



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA
CENTRO PREUNIVERSITARIO

SEMANA N.º 11



(VIDEOS)
TEORÍA Y
EJERCICIOS

Habilidad Verbal

SECCIÓN A

TIPOLOGÍA TEXTUAL SEGÚN LA UBICACIÓN DE LA IDEA PRINCIPAL

TEXTO ANALIZANTE

El texto analizante se caracteriza porque la idea principal figura al inicio del texto. El resto del enunciado explica esta idea de manera más específica a través de la enumeración de propiedades, de ejemplos o de nombres y fechas.

EJEMPLO DE TEXTO ANALIZANTE

La violencia de género se refiere a los actos dañinos dirigidos contra una persona o un grupo de personas debido a su género. Tiene su origen en la desigualdad de género, el abuso de poder y la existencia de normas dañinas. El término se utiliza principalmente para subrayar el hecho de que las diferencias estructurales de poder basadas en el género colocan a las mujeres y niñas en situación de riesgo frente a múltiples formas de violencia. Si bien las mujeres y niñas sufren violencia de género de manera desproporcionada, los hombres y los niños también pueden ser blanco de ella. En ocasiones se emplea este término para describir la violencia dirigida contra las poblaciones LGBTQI+, al referirse a la violencia relacionada con las normas de masculinidad/feminidad o a las normas de género.

TEXTO SINTETIZANTE

Se denomina texto sintetizante a aquel donde la idea principal aparece al final. Esta idea viene a ser como la afirmación definitiva o la conclusión general de todo lo expresado en el texto y funciona como una especie de resumen general de lo afirmado previamente.

EJEMPLO DE TEXTO SINTETIZANTE

Hace sesenta y cinco millones de años se extinguió el último dinosaurio. Los gigantescos mosasaurios y plesiosaurios en los mares y los pterosaurios en los cielos. Muchas familias de braquiópodos y esponjas de mar desaparecieron. Los restantes ammonites de concha dura se esfumaron. Se redujo la gran diversidad de tiburones y el plancton, la base de la cadena alimenticia del océano, se vio muy afectado. También se marchitó la mayor parte de la vegetación. En resumen, a finales del Cretácico se extinguieron más de la mitad de las especies que habitaban el mundo.

TEXTO CENTRALIZANTE

El texto centralizante es una combinación de los dos tipos de texto expuestos en los dos apartados anteriores. Está estructurado de tal forma que al inicio figuran ideas secundarias y se prosigue con la idea principal. Finalmente, se continúa con el desarrollo analítico de esta idea en otras secundarias y distintas a las primeras.

EJEMPLO DE TEXTO CENTRALIZANTE

Los atomistas, encabezados por Demócrito de Abdera, defendían que el universo está formado únicamente por estas pequeñas partículas y vacío. Aunque estos no tenían medios para demostrar sus ideas, la evolución de la ciencia nos ha permitido conocer mejor a los átomos y qué hacer con ellos mediante investigaciones que han conseguido aprovechar su energía. La energía nuclear es aquella que está contenida en el núcleo de un átomo y que se puede utilizar para producir electricidad. Para lograrlo, primero debe ser liberada a través de la fusión nuclear o de la fisión nuclear. Cuando se produce una de estas dos reacciones nucleares los átomos experimentan una ligera pérdida de masa. Esta masa que se pierde se convierte en una gran cantidad de energía calorífica y de radiación, como descubrió Albert Einstein con su famosa ecuación $E=mc^2$.

TEXTO ENCUADRADO

Este tipo de texto presenta al principio una idea principal, jerárquicamente superior, para luego continuar con el análisis de ideas particulares y, finalmente, concluir con la misma idea principal expuesta al inicio aunque, generalmente, con otras palabras.

EJEMPLO DE TEXTO ENCUADRADO

La ciencia es abierta, no reconoce barreras a priori que limiten el progreso del conocimiento. Si un conocimiento fáctico no es refutable en principio, entonces no pertenece a la ciencia sino a algún otro campo. Las nociones acerca de nuestro medio, natural o social, o acerca del yo, no son finales: están todas en movimiento, todas son falibles. Siempre es concebible que pueda surgir una nueva situación (nuevas informaciones o nuevos trabajos teóricos) en que nuestras ideas, por firmemente establecidas que parezcan, resulten inadecuadas en algún sentido. Incluso los principios más generales y seguros son postulados que pueden ser corregidos o reemplazados. A consecuencia del carácter hipotético de los enunciados de leyes, y de la naturaleza perfectible de los datos empíricos la ciencia no es un sistema dogmático y cerrado sino controvertido y abierto. En definitiva, la ciencia es abierta como sistema porque es falible y por consiguiente capaz de progresar.

ACTIVIDADES SOBRE LA TIPOLOGÍA TEXTUAL SEGÚN LA UBICACIÓN DE LA IDEA PRINCIPAL

- I. **A continuación aparecen cuatro textos que tienen ubicada su idea principal en diferentes partes. Léalos con atención y consigne qué tipo de texto es.**

TEXTO 1

Al sur de Lima, se pueden ver en el suelo gris los rastros de la civilización Nazca, una cultura preincaica que data de 300 a 800 años antes de nuestra era. Las formas de los pájaros, monos, colibríes o cóndores tienen hasta 270 metros de largo, y parecen representar las deidades de esta antigua civilización. La increíble conservación de estos motivos se debe a la grave sequía de la zona (que impide el crecimiento de las plantas) y a la ausencia de viento, debido al aire muy caliente que reina en este desierto.

Hay varias teorías sobre el significado de estos extraños dibujos. Una de las más populares es la de la matemática alemana María Reich. Según ella, sería un enorme calendario astronómico, cuyas líneas principales darían la dirección de las estrellas o constelaciones principales. Esta teoría fue luego refutada y reemplazada o aumentada por otras investigaciones: un sitio ritual, un medio para encontrar fuentes de agua, un amplificador de sonido para predecir terremotos, o para los más excéntricos, una pista de aterrizaje para extraterrestres. En conclusión, hasta la fecha los expertos no han podido ponerse de acuerdo sobre el origen y el uso de estas extrañas formas ubicadas en Nazca.

Tipo de texto según la ubicación de la idea principal:

Solución: Sintetizante

TEXTO 2

A inicios de marzo, el máximo responsable para los refugiados de las Naciones Unidas, Filippo Grandi, reportaba la salida de 677.000 personas desde Ucrania hacia los países vecinos. Los primeros gestos de los países colindantes con Ucrania han respondido a los llamados de las agencias internacionales para refugiados. Los países fronterizos (Polonia, Hungría, Rumanía, Moldavia y Eslovaquia) han abierto sus puertas para todos aquellos que acrediten su procedencia de Ucrania. Sin embargo, paralelamente al recibimiento, también crecen las denuncias de que la acogida y el refugio está contando con privilegios. Las cifras récord de acogida de desplazados coinciden con las denuncias de ciudadanos de África, Medio Oriente y Asia sobre discriminación a la hora de abandonar el país. La Unión Africana lo califica de «racista», mientras que periodistas internacionales han sido señalados en redes por hacer distinciones entre los refugiados de Ucrania y los de otras guerras anteriores. Otros reporteros argumentaron que se tratan de las dos colas habituales administrativas: la de ciudadanos ucranianos y la de extranjeros. Sin embargo, las denuncias hacen énfasis que la de los locales avanza a una mayor velocidad que la de los foráneos.

Tipo de texto según la ubicación de la idea principal:

Solución: Centralizante

TEXTO 3

Un estudio llevado a cabo por psiquiatras y odontólogos británicos ha demostrado la influencia de la salud bucodental en la funcionalidad cerebral. La capacidad de percepción del cerebro se puede ver afectada por una mala salud bucal, así como la inhibición de algunas funciones del cerebro.

Una buena higiene dental, incluyendo un buen cepillado y el hilo dental, fortalece las conexiones neuronales y un mayor equilibrio del sistema nervioso. Los datos de la investigación han demostrado que la gingivitis y las enfermedades periodontales, se encuentran relacionadas con una función cognitiva deficiente.

Los investigadores analizaron los hábitos de higiene de miles de voluntarios con edades entre los 20 y 59 años y concluyeron que una higiene dental adecuada, es decir cepillarse los dientes dos veces al día y el uso del hilo dental, mantenía a las personas con un nivel de percepción alto, mientras que las personas que no tenían una buena higiene presentaban problemas relacionados con las conexiones neuronales y su mal funcionamiento.

Tipo de texto según la ubicación de la idea principal:

Solución: Analizante

TEXTO 4

El Sol produce sonido y es atronador. Aunque se trata de un cuerpo celeste de miles de millones de toneladas, la distancia que nos separa de él es más de 149 millones de kilómetros, en condiciones adecuadas, alcanzaríamos a percibir su rugido. Solo vemos su luz porque el sonido es una onda mecánica y requiere un medio, como son el aire o el agua en la Tierra, para «viajar», y en el espacio no tiene ese medio para poder transmitirse. Y, precisamente, debemos dar gracias porque no sea así, ya que el sonido del Sol nos destruiría.

El sonido que produciría, y que nos llegaría, superaría los 100 decibelios (dB). Esto no parece mucho, ya que es el sonido de un motor de avión, una discoteca o el tráfico (lejos del umbral del dolor de 140 dB) pero, aun así, sería capaz de volvernos locos. Se trata de un sonido extremadamente grave que puede no parecer molesto, pero que, a 100 dB, y de forma constante, terminaría produciendo sordera. Es decir, primero nos volveríamos locos, ya que sería un zumbido constante, y después terminaríamos con serios problemas de audición al estar expuestos continuamente al sonido. En resumen, el Sol no está en silencio y debemos agradecer que no lo oímos.

Tipo de texto según la ubicación de la idea principal:

Solución: Encuadrado

COMPRESIÓN DE LECTURA

TEXTO

La escena final de Titanic que ha emocionado a medio mundo, sorprendió a la joven norcoreana Park Yeon-mi. Aunque no de la forma en la que planeó James Cameron, Titanic le sirvió a ella para que se diese cuenta de que se puede morir de amor y no solo por el estado. Asimismo, Malinowski, asesor de Obama, nos cuenta en un artículo reciente que el cine occidental llega a Corea del Norte en usb y dvds piratas, lo que hace que los norcoreanos tengan una visión de cómo se vive fuera de su país. El 87% de los disidentes consumieron cine de acción norteamericano, lo que refleja el peso que tienen estas películas para la caída del comunismo en Corea del Norte. Sin embargo, esto no es nada nuevo, ya que el cine ha servido para reflejar los idearios políticos del poder.

Eisenstein, por ejemplo, trabajó al servicio de la revolución soviética para crear películas como El Acorazado Potemkin. En 1938 se estrenó Alexander Nevski, un filme encargado por Stalin para enfrentar la amenaza nazi. En él se retoma la figura de un héroe nacional que **aplastó** a los invasores teutones. Hitler, por su parte, contaba con los documentales de Leni Riefenstahl, que realizó la trilogía de Nuremberg, donde se exaltaba la figura del dictador. Disney, en oposición al nazismo, realizó varios cortos como La cara del Fuhrer, donde el pato Donald sueña que trabaja para una fábrica de armamento nazi. Curioso es también el corto de los Tres Cerditos, donde en 1930 se representa un lobo que parodia a un judío, y en 1941 se le hace aparecer al lobo con una esvástica en el brazo.

En España, durante los años de la Guerra Civil, el Gobierno de la República produjo Tierra de España, narrada por Hemingway y que se llegó a proyectar en la Casa Blanca con la esperanza de conseguir el apoyo del presidente Roosevelt, y durante la Guerra Fría, Hollywood produjo un millar de películas donde el malvado enemigo era el soviético.

La Sexta.com. (14/08/2017). El cine y la propaganda, dos formas comunicativas que a menudo caminan de la mano. https://www.lasexta.com/noticias/cultura/el-cine-y-la-propaganda-dos-formas-comunicativas-que-a-menudo-caminan-de-la-mano_201708145991c6ad0cf21186a8abbca7.html. (Texto editado)

1. La intención principal del autor es

- A) valorar el trabajo artístico de James Cameron en la película Titanic.
- B) criticar el papel propagandístico de algunas películas de Hollywood.
- C) advertir sobre el rol propagandístico de la producción cinematográfica.
- D) explicar la relación que existe entre la política y la industria del cine.
- E) presentar una sinopsis de los principales films con matices políticos.

Solución:

El texto trata sobre el cine y su rol como instrumento de propaganda, dada la influencia que ejerce en los espectadores, en ese sentido, podemos decir que el autor busca hacernos conscientes de ese rol que cumple la industria cinematográfica.

Rpta.: C

2. En el texto, el verbo APLASTAR se puede reemplazar por humillar

- A) humillar. B) machucar. C) vituperar. D) castigar. E) derrotar.

Solución:

El verbo APLASTAR hace referencia a que dicho héroe soviético logró vencer al enemigo invasor, en ese sentido, trasmite la idea de derrotar.

Rpta.: E

3. Se deduce del texto que el papel que cumple el cine como medio de comunicación de masas podría ser subversivo, porque
- A) difunden idearios políticos que podrían derrocar regímenes políticos.
 - B) las técnicas empleadas por los directores son siempre innovadoras.
 - C) no siempre son del agrado de todos los asistentes a las salas de cine.
 - D) las películas de ciencia ficción han influido en el desarrollo científico.
 - E) difunden modas y estilos de vida ajenos a la cultura y sociedad propias.

Solución:

En el texto se afirma que el cine «como medio de comunicación de masas ha servido para reflejar los idearios políticos del poder» para fortalecer la idea de que el peso de las películas de acción estadounidense consumidas en Corea del Norte es tan que podría traerse abajo el régimen comunista de ese país.

Rpta.: A

4. No se condice con el texto sostener que durante la Guerra Fría Hollywood descartó realizar películas con connotaciones políticas porque
- A) el único interés que persigue la industria cinematográfica es crematístico.
 - B) es monitoreado por la Academia de Artes y Ciencias Cinematográficas.
 - C) a su masiva audiencia mundial solo le interesa el entretenimiento *per se*.
 - D) produjo muchas películas donde mostraban al soviético como el enemigo.
 - E) la realización de dichas películas demanda inversiones multimillonarias.

Solución:

En el texto se afirma que en plena Guerra Fría, «Hollywood produjo un millar de películas donde el malvado enemigo era el soviético», en ese sentido, decir que descartó producir películas con connotaciones políticas es expresar una falsedad.

Rpta.: D

5. Si la música reflejara los idearios políticos del poder,
- A) James Cameron dejaría el cine para ser productor de música rap.
 - B) algunas canciones serían peligrosas para gobiernos dictatoriales.
 - C) el hip hop sería el género musical con mayores ventas de discos.
 - D) Eminem sería considerado un paladín de los derechos humanos.
 - E) géneros como la bachata y la balada perderían a sus aficionados.

Solución:

En el texto se afirma que el cine, en tanto tiene la capacidad de reflejar los idearios políticos, podría contribuir a la caída del comunismo en Corea del Norte, en ese sentido, si la música también tuviera esa característica, podríamos pensar que también sería capaz de contribuir a acabar con gobiernos dictatoriales.

Rpta.: B

SECCIÓN B

TEXTO 1

El Frente Occidental fue uno de los principales escenarios bélicos de la Primera Guerra Mundial (llamada también Gran Guerra). Tras el estallido del conflicto el 28 de julio de 1914, provocado por el asesinato del archiduque Francisco Fernando, el ejército alemán decidió abrir este frente consiguiendo el control militar de las regiones industriales más importantes de Francia, para lo cual necesitó concentrar todo su poder bélico en esa zona. De esta manera, el Frente Occidental sería tristemente célebre por haberse convertido en un campo de batalla en el que murieron millones de hombres que se enfrentaron entre ellos desde las largas e insalubres trincheras. En estos frágiles refugios, los soldados sobrevivían como podían, sin las más mínimas condiciones de higiene.

En el transcurso de la guerra, las trincheras fueron construidas con sacos de arena, hormigón y kilómetros de púas de alambre, y si bien estos se vieron protegidos de las balas de sus enemigos, no obstante **sufrieron** en su interior por las inclemencias del clima y las plagas, como la humedad, el frío, los piojos, las pulgas, y las ratas; además que los soldados compartían su día a día con la muerte, al verse obligados a contemplar cómo los cadáveres de sus amigos (y también de sus enemigos) se descomponían frente a sus trincheras. Esto hacía que la vida en las trincheras sea agotadora física y mentalmente, además que el sueño y el cansancio también contribuían a la derrota moral. Víctimas de la depresión, el agotamiento y sin apenas ánimos para vivir y seguir luchando, muchos de ellos sufrían graves desórdenes mentales.

Sadurni, J. (12/10/2022) La guerra de trincheras durante la primera guerra mundial. *National Geographic*. https://historia.nationalgeographic.com.es/a/guerra-trincheras-durante-primera-guerra-mundial_18390. (Texto editado)



Sanz, J. (2/05/2021). Bienvenido al infierno. Mi viaje en el tiempo a las trincheras de la primera guerra mundial. Imagen extraída de <https://historiasdelahistoria.com/wordpress-2.3.1-ES-0.1-FULL/wp-content/uploads/2021/05/TheTrenches.jpg>. (Imagen editada)

1. En el texto, el término SUFRIR implica
- A) dolor. B) gravedad. C) adversidad. D) crueldad. E) insania.

Solución:

Este término se refiere a una acción de padecimiento que es provocada por las condiciones contrarias al bienestar en las que se encontraban los soldados.

Rpta.: C

2. El autor tiene la intención principal de
- A) definir qué es una trinchera, describir los materiales con los que se construyeron y explicar las consecuencias de su empleo.
B) explicar la causa que desencadenó la Primera Guerra Mundial, el primer conflicto bélico de mayor envergadura del siglo XX.
C) describir los hechos de armas más trascendentales que tuvieron lugar en el Frente Occidental de la Primera Guerra Mundial.
D) criticar el empleo de trincheras por los ejércitos alemanes y franceses que pelearon en el Frente Occidental en 1914.
E) exponer sobre las condiciones adversas en las que se encontraban los soldados en las trincheras durante la Gran Guerra.

Solución:

Tanto el texto como la foto brindan información sobre las condiciones en las que se encontraban los soldados en las trincheras y cómo estas repercutían en ellos.

Rpta.: E

3. Es incompatible con el texto sostener que la sobrevivencia de los soldados en las trincheras estaba garantizada porque
- A) los franceses e ingleses utilizaron el gas mostaza.
B) en ellas, los soldados se encontraban vulnerables.
C) estas eran poco profundas y los dejaba expuestos.
D) la distancia entre trinchera y trinchera era mínima.
E) muchas de ellas eran destruidas por las explosiones.

Solución:

En el texto se afirma que en las trincheras «los soldados sobrevivían como podían, sin las más mínimas condiciones de higiene», es decir, están vulnerables; en ese sentido, decir que la seguridad estaba garantizada, es expresar una falsedad.

Rpta.: B

4. Teniendo en cuenta el desarrollo textual y la fotografía, podemos inferir que los soldados que se observan,
- A) están descansando para reponer sus fuerzas y continuar luchando.
B) deseaban con mucha esperanza ser relevados por otro contingente.
C) acaban de luchar denodadamente contra el enemigo en una batalla.
D) no se encuentran en la mejor de sus condiciones físicas y mentales.
E) por la forma de sus cascos, son británicos combatiendo en Francia.

Solución:

En el texto se afirma que el mayor estrago que sufrieron los soldados en las trincheras fue el agotamiento moral y físico. En la fotografía observamos a soldados agobiados, descansando, lo que nos permite concluir que no se encuentran bien.

Rpta.: D

5. Si los soldados en las trincheras hubieran estado protegidos de la intemperie, los parásitos y las ratas, y exentos de ver directamente la muerte,
- A) ellos tendrían la entereza para resistir los embates de la guerra.
 - B) el número de fallecidos se reduciría en los ejércitos enfrentados.
 - C) la presencia del personal médico militar carecería de necesidad.
 - D) los enfrentamientos serían menos recurrentes, pero más crueles.
 - E) los soldados alemanes serían menos valientes que los franceses.

Solución:

En el texto se afirma que los soldados en las trincheras vivían en condiciones que mellaban su salud y su moral, lo que provocaba agotamiento físico y mental; en ese sentido, de no haber sido estas las condiciones, es posible que hayan tenido entereza para soportar el horror de la guerra.

Rpta.: A**TEXTO 2****Texto A**

«Mi vida aquí es como estar en una cárcel. El gerente de la empresa me dijo: «Si quieres quedarte en Qatar, cierra la boca y sigue trabajando». Me sentí muy **mal**», nos cuenta resignadamente Deepak, un obrero metalúrgico que trabaja en las obras de remodelación del estadio Jalifa, que será sede de partidos del mundial en Qatar. Así como él, miles de inmigrantes trabajadores procedentes de Bangladesh, India y Nepal están siendo explotados de una manera cruel e inmoral. Algunos de ellos son objeto de trabajo forzado, no pueden cambiar de trabajo, no pueden salir del país, e incluso tienen que esperar meses para cobrar sus salarios; mientras que la FIFA, sus patrocinadores y las empresas de construcción implicadas se preparan para obtener ingentes beneficios económicos de la celebración del torneo.

Entre las formas de explotación que sufren los trabajadores inmigrantes de las obras del estadio Jalifa, hemos encontrado el pago de altas comisiones por la vacante laboral, terribles condiciones de vida en sus alojamientos (viven hacinados y sin aire acondicionado), retrasos en los pagos del salario (lo que implica un gran abuso porque compromete la subsistencia del trabajador inmigrante y la de sus familias en sus respectivos países), estar impedidos de dejar el estadio, alrededores y de cambiar de trabajo. Por estas razones, es decir, por el atropello a los derechos laborales de las personas, manifestado en el abuso en contra de trabajadores inmigrantes, es que nos oponemos a la realización del mundial de fútbol en Qatar y propugnamos boicotear dicho certamen deportivo.

