



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA
CENTRO PREUNIVERSITARIO

Semana N.º 14

Habilidad Verbal



**(VIDEOS)
TEORÍA Y
EJERCICIOS**

SECCIÓN A

EL TEXTO CIENTÍFICO

El texto científico da a conocer información o resultados asociados con la práctica de la investigación científica. Algunos textos muestran un hecho basado en una descripción objetiva y rigurosa que, en principio, es susceptible de confirmación. Otros describen un experimento que permitió establecer un resultado. Cuando de resultados se trata, estos pueden ser positivos, como la corroboración de una hipótesis o un descubrimiento de impacto; o negativos, como la refutación o rechazo de una hipótesis.

No pocos textos científicos explican una teoría o un aspecto involucrado en ella, fundamentada en una profunda dilucidación conceptual. Sin embargo, en su amplia mayoría, son textos de divulgación científica, en los cuales, sin perder su exactitud, se pone información de alto nivel académico al alcance de la comprensión de los lectores no especializados.

TEXTO 1

Si nos instaran a mencionar los logros de nuestra especie de los que más orgullosos nos sentimos, ya fuera en una competición intergaláctica de alardes, ya en el testimonio ante el Todopoderoso, ¿qué diríamos? Podríamos jactarnos de los triunfos históricos en derechos humanos, como la abolición de la esclavitud y la derrota del fascismo. Pero por muy estimulantes que sean estas victorias, consisten en la eliminación de obstáculos que interpusimos en nuestro propio camino. Sería algo así como incluir en la sección de logros de un currículum que has superado una adicción a la heroína. Ciertamente incluiríamos las obras maestras del arte, la música y la literatura. Ahora bien, ¿serían apreciadas las obras de Esquilo, El Greco o Billie Holiday por agentes sintientes con cerebros y experiencias inimaginablemente diferentes de los nuestros? Quizás existan universales de belleza y significado que trasciendan las culturas y resuenen en cualquier inteligencia —a mí me gusta pensar que existen—, pero resulta endiabladamente difícil saberlo. No obstante, existe un ámbito de logros del que podemos alardear abiertamente ante cualquier tribunal de mentes, y se trata de la ciencia. Resulta difícil imaginar un agente inteligente que no sienta curiosidad por el mundo en el que existe, y en nuestra especie esa curiosidad se ha visto satisfecha de forma estimulante. Podemos explicar muchas cosas acerca de la historia del universo, las fuerzas que lo hacen funcionar, la materia de la que estamos hechos, el origen de los seres vivos y la maquinaria de la vida, incluida nuestra vida mental. Aunque nuestra ignorancia es inmensa (y siempre lo será), nuestro conocimiento es asombroso y crece día a día. El físico Sean Carroll sostiene en *El gran*

cuadro que las leyes de la física que subyacen a la vida cotidiana (excluyendo los valores extremos de la energía y la gravitación como los agujeros negros, la materia oscura y el Big Bang) son completamente conocidas. Es difícil estar en desacuerdo con que este es «uno de los grandes triunfos de la historia intelectual humana». En el mundo de los seres vivos, se han descrito más de un millón y medio de especies científicamente y, con una intensificación realista de los esfuerzos, podrían nombrarse a lo largo de este siglo los siete millones restantes. Además, nuestra comprensión del mundo no consiste en meros listados de partículas, fuerzas y especies, sino en principios elegantes y profundos, tales como que la gravedad es la curvatura del espacio-tiempo y que la vida depende de una molécula que transporta información, dirige el metabolismo y se replica a sí misma. Los descubrimientos científicos continúan asombrando, deleitando y respondiendo a lo que antaño carecía de respuesta. Cuando Watson y Crick descubrieron la estructura del ADN, no podían soñar que un día sería secuenciado el genoma de un fósil de Neandertal de treinta y ocho mil años de antigüedad, y que se descubriría que contenía un gen conectado con el habla y el lenguaje, ni que un día un análisis del ADN de Oprah Winfrey le revelaría que descendía del pueblo kpelle de la selva liberiana. La ciencia está arrojando nueva luz sobre la condición humana. Los grandes pensadores de la Antigüedad, la Era de la Razón y la Ilustración nacieron demasiado pronto para disfrutar de ciertas ideas con profundas implicaciones para la moral y el significado, como la entropía, la evolución, la información, la teoría de juegos y la inteligencia artificial (aunque con frecuencia jugaban con precursores y aproximaciones). Los problemas que nos plantearon esos pensadores están siendo enriquecidos hoy con estas ideas y están siendo investigados con métodos tales como las imágenes 3D de la actividad cerebral y la minería de datos masivos para rastrear la propagación de las ideas. Y, por supuesto, la ciencia nos ha otorgado los dones de la vida, la salud, la riqueza, el conocimiento y la libertad documentados en los capítulos sobre el progreso. Por tomar solo un ejemplo, el conocimiento científico erradicó la viruela, una enfermedad dolorosa y desfigurante que mató a trescientos millones de personas tan solo en el siglo XX. Estos logros **imponentes** desmienten cualquier afirmación de que vivimos en una época de decadencia, desencanto, falta de sentido, superficialidad o absurdo. Sin embargo, en la actualidad la belleza y el poder de la ciencia no solo son poco valorados, sino que se antojan extremadamente molestos. El desdén por la ciencia puede constatarse en ámbitos sorprendentes: no solo entre fundamentalistas religiosos y políticos ignorantes, sino también entre muchos de nuestros intelectuales más adorados y en nuestras más **augustas** instituciones de enseñanza superior.

Pinker, S. (2018). *En defensa de la ilustración. Por la razón, la ciencia, el humanismo y el progreso*. Barcelona: Paidós.

1. Determine la idea que desarrolla de manera medular el texto.
 - A) La ciencia ha permitido el avance tecnológico y el desarrollo de actividades como la pintura, la música y la literatura con mayor profusión y experticia.
 - B) El desarrollo de la ciencia ha generado amplia expectación por sus descubrimientos, pero ha caído en descrédito en los últimos años.
 - C) La ciencia es el logro descollante del desarrollo humano, tanto por la naturaleza de sus descubrimientos como por el impacto positivo en nuestras vidas.
 - D) La ciencia se ha sostenido, desde sus inicios, mediante descubrimientos como el cifrado del ADN y la cura para erradicar enfermedades como la viruela.

Solución:

El autor evidencia una intención palmaria: relieves la ciencia como actividad suprema del ser humano. Por ello, lo medular del texto debe enfocarse en la diversidad de los descubrimientos científicos, así como en el impacto en la vida del ser humano.

Rpta.: C

2. La palabra IMPONENTE permite inferir que los descubrimientos científicos

- A) abordan fenómenos contraintuitivos.
- B) se fundan en modelos matemáticos.
- C) relieves la técnica por sobre lo moral.
- D) impactan en el desarrollo humano.

Solución:

La palabra en cuestión alude a logros sorprendentes como descubrir la cura contra un flagelo para la humanidad como la viruela, esto es, los descubrimientos científicos trastornan la vida humana.

Rpta.: D

3. Es posible deducir del texto que el autor advierte un aspecto paradójico en

- A) el estrecho vínculo entre muchos políticos de raigambre conservadora y líderes religiosos fundamentalistas.
- B) la elección de personajes como Oprah Winfrey para la obtención de resultados en el ámbito de la genética.
- C) el rechazo de la ciencia, incluso en ámbitos académicos, a pesar de la consecución de notables descubrimientos.
- D) los hallazgos de la Antigüedad respecto de los que se obtuvieron en la época de la Era de la Razón y la Ilustración.

Solución:

El autor relieves el papel de la ciencia y sus múltiples e increíbles descubrimientos y afirma que, a pesar del escepticismo y el rechazo por este procedimiento. Es especialmente contradictorio que las universidades evidencien este desprecio.

Rpta.: C

4. Sobre los fenómenos de estudio abordados a través del procedimiento científico, es incompatible afirmar que

- A) comprenden casos inexplorables a través del laboratorio tradicional.
- B) estos deben corroborarse empírica y directamente en todos los casos.
- C) pueden corresponderse con procesos cognitivos otrora inexplorados.
- D) muchos de estos han derivado en descripciones muy escrupulosas.

Solución:

Los agujeros negros, la mente humana, entre otros fenómenos explicados por la ciencia, carecen de correlatos empíricos directamente analizados.

Rpta.: B

5. Si la ciencia solo consistiera en la acumulación de minuciosas descripciones sobre fenómenos y especies,
- A) el rechazo actual por sus resultados resultaría poco fiable.
 - B) enfermedades como la viruela no habrían sido erradicadas.
 - C) los agujeros negros tendrían que describirse directamente.
 - D) algunos logros destacados serían loables de forma general.

Solución:

Si fuera solo acumulativa en cuanto a las descripciones posibles, carecería de efectos en el estudio de los microorganismos causantes de enfermedades terribles como la viruela.

Rpta.: B

TEXTO 2A

Hubo el tiempo en que llamar «científica» a una afirmación la volvía a esta **indisputable**, casi un símil de lo que la religión había supuesto en tiempos anteriores. Filosofías positivistas y tecnocráticas habían canonizado la ciencia como reino de la Verdad absoluta. Frente a ello, bien vino el aire fresco de críticas que mostraran que lo científico no es infalible, y que es una producción humana, con sus necesarios condicionamientos y límites. Pero de ahí a creer que la ciencia vale igual que una ocurrencia cualquiera, hay un largo camino. En el reino de la posverdad y las *fake news*, de la mentira y la simulación, hasta se apela a la sensiblería elemental: si alguien dice que 2 más 2 es 5 y le dices que eso es erróneo, te mira fijo y te endilga: «No estás respetando mi opinión». De tal modo, puede opinarse que la Tierra es el centro del universo, que el aire no existe porque no se ve, o que las emociones no se producen en niveles subcorticales del cerebro, sino en el corazón. Lo triste es que el criticismo universitario y parte de las ciencias sociales apoyan estos sinsentidos. Defendamos sin fanatismos a la ciencia: esta debiera ser lo contrario del fanatismo. Y hagámoslo con énfasis, en tiempos en que quieren correr hacia las opiniones de los militantes de la ignorancia y los aborrecedores de la razón.

Follari, R. (2020). «En defensa de la ciencia». En *Universidad. El sistema de medios de la Universidad de Cuyo*. Recuperado de <<https://www.universidad.com.ar/en-defensa-de-la-ciencia>>.

TEXTO 2B

Las acciones realizadas por parte de los imperios europeos para el control de los contagios en comunidades amazónicas llevaron al control de dietas, rutinas y movimientos de sus habitantes. David Arnold denominó este proceso político como la «colonización del cuerpo», donde la medicina occidental se convirtió en un arma para asegurar el dominio imperial. En estas circunstancias, la ciencia se utilizó para establecer una jerarquía definitiva en función del poder europeo, donde el pensamiento hegemónico se posicionó como verdad absoluta e indiscutible y terminó por monopolizar el conocimiento. La estrategia tras su «infalibilidad» residía en un menosprecio y descrédito constante de otros marcos de conocimiento. Este discurso se diferenciaba de otros mecanismos de colonización, ya que, a diferencia de conceptos religiosos, de orden social y económico, la medicina no admitía ninguna discusión de su validez universal y esta se extendió a la ciencia toda. En tal sentido, es importante descolonizar la ciencia y lograr

una apertura del conocimiento a través de otros discursos, otros pareceres, otras epistemologías, pues en el respeto por el discurso del otro se logrará consolidar un verdadero diálogo. Lo que se conoce como «ciencia» es solo un discurso hegemónico que ha evidenciado sus debilidades y debe ser desplazado por epistemologías culturalmente específicas, abiertas a la aceptación de lo heterogéneo del conocimiento: sin exclusiones o censuras de ningún tipo.

Villafuerte, P. (2020). «Descolonizar la ciencia. ¿Qué es *parachute science*?». En *Observatorio de Innovación Educativa del Tecnológico de Monterrey*. Recuperado de <<https://observatorio.tec.mx/edu-news/ciencia-colonialismo>>. (Texto editado)

1. Fundamentalmente, ambos fragmentos discrepan respecto de

- A) el fundamento de la diversidad.
- B) la plausibilidad de la ciencia.
- C) los discursos epistemológicos.
- D) la descolonización de la razón.

Solución:

En efecto, el texto discute la plausibilidad de la ciencia: mientras el primer texto se erige como una defensa de la práctica científica, el segundo lo considera un discurso más entre muchos.

Rpta.: B

2. El antónimo de la palabra INDISPUTABLE en el texto A es

- A) atingente.
- B) inexpugnable.
- C) inefable.
- D) cuestionable.

Solución:

INDISPUTABLE equivale a INDISCUTIBLE; por ello, el antónimo es CUESTIONABLE.

Rpta.: D

3. Se deduce que la postura terraplanista se correspondería para el autor del texto B con

- A) la aceptación de la ciencia como el discurso que acepta los matices.
- B) los discursos de colectivos que deben plegarse al dominio europeo.
- C) un marco de conocimientos culturalmente diferente pero aceptable.
- D) el rechazo por la ciencia y la difusión condenable de noticias falsas.

Solución:

Para el autor de B, el conocimiento es heterogéneo; es decir, es la suma de distintas perspectivas, todas admisibles.

Rpta.: C

4. Sobre el planteamiento de epistemologías culturalmente específicas, es incompatible afirmar que el autor del texto A
- A) las consideraría en relación horizontal con la praxis científica.
 - B) asumiría que son posturas sin sentido que deben combatirse.
 - C) rechazaría muchos de sus asertos si contravienen la ciencia.
 - D) afirmaría que es un ejemplo claro de postura pseudocientífica.

Solución:

El autor del texto A rechazaría que los diferentes marcos de conocimiento ostenten estatus científico.

Rpta.: A

5. Si alguien sostuviera que la verdad científica es definitiva al basarse en los datos empíricos, se adscribiría al
- A) positivismo.
 - B) falibilismo.
 - C) escepticismo.
 - D) subjetivismo.

Solución:

Se podría asumir una concepción de la ciencia positivista: la defensa de la verdad basada en los hechos.

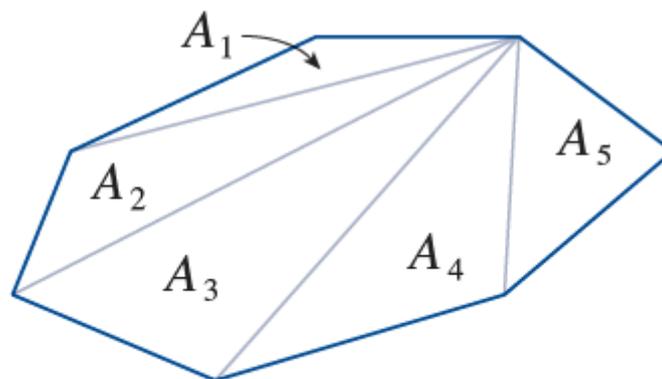
Rpta.: A

TEXTO 3

Isaac Newton nació el día de Navidad en 1642, año en que murió Galileo. Cuando entró en la Universidad de Cambridge en 1661, Newton no sabía muchas matemáticas, pero aprendió rápidamente leyendo a Euclides y Descartes, y asistiendo a las conferencias de Isaac Barrow. Cambridge fue cerrada a causa de la peste en 1665 y 1666, y Newton regresó a su casa a reflexionar sobre lo que había aprendido. Esos dos años fueron extraordinariamente productivos porque hizo cuatro de sus descubrimientos más importantes: 1) su representación de funciones como sumas de series infinitas, incluyendo el teorema del binomio; 2) su trabajo sobre el cálculo diferencial e integral; 3) sus leyes del movimiento y la ley de la gravitación universal y 4) sus experimentos con el prisma relacionados con la naturaleza de la luz y el color. Debido a un temor a la controversia y la crítica, se mostró reacio a publicar sus descubrimientos y no fue sino hasta 1687, a instancias del astrónomo Halley, que Newton publicó *Principia Mathematica*. En este trabajo, el tratado científico más **grande** jamás escrito, Newton expone su versión del cálculo y su utilización en la investigación de la mecánica, la dinámica de fluidos y el movimiento ondulatorio, así como en la explicación del movimiento de los planetas y los cometas.

Los inicios del cálculo se encuentran en los procedimientos para obtener áreas y volúmenes ideados por los antiguos sabios griegos Eudoxo y Arquímedes. A pesar de que los aspectos de la idea de límite están implícitos en su «método de agotamiento», Eudoxo y Arquímedes nunca formularon explícitamente el concepto de límite. Hace unos 2500 años los antiguos griegos calcularon áreas usando el «método de agotamiento». Los

griegos sabían cómo encontrar el área de cualquier polígono al dividirlo en triángulos como se ve en la figura 1 y sumar las áreas de estos triángulos.



$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5$$

FIGURA 1

Tampoco matemáticos como Cavalieri, Fermat ni Barrow, antecesores inmediatos de Newton en el desarrollo del cálculo, utilizaron los límites. Isaac Newton fue el primero en hablar explícitamente de límites. Explicó que la idea principal detrás de los límites es que las cantidades «se acercan más que cualquier diferencia dada». Newton dijo que el límite era el concepto básico en el cálculo (aunque fue el posterior trabajo de matemáticos como Cauchy y otros más el que finalmente clarificó las ideas relacionadas con los límites). Esta idea básica de límite separa al cálculo de otras áreas de las matemáticas. De hecho, podría definirse el cálculo como la parte de las matemáticas que estudia límites. Después de que Sir Isaac Newton inventó su versión del cálculo, lo usó para explicar el movimiento de los planetas alrededor del Sol. Hoy el cálculo se utiliza para determinar las órbitas de los satélites y naves espaciales, en la predicción de tamaños de población, en la estimación de la rapidez con la que los precios del petróleo suben o bajan, en el pronóstico del clima, en medir el gasto cardíaco, en el cálculo de las primas de seguros de vida y en una gran variedad de otras áreas.

Stewart, J. (2018). *Cálculo. Transcendentes tempranas (8.ª edición)*. Ciudad de México: Cengage Learning Editores S. A.

1. ¿Cuál es el tema central del texto?

- A) Isaac Newton y el cálculo como herramienta matemática
- B) Las leyes fundamentales formuladas por Sir Isaac Newton
- C) La publicación de *Principia Mathematica* de Isaac Newton
- D) Newton y el límite como concepto fundamental del cálculo

Solución:

Se realiza una introducción anecdótica y biográfica sobre Newton para luego enfocarse en el concepto de límite, intuitivamente asumido por los griegos, pero planteado explícitamente por Newton.

Rpta.: D

2. Determine el mejor resumen de la lectura.
- A) Newton creó el cálculo y explicitó el concepto medular de límite, aun cuando los griegos intuyeron los límites y otros matemáticos afinaron las ideas relativas a este concepto, el cual presenta múltiples aplicaciones, además de hacer posible la distinción del cálculo respecto de otras disciplinas matemáticas.
 - B) La creación del cálculo, rama de las matemáticas de gran relevancia, se deriva del conocimiento del método del agotamiento de Eudoxo y Arquímedes, quienes desconocieron el concepto de «límite», pero se permitieron determinar el área de diversos polígonos mediante la división de figuras en triángulos.
 - C) El cálculo se distingue de otras herramientas matemáticas creadas por Isaac Newton, debido a que se establece como la disciplina que realiza un abordaje sobre los límites, y se aplica a innumerables tareas como la determinación de la órbita de los satélites, el crecimiento poblacional, entre otros eventos.
 - D) Isaac Newton fue quien propuso el concepto de «límite» para superar las intuiciones de matemáticos notables como Fermat y Barrow, pues consideró que las cantidades son siempre aproximativas y esta condición es posible de medirse a través del cálculo y la medición de múltiples fenómenos cotidianos.

Solución:

La idea principal desarrolla el concepto de límite en relación con su genio creador: Isaac Newton, quien creó el cálculo. A partir de esta idea, se desarrollan en el texto las aplicaciones del cálculo así como su estatus particular en las matemáticas.

Rpta.: A

3. En el texto, la palabra GRANDE connota
- A) dimensión.
 - B) trascendencia.
 - C) materialidad.
 - D) sagacidad.

Solución:

Se trata de una obra cuyo aporte es significativo por la contribución que supera el tiempo: connota, en consecuencia, TRASCENDENCIA.

Rpta.: B

4. Sobre el método del agotamiento, es posible deducir que
- A) fue una propuesta innovadora superior al cálculo y al concepto de límite.
 - B) es semánticamente más simple y efectivo para la delimitación de áreas.
 - C) se aplica en la división de espacios geométricos demasiado pequeños.
 - D) se trata de un procedimiento demasiado costoso para realizar cálculos.

Solución:

Al dividir un polígono en áreas, el procedimiento es más oneroso.

Rpta.: D

5. A partir de la figura presentada en el texto, es incompatible afirmar que

- A) el área total de un polígono se puede subdividir en diversas áreas triangulares.
- B) carece de la aplicación consistente del presupuesto de límite usado en el cálculo.
- C) consiste en la suma de cada uno de los triángulos en que se divide un polígono.
- D) el método del agotamiento se aplica a figuras divisibles en triángulos equiláteros.

Solución:

El método es aplicable a cualquier polígono en realidad, no necesariamente este debe dividirse en triángulos equiláteros.

Rpta.: D

6. Si el cálculo careciera del potencial aplicativo que ostenta y se restringiera al análisis cosmológico, entonces

- A) se predecirían solo los cuerpos celestes más próximos a la Tierra.
- B) la órbita de los planetas sería solo un concepto sin correlato fáctico.
- C) la medición del ritmo cardiaco, por ejemplo, resultaría impracticable.
- D) solo sería posible determinar el tamaño de una población reducida.

Solución:

Actualmente, con el cálculo es posible determinar el tamaño de una población, definir el incremento y el decremento en el precio del petróleo, entre otros fenómenos. De restringirse al examen del cosmos, medir el ritmo cardiaco resultaría impracticable.

Rpta.: C

SECCIÓN B

TEXTO 1

La propuesta de que el lenguaje es una parte de la dotación biológica de la especie humana es el aspecto más contestado de la teoría del lenguaje iniciada por Noam Chomsky hace ya más de sesenta años. La controversia sobre el carácter innato del lenguaje rebasa el marco de la literatura científica y es el tema en el que se enredan los científicos cognitivos en las redes sociales, especialmente en Twitter. Pero, en buena medida, es una falsa controversia, trufada de malentendidos.

El principal de ellos afecta a la propia palabra *lenguaje*. Para Chomsky y sus seguidores el lenguaje es una capacidad computacional (una sintaxis interna) que está al servicio del pensamiento y que, además, se externaliza para la comunicación en forma de lenguas (el ruso, el español, etc.). Para sus críticos el lenguaje no es tal cosa, sino la suma de las lenguas, concebidas como convenciones sociales, herramientas culturales que los humanos aprendemos y usamos para comunicarnos. Partiendo de esa discrepancia, es lógico que no haya acuerdo sobre si el lenguaje es o no innato.

En principio, el argumento de Chomsky es sencillo: «decir que el lenguaje no es innato», ha afirmado, «es lo mismo que decir que no hay diferencia entre mi nieta, una piedra y un conejo», esto es, que si ponemos a los tres «en una comunidad en la que se habla inglés, los tres hablarán inglés». La idea clave es que, dado que la inmersión en un

entorno lingüístico no es suficiente para que el lenguaje se desarrolle, debe haber algo en los bebés humanos que los diferencie de otras especies. Ese *algo* es lo que Chomsky denomina, confusamente, *Gramática Universal*, un término de la tradición gramatical racionalista que en realidad no se refiere a una implausible gramática innata, sino a las propiedades de la cognición humana que subyacen a la capacidad única para aprender a hablar.

Así formulado, el argumento es irrefutable, salvo que neguemos que la capacidad para el lenguaje exista y asumamos, como hacen los opositores a Chomsky, que lo que explica las diferencias entre su nieta y cualquier otro organismo no es una supuesta capacidad innata para el lenguaje, sino que los seres humanos tenemos más capacidad para aprender en general, bien sean las lenguas, bien sea cualquier otra cosa. Pero nótese que esa *mayor capacidad general para aprender* también será innata, esto es, el resultado de la evolución diferencial de nuestro cerebro. La disputa no es, por tanto, si tenemos el lenguaje gracias a nuestros genes (algo indiscutible fuera de explicaciones místicas o mágicas), sino algo mucho más **prosaico**: si las propiedades que subyacen a nuestra capacidad del lenguaje evolucionaron para aprender a hablar o al servicio del aprendizaje en general.

Para resolver este dilema podemos comparar el desarrollo de dos capacidades humanas, una innata, como la visión, y una no innata, puramente cultural, como la capacidad de jugar al ajedrez. La capacidad de la visión se desarrolla espontáneamente en todos los individuos sanos; no necesita instrucción específica, aunque depende del estímulo externo para su desarrollo; los cambios en los estímulos implican cierta variación en el sistema final; tiene un robusto condicionamiento genético y, tras un periodo crítico, su desarrollo es deficiente. Por su parte, la capacidad de jugar al ajedrez no se desarrolla espontáneamente; solo se desarrolla en individuos entrenados específicamente para ello; puede haber diferencias notables en su desarrollo en diferentes personas; su origen es cultural (es un sistema de reglas convencionales inventado y se transmite culturalmente).

Parece entonces que la evolución nos moldeó para aprender a ver, pero no para jugar al ajedrez. Así, podemos concluir que existe la facultad de la visión (un resultado de la evolución natural), pero no que exista la facultad del ajedrez. Negar un condicionamiento innato para el lenguaje implica equiparar la facultad del lenguaje a la capacidad de aprender a jugar al ajedrez. Pero esa identificación es inaceptable. El desarrollo del lenguaje en las personas se parece mucho más al desarrollo de la visión que al desarrollo del conocimiento del ajedrez. Estamos diseñados evolutivamente para aprender a ver y para aprender a hablar (si recibimos los estímulos adecuados en el momento oportuno), pero no, ciertamente, para jugar al ajedrez, aunque podamos hacerlo.

Por supuesto, y eso explica en parte la confusión, las lenguas humanas que desarrollamos los seres humanos incluyen un componente cultural que se aprende del entorno (y que es responsable de sus diferencias), por lo que la facultad del lenguaje que desarrollan las personas tiene un condicionamiento cultural del que carece la facultad de la visión, pero eso no implica que podamos asumir que el lenguaje es un mero constructo cultural. El lenguaje no es un producto de la cultura, sino la herramienta cognitiva que nos permite crearla. Así, en contra de lo que afirman los antiinnatistas, no es cierto que tengamos el lenguaje porque seamos más listos, sino que somos más listos porque tenemos el lenguaje.

Mendivil Giró, J. L. (2021). «¿Es innato el lenguaje?». En *Letras Libres*. Recuperado de <<https://www.letraslibres.com/espana-mexico/ciencia-y-tecnologia/es-innato-el-lenguaje>>. (Texto editado)

1. Determine el tema central del texto.

- A) Las impugnaciones al aprendizaje de una lengua natural por vías mecánicas
- B) El componente cultural que se desprende del estudio del lenguaje humano
- C) La clarificación sobre la polémica que gira en torno del innatismo lingüístico
- D) Los casos que validan la emergencia del lenguaje como constructo cultural

Solución:

El tema, en rigor, es las impugnaciones en torno a la afirmación de que el lenguaje es innato. El autor aclara cuáles son los cuestionamientos y de qué manera son pasibles de refutación.

Rpta.: C

2. En el texto, la palabra PROSAICO es antónima de

- A) especializado. B) coherente. C) impugnable. D) plausible.

Solución:

La discusión radica en cuestiones más sencillas que el condicionamiento genético, de manera que PROSAICO es antónimo de COMPLEJO.

Rpta.: A

3. Es compatible con el texto afirmar que equiparar el desarrollo del lenguaje con el desarrollo de la visión

- A) carece de fundamento debido a que este último prescinde de la cultura.
- B) está sustentado en que se ha detectado genes vinculados con el habla.
- C) se sustenta en el correlato preciso entre el habla y la capacidad para ver.
- D) es una operación asimétrica por el condicionamiento cultural del primero.

Solución:

Si bien es una analogía interesante, el lenguaje presenta un condicionamiento cultural que la visión no tiene; por ello, se podría afirmar que el parangón es asimétrico.

Rpta.: D

4. Resulta incompatible, sobre la destreza en el ajedrez, afirmar que

- A) es un producto culturalmente específico y, por ello, su aprendizaje es particular.
- B) el aprendizaje de sus reglas depende de un proceso de enseñanza progresivo.
- C) se desarrolla gracias a las condiciones matemáticas con las cuales nacemos.
- D) dista de ser considerada una facultad con base biológica como la del lenguaje.

Solución:

El ajedrez se desarrolla mediante un proceso de adiestramiento, pues se trata de un producto cultural que no todos aprenden.

Rpta.: C

5. Se deduce del texto que la competencia lingüística de un quechuahablante depende del medio externo, dado que
- A) los individuos son culturalmente dependientes de la evidencia lingüística que reciben durante el periodo crítico.
 - B) el lenguaje es un producto directo de la cultura y, por ello, resulta cuestionable plantear una base genética.
 - C) está definida por un sustento genético para el aprendizaje general que de manera marginal influye en el lenguaje.
 - D) la evolución ha determinado la capacidad intelectual del ser humano y de esta depende el aprendizaje de lenguas.

Solución:

Sin evidencia externa el desarrollo de la facultad sería infructuoso; por ello, aunque existe una base biológica, el condicionamiento cultural es evidente.

Rpta.: A

6. Si las condiciones iniciales para desarrollar una lengua fueran divergentes en los individuos,
- A) la sistematicidad del inglés o el quechua sería sencilla de describir.
 - B) la gramática universal sería un presupuesto plenamente discutible.
 - C) el desarrollo del lenguaje definiría la capacidad intelectual de estos.
 - D) los idiomas serían homogéneos e reproducibles por cualquier animal.

Solución:

Si existieran diferencias en las condiciones iniciales del desarrollo lingüístico, el planteamiento de la gramática universal no tendría mucho valor.

Rpta.: B

TEXTO 2A

El universo es la cosa más simple jamás pensada. El área en la que trabajo ha sido responsable de miles de modelos y conceptos, pero ahora quedamos como tontos, porque resulta que la naturaleza nos está mostrando que es extremadamente simple. Es decir, las nuevas adiciones que gente como yo hemos estado haciendo durante los últimos 30 años carecen de evidencia. Si bien estos hallazgos se promocionan como señales de nueva física, sus presupuestos no pueden justificarse por el momento: la teoría de cuerdas, la teoría M, membranas, dimensiones extra, toda clase de complicaciones sin correlatos empíricos. Por ese camino llegamos a la invención del multiuniverso... El multiuniverso es el ejemplo perfecto de una teoría desperdiciada. No estamos en el Big Bang que es bastante aburrido y uniforme, no hay nada interesante en el Big Bang. Nosotros somos probablemente lo más complejo del universo, y me parece inspirador que la gente se dé cuenta de que estamos rodeados de simplicidad. Somos complicados e impredecibles, pero somos capaces de descubrir la increíble simpleza y economía del universo. En vez de añadir ingredientes, la clave para entender los misterios del universo está en fijarse en la asombrosa sencillez, belleza y **elegancia** de la naturaleza.

Serrano, C. (2021). "El universo es la cosa más simple del universo": Neil Turok, el físico que desafía la teoría del Big Bang. En *BBC Mundo*. Recuperado de <<https://www.bbc.com/mundo/noticias-56738199>>. (Texto editado)

TEXTO 2B

¿Qué es el multiverso? La respuesta a esta pregunta requiere de una mente abierta a las posibilidades, en las cuales es posible detectar violaciones a las leyes físicas que son permitidas por la física misma, el propio sentido del ego ya no será el mismo al concebir esta confluencia de posibilidades complejas. La idea de la existencia de universos distintos al nuestro es quizás una de las ideas más discriminadas de la ciencia. Sin embargo, hoy en día la predicción de la existencia de otros universos alternos al nuestro nace de nuestros modelos físicos aceptados: inflación, mecánica cuántica, física estadística, teoría de cuerdas, etc. Es necesario para entender el universo, la conformación de múltiples teorías complejas. Si bien los universos paralelos se adjuntan casi de manera inmediata a las ideas que solo pueden ser vistas como ciencia ficción, hoy en día existen modelos físicos que nos llevan a resultados que se interpretan como modelos multiversales. Sentémonos un momento a pensar si nuestro universo entero no es más que solo una pequeña isla que flota en un inmenso océano de posibles universos, realidades y hasta incluso leyes de la física distintas a las que conocemos: científicos de alto calibre han tomado esta idea como una posibilidad real, sobre la cual se realiza investigación seria.

Hernández Santiago, J. J. (2009). *Multiverso*. México, Instituto Politécnico Nacional. Escuela Superior de Física y Matemáticas.

1. Determine el punto de conflicto entre ambos autores.
 - A) El planteamiento de conceptos parsimoniosos en el ámbito de la física moderna
 - B) La necesidad de reducir la complejidad de la física para explicar el multiuniverso
 - C) La simplicidad del universo mediante la formulación de ciertos principios básicos
 - D) Universo o multiverso: simplicidad o complejidad teórica en el ámbito de la física

Solución:

Los textos tensionan en cuanto a la consideración de un universo o un multiverso: ambas direcciones se vinculan con teorías parsimoniosas o sofisticadas respectivamente.

Rpta.: D

2. Tal como se emplea en el texto A, la palabra ELEGANCIA se vincula con el concepto de
 - A) simetría.
 - B) complejidad.
 - C) abstracción.
 - D) versatilidad,

Solución:

ELEGANCIA hace referencia a la simplicidad de la naturaleza, la cual habría de explicarse con teorías simétricas.

Rpta.: A

3. Es posible deducir que la física, de acuerdo con la posición de Turok, fundamentalmente
- A) evidencia en la teoría del multiverso un ejercicio de vanidad intelectual.
 - B) ha sido autocomplaciente con la preservación de teorías conservadoras.
 - C) debe propender a la explicación del universo mediante principios simples.
 - D) se niega a un desarrollo pleno al renunciar a concebir universos paralelos.

Solución:

Si el universo es sencillo y el ser humano busca comprenderlo, este ejercicio de comprensión debe corresponderse con explicaciones o teorías sencillas.

Rpta.: C

4. De acuerdo con la postura de ambos autores, es incompatible afirmar que conceptualmente
- A) el universo puede analizarse objetivamente mediante varias teorías.
 - B) la teoría del multiverso es parsimoniosa y semánticamente sencilla.
 - C) existe una mayor complejidad en la llamada teoría del multiuniverso.
 - D) una teoría compleja del cosmos se vincula con un cosmos complejo.

Solución:

La teoría del multiverso es mucho más compleja que la hipótesis de un universo simple que puede explicarse con principios sencillos.

Rpta.: B

5. Si se detectara evidencia de lo que se concibe como multiverso,
- A) Turok cuestionaría airadamente la veracidad de este fraudulento hallazgo.
 - B) las predicciones acerca de su desaparición se considerarían inadmisibles.
 - C) los hechos pronto determinarían que es un ejemplo palmario de *fake news*.
 - D) dejaría de considerársele una idea digna de creaciones de ciencia ficción.

Solución:

Si se descubriera un correlato empírico del multiverso, dejaría de considerársele una hipótesis propia de los relatos de ciencia ficción.

Rpta.: D

TEXTO 3

Un modelo matemático es una descripción matemática (a menudo por medio de una función o una ecuación) de un fenómeno real, como el tamaño de una población, la demanda de un producto, la rapidez de un objeto que cae, la concentración de un producto en una reacción química, la esperanza de vida de una persona al nacer, o el costo de la reducción de las emisiones. El propósito del modelo es comprender el fenómeno y hacer predicciones sobre su comportamiento futuro. La figura 1 ilustra el proceso de modelado matemático. Dado un problema del mundo real, la primera tarea es formular un modelo matemático mediante la identificación y el etiquetado de las variables dependientes e independientes, y hacer suposiciones que simplifiquen lo suficiente el

fenómeno para que sea matemáticamente manejable. Utilice su conocimiento de la situación física y sus habilidades matemáticas para obtener ecuaciones que relacionen las variables. En situaciones donde no hay ninguna ley física que lo guíe, recopile los datos (ya sea en una biblioteca, en internet o mediante la realización de sus propios experimentos) y organícelos en una tabla para identificar **patrones**. A partir de esa representación numérica de una función, puede obtener una representación gráfica. La gráfica podría sugerir incluso una fórmula algebraica apropiada en algunos casos.

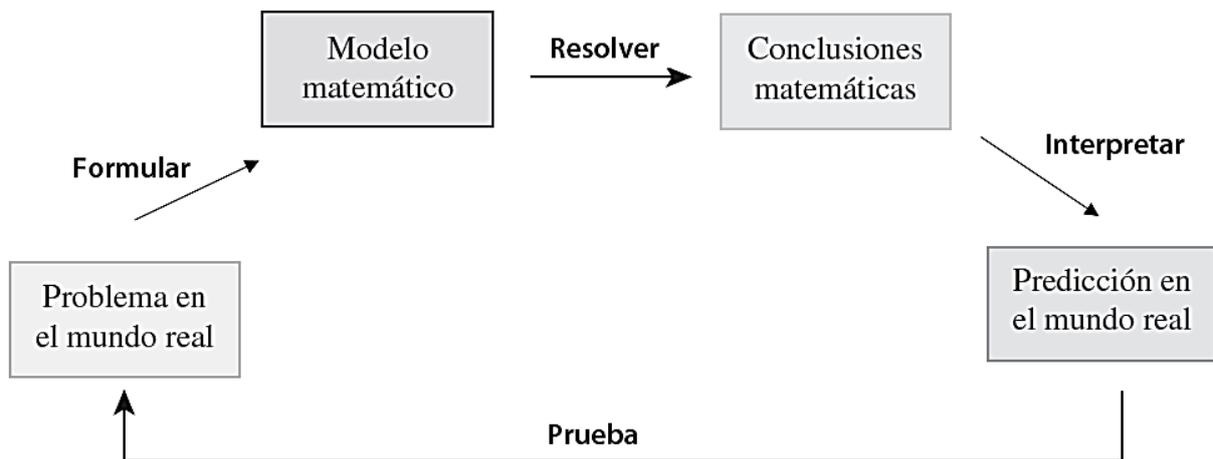


FIGURA 1

El proceso de modelado

La segunda etapa consiste en aplicar las matemáticas que conoce (como el cálculo) al modelo matemático que se ha formulado para obtener conclusiones matemáticas. Luego, en la tercera etapa, se toman esas conclusiones matemáticas y se interpretan como información sobre el fenómeno original del mundo real con el propósito de dar explicaciones o hacer predicciones. El último paso es probar sus predicciones y compararlas contra nuevos datos reales. Si las predicciones no coinciden con una buena aproximación de la realidad, se necesita afinar el modelo o formular uno nuevo y empezar otra vez el ciclo.

Un modelo matemático nunca es una representación completamente precisa de una situación física: es una *idealización*. Un buen modelo simplifica la realidad lo suficiente para permitir hacer cálculos matemáticos y es razonablemente preciso para proporcionar valiosas conclusiones. Es importante darse cuenta de las limitaciones del modelo porque, finalmente, la Madre Naturaleza tiene la última palabra. Hay muchos tipos diferentes de funciones que pueden utilizarse para modelar relaciones observadas en el mundo real.

Stewart, J. (2018). *Cálculo. Trascendentes tempranas (8.ª edición)*. Ciudad de México: Cengage Learning Editores S. A.

1. El texto se centra fundamentalmente en

- A) las descripciones matemáticas de la realidad a través de modelos.
- B) los modelos matemáticos como representaciones del mundo físico.
- C) la definición y el proceso de conformación de un modelo matemático.
- D) el sustento epistemológico y metodológico de un modelo matemático.

Solución:

El texto se enfoca en la definición de lo que es un modelo matemático, además de las fases de modelado que permiten su consecución.

Rpta.: C

2. En el texto, la palabra PATRÓN connota

- A) regularidad. B) dirección. C) perfección. D) comprobación.

Solución:

La búsqueda de patrones implica la ocurrencia de fenómenos que son regulares. Por ello, el vocablo connota REGULARIDAD.

Rpta.: A

3. Resulta incompatible con el desarrollo textual afirmar que los modelos matemáticos soslayan la abstracción, porque

- A) se caracterizan por desechar los detalles y representar fielmente el mundo real.
B) constituyen un fiel reflejo del fenómeno real que describen y pretender explicar.
C) organizan la realidad física para describirla de acuerdo con ciertos problemas.
D) estos se conforman a través de procedimientos que propenden a la idealización.

Solución:

En el texto se señala con claridad que los modelos matemáticos son idealizaciones de la realidad, pues prescinden de detalles, esto es, abstraen.

Rpta.: D

4. Es posible deducir que los modelos matemáticos se apoyan en

- A) asimetrías.
B) propensiones.
C) intuiciones.
D) refutaciones.

Solución:

Los modelos matemáticos son idealizaciones predictivas de la realidad; en tal sentido, son prospectivos.

Rpta.: B

5. Si los modelos matemáticos prescindieran del cotejo de predicciones con nuevos datos de la realidad,

- A) algunos de estos permitirían representar fidedignamente el mundo real.
B) se caracterizarían por ser herramientas descriptivas altamente defectivas.
C) las hipótesis serían taxativas en un tiempo específico del evento evaluado.
D) los investigadores desarrollarían descripciones altamente escrupulosas.

Solución:

La comparación de predicciones con nuevos datos permite afinar el modelo o desecharlo. Si se soslayara este procedimiento, el modelo sería defectuoso.

Rpta.: B

SECCIÓN C

PASSAGE 1

Seventy-four million years ago, tyrannosaurs hunted in the jungles of the late Cretaceous period —but they weren't alone. Fossils from a family of drowned tyrannosaurs suggest these giants formed cohesive groups that hunted in packs.

The fossils come from a site at Grand Staircase-Escalante National Monument in southern Utah. In 2014, Alan Titus at the US Bureau of Land Management stumbled upon the remains of a group of five tyrannosaurs. Based on their sizes, the team estimated that the group is composed of one adult, one sub-adult and three juveniles.

Celina Suarez at the University of Arkansas performed a stable isotope analysis to determine the environment these dinosaurs lived in, how they were fossilized and a potential cause of death. She found that they died together in a single catastrophic event—a flood.

The tyrannosaur family died and fossilized at the same time, which provides more evidence that these dinosaurs were gregarious animals that lived and hunted in groups, much like wolves do today. Group hunting by large predators like tyrannosaurs is rare. "Predators don't instinctively become **gregarious** as easily as plant eaters," says Titus.

This finding adds to previous evidence of social behavior among tyrannosaurs, including trackways of multiple *Tyrannosaurus rex* in one location, which suggest they may have hunted together.

Duke, C. (21th October 2021). Tyrannosaurs may have hunted together in packs like wolves. *New Scientist*. <https://www.newscientist.com/article/2275060-tyrannosaurs-may-have-hunted-together-in-packs-like-wolves/#ixzz6sbDpqPj4>

Vocabulary:

Drown (*verb*): ahogarse.

Hunt (*verb*): cazar.

Stumble upon (*phrasal verb*): encontrar.

Size (*noun*): tamaño.

Flood (*noun*): inundación.

Trackway (*noun*): camino o pista.

Location (*noun*): ubicación.

Behaviour (*noun*): comportamiento.

Together (*adverb*): juntos.

Large (*adjective*): grande.

1. The passage is primarily concerned with
 - A) the discovery of a new *Tyrannosaurus rex*.
 - B) the similarity between tyrannosaurs and wolf.
 - C) the probable gregarious character of tyrannosaurs.
 - D) social behavior among tyrannosaurs and wolves.

Solution:

The text reports on the hypothesis on the gregarious organization of tyrannosaurs.

Key: C

2. The word GREGARIOUS connotes

- A) greatness.
- B) social.
- C) danger.
- D) likeness.

Solution:

The word GREGARIOUS refers to animals living in groups.

