera directa se registra en la balanza de capitales a corto plazo.
  - II. Registra el ingreso y salida de divisas generado por las operaciones de compra y/o venta de bienes al extranjero, y que pasan por las aduanas.
  - III. Los préstamos pedidos por la banca privada se consideran egresos.
  - IV. Comprende aquellas operaciones que no tienen una contraprestación directa, como el caso de las remesas, donaciones de bienes y servicios y dinero en efectivo.
- A) VVFF                      B) FVVF                      C) FFFV                      D) FVFF

**Solución:**

Son verdaderas:

- II. Pertenece a la Balanza Comercial
- IV. Pertenece a la Balanza de Transferencias corrientes

**Rpta.: D**

7. El servicio de la deuda externa del Perú logra que se exonere un 8% del pago del capital de la deuda. De esa manera, la balanza de \_\_\_\_\_ registra la operación.
- A) transferencia corriente
  - B) errores u omisiones
  - C) financiamiento excepcional
  - D) renta de factores

**Solución:**

Los saldos de la renegociación, refinanciación, condonación de la deuda externa del Perú con los acreedores internacionales, se registran en la balanza de financiamiento excepcional.

**Rpta.: C**

8. Con respecto a la balanza en cuenta financiera, es correcto afirmar lo siguiente:
- I. Se registra ingresos y salidas destinadas a inversiones especulativas de corto plazo.
  - II. Las transferencias corrientes se registran a valores FOB cuando son recibidos en el puerto de destino.
  - III. Movimientos de capitales provenientes tanto del sector público como del privado.
  - IV. Turismo y transporte son partidas de la balanza de servicio.
- A) Solo II                      B) I y IV                      C) III y IV                      D) I, III

**Solución:**

- I. Las inversiones especulativas a corto plazo, se refiere a los capitales que entran o salen de un país para períodos menores a un año.
- II. En valores FOB (libre a bordo) se utilizan para registrar las exportaciones.
- III. Son los desembolsos y la amortización de la deuda pública externa y activos que comprenden la inversión directa en el extranjero efectuada por empresas residentes en el Perú.
- IV. La sub balanza de servicios pertenece a la Balanza de Cuenta Corriente.

**Rpta.: D**

# Filosofía

## EJERCICIOS

1. El presidente del Perú, al amparo de la Constitución, disolvió el Congreso de la República el día lunes 30 de setiembre de 2019 y posteriormente convocó a elecciones legislativas para el 26 de enero del 2020.

Desde un punto de vista filosófico-político, estas acciones pudieron ser realizadas por el Presidente debido a que

- A) tiene apoyo de la población.                      B) busca la justicia social.  
C) lucha contra la corrupción.                      D) posee poder político.

### Solución:

El poder político representa la facultad legítima que tienen las autoridades políticas para llevar a cabo reformas o transformaciones de distinta índole. En el marco de la filosofía política, se estudia el fundamento y las características de dicho poder político.

**Rpta.: D**

2. La filosofía política se encarga, fundamentalmente, de establecer cuáles son las leyes, instituciones y principios políticos más convenientes para organizar la sociedad. De ello se puede deducir que esta disciplina posee un carácter \_\_\_\_\_, a diferencia de la ciencia política, cuyo fin es, ante todo, \_\_\_\_\_.

- A) argumentativo – selectivo                      B) prescriptivo – normativo  
C) descriptivo – explicativo                      D) normativo – descriptivo

### Solución:

El objetivo fundamental de la filosofía política es plantear cómo deben estar organizados los seres humanos en sociedad, es decir, normar o prescribir. En cambio, la ciencia política busca describir y explicar los fenómenos políticos.

**Rpta.: D**

3. Para Javier, los ciudadanos no solamente deben dedicarse a sus asuntos particulares, sino que también debe preocuparse por ejercer su influencia con vistas a cambiar la situación del país. Entre otras cosas, él considera sumamente relevante que la ciudadanía asuma como una gran responsabilidad la elección de las distintas autoridades públicas.

La opinión de Javier guarda semejanzas importantes con las ideas de

- A) Platón.                      B) Locke.                      C) Weber.                      D) Hobbes.

### Solución:

El enfoque liberal propuesto por Locke tiene como fundamentos la representación y la participación. Por eso, el filósofo inglés destaca la necesidad de que los ciudadanos influyan en los cambios y transformaciones que se pueden hacer en la organización política de la sociedad.

**Rpta.: B**

4. La Constitución Política del Perú no prohíbe el matrimonio igualitario (homosexual), pues en su artículo segundo se manifiesta que todas las personas tienen derecho «a la igualdad ante la ley. Nadie debe ser discriminado por motivo de origen, raza, sexo, idioma, religión, opinión, condición económica o de cualquiera otra índole». Sin embargo, el Código Civil establece en su artículo 234 que «el matrimonio es la unión voluntariamente concertada por un varón y una mujer legalmente aptos para ella y formalizada con sujeción a las disposiciones de este Código, a fin de hacer vida común».

Esta discrepancia entre la Constitución y el Código Civil podría llevar a Charles Taylor a suponer que en el Perú

- A) hay personas que no tienen una identidad lograda.  
 B) no es posible el reconocimiento de ninguna minoría.  
 C) la identidad de las minorías no supone un problema.  
 D) la forma de vida y el género no forman una identidad.

**Solución:**

Para Taylor, un individuo solo puede realizar su identidad si es que la sociedad en su conjunto reconoce su forma de vida y su género. Debido a que el Código Civil no reconoce a las minorías sexuales, cabe suponer que estas no podrían alcanzar una identidad plena.

**Rpta.: A**

5. Si bien José no se encuentra de acuerdo con las ideas políticas de su mejor amigo, considera que es justo escucharlo y respetar sus opiniones. «Aunque difícilmente llegue a estar de acuerdo alguna vez con estos puntos de vista tan discutibles y polémicos, me parece que debo tener siempre en consideración que él tiene el derecho a expresar libremente sus opiniones», afirma.

¿Qué concepto de la filosofía política se encuentra en el trasfondo del texto anterior?

- A) La tolerancia  
 B) La legitimidad  
 C) El reconocimiento  
 D) La dignidad

**Solución:**

El texto alude al respeto que debemos a los demás, aunque estos no compartan nuestras convicciones e ideas. Por ello, la tolerancia es el concepto filosófico-político que se encuentra planteado en este caso.

**Rpta.: A**

6. En los últimos días la ciudad de Quito ha vivido momentos de gran tensión. Ha habido saqueos, vandalismo, violencia, detenciones masivas y episodios de represión. Además del incendio provocado de la Contraloría, máximo órgano de control fiscal del país. «He dispuesto al comando conjunto de las fuerzas armadas inmediatamente tomar las medidas y operaciones que sean necesarias. Restableceremos el orden en todo el Ecuador», aseguró el presidente Lenin Moreno.

La decisión del mandatario ecuatoriano hace evidente una forma de manifestación del poder del Estado denominada

- A) fuerza bruta.      B) influencia.      C) manipulación.      D) persuasión.

**Solución:**

El control de los disturbios en Ecuador, ordenada por el presidente Lenin Moreno a las FF.AA. y la policía hace evidente una forma de manifestación del poder del Estado denominada fuerza bruta (violencia).

**Rpta.: A**

7. Durante los últimos años, el Perú ha logrado un crecimiento económico sostenido; pero, a pesar de estos avances, las desigualdades sociales siguen siendo profundas. Por tal motivo, los indígenas que residen en zonas rurales tienen grandes obstáculos para lograr un adecuado ingreso familiar, una educación de calidad y un ejercicio pleno de sus derechos. Estas mismas dificultades son padecidas por mestizos pobres, por la minoría afro descendiente y por la mayoría de mujeres.

Si Nancy Fraser analizara la situación en la que se encuentra nuestro país, manifestaría que

- A) es necesario implementar el reconocimiento de tales minorías culturales y de las mujeres.
- B) los problemas de pobreza y desigualdad tienen un carácter exclusivamente occidental.
- C) se requiere prestarle tanta atención a la pobreza como a la falta de reconocimiento de las minorías.
- D) la fundamentación de una teoría bidimensional de la libertad es indispensable en la actualidad.

**Solución:**

De acuerdo a Nancy Fraser, para resolver casos como los señalados se requeriría una concepción bidimensional de la justicia que integre el reconocimiento y la redistribución equitativa de la riqueza.

**Rpta.: C**

8. En la primera clase de filosofía política, luego de señalar los objetivos del curso, el profesor propone a sus alumnos escoger un problema de investigación para la elaboración de una monografía. Considerando los temas fundamentales abordados por la filosofía política, señale cuál de los siguientes tópicos podría ser aceptado como trabajo de investigación del curso mencionado:

- A) La descripción objetiva del funcionamiento del sistema democrático peruano.
- B) La superioridad de la forma republicana de gobierno frente a la monárquica.
- C) Los motivos por los que los ciudadanos valoran el trabajo de las autoridades.
- D) El análisis de los diversos episodios de corrupción política en Latinoamérica.

