



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS  
*Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA*  
**CENTRO PREUNIVERSITARIO**

## SEMANA N.º 15

# *Habilidad Verbal*

### SEMANA 15 A

#### EL TEXTO CIENTÍFICO

##### Texto de ejemplo 1

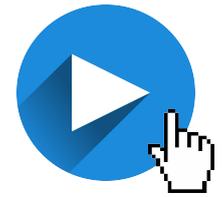
En 1973 comencé a investigar el efecto que tendría el principio de indeterminación de Heisenberg en el espacio-tiempo curvo de las proximidades de un agujero negro. Lo curioso fue que descubrí que el agujero no sería completamente negro. El principio de indeterminación permitiría que escapasen a un ritmo constante partículas y radiación. Este resultado constituyó para mí, y para cualquiera, una completa sorpresa y fue acogido con un escepticismo general. Pero si se reflexiona detenidamente, tendría que haber sido **obvio**. Un agujero negro es una región del espacio de la que es imposible escapar si uno viaja a una velocidad inferior a la de la luz, pero la suma de historias de Feynman afirma que las partículas pueden seguir *cualquier* trayectoria a través del espacio-tiempo. Así, es posible que una partícula se desplace más rápido que la luz. Resulta escasa la probabilidad de que recorra una larga distancia por encima de la velocidad de la luz, pero puede desplazarse más veloz que la luz para salir del agujero negro y, entonces, continuar más lenta que la luz. De este modo, el principio de indeterminación permite que las partículas escapen de lo que se consideraba una prisión definitiva, un agujero negro. La probabilidad de que una partícula salga de un agujero negro de la masa del Sol sería muy reducida, porque tendría que viajar a velocidad mayor que la de la luz durante varios kilómetros, pero pueden existir agujeros negros mucho más pequeños, formados en el universo primitivo. Estos agujeros negros primordiales podrían tener un tamaño inferior al del núcleo de un átomo y, sin embargo, su masa sería de mil millones de toneladas, la del monte Fuji. Es posible que emitan tanta energía como una gran central eléctrica. ¡Si consiguiéramos encontrar uno de esos diminutos agujeros negros y aprovechar su energía! Por desgracia, no parece haber muchos en el universo. La predicción de radiación de los agujeros negros fue el primer resultado no trivial de la combinación de la relatividad general de Einstein con el principio cuántico. Demostró que el colapso gravitatorio no era un callejón sin salida como parecía ser. Las partículas de un agujero negro no tienen por qué tener un final de sus historias en una singularidad. De hecho, pueden escapar del agujero negro y proseguir más allá sus historias. Tal vez el principio cuántico signifique que también uno es capaz de sustraerse a las historias contando con un comienzo en el tiempo, un punto de creación, en el Big Bang.

1. En el texto, el antónimo de OBVIO es

- A) axiomático.
- D) deducible.

- B) inexacto.
- E) conjetural.

- C) hermético.



**(VIDEOS)**  
**TEORÍA Y**  
**EJERCICIOS**

**Solución:**

*Algo obvio es algo evidente, muy claro. El antónimo es 'hermético'.*

**Rpta.: C**

2. ¿Cuál es el tema central del texto?

- A) La confirmación de la existencia de los agujeros negros
- B) El descubrimiento de la radiación de los agujeros negros
- C) Los colapsos gravitatorios como un callejón sin salida
- D) El valor del principio de indeterminación de Heisenberg
- E) Las trayectorias de la luz a través del espacio tiempo

**Solución:**

*El autor explica su gran descubrimiento de 1973: contra lo que se pensaba, los agujeros negros tienen una radiación.*

**Rpta.: B**

3. El descubrimiento de que el agujero negro no es completamente negro es de índole

- A) trivial.
- B) filosófica.
- C) experimental.
- D) teórica.
- E) observacional.

**Solución:**

*El trabajo es eminentemente teórico: la consideración del principio de Heisenberg y de las trayectorias de Feynman traen como consecuencia que el colapso gravitatorio de la relatividad no es del todo irreversible.*

**Rpta.: D**

4. Resulta incompatible con el texto aseverar que

- A) la relatividad se puede combinar con la física cuántica.
- B) los miniagujeros negros son abundantes en el universo.
- C) hay partículas que pueden superar la velocidad de la luz.
- D) según Feynman las partículas tienen varias trayectorias.
- E) los agujeros negros primordiales emiten mucha energía.

**Solución:**

*Los agujeros negros pequeños son muy escasos en el universo.*

**Rpta.: B**

5. Para predecir que los agujeros negros pueden emitir partículas es fundamental

- A) dejar sin efecto la suma de historias de Feynman.
- B) refrendar que la velocidad de la luz es insuperable.
- C) hacer la síntesis entre relatividad y física cuántica.
- D) considerar que los agujeros negros carecen de masa.
- E) establecer un límite al principio de indeterminación.

**Solución:**

*Se trata de la primera predicción no trivial de la síntesis entre la relatividad general y la mecánica cuántica.*

**Rpta.: C**

6. Si ninguna partícula pudiese moverse más rápido que la luz,
- A) el agujero negro dejaría de ser una prisión.
  - B) la teoría de la relatividad sería totalmente falsa.
  - C) el principio de indeterminación sería inválido.
  - D) los agujeros negros dejarían de tener masa.
  - E) la radiación del agujero negro sería imposible.

**Solución:**

*La suma de las historias de Feynman establece la posibilidad de que una partícula se desplace más rápido de la luz y así puede salir del agujero negro. Mas, si esa trayectoria no fuese posible, ninguna partícula podría escapar de un agujero negro.*

**Rpta.: E****Texto de ejemplo 2**

En la teoría general de la relatividad de Einstein, el espacio y el tiempo pasaron a ser de un mero escenario pasivo en que se producen los acontecimientos a participantes activos en la dinámica del universo. Ello condujo a un gran problema que se ha mantenido en la frontera de la física a lo largo del siglo XX. El universo está lleno de materia, y esta deforma el espacio-tiempo de tal suerte que los cuerpos se atraen. Einstein halló que sus ecuaciones no admitían ninguna solución que describiera un universo estático, invariable en el tiempo. En vez de abandonar el universo perdurable, **trucó** sus ecuaciones añadiéndoles un término denominado la constante cosmológica que brindaba una solución estática para el universo. Si Einstein se hubiera atendido a sus ecuaciones originales, podría haber predicho que el universo se está expandiendo o contrayendo.

Luego se probó que el universo está en expansión y cuanto más lejos se hallan las otras galaxias, con mayor velocidad se separan de nosotros. Este descubrimiento eliminó la necesidad de una constante cosmológica que proporcionara una solución estática para el universo. Años después, Einstein dijo que la constante cosmológica había sido el mayor error de su vida.

En realidad, la relatividad general predice que el universo comenzó en lo que se llama la gran explosión, de manera que la teoría de Einstein implica que el tiempo tuvo un comienzo, aunque a él nunca le gusto esa idea. En efecto, si las galaxias se están separando, ello significa que en el pasado deberían haber estado más juntas. Hace unos quince mil millones de años, todo el universo habría estado concentrado en lo que el sacerdote católico Georges Lemaître denominó «átomo primordial».

1. ¿Cuál es la mejor síntesis del texto?

- A) El más grave error que cometió el gran científico Albert Einstein fue postular la necesidad de una constante cosmológica para explicar la simetría del cosmos.
- B) Se ha logrado probar suficientemente que la materia que copa el inmenso universo deforma el espacio circundante y produce una curvatura en el espacio-tiempo.
- C) Gracias a la hipótesis de la constante cosmológica, Einstein pudo demostrar la índole estacionaria de nuestro universo, procedimiento útil para explicar el origen del cosmos.
- D) La teoría de la relatividad predice correctamente un universo dinámico, pero como Einstein no creía en ello, incorporó, erróneamente, una constante cosmológica.
- E) De acuerdo con la teoría de la relatividad general, todo el universo visible estuvo concentrado, hace unos quince millones de años, en una especie de átomo primordial.

**Solución:**

Se explica que la teoría de la relatividad predice un universo en expansión o en contracción. Ahora bien, como Einstein no creía en ello, postuló la constante cosmológica, el mayor error de su vida.

Rpta.: D

2. En el texto, el término TRUCAR connota

- A) juego.
- B) tergiversación.
- C) fraude.
- D) descubrimiento.
- E) miramiento.

**Solución:**

Einstein halló que sus ecuaciones implicaban una solución dinámica, pero las trucó.

Rpta.: B

3. Resulta incompatible con el texto aseverar que

- A) la idea de un universo en expansión es una hipótesis ya corroborada científicamente.
- B) el átomo primordial de Lemaître implica una refutación a la relatividad de Albert Einstein.
- C) la atracción de los cuerpos es una consecuencia de la estructura del espacio-tiempo.
- D) a mayor distancia, las galaxias se distancian de nosotros con una mayor velocidad.
- E) si el universo está en expansión, ello significa que estuvo concentrado en un átomo.

**Solución:**

Enunciado incompatible, puesto que se dice en el texto que es una consecuencia lógica.

Rpta.: B

4. Si Einstein, desde el inicio, hubiese creído en un universo en expansión;
- A) no habría recurrido a la hipótesis de la constante cosmológica.
  - B) habría recusado la teoría del átomo primordial de Lemaître.
  - C) habría planteado igualmente el término de la constante cosmológica.
  - D) no habría estado de acuerdo con la idea de la materia cósmica.
  - E) no habría sostenido que el espacio-tiempo cósmico está deformado.

**Solución:**

*En efecto, la constante cosmológica fue planteada por Einstein para trucar las ecuaciones y eliminar las consecuencias de un universo dinámico.*

**Rpta.: A**

5. Se infiere que la cosmología decimonónica propugnaba un universo

- A) dinámico.
- B) heterogéneo.
- C) infinito.
- D) curvado.
- E) estático.

**Solución:**

*En el siglo XIX, el espacio y el tiempo configuraban un escenario pasivo. Por lo tanto, se propugnaba un universo estático, no dinámico.*

**Rpta.: E**

**Texto de ejemplo 3**

La doctrina de los ciclos, que su más reciente inventor llama del Eterno Retorno, se puede formular así:

El número de todos los átomos que componen el mundo es, aunque desmesurado, finito y, además, solo capaz como tal de un número finito (aunque desmesurado también) de permutaciones. En un tiempo infinito, el número de las permutaciones posibles debe ser alcanzado, y el universo tiene que repetirse. De nuevo nacerás de un vientre, de nuevo crecerá tu esqueleto, de nuevo arribará esta misma página a tus manos iguales, de nuevo cursarás todas las horas hasta la de tu muerte increíble.

Tal es el orden habitual de aquel argumento, desde el preludeo **insípido** hasta el enorme desenlace amenazador. Es común atribuirlo al gran pensador alemán Friedrich Nietzsche. Conviene concebir, siquiera de lejos, las sobrehumanas cifras que invoca. Empecemos por el átomo. El diámetro de un átomo de hidrógeno ha sido calculado, salvo error, en un cienmillonésimo de centímetro. Concibamos un frugal universo, compuesto de diez átomos. Se trata, claro está, de un modesto universo experimental: invisible, ya que no lo sospechan los microscopios; imponderable, ya que ninguna balanza lo apreciaría. Postulemos también, siempre de acuerdo con la conjetura de Nietzsche, que el número de cambios de ese universo es el de las maneras en que se pueden disponer los diez átomos, variando el orden en que estén colocados. ¿Cuántos estados diferentes puede conocer ese mundo, antes de un eterno retorno? La indagación es fácil: basta multiplicar

$10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ , prolija operación que nos da la cifra de 3 628 800. Si una partícula casi infinitesimal de universo es capaz de esa variedad, poca o ninguna fe debemos prestar a una monotonía del cosmos. Hemos considerado diez átomos; para obtener dos gramos de hidrógeno, precisaríamos bastante más de un billón de billones. Hacer el cómputo de los cambios posibles en ese par de gramos –vale decir, multiplicar un billón de billones por cada uno de los números naturales que lo anteceden– es ya una operación muy superior a la paciencia humana.

Nietzsche podría replicar: “Yo jamás desmentí que las vicisitudes de la materia fueran cuantiosas; yo he declarado solamente que no eran infinitas”. Esa verosímil contestación de Nietzsche nos hace recurrir a Georg Cantor y a su heroica teoría de los conjuntos. Cantor destruye el fundamento de la tesis de Nietzsche. Afirma la perfecta infinitud del número de puntos del universo, y hasta de un metro de universo, o de una fracción de ese metro. La operación de contar no es otra cosa para él que la de equiparar dos series. El conjunto de los números naturales es infinito, pero es posible demostrar que son tantos los impares como los pares:

Al 1 corresponde el 2  
al 3 corresponde el 4  
al 5 corresponde el 6, etcétera.

La prueba es tan irreprochable como baladí, pero no difiere de la que sostiene que hay tantos múltiplos de tres mil dieciocho como números hay, sin excluir de estos al tres mil dieciocho y sus múltiplos.

Al 1 corresponde el 3018  
al 2 corresponde el 6036  
al 3 corresponde el 9054  
al 4 corresponde el 12 072  
al 3018 corresponde el 9 108 324  
al 6036 corresponde el 18 216 648, etcétera.

Una genial aceptación de estos hechos ha inspirado la fórmula de que una colección infinita –verbigracia, la serie natural de números enteros– es una colección cuyos miembros pueden desdoblarse a su vez en series infinitas. Mejor, para eludir toda ambigüedad: conjunto infinito es aquel conjunto que puede equivaler a uno de sus conjuntos parciales. La parte, en esas elevadas latitudes de la numeración, no es menos copiosa que el todo: la cantidad precisa de puntos que hay en el universo es la que hay en un metro, o en un decímetro, o en la más honda trayectoria estelar. El roce del hermoso juego de Cantor con el hermoso juego de Nietzsche es mortal para este último. Si el universo consta de un número infinito de términos, es rigurosamente capaz de un número infinito de combinaciones y la necesidad de un regreso queda vencida, derrotada, derrocada...

1. La idea principal del texto sostiene que
- A) todo lo que es, ha sido y volverá a ser indefinidamente, pues la naturaleza del tiempo es circular.
  - B) el eterno retorno es una concepción inexpugnable del célebre filósofo Friedrich Nietzsche.
  - C) la tesis nietzscheana del eterno retorno se ve impugnada por la teoría de conjuntos de Cantor.
  - D) el heroico esfuerzo de G. Cantor sirvió para darle a la matemática el sitio que le corresponde.
  - E) la prueba de la infinitud en matemática suele ser baladí, pero es lógicamente irreprochable.

**Solución:**

*El roce del hermoso juego de Cantor con el hermoso juego de Nietzsche es mortal para este último. Si el universo consta de un número infinito de términos, es rigurosamente capaz de un número infinito de combinaciones y la necesidad de un regreso queda vencida.*

Rpta.: C

2. La palabra INSÍPIDO connota

- A) rigidez formularia.
- B) comienzo desbocado.
- C) muy contradictorio.
- D) carente de armonía.
- E) libre de sobresaltos.

**Solución:**

*El preludio es insípido por cuanto no hay torbellino ni amenazas.*

Rpta.: E

3. Un enunciado incompatible con la concepción de conjunto infinito sostendría que

- A) un conjunto infinito posee una variedad de elementos sin término.
- B) en el conjunto de números naturales hay tantos pares como nones.
- C) un conjunto infinito no puede contener a otro de la misma naturaleza.
- D) tanto los naturales como los enteros constituyen conjuntos infinitos.
- E) los números naturales pares son tantos como los múltiplos de tres.

**Solución:**

*Conjunto infinito es aquel conjunto que puede equivaler a uno de sus conjuntos parciales. La parte, en esas elevadas latitudes de la numeración, no es menos copiosa que el todo.*

Rpta.: C

4. Si se demostrara físicamente que la cantidad de átomos en el universo fuese una cantidad finita, aunque extremadamente grande,
- A) resultaría insostenible la doctrina de los ciclos.
  - B) el eterno retorno nietzscheano adquiriría plausibilidad.
  - C) sería imposible calcular las ordenaciones del cosmos.
  - D) la tesis de Georg Cantor hallaría plena corroboración.
  - E) se podría rebatir fácilmente la postura de Nietzsche.

**Solución:**

*El Eterno Retorno solo queda vencido cuando se afirma que la cantidad de términos que conforman el universo es infinita. De lo contrario, siempre queda la posibilidad de agotar las ordenaciones posibles del universo.*

**Rpta.: B**

5. A partir de la teoría de Cantor se colige que
- A) los efectos son anteriores a las causas naturales.
  - B) los hechos pasados volverán a ocurrir cíclicamente.
  - C) los números pares superan a los números impares.
  - D) una parte puede ser tan grande como un todo infinito.
  - E) la operación de contar es imposible en matemáticas.

**Solución:**

*En efecto, los números naturales son infinitos y los pares (un subconjunto) también son infinitos.*

**Rpta.: D**

**SEMANA 15 B**

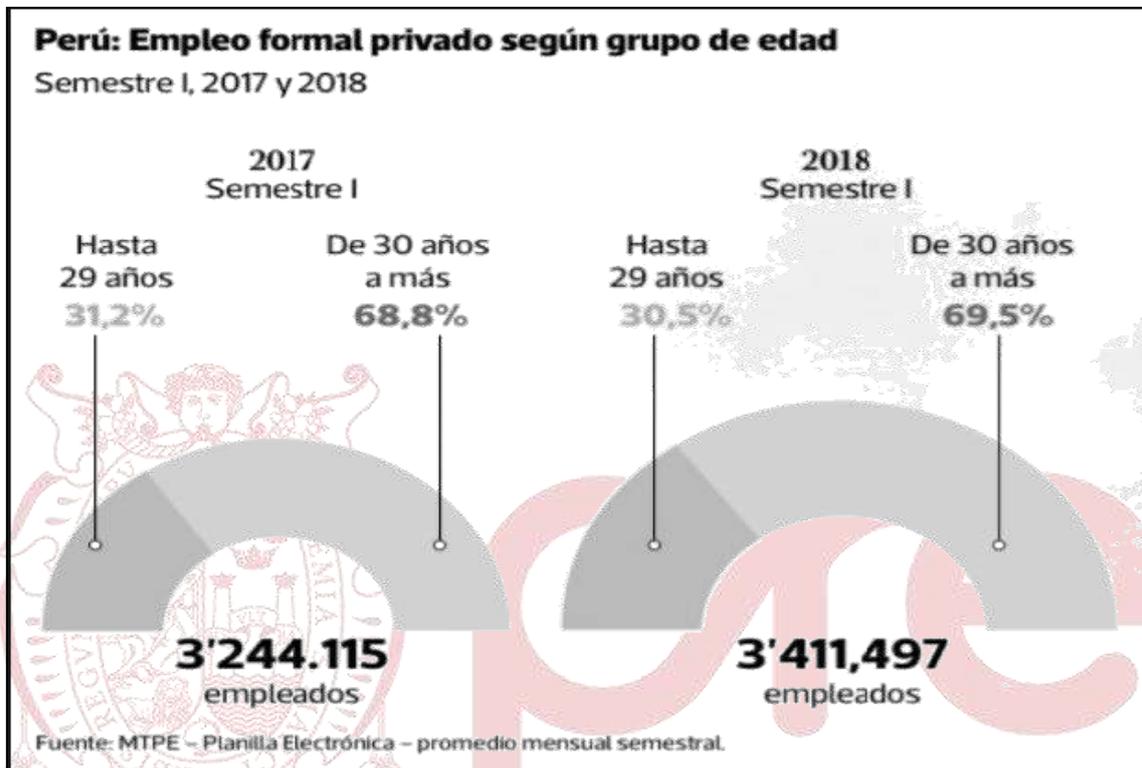
**TEXTO 1**

El Ministerio de Trabajo y Promoción del Empleo (MTPE) ha venido dando luces acerca de un proyecto de ley que viene elaborando de manera interna para el fomento del empleo juvenil en el sector privado. Ayer, el viceministro de Promoción del Empleo y Capacitación Laboral, Fernando Cuadros, explicó que esta iniciativa se centrará en promover los contratos para jóvenes a plazos **indeterminados** considerando, a su vez, incentivos a las empresas para su contratación, como subsidios a los aportes del seguro social de salud y a parte del sistema pensional.

«Si una empresa formal contrata a jóvenes en planilla a plazo indefinido, va a poder hacer un descuento. El aporte de salud ya no lo va a realizar la empresa, sino que va a ser financiado por el propio Estado. Y estamos pensando también subsidiar parte del aporte de los trabajadores a la AFP o ONP», detalló el viceministro. Según Cuadros, el proyecto pondrá el foco en las contrataciones a plazo indefinido por los efectos positivos que esta modalidad tiene en el desarrollo de capital humano de las empresas y la productividad de las mismas. De acuerdo a cifras del MTPE —sobre la base de la Planilla Electrónica—, en el primer semestre de este año, los contratos a plazo indeterminado representaron 35% del total, mientras que los contratos a plazo fijo (temporales) se extendieron a un 65% de

trabajadores privados formales, lo cual significó un incremento de 1.8 puntos porcentuales frente al mismo periodo del 2017.

Asimismo, en agosto, la generación de empleo formal privado en el Perú urbano se contrajo a una tasa anual de 0,3%. El sector más golpeado fue el de manufactura (2,2%) que lleva seis años de caída ininterrumpida. No obstante, el viceministro Cuadros consideró que el empleo formal crecería 1% a fin de este año en el país.



Villar, P. (28 de setiembre de 2018). «Empleo juvenil: ¿Cuáles son los planes del MTPE?». *El Comercio*. Recuperado de <https://elcomercio.pe/economia/peru/juvenil-son-planes-mtpe-noticia-562360>.

1. Fundamentalmente, el texto se centra en explicar

- A) los subsidios que ofrece el Estado a las empresas que integren jóvenes.
- B) la mejora de la rentabilidad de las empresas a raíz de una reforma legal.
- C) un proyecto de ley elaborado por MTPE para fomentar el empleo juvenil.
- D) las originales ideas de la conducción del viceministro Fernando Cuadros
- E) la rentabilidad que supone para las empresas la contratación de jóvenes.

**Solución:**

El texto, básicamente, explica un proyecto de ley del Ministerio de Trabajo y Promoción del Empleo (MTPE), en proceso de elaboración, que busca fomentar la contratación de jóvenes en el sector privado.

**Rpta.: C**



5. Si el proyecto de ley elaborado por el MTPE no contemplara ningún tipo de subsidio,
- A) las políticas laborales gubernamentales serían desestimadas por los trabajadores.
  - B) los contratos a plazo fijo se extenderían más allá del 65% del total de empleados.
  - C) las personas de menos de 30 años serían incapaces de conservar su autonomía.
  - D) las AFP se mostrarían ajenas a aceptar tales políticas laborales en la actualidad.
  - E) el aumento de la contratación de jóvenes en el sector privado tendría serios óbices.

**Solución:**

Según el viceministro Fernando Cuadros, la promoción de contratos para jóvenes se garantiza por una serie de «incentivos a las empresas [...] como subsidios a los aportes del seguro social de salud y a parte del sistema pensional». Por lo tanto, sin los subsidios sería imposible incrementar la contratación de jóvenes por parte del sector privado.

**Rpta.: E**

**TEXTO 2 A**

Por mucho que los vendan como la **panacea** de la lectura, los lectores de libros electrónicos tienen sus inconvenientes. Comprar un libro tradicional y empezar a leerlo es un proceso tan complejo como comprar una manzana y darle un mordisco. Comprar un libro electrónico requiere de un nivel mínimo de aprendizaje. Hay que descargarlo, sincronizar el dispositivo y encontrar el archivo. El proceso se ha aligerado de forma notable respecto a cómo era hace 10 años, pero la experiencia de lectura en un libro electrónico sigue siendo exasperantemente contraintuitiva en no pocos casos.

Por otro lado, Naomi S. Baron, directora del Centro de Enseñanza, Investigación y Aprendizaje de la Universidad en Estados Unidos, realizó una amplia encuesta sobre hábitos de lectura entre estudiantes universitarios y llegó a una conclusión interesante: el 92% declara concentrarse mejor cuando lee en libros tradicionales que cuando lo hace en *eBooks*. Entre las razones que alegan, destacan la mayor facilidad e inmediatez para interactuar con el texto, y la ausencia de distracciones como las que surgen a cada instante en la pantalla de una Tablet y, con menos frecuencia, en un *eReader*. Con tal evidencia, resulta errado afirmar que el *eBook* desplazará por completo al libro tradicional.

Zahumenszky, C. (03 de febrero de 2016). «Por qué he aparcado el libro electrónico y he vuelto a comprar libros tradicionales». *Gizmodo*.

Recuperado de <http://es.gizmodo.com/por-que-he-aparcado-el-libro-electronico-y-he-vuelto-a-1756805570>.

**TEXTO 2 B**

La lectura en formatos electrónicos brinda beneficios específicos que les permitirán, a mediano plazo, reemplazar al libro tradicional. Una de las principales ventajas de los libros electrónicos es que no ocupan lugar físico. El *lector* sí que lo hace, evidentemente, pero en un único dispositivo se puede llevar una biblioteca entera sin que por ello ocupe o pese más. Además, se puede usar como dispositivo de lectura otros equipos digitales que tengamos que llevar igualmente, como un teléfono móvil, una tableta o un ordenador portátil. Los libros en formato electrónico, también, se consiguen a través de Internet, y una vez localizados, se descargan de forma prácticamente instantánea, con lo que no hay

esperas y se pueden empezar a leer de forma inmediata. Por otro lado, apostar por el libro electrónico reduce el impacto medioambiental. La realidad física de los libros en papel hace patente el consumo de recursos que supone su impresión y transporte. Para hacer libros hay que talar árboles con los que producir papel para imprimirlos y, además, se deben transportar desde su lugar de producción hasta el cliente final, lo que supone emisiones contaminantes y consumo de recursos no renovables, como los combustibles de los vehículos.

Robsy, E. (16 de mayo de 2018). «Diez argumentos a favor de la lectura en formato digital». Recuperado de <https://www.textos.info/blog/diez-argumentos-a-favor-de-la-lectura-en-formato-digital>.

1. Si lo que señala el autor del texto 2 B fuera completamente válido, se sigue que
- A) en un futuro inmediato los lectores desaparecerán.
  - B) el medio ambiente seguirá sufriendo una catástrofe.
  - C) el libro impreso llegará a un nivel de ventas superlativo.
  - D) el libro electrónico debiera reemplazar al libro impreso.
  - E) en los tiempos venideros, nadie ya leerá libros electrónicos.

**Solución:**

Para el texto 2B, el eBook «desplazará por completo» a su homólogo de papel.

**Rpta.: D**

2. En el texto 2 A, el término PANACEA connota
- A) solución.
  - B) milagro.
  - C) negligencia.
  - D) entusiasmo.
  - E) reivindicación.

**Solución:**

La panacea es un término que se emplea como un remedio, una solución para un problema.

**Rpta.: A**

3. El autor del texto 2 B basa su argumentación en consideraciones de índole
- A) lúdica.
  - B) psicológica.
  - C) ecológica.
  - D) publicitaria.
  - E) neurocientífica.

**Solución:**

En el texto 2 B, se pone de relieve la bondad ecológica del libro electrónico.

**Rpta.: C**

4. Respecto a la investigación de Naomi S. Baron, expuesta en el texto 2A, es inconsistente sostener que
- A) la interacción fácil e inmediata con el libro tradicional favorece la concentración.
  - B) podría servir para rebatir la supuesta extinción del libro en papel por el libro electrónico.
  - C) los encuestados dijeron que el *eReader* propicia una distracción permanente.
  - D) concluyó que el libro en formato de papel propicia la concentración de los lectores.
  - E) extrajo su muestra de encuestados de la población de alumnos de universidad.

**Solución:**

No todas las pantallas son fuente de distracción permanente. En el texto, se menciona que existen diferencias en este aspecto entre las pantallas de la Tablet y la del *eReader*.

**Rpta.: C**

5. Si la adquisición de libros en formato electrónico supusiera un procedimiento sumamente complicado que demandara una semana,
- A) los lectores verían potenciada su paciencia ante una situación semejante.
  - B) sus ventas empezarían a elevarse paulatinamente en los siguientes años.
  - C) sería imposible desplazar bibliotecas completas sin ocupar espacio extra.
  - D) sería implausible apelar a la inmediatez como prueba de su superioridad.
  - E) el libro tradicional devendría en un fetiche cultural para gentes exquisitas.

**Solución:**

En el texto 2B, se esgrime el argumento de la inmediatez para validar la superioridad del libro electrónico y mostrar por qué razón reemplazará al libro tradicional. El autor sostiene que los libros electrónicos «se consiguen a través de Internet, y una vez localizados, se descargan de forma prácticamente instantánea».

**Rpta.: D**

UNMSM

**SEMANA 15 C**

**TEXTO 1**

Un sabio inició el interrogatorio de Beremiz. Este ulema era historiador famoso que había dado lecciones durante veinte años en Córdoba y más tarde, por cuestiones políticas, se trasladó a El Cairo, donde pasó a residir bajo la protección del Califa. Era un hombre bajo, cuyo rostro bronceado aparecía enmarcado en una barba elíptica. Tenía los ojos mortecinos, sin brillo.

He aquí las preguntas que el sabio historiador dirigió a Beremiz:

–¡En nombre de Alá, Clemente y Misericordioso! ¡Se engañan quienes aprecian el valor de un matemático por la mayor o menor habilidad con que efectúa las operaciones o aplica las reglas banales del cálculo! A mi ver, el verdadero geómetra es el que conoce con absoluta seguridad el desarrollo y el progreso de la Matemática a través de los siglos. Estudiar la Historia de la Matemática es rendir homenaje a los ingenios maravillosos que enaltecieron y dignificaron a las antiguas civilizaciones que por su esfuerzo e ingenio pudieron desvelar algunos de los misterios más profundos de la inmensa Naturaleza,

consiguiendo, por la ciencia, elevar y mejorar la miserable condición humana. Logramos, además, por medio de las páginas de la Historia, honrar a los gloriosos antepasados que trabajaron en la formación de la Matemática, y conservamos el nombre de las obras que dejaron. Quiero, pues, interrogar al Calculador sobre un hecho interesante de la Historia de la Matemática: «¿Cuál fue el célebre geómetra que se suicidó al no poder mirar al cielo?».

Beremiz meditó unos instantes y exclamó:

–Fue Eratóstenes, matemático de Cirenaica y educado al principio en Alejandría y más tarde en la Escuela de Atenas, donde aprendió las doctrinas de Platón.

Y completando la respuesta prosiguió:

–Eratóstenes fue elegido para dirigir la gran Biblioteca de la Universidad de Alejandría, cargo que ejerció hasta el fin de sus días. Además de poseer envidiables conocimientos científicos y literarios que lo distinguieron entre los mayores sabios de su tiempo, era Eratóstenes poeta, orador, filósofo y un completo atleta. Basta decir que conquistó el título excepcional de vencedor del pentatlón, las cinco pruebas máximas de los Juegos Olímpicos. Grecia se hallaba entonces en el periodo **áureo** de su desarrollo científico y literario. Era la patria de los aedos, poetas que declamaban, con acompañamiento musical, en los banquetes y en las reuniones de los reyes y de los grandes jefes.

No sería prolijo decir que, entre los griegos de mayor cultura y valor, el sabio Eratóstenes era considerado como un hombre extraordinario que tiraba la jabalina, escribía poemas, vencía a los grandes corredores y resolvía problemas astronómicos. Eratóstenes legó a la posteridad varias obras. Al rey Ptolomeo III de Egipto le presentó una tabla de números primos hechos sobre una plancha metálica en la que los números múltiplos estaban marcados con un pequeño agujero. Se dio por eso el nombre de “Criba de Eratóstenes” al proceso de que se servía el sabio astrónomo para formar su tabla.

A consecuencia de una enfermedad en los ojos, adquirida a orillas del Nilo durante un viaje, Eratóstenes quedó ciego. Él, que cultivaba con pasión la astronomía, se hallaba impedido de mirar al cielo y de admirar la belleza incomparable del firmamento en las noches estrelladas.

La luz azulada de *Al-Schira* jamás podría vencer aquella nube negra que le cubría los ojos. Abrumado por tan enorme desgracia, y no pudiendo resistir el pesar que le causaba la ceguera, el sabio y atleta se suicidó dejándose morir de hambre, encerrado en su biblioteca.

El sabio historiador de ojos mortecinos, se volvió hacia el Califa y declaró, tras breve silencio:

–Me considero plenamente satisfecho con la brillante exposición histórica hecha por el sabio calculador persa. El único geómetra célebre que se suicidó fue realmente el griego Eratóstenes, poeta, astrónomo y atleta, amigo fraternal del famosísimo Arquímedes de Siracusa.

1. En el texto, el adjetivo **ÁUREO** connota

A) emblema autoritario.

B) cerrazón teórica.

C) cima del progreso.

D) esplendor literario.

E) cúspide del poder.

**Solución:**

*Un período áureo significa el momento más alto del progreso.*

**Rpta.: C**

2. El ulema le plantea al calculista un problema de \_\_\_\_\_ matemática.

- A) invención  
D) disciplina
- B) erudición  
E) habilidad
- C) lógica

**Solución:**

*El sabio le plantea una cuestión que implica un conocimiento erudito.*

**Rpta.: B**

3. Se deduce que la muerte de Eratóstenes fue

- A) violenta.  
D) lenta.
- B) súbita.  
E) accidental.
- C) involuntaria.

**Solución:**

*Murió de inanición, no fue una muerte súbita ni accidental.*

**Rpta.: D**

4. Tanto el ulema como Beremiz presentan el suicidio de Eratóstenes como un acto

- A) paradójico.  
D) racional.
- B) protervo.  
E) hierático.
- C) frenético.