Key: B

3. It can be inferred from the passage that the above-mentioned group of tyrannosaurs

- A) died by drowning in an unexpected catastrophic event.
- B) probably hunted individually like most large predators.
- C) is not the only evidence that tyrannosaurs formed groups.
- D) are the only predators that hunted in dangerous groups.

Solution:

“This finding adds to previous evidence of social behaviour among tyrannosaurs.”

Key: C

4. It is compatible with the passage to say that the isotope analysis made it possible to determine the _____ of the group of tyrannosaurs.

- A) physical dimensions
- B) cause of death
- C) age
- D) genome

Solution:

Celina Suarez performed a stable isotope analysis to determine, among other things, a potential cause of death.

Key: B

5. If the five tyrannosaurs had been found in different locations, then

- A) the existence of tyrannosaurs would be questioned.
- B) the gregarious character of tyrannosaurs would be absurd.
- C) tyrannosaurs would still be the most feared predator.
- D) the gregarious character would have received no new evidence.

Solution:

It is relevant to the hypothesis of the text that the fossils were found in the same place.

Key: D

PASSAGE 2

Most of Earth's terrestrial habitats have lost their ecological integrity, including areas previously categorized as being intact.

Ecological integrity encompasses three measures of intactness. Habitat intactness is a measure of the extent to which people have made changes to the land, faunal intactness is a measure of the number of animal species lost from a habitat, and functional intactness measures whether there are enough animals of individual species to effectively play their part in a functioning ecosystem.

"We only find about 2 to 3 per cent of the Earth's land is where you could be considered as having the same fauna and flora that you had 500 years ago, in pre-industrial times, before major human impacts had occurred," says Andrew Plumptre, head of the Key Biodiversity Areas Secretariat in the UK.

Only 11 per cent of ecologically intact sites lie within environmentally protected areas. However, many other of the intact sites, including parts of the Sahara, Amazon and northern Canada, are within territories managed by indigenous communities, which have played a role in maintaining ecological integrity.

The team determined that by reintroducing between one and five different species to sites that aren't completely degraded, ecological integrity could be restored across about 20 per cent of Earth's land.

Charles, K. (15th April 2021). Just 3 per cent of the land on Earth is still ecologically intact. *New Scientist*. <https://www.newscientist.com/article/2274576-just-3-per-cent-of-the-land-on-earth-is-still-ecologically-intact/#ixzz6sbz2LOs5>

Vocabulary:

Encompass (*verb*): abarcar, incluir.

Manage (*verb*): dirigir, manejar, gestionar.

Restore (*verb*): restaurar, recuperar.

Measure (*noun*): medida.

Within (*preposition*): dentro de.

Intactness (*noun*): integridad.

Enough (*adjective*): suficiente.

About (*preposition*): alrededor de, aproximadamente

1. What is the topic of the passage?

A) The three measures of intactness defining ecological integrity.

B) The repercussions of the loss of ecological integrity on Earth.

C) The dramatic loss of the ecological integrity of Earth's land.

D) The possibility of recovering ecologically intact sites.

Solution:

The text revolves around the small percentage of Earth's intact land.

Key: C

2. As used in the passage, ENCOMPASS is a synonym for
- A) contrast.
 - B) include.
 - C) deny.
 - D) affirm.

Solution:

The word ENCOMPASS means to include a large number or range of things.

Key: B

3. From the passage it is inferred that
- A) functional intactness is related to the species rescued from extinction.
 - B) loss of ecological integrity is a phenomenon exclusive to the present century.
 - C) only 11% of ecologically intact sites are protected areas.
 - D) human impact on ecological integrity is considerable.

Solution:

The text mentions the impact of humans on ecological integrity.

Key: D

4. It is incompatible with passage to affirm that
- A) less than 5% of the Earth's land can be considered intact.
 - B) damage to ecological integrity is completely irreversible.
 - C) indigenous communities preserve ecological integrity.
 - D) ecological integrity considers three types of intactness.

Solution:

As mentioned in the last paragraph, ecological integrity can be partially restored if species are introduced into sites that aren't completely degraded.

Key: B

5. If Brazil and Peru decided to aggressively exploit the Amazonian soil, then
- A) probably the percentage of intact land on Earth would be further reduced.
 - B) governments would be supported by indigenous communities.
 - C) ecological integrity would not be significantly affected.
 - D) environmental organizations would remain skeptical of this decision.

Solution:

Habitat intactness is one of the three factors that determine ecological integrity.

Key: A

Habilidad Lógico Matemática

EJERCICIOS

1. Ana tiene una ficha que tiene la forma de un triángulo equilátero cuyos lados miden $2\sqrt{3}$ cm, y sus vértices son los puntos M, N y Q, como se muestra en la figura. Si ella hace rodar la ficha sobre el camino recto \overline{BA} , desde el punto B hasta que el vértice N toque por segunda vez el camino, y $BA = 24$ cm, ¿cuál es la longitud mínima que recorre el baricentro G?

A) $\frac{23\pi}{3}$ cm

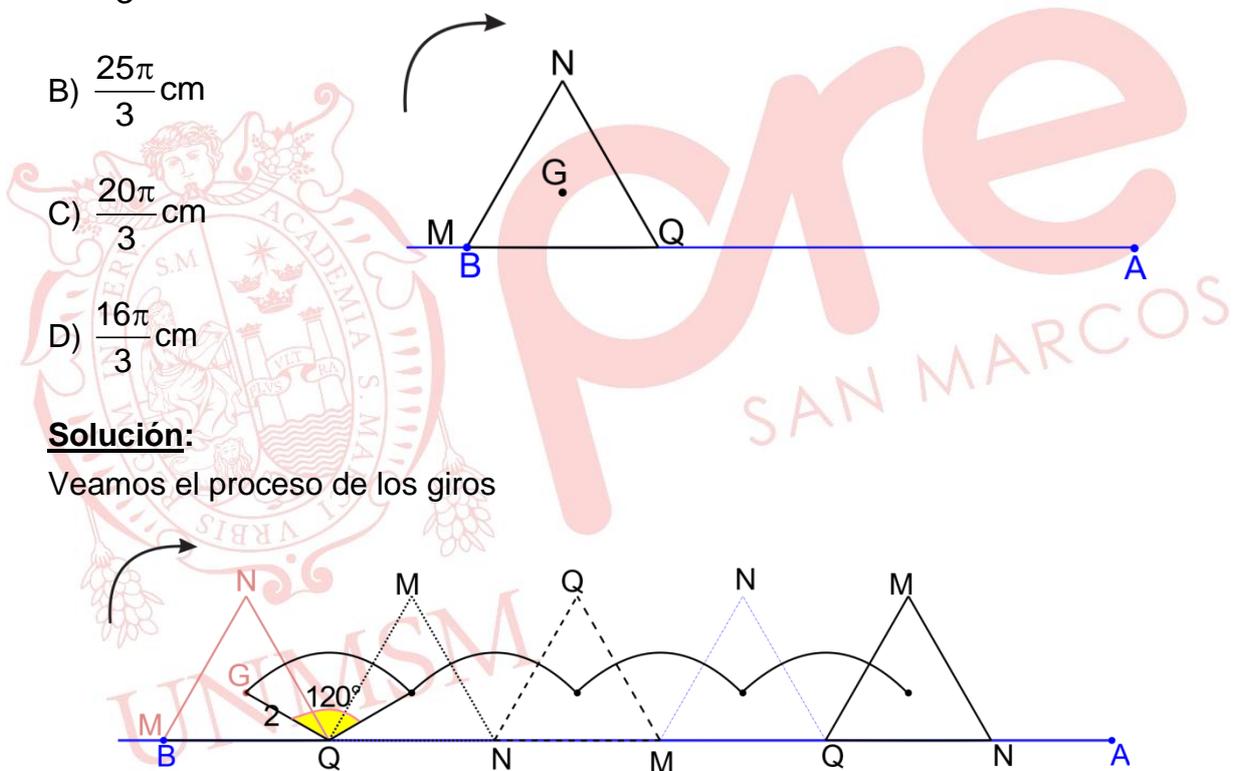
B) $\frac{25\pi}{3}$ cm

C) $\frac{20\pi}{3}$ cm

D) $\frac{16\pi}{3}$ cm

Solución:

Veamos el proceso de los giros

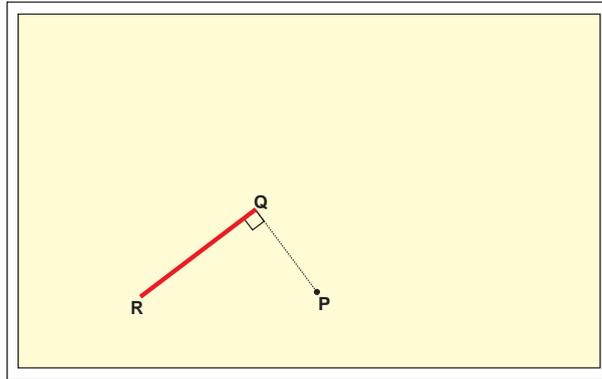


$$L_G = 4 \left(\frac{2\pi}{3} \times 2 \right) = \frac{16\pi}{3} \text{ cm}$$

Por tanto, la longitud que recorre el punto G es. $\frac{16\pi}{3}$ cm

Rpta.: D

2. Ernesto coloca una tiza de 8 centímetros de largo, sobre una pizarra, la tiza está representada por RQ, como se muestra en la figura. Al girar la tiza 90° en sentido horario con respecto al punto P esta genera una región plana. Si $PQ = 6$ cm, ¿cuál es el perímetro, en centímetros, de la región generada?



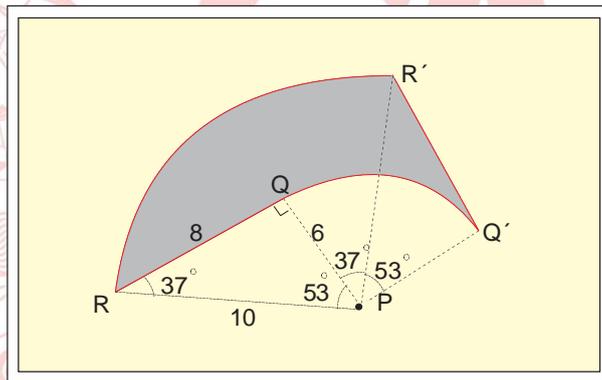
A) $8(\pi + 2)$

B) 8π

C) $2(\pi + 2)$

D) $4\pi + 2$

Solución:



Por tanto el perímetro (región generada) = $5\pi + 3\pi + 8 + 8 = 8(\pi + 2)$.

Rpta.: A

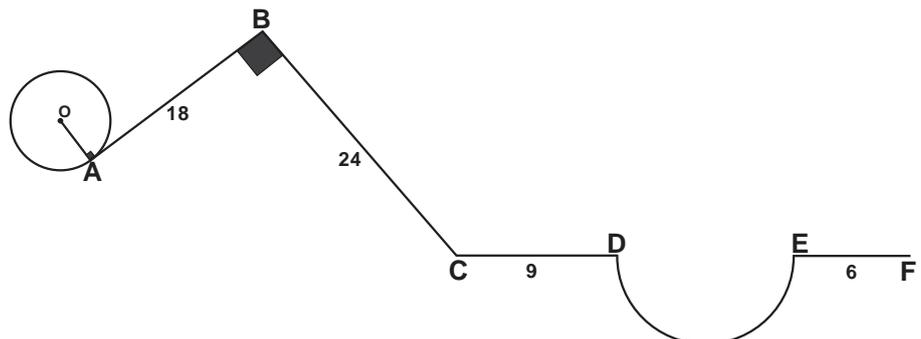
3. Patricia hace rodar un disco circular de centro O y de radio 4 cm, sobre la trayectoria ABCDEF, sin que se deslice en ningún momento, desde el punto A hasta el punto F. Si la semicircunferencia DE tiene radio 7 cm y la medida del ángulo BCD es 106° . ¿Cuál es la longitud total en centímetros que recorre el punto central O del disco circular hasta llegar al punto F? Las longitudes de los tramos mostrados están en centímetros.

A) $(51 + 6\pi)cm$

B) $(51 + 9\pi)cm$

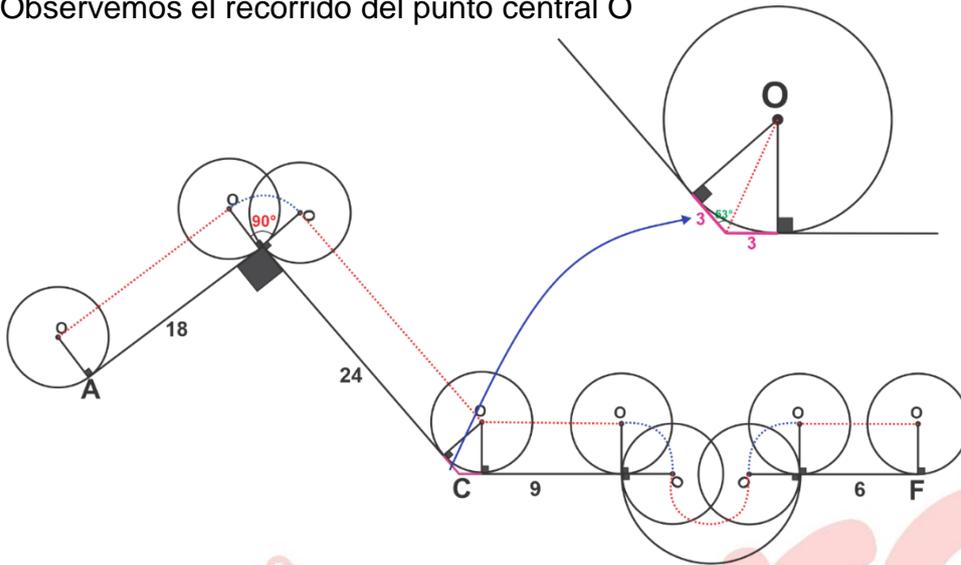
C) $(48 + 9\pi)cm$

D) $(51 + 7\pi)cm$



Solución:

Observemos el recorrido del punto central O



Por tanto, la longitud generada por el punto central O:

$$18 + 21 + 6 + 6 + 2\pi(3) + 3\pi = 51 + 9\pi$$

Rpta.: B

4. La Fig. I y Fig. II son láminas transparentes con forma de triángulos equiláteros congruentes.

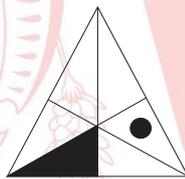


Fig. I

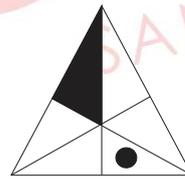
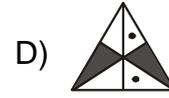
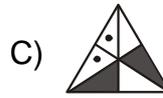
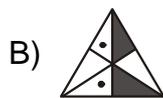


Fig. II

La Fig. I gira sobre su centro 840° en sentido antihorario y la Fig. II gira sobre su centro 1320° en sentido horario. Después de los giros al trasladar la Fig. II sobre la Fig. I se obtiene:



Solución:

Fig. I: $840^\circ = 2(360^\circ) + 120^\circ$

Solo se hace girar 120° en sentido antihorario



Fig. II: $1320^\circ = 3(360^\circ) + 240^\circ$

Solo se hace girar 240° en sentido horario

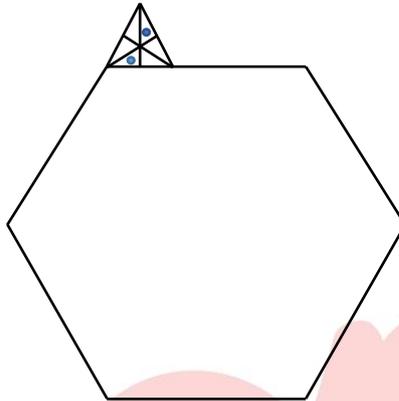
Luego trasladando la Fig. II sobre Fig. I se obtiene:



Rpta.: A

5. La figura muestra una ficha triangular equilátera, que descansa sobre un lado de un hexágono regular, si la ficha gira en sentido horario, sin deslizarse en ningún momento, apoyándose siempre sobre uno de sus vértices alrededor del hexágono, hasta que la ficha toque el lado \overline{MN} por primera vez, además el lado del triángulo y del hexágono miden 3cm y 9cm respectivamente, determine la posición de la ficha triangular al terminar su recorrido.

- A) 
- B) 
- C) 
- D) 

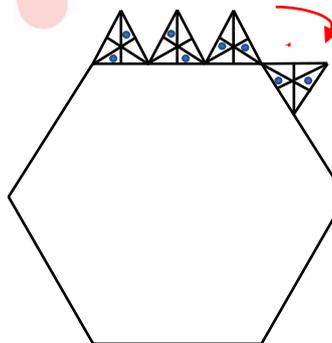
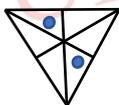


Solución:

- Cada giro lo hace apoyándose en uno de sus vértices
- En cada lado del hexágono, la ficha dá 2 giros (cada uno de 120°)
- En cada vértice la ficha gira 180°
- Hasta llegar a \overline{MN} la ficha gira $2 \times 120 \times 5 + 180 \times 5 = 2100 = 5 \times 360 + 2 \times 120 + 60$
- Gira 240°



- Gira 60°

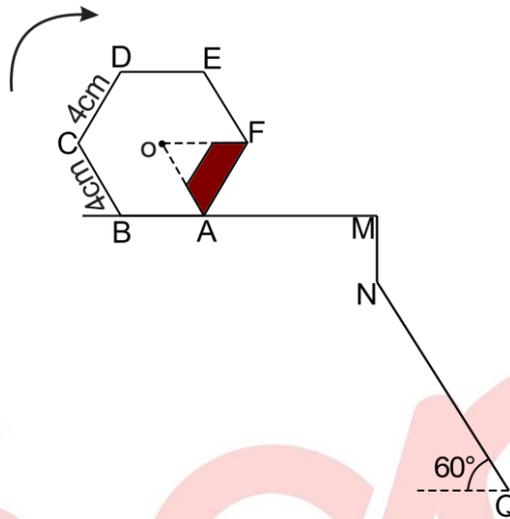


Por tanto, la posición de la ficha triangular es



Rpta.: A

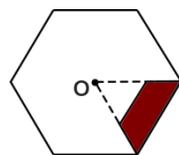
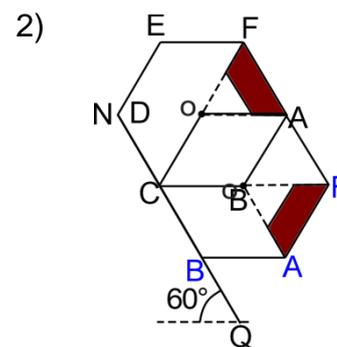
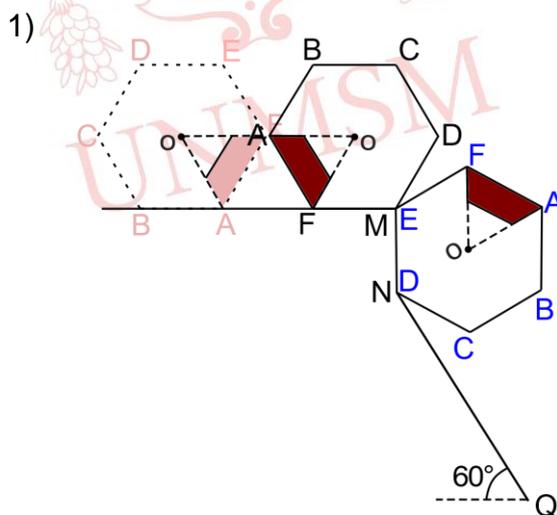
6. En la figura se muestra una lámina hexagonal regular la cual debe hacerse rodar en el sentido horario, sin deslizarse en ningún momento, sobre la trayectoria BMNQ, hasta que el vértice B toque finalmente por primera vez \overline{NQ} . Si $BM = 12$ cm, $MN = 4$ cm y $NQ = 12$ cm, ¿cuál será la disposición del hexágono en dicha posición final?



- A) B) C) D)

Solución:

Analizamos las trayectorias que describe el segmento \overline{AF}

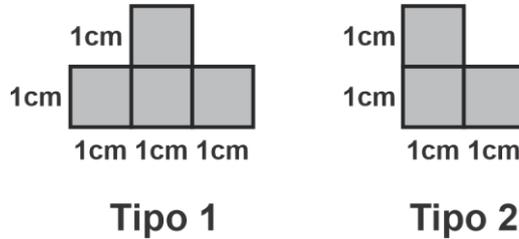


Por tanto, la disposición final del hexágono es .

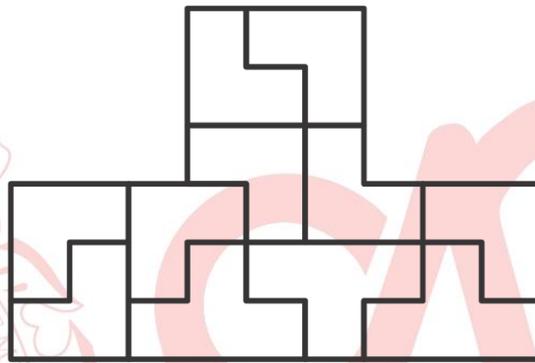
Rpta.: C

7. Alison tiene varias fichas plásticas como las que se indica en la figura; cada ficha está formada por cuadrados idénticos. Si con ellas desea formar una figura semejante a la del tipo 1, conformada por un área mayor a 20 cm^2 , adosándolas convenientemente, sin cortar ni traslapar, ¿cuál es el menor número de fichas que utilizará Alison para lograr su objetivo?

- A) 11
- B) 9
- C) 10
- D) 12



Solución:

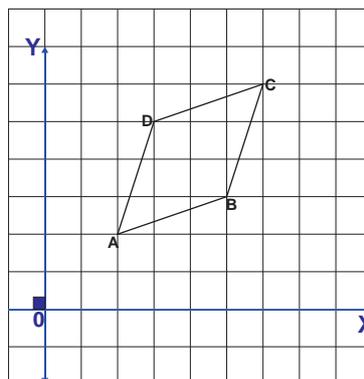


Por tanto, número mínimo de fichas 11.

Rpta.: A

8. Marcos tiene un programa en su computadora que puede dibujar un punto, segmentos, flechas y polígonos. También puede trasladar, rotar y alargar o acortar en la misma proporción el alto y ancho del polígono (por ende, dibujar un polígono semejante a un polígono dado). Cuando se alarga o acorta las dimensiones de un polígono, el nuevo polígono tiene sus lados paralelos a los lados del polígono original, luego se traslada cerca de la esquina superior derecha de la página. Él dibuja el plano cartesiano y un paralelogramo de vértices $A(2,2)$, $B(5,3)$, $C(6,6)$ y $D(3,5)$, luego transforma el paralelogramo en uno semejante al paralelogramo $ABCD$, cuya área es 9 veces el área del paralelogramo $ABCD$ y por último traslada el paralelogramo transformado $A'B'C'D'$ de tal forma que el vértice A' tenga por coordenadas $(1,-8)$. ¿Cuál es la suma de las coordenadas de los vértices del último paralelogramo?

- A) 20
- B) 15
- C) 18
- D) 10



Solución:

Como el $\square ABCD$ es semejante al $\square A'B'C'D'$ y el

área $\square A'B'C'D' = 9$ (área $\square ABCD$), entonces $A'B' = 3AB$, $B'C' = 3BC$,

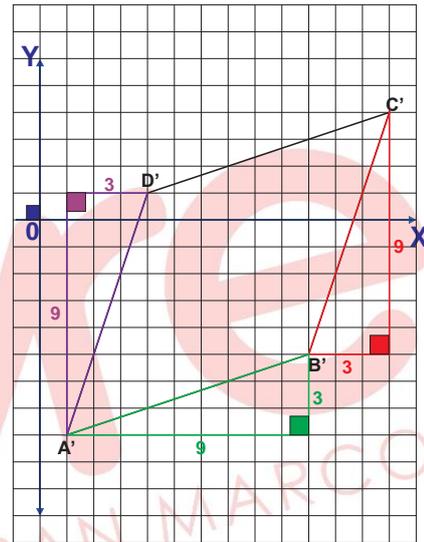
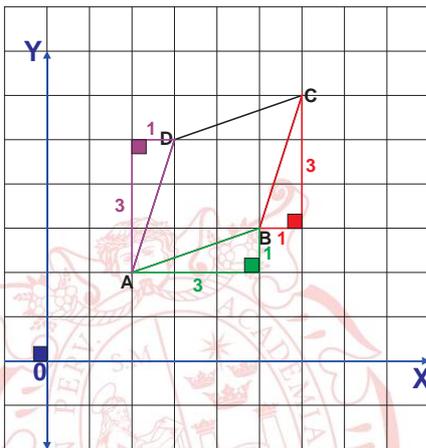
$C'D' = 3CD$, $D'A' = 3DA$, $\sphericalangle A = \sphericalangle A'$, $\sphericalangle B = \sphericalangle B'$, $\sphericalangle C = \sphericalangle C'$ y $\sphericalangle D = \sphericalangle D'$.

$A'(1,-8)$

$B'(1+9,-8+3)$

$C'(1+9+3,-8+3+9)$

$D'(1+3,-8+9)$



Luego: $A'(1,-8)$, $B'(10,-5)$, $C'(13,4)$ y $D'(4,1)$.

Suma de coordenadas = 20

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

- La figura muestra una lámina metálica que tiene la forma de un hexágono regular de lado 9 cm. Si dicha lámina se hace rodar sobre la superficie en el sentido indicado, hasta que quede en la posición inicial por primera vez, ¿cuál es la longitud en centímetros que recorre el punto A?

A) $6(1+3\sqrt{3})\pi$

B) $6(1+\sqrt{3})\pi$

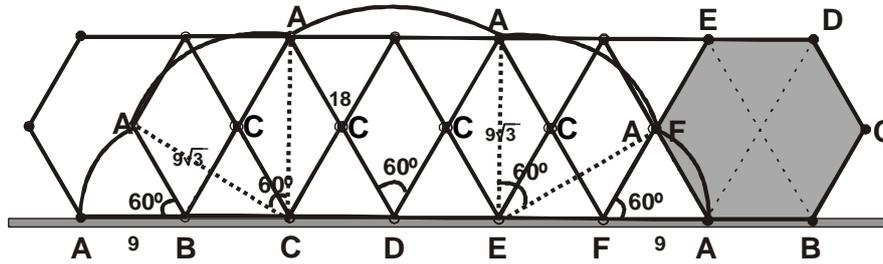
C) $6(2+\sqrt{3})\pi$

D) $6(3+\sqrt{3})\pi$



Solución:

1) Veamos el recorrido

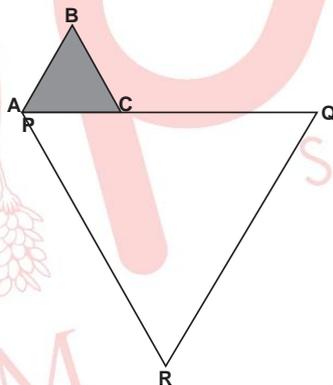


2) Por tanto la longitud mínima: $Lon.Min = (9 + 9\sqrt{3} + 18 + 9\sqrt{3} + 9) \frac{\pi}{3} = 6(2 + \sqrt{3})\pi$

Rpta.: C

2. En la figura, ABC y PQR son triángulos equiláteros, PQ = 18, AC = 6 cm. Si ABC es una lámina metálica y esta se hace rotar 120° en sentido horario con respecto al punto Q (sin que la lámina se deslice en ningún momento), luego se traslada de manera que el vértice A coincida con Q, finalmente se la hace rodar sobre el lado \overline{QR} , sin que se deslice hasta que el vértice A coincida con R, ¿cuál es la mínima longitud que recorre el vértice A?

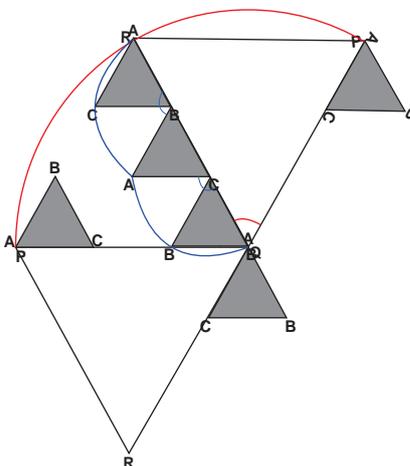
- A) $2(9 + 11\pi)$ cm
- B) $2(9 + 13\pi)$ cm
- C) $2(9 + 10\pi)$ cm
- D) $2(11 + 10\pi)$ cm



Solución:

Veamos el proceso

Longitud de recorrido del vértice A:



Long. mín. = Rotación + Traslación + Desplazamiento

$$= \frac{2\pi}{3}(18) + 18 + 2\left(\frac{2\pi}{3}(6)\right)$$

$$= 2(9 + 10\pi)$$

Por tanto: Long. mín. recorrido de A = $2(9 + 10\pi)$

Rpta.: C

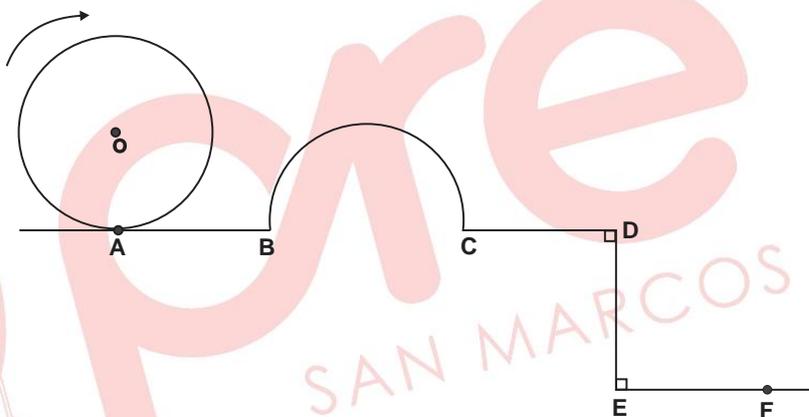
3. En la figura, se muestra un disco circular de centro O y de radio 6 cm, $AB = CD = 6(2 + \sqrt{3})$ cm, $DE = EF = 12$ cm y BC es una semicircunferencia de radio 6 cm. Si el disco rueda sobre ABCDEF, en el sentido indicado desde el punto A hasta el punto F, sin deslizarse en ningún momento, ¿cuál es la mínima longitud que recorre el punto central O del disco circular?

A) $(48 + 11\pi)$ cm

B) $2(24 + 5\pi)$ cm

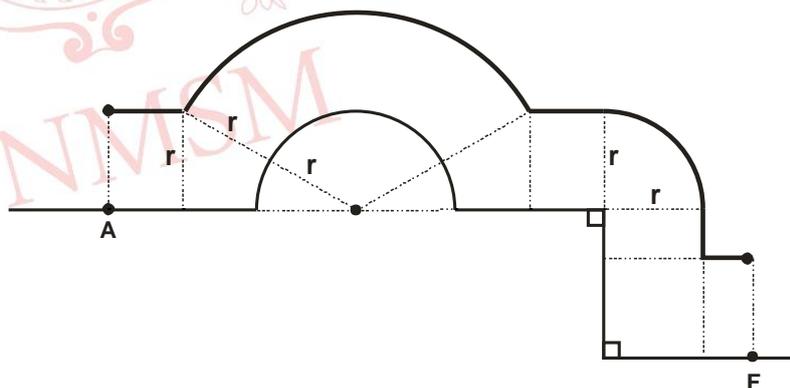
C) $(48 + 13\pi)$ cm

D) $2(24 + 7\pi)$ cm



Solución:

1. Tenemos la trayectoria del centro:



2. Obtenemos

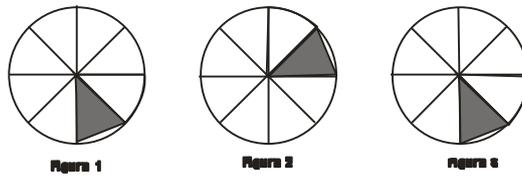
$$\text{Long. recorrido por Centro} = 3 \times 6 + \frac{2\pi}{3} \times 12 + 3 \times 6 + \frac{\pi}{2} \times 6 + 6 + 6$$

$$= 48 + 11\pi$$

3. Por tanto: Long. recorrido por Centro = $48 + 11\pi$.

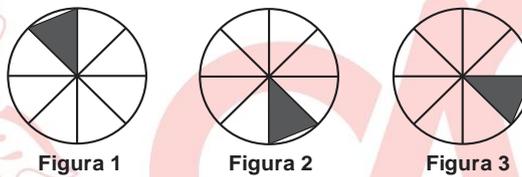
Rpta.: A

4. Se tiene tres laminas transparentes, tal como se muestra en la figura si cada una de estas laminas se las hace girar 180° , 270° y 405° todas en sentido anti horario, luego se colocan las láminas una encima de las otras, ¿Cuál es la figura resultante?



Solución:

1) Girando cada una de las láminas, según lo pedido tenemos

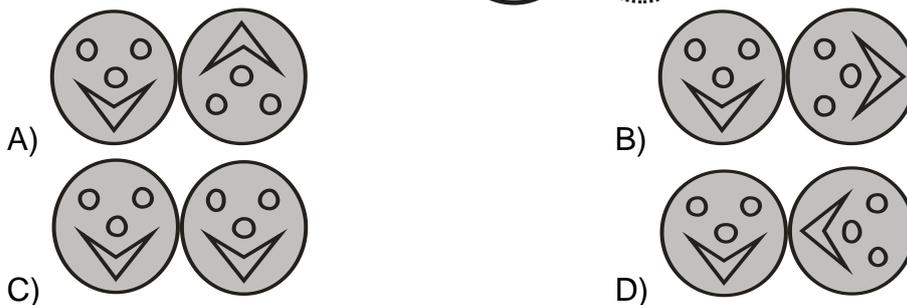
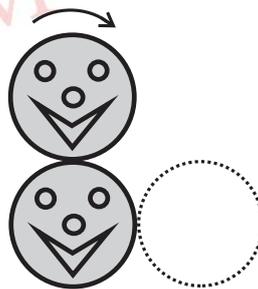


2) Luego superponiendo una lámina encima de la otra obtenemos:



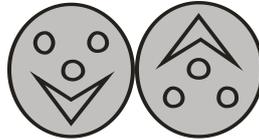
Rpta.: D

5. La figura muestra dos fichas idénticas circulares. La ficha superior es rotada hasta la posición punteada, sin deslizarse alrededor de la ficha de abajo. ¿Cuál es la posición relativa de las caras felices?



Solución:

- 1) Hace una rotación de 90° en el sentido de la fecha.
- 2) Por tanto estará en la posición:



Rpta.: A

6. Se quiere dibujar un polígono regular de 60 cm de perímetro, semejante a otro de 180 cm de perímetro. ¿Cuánto medirá el lado del primer polígono si el lado del segundo polígono mide 15 metros?
- A) 4 cm B) 6 cm C) 5 cm D) 8 cm

Solución:

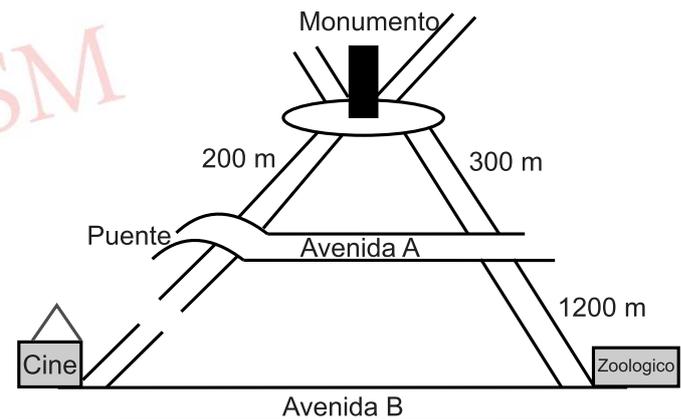
Entonces se tiene $\frac{P_A}{P_B} = \frac{60}{180} \rightarrow \frac{P_A}{15} = \frac{x}{15} \rightarrow \frac{x}{15} = \frac{60}{180} \rightarrow x = \frac{60 \times 15}{180} = 5$

Por consiguiente, la longitud del lado del segundo polígono es de 5 cm.

Rpta.: C

7. Juan como tarea escolar ha dibujado el plano con sus distancias de una parte de la ciudad, como se muestra en la figura, y en dicho plano se observa que la avenida A es paralela a la avenida B. Entre el puente y el cine hay una mancha de café que cubre la distancia entre ellos. Halle dicha distancia.

- A) 800 m
B) 750 m
C) 1000 m
D) 1200 m

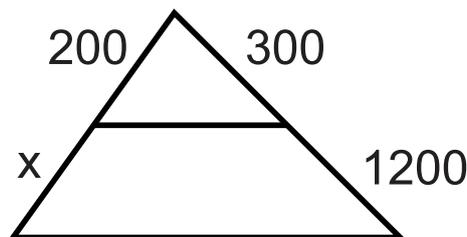


Solución:

Por semejanza tenemos que

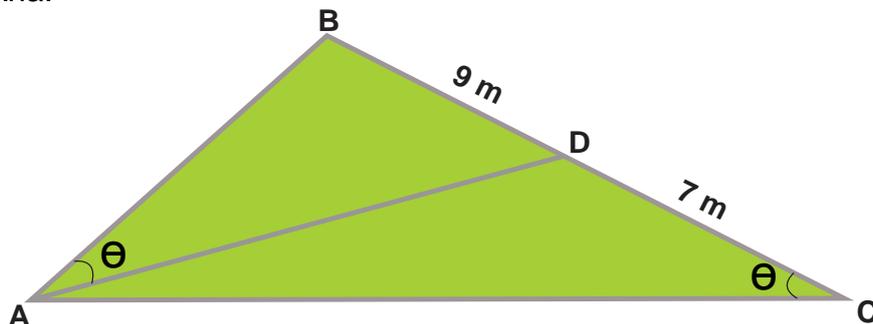
$$\frac{200}{x + 200} = \frac{300}{1500}$$

$$x = 800 \text{ metros}$$



Rpta.: A

8. En el gráfico se muestra el terreno que tiene Ana, a dicho terreno le falta cercar el lado AB y sabe que el metro de cerca cuesta S/ 40. Indique el gasto que debe realizar Ana.



- A) S/ 360 B) S/ 540 C) S/ 480 D) S/ 640

Solución:

Los triángulos ABC y ABD, tienen en común los ángulos θ y B, por ello son semejantes, luego se puede plantear:

$$\frac{AB}{9} = \frac{16}{AB} \rightarrow AB = 12$$

Costo para 12 m: S/ 480

Rpta.: C

Aritmética

EJERCICIOS

1. Jaimito en la clase de química realiza un experimento donde mezcla alcohol puro, agua y alcohol de 28° , con volúmenes en la relación de 1, 2 y 5 respectivamente. Si el profesor le pide que obtenga alcohol de 15° , entonces Jaimito extrae cierta cantidad de la mezcla y la reemplaza por agua, ¿qué fracción de la mezcla extrajo?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{3}{4}$

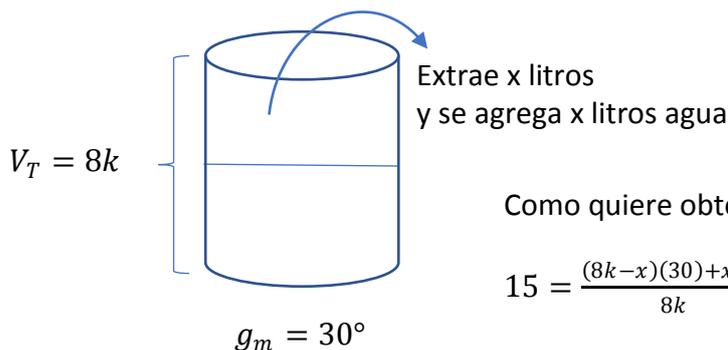
Solución:

Sean los volúmenes de los ingredientes como están en relación 1, 2, y 5:

$$V_1 = k; V_2 = 2k; V_3 = 5k$$

Los grados de los ingredientes son: $g_1 = 100^\circ, g_2 = 0^\circ, g_3 = 28^\circ$

$$g_m = \frac{100k + 0 + 5k(28)}{k + 2k + 5k} = \frac{240k}{8k} = 30^\circ$$



Como quiere obtener alcohol de 15° :

$$15 = \frac{(8k-x)(30)+x(0)}{8k} \Rightarrow 120k = 240k - 30x$$

$$30x = 120k \Rightarrow x = 4k$$

Entonces la fracción de la mezcla es: $f = \frac{4k}{8k} = \frac{1}{2}$

Rpta.: B

2. Luis va a una joyería para comprar un regalo para su novia y observa que el precio de una pulsera de oro de 16 quilates, con un peso de 36 gramos, excede en S/ 4120 al precio de un anillo de oro de 12 quilates, que tiene un peso de 8 gramos. Si Luis compró un par de aretes de 5 gramos cada uno y de ley 0,800, ¿cuánto pagó? (Considerar que el metal ordinario tiene costo nulo)

A) S/ 1648

B) S/ 1250

C) S/ 1508

D) S/ 1618

Solución:

Pulsera de oro: $W_1 = 36 \text{ g}$; $k_1 = 16$

Anillo de oro: $W_2 = 8 \text{ g}$; $k_2 = 12$

$$\text{Ley} = \frac{w_{\text{oro puro}}}{W_{\text{total}}} = \frac{\# \text{quilates}}{24}$$

Peso de oro puro en la pulsera: $\frac{w_{\text{oro puro}}}{36} = \frac{16}{24} \Rightarrow W_{\text{oro puro (p)}} = 24 \text{ g}$

Peso de oro en el anillo: $\frac{w_{\text{oro puro}}}{8} = \frac{12}{24} \Rightarrow W_{\text{oro puro (a)}} = 4 \text{ g}$

Sea p el precio de un gramo de oro puro: (del dato)

$$24p - 4p = 4120 \Rightarrow 20p = 4120 \Rightarrow p = S/206$$

Para el arete: $\text{Ley} = \frac{w_{\text{oro puro}}}{W_{\text{total}}} \Rightarrow 0,8 = \frac{W_{\text{oro puro}}}{5} \Rightarrow w_{\text{oro puro}} = 4 \text{ g}$

Precio de un arete: $P_a = 4p = 4(206) = S/824$

Precio de un par de aretes es: $824(2) = S/1648$

Rpta.: A

3. Un comerciante de abarrotes mezcla tres tipos de harina A, B y C de S/ 2,50; S/ 6,50 y S/ 5,50 el kilogramo respectivamente. Si desea obtener una mezcla de 360 kg para vender a S/ 6,00 el kilogramo ganado el 25%, sabiendo que las cantidades de los tipos A y B están en la relación de 4 a 5, ¿cuántos kilogramos tendrá que utilizar del tipo C?

A) 36 B) 48 C) 31 D) 42

Solución:

TIPO	CANTIDADES	PRECIO(S)
A	4K	2,50
B	5K	6,50
C	360 - 9K	5,50
TOTAL	360	6,00

$$P_V = P_M + G \Rightarrow 6 = P_M + 25\%P_M = 125\%P_M \Rightarrow P_M = 4,8$$

$$p_M = \frac{4K(2,50) + 5K(6,50) + (360 - 9K)(5,50)}{360} = 4,8$$

$$10k + 32,5k + 1980 - 49,5k = 4,8(360) = 1728$$

$$-7k = 1728 - 1980 = -252 \Rightarrow k = \frac{252}{7} = 36$$

$$\therefore \text{Cantidad harina tipo C: } 360 - 9(36) = 360 - 324 = 36 \text{ kg}$$

Rpta.: A

4. Rafael va donde un joyero y le entrega su pulsera de oro de 18 quilates que pesa 12 gramos, para que con esta le confeccione dos aros: el primero de 21 quilates y el segundo de 18 quilates que pese 8 gramos. ¿Cuántos gramos de oro puro debe agregar el joyero para obtener dicho pedido?