**Solución:**

La filosofía política tiene como una de sus preocupaciones fundamentales el análisis acerca de cuál es la mejor forma de organización política.

**Rpta.: B**

# Física

## EJERCICIOS

1. El flujo magnético se define como el conjunto de líneas de inducción magnética que atraviesan una superficie. Se tiene un campo magnético uniforme de intensidad  $B = 4 \text{ T}$ , cuyas líneas de campo magnético atraviesan la superficie que encierra el anillo de radio  $20 \text{ cm}$  formando un ángulo de  $60^\circ$  con la normal a la superficie. Determine el flujo magnético.

- A)  $0,08\pi \text{ Wb}$       B)  $0,08\pi\sqrt{3} \text{ Wb}$       C)  $0,8\pi\sqrt{3} \text{ Wb}$       D)  $0,04\pi \text{ Wb}$

### Solución:

$$\Phi = BA \cos \theta$$

$$\Phi = 4\pi(0,20)^2 \cos 60^\circ = 0,08\pi \text{ Wb}$$

Rpta.: A

2. Un solenoide es una bobina formada por un alambre enrollado en espiras sobre un armazón cilíndrico, si perpendicularmente a la sección transversal de  $40 \text{ cm}^2$  del solenoide fluyen las líneas de un campo magnético variable según la ecuación  $B = 4 + 2t$ , donde el campo magnético se mide en tesla y el tiempo en segundos. Según esto, determine la f.e.m. inducida en el intervalo de  $t = 5 \text{ s}$  hasta  $t = 10 \text{ s}$ , si se sabe que el solenoide tiene 100 espiras.

- A)  $0,2 \text{ V}$       B)  $0,4 \text{ V}$       C)  $0,6 \text{ V}$       D)  $0,8 \text{ V}$

### Solución:

Determinando la f.e.m. cuando el campo magnético varía.

$$\xi = NA \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| = 100 \times 40 \times 10^{-4} \left| \frac{(24) - (14)}{10 - 5} \right|$$

$$\xi = 0,8 \text{ V}$$

Rpta.: D

3. El campo magnético terrestre se originó con los movimientos de metales líquidos en el núcleo de la Tierra. Dicho campo se extiende desde el núcleo, atenuándose progresivamente en el espacio exterior. Provoca efectos electromagnéticos en la magnetosfera y nos protege del viento solar. Un aeroplano vuela de este a oeste paralelo a la superficie terrestre con una rapidez de  $100 \text{ m/s}$ . Si la componente vertical del campo magnético en esa región tiene una intensidad de  $0,8 \times 10^{-4} \text{ T}$ . Determine la diferencia de potencial entre las puntas de las alas cuya separación es de  $25 \text{ m}$ .

- A)  $0,2$   
B)  $0,8$   
C)  $2,0$   
D)  $0,4$



**Solución:**

$$\Delta V = LvB$$

$$\Delta V = 25 \times 100 \times 0,8 \times 10^{-4} = 0,2 \text{ V}$$

**Rpta.: A**

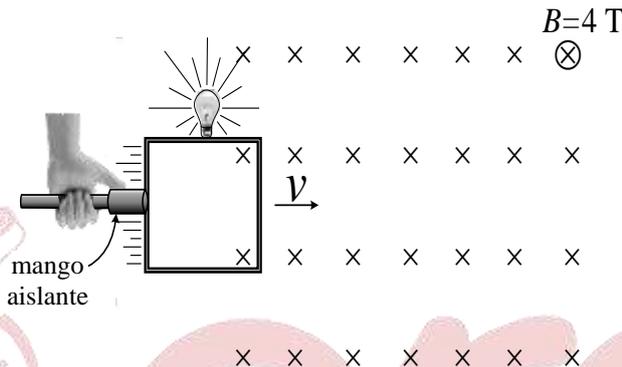
4. Una espira cuadrada de 20 cm de lado ingresa con rapidez constante de 5 cm/s a una región donde se ha establecido un campo magnético homogéneo cuya inducción es  $B = 4 \text{ T}$ . Determine la energía consumida por la bombilla de resistencia eléctrica  $1 \Omega$  en un segundo, mientras la espira ingresa a la región del campo magnético uniforme.

A) 2 mJ

B) 3 mJ

C) 1,6 mJ

D) 4 mJ



**Solución:**

De la figura notamos que solo sobre el conductor vertical móvil se induce una fem:

$$\epsilon_{\text{ind}} = BvL \rightarrow \text{la energía consumida por la bombilla: } E_{\text{consumida}} = \frac{\epsilon_{\text{ind}}^2}{R} t$$

$$\rightarrow E_{\text{consumida}} = \frac{(BLv)^2}{R} t \rightarrow E_{\text{consumida}} = \frac{(4 \times 0,2 \times 5 \times 10^{-2})^2}{1} (1)$$

$$\therefore E_{\text{consumida}} = 1,6 \text{ mJ}$$

**Rpta.: C**

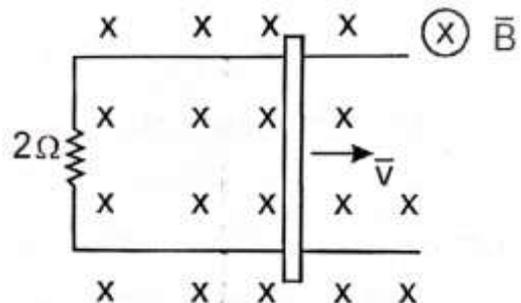
5. En el circuito mostrado en la figura la varilla conductora móvil de longitud 1 m se desliza con rapidez de 10 m/s en una región donde el campo magnético uniforme tiene una intensidad de 0,2 T. Determine la dirección de la corriente eléctrica en el conductor y la potencia disipada en el resistor de resistencia  $2 \Omega$ . Desprecie todo tipo de resistencia mecánica.

A) antihoraria, 2 W

B) antihoraria, 1 W

C) horaria, 2 W

D) antihoraria, 0,2 W



**Solución:**

Aplicando la ley de Lenz: Circulación antihoraria

$$\varepsilon = LvB\sin\theta \quad \varepsilon = 1 \times 10 \times 0,2 = 2 \text{ V}$$

$$\varepsilon = Ri \quad 2 = 2i \quad i = 1 \text{ A}$$

$$P = i\varepsilon \quad P = 1 \times 2 = 2 \text{ W}$$

**Rpta.: A**

6. La fuerza electromotriz inducida es apreciable entre los extremos de las alas de un jet 747, el cual tiene una distancia de 60 m. Según lo mencionado determine la f.e.m. inducida entre los extremos de las alas del jet si este alcanza una rapidez de 900 km/h y la componente vertical del campo magnético terrestre es  $0,2 \mu\text{T}$ .

- A) 3 mV                      B) 6 mV                      C) 54 mV                      D) 108 mV

**Solución:**

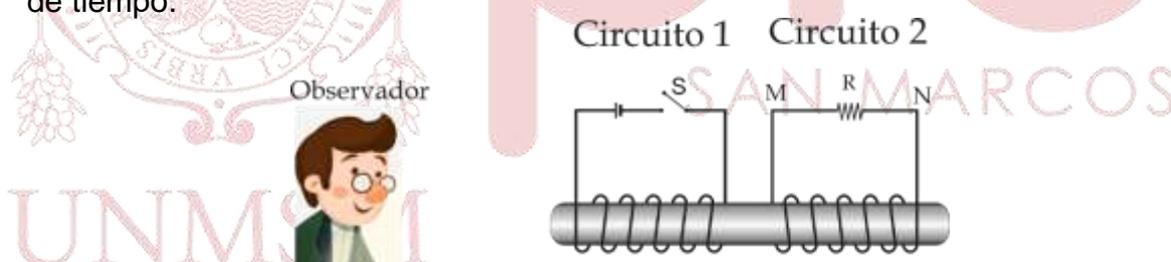
Determinado la f.e.m.

$$\xi = BvL = (0,2 \times 10^{-6}) \left( 900 \times \frac{5}{18} \right) (60)$$

$$\xi = 3 \text{ mV}$$

**Rpta.: A**

7. A partir del circuito mostrado indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones, inmediatamente después de cerrar S. considere un pequeño intervalo de tiempo.



- I. Según el observador la corriente en el circuito 1 es antihorario.  
 II. Según el observador el campo inducido en el circuito 2 es saliente.  
 III. En el circuito 2 la corriente va de M hasta N.

- A) VVV                      B) FVF                      C) VFF                      D) FVV

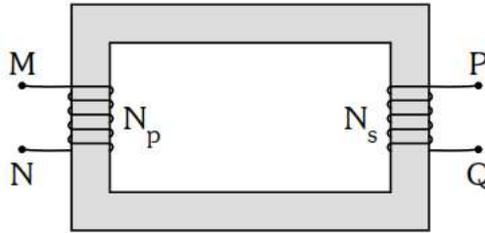
**Solución:**

- I. (F) La corriente sale del polo positivo de la fuente.  
 II. (V) Como el campo magnético generado por el circuito 1 aumenta de manera entrante entonces el campo magnético inducido debe ser saliente.  
 III. (F) Como el campo magnético inducido es saliente entonces la corriente inducida debe ser antihorario, eso significa que la corriente va de N hacia M.