**Solución:**

*Resulta comprensible que ya no quiera vivir un hombre que tenía tanta pasión por la astronomía, una ciencia visual por excelencia.*

**Rpta.: D**

5. Determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados relativos al gran discurso de Beremiz.

- I. El arte poético de los aedos llegó a un gran nivel de abstracción conceptual y abandonó el molde del lirismo.  
II. Aunque fue un notable calculista y astrónomo ejemplar, se puede decir que Eratóstenes fue un sabio ágrafo.  
III. El gran Eratóstenes, sabio mayestático, dirigió la gran biblioteca de Alejandría hasta el final de sus días.  
IV. Para Eratóstenes era un tormento indecible la incapacidad de ver el movimiento regular de los cielos.

- A) FFFF      B) VFVF      C) FVFV      D) VVFF      E) FFVV

**Solución:**

*Los dos primeros enunciados son falsos de acuerdo con el texto.*

**Rpta.: E**

6. Se puede interpretar, medularmente, la respuesta de Beremiz como
- A) una prolija crítica de la historia matemática.
  - B) una revaloración total de la cultura griega.
  - C) una apología del gran sabio Eratóstenes.
  - D) un reconocimiento técnico de Eratóstenes.
  - E) una idea de Eratóstenes como calculista.

**Solución:**

*La pregunta del ulema conlleva a presentar a Eratóstenes en toda su áurea magnitud.*

**Rpta.: C**

**PASSAGE 1**

Even though astronauts do their jobs miles away from Earth's surface, they still rely on basic necessities we may take for granted. Take clean water, for example. How does NASA **ensure** that the water astronauts drink is safe?

This question spurred the agency to create special water filters in the 1970s to make certain astronauts had clean water in space. Working with Umpqua Research Company in Oregon, NASA crafted filter cartridges that use iodine to clean water supplies from the shuttles.

The technology, called the Microbial Check Valve, has gained momentum in cleaning water for municipal water plants. It has paved the way for devising other ways to filter the resource for human consumption. Such filters become especially important in areas where chemicals have contaminated groundwater supplies.

In recent years, NASA has upped the ante with its water studies by creating units that can more efficiently recycle human waste such as urine into safe drinkable water for astronauts. Though the prospect of venturing to Mars seems light-years away, the potential of providing the space crew with the water it needs may not be.

Kiger, Patrick & Spoon, Marianne (2019). «Top 10 NASA Inventions» in *howstuffworks*. Retrieved from <<https://science.howstuffworks.com/innovation/inventions/top-5-nasa-inventions10.htm>>

1. What is the main idea of the passage?
- A) Scientists discovered that traveling to Mars is possible if the crew has water.
  - B) The Microbial Check Valve is the most important filter that allows to drink water.
  - C) It is very difficult to obtain water from a natural source in the deep big space.
  - D) NASA has been creating different filters to supply astronauts with safe water.
  - E) Recently, there is a project that wants to transform urine into fresh water.

**Solution:**

The author is explaining that, even knowing that is difficult to obtain fresh water, NASA tried to create different ways to purify or drink safe water.

**Key: D**



## PASSAGE 2

Eggs are especially valuable as a source of protein. In fact, egg protein is used as the standard against which the quality of other food proteins is measured. One egg contains about 6 to 7 grams of protein. People of all ages need adequate protein for building and repairing body tissues.

The fat in the yolk is so finely emulsified that it is digested easily, even by infants. The ratio of unsaturated to saturated fats is about 2 to 1. This is considered very **desirable**. Oleic acid is the main unsaturated fat. It has no effect on blood cholesterol.

Eggs contain vitamin A, the B vitamins (thiamin, riboflavin, and niacin), and vitamin D. All are necessary during childhood and adolescence for growth. Eggs also contain an abundant supply of minerals, such as iron and phosphorus, that are essential for building and maintaining strong, healthy bodies. But eggs are low in calcium (it is in the shell), and contain little or no vitamin C.

Individuals on weight-reducing programs find eggs beneficial. To lose weight, calorie intake must be reduced, while maintaining a well-balanced diet. An egg provides good nutrition and contains only about 80 calories.

Johnson, H. S. & Ridlen (2019). «Structure of the Egg» in *University of Illinois Extension. Incubation and Embryology*. Retrieved from <<http://extension.illinois.edu/eggs/res16-egg.html>> (edited text).

1. The main purpose of the author is to
- A) expose the essential nutrients that eggs have.
  - B) describe the principal differences between eggs.
  - C) clarify when eggs are recommended to consume.
  - D) explain the benefits of eggs when losing weight.
  - E) show the exact amount of calories that eggs have.

**Solution:**

The author describes the different kind of nutrients that eggs have, such as low amount of calories and different vitamins.

**Key: A**

2. What does the word DESIRABLE most likely means?
- A) Beautiful
  - B) Beneficial
  - C) Charming
  - D) Profitable
  - E) Preserved

**Solution:**

DESIRABLE means beneficial, appropriate, useful.

**Key: B**

3. From the information about proteins, it is inferred that
- A) they are needed by persons to cure various diseases.
  - B) food with 1 or 2 grams of it will be considered as low in protein.
  - C) they play an important role keeping strong and beautiful bodies.
  - D) a single egg contains about eight grams of it in its composition.
  - E) the eggs contains a desirable amount of calcium and potassium.

**Solution:**

The egg is the standard against which other products with protein are measured. Eggs contain about 6 to 7 grams of protein. Food with less than that amount will be considered as low in protein.

**Key: B**

4. It is not compatible about the eggs to assert that
- A) it usually contains an average of 80 calories.
  - B) the fat it contains is easily digested by people.
  - C) its amount of protein is taken as a reference.
  - D) the little infants should not consume them.
  - E) they have essential vitamins for adolescents.

**Solution:**

The passage says that eggs must be consumed by every human being.

**Key: D**

5. If eggs contained a high amount of calories,
- A) it would be prohibited that children or adolescents eat that product.
  - B) the ratio of unsaturated and saturated fats would indeterminate.
  - C) the eggs would not be useful for people on weight-reducing programs.
  - D) the minerals like iron and phosphorus in eggs would be countered.
  - E) it would lose its other important nutrients, like the B vitamins.

**Solution:**

The fact that eggs have only 80 calories make them perfect form people on weight-reducing programs, because they also have good nutrients. If they had 400 calories instead of 80, even if they had more nutrients, that would not be the best option.

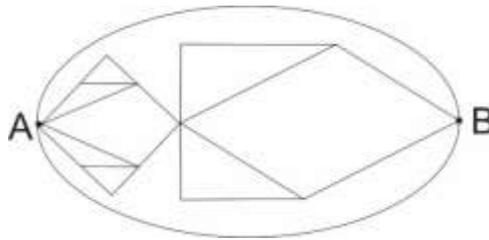
**Key: C**

# Habilidad Lógico Matemática

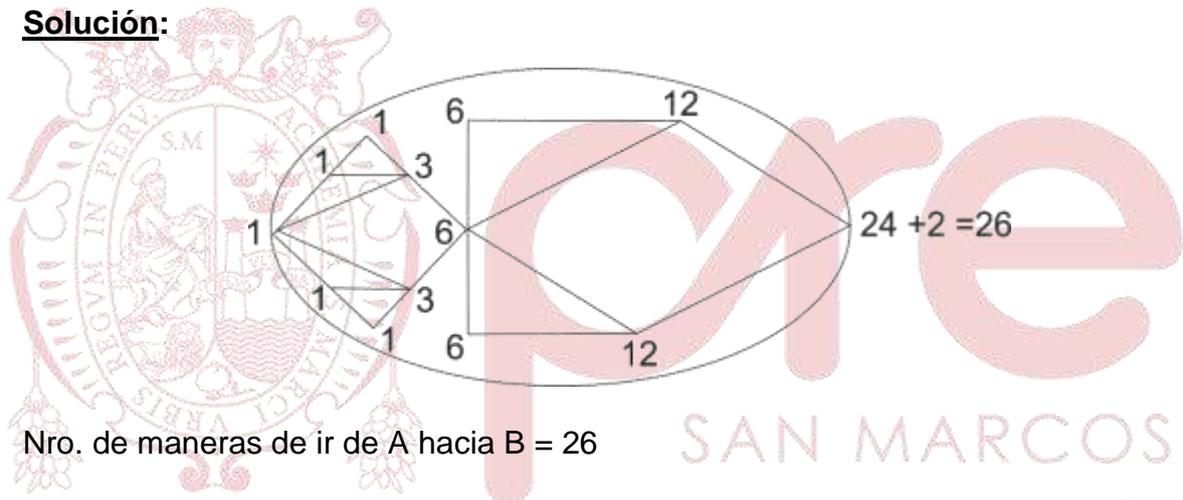
## EJERCICIOS

1. En la figura mostrada, ¿de cuántas maneras diferentes se puede ir del punto A hacia el punto B, sin repetir puntos?

- A) 22
- B) 24
- C) 28
- D) 26
- E) 30



**Solución:**

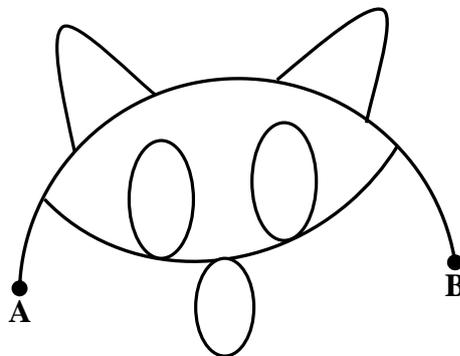


Nro. de maneras de ir de A hacia B = 26

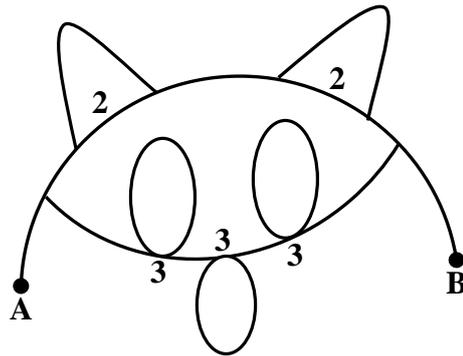
Rpta.: D

2. En la figura mostrada, ¿de cuántas maneras diferentes se puede ir del punto A hacia el punto B, sin repetir tramos?

- A) 31
- B) 33
- C) 29
- D) 30
- E) 32



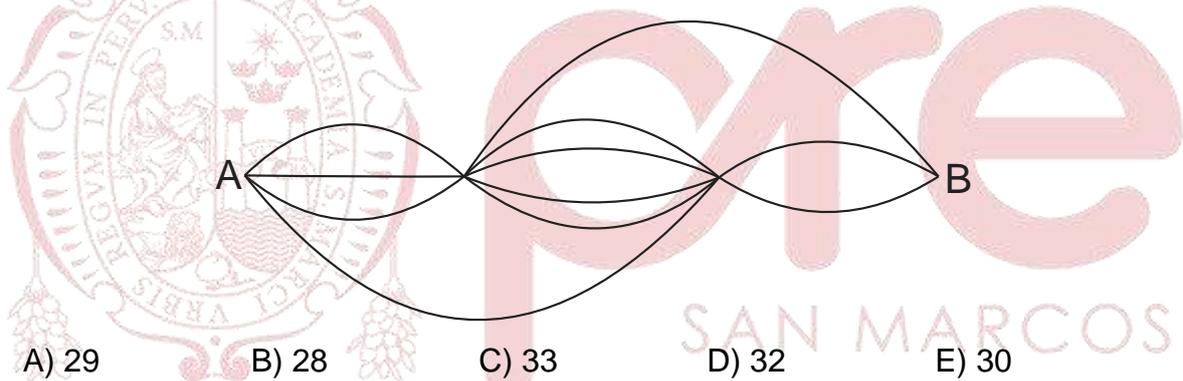
**Solución:**



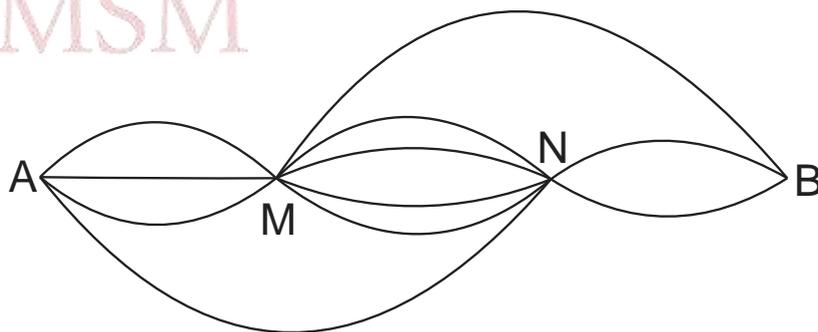
Por tanto, nro. de caminos diferentes de A a B =  $2 \times 2 + 3 \times 3 \times 3 = 31$

**Rpta.: A**

3. En la figura mostrada, ¿de cuántas maneras diferentes se puede ir del punto A hacia el punto B, sin repetir puntos?



**Solución:**



Nro. maneras diferentes pasando por AMNB =  $3 \times 4 \times 2 = 24$

Nro. maneras diferentes pasando por ANMB =  $1 \times 4 \times 1 = 4$

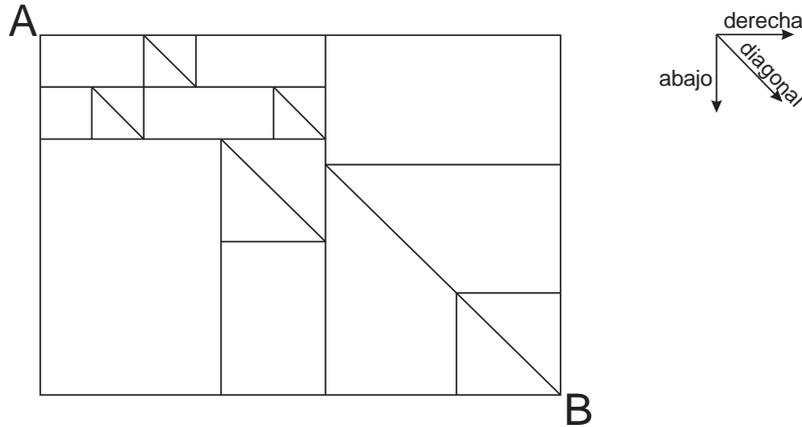
Nro. maneras diferentes pasando por ANB(no M) =  $1 \times 2 = 2$

Nro. maneras diferentes pasando por AMB(no N) =  $3 \times 1 = 3$

Por tanto, total de maneras =  $24 + 4 + 2 + 3 = 33$

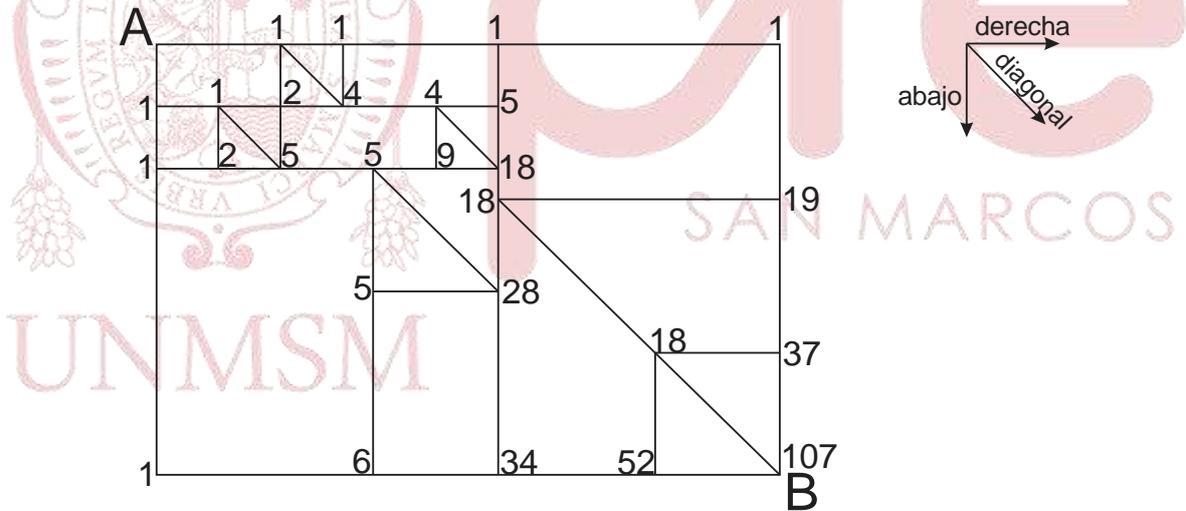
**Rpta.: C**

4. En la figura mostrada, ¿cuántas rutas distintas habrá para ir del punto A al punto B siguiendo solo la dirección derecha, abajo y/o diagonal?



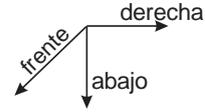
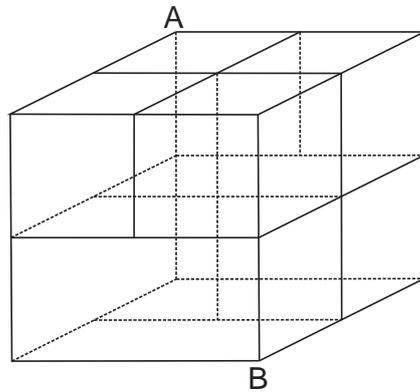
- A) 97      B) 105      C) 96      D) 122      E) 107

**Solución:**



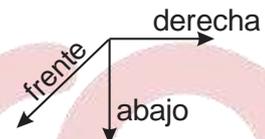
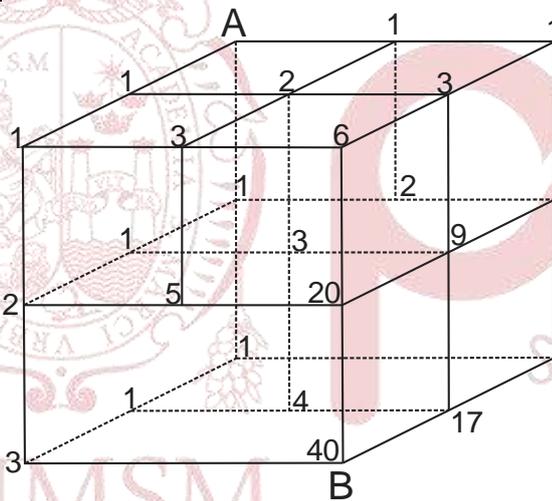
Rpta.: E

5. La figura mostrada es una estructura construida de alambre. Recorriendo solamente por los alambres, hacia la derecha, hacia abajo y/o hacia el frente, ¿cuántas rutas distintas existen desde el punto A al punto B?



- A) 44      B) 42      C) 40      D) 46      E) 48

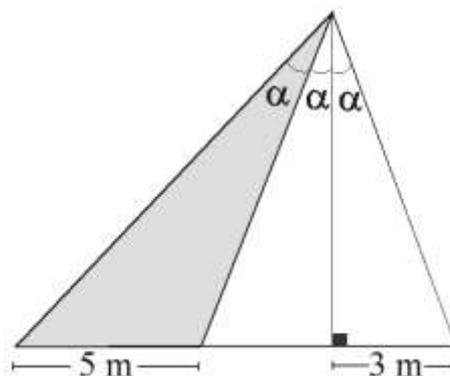
**Solución:**



**Rpta.: C**

6. En un terreno de forma triangular se triseca uno de sus ángulos, como se muestra en la figura, y se decide plantar césped en la región sombreada. Halle el área de la región mencionada.

- A) 12 m<sup>2</sup>  
 B) 15 m<sup>2</sup>  
 C) 16 m<sup>2</sup>  
 D) 10 m<sup>2</sup>  
 E) 18 m<sup>2</sup>

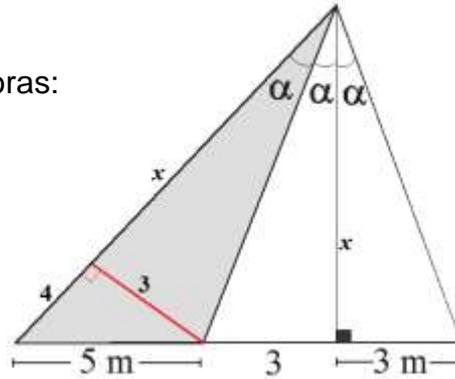


**Solución:**

Del gráfico, usando el teorema de Pitágoras:

$$(x+4)^2 = 8^2 + x^2 \rightarrow x = 6$$

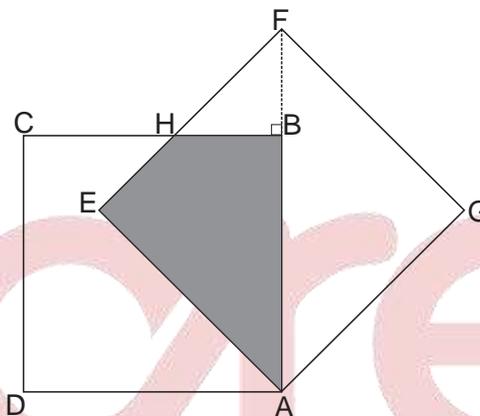
$$\text{Área sombreada: } \frac{5 \times 6}{2} = 15 m^2$$



**Rpta.: B**

7. La siguiente figura muestra dos cuadrados congruentes de 4 cm de lado. Determine el área de la región sombreada.

- A)  $16(\sqrt{2} - 1) \text{ cm}^2$
- B)  $8(\sqrt{2} - 1) \text{ cm}^2$
- C)  $16(\sqrt{2} + 1) \text{ cm}^2$
- D)  $16(2 - \sqrt{2}) \text{ cm}^2$
- E)  $8(2\sqrt{2} - 1) \text{ cm}^2$



**Solución:**

$$\text{Área}_{\text{sombreada}} = \text{Área}(\triangle AGF) - \text{Área}(\triangle FBH)$$

$$\text{Área}_{\text{sombreada}} = 4(4)/2 - (4\sqrt{2} - 4)(4\sqrt{2} - 4)/2$$

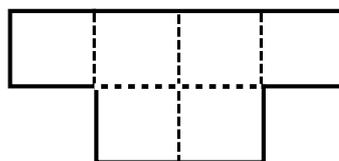
$$\text{Área}_{\text{sombreada}} = 8 - 8(3 - 2\sqrt{2}) = 8 - 24 + 16\sqrt{2}$$

$$\text{Área}_{\text{sombreada}} = 16(\sqrt{2} - 1) \text{ cm}^2$$

**Rpta.: A**

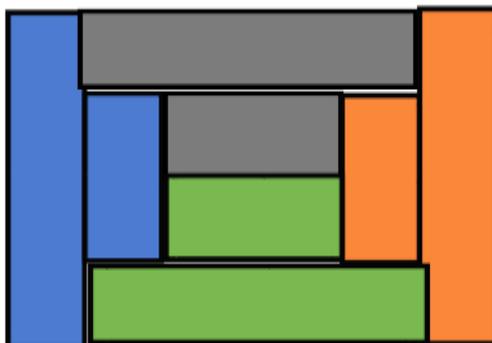
8. En la figura se muestra un polígono formado por cuadrados de 2 cm de lado. Maritza tiene 100 piezas de madera congruentes a este polígono. Si con ellas se desea formar un cuadrado, adosándolas y sin superponerlas, ¿cuál es el perímetro del cuadrado más grande que se puede construir con la mayor cantidad de estas piezas?

- A) 192 cm
- B) 96 cm
- C) 144 cm
- D) 240 cm
- E) 156 cm



**Solución:**

Con 4 piezas en forma de "T" se forma un rectángulo de 12cm x 8cm.



El MCD (12, 8) = 24.

Con 6 de estos rectángulos y 24 piezas en forma de "T" se forma un cuadrado de 24 cm x 24 cm.

Luego con 4 de los cuadrados de 24 cm x 24 cm y 96 piezas en forma de "T" se forma un cuadrado de 48 cm x 48 cm.

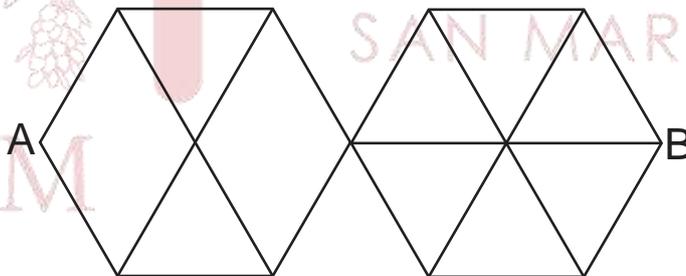
Por lo tanto, el perímetro del cuadrado más grande es:  $4(48 \text{ cm}) = 192 \text{ cm}$ .

Rpta.: A

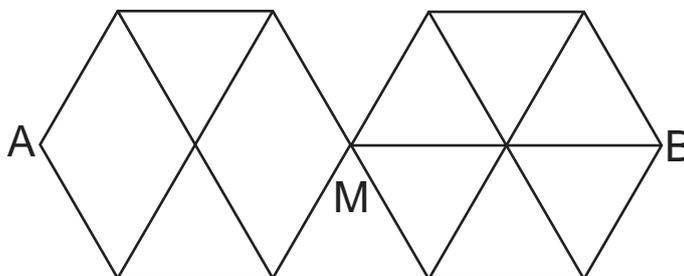
**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. La figura muestra dos hexágonos regulares. Recorriendo por las líneas de la figura, sin pasar dos veces por el mismo punto, ¿cuántas rutas distintas existen desde el punto A al punto B?

- A) 252
- B) 244
- C) 232
- D) 276
- E) 264



**Solución:**



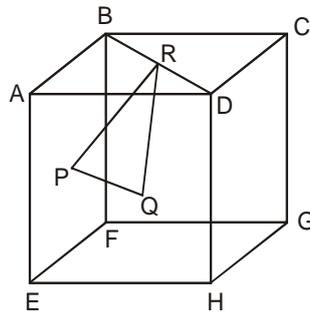
Nro de maneras de AM: 12

Nro de maneras de MB: 21

Por tanto, nro de maneras de AB:  $12 \times 21 = 252$

Rpta.: A

2. En la figura se muestra una estructura de alambre de forma cúbica, donde P, Q y R son centros de las caras ABFE, ADHE y ABCD respectivamente.



Determine todos los caminos para ir del punto A hacia el punto Q sin repetir puntos.

- A) 40                  B) 48                  C) 56                  D) 72                  E) 96

**Solución:**

Eligiendo AB-Q:

$ABR-Q = 2$

$ABCDR-Q, ABCGHDR-Q, ABCGFHEDR-Q = 2 + 2 + 2 = 6$

$ABFGCDR-Q, ABFGHDR-Q, ABFEHDR-Q, ABFEHGCDDR-Q = 2 + 2 + 2 + 2 = 8$

Análogamente  $AD-Q = 16$

Eligiendo AE-Q:

$AEF-Q = 12$

$AEH-Q = 12$

Por tanto, total de caminos =  $16 + 16 + 12 + 12 = 56$

**Rpta.: C**

3. La figura muestra las formas distintas para ir de mi casa en la urbanización Azucenas(A) a mi trabajo en San Roque (R) y la casa de mi abuela está ubicada en Coviecma(C). ¿Cuántas rutas distintas habrá para ir de mi casa a San Roque pasando por la casa de mi abuela siguiendo solo la dirección derecha y/o abajo?

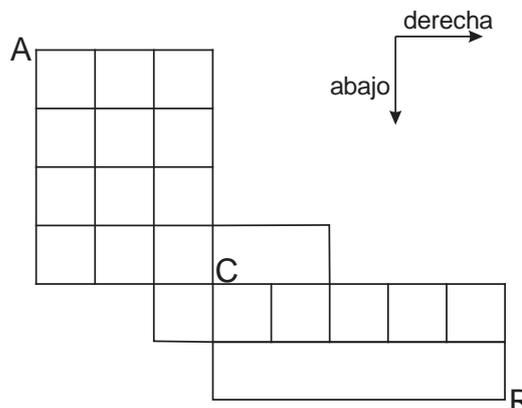
- A) 245

- B) 210

- C) 205

- D) 240

- E) 230



**Solución:**

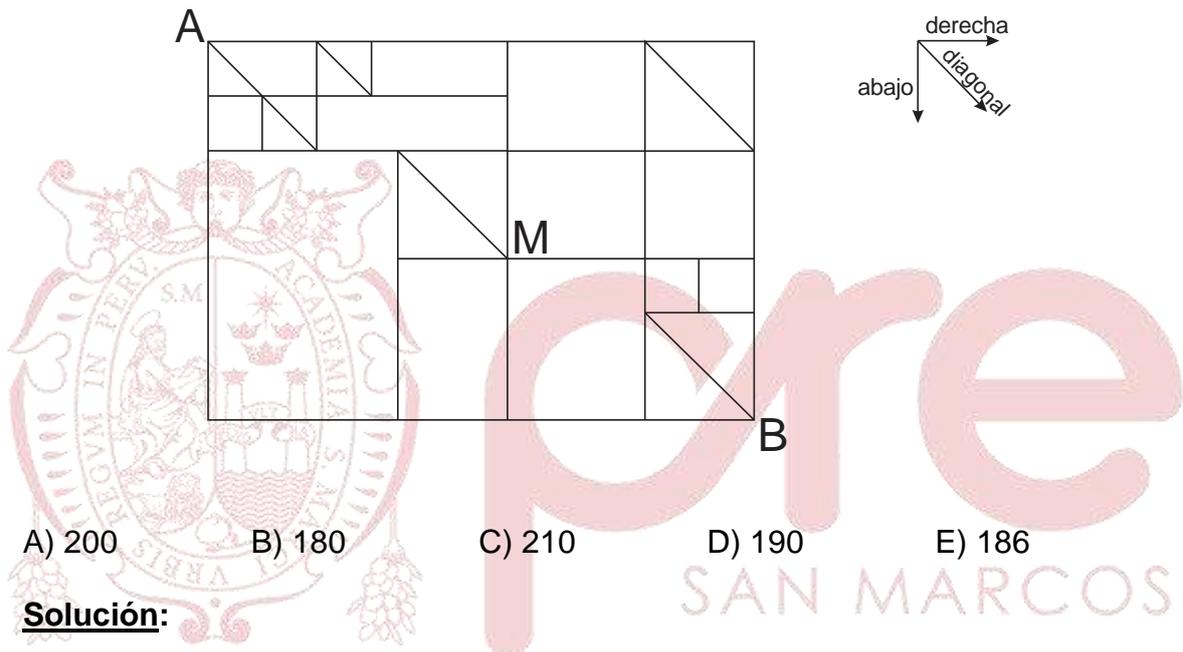
Rutas de mi casa a casa de mi abuela =  $\frac{7!}{3! \times 4!} = 35$

Rutas de la casa de la abuela a San Roque = 7

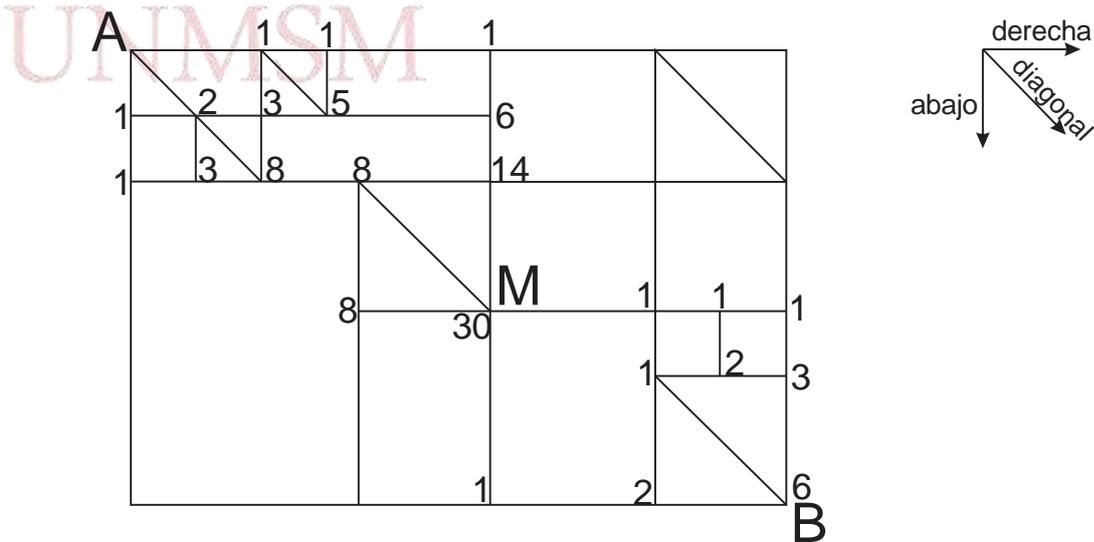
Luego, nro. de rutas de mi casa a San Roque =  $35 \times 7 = 245$ .

**Rpta.: A**

4. En la figura mostrada, ¿cuántas rutas distintas habrá para ir del punto A al punto B pasando siempre por el punto M, siguiendo solo la dirección derecha, abajo y/o diagonal?



**Solución:**



Por tanto, total de maneras =  $30 \times 6 = 180$

**Rpta.: B**

5. En la figura, está formada 24 triángulos equiláteros pequeños. Si la altura de cada uno de estos es 2 cm, calcule el área de la región sombreada.