A) 3 B) 5 C) 4 D) 2

Solución:

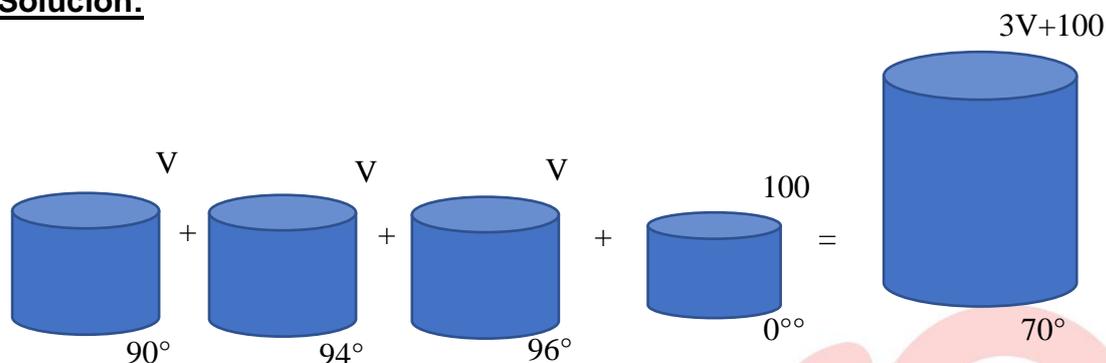
- Entrega: 12 g de 18 K
- Al confeccionar el aro de 8g de 18K, le queda 4g de 18K
- Para confeccionar el aro de 21K, agrega oro puro:

$$4(18K) + x(24K) = (4+x)(21K) \rightarrow x = 4$$

Por lo tanto, el joyero debe agregar 4 g de oro puro.

Rpta.: C

5. Jaimito hace una donación de alcohol para desinfectar, para ello mezcla cantidades iguales de alcohol de 90° , 94° y 96° , pero luego a dicha mezcla le agrega 100 litros de agua, resultando alcohol de 70° . ¿Cuántos litros tiene la mezcla final?
- A) 300 B) 400 C) 450 D) 350

Solución:

$$90V + 94V + 96V + 0 = 70(3V + 100) \rightarrow V = 100$$

$$\therefore \text{Volumen mezcla final} = 3V + 100 = 300 + 100 = 400$$

Rpta.: B

6. Se tienen tres lingotes de plata y estaño; el primero, de ley 0,700; el segundo con un peso de 730 gramos, de ley 0,820; y el tercero de ley 0,900. Si al fundir los tres lingotes se obtuvo una aleación de ley 0,850, con un peso de 2130 gramos, ¿cuántos gramos pesa el primer lingote?
- A) 240,5 B) 230 C) 235,6 D) 459,5

Solución:

$$w_1 = x ; \quad L_1 = 0,700$$

$$w_2 = 730; \quad L_2 = 0,820$$

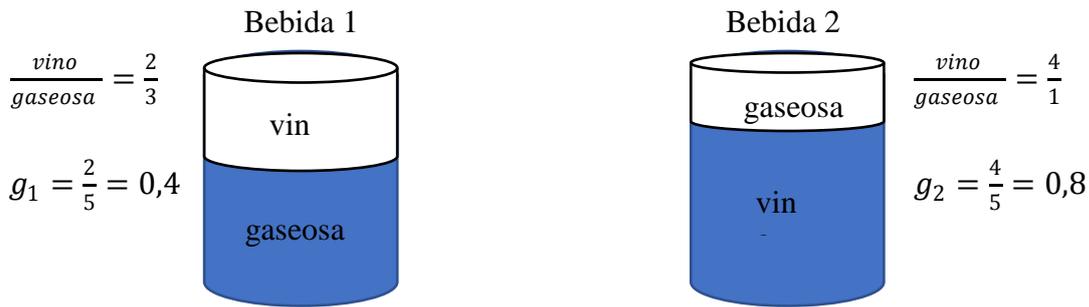
$$w_3 = 1400 - x ; \quad L_3 = 0,900$$

$$0,850 = \frac{0,700x + (0,820)(730) + 0,900(1400 - x)}{2130}$$

$$x = 240,5$$

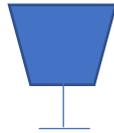
Rpta.: A

7. Un barman prepara dos bebidas: para la primera mezcla 2 litros de vino por cada 3 litros de gaseosa y para la segunda 4 litros de vino por cada litro de gaseosa. Si desea servir una copa, mezclando estas dos bebidas, donde por cada 7 cm^3 de gaseosa se tenga 8 cm^3 de vino, ¿en qué proporción debe mezclar estas bebidas en dicho orden?
- A) 3 a 1 B) 4 a 3 C) 2 a 1 D) 2 a 3

Solución:

Copa:

$$\frac{\text{vino}}{\text{gaseosa}} = \frac{8}{7}$$



$$g = \frac{8}{15}$$

$$g_m = \frac{xg_1 + yg_2}{x + y}$$

$$\frac{8}{15} = \frac{(0,4)x + (0,8)y}{x + y} \Rightarrow 8x + 8y = 6x + 12y \Rightarrow 2x = 4y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{2}{1}$$

Rpta.: C

8. Un ingeniero tiene dos aleaciones de plata cuyas leyes son L_1 y L_2 con las cuales debe preparar una aleación de plata fundiendo las aleaciones en proporción de 1 a 2 respectivamente, pero cometió un error e invirtió esta proporción resultando la ley deseada disminuida en $\frac{1}{7}$ de su valor. ¿En qué proporción están las leyes originales de ambos lingotes?

A) $\frac{8}{9}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{5}{8}$ **Solución:**

Sean los pesos de las aleaciones W_1 y W_2 : $\frac{W_1}{W_2} = \frac{k}{2k}$

La ley deseada: $L_m = \frac{kL_1 + 2kL_2}{k + 2k} = \frac{L_1 + 2L_2}{3}$

La ley con error: $L_{m_1} = \frac{2kL_1 + kL_2}{2k + k} = \frac{2L_1 + L_2}{3}$

$$L_m = L_{m_1} + \frac{1}{7}L_m \Rightarrow \frac{6}{7}L_m = L_{m_1}$$

$$\frac{6}{7} \left(\frac{L_1 + 2L_2}{3} \right) = \frac{2L_1 + L_2}{3} \Rightarrow 6L_1 + 12L_2 = 14L_1 + 7L_2$$

$$5L_2 = 8L_1 \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{5}{8}$$

Rpta.: D

9. Un comerciante adultera el alcohol para obtener mayores ganancias. Si un envase lleno de alcohol de 80% de pureza reemplaza la mitad de su contenido por agua, luego reemplaza $\frac{1}{3}$ de su contenido por agua, y finalmente reemplaza $\frac{1}{4}$ de la nueva mezcla también por agua, ¿qué porcentaje de alcohol contiene medio litro de la mezcla final?

A) 15 B) 10 C) 20 D) 25

Solucion:

Supongamos que tiene V litros de alcohol de 80%

1º) reemplaza la mitad de su contenido por agua

$$V_{alcohol\ puro} = 80\% \left(\frac{V}{2} \right) = 40\%V$$

$$g_1 = \frac{40\%V}{V} = 40\%$$

2º) reemplaza la tercera parte de su contenido por agua

$$V_{alcohol\ puro} = 40\% \left(\frac{2V}{3} \right) = \frac{80}{3}\%V$$

$$g_1 = \frac{\frac{80}{3}\%V}{V} = \frac{80}{3}\%$$

3º) reemplaza la cuarta parte de su contenido por agua

$$V_{alcohol\ puro} = \frac{80}{3}\% \left(\frac{3V}{4} \right) = 20\%V$$

$$g_1 = \frac{20\%V}{V} = 20\%$$

El grado de la mezcla final es 20% por lo tanto medio litro de la mezcla final tiene 20% de alcohol.

Rpta.: C

10. Un comerciante mayorista compra vino de S/ 16 y S/ 25 el litro y los mezcla en cierta proporción. Si vende en S/ 27,50 el litro de mezcla, ganando el 10% del costo, más el 20% de la venta, ¿en qué proporción los mezcla?

A) 5/4 B) 4/3 C) 5/2 D) 2/3

Solución:

$$P_v = P_c + G; P_v = 27,50$$

$$27.50 = P_c + 10\%P_c + 20\%(27,50)$$

$$80\%(27,50) = 110\%P_c \Rightarrow P_c = 20 = P_m$$

Sean x e y las cantidades de vino de 16 y 25 respectivamente

$$P_m = \frac{x(16) + y(25)}{x + y} = 20$$

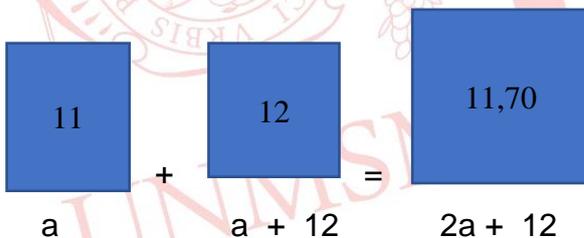
$$16x + 25y = 20x + 20y \Rightarrow 5y = 4x \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{5}{4}$$

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Con dos tipos de café de 11 y 12 soles el kg, se quiere hacer una mezcla que resulte a S/ 11,70 el kg, de manera que la del segundo tipo posea 12 kg más que la del primer tipo. ¿Cuántos kilogramos de mezcla se obtiene?

A) 40 B) 21 C) 13 D) 30

Solución:

$$a=9$$

$$\text{MEZCLA} = 2(9) + 12 = 30$$

$$11a + 12(a + 12) = 11,70(2a + 12)$$

Rpta.: D

2. Se tiene alcoholes de 20° y 15° con precios de 18 y 13 soles el litro respectivamente. Si al mezclar cantidades convenientes de estos alcoholes, el grado de la mezcla es 19°, determine el precio de cada litro de la mezcla para obtener una ganancia del 50%.

A) S/ 25,50 B) S/ 20,50 C) S/ 19,00 D) S/ 17,00

Solución:

20° S/ 18	15° S/ 13	19° S/ p
a litros	b litros	(a+b) litros

$$20a + 15b = 19(a + b) \rightarrow a = 4b$$

$$18(4b) + 13b = 5(a + b)p \rightarrow p = 17$$

$$PV = 17 + 8,50 = 25,50 \text{ soles.}$$

Rpta.: A

3. Se tiene dos recipientes que contienen alcohol de 60° y 80°. Se mezcla 1/4 del contenido del primero con 2/3 del contenido del segundo, obteniéndose alcohol de 68°. Determine el grado de pureza de la mezcla obtenida al mezclar los contenidos restantes de ambos recipientes.

A) 58°

B) 62°

C) 68°

D) 66°

Solución:

60° a litros	80° 2b litros	68° a+2b litros
4a	3b	

$$60(4a) + 80(3b) = 68(a + 2b) \quad \text{Luego : } a = 3b$$

$$\text{Queda: } 60(3a) + 80b = (3a + b) \cdot g_3 \quad \therefore g_3 = 62$$

Rpta.: B

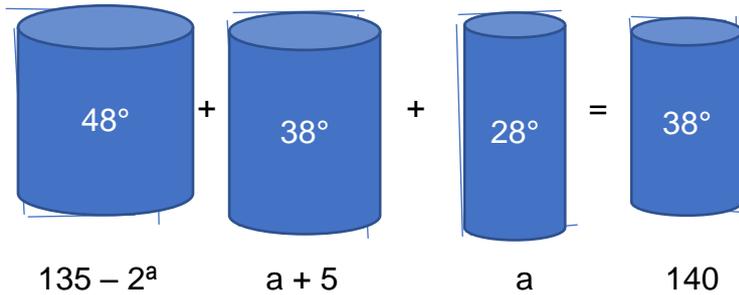
4. Se mezcla alcohol de 48°, 38° y 28° para obtener 140 litros de alcohol de 38°. Si se utilizó 5 litros más de alcohol de 38° que de 28°, ¿cuántos litros de alcohol de 48° se empleó?

A) 45

B) 35

C) 48

D) 40

Solución:

$$48(135 - 2a) + 38(a + 5) + 28a = 140(38) \rightarrow a = 45$$

Por lo tanto, alcohol de 48°: $135 - 2(45) = 45$

Rpta.: A

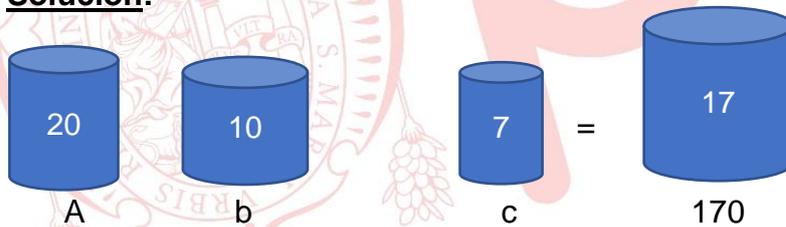
5. Luis desea obtener 170 kg de café de S/17 el kg, mezclando café de 20, 10 y 7 soles el kg. Si todas las cantidades de café son enteras, ¿cuántos kg de café del más caro, como máximo, usó Luis?

A) 122

B) 135

C) 130

D) 140

Solución:

$$20^a + 10b + 7c = 17(170)$$

Resolviendo: Mín. $c = 10$; $2a + b = 282$; Mín. $b = 2$

\therefore Máx. $a = 140$

Rpta.: D

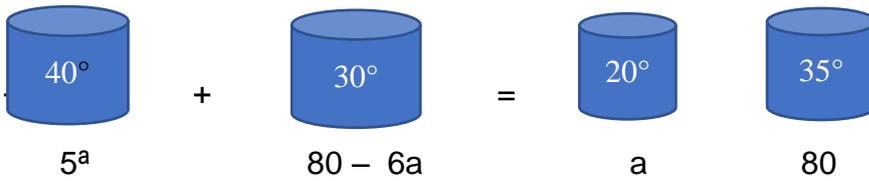
6. Se mezcla alcohol de 40°, 30° y 20°, obteniendo 80 litros de alcohol de 35°. Si el volumen de alcohol de 20° empleado es la quinta parte del alcohol de 40° utilizado, ¿cuántos litros de alcohol de 30° se usó?

A) 15

B) 25

C) 20

D) 30

Solución:

$$40(5a) + 30(80 - 6a) + 20^a = 35(80)$$

$$a = 10$$

$$\text{Por lo tanto, alcohol de } 30^\circ: 80 - 6(10) = 20$$

Rpta.: C

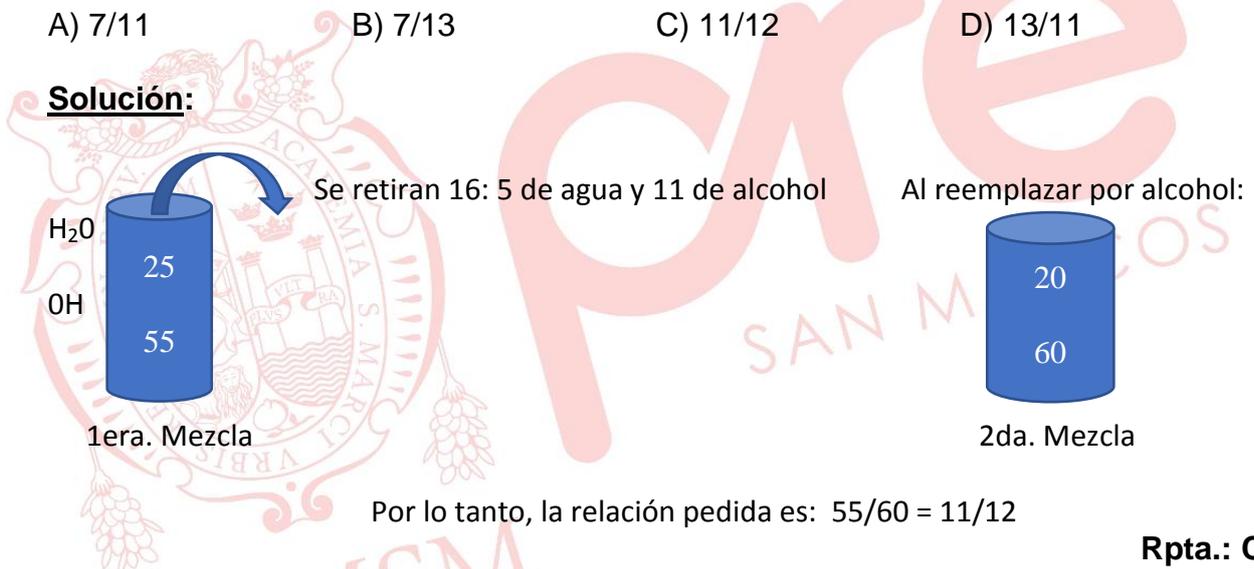
7. Un depósito de 80 litros contiene 55 litros de alcohol y el resto es agua. Si se retiran 16 litros de la mezcla y se reemplaza por alcohol puro, ¿cuál es la relación entre la cantidad de alcohol de la primera y segunda mezcla?

A) 7/11

B) 7/13

C) 11/12

D) 13/11

Solución:**Rpta.: C**

8. Se tiene dos lingotes de plata de leyes 0,750 y 0,850. El primero pesa 60 kg y el segundo tiene 51 kg de plata pura. Determine la ley de la aleación resultante al fundir ambos lingotes.

A) 0,735

B) 0,742

C) 0,850

D) 0,800

Solución:

$$\text{Ley} = \frac{W_{\text{plata pura}}}{W_{\text{total}}} = 0,85 = \frac{51}{W_{\text{total}}}$$

$$W_{\text{total}} = 60 \text{ kg}$$

0,750	0,850	L
60 kg	60 kg	120 kg
$(0,75)(60) + (0,85)60 = 120 \text{ L}$		

Por lo tanto, $L = 0,800$

Rpta.: D

9. En una aleación de oro y cobre, el 30% es cobre, ¿cuántas libras de cobre deben añadirse a 40 libras de esta aleación, para que resulte una aleación con 50% de cobre?
- A) 16 B) 15 C) 12 D) 20

Solución:

$$w_{\text{fino}} : 70\%$$

$$w_{\text{ord.}} : 30\%$$

$$w_{\text{Cu}} : x \text{ libras}$$

$$w_{\text{T}} = 40 \text{ libras; Ley} = 50\%$$

$$0,5 = \frac{40(0,7) + x(0)}{40 + x}$$

$$\therefore x = 16$$

Rpta.: A

10. Roberto tiene dos aleaciones a base de oro y cobre. Si de estas aleaciones toma cantidades iguales y las funde, obtiene una aleación de ley igual a 0,8650; pero si funde dos cantidades que contienen igual cantidad de cobre, entonces la ley resultante sería 0,8800. Determinar el producto de las leyes de las aleaciones originales.
- A) 0,7462 B) 0,8500 C) 0,7525 D) 0,7826

Solución:

Sea L_1 la ley de la primera aleación

Sea L_2 la ley de la segunda aleación

1° se toman cantidades iguales: $M_1 = M_2$

$$L_m = \frac{M_1 L_1 + M_2 L_2}{M_1 + M_2} \Rightarrow 0,865 = \frac{M_1 L_1 + M_1 L_2}{2M_1} \Rightarrow L_1 + L_2 = 1,73$$

2°) se toman cantidades de las aleaciones originales con igual cantidad de cobre:

W_1, W_2

$$L_m = \frac{W_1 L_1 + W_2 L_2}{W_1 + W_2} \Rightarrow 0,88 = \frac{W_1 L_1 + W_2 L_2}{W_1 + W_2}$$

$$\text{Ley} = \frac{W_{\text{oro puro}}}{W_{\text{total}}}$$

Cantidad de oro puro que contiene la primera aleación: $w_{g_1} = L_1 W_1$

Cantidad de cobre que contiene la primera aleación: $w_{c_1} = W_1 - L_1 W_1 = (1 - L_1) W_1$

Cantidad de oro puro que contiene la segunda aleación: $w_{g_2} = L_2 W_2$

Cantidad de cobre que contiene la segunda aleación: $w_{c_2} = W_2 - L_2 W_2 = (1 - L_2) W_2$

Misma cantidad de cobre: $(1 - L_1) W_1 = (1 - L_2) W_2 \Rightarrow W_1 = \frac{(1 - L_2) W_2}{(1 - L_1)}$

Reemplazando:

$$0,88 = \frac{\left(\frac{(1 - L_2) W_2}{(1 - L_1)}\right) L_1 + W_2 L_2}{\frac{(1 - L_2) W_2}{(1 - L_1)} + W_2} = \frac{(1 - L_2) L_1 + (1 - L_1) L_2}{(1 - L_2) + (1 - L_1)} = \frac{L_1 + L_2 - 2L_1 L_2}{2 - (L_1 + L_2)}$$

$$1,76 - (0,88)(1,73) = 1,73 - 2L_1 L_2$$

$$2L_1 L_2 = 1,73 - 0,2076 = 1,5224 \Rightarrow L_1 L_2 = 0,7462$$

Rpta.: A

Geometría

EJERCICIOS

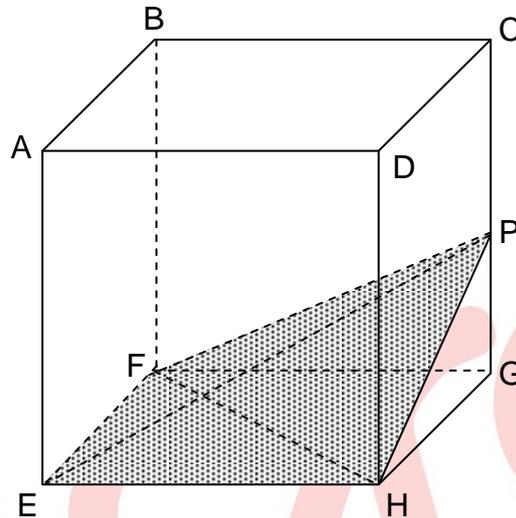
1. En la figura, ABCD-EFGH es un hexaedro regular y $AB = 6$ m. Si la medida del diedro $P - FH - G$ es 30° , halle el volumen de la pirámide $P - FEH$.

A) $16\sqrt{2} \text{ m}^3$

B) $6\sqrt{3} \text{ m}^3$

C) $8\sqrt{3} \text{ m}^3$

D) $6\sqrt{6} \text{ m}^3$



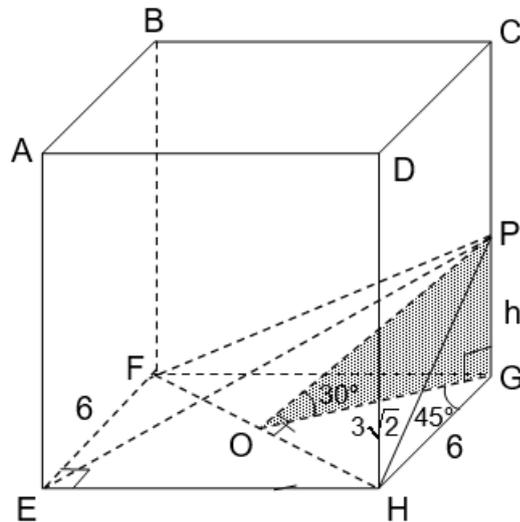
Solución:

- \widehat{POG} ángulo plano
 $\rightarrow m\widehat{POG} = 30^\circ$
- $\triangle OGP$: notable de 30°

$$h = \sqrt{6}$$

$$V_x = \frac{1}{3} \left(\frac{6 \times 6}{2} \right) (\sqrt{6})$$

$$\therefore V_x = 6\sqrt{6}$$



Rpta: D

2. En una pirámide regular $P-ABCD$, M es el punto medio de la altura \overline{PH} . Si $MD = CD$ y $PD = 3\sqrt{5}$ m, halle el volumen de la pirámide.

A) 36 m^3

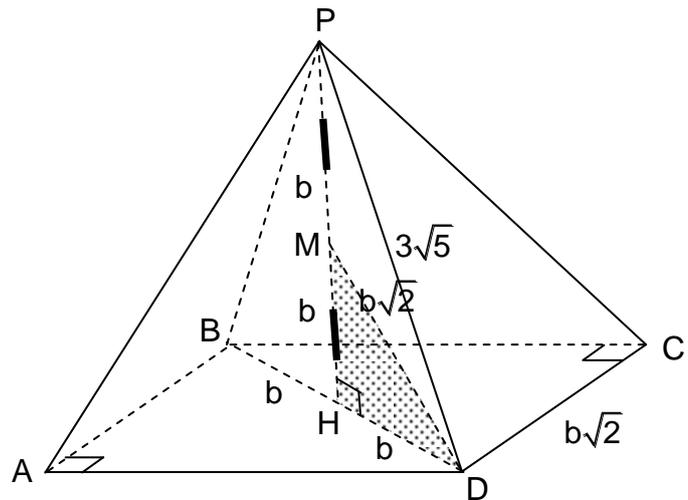
B) 45 m^3

C) 54 m^3

D) 72 m^3

Solución:

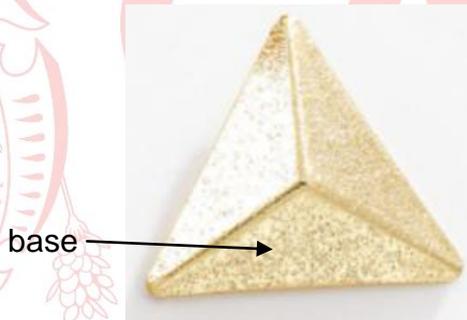
- ABCD: H centro
 $\rightarrow CD = HD\sqrt{2} = b\sqrt{2}$
- Dato: $MD = CD = b\sqrt{2}$
- $\triangle MHD$: notable de 45°
 $\rightarrow MH = b$
- $\triangle PHD$: notable de $53^\circ/2$
 $\rightarrow b = 3$
- $V_x = \frac{1}{3}(3\sqrt{2})^2 \cdot 6$
 $V_x = 36 \text{ m}^3$



Rpta.: A

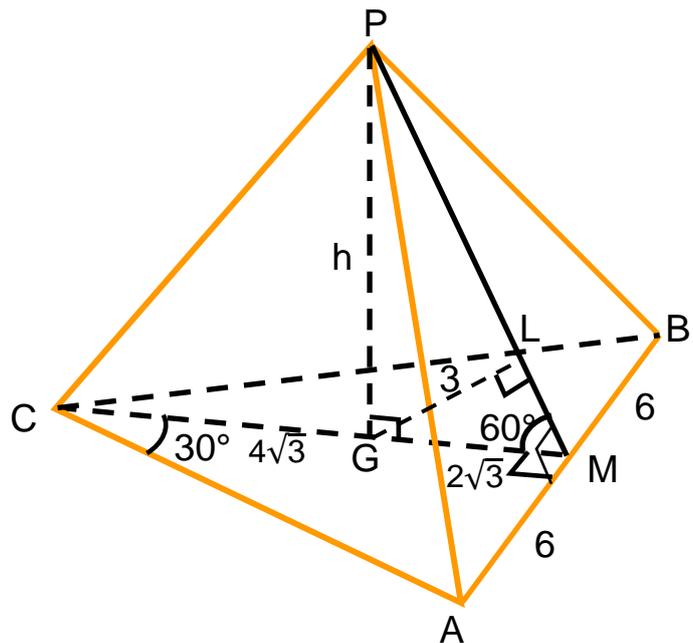
3. En la figura, se tiene un dije de oro que tiene la forma de una pirámide triangular regular, el ángulo diedro determinado por la base y una cara lateral mide 60° . Si la distancia del centro de la base a la cara lateral es 3 mm, halle el volumen del dije.

- A) $48\sqrt{3} \text{ mm}^3$
- B) $36\sqrt{3} \text{ mm}^3$
- C) 96 mm^3
- D) $72\sqrt{3} \text{ mm}^3$



Solución

- $\triangle PMG$: ángulo plano
 $\rightarrow \angle PMG = 60^\circ$
- $\triangle PGM$: notable de 30° y 60°
 $\rightarrow h = 6$ y $GM = 2\sqrt{3}$
- $\triangle ABC$: G baricentro
 $\rightarrow CG = 2GM = 4\sqrt{3}$
- $\triangle AMC$: notable de 30° y 60°
 $\rightarrow AM = 6$
- $V_x = \frac{1}{3}(\frac{12^2}{4} \sqrt{3})(6)$
 $V_x = 72\sqrt{3} \text{ mm}^3$



Rpta.: D

4. En una pirámide regular P-ABCDEF, el área de la región triangular regular FPC es $9\sqrt{3} \text{ m}^2$. Halle el volumen de la pirámide.

- A) $\frac{91}{3} \text{ m}^3$ B) $\frac{81}{4} \text{ m}^3$ C) $\frac{27}{2} \text{ m}^3$ D) $\frac{81}{2} \text{ m}^3$

Solución:

• $\triangle POF$: notable de 30° y 60°
 $\rightarrow OP = l\sqrt{3}$

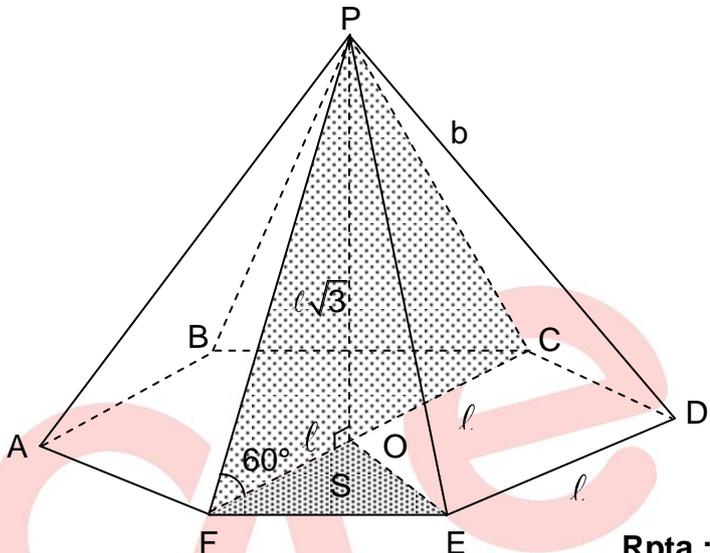
• Dato: $S_{FPC} = 9\sqrt{3} = \frac{2l \cdot l \cdot \sqrt{3}}{2}$

$l = 3$

• $V_x = \frac{1}{3}(6S)l\sqrt{3}$

$= \frac{1}{3} \left(6 \frac{3^2 \sqrt{3}}{4} \right) 3\sqrt{3}$

$\therefore V_x = \frac{81}{2} \text{ m}^3$



Rpta.: D

5. Se va a construir una pecera con cuatro piezas de vidrio de la figura 1 y una pieza de la figura 2. Halle la altura de la pecera.

- A) 24 cm
 B) 32 cm
 C) 40 cm
 D) 36 cm

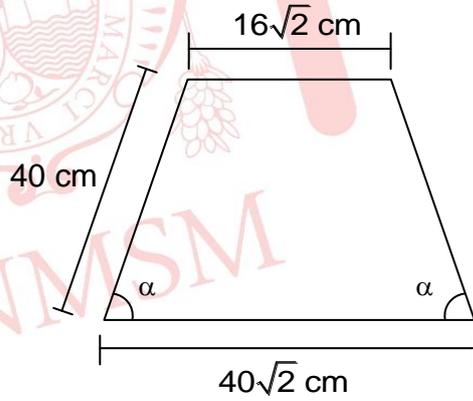


Figura 1

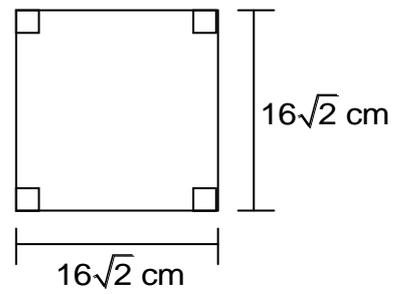


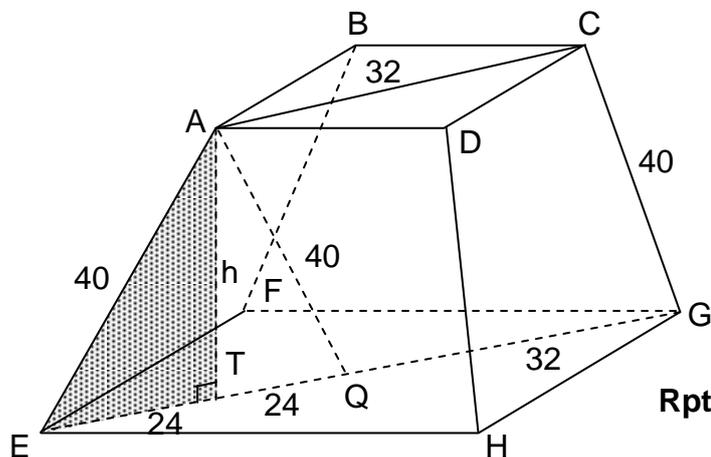
Figura 2

Solución:

• Sea $\overline{AQ} \parallel \overline{CG}$
 $\rightarrow ACGQ$ paralelogramo

• $\overline{AT} \perp \square EFGH$
 $\rightarrow \overline{AT}$ altura

• $\triangle ATE$: notable de 37° y 53°
 $h = 32$



Rpta.: B

6. En una pirámide regular P- ABCD, M, N, Q y L son puntos medios de \overline{AD} , \overline{AP} , \overline{BP} y \overline{BC} respectivamente. Si el área de la región MNQL es 18 m^2 , halle el área lateral de la pirámide.

- A) 124 m^2 B) 96 m^2 C) 104 m^2 D) 72 m^2

Solución:

• $\triangle EPF$: \overline{OT} base media

$$OT = \frac{1}{2}PF = 2l$$

• $\triangle APB$: \overline{NQ} base media

$$\rightarrow NQ = \frac{1}{2}AB = 2b$$

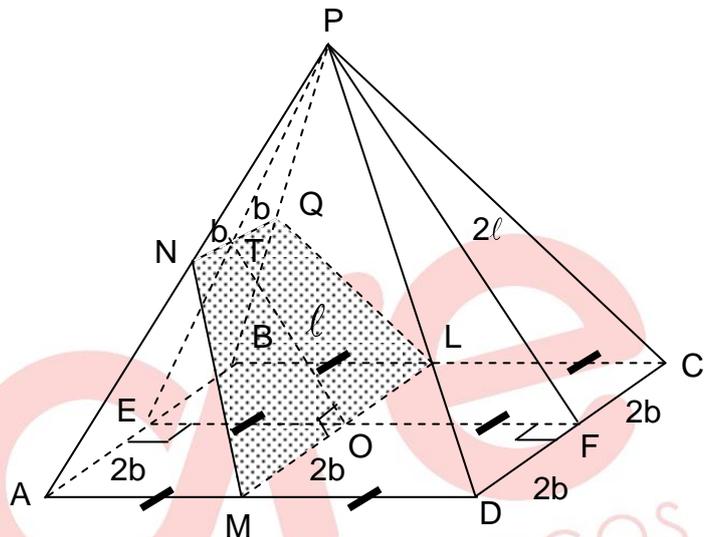
• Dato: $S_{MNQL} = 18$

$$\left(\frac{2b + 4b}{2}\right)l = 18$$

$$bl = 6$$

• $A_L = (8b)(2l) = 16(6)$

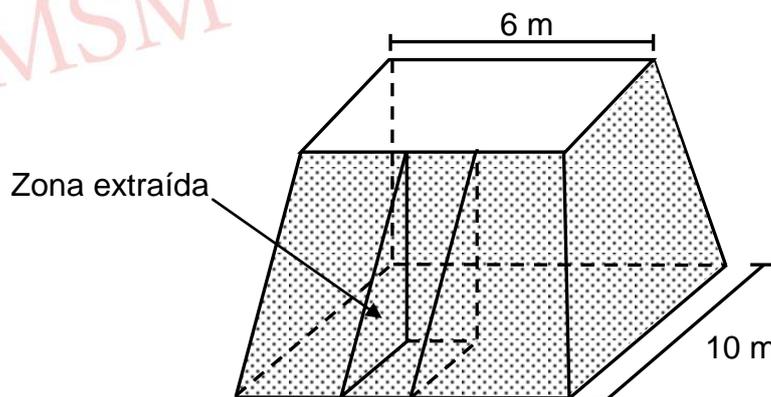
$$\therefore A_L = 96$$



Rpta: B

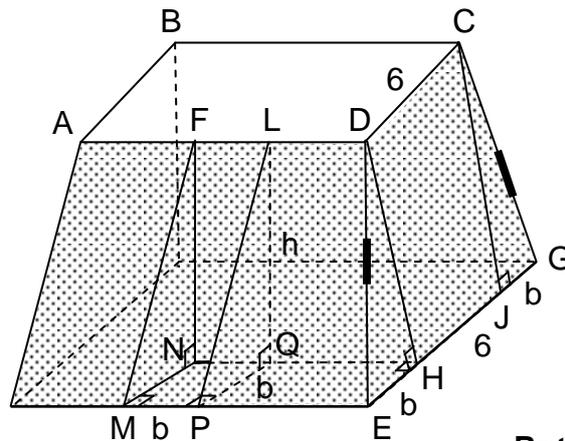
7. Un grupo de arqueólogos descubren los restos de un centro ceremonial como se muestra en la figura, la cual está determinado por un tronco de pirámide regular. Inician las excavaciones realizando cortes perpendiculares, siendo la base de dichos cortes una región cuadrada. Si el total de tierra extraída es 12 m^3 , halle la altura del centro ceremonial.

- A) 4 m
 B) $2\sqrt{3} \text{ m}$
 C) 6 m
 D) $4\sqrt{2} \text{ m}$



Solución:

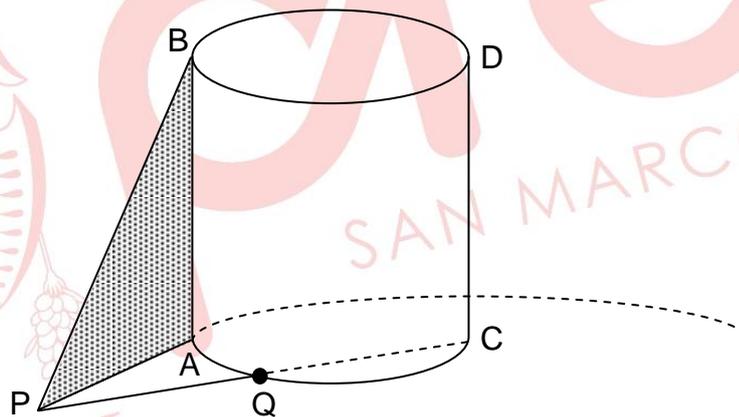
- EDCG trapecio isósceles
 → $EH = JG = b$
 → $2b + 6 = 10$
 $b = 2$
- Dato:
 $12 = \left(\frac{bh}{2}\right)b \wedge b = 2$
 $\therefore h = 6$



Rpta.: C

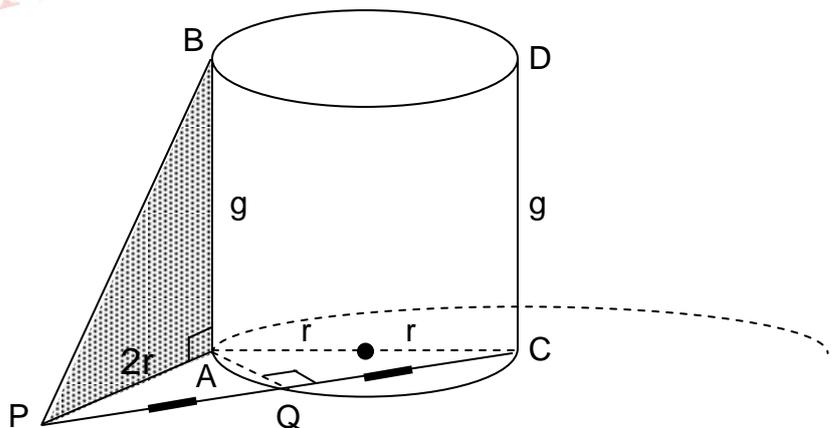
8. En la figura, \overline{AB} y \overline{CD} son generatrices diametralmente opuestas del cilindro de revolución. Si P, Q y C son colineales, $PQ = QC$ y el área de la región triangular PAB es 12 m^2 , halle el área lateral del cilindro.

- A) $36\pi \text{ m}^2$
- B) $12\pi \text{ m}^2$
- C) $24\pi \text{ m}^2$
- D) $18\pi \text{ m}^2$



Solución:

- \overline{AC} diámetro
 → $m\hat{AQC} = 90^\circ$
- ΔPAC : isósceles
 → $AP = AC = 2r$
- Dato. $S_{PAB} = 12$
 $\frac{2rg}{2} = 12 \Rightarrow rg = 12$
- $A_L = 2\pi rg$
 $\therefore A_L = 24\pi$



Rpta.: C

9. Se ha cavado un pozo de forma cilíndrica de $\frac{30}{\pi}$ m de profundidad y 3 m de diámetro, se requiere revestir en primer lugar la superficie lateral con una capa de concreto de 10 cm de espesor y luego cubrirla con una capa impermeabilizadora. Si por el m^2 de impermeabilización se cobra 10 soles, ¿cuál es el costo de la impermeabilización?
- A) S/ 840 B) S/ 720 C) S/ 960 D) S/ 640

Solución

- Área de la capa impermeabilizada:

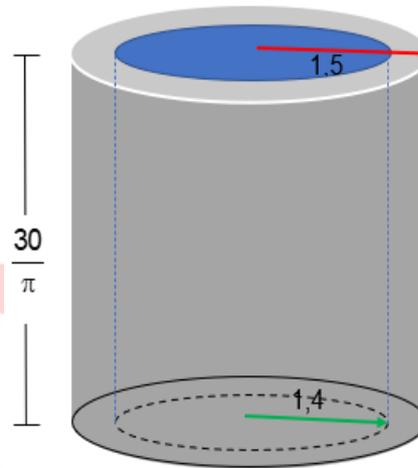
$$A = 2\pi Rh$$

$$= 2\pi(1,4) \left(\frac{30}{\pi}\right) = 84$$

- El costo será:

$$C_x = (84)10$$

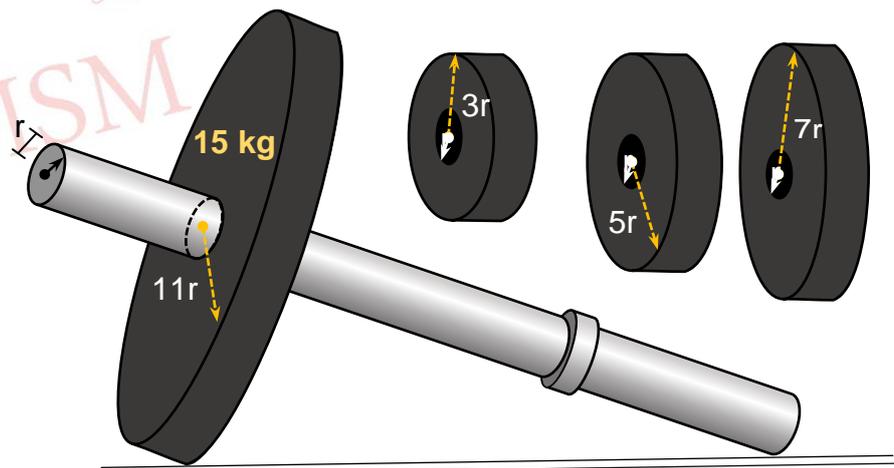
$$C_x = S/ 840$$



Rpta.: A

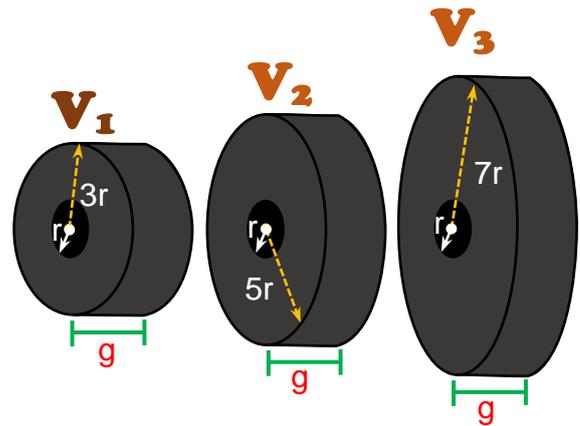
10. En la figura, se muestra una barra recta y discos cilíndricos para pesas del mismo espesor, de diferentes tamaños y pesos. Si se desea poner 15 kg a cada extremo de la barra, halle cuantos kilogramos hacen falta para equilibrar la barra de pesas (mancuerna).