**Rpta.: B**

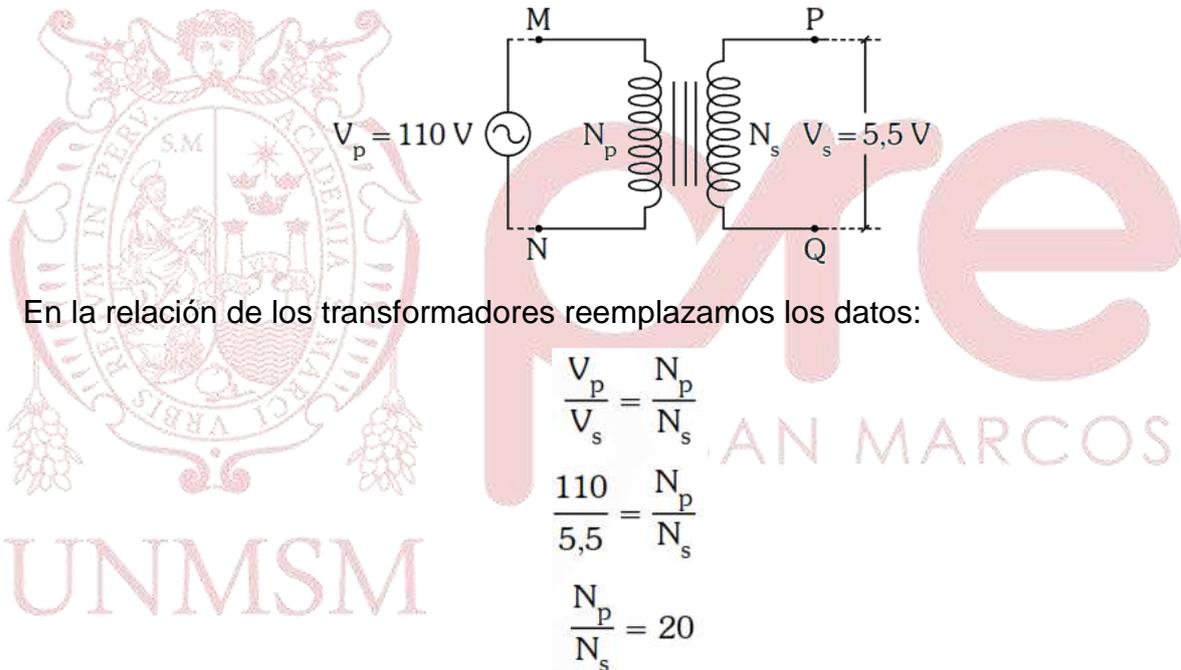
8. Se denomina transformador a un dispositivo eléctrico que permite aumentar o disminuir el voltaje en un circuito eléctrico de corriente alterna. En este contexto, cuándo se tiene un voltaje alterno de 110 V entre los terminales M y N, obtenemos 5,5 V entre los terminales P y Q. ¿Cuál sería el voltaje entre M y N, si conectamos 220 V (alterno) entre los terminales P y Q?

- A) 400 V  
B) 3000 V  
C) 4000 V  
D) 4400 V

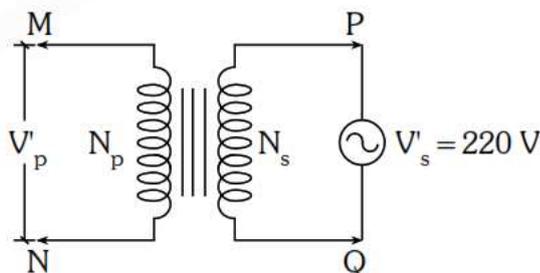


**Solución:**

Esquema simplificado:



Representando el segundo caso:



La relación se mantiene:

$$\frac{V'_p}{V'_s} = \frac{N_p}{N_s}$$

Reemplazando el dato conocido para el segundo caso y lo obtenido en (I):

$$\frac{V'_p}{220} = 20$$

$$V'_p = 4400 \text{ V}$$

Rpta.: D

### EJERCICIOS PROPUESTOS

1. El flujo magnético es una cantidad física escalar que mide la cantidad de líneas de campo magnético que atraviesa una superficie, si consideramos un campo magnético de magnitud 2 T que atraviesa una superficie circular de radio de 40 cm. Determine el flujo magnético cuando el campo magnético atraviesa la superficie formando un ángulo de  $37^\circ$ .

- A) 96 mWb      B) 64 mWb      C) 192 mWb      D) 48 mWb

#### Solución:

Calculando el flujo magnético.

$$\phi = BA \cos \theta$$

$$\phi = (2)[\pi(0,4)^2] \cos 53^\circ$$

$$\phi = (2)[\pi(0,4)^2] \left(\frac{3}{5}\right)$$

$$\phi = 192 \text{ mWb}$$

Rpta.: C

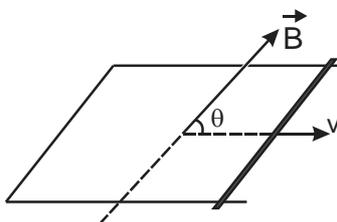
2. Una fem ( $\varepsilon$ ) puede tener origen eléctrico o magnético. La figura muestra un conductor rectilíneo de 80 cm de longitud que se mueve con rapidez constante de 60 m/s en una región donde hay un campo magnético uniforme de intensidad 0,5 T. Si entre los extremos del conductor se establece una fem  $\varepsilon = 12 \text{ V}$ , determine el ángulo entre el campo magnético y la velocidad.

- A)  $30^\circ$

- B)  $60^\circ$

- C)  $45^\circ$

- D)  $37^\circ$



#### Solución:

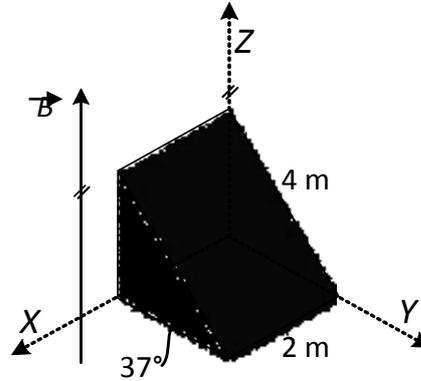
$$\varepsilon = LvB \sin \theta \quad 2 = 0,80 \times 60 \times 0,5 \sin \theta \quad 12 = 24 \sin \theta$$

$$\sin \theta = \frac{1}{2} \quad \theta = 30^\circ$$

Rpta.: A

3. Una lámina rectangular está apoyada sobre una pared vertical, formando con el plano X-Y un ángulo de  $37^\circ$ . determine el flujo magnético saliente a través de dicha lámina si las líneas de inducción magnética son paralelas al eje +Z. ( $B = 100 \mu\text{T}$ ).

- A)  $6,4 \times 10^{-4} \text{ Wb}$
- B)  $1,2 \times 10^{-2} \text{ Wb}$
- C)  $3,2 \times 10^{-3} \text{ Wb}$
- D)  $7,2 \times 10^{-3} \text{ Wb}$



**Solución:**

De la figura notamos:

$$\Phi_{m(\text{saliente})} = BA \cos \theta = BA_{\text{proy}}$$

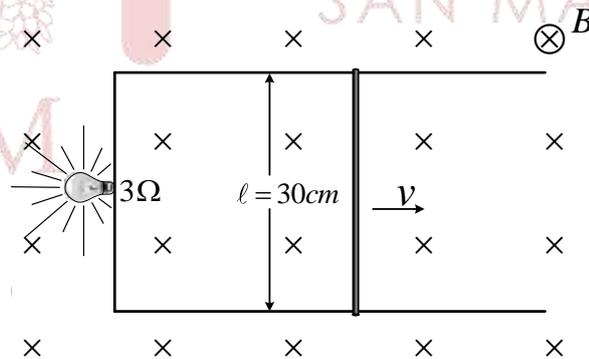
$$\Phi_{m(\text{saliente})} = 100 \times 10^{-6} \times 2 \times 4 \cos 37^\circ$$

$$\therefore \Phi_{m(\text{saliente})} = 6,4 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

Rpta.: A

4. Una varilla conductora se desliza sobre un alambre conductor en forma de U, el cual se encuentra sobre un plano horizontal. Si el conductor se desliza con rapidez constante de  $0,1 \text{ m/s}$  en la región de un campo magnético homogéneo de  $B = 0,5 \text{ T}$ , determine la intensidad de corriente eléctrica que pasa por el foco.