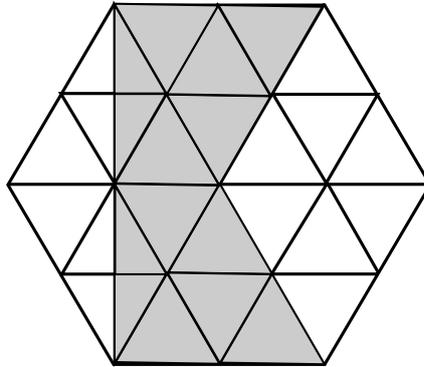
A)  $12\sqrt{3} \text{ cm}^2$

B)  $16\sqrt{3} \text{ cm}^2$

C)  $8\sqrt{3} \text{ cm}^2$

D)  $\frac{8\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^2$

E)  $\frac{8\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$



**Solución:**

Como la altura es 2, entonces el lado del triángulo equilátero es  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

Por tanto, área sombreada es:  $12 \left[ \frac{\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \right] = 16\sqrt{3}$

Rpta.: B

6. Visitando el centro recreacional, se observa que este es un terreno cuadrangular (ver figura) y la región sombreada está destinado para la piscina de niños y el otro de adultos, el resto es área verde. ¿Qué fracción del terreno ocupa la piscina?

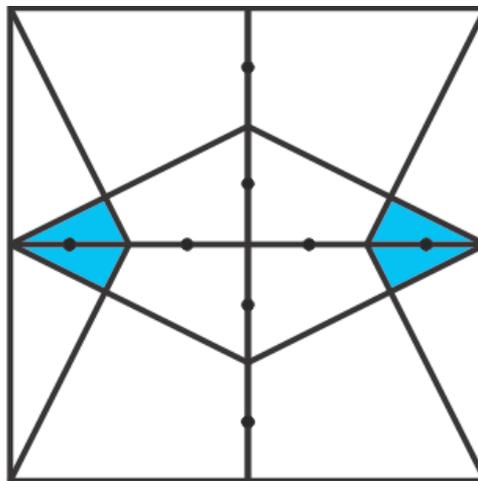
A)  $\frac{1}{20}$

B)  $\frac{1}{15}$

C)  $\frac{1}{12}$

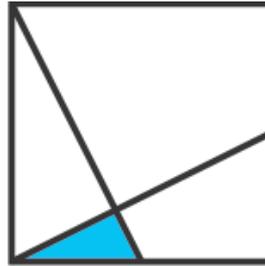
D)  $\frac{1}{8}$

E)  $\frac{1}{40}$



**Solución:**

$$\text{Área}_{\text{sombreada}} = \frac{1}{20}$$



Rpta.: A

7. Don Evaristo adquiere un lote de terreno de forma cuadrangular completamente pavimentada como se muestra en la figura. Si don Evaristo con la finalidad de hacer una zona especial, pintó la región sombreada utilizando exactamente tres cuartos de galón de pintura epóxica cuyo costo fue de S/ 72. Determine el costo que generaría si hubiese pintado todo el lote de terreno.

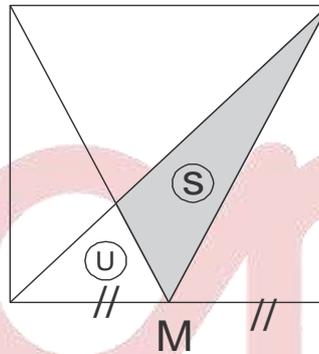
A) S/ 342

B) S/ 432

C) S/ 425

D) S/ 436

E) S/ 428



**Solución:**

Propiedad:  $U + S = \frac{A_T}{4}$

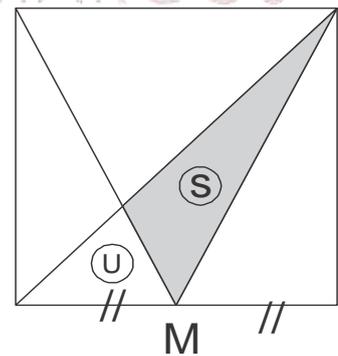
Propiedad:  $U = \frac{A_T}{12}$

De 1) y 2):  $S = \frac{A_T}{6}$  Donde  $A_T$  : área total del lote

Luego:  $\frac{A_T}{6} \dots\dots 3/4$

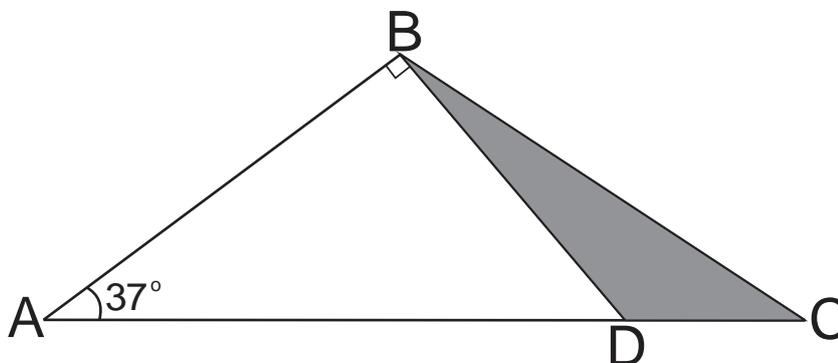
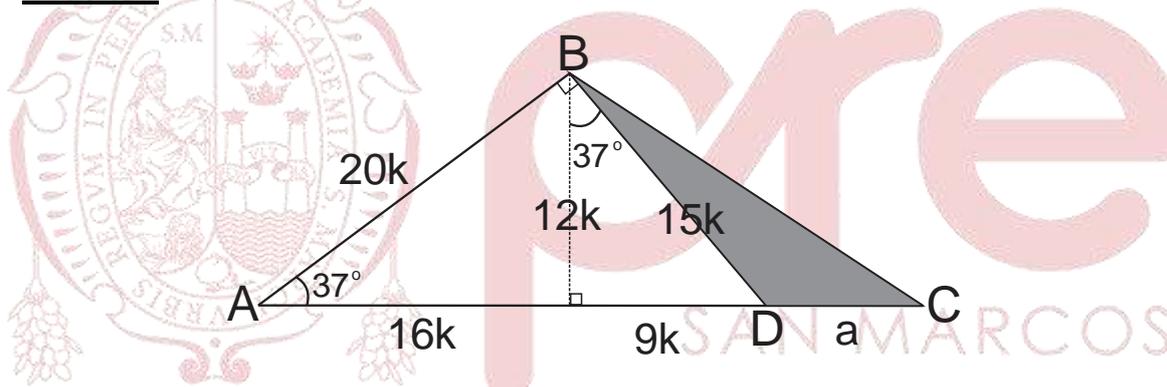
$A_T \dots\dots X$

$X = \frac{9}{2}$  galon , costo: S/ 432



Rpta.: B

8. En la figura se muestra el triángulo ABC, el cual representa el jardín de la casa de Pedro, donde  $AC = 60$  cm. Si la región triangular BDC se separa para construir una piscina especial, ¿cuál es el área máxima de dicha región triangular?

A)  $216 \text{ cm}^2$ B)  $184 \text{ cm}^2$ C)  $192 \text{ cm}^2$ D)  $128 \text{ cm}^2$ E)  $164 \text{ cm}^2$ **Solución:**

Del triángulo de 53 y 37 se sabe:

$$12k = 3r, \text{ luego } r = 4k$$

$$\text{Área triángulo BDC: } \frac{a(12k)}{2} = 6ak$$

$$\text{Además: } 25k + a = 60, \dots \text{ (i)}$$

$$\text{Sabemos } M_A \geq M_G \text{ luego } \frac{25k+a}{2} \geq \sqrt{25k \cdot a} \dots \text{ (ii)}$$

$$\text{De (ii) en (i): } 30 \geq \sqrt{25k \cdot a} \text{ luego } ak \leq 36$$

Luego, área máxima el triángulo BDC:  $6(36) = 216 \text{ cm}^2$ **Rpta.: A**

# Aritmética

## EJERCICIOS

1. Para la recuperación de la salud de un paciente, la enfermera encargada le administra cierto medicamento de la siguiente forma: el primer día una dosis de 100 mg y 5 mg menos cada día siguiente. Si el tratamiento duró 12 días, ¿cuántos miligramos del medicamento indicado se le administró?

A) 870      B) 840      C) 832      D) 740      E) 792

### Solución:

Dato:  $a_1 = 100$     $r = -5$     $n = 12$     $a_n = a_{12} = ?$     $S_{12} = ?$

Entonces

$$a_{12} = a_1 + (n - 1) \cdot r \rightarrow a_{12} = 100 + (12 - 1) \cdot (-5)$$

$$a_{12} = 100 - 55 = 45$$

la suma de los 12 días:  $S_{12} = \left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right) n$

$$S_{12} = \left(\frac{100 + 45}{2}\right) 12 = 870 \text{ mg}$$

Rpta.: A

2. En un laboratorio se estudió el comportamiento de un tipo de bacteria y se observó que cada bacteria se reproduce, cada 15 minutos, por bipartición (una bacteria se divide en dos, convirtiéndose en dos nuevas bacterias). Si se coloca 8 bacterias en un frasco hermético, ¿cuántas bacterias habrá al cabo de 8 horas?

A)  $2^{32}$       B)  $2^{30}$       C)  $2^{31}$       D)  $2^{33}$       E)  $2^{34}$

### Solución:

PG: ( $q=2$ ) : 8; 16; 32; 64;...      \* 8 h = 8.4 (1/4) = 32 cuartos de hora

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \rightarrow a_{32} = 8 \cdot 2^{32-1} = 2^{34}$$

Rpta.: E

3. Dado un cuadrado de 3m de lado, en el cual se une los puntos medios de sus lados consecutivos obteniendo así un nuevo cuadrado. Si el mismo proceso se realiza indefinidamente con los nuevos cuadrados que van apareciendo, determine la suma de las áreas, en m<sup>2</sup>, de todos los cuadrados incluido el primero.

A) 12                      B) 16                      C) 20                      D) 18                      E) 36

**Solución:**

PG : (Áreas) :  $9; \frac{9}{2}; \frac{9}{4}; \dots$  ; razón  $q = \frac{1}{2}$

Suma del área de los infinitos cuadrados:

$$S_{\infty} = \frac{a_1}{1 - q} \rightarrow S_{\text{Áreas}} = \frac{9}{1 - 1/2} = \frac{9}{1/2} = 18 \text{ m}^2$$

**Rpta.: D**

4. En un hotel de 32 habitaciones, el encargado de la limpieza le propone al gerente limpiar todas las habitaciones cobrando S/1 por la primera habitación y S/4 más por cada habitación siguiente. Si el gerente aceptó la propuesta, ¿cuántos soles le pagó al encargado, luego que este terminó su trabajo?

A) 2142                      B) 2016                      C) 1890                      D) 1008                      E) 2268

**Solución:**

PA:  $a_1 = 1$  ;  $r = 4$  ;  $n = 32$

$$a_{32} = 1 + (32 - 1)4 = 125$$

$$S_{32} = \left( \frac{1 + 125}{2} \right) \cdot 32 = 2016$$

**Rpta.: B**

5. Se tiene una pista atlética en forma de un polígono regular de 24 metros de lado. Un atleta inicia su entrenamiento diario en uno de los vértices, observando que la primera vez recorre todo el polígono y las siguientes veces recorre un lado menos que la vez anterior. Si ha recorrido en total 864 m, ¿cuántos lados tiene el polígono?

A) 12                      B) 8                      C) 13                      D) 9                      E) 10

**Solución:**

$$24n + 24(n-1) + \dots + 24(2) + 24(1) = 864$$

$$24[n + (n-1) + (n-2) + \dots + 2 + 1] = 864$$

$$24 \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right] = 864 \rightarrow n = 8$$

**Rpta.: B**

6. Peter compra una camioneta acordando pagar de la siguiente manera: el primer día pagará S/1; el segundo día, S/2; el tercer día, S/5; el cuarto día, S/10 y así sucesivamente siguiendo la misma secuencia. Si pagará durante 50 días, ¿cuántos soles le costará la camioneta a Peter?

A) 40 377      B) 40 475      C) 42 925      D) 40 375      E) 42 000

**Solución:**

$$\begin{array}{l} c=2 \quad 1; 2; 5; 10, \dots \quad a=1; b=-2; c=2 \\ a+b=-1 \quad 1 \quad 3 \quad 5 \quad a_n = n^2 - 2n + 2 \\ 2a=2 \quad 2 \quad 2 \end{array}$$

La camioneta le costará:

$$S_{50} = \frac{50(51)(101)}{6} - 2 \left( \frac{50(51)}{2} \right) + 50(2) = 40475 \text{ soles}$$

**Rpta.: B**

7. Dada la siguiente sucesión: 5; 9; 13; 17; ...  
¿Cuántos términos como mínimo debe tener la sucesión, de modo que 10 de ellos sean números cuadrados perfectos?

A) 110      B) 119      C) 109      D) 115      E) 121

**Solución:**

$$a_n = 4n + 1 = x^2$$

$$n = \frac{(x-1)(x+1)}{4} \Rightarrow x = 2n + 1$$

$$x: \underbrace{3, 5, 7, \dots, 21}_{10 \text{ valores}} \rightarrow x = 21 \rightarrow 4n + 1 = 441 \rightarrow n = 110$$

∴ 110 términos como mínimo

**Rpta.: A**

8. Pedro le ofrece a su menor hijo una propina de  $(m+n)$  soles, para ello el hijo debe hallar correctamente el valor de  $m$  y  $n$  (primos relativos), en la siguiente suma

$$\frac{m}{n} = \frac{3}{2} - \frac{1}{4} + \frac{3}{16} - \frac{1}{32} + \frac{3}{128} - \frac{1}{256} + \dots$$

¿Cuántos soles de propina recibió el hijo, luego de cumplir el pedido de su padre?

- A) 18                      B) 17                      C) 19                      D) 21                      E) 20

**Solución:**

$$\frac{m}{n} = \frac{3}{2} + \frac{3}{16} + \frac{3}{128} - \frac{1}{4} - \frac{1}{32} - \frac{1}{256} + \dots$$

$$\frac{m}{n} = \frac{\frac{3}{2}}{1 - \frac{1}{8}} - \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{8}} = \frac{\frac{3}{2} - \frac{1}{4}}{\frac{7}{8}} = \frac{10}{7} \quad \therefore m + n = 17$$

**Rpta.: B**

9. Rosita ahorró en el mes de enero 1; 2; 5; 12; 25 y 46 soles durante los 6 primeros días respectivamente. Si ella continuó ahorrando los siguientes días con la misma secuencia, ¿cuántos soles ahorró Rosita hasta el 20 de enero?

- A) 12180                      B) 12200                      C) 13180                      D) 11680                      E) 11880

**Solución:**

$$\begin{array}{cccccccc} & 1 & 2 & 5 & 12 & 25 & 46 & \dots \\ & 1 & 3 & 7 & 13 & 21 & \dots & \\ & & 2 & 4 & 6 & 8 & \dots & \\ & & & 2 & 2 & 2 & \dots & \end{array}$$

$$S_{20} = 1 \cdot \binom{20}{1} + 1 \cdot \binom{20}{2} + 2 \cdot \binom{20}{3} + 2 \cdot \binom{20}{4} = 20 + 190 + 2280 + 9690 = 12180$$

**Rpta.: A**

10. Jaimito va a una tienda y compra un caramelo, por su compra el vendedor le regala un caramelo. En una segunda oportunidad compra 3 caramelos y el vendedor le regala 2 caramelos, la tercera vez compra 6 y le regala 3, en la siguiente oportunidad compra 10 y le regala 4, y así sucesivamente ambos continúan la misma secuencia. ¿Cuántos caramelos recibirá en total Jaimito cuando compre caramelos por vigésima vez en la misma tienda?

- A) 210                      B) 410                      C) 180                      D) 420                      E) 230

**Solución:**

	1°	2°	3°	4°	...	20°
Compra:	1	3	6	10	...	
Le regalan:	1	2	3	4	...	
Total : c = 0	2	5	9	14		
a+b=2	3	4	5			
2a=1	1	1				
-----						

a=1/2; b=3/2; c=0 →  $a_n = \frac{n^2}{2} + \frac{3}{2}(n)$

$$\therefore a_{20} = \frac{20^2}{2} + \frac{3}{2}(20) = 230$$

Rpta.: E

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Un perro se encuentra en un camino recto y a 150m de él está una liebre. El perro corre para alcanzar a la liebre y esta huye del perro, dándose la siguiente situación: por cada 9m que el perro corre, la liebre corre 7m. ¿Cuántos metros debera correr el perro para poder alcanzar a la liebre?
- A) 624      B) 675      C) 632      D) 540      E) 596

**Solución:**

Por cada 9m que el perro corre, la liebre corre 7 m, entonces el perro se acerca a la liebre solo 2 m en cada uno de estos eventos.

La distancia inicial que hay entre ambos animales es de 150 m, entonces se requiere de 75 eventos de este tipo para que el perro alcance a la liebre. Por tanto, el perro debera correr 75 veces 9 m, por lo que se tiene

Distancia total recorrida por el perro=(75)(9)=675 m

Rpta.: B

2. En los 3 últimos meses de trabajo, lo que ganó Rosa está en progresión aritmética. Si la cantidad total que ganó es de S/ 2400, y el primer mes ganó la mitad de lo que ganó el segundo, ¿cuántos soles ganó en los dos primeros meses?
- A) 1240      B) 1200      C) 1320      D) 1400      E) 1520

**Solución:**

Si en el primer mes ganó la mitad del segundo, esto quiere decir que:

Primer mes:  $a$

Segundo mes:  $2a$

La razón es, por tanto:  $r = 2a - a = a$

Datos:  $S = 2400$   $r = a$   $n = 3$

El último término es:

$$a_n = a_1 + (n - 1)(r) \rightarrow a_n = a + (3 - 1)(a) = 3a$$

$$S = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} \rightarrow 2400 = \frac{(a + 3a)3}{2} \rightarrow a = 400$$

Por tanto, ganó:

Primer mes:  $S/400$

Segundo mes:  $2a = (2)(400) = 800$

Tercer mes:  $3a = (3)(400) = 1200$

Ahorro en los dos primeros meses:  $400 + 800 = 1200$

**Rpta.: B**

3. Se deja caer un bloque de ladrillo libremente desde la azotea de un edificio. En su caída recorre 16,1 metros en el primer segundo, y en cada segundo posterior recorre 32,2 metros más que en el segundo anterior. Si tarda 5 segundos en llegar al suelo, ¿cuál es la altura del edificio?

A) 402,5      B) 450,2      C) 460,5      D) 420,4      E) 460,2

**Solución:**

Datos:  $a_1 = 16,1$   $r = 32,2$   $n = 5$

La distancia total recorrida es la altura del edificio:

$$S = \frac{(2a_1 + (n - 1)r)n}{2} \rightarrow S = 402,5 \text{ m}$$

**Rpta.: A**

4. Luis apuesta durante 8 días, y cada día gana la tercera parte de lo que ganó el día anterior. Si el octavo día ganó S/ 1, ¿cuántos soles ganó el primer día?

A) 2520      B) 2860      C) 2187      D) 2140      E) 2420

**Solución:**

Es una progresión geométrica, con las siguientes características:

$$a_n = 1 \quad q = \frac{1}{3} \quad n = 8$$

entonces

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

$$a_1 = \frac{a_n}{q^{n-1}} \rightarrow a_1 = \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^{8-1}} = 2187$$

Es lo que gana el primer día.

**Rpta.: C**

5. José adquiere un terreno de 200 hectáreas, a pagar en 15 años, de la siguiente forma: S/ 1 el primer año, S/ 3 el segundo, S/ 9 el tercero, y así, sucesivamente. ¿Cuántos soles fue el último pagó por el terreno?

- A)  $3^{14}$       B)  $3^{15}$       C)  $3^{16}$       D)  $3^{18}$       E)  $3^{12}$

**Solución:**

Los pagos tienen comportamiento geométrico con una razón de 3.

Datos:  $a_1 = 1$     $r = 3$     $n = 15$

Calculamos el último pago:

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_n = (1)(3)^{15-1} = (3)^{14}$$

**Rpta.: A**

6. Tres amigos tienen cantidades de caramelos 1, 37 y 289 respectivamente. Otro amigo les regala una misma cantidad de caramelos a cada uno de tal forma que las nuevas cantidades de caramelos que tienen los tres amigos forman una P.G. ¿Cuántos caramelos en total obsequio el otro amigo?

- A) 12      B) 5      C) 18      D) 15      E) 8

**Solución:**

Cantidad de caramelos que regala a cada uno: x

De la condición:

$$1^\circ \quad 2^\circ \quad 3^\circ$$

$$(1+x) ; \quad (37+x) ; \quad (289+x) \rightarrow \text{P.G}$$

$$\rightarrow (37+x)^2 = (1+x)(289+x) \rightarrow x = 5$$

$$\text{Total} = 3(5) = 15$$

**Rpta.: D**

7. Un omnibus del Metropolitano de Lima, inicia su recorrido con 7 pasajeros. En cada paradero, a partir de la primera parada suben 3 pasajeros. Si al llegar a la ultima estación (paradero final) bajaron todos (70 personas), ¿en cuantas estaciones el bus se detuvo a recoger pasajeros?

- A) 12                      B) 25                      C) 18                      D) 15                      E) 21

**Solución:**

Inicio	1° Est	2° Est	3° Est	.....	n° Est	Final
7	10	13	16	.....	70	70
	<i>Suben 3</i>	<i>suben 3</i>	<i>suben 3</i>			

$$t_n = 3n + 7$$

Hallando numero de terminos:

$$3n + 7 = 70 \rightarrow n = 21$$

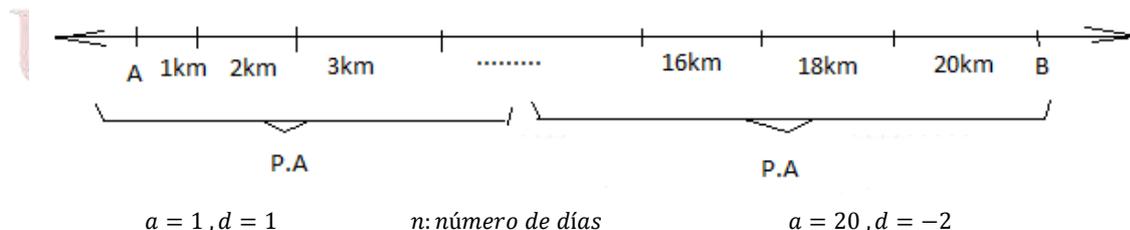
Se detuvo en 21 estaciones para recoger pasajeros.

**Rpta.: E**

8. Dos viajeros salen al mismo tiempo de dos ciudades A y B, y van al encuentro uno del otro. El que parte de A camina 1 km el primer día, 2 km el segundo día, 3 km el tercer día, y así sucesivamente. El que parte de B camina 20km el primer día, 18 km el segundo día, 16 km el tercer día, y así sucesivamente. Si la distancia entre A y B es de 165 km, ¿en cuántos días se encontrarán?

- A) 24                      B) 18                      C) 15                      D) 10                      E) 12

**Solución:**



$$S_1^n = \frac{n}{2}(2.1 + (n - 1).1) = \frac{n}{2}(n + 1)$$

$$S_1^n = \frac{n}{2}(2.20 + (n - 1).(-2)) = \frac{n}{2}(42 - 2n)$$

La suma de las distancias recorridas por A y B debe ser 165.

Luego:

$$\frac{n}{2}(n + 1) + \frac{n}{2}(42 - 2n) = 165$$

$$n^2 - 43n + 330 = 0 \rightarrow n = \frac{43 \pm 23}{2} \rightarrow n = 10$$

**Rpta.: D**

9. En la siguiente suma  $M = \frac{1}{7} + \frac{2}{7^2} + \frac{3}{7^3} + \frac{4}{7^4} + \dots$ , halle la suma de los términos de M.
- A) 43      B) 26      C) 30      D) 35      E) 48

**Solución:**

$$M = \frac{1}{7} + \frac{2}{7^2} + \frac{3}{7^3} + \frac{4}{7^4} + \dots$$

$$7M = 1 + \frac{2}{7} + \frac{3}{7^2} + \frac{4}{7^3} + \dots$$

Restando

$$6M = 1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{7^3} + \frac{1}{7^4} + \dots$$

$$6M = \frac{1}{1 - \frac{1}{7}} \rightarrow M = \frac{7}{36} \rightarrow 7 + 36 = 43$$

Rpta.: A

10. En la siguiente sucesión, calcule el número de términos:

$$24, 29, 36, 45, \overline{ab}, \dots, \overline{b4a}$$

- A) 24      B) 28      C) 26      D) 29      E) 21

**Solución:**

$$24, 29, 36, 45, \overline{ab}, \dots, \overline{b4a}$$

$$UNMSM \quad 5 \quad 7 \quad 9 \quad 11 \dots$$

Luego  $\overline{b4a} = 645 \rightarrow \overline{ab} = 56$

Sucesión de segundo orden:

$$T_n = n^2 + 2n + 21 = 645$$

$$\rightarrow n(n+2) = 624 = 24(26) \rightarrow n = 24$$

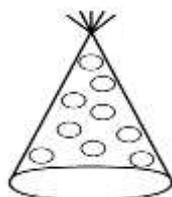
Rpta.: A

# Geometría

## EJERCICIOS

1. En la figura se tiene un gorro de forma conica, las dimensiones del gorro son 15 cm de radio y 25 cm de generatriz. Halle la cantidad de cartón que se utiliza en cada gorro.

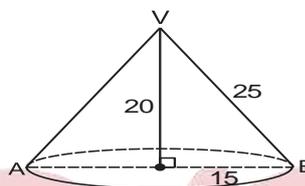
- A)  $376 \pi \text{ cm}^2$   
 B)  $385 \pi \text{ cm}^2$   
 C)  $375 \pi \text{ cm}^2$   
 D)  $365 \pi \text{ cm}^2$   
 E)  $355 \pi \text{ cm}^2$



### Solución:

$$A = \pi(15)(25) = 375\pi \text{ cm}^2$$

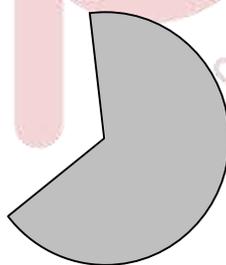
Cantidad de cartón:  $375 \pi \text{ cm}^2$



Rpta.: C

2. En la figura, con el sector circular de  $216^\circ$  y radio de 30 cm. se desea fabricar un sombrero japonés. Halle el volumen del sombrero japonés.

- A)  $2592 \pi \text{ cm}^3$   
 B)  $2500 \pi \text{ cm}^3$   
 C)  $2580 \pi \text{ cm}^3$   
 D)  $2560 \pi \text{ cm}^3$   
 E)  $2540 \pi \text{ cm}^3$



### Solución:

1) Como  $216^\circ = \frac{R}{g} 360^\circ$

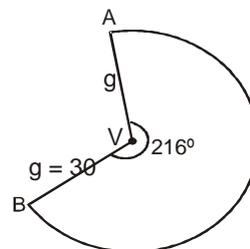
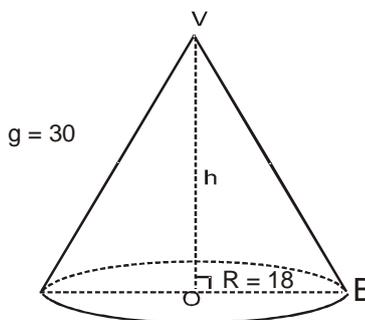
$$\rightarrow R = 18.$$

2)  $\triangle VOB$  notable ( $37^\circ - 53^\circ$ )

$$\rightarrow h = 24.$$

$$\text{Luego } V_{\text{cono}} = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

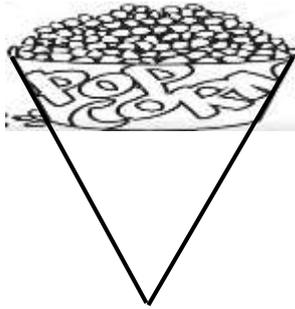
$$= 2592\pi \text{ cm}^3.$$



Rpta.: A

3. En 1885, el inventor **Charles Cretors**, creó la primera máquina para fabricar palomitas de maíz, cada grano de maíz contiene una cierta cantidad de humedad en su interior. A medida que el grano es calentado la humedad en su interior empieza a convertirse en vapor, generando presiones internas hasta explotar, con una porción de maíz se obtiene  $64\pi \text{ cm}^3$  de la palomita de maíz la cual se introduce al ras en un cono fabricado de cartón de altura 12 cm, calcule la medida del ángulo entre la generatriz y su altura.

- A)  $\frac{37^\circ}{2}$
- B)  $\frac{143^\circ}{2}$
- C)  $37^\circ$
- D)  $45^\circ$
- E)  $\frac{153^\circ}{2}$

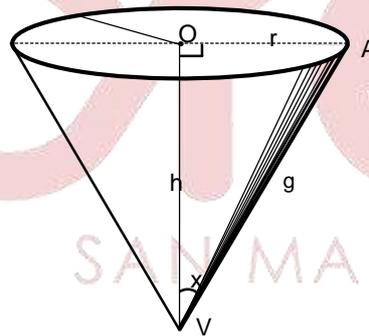


**Solución:**

1)  $V_{\text{cono}} = \frac{\pi r^2 h}{3}$   
 $64\pi = \frac{\pi r^2 (12)}{3}$  entonces  $r = 4 \text{ cm}$

2)  $\triangle VOA$ : ( $r = 4$  y  $h = 12$ )

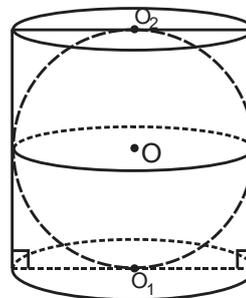
$\therefore x = \frac{37^\circ}{2}$



Rpta.: A

4. En la figura, el volumen del cilindro circular recto es  $54 \pi \text{ cm}^3$ . Halle el área de la superficie esférica.

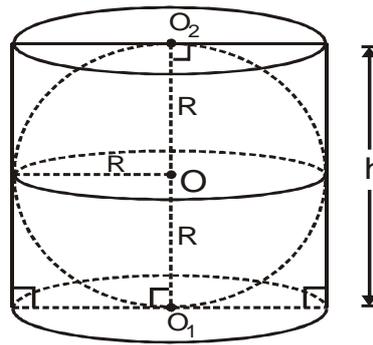
- A)  $36 \pi \text{ cm}^2$       B)  $38 \pi \text{ cm}^2$
- C)  $35 \pi \text{ cm}^2$       D)  $30 \pi \text{ cm}^2$
- E)  $34 \pi \text{ cm}^2$



**Solución:**

- 1) Del gráfico  $h = 2R$
- 2) Dato  $V_{cilindro} = 54\pi$   
 $\rightarrow \pi R^2 h = 54\pi$   
 $\rightarrow R = 3.$

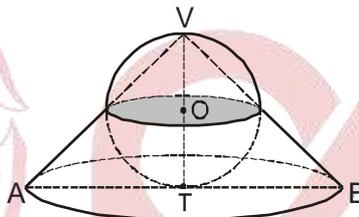
Luego  $A_E = 4\pi R^2$   
 $= 36 \pi \text{ cm}^2$



Rpta.: A

5. En la figura, O es el centro de la superficie esférica y T es el centro de la base del cono de revolución de área lateral  $8\sqrt{2} \text{ m}^2$ . Halle el área de la superficie esférica.

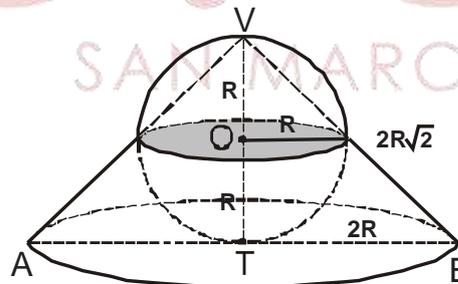
- A)  $6 \text{ m}^2$
- B)  $16 \text{ m}^2$
- C)  $8 \text{ m}^2$
- D)  $8\sqrt{2} \text{ m}^2$
- E)  $12\sqrt{2} \text{ m}^2$



**Solución:**

- 1)  $A_L = 8\sqrt{2}$   
 $\rightarrow \pi(2R)(2R\sqrt{2}) = 8\sqrt{2}$   
 $\rightarrow \pi R^2 = 2.$

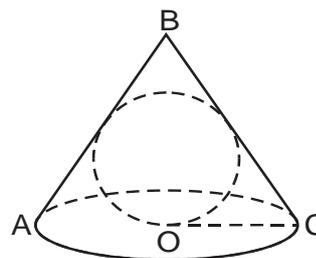
Luego  $A_{SE} = 4\pi R^2 = 8\text{m}^2.$



Rpta.: C

6. En la figura, O es centro de la base del cono de revolución y el radio de la esfera inscrita mide 1 m. Si  $OC = 3 \text{ m}$ , halle el volumen del cono.

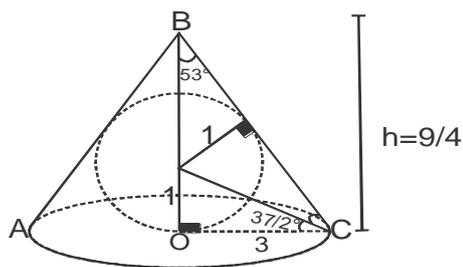
- A)  $\frac{27}{4} \pi \text{ m}^3$
- B)  $\frac{18}{3} \pi \text{ m}^3$
- C)  $\frac{9}{2} \pi \text{ m}^3$
- D)  $2\pi \text{ m}^3$
- E)  $20\pi \text{ m}^3$



**Solución:**

$$V_{\text{cono}} = \pi 3^2 \left(\frac{9}{4}\right)$$

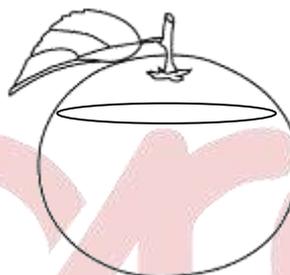
$$V_{\text{cono}} = \frac{27}{4} \pi \text{ m}^3$$



Rpta.: A

7. En la figura supongamos que la naranja tiene la forma de una esfera, si hacemos un corte se formara un círculo menor de área  $9 \pi \text{ cm}^2$ . Si la distancia del centro de la esfera al círculo menor es 4 cm, halle el volumen de la esfera.