- A) 5 kg
B) 4 kg
C) 3 kg
D) 2 kg



Solución:

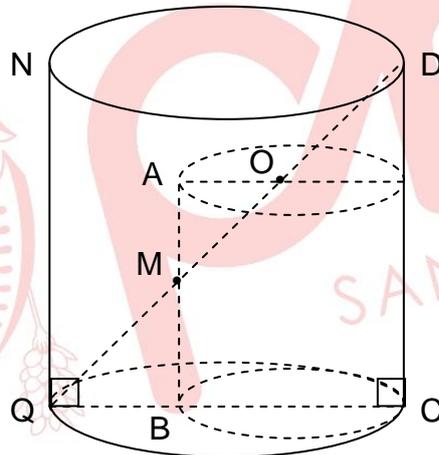
- $V = \pi((11r)^2 - r^2)g = 120\pi r^2g \Rightarrow 15\text{kg}$
- $V_1 = \pi((3r)^2 - r^2)g = 8\pi r^2g \Rightarrow 1\text{kg}$
- $V_2 = \pi((5r)^2 - r^2)g = 24\pi r^2g \Rightarrow 3\text{kg}$
- $V_3 = \pi((7r)^2 - r^2)g = 48\pi r^2g \Rightarrow 6\text{kg}$
- $x = 15\text{kg} - 10\text{kg} = 5\text{kg}$



Rpta.: A

11. En la figura, O es el centro de la base superior del menor cilindro de revolución. Si $AM = MB$, halle la razón de las áreas laterales de los cilindros de revolución.

- A) $\frac{1}{4}$
- B) $\frac{4}{9}$
- C) $\frac{2}{3}$
- D) $\frac{3}{5}$



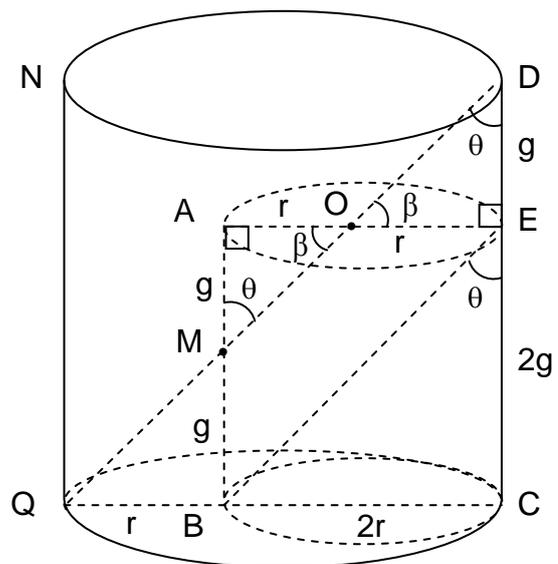
Solución:

- $\triangle MAO \cong \triangle DEO$ (ALA)
- $ED = g$
- $\triangle BAE$: \overline{OM} base media
- $\overline{MO} \parallel \overline{BE}$
- $\overline{MO} \parallel \overline{BE}$, Teorema de Thales

$$QB = r$$

$$x = \frac{A_{L1}}{A_{L2}} = \frac{2\pi r(2g)}{2\pi\left(\frac{3}{2}r\right)(3g)}$$

$$\therefore x = \frac{4}{9}$$



Rpta.: B

12. En un vaso cilíndrico lleno de agua se introduce el 75% de un sólido tetraédrico. La altura del vaso es 12 cm y el radio de la base mide 4 cm. Si el volumen del agua que rebalsa al introducir el sólido es el 25% de la capacidad volumen del vaso, halle el volumen del sólido tetraédrico.

- A) $64\pi \text{ cm}^3$ B) $48\pi \text{ cm}^3$ C) $24\pi \text{ cm}^3$ D) $36\pi \text{ cm}^3$

Solución:

- Sea $4V$ el volumen del tetraedro

$$75\%(4V) = 3V$$

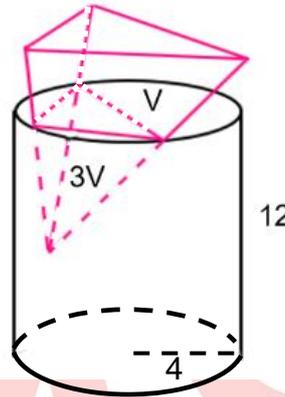
- Dato: $3V = \frac{1}{4}V_{\text{vaso}}$

$$3V = \frac{1}{4}(4^2\pi)(12)$$

$$V = 16\pi$$

- $V_x = 4V = 4(16\pi)$

$$V_x = 64\pi \text{ cm}^3$$



Rpta.: A

13. La base superior de un tronco de cilindro de revolución determina con la base un ángulo diedro que mide 53° . Si las generatrices máxima y mínima miden 12 cm y 4cm, halle la relación entre el área lateral y el área de la base superior.

- A) $\frac{19}{5}$ B) $\frac{16}{7}$ C) $\frac{18}{5}$ D) $\frac{16}{5}$

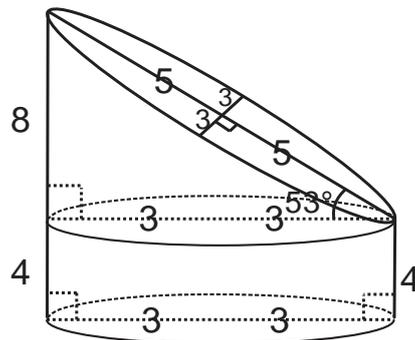
Solución:

- $A_L = 2\pi r \left(\frac{g_m + g_M}{2} \right) = 2\pi(3) \left(\frac{12+4}{2} \right)$

$$A_L = 48\pi$$

- $x = \frac{A_L}{A_{\text{Base Superior}}} = \frac{48\pi}{\pi(5)(3)}$

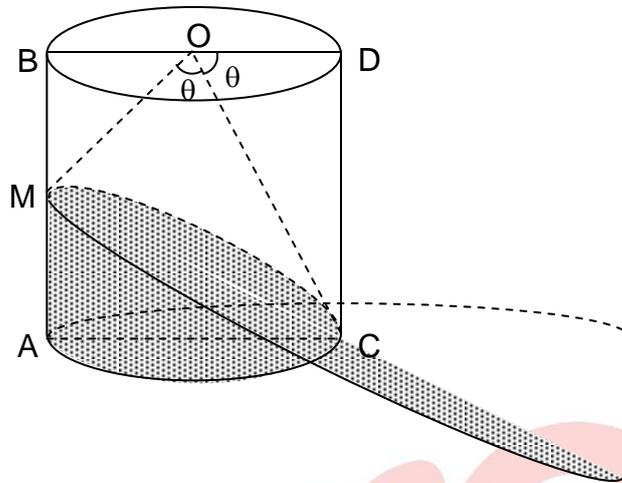
$$= \frac{16}{5}$$



Rpta.: D

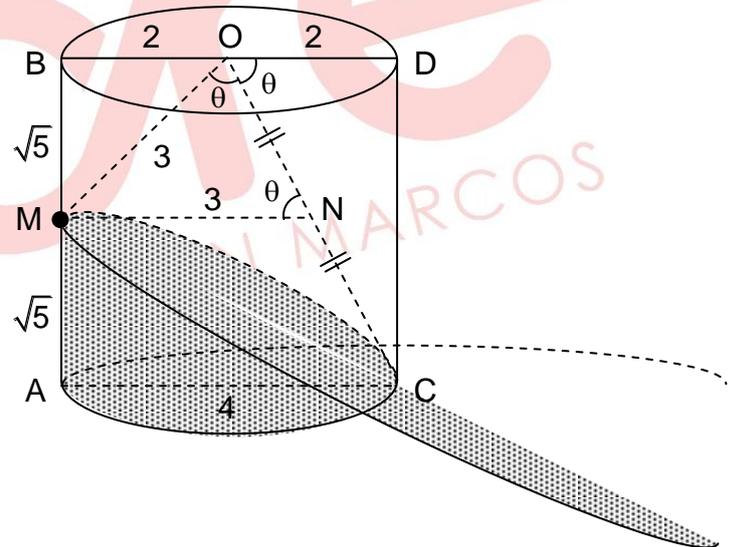
14. En la figura, O es el centro de la base superior del cilindro de revolución. Si $BD = 4$ m y $AM = MB$, halle el área lateral del tronco del cilindro sombreado.

- A) $4\pi\sqrt{5} \text{ m}^2$
- B) $4\pi\sqrt{3} \text{ m}^2$
- C) $2\pi\sqrt{3} \text{ m}^2$
- D) $2\pi\sqrt{5} \text{ m}^2$



Solución:

- $ABOC$: \overline{MN} base media
 $\rightarrow MN = \frac{2+4}{2} = 3$
- $\triangle NMO$: isósceles
 $\rightarrow MO = MN = 3$
- $\triangle OBM$: Teorema de Pitágoras
 $MB = \sqrt{5}$
- $A_L = \pi \cdot 2(\sqrt{5})$
 $A_L = 2\pi\sqrt{5}$



Rpta.: D

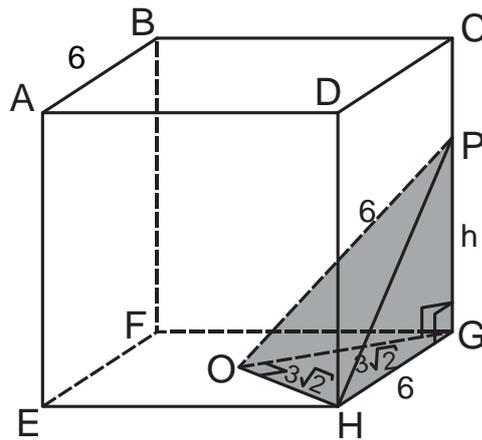
EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En un hexaedro regular $ABCD-EFGH$, O es centro de la cara $EFGH$ y P un punto de \overline{CG} . Si $OP = AB = 6$ m, halle el volumen de la pirámide $P-GOH$.

- A) 15 m^3
- B) $12\sqrt{2} \text{ m}^3$
- C) 18 m^3
- D) $9\sqrt{2} \text{ m}^3$

Solución:

- $\triangle HOG$: notable de 45°
 $\rightarrow OH = OG = 3\sqrt{2}$
- $\triangle OGP$: notable de 45°
 $\rightarrow h = 3\sqrt{2}$
- $V_x = \frac{1}{3} \left(\frac{(3\sqrt{2})(3\sqrt{2})}{2} \right) (3\sqrt{2})$
 $= 9\sqrt{2} \text{ m}^3$

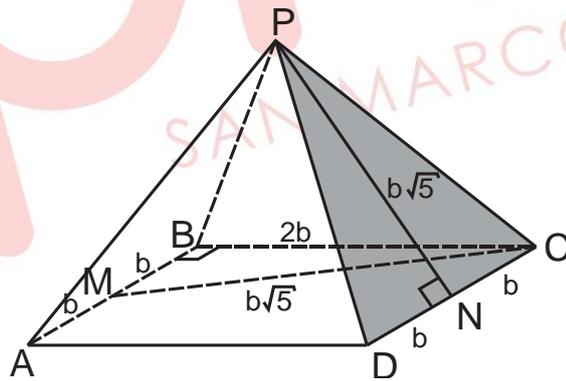


Rpta.: D

2. En una pirámide regular P- ABCD, M es punto medio de \overline{AB} . Si la apotema de la pirámide y \overline{MC} son congruentes, halle la razón del área lateral y el área de la base de la pirámide.
- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{6}$

Solución:

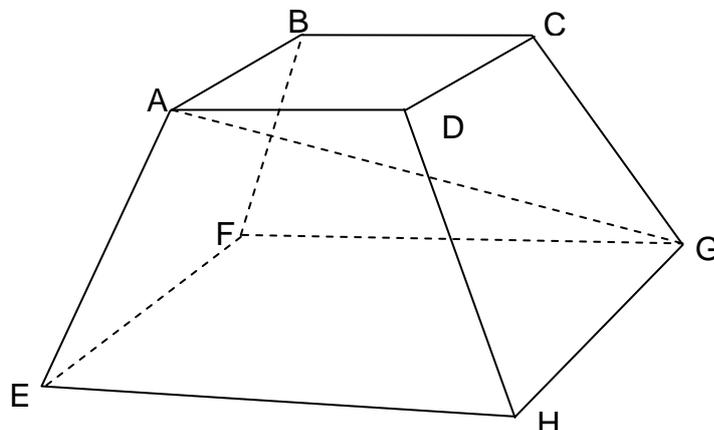
- Dato: $MC = NP = b\sqrt{5}$
- $$x = \frac{4 \left(\frac{2b \cdot b\sqrt{5}}{2} \right)}{(2b)^2}$$
- $\therefore x = \sqrt{5}$



Rpta.: C

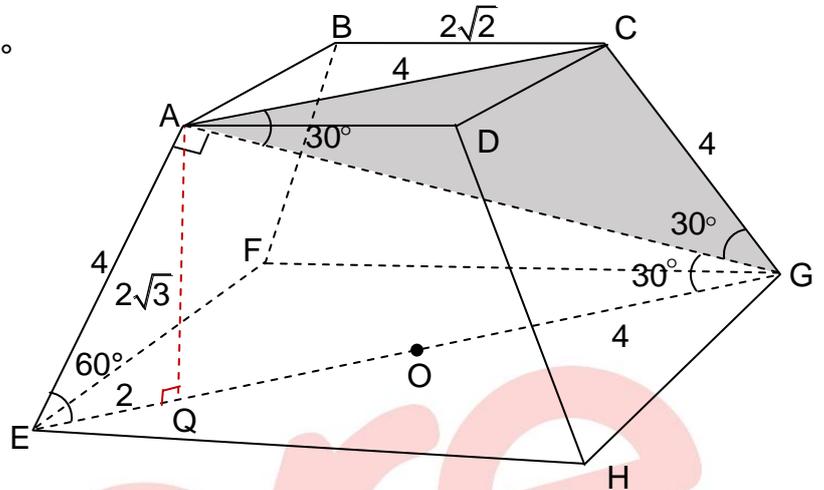
3. En la figura, ABCD – EFGH es un tronco de pirámide regular, $m\widehat{EAG} = 90^\circ$, $AE = 4 \text{ m}$ y $EH = 4\sqrt{2}$. Halle el volumen del tronco de pirámide.

- A) $\frac{112\sqrt{3}}{3} \text{ m}^3$
 B) $\frac{110\sqrt{2}}{3} \text{ m}^3$
 C) $\frac{110\sqrt{3}}{3} \text{ m}^3$
 D) $\frac{112\sqrt{2}}{3} \text{ m}^3$



Solución:

- EFGH cuadrado
 → $EG = 4\sqrt{2}(\sqrt{2}) = 8$
- $\triangle EAG$: notable de 30° y 60°
 → $m\widehat{EGA} = 30^\circ$
- $\triangle ACG$: isósceles
 → $AC = CG = 4$
- $\overline{AQ} \perp \square EFGH$
 → \overline{AQ} altura y $h = 2\sqrt{3}$



- $V_x = \frac{2\sqrt{3}}{3} (8 + 32 + (\sqrt{8(32)}))$
 ∴ $V_x = \frac{112\sqrt{3}}{3}$

Rpta: A

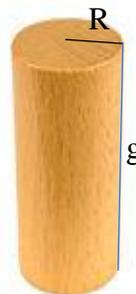
4. En la figura, un banco de forma cilíndrica tiene como área lateral $2400\pi \text{ cm}^2$ y se ha gastado S/. 12 en pintar esta superficie. Si la altura del banco es el triple de la longitud del radio de la base, ¿cuánto se gastará en pintar todo el banco, considerando la base inferior?

- A) S/ 14
- B) S/ 16
- C) S/ 18
- D) S/ 20



Solución:

- Dato: $g = 3R$ y $A_L = 2400\pi$
 $2\pi Rg = 2400\pi$
 $2\pi R(3R) = 2400\pi$
 $R = 20$ y $g = 60$
- $A_T = 2\pi R(R+g)$
 $= 2\pi (20)(80) = 3200\pi$

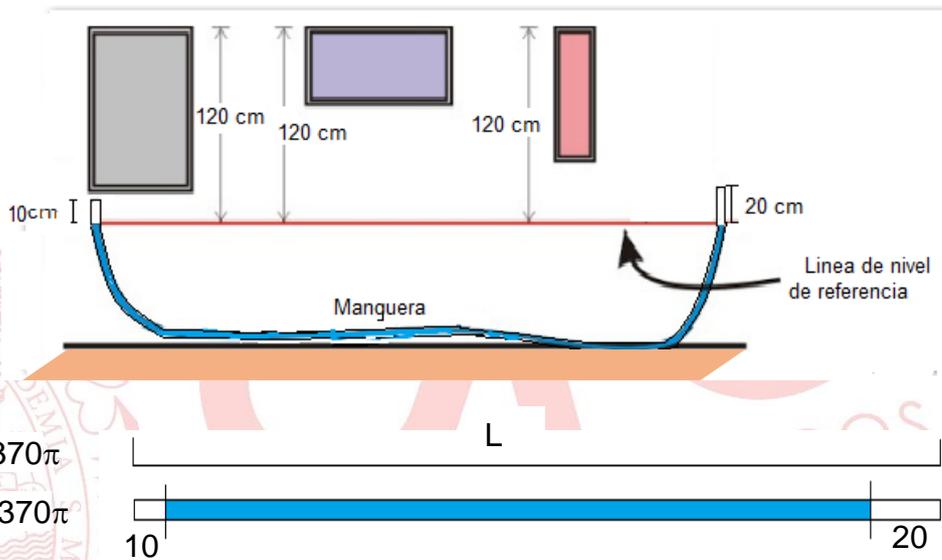


- Luego, $2400\pi \rightarrow S/12$
 $3200\pi \rightarrow x$
 $\therefore x = S/16$

Rpta.: B

5. En una pared se quiere colgar unos cuadros donde las partes superiores estén a la misma altura de la línea de nivel de referencia, como muestra la figura, para ello se utiliza el nivel de manguera que consiste en llenar una cantidad de agua y luego trazar una línea de referencia. Si la cantidad de agua en la manguera de diámetro 2 cm es de $370\pi \text{ cm}^3$, halle la longitud total de la manguera.

- A) 4.3 m
- B) 4.5 m
- C) 4 m
- D) 4.2 m



Solución:

- Dato: $V_{\text{agua}} = 370\pi$
 $\pi(1)^2(L - 30) = 370\pi$
 $L = 400 \text{ cm}$
 $L = 4 \text{ m}$

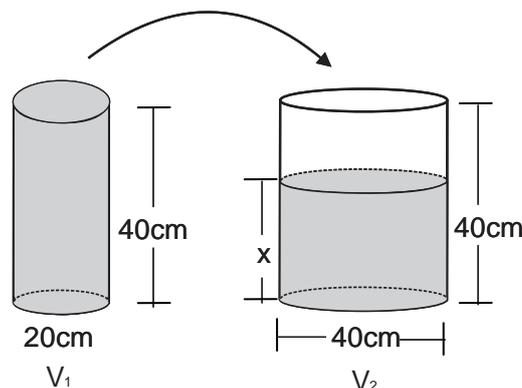
Rpta.: C

6. El diámetro de la base de un recipiente cilíndrico mide 20 cm y su altura 40 cm. El recipiente está lleno con agua. Si se vierte este líquido en un segundo recipiente cilíndrico de 40 cm de diámetro y de la misma altura que el primero, halle la altura del nivel de agua en el segundo recipiente.

- A) 10 cm
- B) 20 cm
- C) 30 cm
- D) 40 cm

Solución:

- $V_1 = V_2$
 $\pi(10)^2 40 = \pi(20)^2 x$
 $\therefore x = 10$



Rpta.: A

Álgebra

EJERCICIOS

1. Un almacén tiene dos ambientes de forma rectangular: el patio y la oficina. El patio tiene $(x^3 - 1)$ metros de largo por x^2 metros de ancho, mientras que las dimensiones de la oficina son $(x^2 + x + 1)$ y $(x - 1)$ metros ($x \in \mathbb{Z}$). Si el área del patio es mayor que cuatro veces el área de la oficina, indique la suma de las cifras de la menor área (en m^2) que puede tener el patio.

A) 7

B) 8

C) 9

D) 10

Solución:

- 1) Medida de la superficie (en metros cuadrados):

$$\text{Patio: } x^2(x^3 - 1)$$

$$\text{Oficina: } (x - 1)(x^2 + x + 1) = x^3 - 1$$

- 2) Restricciones:

$$x^2 > 0 \wedge x^3 - 1 > 0 \wedge x - 1 > 0 \wedge x^2 + x + 1 > 0 \rightarrow x > 1 \dots (1).$$

- 3) Del dato, tenemos

$$x^2(x^3 - 1) > 4(x^3 - 1) \rightarrow x^2(x^3 - 1) - 4(x^3 - 1) > 0$$

$$(x^3 - 1)(x^2 - 4) > 0 \rightarrow (x - 1)\underbrace{(x^2 + x + 1)}_{(+)}(x + 2)(x - 2) > 0$$

$$\rightarrow (x - 1)(x + 2)(x - 2) > 0.$$

$$\text{Luego: } x \in \langle -2, 1 \rangle \cup \langle 2, +\infty \rangle \dots (2).$$

De (1), (2) y por la condición del ejercicio, tenemos $C. S. = \langle 2; +\infty \rangle \cap \mathbb{Z} = \{3; 4; 5 \dots\}$.

Entonces la menor área (en m^2) que puede tener el patio es $3^2(3^3 - 1) = 9(26) = 234$

\therefore La suma de las cifras es $(2 + 3 + 4) = 9$.

Rpta.: C

2. Francisco gasta S/ 32, S/ x y S/ 4 en comprar $(x^2 - 4)$ artículos del tipo P, $(x - 2)$ artículos del tipo Q y $(x + 2)$ artículos del tipo R, respectivamente. Si la suma del precio de un artículo tipo P con el de un artículo tipo R no es menor que el precio de un artículo tipo Q, ¿cuántos artículos tipo Q compró Francisco como máximo?

A) 4

B) 3

C) 5

D) 6

Solución:

i) Precio unitario de los artículos (en soles):

$$\text{Artículo tipo P: } \frac{32}{x^2 - 4}$$

$$\text{Artículo tipo Q: } \frac{x}{x - 2}$$

$$\text{Artículo tipo R: } \frac{4}{x + 2}$$

ii) Restricciones: $\frac{x^2 - 4 > 0 \wedge x - 2 > 0 \wedge x + 2 > 0 \wedge x > 0 \wedge x \in \mathbb{Z}}{x > 2 \wedge x \in \mathbb{Z} \dots (\alpha)}$

iii) Planteando la condición del ejercicio:

$$\begin{aligned} \frac{32}{x^2 - 4} + \frac{4}{x + 2} &\geq \frac{x}{x - 2} \\ \rightarrow \frac{32}{x^2 - 4} + \frac{4}{x + 2} - \frac{x}{x - 2} &\geq 0 \rightarrow \frac{32 + 4(x - 2) - x(x + 2)}{x^2 - 4} \geq 0 \\ \rightarrow \frac{-x^2 + 2x + 24}{x^2 - 4} &\geq 0 \rightarrow x^2 - 2x - 24 \leq 0 \\ \rightarrow (x + 4)(x - 6) &\leq 0 \rightarrow x \in [-4, 6] \dots (\beta). \end{aligned}$$

iv) De (α) y (β) :

$$x \in \langle 2, 6 \rangle \cap \mathbb{Z} \rightarrow x \in \{3, 4, 5, 6\}.$$

\therefore Francisco compró, como máximo, $(6 - 2) = 4$ artículos del tipo Q.

Rpta.: A

3. Del conjunto solución de la inecuación $\frac{|x - 2| - |3x + 1|}{|2x - 1| - |x - 1|} \leq 0$, la suma de los cuatro menores elementos enteros positivos representa el número de provincias que serán beneficiadas con la construcción de una red de fibra óptica. ¿Cuál es el número de provincias que serán beneficiadas?

A) 10

B) 13

C) 14

D) 18

Solución:

Tenemos $|x-2|+|3x+1|>0 \wedge |2x-1|+|x-1|>0$.

$$\rightarrow \frac{|x-2|-|3x+1|}{|2x-1|-|x-1|} \frac{(|x-2|+|3x+1|)}{(|2x-1|+|x-1|)} \leq 0$$

$$\rightarrow \frac{(x-2)^2-(3x+1)^2}{(2x-1)^2-(x-1)^2} \leq 0 \rightarrow \frac{(4x-1)(2x+3)}{(3x-2)x} \geq 0.$$

Resolviendo por puntos críticos: C. S. = $\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right] \cup \left(0, \frac{1}{4}\right] \cup \left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$.

Luego, los cuatro menores elementos enteros positivos del C. S. son 1, 2, 3 y 4.

\therefore El número de provincias beneficiadas es $(1+2+3+4) = 10$.

Rpta.: A

4. La zona de espectadores de un cine tiene forma rectangular y las butacas están ordenadas en $(x+5)$ filas y $(3x+4)$ columnas. A las 6:00 p. m. había en la sala un total de $(4x-4)$ personas sentadas; en ese momento, la cantidad de butacas ocupadas no excedía a la raíz cuadrada del total de butacas. ¿Cuántas butacas como máximo tiene el cine?

A) 104 B) 42 C) 70 D) 144

Solución:

Planteando la condición y restricciones del ejercicio:

$$4x-4 \leq \sqrt{(x+5)(3x+4)}; \quad x+5 > 0 \wedge 3x+4 > 0 \wedge 4x-4 \geq 0 \wedge x \in \mathbb{Z}$$

$$16(x^2-2x+1) \leq 3x^2+19x+20; \quad x \geq 1 \wedge x \in \mathbb{Z}$$

$$13x^2-51x-4 \leq 0 \rightarrow \frac{(13x+1)(x-4)}{(+)} \leq 0 \rightarrow x \leq 4.$$

Luego: $1 \leq x \leq 4 \wedge x \in \mathbb{Z} \rightarrow x_{\max} = 4$.

\therefore El número máximo de butacas que tiene el cine es $(4+5)(3(4)+4) = 144$.

Rpta.: D

5. La nota final de Mario correspondiente al curso de Cálculo I coincide con la suma de las soluciones enteras de la inecuación $\frac{(x-3)^3 \sqrt{x-2}(x^2-x+3)}{|x-3| \sqrt{6-x}} \geq 0$. Si la nota máxima en el curso de Cálculo I es 20, ¿cuántos puntos le faltaron a Mario para obtener dicha nota?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 4

Solución:

$$\frac{(x-3)^3 \sqrt{x-2}(x^2-x+3)}{|x-3|\sqrt{6-x}} \geq 0$$

i) Existencia:

$$x-2 \geq 0 \wedge 6-x > 0 \rightarrow 2 \leq x < 6 \leftrightarrow x \in [2, 6) \dots (1).$$

ii) Factores positivos y no negativos:

$$x^2-x+3 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \wedge \sqrt{x-2} \geq 0 \wedge \sqrt{6-x} \geq 0 \wedge |x-3| \geq 0.$$

Eliminando dichos factores considerando posibles soluciones y restricciones, obtenemos

$$(x-3)^3 \geq 0; x=2, x \neq 3.$$

$$x-3 \geq 0 \rightarrow x \geq 3; \text{ de donde: } x \in \langle 3, +\infty \rangle \cup \{2\} \dots (2).$$

iii) Finalmente, de (1) y (2):

$$C. S. = \{2\} \cup \langle 3, 6 \rangle.$$

Soluciones enteras: 2, 4 y 5.

\(\therefore\) La nota final de Mario es $2 + 4 + 5 = 11$, por lo que le faltaron 9 puntos para alcanzar la nota máxima.

Rpta.: C

6. La suma de los cinco menores valores enteros que verifican la inequación $\frac{|x+4|(x+3)^7(x-3)^{10}}{(x-7)^3\sqrt{x-2}\sqrt[10]{x+1}} \geq 0$ es el valor numérico del costo (en soles) de confeccionar un polo. Si por la venta de cada polo se gana S/ 3, ¿cuál es el ingreso que se obtiene al vender dos decenas de polos?

A) S/ 460

B) S/ 480

C) S/ 500

D) S/ 600

Solución:

$$\frac{|x+4|(x+3)^7(x-3)^{10}}{(x-7)^3\sqrt{x-2}\sqrt[10]{x+1}} \geq 0$$

i. Existencia: $x+1 > 0 \rightarrow x > -1$.ii. Se eliminan $|x+4|$, $(x-3)^{10}$ y $\sqrt[10]{x+1}$.

Entonces:

$$\frac{x+3}{(x-7)(x-2)} \geq 0; x = -4, x = 3.$$

Resolviendo por puntos críticos: $x \in [-3, 2) \cup \langle 7, +\infty \rangle \cup \{-4, 3\}$.iii. Finalmente, de (i) y (ii): C. S. = $\langle -1, 2 \rangle \cup \langle 7, +\infty \rangle \cup \{3\}$.

La suma de los cinco menores valores enteros del C.S. es $(0+1+3+8+9) = 21$; luego, el costo de confeccionar un polo es S/ 21.

Por cada polo, se gana S/ 3, y, entonces, el precio de venta es S/ 24.

∴ Vendiendo dos decenas de polos, el ingreso será $S/(20(24)) = S/ 480$.

Rpta.: B

7. Las dimensiones de un monitor son $(m + 10)$ centímetros de alto y $(10n - 7)$ centímetros de ancho, donde "n" es el número de soluciones enteras de la siguiente inequación: $\frac{\sqrt{36-4x} (x^3-1)\sqrt[5]{5-x} (x^4+x^2+1)}{|8x-56|(|x-3|-5)(x^2+20x+2021)^{2021}} \geq 0$ y "m" es la suma de dichas soluciones. Determine el área del monitor.

- A) 1590 cm² B) 1050 cm² C) 4580 cm² D) 4540 cm²

Solución:

I. De la inequación $\frac{\sqrt{36-4x} (x^3-1)\sqrt[5]{5-x} (x^4+x^2+1)}{|8x-56|(|x-3|-5)(x^2+20x+2021)^{2021}} \geq 0$

i. Existencia y factores no negativos:

* $36 - 4x \geq 0 \rightarrow x \leq 9$; $x = 9$ es una solución... (α).

* De $|8x - 56| \neq 0 \rightarrow x \neq 7$... (β).

* $(x^4 + x^2 + 1)$ es positivo $\forall x \in \mathbb{R}$.

$(x^2 + 20x + 2021)$ es positivo $\forall x \in \mathbb{R}$.

ii. Desarrollo:

$$\frac{(x^3-1)\sqrt[5]{5-x}}{(|x-3|-5)} \geq 0 \rightarrow \frac{\overbrace{(x-1)(x^2+x+1)(5-x)}^{(+)}}{\underbrace{(|x-3|-5)(|x-3|+5)}_{(+)}} \geq 0$$

$$\frac{(x-1)(5-x)}{(x-3)^2-25} \geq 0 \rightarrow \frac{(x-1)(x-5)}{(x-8)(x+2)} \leq 0 \rightarrow \text{P. C.: } -2, 1, 5 \text{ y } 8.$$

$$\rightarrow x \in \langle -2; 1 \rangle \cup [5; 8) \dots (\lambda).$$

$$\text{De } (\alpha), (\beta) \text{ y } (\lambda): \text{C. S.} = \langle -2; 1 \rangle \cup [5; 8) \cup \{9\} - \{7\}.$$

II. Luego:

$$m = -1 + 0 + 1 + 5 + 6 + 9 = 20 \rightarrow m + 10 = 30 \text{ cm.}$$

$$n = 6 \rightarrow 10n - 7 = 53 \text{ cm.}$$

∴ El área del monitor es 1590 cm².

Rpta.: A

8. La edad en años que tenía Pedro cuando rindió su primer examen de admisión a la Universidad Nacional Mayor de San Marcos (UNMSM) coincide con la suma de soluciones enteras de la siguiente inecuación: $\sqrt{\frac{\sqrt{x} - \sqrt{x^2 - 7x}}{x-10}} \geq \sqrt[3]{x-12}$. Si Pedro logró ingresar a la UNMSM en la misma fecha pero dos años después de aquel primer intento, ¿a qué edad ingresó?

- A) 18 años B) 19 años C) 20 años D) 21 años

Solución:

Resolviendo la inecuación dada:

- i) Existencia:

$$x \geq 0 \wedge x^2 - 7x \geq 0 \wedge \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x^2 - 7x}}{x-10} \geq 0 \rightarrow x \geq 0 \wedge x(x-7) \geq 0$$

$$\wedge \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x^2 - 7x}}{x-10} \underbrace{(\sqrt{x} + \sqrt{x^2 - 7x})}_{\text{No negativo}} \geq 0 \rightarrow x \in \underbrace{[0; +\infty)}_{(1)} \wedge x \in \underbrace{\langle -\infty; 0 \rangle \cup [7; +\infty)}_{(2)}$$

$$\wedge \frac{x - (x^2 - 7x)}{x-10} \geq 0.$$

Resolviendo la última inecuación:

$$\frac{x^2 - 8x}{x-10} \leq 0 \rightarrow \frac{x(x-8)}{x-10} \leq 0 \rightarrow x \in \underbrace{\langle -\infty, 0 \rangle \cup [8, 10 \rangle}_{(3)}$$

De (1), (2) y (3): $x \in \{0\} \cup [8, 10 \rangle \dots (*)$.

- ii) De la condición de existencia se puede deducir que

$$x < 12 \rightarrow x - 12 < 0 \rightarrow \sqrt[3]{x-12} < 0.$$

Por lo tanto:

$$\sqrt{\frac{\sqrt{x} - \sqrt{x^2 - 7x}}{x-10}} \geq 0 > \sqrt[3]{x-12}$$

(la desigualdad se cumple para todo valor de x en (*)).

$$\therefore \text{C. S.} = \{0\} \cup [8, 10 \rangle.$$

- iii) La suma de soluciones enteras es $(0 + 8 + 9) = 17$. Pedro rindió su primer examen de admisión a la UNMSM a los 17 años. Por lo tanto, ingresó a los $(17 + 2) = 19$ años.

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Se desea elaborar cajas de madera para luego decorarlas y venderlas al por mayor. Las dimensiones de la base de las cajas deberán ser (x) cm y $(x + 4)$ cm, y su altura $(x - 6)$ cm. Si el volumen de cada caja no debe ser menor que 351 cm^3 , halle el menor valor entero que admite "x".

A) 10 B) 9 C) 8 D) 7

Solución:

- i) Restricciones:

$$x > 0 \wedge x + 4 > 0 \wedge x - 6 > 0 \rightarrow x > 6 \dots (1).$$

- ii) Sea $V(x)$ el volumen de la caja (en cm^3):

$$V(x) = x(x + 4)(x - 6)$$

$$\rightarrow x(x + 4)(x - 6) \geq 351$$

$$\rightarrow x^3 - 2x^2 - 24x - 351 \geq 0$$

Factorizando:

$$(x - 9) \overbrace{(x^2 + 7x + 39)}^{(+)} \geq 0$$

$\Delta < 0$

$$\rightarrow x - 9 \geq 0 \rightarrow x \geq 9 \dots (2)$$

- iii) De (1) y (2) tenemos $x \in [9, +\infty)$.

$$\therefore x_{\min} = 9.$$

Rpta.: B

2. El director del Departamento Académico de Matemática convocó a una reunión virtual al profesor Rubén y a "n" docentes más, donde "n" es el menor valor entero positivo del conjunto solución de la inecuación $\frac{1}{x^2 - x + 10} \leq \frac{1}{x^2 - 3x - 18}$. Si por un problema de conectividad 3 de los docentes convocados no pudieron ingresar a la reunión, determine el número de participantes en dicha reunión, incluyendo al director del Departamento Académico.

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6

Solución:

Transponiendo al segundo miembro en la inecuación:

$$0 \leq \frac{1}{x^2 - 3x - 18} - \frac{1}{x^2 - x + 10}; \text{ operando:}$$

$$0 \leq \frac{2x + 28}{(x^2 - 3x - 18)\underbrace{(x^2 - x + 10)}_{(+)}} \rightarrow 0 \leq \frac{x + 14}{(x - 6)(x + 3)}.$$

Luego, por puntos críticos: C. S. = $[-14, -3) \cup (6, +\infty)$.

De donde: $n = 7$.

\therefore Debieron entrar $(7 + 1 + 1)$ personas = 9 personas, y, como 3 no pudieron entrar, hubo 6 participantes en la reunión.

Rpta.: D

3. En un mercado de Lima, la oferta y la demanda de fresas (en cientos) en el día "x" de cierta semana del mes de julio ($x = 1$, lunes; $x = 2$, martes; ... $x = 7$, domingo) están estimadas por $f(x) = 6 - \sqrt{7 - x}$ y $g(x) = 9 - |x + 2|$, respectivamente. ¿En qué días de esa semana habrá escasez de fresas en el mercado?

- A) Martes y miércoles
C) Miércoles y jueves

- B) Lunes y martes
D) Lunes, martes y miércoles

Solución:

Para que haya escasez de fresas, debe ocurrir: oferta < demanda.

$$\rightarrow 6 - \sqrt{7 - x} < 9 - |x + 2|; 1 \leq x \leq 7 \wedge x \in \mathbb{Z}.$$

Como $x + 2 > 0$:

$$6 - \sqrt{7 - x} < 9 - (x + 2) \rightarrow 6 - \sqrt{7 - x} < 7 - x$$

$$\rightarrow x - 1 < \sqrt{7 - x} \rightarrow x^2 - 2x + 1 < 7 - x$$

$$\rightarrow x^2 - x - 6 < 0 \rightarrow (x - 3)\underbrace{(x + 2)}_{(+) < 0} < 0$$

$$\rightarrow x - 3 < 0 \rightarrow x < 3.$$

$$\text{Luego: } 1 \leq x < 3 \wedge x \in \mathbb{Z} \rightarrow x = 1 \vee x = 2.$$

\therefore Habrá escasez de fresas en el mercado los días lunes y martes.

Rpta.: B

4. La cantidad de soluciones enteras de la inecuación $\frac{\sqrt[9]{x^2 - 16(x^2 + 7x - 144)^2}}{(x^2 + 18x + 81)(x^2 - 9)} \leq 0$ coincide con la edad (en años) del hijo de Carlos. Si Carlos tiene 30 años, ¿a qué edad tuvo a su hijo?
- A) 23 años B) 24 años C) 25 años D) 26 años

Solución:

Resolviendo la inecuación:

$$\frac{\sqrt[9]{x^2 - 16(x^2 + 7x - 144)^2}}{(x^2 + 18x + 81)(x^2 - 9)} \leq 0$$

$$\rightarrow \frac{(x^2 - 16)[(x + 16)(x - 9)]^2}{(x + 9)^2(x + 3)(x - 3)} \leq 0 \rightarrow \frac{(x + 4)(x - 4)(x + 16)^2(x - 9)^2}{(x + 9)^2(x + 3)(x - 3)} \leq 0.$$

Eliminando factores no negativos:

$$\frac{(x + 4)(x - 4)}{(x + 3)(x - 3)} \leq 0; \quad x = -16, x = 9, x \neq -9.$$

Aplicando el método de los puntos críticos tenemos C. S. = $[-4, -3) \cup (3, 4] \cup \{-16, 9\}$.

Las soluciones enteras son $-16, -4, 4$ y 9 .

Luego hay cuatro soluciones enteras y la edad del hijo de Carlos es 4 años.

\therefore Carlos tuvo su hijo a los $(30 - 4) = 26$ años.

Rpta.: D

5. Junior está entusiasmado con viajar a la ciudad de Huancayo en un tren turístico que parte cada medio año desde el Centro de Lima. Él ha logrado ahorrar $(m + 1)(m + 2)(m + 5)$ soles, donde "m" es la suma de los valores enteros del conjunto solución de la inecuación $\frac{\sqrt[3]{x^4 + 4x^2 - 32} (x^3 - 27)^{13} \sqrt[8]{x^2 + 2x - 3}}{\sqrt[5]{x^2 - 4x - 32} \sqrt[4]{625 - x^4}} \geq 0$; sin embargo, aún le faltan S/ 192 para poder comprar su pasaje de tren. ¿Cuál es el valor de dicho pasaje?

- A) S/ 600 B) S/ 650 C) S/ 500 D) S/ 550

Solución:

$$\frac{\sqrt[3]{x^4 + 4x^2 - 32} (x^3 - 27)^{13} \sqrt[8]{x^2 + 2x - 3}}{\sqrt[5]{x^2 - 4x - 32} \sqrt[4]{625 - x^4}} \geq 0.$$

i) Existencia:

$$x^2 + 2x - 3 \geq 0 \wedge 625 - x^4 > 0$$

$$\rightarrow (x+3)(x-1) \geq 0 \wedge (25+x^2)(25-x^2) > 0$$

$$\rightarrow x \in \langle -\infty, -3 \rangle \cup [1, +\infty) \wedge x \in \langle -5, 5 \rangle$$

$$\rightarrow x \in \langle -5, -3 \rangle \cup [1, 5) \dots (1).$$

ii) Eliminando exponentes impares, radicales de índice impar y factores no negativos:

$$\frac{(x^4 + 4x^2 - 32)(x^3 - 27)}{(x^2 - 4x - 32)} \geq 0; \quad x = -3, x = 1$$

$$\rightarrow \frac{\overbrace{(x^2 + 8)}^{(+)} \overbrace{(x^2 - 4)(x - 3)(x^2 + 3x + 9)}^{(+)}}{(x - 8)(x + 4)} \geq 0; \quad x = -3, x = 1$$

$$\rightarrow \frac{(x+2)(x-2)(x-3)}{(x-8)(x+4)} \geq 0; \quad x = -3, x = 1.$$

Luego, por puntos críticos: $x \in \langle -4; -2 \rangle \cup [2; 3] \cup \langle 8; +\infty \rangle \cup \{-3; 1\} \dots (2).$

iii) Finalmente:

$$C. S. = (1) \cap (2) = \langle -4; -3 \rangle \cup [2; 3] \cup \{1\}.$$

Valores enteros: $-3, 1, 2$ y $3 \rightarrow m = -3 + 1 + 2 + 3 = 3.$

\therefore Junior ha logrado ahorrar S/ 458, y el costo del pasaje en tren es S/ $(458 + 192) =$ S/ 650.

Rpta.: B

6. Según un informe publicado en una revista económica, la inflación, en términos interanuales, se incrementó de 1,7% a (b)% el último mes. ¿A cuánto ascendió este incremento, en términos porcentuales, si el conjunto solución de la inecuación $(x^2 + 5x + 2021)(\sqrt{x} + 2015)(-51x^2 + 51x + 306)^{2021} \leq 0$ es $[b, +\infty)$?