Amnistía Internacional. (2022) Qatar, la copa mundial de la vergüenza. <https://www.amnesty.org/es/latest/campaigns/2016/03/qatar-world-cup-of-shame/>. (Texto editado)

Texto B

«Hoy en día vivimos momentos turbulentos en todo el mundo. Nuestro mundo es agresivo y necesitamos ocasiones para unir a la gente en paz, y la Copa Mundial servirá precisamente para esto». Fueron las palabras del presidente de la FIFA, Gianni Infantino, durante el sorteo de las selecciones que competirán en el mundial de fútbol a realizarse en Catar. Un mundial,

por cierto, cuestionado sin base alguna, y amenazado con un boicot a escala mundial. Se denuncia, basándose en especulaciones, que Catar ha comprado el mundial, pero no se demuestra prueba de ello. Se acusa a Catar de ser un país violador de derechos humanos, en donde la homosexualidad es un crimen que se castiga con prisión, para invalidar que sea sede del mundial de fútbol, pero no se dijo nada cuando Rusia fue sede del mundial 2018 pese a que Rusia es un país homofóbico. Y en lo que respecta al trato legal de los trabajadores inmigrantes, gracias a las conclusiones de Amnistía Internacional que denunció abusos a dichos trabajadores, desde 2017 el gobierno catari implementó medidas para protegerlos, tanto del calor excesivo (mejorando las condiciones de los lugares donde vivían), como en las condiciones laborales, como por ejemplo reduciendo sus horas de trabajo y aboliendo el kafala (un sistema que prohibía a los trabajadores migrantes dejar sus trabajos sin el consentimiento de sus empleadores), dijo el secretario general de Catar 2022, Hassan Al-Thawadi. Por esto es que, en tanto no hay razón alguna para cuestionar a Catar como sede del mundial de fútbol, recusamos el boicot propuesto en contra del mundial.

BBC News Mundo. (01/04/2022). Qatar 2022: ¿por qué es tan polémico el mundial de fútbol? <https://www.bbc.com/mundo/noticias-60956441>. (Texto editado)

1. El texto A y el texto B tensionan sobre
 - A) la FIFA como organizador del Mundial.
 - B) las repercusiones sociales del Mundial.
 - C) la situación de los inmigrantes Cataríes.
 - D) el boicot en contra del mundial de Catar.
 - E) las leyes laboras de inmigrantes en Catar.

Solución:

Ambos textos tensionan sobre el boicot en contra del Mundial de Fútbol de Catar. En el texto A se argumenta a favor; en el texto B, en contra.

Rpta: D

2. En el texto A, el término MAL connota

A) enfermedad.	B) humillación.	C) pesadumbre.
D) docilidad.	E) humildad.	

Solución:

En el texto, el término MAL transmite la idea de que Deepak se sintió afectado en su moral, en su honra, por las palabras proferidas por su jefe, es decir, se sintió humillado.

Rpta.: B

3. Es incompatible con el texto A sostener que el padecimiento que sufren los trabajadores inmigrantes se restringe a las condiciones laborales porque
 - A) después del trabajo, disfrutarán del Mundial.
 - B) también tienen que aprender el idioma árabe.
 - C) la legislación laboral mejora continuamente.
 - D) han podido mejorar sus economías familiares.
 - E) también sufren en las viviendas donde moran.

Solución:

En el texto A se afirma que los trabajadores inmigrantes no solo tienen una situación adversa en el trabajo, sino también en donde viven, ya que lo hacen en condiciones de hacinamiento y sin aire acondicionado; en ese sentido, afirmar que el padecimiento es restringido solo al ámbito laboral, es expresar una incompatibilidad.

Rpta.: E

4. Se puede colegir del texto B que la redacción de la BBC no rechaza que Catar sea un país homofóbico, ya que
- A) ha demostrado que en dicho país se viene mejorando las condiciones laborales y de vivienda de los trabajadores inmigrantes pobres.
 - B) las prohibiciones que tienen respecto a las expresiones de afecto no son por rechazo a la identidad sexual, sino por su religión.
 - C) en vez de negarlo exponiendo argumentos, trae a colación el caso de Rusia para refutar el cuestionamiento que el Mundial sea en Catar.
 - D) el ser sede del Mundial de Fútbol, permitirá que las autoridades cataríes sean más tolerantes y puedan legislar en favor de las minorías.
 - E) no restringirán el arribo de personas homosexuales, ni les impedirán ingresar a los estadios de fútbol durante su estadía en dicho país.

Solución:

En el texto B, cuando el autor menciona que en Catar la homosexualidad es ilegal, no brinda argumento que nieguen ese aserto, sino que trae a colación que Rusia es un país homofóbico a fin de rechazar que el cuestionamiento que en Catar se realice el mundial; en ese sentido, podemos concluir, como se expresa en la pregunta, que la BBC no rechaza que Catar sea un país homofóbico.

Rpta.: C

5. Si Amnistía Internacional hubiera descartado investigar sobre el caso de los trabajadores inmigrantes en Catar,
- A) las medidas en favor de los trabajadores jamás se habrían implementado.
 - B) centraría su preocupación en las condiciones laborales de los homosexuales.
 - C) el campeonato Mundial de Fútbol sería un éxito de audiencia a nivel mundial.
 - D) provocarían la objeción categórica de la Organización de las Naciones Unidas.
 - E) el boicot propuesto en contra del mundial de fútbol de Catar perdería asidero.

Solución:

En el texto B se afirma que «en lo que respecta al trato legal de los trabajadores inmigrantes, gracias a las conclusiones de Amnistía Internacional que denunció abusos a dichos trabajadores, desde 2017 el gobierno catarí implementó medidas para protegerlos»; en ese sentido, de haber descartado investigar el caso de los trabajadores inmigrantes, no habría tenido un impacto en favor de los trabajadores.

Rpta.: A**TEXTO 3**

La incapacidad del coloniaje para organizar la economía peruana sobre sus naturales bases agrícolas se explica por el tipo de colonizador que nos tocó. Mientras en Norteamérica la colonización depositó los gérmenes de un espíritu y una economía que se plasmaban entonces en Europa y a los cuales pertenecía el porvenir, a la América española trajo los

efectos y los métodos de un espíritu y una economía que declinaba ya y a los cuales no pertenecía sino el pasado. A propósito, José Vasconcelos, en su reciente *Indología*, sostiene que podemos comprender el porqué de las diferencias entre el enorme progreso de los sajones en el norte y el lento paso desorientado de los latinos del sur, prestando atención a los regímenes de propiedad de uno y otro.

Siguiendo esta reflexión, encontramos que en el Norte no hubo reyes que estuviesen disponiendo de la tierra ajena como de cosa propia. Los colonizadores del norte fueron desarrollando un sistema de propiedad privada en el cual cada quien pagaba el precio de su tierra y no ocupaba sino la extensión que podía cultivar, conduciendo a que se establezcan haciendas en vez de encomiendas, y en vez de una aristocracia guerrera y agrícola, con timbres de turbio abolengo real, se desarrollaron una aristocracia de la aptitud, y una democracia que en sus comienzos no reconoció más preceptos que los del lema francés: libertad, igualdad y fraternidad.

Los hombres del norte fueron conquistando la selva virgen, pero no permitían que el general victorioso en la lucha contra los indios se apoderase, a la manera antigua nuestra, «hasta donde alcanza la vista»; y las tierras recién conquistadas no quedaban tampoco a merced del soberano para que las repartiese a su arbitrio, creando una abyecta nobleza de doble condición moral: lacayuna ante el soberano e insolente y opresora del más débil.

En el Norte, la República coincidió con el gran movimiento de expansión y **apartó** una gran parte de las tierras buenas pero no para emplearlas en crear ducados, ni en premiar servicios patrióticos, sino para que sean destinadas al fomento de la instrucción popular, asegurando así el servicio de la enseñanza. Y cada vez que se levantaba una nueva ciudad en medio del desierto no era el régimen de concesión, el régimen de favor, el que primaba, sino el remate público de los lotes, con la limitación de que una sola persona no pudiera adquirir muchos lotes a la vez. De este sabio y justiciero régimen social procede el gran poderío norteamericano, y por no haber procedido en forma semejante, nosotros hemos ido caminando tantas veces para atrás.

Mariátegui, J. (2007) *7 ensayos de interpretación de la realidad peruana*. Caracas: Biblioteca Ayacucho, pp.46-50. (Texto editado)

1. El tema central del texto es

- A) las diferencias entre los colonizadores europeos.
- B) la repartija de la tierra en la conquista de América.
- C) la razón del porqué Perú no es un país próspero.
- D) las características del colonizador de Norteamérica.
- E) la incapacidad del colonizador europeo en el Perú.

Solución:

En el texto, Mariátegui nos explica a qué se debe la precariedad de Perú, y lo hace, comparando la mentalidad de su colonizador con la del colonizador de Norteamérica.

Rpta.: C

2. En el texto, el termino APARTAR connota

- A) restricción. B) separación. C) escisión. D) ruptura. E) expropiación.

Solución:

Dicho término trasmite la idea de que el régimen republicano seleccionó algunas tierras para destinarlas exclusivamente para la educación, y no para otros fines.

Rpta.: A

3. Es incompatible con el texto sostener que el soberano de los colonizadores de Norteamérica propició el surgimiento de una nobleza vil porque
- A) en América del Norte se buscó el exterminio de la población indígena.
 - B) los colonizadores ingleses fueron expulsados por el rey por su religión.
 - C) a los colonizadores ingleses solo les interesaba la explotación de oro.
 - D) Norteamérica fue conquistada para ser sede de la monarquía inglesa.
 - E) él estaba impedido de disponer a su antojo de las tierras conquistadas.

Solución:

En el texto se afirma que «las tierras recién conquistadas no quedaban tampoco a merced del soberano y para que las repartiase a su arbitrio, creando una abyecta nobleza de doble condición moral», en ese sentido, afirmar que propició el surgimiento de una nobleza vil, como se dice en la pregunta, es expresar una incompatibilidad.

Rpta.: E

4. Basándonos en el parangón que José Carlos Mariátegui establece, a lo largo de la lectura, entre el colonizador de Norteamérica y del Perú, podemos colegir que
- A) el autor tiene una aversión acérrima, aunque soterrada, por los conquistadores peninsulares.
 - B) plantea que la mentalidad de uno y otro influyó en el devenir de las tierras que conquistaron.
 - C) preferiría que el imperio de los incas hubiera sido conquistado por los colonizadores anglosajones.
 - D) es discutible, ya que se basa únicamente en el libro de José Vasconcelos y no en otros trabajos.
 - E) contradice su posición ideológica y política, en tanto ensalza los aciertos del sistema capitalista.

Solución:

A lo largo de la lectura, sobre todo al inicio y al final, Mariátegui sostiene que las diferencias actuales que registran Norteamérica y Perú son explicadas por las diferencias de sus colonizadores, quienes, de acuerdo con sus respectivas mentalidades, llevaron a la práctica formas diferentes de conquistas.

Rpta.: B

5. Si los colonizadores de Perú hubieran procedido del mismo modo que los colonizadores de Norteamérica,
- A) el mestizaje sería implausible.
 - B) la educación sería de calidad.
 - C) las haciendas serían abolidas.
 - D) Perú sería un país poderoso.
 - E) se descartaría practicar la mita.

Solución:

En el texto se afirma que por el proceder de los colonizadores de Norteamérica, este es un país con gran poderío, muy diferente al proceder de los colonizadores de Perú; en ese sentido, si estos hubieran tenido el proceder de aquellos, es posible pensar que Perú sería un país poderoso.

Rpta.: D

SECCIÓN C

PASSAGE 1

Today, reminders to "smile" are **ubiquitous**, printed on refrigerator magnets, advertisements, self-help books, and occasionally tossed around by well-meaning strangers. But the truth is much more sinister: only six of the 19 different types of smiles are produced when we are amused. The rest are produced when we are in pain, embarrassed, uncomfortable, horrified or even miserable. A smile can mean contempt, anger, or disbelief, that we are lying or that we have lost.

While genuine, joyful smiles exist as a reward when we have done something useful for our survival, "unhappy" smiles have less to do with how we feel inside and more to do with what we want to signal to others. Many are polite gestures that show we're following the rules, but they can also be an effective way to manipulate others or distract them from our true feelings. Often, the universal symbol of happiness is used as a mask.

Gorvett, Z. (April 10, 2017). "There are 19 types of smiles but only six are for happiness". In *BBC Future*. Retrieved < <https://www.bbc.com/future/article/20170407-why-all-smiles-are-not-the-same> >

TRADUCCIÓN

Hoy en día, los recordatorios para «sonreír» son **omnipresentes**, están impresos en imanes de nevera, anuncios, libros de autoayuda y, en ocasiones, los arrojan extraños bien intencionados. Pero la verdad es mucho más siniestra: solo seis de los 19 tipos diferentes de sonrisas se producen cuando nos divertimos. El resto se produce cuando estamos adoloridos, avergonzados, incómodos, horrorizados o incluso desdichados. Una sonrisa puede significar desprecio, enfado o incredulidad, que estamos mintiendo o que nos hemos perdido.

Mientras que las sonrisas genuinas y alegres existen como recompensa cuando hemos hecho algo útil para nuestra supervivencia, las sonrisas «infelices» tienen menos que ver con cómo nos sentimos por dentro y más con lo que queremos señalar a los demás. Muchos son gestos de cortesía que demuestran que estamos siguiendo las reglas, pero también pueden ser una forma efectiva de manipular a los demás o distraerlos de nuestros verdaderos sentimientos. A menudo, el símbolo universal de la felicidad se usa como máscara.

1. The main intention of the author of the text is
 - A) to explain that a smile is not necessarily related to happiness.
 - B) to describe the ability of human beings to hide their emotions.
 - C) to expose the 19 types of smiles and the meaning of each one.
 - D) to show that there are only six smiles of happiness in the world.
 - E) to clarify the main difference between smiling and being happy.

Solution:

The author of the text mainly explains that smiling is not intrinsically related to happiness.

Key: A

2. The word UBIQUITOUS can be replaced by

A) general.	B) dynamic.	C) ordinary.
D) universal.	E) omnipresent.	

Solution:

The word UBIQUITOUS can be replaced by OMNIPRESENT.

Key: E

3. It is possible to infer that smile
- A) is intrinsically related to human survival mechanisms.
 - B) is a biological response originated by social stimuli.
 - C) is a way of facially expressing a feeling of satisfaction.
 - D) is an expression generated by flexing 17 facial muscles.
 - E) is visually attractive when it evidences positive feelings.

Solution:

A smile can serve as a social courtesy, to express our emotions or to mask them. Therefore, it is related to our survival mechanisms.

Key: A

4. It is incompatible to affirm that a smile
- A) has a routine appearance in merchandising.
 - B) can be considered a socially imposed courtesy.
 - C) is offered by both acquaintances and strangers.
 - D) can represent up to four different emotions.
 - E) is sometimes used to mask negative feelings.

Solution:

There are up to 19 types of smiles and each one expresses something different. It is false that it represents at most four emotions.

Key: D

5. If walking down the street, a stranger offers you a smile,
- A) it is because he is a happy person.
 - B) it may be a well-meaning courtesy.
 - C) he hopes to improve the lives of others.
 - D) the world would be a better place.
 - E) it is their response to loneliness.

Solution:

If a person gives a smile to a stranger, it is probably a social courtesy.

Key: B

PASSAGE 2

For every 2,000 steps per day, the risk of premature death can **decrease** by 8 to 11 percent, according to research published in JAMA Internal Medicine. Along with the results of a related study published in JAMA Neurology, researchers also found that more walking, accumulating up to about 10,000 steps a day, was associated with a reduction in the occurrence of cardiovascular disease (including heart disease, stroke, and heart failure), 13 types of cancer and dementia.

In addition, these studies found that health benefits can also be achieved by taking fewer steps. For example, walking about 9,800 steps a day was found to decrease the risk of dementia by 50%, but the risk of dementia was reduced by 25% for those who walked as few as 3,800 steps a day.

Walking at a faster pace, or increasing the intensity of walking, also has health benefits, and intensity amplifies the results. Walking at a faster pace was associated with a lower risk of

dementia, heart disease, cancer, and premature death, beyond the benefit accrued by the number of daily steps.

Searing, L. (October 4, 2022). "Every 2,000 steps a day could help keep premature death at bay". In *The Washington Post*. Retrieved from <<https://www.washingtonpost.com/wellness/2022/10/04/walk-more-steps-live-longer/>>

TRADUCCIÓN

Por cada 2000 pasos diarios, el riesgo de muerte prematura puede **disminuir** entre un 8 y un 11 por ciento, según una investigación publicada en JAMA Internal Medicine. Junto con los resultados de un estudio relacionado publicado en JAMA Neurology, los investigadores también descubrieron que caminar más, acumulando hasta unos 10000 pasos al día, se asociaba a una reducción de la aparición de enfermedades cardiovasculares (incluidas las cardiopatías, los accidentes cerebrovasculares y la insuficiencia cardíaca), 13 tipos de cáncer y la demencia.

Además, estos estudios descubrieron que también se pueden conseguir beneficios para la salud dando menos pasos. Por ejemplo, se descubrió que caminar unos 9.800 pasos al día disminuía el riesgo de demencia en un 50%, pero el riesgo de demencia se reducía en un 25% para aquellos que caminaban tan sólo 3.800 pasos al día.

Caminar a un ritmo más rápido, o aumentar la intensidad de la marcha, también tiene beneficios para la salud, y la intensidad amplifica los resultados. Caminar a un ritmo más rápido se asoció con un menor riesgo de demencia, enfermedades cardíacas, cáncer y muerte prematura, más allá del beneficio acumulado por el número de pasos diarios.

1. What is the best summary?

- A) Recent research affirms that daily physical activity protects the heart and reduces stress.
- B) Scientists associate an increased risk of mortality when daily physical activity is minimal.
- C) Studies have shown that walking reduces the risk of disease onset and premature death.
- D) Studies have found that people can reduce the risk of stroke by walking a few hours a week.
- E) Walking has been shown to contribute to an active and healthier lifestyle than other exercises.

Solution:

The text talks about studies that reveal that walking improves health and reduces the risk of premature death.

Key: C

2. The contextual antonym of the verb DECREASE is

- A) to undermine.
- B) to diminish.
- C) to thicken.
- D) to increase.
- E) to weaken.

Solution:

The contextual antonym of the verb DECREASE is TO INCREASE.

Key: D

3. It can be deduced that going jogging every day
- A) strengthens the cardiac musculature.
 - B) could guarantee a healthier old age.
 - C) controls diseases such as diabetes.
 - D) will improve the body's musculature.
 - E) promotes rapid and safe weight loss.

Solution:

Jogging is a type of exercise like running but slower. The text states that walking at a higher intensity brings better health benefits, so daily jogging could ensure a healthier old age.

Key: B

4. It is incompatible to affirm that leading a sedentary lifestyle is beneficial for the organism because
- A) doing physical activity decreases the probability of putting one's health at risk.
 - B) physical inactivity is a global pandemic with important health consequences.
 - C) not moving for prolonged periods of time increases the risk of hereditary diseases.
 - D) it is enough to walk just 10 minutes every day at a brisk pace to be long-lived.
 - E) regular exercise helps treat depression and anxiety, reduce stress, and sleep better.

Solution:

A sedentary lifestyle implies not engaging in physical activity. It cannot be asserted that this is beneficial because the text states that physical activity improves health and prevents disease.

Key: A

5. If a person were to walk more than 10,000 steps daily,
- A) the risk of dementia would be reduced by 75% compared to the rest.
 - B) he would undoubtedly have a healthy appearance and a slim build.
 - C) he would be less likely to suffer from cancer or cardiovascular disease.
 - D) he would probably be part of the study published in JAMA Neurology.
 - E) he will significantly increase the likelihood of getting arthritis in his old age.

Solution:

"Researchers also found that more walking, accumulating up to about 10,000 steps a day, was associated with a reduction in the occurrence of cardiovascular disease (including heart disease, stroke, and heart failure), 13 types of cancer and dementia."

Key: C

Habilidad Lógico Matemática

EJERCICIOS DE CLASE

1. Carmen debe pagar un dulce que cuesta S/ 21,6 usando monedas de S/ 1; S/ 2; S/ 0,5 y S/ 0,1. Si utiliza los cuatro tipos de monedas, ¿cuál es la diferencia entre la máxima y mínima cantidad de monedas que puede utilizar respectivamente?

A) 184 B) 190 C) 171 D) 194 E) 178

Solución:

Denominación: 1 2 0,5 0,1

de monedas: a b c d

Queremos: 21,6

Luego: $21,6 = 1 \cdot a + 2 \cdot b + 0,5c + 0,1d$

Multiplicando por 10, tenemos: $216 = 10a + 20b + 5c + 1d$

1) Para la máxima cantidad de monedas:

$$216 = 10(1) + 20(1) + 5(1) + 1(181)$$

N° de monedas: 184

1) Para la mínima cantidad de monedas:

$$216 = 10(1) + 20(10) + 5(1) + 1(1)$$

N° de monedas: 13

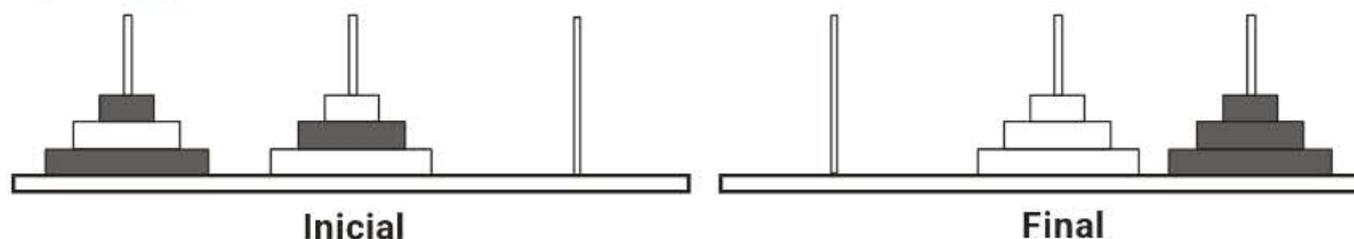
Luego, la diferencia positiva: 171.