- A)  $3 \text{ mA}$
- B)  $6 \text{ mA}$
- C)  $15 \text{ mA}$
- D)  $5 \text{ mA}$



**Solución:**

De la figura notamos que sobre el conductor móvil se inducen una fem:

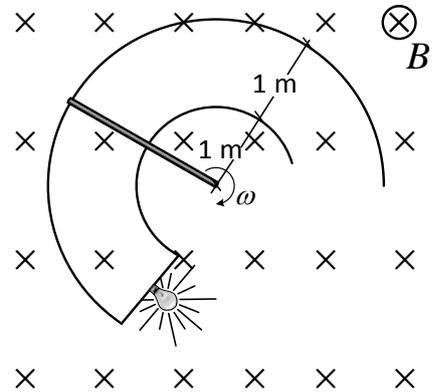
$$\epsilon_{\text{ind}} = BvL = IR \rightarrow \epsilon_{\text{ind}} = 0,5 \times 0,1 \times 0,3 = I \times 3$$

$$\therefore I = 5 \text{ mA}$$

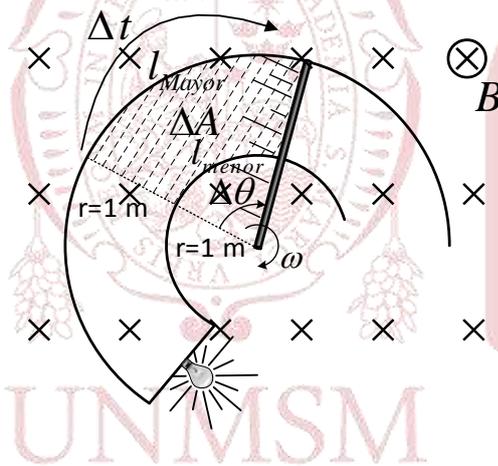
Rpta.: D

5. La barra conductora de 2 m de longitud rota con rapidez angular constante de 2 rad/s. Si la magnitud del campo magnético uniforme  $\vec{B}$  es 2 T, determine la intensidad de corriente eléctrica que pasa por el foco de  $100\Omega$ . Desprecie la resistencia eléctrica de los rieles conductores.

- A) 30 mA
- B) 40 mA
- C) 50 mA
- D) 60 mA



**Solución:**



De la figura notamos que la varilla gira uniformemente entonces de todas maneras se induce sobre dicho conductor una fem:

$$\epsilon_{ind} = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \rightarrow \epsilon_{ind} = \frac{B\Delta A}{\Delta t} = I_{ind}R \dots (*)$$

El incremento del área  $\Delta A$  en un tiempo  $\Delta t$  es:

$$\Delta A = \left( \frac{l_{menor} + l_{mayor}}{2} \right) r \rightarrow \Delta A = \left( \frac{\Delta\theta \times 2r + \Delta\theta \times r}{2} \right) r$$

$$\rightarrow \Delta A = \Delta\theta \frac{3r^2}{2} \rightarrow \Delta A = \omega\Delta t \left( \frac{3r^2}{2} \right)$$

$$\rightarrow \frac{\Delta A}{\Delta t} = \omega \left( \frac{3r^2}{2} \right)$$

$$\text{En } (*): B\omega \left( \frac{3r^2}{2} \right) = I_{ind}R \rightarrow \frac{2 \times 2 \times 3 \times 1^2}{2} = I_{ind} \times 100$$

$$\therefore I_{ind} = 60 \text{ mA}$$

**Rpta.: D**

6. La fuerza electromotriz o voltaje inducido (fem) es capaz de mantener una diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito abierto o de producir una corriente eléctrica en un circuito cerrado. Esto, por ejemplo, representa una característica de cada generador eléctrico. Una espira de  $500 \text{ cm}^2$  de área se acerca a un imán y el flujo magnético aumenta a razón de  $0,2 \text{ Wb/s}$ . Si la espira tiene una resistencia de  $R = 10 \Omega$ . Determine la intensidad de corriente inducida en la espira.

A) 20 mA                      B) 10 mA                      C) 2 mA                      D) 22 mA

**Solución:**

$$\varepsilon = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad \varepsilon = 0,2 \text{ V}$$

$$\varepsilon = R i \quad 0,2 = 10 i \quad i = 0,02 \text{ A} = 2 \text{ mA}$$

**Rpta.: A**

7. Algunos aparatos eléctricos o electrónicos de nuestra casa necesitan de un transformador tal es el caso de una laptop, las características de este transformador están en la figura adjunta. Si consideramos que el voltaje de entrada es  $220 \text{ V}$ , determine la intensidad de la corriente eléctrica de entrada al transformador, considere que el transformador es ideal.

A) 0,5 A  
B) 0,3 A  
C) 0,1 A  
D) 0,4 A



**Solución:**

Para un transformador ideal se cumple.

$$P_{\text{entrada}} = P_{\text{salida}}$$

$$\Delta V_{\text{entrada}} I_{\text{entrada}} = P_{\text{salida}}$$

$$(220)I = 110$$

$$I = 0,5 \text{ A}$$

**Rpta.: A**

# Química

## EJERCICIOS

1. Los compuestos aromáticos fueron denominados así por el olor agradable que presentaban los primeros compuestos de este tipo. Respecto de los hidrocarburos aromáticos bencénicos, seleccione el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. Su anillo presenta  $4n+2$  electrones pi ( $\pi$ ), donde "n" es un número entero.
- II. Su anillo aromático es plano y simétrico.
- III. Presentan reacciones de sustitución en el anillo aromático.

A) VFV

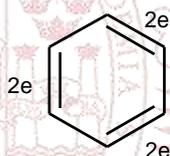
B) FVV

C) VVV

D) VFF

### Solución:

- I. **VERDADERO.** Los compuestos aromáticos cumplen con la regla de Hückel que enuncia que el anillo aromático presenta  $4n+2$  electrones pi ( $\pi$ ), por ejemplo el benceno presenta  $4(1)+2 = 6 e^-$ , el naftaleno  $4(2)+2 = 10 e^-$ .



Benceno



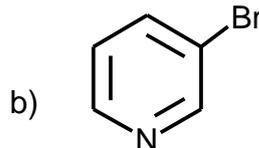
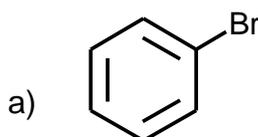
Naftaleno

- II. **VERDADERO.** Es una característica de la aromaticidad que el anillo aromático sea plano y simétrico.

- III. **VERDADERO.** En las reacciones del anillo aromático los átomos de hidrógeno son sustituidos por átomos diferentes.

Rpta.: C

2. Los compuestos aromáticos pueden presentar átomos diferentes del carbono en el anillo aromático por lo que se les puede clasificar como heterocíclicos. En caso esto no suceda se clasifican como homocíclicos. Con respecto a los siguientes compuestos seleccione la alternativa correcta.



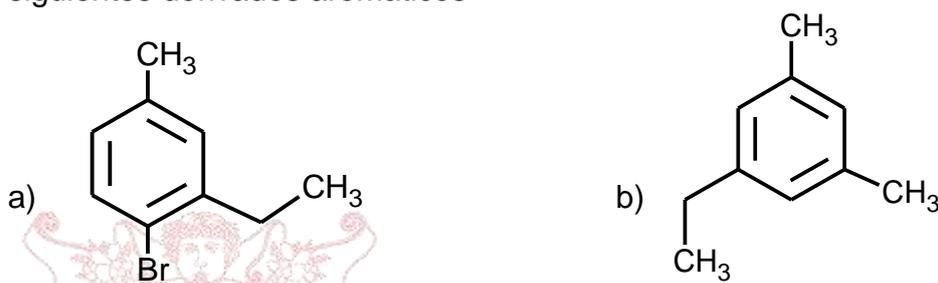
- A) Son hidrocarburos aromáticos.
- B) Solo (a) tiene estructuras resonantes.
- C) El compuesto (b) tiene dos sustituyentes.
- D) (a) es homocíclico y (b) heterocíclico.

**Solución:**

- A) INCORRECTA. NO son hidrocarburos aromáticos y (a) es homocíclico.  
 B) INCORRECTA. Ambos compuestos presentan estructuras resonantes.  
 C) INCORRECTA. El compuesto (b) tiene solo un sustituyente.  
 D) **CORRECTA.** (a) es homocíclico y (b) heterocíclico.