A) 1,3%

B) 1,9%

C) 1,6%

D) 1%

Solución:

De la inecuación $(x^2 + 5x + 2021)(\sqrt{x} + 2015)(-51x^2 + 51x + 306)^{2021} \leq 0$, se tiene $x \geq 0 \wedge \underbrace{(x^2 + 5x + 2021)}_{(+)} \underbrace{(\sqrt{x} + 2015)}_{(+)} (-51x^2 + 51x + 306)^{2021} \leq 0$

$$\rightarrow x \geq 0 \wedge -51x^2 + 51x + 306 \leq 0 \rightarrow x \geq 0 \wedge x^2 - x - 6 \geq 0 \rightarrow x \geq 0 \wedge \underbrace{(x-3)(x+2)}_{(+)} \geq 0$$

$\rightarrow x \geq 0 \wedge x \geq 3$; luego, el conjunto solución es $[3, +\infty)$, de donde $b = 3.$

\therefore El incremento fue de $(3 - 1,7)\% = 1,3\%.$

Rpta.: A

7. En el Perú, la tasa del impuesto general a las ventas (IGV) es 18%. Sabiendo que $[a, b) \cup [c, d)$, con $a < c$, es el conjunto solución de la inecuación

$$\sqrt[4]{\frac{\sqrt{9-x} - \sqrt{x-2}}{\sqrt{x+5} - \sqrt{3x}}} \geq \frac{x-2}{x-9}, \text{ ¿en cuánto tendría que aumentar la tasa de este impuesto para que alcance el } (a+b+c+d)\%?$$

- A) 2% B) 1,5% C) 1% D) 0,5%

Solución:

Resolviendo la inecuación dada:

- i) Existencia:

$$9-x > 0 \wedge x-2 \geq 0 \wedge x+5 \geq 0 \wedge 3x \geq 0 \wedge \frac{\sqrt{9-x} - \sqrt{x-2}}{\sqrt{x+5} - \sqrt{3x}} \geq 0$$

$$\rightarrow \frac{9 > x \wedge x \geq 2 \wedge x \geq -5 \wedge x \geq 0}{2 \leq x < 9} \wedge \frac{\sqrt{9-x} - \sqrt{x-2}}{\sqrt{x+5} - \sqrt{3x}} \left(\frac{\sqrt{9-x} + \sqrt{x-2}}{\sqrt{x+5} + \sqrt{3x}} \right) \geq 0$$

$$\rightarrow \frac{2 \leq x < 9}{(1)} \wedge \frac{9-x-(x-2)}{x+5-3x} \geq 0.$$

Resolviendo la última inecuación:

$$\frac{-2x+11}{-2x+5} \geq 0 \rightarrow \frac{2x-11}{2x-5} \geq 0 \rightarrow x \in \left\langle -\infty, \frac{5}{2} \right\rangle \cup \left[\frac{11}{2}, +\infty \right) \dots (2).$$

De (1) y (2):

$$x \in \left[2, \frac{5}{2} \right) \cup \left[\frac{11}{2}, 9 \right) \dots (*)$$

- ii) De la condición de existencia (*), se puede deducir que

$$x \geq 2 \rightarrow x-2 \geq 0.$$

$$x < 9 \rightarrow x-9 < 0 \rightarrow \frac{1}{x-9} < 0.$$

$$\text{De donde: } \frac{x-2}{x-9} \leq 0.$$

Por lo tanto:

$$\sqrt[4]{\frac{\sqrt{9-x} - \sqrt{x-2}}{\sqrt{x+5} - \sqrt{3x}}} \geq 0 \geq \frac{x-2}{x-9}$$

(la desigualdad se cumple para cualquier valor de "x" en (*)).

$$\rightarrow \text{C. S.} = \left[2, \frac{5}{2} \right) \cup \left[\frac{11}{2}, 9 \right).$$

iii) Tenemos

$$a = 2, b = \frac{5}{2}, c = \frac{11}{2}, d = 9 \rightarrow a + b + c + d = 19.$$

∴ Para que el IGV alcance la tasa de 19% tendría que incrementarse en 1%.

Rpta.: C

8. Según un informe técnico, el a% de la producción eléctrica en el 2020 fue generado por hidroeléctricas; mientras que el b%, por fuentes térmicas; el c%, por fuentes eólicas; y el d%, por fuentes solares. Halle la diferencia porcentual de la producción realizada por hidroeléctricas y fuentes térmicas con respecto a la de fuentes eólicas y solares, sabiendo que $\langle a - 72, b - 26 \rangle \cup \langle c + 1, d + 3 \rangle$, con $a > c > 0$, es el conjunto

solución de
$$\frac{(x^2 + 6x + 11)^{1001}(x^2 - 4x - 5)^{2021} \cdot \sqrt{4 - x}}{(x^4 - 81)^{2023} \cdot \sqrt{x + 2}} \leq 0.$$

A) 88%

B) 90%

C) 92%

D) 86%

Solución:

Resolviendo la inecuación dada:

* Existencia: $4 - x \geq 0 \wedge x + 2 > 0 \rightarrow x \in \langle -2, 4 \rangle = S_1.$

* Además,
$$\frac{(x^2 + 6x + 11)^{1001}(x^2 - 4x - 5)^{2021} \cdot \sqrt{4 - x}}{(x^4 - 81)^{2023} \cdot \sqrt{x + 2}} \leq 0$$
 es equivalente a

$$\frac{(x^2 + 6x + 11) \cdot (x - 5) \cdot (x + 1) \cdot \sqrt{4 - x}}{(x^2 + 9) \cdot (x + 3) \cdot (x - 3) \cdot \sqrt{x + 2}} \leq 0.$$

Eliminamos los factores positivos $(x^2 + 6x + 11)$, $\sqrt{4 - x}$, $(x^2 + 9)$, $\sqrt{x + 2}$.

$$\rightarrow \frac{(x - 5)(x + 1)}{(x + 3)(x - 3)} \leq 0; x = 4 \rightarrow S_2 = \langle -3, -1 \rangle \cup \langle 3, 5 \rangle.$$

* C. S. = $S_1 \cap S_2 = \langle -2, -1 \rangle \cup \langle 3, 4 \rangle = \langle a - 72, b - 26 \rangle \cup \langle c + 1, d + 3 \rangle.$

$$\rightarrow a = 70, b = 25, c = 2, d = 1.$$

∴ La diferencia porcentual de la producción eléctrica realizada por hidroeléctricas y térmicas con respecto a las eólicas y solares es $(70 + 25)\% - (2 + 1)\% = 92\%$.

Rpta.: C

Trigonometría

EJERCICIOS

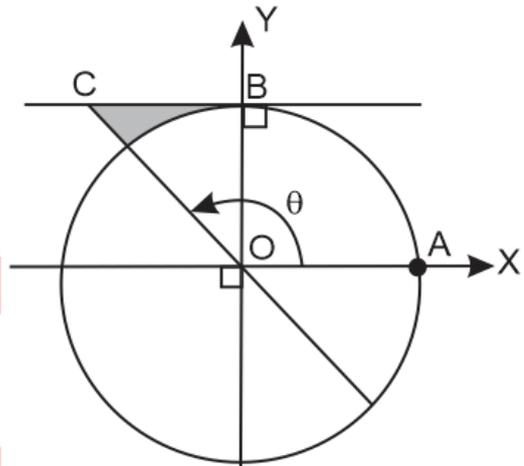
1. Un operador corta una lámina de madera dándole la forma de un círculo cuyo radio mide 1 m. Si el operario no termina la tarea y aún le falta recortar la región sombreada (figura adjunta), determine el área de la región que le falta recortar para culminar la tarea.

A) $-\frac{1}{2}(\cot \theta + \theta - \frac{\pi}{2}) \text{ m}^2$

B) $\frac{1}{2}(\cot \theta - \theta + \frac{\pi}{2}) \text{ m}^2$

C) $-\frac{1}{2}(\cot \theta - \theta - \frac{\pi}{2}) \text{ m}^2$

D) $-\frac{1}{2}(-\cot \theta + \theta + \frac{\pi}{2}) \text{ m}^2$



Solución:

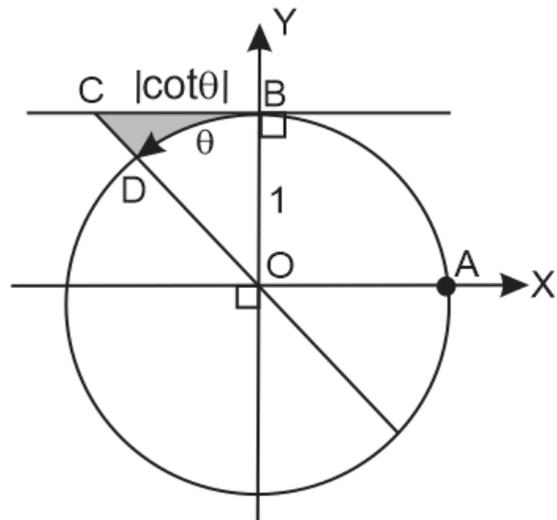
$$BC = |\cot \theta|$$

$$S_1 = S_{OBC} = \frac{1}{2}(1)(-\cot \theta) \text{ m}^2$$

$$S_2 = S_{OBD} = \frac{1}{2}(\theta - \frac{\pi}{2})(1)^2 \text{ m}^2$$

$$S_x = S_1 - S_2$$

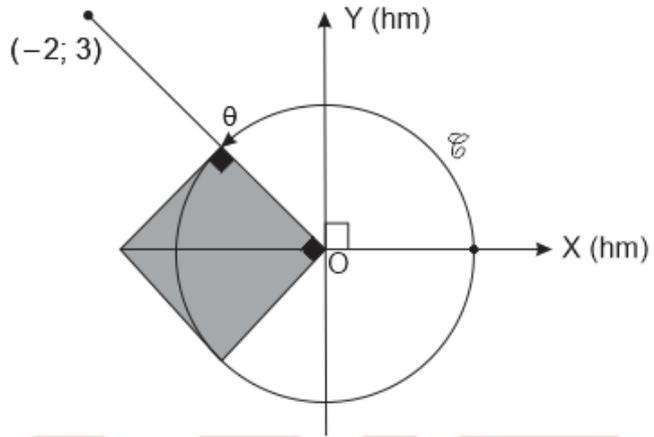
$$S_x = -\frac{1}{2}(\cot \theta + \theta - \frac{\pi}{2}) \text{ m}^2$$



Rpta.: A

2. Debido a la emergencia sanitaria, un local de votación para las elecciones presidenciales 2021, estuvo ubicada en una plaza de forma circular cuyo radio mide 1 hm, como se muestra en la figura. Si en la región sombreada se instalaron las mesas de votación, determine el área de dicha región.

- A) $\frac{5}{4} \text{ hm}^2$
- B) $\frac{5}{3} \text{ hm}^2$
- C) $\frac{6}{7} \text{ hm}^2$
- D) $\frac{9}{5} \text{ hm}^2$

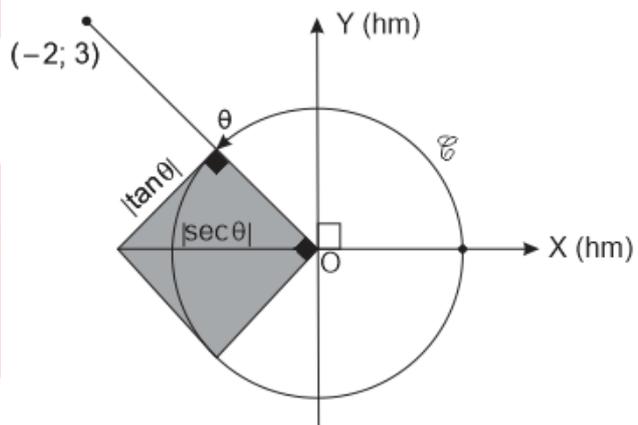


Solución:

$$\text{Área} = \frac{1}{2} [1 - \tan \theta]$$

$$\text{Área} = \frac{1}{2} \left[1 - \left(-\frac{3}{2} \right) \right]$$

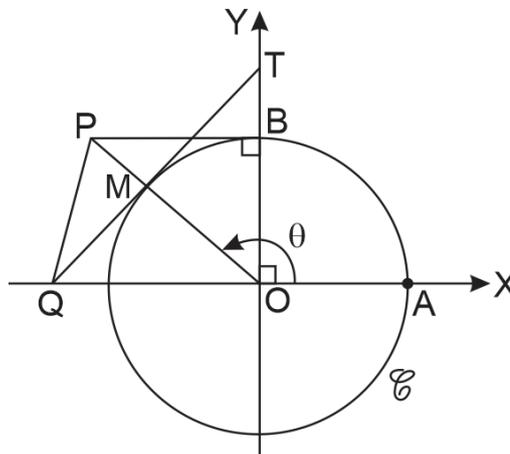
$$\text{Área} = \frac{5}{4} \text{ hm}^2$$



Rpta.: A

3. En la figura mostrada, \mathcal{C} es una circunferencia trigonométrica. Si \overline{TQ} es tangente a la circunferencia en el punto M, halle el área de la región limitada por el cuadrilátero OB PQ.

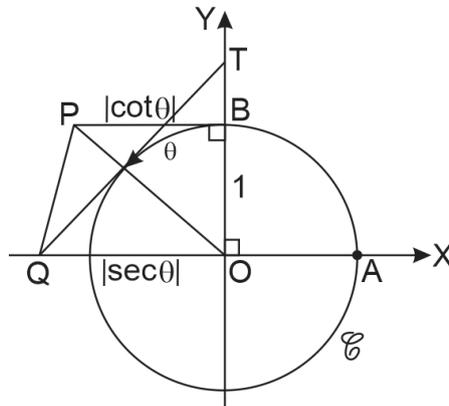
- A) $-\frac{1}{2}(\sec \theta + \cot \theta) u^2$
- B) $-\frac{1}{2}(\csc \theta + \cot \theta) u^2$
- C) $\frac{1}{2}(\sec \theta + \cot \theta) u^2$
- D) $\frac{1}{2}(\sec \theta - \cot \theta) u^2$



Solución:

Sea A el área de la región limitada por OBPQ

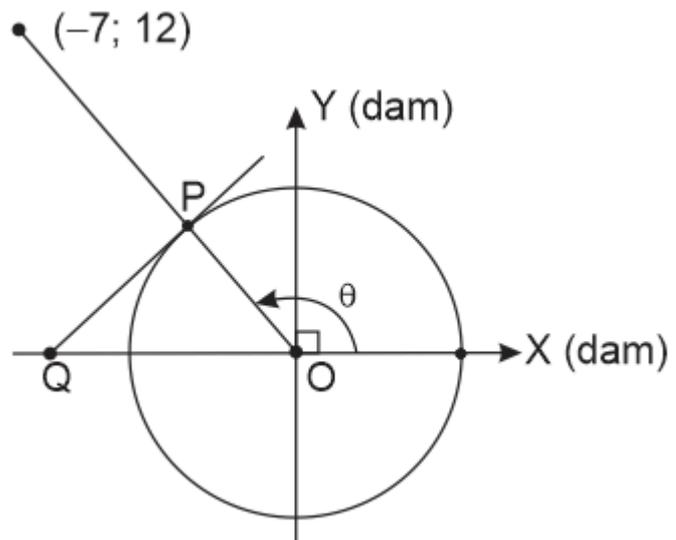
$$A = \left(\frac{BP + OQ}{2} \right) OB u^2 = \left(\frac{|\cot \theta| + |\sec \theta|}{2} \right) 1 u^2 = -\frac{1}{2} (\sec \theta + \cot \theta) u^2$$



Rpta.: A

4. La figura representa el croquis de un parque con forma circular de radio 1 dam. Si Hugo y Carlos parten del punto Q y O respectivamente, siguiendo las trayectorias \overline{QP} y \overline{OP} hasta encontrarse en el punto P (punto de tangencia), halle la distancia recorrida por Hugo.

- A) $\frac{12}{7}$ dam
- B) $\frac{7}{12}$ dam
- C) $\frac{7}{3}$ dam
- D) $\frac{3}{2}$ dam



Solución:

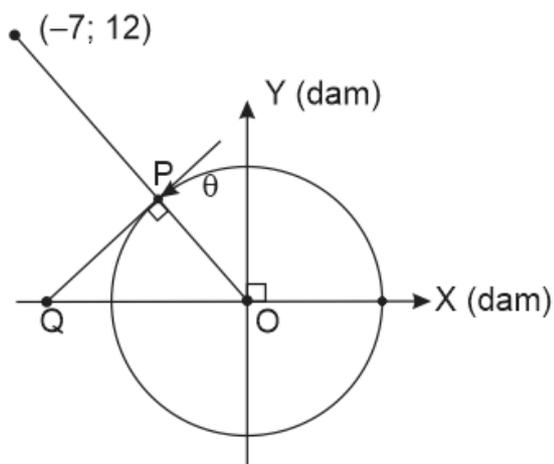
De la figura:

$$\tan \theta = \frac{12}{-7}$$

$$OQ = |\sec \theta|$$

Por Pitágoras:

$$QP = |\tan \theta| = \left| \frac{12}{-7} \right| = \frac{12}{7} \text{ dam.}$$



Rpta.: A

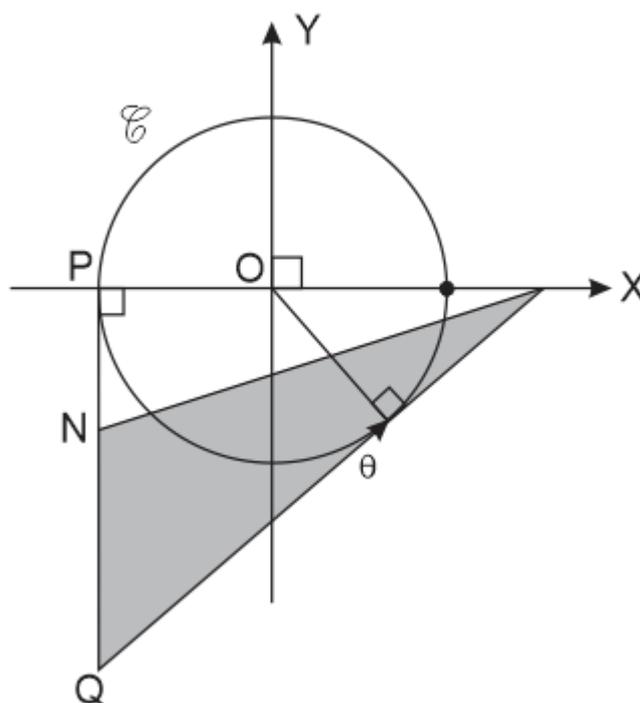
5. En la figura mostrada, \mathcal{C} es una circunferencia trigonométrica. Si $2PN=NQ$, halle el área de la región sombreada.

A) $-\frac{1}{3}(2 + \sec \theta) \cot \frac{\theta}{2} u^2$

B) $-\frac{1}{3}(1 - \sec \theta) \cot \frac{\theta}{2} u^2$

C) $-\frac{1}{3}(1 - \sec \theta) \tan \frac{\theta}{2} u^2$

D) $-\frac{1}{3}(1 + \sec \theta) \cot \frac{\theta}{2} u^2$



Solución:

$$\Delta MOR \sim \Delta MPQ$$

$$\frac{PQ}{|\csc \theta|} = \frac{1 + |\sec \theta|}{|\sec \theta|}$$

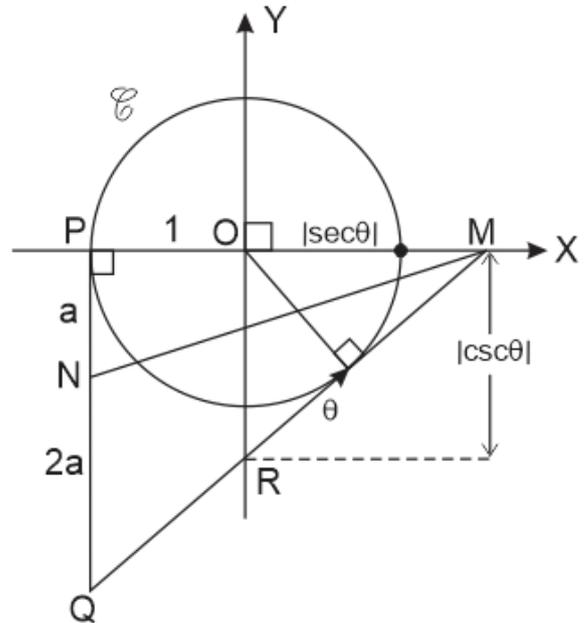
Entonces $PQ = -\cot \theta(1 + \sec \theta)$

Luego

$$NQ = -\frac{2}{3} \cot \theta(1 + \sec \theta)$$

Por tanto

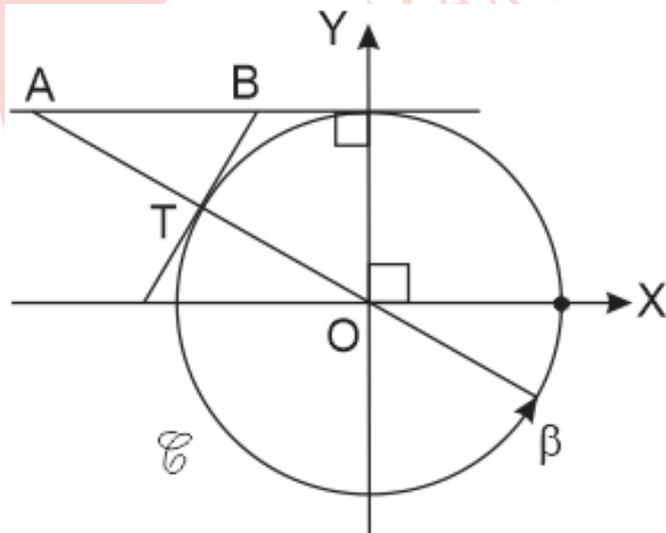
$$S_{MNQ} = -\frac{1}{3} \cot \theta(1 + \sec \theta)^2 = -\frac{1}{3} \cot \frac{\theta}{2} (1 + \sec \theta) u^2$$



Rpta.: D

6. En la figura mostrada, \mathcal{C} es una circunferencia trigonométrica. Si T es punto de tangencia, calcule la longitud de \overline{AB} .

- A) $-\csc \beta(1 + \sec \beta) u$
- B) $-\sec \beta(1 + \csc \beta) u$
- C) $\csc \beta(1 - \sec \beta) u$
- D) $\sec \beta(1 - \csc \beta) u$



Solución:

En el $\triangle OPA$: $OA = |\csc \beta|$



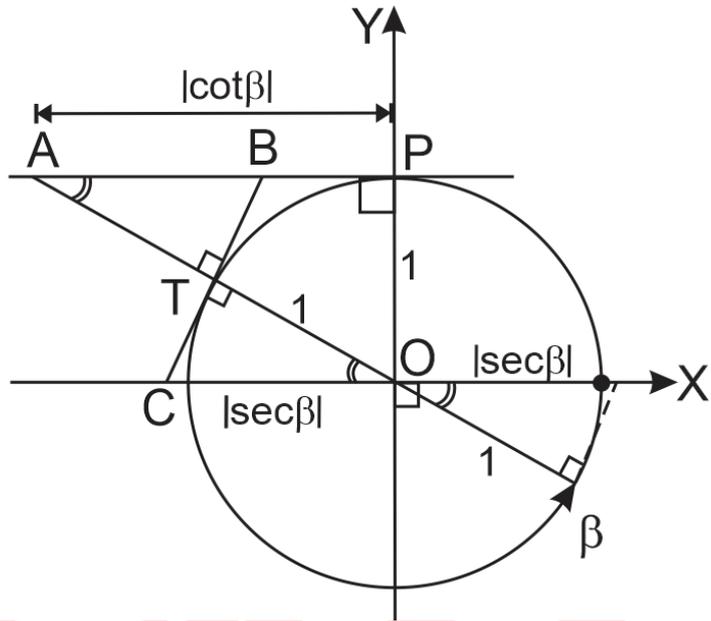
$$\Rightarrow \frac{AB}{OC} = \frac{AT}{OT}$$

$$\frac{AB}{|\sec \beta|} = \frac{|\csc \beta| - 1}{1}$$

$$AB = |\sec \beta| (|\csc \beta| - 1)$$

$$AB = \sec \beta (-\csc \beta - 1)$$

$$\therefore AB = -\sec \beta (1 + \csc \beta) \text{ u}$$



Rpta.: B

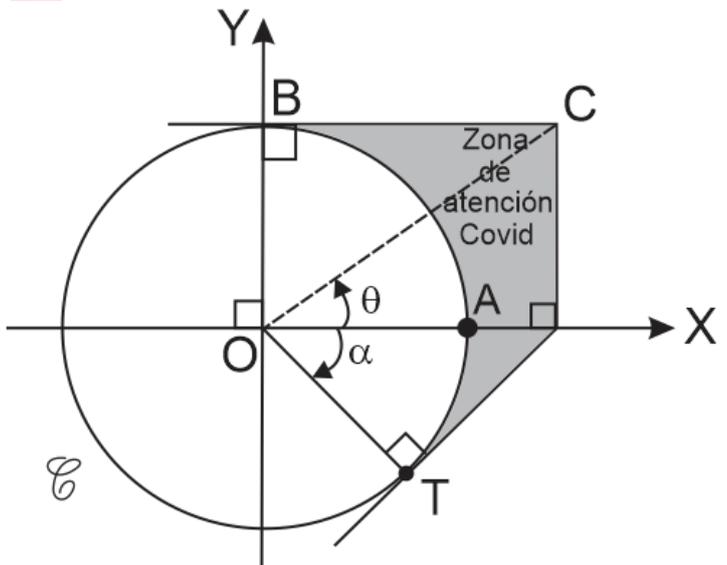
7. Se apertura el centro de salud de una localidad en Lima Sur, donde la región sombreada está destinada para atención de pacientes con síntomas de Covid-19. Si el centro de salud tiene forma de círculo de radio 1 dam, determine el área de la región que está destinada para dicha atención en términos de α y θ .

A) $\frac{1}{2} \left(\cot \theta (2 - \operatorname{sen} \alpha) + \alpha - \frac{\pi}{2} \right) \text{ dam}^2$

B) $\frac{1}{2} \left(\cot \theta (1 - \cos \alpha) + \alpha - \frac{\pi}{2} \right) \text{ dam}^2$

C) $\frac{1}{2} \left(\cot \theta (1 + \cos \alpha) + 2\alpha - \pi \right) \text{ dam}^2$

D) $\frac{1}{2} \left(\cot \theta (1 - \operatorname{sen} \alpha) - \alpha - \frac{\pi}{2} \right) \text{ dam}^2$

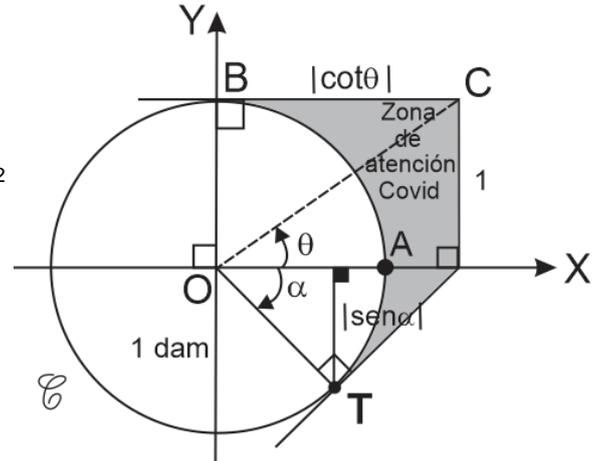


Solución:

A partir de la figura:

$$S_{\text{sombreada}} = (1) \cdot \cot \theta + \frac{1}{2} \cot \theta \cdot (-\text{sen} \alpha) - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) (1)^2$$

$$S_{\text{sombreada}} = \frac{1}{2} \left(\cot \theta (2 - \text{sen} \alpha) + \alpha - \frac{\pi}{2} \right) \text{dam}^2$$



Rpta.: A

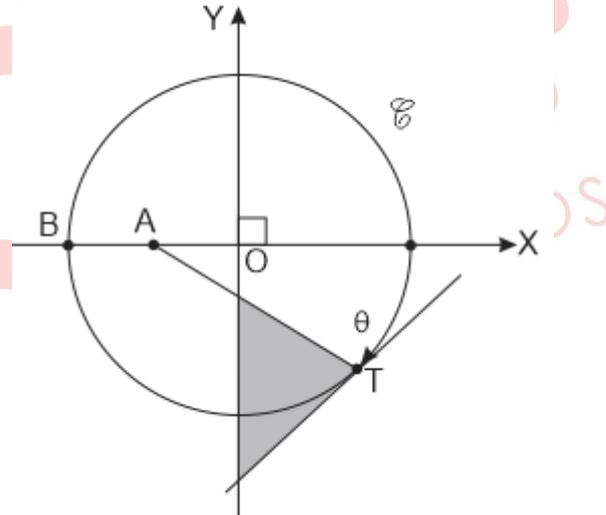
8. En la circunferencia trigonométrica de la figura. Si $\csc \theta + 2 \cot \theta = a^{-1}$, $OA = AB$ y T es punto de tangencia, halle el área de la región sombreada.

A) $\frac{1}{2} (a - \csc \theta) \cos \theta u^2$

B) $\frac{1}{2} (\csc \theta - a) \cos \theta u^2$

C) $\frac{1}{2} (a - \csc \theta) \text{sen} \theta u^2$

D) $\frac{1}{2} (\csc \theta + a) \cos \theta u^2$



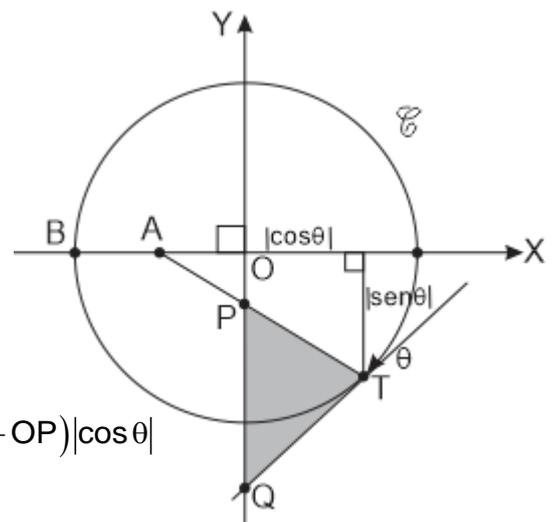
Solución:

$$\frac{OP}{|\text{sen} \theta|} = \frac{1}{\frac{1}{2} + |\cos \theta|}$$

$$OP = \frac{-\text{sen} \theta}{1 + 2 \cos \theta}$$

$$\Rightarrow \text{Área de la región triangular PTQ} = \frac{1}{2} (|\csc \theta| - OP) |\cos \theta|$$

$$= \frac{1}{2} (-\csc \theta + a) \cos \theta u^2.$$



Rpta.: A

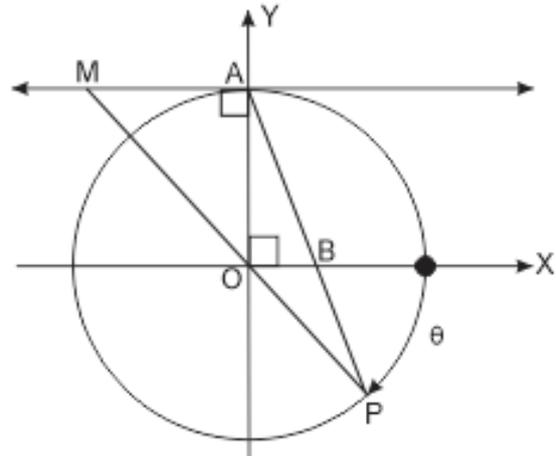
9. En una plazuela circular de 1 hm de radio, se requiere iluminar la región triangular PMA, para esto se coloca un reflector en el punto P, tal como se muestra en la figura. Si dicho reflector luego de una hora se malogra, reemplazándolo de inmediato con una bombilla, logrando que esta solamente alumbré la región triangular POB. Calcule el área de la región perjudicada por dicho percance.

A) $\frac{-\cot\theta(1-2\cos\theta)}{2(1-\text{sen}\theta)} \text{ hm}^2$

B) $\frac{-\cot\theta(1-2\text{sen}\theta)}{2(1-\text{sen}\theta)} \text{ hm}^2$

C) $\frac{-\tan\theta(1-2\text{sen}\theta)}{2(1-\cos\theta)} \text{ hm}^2$

D) $\frac{-\cot\theta(1-\text{sen}\theta)}{2(1-2\text{sen}\theta)} \text{ hm}^2$



Solución:

Área perjudicada (Trapezio MOBA)

$$\text{Área Trapecio} = \left(\frac{|\cot\theta| + m}{2} \right) \cdot 1 \quad \dots (1)$$

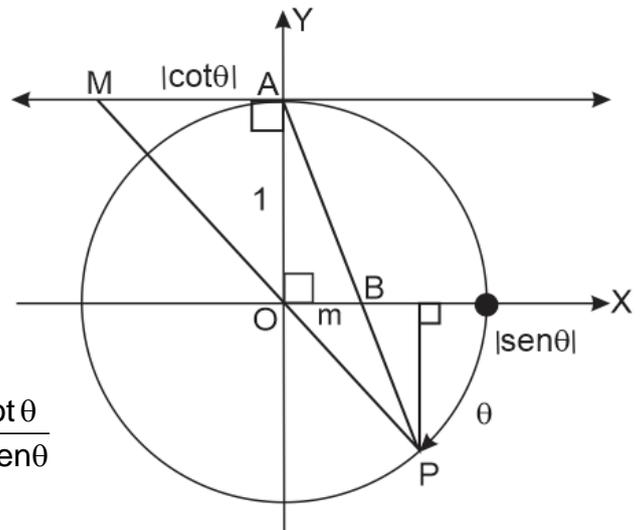
Se aprecia que los triángulos PMA y POB son semejantes:

$$\Rightarrow \frac{-\cot\theta}{1-\text{sen}\theta} = \frac{m}{-\text{sen}\theta} \Rightarrow \frac{-\cot\theta + m}{1-2\text{sen}\theta} = \frac{-\cot\theta}{1-\text{sen}\theta}$$

$$\Rightarrow -\cot\theta + m = \frac{-\cot\theta(1-2\text{sen}\theta)}{1-\text{sen}\theta}$$

Luego, reemplazando en (1):

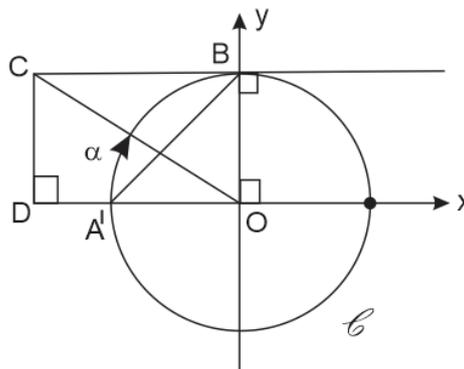
$$\text{Área Trapecio} = \frac{-\cot\theta(1-2\text{sen}\theta)}{2(1-\text{sen}\theta)} = \frac{-\cot\theta(1-2\text{sen}\theta)}{2(1-\text{sen}\theta)} \text{ hm}^2.$$



Rpta.: B

10. En la figura, \mathcal{C} es la circunferencia trigonométrica. Miguel parte del punto B recorriendo los tramos \overline{BC} , \overline{CD} , $\overline{DA'}$ y $\overline{A'B}$. Si B es punto de tangencia y d u es la distancia recorrida por Miguel, halle $d + 2(\csc 2\alpha + \cot 2\alpha)$.

- A) 1
- B) 2
- C) $\sqrt{2}$
- D) $\sqrt{3}$



Solución:

Se observa:

$$BC = |\cot \alpha|$$

$$CD = 1$$

$$DA' = |\cot \alpha| - 1$$

$$A'B = \sqrt{2}$$

La distancia recorrida por Miguel es:

$$d = BC + CD + DA' + A'B$$

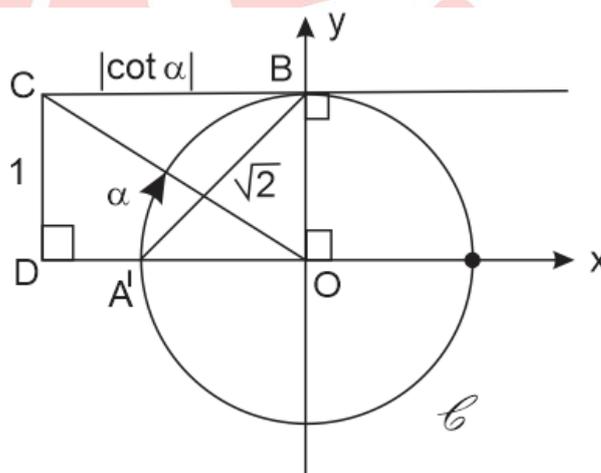
$$d = |\cot \alpha| + 1 + |\cot \alpha| - 1 + \sqrt{2}$$

$$d = -\cot \alpha - \cot \alpha + \sqrt{2}$$

$$d = -2\cot \alpha + \sqrt{2}$$

$$\therefore d + 2(\csc 2\alpha + \cot 2\alpha) = \sqrt{2}.$$

$\alpha \in \text{IIIC}$



Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

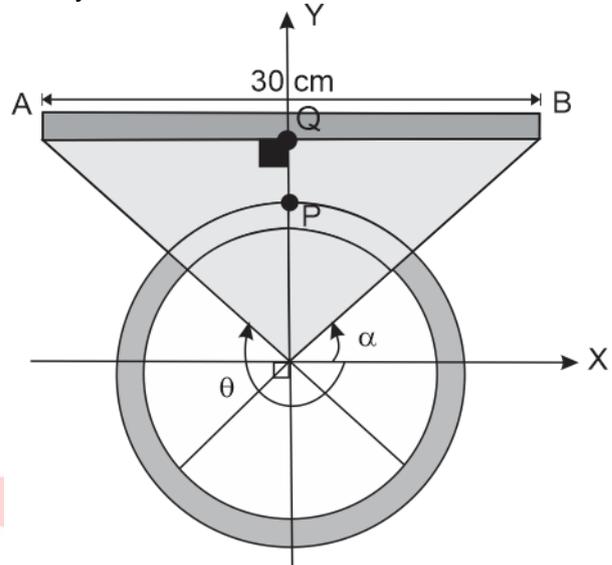
1. César manda a elaborar las ruedas para su módulo de golosinas. En la figura se muestra el plano del diseño de las ruedas. Si el radio de la rueda es 10 cm, halle la distancia de separación entre el segmento AB y la rueda.

A) $10 \left[\frac{3\text{sen}\theta \cdot \text{sen}\alpha}{\text{sen}(\theta - \alpha)} - 1 \right]$ cm

B) $\left[\frac{3\text{sen}\theta \cdot \text{sen}\alpha}{\text{sen}(\theta - \alpha)} - 1 \right]$ cm

C) $\left[\frac{3\text{sen}\theta \cdot \text{sen}\alpha}{\text{sen}(\theta - \alpha)} + 1 \right]$ cm

D) $10 \left[\frac{3\text{sen}\theta \cdot \text{sen}\alpha}{\text{sen}(\theta - \alpha)} + 1 \right]$ cm



Solución:

Haciendo un cambio: $OP = 10 \text{ cm} = 1 \text{ dm}$

De la circunferencia trigonométrica

$$\frac{x+1}{3} = \frac{1}{\cot\alpha - \cot\theta}$$

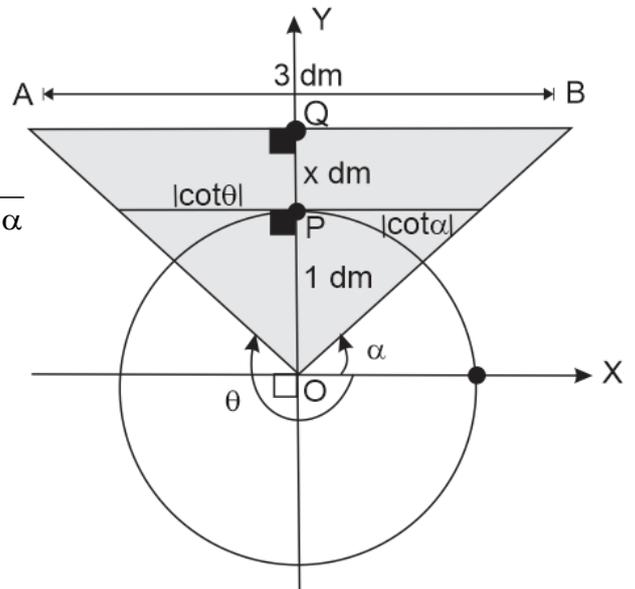
$$x+1 = \frac{3\text{sen}\theta \cdot \text{sen}\alpha}{\text{sen}\theta \cos\alpha - \cos\theta \text{sen}\alpha}$$

Luego,

$$x = \left[\frac{3\text{sen}\theta \cdot \text{sen}\alpha}{\text{sen}(\theta - \alpha)} - 1 \right] \text{ dm}$$

Por tanto,

$$x = 10 \left[\frac{3\text{sen}\theta \cdot \text{sen}\alpha}{\text{sen}(\theta - \alpha)} - 1 \right] \text{ cm}$$



Rpta.: A

2. Si $\theta \in \left\langle \frac{5\pi}{4}; \frac{3\pi}{2} \right\rangle$, halle el intervalo de variación de los valores de $\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}} + \cot\frac{\theta}{2}$.

- A) $\langle 0;2 \rangle$ B) $\langle 0;1 \rangle$ C) $\langle 1;2 \rangle$ D) $\langle \sqrt{3};2 \rangle$

Solución:

$$\text{Sea } h = \sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}} + \cot\frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{2\text{sen}^2\frac{\theta}{2}}{2\text{cos}^2\frac{\theta}{2}}} + \cot\frac{\theta}{2} = \left| \tan\frac{\theta}{2} \right| + \cot\frac{\theta}{2}$$

$$\text{Como } \frac{5\pi}{4} < \theta < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \frac{5\pi}{8} < \frac{\theta}{2} < \frac{3\pi}{4} \Rightarrow h = -\tan\frac{\theta}{2} + \cot\frac{\theta}{2} = 2\cot\theta \dots(1)$$

De la circunferencia trigonométrica

$$\cot\frac{3\pi}{2} < \cot\theta < \cot\frac{5\pi}{4}$$

$$0 < \cot\theta < 1$$

$$0 < 2\cot\theta < 2$$

$$0 < h < 2 \Rightarrow h \in \langle 0;2 \rangle$$

Rpta.: A

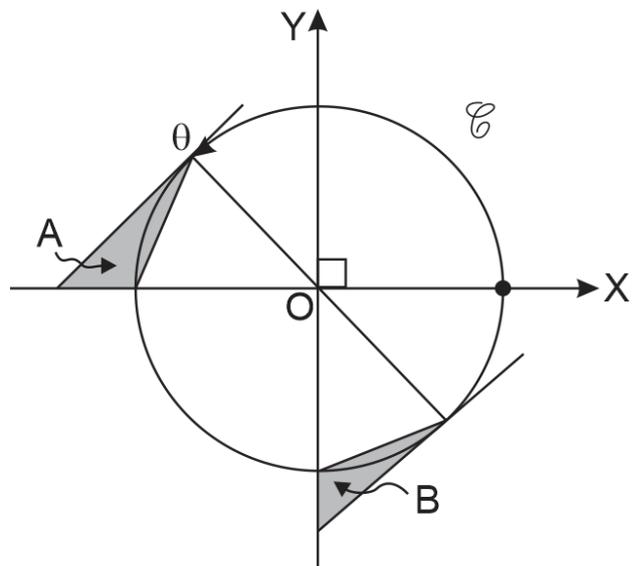
3. Si \mathcal{C} es una circunferencia trigonométrica, siendo A y B las áreas de las regiones sombreadas, halle AB.