- A)  $\frac{200}{3} \pi \text{ cm}^3$       B)  $\frac{250}{3} \pi \text{ cm}^3$   
 C)  $100 \pi \text{ cm}^3$       D)  $\frac{500}{3} \pi \text{ cm}^3$   
 E)  $\frac{260}{3} \pi \text{ cm}^3$



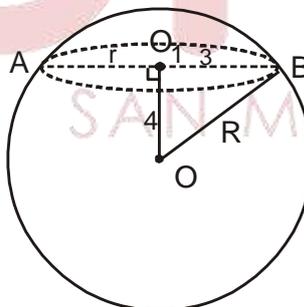
**Solución:**

1) Dato  $A_{\text{circulo menor}} = 9\pi$   
 $\rightarrow \pi r^2 = 9\pi \rightarrow r = 3.$

2)  $\triangle OO_1B$  (Pitagoras)

$R = 5$

Luego  $V_E = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{500}{3} \pi \text{ cm}^3$



Rpta.: C

8. En la figura, se muestra un recipiente de 12 cm de altura de forma de un tronco de cono, en ella se puede verter al ras 700 cm<sup>3</sup> de agua, si el diámetro de la base superior del recipiente es 20 cm. Halle el volumen del cono que dio origen al recipiente.

- A) 800π cm<sup>3</sup>
- B) 900π cm<sup>3</sup>
- C) 720π cm<sup>3</sup>
- D) 360π cm<sup>3</sup>
- E) 250π cm<sup>3</sup>



**Solución:**

$$1) V_{T.Cono} = \frac{\pi h(R^2 + r^2 + Rr)}{3}$$

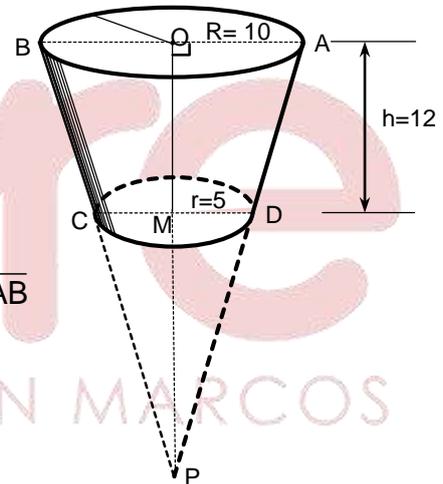
$$700\pi = \frac{\pi 12(10^2 + r^2 + 10r)}{3} \Rightarrow r = 5$$

2) Observemos el triángulo APB  $\overline{CD}$  es base media de  $\overline{AB}$

$$\Rightarrow OM = MP = 12$$

$$3) V_{Total} = \frac{\pi 10^2(24)}{3}$$

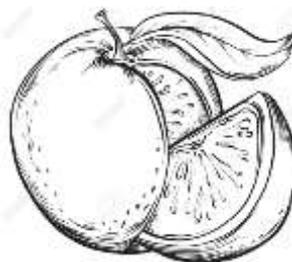
$$= 800\pi$$



Rpta.: A

9. Víctor desea preparar una naranjada, la naranja que escoge tiene forma esférica, la corta en dos partes, como se muestra en la figura, si la relación entre sus superficies totales es de 2 a 7, halle la relación entre sus volúmenes.

- A) 1/11      B) 2/11
- C) 1/3        D) 2/7
- E) 8/343



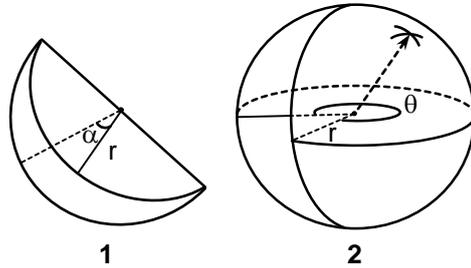
**Solución:**

1)  $\alpha + \theta = 360^\circ$

2)  $\frac{A_{S.T.1}}{A_{S.T.2}} = \frac{2}{7} \Rightarrow \frac{\frac{4\pi r^2 \alpha}{(360^\circ)} + \pi r^2}{\frac{4\pi r^2 \theta}{(360^\circ)} + \pi r^2} = \frac{2}{7}; \quad (\theta = 360^\circ - \alpha)$

$\Rightarrow \alpha = 30^\circ$  y  $\theta = 330^\circ$

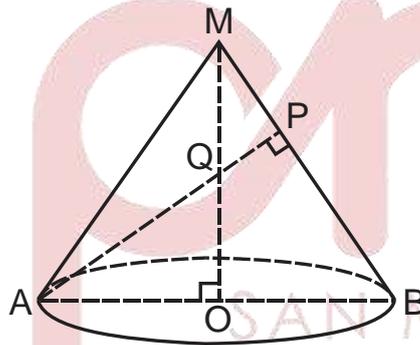
3)  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4\pi r^3 \alpha}{3(360^\circ)}}{\frac{4\pi r^3 \theta}{3(360^\circ)}} = \frac{\alpha}{\theta} = \frac{30^\circ}{330^\circ} = \frac{1}{11}$



Rpta.: A

10. En la figura,  $MQ = OQ = 3$  m. Halle el área total del cono de revolución.

- A)  $18\pi (3\sqrt{3} + 1) \text{ m}^2$
- B)  $18\pi (3\sqrt{3} - 1) \text{ m}^2$
- C)  $18\pi (\sqrt{3} + 1) \text{ m}^2$
- D)  $18\pi (\sqrt{3} - 1) \text{ m}^2$
- E)  $18\pi (\sqrt{3} - 3) \text{ m}^2$



**Solución:**

1)  $\triangle MOB \sim \triangle AOQ$

$\frac{R}{3} = \frac{6}{R} \rightarrow R = 3\sqrt{2}$

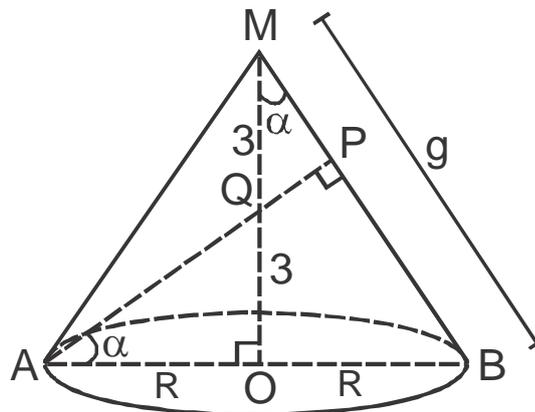
2)  $\triangle MOB$ :

$g^2 = 6^2 + (3\sqrt{2})^2$

$g = 3\sqrt{6}$

$\therefore A_T = \pi(3\sqrt{2})(3\sqrt{2} + 3\sqrt{6})$

$\rightarrow A_T = 18\pi(\sqrt{3} + 1)\text{m}^2$



Rpta.: C

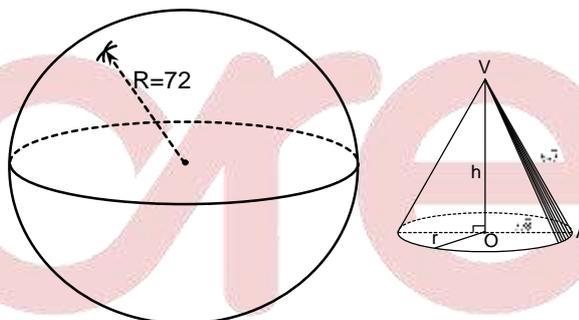
11. Los comuneros de Larancahuani, en la provincia de Azángaro, en la región Puno observaron cómo varios objetos incandescentes en forma de esfera que caían del cielo para estrellarse cerca de sus casas. Al cabo de un tiempo deciden fundir la esfera más pequeña que tiene un diámetro de 144 cm para construir conos equiláteros de base  $6\sqrt{3}$  cm . Halle el número de conos que se obtendrán.

- A) 6144      B) 4414
- C) 5004      D) 4044
- E) 4616



**Solución:**

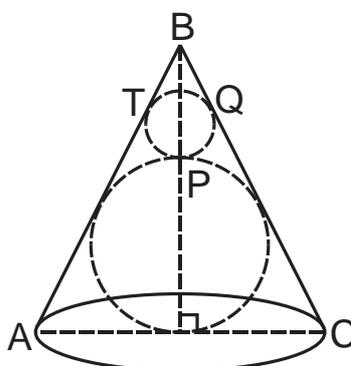
- 1)  $V_{\text{Esfera}} = nV_{\text{Cono}}$  ; (n: número de conos)
- 2)  $\frac{4\pi(72)^3}{3} = n \frac{\pi(3\sqrt{3})^2(9)}{3}$
- 3)  $n = 6144$  conos



Rpta.: A

12. En la figura, T, P y Q son puntos de tangencia. Si el radio de la esfera mayor inscrita en el cono de revolución mide 3 m y el radio de la esfera menor mide 1 m, halle el volumen del cono.

- A)  $9\pi \text{ m}^3$
- B)  $27\pi \text{ m}^3$
- C)  $36\pi \text{ m}^3$
- D)  $81\pi \text{ m}^3$
- E)  $243\pi \text{ m}^3$



**Solución:**

1)  $\triangle BTE \sim \triangle BMN$

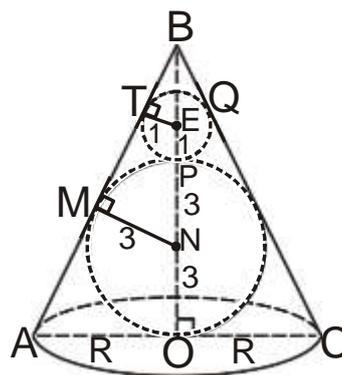
$\rightarrow BE = 4$

$\rightarrow h = OB = 9$

2)  $\triangle AOB$ : Not  $30^\circ$  y  $60^\circ$

$R = 3\sqrt{3}$

$\therefore V_{\text{cono}} = \frac{\pi}{3} (3\sqrt{3})^2 (9) = 81\pi m^3$



Rpta.: D

13. En la figura, O y Q son centros de los círculos máximo y menor, cuyos radios miden 41 m y 40 m respectivamente. Halle el volumen del cono de revolución.

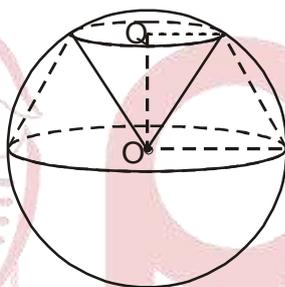
A)  $5600\pi m^3$

B)  $4500\pi m^3$

C)  $4000\pi m^3$

D)  $5400\pi m^3$

E)  $4800\pi m^3$

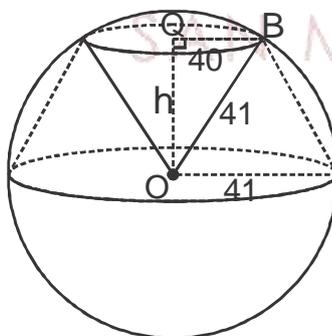


**Solución:**

1)  $\triangle OQB$ :  $h = 9$

$V_{\text{cono}} = \frac{1}{3} \pi (40^2) 9$

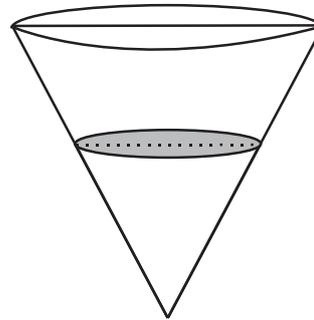
$V_{\text{cono}} = 4800\pi m^3$



Rpta.: E

14. Un tanque en forma de cono invertido tiene 12 metros de altura y 4 m de radio en la base. Si contiene agua hasta una altura de 6 m, halle el volumen del agua que hay en el tanque

- A)  $6\pi \text{ m}^3$       B)  $\frac{\sqrt{6}}{2} \pi \text{ m}^3$   
 C)  $\sqrt{6} \pi \text{ m}^3$       D)  $\frac{\sqrt{2}}{3} \pi \text{ m}^3$



- E)  $8\pi \text{ m}^3$

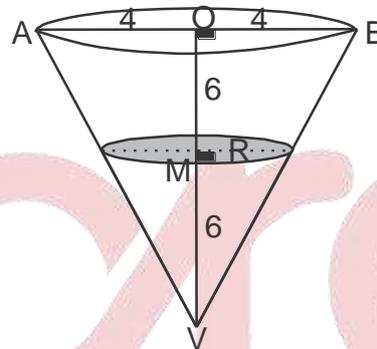
**Solución:**

- 1)  $\triangle VOB$  (T. Base Media):

$R = 2$

$V_{\text{agua}} = \frac{1}{3} \pi (2^2) 6$

$V_{\text{cono}} = 8\pi \text{ m}^3$

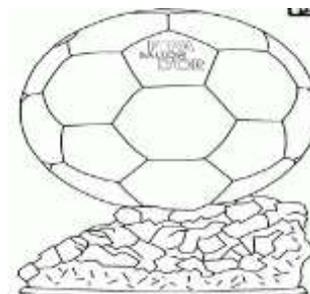


Rpta.: E

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. El Balón de Oro, premio que todos los años de entrega al mejor futbolista, está hecho por la unión de dos semiesferas de latón, luego del proceso del soldado se obtiene el balón de diámetro 23 cm, finalmente es sumergido a un baño de oro fino. Halle el área de la superficie esférica que cubre el oro.

- A)  $529\pi \text{ cm}^2$       B)  $625\pi \text{ cm}^2$   
 C)  $519\pi \text{ cm}^2$       D)  $576\pi \text{ cm}^2$   
 E)  $579\pi \text{ cm}^2$

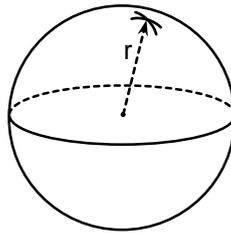


**Solución:**

1)  $A_{S.E} = 4\pi R^2$

2)  $A_{S.E} = 4\pi \left(\frac{23}{2}\right)^2$

3)  $A_{S.E} = 529\pi$



Rpta.: A

2. En la figura, la Catedral de Maringá, (tiene la forma de un cono) es una catedral brasileña, terminada en 1972, 114 m de altura y 10 m de cruz en la cima, sumando 124 m y 50 m de diámetro, considerada como la iglesia más alta en América del Sur, para pintar solo la fachada el párroco contrata a una empresa americana, el cual cobra  $\sqrt{257}$  dólares por  $\pi$  metros cuadrados de pintado. Halle el precio total que debe pagar por el pintado de la fachada.

A)  $6\,425\sqrt{53} \text{ m}^2$

B)  $455\sqrt{53} \text{ m}^2$

C)  $44\,568 \text{ m}^2$

D)  $6425\sqrt{257} \text{ m}^2$

E)  $4\,625\sqrt{53} \text{ m}^2$

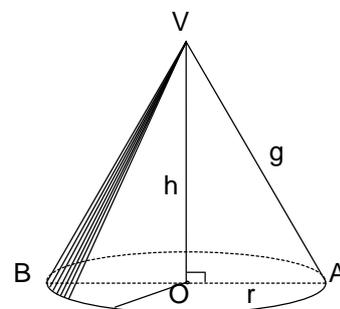
**Solución:**

1)  $\Delta VOA$ :  $r = 25$ ,  $h = 114$  y  $g = \sqrt{13621}$

2)  $A_{L.C.} = \pi(25)(\sqrt{13621}) = \pi(25)(\sqrt{53})(\sqrt{257})$

3) Monto a pagar =  $\pi(25)(\sqrt{53})(\sqrt{257}) \frac{(\sqrt{257})}{\pi}$

4) Monto a pagar =  $(25)(\sqrt{53})(257) = 6425\sqrt{53}$



Rpta.: A

3. El área del huso esférico cuyo ángulo diedro mide  $30^\circ$  es  $48\pi \text{ m}^2$ . Halle el volumen de la cuña esférica correspondiente al huso.

- A)  $190\pi \text{ m}^3$     B)  $192\pi \text{ m}^3$     C)  $193\pi \text{ m}^3$     D)  $194\pi \text{ m}^3$     E)  $196\pi \text{ m}^3$

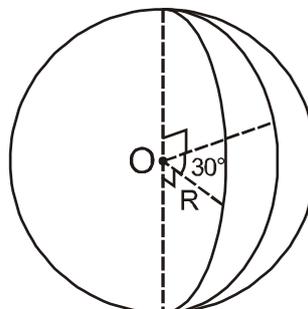
**Solución:**

1) Dato  $A_{H.E} = 48\pi$

$$\rightarrow \frac{\pi R^2 \alpha}{90^\circ} = 48\pi$$

$$\rightarrow R = 12$$

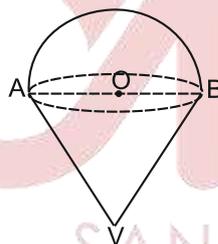
$$\text{Luego } V_{CE} = \frac{\pi R^3 \alpha}{270^\circ} = 192\pi \text{ m}^3.$$



**Rpta.: B**

4. En la Halle el volumen del cucurucho de la figura, sabiendo que el radio de la semiesfera es 10 cm y que la altura total son 30 cm. (Considerar  $\pi = 3,1416$ )

- A)  $4188,8 \text{ cm}^3$     B)  $4288,8 \text{ cm}^3$   
 C)  $4158,8 \text{ cm}^3$     D)  $4388,8 \text{ cm}^3$   
 E)  $4888,8 \text{ cm}^3$

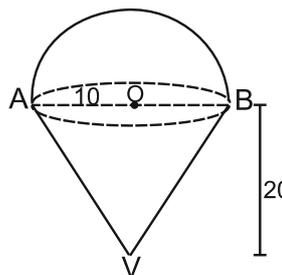


**Solución:**

$$\bullet V_{\text{cucurucho}} = V_{\text{semi-esfera}} + V_{\text{cono}}$$

$$\bullet V_{\text{cucurucho}} = \frac{(4\pi)(10^3)}{6} + \frac{\pi(10^2)20}{3}$$

$$= 4188,8 \text{ cm}^3$$



**Rpta.: A**

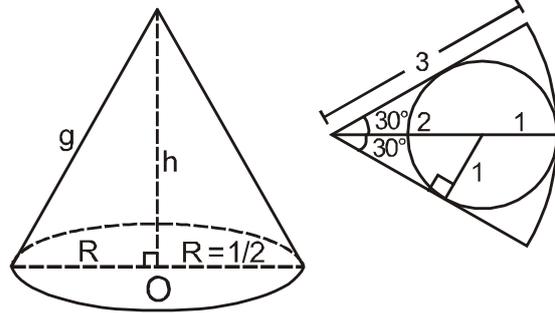
5. El desarrollo de la superficie lateral de un cono de revolución es un sector circular de  $60^\circ$ , en el cual se puede inscribir una circunferencia de 1 m de longitud de radio. Halle el volumen del cono.

- A)  $\frac{\sqrt{35}}{24} \pi \text{ m}^3$     B)  $\frac{\pi}{4} \text{ m}^3$     C)  $\frac{\sqrt{34}}{24} \pi \text{ m}^3$   
 D)  $\frac{\sqrt{33}}{24} \pi \text{ m}^3$     E)  $\frac{\pi}{3} \text{ m}^3$

**Solución:**

1) Del gráfico:  $g = 3$ ;  $R = \frac{1}{2}$ ;  $h = \frac{\sqrt{35}}{2}$

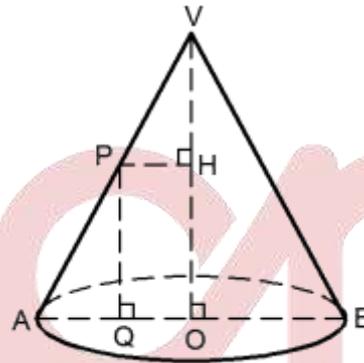
2) Luego:  $Vol = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{35}}{2}$   
 $= \frac{\pi}{24} \sqrt{35} \text{ m}^3$



Rpta.: A

6. En la figura,  $PV = 5 \text{ m}$ ,  $PH = 3 \text{ m}$  y  $PQ = 4 \text{ m}$ . Halle el volumen del cono circular recto.

- A)  $96\pi \text{ m}^3$
- B)  $74\pi \text{ m}^3$
- C)  $85\pi \text{ m}^3$
- D)  $83\pi \text{ m}^3$
- E)  $98\pi \text{ m}^3$



**Solución:**

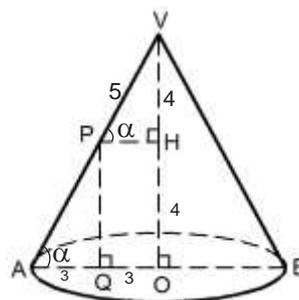
1)  $\triangle PHV \cong \triangle AQP$

$PH = AQ = 3$

$R = 6$  y  $h = 8$

$\therefore V = \frac{\pi}{3} 6^2 (8)$

$\rightarrow V = 96\pi \text{ m}^3$



Rpta.: A

# Álgebra

## EJERCICIOS

1. Una bomba extrae petróleo de un pozo y lo eleva a un depósito situado a 50 metros sobre el nivel del suelo. Si la distancia recorrida por la bomba desde que extrae el petróleo hasta que lo eleva al depósito supera los 750 metros y el exceso que tiene 900 metros con la dimensión de la profundidad (respecto del nivel del suelo) a la que se encuentra el petróleo es más de 100 metros. Se puede afirmar:

- I El petróleo se encuentra a una profundidad de 800 metros.
- II El petróleo se encuentra entre los 600 y 800 metros de profundidad.
- III La profundidad en la que se encuentra el petróleo supera los 800 metros.
- IV El petróleo se encuentra a una profundidad mayor a los 700 metros; pero menor a los 800 metros.
- V El petróleo se encuentra entre los 600 y 700 metros de profundidad.

- A) II      B) III      C) IV      D) I      E) V

### Solución:

Sea "x" la profundidad (en metros) a la que se encuentra el petróleo  
Luego se tiene el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + 50 > 750 & \rightarrow x > 700 \\ 900 - x > 100 & \rightarrow x < 800 \end{cases}$$

Por tanto el petróleo se encuentra entre los 700 y 800 metros de profundidad.

**Rpta.: C**

2. Un número capicúa de tres cifras es tal que la suma de la cifra de las unidades con cuatro veces la cifra de las decenas es mayor que 16; además la cifra de las decenas disminuido de siete veces la cifra de las unidades es menor que cuatro. Si la cifra de las decenas es menor que cinco, halle la tercera parte del número capicúa mencionado.

- A) 32      B) 212      C) 84      D) 57      E) 47

**Solución:**

Sean

$x$  : la cifra de las unidades del número capicúa  
 $y$  : la cifra de las decenas del número capicúa

$$\begin{cases} x + 4y > 16 & \dots (1) \\ 7x - y < 4 & \dots (2) \\ y < 5 & \dots (3) \end{cases}$$

$$\text{De (1) y (2)} \quad : \quad 16 - 4y < x < \frac{y+4}{7} \quad \dots(4)$$

$$\text{De (4), por transitividad} \quad : \quad 16 - 4y < \frac{y+4}{7} \rightarrow \frac{108}{29} < y < 5 \rightarrow \boxed{y=4}$$

$$\text{Reemplazando en (4)} \quad : \quad 0 < x < \frac{8}{7} \rightarrow \boxed{x=1}$$

Luego el número capicúa es 141

∴ La tercera parte de dicho número es 47.

**Rpta.: E**

3. Parte de la lista de ingredientes requeridos para elaborar una unidad de dos tipos de pastel se muestra en la siguiente tabla,

	Azúcar ( tazas)	Huevos ( unidades)	Cantidad de porciones por unidad de pastel
Pastel de Manzana	3	2	6
Pastel de Plátano	2	5	8

Si hay 15 tazas de azúcar disponibles y la cantidad de huevos disponibles no es menor a 16 unidades, y considerando que se puede conseguir los demás ingredientes (manzana, plátano, etc.) ¿cuántas porciones de pastel de manzana se puede obtener para que la cantidad de porciones de pastel de plátano sea menor que 24?

- A) 6                      B) 18                      C) 24                      D) 12                      E) 30

**Solución:**

Sean

Cantidad de pasteles de manzana:  $x$ Cantidad de pasteles de plátano :  $y$ 

Cantidad de tazas de azúcar:  $3x + 2y \leq 15 \quad \dots(1)$

Número de unidades de huevo:  $2x + 5y \geq 16 \quad \dots(2)$

Cantidad de porciones de pastel de plátano:  $8y < 24 \rightarrow y < 3$

De (1) y (2):  $\frac{16-5y}{2} \leq x \leq \frac{15-2y}{3}$

$$\rightarrow \frac{16-5y}{2} \leq \frac{15-2y}{3}$$

$$\rightarrow \frac{18}{11} \leq y \wedge y < 3$$

$$\rightarrow y = 2, \text{ luego } x = 3$$

 $\therefore$  Por tanto se obtiene 18 porciones de pastel de manzana.**Rpta.: B**

4. Tres amigos, Lucho, Benito y Juan tienen en conjunto más de 16 libros. Benito piensa comprar 8 libros más y entonces tendría más libros de los que tienen Lucho y Juan juntos. Si Benito tiene menos libros que Juan y los libros que tiene éste último no llegan a 7, ¿cuántos libros tiene Lucho?

A) 5

B) 3

C) 4

D) 6

E) 2

**Solución:**

Sea

N° de libros de Lucho:  $x$ N° de libros de Benito:  $y$ N° de libros de Juan:  $z$ 

$$\text{Luego, } \begin{cases} x + y + z > 16 & \dots(1) \\ y + 8 > x + z & \dots(2) \\ y < z & \dots(3) \\ z < 7 & \dots(4) \end{cases}$$

Haciendo (1) + (2):

$$x + 2y + z + 8 > x + z + 16 \rightarrow y > 4$$

En (3) y (4):  $4 < y < z < 7 \rightarrow y = 5, z = 6$

Reemplazando en (1) y (2):

$$(x > 5 \wedge x < 7) \rightarrow x = 6$$

$\therefore$  Lucho tiene 6 libros.

Rpta.: D

5. Dado el sistema de inecuaciones lineales  $\begin{cases} 2x + 3y + 5z > 43 \\ 2x - y + 5z < 25 \\ y - z > 1 \\ y < 6 \end{cases}; \{x, y, z\} \subset \mathbb{Z}^+$ . Si

$(a, b, c)$  es solución del sistema y "c" es el mayor valor de z, halle el valor de  $a^2 - b^2 + c^2$ .

A) 33

B) 29

C) 23

D) 28

E) 30

**Solución:**

$$\begin{cases} 2x + 3y + 5z > 43 & \dots(1) \\ -2x + y - 5z > -25 & \dots(2) \\ y - z > 1 & \dots(3) \\ y < 6 & \dots(4) \end{cases}$$

Haciendo (1) + (2):

$$\rightarrow 18 < 4y$$

$$\text{De (4): } \frac{9}{2} < y < 6 \rightarrow y = 5 = b$$

$$\text{De (3): } z < 4 \rightarrow z = 3 = c \text{ (Mayor entero)}$$

$$\text{En (1): } x > 6,5$$

$$\text{En (2): } 7,5 > x$$

$$\text{Luego: } x = 7 = a$$

$$\therefore a^2 - b^2 + c^2 = 33.$$

Rpta.: A

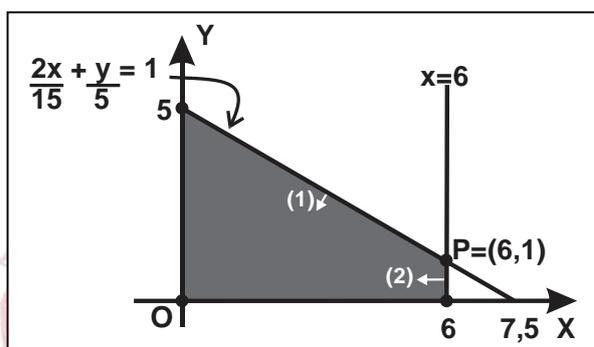
6. La región factible de un problema de programación lineal se ha obtenido de la intersección del primer cuadrante del plano cartesiano con la región definida por las siguientes inecuaciones,

$$\begin{cases} \frac{2}{15}x + \frac{1}{5}y \leq 1 \\ x \leq 6 \end{cases}$$

Halle la suma de las abscisas de los vértices de dicha región factible.

- A) 17      B) 12      C) 10      D) 6      E) 11

**Solución:**



Se tiene el sistema  $\begin{cases} 2x + 3y \leq 15 \\ x \leq 6 \end{cases}$

Intersectando las rectas:

$L_1: 2x + 3y = 15$  y  $L_2: x = 6$   
se obtiene el punto  $P(6, 1)$ .

De la gráfica se tiene los vértices del polígono convexo:

$(0, 0); (0, 5); (6, 0); (6, 1)$

$\therefore \sum$  de abscisas es  $0 + 0 + 6 + 6 = 12$ .

**Rpta.: B**

7. Sea  $P(x_0, y_0)$  es el punto para el cual el valor mínimo de la función  $f(x, y) = a(2x + y)$  es 2500. Si las coordenadas del punto  $P$  están sujetas a las restricciones

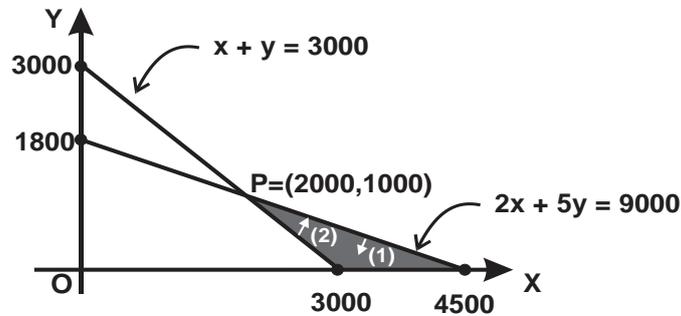
$$\begin{cases} x + y \geq 3000 \\ 2x + 5y \leq 9000 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}, \text{ halle la suma de las coordenadas del punto } Q(ax_0, ay_0), a > 0.$$

- A) 2250      B) 1000      C) 1500      D) 2500      E) 3000

**Solución:**

Función objetivo: Minimizar  $f(x,y) = a(2x + y)$

Los vértices del polígono convexo son:  $(3000,0)$ ;  $(4500,0)$ ;  $(2000,1000)$



Vértices	$f(x,y) = a(2x + y)$
$(3000,0)$	$6000a$
$(4500,0)$	$9000a$
$(2000,1000)$	$5000a$

Luego el valor mínimo de la función es  $5000a = 2500$  y  $P(2000, 1000)$

$$\rightarrow a = \frac{1}{2} \rightarrow Q(ax_0, ay_0) = Q(1000, 500)$$

$\therefore \sum$  coordenadas del punto Q es 1500.

**Rpta.: C**

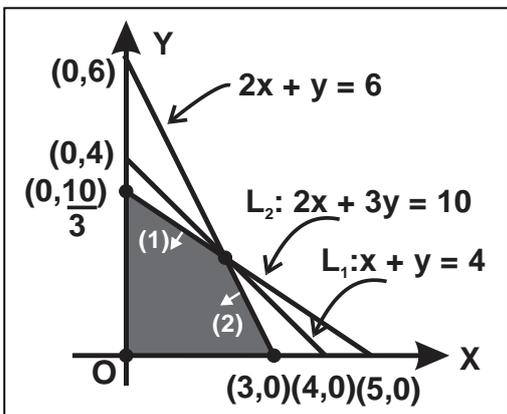
8. Una empresa, especializada en la fabricación de mobiliarios para casas de muñecas produce cierto tipo de minimesas y minisillas que vende a 200 y 300 soles, respectivamente. Cada minimesa requiere de 2 horas para su fabricación y cada minisilla 3 horas; además el material utilizado en cada minimesa y minisilla tiene un coste de 40 y 20 soles, respectivamente. Si por cada operario se dispone de 120 soles diario para material, además por cada operario el número total de unidades fabricadas de los dos tipos de producto no podrá exceder de 4 por día y, Sabiendo que la jornada laboral máxima es de 10 horas, ¿cuántas unidades (no nulas) de cada artículo debe fabricar diariamente un operario para maximizar los ingresos de la empresa?

- A) 2 minimesas y 2 minisillas  
 B) 1 minimesa y 2 minisillas  
 C) 3 minimesas y 1 minisilla  
 D) 2 minimesas y 1 minisilla  
 E) 1 minimesa y 3 minisillas.

**Solución:**

Sean  $x$ : N° de minimesas que produce cada operario por día  
 $y$ : N° de minisillas que produce cada operario por día

Función objetivo: Max.  $f(x,y) = 200x + 300y$



$$\text{Restricciones} \quad \begin{cases} x + y \leq 4 \\ 2x + 3y \leq 10 \\ 40x + 20y \leq 120 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

Vértices del polígono convexo

$$(0,0); (0, \frac{10}{3}); (2,2); (3,0)$$

Vértices	$f(x,y) = 200x + 300y$
(0,0)	0
$(0, \frac{10}{3})$	1000
(2,2)	1000
(3,0)	600

∴ Cada operario debe fabricar 2 minimesas y 2 minisillas para obtener máximo ingreso.

Rpta.: A

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Al sumar los resultados de dividir un número par por 2, 3 y 4 resulta mayor que 13. Si en la operación anterior se cambia el divisor 2 por 6 la suma resulta menor que 12. Halle la suma de cifras de dicho número par.