**Rpta.: D**

3. Muchos de los compuestos aromáticos tienen variadas aplicaciones, por ejemplo: el tolueno se utiliza en la preparación de medicamentos y colorantes; el xileno como diluyente en pinturas y barnices. Al respecto determine el nombre, respectivo, de los siguientes derivados aromáticos



- A) 4 – bromo – 3 etiltolueno      y      5 – etil – 1,3 – xileno  
 B) 3 – etil – 4 bromotolueno      y      5 – etil – 1,4 – xileno  
 C) 1 – bromo – 2 – etiltolueno      y      5 – etil – 1,2 – xileno  
 D) 1 – bromo – 2 – etiltolueno      y      5 – etil – 1,3 – xileno

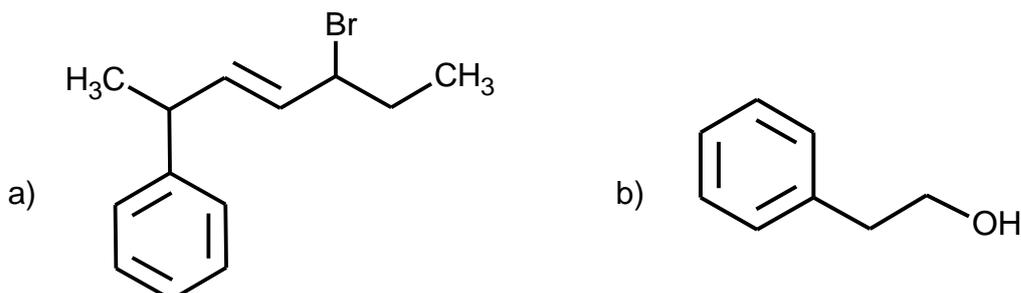
**Solución:**

- 4 – bromo – 3 etiltolueno  
 1 – bromo – 2 – etil – 4 – metilbenceno

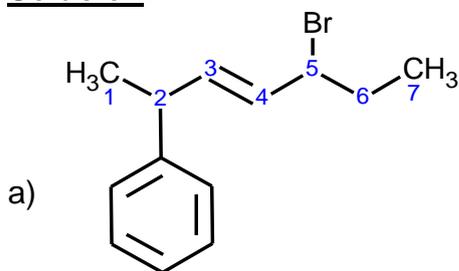
- 5 – etil – 1,3 – xileno  
 1 – etil – 3,5 – dimetilbenceno

**Rpta.: A**

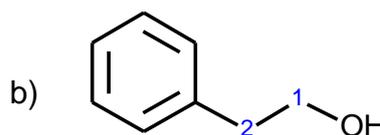
4. En la nomenclatura de los compuestos aromáticos se toma como cadena principal al anillo aromático, a menos, que la cadena carbonada del sustituyente tenga más de seis átomos de carbono, ramificaciones o un grupo funcional, en cuyo caso el anillo será un sustituyente. Seleccione el nombre correcto de los siguientes compuestos.



- A) 6 – fenil – 3 – bromohept – 3 – eno    y    2 – feniletanol  
 B) 5 – bromo – 2 – fenilhept – 3 – eno    y    2 – feniletanol  
 C) 2 – bromo – 6 – fenilhept – 3 – eno    y    1 – feniletanol  
 D) 5 – bromo – 2 – fenilhept – 3 – eno    y    1 – feniletanol

**Solución:**

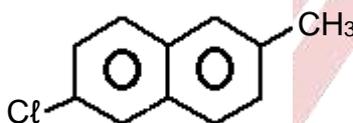
5 – bromo – 2 – fenilhept – 3 – eno



2 – feniletanol

**Rpta.: B**

5. El naftaleno ( $C_{10}H_8$ ) es utilizado como un intermediario químico en la manufacturación de colorantes, resinas sintéticas y como repelente de polillas. Con respecto al siguiente derivado del naftaleno, determine el valor de verdad (V o F).



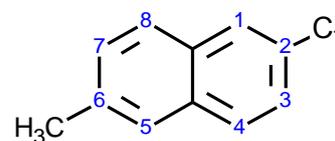
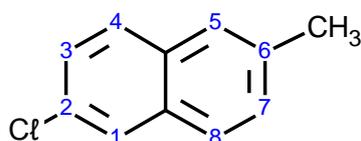
- I. Tiene seis enlaces pi ( $\pi$ ) y un sustituyente inorgánico.  
 II. Su nombre es 2 – cloro – 6 – metilnaftaleno.  
 III. Puede sufrir reacción de sustitución.

A) FVV

B) VFF

C) FFV

D) VVV

**Solución:**

2 – cloro – 6 – metilnaftaleno

- I. **FALSO.** Tiene un sustituyente inorgánico, pero cinco enlaces pi ( $\pi$ ).  
 II. **VERDADERO.** Su nombre es 2 – cloro – 6 – metilnaftaleno.  
 III. **VERDADERO.** Los compuestos aromáticos en sus reacciones pueden sustituir un átomo de hidrógeno por un átomo diferente en el anillo aromático.

**Rpta.: A**

6. Los alcoholes tienen diversas aplicaciones, pueden ser utilizados como antisépticos, por ejemplo, el etanol o como solventes, ejemplo el ciclohexanol. Con respecto a los alcoholes, podemos afirmar que:

- I. pueden ser alifáticos como el etanol.
- II. el ciclohexanol es un alcohol aromático.
- III. el etanol es un alcohol soluble en agua.
- IV. por oxidación, el ciclohexanol forma benzaldehído.

- A) I y II                      B) I y III                      C) II, III y IV                      D) I, III y IV

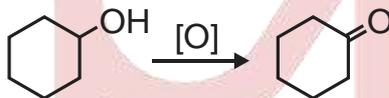
**Solución:**

I. **VERDADERO.** Los alcoholes alifáticos pueden ser de cadena abierta como el etanol o de cadena cerrada como el ciclohexanol.

II. **FALSO.** El ciclohexanol es un alcohol alifático de cadena cerrada o cíclica.

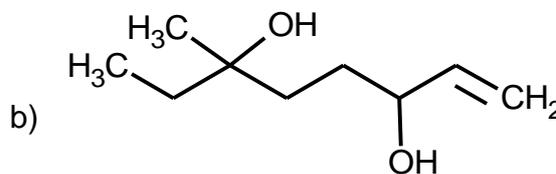
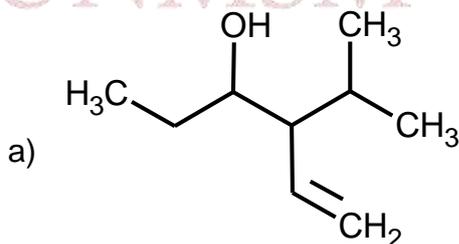
III. **VERDADERO.** El etanol es un alcohol soluble en agua debido que al tener una cadena corta predominan las fuerzas puente de hidrógeno con las moléculas de agua permitiendo que se mezclen con facilidad.

IV. **FALSO.** Por oxidación, el ciclohexanol forma el ciclohexanona.

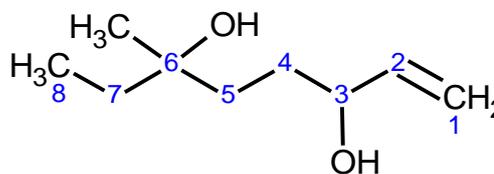
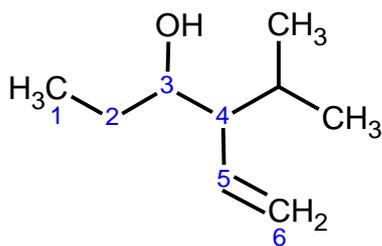


Rpta.: B

7. Los alcoholes superiores de 6 a 18 átomos de carbono, tanto primarios como secundarios, lineales y ramificados tienen una gran importancia industrial. A los alcoholes de C6 a C11 (o hasta C13) se les denomina alcoholes plastificantes. Al respecto, determine el nombre de los siguientes alcoholes.



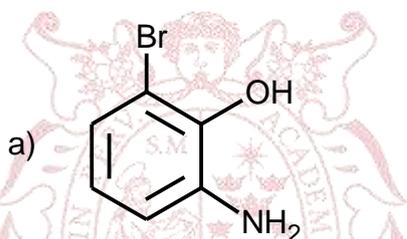
- |  |   |                                     |
|--|---|-------------------------------------|
| A) 4 – etenil – 5 – metilhex – 1 – en – 3 – ol | y | 3 – metiloct – 7 – eno – 3,6 – diol |
| B) 3 – isopropilhex – 1 – en – 4 – ol          | y | 3 – metiloct – 7 – eno – 3,6 – diol |
| C) 4 – isopropilhex – 1 – en – 4 – ol          | y | 6 – metiloct – 1 – eno – 3,6 – diol |
| D) 4 – isopropilhex – 5 – en – 3 – ol          | y | 6 – metiloct – 1 – eno – 3,6 – diol |

**Solución:**

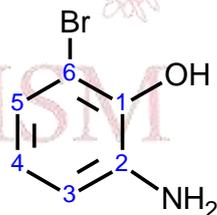
4 – isopropilhex – 5 – en – 3 – ol      y      6 – metiloct – 1 – eno – 3,6 – diol

**Rpta.: D**

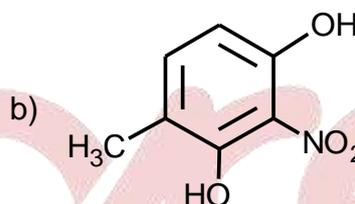
8. El fenol es una sustancia con enorme valor industrial, directamente o en derivados, se usa como desinfectante, anestésicos tópicos y germicidas. Grandes cantidades de fenol se usan para la producción de formaldehído, resinas y plásticos. Al respecto, determine los nombres de los siguientes compuestos.