A) $\frac{1}{4}(1+\cos\theta)(1+\text{sen}\theta)u^4$

B) $\frac{1}{2}(1+\cos\theta)(1-\text{sen}\theta)u^4$

C) $\frac{1}{2}(1+\text{sen}\theta)(1-\cos\theta)u^4$

D) $\frac{1}{4}(1+\cos\theta)(1-\text{sen}\theta)u^4$



Solución:

Del gráfico

$$A = \frac{1}{2} (|\sec \theta| - 1) |\sen \theta|$$

$$B = \frac{1}{2} (|\csc \theta| - 1) |\cos \theta|$$

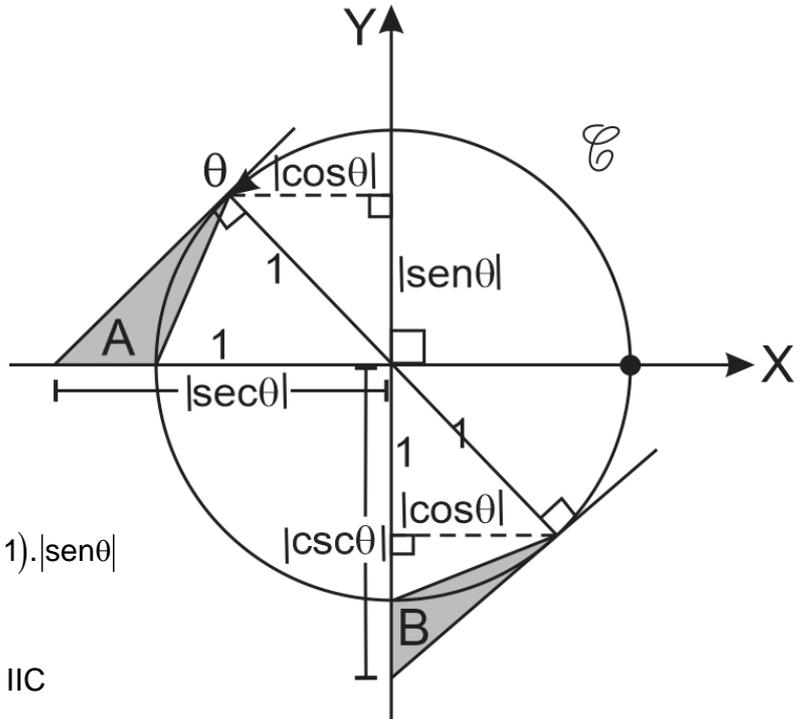
Nos piden

$$E = A \cdot B$$

$$E = \frac{1}{4} (|\sec \theta| - 1) \cdot |\cos \theta| \cdot (|\csc \theta| - 1) \cdot |\sen \theta|$$

$$E = \frac{1}{4} (1 - |\cos \theta|)(1 - |\sen \theta|); \theta \in \text{II C}$$

$$\therefore E = \frac{1}{4} (1 + \cos \theta)(1 - \sen \theta) u^4.$$



Rpta.: D

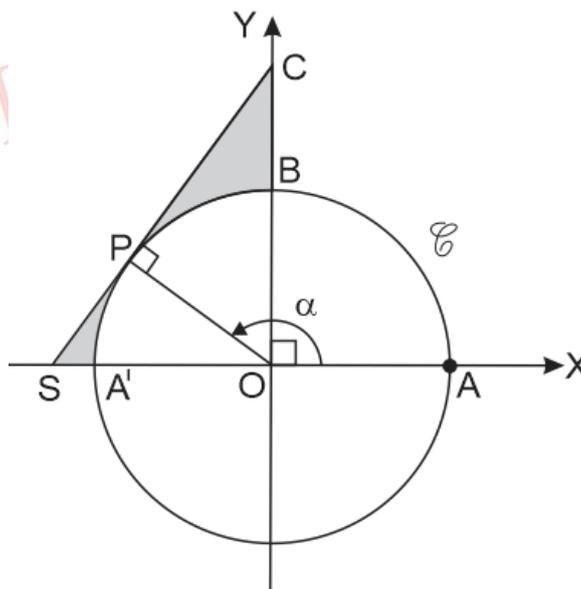
4. Si el punto P se desplaza sobre la circunferencia trigonométrica en el segundo cuadrante, halle el área mínima de la región sombreada.

A) $\frac{1}{4} (4 - \pi) u^2$

B) $\frac{1}{2} (\pi - 3) u^2$

C) $\frac{1}{2} (4 - \pi) u^2$

D) $\frac{1}{2} (\pi + 3) u^2$



Solución:

$$A_{\text{somb.}} = A_{\text{COS}} - A_{\text{sector BOA}}^{\text{circular}}$$

$$A_{\text{somb.}} = \frac{|\sec \alpha| \cdot |\csc \alpha|}{2} - \frac{\pi \cdot 1^2}{2}$$

$$A_{\text{somb.}} = \frac{-\sec \alpha \cdot \csc \alpha}{2} - \frac{\pi}{4}$$

$$A_{\text{somb.}} = -\csc 2\alpha - \frac{\pi}{4} \dots (1)$$

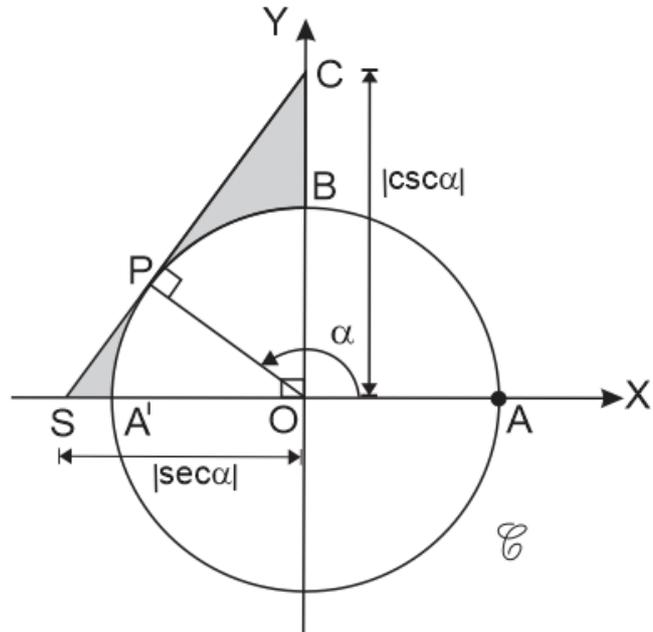
$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \pi < 2\alpha < 2\pi$$

$$\csc 2\alpha \leq -1$$

$$-\csc 2\alpha - \frac{\pi}{4} \geq 1 - \frac{\pi}{4}$$

$$A_{\text{somb.}} \geq \frac{4 - \pi}{4}$$

∴ El área mínima es $\frac{1}{4}(4 - \pi) u^2$.



Rpta.: A

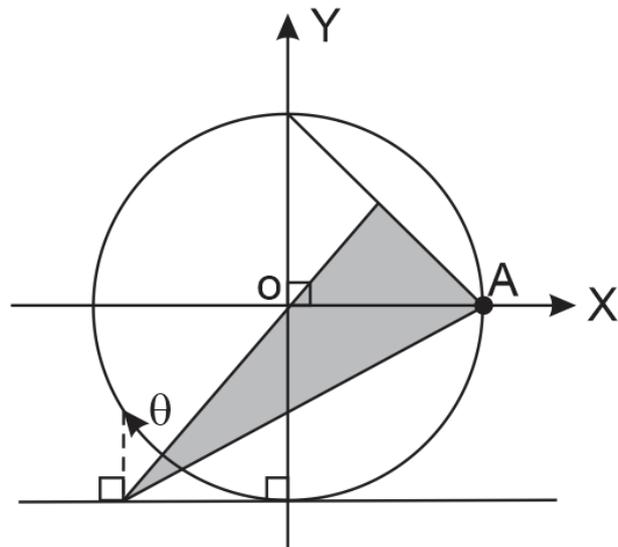
5. En la figura, se muestra la pantalla de un radar náutico donde se observa una región no navegable que está determinada por la región sombreada. Si OA equivale a 1 milla náutica (M), halle el área de la región no navegable en términos de θ .

A) $\left[0,25 \csc^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + 0,5 \right] M^2$

B) $\left[0,25 \sec^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + 0,5 \right] M^2$

C) $\left[0,5 \cot^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + 1 \right] M^2$

D) $\left[0,5 \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + 0,5 \right] M^2$



Solución:

Sea (S) M² el área de la región sombreada, entonces:

$$S = A_{\Delta AOT} + A_{\Delta ROA}$$

Hallando h:

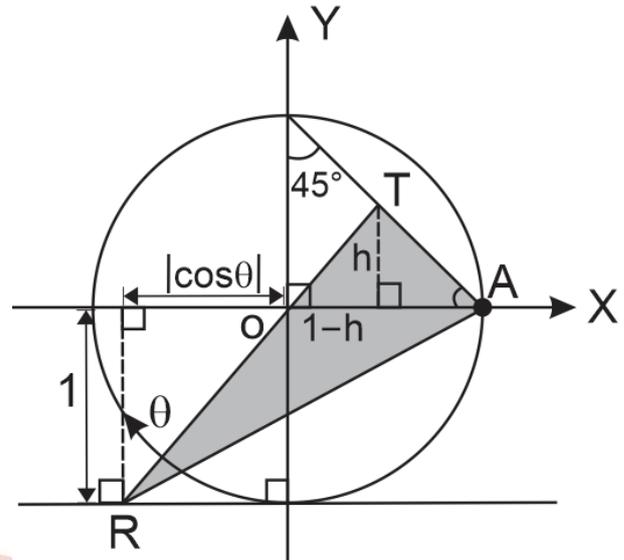
$$\frac{1-h}{h} = -\cos\theta \Rightarrow 1 = h - h\cos\theta$$

$$\Rightarrow h = \frac{1}{1-\cos\theta} = 0,5 \csc^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

Luego:

$$S = \frac{1}{2}(1)\left[0,5 \csc^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] + \frac{1}{2}(1)(1)$$

El área de la región sombreada es $\left[0,25 \csc^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + 0,5\right] M^2$



Rpta.: A

Lenguaje

EJERCICIOS

- Oración bimembre es aquella estructura lingüística conformada por los constituyentes funcionales sujeto y predicado. Señale la alternativa que corresponde a esta clase de oración.

- A) ¡Exacto!
- B) ¡Santo Dios!
- C) ¡Volvieron!
- D) ¡Madre mía!

Solución:

¡Volvieron!, forma conjugada del verbo volver, se constituye en el núcleo del predicado verbal cuyo sujeto es tácito (ellos o ellas).

Rpta.: C

2. La oración compuesta es aquella que está conformada por dos o más proposiciones. Marque la alternativa que corresponde a este tipo de oración.
- A) Todos los alumnos sabrán la nueva noticia.
 B) La ayuda llegó a todos los lugares previstos.
 C) Compraremos un regalo fino para tu amiga.
 D) Nosotros queremos que ella gane el trofeo.

Solución:

Nosotros queremos que ella gane el trofeo es una oración compuesta porque está conformada por dos proposiciones: 1) *nosotros queremos* y 2) *que ella gane el trofeo*. La conjunción *que* encabeza la segunda proposición.

Rpta.: D

3. Según la naturaleza gramatical del predicado, las oraciones pueden ser clasificadas en dos clases: oraciones de predicado nominal y de predicado verbal. Señale la alternativa que corresponde a la oración de predicado nominal.
- A) Hace mucho frío en este bar.
 B) El asaltante fue capturado ayer.
 C) Ya se quemaron los focos.
 D) Ellas suelen ser comprensivas.

Solución:

En esta oración, la perífrasis verbal *suelen ser* está conformada por dos verbos: el auxiliar *suelen* y el principal *ser*, este último, de naturaleza copulativa, le da el carácter de nominal al predicado; la frase adjetiva *comprensivas* funciona como complemento atributo.

Rpta.: D

4. Las oraciones de predicado verbal tienen como núcleo el verbo predicativo o no copulativo. Estas, según la naturaleza léxica del verbo, pueden, a su vez, subclasificarse en activas, pasivas, transitivas, intransitivas, etc. De acuerdo con el criterio referido, correlacione la columna de oraciones con la de su clasificación correspondiente y señale la alternativa adecuada.

- | | |
|-----------------------------|----------------------|
| I. Se rompieron los platos. | a. O. intransitiva |
| II. Regresaron en ómnibus. | b. O. transitiva |
| III. Olga lavó las mantas. | c. O. pasiva refleja |

- A) Ic, IIb, IIIa B) Ic, IIa IIIb C) Ib, IIa, IIIc D) Ia, IIb, IIIc

Solución:

- | | |
|-----------------------------|----------------------|
| I. Se rompieron los platos. | c. O. pasiva refleja |
| II. Regresaron en ómnibus | a. O. intransitiva |
| III. Olga lavó las mantas. | b. O. transitiva |

Rpta.: B

5. Son oraciones transitivas aquellas cuyos verbos requieren de una frase nominal objeto directo que precise el significado verbal. Señale la alternativa que alberga este tipo de oración.
- A) Sus enseñanzas fueron decisivas.
 B) El congresista asistió a la reunión.
 C) Olga no hizo ningún comentario.
 D) Ellos sí se arrepintieron de todo.

Solución:

En esta alternativa, el verbo *hizo* es reconocido como transitivo cuyo objeto directo es la FN *ningún comentario*.

Rpta.: C

6. Las oraciones impersonales son aquellas que carecen de sujeto, ya sea por la naturaleza léxica del verbo o porque semánticamente no es posible atribuirle sujeto alguno. Marque la alternativa que corresponde a este tipo de oración.
- A) Limpiaron el aula grande.
 B) Consiguió buenas vacunas.
 C) Solo hubo diez asistentes.
 D) Allí no aplican inyecciones.

Solución:

En esta oración, el verbo *haber* es considerado impersonal, pues, por naturaleza, no exige la presencia del sujeto, aunque tiene objeto directo.

Rpta.: C

7. La clasificación de oraciones incluye el criterio de actitud del hablante; según ello, las oraciones pueden ser desiderativas, enunciativas, interrogativas, dubitativas, imperativas y exclamativas. De acuerdo con lo expresado, correlacione la columna de oraciones con la de su clasificación correspondiente según el criterio referido y marque la alternativa adecuada.
- | | |
|--|----------------|
| I. Sus consejos fueron decisivos en mi vida. | a. dubitativa |
| II. Tal vez con el tiempo cambie de opinión. | b. exclamativa |
| III. ¡Salgan inmediatamente de aquí! | c. enunciativa |
- A) Ic, IIb, IIIa, B) Ib, IIa, IIIc C) Ia, IIc, IIIb D) Ic, IIa, IIIb

Solución:

- | | |
|--|----------------|
| I. Sus consejos fueron decisivos en mi vida. | c. enunciativa |
| II. Tal vez con el tiempo cambie de opinión. | a. dubitativa |
| III. ¡Salgan inmediatamente de aquí! | b. exclamativa |

Rpta.: D

8. Mediante las oraciones interrogativas, el hablante solicita al oyente algún tipo de información de la que hasta el momento desconoce. Según su significación y estructura, ellas pueden ser directas e indirectas (parciales y totales). De acuerdo con ello, marque la alternativa que se corresponde con la oración interrogativa directa parcial.
- A) ¿Es verdad que no es sincera?
 - B) No sé por qué llegaste tarde.
 - C) Ignoro si me escuchaste cantar.
 - D) ¿Por qué renunció la ministra?

Solución:

La referida oración es clasificada como interrogativa directa parcial; directa porque va entre signos de interrogación; parcial porque, característicamente, va encabezada por el pronombre interrogativo *por qué*.

Rpta.: D

9. A diferencia de la oración simple, que carece de proposiciones, la oración compuesta está conformada por dos o más proposiciones. De acuerdo con ello, marque la alternativa que corresponde a una oración compuesta.
- A) Era una persona extremadamente afable.
 - B) Aún no nos ha llegado noticias de ella.
 - C) Me voy muy lejos, pero volveré pronto.
 - D) De tu gran amor, solo quedó recuerdos.

Solución:

Esta oración está conformada por dos proposiciones: 1) *Me voy muy lejos*, 2) *volveré pronto*, ambas unidas por el nexos conjuntivo adversativo *pero*.

Rpta.: C

10. Las oraciones compuestas por coordinación se caracterizan por estar conformadas por dos o más proposiciones con el mismo valor sintáctico, las cuales pueden estar enlazadas o no por nexos conjuntivos. Señale la alternativa en la que aparece la oración compuesta por coordinación yuxtapuesta.
- A) Guitarra mía, llora, pero no la llames.
 - B) Vino, cantó, se fue entre aplausos.
 - C) No saludó ni dio explicación alguna.
 - D) No sé nada de él, o sea, desapareció.

Solución:

Esta oración es clasificada como compuesta coordinada yuxtapuesta porque está conformada por tres proposiciones, las cuales se hallan enlazadas por el nexos ortográfico coma.

Rpta.: B

11. La oración compuesta por coordinación conjuntiva puede ser clasificada según el tipo de nexos y la significación que conlleva en copulativa, disyuntiva, adversativa, ilativa, distributiva y explicativa. Según lo afirmado, el enunciado *El Barcelona jugó maravillosamente, pero no ganó* es clasificado como oración compuesta por coordinación conjuntiva

- A) copulativa.
- B) disyuntiva.
- C) adversativa.
- D) explicativa.

Solución:

Esta oración es clasificada como compuesta por coordinación conjuntiva adversativa porque las proposiciones involucradas están unidas mediante la conjunción *pero*, clasificada como adversativa.

Rpta.: C

12. Escriba, en los espacios en blanco, los nexos conjuntivos adecuados.

- A) No fue a clases _____ hizo la tarea de Lenguaje.
- B) Iría hasta su casa, _____ no dispongo de gasolina.
- C) Dale _____ dale con la misma pregunta al expositor.
- D) José ya está estudiando, _____ está trabajando.

Solución:

- A) *ni* B) *pero* C) *que* D) *ya*

Literatura

EJERCICIOS

1.

«Cierta vez, se perdió de un potrero una partida de vacas y llevaron presos, como sospechosos, a dos indios colonos de la misma hacienda. [El gamonal y los caporales] tenían revólveres al cinto y los sacaron, metiéndoselos a los amedrentados indios entre los dientes: “¡Declaren!”. [...] “¿Van a declarar ahora? Si no, será peor”. Y los indios, gimiendo: “No taitas, no hemos robao”. Unos perros ladraban a lo lejos. El hacendado dijo: “Tienen esta noche y mañana para pensarlo”. Los indios insistían: “Taita, faltamos de nuestras casas po ir al pueblo llevando tejiditos de venta. Así jue, no hemos robao nosotros”. Y el hacendado barbotó: “Piénsenlo bien: como no declaren, mañana les vamos a colgar de los testes”».

Respecto al fragmento citado, de la novela *El mundo es ancho y ajeno*, señale qué característica del indigenismo se evidencia.

- A) Muestra un desconocimiento respecto de la realidad propia del Ande.
- B) Pretende reivindicar al indio a partir de denunciar los abusos sufridos.
- C) Evidencia una postura paternalista respecto a los personajes indígenas.
- D) Defiende la importancia de las tradiciones culturales de los indígenas.

Solución:

Una de las características importantes del indigenismo, además del alejamiento de la idealización romántica del mundo andino, es la reivindicación del indígena, exponiendo las injusticias que padece. Este movimiento representa con mayor cercanía las problemáticas y los maltratos a los que son sometidos los indios.

Rpta.: B

2. Marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado: «Si bien el indigenismo incorpora a personajes y espacios propios del mundo andino, adquiere su real dimensión cuando, fundamentalmente, _____, con la intención de darle sentido a su reivindicación.

- A) asume la protección del indio ante los abusos.
- B) narra diversos sucesos del pasado de la cultura.
- C) describe el paisaje como símbolo de la libertad.
- D) pretende mostrar de manera fidedigna al indio.

Solución:

Uno de los rasgos que distingue al indigenismo, además de incorporar al sujeto andino, es pretender hacerlo con fidelidad, es decir, con veracidad, para contribuir con el tono denunciatorio.

Rpta.: D

3. Marque la alternativa que solo contiene las afirmaciones correctas sobre los antecedentes del indigenismo.
- I. Los autores se preocuparon por el estado de postergación del indígena.
 - II. Los modernistas peruanos continuaron el interés del realismo por cuidar del indio.
 - III. González Prada dominó el quechua por lo que entendió la visión mágico-religiosa andina.
 - IV. Mariátegui presenta limitaciones en el conocimiento del mundo andino.
- A) II y IV B) I, II y III C) I y IV D) III y IV

Solución:

I. Los autores del realismo peruano se preocuparon por el estado de postergación del indígena y lo denuncian en sus obras. (V) II. Los modernistas peruanos no mostraron interés alguno por cuidar del indio ni reivindicar al mundo andino. (F) III. González Prada no dominó el quechua por lo que tiene limitaciones en su conocimiento del mundo andino. (F) IV. La perspectiva de José Carlos Mariátegui es socio-económica, por lo que presenta limitaciones en el conocimiento del mundo andino. (V)

Rpta.: C

4. La etapa del indigenismo ortodoxo presenta una _____ respecto a los recursos de la narrativa realista decimonónica. Una muestra de esto es que el indigenismo peruano emplea recursos tradicionales, tales como _____ y la narración lineal.
- A) continuidad – el narrador omnisciente
 - B) ruptura – la descripción objetiva
 - C) influencia – el narrador protagonista
 - D) renovación – el uso del diálogo

Solución:

El indigenismo ortodoxo es una continuación respecto a los recursos literarios del realismo del s. XIX. Esto se demuestra, por ejemplo, en que dicha etapa del indigenismo peruano emplea recursos tradicionales en el relato, tales como el narrador omnisciente y la narración lineal.

Rpta.: A

5. El indigenismo en el Perú se desarrolló en dos momentos: el indigenismo ortodoxo y el neoindigenismo. Ambos se vinculan porque pretendieron _____. Sin embargo, a diferencia de la anterior etapa, el neoindigenismo incluyó _____.
- A) reivindicar el pensamiento andino – lo real maravilloso o realismo mágico
 - B) denunciar los abusos contra el indio – el conflicto por las tierras comunales
 - C) representar de manera fidedigna al indio – la mirada mágica del sujeto andino
 - D) revalorar las tradiciones quechuas – la descripción minuciosa de la realidad

Solución:

En el desarrollo del indigenismo peruano, ambas etapas representan el intento por representar de manera cercana y fidedigna el mundo andino. Sin embargo, el neindigenismo pretende representar dicha realidad a partir de la mirada mítica del sujeto andino.

Rpta.: C

6. En los escritores antecedentes del indigenismo, como Clorinda Matto de Turner y Manuel González Prada, la mirada sobre el indígena es _____; sin embargo, ello no impide que se distinga una actitud _____.

- A) romántica -- reivindicativa
- B) crítica y social -- exotista
- C) externa -- denunciatoria
- D) tradicional -- caritativa

Solución:

Los autores antecedentes del indigenismo en el siglo XIX, tales como González Prada y Clorinda Matto de Turner, exponen una actitud denunciatoria con respecto a la situación del indígena. Sin embargo, la mirada acerca del indígena es externa, no penetran en la subjetividad del alma andina.

Rpta.: C

7. La escritora peruana Clorinda Matto de Turner mostró una postura positivista. Esto se condice con el carácter _____ de sus novelas. Este último, por ejemplo, se aprecia en *Aves sin nido* a través de la descripción _____.

- A) indigenista y denunciatorio – de los abusos contra los indios
- B) romántico y sentimental – del amor entre Manuel y Margarita
- C) indianista y reivindicatorio – minuciosa de la naturaleza andina
- D) realista y anticlerical – de los constantes atropellos del cura

Solución:

El carácter realista y anticlerical de la novela *Aves sin nido* tiene como base la postura positivista de la autora; ello se puede apreciar a través de la denuncia que contiene esta novela sobre los abusos y atropellos cometidos contra las mujeres y hombres indígenas por parte del cura y el obispo.

Rpta.: D

8.

«Para cohonestar la incuria del Gobierno y la inhumanidad de los expoliadores, algunos pesimistas a lo Le Bon marcan en la frente del indio un estigma infamatorio: le acusan de refractario a la civilización. Cualquiera se imaginaría que en todas nuestras poblaciones se levantan espléndidas escuelas, donde bullen eximios profesores muy bien rentados y que las aulas permanecen vacías porque los niños, obedeciendo las órdenes de los padres, no acuden a recibir educación. Se imaginaría también que los indígenas no siguen los moralizadores ejemplos de las clases dirigentes o crucifican sin el menor escrúpulo a todos los predicadores de ideas levantadas y generosas. El indio recibió lo que le dieron: fanatismo y aguardiente».

En el fragmento citado del ensayo «Nuestros indios», Manuel González Prada describe _____, lo cual demuestra el carácter _____ del escritor.

- A) los abusos sufridos por los indígenas por parte del hombre blanco – rebelde
- B) un sistema que pervierte al indio y lo castiga por dicha condición -- crítico
- C) las creencias de los indígenas en torno a la educación y religión – indigenista
- D) la manera cómo la sociología argumenta a favor del abuso – positivista

Solución:

En el fragmento citado, el autor sostiene que existe una creencia acerca de que el indio es contrario a la civilización. Pero aclara que dicha apariencia es el producto del sistema. Con ello, critica y denuncia el sometimiento que sufre el indio.

Rpta.: B

9.

«Al indio no se le predique humildad y resignación sino orgullo y rebeldía. ¿Qué ha ganado con trescientos o cuatrocientos años de conformidad y paciencia? Mientras menos autoridades sufra, de mayores daños se liberta. Hay un hecho revelador: reina mayor bienestar en las comarcas más distantes de las grandes haciendas, se disfruta de más orden y tranquilidad en los pueblos menos frecuentados por las autoridades».

En relación con el fragmento anterior de «Nuestros indios», artículo de Manuel González Prada, marque la alternativa que contiene la afirmación correcta.

- A) Informa que las rebeliones indígenas llevan siglos.
- B) Considera que la problemática indígena es racial.
- C) Muestra al indio como una clase social explotada.
- D) Desmiente la actitud conformista de las autoridades.

Solución:

En el fragmento del artículo de González Prada se observa la postura del autor en relación a los indios, una clase explotada que debe liberarse de las autoridades que la subordinan. Por este tipo de propuestas, González Prada es considerado precursor del indigenismo.

Rpta.: C

10.

«El indio no representa únicamente un tipo, un tema, un motivo, un personaje. Representa un pueblo, una raza, una tradición, un espíritu [...]

A medida que se le estudia, se averigua que la corriente indigenista no depende de simples factores literarios sino de complejos factores sociales y económicos. Lo que da derecho al indio a prevalecer en la visión del peruano de hoy es, sobre todo, el conflicto y el contraste entre su predominio demográfico y su servidumbre [...]

Considerando el fragmento citado de *7 ensayos de interpretación de la realidad peruana*, de José Carlos Mariátegui, es correcto afirmar que el Amauta vincula el desarrollo del indigenismo con

- A) los aspectos sociales, políticos y económicos del país.
- B) la consolidación de un espíritu nacionalista y criollo.
- C) un enfoque estrictamente literario acerca del indio.
- D) una postura paternalista proveniente del indianismo.

Solución:

En el fragmento citado, la perspectiva de José Carlos Mariátegui consiste en asociar la corriente indigenista con los diversos problemas políticos, sociales, históricos, económicos que atraviesa nuestro país; el enfoque del Amauta va más allá de la esfera literaria o artística.

Rpta.: A

Psicología

EJERCICIOS

Lea atentamente el enunciado de cada pregunta y señale la respuesta de acuerdo a lo que corresponda.

1. Paolo ha decidido dedicarle más tiempo al estudio. Hace tres meses que está durmiendo solamente tres horas diarias. Él está atentando contra una necesidad de tipo
- A) fisiológica reguladora.
 - B) psicológica personal.
 - C) fisiológica no reguladora.
 - D) psicológica social.

Solución:

La necesidad de dormir es una necesidad vital, que cumple una función homeostática en el organismo, por lo tanto, es fisiológica reguladora.

Rpta.: A

2. Para Abraham Maslow, el comportamiento motivado está asociado con la satisfacción de una determinada necesidad, y cada una de ellas forma parte de una jerarquía.

Identifique el valor de (V o F) de las siguientes afirmaciones relacionadas con la necesidad de estima.

- I. Amílcar revisa la lista de beneficiarios de una vacuna.
- II. Aribeca obtuvo otra medalla en esgrima.
- III. Anselmo ha logrado una segunda maestría.

A) VVV. B) VVF. C) FVF. D) VFV.

Solución:

De acuerdo a Maslow, en la necesidad de estima se busca la obtención de logros, competencia e independencia; reconocimiento y respeto por parte de los demás.

Rpta.: D

3. Aram es un bebé de un año que busca que su madre lo acaricie cuando está cerca, este comportamiento está considerado como una necesidad

- A) psicológica personal.
- B) fisiológica no reguladora.
- C) socio-cultural.
- D) fisiológica reguladora.

Solución:

La necesidad de apego y contacto físico, se considera una necesidad de tipo fisiológica no reguladora puesto que, a pesar de no cumplir una función homeostática, si no depender de la estimulación externa, es importante para la supervivencia de la especie.

Rpta.: B

4. Las necesidades psicológicas son aquellas cuya satisfacción preservan la salud mental del individuo. Identifique el valor de (V o F) de los siguientes enunciados relacionados con las necesidades psicológicas planteadas.

- I. Esforzarse por cumplir las metas que se ha propuesto, es necesidad de competencia.
- II. Influir y organizar a los demás sin que se lo soliciten, es necesidad de poder.
- III. Buscar expertos que los ayuden a alcanzar sus objetivos, es necesidad de afiliación.

A) VFV B) FVV C) VFF D) VVF

Solución:

- I. La necesidad de competencia se refiere al esfuerzo por sentirse idóneo y competente (V).
- II. La necesidad de poder está relacionada con la necesidad de influir y ejercer control sobre los demás (V).
- III. La necesidad de afiliación, se refiere al deseo de entablar y mantener relaciones amistosas y cercanas con los demás (F).

Rpta.: D

5. La motivación es un constructo hipotético inferido a partir de las conductas que observamos. En los enunciados siguientes identifica aquellos referidos a conductas motivadas.
- I. Lionel cumple con su horario de estudio sin que se lo indiquen, desde que empezó su secundaria.
 - II. Josué está entusiasmado en empezar su nuevo empleo porque usará camisa y corbata.
 - III. Jorgelis es una persona adulta que estudia en la universidad y aprueba sus cursos sin esfuerzo.
 - IV. Astrid, estudia desde las 5 am, para nivelarse, porque su rendimiento está debajo del promedio.
- A) I y II B) III y IV C) I y III D) II y IV

Solución:

La motivación es el proceso que activa, direcciona, intensifica y encaminado una conducta hacia el logro de determinadas metas.

Rpta.: D

6. Musachi Miyamoto era un famoso samurái japonés, cuyo dominio del sable lo llevó a ser el vencedor de 60 duelos, durante el tiempo en el que participó en ellos. A los 63 años se dedicó a escribir poesía, para no ser recordado solamente como un famoso espadachín. Este caso ilustra la puesta en práctica del tipo de motivación denominada
- A) intrínseca. B) determinativa.
C) extrínseca. D) básica.

Solución:

En la motivación extrínseca la acción es un medio para alcanzar un fin distinto de la actividad. En el caso propuesto, el interés por escribir poesía, está relacionado con el hecho de ser famoso por destacar en más de una actividad.

Rpta.: C

7. En la motivación intervienen múltiples variables biológicas y psicosociales que influyen en la persona a realizar una acción. Relacione los factores que son compatibles con las siguientes situaciones.
- | | |
|---------------|--|
| I. Conductual | a. Renzo siguió trabajando como bombero voluntario, a pesar de la situación de pandemia. |
| II. Ético | b. Abigail se esfuerza por vender un mínimo de dos carros al mes, para que la empresa le pague sus estudios. |
| III. Afectivo | c. Benjamín suele tener parejas mayores que él, pues siente necesidad de ser protegido. |
- A) Ic, Ila, IIIb B) Ia, IIb, IIIc C) Ib, IIa, IIIc D) Ib, IIc, IIIa

Solución:

- I. El factor conductual, incluye los **reforzadores** que mueven a actuar para alcanzarlos (b).
- II. El factor ético, está referida al **deber**, el compromiso, la práctica de valores (a).
- III. El factor afectivo contiene las **emociones**, pasiones, sentimientos, que mueven a actuar de una determinada manera al individuo (c).

Rpta.: C

8. El padre del pintor español Salvador Dalí, quería que su hijo se educara para ser un destacado funcionario público como él. Dalí, optó por estudiar pintura, contraviniendo los deseos de su padre, porque consideraba no sólo que tenía talento para esta actividad, sino que podía destacar en ella. La necesidad de Dalí por ser pintor forma parte de las necesidades psicológicas _____ y se le denomina _____.

- A) sociales – afiliación
C) sociales – competencia

- B) personales – determinación
D) personales – logro

Solución:

En el enunciado se hace mención a aspectos como talento, habilidad y auto-causación ligadas a la personalidad de un individuo. El tipo de necesidades requeridas son las personales, específicamente la de determinación, porque hay la intención de definir un futuro profesional.

Rpta.: B

9. En la pirámide de las necesidades de Abraham Maslow, las necesidades se dividen en cinco. Identifique el valor de (V o F) de las siguientes afirmaciones sobre la jerarquía de las necesidades de Maslow.

- I. El interés que tiene una profesora por desarrollar su habilidad para escribir ideogramas coreanos, evidencia la necesidad de autorrealización.
- II. La recomendación que hace un estudiante a otro para reducir el insomnio ingiriendo pastillas para dormir, evidencia la necesidad de seguridad.
- III. Un practicante trata de llevarse bien con sus compañeros para no perder el empleo, evidencia la necesidad de pertenencia.

A) VFF

B) FVF

C) VVF

D) FFF

Solución:

El primer enunciado es verdadero: La necesidad de autorrealización, implica el desarrollo de potencialidades, como incrementar la habilidad de escribir en otro idioma. El segundo enunciado hace referencia a una necesidad fisiológica, y el tercero a la necesidad de seguridad, por eso son falsos.

Rpta.: A

10. Las necesidades psicológicas se dividen en personales y sociales. Una de las necesidades sociales es la necesidad de logro. Identifique el valor de (V o F) de las siguientes afirmaciones relacionadas con esta necesidad.

- I. Un novelista incrementa su fama con la publicación de su última novela.
- II. Una ajedrecista participa de un torneo para vencer a los mejores oponentes.
- III. Hay músicos interesados en dominar instrumentos de difícil ejecución.

A) VVF B) VFV C) FVV D) VVV

Solución:

La necesidad de logro está determinada por una orientación hacia la excelencia y a querer destacar sobre los demás; en tal sentido los enunciados que cumplen con dichas características son los tres.

Rpta.: D

Educación Cívica

EJERCICIOS

1. El artículo 82 de la Constitución Política del Perú señala que el titular de la Contraloría General de la República, es elegido por el Poder Legislativo. En relación a este alto funcionario público, podemos afirmar que es

- I. designado por el Pleno del Congreso.
- II. elegido por un período de siete años.
- III. propuesto por el Sistema Nacional de Control.
- IV. removido por el Congreso por falta grave.

A) II y IV B) II y III C) I, II y III D) III y IV

Solución:

- I. **Incorrecto.** El Contralor General de la República es designado por la Comisión Permanente del Congreso.
- II. **Correcto.** El funcionario de mayor rango del Sistema Nacional de Control es elegido por un periodo de siete años.
- III. **Incorrecto.** Es propuesto por el Poder Ejecutivo.
- IV. **Correcto.** Puede ser removido por el Congreso de la República por falta grave.

Rpta.: A

2. Con el fin de continuar con la política monetaria expansiva, la tasa de interés de referencia se mantuvo en 0,25% durante el primer trimestre del año 2021, debido al debilitamiento significativo de la demanda interna. La entidad a la que le corresponde establecer la mencionada política es _____, pues tiene entre sus funciones el _____.

- A) la Superintendencia de Banca, Seguros y AFP – fijar la tasa de interés máxima
B) el Banco Central de Reserva del Perú – preservar la estabilidad monetaria
C) la Contraloría General de la República – supervisar las operaciones de deuda pública
D) el Ministerio de Economía y Finanzas – evaluar la política financiera nacional

Solución:

El Banco Central de Reserva del Perú (BCRP) es el órgano constitucional autónomo encargado de preservar la estabilidad monetaria. Entre sus principales funciones destacan: regular la moneda y el crédito del sistema financiero, emitir billetes y monedas, administrar las reservas internacionales a su cargo, informar al país sobre las finanzas nacionales y administrar la rentabilidad de los fondos.

Rpta.: B

3. La Unidad de Inteligencia Financiera (UIF) informó que se ha registrado un incremento de los reportes de operaciones bancarias sospechosas, de una empresa comercial presuntamente vinculada al financiamiento del terrorismo. Prevenir y detectar el mencionado delito a través de la UIF, es una de las funciones que tiene

- A) la Contraloría General de la República.
B) la Superintendencia de Mercado de Valores.
C) el Banco Central de Reserva del Perú.
D) la Superintendencia de Banca, Seguros y AFP.

Solución:

La Superintendencia de Banca, Seguros y Administradoras Privadas de Fondo de Pensiones (SBS) es el órgano constitucional autónomo que tiene entre sus principales funciones:

- Preservar los intereses de los depositantes, de los asegurados y de los afiliados al Seguro Privado de Pensiones (SPP)
- Regular y supervisar los sistemas financieros, de seguros y del SPP.
- Prevenir y detectar el lavado de activos y el financiamiento del terrorismo mediante la Unidad de Inteligencia Financiera (UIF).

Rpta.: D

4. Los órganos constitucionales autónomos se encuentran distribuidos en tres ámbitos: el de administración de justicia, el electoral y el económico. Con respecto a los órganos especializados en este último ámbito, establezca la relación correcta con las funciones que realiza.

- | | |
|---|---|
| I. Superintendencia de Banca, Seguros y AFP | a. Fijar el tope máximo de la tasa de interés para créditos de consumo y Mypes. |
| II. Banco Central de Reserva del Perú | b. Presentar anualmente el informe de auditoría practicado a la Cuenta General de la República. |
| III. Contraloría General de la República | c. Detectar el ingreso de dinero al sistema financiero procedente de la corrupción. |

A) Ib, IIa, IIIc

B) Ic, IIa, IIIb

C) Ia, IIc, IIIb

D) Ic, IIb, IIIa

Solución:

- | | |
|---|---|
| I. Superintendencia de Banca, Seguros y AFP | c. Detectar el ingreso de dinero al sistema financiero procedente de la corrupción. |
| II. Banco Central de Reserva del Perú | a. Fijar el tope máximo de la tasa de interés para créditos de consumo y Mypes. |
| III. Contraloría General de la República | b. Presentar anualmente el informe de auditoría practicado a la Cuenta General de la República. |

Rpta.: B

Historia

EJERCICIOS

1. La etapa de la Reconstrucción Nacional (1883-1899) fue el momento posterior a la guerra con Chile que se caracterizó entre otras cosas por

- I. la estabilidad económica, social y política.
- II. el refinanciamiento de la deuda externa.
- III. el cuestionamiento de la identidad nacional.
- IV. el fortaleciendo de los partidos Civil y el Demócrata.

A) II y IV

B) I y III

C) II y III

D) III y IV

Solución:

Durante la Reconstrucción Nacional (1883-1899) si bien progresivamente se logró un cierto crecimiento y estabilidad económica, no ocurrió lo mismo con la situación social y política del país. Ejemplos de lo segundo fueron los enfrentamientos entre caceristas y pierolistas y las crisis del Partido Civil. Por otro lado, la deuda externa se refinanció a través del contrato Grace. Finalmente, esta etapa fue de profunda crítica a lo que se habían planteado como la nación peruana, por ejemplo, la obra de González Prada.

Rpta.: C

2. «Un gran corpus bibliográfico, que data de la década de 1960, atribuye el crónico subdesarrollo peruano en el siglo XX a la formación de una red estrechamente entrelazada de personas acaudaladas, con intereses y orientaciones ideológicas similares, que llegaron a ejercer el dominio político y económico del país luego de la Guerra del Pacífico. Esta élite cerrada y paternalista (también denominada “burguesía” o “plutocracia”), formada mediante el matrimonio entre un pequeño círculo de prominentes familias, no sólo ganó supuestamente el control del Estado y sus recursos durante la República Aristocrática, sino que los usó para promover sus propios intereses individuales y de clase. Es más, la condena sugiere que faltó a esta élite un “proyecto nacional” para el desarrollo; que optó por una política de fomento de las exportaciones en vez de la industrialización; que operó “irracionalmente” en forma aristocrática y “rentista”; y que se alió con los gamonales de la sierra y los capitalistas extranjeros para asegurar su control sobre el país y promover sus propios intereses de clase, limitados y egoístas».

Peter Klaren (2012). *Nación y sociedad en la historia del Perú*. Lima: IEP, p. 266.

Tomando en cuenta las ideas de la lectura es posible afirmar que

- A) la élite fue rentistas y exogámica lo que le permitió controlar el Estado.
- B) los gamonales controlaron la política nacional luego de guerra con Chile.
- C) la República Aristocrática fue una época de apertura y democracia.
- D) hubo una clase social de la élite que no contribuyó al desarrollo del país.

Solución:

Según una interpretación muy generalizada de la historia del Perú (el autor señala desde los años 60), luego de la hubo una clase social de la élite que no contribuyó al desarrollo del país. Esta clase, pequeña y que tuvo un comportamiento rentista y aristocrático, dominó la política, sociedad y economía durante la República Aristocrática (1899-1919). En suma, la también llamada oligarquía no tuvo un proyecto nacional.

Rpta.: D

3. Relacione la información sobre la etapa de la República Aristocrática (1899-1919).

- | | |
|---------------------|---|
| I. Leguía | a. Fue electo luego de Candamo |
| II. Billinghurst | b. Construyó el tranvía Lima-Chorrillos |
| III. Pardo | c. Creó el Ministerio de Fomento |
| IV. López de Romaña | d. Firmó Tratado con Bolivia |
| V. Candamo | e. Compitió con Aspíllaga |

- A) Id, Iie, IIIc, IVa, Vb
C) Id, Iie, IIIa, IVc, Vb

- B) Ic, IIa, IIIb, IVd, Ve
D) Ie, IIa, IIIc, IVd, Vb

Solución:

- | | |
|---------------------|--|
| I. Leguía | d. Firmó Tratado con Bolivia. |
| II. Billinghurst | e. Compitió con Aspíllaga |
| III. Pardo | a. Fue electo luego de Candamo |
| IV. López de Romaña | c. Creó el Ministerio de Fomento. |
| V. Candamo | b. Construyó el tranvía Lima-Chorrillos. |

Rpta.: C

4. De la siguiente relación señale lo que corresponda al Tratado de Lima de 1929.

- I. Chile se quedó con Torata y Arica.
II. Perú renunció a Iquique y Pisagua.
III. El general Pershing fue el mediador.
IV. Se estableció una línea marítima equidistante.
V. Fue suscrito por Rada Gamio y Figueroa Larraín.

- A) I, II B) III, IV C) I, III, IV D) V

Solución:

- I. Chile se quedó con Arica, pero Torata fue devuelta antes de 1929.
II. Perú renunció a Iquique y Pisagua, es falso, estas fueron anexadas a Chile en 1883.
III. Pershing no fue el mediador, integró una Comisión Plebiscitaria que fracasó.
IV. Se estableció una línea marítima equidistante. Este tema no se abordó.
V. Fue suscrito por Rada Gamio y Figueroa Larraín.

Rpta.: D

5. El Oncenio (1919-1930) fue un momento de cambios importantes en el país y acciones de gobierno como, por ejemplo, la promulgación de Ley de Conscripción Vial, el reconocimiento legal de las comunidades indígenas y el desplazamiento del capital inglés por el norteamericano. De igual forma en esta etapa

- A) surgieron los partidos mesocráticos.
B) se conmemoraron los centenarios.
C) se produjeron las grandes migraciones.
D) se creó la Empresa Petrolera Fiscal.

Solución:

Durante el Oncenio de Leguía se celebraron los centenarios de la independencia y de la batalla de Ayacucho. Ambas conmemoraciones fueron usadas por el gobierno para realizar obras de infraestructura y realzar determinadas figuras de la historia peruana.