- A) 3                      B) 5                      C) 7                      D) 9                      E) 2

**Solución:**

Sea

n : el número par

$$\begin{cases} \frac{n}{2} + \frac{n}{3} + \frac{n}{4} > 13 & \rightarrow \frac{13n}{12} > 13 \quad \dots(1) \\ \frac{n}{6} + \frac{n}{3} + \frac{n}{4} < 12 & \rightarrow \frac{18n}{24} < 12 \quad \dots(2) \end{cases}$$

De (1) y (2)

$$\rightarrow 12 < n < 16$$

$$\rightarrow n = 14$$

$$\therefore \sum \text{cifras de } n \text{ es } 5.$$
**Rpta.: B**

2. Una mujer rema un bote aguas arriba ( el bote se mueve en contra de la corriente) desde un punto en un río, a otro punto ubicado a más de 4 millas de distancia en una hora y media. El viaje de regreso, a favor de la corriente, le toma solo 45 minutos. ¿cuál es la mínima velocidad entera con la que rema la mujer con respecto al agua?

A) 7 mi/h      B) 6 mi/h      C) 3 mi/h      D) 5 mi/h      E) 4 mi/h

**Solución:**

Sean

Velocidad de remar (millas por hora): x

Velocidad de la corriente (millas por hora): y

Considerando que: Velocidad x (tiempo) = distancia recorrida en ambos tramos se tiene el siguiente sistema:

$$\begin{cases} (x-y)\frac{3}{2} > 4 & \rightarrow x-y > \frac{8}{3} \quad \dots(1) \\ (x+y)\frac{3}{4} > 4 & \rightarrow x+y > \frac{16}{3} \quad \dots(2) \end{cases}$$

$$\text{De (1) + (2)} \quad : \quad 2x > 8 \rightarrow x > 4$$

$$\therefore x_{\text{Min}} = 5 \text{ mi/h.}$$

**Rpta.: D**

3. Dado el sistema de inecuaciones en  $x, y$ , 
$$\begin{cases} x + 2y < 7 \\ 3x - y > 4 \\ y > 0 \end{cases}; \{x, y\} \subset \mathbb{Z}$$
. Halle el número de elementos de su conjunto solución.

A) 1                      B) 4                      C) 3                      D) 2                      E) 0

**Solución:**

De la primera y segunda inecuación,

$$\frac{y+4}{3} < x < 7-2y \quad \dots(I)$$

Luego,  $\frac{y+4}{3} < 7-2y \rightarrow y+4 < 21-6y \rightarrow 7y < 17$

Entonces  $0 < y < \frac{17}{7} = 2, \dots$

$\rightarrow y = 1 \vee y = 2$

En (I) :

Si  $y = 2$  entonces,  $2 < x < 3$  (No existe valores enteros)

Si  $y = 1$  entonces,  $\frac{5}{3} < x < 5$  ; luego  $x = 2, 3, 4$

Luego las soluciones son  $(2,1), (3,1), (4,1)$

$\therefore$  Hay 3 soluciones.

**Rpta.: C**

4. Si la terna  $(a,b,c)$  es la solución del sistema 
$$\begin{cases} x + y + z < 14 \\ 6 - x + y < z \\ y > z \\ z > 1 \end{cases}; \{x,y,z\} \subset \mathbb{Z}$$
, halle el valor de  $a - (b+c)$ .

A) 5                      B) 3                      C) -2                      D) 2                      E) -5

**Solución:**

$$\begin{cases} x + y + z < 14 & \dots(1) \\ 6 - x + y < z & \dots(2) \\ y > z & \dots(3) \\ z > 1 & \dots(4) \end{cases}$$

$$\text{De (1)+(2)} \quad : \quad 6 + 2y < 14 \rightarrow y < 4$$

$$\text{De (3) y (4)} \quad : \quad y > z > 1 \rightarrow 1 < z < y < 4 \rightarrow z = 2 = c, y = 3 = b$$

$$\text{En (1)} \quad : \quad x < 9$$

$$\text{En (2)} \quad : \quad 7 < x$$

$$\text{Luego } x = 8 = a$$

$$\therefore a - (b + c) = 8 - (3 + 2) = 3.$$

**Rpta.: B**

5. Alexander se ha ejercitado físicamente más de 20 días este último mes haciendo caminatas, natación y realizando levantamiento de pesas. La cantidad de días que realizó levantamiento de pesas y caminatas fue menor que la cantidad de días en que practicó natación, aumentado en 10; además la cantidad de días que realizó caminatas supera a la cantidad de días que realizó natación. Si cada día realizó solo una de las tres actividades mencionadas, ¿cuántos días, como máximo, realizó entre estas dos últimas actividades? , sabiendo que los días que realizó caminatas fue inferior a 10 días.

- A) 16      B) 13      C) 17      D) 15      E) 12

**Solución:**

Sean

$$\text{Número de días que realiza natación} \quad : \quad x$$

$$\text{Número de días que realiza caminatas} \quad : \quad y$$

$$\text{Número de días que realiza pesas} \quad : \quad z$$

El sistema de inecuaciones será

$$\begin{cases} x + y + z > 20 & \dots(1) \\ z + y < x + 10 & \dots(2) \\ y > x & \dots(3) \\ y < 10 & \dots(4) \end{cases}$$

$$\text{De (1) y (2)} : \quad \begin{cases} x + y + z > 20 \\ x - z - y > -10 \end{cases} \quad , \text{ sumando se obtiene } , 2x > 10$$

Luego  $x > 5$

De (3) y (4) :  $5 < x < y < 10$

Entonces el máximo valor de  $x$  es 8 y el máximo valor de  $y$  es 9.

$$\therefore (x + y)_{\max} = 17.$$

Rpta.: C

6. Se desea construir una fuente de agua, que debe estar sobre una superficie, cuya extensión de sus dimensiones plasmadas en un sistema de coordenadas cartesianas satisfacen las siguientes condiciones:

$$\begin{cases} x - 1 \leq y \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Halle el perímetro de la mencionada superficie.

A)  $9\sqrt{2} u$

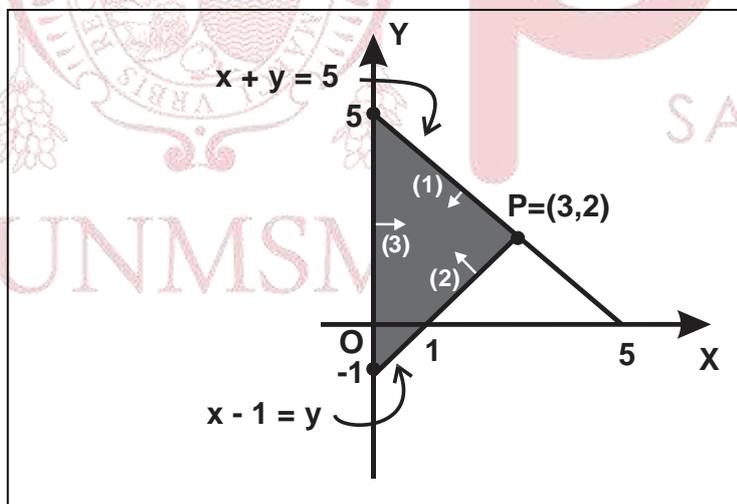
B)  $12\sqrt{2} u$

C)  $(6 + 2\sqrt{2}) u$

D)  $6\sqrt{2} u$

E)  $(6 + 6\sqrt{2}) u$

**Solución:**



i)  $x - 1 = y$  pasa por  $(0, -1)$  y  $(1, 0)$

ii)  $x + y = 5$  pasa por  $(5, 0)$  y  $(0, 5)$

Hallamos

$$P: \begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 5 \end{cases} \rightarrow P = (3, 2)$$

De la gráfica se tiene:

Longitud de la base : 6

Longitud de los lados:  $3\sqrt{2}$  y  $3\sqrt{2}$

$\therefore$  El perímetro de la superficie es  $(6\sqrt{2} + 6)u$ .

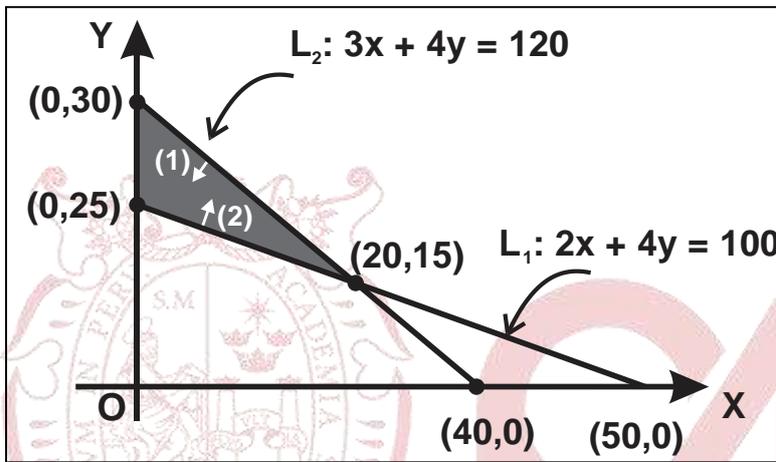
Rpta.: E

7. Si el valor máximo de la función  $f(x,y) = ax + by$  es  $55b$ , donde los puntos  $(x,y)$

están sujeta a las restricciones  $\begin{cases} 2x + 4y \geq 100 \\ 3x + 4y \leq 120 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ , halle una relación entre  $a$  y  $b$ .

- A)  $a = b$       B)  $a = 2b$       C)  $2a = b$       D)  $a - 2b = 1$       E)  $2b + a = 1$

**Solución:**



Función objetivo:  
Max  $f(x,y) = ax + by$

Restricciones  $\begin{cases} x + 2y \geq 50 \\ 3x + 4y \leq 120 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

Vértices del polígono convexo:

$(0,25)$  ;  $(0,30)$  ;  $(20,15)$

Vértices	$f(x,y) = f(x,y) = ax + by$
$(0,25)$	$25b$
$(0,30)$	$30b$
$(20,15)$	$20a + 15b$

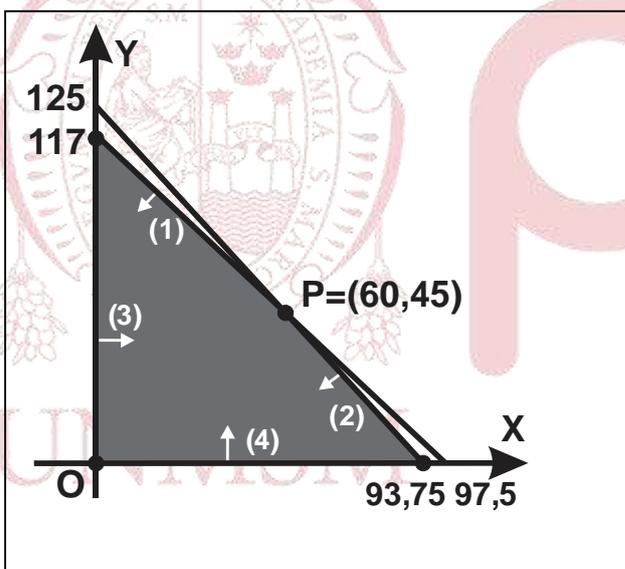
$\rightarrow 20a + 15b = 55b \rightarrow 20a = 40b$

$\therefore a = 2b$ .

**Rpta.: B**

8. Un empresario dedicado a la exportación de espárragos y fresas, observa que para la cosecha de una caja de espárragos cuyo peso es de 4kg, se necesita 240 min para el embalaje y 6 horas de cosecha, pero para la cosecha de una caja de fresas cuyo peso es de 10 kg necesita 180 min para embalaje y 5 horas de cosecha. Sabiendo que para la exportación se dispone al mes de 625 horas para el embalaje y 1170 horas para la cosecha y el precio de una caja de espárragos es de S/.70 y de una caja de fresas es de S/.60. Determine cuantos kg de cada tipo se deben cosechar, para obtener un máximo ingreso si solo se dispone del 60% de las horas disponibles para el embalaje y 50% de las horas disponibles para la cosecha y se cosecha al menos una caja de cada tipo.

- A) 240 kg de espárragos y 450 kg de fresas.  
 B) 60 kg de espárragos y 45 kg de fresas.  
 C) 450 kg de espárragos y 240 kg de fresas.  
 D) 99 kg de espárragos y 450 kg de fresas.  
 E) 45 kg de espárragos y 129 kg de fresas.

**Solución:**

Sean

 $x$  : N° de cajas de espárragos $y$  : N° de cajas de fresas

Función objetivo:

$$\text{Max } f(x,y) = 70x + 60y$$

Restricciones:

$$\begin{cases} 4x + 3y \leq 60\% \cdot 625 \\ 6x + 5y \leq 50\% \cdot 1170 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

Vértices del polígono convexo:

(0,0) ; (0,117) ; (60,45) ; (93,75,0)

Vértices	$f(x,y) = 70x + 60y$
(0;0)	0
(0;117)	7140
(60;45)	7500
(93,75;0)	7500

$\therefore$  Para obtener un ingreso máximo debe cosechar 60x4 kg de espárragos y 45x10 kg de fresas.

**Rpta.: A**

# Trigonometría

## EJERCICIOS

1. Halle el dominio de la función real  $f$  definida por  $f(x) = \frac{\operatorname{sen} 5x}{(\operatorname{sen} 3x + \operatorname{cos} 3x)^2}$ .

A)  $\mathbb{R} - \{(4n-1)\frac{\pi}{12} / n \in \mathbb{Z}\}$

B)  $\mathbb{R} - \{\frac{n\pi}{4} / n \in \mathbb{Z}\}$

C)  $\mathbb{R} - \{(4n-1)\frac{\pi}{6} / n \in \mathbb{Z}\}$

D)  $\mathbb{R} - \{(2n-1)\frac{\pi}{3} / n \in \mathbb{Z}\}$

E)  $\mathbb{R} - \{(3n-1)\frac{\pi}{8} / n \in \mathbb{Z}\}$

**Solución:**

$$f(x) = \frac{\operatorname{sen} 5x}{(\operatorname{sen} 3x + \operatorname{cos} 3x)^2} = \frac{\operatorname{sen} 5x}{1 + \operatorname{sen} 6x}$$

$$x \in \operatorname{Dom}(f) \Leftrightarrow \operatorname{sen} 6x \neq -1 \Leftrightarrow 6x \neq (4n-1)\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow x \neq (4n-1)\frac{\pi}{12}, n \in \mathbb{Z}.$$

Rpta.: A

2. Si  $\langle c, d \rangle$  es el rango de la función real  $f$  definida por  $f(x) = \frac{\sec^2 \frac{\pi}{3} \cdot \operatorname{cos} 8x}{\operatorname{cos} 4x - \operatorname{sen} 4x}$ , halle el valor de  $\sqrt{2}(d-c)$ .

A) 18

B) 15

C) 16

D) 14

E) 19

**Solución:**

$$f(x) = \frac{\sec^2 \frac{\pi}{3} \cdot \operatorname{cos} 8x}{\operatorname{cos} 4x - \operatorname{sen} 4x} = 4(\operatorname{cos} 4x + \operatorname{sen} 4x) \text{ si } \operatorname{tg} 4x \neq 1.$$

$$\operatorname{tg} 4x \neq 1 \Rightarrow 4x \neq n\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow 4x + \frac{\pi}{4} \neq n\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \operatorname{sen}(4x + \frac{\pi}{4}) \neq \operatorname{sen}(n\pi + \frac{\pi}{2})$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen}(4x + \frac{\pi}{4}) \neq \operatorname{cos}(n\pi) = \pm 1 \quad \dots (1)$$

$$f(x) = 4\sqrt{2}(\frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{cos} 4x + \frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{sen} 4x) = 4\sqrt{2}\operatorname{sen}(4x + \frac{\pi}{4}) \quad \dots (2)$$

$$-1 < \operatorname{sen}(4x + \frac{\pi}{4}) < 1 \Rightarrow -4\sqrt{2} < 4\sqrt{2}\operatorname{sen}(4x + \frac{\pi}{4}) < 4\sqrt{2} \text{ de (1) y (2)}$$

$$\Rightarrow \operatorname{Ran}(f) = \langle -4\sqrt{2}, 4\sqrt{2} \rangle = \langle c, d \rangle$$

$$\therefore \sqrt{2}(d-c) = 16.$$

Rpta.: C

3. Una empresa que se dedica a la venta de cierta clase de teléfonos móviles, llega a la conclusión, después de un estudio de mercado, que la función de demanda para ese producto es  $f(p) = \frac{\text{sen}(2\text{cosp})}{\text{sen}(\text{cosp})}$  en miles de unidades y  $p$  es el precio en dólares del producto. ¿Cuál es la mínima cantidad demandada?

- A) 7 000 unidades  
 B) 1 000 unidades  
 C) 2 000 unidades  
 D)  $(2\cos 1)$  miles de unidades  
 E)  $(2\cos 2)$  miles de unidades

**Solución:**

$$1) f(p) = \frac{\text{sen}(2\text{cosp})}{\text{sen}(\text{cosp})} \Rightarrow f(p) = \frac{2\text{sen}(\text{cosp})\cos(\text{cosp})}{\text{sen}(\text{cosp})}$$

$$\Rightarrow f(p) = 2\cos(\text{cosp}), \quad p \neq (2n+1)\frac{\pi}{2}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$2) -1 \leq \text{cosp} \leq 1, \quad \text{cosp} \neq 0$$

Teniendo en cuenta la gráfica de coseno, tenemos que:

$$\begin{aligned} \cos 1 \leq \cos(\text{cosp}) < 1 &\Rightarrow 2\cos 1 \leq 2\cos(\text{cosp}) < 2 \\ \Rightarrow 2\cos 1 \leq f(p) < 2 \end{aligned}$$

$\therefore$  mínima cantidad demandada =  $(2\cos 1)$  miles de unidades.

**Rpta.: D**

4. La función real  $h$  definida por  $h(t) = 7 - 3\cos\left(\frac{\pi t}{48}\right)$ , donde  $t$  denota el tiempo en segundos, representa la altura de una montaña rusa en metros, ubicada en un parque de diversiones. Halle la altura máxima de la montaña rusa y cuál es su periodo, en ese orden.
- A)  $14m$  ;  $96$     B)  $14m$  ;  $48$     C)  $10m$  ;  $96$     D)  $20m$  ;  $96$     E)  $40m$  ;  $48$

**Solución:**

$$h(t) = 7 - 3\cos\left(\frac{\pi t}{48}\right)$$

$$\text{sabemos } -1 \leq \cos\left(\frac{\pi t}{48}\right) \leq 1 \Rightarrow -3 \leq -3\cos\left(\frac{\pi t}{48}\right) \leq 3 \Rightarrow 4 \leq 7 - 3\cos\left(\frac{\pi t}{48}\right) \leq 10$$

$$4 \leq h(t) \leq 10$$

$$h(t)_{\max} = 10 \wedge T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{48}} = 96.$$

Rpta.: C

5. La temperatura  $T$  expresada en grados centígrados en una ciudad esta descrita por la función  $T(t) = 4\cos(bt) + 3\text{sen}(bt) + 20$ . Calcule la suma de la temperatura máxima y mínima.
- A)  $10^\circ\text{C}$     B)  $20^\circ\text{C}$     C)  $30^\circ\text{C}$     D)  $40^\circ\text{C}$     E)  $50^\circ\text{C}$

**Solución:**

$$T(t) = 4\cos(bt) + 3\text{sen}(bt) + 20$$

$$\Rightarrow -\sqrt{(4)^2 + (3)^2} \leq 4\cos(bt) + 3\text{sen}(bt) \leq \sqrt{(4)^2 + (3)^2}$$

$$\Rightarrow -5 \leq 4\cos(bt) + 3\text{sen}(bt) \leq 5$$

$$\Rightarrow 15 \leq 4\cos(bt) + 3\text{sen}(bt) + 20 \leq 25$$

$$\Rightarrow 15 \leq T(t) \leq 25$$

$$\Rightarrow T_{\min} = 15^\circ\text{C} \wedge T_{\max} = 25^\circ\text{C}$$

Luego la suma de ambas temperaturas es  $40^\circ\text{C}$ .

Rpta.: D

6. El voltaje  $E$  de un circuito eléctrico se modela por la función definida por  $E(t) = 7\text{sen}(120\pi t)$ , donde  $t$  es el tiempo medido en segundos. Si  $\frac{1}{240} \leq t \leq \frac{5}{720}$ , halle la diferencia entre el máximo y mínimo voltaje.

- A)  $\frac{3}{2}V$       B)  $\frac{7}{4}V$       C)  $\frac{7}{8}V$       D)  $4V$       E)  $\frac{7}{2}V$

**Solución:**

Consideremos

$$\frac{1}{240} \leq t \leq \frac{5}{720} \Rightarrow \frac{\pi}{2} \leq 120\pi t \leq \frac{5\pi}{6}$$

$$\text{sen} \frac{5\pi}{6} \leq \text{sen}[120(\pi t)] \leq \text{sen} \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \leq \text{sen}[120(\pi t)] \leq 1$$

$$\Rightarrow \frac{7}{2} \leq 7\text{sen}[(120\pi t)] \leq 7$$

De donde se obtiene

$$\therefore E_{\max} - E_{\min} = 7 - \frac{7}{2} = \frac{7}{2} \text{ voltios}$$

Rpta.: E

7. La demanda de agua de una comunidad en la temporada de verano está determinada por la función real  $f$  definida por  $f(t) = 2000 \text{sen} \frac{\pi t}{100} + 4000$  en metros cúbicos por día, donde  $t$  denota el tiempo en días. Halle el día en que se produce la demanda máxima de agua por primera vez en el año.

- A) Día 51      B) Día 50      C) Día 40      D) Día 60      E) Día 55

**Solución:**

$$f(x) = 2000 \text{sen} \frac{\pi t}{100} + 4000$$

Para la máxima demanda se debe tener  $\text{sen} \frac{\pi t}{100} = 1$

$$\Rightarrow \frac{\pi t}{100} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 50$$

$\therefore$  La máxima demanda se produce el día 50.

Rpta.: B

8. Las alturas de olas causadas por un tsunami están modeladas por la función real  $f$  definida por  $f(t) = 25 \cos \frac{\pi t}{15}$  en pies y  $t$  en minutos. Calcule el número de veces en la que las olas alcanzan una altura de 12,5 pies, en un intervalo de 45 minutos.
- A) 3 veces      B) 4 veces      C) 2 veces      D) 5 veces      E) 1 vez

**Solución:**

$$f(t) = 25 \cos \frac{\pi t}{15} \Rightarrow 25 \cos \frac{\pi t}{15} = 12,5 \Rightarrow \cos \frac{\pi t}{15} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\pi t}{15} = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}$$

$$\Rightarrow t = 5, 25, 35.$$

**Rpta.: A**

9. Sea la función real  $f$  definida por  $f(x) = -8 \sin\left(\frac{\pi x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$ . Halle la suma de la amplitud, periodo y desplazamiento de fase de  $f$ .
- A) 10,5      B) 11,5      C) 12,5      D) 13,5      E) 9,5

**Solución:**

$$f(x) = -8 \sin\left(\frac{\pi x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$$

Amplitud:  $A = 8$

Periodo:  $T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$

Desplazamiento de fase:  $0 \leq \frac{\pi x}{2} - \frac{\pi}{4} \leq 2\pi \Rightarrow \frac{\pi}{4} \leq \frac{\pi x}{2} \leq \frac{9\pi}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{9}{2}$

$$\Rightarrow D = \frac{1}{2}$$

$$\therefore A + T + D = 8 + 4 + \frac{1}{2} = 12,5$$

**Rpta.: C**

10. La superficie de la capa de nieve en el hemisferio norte está modelada por  $S(t) = 25 + 21\cos\left[\frac{\pi}{26}(t-5)\right]$  en millones de kilómetros cuadrados, donde  $t$  denota el tiempo en semanas a partir del primero de enero. Halle el mes en que la capa de nieve sea mínima.

A) Julio      B) Octubre      C) Junio      D) Agosto      E) Setiembre

**Solución:**

$$S(t) = 25 + 21\cos\left[\frac{\pi}{26}(t-5)\right]$$

La capa de nieve mínima ocurre cuando  $\cos\left[\frac{\pi}{26}(t-5)\right] = -1$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{26}(t-5) = \pi \Rightarrow t = 31 \text{ semanas, que corresponde al mes de agosto.}$$

Rpta.: D

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Halle el dominio de la función real  $f$  definida por  $f(x) = \frac{\operatorname{tg}2x}{\cos 4x} - \operatorname{ctg}2x$ .

A)  $\mathbb{R} - \left\{\frac{n\pi}{12} / n \in \mathbb{Z}\right\}$

B)  $\mathbb{R} - \left\{\frac{n\pi}{5} / n \in \mathbb{Z}\right\}$

C)  $\mathbb{R} - \left\{\frac{n\pi}{4} / n \in \mathbb{Z}\right\}$

D)  $\mathbb{R} - \left\{\frac{n\pi}{6} / n \in \mathbb{Z}\right\}$

E)  $\mathbb{R} - \left\{\frac{n\pi}{8} / n \in \mathbb{Z}\right\}$

**Solución:**

$$f(x) = \frac{\operatorname{tg}2x}{\cos 4x} - \operatorname{ctg}2x$$

$$x \in \operatorname{Dom}(f) \Leftrightarrow \cos 4x \neq 0 \wedge \operatorname{sen} 2x \neq 0 \wedge \cos 2x \neq 0$$

$$\Rightarrow \cos 4x \neq 0 \wedge \operatorname{sen} 4x \neq 0 \Rightarrow \operatorname{sen} 8x \neq 0 \Rightarrow 8x \neq n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x \neq \frac{n\pi}{8}, n \in \mathbb{Z}$$

Rpta.: E

2. Halle el rango de la función real  $f$  definida por

$$f(x) = 4 \operatorname{sen} 2x \cdot \cos 2x - \cos 8x, \quad -\frac{\pi}{24} \leq x < \frac{\pi}{24}.$$

A)  $[-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}]$

B)  $[-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}]$

C)  $\langle -\frac{3}{2}, \frac{1}{2} \rangle$

D)  $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

E)  $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

**Solución:**

$$f(x) = 4 \operatorname{sen} 2x \cdot \cos 2x - \cos 8x, \quad -\frac{\pi}{24} \leq x < \frac{\pi}{24}$$

$$\Rightarrow f(x) = 4 \operatorname{sen} 2x \cdot \cos 2x - \cos 8x \Rightarrow f(x) = 2 \operatorname{sen} 4x - 1 + 2 \operatorname{sen}^2 4x$$

$$\Rightarrow f(x) = 2 \left( \operatorname{sen} 4x + \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{3}{2}$$

$$\text{Luego, } -\frac{\pi}{6} \leq 4x < \frac{\pi}{6} \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq \operatorname{sen} 4x < \frac{1}{2} \Rightarrow 0 \leq \left( \operatorname{sen} 4x + \frac{1}{2} \right)^2 < 1$$

$$\Rightarrow -\frac{3}{2} \leq 2 \left( \operatorname{sen} 4x + \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{3}{2} < \frac{1}{2}$$

$$\therefore \operatorname{Ran}(f) = \left[ -\frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right).$$

Rpta.: A

3. Las oscilaciones de una pesa está determinada por la función real  $f$  definida por

$$f(t) = 10 \cos \frac{\pi t}{6} \text{ en centímetros, } t \text{ en segundos. Para una distancia de 5 centímetros,}$$

halle el número de oscilaciones en un intervalo de 30 segundos.

A) 2 oscilaciones

B) 4 oscilaciones

C) 3 oscilaciones

D) 5 oscilaciones

E) 6 oscilaciones

**Solución:**

$$f(t) = 10 \cos \frac{\pi t}{6} \Rightarrow 10 \cos \frac{\pi t}{6} = 5 \Rightarrow \cos \frac{\pi t}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\pi t}{6} = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}, \frac{13\pi}{3}$$

$$\Rightarrow t = 2, 10, 14, 22, 26$$

Luego, en 30 segundos se producen 5 oscilaciones.

Rpta.: D

4. Halle el periodo de la función real  $f$  definida por  $f(x) = \frac{2\operatorname{sen}4x}{\operatorname{sec}2x}$ .

- A)  $2\pi$       B)  $3\pi$       C)  $\frac{3\pi}{2}$       D)  $\frac{5\pi}{3}$       E)  $\pi$

**Solución:**

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{2\operatorname{sen}4x}{\operatorname{sec}2x} = 4\operatorname{sen}2x \cdot \cos^2 2x = 2\operatorname{sen}2x (1 + \cos 4x) \\ &= 2\operatorname{sen}2x + 2\cos 4x \cdot \operatorname{sen}2x = 2\operatorname{sen}2x + \operatorname{sen}6x - \operatorname{sen}2x \\ &= \operatorname{sen}2x + \operatorname{sen}6x \end{aligned}$$

Luego,  $T_1 = n\pi$ ,  $T_2 = \frac{m\pi}{3}$ ,  $n, m \in \mathbb{Z}$ .

$\therefore T = \pi$ .

Rpta.: E

5. Sea la función real  $f$  definida por  $f(x) = 9\cos\left(\frac{3\pi x}{4} - \frac{\pi}{3}\right)$ . Halle la suma de la amplitud, periodo y desplazamiento de fase de  $f$ .

- A)  $\frac{107}{9}$       B)  $\frac{101}{9}$       C)  $\frac{109}{9}$       D)  $\frac{103}{9}$       E)  $\frac{113}{9}$

**Solución:**

$$f(x) = 9\cos\left(\frac{3\pi x}{4} - \frac{\pi}{3}\right)$$

Amplitud:  $A = 9$

Periodo:  $T = \frac{2\pi}{\frac{3\pi}{4}} = \frac{8}{3}$

Desplazamiento de fase:  $0 \leq \frac{3\pi x}{4} - \frac{\pi}{3} \leq 2\pi \Rightarrow \frac{\pi}{3} \leq \frac{3\pi x}{4} \leq \frac{7\pi}{3} \Rightarrow \frac{4}{9} \leq x \leq \frac{28}{9}$   
 $\Rightarrow D = \frac{4}{9}$

$\therefore A + T + D = 9 + \frac{8}{3} + \frac{4}{9} = \frac{109}{9}$ .

Rpta.: C

# Lenguaje

## EJERCICIOS

1. La oración compuesta puede ser clasificada según la relación sintáctico-semántica que se establece entre las proposiciones que la estructuran. De acuerdo con ello, pueden ser de dos clases: por coordinación y por subordinación. Marque la alternativa que constituye oración compuesta por subordinación.

- A) Esa empresa construyó el edificio y equipó el hospital.
- B) La contratarán en la empresa, pero no tendrá beneficios.
- C) La Sunat lo denunció: Felipe cometió un delito tributario.
- D) Mañana revelarán quiénes recibieron los pagos ilícitos.
- E) Mediante una carta poder, autorizó el descuento del mes.

**Solución:**

La referida oración es reconocida como compuesta por subordinación, por cuanto está conformada por dos proposiciones donde la subordinada es «quiénes recibieron los pagos ilícitos».

**Rpta.: D**

2. La oración compuesta por subordinación se caracteriza por estar conformada por proposiciones con diferente nivel jerárquico. Determine el número de proposiciones subordinadas de la oración «ellos confesaron que viajaban a los países donde operaba la constructora brasileña para realizar contratos ficticios».

- A) Uno
- B) Dos
- C) Tres
- D) Cuatro
- E) Cinco

**Solución:**

Esta oración está conformada por tres proposiciones subordinadas: 1) que viajaban a los países, 2) donde operaba la constructora brasileña y 3) para realizar contratos ficticios.

**Rpta.: C**

3. La oración compuesta por subordinación sustantiva contiene una proposición en función propia de un nombre o sustantivo. Señale la alternativa en la que la proposición subordinada cumple el papel sintáctico de sujeto de oración.

- A) Cuando ella entonaba aquella melodía, encandilaba.
- B) Al culminar la ceremonia, entregaron los diplomas.
- C) Elegir a los integrantes de la junta es una prioridad.
- D) Los avances que se han hecho son muy importantes.
- E) Se reunirán el lunes para realizar una labor benéfica.

**Solución:**

En esta oración, la proposición subordinada «elegir a los integrantes de la junta» funciona como sujeto de oración.

**Rpta.: C**

4. Correlacione la columna de oraciones con la clase de proposición subordinada y marque la alternativa adecuada.

- |                                                       |               |
|-------------------------------------------------------|---------------|
| I. Queremos que los representantes sean idóneos.      | a. Adjetiva   |
| II. Trajeron los audios que evidencian la corrupción. | b. Sustantiva |
| III. Viajarán para evaluar las competencias de ellos. | c. Adverbial  |

- |                  |                  |                  |
|------------------|------------------|------------------|
| A) Ia, IIb, IIIc | B) Ib, IIc, IIIa | C) Ib, IIa, IIIc |
| D) Ic, IIb, IIIa | E) Ic, IIa, IIIb |                  |

**Rpta.: C**

5. En la oración compuesta por subordinación sustantiva objeto directo, la proposición subordinada cumple tal función. Marque la alternativa que corresponde a este tipo de oración.

- A) Ellos tendrán que presentar sus declaraciones juradas.  
 B) El presidente de la comisión convocará a una reunión.  
 C) A veces María sospechaba que ellos eran los culpables.  
 D) Han prometido la reforma y están avanzando en ello.  
 E) Antes de las elecciones, el secretario mostró las cédulas.

**Solución:**

En esta oración, la proposición subordinada «que ellos eran los culpables» funciona como objeto directo del verbo principal.

**Rpta.: C**

6. La proposición subordinada sustantiva suele cumplir diversas funciones en una oración. En la oración «era lógico pensar en la reelección», ella evidencia la función sintáctica de

- |                           |                             |
|---------------------------|-----------------------------|
| A) objeto directo.        | B) sujeto.                  |
| C) complemento de nombre. | D) complemento de adjetivo. |
| E) complemento verbal.    |                             |

**Solución:**

La proposición subordinada «pensar en la reelección» funciona como sujeto de oración.