Rpta.: C

2. Se dispone de tres pares de discos de igual tamaño, pero de colores diferentes. Se tienen que pasar los discos de la posición inicial del esquema a la posición final siguiendo las siguientes reglas:

- Sólo puedes mover un disco cada vez que vas a pasarlo de un palo a otro.
- No se puede poner nunca un disco sobre otro más pequeño (se debe poner sobre un igual o más grande).

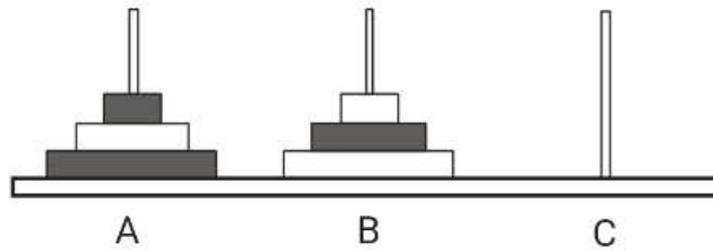
¿Cuál es el menor número de movimientos necesarios?



A) 14 B) 19 C) 16 D) 15 E) 18

Solución:

1) Denotemos cada lugar con las letras: A, B, C



- 2) Se tiene la secuencia de 19 movimientos:
 A-C, B-C, A-B, C-B, C-B, A-C, B-C, B-C, B-A, C-A,
 C-A, B-C, A-C, A-C, A-B, C-A.
 Por lo tanto 16 movimientos

Rpta.: C

3. Una empresa importadora de autos y repuestos, en los últimos 10 años hizo un estudio sobre venta de autos y dedujo que el mes con más ventas es diciembre. Además, se concluyó que la cantidad de autos vendidos en este mes está dado por la ecuación:

$$V(x) = x^2 - 60x + 1150$$

Donde $V(x)$ es el número de autos vendidos en el mes de diciembre y x representa el ahorro promedio en miles de soles que los clientes han alcanzado para la compra de un auto. ¿Cuál es el mínimo número de autos que se venderá en el próximo mes de diciembre?

- A) 250 B) 200 C) 400 D) 500 E) 450

Solución:

La cantidad de autos vendidos está dada por la ecuación:

$$V(x) = x^2 - 60x + 1150$$

Completando cuadrados tenemos:

$$V(x) = (x^2 - 2 \cdot 30x + 900) + 250$$

$$V(x) = 250 + (x - 30)^2$$

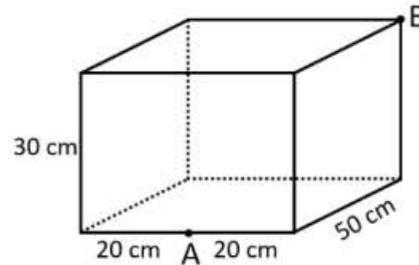
Cuando $(x - 30) = 0$ entonces $V_{\min} = 250$ y $x = 30$.

La venta de autos mínima en el mes de diciembre será de 250.

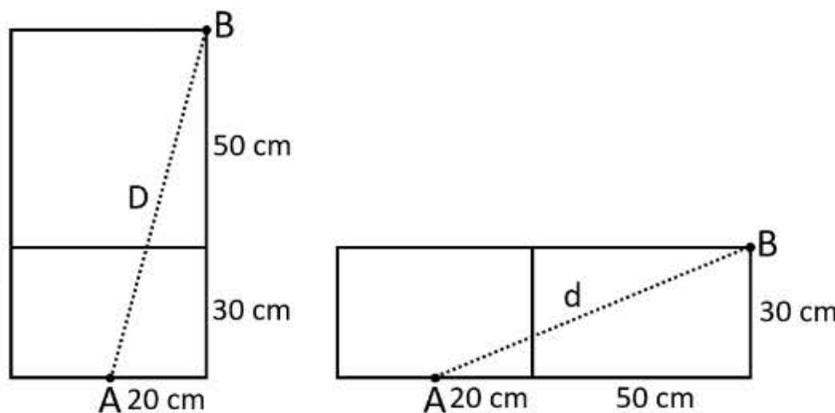
Rpta.:A

4. La figura representa una caja de cartón que tiene la forma de un paralelepípedo rectangular. Raúl quiere trazar con un lápiz una línea continua desde el punto A hasta el punto B sobre la superficie de la caja. Determine la longitud mínima del trazo que debe realizar Raúl.

- A) $10\sqrt{58}$ cm B) 160 cm
 C) $20\sqrt{17}$ cm D) 170 cm
 E) 180 cm



Solución:



$$D = \sqrt{20^2 + 80^2} = 20\sqrt{17}$$

$$d = \sqrt{30^2 + 70^2} = 10\sqrt{58}$$

Por lo tanto, longitud mínima es $10\sqrt{58}$ cm.

Rpta.:A

5. Matías vende en un día, de una a tres bolsas de caramelos de la marca A y de una a cinco bolsas de caramelos de la marca B. El costo de la bolsa de caramelos de la marca A es $S/12$ y de la marca B es de $S/10$. Vende las bolsas de caramelo a $S/25$ la unidad, sea de la marca A o de la marca B y en un determinado día vendió como máximo cinco bolsas entre ambos tipos, determine la máxima ganancia que obtuvo aquel día. De como respuesta la suma de sus cifras.

- A) 10 B) 11 C) 6 D) 7 E) 8

Solución:

- Ganancia por la venta de 1 bolsa caramelos de la marca A: $25-12=13$ soles
- Ganancia por la venta de 1 bolsa de caramelos de la marca B: $25 - 10=15$ soles
- Para obtener la máxima ganancia le conviene vender 1 bolsa de la marca A y cuatro bolsas de la marca B
- Ganancia máxima: $1(13)+4(15)=73$
- Suma de cifras: 10

Rpta.:A

6. Carmen vende galletas, que vienen en cajas de 5 unidades y 12 unidades. Los pedidos se atienden sin abrir las cajas. Así por ejemplo un pedido de 27 galletas, es atendido con 1 caja de 12 unidades y 3 cajas de 5 unidades. ¿Cuántas galletas, como máximo, tiene el pedido que Carmen no puede atender exactamente? Indique la suma de las cifras de dicho resultado.
- A) 6 B) 8 C) 11 D) 7 E) 5

Solución:

- 1) Usando solo cajas pequeñas se puede despachar: 5, 10, 15, 20, ...
- 2) Usando una caja de 12 y otras de 5 puede despachar: 12, 17, 22, 27, 32, 37, 42, 47
- 3) Usando dos cajas de 12 y otras de 5 puede despachar: 24, 29, 34, 39, 44, ...
- 4) Siguiendo este criterio, se observa que a partir de un pedido de 44 galletas cualquier pedido puede ser satisfecho.

Por lo tanto, el pedido máximo que no se puede despachar es de 43 galletas
 Suma de cifras = 7

Rpta.:D

7. Si todas las letras se dibujan de manera simétrica respecto al punto (0,2) ¿Cuál sería la alternativa correcta para la figura resultante?

A)

B)

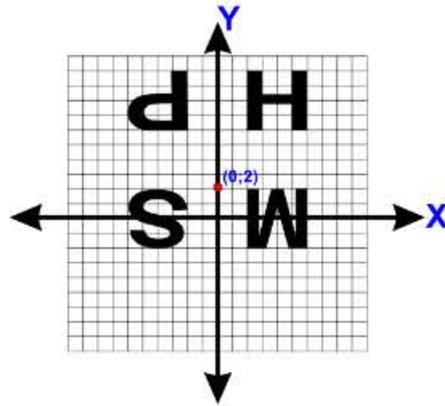
C)

D)

E)

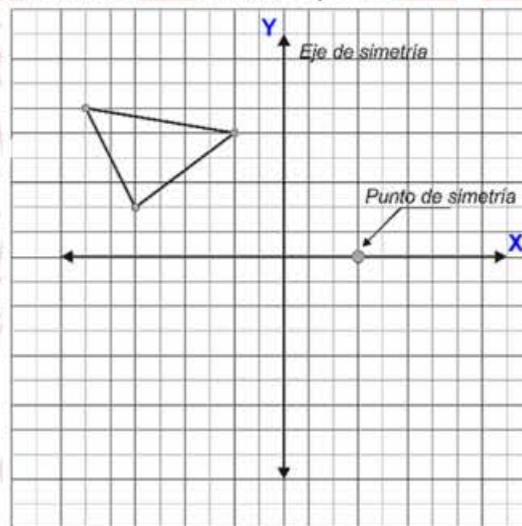
Solución:

Realizando la simetría con respecto a un punto se tiene



Rpta.:D

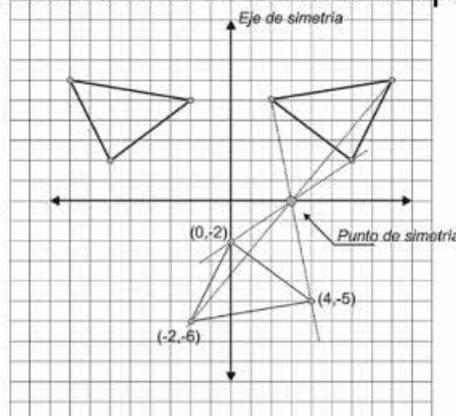
8. Luis ha dibujado en una hoja cuadriculada dos rectas perpendiculares y un triángulo como se muestra en la figura. A la figura triangular la refleja respecto del eje que se indica, y luego construye una figura simétrica usando como punto de simetría el punto que se indica. Si la hoja la usa como un plano coordenado, las rectas representan a los ejes coordenados, indique la suma de los números que forman las coordenadas de los vértices de la figura construida en el último paso.



- A) 5 B) -11 C) -4 D) 2 E) -7

Solución:

- 1) En la figura se indica el proceso de reflexión y los respectivos resultados.
- 2) La suma de los números de las coordenadas que se indican es -11.



Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En una plantación, la producción mensual de arroz está dada en kilogramos y depende de la cantidad de litros de agua por metro cuadrado utilizada en el riego, la cual está representada por x . Si la producción está dada por la función

$$P(x) = 1000x - x^2 - 200\,000$$

Donde $P(x)$ está en kilogramos de arroz por mes. ¿Cuál es la producción máxima de arroz en kilogramos que puede haber en un mes?

- A) 50 000 B) 20 000 C) 40 000 D) 500 000 E) 25 000

Solución:

La producción de arroz está dada por la ecuación:

$$P(x) = -(x^2 - 2.500x + 250\,000) - 200\,000 + 250\,000$$

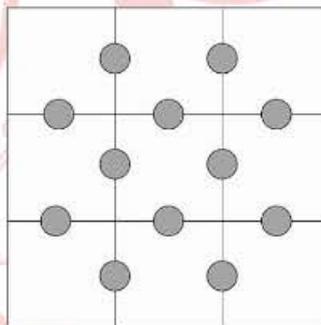
$$P(x) = 50\,000 - (x - 500)^2$$

Cuando la cantidad de agua por metro cuadrado al regar sea de 500 litros la producción mensual de arroz máxima puede ser 50 000 Kg.

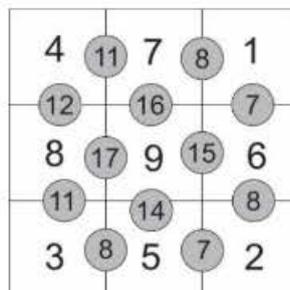
Rpta.: A

2. En las casillas cuadradas de la figura se deben escribir un número entero de 1 a 9, uno en cada casilla y sin repeticiones. En seguida en cada casilla circular se escribe la suma de los números que comparten ese lado. Calcule la suma máxima de los números escritos en todas las casillas circulares

- A) 125
B) 142
C) 134
D) 144
E) 135

**Solución:**

- Para que la suma sea máxima colocamos el 9 en la casilla central rodeado de los números 8, 7, 6 y 5.
- Los números 4, 3, 2 y 1 en las esquinas.



Por lo tanto, la suma máxima de las casillas circulares es 134.

Rpta.:C

3. María escribe números naturales de tres cifras tales que la cifra central sea mayor que la suma de las otras dos, por ejemplo 185 y 263. ¿Cuántos números diferentes podrá escribir María, como máximo?
- A) 144 B) 120 C) 96 D) 100 E) 72

Solución:

1) Si la suma de la primera y tercera cifras es k , para que la cifra central sea mayor que k debe ser $1 \leq k \leq 8$. En este caso, la cifra central puede ser $k+1, \dots, 9$ y se puede escoger de $9-k$ maneras.

2) La primera y tercera cifras se pueden escoger de k maneras para que sumen k , a saber 1 y $k-1, 2$ y $k-2, \dots, k-1$ y $1, k$ y 0 .

Por lo tanto, la cantidad máxima de números es:
 $8 \times 1 + 7 \times 2 + \dots + 1 \times 8 = 120$

Rpta.:B

4. Cierta Universidad ofrece un taller de capacitación. El costo de la inscripción por persona es de S/ 80 y asisten al taller 600 personas, pero por cada disminución de S/ 2 en la inscripción asisten 10 personas más, y por cada aumento de S/ 2 en la inscripción asisten 10 personas menos. Para obtener la máxima recaudación posible, ¿cuánto debe ser el costo de la inscripción a cobrar?
- A) S/ 80 B) S/ 60 C) S/ 40 D) S/ 100 E) S/ 120

Solución:

1) Del dato se tiene:
 Inscripción = S/ 80
 #personas = 600

2) Si se realizan " x " disminuciones en el costo de la inscripción, se tiene:

$$\text{Recaudación}_{\text{MAX}} = (80 - 2x)(600 + 10x) = 50000 - 20(x+10)^2$$

Se observa que no existe un " x " válido para obtener la recaudación máxima.

3) Si se realizan " x " aumentos en el costo de la inscripción, se tiene:

$$\text{Recaudación}_{\text{MAX}} = (80 + 2x)(600 - 10x) = 50000 - 20(x-10)^2$$

En este caso $x=10$ para que la recaudación sea máxima.

4) Entonces, el costo de inscripción a cobrar debe ser:

$$80 + 2(10) = 100 \text{ soles}$$

Rpta.:D

5. Un Club Social conformado por 1 826 socios va a elegir a su presidente entre 5 candidatos. Si nadie votó en blanco ni viciado, ¿con cuántos votos como mínimo es elegido el presidente?
- A) 364 B) 365 C) 366 D) 367 E) 368

Solución:

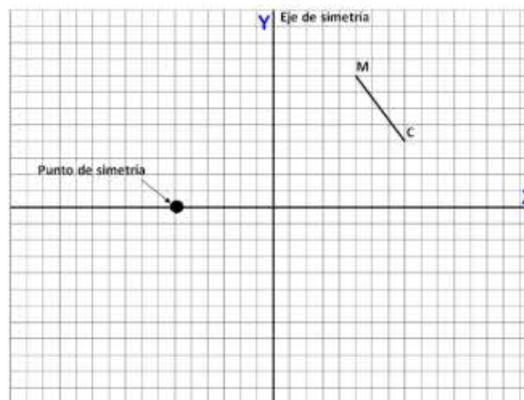
$$4x + (x+1) = 1826$$

$\Rightarrow x = 365$
 Se tiene: $x + 1 = 366$ votos

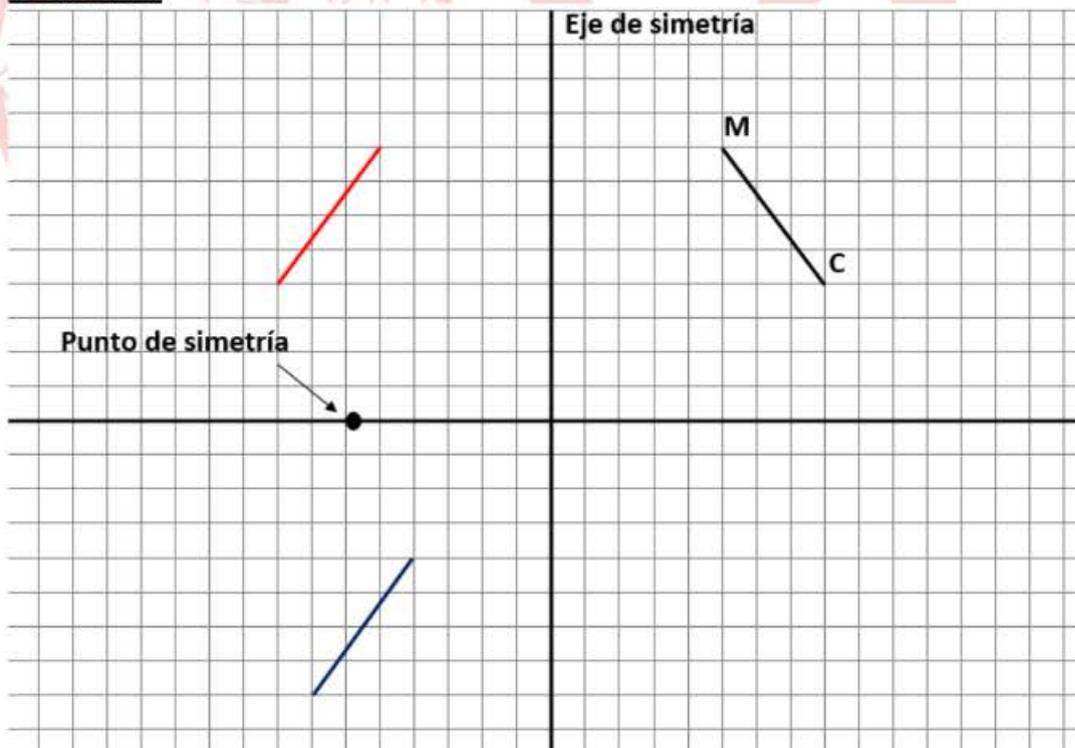
Rpta.:C

6. Carolina ha dibujado en una hoja cuadriculada dos rectas perpendiculares y la línea MC como se muestra en la figura. A la línea MC la refleja respecto del eje que se indica, y luego a partir de esta última figura construye una figura simétrica usando como punto de simetría el punto que se indica. Si la hoja la usa como un plano coordenado (donde cada cuadradito es una unidad) y las rectas representan a los ejes coordenados, indique la suma de los números que forman las coordenadas de los puntos M y C de la figura construida en el último paso.

- A) -15 u B) -11 u
- C) -24 u D) -23 u
- E) -27 u



Solución:

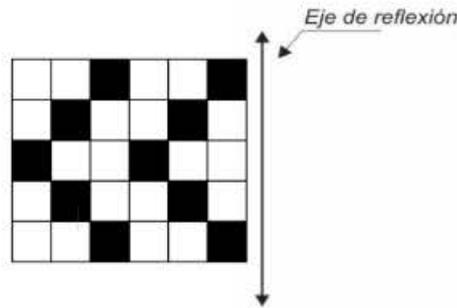


Los puntos serían $(-4;-4)$, $(-7;-8)$, la suma es -23 .

Rpta.:D

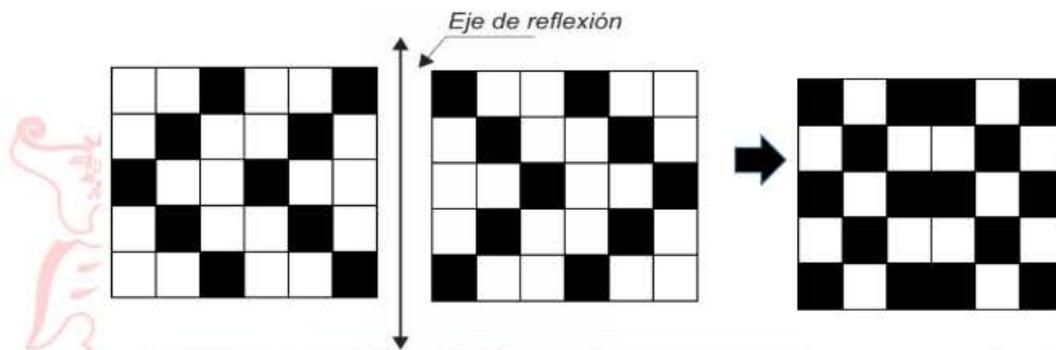
7. En la figura se muestra una cuadrícula (hecha sobre una lámina transparente) formada por 30 cuadrados congruentes de 1 cm de lado y un eje de reflexión paralelo a uno de los lados del rectángulo. Si la imagen reflejada se dibuja en otra lámina transparente y luego se superpone, sin rotarla, sobre la lámina original, ¿cuál es la suma de las áreas de todas las regiones sombreadas que resultan en la imagen final?

- A) 16 cm²
- B) 24 cm²
- C) 12 cm²
- D) 18 cm²
- E) 14 cm²



Solución:

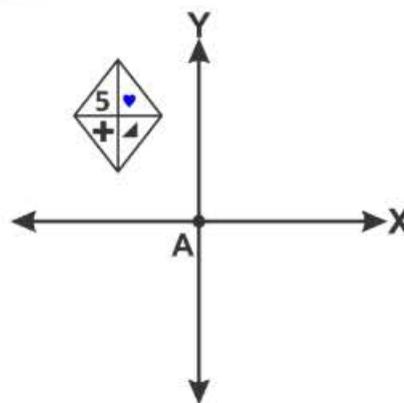
En la figura se indica el resultado de la reflexión y superposición de las figuras.