Rpta.: B

Geografía

EJERCICIOS

1. La industria es una actividad económica del sector secundario que produce bienes y servicios a través de la combinación de factores como: materia prima, tecnología, fuentes energéticas, trabajo, capital y mercado. De lo mencionado, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.
- La metalurgia consiste en el tratamiento de los metales para obtener barras y lingotes.
 - La siderúrgica busca la obtención de hierro para elaborar herramientas mecánicas.
 - Las centrales térmicas aprovechan la presión y caudal de los ríos para producir electricidad.
 - La industria de construcción utiliza insumos como algunos minerales no metálicos.
- A) VFVV B) VFFV C) VVVF D) VFFF

Solución:

- La metalurgia consiste en el tratamiento de los metales para obtener barras y lingotes.
Es verdadero. La metalurgia es la técnica de la obtención y tratamiento de los metales a partir de minerales metálicos. También estudia la producción de aleaciones.
- La siderúrgica busca la obtención de hierro y de este elaborar herramientas mecánicas
Es falso. La siderúrgica se encarga de la producción de acero a partir del hierro.
- Las centrales térmicas aprovechan la presión y caudal de los ríos para producir electricidad. **Es falso.** Las centrales térmicas producen electricidad a partir de la combustión de petróleo y gas.
- La industria de construcción utiliza insumos como algunos minerales no metálicos. **Es falso.** En la industria de materiales de construcción obtiene su materia prima de algunos minerales no metálicos.

Rpta.: D

2. Las exportaciones tradicionales están conformadas por productos que tienen un menor valor agregado en el proceso de producción. Además, son de salida permanente y generan la mayoría de las divisas en nuestro país, siendo algunos de estos
- A) los espárragos, los arándanos, la papa y la papa.
 - B) los plásticos, la madera, los textiles y las joyas de plata.
 - C) el café, la harina de pescado, el azúcar y el cobre.
 - D) el petróleo, la palta, la madera y las artesanías.

Solución:

Los productos tradicionales son aquellos que se han exportado generalmente en grandes cantidades. Su exportación es permanente y generan la mayoría de las divisas, en especial los productos mineros, los que representan mayor capital. Tenemos los siguientes: mineros: cobre, concentrados, oro en bruto, zinc, plomo, plata, hidrocarburos: gas natural, petróleo, pesqueros: Harina y aceite, Agrícolas: Café y azúcar.

Rpta.: C

3. Dos amigos deciden realizar tres viajes para conocer varias ciudades de nuestro país. Ellos, acuerdan desplazarse mediante el transporte terrestre con el uso de la red vial nacional. En su primer periplo, parten de la ciudad de Lima a la ciudad de Ica. En un segundo viaje, nuevamente de Lima a la ciudad de Huancayo y en su tercer desplazamiento, de la provincia de Pisco a la ciudad de Huancavelica. De lo descrito, identifique las carreteras utilizadas por estos amigos, desde su primer viaje hasta el último respectivamente.
- A) La vía Mesones Muro, la Panamericana y la Longitudinal de la selva.
 - B) La Longitudinal de la costa, la Carretera Central y la vía Los Libertadores.
 - C) La Longitudinal de la costa, la Longitudinal de la Sierra y Manuel Mesones Muro.
 - D) La Panamericana sur, la Longitudinal de la sierra y la Interoceánica sur.

Solución:

Los dos amigos utilizaron las siguientes vías de transporte terrestre

Primer tramo: Lima a Ica - Carretera longitudinal de la costa (Panamericana)

Segundo tramo: Lima a Huancayo- Carretera Central

Tercer tramo: Pisco a Huancavelica - La Vía Libertadores

Rpta.: B

4. El transporte fluvial viene a constituir la navegación que realizan embarcaciones a través de los ríos navegables movilizandando carga y pasajeros; uniendo puntos geográficos diferentes. Establezca la relación correcta entre los siguientes terminales portuarios y algunas de sus características correspondientes.

- | | |
|----------------------|--|
| I. Iquitos | a. Ubicado sobre el margen izquierdo del río Huallaga. Es el punto de intercambio de productos entre las ciudades de Chiclayo, Piura e Iquitos. |
| II. Pucallpa | b. Está ubicado en la margen derecha del río Madre de Dios y es administrado por el gobierno regional con fines de uso turístico. |
| III. Yurimaguas | c. Situado en la provincia de Coronel Portillo, es el punto de transferencia hacia el departamento de Loreto mediante el río Ucayali. |
| IV. Puerto Maldonado | d. Asentado en río Amazonas en el departamento de Loreto. Impulsa la dinámica comercial de bienes y servicios con mercados de la selva y del país. |

A) Id, IIc, IIIa, IVb B) Ia, IIb, IIIc, IVd C) Ic, IIb, IIIa, IVd D) Id, IIc, IIIa, IVa

Solución:

Id, IIc, IIIa, IVb

- | | |
|----------------------|--|
| I. Iquitos | d. Asentado en río Amazonas en el departamento de Loreto. impulsa la dinámica comercial de bienes y servicios con mercados de la selva y del país. |
| II. Pucallpa | c. Situado en la provincia de Coronel Portillo, es el punto de transferencia hacia el departamento de Loreto mediante el río Ucayali. |
| III. Yurimaguas | a. Ubicado sobre el margen izquierdo del río Huallaga y punto de intercambio de productos entre las ciudades de Chiclayo, Piura e Iquitos. |
| IV. Puerto Maldonado | b. Está ubicado en la margen derecha del río Madre de Dios y es administrado por el gobierno regional con fines de uso turístico. |

Rpta.: A

Economía

EJERCICIOS

1. Durante la pandemia, Dorotea Venancio perdió su trabajo como secretaria en una mediana empresa. Ella no se encontraba en planilla, solo giraba recibos por honorarios. Afortunadamente, su economía no mermó drásticamente, pues continuó rentando dos habitaciones que había construido en el tercer piso de su casa. En función de lo anterior, es correcto afirmar que Dorotea dejó de percibir ingresos por _____ categoría, pero continuó percibiendo los de _____.

A) sexta-cuarta B) tercera-segunda C) primera-quinta D) cuarta-primera

Solución:

Según las actividades que realiza Dorotea, cuando trabajaba como secretaria pertenecía a la cuarta categoría, y ahora que alquila habitaciones, debe girar recibos de primera categoría.

Rpta: D

2. Era la primera vez que Gerardo Tudela compraba un departamento. Se entusiasmó por el precio porque justamente era lo que él había podido ahorrar en cinco años de trabajo en una empresa transnacional. Sin embargo, cuando estaba listo para cancelar el monto total, le indicaron que a dicho monto se sumaba un porcentaje que corresponde al impuesto por transferencia de bienes inmuebles. El monto que Gerardo no consideró corresponde a _____.

A) la alcabala B) el IGV C) el ISC D) la renta

Solución:

La alcabala es un impuesto que se paga por la transferencia de bienes inmuebles. En este caso, el comprador.

Rpta: A

3. Un país desea reforzar la economía luego de la cuarentena. Con este fin, el gobierno ha decidido incrementar los impuestos. Luego de analizar qué productos deben ser gravados con mayor porcentaje, se llegó a la conclusión que debería empezarse por aquellos prescindibles, como el cigarrillo y los licores. Así, el impuesto denominado _____ se incrementó 2%.

A) IGV B) ISC C) arancel D) regresivo

Solución:

El ISC es el impuesto que grava los bienes de lujo, como cigarrillos y licores, bienes que son prescindibles para la población.

Rpta: B

4. En Virulandia, el nuevo presidente ha implementado una política económica centrada en privilegiar el consumo de los productos nacionales. Por este motivo, ha incrementado el impuesto a las importaciones. Sin embargo, hay muchos productos nacionales que requieren insumos importados, por lo que ahora escasean. Varios economistas han criticado la medida, y han sugerido al gobierno que baje _____.

A) las licencias B) el ISC C) el IGV D) los aranceles

Solución:

El arancel es el impuesto a la importación, y en este caso es importante bajar el precio para aumentar la producción.

Rpta: D

5. Durante la campaña presidencial de Virulandia, los candidatos ofrecieron construir cientos de carreteras, miles de colegios y hospitales. Los economistas analizaron estas propuestas electorales y concluyeron que los gastos realizados el año anterior para paliar los efectos de la pandemia requirieron de cuantiosos préstamos de entidades financieras internacionales, y que la poca capacidad económica de la población para pagar impuestos haría inviable el cumplimiento de las promesas. En conclusión, los gastos _____ prometidos son imposibles de cumplir debido al actual _____ presupuestal.

A) de capital-superávit B) corrientes-superávit
C) de capital-déficit D) corrientes-déficit

Solución:

Puesto que la economía está en déficit, no podrán cumplir las promesas de construir carreteras y hospitales, que son denominados bienes de capital.

Rpta: C

6. Juancito quiere vender una de sus propiedades, ya que, producto de la pandemia, dejó de trabajar hace un año. Después de varias conversaciones, llegó a un buen acuerdo con un comprador. El único detalle por completar es el pago del impuesto, que en este caso corresponde a la _____ categoría.

A) primera B) segunda C) tercera D) cuarta

Solución:

La segunda categoría del impuesto a la renta, grava las rentas provenientes de ventas de inmuebles.

Rpta: B

7. Uno de los negocios más rentables en el país es el de la comida, gracias a su gran aceptación, variedad y sabor. Pedrito improvisó la cochera de su casa para cocinar y atender a su pequeña y nueva clientela, solo le falta tramitar su _____ para obtener el respectivo permiso.

A) tasa B) régimen C) licencia D) categoría

Solución:

Con la licencia de funcionamiento, Pedrito podrá tener su restaurante dentro de lo formal.

Rpta: C

8. Relaciona los conceptos en ambas columnas

- | | |
|-----------------|--------------------------------|
| a) 1º categoría | I. trabajadores en planilla |
| b) 2º categoría | II. recibo por honorarios |
| c) 3º categoría | III. renta de comercialización |
| d) 4º categoría | IV. alquiler de casas |
| e) 5º categoría | V. intereses de capitales |

A) a II- b I - c V - d IV - e III

B) c I - b V - a III - e II - d IV

C) d I - c IV - a V - e II - b III

D) a IV - b V - c III - d II - e I

Solución:

A la primera categoría, le corresponde alquiler de casas; a la segunda, intereses de capital; a la tercera, renta de comercialización; a la cuarta, recibo por honorarios; y a la quinta, trabajadores en planilla.

Rpta: D

9. En el distrito de San Vicentino, los parques, así como las bermas de las avenidas tienen una gran vista producto de los árboles crecidos y el césped. Esto responde a la gran gestión del gobierno municipal en la administración del ornato gracias a los _____.

- A) aranceles B) impuestos C) contribuciones D) arbitrios

Solución:

La buena administración de los arbitrios en el distrito de San Vicentino, han permitido una buena vista del ornato.

Rpta: D

10. Tiago Fariña debe emitir su voto en las elecciones; sin embargo, perdió su DNI. Como todavía falta un mes para dicho día, debe acudir al Banco de la Nación para pagar 30 soles. El pago efectuado es una tasa denominada _____.

- A) alcabala B) derecho C) IGV D) tributo

Solución:

El pago realizado para el duplicado del DNI se denomina derecho, y es una clasificación de las tasas.

Rpta: B

Filosofía

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. De acuerdo con la mitología griega, Edipo, rey de Tebas, estaba destinado desde su nacimiento a matar a su propio padre y a desposar a su madre. Enterado de ello, gracias a la consulta que hizo al oráculo de Delfos, decidió no regresar a su hogar convencido de que de esta manera huiría de lo que había determinado el hado. No obstante, este terminó realizándose pese a sus esfuerzos por impedir que se cumpliera.

Este episodio mitológico representa una invitación a reflexionar filosóficamente

- A) acerca de la libertad moral.
- B) en torno a la solidaridad.
- C) sobre la norma jurídica.
- D) a propósito de la justicia.

Solución:

La libertad moral es la capacidad que permite al ser humano tomar decisiones autónomas. Sin embargo, en el caso planteado esta puede ser cuestionada si consideramos la existencia de un destino que no puede ser eludido.

Rpta.: A

2. Según Kant, nuestra voluntad debe estar conducida por la razón si es que nuestra aspiración es actuar de forma correcta y justa. Así, afirma que nuestro entendimiento tiene que conducirnos a través de imperativos categóricos, los cuales pueden formularse de distintas maneras. Por ejemplo, una de las obligaciones derivadas de la razón es que obremos siempre de modo tal que tratemos a los demás seres humanos como un fin y nunca como un medio.

Esta formulación del imperativo categórico se encuentra relacionada estrechamente con

- A) el principio de la solidaridad.
- B) la amoralidad de la persona.
- C) las normas de carácter legal.
- D) el valor ético de la dignidad.

Solución:

El imperativo categórico nos exige tratar a todos como fines en sí mismos, debido a que cada individuo posee un valor por el solo hecho de ser humano. Ahora bien, este valor intrínseco que poseemos es aquello que se denomina dignidad.

Rpta.: D

3. Patricia es una estudiante que acaba de conocer a José, por quien se siente muy atraída física y emocionalmente; sin embargo, tiene pareja y planes de matrimonio. Con el paso del tiempo, se da cuenta que piensa cada vez más en José y menos en su novio. Esto hace que empiece a cuestionarse si es correcto que continúe su relación, ya que siente que, de cierta forma, le está siendo infiel a su pareja.

Este escenario constituye un

- A) dilema ético hipotético.
- B) caso de injusticia.
- C) dilema ético real.
- D) acto de inmoralidad.

Solución:

El caso planteado constituye un dilema ético real, es decir, un escenario conflictivo en el plano moral y que se puede dar en la vida cotidiana. Este tipo de situaciones nos invitan a cuestionarnos qué es lo correcto e incorrecto y decidir por lo que creemos más adecuado.

Rpta.: C

4. De acuerdo con María, en un contexto de crisis sanitaria como el actual, no puede esperarse que las personas se regulen a sí mismas para evitar la propagación del virus, pues la mayoría de estas terminan guiándose por sus inclinaciones y deseos, y no por lo que es verdaderamente racional y conveniente. Por lo que el Estado se ve obligado a tomar ciertas medidas para evitar los contagios.

De lo anterior, se colige que María está

- A) sugiriendo la gran importancia de las normas jurídicas.
- B) considerando como amorales a la mayoría de personas.
- C) aludiendo a la tolerancia frente a las personas inmorales.
- D) negando la posibilidad de una autorregulación moral.

Solución:

María está sugiriendo la importancia de las normas jurídicas, pues, al pensar que la mayoría de personas no pueden autorregularse, está señalando que se requieren normas externas que regulen la conducta de los individuos.

Rpta.: A

5. Es conocido que Aristóteles consideraba que las mujeres eran seres menos racionales y más débiles que los varones. Por ello, planteaba que tenían cierta similitud con los esclavos, ya que requerían siempre la tutela de un varón adulto. También, pensaba que no debían recibir educación ni participar en la vida política.

Considerando lo anterior, podemos inferir que para Aristóteles la mujer

- A) carece de plena conciencia moral, ya que su capacidad intelectual es limitada.
- B) goza de justicia, en tanto que posee derechos que no tienen los esclavos.
- C) carece de dignidad, porque no posee los mismos derechos que los varones.
- D) necesita de normas jurídicas, dado que sus actos son dirigidos por su esposo.

Solución:

Cuando Aristóteles plantea que la mujer es inferior al varón, debido a que es menos racional que este y, por tanto, debe estar bajo la tutela de un varón, se infiere que considera que esta no es plenamente consciente ni libre moralmente.

Rpta.: A

6. Jorge es un médico intensivista que atiende a personas con enfermedades en estado terminal. Cierta día, uno de sus pacientes le pide que lo desconecte de la máquina que le permite seguir con vida, porque siente que su sufrimiento es demasiado y que ya no vale la pena vivir en esas condiciones. En ese contexto, Jorge se pregunta si será lo correcto hacer lo que su paciente le pide, considerando el sufrimiento de este y su deber como médico.

El caso anterior alude al problema de la eutanasia y corresponde al debate ético acerca de la _____ y la _____.

- A) solidaridad - tolerancia
- B) norma jurídica - igualdad
- C) justicia - solidaridad
- D) libertad – dignidad

Solución:

Este caso hace alusión a la eutanasia, que tiene como centro de discusión el problema de los límites de la libertad moral y la importancia de la dignidad humana.

Rpta.: D

7. Aunque es cierto que cada uno de nosotros debe ayudar a los más necesitados en la medida de lo posible, no se debe olvidar que el problema de la pobreza exige que el Estado se involucre activamente en la redistribución económica. De otra manera, las desigualdades sociales simplemente continuarán existiendo en el país.

En el enunciado anterior, se hace referencia a

- A) los valores de la solidaridad y la justicia.
- B) las categorías de libertad y responsabilidad.
- C) las nociones de fraternidad y cooperación.
- D) los principios de la igualdad y la tolerancia.

Solución:

El valor de la solidaridad exige que cooperemos con nuestros congéneres que atraviesan dificultades, dejando de lado todo egoísmo e indiferencia. Por otro lado, la justicia se encuentra estrechamente vinculada con la correcta distribución de bienes y castigos; labor esta última que suele ser asumida por el Estado.

Rpta.: A

8. En el marco de la Ilustración, hubo una serie de filósofos que consideraban que el ser humano puede conducirse sobre la base de los dictados de su razón. En ese sentido, pensaron que el proyecto de la Ilustración debía tener como resultado que los individuos fueran capaces de autodeterminarse. En otras palabras, estuvieron convencidos de que
- A) la amoralidad humana tiene que ser superada por medio de la educación cívica.
 - B) el hombre puede alcanzar la rectitud en su conducta obedeciendo normas morales.
 - C) el entendimiento tiene demasiadas limitaciones como para conducirnos moralmente.
 - D) la única manera de que los hombres sean buenos es que el Estado les obligue a serlo.

Solución:

Las normas morales son aquellas obligaciones internas vinculadas con mandatos racionales y cuyo incumplimiento trae consigo remordimiento o cargo de conciencia.

Rpta.: B

Física

EJERCICIOS

1. Con respecto a la teoría del magnetismo, indicar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
- I. La corriente eléctrica que circula por un conductor produce un campo magnético.
 - II. Entre dos conductores con corrientes eléctricas rectilíneas paralelas que fluyen en la misma dirección, existe una fuerza de repulsión magnética.
 - III. La fuerza magnética entre dos conductores con corrientes rectilíneas paralelas es inversamente proporcional a la distancia entre los conductores.
- A) VVV B) FVF C) FFF D) VFV

Solución:

- I. Una corriente eléctrica produce un campo magnético. (V)
- II. Entre dos corrientes rectilíneas paralelas que fluyen en la misma dirección, existe una fuerza de repulsión. (F)
- III. La fuerza entre dos corrientes rectilíneas paralelas es inversamente proporcional a la distancia entre las corrientes. (V)

Rpta.: D

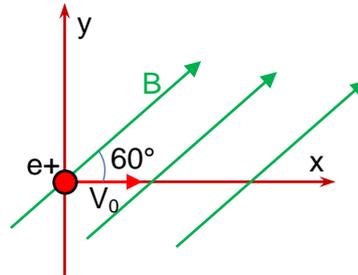
2. Un protón se mueve con rapidez de 8×10^6 m/s en la dirección del eje x. Si ingresa a una región donde existe un campo magnético de magnitud 2,5 T y que forma con el eje x un ángulo de 60° , como se muestra en la figura. Determine la magnitud de la fuerza magnética.

A) $16\sqrt{3} \times 10^{-13}$ N

B) $8\sqrt{3} \times 10^{-13}$ N

C) 16×10^{-13} N

D) 8×10^{-13} N

**Solución:**

$$F_M = |q|vB \operatorname{sen} 60^\circ$$

$$F_M = 1,6 \times 10^{-19} \times 8 \times 10^6 \times 2,5 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$F_M = 16\sqrt{3} \times 10^{-13} \text{ N}$$

Rpta.: A

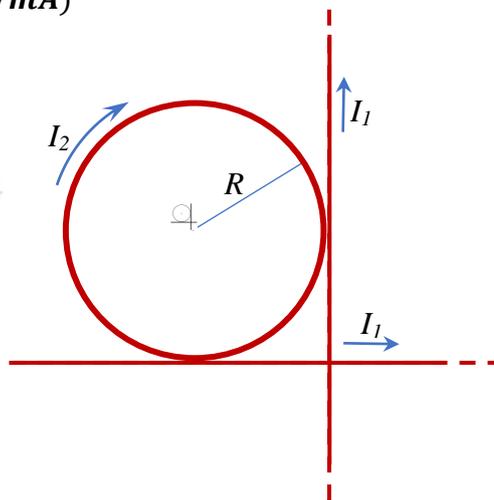
3. La figura muestra dos conductores rectilíneos muy largos mutuamente perpendiculares entre sí y una espira circular ubicados en un mismo plano. Si por los conductores fluye una corriente eléctrica de intensidad $I_1 = \pi$ A y por la espira circular fluye una corriente eléctrica de intensidad I_2 . Determine la intensidad de la corriente I_2 para que la magnitud del campo magnético resultante en el centro de la espira sea cero. ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T/mA)

A) 1 A

B) 2 A

C) 3 A

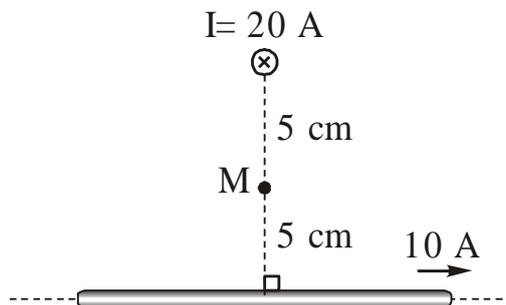
D) 4 A

**Solución:**

$$B_2 = 2B_1 \quad \frac{\mu_0 I_2}{2R} = 2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R} \quad I_2 = 2 \text{ A}$$

Rpta.: B

4. La figura muestra dos conductores rectilíneos perpendiculares y muy largos. Determine la magnitud del campo magnético en el punto M.



- A) $40 \mu\text{T}$ B) $80 \mu\text{T}$ C) $40\sqrt{5} \mu\text{T}$ D) $80\sqrt{2} \mu\text{T}$

Solución:

$$\vec{B}_1 = 2.10^{-7} \frac{I_1}{R_1} = 2.10^{-7} \frac{20}{5.10^{-2}} = 8.10^{-5} T (\leftarrow)$$

$$\vec{B}_2 = 2.10^{-7} \frac{I_2}{R_2} = 2.10^{-7} \frac{10}{5.10^{-2}} = 4.10^{-5} T$$

$$\vec{B}_T = 4.10^{-5} \sqrt{2^2 + 1^2} = 4\sqrt{5}.10^{-5} T$$

$$B_T = 40\sqrt{5} \mu\text{T}$$

Rpta.: C

5. A determinada distancia de un alambre conductor recto muy largo, la magnitud del campo magnético es B_0 . Si se triplica la intensidad de la corriente que fluye por el alambre y la distancia se reduce a la mitad, ¿cuál es la nueva magnitud del campo magnético?

- A) $6B_0$ B) $3B_0$ C) $2B_0$ D) $4B_0$

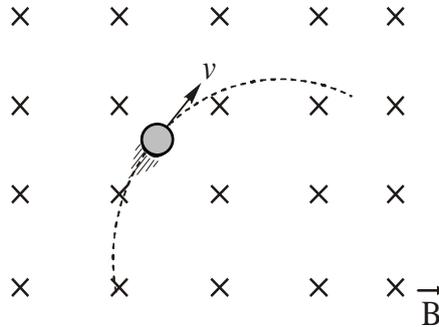
Solución:

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \dots\dots(1)$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot 3I}{2\pi \cdot \frac{R}{2}} = 6 \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi R} \right) = 6B_0$$

Rpta.: A

6. La figura muestra una partícula con carga eléctrica negativa sometida a una fuerza magnética de $200 \mu\text{N}$ por acción del campo magnético. Si la rapidez de la partícula es 100 m/s y su dirección es perpendicular al campo magnético de $0,4 \text{ T}$. ¿Cuál es la carga eléctrica de la partícula?

A) $4 \mu\text{C}$ B) $5 \mu\text{C}$ C) $6 \mu\text{C}$ D) $10 \mu\text{C}$ **Solución:**

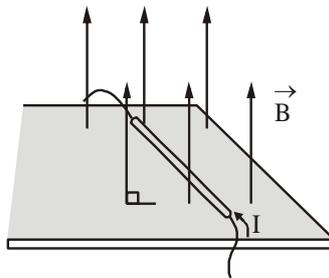
$$F_M = |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{Sen}90^\circ$$

$$200 \times 10^{-6} = |q| \cdot 100 \cdot \frac{4}{10} \cdot 1$$

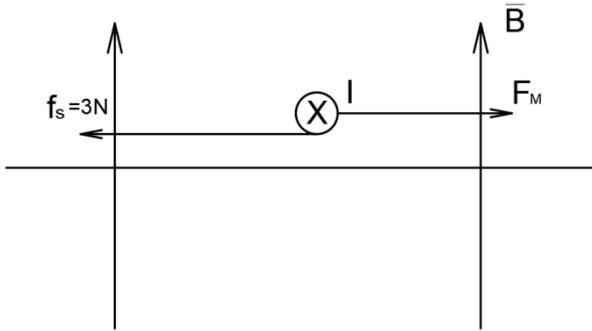
$$|q| = 5 \mu\text{C}$$

Rpta.: B

7. Por una varilla conductora de 60 cm de longitud, fluye una corriente eléctrica de intensidad $I = 5 \text{ A}$, como se muestra en la figura. Si la máxima magnitud de la fuerza de rozamiento estático que ejerce la mesa sobre la varilla es de 3 N , determine la máxima magnitud que puede tener el campo de inducción magnética \vec{B} para que la varilla permanezca en reposo.

A) $0,1 \text{ T}$ B) $0,3 \text{ T}$ C) $0,5 \text{ T}$ D) $1,0 \text{ T}$

Solución:



$$*\sum \vec{F} = \vec{0} : F_M = f_s$$

$$BIL = f_s$$

$$B \cdot (5) \left(\frac{6}{10} \right) = 3$$

$$B = 1.0T$$

Rpta.: D

8. De acuerdo a las figuras mostradas, determine la dirección correcta de los vectores para una partícula con carga eléctrica positiva q^+ , la cual se mueve en la región de un campo magnético \vec{B} uniforme.



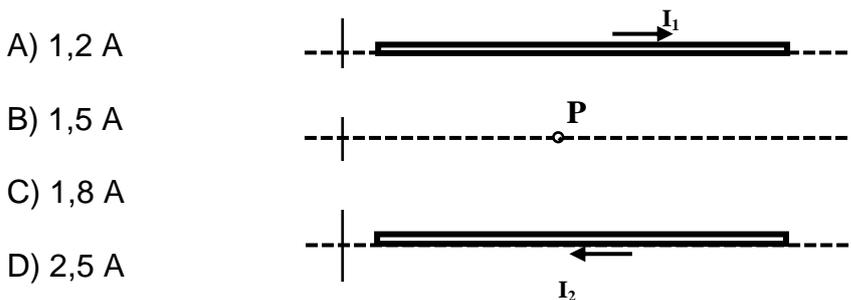
Solución:

Por la regla de la mano derecha

Rpta.: D

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. La figura muestra dos conductores paralelos muy largos que transportan corriente eléctrica. Considerando que la intensidad de la corriente eléctrica es $I_1=4$ A y el campo magnético en el punto P es de magnitud $3 \mu T$. ¿Cuál es la intensidad de la corriente eléctrica I_2 ?



- A) 1,2 A
- B) 1,5 A
- C) 1,8 A
- D) 2,5 A

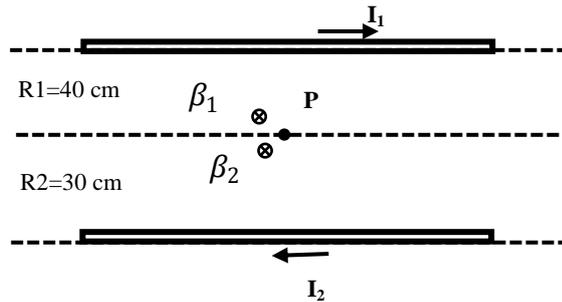
Solución:

Aplicando la regla de la mano

Derecha: $\beta_P = \beta_1 + \beta_2$

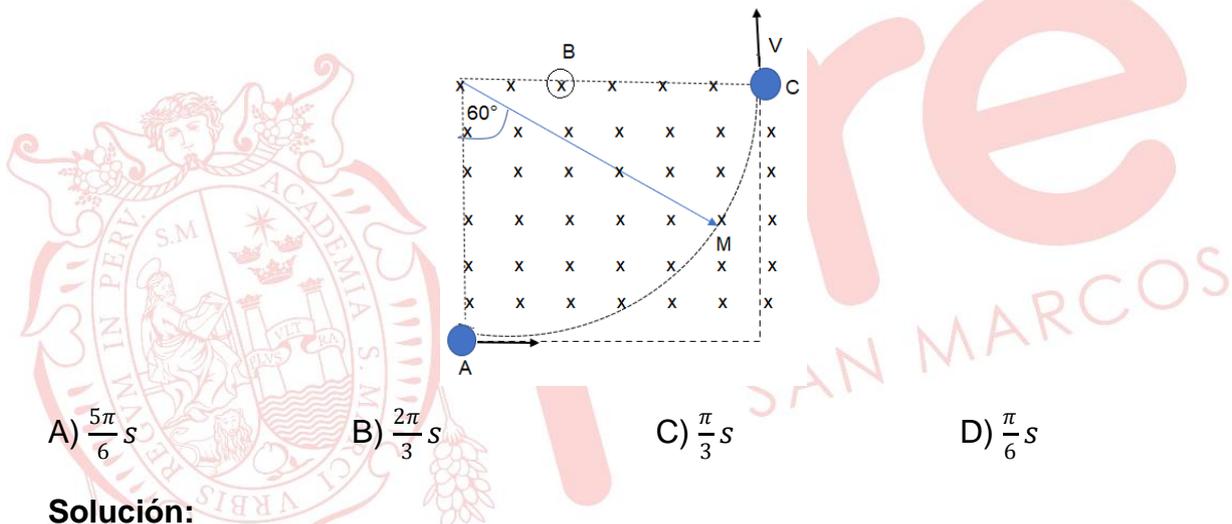
$$3 \cdot 10^{-6} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R_1} + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi R_2}$$

$I_2 = 1,5 \text{ A}$



Rpta.: B

2. Una partícula con carga eléctrica $q = +1.0 \mu\text{C}$ y masa $1 \times 10^{-7} \text{ kg}$, ingresa perpendicularmente a la región de un campo magnético uniforme de magnitud $0,20 \text{ T}$ y se mueve describiendo una trayectoria circular. Determine el tiempo que tarda la partícula en pasar del punto A al punto M, tal como se muestra en la figura.



- A) $\frac{5\pi}{6} \text{ s}$ B) $\frac{2\pi}{3} \text{ s}$ C) $\frac{\pi}{3} \text{ s}$ D) $\frac{\pi}{6} \text{ s}$

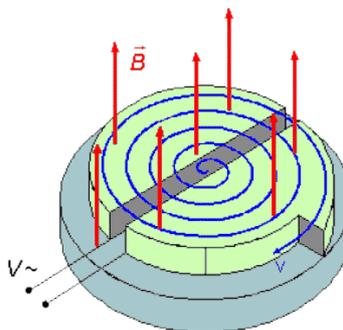
Solución:

$$T = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi \times 1 \times 10^{-7}}{10^{-6} \times 0,2} = \pi \text{ s}$$

De la figura: $t = \frac{T}{6} = \frac{\pi}{6} \text{ s}$

Rpta.: D

3. La figura muestra la configuración de un ciclotrón de radio $0,4 \text{ m}$ en el extremo de salida de la órbita. Si la frecuencia del ciclotrón es de 10^7 Hz . ¿Cuál es la magnitud del campo magnético aplicado? Considere que la magnitud de la carga eléctrica del electrón es igual a $1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ y que su masa es $9 \times 10^{-31} \text{ kg}$.



- A) $11,25\pi 10^{-5} \text{ T}$ B) $22,5\pi 10^{-5} \text{ T}$ C) $5,25\pi 10^{-5} \text{ T}$ D) $10,5\pi 10^{-5} \text{ T}$

Solución:

Se cumple:

$$F_{mag} = F_c$$

$$qvB = m \frac{v^2}{R} \quad qB = m \frac{v}{R} = m\omega = m2\pi f$$

$$B = \frac{2\pi mf}{q} = \frac{2\pi(9 \times 10^{-31})(10^7)}{1,6 \times 10^{-19}} = 11,25\pi 10^{-5} T$$

Rpta.: A

4. Una partícula alfa (compuesta por dos electrones), ingresa en la región de un campo magnético uniforme de magnitud 1.2 T con rapidez de 4×10^6 m/s. Determine la fuerza magnética sobre la partícula cuando la dirección de la velocidad forma un ángulo de 37° con las líneas de campo magnético. ($e = 1,6 \times 10^{-19} C$)

- A) $2304 \times 10^{-15} N$ B) $9216 \times 10^{-15} N$ C) $1152 \times 10^{-15} N$ D) $4608 \times 10^{-15} N$

Solución:

Calculemos la fuerza magnética.

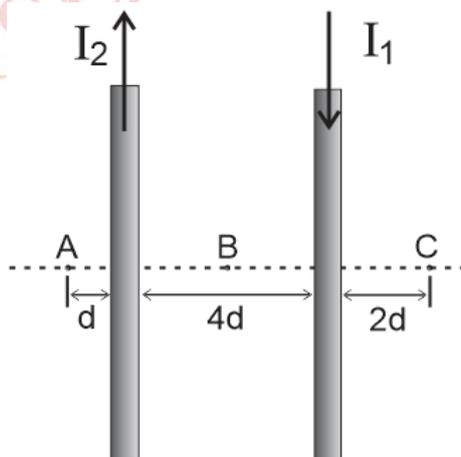
$$F_m = qvB \sin \theta$$

$$F_m = (3,2 \times 10^{-19})(4 \times 10^6)(1,2) \left(\frac{3}{5}\right)$$

$$F_m = 4608 \times 10^{-15} N$$

Rpta.: D

5. La figura muestra dos conductores muy largos y paralelos, donde $I_2 = 2I_1$, si B es el punto medio entre los conductores. Indicar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:



- I. En la posición B el campo magnético resultante es nulo.
 II. En la posición A el campo magnético resultante es saliente.
 III. En la posición C el campo magnético resultante es entrante.

- A) FVF B) VVV C) FFF D) VFV

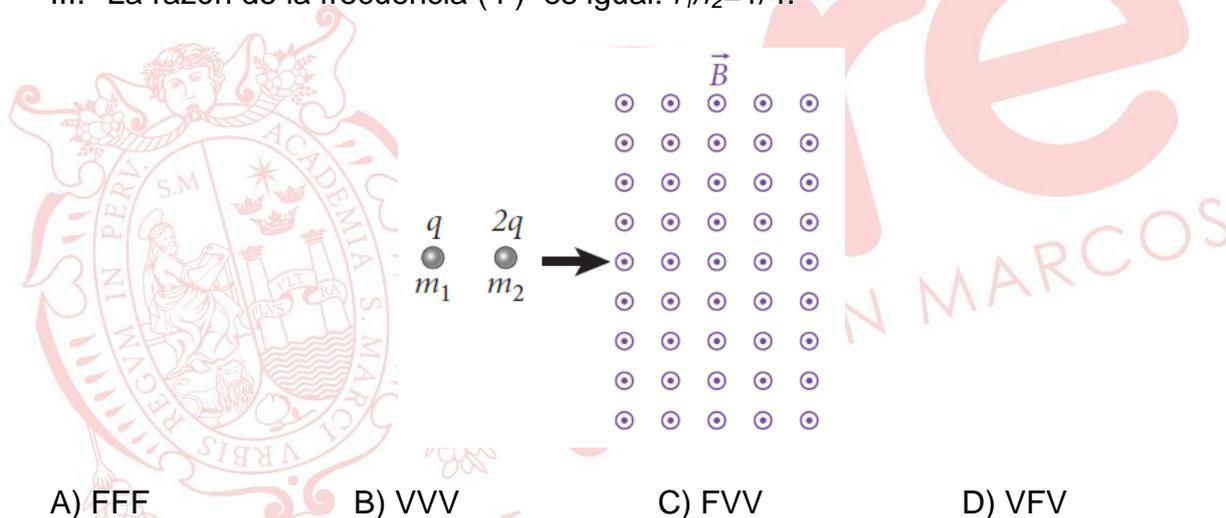
Solución:

- I. (F) En la posición B el campo se suman.
- II. (V) En la posición A el campo resultante es saliente
- III. (F) En la posición C el campo resultante es saliente

Rpta.: A

6. La figura muestra dos partículas con cargas eléctricas q y $2q$ y masas $m_1 = 2m$ y $m_2 = m$ que ingresan perpendicularmente en diferentes instantes a una región con campo magnético uniforme de magnitud B . Las trayectorias descritas por las partículas representan circunferencias de radios $r_1=R$ y $r_2=2R$ con velocidades tangenciales v_1 y v_2 , respectivamente. Indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. La razón de la rapidez es igual a: $v_2/v_1=4$.
- II. La razón de las fuerzas centrípetas es igual a: $F_1/F_2=1/16$.
- III. La razón de la frecuencia (f) es igual: $f_1/f_2=1/4$.



- A) FFF B) VVV C) FVV D) VFV

Solución:

$$I) \frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{qBR}{2m}}{\frac{2qB \cdot 2R}{m}} = \frac{1}{8} \quad \frac{v_2}{v_1} = 8 \quad (F)$$

$$II) \frac{F_{C1}}{F_{C2}} = \frac{\frac{2m v_1^2}{R}}{\frac{m v_2^2}{2R}} = \frac{1}{16} \quad (V)$$

$$III) \frac{2\pi f_1}{2\pi f_2} = \frac{\frac{v_1}{R}}{\frac{v_2}{2R}} = \frac{1}{4} \quad (V)$$

Rpta.: C

7. Un electrón se mueve con rapidez de $1,6 \times 10^7$ m/s perpendicularmente a la posición que tiene un cable largo que transporta una corriente eléctrica de intensidad 2 A. Si el electrón está a 2,56 m del cable. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza magnética que ejerce el campo magnético sobre el electrón? ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Tm/A)

- A) $1,6 \times 10^{-19}$ N B) $4,0 \times 10^{-19}$ N C) $2,0 \times 10^{-19}$ N D) $1,0 \times 10^{-19}$ N

Solución:

Campo magnético en $r=2,56$ m:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Fuerza magnética en $r=2,56$ m:

$$F = qvB\text{sen}\theta = qv\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\right)\text{sen}\theta$$

$$F = (1,6 \times 10^{-19})(1,6 \times 10^7) \left(\frac{(4\pi \times 10^{-7})(2)}{2\pi(2,56)}\right)\text{sen}90^\circ$$

$$F = 4 \times 10^{-19} \text{ N}$$

Rpta.: B

Química

EJERCICIOS

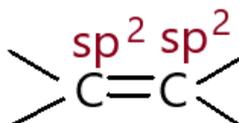
1. Los hidrocarburos son compuestos orgánicos binarios constituidos por átomos de carbono e hidrógeno; se utilizan como insumo en la industria petroquímica. Al respecto, seleccione el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. La fuente de obtención de los alcanos es el petróleo y el gas natural.
- II. Los alquenos tienen al menos dos átomos de carbono con hibridación sp^2 .
- III. El compuesto $\text{CH}_3\text{CCCH}_2\text{CH}_3$ es un hidrocarburo acetilénico.

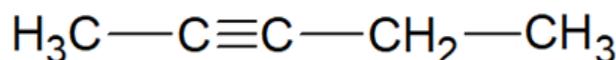
- A) VVV B) FVF C) VFV D) FFV

Solución:

- I. **VERDADERO.** Sus fuentes de obtención son el petróleo y el gas natural
- II. **VERDADERO.** Los alquenos pueden tener uno o más enlaces dobles en su estructura. Luego, si tiene un enlace doble, entonces tiene 2 átomos de carbono con hibridación sp^2 .



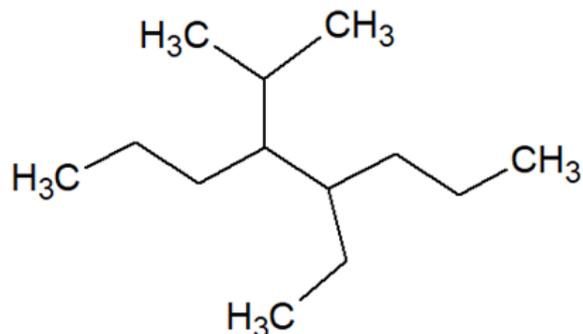
- III. **VERDADERO.** Se denominan hidrocarburos acetilénicos a los alquinos. La fórmula semidesarrollada del compuesto de la proposición es:



Luego como presenta enlace triple, el compuesto es un alquino o acetilénico.

Rpta.: A

2. Las parafinas son hidrocarburos saturados que no poseen grupo funcional, pueden ser lineales o ramificadas. Con respecto al siguiente compuesto:



Determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. El sustituyente isopropil se encuentra en el carbono cuatro
- II. Presenta siete enlaces sigma carbono-carbono en su cadena principal
- III. Su nombre es 4 – etil – 5 – isopropiloctano

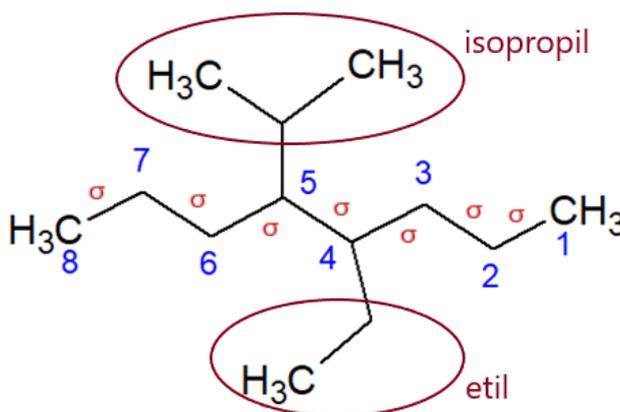
A) FVV

B) VVV

C) FVF

D) FFV

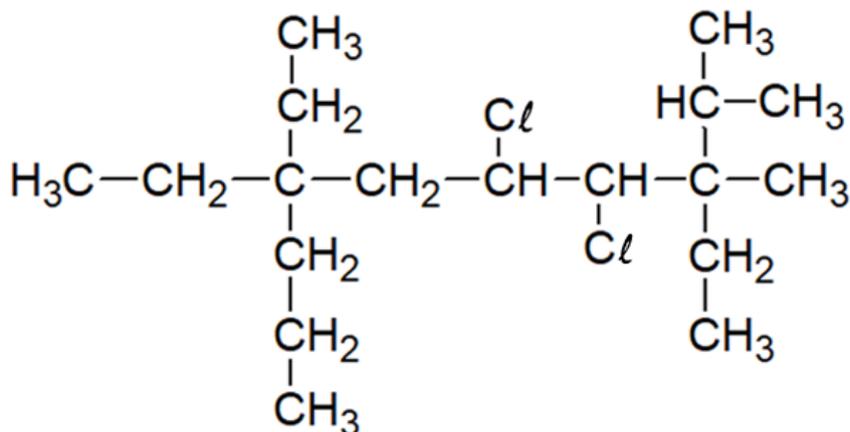
Solución:



- I. **FALSO.** El sustituyente isopropil se encuentra en el carbono cinco de la cadena principal.
- II. **VERDADERO.** La estructura de la molécula presenta siete enlaces sigma carbono-carbono en su cadena principal.
- III. **VERDADERO.** El nombre del compuesto es 4 – etil– 5 – isopropiloctano.