**Rpta.: B**

7. La clasificación de la oración compuesta por subordinación tiene que ver con la función que la proposición subordinada desempeña en la oración. Correlacione la columna de oraciones con la de su clasificación correspondiente y marque la alternativa adecuada.

- |                                              |                     |
|----------------------------------------------|---------------------|
| I. Ella solo quería ayudar a los demás.      | a. Atributo         |
| II. El hecho de competir era suficiente.     | b. Objeto directo   |
| III. Mi consejo es que leas con regularidad. | c. Compl. de nombre |

- |                  |                  |                  |
|------------------|------------------|------------------|
| A) Ib, IIa, IIIc | B) Ic, IIb, IIIa | C) Ic, IIa, IIIb |
| D) Ib, IIc, IIIa | E) Ia, IIb, IIIc |                  |

**Rpta.: D**

8. De acuerdo con la función sintáctica que desempeña la proposición subordinada, en la oración «el sentimiento popular era reivindicar al fiscal», la proposición subordinada sustantiva funciona como
- A) objeto directo. B) complemento de nombre.  
C) complemento de adjetivo. D) complemento atributo.  
E) complemento de verbo.

**Solución:**

En esta oración, la proposición subordinada «reivindicar al fiscal» funciona como complemento atributo de la oración.

**Rpta.: D**

9. En el enunciado «cuando sea técnico de fútbol, dirigirá la selección peruana», la proposición subordinada funciona como adverbial
- A) consecutiva. B) temporal. C) comparativa.  
D) causal. E) de finalidad.

**Solución:**

La proposición subordinada «cuando sea técnico de fútbol», en tanto denota el momento del evento verbal, funciona como adverbial temporal del verbo «dirigirá».

**Rpta.: B**

10. Las oraciones compuestas por subordinación contienen proposiciones subordinadas con variadas funciones. Así, en la oración «el temor de volar en avión era producto de un trauma», la proposición subordinada sustantiva cumple la función específica de
- A) sujeto. B) objeto directo.  
C) complemento de nombre. D) atributo.  
E) complemento verbal.

**Solución:**

En esta oración, la proposición subordinada «de volar en avión» funciona como complemento del nombre «temor».

**Rpta.: C**

11. Complete los espacios en blanco con las formas adecuadas de *porque*, *por que*, *porqué* y *por qué*.
- A) ¿\_\_\_\_\_ no fuiste a la fiesta?  
B) No vendrá \_\_\_\_\_ está con fiebre.  
C) Dime el \_\_\_\_\_ de tu actitud.  
D) De todos modos, oraré \_\_\_\_\_ te vaya bien.  
E) No tienes \_\_\_\_\_ preocuparte.

**Rpta.: A) Por qué, B) porque, C) porqué, D) por que E) por qué.**

12. En los siguientes enunciados, elija el verbo de mayor adecuación prescriptiva.

- A) Hizo tres preguntas para el examen parcial.
- B) Pedro puso un afiche en la vitrina nueva.
- C) Regaló su colección de libros a ese colegio.
- D) Le pusieron una ampolla de penicilina.
- E) Redactó tres ensayos sobre la inseguridad.

**Solución:**

En esta alternativa, se evidencia la precisión léxica. En las demás, se debe emplear los siguientes verbos: A) Elaboró, B) colocó, C) donó, D) inyectaron.

Rpta.: E

## Literatura

### EJERCICIOS

1.



El tráfico  
escribe  
una carta de novia

T  
I  
M  
E  
  
I  
S  
  
M  
O  
N  
E  
Y

WALL STREET  
La brisa dobla los tallos  
de las artistas de la Paramount

Diez corredores  
desnudos en la Underwood

28 PISO

¿Qué característica del vanguardismo podemos distinguir en el fragmento citado del poema «New York», incluido en *5 metros de poemas*, de Carlos Oquendo de Amat?

- A) La renovación del lenguaje mediante arcaísmos
- B) La actitud de rechazo y crítica al arte decimonónico
- C) El empleo de la versificación y rima tradicionales
- D) El respeto de los modelos posmodernistas previos
- E) La conciencia de vivir en una sociedad tecnológica

**Solución:**

En el fragmento citado, se insinúa la preeminencia de un rascacielos, bajo el enunciado «TIME IS MONEY», alrededor del cual se alzan anuncios publicitarios que remiten a las calles de Nueva York, así como la referencia a los teléfonos, al tráfico, al cine (Paramount). Ello expone la conciencia de vivir en una sociedad moderna y tecnológica, característica distintiva del vanguardismo.

**Rpta.: E**

2. La experimentación constituye la base de la estética vanguardista. En ese sentido, una característica resaltante que podemos apreciar en el fragmento citado en la pregunta anterior es que, en cuanto a su forma, se resalta la

- A) léxico castizo: uso de cultismos.
- B) descripción objetiva del mundo.
- C) dimensión espacial del poema.
- D) referencia al mundo de los sueños.
- E) utilización de una métrica regular.

**Solución:**

En los versos citados, se aprecia la distribución de los versos en el espacio de la página en blanco y, de esa manera, representar la parte superior de un rascacielos.

**Rpta.: C**

3. La poesía de César Vallejo suele ser descrita en tres etapas. La primera está representada por *Los heraldos negros*, un poemario influenciado por el modernismo. Sin embargo, en la segunda etapa el poeta muestra una actitud radicalmente \_\_\_\_\_, debido al lenguaje \_\_\_\_\_.

- A) vanguardista – político que plasma
- B) distinta – experimental que desarrolla
- C) innovadora – solidario con el dolor humano
- D) esteticista – de clara tendencia exotista
- E) política – vinculado a la temática social

**Solución:**

La segunda y la tercera etapa de la poesía vallejana se caracterizan, fundamentalmente, por su lenguaje experimental. Este rasgo lo diferencia, en gran medida, de la poesía modernista.

**Rpta.: B**

4.

*Grupo dicotiledón. Oberturan  
desde él petreles, propensiones de trinidad,  
finales que comienzan, ohs de ayes  
creyérase avaloriados de heterogeneidad.*

Con respecto a los versos citados del poema «V», de *Trilce*, se puede afirmar que, debido a su carácter lúdico e innovador, César Vallejo emplea \_\_\_\_\_ como, por ejemplo, \_\_\_\_\_.

- A) arcaísmos – “creyérase”
- B) coloquialismos – “preteles”
- C) interjecciones – “ohs de ayes”
- D) neologismos – “oberturan”
- E) modismos – “heterogeneidad”

**Solución:**

Uno de los rasgos distintivos del poemario *Trilce*, presente en el fragmento citado del poema «V», es su lenguaje innovador y experimental. Esto se aprecia a través del empleo de términos nuevos o neologismos, muy frecuentes en el poemario.

Rpta.: D

5.

*Oh las cuatro paredes de la celda.  
Ah las cuatro paredes albicantes  
que sin remedio dan al mismo número.*

*Criadero de nervios, mala brecha,  
por sus cuatro rincones cómo arranca  
las diarias aherrojadas extremidades.*

En los versos citados del poema «XVIII», de *Trilce*, de César Vallejo, se puede sostener que el tema desarrollado es

- A) el absurdo, producto de la alienación moderna.
- B) la depresión, causada por la ausencia materna.
- C) el cuerpo como espacio de dolor existencial.
- D) el recuerdo nostálgico del hogar provinciano.
- E) la reclusión asociada a un estado de angustia.

**Solución:**

En los versos citados, se desarrolla el tema de la experiencia carcelaria, donde el «yo» poético expresa su estado de angustia y tensión motivado por el encierro.

Rpta.: E

6. Con respecto a la verdad (V) o falsedad (F) de los siguientes enunciados sobre *Trilce*, de César Vallejo, marque la alternativa que contiene la secuencia correcta.
- I. Es el poemario más representativo de la poesía posmodernista.
  - II. Se aprecia el quiebre de la sintaxis convencional en sus versos.
  - III. En este poemario, se desarrolla el tema del hogar provinciano.
  - IV. Es notorio el empleo de un lenguaje de estilo rubendariano.
- A) FVVF      B) FFVV      C) VVFF      D) VFFV      E) FVVV

**Solución:**

- I. *Trilce* es el mayor libro de poesía del vanguardismo a nivel mundial. (F)
- II. La quiebra de la sintaxis convencional es una de las características del libro. (V)
- III. El tema del hogar provinciano, en *Trilce*, se asocia con *Los heraldos negros*. (V)
- IV. *Trilce* supera y deja de lado el estilo sonoro y exotista del modernismo. (F)

**Rpta.: A**

7.

**¡Éste es, trabajadores, aquel**  
*que en la labor sudaba para afuera,*  
*que suda hoy para adentro su secreción de sangre rehusada!*  
*Fundidor del cañón, que sabe cuántas zarpas son acero,*  
*tejedor que conoce los hilos positivos de sus venas [...]*

Los versos anteriores pertenecen al poema «Parado en una piedra», del libro *Poemas humanos*, de César Vallejo. ¿Qué característica estilística del libro puede apreciarse en el verso resaltado en negrita?

- A) Empleo mesurado de oposiciones
- B) Quiebre de la sintaxis convencional
- C) Lenguaje de la conversación cotidiana
- D) Abundancia de metáforas insólitas
- E) Inserción constante de neologismos

**Solución:**

En el verso resaltado encontramos el uso de la coma vocativa, es decir, el hablante lírico interpela a los trabajadores, presentándoles a otro. Esto es propio del lenguaje conversacional, característica del estilo de *Poemas humanos*.

**Rpta.: C**

8. En relación con los versos citados en la pregunta anterior, ¿qué otra característica del estilo de *Poemas humanos* se puede distinguir?
- A) La ortografía caprichosa
  - B) El empleo de oposiciones
  - C) El exotismo modernista
  - D) Las alusiones míticas andinas
  - E) La sonoridad y complejidad formal

**Solución:**

En los citados versos de César Vallejo, puede observarse el uso de oposiciones («que en la labor sudaba para afuera, /que suda hoy para adentro su secreción de sangre rehusada!»). Las oposiciones son características del estilo del libro *Poemas humanos*.

**Rpta.: B**

9.

*Un pedazo de pan, ¿tampoco habrá para mí?  
Ya no más he de ser lo que siempre he de ser,  
pero dadme  
una piedra en que sentarme,  
pero dadme,  
por favor, un pedazo de pan en que sentarme,  
pero dadme  
en español  
algo, en fin, de beber, de comer, de vivir, de reposarse,  
y después me iré...*

De acuerdo con el fragmento citado del poema «La rueda del hambriento», del libro *Poemas humanos*, de César Vallejo, ¿qué tema se puede colegir?

- A) La imposibilidad de desarrollo en la sociedad
- B) El trabajo colectivo como eje del progreso
- C) La crítica severa al sistema político socialista
- D) El sufrimiento motivado por el hambre del pobre
- E) El sincretismo basado en la tradición andina

**Solución:**

En los versos citados del poema «La rueda del hambriento», del libro *Poemas humanos*, de César Vallejo, el tema que se desprende es el sufrimiento y el hambre que padece el pobre.

**Rpta.: D**

10. Con relación a la verdad (V) o falsedad (F) de los siguientes enunciados respecto al libro *Poemas humanos*, de César Vallejo, marque la alternativa que contiene la secuencia correcta.

- I. Expresa solidaridad con los que padecen pobreza y dolor.
- II. Muestra a lo solidario como eje esencial de la nacionalidad.
- III. Incorpora elementos corporales, ya que el cuerpo del pobre sufre.
- IV. Manifiesta la posibilidad de desarrollo para el ser humano.

- A) VVVF      B) VFVV      C) FFVV      D) FVVF      E) VFVF

**Solución:**

I. Se exalta la figura del pobre, por lo que se solidariza con su dolor. (V) II. Se busca el sincretismo que tiene a lo andino como raíz esencial de la nacionalidad. (F) III. Vallejo acumula e incorpora imágenes corporales como tobillos, diafragmas y fémures. (V) IV. Manifiesta la confianza y posibilidad de un futuro mejor, que conlleve al desarrollo del hombre. (V)

**Rpta.: B**

# Psicología

## EJERCICIOS

1. Una obstetrix le explica a una madre gestante que los movimientos de su hijo se irán presentando desde la parte más cercana al eje central del cuerpo hasta la más alejada del mismo. Señale lo correcto en relación al caso.
- I. En dicho caso se hace referencia a la ley céfalo – caudal.
  - II. La obstetrix explica un principio que depende de la maduración.
  - III. El caso hace referencia a un cambio en la dimensión física del desarrollo.
- A) Sólo I.
  - B) Sólo II.
  - C) Sólo III.
  - D) I y II.
  - E) II y III.

**Solución:**

El desarrollo psicomotor forma parte de la dimensión física del desarrollo. Una de las leyes que rige este desarrollo es la ley próximo – distal, la cual explica como maduracionalmente se van produciendo movimientos que van de la parte más cercana al eje central del cuerpo hacia la más alejada del mismo.

**Rpta.: E**

2. Luego de 3 meses que no visitaba a su sobrina, María la vuelve a ver, sorprendiéndose de la cantidad de palabras que ahora maneja. Dicha característica en la sobrina de María hace referencia al concepto de \_\_\_\_\_
- A) organogénesis.
  - B) psicomotricidad fina.
  - C) cambio cualitativo.
  - D) psicomotricidad gruesa.
  - E) cambio cuantitativo.

**Solución:**

Los cambios cuantitativos hacen referencia a las variaciones en el aspecto corporal o en destrezas conductuales como la cantidad de vocabulario.

**Rpta.: E**

3. Fabiana es llevada por su madre, a visitar la casa de la abuela. Allí, Fabiana junto a sus primas observan unas chapas de gaseosa y las “convierten” en ovnis, divirtiéndose así por varios minutos. Según la teoría de J. Piaget, este caso permite ilustrar el concepto denominado
- A) juego simbólico.
  - B) permanencia del objeto.
  - C) pensamiento egocéntrico.
  - D) animismo infantil.
  - E) Imitación diferida.

**Solución:**

**El juego simbólico**, es el tipo de juego donde el sujeto utiliza objetos transformándolos mentalmente para simbolizar otros objetos que no están ahí.

**Rpta.: A**

4. Cierta día, Claudia mira desde la ventana de su casa el desfile escolar que realizan en su barrio. Dos días después cuando acompaña a su mamá al mercado, Claudia va por la calle marchando. De acuerdo a la teoría propuesta por Piaget, este caso permite ilustrar el concepto denominado
- A) pensamiento egocéntrico.
  - B) juego simbólico.
  - C) imitación diferida.
  - D) animismo infantil.
  - E) permanencia del objeto.

**Solución:**

**La imitación diferida**, se evidencia cuando el sujeto evoca una situación pasada y la reproduce tiempo después. Es una característica del desarrollo cognitivo que generalmente se manifiesta a partir de la **infancia**.

**Rpta.: C**

5. José y Víctor son hermanos. Mientras el pensamiento de José es muy fantasioso, el pensamiento de Víctor ya no lo es. Al momento de jugar a las canicas, José no respeta las reglas de juego, en cambio Víctor si lo hace. Relacionando dichas características a la teoría del ciclo vital, identifique en qué etapa evolutiva es más probable que se encuentre cada uno de los hermanos.
- A) Víctor está en la infancia y José en la adolescencia.
  - B) José está en la niñez temprana y Víctor en la niñez intermedia.
  - C) Ambos se encuentran en la niñez intermedia.
  - D) José está en la infancia y Víctor en la niñez temprana.
  - E) Víctor está en la infancia y José en la niñez temprana.

**Solución:**

El pensamiento fantasioso y el no respetar aún las reglas en el juego son características correspondientes a la etapa de la niñez temprana, en tanto que el controlar la fantasía y jugar asumiendo reglas es más característico en la niñez intermedia.

**Rpta.: B**

6. Durante el primer trimestre de embarazo, Alejandra fue infectada con el virus de la rubéola. Como consecuencia de ello, su hija Inés nació con defectos visuales. En relación a los factores que influyen en el desarrollo humano, el caso expuesto ejemplificaría el factor \_\_\_\_\_.
- A) hereditario.
  - B) congénito.
  - C) sociocultural.
  - D) biográfico.
  - E) maduracional.

**Solución:**

En el caso presentado ejemplifica la presencia del factor congénito porque la madre contrajo la enfermedad durante la gestación.

**Rpta.: B**

7. Según Jean Piaget, el desarrollo cognoscitivo se produce a través de diferentes estadios. Uno de los principales logros en dicha dimensión es cuando ya se puede representar mentalmente objetos y situaciones. A ello Piaget lo denomina \_\_\_\_\_. Dicha característica se presenta a partir de la etapa evolutiva denominada \_\_\_\_\_.
- A) función representacional; niñez temprana
  - B) permanencia del objeto; niñez temprana
  - C) egocentrismo, infancia.
  - D) función simbólica; infancia
  - E) reversibilidad; niñez intermedia

**Solución:**

De acuerdo a los planteamientos de J. Piaget, la función simbólica se produce cuando ya se puede representar mentalmente objetos y situaciones como en el caso de la imitación diferida y el juego simbólico. Ello es posible a partir de la infancia.

**Rpta.: D**

8. Relacione correctamente la etapa de desarrollo con la característica correspondiente
- |                       |                                                            |
|-----------------------|------------------------------------------------------------|
| I. Infancia           | a. Cerrar la palma de la mano al sentir un objeto en ella. |
| II. Niñez temprana    | b. Clasifica los objetos por su forma.                     |
| III. Niñez intermedia | c. Evitar que se enferme el oso peluche, dándole medicina. |
- A) Ia, IIc, IIIb.
  - B) Ia, IIb, IIIc.
  - C) Ic, IIa, IIIb.
  - D) Ib, IIc, IIIa.
  - E) Ic, IIb, IIIa.

**Solución:**

- a. Cerrar la palma de la mano al ser estimulada, es el reflejo de prensión correspondiente a la infancia.
- b. Clasificar los objetos en función a algún atributo es un indicador de pensamiento lógico correspondiente a la niñez intermedia.
- c. Atribuirle vida a los objetos es un caso de animismo correspondiente a la infancia.

**Rpta.: A**

9. En una charla a padres primerizos, el psicólogo refiere: “Uno de los momentos críticos en el desarrollo psicosocial es el periodo en el cual el bebé depende completamente de la madre y de las personas que lo cuidan para sobrevivir. Allí se forma el apego”. Dicho enunciado hace referencia a la crisis psicosocial denominada por Erickson como \_\_\_\_\_.
- A) autonomía vs vergüenza y duda.
  - B) iniciativa vs culpa.
  - C) confianza vs desconfianza.
  - D) identidad vs confusión de roles.
  - E) laboriosidad vs inferioridad.

**Solución:**

En el caso presentado se hace referencia a la primera crisis psicosocial que enfrenta el ser humano, denominada por Erickson como confianza vs desconfianza. Dicha crisis ocurre en la infancia.

**Rpta.: C**

10. Según Erickson, los conflictos o crisis generan sentimientos positivos o negativos. Así al asistir a la escuela, Jaime presenta dificultades para aprender sumar y restar, a diferencia de sus compañeros de aula. Es posible que él experimente un sentimiento de \_\_\_\_\_, debido a que está atravesando la crisis psicosocial correspondiente a la etapa evolutiva denominada \_\_\_\_\_.
- A) vergüenza; niñez intermedia.
  - B) desconfianza; infancia.
  - C) inferioridad; Niñez intermedia.
  - D) culpa; Niñez temprana.
  - E) inferioridad; Niñez temprana.

**Solución:**

En el caso presentado es posible que el niño experimente un sentimiento de inferioridad al frustrarse ante su dificultad de aprendizaje. El conflicto laboriosidad vs inferioridad corresponde a la etapa de desarrollo denominada niñez intermedia.

**Rpta.: C**

## ***Educación Cívica***

### **EJERCICIOS**

1. El Ministerio Público es un organismo autónomo que se encuentra integrado al proceso de administración de justicia. De las siguientes funciones, identifique la que no pertenece a dicha institución.
- A) Interviene directamente en la sentencia judicial.
  - B) Promueve la acción judicial en defensa de la legalidad.
  - C) Representa a la sociedad en los procesos judiciales.
  - D) Conduce desde el inicio la investigación del delito.
  - E) Ejerce la acción penal de oficio o a petición de parte.

**Solución:**

El Ministerio Público es un organismo autónomo que se encuentra integrado al proceso de administración de justicia y presenta las siguientes funciones:

- Vela por la independencia de los órganos jurisdiccionales.
- emite dictamen previo a las resoluciones judiciales en los casos que la ley lo contemple.
- Promueve la acción judicial en defensa de la legalidad.
- Representa a la sociedad en los procesos judiciales.
- Conduce desde el inicio la investigación del delito.
- Ejerce la acción penal de oficio o a petición de parte.

**Rpta.: A**

2. Un profesor de una universidad privada fue despedido y le niegan el pago por sus servicios laborales, esto sucedió porque no quiso trabajar unas horas extras de forma gratuita. Ante esta situación el docente decidió pedir apoyo a la Defensoría del Pueblo. ¿Fue correcta la medida tomada por el docente?

- A) No, ya que debió acudir ante el Tribunal Constitucional.
- B) Si, porque esta institución le brindará la asesoría legal.
- C) Si, debido a que promueve la acción judicial en defensa de lo legal.
- D) No, dado que fue un problema que debió resolver la Policía Nacional.
- E) Si, porque representa a la sociedad en los procesos judiciales.

**Solución:**

En el caso expuesto, la universidad estaría cometiendo irregularidades por lo que el profesor tiene todo el derecho de pedir apoyo legal a la Defensoría del Pueblo ya que esta institución tiene como una de sus funciones defender los derechos constitucionales y fundamentales de la persona y de la comunidad, para ello brinda asesoría legal al ciudadano cuando los derechos de este son vulnerados.

**Rpta.: B**

3. Respecto a la organización y funciones del Tribunal Constitucional, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. Se encuentra conformado por un directorio de siete miembros.
- II. Es el supremo intérprete de la Constitución Política del Perú.
- III. Sus miembros gozan de inmunidad y no pueden ser reelegidos.
- IV. La Acción Popular se conoce en última y definitiva instancia.

- A) VFVF    B) VVFF    C) VVVF    D) FVFV    E) FFVF

**Solución:**

Respecto a la organización y funciones del Tribunal Constitucional:

- Lo componen siete miembros elegidos por el Congreso de la República.
- Es el supremo intérprete de la Constitución Política del Perú.
- La Acción de Inconstitucionalidad es conocida en instancia única.
- Sus miembros gozan de inmunidad y no pueden ser reelegidos.
- La Acción Popular se pide solo en la Corte Suprema de Justicia.

**Rpta.: C**

4. Respecto a la Junta Nacional de Justicia, identifique las proposiciones verdaderas.

- I. El Contralor General de la República preside la Junta Nacional de Justicia.
- II. Los postulantes deben tener una reconocida trayectoria profesional.
- III. Nombran previo concurso a los jefes de la ONPE y Reniec.
- IV. Designa a todos los jueces de paz previo concurso público.

- A) I, III, IV      B) I, II, III      C) II, III, IV      D) II y III      E) III y IV

**Solución:**

La Junta Nacional de Justicia presenta las siguientes características:

- El Contralor General de la República preside la comisión especial.
- Los postulantes deben tener una reconocida trayectoria profesional.
- Nombran previo concurso a los jefes de la ONPE y Reniec.
- No Designan a todos los jueces de paz.

**Rpta.: D**

## *Historia*

### EJERCICIOS

1. Rusia era hacia 1917 un de los países más inestables de Europa. Con una gran masa de campesinos explotados y un cada vez más impopular gobierno zarista, en febrero de ese año se inició la llamada Revolución rusa. Señale la secuencia cronológica correcta.

- I. Los bolcheviques toman el poder político.
- II. Se forma la Unión de Repúblicas Socialistas Soviéticas.
- III. Apoyado por los alemanes Lenin vuelve a Rusia.
- IV. Se inicia la Guerra Civil entre rojos y blancos.

- A) III- I – IV - II      B) I- IV- II-III      C) III- IV- I- II  
D) II –I –IV -III      E) III-I –II -IV

**Solución:**

- III. Apoyado por los alemanes Lenin vuelve a Rusia.
- I. Los bolcheviques toman el poder político.
- IV. Se inicia la Guerra Civil entre rojos y blancos.
- I. Se forma la Unión de Repúblicas Socialistas Soviéticas.

**Rpta.: A**

2. La llegada de Mussolini y Hitler al poder en Italia y Alemania respectivamente significó el inicio ascenso del fascismo europeo. Ya en las décadas de 1930 y 1940 este tipo de regímenes políticos fueron los grandes responsables de las Segunda Guerra Mundial y crímenes contra la humanidad. Sobre el fascismo se puede afirmar que
- A) la URSS también fue un régimen fascista.
  - B) fueron favorables a la participación política.
  - C) fueron críticos al culto a los grandes caudillos.
  - D) eran opositores al socialismo y al comunismo.
  - E) criticaron toda forma de armamentismo.

**Solución:**

Los regímenes fascistas que surgieron en Europa en la década de 1920 tuvieron diversas características. Era regímenes autoritarios, que rendían culto a los caudillos (llámese duce o fuhrer), pero sobre todo eran organizaciones abiertamente anticomunistas y socialistas.

**Rpta.: D**

3. Antes y durante la Segunda Guerra Mundial (1939-1945) ocurrieron varios hechos políticos que fueron determinantes en el desenlace de ese. Establezca cuál es la afirmación correcta.
- A) Alemania, Italia y Japón firmaron el Pacto de No agresión en 1938.
  - B) Estados Unidos le negó a Inglaterra ayuda financiera y material.
  - C) El presidente Roosevelt perdió las elecciones de 1945.
  - D) Alemania declaró la guerra a Estados Unidos en 1941.
  - E) España bajo el gobierno de Franco apoyó a Alemania.

**Solución:**

Luego del ataque japonés a la base naval norteamericana a Pearl Harbor, Hitler le declaró la guerra a los Estados Unidos. Con esa decisión todo el poder económico y militar de los Estados Unidos se volcaron hacia la guerra en Europa.

**Rpta.: D**

4. La Guerra Fría (1945 – 1991) fue el enfrentamiento ideológico entre Estado Unidos y la URSS, que generó la división del mundo en dos grandes bloques y trajo consigo una gran tensión. Sobre este periodo se puede afirmar como verdadero.
- I. Estados Unidos apoyó el gobierno de Corea del Sur.
  - II. La España de Franco fue aliada de la URSS.
  - III. Turquía permitió la instalación de misiles en su territorio.
  - IV. América Latina y Asia fueron neutrales en este conflicto.
- A) Solo I, III    B) Solo I y II    C) II, III y IV    D) Solo II y III    E) I, II y III

**Solución:**

- 1. Estados Unidos apoyó el gobierno de Corea del Sur. (V)
- 2. La España de Franco fue aliada de la URSS. (F)
- 3. Turquía permitió la instalación de misiles en su territorio. (V)
- 4. América Latina y Asia fueron neutrales en este conflicto. (F)

**Rpta.: A**

# Geografía

## EJERCICIOS

1. Respecto a la estructura poblacional, establezca la relación entre la variable demográfica y su ejemplo.

I. Población relativa	a. Las mujeres en Europa tienen 1,6 hijos como promedio.
II. Tasa de fecundidad	b. Mongolia presenta 2 habitantes por km <sup>2</sup> .
III. Tasa de natalidad	c. China registra 1 401 586 000 de habitantes.
IV. Población absoluta	d. África registra 36 nacimientos por cada 1000 habitantes.

A) Ib, IIa, IIIId, IVc  
D) Ic, IIId, IIIa, IVb

B) Ic, IIa, IIIId, IVb  
E) Id, IIa, IIIc, IVb

C) Ib, IIId, IIIa, IVc

### Solución:

- Población relativa; Es el número promedio de habitantes de un país, región, provincia, área rural o urbana en relación a una unidad de superficie dada (km<sup>2</sup>). Ejemplo, Mongolia presenta 2 habitantes por km<sup>2</sup>
- Tasa de fecundidad; Indica el número promedio de hijas y/o hijos, que tendría cada mujer durante el período fértil (15 a 49 años). Ejemplo, las mujeres de Europa tienen 1,6 hijos por mujer
- Tasa de natalidad; Es el número de nacimientos por cada mil habitantes en un territorio y durante un año específico. Ejemplo, África registra 36 nacimientos por cada mil habitantes.
- Población absoluta; Es el número total de habitantes en un territorio específico y en un momento determinado. Se considera a la población censada y la población omitida durante el empadronamiento. Ejemplo, China registra 1 401 586 000 hab.

**Rpta.: A**

2. El alcalde de un distrito está preocupado por la situación demográfica de su localidad ya que la tasa bruta de mortalidad es mayor que la de natalidad. Asimismo, el número de emigrantes es mayor que el de inmigrantes. Del caso expuesto, se infiere que la mayor preocupación del alcalde es

- A) el bajo ingreso económico debido a la poca inmigración.
- B) el resultado negativo que presenta la tasa de crecimiento real.
- C) el bajo crecimiento poblacional real de su localidad.
- D) la alta tasa de mortalidad a consecuencia de la delincuencia.
- E) el incremento de la población senil en la localidad.

### Solución:

La preocupación del alcalde sería el resultado negativo que presenta la tasa de crecimiento real debido a los mayores resultados en la tasa bruta de mortalidad y la cantidad de emigrantes, ello evidencia una disminución de la población el cual con lleva a la reducción de los habitantes de dicha localidad.

**Rpta.: B**

3. Determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados relativos a la dinámica poblacional del Perú.
- I. Lima es la región que presenta mayor densidad poblacional.
  - II. En su centenario la región natural más poblada fue la Sierra.
  - III. La población de 0 a 14 años está en ascenso en términos relativos.
  - IV. La selva registró en todos los censos menos población.
- A) VFFV      B) FVFF      C) FVFV      D) VVFF      E) FFVF

**Solución:**

Respecto a la dinámica poblacional del Perú, este presenta las siguientes características:

- El Callao es la región que presenta mayor densidad poblacional.
- En el centenario del Perú la región natural más poblada fue la Sierra.
- La población de 0 a 14 años representa el 26.4 % del total.
- En la República del Perú la selva siempre fue la región menos poblada.

**Rpta.: C**

4. Un joven huancaíno migró a Lima para empezar sus estudios en la Universidad Nacional Mayor de San Marcos cuatro meses antes de su cumpleaños en el 2015. En el 2019 celebró su quinto cumpleaños en la capital con mucha alegría. Identifique las proposiciones correctas que se desprenden del caso expuesto.
- I. El joven emigró de Junín a Lima.
  - II. Se evidencia una migración interna de toda la vida.
  - III. Se realiza una migración externa reciente.
  - IV. La causa de la migración fue de índole educativa.
- A) I, II, III      B) II, III, IV      C) I, III, IV      D) I y IV      E) II y III

**Solución:**

En el caso expuesto se presenta las siguientes características:

El joven huancaíno realiza una migración interno reciente ya que todavía no llega a los 5 años de migración, y el motivo de su viaje fueron sus estudios universitarios. Por ello, el joven emigro de Huancayo para inmigrar a Lima y así comenzar su formación profesional.

**Rpta.: D**

# Economía

## EJERCICIOS

1. Un ciudadano español residente en el Perú desde hace cinco años adquiere acciones de la empresa Alicorp en la Bolsa de Valores de Lima, lo que le proporciona el 2% del capital de la empresa. Marque la alternativa que corresponda al texto anterior.
- A) Debe registrarse en la balanza de cuenta financiera.  
B) Debe registrarse en la balanza de cuenta corriente.  
C) Debe registrarse en la cuenta inversión directa.  
D) No debe registrarse la inversión de un residente.  
E) Debe registrarse por el principio de partida doble.

### Solución:

Un residente peruano es aquel que mantiene su centro de interés económico en el territorio del Perú por un período no menor a un año. Para una empresa residente, es aquella constituida en el Perú y que realiza sus operaciones en el país. Y la Balanza de pagos registra las operaciones entre residentes y no residentes.

Rpta.: D

2. Para los países que gastan en el extranjero mucho más de lo que reciben el saldo en cuenta corriente se convierte en un tema de interés nacional; empresarios, sindicalistas y parlamentarios no tardan en señalar a los socios comerciales y acusarlos de prácticas desleales. Para los países en desarrollo donde escasea el capital puede ser lógico tener déficit en cuenta corriente, ya que el ahorro interno no alcanza para aprovechar todas las oportunidades de inversión. Del texto anterior se deduce que
- A) las exportaciones son menores que las importaciones de mercancías.  
B) el consumo de bienes es mayor que la renta disponible.  
C) la inversión es mayor que el ahorro interno y el país necesita fondos externos.  
D) las salidas de capital superan a las entradas de capital al país.  
E) la inversión es menor ahorro interno y el país exporta fondos al exterior.

### Solución:

Un déficit indica que una economía tiene un gasto mayor que su ingreso y, por lo tanto, debe financiarlo haciendo uso del ahorro del resto del mundo (ahorro externo). El saldo en cuenta corriente puede expresarse como la diferencia entre el ahorro nacional (tanto público como privado) y la inversión.

Rpta.: C

3. Seleccione las opciones que corresponden a las causas y efectos del incremento de las importaciones de un país.
- I. Una alta tasa de crecimiento económico.  
II. Depreciación de la moneda nacional.  
III. Un déficit en la cuenta financiera.  
IV. Un superávit en la cuenta financiera.
- A) I, III, IV      B) I y IV      C) I y III      D) solo I      E) III y IV

**Solución:**

El crecimiento de la economía produce un incremento del consumo que tiene que ser cubierto por bienes importados, así mismo, un aumento de las compras de bienes importados provoca un déficit en la cuenta financiera debido a que la economía necesita más dinero para comprar esos bienes (aumentan los préstamos externos).