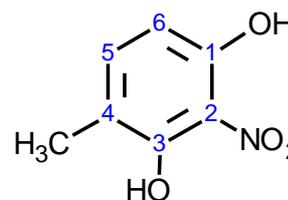
- A) 1 – amino – 3 – bromofenol  
 B) 6 – amino – 2 – bromofenol  
 C) 2 – amino – 6 – bromofenol  
 D) 1 – bromo – 6 – aminofenol

**Solución:**

2 – amino – 6 – bromofenol



- y      2 – nitro – 6 – metilbenceno – 1,3 – diol  
 y      4 – metil – 2 – nitrobenceno – 1,3 – diol  
 y      4 – metil – 2 – nitrobenceno – 1,3 – diol  
 y      2 – nitro – 6 – metilbenceno – 1,3 – diol



4 – metil – 2 – nitrobenceno – 1,3 – diol

**Rpta.: C**

9. Los éteres y en particular el éter dietílico se emplean como disolventes para extraer materiales orgánicos de disoluciones acuosas. El éter dietílico, comúnmente conocido como éter, se utilizó como anestésico durante muchos años. Con respecto a los éteres, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. Su grupo funcional es el grupo hidroxilo (– OH).  
 II. Pueden ser simétricos o asimétricos.  
 III. Entre sus moléculas predominan los puentes de hidrógeno.

A) FVV

B) VFF

C) VFV

D) FVF

**Solución:**

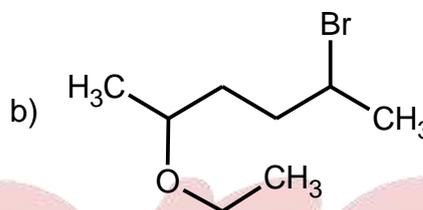
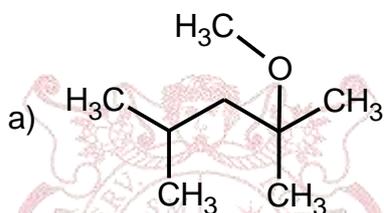
- I. **FALSO.** Su grupo funcional es el oxígeno (– O –).
- II. **VERDADERO.** Pueden ser simétricos o asimétricos dependiendo de si los grupos unidos al átomo de oxígeno son iguales o no. Ejemplo:



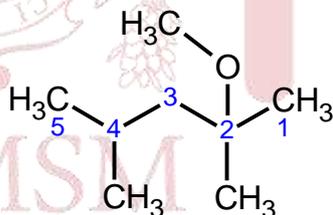
- III. **FALSO.** Entre sus moléculas predominan fuerzas dipolo – dipolo.

**Rpta.: D**

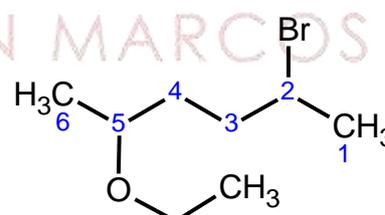
10. Los éteres son sustancias con muchas aplicaciones, por ejemplo, el éter isopropílico se utiliza para la recuperación de oro de una solución de ácido nítrico. Al respecto, determine el nombre correcto de los siguientes compuestos



- A) 2,4 – dimetil – 2 – metoxipentano y 2 – bromo – 5 – etoxihexano  
 B) 2 – metoxi – 2,4 – dimetilpentano y 2 – bromo – 5 – etoxihexano  
 C) 2,4 – dimetil – 2 – metoxipentano y 5 – bromo – 2 – etoxihexano  
 D) 2,4 – dimetil – 2 – etoxipentano y 2 – bromo – 5 – metoxihexano

**Solución:**

2,4 – dimetil – 2 – metoxipentano



2 – bromo – 5 – etoxihexano

**Rpta.: A****EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. El benceno es un compuesto de mucha importancia en la química ya que de él surgen algunos compuestos derivados denominados aromáticos. Sobre el benceno, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.
- I. Sus átomos de carbono presentan hibridación  $sp^2$ .  
 II. Tiene 6 electrones pi ( $\pi$ ) deslocalizados que generan resonancia.  
 III. Sufre reacciones de sustitución.

A) VVV

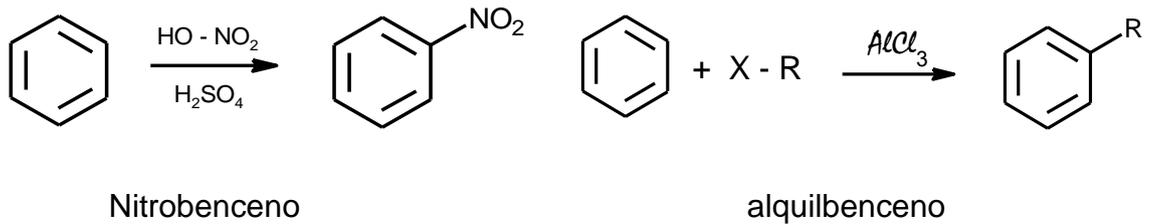
B) VFF

C) VFV

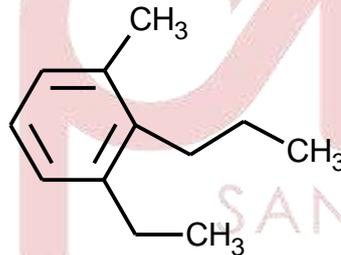
D) FVV

**Solución:**

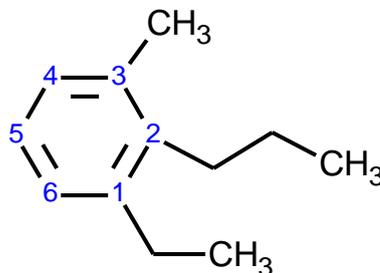
- I. **VERDADERO.** Sus átomos de carbono presentan hibridación  $sp^2$ .
- II. **VERDADERO.** Sus seis electrones  $\pi(\pi)$  se encuentran deslocalizados generando dos estructuras resonantes.
- III. **VERDADERO.** La mayoría de sus reacciones son de sustitución, por ejemplo, nitración para generar nitrobenzeno; alquilación para generar tolueno.

**Rpta.: A**

2. Los derivados del benceno se caracterizan por tener al anillo bencénico como cadena principal, en donde los átomos de hidrógeno han sido sustituidos por grupos alquilo o por átomos diferentes del carbono. Al respecto, determine el nombre del siguiente compuesto



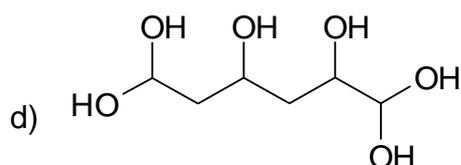
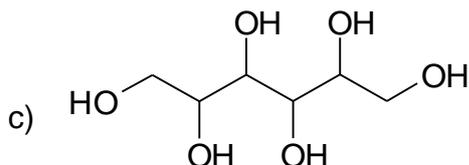
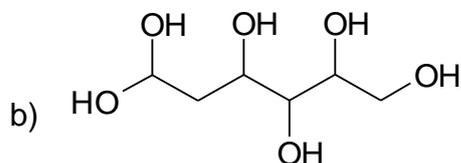
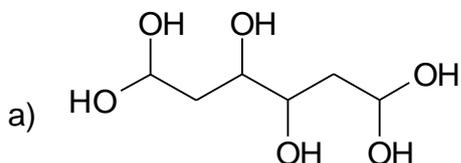
- A) 1 – etil – 3 – metil – 2 – propiltolueno  
 B) 1 – etil – 3 – metil – 2 – propilbenceno  
 C) 1 – metil – 2 – propil – 3 – etilbenceno  
 D) 1 – etil – 2 – propil – 3 – metilbenceno

**Solución:**

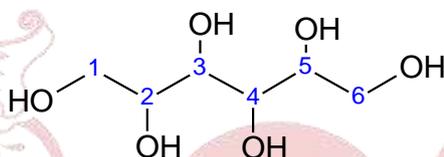
1 – etil – 3 – metil – 2 – propilbenceno

**Rpta.: B**

3. Los polialcoholes o polioles se utilizan comúnmente como edulcorantes en los alimentos dietéticos. Por ejemplo, el sorbitol es el edulcorante que contienen generalmente los chicles "sin azúcar". El nombre sistemático del sorbitol es hexano – 1,2,3,4,5,6 – hexol. Al respecto, determine la estructura de este compuesto.