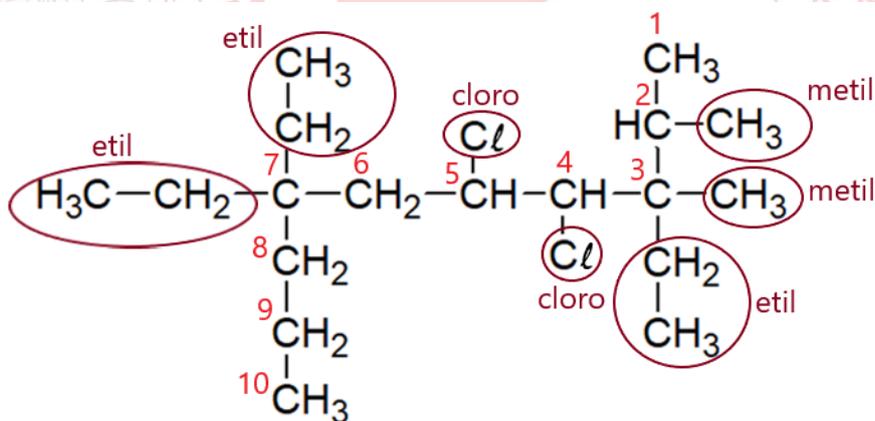
Rpta.: A

3. Los halogenuros de alquilo son compuestos orgánicos derivados de un alcano en el cual se ha sustituido uno o más átomos de hidrógeno por un halógeno. Con respecto al halogenuro que se muestra, seleccione la alternativa que contiene su nombre.



- A) 6,7 – dicloro – 4,4,8 – trietil – 8,9 – dimetildecano
 B) 4,5 – dicloro – 7,7 – dietil – 3 – isopropil – 3 – metildecano
 C) 4,5 – dicloro – 3,7,7 – trietil – 2,3 – dimetildecano
 D) 3,4 – dicloro – 2,6,6 – trietil – 2 – isopropilnonano

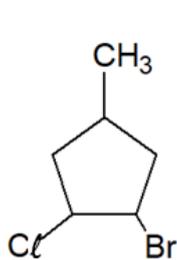
Solución:



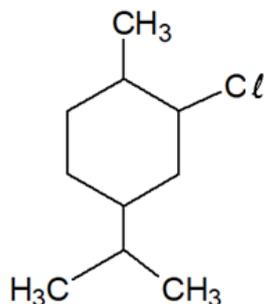
4,5 – dicloro – 3,7,7 – trietil – 2,3 – dimetildecano

Rpta.: C

4. Los cicloalcanos presentan anillos de tres a más carbonos y dos hidrógenos menos que el alcano con el mismo número de átomos de carbono. Seleccione la alternativa que contiene los nombres de los siguientes cicloalcanos.



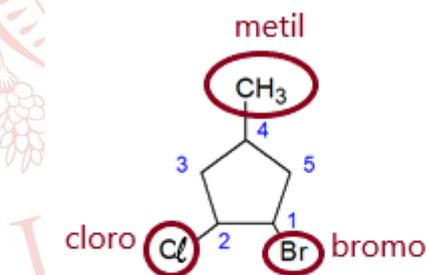
(I)



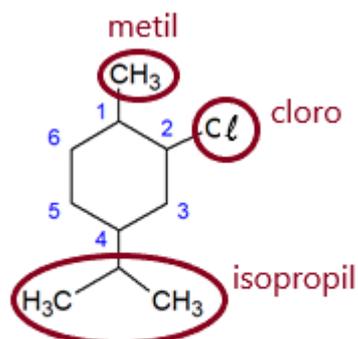
(II)

- A) 1 – bromo – 2 – cloro – 4 – metilciclopentano y
2 – cloro – 4 – isopropil – 1 – metilciclohexano
B) 2 – bromo – 1 – cloro – 4 – metilciclopentano y
1 – cloro – 5 – isopropil – 2 – metilciclohexano
C) 1 – bromo – 2 – cloro – 4 – metilciclopentano y
1 – cloro – 5 – isopropil – 2 – metilciclohexano
D) 2 – bromo – 1 – cloro – 4 – metilciclopentano y
2 – cloro – 4 – isopropil – 1 – metilciclohexano

Solución:



(I)



(II)

- (I) 1 – bromo – 2 – cloro – 4 – metilciclopentano
(II) 2 – cloro – 4 – isopropil -1 – metilciclohexano

Rpta.: A

5. Existen diversos tipos de hidrocarburos insaturados, por ejemplo, los alquenos en cuya cadena principal hay por lo menos un enlace doble y los alquinos que presentan por lo menos un enlace triple en su cadena principal. Al respecto, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. El propino tiene dos enlaces sigma y dos enlaces pi entre sus carbonos.
- II. Los enlaces pi participan en las reacciones de adición.
- III. Son compuestos solubles en el agua.

A) VVV

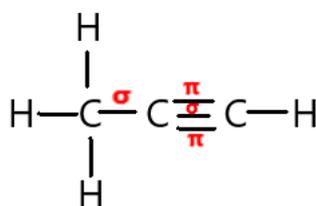
B) VVF

C) FVV

D) FFV

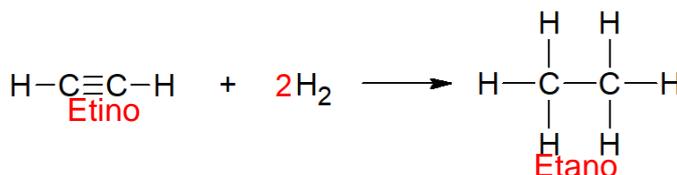
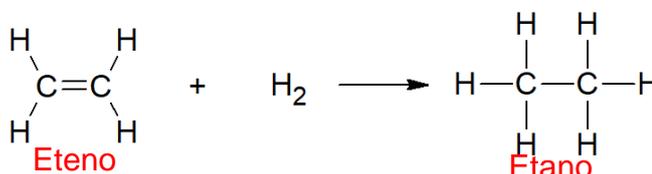
Solución:

I. **VERDADERO.** La fórmula semi desarrollada del propeno es:



En la estructura del propeno se observa dos enlaces sigma y dos enlaces pi entre sus átomos de carbono.

II. **VERDADERO.** Las reacciones de adición en los hidrocarburos insaturados se realizan a través de sus enlaces pi, por ejemplo:



III. **FALSO.** Las moléculas de los hidrocarburos son apolares, en tanto la molécula de agua es polar. Por lo tanto, los hidrocarburos son insolubles en el agua.

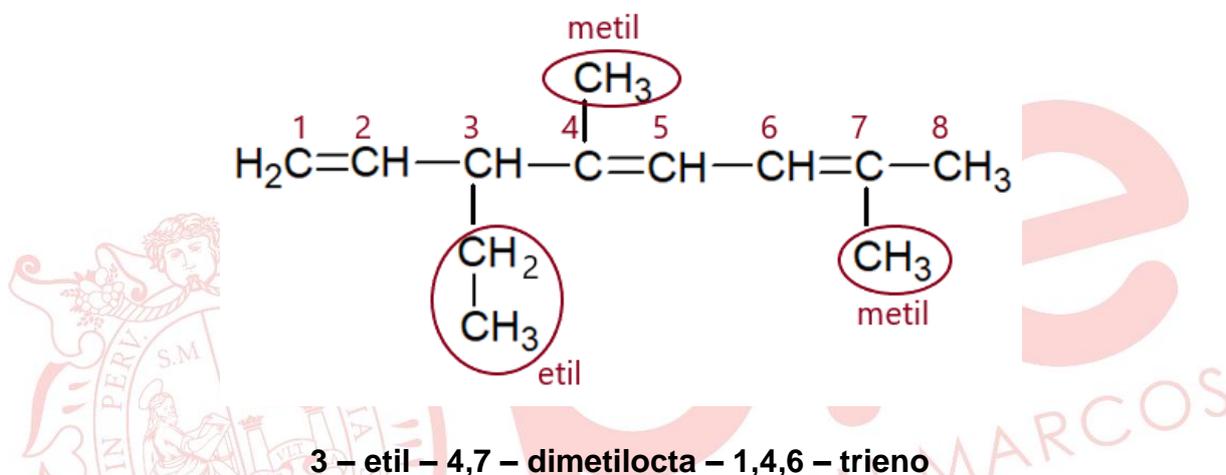
Rpta.: B

6. Los alquenos son hidrocarburos que contienen enlace doble carbono – carbono, este determina sus propiedades y reactividad. Seleccione la alternativa que contiene el nombre del siguiente compuesto:



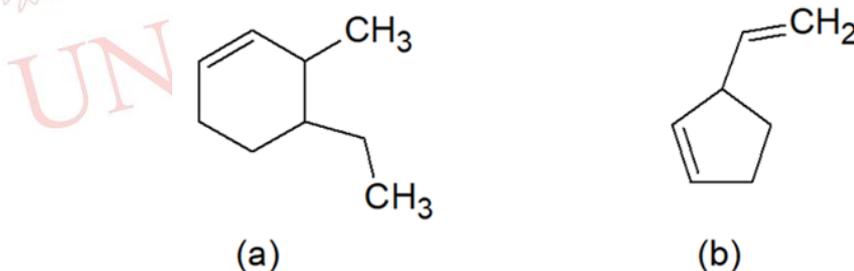
- A) 6 – etil – 2,5 – dimetilocta – 2,4,7 – trieno
 B) 3 – etil – 4,7 – dimetilocta – 1,4,6 – trieno
 C) 6 – etenil – 2,5 – dimetilocta – 2,4 – dieno
 D) 3 – etenil – 4,7 – dimetilocta – 4,6 – dieno

Solución:



Rpta.: B

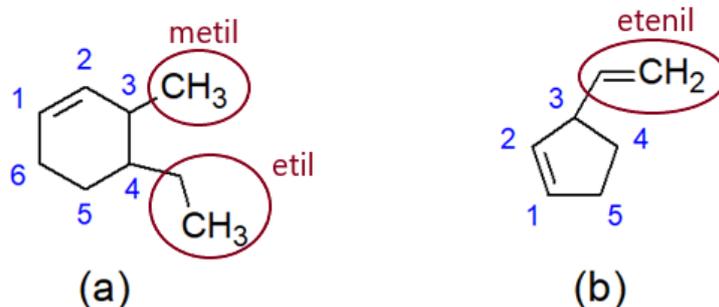
7. Los hidrocarburos insaturados cíclicos tienen en su estructura uno o más enlaces dobles, y son muy utilizados en la industria de los polímeros y en las curaciones dentales. Con respecto a los siguientes cicloalquenos:



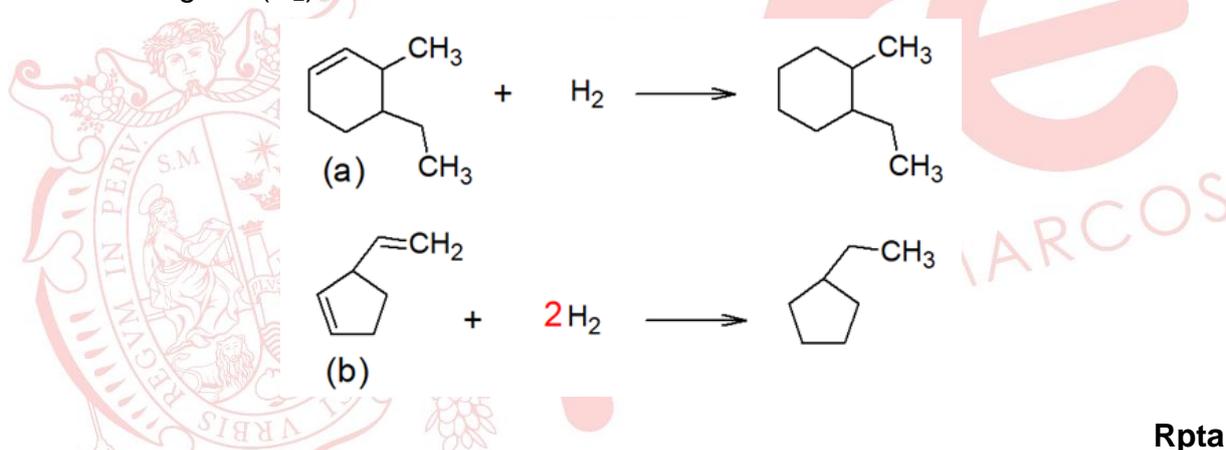
Seleccione el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. El nombre de (a) es 4 – etil– 3 – metilciclohex –1 – eno.
 II. El nombre de (b) es 3 – etilciclopent –1 – eno.
 III. Para saturar un mol de (a) y (b) se requiere un mol de hidrógeno (H_2)

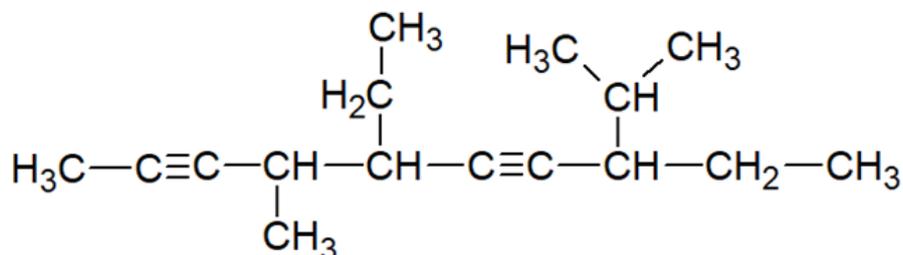
- A) VVV B) FVF C) VFF D) VFV

Solución:

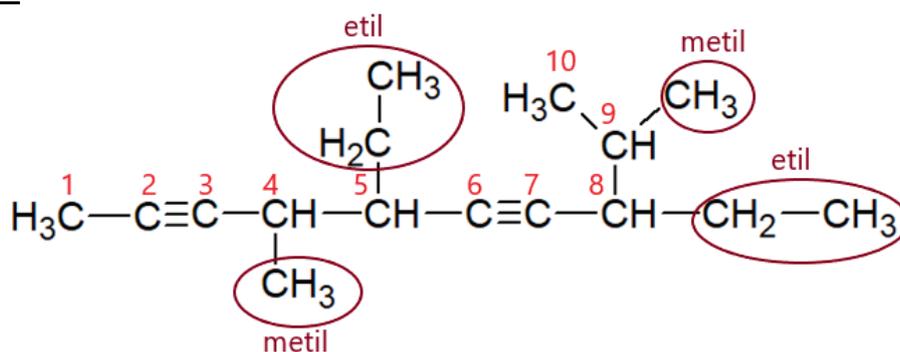
- I. **VERDADERO.** El nombre de (a) es 4 – etil – 3 – metilciclohex – 1 – eno.
- II. **FALSO.** El nombre de (b) es 3 – etenilciclopent – 1 – eno.
- III. **FALSO.** Para saturar 1 mol del compuesto (a) se requiere un mol de hidrógeno (H_2) y para saturar 1 mol del compuesto (b) se requiere dos moles de hidrógeno (H_2).

**Rpta. C**

8. Los alquinos son inusuales en la naturaleza, sin embargo, ciertas plantas los producen como agentes de protección contra los hongos. Al respecto, seleccione la alternativa que contiene el nombre del siguiente alquino.



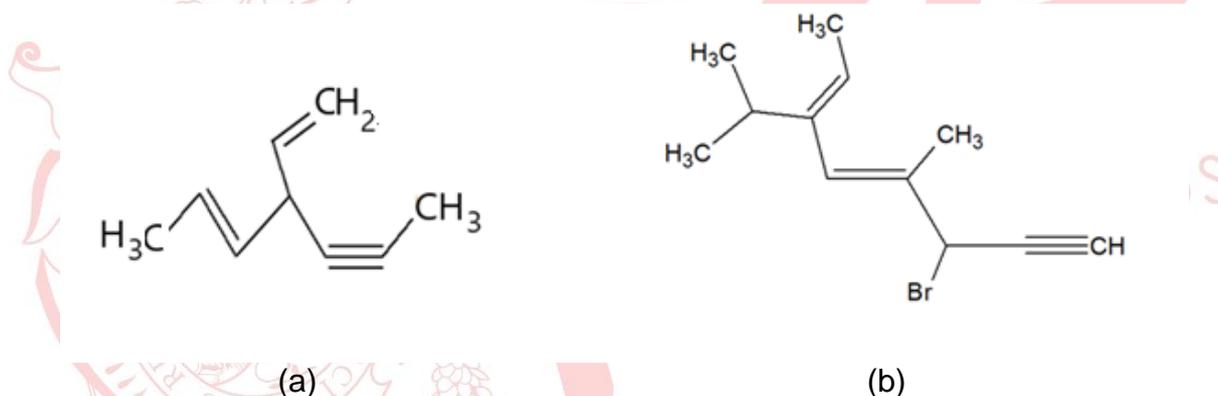
- A) 5 – etil – 8 – isopropil – 4 – metildeca – 2,6 – diino
- B) 3,6 – dietil – 2,7 – dimetildeca – 4,8 – diino
- C) 6 – etil – 3 – isopropil – 7 – metildeca – 4,8 – diino
- D) 5,8 – dietil – 4,9 – dimetildeca – 2,6 – diino

Solución:

5,8 – dietil – 4,9 – dimetildeca – 2,6 – diino

Rpta. D

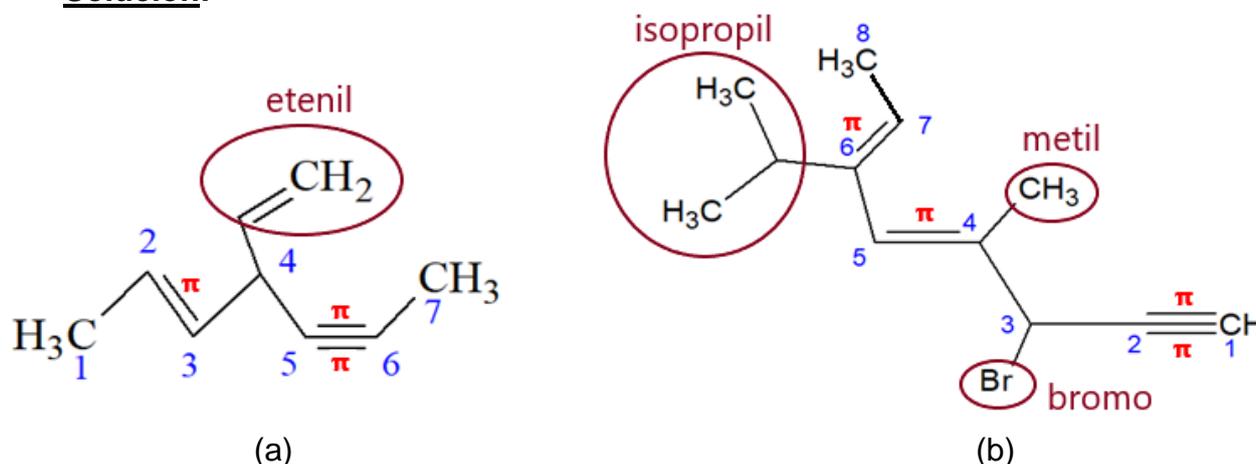
9. Los hidrocarburos que presentan enlaces dobles y triples a la vez en su estructura se denominan alquenos o eninos, estos al reaccionar con el hidrógeno pueden saturarse. Con respecto a los siguientes compuestos:



Determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. El nombre de (a) es 4 – etenilhepta – 2 – en – 5 – ino
- II. El nombre de (b) es 3 – bromo – 6 – isopropil – 4 – metilocta – 4,6 – dien – 1 – ino
- III. En la cadena principal ambos tienen igual cantidad de enlaces pi.

A) VVV B) FVF C) VFV D) VVF

Solución:

El nombre de (a) es 4 – etenilhepta – 2 – en – 5 – ino.

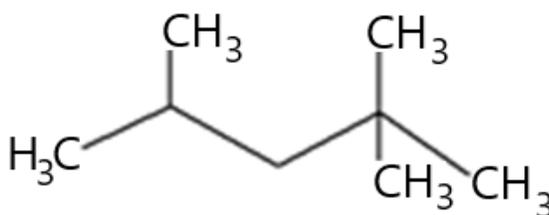
El nombre de (b) es 3 – bromo – 6 – isopropil – 4 – metilocta – 4,6 – dien – 1 – ino.

- I. **VERDADERO.** El nombre de (a) es 4 – etenilhepta – 2 – en – 5 – ino.
- II. **VERDADERO.** (b) es 3 – bromo – 6 – isopropil – 4 – metilocta -4,6 – dien -1 – ino.
- III. **FALSO.** El compuesto (a) tiene tres enlaces pi y el compuesto (b) cuatro enlaces pi, en sus cadenas principales respectivamente.

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. El isooctano es un líquido transparente e incoloro, se utiliza como solvente en la fabricación de otras sustancias químicas, en combustibles para motores y para determinar el octanaje de la gasolina.



Al respecto, determine el valor de verdad (V o F) de las proposiciones:

- I. Su nombre sistemático es 2,2,4-trimetilpentano.
- II. Es un hidrocarburo insaturado.
- III. Su estructura posee un átomo de carbono secundario.

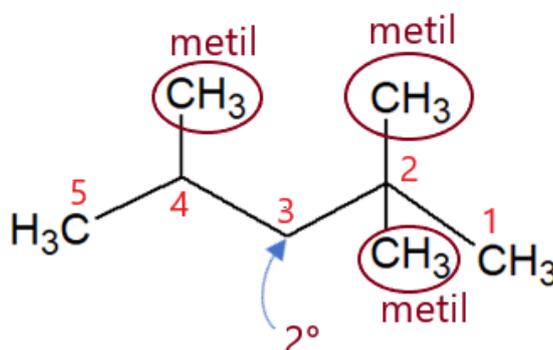
A) VFV

B) VVV

C) FVF

D) VVF

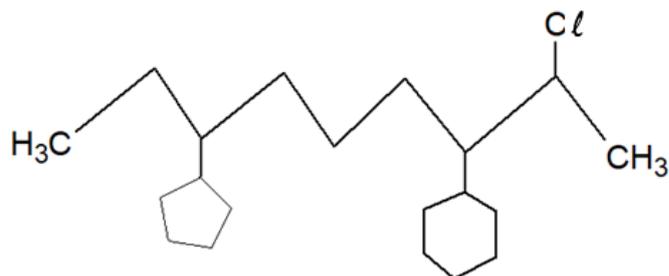
Solución:



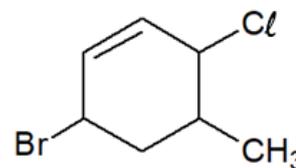
- I. **VERDADERO.** Su nombre sistemático es 2,2,4-trimetilpentano.
- II. **FALSO.** es un hidrocarburo saturado, debido a que todos sus átomos de carbono presentan enlace simple.
- III. **VERDADERO.** En su estructura solo presenta un átomo de carbono secundario.

Rpta.: A

2. Los hidrocarburos pueden sustituir sus átomos de hidrógeno por halógenos, tal como se muestran en los siguientes compuestos:



(a)



(b)

Al respecto, seleccione el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. El nombre de (a) 2 – cloro – 3 – ciclohexil – 7 – ciclopentilnonano.
- II. El nombre de (b) es 3 – bromo – 6 – cloro – 5 – metilciclohex – 1 – eno.
- III. Ambos compuestos son cíclicos y saturados.

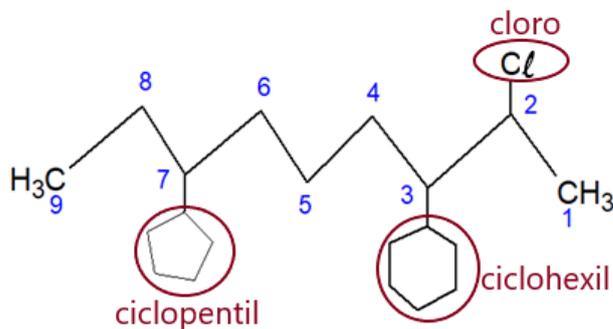
A) VFV

B) VVV

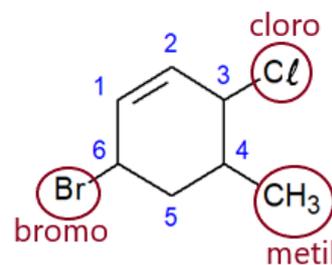
C) FVF

D) VFF

Solución:



(a)

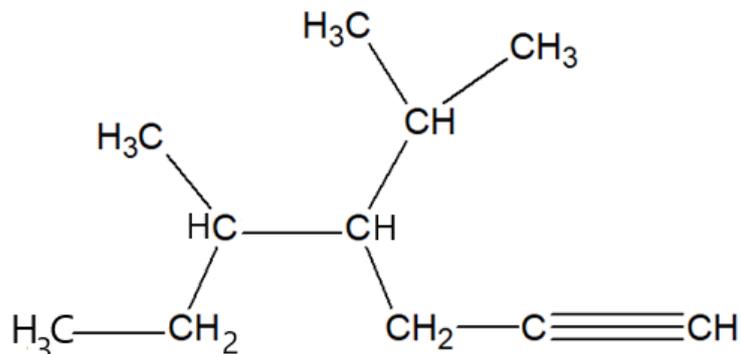


(b)

- I. **VERDADERO.** El nombre de (a) es 2 – cloro – 3 – ciclohexil – 7 – ciclopentilnonano.
- II. **FALSO.** el nombre de (b) es 6 – bromo – 3 – cloro – 4 – metilciclohex – 1 – eno.
- III. **FALSO.** El compuesto (a) es acíclico y es saturado debido a que todos sus átomos de carbono tienen enlace simple, en tanto el compuesto (b) es cíclico y es insaturado debido a que presenta enlace doble en su estructura.

Rpta. D

3. Los alquinos también se conocen como acetilénicos, y son hidrocarburos insaturados que presentan enlaces triples en su estructura, al igual que los alquenos experimentan reacciones de adición. Con respecto al siguiente alquino:



Determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. Su nombre es 4 – isopropil – 3 – metilhept– 6 – ino.
- II. Presenta dos carbonos con hibridación sp.
- III. Tiene tres carbonos secundarios en su estructura.

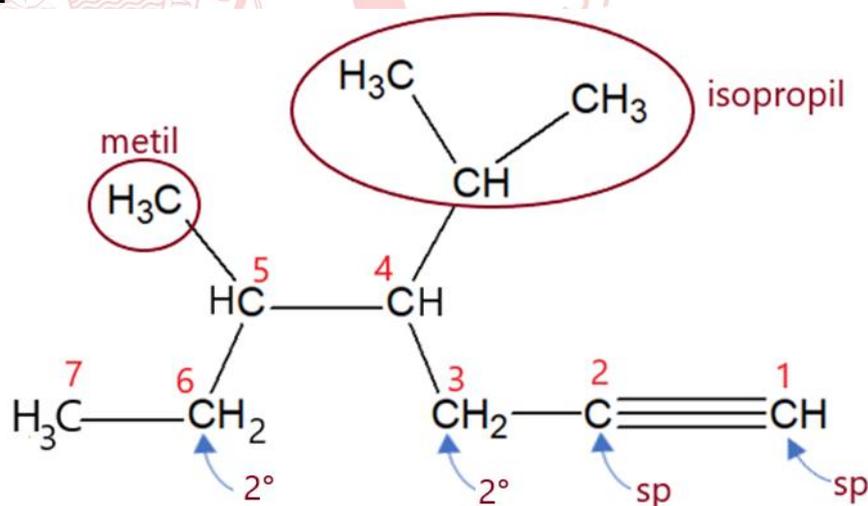
A) FVV

B) VVF

C) VFV

D) FVF

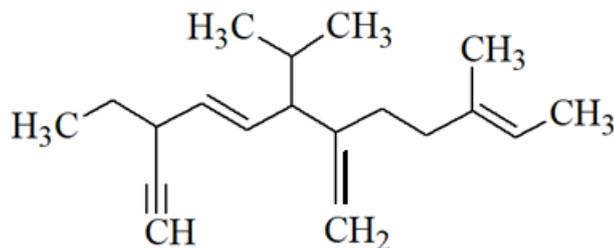
Solución:



- I. **FALSO.** Su nombre es 4 – isopropil – 5 – metilhept– 1 – ino.
- II. **VERDADERO.** Los dos carbonos que se unen mediante enlace triple, tienen hibridación sp.
- III. **FALSO.** Tiene solo dos carbonos secundarios en su estructura.

Rpta. D

4. Los hidrocarburos insaturados tienen enlaces dobles y triples en su estructura, si en un compuesto presenta enlaces dobles y triples a la vez, se denominan alqueniños. Con respecto al siguiente compuesto:



Seleccione el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. Su nombre es:
7 - etenil - 3 - etil - 6 - isopropil - 10 - metildodeca - 4,10 - dien - 1 - ino.
- II. Tiene cinco enlaces pi carbono-carbono.
- III. Para su saturación se requieren cuatro moles de H_2 .

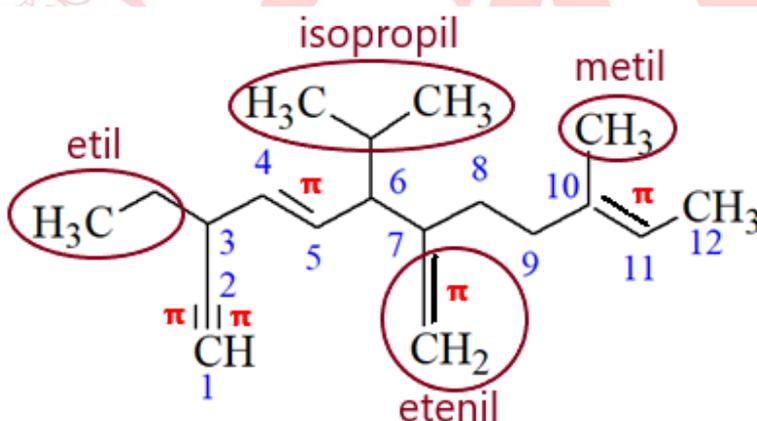
A) VVV

B) VFV

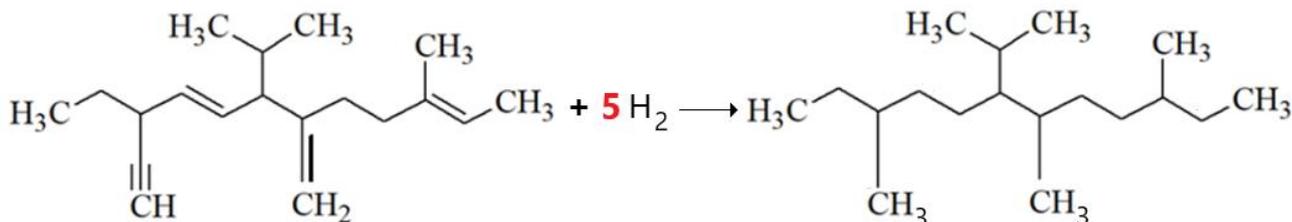
C) VVF

D) FVF

Solución:



- I. **VERDADERO.** El nombre es 7 - etenil - 3 - etil - 6 - isopropil - 10 - metildodeca - 4,10 - dien - 1 - ino, o también se llama 3 - etil - 6 - isopropil - 10 - metil - 7 - vinildodeca - 4,10 - dien - 1 - ino.
- II. **VERDADERO.** El enlace triple tiene dos enlaces pi, y cada enlace doble tiene un enlace pi, luego, la molécula tiene en total cinco enlaces pi.
- III. **FALSO.** Para su saturación cada enlace pi requiere una mol de H_2 , luego, para saturar totalmente a la molécula se requiere cinco moles de H_2 .



Rpta. C

Biología

EJERCICIOS

1. De todas las especies registradas en el mundo, cerca del 80% corresponden al Reino Animalia, de las cuales el 85% son insectos. Incluido en el Dominio Eukarya, el Reino Animalia está formado por organismos multicelulares, además el 95% de estas especies

- A) viven en ambientes marinos.
- B) presentan respiración branquial.
- C) son heterótrofos saprófagos.
- D) carecen de columna vertebral.

Solución:

La mayor cantidad de especies vivas conocidas son animales, en su gran mayoría insectos cuyas especies habitan casi exclusivamente en ambientes terrestres y algunos dulceacuícolas. El 95% de las especies del Reino Animalia son invertebrados, es decir, carecen de columna vertebral y un esqueleto interno articulado.

Rpta.: D

2. La pared corporal de una esponja presenta numerosos poros y está formada por dos capas de células, externa e interna, con una capa de material gelatinoso entre ambas. Considerando que la función de los poros en el cuerpo es permitir el ingreso de agua, podemos afirmar que, mientras la capa externa sirve para protección y fijación al sustrato, la capa interna sirve principalmente para

- A) reproducción.
- B) alimentación.
- C) excreción.
- D) respiración.

Solución:

La capa externa de las esponjas presenta células aplanadas llamadas pinacocitos, por debajo hay una capa gelatinosa donde se encuentran diversos tipos de células llamadas amebocitos y las espículas, la capa interna está formada por células flageladas llamadas coanocitos los cuales participan en la alimentación ya que fagocitan las partículas de alimento presentes en el agua que ingresó por los poros.

Rpta.: B

3. Un grupo de estudiantes a bordo de una embarcación logra capturar una medusa para realizar un estudio anatómico. Al cortar su pared corporal y revisar su cavidad gastrovascular encuentran dos pequeños peces dentro. Si tenemos en cuenta la forma de nutrición de los cnidarios, podemos afirmar que lo primero que les iba a ocurrir a estos peces dentro de la medusa es digestión
- A) por enzimas de nematocistos.
 - B) química extracelular.
 - C) mecánica por células epiteliomusculares.
 - D) intracelular por enzimas lisosómicas

Solución:

Los cnidarios, como las medusas, capturan a su presa paralizándola con los nematocistos descargados por los cnidocitos de la epidermis, que son más abundantes en sus tentáculos. La presa es llevada por los tentáculos hacia la boca e introducida a la cavidad gastrovascular donde por acción de enzimas liberadas por la gastrodermis sufre primero digestión extracelular. Luego se realiza una digestión intracelular que utiliza lisosomas.

Rpta.: B

4. Las medusas son los únicos cnidarios nadadores y lo realizan mediante pulsaciones natatorias por contracción del cuerpo. Un científico bucea en el mar para observar el comportamiento de una pequeña especie de medusa a la que reconoce por su particular forma de realizar estas pulsaciones natatorias, de pronto, nota la presencia de un pequeño organismo que pareciera ser una medusa y que logra desplazarse, pero sin realizar estas pulsaciones. El científico logra identificar al animal como una especie de _____ cuyo desplazamiento lo realiza mediante _____.
- A) celentéreo – tentáculos largos
 - B) anémona – aletas laterales
 - C) rotífero – coronas de cilios
 - D) ctenóforo – paletas natatorias

Solución:

Los ctenóforos son invertebrados de apariencia similar a una medusa, pero carecen de nematocistos y además nadan mediante el batido de numerosas paletas natatorias ordenadas en varias filas a lo largo del cuerpo.

Rpta.: D

5. Juan está observando a un rotífero bajo el microscopio, nota que se alimenta generando corrientes de succión a medida que bate los cilios de la corona que rodea a la boca. La cubierta transparente del cuerpo del rotífero le permite notar gran movimiento en un órgano cercano a la boca a medida que ingresa el alimento, Juan sabe que los rotíferos carecen de dientes en la boca, por lo que deduce que el movimiento se debe a que el alimento que recién ingresa está siendo _____ en el mástax.
- A) almacenado
 - B) triturado
 - C) absorbido
 - D) digerido

Solución:

Cuando los rotíferos ingieren, el alimento ingresa primero a una faringe contráctil denominada mástax, el cual realiza digestión mecánica o trituración del alimento, luego pasa al estómago y de ahí al intestino. Los desechos salen del cuerpo por el ano.

Rpta.: B

6. El desarrollo de ciertos cultivos agrícolas está siendo afectado por plantas que presentan bajo crecimiento y daño tisular en la raíz. Los especialistas analizan muestras de tejidos bajo microscopio y notan la presencia de organismos microscópicos de cuerpo alargado cubierto por cutícula, cilíndrico y con extremos puntiagudos, sobre todo en zonas de la planta con mayor daño. En base a los hallazgos se puede afirmar que el cultivo está afectado por gusanos parásitos de un Phylum que se caracteriza por presentar
- A) tubo digestivo incompleto. B) cavidad interna o celoma.
C) fecundación interna. D) reproducción asexual.

Solución:

Características como el cuerpo cilíndrico, alargado y con extremos puntiagudos corresponde a los gusanos del phylum Nematoda. Estos gusanos presentan un tubo digestivo completo, un pseudoceloma como cavidad interna, reproducción sexual, fecundación interna y son ovíparos. Su cuerpo está cubierto por una cutícula que brinda protección a las especies parásitas y de vida libre.

Rpta.: C

7. El suelo es un lugar donde habitan gran variedad de animales. Son las características del suelo las que determinan que tipo de animal es el que puede vivir allí. Si el suelo es muy seco es poco probable que puedan vivir allí los _____ debido a que sería perjudicial para su respiración.
- A) anélidos. B) insectos. C) quilópodos. D) arácnidos.

Solución:

Los anélidos como la lombriz de tierra presentan respiración cutánea para lo cual requieren una delgada capa de agua sobre su superficie lo que facilita el intercambio de gases entre el medio externo y la sangre. Un suelo seco no brinda las condiciones de humedad necesarias para la respiración de estos gusanos.

Rpta.: A

8. Los cefalópodos destacan del resto de los moluscos por presentar un sistema nervioso más desarrollado y comportamiento más complejo, además de ojos de estructura similar a los ojos de vertebrados y un pie modificado a manera de brazos con ventosas, sin embargo, son considerados moluscos ya que poseen características exclusivas y presentes en todos los moluscos como la siguiente.
- A) Celoma que contiene hemolinfa. B) Rádula dentro de la boca.
C) Cuerpo con presencia de manto. D) Presentan respiración branquial.

Solución:

Todos los moluscos presentan una membrana delgada que cubre el cuerpo, se denomina manto, que en la gran mayoría presenta glándulas que secretan los materiales de la concha. La rádula está ausente en bivalvos, los cefalópodos presentan circulación cerrada. La respiración branquial también se presenta en la mayoría ya que los caracoles terrestres respiran por un saco vascularizado, similar a un pulmón.

Rpta.: C

9. Para diferenciar una clase de otra dentro del phylum Arthropoda se pueden considerar características estructurales como las divisiones del cuerpo, además del número, forma y función de los apéndices, ya que algunos funcionan como patas para la locomoción. En base a lo citado, determine la verdad o falsedad (V o F) de los siguientes enunciados referidos a los artrópodos.

- I. Los crustáceos presentan 10 patas más dos pinzas.
- II. Los insectos alados son los únicos invertebrados que pueden volar.
- III. Los escorpiones presentan 8 patas más dos pinzas.
- IV. Las arañas presentan 8 apéndices en el cefalotórax.

- A) FVVF B) VFFV C) FVFV D) VVFF

Solución:

Los crustáceos presentan en el cefalotórax 10 patas que incluyen un par de patas modificadas a manera de pinzas, los insectos con alas son los únicos invertebrados capaces de volar, los escorpiones son arácnidos que presentan en el cefalotórax 8 patas, además de dos pedipalpos con forma de pinzas, y las arañas presentan 12 apéndices en el cefalotórax (8 patas, 2 pedipalpos y 2 quelíceros con forma de uñas).

Rpta.: A

10. Juan está observando la fauna de una orilla rocosa marina cuando nota que, adheridos a una roca, se encuentran una estrella de mar y un erizo de mar. Ya que Juan está observando la parte superior de estos animales, se puede inferir que está observando la región del cuerpo en la cual

- A) las estrellas no tienen espinas. B) se da la ingesta de alimentos.
C) los erizos capturan su alimento. D) se eliminan restos de la digestión.

Solución:

En los equinodermos como estrellas y erizos de mar, la región superior o aboral es aquella en la cual se ubica el ano, por donde se eliminan restos de la digestión. Las estrellas de mar sí tienen espinas, aunque son muy pequeñas. Los erizos de mar utilizan las espinas como protección y no para cazar, ya que son herbívoros.

Rpta.: D

11. Todos los cordados están emparentados ya que durante su evolución han heredado ciertas características de un ancestro en común. Como en el resto de animales, los grupos con menos diferencias son los que están más emparentados. Los vertebrados, además de presentar notocorda en algún momento de su vida, también desarrollan un cordón nervioso dorsal que conservan durante toda su vida. En base a lo citado en el texto, podemos afirmar que los vertebrados están más emparentados con

- A) balanoglosos. B) ascidias. C) anfibios. D) tunicados.

Solución:

Dentro del phylum Chordata, los vertebrados y los cefalocordados o anfibios son los que conservan durante toda su vida el cordón nervioso dorsal, por lo cual se afirma que están más emparentados. Las ascidias o tunicados solo presentan cordón nervioso durante su fase de larva.

Rpta.: C

12. Muchas especies de anfibios logran pasar su vida adulta fuera del agua de manera exitosa. Esto se debe a que presentan adaptaciones para la vida en la tierra, como el desarrollo de una piel protectora sin escamas, húmeda, glandular y muy vascularizada, que complementa la respiración por sacos pulmonares, también presentan párpados y una alimentación carnívora. Sin embargo, para su reproducción necesitan regresar al agua debido a que sus larvas o renacuajos

- A) sufren desarrollo directo.
B) solo se reproducen en el agua.
C) carecen de cola y patas.
D) respiran mediante branquias.

Solución:

Los anfibios adultos pueden soportar vivir largos periodos fuera del agua, pero sus larvas solo pueden sobrevivir en el agua debido a que presentan respiración branquial, además carecen de patas.

Rpta.: D

13. Existen tres tipos de mamíferos, aquellos en cuyo útero desarrolla el embrión, nutrido a través de una placenta y luego expulsado cuando la hembra da a luz, luego están los que no forman placenta por lo que la cría debe abandonar el útero a las pocas semanas para salir por la vagina y alojarse en una bolsa abdominal; por último, están aquellos cuya hembra presenta un solo orificio posterior que corresponde a un órgano donde desembocan los sistemas digestivo, urinario y reproductor. En base a los descrito señale la alternativa correcta.

- A) Todos los mamíferos citados son vivíparos.
B) El último grupo corresponde a mamíferos con cloaca.
C) Son placentarios, monotremas y marsupiales, respectivamente.
D) El tercer tipo presenta glándulas mamarias atrofiadas.

Solución:

El texto cita primero a los placentarios, mamíferos vivíparos que carecen de cloaca, en segundo lugar, se refiere a los marsupiales, los cuales presentan una cloaca muy reducida y cuya cría desarrolla en una bolsa abdominal o marsupio, y por último se cita a los monotremas, mamíferos ovíparos que presentan una cloaca bien diferenciada.

Rpta.: B

14. Desde hace mucho tiempo, los humanos nos hemos relacionado con los animales, utilizándolos para nuestro beneficio o enfrentándolos para evitar algún perjuicio. Nos beneficiamos empleando algunas secreciones animales como _____ y nos perjudicamos cuando un _____ utiliza nuestro cuerpo para alimentarse y reproducirse.

A) la miel – zancudo
C) la seda – piojo

B) la lana – ácaro
D) el caucho – chinche

Solución:

Secreciones de la larva de la mariposa *Bombyx mori* permiten obtener la seda, que se utiliza para elaborar prendas de vestir. Un piojo, se alimenta de nuestra sangre y coloca sus huevos o liendres en nuestro cabello, su proliferación provoca pediculosis.

Rpta.: C

15. En el Parque Nacional Sierra del Divisor (en Loreto y Ucayali) es posible encontrar al mono huapo colorado y al lobo de río. Estas especies se encuentran protegidas en esta área intangible, lo que puede contribuir a mejorar su actual situación de especies

A) en peligro de extinción.
C) extintas.

B) en situación vulnerable.
D) en peligro crítico.

Solución:

El mono huapo colorado y el lobo de río o nutria gigante se encuentran en peligro de extinción ya que están en peligro mediano de desaparición y su supervivencia peligra si los factores del desequilibrio no cambian.

Rpta.: A