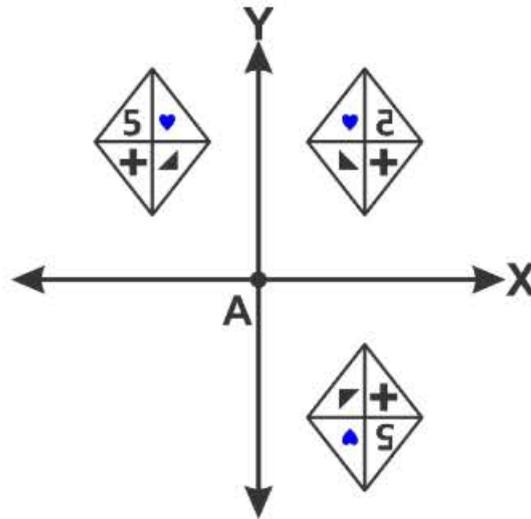
Cada cuadradito de la figura resultante tiene un área de 1 cm². La región sombreada resultante está formada por 16 de estos cuadrados. Por lo tanto, el área sombreada es 16 cm².

Rpta.:A

8. En la figura, se muestra una ficha en forma de rombo a la cual se realizará dos simetrías, primero con respecto al eje "Y" y después con respecto al eje "X". ¿Qué figura se obtendrá al final?



- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

Solución:**Rpta.:D**

Aritmética

EJERCICIOS DE CLASE

1. Las edades de Andrea, Betina y Camila son D.P. a los números 3^{2020} ; 3^{2021} y 3^{2022} , respectivamente. Si Andrea nació 32 años después que Camila, ¿cuántos años tiene Betina?

A) 18 B) 12 C) 21 D) 27 E) 15

Solución:

$$k = \frac{\text{Edades}}{\text{Números}} \quad k = \frac{A}{3^{2020}} = \frac{B}{3^{2021}} = \frac{C}{3^{2022}}$$

$$k = \frac{A}{3^0} = \frac{B}{3^1} = \frac{C}{3^2}$$

$$A = k ; B = 3k ; C = 9k$$

$$C - A = 32 \rightarrow 8k = 32 \rightarrow k = 4 ; B = 3(4) = 12$$

∴ Betina tiene 12 años.

Rpta.: B

2. Las pensiones de jubilación de Justo y Andrés son D.P. a la raíz cuadrada del número de años de tiempo de servicio. Si Justo trabajó 4 años y 3 meses más que Andrés, además sus pensiones están en relación de 9 a 8, ¿cuántos años de tiempo de servicio tuvo Andrés?

A) 24 B) 18 C) 16 D) 32 E) 34

Solución:

$$k = \frac{\text{Pensión}}{\sqrt{\text{Tiempo de servicio}}}$$

$$k = \frac{9p}{\sqrt{t + 17/4}} = \frac{8p}{\sqrt{t}}$$

$$\frac{81}{t + 17/4} = \frac{64}{t} \quad \rightarrow \quad 17t = 17(16)$$

$$t = 16$$

∴ Andrés tuvo 16 años de servicio.

Rpta.: C

3. El precio de un libro es I.P. a la raíz cúbica del número de libros que se producen y D.P. al número de páginas que tiene cada libro por la raíz cuadrada del área de la cubierta. Para un tiraje de 1000 libros de 216 páginas cada uno, con una cubierta de 25 cm de largo por 16 cm de ancho, el precio unitario es 54 soles. Si se produce 144 docenas de libros de 320 páginas cada uno, cuya cubierta es de 27 cm de largo por 12 cm de ancho, ¿cuánto sería el precio unitario?

A) 60 B) 50 C) 70 D) 80 E) 40

Solución:

$$k = \frac{\text{Precio} \times \sqrt[3]{\text{Número de libros}}}{\text{Número de páginas} \times \sqrt{\text{Área de la cubierta}}}$$

$$\frac{54 \times \sqrt[3]{10^3}}{216 \times \sqrt{25 \times 16}} = \frac{p \times \sqrt[3]{12^3}}{320 \times \sqrt{27 \times 12}}$$

$$\frac{1 \times 10}{4 \times 20} = \frac{p \times 12}{320 \times 18} \quad \rightarrow \quad p = 60$$

∴ El precio de un libro es 60 soles.

Rpta.: A

4. Don Jesús les prometió a sus hijos Pablo, Julián y Mario, de 8, 10 y 12 años respectivamente, repartirles 1110 figuritas del Mundial Qatar en forma D.P. a sus edades, pero al momento de la repartición cambió de opinión y realizó el reparto en forma I.P. ¿Cuántas figuritas más recibió el único hijo que se benefició con respecto a lo prometido?

A) 154 B) 10 C) 140 D) 77 E) 84

Solución:

$$\text{RDP: } \frac{P}{4} = \frac{J}{5} = \frac{M}{6} = \frac{1110}{15} = 74 \quad \rightarrow \quad P = 4(74) = 296$$

$$\text{RIP: } \frac{P}{\frac{1}{4}} = \frac{J}{\frac{1}{5}} = \frac{M}{\frac{1}{6}} = \frac{1110}{\frac{37}{60}} = 1800 \rightarrow P = \frac{1}{4}(1800) = 450$$

$$\text{Diferencia} = 450 - 296 = 154$$

∴ Pablo recibió 154 figuritas más.

Rpta.: A

5. El precio, en soles, de un diamante es directamente proporcional al cubo de su peso, en gramos. Si un diamante entero cuyo precio es 25 600 soles, se cortó obteniendo dos trozos, cuyos pesos son entre sí como 3 es a 5, y se vendió por partes, ¿cuánto se perdió?

A) 15 000 B) 18 000 C) 12 000 D) 20 000 E) 16 000

Solución:

$$K = \frac{\text{Precio}}{\text{Peso}^3} = \frac{25\,600}{(8w)^3} = \frac{P_1}{(3w)^3} = \frac{P_2}{(5w)^3}$$

$$K = 50 = \frac{25\,600}{512} = \frac{P_1}{27} = \frac{P_2}{125} = \frac{P_1 + P_2}{152}$$

$$P_1 + P_2 = 152(50) = 7\,600$$

$$\text{Diferencia} = 25\,600 - 7\,600 = 18\,000$$

∴ Se perdió 18 000 soles.

Rpta.: B

6. Un grupo de trabajadores conformado por 10 varones y 10 mujeres pueden cosechar una chacra de trigo en 40 días. Después de 10 días de trabajo se retiran 2 varones y 6 mujeres. Si la eficiencia de un varón es el doble que el de una mujer, ¿cuántos días más tardaron en cosechar todo el trigo de dicha chacra?

A) 20 B) 18 C) 15 D) 21 E) 24

Solución:

<u>Obreros (efic.)</u>	<u>Días</u>	<u>Obra</u>
------------------------	-------------	-------------

$$\begin{array}{l} 10(2) + 10(1) \longrightarrow 30 \\ 8(2) + 4(1) \longrightarrow 30+x \end{array} \begin{array}{l} \searrow \longrightarrow 1 \\ \swarrow \longrightarrow 1 \end{array}$$

$$(30)(30) = (20a)(30+x)$$

$$\mathbf{x=15}$$

∴ Tardaron 15 días más para realizar dicha cosecha.

Rpta.: C

7. Un grupo de 40 obreros construyeron un muro de 600 metros de largo en 25 días, y otro grupo de 60 obreros construyeron un muro similar al anterior pero de 540 metros de largo en 20 días. Si el primer grupo de obreros trabajó 3 horas diarias más que el segundo, ¿cuántas horas diarias trabajaron los del segundo grupo?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Solución:

Obreros	→	Días	→	h/d	→	Obra
40	→	25	→	x+3	↗	600
60	→	20	→	x	↘	540

$$40(25)(x+3)(540) = 60(20)(x)(600)$$

$$x = 9$$

∴ Trabajaron 9 horas diarias.

Rpta.: D

8. Álvaro inicia un negocio con 20 000 soles, a los 6 meses de iniciado el negocio admite a Dante como socio quien aporta 15 000 soles y 8 meses después de la fecha que ingresó Dante, admite a Héctor como socio quien aporta 10 000 soles. Si a los 3 años de iniciado el negocio este se liquidó y la ganancia que recibió Álvaro fue 100 000 soles más que la de Héctor, ¿cuántos soles recibió Dante?

A) 135 000 B) 54 000 C) 90 000 D) 85 000 E) 67 500

Solución:

$$k = \frac{\text{Ganancia}}{\text{Aporte} \times \text{Tiempo}}$$

$$\frac{A}{(20000)(36)} = \frac{D}{(15000)(30)} = \frac{H}{(10000)(22)}$$

$$\frac{A}{72} = \frac{D}{45} = \frac{H}{22} = \frac{A-H}{72-22} = \frac{100000}{50} = 2000$$

$$D = 45(2000) = 90\,000$$

Rpta.: C

9. Dos amigos, luego de una larga travesía por La Reserva Nacional Lomas de Lachay, se detuvieron junto a una roca a descansar e ingerir alimentos. Cuando se disponían a comer se les presentó un campesino de la zona y los dos amigos decidieron distribuir equitativamente entre los tres los panes especiales que llevaban. Si el primero llevaba 9 panes y el otro 7; además el campesino al despedirse les recompensó con 8 soles, para que se repartan proporcionalmente, ¿cómo se repartieron los dos amigos dicho dinero?

A) 4,50 y 3,50 B) 5 y 3 C) 4,80 y 1,20
D) 5,20 y 2,80 E) 5,50 y 2,50

Solución:

Amigo A : Entregó al campesino, $9 - \frac{16}{3} = \frac{11}{3}$

Amigo B : Entregó al campesino, $7 - \frac{16}{3} = \frac{5}{3}$

El reparto se hará DP a la parte del pan entregado.

$$\frac{\frac{A}{\frac{11}{3}}}{\frac{B}{\frac{5}{3}}} \rightarrow k = \frac{A}{11} = \frac{B}{5} = \frac{8}{16}$$

$$\therefore A = 5,50 \text{ y } B = 2,50$$

Rpta.: E

10. Veinte obreros de igual eficiencia deben construir una carretera en 30 días. Luego de 15 días de trabajo se retiran 12 obreros por problemas de salud, y los que quedan trabajan los 9 días siguientes, al cabo de los cuales se contrata cierta cantidad de obreros triplemente eficientes que los anteriores, y junto a los que quedaron terminan la carretera en el plazo fijado. Si se hubiese hecho toda la carretera solo con estos últimos obreros contratados, ¿cuántos días tardarían?

- A) 12 B) 18 C) 16 D) 20 E) 24

Solución:

20 obreros	30 días	
20 obreros 15 días	8 obreros 9 días	[8+x(3)] obreros 6 días

$$20(30) = 20(15) + 8(9) + (8 + 3x)(6) \rightarrow x = 10$$

Obreros (efic.)	Días	Obra
20	30	1
10(3)	d	1

$$20(30)(1) = 30(d)(1)$$

$$\therefore d = 20$$

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En una empresa el sueldo de sus trabajadores es D.P. a los años de servicio y a la edad que estos tienen e I.P. al cuadrado de la categoría a la que estos pertenecen. Adrián de 40 años de edad, con 10 años de servicio y perteneciente a la segunda categoría, gana 1000 soles. Si Bruno que ingresó dos años después de Adrián, gana 800 soles y es empleado de tercera categoría, determine la diferencia de sus edades.

- A) 30 B) 40 C) 20 D) 50 E) 70

Solución:

$$cte = \frac{E \times S}{A \times C^2} \rightarrow \frac{40 \times 1000}{10 \times 2^2} = \frac{E \times 800}{8 \times 3^2} \rightarrow E = 90$$

∴ La diferencia de edades es **50** años.

Rpta.: D

2. Tres amigos de 12; 27 y 48 años se reparten cierta cantidad de dinero en forma D.P. a la raíz cuadrada de sus edades. Si el mayor de ellos recibió 900 soles más que el menor de todos, ¿cuánto fue la cantidad total repartida?

A) 4500 B) 4050 C) 4545 D) 4005 E) 3780

Solución:

$$\frac{A}{\sqrt{12}} = \frac{B}{\sqrt{27}} = \frac{C}{\sqrt{48}}$$

$$\frac{A}{2\sqrt{3}} = \frac{B}{3\sqrt{3}} = \frac{C}{4\sqrt{3}}$$

$$\frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{C}{4} = k$$

$$4k - 2k = 900$$

$$k = 450$$

$$A + B + C = 9(450) = 4050$$

Rpta.: B

3. Paola si va sola de excursión, los víveres no perecibles que lleva le alcanzaría para 16 días; pero si va con su hija Fabiola, los víveres les alcanzaría para 12 días. Si Fabiola se fuera sola de excursión, ¿para cuántos días le alcanzaría esos mismos víveres?

A) 24 B) 48 C) 50 D) 40 E) 36

Solución:

Ingieren/día

Días

P	16	}	P(16) = (P+F)(12) → P = 3F
P + F	12		
F	x		

$$(4F)(12) = F(x) \rightarrow x = 48$$

∴ A Fabiola le alcanzaría para 48 días

Rpta.: B

4. Raúl, Andrés, Lidia y Claudia invirtieron en un negocio y al cabo de un año se repartieron toda la ganancia en forma I.P. a los 4 primeros números primos respectivamente. Si la ganancia total fue de 49 400 soles, ¿cuánto recibió Claudia?

A) 5100 B) 5400 C) 6000 D) 6300 E) 6600

Solución:

$$k = R(2) = A(3) = L(5) = C(7)$$

$$k = \frac{R}{105} = \frac{A}{70} = \frac{L}{42} = \frac{C}{30} = \frac{49400}{247} = 200$$

$$C = 30(200) = 6000$$

Rpta.: C

5. Una cuadrilla de 100 obreros construyen 150 km de carretera en 40 días, laborando 9 horas diarias. Para construir una carretera similar, pero de 300 km de longitud; en un terreno donde la dificultad es el doble que el anterior, se contrata otro grupo de 50 obreros con el triple de eficiencia que los anteriores. Si los dos grupos trabajan juntos a razón de 8 horas diarias, ¿en cuántos días construirán dicha carretera?

A) 72 B) 144 C) 96 D) 120 E) 66

Solución:

$$k = \frac{\text{Obra(dif.)}}{\text{Obreros(efic.)} \cdot \text{días} \cdot \text{h/d}}$$

$$\frac{150(1)}{100(1)(40)(9)} = \frac{300(2)}{50(3)(x)(8) + 100(1)(x)(8)}$$

$$\therefore x = 72$$

Rpta.: A

6. Tres hijos que viven en la casa de su padre acuerdan aportar para el gasto mensual cierta cantidad de dinero en forma D.P. a sus ingresos. Si los ingresos mensuales en soles son de 1200; 2700 y 4800 respectivamente y el mayor de ellos aporta 800 soles más que el menor de todos, ¿cuánto es el aporte total mensual de los tres hijos?

A) 4500 B) 2500 C) 4545 D) 4005 E) 3780

Solución:

$$\frac{A}{1200} = \frac{B}{2700} = \frac{C}{4800}$$

$$\frac{A}{4} = \frac{B}{9} = \frac{C}{12} = k$$

$$12k - 4k = 800$$

$$k = 100$$

$$A + B + C = 25(100) = 2500$$

Rpta.: B

7. Alberto decide emprender un negocio con 1000 soles de capital, después de cuatro meses Benito ingresa al negocio de Alberto con un aporte de 1500 soles y cuatro meses después, Carlos se incorpora al negocio con un aporte de 2500 soles. Si al cumplirse los 16 meses decidieron repartirse la utilidad, de manera que el que aportó menos dinero recibió 1100 soles menos que los otros dos juntos, ¿cuánto dinero recibió el que aportó más?

- A) 700 B) 1200 C) 1000 D) 900 E) 1500

Solución:

Capital	tiempo	utilidad
1000	16	A
1500	12	B
2500	8	C

$$\frac{A}{1000 \times 16} = \frac{B}{1500 \times 12} = \frac{C}{2500 \times 8}$$

$$\frac{A}{8} = \frac{B}{9} = \frac{C}{10} = k = \frac{1100}{9+10-8}$$

$$\therefore k = 100 \rightarrow C = 1000$$

Rpta.: C

8. En una licitación para realizar una obra se presentan dos empresas constructoras; la primera cuenta con 100 obreros que terminarían la obra en 30 días; la segunda cuenta con 60 obreros que terminarían la misma obra en 40 días. Si ambas empresas se asocian, pero tienen que despedir a 25 obreros de la primera y 20 de la segunda, ¿cuántos días tardarán en hacer la misma obra?

- A) 18 B) 23 C) 22 D) 24 E) 25

Solución:

OBREROS	DIAS	EFICIENCIA
100	30	A
60	40	B

$$\frac{A}{B} = \frac{4}{5}$$

OBREROS	DIAS
100 (4)	30
75(4)+40(5)	X

$$400(30) = 500x, \quad x=24$$

Rpta.: D

9. Para hacer una obra se contrata cierta cantidad de obreros que deben terminarla en cierta cantidad de días. Faltando 10 días renuncian 5 obreros y 5 días después se contrata un grupo de obreros que tienen el doble de eficiencia que los anteriores y junto a los que quedaron terminan la obra en el plazo fijado. ¿Cuántos obreros de doble eficiencia se contrataron?
- A) 5 B) 8 C) 7 D) 10 E) 9

Solución:

n = número de obreros contratados de doble eficiencia.

OBREROS	DIAS	OBRA
n	d	1
n	d-10	a
n-5	5	b
n-5+2x	5	c

$$\frac{nd}{1} = \frac{n(d-10)}{a} = \frac{(n-5)5}{b} = \frac{(n-5+2x)5}{c}$$

∴ x = 5

Rpta.: A

10. Para transportar toda la mercadería de una fábrica a una tienda, se cuenta con camiones y camionetas. Si dos camiones y tres camionetas pueden transportarlo en 15 horas; mientras que 3 camiones y dos camionetas pueden transportar la misma mercadería en 18 horas, ¿en cuántas horas podrá transportar toda la mercadería un solo camión?
- A) 165 B) 180 C) 195 D) 150 E) 135

Solución:

Eficiencia de *camión* : a ; Eficiencia de camioneta: b

$$\left. \begin{array}{l} 2a + 3b \text{ --- --- } 15h \\ 3a + 2b \text{ --- --- } 18h \\ a \text{ --- --- } xh \end{array} \right\} (2a + 3b).15 = (3a + 2b).18 \rightarrow 3b = 8a$$

$$\left(2a + 3\left(\frac{8}{3}a\right) \right).15 = a.x \rightarrow x = 150$$

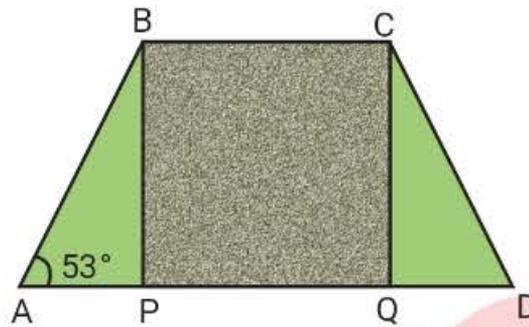
Rpta.: D

Geometría

EJERCICIOS DE CLASE

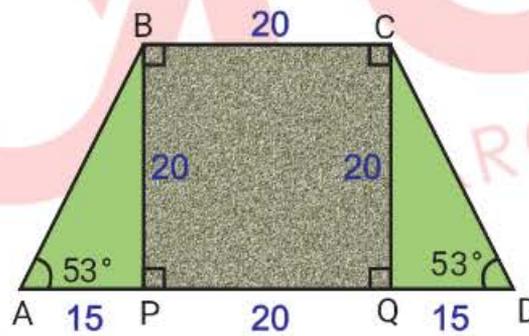
1. En la figura se muestra la vista de planta de tres terrenos, Si el área del terreno cuadrado PBCQ es 400 m^2 , halle el área de región limitada por el trapecio isósceles ABCD.

- A) 200 m^2
- B) 300 m^2
- C) 600 m^2
- D) 700 m^2
- E) 800 m^2



Solución:

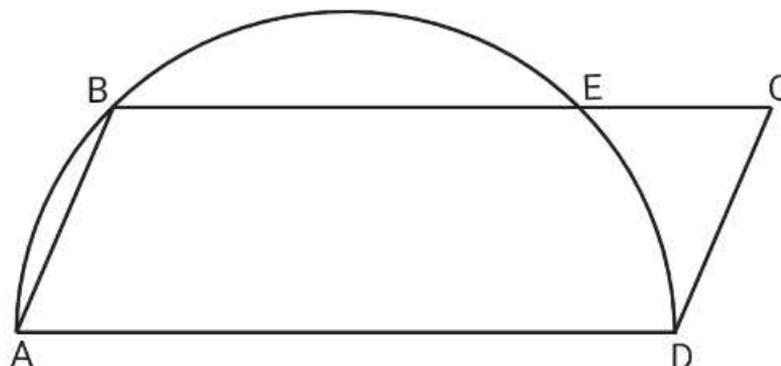
- Dato:
 $S_{PBCQ} = 400$
 $\Rightarrow BC = CQ = QP = PB = 20$
- $\triangle APB$: notable de 37° y 53°
 $\Rightarrow AP = 15 \Rightarrow QD = 15$
- $S_{ABCD} = \frac{(20+50)}{2} \cdot 20$
 $\Rightarrow S_{ABCD} = 700 \text{ m}^2$



Rpta.: D

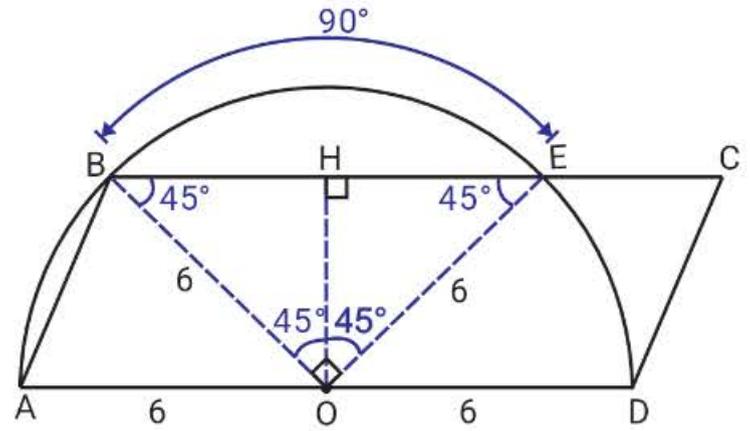
2. En la figura, \overline{AD} es diámetro. Si $m\widehat{BE} = 90^\circ$ y $AD = 12 \text{ m}$, halle el área de región determinada por el romboide ABCD.