**Rpta.: C**

4. La Franja y Ruta es un enorme proyecto de integración económica iniciada por \_\_\_\_\_, a la cual el Perú acaba de firma un memorándum de entendimiento. Por otro lado, la firma de un Tratado de Libre Comercio con \_\_\_\_\_ convierte a los dos países en nuestros principales socios comerciales. Así mismo, \_\_\_\_\_ es un importante abastecedor de maquinarias dentro de la región latinoamericana.

A) China, México, Brasil.  
 C) China, EE.UU, Chile.  
 E) China, EE.UU, Brasil.

B) EE.UU, Colombia, Brasil.  
 D) EE.UU, China, Ecuador.

**Solución:**

En estos últimos años, el Perú registro compras de maquinarias y equipos para el sector minero y construcción, principalmente procedentes de China, EE.UU y Brasil.

**Rpta.: E**

5. Para el Perú, un superávit de la cuenta financiera significa que

A) se incrementa el superávit comercial.  
 B) se reduce el déficit comercial.  
 C) aumenta el déficit comercial.  
 D) aumenta el endeudamiento externo.  
 E) el país financia al resto del mundo.

**Solución:**

El superávit en cuenta financiera se produce por un superávit comercial lo que le proporciona al país la capacidad para prestar al resto del mundo ese excedente de dinero.

**Rpta.: E**

6. Sobre la balanza en cuenta financiera, señale verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

I. La inversión extranjera directa se registra en la balanza de capitales a corto plazo.  
 II. se registra la amortización de la deuda externa.  
 III. Los préstamos pedidos por la banca privada se consideran egresos.  
 IV. Los capitales golondrinos pueden generar volatilidad en el tipo de cambio.

A) VVFF      B) FVVF      C) FFFV      D) FVFV      E) FVVV

**Solución:**

I. La inversión extranjera directa se registra en la balanza de capitales a largo plazo.  
 III. Los préstamos pedidos son considerados ingresos para la economía

**Rpta.: D**

7. El servicio de la deuda externa del Perú logra que se exonere un 8% del pago del capital de la deuda. De esa manera, la balanza de \_\_\_\_\_ registra la operación.

- A) transferencia corriente  
B) errores u omisiones  
C) financiamiento excepcional  
D) renta de factores  
E) cuenta corriente

**Solución:**

Los saldos de la renegociación, refinanciación, condonación de la deuda externa del Perú con los acreedores internacionales, se registran en la balanza de financiamiento excepcional.

**Rpta.: C**

8. Con respecto a la cuenta corriente de la balanza de pagos, es correcto afirmar que

- I. Las utilidades de las empresas de residentes en el exterior se registran en transferencias corrientes.  
II. Las transferencias corrientes se registran a valores FOB cuando son recibidos en el puerto de destino.  
III. El déficit de la balanza comercial registrada se financia con deuda.  
IV. Turismo y transporte son partidas de la balanza de servicio.

- A) solo IV      B) I y IV      C) III y IV      D) I, III      E) I y III

**Solución:**

- I. Las utilidades se registran en la balanza de renta de factores.  
II. En valores FOB (libre a bordo) se utilizan para registrar las exportaciones.  
III. En una economía abierta, las importaciones se compran utilizando dinero del resto del mundo.

**Rpta.: D**

## Filosofía

### LECTURA COMPLEMENTARIA

Cierto número de corrientes de la política contemporánea gira sobre la necesidad de reconocimiento. Y la exigencia aparece en primer plano, de muchas maneras en la política actual, formulada en nombre de los grupos minoritarios o “subalternos”, en algunas formas de feminismo y en lo que hoy se denomina “multiculturalismo”. En estos últimos casos, la exigencia de reconocimiento se vuelve apremiante debido a los supuestos nexos entre el reconocimiento y la identidad, donde este último término designa algo equivalente a la interpretación que hace una persona de quién es y de sus características definitorias fundamentales como ser humano. La tesis es que nuestra identidad se moldea en parte por el reconocimiento o por la falta de este, a menudo también por el falso reconocimiento de otros, y así un individuo o un grupo de personas puede sufrir un verdadero daño, una

auténtica deformación si la gente o sociedad que lo rodean le muestran, como reflejo, un cuadro limitativo, o degradante o despreciable de sí mismo. El falso reconocimiento o la falta de reconocimiento puede causar daños, puede ser una forma de opresión que aprisione a alguien en un modo de ser falso, deformado y reducido.

Taylor, CH. (1993). *El multiculturalismo y la "política del reconocimiento"*. México: F.C.E. pp. 43-44.

1. Según la lectura, ¿cuál es la razón fundamental para que el reconocimiento sea una exigencia clave en la política actual?

- A) La conciencia de que el reconocimiento moldea la identidad.
- B) El renacer de la filosofía del reconocimiento de Hegel y Marx.
- C) El debate contemporáneo entre Fraser, Taylor y Honneth.
- D) La influencia del feminismo, el multiculturalismo y el pluralismo.
- E) Las consecuencias del falso reconocimiento para la identidad.

**Solución:**

De acuerdo a la lectura, la razón fundamental para que el reconocimiento sea una exigencia clave en la política actual es la toma de conciencia de que el reconocimiento moldea la identidad.

Rpta.: A

2. Para Taylor, el falso reconocimiento

- A) es una creación del feminismo y el multiculturalismo actuales.
- B) se da cuando la identidad recibe un reconocimiento positivo.
- C) es la imagen degradante que recibe un individuo de la sociedad.
- D) es lo que la política actual busca alcanzar para los ciudadanos.
- E) tiene consecuencias positivas para la identidad de las personas.

**Solución:**

Según Taylor, el falso reconocimiento es la imagen degradante que recibe un individuo de parte de su sociedad y como tal produce consecuencias nefastas en la identidad de las personas.

Rpta.: C

**EJERCICIOS**

1. Un catedrático sanmarquino considera que el curso de Filosofía debe volver a enseñarse en los colegios. Cuando sus alumnos le preguntan por las razones de su postura, él responde lo siguiente: «La filosofía es la maestra del pensamiento crítico y, como tal, enseña a los individuos a cuestionar el *statu quo*, a entender qué significa realmente ser ciudadanos, para qué sirve el Estado y cuáles son los límites del poder».

La disciplina filosófica que discute los conceptos centrales planteados en el caso anterior es la

- A) gnoseología.                      B) antropología filosófica.                      C) axiología.  
D) epistemología.                      E) filosofía política.

**Solución:**

La filosofía política es el ámbito de la filosofía que discute teóricamente los conceptos de Estado, poder político, ciudadanía, entre otros.

**Rpta.: E**

2. Con respecto a la tolerancia y sus implicancias es correcto afirmar que:
- I. Esta consiste en respetar solo aquellas ideas que son compatibles con nuestra cultura.
  - II. En una sociedad tolerante existe respeto entre individuos de diferentes grupos culturales.
  - III. La discriminación y el racismo son manifestaciones de una cultura de la tolerancia.
  - IV. La libertad de expresión es una de sus manifestaciones más características y relevantes.

- A) I y II                      B) Solo II                      C) II y IV                      E) III y IV                      E) Solo IV

**Solución:**

La tolerancia implica respetar no solo ideas compatibles con nuestra cultura, sino también las ajenas a esta. Por otra parte, el racismo y la discriminación de cualquier tipo son manifestaciones de intolerancia.

**Rpta.: C**

3. Determine la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones relativas a la ciudadanía:
- I. Es la pertenencia a una comunidad política que permite poseer solo derechos.
  - II. Existen tres dimensiones de la ciudadanía, a saber: civil, política y social.
  - III. Es un concepto que ha variado a través de la historia y de las diversas culturas.
  - IV. El ciudadano individualista participa activamente en el cambio de la sociedad.
- A) FVVF      B) VFVF      C) VVFF      D) FVfV      E) FFVV

**Solución:**

- I. Es la pertenencia a una comunidad política que permite poseer solo derechos (F)
- II. Existen tres dimensiones de la ciudadanía, a saber: civil, política y social. (V)
- III. Es un concepto que ha variado a través de la historia y de las diversas culturas.(V)
- IV. El ciudadano individualista participa activamente en el cambio de la sociedad. (F)

**Rpta.: A**

4. Un sociólogo sostiene lo siguiente en una conferencia: «La mayoría de los ciudadanos en el siglo XXI considera que la política es una pérdida de tiempo. Desde su perspectiva, estar enterados del panorama político, organizarse en una junta vecinal o ir a una marcha son actividades infructuosas que no generan ningún beneficio. Por tanto, estos ciudadanos suelen estar muy concentrados en las metas de su vida privada tales como estudiar una carrera, ser eficientes en el trabajo y criar bien a sus hijos»

De esta reflexión se infiere que

- A) la mayoría de personas son ciudadanos que participan en política.
- B) Aristóteles estaba equivocado, pues el hombre no es un animal político.
- C) los ciudadanos son cada vez son más conscientes de su poder.
- D) el ciudadano individualista es el más común en nuestros días.
- E) se debe cambiar, fundamentalmente, el concepto de ciudadanía.

**Solución:**

De la reflexión del sociólogo se infiere que el ciudadano individualista (el que se concentra en las metas de su vida privada) es el más común en nuestros días.

**Rpta.: D**

5. Iván, simpatizante de un partido que ha sido acusado de corrupción, le dice a un amigo que le increpa este hecho: «Reconozco que se han cometido ciertos actos ilícitos, pero debes ser tolerante y comprender que cualquier ser humano puede equivocarse».

La postura de Iván olvida que

- A) el debate sobre la tolerancia está abierto y sigue vigente.
- B) la definición de tolerancia de Voltaire no es la más precisa.
- C) la sociedad no puede tolerar actos de corrupción o violencia.
- D) la tolerancia supone el reconocimiento de nuestras culpas.
- E) una sociedad democrática no debe aceptar arrepentimientos.

**Solución:**

La postura de Iván olvida que la tolerancia tiene ciertos límites, pues una sociedad democrática no puede tolerar actos de corrupción o violencia.

**Rpta.: C**

6. En sus escritos políticos, John Locke tomó distancia de la concepción que tuvieron los filósofos greco-latinos acerca de la participación de los individuos en los asuntos públicos. Por tal motivo, defendió la idea de que los ciudadanos tienen que
- A) renunciar a toda vinculación con la política.
  - B) proteger sus propiedades de los monarcas.
  - C) aceptar toda forma de despotismo político.
  - D) reclamar su derecho a la participación directa.
  - E) ser representados por autoridades legítimas.

**Solución:**

El concepto central de la teoría lockeana de la ciudadanía es el de representación. Para el filósofo inglés, resultaría poco conveniente que se busque regresar a las formas directas de participación pública, tales como las defendidas por los filósofos griegos y romanos. Así, propuso que se conforme un parlamento como instancia política encargada de representar a la totalidad de individuos de una sociedad.

**Rpta.: E**

7. Arturo, quien se desempeña como docente, considera que su identidad como profesional es negativa, pues sus alumnos no lo consideran un buen maestro. Prueba de ello es que algunos suelen faltar a clase, otros se quedan dormidos en el aula y la mayoría no le presta mucha atención. La reflexión de Arturo
- A) confirma que la identidad depende del reconocimiento de los otros.
  - B) hace referencia a la teoría bidimensional de la justicia de Nancy Fraser.
  - C) constituye una crítica a las perspectivas que postulan el reconocimiento.
  - D) muestra el poder de representación que tienen los alumnos en las aulas.
  - E) está a favor de la interpretación de las identidades híbridas y complejas.

**Solución:**

Taylor defiende que la identidad de las personas depende del reconocimiento de los otros. En este sentido, la reflexión de Luis es una prueba a favor de la tesis del referido filósofo.

**Rpta.: A**

8. Los últimos estudios muestran que aun cuando la mujer empieza a ser reconocida en el ámbito académico y laboral, los salarios que reciben son inferiores a los de los varones a pesar de que realizan las mismas funciones. Sobre esta situación, Nancy Fraser diría que
- A) la identidad de las mujeres depende del reconocimiento de los varones.
  - B) no basta el reconocimiento, es indispensable la redistribución económica.
  - C) es necesario que los movimientos feministas tengan mayor poder político.
  - D) Taylor es el responsable, pues se centra en la redistribución económica.
  - E) debemos ser tolerantes para soportar las injusticias sociales más graves.

**Solución:**

Para Fraser, la justicia supone tanto el reconocimiento como la redistribución. Por ello, no basta el reconocimiento de las mujeres en el ámbito profesional, sino que es indispensable que exista una redistribución justa de la riqueza entre varones y mujeres.

**Rpta.: B**

# Física

## EJERCICIOS

1. Luego de que Michael Faraday descubre que era posible inducir corriente eléctrica en una bobina a partir de un imán, se imaginaba la existencia de una especie de corriente de un fluido magnético que salía del polo Norte y se metía al polo Sur, donde las líneas de inducción magnética representarían la corriente de este líquido misterioso; es así como introduce el concepto de flujo magnético. Consideremos una superficie plana de área  $40 \text{ cm}^2$  la cual se sitúa en la región de un campo magnético uniforme de magnitud  $0,25 \text{ T}$ . Con relación al flujo magnético a través de la superficie del plano, indique la verdad (V) o falsedad (F) de las proposiciones:

- I) Si la superficie plana se sitúa perpendicularmente a las líneas de inducción, entonces el flujo magnético es  $1 \text{ mWb}$ .  
 II) Si la superficie forma un ángulo de  $45^\circ$  con las líneas de inducción entonces el flujo magnético es igual a  $0,5\sqrt{2} \text{ mWb}$ .  
 III) Si la superficie forma un ángulo de  $60^\circ$  con las líneas de inducción entonces el flujo magnético es igual a  $0,5\sqrt{3} \text{ mWb}$ .

A) VVF      B) VFV      C) VFF      D) FFV      E) VVV

### Solución:

I) V  
 Si la superficie es perpendicular al vector de inducción B, entonces  $\theta_1 = 90^\circ$ :  

$$\Phi_1 = BA \cos \theta_1 = 40 \times 10^{-4} \times 25 \times 10^{-2} = 1 \text{ mWb}$$

II) V  
 Si la superficie forma un ángulo de  $45^\circ$  con el vector de inducción B, entonces  $\theta_2 = 45^\circ$ :

$$\Phi_2 = BA \cos \theta_2 = 40 \times 10^{-4} \times 25 \times 10^{-2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,5\sqrt{2} \text{ mWb}$$

III) V  
 Si la superficie forma un ángulo de  $60^\circ$  con el vector de inducción B, entonces  $\theta_3 = 60^\circ$ :

$$\Phi_3 = BA \cos \theta_3 = 40 \times 10^{-4} \times 25 \times 10^{-2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,5\sqrt{3} \text{ mWb}$$

**Rpta.: E**

2. El flujo magnético es una cantidad escalar que puede variar debido al cambio del área y el campo magnético e incluso del ángulo que forma el campo con la normal a la superficie. Si consideramos que el flujo magnético varía según la ley  $\Phi = 2 + 0,5t$ , donde el flujo se mide en weber y t en segundos, determine el cambio de flujo generado de  $t_1 = 3s$  a  $t_2 = 8s$  sobre una espira circular de área  $0,06m^2$ .

- A) 2,5 Wb                      B) 3,5 Wb                      C) 6,0 Wb  
D) 5,0 Wb                      E) 9,5 Wb

**Solución:**

Me piden determinar el cambio de flujo, entonces debo calcular el flujo final e inicial y luego restamos sus valores.

Flujo inicial para 3s.

$$\Phi_1 = 2 + 0,5(3) = 3,5 \text{ Wb}$$

Flujo inicial para 8s.

$$\Phi_2 = 2 + 0,5(8) = 6,0 \text{ Wb}$$

Entonces:

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = 6,0 - 3,5$$

$$\Delta\Phi = 2,5 \text{ Wb}$$

**Rpta.: A**

3. En la aduana te hacen pasar por un detector de metales. Ahí atraviesas una región con campo magnético generado por una bobina por donde circula una pequeña corriente eléctrica. Las bobinas detectan cualquier cambio que sufre un campo magnético debido a un metal que la atraviesa; en este caso un detector activa una alarma.

A través de una espira circular conductora se atraviesa un flujo magnético variable según la ecuación  $\Phi = 2t^2 + t - 15$ , donde  $\Phi$  se mide en weber y t en segundos. Determine la magnitud media de la fem inducida entre  $t = 5 \text{ s}$  y  $t = 10 \text{ s}$

- A) 31 V              B) 3,1 V              C) 15,5 V              D) 0,03 V              E) 10  $\Omega$

**Solución:**

$$t = 5 \text{ s} \quad \Phi = 2(5^2) + (5) - 15 = 40 \text{ Wb}$$

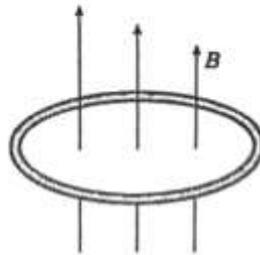
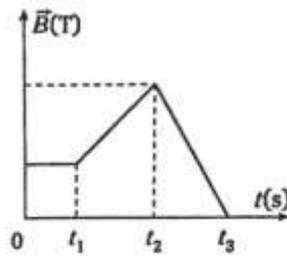
$$t = 10 \text{ s} \quad \Phi = 2(10^2) + (10) - 15 = 195 \text{ Wb}$$

$$\Delta\Phi = 155 \text{ Wb}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad \varepsilon = \frac{155}{(10-5)} = 31$$

**Rpta.: A**

4. La inducción magnética a través de la espira mostrada varía según la gráfica adjunta. Indique la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) respecto a lo anterior.



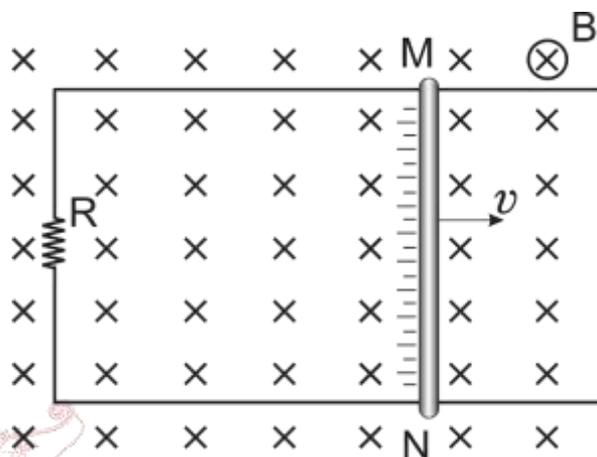
- I. Desde  $t = 0$  a  $t = t_1$  no se induce fem.  
 II. En el intervalo  $t_1 \leq t \leq t_2$  se induce fem.  
 III. Desde  $t = 0$  a  $t = t_1$ , el flujo magnético es nulo.

- A) VVF      B) FVV      C) VFV      D) FFF      E) VVV

**Solución:**

- I. V       $B$ : Constante  
 II. V       $B$ : Variable  
 III. F       $\phi = BA$

5. Se tiene una barra conductora MN que se puede mover sobre rieles lisos y conductores, en una región donde existe un campo magnético homogéneo (como se muestra en la figura). Indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones.



- I. El flujo magnético generado a través de la espira aumenta.  
 II. El campo magnético inducido es entrante.  
 III. La dirección de la corriente inducida es antihorario.

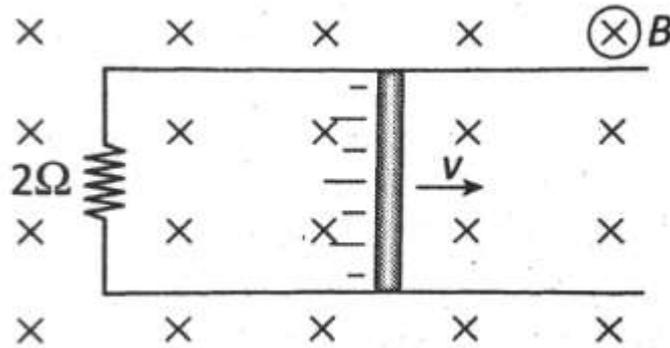
A) VFV      B) VFF      C) VVF      D) FVF      E) FFF

**Solución:**

- I. (V) El flujo magnético aumenta porque el área por donde atraviesan la línea aumenta.  
 II. (F) Las líneas de campo inducido son salientes porque el flujo está aumentando.  
 III. (V) Si el campo inducido es saliente por la regla de la mano derecha la corriente es antihorario.

**Rpta.: B**

6. La importancia de los metales en el campo del electromagnetismo trasciende por ser buenos conductores de la corriente, además que pueden polarizarse. Determine la potencia eléctrica disipada en la resistencia de  $2\ \Omega$  cuando la barra conductora de  $0,5\ \text{m}$  se desliza sobre los rieles con rapidez de  $10\ \text{m/s}$  en la región de un campo magnético uniforme de  $0,4\ \text{T}$ . Desprecie la resistencia eléctrica de la barra y de los rieles.



- A)  $2,0\ \text{W}$       B)  $3,0\ \text{W}$       C)  $1\ \text{W}$       D)  $5\ \text{W}$       E)  $6\ \text{W}$

**Solución:**

- Cálculo de la f.e.m.:

$$f.e.m. = v\ell B$$

$$= \left(\frac{4}{10}\right) \times 10 \times \frac{1}{2} = 2\text{V} = \varepsilon$$

- Cálculo de la potencia eléctrica:

$$P = \frac{v^2}{R} = \frac{\varepsilon^2}{R} = \frac{2^2}{2} = 2\text{W}$$

**Rpta.: C**

7. Un transformador eléctrico es un dispositivo que se usa para aumentar o disminuir un cierto voltaje.

El cargador de la batería de una cámara fotográfica se conecta a una fuente de  $220\ \text{V}$ , si la cámara funciona con  $2,2\ \text{V}$  y  $0,8\ \text{A}$  de intensidad de corriente eléctrica. Determine la intensidad de la corriente eléctrica en el primario. (Considere que el cargador tiene un transformador ideal)

- A)  $8\ \text{mA}$       B)  $125\ \text{mA}$       C)  $136\ \text{mA}$       D)  $80\ \text{mA}$       E)  $0,8\ \text{mA}$

**Solución:**

$$V_p i_p = V_s i_s \quad (220) i_p = (2,2)(0,8) \quad i_p = 8 \times 10^{-3} = 8 \text{ mA}$$

**Rpta.: A**

8. El transformador de un celular (cargador eléctrico) tiene un voltaje de salida de 4,40 V. Cuando se conecta a una fuente de alimentación eléctrica de 220 V, ¿cuál será la relación entre el número de espiras en el primario y el secundario, considerando un transformador ideal?

- A) 20      B) 50      C) 100      D) 200      E) 500

**Solución:**

En un transformador se cumple:

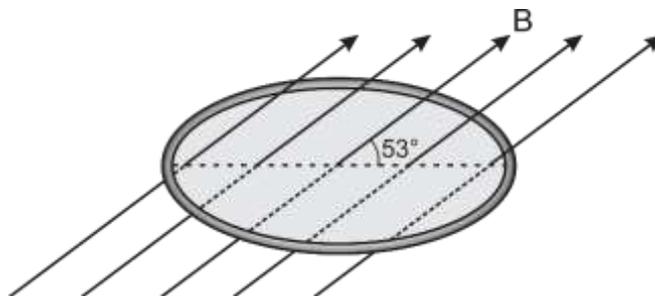
$$\frac{N_p}{\Delta V_p} = \frac{N_s}{\Delta V_s}$$

Luego:

$$\frac{N_p}{N_s} = \frac{220}{4,40} = 50$$

**Rpta.: B****EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. La magnitud física que mide la cantidad de las líneas de campo magnético que atraviesan una superficie se llama flujo magnético y se mide en weber (Wb). Si consideramos una superficie circular de radio 2cm y un campo magnético homogéneo ( $B=0,2\text{T}$ ) como se muestra en la figura, determine el flujo magnético a través de la espira circular.



- A)  $32\pi\mu\text{Wb}$       B)  $160\pi\mu\text{Wb}$       C)  $198\pi\mu\text{Wb}$   
 D)  $16\pi\mu\text{Wb}$       E)  $64\pi\mu\text{Wb}$

**Solución:**

El flujo magnético a través de una espira se calcula:

$$\phi = BA \cos \theta$$

Donde el ángulo es respecto al vector normal a la superficie, entonces:

$$\phi = 0,2x\pi(2x10^{-2})^2x\left(\frac{4}{5}\right)$$

$$\phi = 64\pi\mu Wb$$

**Rpta.: E**

2. La producción de voltaje depende solo del movimiento relativo entre el conductor y el campo magnético.

Indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I) Es posible que aunque el flujo magnético que atraviesa un circuito cerrado sea nulo en ese instante, exista una fem.  
 II) La ley de Lenz está relacionada con la ley de conservación de la energía.  
 III) Un conductor recto muy largo pasa por el centro de una espira circular conductora perpendicularmente a su plano. Por el conductor recto circula una corriente eléctrica. Si varía la corriente en el conductor se induce corriente en la espira.

A) VVF

B) VFF

C) FVF

D) VFV

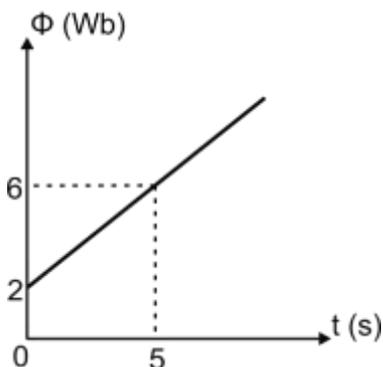
E) VVV

**Solución:**

- I) (V) Para que no exista fem el flujo magnético debe ser independiente del tiempo  
 II) (V) De lo contrario, si el sentido de la fem inducida fuera contraria predicho por la ley de Lenz se estaría creando energía.  
 III) (F) La corriente en el conductor recto crea un campo magnético paralelo al plano de la espira de magnitud constante. Si se varía la corriente en el conductor aumenta el campo magnético, pero no se induce corriente alguna en la espira.

**Rpta.: A**

3. Se muestra la gráfica que representa la variación del flujo magnético en función del tiempo, a través de una espira circular y debido a un campo magnético, cuyas líneas de inducción son perpendiculares al plano de la espira.



- I. Determine la f.e.m. inducida que se genera en la espira durante el intervalo de tiempo de  $t_1 = 0$  a  $t_2 = 5$ s
- II. Determine la intensidad de la corriente eléctrica que circula en la espira si su resistencia es  $4\Omega$ .

A)  $0,4V; 0,8A$

B)  $0,8V; 0,2A$

C)  $0,4V; 0,4A$

D)  $0,8V; 0,4A$

E)  $1,6V; 0,2A$

**Solución:**

- I. La f.e.m. para una espira circular se calcula:

$$\varepsilon = N \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right|$$

$$\varepsilon = (1) \left| \frac{(6 - 2)}{(5 - 0)} \right|$$

$$\varepsilon = 0,8V$$

- II. Aplicando la ley de OHM para la resistencia y la f.e.m. constante.

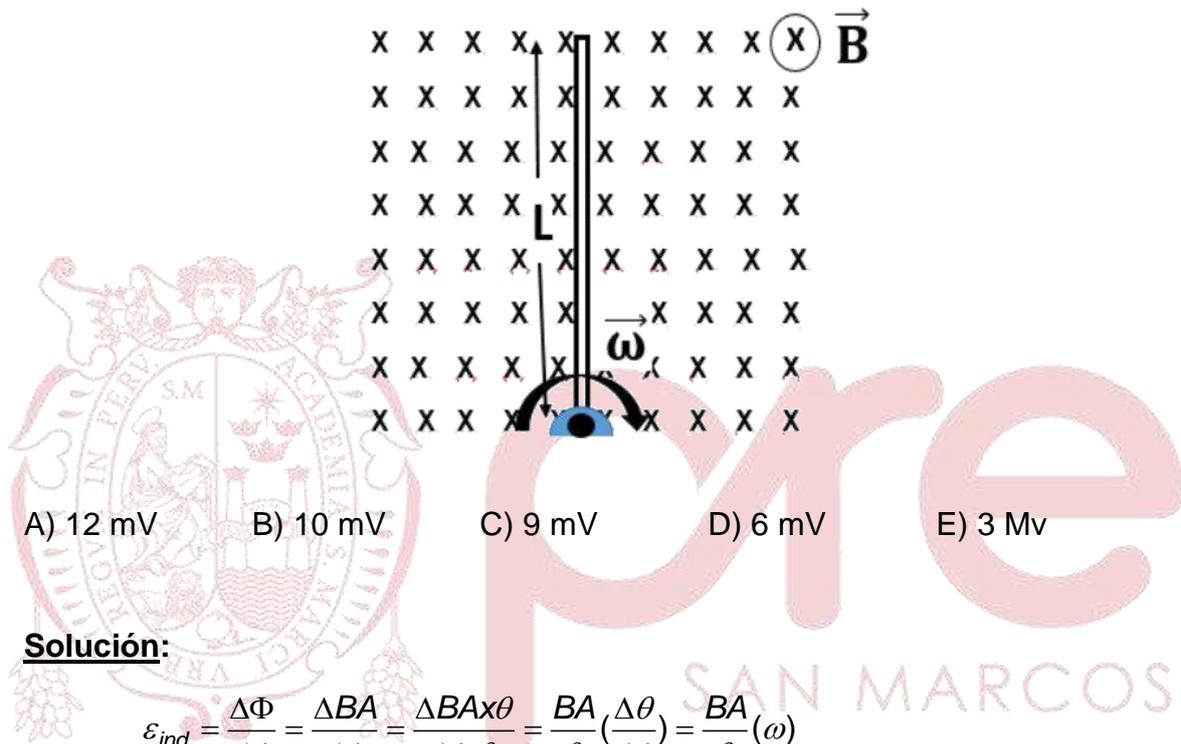
$$\varepsilon = IR$$

$$0,8 = I \times 4$$

$$I = ; 0,2A$$

**Rpta.: B**

4. Una de las aplicaciones más importantes de la fem es el diseño de generadores y motores eléctricos; mientras que un generador convierte el trabajo mecánico en energía eléctrica, un motor hace lo contrario, convirtiendo la energía eléctrica en trabajo mecánico. Una barra conductora de 100 cm de longitud gira en el plano de un papel con una rapidez angular constante  $\omega = 3 \text{ rad/s}$  donde existe un campo magnético uniforme perpendicular entrante a dicho plano de magnitud  $B = 8 \text{ mT}$ , tal como muestra la figura. Determine la magnitud de la fem inducida.



**Solución:**

$$\varepsilon_{ind} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta BA}{\Delta t} = \frac{\Delta BA \times \theta}{\Delta t \times \theta} = \frac{BA}{\theta} \left( \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \right) = \frac{BA}{\theta} (\omega)$$

Reemplazando:

$$\varepsilon_{ind} = \frac{8 \times 10^{-3} \times \pi \times 1^2 \times 3}{2\pi}$$

$$\varepsilon_{ind} = 12 \text{ mV}$$

**Rpta.: A**

5. En 1919, Oersted descubrió la conexión entre corriente eléctrica y campo magnético. Faraday y Henry en 1921 descubrieron que se podía generar corriente eléctrica en un alambre con el simple hecho de introducir y sacar un imán de una bobina. Se construye así el campo de la inducción electromagnética.

Indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

- I) La fem ( $\varepsilon$ ) inducida en un circuito es proporcional al flujo magnético.  
 II) Cuando un imán se acerca a una bobina, la  $\varepsilon$  inducida depende de la rapidez con que se acerca.  
 III) Mientras un imán se acerca a una bobina conectada a un galvanómetro, la aguja de este medidor se refleja hacia derecha o izquierda dependiendo del polo más cercano a la espira.

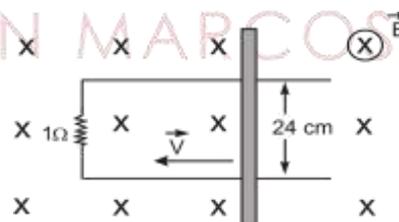
- A) FVV      B) VVF      C) FFV      D) VFF      E) FVF

**Solución:**

- I) (F)  $\varepsilon$  es proporcional a la variación de flujo magnético.  
 II) (V) Mientras más rápido se acerca mayor será ( $\varepsilon$ ) y viceversa.  
 III) (V) Depende del polo más cercano a la espira tal que se presente una oposición a la variación de flujo magnético.

Rpta.: A

6. La figura representa un conductor de longitud  $L$ , que toca al conductor en U en solo dos puntos. Si el conductor se mueve lentamente con velocidad  $v$  perpendicular a una campo magnético uniforme  $B$  induce una fem dada por  $\varepsilon = LvB$ .



Sobre un alambre conductor en forma U, de abertura 24 cm, una varilla conductora se desliza con rapidez constante de 0,6 m/s. Si está en la región de un campo magnético  $B$  de magnitud 0,5T. Determine la intensidad de la corriente eléctrica inducida.