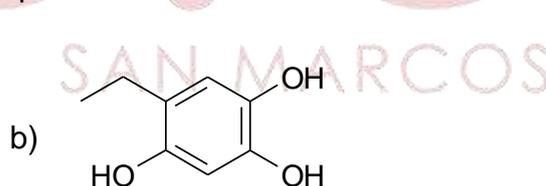
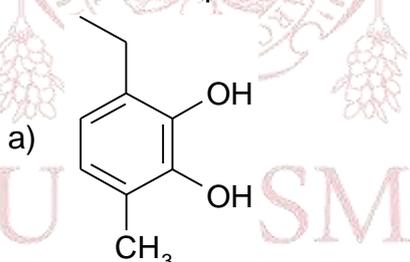


**Solución:**



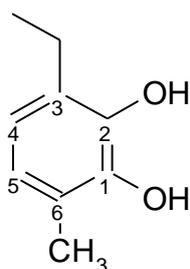
Rpta.: C

4. Los polifenoles son un grupo de sustancias químicas encontradas en las plantas que pueden tener capacidad antioxidante con potenciales beneficios para la salud. Podrían reducir el riesgo de contraer enfermedades cardiovasculares. Al respecto, determine el nombre respectivo de los siguientes compuestos.

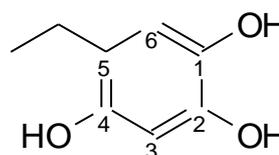


- A) 4 – etil – 1,2 – dihidroxitolueno y 5 – etilbenceno – 1,2,4 – triol  
 B) 3 – metil – 6 – etilbenceno – 1,2 – diol y 5 – etilbenceno – 1,2,4 – triol  
 C) 3 – etil – 6 – metilbenceno – 1,2 – diol y 4 – etilbenceno – 1,2,5 – triol  
 D) 3 – etil – 6 – metilbenceno – 1,2 – diol y 5 – etilbenceno – 1,2,4 – triol

**Solución:**



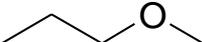
3 – etil – 6 – metilbenceno – 1,2 – diol

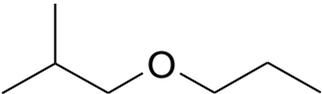


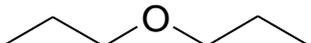
5 – etilbenceno – 1,2,4 – triol

Rpta.: D

5. En química orgánica y bioquímica, un éter tiene la representación general R-O-R', en donde R y R' pueden ser grupos alquilo, iguales o distintos, o grupos arilo, estando el átomo de oxígeno unido a estos. Seleccione la alternativa que muestra la correspondencia correcta entre estructura y nombre.

a)  ( ) dipropil éter

b)  ( ) metil propil éter

c)  ( ) isobutil propil éter

A) cba

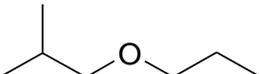
B) bca

C) abc

D) cab

**Solución:**

a)  ( c ) dipropil éter

b)  ( a ) metil propil éter

c)  ( b ) isobutil propil éter

Rpta.: D

## Biología

### EJERCICIOS

1. Las plantas son organismos fotosintéticos que se caracterizan, entre otras cosas, por ser autótrofas y fotótrofas; además, presentan una bien definida alternancia de generaciones, existiendo una fase gametofítica (haploide) y otra que corresponde a la fase esporofítica (diploide).

Con respecto a ello, ¿cuál de las siguientes alternativas contiene una característica adicional?

- A) Las plantas poseen esporas, las cuales son de carga diploide.  
 B) Las plantas son organismos terrestres con reproducción sexual.  
 C) Las plantas pueden ser organismos multicelulares y unicelulares.  
 D) Las plantas solo poseen crecimiento de forma longitudinal.

**Solución:**

Entre otras características, las plantas se caracterizan por ser generalmente multicelulares, sin embargo, también puede haber plantas unicelulares, teniendo dentro del grupo muchas especies de algas.

Rpta.: C

2. Arturo, un aficionado a la ficología, llegó a una conclusión: Las algas rojas y pardas tienen pigmentos característicos que las hacen visibles de color rojo y pardo respectivamente, por lo que se deduce que carecen de clorofila. La explicación que pueda servir para aclarar o corregir esta conclusión sería:
- A) las algas rojas y pardas presentan una gran cantidad de clorofila, además de otros pigmentos como la ficoeritrina, ficoxantina y los carotenoides.
  - B) todas las algas presentan pigmentos que las hacen visibles de colores muy llamativos, sin embargo, presentan mayor cantidad de ficoeritrina.
  - C) todas las algas tienen la misma cantidad de pigmentos fotosintéticos, por consiguiente, la diferencia de los colores tiene otra explicación.
  - D) todas las algas presentan clorofila, sin embargo, debido a la abundancia de otros pigmentos, se pueden observar de colores diferentes al verde.

**Solución:**

El color de las algas se basa en la cantidad de pigmentos que presenten, por ejemplo, las algas rojas tienen mucha cantidad de pigmento ficoeritrina, por lo cual se observan de color rojo, sin embargo, no hay que olvidar que todas las algas presentan clorofila, el cual representa al principal pigmento fotosintético.

**Rpta.: D**

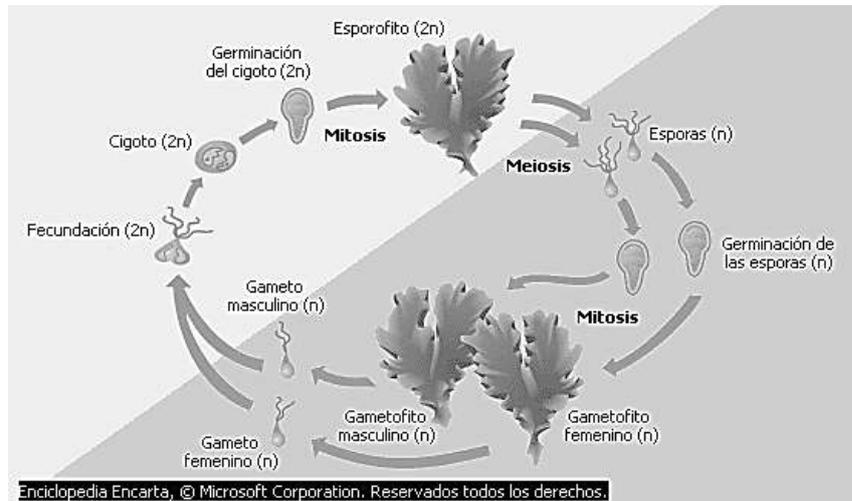
3. En una colecta de campo realizada en la playa Naplo, Marlene ha podido ubicar a muchas algas pardas y le ha llamado la atención la presencia de estructuras esféricas llenas de aire que se encontraban flotando, por lo que se pregunta que podrían ser. ¿A qué corresponderían dichas estructuras?
- A) Son estructuras flotantes formadas de un tejido denominado parénquima aerífero, el cual se caracteriza por almacenar aire.
  - B) Corresponden a estructuras llenas de aire, especializadas para la flotación de los rizoides, pues son estos los encargados de la fotosíntesis.
  - C) Son estructuras presentes en todas las algas, que les permiten realizar la fotosíntesis, además de servir como almacén de aire.
  - D) Corresponden a flotadores, los cuales permiten a los tallos poder flotar y mantenerse en la superficie para la realización de la fotosíntesis.

**Solución:**

Las algas no presentan tejidos especializados, pero presentan estructuras especializadas para la realización de sus funciones, que además les permiten adaptarse al medio acuático. Por ejemplo, varias especies de algas pardas presentan flotadores, los cuales corresponden a unas estructuras, dentro de las cuales se almacena aire, y es gracias a esto que los tallos de estas algas se pueden mantener en la superficie y captar de una mejor manera la energía luminosa.

**Rpta.: D**

4. Observe el siguiente esquema del ciclo de la Ulva y marque la alternativa que no va de acorde con lo establecido.



- A) La fecundación de los gametos, da origen al cigoto  $2n$ .  
 B) Existe diferencia morfológica entre el esporofito y el gametofito.  
 C) El esporofito diploide forma por meiosis a las esporas haploides.  
 D) Los gametos masculinos se caracterizan por ser flagelados.

**Solución:**

Las plantas presentan alternancia de generaciones, dentro de la cual hay una fase esporofítica diploide, que se encarga de formar esporas haploides por meiosis y una fase gametofítica haploide, que forma gametos por mitosis. En el caso de la Ulva y algas en general, se cumple esta alternancia de generaciones, pero la morfología o estructura de la fase gametofítica y la esporofítica son muy parecidas y no se pueden distinguir a simple vista.