- A) $24\sqrt{2} \text{ m}^2$
- B) $30\sqrt{2} \text{ m}^2$
- C) $36\sqrt{2} \text{ m}^2$
- D) $42\sqrt{2} \text{ m}^2$
- E) $45\sqrt{2} \text{ m}^2$



Solución:

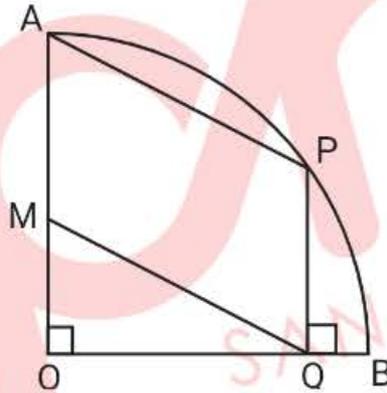
- Trazamos \overline{OB} y \overline{OE}
 $\Rightarrow AO = OD = OB = OE = 6$
- $\triangle BOE$: notable de 45°
 \overline{OH} altura
 $\Rightarrow OH = 3\sqrt{2}$
- $S_{ABCD} = 12 \cdot 3\sqrt{2}$
 $\Rightarrow S_{ABCD} = 36\sqrt{2} \text{ m}^2$



Rpta.: C

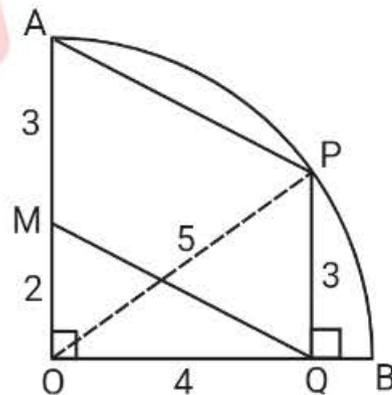
3. En la figura, AOB es un cuadrante, $AM = 3 \text{ m}$ y $MO = 2 \text{ m}$. Halle el área de la región limitada por el romboide APQM.

- A) 10 m^2
- B) 12 m^2
- C) 14 m^2
- D) 16 m^2
- E) 20 m^2



Solución:

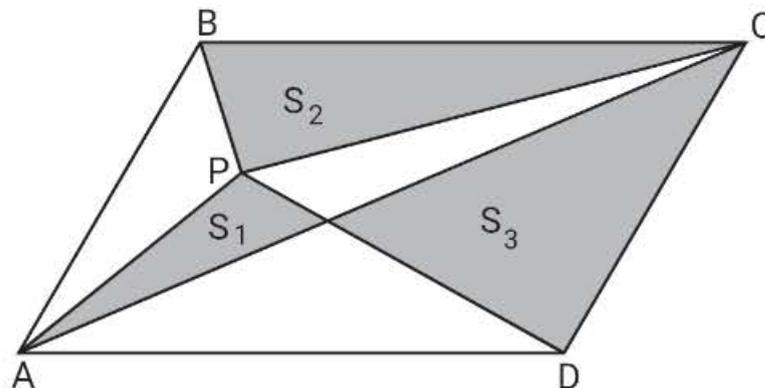
- Trazamos \overline{OP}
 $\Rightarrow OP = OA = 5$
- $\triangle OQP$: notable de 37° y 53°
 $OQ = 4$
- $S_{APQM} = 3 \cdot 4$
 $S_{APQM} = 12 \text{ m}^2$



Rpta.: B

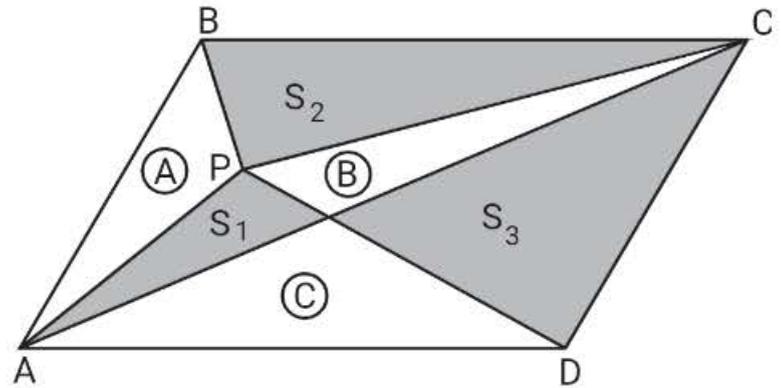
4. En la figura, ABCD es un paralelogramo $S_1 = 12 \text{ m}^2$ y $S_3 = 25 \text{ m}^2$, halle S_2 .

- A) 12 m^2
- B) 13 m^2
- C) 15 m^2
- D) 18 m^2
- E) 21 m^2



Solución:

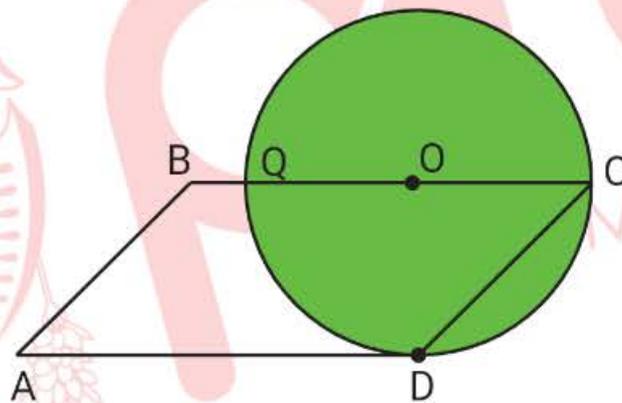
- \overline{AC} diagonal:
 $\Rightarrow C + S_3 = A + B + S_1 + S_2 \dots (I)$
- P es un punto interior
 $\Rightarrow A + B + S_3 = S_1 + C + S_2 \dots (II)$
- Sumando (I) y (II)
 $S_3 = S_1 + S_2$
 $S_2 = 13 \text{ m}^2$



Rpta.: B

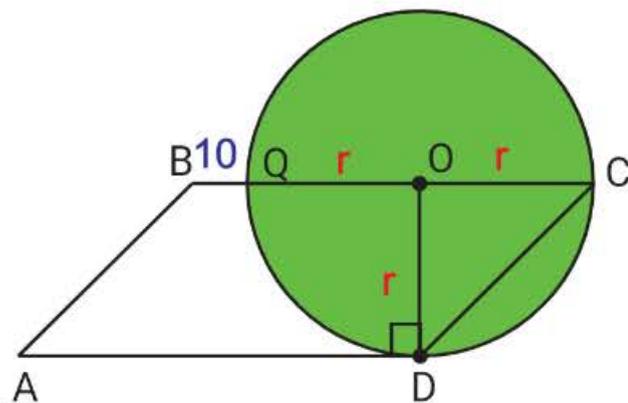
5. En la figura se muestra parte de un plano, donde el círculo representa una redondela. Si D es punto de tangencia, BQ = 10 m y el área limitada por el romboide ABCD es 1000 m², halle el área de la redondela.

- A) $100\pi \text{ m}^2$
- B) $200\pi \text{ m}^2$
- C) $300\pi \text{ m}^2$
- D) $400\pi \text{ m}^2$
- E) $500\pi \text{ m}^2$



Solución:

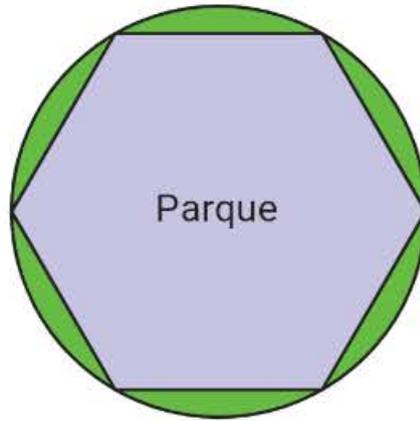
- Trazar $\overline{OD} \perp \overline{AD}$
 $\Rightarrow QO = OC = OD = r$
- Dato:
 $S_{ABCD} = 1000$
 $\Rightarrow (10 + 2r)(r) = 1000$
 $\Rightarrow r = 20$
- $S_{\text{redondela}} = \pi r^2$
 $\Rightarrow S_{\text{redondela}} = \pi (20)^2$
 $\therefore S_{\text{redondela}} = 400\pi \text{ m}^2$



Rpta.: D

6. En la figura se muestra un parque de forma hexagonal regular inscrito en un terreno de forma circular como se muestra en la figura. Si el terreno tiene un área de $900\pi \text{ m}^2$, halle el área del parque.

- A) $1150\sqrt{3} \text{ m}^2$
- B) $1200\sqrt{3} \text{ m}^2$
- C) $1250\sqrt{3} \text{ m}^2$
- D) $1300\sqrt{3} \text{ m}^2$
- E) $1350\sqrt{3} \text{ m}^2$



Solución:

• Dato:

$$S_{\text{círculo}} = 900\pi \Rightarrow \pi r^2 = 900\pi \Rightarrow r = 30$$

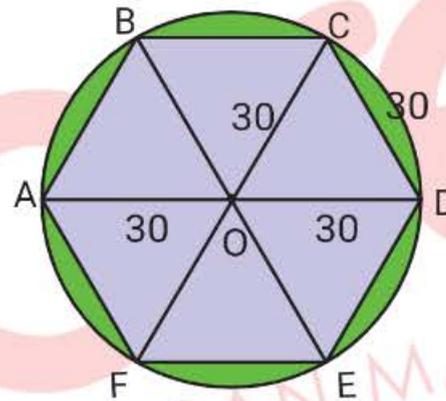
• $\triangle OCD$: Equilátero

$$\Rightarrow OD = CD = OC = 30$$

• Para el parque

$$S_{\text{ABCDEF}} = 6 \left(\frac{30^2 \sqrt{3}}{4} \right)$$

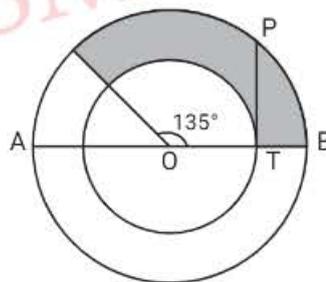
$$\therefore S_{\text{ABCDEF}} = 1350\sqrt{3} \text{ m}^2$$



Rpta.: E

7. En la figura, T es punto de tangencia y O es centro de las circunferencias concéntricas. Si $AT \cdot TB = 32 \text{ m}^2$, halle el área del trapecio circular sombreada.

- A) 10 m^2
- B) 12 m^2
- C) 15 m^2
- D) 16 m^2
- E) 18 m^2



Solución:

• Por T. cuerdas:

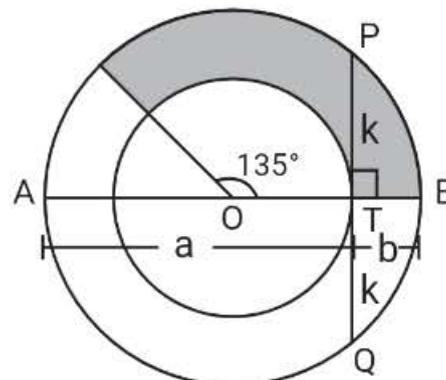
$$k \cdot k = a \cdot b = 32$$

$$\Rightarrow k^2 = 32$$

$$S_{\text{corona}} = \frac{(2k)^2 \pi \cdot 135^\circ}{4 \cdot 360^\circ}$$

$$\Rightarrow S_{\text{corona}} = \frac{4k^2 \pi \cdot 3}{4 \cdot 8}$$

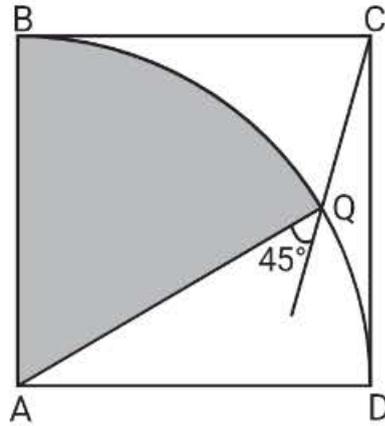
$$\therefore S_{\text{corona}} = 12 \text{ m}^2$$



Rpta.: B

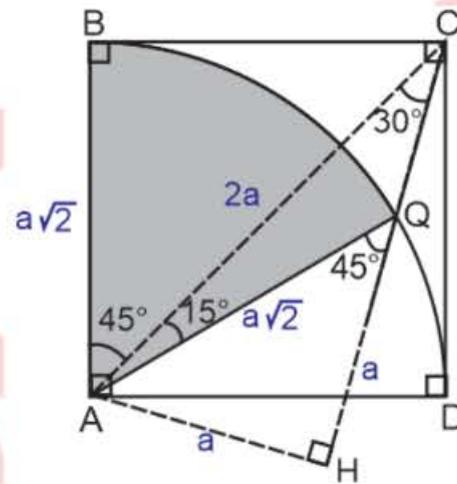
8. En la figura, ABCD es un cuadrado y BAD un cuadrante. Si $AB = 6$ m, halle el área de la región sombreada.

- A) 4π m²
- B) 8π m²
- C) 6π m²
- D) 7π m²
- E) 3π m²



Solución:

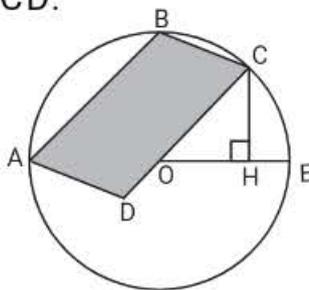
- $\triangle AHQ$: notable de 45°
 $\Rightarrow AH = a$
- $\triangle AHC$: $AC = 2AH$
 $\Rightarrow \widehat{ACH} = 30^\circ$
- $\triangle CAQ$:
 $\widehat{CAQ} = 15^\circ$
 $\Rightarrow \widehat{BAQ} = 60^\circ$
- $S_x = \frac{1}{6}(\pi \cdot 6^2)$
 $S_x = 6\pi$ m²



Rpta.: C

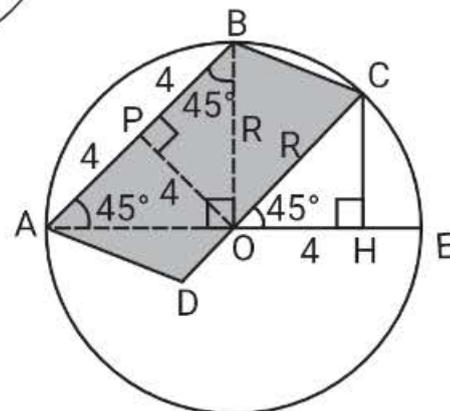
9. En la figura, O es centro. Si $\widehat{AB} = \widehat{BC} = 90^\circ$ y $OH = 4$ m, halle el área de la región limitada por el romboide ABCD.

- A) 16 m²
- B) 20 m²
- C) 32 m²
- D) 36 m²
- E) 40 m²



Solución:

- $\triangle OPB \cong \triangle OHC$ (LAL)
 $OP = 4$
- $\triangle AOB$: notable de 45°
 $\Rightarrow AB = 8$
- $S = 8 \cdot 4$
 $S = 32$ m²



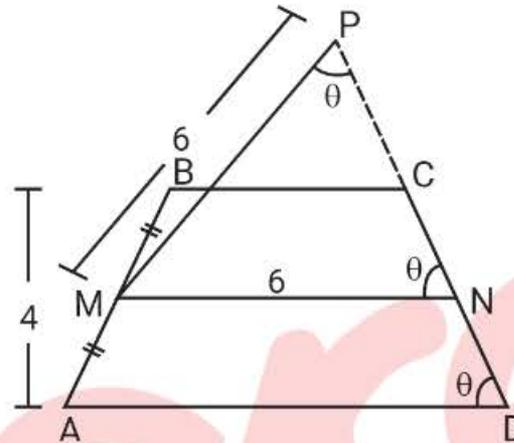
Rpta.: C

10. Se tiene un trapecio ABCD, ($\overline{BC} \parallel \overline{AD}$) en la prolongación de \overline{DC} se ubica un punto P tal que $m\widehat{MPD} = m\widehat{CDA}$ (M punto medio de \overline{AB}). Si la altura del trapecio mide 4 m y $MP = 6$, halle el área de la región ABCD.

- A) 12 m^2 B) 16 m^2 C) 18 m^2 D) 20 m^2 E) 24 m^2

Solución:

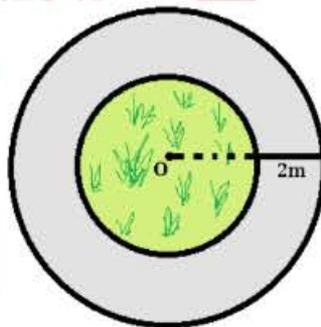
- $\triangle PMN$: isósceles
 $\Rightarrow MN = MP = 6$
- ABCD: \overline{MN} mediana
 $\Rightarrow MN = \frac{BC + AD}{2}$
- $S_{ABCD} = 6 \cdot 4$
 $S_{ABCD} = 24 \text{ m}^2$



Rpta.: E

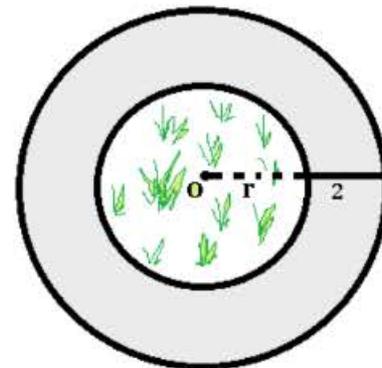
11. Alrededor de un jardín circular, exteriormente se construye una vereda de ancho constante de 2 m de longitud como se muestra en la figura. Si el área de la vereda es $36\pi \text{ m}^2$, halle el área del jardín.

- A) $56\pi \text{ m}^2$
 B) $60\pi \text{ m}^2$
 C) $64\pi \text{ m}^2$
 D) $68\pi \text{ m}^2$
 E) $80\pi \text{ m}^2$



Solución:

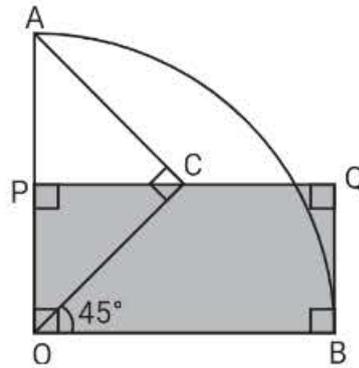
- El área de la vereda es una corona circular
 $36\pi = \pi((r + 2)^2 - r^2)$
 $r = 8$
- Entonces $A_{\text{jardín}} = \pi(8)^2$
 $A_{\text{jardín}} = 64\pi \text{ m}^2$



Rpta.:C

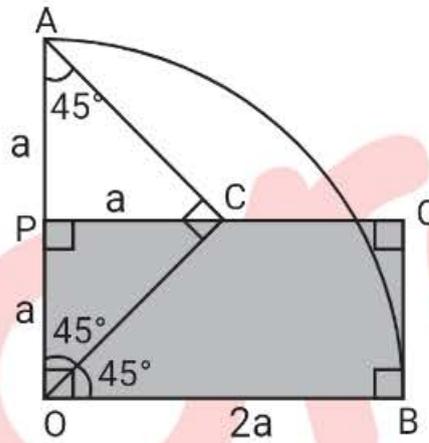
12. En la figura, el área de la región rectangular ABCD es 32 m². Halle el área de la región limitada por el cuadrante AOB.

- A) 16π m²
- B) 8π m²
- C) 20π m²
- D) 24π m²
- E) 32π m²



Solución:

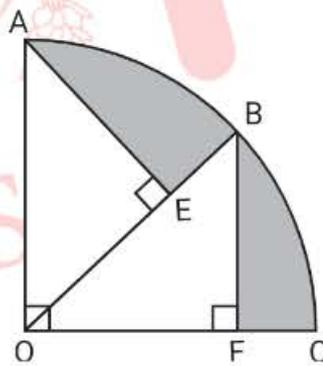
- $S_{OPQB} = 32$
 $\Rightarrow a \cdot 2a = 32$
 $\Rightarrow a = 4$
- $S = \frac{\pi(8)^2}{4}$
 $\therefore S = 16\pi \text{ m}^2$



Rpta.: A

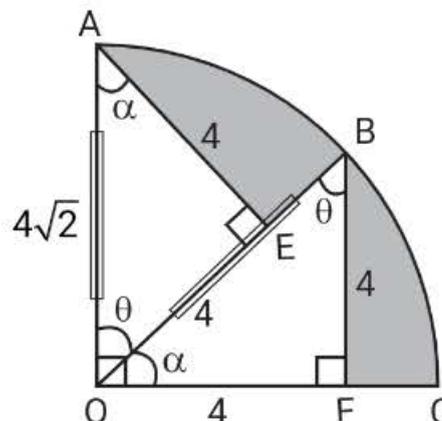
13. En la figura, AOC es un cuadrante. Si AE = BF = 4 m, halle el área de la región sombreada.