- A) 72 mA      B) 7,2 mA      C) 0,72 mA      D) 35 mA      E) 148 mA

**Solución:**

$$\varepsilon = LvB = Ri \qquad i = \frac{(0,24)(0,6)(0,5)}{1} = 72 \text{ mA}$$

Rpta.: A

7. Se denomina transformador a un dispositivo eléctrico que permite aumentar o disminuir el voltaje en un circuito de corriente alterna, manteniendo la potencia constante. Un equipo de Rayos X requiere un voltaje de 30000 V para funcionar. Se dispone de un voltaje de 200 V y de un transformador de 300 espiras en el primario, determine el número de espiras en el secundario que debe tener dicho transformador.
- A) 45000      B) 10000      C) 2000      D) 30000      E) 50000

**Solución:**

- Según el problema tenemos los siguientes datos:

$$N_1 = 300$$

$$V_1 = 200 \text{ V}$$

$$V_2 = 30000 \text{ V}$$

- En un transformador se cumple:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\frac{300}{N_2} = \frac{200}{30000}$$

$$N_2 = 45000$$

Rpta.: A

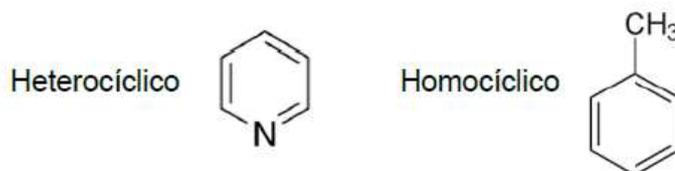
UNMSM

**Química****EJERCICIOS**

1. En 1825, Michael Faraday descubrió el benceno al efectuar la destilación fraccionada de un subproducto del aceite que se obtenía en la fabricación del gas de iluminación a partir del aceite de ballena. Con respecto al benceno, seleccione la secuencia correcta de verdadero (V) y falso (F).
- I. Es un hidrocarburo aromático heterocíclico cuya fórmula global es  $C_6H_6$ .  
II. Es una molécula plana y todos sus carbonos tienen hibridación  $sp^2$ .  
III. Presenta dos estructuras resonantes y reacciones de sustitución.
- A) FVF      B) FVV      C) VVV      D) VFV      E) VFF

**Solución:**

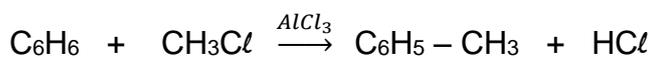
- I. **FALSO:** Es un hidrocarburo aromático homocíclico con fórmula global  $C_6H_6$ . Es homocíclico cuando el anillo está formado solamente por átomos de carbono y heterocíclico si en el anillo existen otros átomos diferentes al carbono como O, S, N, etc. Ejemplos:



- II. **VERDADERO:** Los anillos aromáticos son planos y todos sus carbonos tiene hibridación  $sp^2$

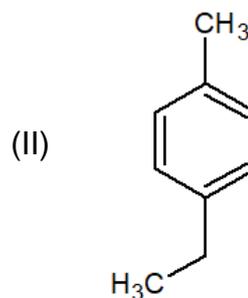
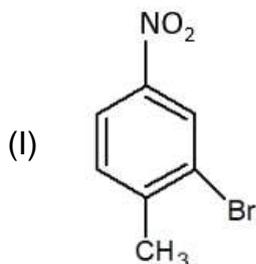


Mientras que las reacciones de sustitución aromática son las más importantes en síntesis orgánica por la gran variedad de productos que se originan. Ejemplo:



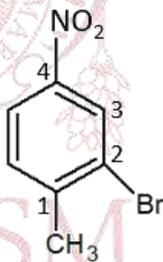
Rpta.: B

2. Las moléculas de benceno que tienen sustituyentes alquilo reciben el nombre de alquilbencenos. El más sencillo de ellos es el metilbenceno (cuyo nombre recomendado por la IUPAC es el tolueno). Con respecto a dos de sus derivados que se muestran a continuación, seleccione la alternativa que contenga el nombre de (I) y (II) respectivamente.

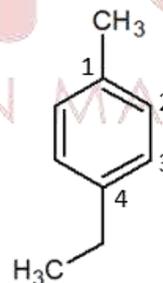


- A) 1 – bromo – 2 – metil – 5 – nitrobenceno ; 4 – etil – 1 – metilbenceno.  
 B) 2 – bromo – 4 – nitrotolueno ; 4 – etiltolueno.  
 C) 2 – bromo – 1 – metil – 4 – nitrobenceno ; 4 – metil – 1 – etilbenceno.  
 D) 4 – nitro – 2 – bromotolueno ; p – etiltolueno.  
 E) 3 – bromo – 4 – metil – 1 – nitrobenceno ; p - etilmetilbenceno

**Solución:**



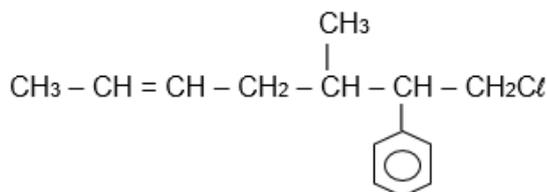
2 – bromo – 4 – nitrotolueno  
 2 – bromo – 1 – metil – 4 – nitrobenceno



4 – etiltolueno.  
 1 – etil – 4 – metilbenceno  
 p – etiltolueno  
 p – etilmetilbenceno

**Rpta.: B**

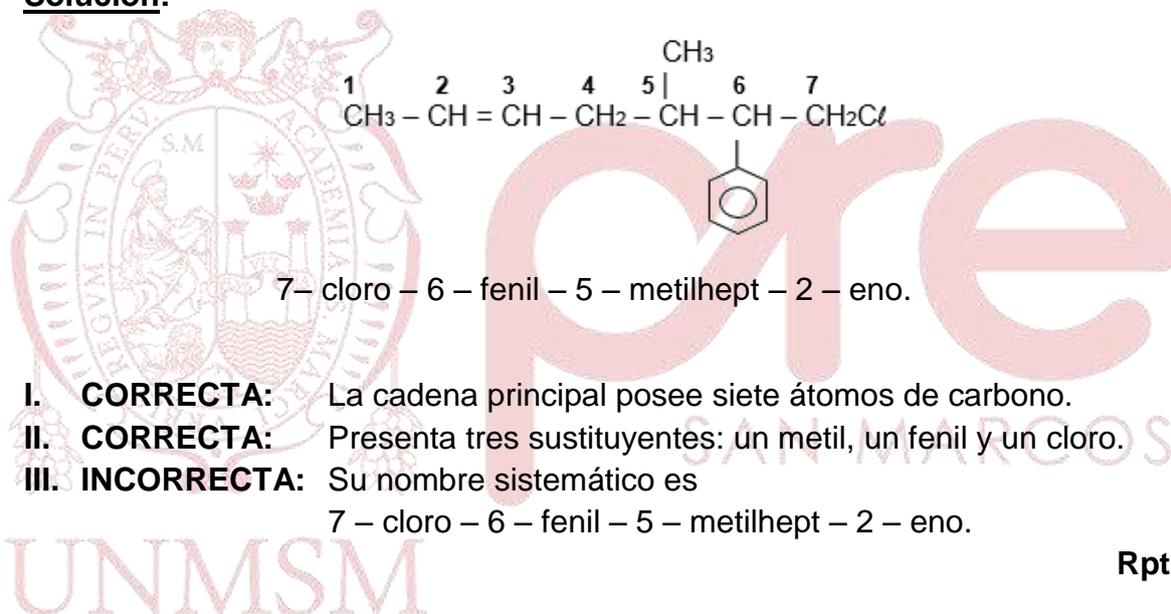
3. Cuando el benceno se encuentra como sustituyente se denomina fenil. Con respecto a la siguiente estructura seleccione la alternativa correcta.



- I. La cadena principal posee solo siete átomos de carbono.  
 II. Presenta tres sustituyentes: un metil, un fenil y un cloro.  
 III. Su nombre sistemático es 1 - cloro - 2 - fenil - 3 - metilhept - 5 - eno.

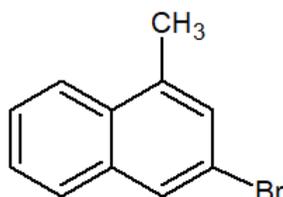
- A) Solo I      B) I y II      C) Solo II      D) I y III      E) Solo III

**Solución:**

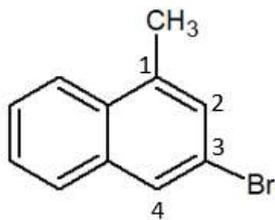


**Rpta.: B**

4. La naftalina (nombre comercial del naftaleno) es sublimable. Su vapor es un antiséptico muy fuerte, por ello se usa para preservar la ropa y los libros en una biblioteca. Determine el nombre correcto del siguiente derivado del naftaleno.



- A) 1 - bromo - 3 - metilnaftaleno      B) 1 - metil - 3 - bromonaftaleno  
 C) 2 - bromo - 4 - metilnaftaleno      D) 3 - bromo - 1 - metilnaftaleno  
 E) 4 - metil - 2 - bromonaftaleno

**Solución:**

3 – bromo – 1 – metilnaftaleno

**Rpta.: D**

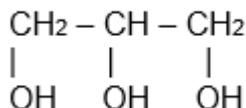
5. En los alcoholes se presentan puentes de hidrógeno y por ello tienen relativamente altos puntos de ebullición y con frecuencia los de bajo peso molecular son solubles en agua. Con respecto a los alcoholes, determine la secuencia correcta de verdadero (V) y falso (F).

- I. Se clasifican en primarios, secundarios y terciarios.  
 II. El propano – 1, 2, 3 – triol se clasifica como un poliol.  
 III. El propan – 2 – ol se oxida formando una cetona.

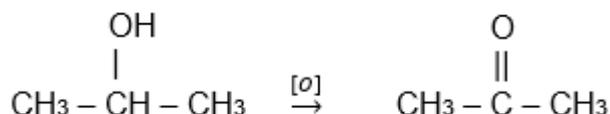
- A) FFV      B) FVV      C) VVV      D) VVF      E) FVF

**Solución:**

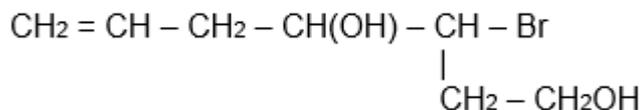
- I. **VERDADERO:** Según el tipo de carbono al cual está unido el –OH se clasifican en primarios, secundarios y terciarios.  
 II. **VERDADERO:** Según el número de hidroxilos unidos a la cadena principal se clasifican en monoles (cuando el grupo hidroxilo es único) y polioles (cuando en la estructura hay 2 o más grupos –OH). Ejemplo: el propano – 1,2,3 – triol se clasifica como un poliol.



- III. **VERDADERO:** El propan – 2 – ol se oxida formando una cetona, debido a que es un alcohol secundario.

**Rpta.: C**

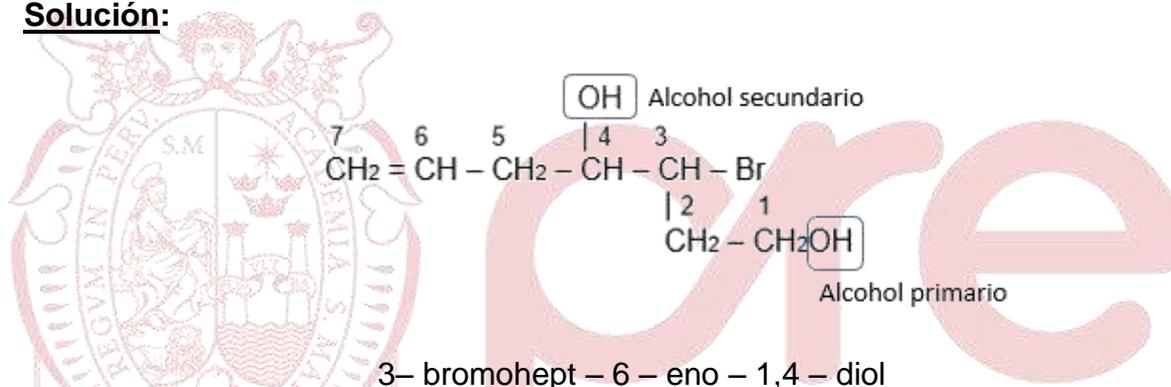
6. Para dar nombre a los alcoholes se identifica la localización del grupo  $-OH$  con la cadena carbonada y se usa el sufijo  $-ol$ . De acuerdo al compuesto mostrado, seleccione la alternativa correcta.



- I. Los dos grupos funcionales principales están en carbonos primarios.  
 II. Se clasifica como alcohol primario y secundario a la vez.  
 III. Su nombre es 5 - bromohept - 1 - eno - 4,7 - diol

A) Solo I      B) I y II      C) Solo II      D) I y III      E) Solo III

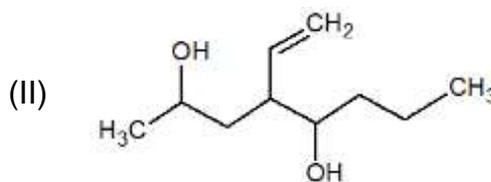
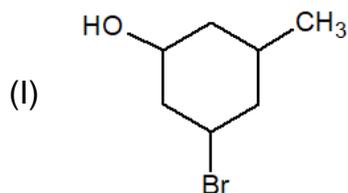
**Solución:**



- I. **INCORRECTA:** Los grupos funcionales principales ( $-OH$ ) están en un carbono secundario y primario respectivamente.  
 II. **CORRECTA:** Presenta dos grupos hidroxilo por lo que se le denomina diol. Donde el grupo ( $-OH$ ) que está unido a un carbono secundario es un alcohol secundario, mientras que el otro grupo ( $-OH$ ) está en un carbono primario siendo un alcohol primario.  
 III. **INCORRECTA:** Su nombre es 3 - bromohept - 6 - eno - 1,4 - diol

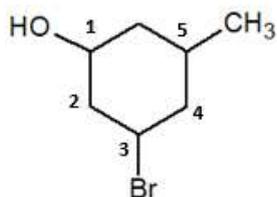
**Rpta.: C**

7. Los alcoholes son compuestos orgánicos que contienen grupos hidroxilo (–OH). Son de los compuestos más comunes y útiles en la naturaleza, la industria y el hogar. Para los siguientes alcoholes, determine la alternativa con los nombres correctos respectivamente.

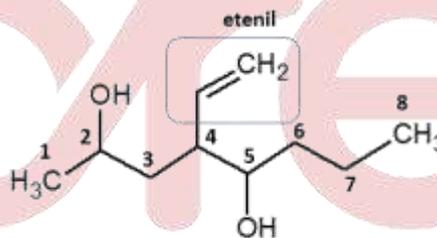


- |                                      |   |                                |
|--------------------------------------|---|--------------------------------|
| A) 3 – bromo – 1 – metilciclohexanol | ; | 5 – eteniloctano – 4,7 – diol. |
| B) 1 – bromo – 3 – metilciclohexanol | ; | 4 – viniloctano – 2,5 – diol.  |
| C) 5 – bromo – 3 – metilciclohexanol | ; | 3 – eteniloctano – 1,4 – diol. |
| D) 3 – metil – 5 – bromociclohexanol | ; | 5 – viniloctano – 4,7 – diol.  |
| E) 3 – bromo – 5 – metilciclohexanol | ; | 4 – eteniloctano – 2,5 – diol. |

**Solución:**



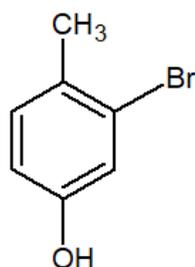
3 – bromo – 5 – metilciclohexanol



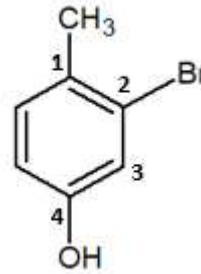
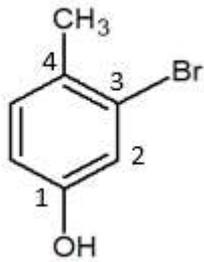
4 – eteniloctano – 2,5 – diol.  
4 – viniloctano – 2,5 – diol

Rpta.: E

8. Los compuestos fenólicos son antioxidantes y pueden contribuir a prevenir algunas enfermedades. Las principales fuentes de estos compuestos son el té, las aceitunas, las manzanas y el vino tinto. Al respecto, determine la alternativa que contiene el nombre del siguiente compuesto fenólico.



- |                                                |                                    |
|------------------------------------------------|------------------------------------|
| A) 1 – bromo – 2 – metil – 5 – hidroxibenceno  | B) 4 – metil – 3 – bromofenol      |
| C) 3 – bromo – 4 – metilfenol                  | D) 4 – hidroxil – 2 – bromotolueno |
| E) 1 – hidroxil – 3 – bromo – 4 – metilbenceno |                                    |

**Solución:**

3 – bromo – 4 – metilfenol

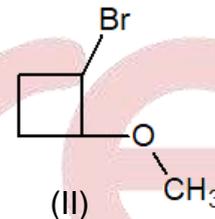
2 – bromo – 4 – hidroxí – 1 – metilbenceno

**Rpta.: C**

9. Los éteres son utilizados como disolventes en muchas reacciones orgánicas pues disuelven una gran variedad de sustancias polares y no polares, además sus puntos de ebullición relativamente bajos permiten su separación de los productos de reacción. Con respecto a los siguientes éteres, determine el nombre correcto.



(I)

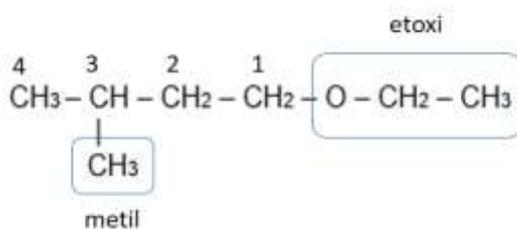
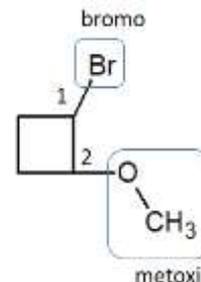


(II)

- |                                |   |                                    |
|--------------------------------|---|------------------------------------|
| A) Etil isopentil éter         | ; | 2 – metoxi – 1 – bromociclobutano. |
| B) 2 – metil – 4 – etoxibutano | ; | 1 – bromo – 2 – metoxiciclobutano. |
| C) Isopentil etil éter         | ; | 1 – metoxi – 2 – bromociclobutano. |
| D) 1 – etoxi – 3 – metilbutano | ; | 1 – bromo – 2 – metoxiciclobutano. |
| E) Etil isopropil éter         | ; | 1 – metoxi – 2 – bromociclobutano. |

**Solución:**

El nombre de los compuestos es:

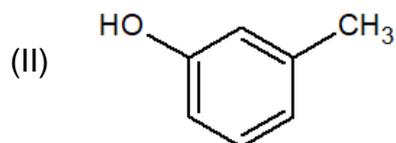
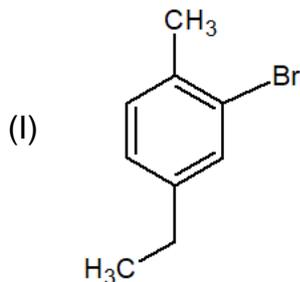
1 – etoxi – 3 – metilbutano  
(Etil isopentil éter)

1 – bromo – 2 – metoxiciclobutano

**Rpta.: D**

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

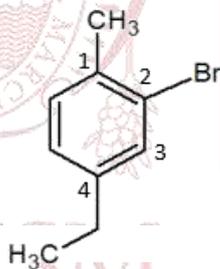
1. Los átomos de hidrógeno de la molécula de benceno pueden ser sustituidos por otros átomos o grupos generando compuestos polisustituídos, tales como:



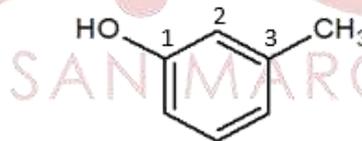
Determine, respetivamente, el nombre correcto de cada compuesto.

- |                                       |          |                                        |
|---------------------------------------|----------|----------------------------------------|
| A) 2 – bromo – 4 – metiltolueno       | y        | p – hidroximetilbenceno.               |
| B) 1 – bromo – 5 – etiltolueno        | y        | 3 – metil – 1 – hidroxibenceno.        |
| C) 2 – bromo – 4 – etiltolueno        | y        | m – hidroxifenol.                      |
| D) 4 – etil – 2 – bromotolueno        | y        | 3 – metilfenol.                        |
| <b>E) 2 – bromo – 4 – etiltolueno</b> | <b>y</b> | <b>1 – hidroxi – 3 – metilbenceno.</b> |

**Solución:**



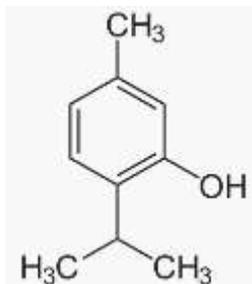
- 2 – bromo – 4 – etiltolueno  
2 – bromo – 4 – etil – 1 – metilbenceno



- 1 – hidroxi – 3 – metilbenceno.  
3 – metilfenol  
m – metilfenol  
m – hidroximetilbenceno

**Rpta.: E**

2. El timol es una sustancia cristalina incolora que se caracteriza por su poder desinfectante y fungicida. Por su sabor agradable está presente en la formulación de diversos enjuagues bucales y pastas de dientes, dicho compuesto presenta la siguiente estructura:



Con respecto al compuesto, determine la secuencia de verdadero (V) y falso (F) para las siguientes proposiciones:

- I. Su nombre es 2 – isopropil – 5 – metilfenol.
- II. Es un compuesto aromático heterocíclico.
- III. Es un alcohol que se clasifica como monol.

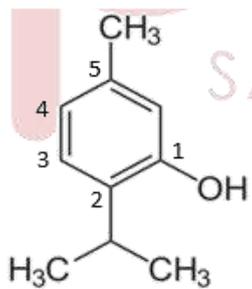
A) FVF

B) VFF

C) FVV

D) FFF

E) VVV

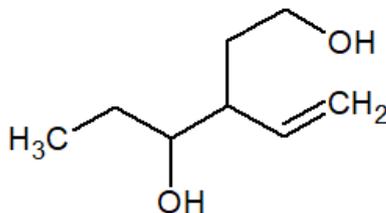
**Solución:**

2 – isopropil – 5 – metilfenol

- I. **VERDADERO:** Su nombre es 2 – isopropil – 5 – metilfenol.
- II. **FALSO:** Es un compuesto aromático homocíclico, porque todos los átomos del anillo son de carbono.
- III. **FALSO:** No es un alcohol, es un fenol.

Rpta.: B

3. Los alcoholes se utilizan para la síntesis de diversas funciones orgánicas como los aldehídos y cetonas. Respecto al siguiente alcohol, seleccione la secuencia correcta de verdadero (V) y falso (F).



- I. La fórmula global del alcohol es  $C_8H_{16}O_2$ .  
 II. El nombre sistemático es 3 – etenilhexano – 1,4 – diol.  
 III. Es un diol con ocho carbonos en la cadena principal.

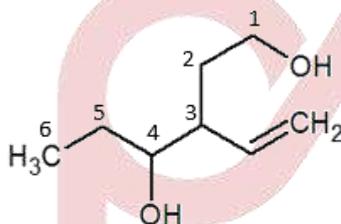
A) FFV

B) FFF

C) VVV

D) VVF

E) FVF

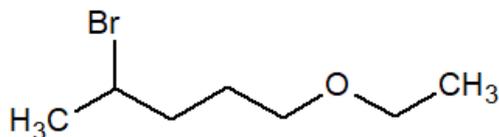
**Solución:**

3 – etenilhexano – 1,4 – diol

- I. **VERDADERO:** La fórmula global del alcohol es  $C_8H_{16}O_2$ .  
 II. **VERDADERO:** El nombre sistemático es 3 – etenilhexano – 1,4 – diol.  
 III. **FALSO:** El compuesto mostrado es un diol por que tiene dos “OH” en la cadena, pero con seis carbonos en la cadena principal.

Rpta.: D

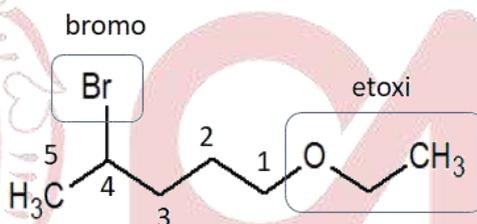
4. El éter es un buen disolvente para reacciones y extracciones. Se emplea como un fluido volátil iniciador de la combustión en los motores de diesel y gasolina. Con respecto al siguiente éter, seleccione la secuencia correcta de verdadero (V) y falso (F).



- I. Es asimétrico.
- II. Su nombre es 2 – bromo – 5 – etoxipentano.
- III. Su fórmula global es  $C_7H_{15}BrO$ .

A) VFV      B) FVV      C) FFV      D) FFF      E) VVV

**Solución:**



- I. **VERDADERO:** Presenta cadenas con diferentes cantidades de carbonos en ambos lados de la función éter “– O –”.
- II. **FALSO:** Su nombre es 4 – bromo – 1 – etoxipentano.
- III. **VERDADERO:** Su fórmula global es  $C_7H_{15}BrO$ .

Rpta.: A

# Biología

## EJERCICIOS

1. El Reino Plantae tiene como representantes a organismos muy diferentes entre sí, desde algas unicelulares hasta los grandes árboles de más 40 metros de altura; es por ello que para agruparlos en la misma categoría taxonómica se consideran ciertas características comunes en todos ellos. De las siguientes alternativas, ¿cuál no puede ser tomada como una característica común?
- A) Ser organismos fotosintéticos.
  - B) Poder reproducirse mediante propágulos.
  - C) Ser organismos heterotróficos.
  - D) Presentar alternancia de generaciones.
  - E) Formar gametos durante su ciclo de vida.

### Solución:

Todos los representantes del Reino Plantae son organismos eucarióticos fotosintéticos, en su mayoría pluricelulares, capaces de producir gametos y también reproducirse asexualmente por medio de propágulos.

Rpta.: C

2. La alternancia de generaciones forma parte del ciclo de vida de las plantas, ésta varía según la complejidad de las mismas. Indique cuál es la estructura que presenta todas sus células haploides durante este proceso.
- A) Gametangio.
  - B) Esporofito.
  - C) Esporas.
  - D) Gametofito.
  - E) Esporangio.

### Solución:

El gametofito es la estructura que durante la alternancia de generaciones se caracteriza porque todas sus células son haploides y que por medio de la mitosis da origen a los gametos.

Rpta.: D

3. En términos generales a las plantas son divididas en dos grandes grupos: criptógamas y fanerógamas, siendo la razón principal de esta separación la ausencia o presencia de semillas respectivamente. Marque la alternativa que contenga representantes de las plantas criptógamas.
- A) Sargazos, ulva, helechos.
  - B) Helechos, arbustos, orquídeas.
  - C) Plátano, palmeras, pasto.
  - D) Café, anís, sargazos.
  - E) Algas, conífera, dicotiledóneas.

**Solución:**

Dentro de las plantas que no producen semillas encontramos las algas como la ulva, el nori y los sargazos, pero también encontramos plantas terrestres como los helechos, musgos y hepáticas.

**Rpta.: A**

4. Son algas con una variedad de representantes tanto unicelulares como pluricelulares así como organismos coloniales, están presentes tanto en aguas continentales como marinas y se consideran los antepasados de las plantas terrestres debido a las condiciones ambientales en las que se desarrollan. El texto hace referencia a las

A) rodofitas. B) feofitas. C) crisofitas. D) briofitas. E) clorofitas.

**Solución:**

Las clorofitas son consideradas los antepasados de las actuales plantas terrestres debido a que presentan el mismo tipo de clorofila, además que las condiciones del medioambiente continental han hecho posible la aparición de estructuras que les permita vivir bajo condiciones de baja humedad. Este grupo de algas además presenta también representantes unicelulares, pluricelulares y organismos coloniales.

**Rpta.: E**

5. Con respecto a la división Phaeophyta marque V (verdadero) o F (falso) según corresponda.

- ( ) Tienen fucoxantina, diatoxantina y caroteno.  
 ( ) Existen representantes gigantes conocidos como sargazos.  
 ( ) Incrustan carbonato de calcio a su estructura.  
 ( ) Son los antepasados directos del resto de plantas.  
 ( ) Se obtienen derivados para la industria alimentaria.

A) FFVVF B) VVFFV C) VFFFV D) VVFVV E) FVFVF

**Solución:**

VERDADERO: Tienen fucoxantina, diatoxantina y caroteno.

VERDADERO: Existen representantes gigantes conocidos como sargazos.

FALSO: No Incrustan carbonato de calcio a su estructura.

FALSO: No Son los antepasados directos del resto de plantas. Los antepasados son las clorophyta.

VERDADERO: Se obtienen derivados para la industria alimentaria.

**Rpta.: B**



**Solución:**

La División Bryophyta, donde encontramos a los musgos y hepáticas como representantes, se caracteriza por su pequeño tamaño debido a que, si bien son plantas terrestres, no presentan tejidos conductores ni estructuras bien diferenciadas, además de vivir en ambientes donde hay alta humedad o cercanos a cuerpos de agua.

**Rpta.: A**

9. Dentro de las plantas criptógamas encontramos a los helechos, plantas que ya son netamente terrestres y en las que podemos diferenciar claramente la raíz, tallo y hojas. Durante su ciclo de vida forman gametos tanto masculinos como femeninos en una misma estructura conocida como

A) esporangio.  
D) prótalo.

B) arquegonio.  
E) esporofito.

C) anteridio.

**Solución:**

Los gametos se forman en el gametofito también denominado prótalo, una vez dada la fecundación, el esporofito crece sobre el prótalo el cual finalmente se degrada.

**Rpta.: D**

10. *Sequoia sempervirens* es considerada la planta más alta de nuestro planeta, teniendo un ejemplar de 115.55 metros de altura (sin considerar la raíz) presente en el Parque nacional Dededor en California. Es un árbol perennifolio muy longevo el cual presenta hojas alargadas y finas, se reproduce a partir de los 15 años de crecimiento mediante la formación de conos y la posterior liberación de semillas aladas. Por lo expuesto, se puede considerar que este árbol pertenece al grupo de las

A) coníferas.  
D) cicadáceas.

B) monocotiledóneas.  
E) briofitas.

C) algas.

**Solución:**

Las coníferas son un grupo de gimnospermas que no pierden sus hojas por las que se les conoce como plantas perennifolias o siempre verdes, además, presentan hojas que en muchos casos son alargadas o aciculares y para la reproducción forman primero conos, dentro de los cuales se da la formación de los respectivos gametos.

**Rpta.: A**

11. Las plantas fanerógamas son aquellas que producen semillas, dentro de este grupo encontramos a las angiospermas que se dividen en monocotiledóneas y dicotiledóneas. Con respecto a las angiospermas, marque V (verdadero) o F (falso) según corresponda.

- ( ) Presentan flores rudimentarias.
- ( ) Solo están presentes en los trópicos.
- ( ) Presentan flores y semillas.
- ( ) El plátano es una monocotiledónea.
- ( ) Sólo se reproducen asexualmente.

A) FFVVV      B) VFFVF      C) FFVVF      D) VVVFV      E) FVVFV

**Solución:**

- (F) Presentan flores rudimentarias.
- (F) Solo están presentes en los trópicos.
- (V) Presentan flores y semillas.
- (V) El plátano es una monocotiledónea.
- (F) Sólo se reproducen asexualmente.

**Rpta.: C**

12. A lo largo de la historia de la humanidad, las plantas han ido tomando una mayor importancia y su uso se ha ido ampliando conforme las necesidades del ser humano; así las plantas que contienen sustancias de reserva son utilizadas mayormente como alimento. Estas pueden ser nativas como introducidas. Marque la alternativa que contenga plantas alimenticias que solo sean introducidas.

- A) Acelga, trébol y papa.
- B) Lenteja, acelga y zanahoria.
- C) Maracuyá, yuca y rabanito.
- D) Uña de gato, uva y huito.
- E) Nabo, pallar y quina.

**Solución:**

Algunas plantas de consumo humano en nuestro país son introducidas, así tenemos a las lentejas, acelga y zanahoria.

**Rpta.: B**

13. Las plantas son capaces de sintetizar un sinnúmero de componentes, entre los cuales están una serie de principios activos que en el ser humano producen efectos fisiológicos que ayudan a curar o tratar ciertas enfermedades y síntomas. Relacione algunas de las plantas medicinales con sus usos más frecuentes y marque la alternativa correcta.

- |             |     |                |
|-------------|-----|----------------|
| 1. Rabanito | ( ) | Anticonceptivo |
| 2. Sábila   | ( ) | Antimutagénico |
| 3. Ajo      | ( ) | Hipotensor     |
| 4. Huito    | ( ) | Cicatrizante   |

- A) 4132      B) 2143      C) 3241      D) 1234      E) 4321

**Solución:**

- |             |     |                |
|-------------|-----|----------------|
| 1. Rabanito | (4) | Anticonceptivo |
| 2. Sábila   | (1) | Antimutagénico |
| 3. Ajo      | (3) | Hipotensor     |
| 4. Huito    | (2) | Cicatrizante   |

**Rpta.: A**

14. Planta monocotiledónea que por su alto contenido de fibra se utiliza artesanalmente para la elaboración de canastas y canoas.

- A) Coco.      B) Algodón.      C) Totorá.      D) Girasol.      E) Palmera.

**Solución:**

La totora y los juncos son utilizadas en nuestro país para la elaboración artesanal de canasta y canoas como los famosos caballitos de totora de nuestra costa norte.

**Rpta.: C**

15. A pesar de su gran importancia para la vida, las plantas han sido sometidas a procesos de sobre explotación y destrucción del ambiente natural que ellas suelen ocupar espontáneamente, ello ha provocado que algunas de ellas se encuentren en peligro de extinción. Sabiendo esto marque la alternativa que contenga ejemplos de plantas de la costa norte peruana en peligro.

- |                                      |                                     |
|--------------------------------------|-------------------------------------|
| A) Cedro, algarrobo y puya Raimondi. | B) Hualtaco, orquídeas y queñuales. |
| C) Algarrobo, hualtaco y guayacán.   | D) Tornillo, guayacán y algodón.    |
| E) Abedul, caoba y pino.             |                                     |

**Solución:**

En la costa norte, las plantas que se encuentran en peligro debido al uso indiscriminado son el algarrobo, el hualtaco y el guayacán.

**Rpta.: C**