Rpta.: B

5. Natalia dio una conferencia acerca de los bosques tropicales amazónicos y la importancia de la liberación de oxígeno para el planeta. Sin embargo, mencionó que se debe cuidar y no contaminar el agua de los mares, pues de no hacerlo, la cantidad de oxígeno molecular disminuiría dramáticamente en planeta. La afirmación de Natalia está basada en que

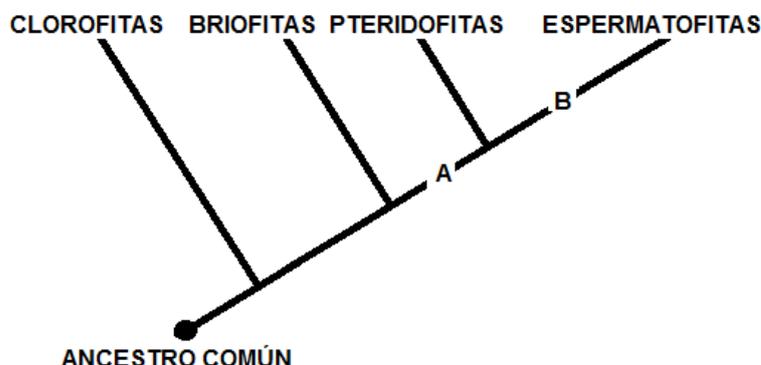
- A) las algas marinas captan mayor cantidad de oxígeno molecular.  
 B) las algas marinas producen la mayor cantidad de oxígeno molecular.  
 C) los seres marinos son importantes ya que producen oxígeno molecular.  
 D) las plantas terrestres dirigen el oxígeno molecular hacia el mar.

**Solución:**

Los organismos fotosintéticos liberan como producto de la fotólisis del agua, al oxígeno molecular. Se suele pensar que el gran porcentaje de oxígeno molecular, proviene de la actividad fotosintética de los bosques tropicales amazónicos, pero en realidad, proviene en gran medida de la fotosíntesis realizada por las algas, lo que hace entender que, se debe de preservar y restaurar los ecosistemas acuáticos, tanto o más aún que los demás ambientes donde existen organismos fotosintéticos.

Rpta.: B

6. Se presenta a continuación la imagen donde se observa de manera resumida la historia evolutiva de las plantas. ¿Cuál de las alternativas presentadas explica brevemente que características corresponderían a A y B?



- A) La letra "B" se refiere a la presencia de flores y frutos, mientras que la letra "A" correspondería a la presencia de gametofitos.  
 B) La letra "A" se referiría a la presencia de esporas, mientras la letra "B" podría referirse a la presencia de frutos.  
 C) La letra "B" correspondería a la presencia de semillas, y la "A" hace referencia a la presencia de la epidermis y el parénquima.  
 D) La letra "A" correspondería a la presencia de vasos conductores, y la "B" haría referencia a la presencia de semillas.

**Solución:**

Analizando las relaciones evolutivas presentadas en la imagen, es claro afirmar que la letra "A" correspondería a la presencia de vasos conductores, pues estos, no están presentes en algas y tampoco en briofitas, pero sí en todos los demás grupos de plantas. Por otro lado, la letra "B" correspondería a la presencia de semillas, pues las espermatofitas se caracterizan justamente por eso.

**Rpta.: D**

7. Son plantas que están parcialmente adaptadas a la vida terrestre cuyo tamaño es reducido, habitan en ambientes húmedos y su cuerpo vegetativo presenta rizoides. Estas plantas corresponden a la División

- A) Briofita.                      B) Clorofita.                      C) Feofita.                      D) Gimnosperma.

**Solución:**

Las briofitas como los musgos son las primeras plantas en colonizar tierra. Por ello, su adaptación no es completa. Requiere mucha humedad.

**Rpta: A**

8. Gustavo, camino al mercado de flores, recuerda que la fase dominante de las briofitas es la que corresponde al gametofito, pero además es consciente que esto no se cumple en otros grupos de plantas. Al final de su búsqueda, se acerca a un puesto de venta, lugar donde venden plantas ornamentales que son de su gusto. Si Gustavo, desea plantas grandes, de estructuras muy llamativas que correspondan a plantas terrestres, ¿qué le podrías aconsejar?

- A) Que compre gametofitos, pues estos son muy vistosos, además que presentan colores hermosos y muy variados.
- B) Que compre esporofitos, ya que estos son los encargados de formar los gametos de las plantas terrestres, lo cual le será de mucha ayuda.
- C) Que compre esporofitos de monocotiledóneas, porque los esporofitos son medianos y muy llamativos, lo cual le servirá para adornar su casa.
- D) Que compre gametofitos, los cuales son de tamaños muy variados e incluso pueden presentar flores de muchos colores.

**Solución:**

Los esporofitos en las plantas terrestres, como, por ejemplo, pteridofitas y espermatofitas (gimnospermas y angiospermas), tienen portes muy llamativos e incluso de tamaños muy grandes. Por ejemplo, si nosotros observamos a un lirio (monocotiledónea), lo justamente nos llama la atención, donde se visualizan hojas y flores, corresponde a su esporofito. En palabras sencillas, cuando salimos a caminar y observamos las plantas a nuestro alrededor, lo que estamos viendo, son esporofitos, que en la mayoría de veces corresponden a espermatofitas.

**Rpta.: C**

9. En una excavación arqueológica, se encuentra laborando un botánico especialista en palinología y anatomía vegetal. Después de realizar colectas de muestras de manera aleatoria, identifica las siguientes estructuras: esporas, restos de vasos leñosos, restos de epidermis con estomas y raíces secas. Según lo colectado se podría afirmar que el grupo de plantas al cual corresponde dichas estructuras son
- A) hepáticas.
  - B) helechos.
  - C) musgos.
  - D) monocotiledóneas.

**Solución:**

Las pteridofitas son plantas que se dispersan mediante esporas, presentan tejidos conductores (xilema y floema), además de otros tejidos especializados y también presentan raíces, en cambio en las briofitas, donde se incluyen a musgos y hepáticas, no hay presencia de tejidos conductores especializados, además que carecen de raíces, aunque al igual que las pteridofitas, se dispersan mediante esporas. La palinología es la ciencia que estudia el polen y las esporas.

**Rpta.: B**

10. Las espermatofitas también denominadas fenerógamas son aquellas plantas que poseen flores y semillas. Comprenden dos divisiones: las Gymnosperma y la Angiosperma. Al respecto determine el valor de verdad de los siguientes enunciados.
- I. Las Gymnospermas abarcan a los pinos y otros coníferos
  - II. Las Angiospermas presentan todas nervaduras ramificadas
  - III. Ambas divisiones presentan frutos que cubren la semilla.
- A) VVV
  - B) FVF
  - C) VFF
  - D) FVV

**Solución:**

I. **VERDADERO:** Las Gymnospermas abarcan a los pinos y otros coníferos.

- II. **FALSO:** Dentro de la Angiospermas solo las dicotiledones presentan nervaduras ramificadas.
- III. **FALSO:** Solo la división Angiospermas presenta semillas dentro del fruto en el caso de las Gymnospermas presenta semillas desnudas.

**Rpta.: C**

11. Se tiene una lista de características que se sabe le corresponden a una planta, sin embargo, aún no se ha determinado a que grupo específicamente corresponde. La lista es la siguiente: polinización anemógama, unisexuales, tallos leñosos y ausencia de frutos. Lo anterior corresponderá a una planta del grupo de las

A) traqueofitas.      B) gimnospermas.      C) pteridofitas.      D) espermatofitas.

**Solución:**

Las gimnospermas presentan estructuras reproductoras denominadas estróbilos, las cuales no presentan colores llamativos para organismos polinizadores, por ello, su polinización es anemógama, lo cual significa que es el viento el que promoverá la dispersión de sus granos de polen. Las gimnospermas también presentan de manera típica tallos leñosos, además que muchos de sus representantes son unisexuales, lo que significa que, en una misma planta, existirán estróbilos (conos formados por hojas carpelares) masculinos y femeninos. Se puede agregar, además, que carecen de frutos.

**Rpta.: B**

12. Rolando se encuentra realizando la clasificación de unas plantas que ha colectado. Está contento, pues ha logrado clasificarlas fácilmente en monocotiledóneas y dicotiledóneas, sin embargo, tienen dudas en una que colectó, pues ha encontrado las siguientes características: hojitas, rizoides y ausencia de crecimiento secundario. ¿A qué grupo pertenecerá la planta?

A) Espermatofitas      B) Hepáticas      C) Briofitas      D) Musgos

**Solución:**

Los musgos son briofitas que se caracterizan por presentar filidios (estructuras en forma de hojas), caulidio (estructura en forma de tallo) y rizoide. Las briofitas presentan epidermis, pero carecen de tejidos especializados como el xilema, floema y por esta razón no podrían tener crecimiento secundario.

**Rpta.: D**

13. Las plantas han sido utilizadas en la alimentación desde tiempos pasados y en la actualidad esto no ha cambiado, por el contrario, el uso de plantas se ha popularizado mucho más, pues la gastronomía depende en gran medida de muchos ingredientes vegetales. Con respecto a la idea central de lo expuesto, una de las siguientes alternativas es incorrecta.

A) El tumbo y el capulí son semillas ricas en antioxidantes que provienen de Asia.  
B) El maní y el tarhui son nativas de América, con alto contenido de nutrientes.  
C) El algarrobo, chirimoya, y el pepino son frutos nativos de América.  
D) La lechuga y la col son plantas introducidas, de las cuales se usan sus hojas.