- A) 8(π - 1) m²
- B) 8(π - 2) m²
- C) 4(π - 2) m²
- D) 6(π - 2) m²
- E) 8(π - 3) m²



Solución:

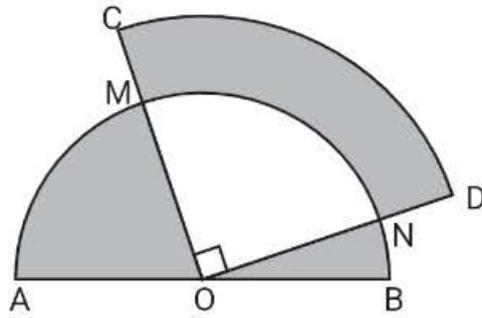
- $\triangle AEO \cong \triangle OFB$
 $\Rightarrow OE = 4 \wedge OF = 4$
 $\Rightarrow AO = 4\sqrt{2}$
- $S_{\text{sombreada}} = \frac{1}{4}\pi(4\sqrt{2})^2 - 2\left(\frac{4 \cdot 4}{2}\right)$
 $\therefore S_{\text{sombreada}} = 8(\pi - 2) \text{ m}^2$



Rpta.: B

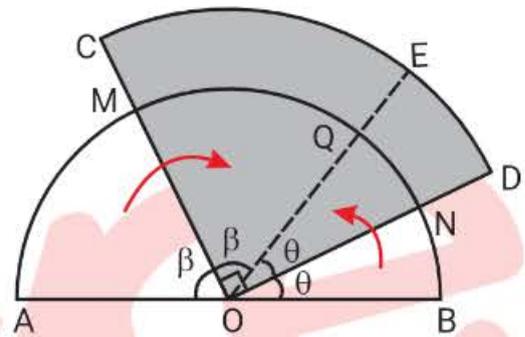
14. En la figura, O es punto medio del diámetro \overline{AB} y el radio del cuadrante COD mide 4m. Halle la suma de áreas de las regiones sombreadas.

- A) $8\pi \text{ m}^2$
- B) $2\pi \text{ m}^2$
- C) $6\pi \text{ m}^2$
- D) $4\pi \text{ m}^2$
- E) $5\pi \text{ m}^2$



Solución:

- Trazamos \overline{OE} tal que:
 $m\widehat{AOM} = m\widehat{MOQ}$ y $m\widehat{QON} = m\widehat{NOB}$
- Los sectores de igual área
 $S_{AOM} = S_{MOQ}$ y $S_{QON} = S_{NOB}$
- $S = \frac{1}{4}\pi(4)^2$
 $S = 4\pi \text{ m}^2$

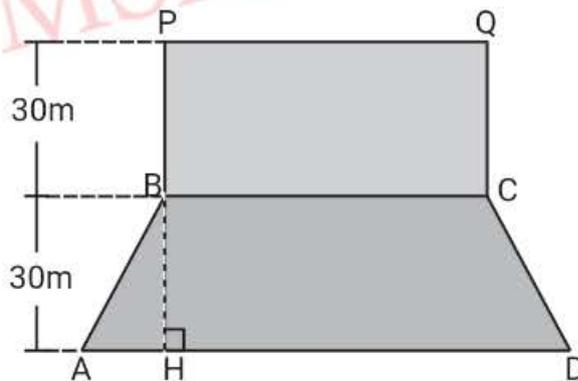


Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

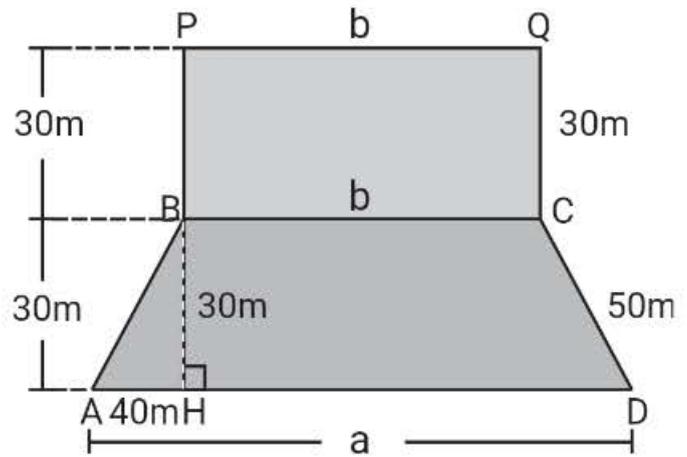
1. En la figura, se muestra la vista de planta de los terrenos determinados por el trapecio isósceles ABCD y el rectángulo BPQC de áreas 2700 m^2 y 1500 m^2 respectivamente. Si el metro lineal de malla metálica cuesta S/. 5, halle el costo para cercar ambos terrenos y realizar la división con dicha malla.

- A) S/ 1950
- B) S/ 1700
- C) S/ 1650
- D) S/ 1850
- E) S/ 1900



Solución:

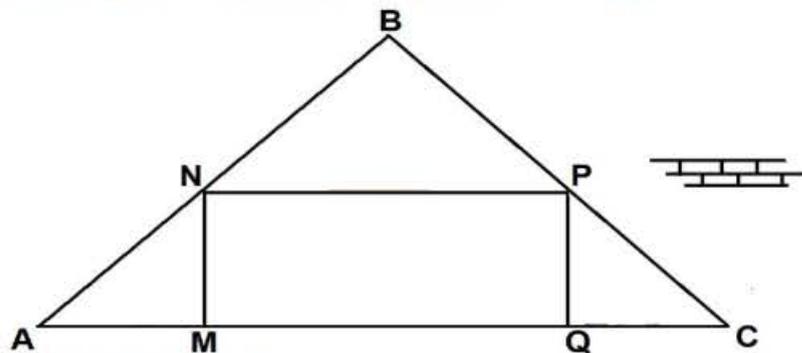
- $S_{BPQC} = 1800$
 $\Rightarrow 30a = 1800 \Rightarrow a = 50$
- $S_{ABCD} = 2700$
 $\Rightarrow \left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot 30 = 2700 \Rightarrow b = 130$
- Cerco más división = 390 m
 \Rightarrow costo: S/ 1950



Rpta.: A

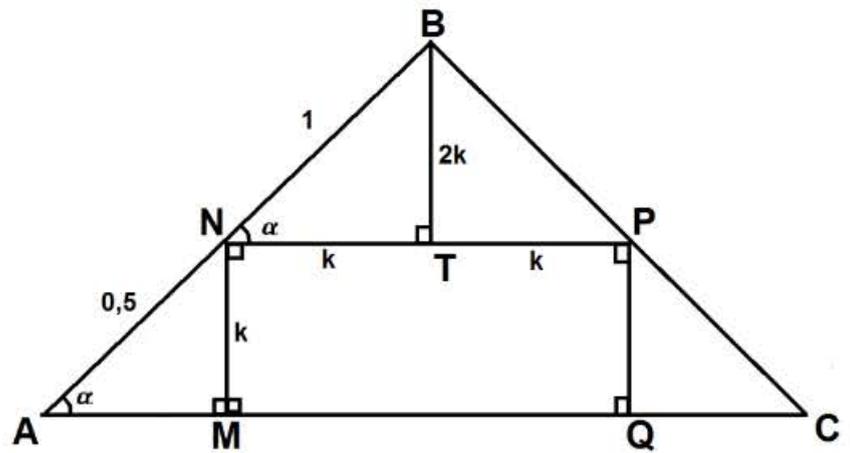
2. Se fija en una pared, en los puntos A, B y C, un estante cuyo frontis tiene la forma de un triángulo como indica la figura. En la región rectangular MNPQ, inscrita en el triángulo, se colocará exactamente un televisor HD de última generación. Si $AB=BC$; \overline{AN} y \overline{NB} miden 0,5 y 1 metro respectivamente, y $NP=2PQ$, halle el área de la región rectangular en donde se colocará dicho televisor

- A) $0,2 \text{ m}^2$
- B) $0,4 \text{ m}^2$
- C) $1,2 \text{ m}^2$
- D) $0,8 \text{ m}^2$
- E) $1,5 \text{ m}^2$



Solución:

- $\triangle AMN \sim \triangle NTB$ (A-A)
Entonces $MN=K$ y $BT=2K$
- Como $NP = 2PQ$:
Entonces $NT=TP=K$
- $\triangle NTB$: Teorema de Pitágoras:
 $(K)^2 + (2K)^2 = 1^2$
 $K^2 = 1/5$
- $S_{MNPQ} = 2K(K)$
 $= 0,4 \text{ m}^2$

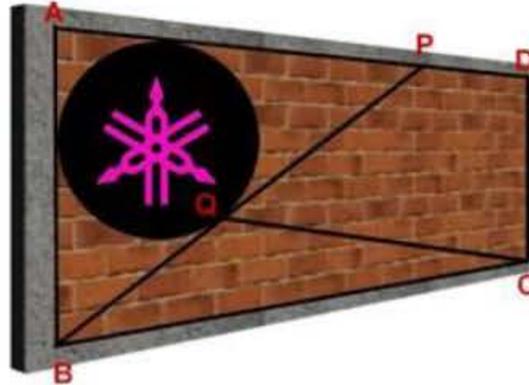


Rpta.: B

3. En la figura, se observa una pared de forma rectangular cuyos lados tienen longitudes de $AB = 3 \text{ m}$ y $AD = 5 \text{ m}$, se limitan tres regiones para realizar un concurso de grafitis, se sabe que Q es punto de tangencia, $BQ = 2 \text{ m}$ y el área de la región triangular BQC es 3 m^2 .

Halle el área del grafiti circular inscrito en el triángulo PAB .

- A) $\pi \text{ m}^2$
- B) $1,5\pi \text{ m}^2$
- C) $2\pi \text{ m}^2$
- D) $3\pi \text{ m}^2$
- E) $\sqrt{3} \pi \text{ m}^2$



Solución:

• Dato

$A_{QBC} = 3 \text{ m}^2$

$\Rightarrow \frac{(2)(5)\text{sen}\theta}{2} = 3 \text{ m}^2$

$\Rightarrow \text{sen}\theta = \frac{3}{5}, \theta = 37^\circ \text{ y } \alpha = \frac{53^\circ}{2}$

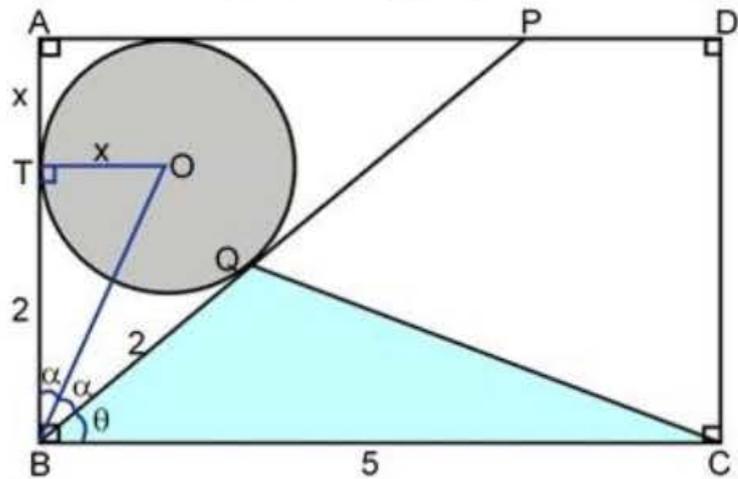
• $\triangle BTO$: notable de $53^\circ/2$

$BQ = BT = 2 \text{ m}$

$\Rightarrow x = 1 \text{ m}$

• $A_0 = \pi (1)^2 \text{ m}^2$

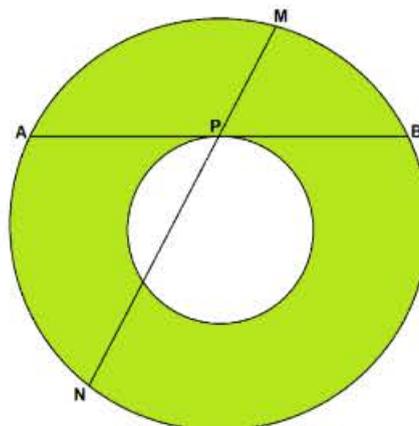
• $A_0 = \pi \text{ m}^2$



Rpta.: A

4. En la figura se muestra un parque en forma circular, en la cual se ha colocado una vereda en forma de corona circular. Si \overline{AB} y \overline{MN} , son dos tuberías que se intersecan en el punto de tangencia P , tal que $MP = 2 \text{ m}$ y $PN = 8 \text{ m}$, halle el área de la vereda.

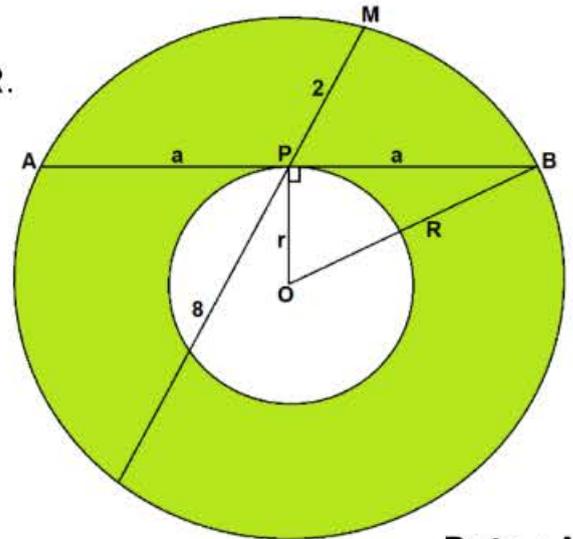
- A) 24 m^2
- B) 20 m^2
- C) 18 m^2
- D) 14 m^2
- E) 12 m^2



Solución

- Trazamos los radios de las circunferencias r y R .
- Por teorema de las cuerdas:
 $2 \cdot 8 = a^2 \Rightarrow a^2 = 16$
- $\triangle OPB$: Teorema de Pitágoras:
 $R^2 - r^2 = a^2 = 16$
- $A_{\text{corona}} = (R^2 - r^2) \pi$

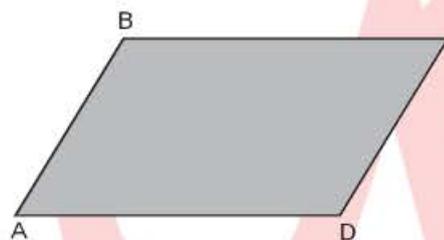
$$A_{\text{corona}} = 16 \pi \text{ m}^2$$



Rpta.: A

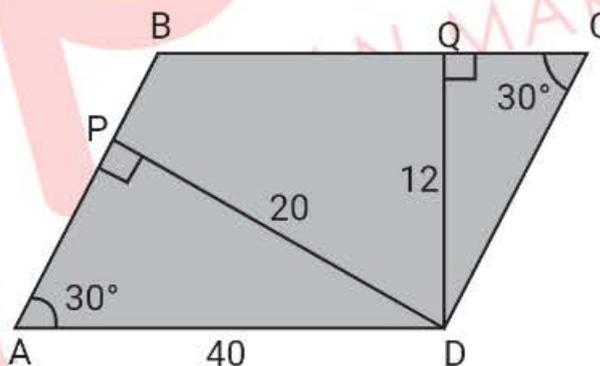
5. En la figura se muestra un romboide ABCD. Si las distancias del punto D a los lados \overline{AB} y \overline{BC} son de 20 m y 12 m respectivamente y $\widehat{C} = 30^\circ$, halle el área del terreno.

- A) 420 m²
- B) 440 m²
- C) 460 m²
- D) 480 m²
- E) 500 m²



Solución:

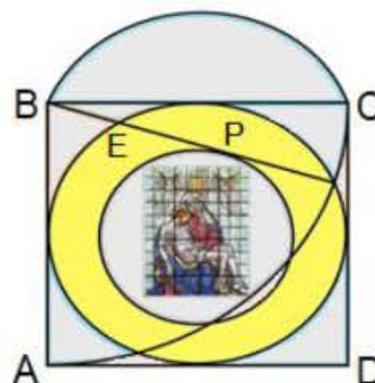
- $\triangle APD$: notable de 30°
 $\Rightarrow AD = 40$
- $S_{ABCD} = 40 \cdot 12$
 $S_{ABCD} = 480 \text{ m}^2$



Rpta.: D

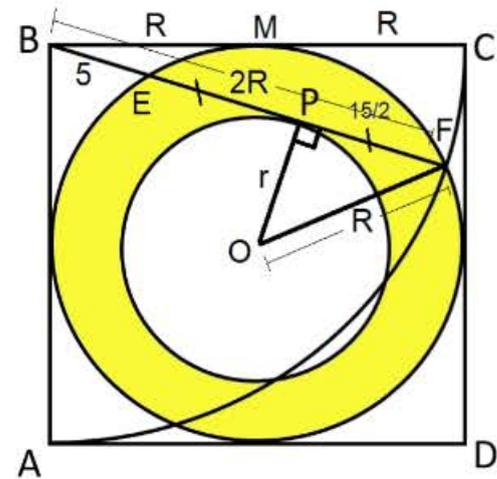
6. En la figura se muestra el diseño de una ventana para una iglesia, el que será cubierto de vidrio. Si el cuadrado ABCD está circunscrito a la circunferencia que pasa por E, el sector circular ABC es un cuadrante, P es punto de tangencia y $BE = 5 \text{ cm}$, halle el área de la corona circular (1 m^2 está representado en el diseño con 1 cm^2).

- A) $\frac{225}{4} \pi \text{ m}^2$
- B) $\frac{200}{3} \pi \text{ m}^2$
- C) $\frac{125}{2} \pi \text{ m}^2$
- D) $\frac{175}{4} \pi \text{ m}^2$
- E) $\frac{285}{4} \pi \text{ m}^2$



Solución:

- M: punto de tangencia y punto medio de \overline{BC}
 $\rightarrow BM = R$ y $BF = 2R$, (R: radio)
 - Teorema de la tangente:
 $R^2 = (2R)(5) \rightarrow R = 10$, $EF = 15$
 - $\triangle OPF$: $R^2 - r^2 = (15/2)^2$
 - $A_{cc} = \pi(R^2 - r^2)$
 $= \frac{225}{4} \pi \text{ cm}^2$ (En el diseño)
- $$\therefore A_{cc} = \frac{225}{4} \pi \text{ m}^2$$



Rpta.: A

Álgebra

EJERCICIOS DE CLASE

1. Dados los polinomios $p(x) = x^3 + x^2 - 17x + 15$ y $q(x) = x^3 + 2x^2 - 21x + 18$, determine el término independiente de su máximo común divisor en $\mathbb{Z}[x]$.
- A) -18 B) -12 C) -6 D) 3 E) 18

Solución:

1. Factorizamos:

$$p(x) = x^3 + x^2 - 17x + 15 = (x-3)(x-1)(x+5)$$

$$q(x) = x^3 + 2x^2 - 21x + 18 = (x-3)(x-1)(x+6)$$

$$2. h(x) = \text{MCD}[p(x), q(x)] = (x-3)(x-1).$$

$$\text{Para } x=0 \rightarrow h(0) = (0-3)(0-1) = 3.$$

\therefore El término independiente de su máximo común divisor es 3.

Rpta.: D

2. El encargado de una tienda debe almacenar $(x^3 + 8x^2 + 21x + 18)$ pelotas de básquet y $(x^3 + 7x^2 + 16x + 12)$ pelotas de fútbol. Para hacerlo usará contenedores iguales que contengan la mayor cantidad posible de pelotas del mismo tipo. Si en cada contenedor se guarda la misma cantidad de pelotas, ¿cuántos contenedores se requieren para almacenar las pelotas de básquet?
- A) $(x-3)$ B) $(x-2)$ C) $(x+1)$ D) $(x+3)$ E) $(x+2)$

Solución:

1. Consideremos:

$$p(x) = x^3 + 8x^2 + 21x + 18$$

$$g(x) = x^3 + 7x^2 + 16x + 12$$

Factorizando

$$p(x) = x^3 + 8x^2 + 21x + 18 = (x+3)^2(x+2)$$

$$g(x) = x^3 + 7x^2 + 16x + 12 = (x+3)(x+2)^2$$

2. La cantidad de pelotas por contenedor es el
- $\text{MCD}[p(x), g(x)] = (x+3)(x+2)$

$$\therefore \text{El número de jaulas para transportar a los perros es } \frac{(x+3)^2(x+2)}{(x+3)(x+2)} = (x+3).$$

Rpta.: D

3. Se requiere instalar piezas cuadradas de cerámica, todas de igual dimensión, en el piso de un patio de ancho y largo $(2x^3 - x^2 - 50x + 25)$ y $(2x^3 + 5x^2 - 11x + 4)$ metros, respectivamente, $(x > 5)$. ¿Cuál es la expresión que representa la mínima cantidad de piezas enteras de cerámica que se deberán usar para cubrir el piso del patio?

A) $x^4 + 3x^3 - 75x + 10$

C) $x^4 + x^3 - 9x^2 - 5x + 100$

E) $x^3 - 29x^2 - 75x + 100$

B) $x^3 - 9x^2 - 5x + 100$

D) $x^4 + 3x^3 - 29x^2 - 75x + 100$

Solución:

1. Consideremos:

$$p(x) = 2x^3 - x^2 - 50x + 25$$

$$q(x) = 2x^3 + 5x^2 - 11x + 4$$

Factorizamos

$$p(x) = 2x^3 - x^2 - 50x + 25 = (2x-1)(x-5)(x+5)$$

$$q(x) = 2x^3 + 5x^2 - 11x + 4 = (2x-1)(x-1)(x+4)$$

2. Como se quiere la mínima cantidad de piezas, sus dimensiones deben ser máximas, debemos hallar el
- $\text{MCD}[p(x), q(x)] = (2x-1)$

Entonces la cantidad mínima de piezas es:

$$\begin{aligned} & \frac{p(x)}{\text{MCD}[p(x),q(x)]} \times \frac{q(x)}{\text{MCD}[p(x),q(x)]} \\ &= \frac{(2x-1)(x-5)(x+5)}{(2x-1)} \times \frac{(2x-1)(x-1)(x+4)}{(2x-1)} \\ &= (x-5)(x+5)(x-1)(x+4) \\ &= x^4 + 3x^3 - 29x^2 - 75x + 100 \end{aligned}$$

∴ El mínimo número de piezas de cerámicos es $(x^4 + 3x^3 - 29x^2 - 75x + 100)$.

Rpta.: D

4. Una empresa distribuye arroz y azúcar cada $(x^3 - x^2 - 14x + 24)$ días y $(x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 7x + 6)$, respectivamente, $(x \in \mathbb{Z}^+)$. Si el 4 de agosto se distribuyó ambos abarrotos y el 13 de setiembre del mismo año fue la fecha más próxima en que se volvieron a distribuir por segunda vez ambos abarrotos, ¿cada cuántos días se distribuye el azúcar?

- A) 6 B) 8 C) 18 D) 24 E) 22

Solución:

1. Consideremos:

$$p(x) = x^3 - x^2 - 14x + 24$$

$$q(x) = x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 7x + 6$$

Factorizando

$$p(x) = x^3 - x^2 - 14x + 24 = (x-2)(x-3)(x+4)$$

$$q(x) = x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 7x + 6 = (x^2 - 5x + 6)(x^2 + 2x + 1) = (x-3)(x-2)(x+1)^2$$

2. Para que coincida la distribución de ambos productos deben transcurrir

$$\text{MCM}[p(x),q(x)] = (x-3)(x-2)(x+4)(x+1)^2 \text{ días.}$$

Por el dato, del 4 de agosto al 13 de setiembre han transcurrido 40 días

$$(x-3)(x-2)(x+4)(x+1)^2 = 40 = (1-3)(1-2)(1+4)(1+1)^2 \rightarrow x = 1$$

$$q(1) = (1)^4 - 3(1)^3 - 3(1)^2 + 7(1) + 6 = 8$$

∴ El azúcar es distribuido cada 8 días.

Rpta.: B

5. Dados los polinomios $p(x) = x^3 + 11x^2 + 39x + 45$ y $q(x) = x^3 + 10x^2 + 31x + 30$. Si $d(x) = \text{MCD}[p(x), q(x)]$ y $m(x) = \text{MCM}[p(x), q(x)]$ en $\mathbb{Z}[x]$, calcule $\frac{d(1)+9}{m(1)-237}$.
- A) $\frac{12}{13}$ B) $\frac{11}{17}$ C) $\frac{19}{37}$ D) $\frac{19}{23}$ E) $\frac{11}{27}$

Solución:

1. Factorizando:

$$p(x) = x^3 + 11x^2 + 39x + 45 = (x+3)^2(x+5)$$

$$q(x) = x^3 + 10x^2 + 31x + 30 = (x+2)(x+3)(x+5)$$

$$d(x) = \text{MCD}[p(x), q(x)] = (x+3)(x+5)$$

$$m(x) = \text{MCM}[p(x), q(x)] = (x+3)^2(x+5)(x+2)$$

2. Calculando:

$$d(1) = (1+3)(1+5) = 24$$

$$m(1) = (1+3)^2(1+5)(1+2) = (16)(6)(3) = 288$$

$$\therefore \frac{d(1)+9}{m(1)-237} = \frac{24+9}{288-237} = \frac{33}{51} = \frac{11}{17}$$

Rpta.: B

6. Dados los polinomios $p(x) = ax^2 + x - b$ y $q(x) = ax^2 - x - 3b$ en $\mathbb{Z}[x]$. Si $\text{MCM}[p(x), q(x)] = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$, halle el valor de $(2a+3b)$.
- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Solución:

1. El
- $\text{MCM}[p(x), q(x)]$
- es un múltiplo de ambos polinomios, ambos polinomios son factores del
- $\text{MCM}[p(x), q(x)]$

Factorizando:

$$\text{MCM}[p(x), q(x)] = (x-1)(x-3)(x+2)$$

- 2.
- Caso 1.
- $p(x) = ax^2 + x - b = (x-1)(x-3) = x^2 - 4x + 3$
- (no cumple)

$$\text{Caso 2. } p(x) = ax^2 + x - b = (x-3)(x+2) = x^2 - x - 6$$
 (no cumple)

$$\text{Caso 3. } p(x) = ax^2 + x - b = (x-1)(x+2) = x^2 + x - 2 \rightarrow \boxed{a=1 \text{ y } b=2}$$

$$q(x) = ax^2 - x - 3b = x^2 - x - 6 = (x-3)(x+2) \quad (\text{cumple})$$

$$\therefore (2a + 3b) = 2(1) + 3(2) = 8.$$

Rpta.: A

7. Dados los polinomios $p(x) = x^3 + 10x^2 + ax + b$ y $q(x) = x^3 + 8x^2 - mx + n$ se cumple que el $\text{MCD}[p(x), q(x)] = x^2 + 9x + 14$ en $\mathbb{Z}[x]$. Calcule el valor $(a + b)$.

- A) - 33 B) 9 C) 33 D) 37 E) - 9

Solución:

Como $\text{MCD}[p(x), q(x)] = x^2 + 9x + 14$, entonces $\frac{p(x)}{x^2 + 9x + 14}$ división exacta.

Aplicando Horner:

1	1	10	a	b	$\rightarrow a = 23 \wedge b = 14$
-9		-9	-14		
-14		-9	-14		
	1	1	0	0	

\therefore El valor $(a + b)$ es 37.

Rpta.: D

8. Dados los polinomios $p(x) = x^3 + 5x^2 - 18x - 72$ y $q(x)$. Si $\text{MCD}[p(x), q(x)] \cdot \text{MCM}[p(x), q(x)] = (x^3 - 8x^2 - 5x + 84)(x^3 + 5x^2 - 18x - 72)$, determine el término independiente del $\text{MCD}[p(x), q(x)]$ en $\mathbb{Z}[x]$.

- A) - 12 B) 14 C) 24 D) 6 E) - 42

Solución:

1. Factorizamos $p(x)$

$$p(x) = x^3 + 5x^2 - 18x - 72 = (x-4)(x+6)(x+3)$$

2. $\text{MCD}[p(x), q(x)] \cdot \text{MCM}[p(x), q(x)] = (x^3 - 8x^2 - 5x + 84)(x^3 + 5x^2 - 18x - 72)$

$$\text{MCD}[p(x), q(x)] \cdot \text{MCM}[p(x), q(x)] = (x-4)(x+3)(x-7)(x+3)(x+6)(x-4)$$

$$\text{MCD}[p(x), q(x)] \cdot \text{MCM}[p(x), q(x)] = (x-4)^2(x+3)^2(x-7)(x+6)$$

Por propiedad:

$$\text{MCD}[p(x), q(x)] \cdot \text{MCM}[p(x), q(x)] = p(x)q(x)$$

$$(x-4)^2(x+3)^2(x-7)(x+6) = (x-4)(x+6)(x+3)q(x)$$

$$(x-4)(x+3)(x-7) = q(x)$$

$$\text{MCD}[p(x),q(x)] = (x-4)(x+3)$$

\therefore El término independiente del $\text{MCD}[p(x),q(x)]$ es -12 .

Rpta.:A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Se llenan dos baldes de capacidades $V_1 = 2x^3 - 18x^2 + 40x$ y $V_2 = 3x^3 - 9x^2 - 12x$, con la misma cantidad de agua. ¿Cuál puede ser el mayor volumen de agua contenido en cada balde?

A) $x(x-3)u^3$

B) $x(x-1)u^3$

C) $x(x-4)u^3$

D) $2xu^3$

E) xu^3

Solución:

1. Factorizando:

$$V_1 = 2x^3 - 18x^2 + 40x = 2x(x^2 - 9x + 20) = 2x(x-4)(x-5)$$

$$V_2 = 3x^3 - 9x^2 - 12x = 3x(x^2 - 3x - 4) = 3x(x+1)(x-4)$$

2. Para calcular el mayor volumen de agua debemos calcular el

$$\text{MCD}[V_1, V_2] = x(x-4)$$

\therefore El mayor volumen del agua contenido en cada balde es $x(x-4)u^3$.

Rpta.: C

2. Dados los polinomios $p(x) = x^5 + x^3 - x^2 - 1$ y $q(x) = (x^4 + x^2 + 1)(x^5 - x^4 - x + 1)$. Si $d(x) = \text{MCD}[p(x),q(x)] = (ax^3 - x^2 + bx - 1)(x^2 + c + x)$ en $\mathbb{Z}[x]$, halle el valor $(a+b+c)$.

A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

E) 6

Solución:

1. Factorizando:

$$p(x) = x^5 + x^3 - x^2 - 1 = (x^2 + 1)(x-1)(x^2 + x + 1)$$

$$q(x) = (x^4 + x^2 + 1)(x^5 - x^4 - x + 1) = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)(x^2 + 1)(x-1)^2(x+1)$$

$$d(x) = \text{MCD}[p(x),q(x)] = (x^2 + 1)(x-1)(x^2 + x + 1)$$

2. $d(x) = \text{MCD}[p(x), q(x)] = (x^2 + 1)(x - 1)(x^2 + x + 1) = (ax^3 - x^2 + bx - 1)(x^2 + c + x)$
 $d(x) = \text{MCD}[p(x), q(x)] = (x^3 - x^2 + x - 1)(x^2 + x + 1) = (ax^3 - x^2 + bx - 1)(x^2 + x + c)$
 $a = 1; b = 1; c = 1$
 $\therefore a + b + c = 3.$

Rpta.: B

3. Dados los polinomios $p(x) = x^4 + 6x^3 + 12x^2 + 19x + 12$ y $q(x) = x^4 + 5x^3 + 10x^2 + 30x + 24$, halle el $\text{MCM}[p(x), q(x)]$ en $\mathbb{Z}[x]$ y de como respuesta $\frac{\text{MCM}[p(x), q(x)]}{p(x)} + \frac{\text{MCM}[p(x), q(x)]}{q(x)}$.

- A) $x^2 + x + 9$ B) $2x^2 - x - 9$ C) $2x^2 - x + 9$ D) $2x^2 + x + 9$ E) $2x^2 + x - 9$

Solución:

1. Factorizando:

$$p(x) = x^4 + 6x^3 + 12x^2 + 19x + 12 = (x + 1)(x + 4)(x^2 + x + 3)$$

$$q(x) = x^4 + 5x^3 + 10x^2 + 30x + 24 = (x + 1)(x + 4)(x^2 + 6)$$

$$\text{MCM}[p(x), q(x)] = (x + 1)(x + 4)(x^2 + 6)(x^2 + x + 3)$$

2. Luego:

$$\frac{\text{MCM}[p(x), q(x)]}{p(x)} = \frac{(x + 1)(x + 4)(x^2 + 6)(x^2 + x + 3)}{(x + 1)(x + 4)(x^2 + x + 3)} = x^2 + 6$$

$$\frac{\text{MCM}[p(x), q(x)]}{q(x)} = \frac{(x + 1)(x + 4)(x^2 + 6)(x^2 + x + 3)}{(x + 1)(x + 4)(x^2 + 6)} = x^2 + x + 3$$

$$\therefore \text{Por lo tanto, } \frac{\text{MCM}[p(x), q(x)]}{p(x)} + \frac{\text{MCM}[p(x), q(x)]}{q(x)} = 2x^2 + x + 9$$

Rpta.: D

4. Un vendedor compró Scooters que vienen dentro de cajas con forma de paralelepípedo cuyas dimensiones son $(x^4 - 13x^2 + 36)$ cm, $(x^3 + 4x^2 + x - 6)$ cm y $(x^3 - 7x + 6)$ cm, con $x > 4$. Para poder trasladar dichas cajas necesita de dos contenedores de forma cúbica del menor volumen posible, uno de los contenedores se llena y al otro le faltan $(2x^4 - 26x^2 + 72)$ cajas para ser llenado. Halle el número de factores algebraicos de la expresión que representa la cantidad de cajas de Scooter que compró.
- A) 31 B) 23 C) 17 D) 15 E) 11

Solución:

1. Consideremos $p(x) = x^4 - 13x^2 + 36$, $q(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$ y $r(x) = x^3 - 7x + 6$

Factorizamos:

$$p(x) = x^4 - 13x^2 + 36 = (x-2)(x+2)(x-3)(x+3)$$

$$q(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x-1)(x+2)(x+3)$$

$$r(x) = x^3 - 7x + 6 = (x-1)(x+3)(x-2)$$

2. Sea L la longitud de las aristas del contenedor cúbico

$$L = \text{MCM}[p(x), q(x), r(x)] = (x-2)(x+2)(x+3)(x-3)(x-1)$$

3. Sea $S(x)$ la expresión que representa el número de cajas de Scooter que compró

$$S(x) = 2(x-1)(x-2)(x-3)^2(x+2) - (2x^4 - 26x^2 + 72)$$

$$S(x) = 2(x-1)(x-2)(x-3)^2(x+2) - 2(x-2)(x+2)(x-3)(x+3)$$

$$= 2(x-2)(x+2)(x-3)[(x-1)(x-3) - (x+3)] = 2x(x-2)(x+2)(x-3)(x-5)$$

\therefore El número de factores algebraicos de la expresión es $(2)(2)(2)(2)(2) - 1 = 31$.

Rpta.: A

5. Dados los polinomios $p(x) = x^3 + mx^2 - x - 30$ y $q(x) = x^3 + nx^2 + 47x + 60$. Si $\text{MCD}[p(x), q(x)] = x^2 + 8x + 15$ en $\mathbb{Z}[x]$, calcule el valor $(m+n)$.

- A) -20 B) 18 C) 24 D) 20 E) 22

Solución:

Como $\text{MCD}[p(x), q(x)] = x^2 + 8x + 15 = (x+5)(x+3)$, entonces $p(-3) = 0$ y $q(-3) = 0$

$$p(-3) = (-3)^3 + m(-3)^2 - (-3) - 30 = 0 \rightarrow m = 6$$

$$q(-3) = (-3)^3 + n(-3)^2 + 47(-3) + 60 = 0 \rightarrow n = 12$$

\therefore El valor $(m+n)$ es 18.

Rpta.: B

6. Paco tiene un cilindro lleno de $((3x+z)(2x+3z) + 6x + 2z)$ litros de vino blanco y otro lleno de $(6x^2 + 9xz + 4x - 3z - 2)$ litros de vino tinto. Él necesita envasar el vino en recipientes de igual capacidad, con la condición de usar la menor cantidad de estos recipientes, sin mezclar los dos tipos de vino, y sin desperdiciar. Si el cilindro de vino blanco contenía 63 litros y al finalizar Paco observó que obtuvo 2 recipientes más de vino blanco que de vino tinto, ¿cuál es la capacidad, en litros del cilindro que contiene vino tinto?

- A) 36 litros B) 45 litros C) 54 litros D) 72 litros E) 81 litros

Solución:

1. Consideremos:

Capacidad del cilindro que contiene vino blanco, en litros:

$$p(x, z) = (3x + z)(2x + 3z) + 6x + 2z$$

Capacidad del cilindro que contiene vino tinto, en litros:

$$q(x, z) = 6x^2 + 9xz + 4x - 3z - 2$$

2. Factorizamos los polinomios en $\mathbb{Z}[x, z]$

$$p(x, z) = (3x + z)(2x + 3z) + 6x + 2z = (3x + z)(2x + 3z + 2)$$

$$q(x, z) = 6x^2 + 9xz + 4x - 3z - 2 = (3x - 1)(2x + 3z + 2)$$

3. $\text{MCD}[p(x, z), q(x, z)] = 2x + 3z + 2$ representa la capacidad en litros de cada recipiente.

Número de recipientes para el vino blanco:

$$\frac{p(x, z)}{2x + 3z + 2} = \frac{(3x + z)(2x + 3z + 2)}{2x + 3z + 2} = 3x + z$$

Número de recipientes para el vino tinto:

$$\frac{q(x, z)}{2x + 3z + 2} = \frac{(3x - 1)(2x + 3z + 2)}{2x + 3z + 2} = 3x - 1$$

$$\text{Del dato: } 3x + z - (3x - 1) = 2 \rightarrow z = 1$$

Como el cilindro que contenía vino blanco tenía 63 litros

$$p(x, z) = (3x + z)(2x + 3z + 2) = 63$$

$$(3x + 1)(2x + 3(1) + 2) = 63 \rightarrow x = 2$$

$$q(2, 1) = (3(2) - 1)(2(2) + 3(1) + 2) = 45$$

∴ El cilindro con vino tinto tiene una capacidad de 45 litros.

Rpta.: B

7. Dados los polinomios $p(x) = x^3 + 3x^2 + ax + b$ y $q(x) = x^3 - 5x^2 - mx + n$ se cumple que el $\text{MCD}[p(x), q(x)] = x^2 - 2x - 3$ en $\mathbb{Z}[x]$. Halle la suma de coeficientes del $\text{MCM}[p(x), q(x)]$.

A) 25

B) 29

C) 27

D) 48

E) 39

Solución:

1. Como $\text{MCD}[p(x), q(x)] = x^2 - 2x - 3$, entonces $\frac{p(x)}{x^2 - 2x - 3}$ división exacta.

Aplicando Horner:

1	1	3	a	b
2		2	3	
3			10	15
	1	5	0	0

 $\rightarrow p(x) = (x^2 - 2x - 3)(x + 5)$

2. Como $\text{MCD}[p(x), q(x)] = x^2 - 2x - 3$, entonces $\frac{q(x)}{x^2 - 2x - 3}$ división exacta.

Aplicando Horner:

1	1	-5	-m	n
2		2	3	
3			-6	-9
	1	-3	0	0

 $\rightarrow q(x) = (x^2 - 2x - 3)(x - 3)$

$$p(x) = (x^2 - 2x - 3)(x + 5) = (x - 3)(x + 1)(x + 5)$$

$$q(x) = (x^2 - 2x - 3)(x - 3) = (x - 3)(x + 1)(x - 3) = (x - 3)^2(x + 1)$$

$$\text{MCM}[p(x), q(x)] = (x - 3)^2(x + 1)(x + 5)$$

$$x = 1 \rightarrow (1 - 3)^2(1 + 1)(1 + 5) = 48$$

\therefore La suma de los coeficientes del $\text{MCM}[p(x), q(x)]$ es 48.

Rpta.: D

8. Sean los polinomios de coeficientes enteros $p(x) = x^{100} + 2x^{99} + ax^2 + bx - 12$ y $q(x) = 3x^3 + 7x^2 - 4$. En $\mathbb{Z}[x]$ se sabe que $\text{MCD}[p(x), q(x)] = (x + r)(x + s)$, halle la suma de los coeficientes del $\text{MCM}[p(x), q(x)]$.

- A) -40 B) -36 C) 20 D) 24 E) 27

Solución:

1. Factorizando:

$$q(x) = 3x^3 + 7x^2 - 4 = (3x - 2)(x + 1)(x + 2)$$

Como $\text{MCD}[p(x), q(x)] = (x + r)(x + s)$ divide a $q(x)$

$$\text{MCD}[p(x), q(x)] = (x + r)(x + s) = (x + 1)(x + 2)$$

2. $\text{MCD}[p(x), q(x)] = (x + 1)(x + 2)$ también divide a $p(x)$

Por el teorema del factor:

- Si $x = -1$; $0 = p(-1) = (-1)^{100} + 2(-1)^{99} + a(-1)^2 + b(-1) - 12 = a - b - 13$
 $a - b = 13 \dots (I)$

- Si $x = -2$; $0 = p(-2) = (-2)^{100} + 2(-2)^{99} + a(-2)^2 + b(-2) - 12 = 4a - 2b - 12$
 $2a - b = 6 \dots (II)$

De (I) y (II): $a = -7$; $b = -20$

3. Luego por propiedad $MCM[p(x), q(x)] \times MCD[p(x), q(x)] = p(x) \times q(x)$

$$MCM[p(x), q(x)] \times (x+1)(x+2) = (x^{100} + 2x^{99} - 7x^2 - 20x - 12) \times (3x^3 + 7x^2 - 4)$$

$$MCM[p(x), q(x)] \times (x+1)(x+2) = (x^{100} + 2x^{99} - 7x^2 - 20x - 12) \times (x+1)(x+2)(3x-2)$$

$$m(x) = MCM[p(x), q(x)] = (x^{100} + 2x^{99} - 7x^2 - 20x - 12)(3x-2)$$

$$x = 1 \rightarrow m(1) = ((1)^{100} + 2(1)^{99} - 7(1)^2 - 20(1) - 12)(3(1) - 2) = -36$$

\therefore La suma de los coeficientes del $MCM[p(x), q(x)]$ es -36 .

Rpta.: B

Trigonometría

EJERCICIOS DE CLASE

1. Determine el conjunto solución de la ecuación $\text{sen}(4x) + \text{sen}(2x) = 4\text{cos}(2x) + 2$.

A) $\left\{2n\pi \pm \frac{2\pi}{3} / n \in \mathbb{Z}\right\}$
 D) $\left\{n\pi \pm \frac{\pi}{6} / n \in \mathbb{Z}\right\}$

B) $\left\{n\pi \pm \frac{\pi}{3} / n \in \mathbb{Z}\right\}$
 E) $\left\{\frac{n\pi}{2} \pm \frac{\pi}{6} / n \in \mathbb{Z}\right\}$

C) $\left\{2n\pi \pm \frac{\pi}{3} / n \in \mathbb{Z}\right\}$

Solución:

Como: $\text{sen}(4x) + \text{sen}(2x) = 4\text{cos}(2x) + 2$

$$\Rightarrow 2\text{sen}(2x)\text{cos}(2x) + \text{sen}(2x) - 4\text{cos}(2x) - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \text{sen}(2x)[2\text{cos}(2x) + 1] - 2[2\text{cos}(2x) + 1] = 0$$

$$\Rightarrow [2\text{cos}(2x) + 1][\text{sen}(2x) - 2] = 0$$

$$\Rightarrow \text{cos}(2x) = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2x = 2\pi n \pm \frac{2\pi}{3}; n \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = \pi n \pm \frac{\pi}{3}; n \in \mathbb{Z}$$

Por lo tanto, el conjunto solución es $\left\{n\pi \pm \frac{\pi}{3} / n \in \mathbb{Z}\right\}$.

Rpta.: B

2. Halle la suma de la menor solución positiva y la mayor solución negativa de la ecuación

$$\text{sen}\left(\frac{x}{2}\right) + \sqrt{3}\text{cos}\left(\frac{x}{2}\right) = 1.$$

A) $\frac{2\pi}{3}$

B) $-\frac{2\pi}{5}$

C) $\frac{\pi}{3}$

D) $-\frac{\pi}{3}$

E) π

Solución:

$$\text{Como, } \sin\left(\frac{x}{2}\right) + \sqrt{3} \cos\left(\frac{x}{2}\right) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \sin\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}; \frac{\pi}{3} - 2\pi; \frac{5\pi}{3} - 2\pi; \dots$$

$$\Rightarrow x = \pi; \frac{11\pi}{3}; -3\pi; -\frac{\pi}{3}; \dots$$

La menor solución positiva es π . y la mayor solución negativa es $-\frac{\pi}{3}$.

Por tanto, la suma de la menor solución positiva y la mayor solución negativa es $\frac{2\pi}{3}$.

Rpta.: A

3. La construcción de un puente peatonal se realizó en tres etapas, la primera etapa se llevó a cabo en $(4\cos^2 x)$ meses, la segunda etapa en $(12\sin^2 x + 2)$ meses y la tercera etapa en $(8\sqrt{3}\sin x \cos x + 1)$ meses donde $x \in [0, \pi)$. Si la construcción del puente peatonal duró 7 meses, ¿en cuánto tiempo se llevó a cabo la primera etapa?

A) 4 meses B) 2 meses C) 3 meses D) 2,5 meses E) 1,5 meses

Solución:

Del enunciado:

$$4\cos^2(x) + 12\sin^2(x) + 2 + 8\sqrt{3}\sin(x)\cos(x) + 1 = 7$$

$$4\cos^2(x) + 12\sin^2(x) + 8\sqrt{3}\sin(x)\cos(x) = 4$$

$$3\sin^2(x) + \sqrt{3}\sin(2x) = 1 - \cos^2(x)$$

$$2\sin^2(x) + \sqrt{3}\sin(2x) = 0$$

$$\cos(2x) - \sqrt{3}\sin(2x) = 1$$

$$\Rightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}; \dots$$

$$\Rightarrow x = 0; \frac{4\pi}{3}; \dots$$

Por lo tanto, la construcción de la primera etapa duró 4 meses.

Rpta.: A

4. La energía que produce una máquina térmica está modelada por la expresión
- $$\frac{2\cos\left(\frac{9\pi t}{7}\right) + \cos\left(\frac{2\pi t}{7}\right) + 4\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{5\pi t}{7}\right)}{6\sin\left(\frac{9\pi t}{7}\right) + 3\sin\left(\frac{2\pi t}{7}\right) - 3\sec\left(\frac{\pi}{3}\right)\sin\left(\frac{5\pi t}{7}\right)}$$
- en Joule donde t es el número de minutos transcurridos, $t \in \langle 0,1 \rangle$. Si después de t minutos transcurridos, la cantidad de energía producida por la máquina es $\frac{1}{3}$ J, halle t .

- A) $\frac{1}{4}$ B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{7}{8}$

Solución:

Del enunciado:

$$\frac{2\cos\left(\frac{9\pi t}{7}\right) + \cos\left(\frac{2\pi t}{7}\right) + 4\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{5\pi t}{7}\right)}{6\sin\left(\frac{9\pi t}{7}\right) + 3\sin\left(\frac{2\pi t}{7}\right) - 3\sec\left(\frac{\pi}{3}\right)\sin\left(\frac{5\pi t}{7}\right)} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{2\left[\cos\left(\frac{9\pi t}{7}\right) + \cos\left(\frac{5\pi t}{7}\right)\right] + \cos\left(\frac{2\pi t}{7}\right)}{6\left[\sin\left(\frac{9\pi t}{7}\right) - \sin\left(\frac{5\pi t}{7}\right)\right] + 3\sin\left(\frac{2\pi t}{7}\right)} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{2\left[2\cos(\pi t) \cdot \cos\left(\frac{2\pi t}{7}\right)\right] + \cos\left(\frac{2\pi t}{7}\right)}{6\left[2\cos(\pi t) \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{7}\right)\right] + 3\sin\left(\frac{2\pi t}{7}\right)} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{\cos\left(\frac{2\pi t}{7}\right)[4\cos(\pi t) + 1]}{3\sin\left(\frac{2\pi t}{7}\right)[4\cos(\pi t) + 1]} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \cot\left(\frac{2\pi t}{7}\right) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi t}{7} = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow t = \frac{7}{8}$$

Rpta.: E

5. La temperatura en grados Celsius de una oficina está determinada por la expresión $21 - 6\text{sen}\left(\frac{\pi}{12}(t-12)\right)$ donde t es el número de horas transcurridas en un día a partir de la medianoche. Si el personal de la oficina labora desde las 8:00 a.m. hasta las 6:00 p.m. ¿a qué hora fuera del horario de oficina la temperatura alcanzó los 18°C ?
- A) 4 a.m. B) 10 p.m. C) 6 a.m. D) 8 p.m. E) 7 a.m.

Solución:

Del enunciado:

$$21 - 6\text{sen}\left(\frac{\pi}{12}(t-12)\right) = 18$$

$$\Rightarrow \text{sen}\left(\frac{\pi}{12}(t-12)\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{12}(t-12) = \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}; \dots$$

$$\Rightarrow t = 14; 22; 38; \dots$$

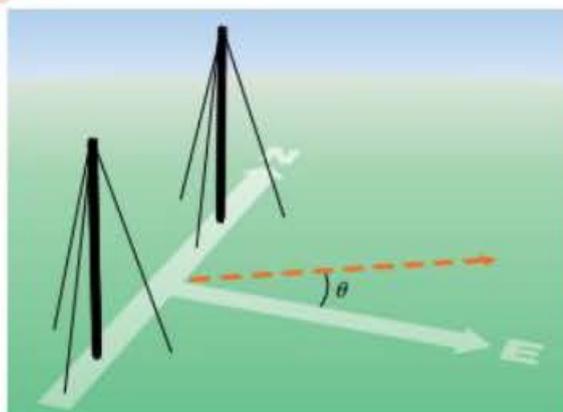
Luego:

$$t = 22$$

Por lo tanto, la temperatura alcanzó los 18°C a las 10 p. m.**Rpta.: B**

6. Una estación de radio tiene dos torres de transmisión ubicadas a lo largo de la línea norte-sur, como se muestra en la figura. Si la intensidad de la señal en la dirección $E\theta N$ está dada por $I(\theta) = 0,5 I_0 [1 + \cos(\pi \text{sen}\theta)]$ donde I_0 es la intensidad máxima, halle la dirección en el que la intensidad de la señal es la mitad de la intensidad máxima.

- A) $E45^\circ N$
 B) $E30^\circ N$
 C) $E37^\circ N$
 D) $E60^\circ N$
 E) $E75^\circ N$

**Solución:**

Del enunciado:

$$\frac{1}{2} I_0 = 0,5 I_0 [1 + \cos(\pi \text{sen}\theta)]$$

$$1 + \cos(\pi \operatorname{sen}\theta) = 1 \Rightarrow \cos(\pi \operatorname{sen}\theta) = 0$$

$$\Rightarrow \pi \operatorname{sen}\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \operatorname{sen}\theta = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \theta = 30^\circ$$

Por lo tanto, la dirección es E30°N.

Rpta.: B

7. La altura respecto al nivel del mar a la que se encuentra un montañista que escaló y llegó a la cima de una montaña está dada por la expresión $6\,000\operatorname{sen}^2\left(\frac{t\pi}{12}\right) + 757$ en metros donde t es el número de horas transcurridas desde que inició su ascenso, $0 \leq t \leq 8$. Si el montañista inició su ascenso a las 5 a.m., ¿cuánto tiempo le tomó llegar a la cima?

- A) 3 horas B) 2 horas C) 5 horas D) 4 horas E) 6 horas

Solución:

El montañista alcanza la cima cuando la expresión $6\,000\operatorname{sen}^2\left(\frac{t\pi}{12}\right) + 757$ toma su máximo valor, es decir cuando $\operatorname{sen}^2\left(\frac{t\pi}{12}\right)$ toma su máximo valor.

Tenemos:

$$\operatorname{sen}^2\left(\frac{t\pi}{12}\right) = 1$$

$$\Rightarrow 0 = 1 - \operatorname{sen}^2\left(\frac{t\pi}{12}\right)$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{t\pi}{12}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{t\pi}{12} = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow t = 6$$

Por lo tanto, le tomó 6 horas en llegar a la cima.

Rpta.: E

8. Cuando se dispara un proyectil con un ángulo de inclinación θ respecto a la horizontal y con velocidad inicial de v_0 pies/s, la altura máxima que alcanza está dada por la expresión $\frac{(v_0)^2 \text{sen}^2(\theta)}{64}$ en pies. Si la velocidad con la que es lanzado un proyectil es de 400 pies/s, determine aproximadamente el ángulo de inclinación para que la altura máxima que alcance sea de 2 000 pies.

- A) 30° B) $18,5^\circ$
 C) $63,5^\circ$ D) $26,5^\circ$
 E) 37°

**Solución:**

Del enunciado:

$$\frac{(400)^2 \text{sen}^2(\theta)}{64} = 2000$$

$$\frac{160000 \text{sen}^2(\theta)}{64} = 2000$$

$$\text{sen}^2(\theta) = \frac{4}{5}$$

$$\text{sen}(\theta) = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

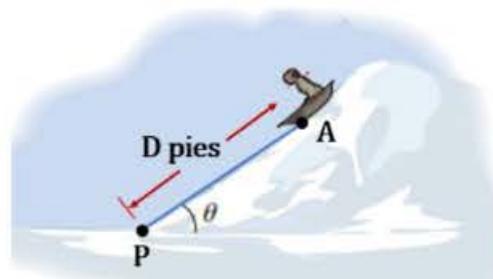
$$\Rightarrow \theta = \left(\frac{127}{2}\right)^\circ$$

Por lo tanto, el ángulo de inclinación de lanzamiento es $63,5^\circ$.

Rpta.: C

9. El tiempo que tarda un trineo en bajar por una montaña de nieve desde un punto A que dista de P en D pies está dado por la expresión $\sqrt{\frac{D}{16\text{sen}(\theta)}}$ en segundos, donde θ es el ángulo de inclinación de la pendiente. Si el tiempo que tardó el trineo en bajar desde el punto A que dista de P en 3 200 pies fue 20 segundos, determine θ .

- A) $\frac{\pi}{6}$ rad B) $\frac{\pi}{12}$ rad
 C) $\frac{\pi}{3}$ rad D) $\frac{5\pi}{12}$ rad
 E) $\frac{\pi}{4}$ rad



Solución:

$$\text{Como: } \sqrt{\frac{3200}{16\text{sen}(\theta)}} = 20$$

$$\Rightarrow \frac{3200}{16\text{sen}(\theta)} = 400$$

$$\Rightarrow \text{csc}(\theta) = 2$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

Por lo tanto, el ángulo de inclinación es $\frac{\pi}{6}$ rad.

Rpta.: A

10. En una persona, la presión sanguínea diastólica en reposo durante un día está dada por la expresión $80 + 7\text{sen}\left(\frac{\pi t}{12}\right)$ en mm Hg donde t es el número de horas transcurridas desde la medianoche. Determine cuántas veces la presión fue de 83,5 mm Hg durante dicho día.

- A) 1 vez B) 2 veces C) 4 veces D) 3 veces E) 5 veces

Solución:

Del enunciado, se tiene

$$80 + 7\text{sen}\left(\frac{\pi t}{12}\right) = 83,5$$

$$\Rightarrow \text{sen}\left(\frac{\pi t}{12}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi t}{12} = \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; 2\pi + \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow t = 2; 10; 26$$

Por lo tanto, la presión fue de 83,5 mm Hg dos veces en dicho día

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Determine el conjunto solución de la ecuación $2\sec(3x) + 2\sqrt{3}\csc(3x) = \tan(3x) + \sqrt{3}$.

A) $\left\{ n\pi \pm \frac{\pi}{9} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

B) $\left\{ n\pi - \frac{\pi}{9} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

C) $\left\{ n\pi \pm \frac{\pi}{3} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

D) $\left\{ \frac{n\pi}{3} - \frac{\pi}{9} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

E) $\left\{ \frac{n\pi}{3} \pm \frac{\pi}{9} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

Solución:

$$\text{Como } 2\sec(3x) + 2\sqrt{3}\csc(3x) - \tan(3x) - \sqrt{3} = 0$$

$$\Rightarrow 2\tan(3x)\csc(3x) + 2\sqrt{3}\csc(3x) - \tan(3x) - \sqrt{3} = 0$$

$$\Rightarrow 2\csc(3x)[\tan(3x) + \sqrt{3}] - [\tan(3x) + \sqrt{3}] = 0$$

$$\Rightarrow [\tan(3x) + \sqrt{3}][2\csc(3x) - 1] = 0$$

$$\Rightarrow \tan(3x) = -\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 3x = n\pi - \frac{\pi}{3}; n \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x = \frac{n\pi}{3} - \frac{\pi}{9}; n \in \mathbb{Z}$$

Por lo tanto, el conjunto solución es $\left\{ \frac{n\pi}{3} - \frac{\pi}{9} / n \in \mathbb{Z} \right\}$.

Rpta.: D

2. Determine el número de soluciones de la ecuación $\sin(7x) + \cos(2x) + \sin(3x) = 0$, $x \in [0; \pi]$.

A) 3

B) 1

C) 2

D) 4

E) 6

Solución:

$$\text{Como: } \sin(7x) + \cos(2x) + \sin(3x) = 0$$

$$\Rightarrow 2\sin(5x)\cos(2x) + \cos(2x) = 0$$

$$\Rightarrow \cos(2x)[2\sin(5x) + 1] = 0$$

$$\Rightarrow \cos(2x) = 0 \quad \vee \quad \sin(5x) = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \quad \vee \quad 5x = \frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}; 2\pi + \frac{7\pi}{6}; 2\pi + \frac{11\pi}{6}; 4\pi + \frac{7\pi}{6}; \dots$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4} \quad \vee \quad x = \frac{7\pi}{30}; \frac{11\pi}{30}; \frac{19\pi}{30}; \frac{23\pi}{30}; \frac{31\pi}{30}$$

Por lo tanto, el número de soluciones en el intervalo $[0; \pi]$ es 6.

Rpta.: E

3. La cantidad mensual de equipos para esquiar vendidos de una tienda de artículos deportivos, está dada por la expresión $58,3 + 32,5 \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)$ en cientos de unidades donde t es el número del mes del año. Determine los meses en que la cantidad de equipos vendidos fue de 7 460 unidades.
- A) enero y setiembre B) febrero y octubre C) febrero y setiembre
D) marzo y octubre E) enero, octubre y diciembre

Solución:

Como: $58,35 + 32,5 \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right) = 74,60$

$$\Rightarrow 32,50 \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right) = 16,25$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi t}{6} = \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}$$

$$\Rightarrow t = 2; 10$$

Por lo tanto, los meses son febrero y octubre.

Rpta.: B

4. El ingreso mensual aproximado de una empresa que fabrica trajes de baño está dado por la expresión $70 + 60 \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$ en miles de soles donde t es el número del mes del año. Determine en qué meses el ingreso de la empresa fue de 100 000 soles.
- A) enero y marzo B) enero y noviembre C) marzo y agosto
D) enero y mayo E) mayo y julio

Solución:

Como: $70 + 60 \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right) = 100$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi t}{6} = \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}$$

$$\Rightarrow t = 1; 5$$

Por lo tanto, los meses son enero y mayo.

Rpta.: D

5. Halle la menor solución positiva de $[\text{sen}(x) - 1][\text{sen}(x) + 100] \geq 0$.

- A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{12}$

Solución:

$$\text{Como: } [\text{sen}(x) - 1][\text{sen}(x) + 100] \geq 0$$

$$\Rightarrow \text{sen}(x) \geq 1$$

$$\Rightarrow \text{sen}(x) = 1$$

$$\Rightarrow x_{\text{mín}} = \frac{\pi}{2}$$

Por lo tanto, la mínima solución positiva es $\frac{\pi}{2}$.

Rpta.: A

Lenguaje

EJERCICIOS DE CLASE

1. La frase verbal es la unidad sintáctica que presenta como núcleo un verbo flexionado o una perífrasis verbal. Funciona como predicado de la oración bimembre. Según esta aseveración, marque la alternativa en la que la frase verbal está correctamente subrayada.

- A) Va a reservar una mesa en aquel restaurante.
 B) Marcelo no respondió de manera adecuada.
 C) Esteban ha estudiado Medicina en la UNMSM.
 D) Juliana y Mariana caminaron por la playa ayer.
 E) Vendieron aquella vieja casona del pueblo.

Solución:

En la referida alternativa, la frase verbal *caminaron por la playa ayer* está correctamente subrayada porque enuncia algo acerca de la frase nominal sujeto *Julia y María*; además está formada por el verbo y complementos circunstanciales.

Rpta.: D

2. El núcleo de la frase verbal puede ser un verbo o una perífrasis verbal. Según ello, en los enunciados *En Cajamarca, han encontrado restos óseos recientemente* y *El curso de Fonética I debe iniciar en agosto*, los núcleos de las frases verbales son

- A) han y deben B) encontrado e iniciar
 C) han encontrado y debe D) encontrado y debe
 E) han encontrado y debe iniciar

- II. Tal vez estudiemos en la casa de Inés.
 III. Carlos viajará a Pucallpa el domingo.
- a. Subjuntivo
 b. Indicativo

Rpta.: D

6. Lea el siguiente texto:

La agricultura de regadío consiste en el suministro de agua a los cultivos a través de diversos métodos o sistemas de riego con el fin de cubrir las necesidades hídricas de estas que no son cubiertas por la precipitación o para incrementar la producción agrícola.

Determine el valor de verdad (V) o falsedad (F) de los enunciados respecto al verbo y marque la alternativa correcta.

- I. Carece de formas no personales del verbo.
 II. El verbo *consistir* es un verbo intransitivo.
 III. Hay más verbos regulares que irregulares.
 IV. Los verbos *cubrir* e *incrementar* son transitivos.

- A) FVVF B) VVVF C) FFVV D) VFVF E) FVVV

Solución:

Los verbos *cubrir* e *incrementar* son transitivos y el verbo *consistir* es intransitivo. En el enunciado, se observan las formas no personales *cubrir* y *cubiertas*. Además, hay más verbos regulares (*consistir, cubrir, incrementar*) que irregulares (*ser*).

Rpta.: E

7. El aspecto expresa si la acción verbal ha concluido o no, por ello se clasifica como perfectivo e imperfectivo respectivamente. En ese sentido, en los enunciados *Estudiaba italiano en aquel instituto, Ellos salían muy temprano* y *Leonidas rindió el examen final*, los verbos expresan, respectivamente, aspecto

- A) perfectivo, perfectivo e imperfectivo.
 B) perfectivo, imperfectivo e imperfectivo.
 C) perfectivo, imperfectivo y perfectivo.
 D) imperfectivo, imperfectivo y perfectivo.
 E) imperfectivo, perfectivo e imperfectivo.

Solución:

En los referidos enunciados, *estudiaba* y *salían* expresan aspecto imperfectivo porque la acción verbal no ha concluido; *rindió*, aspecto perfectivo, esto es, que la acción verbal ha terminado.

Rpta.: D

8. Según la clase de frase verbal, los verbos se clasifican en copulativo y predicativo. Asimismo, el verbo predicativo puede ser transitivo, intransitivo e impersonal. Según ello, seleccione la opción en la que hay verbo predicativo intransitivo.

- A) El fin de semana, movieron el mueble.
 B) En el paseo, fotografiaron los paisajes.
 C) Ofrecerá un concierto en esa ciudad.
 D) Laura ayer evaluó a cinco estudiantes.
 E) Nosotros iremos muy pronto al museo.

Solución:

En la referida alternativa, el verbo *iremos* es intransitivo porque carece de objeto directo. En las otras opciones, los verbos *movieron*, *fotografiaron*, *ofrecerá* y *evaluó* son transitivos.

Rpta.: E

9. El verbo transitivo admite complemento directo y, opcionalmente, indirecto. Tomando en cuenta ello, elija la opción que presenta verbo transitivo.

- A) Ellos corrían diariamente en el parque.
- B) Ellos han estado felices por el premio.
- C) Adela cepilló el pelaje de su mascota.
- D) Nacieron el mismo mes que Antonieta.
- E) Ya había sido demasiado tarde, María.

Solución:

En esta alternativa, se presenta el verbo transitivo *cepilló* y el objeto directo *el pelaje de su mascota*.

Rpta.: C

10. El núcleo de la frase verbal puede presentarse como una perífrasis verbal, la cual está conformada por un verbo auxiliar y un verbo principal. Según esta aseveración, marque la alternativa que presenta perífrasis verbal.

- I. Ellos pudieron desarrollar los ejercicios sin ayuda.
- II. Queríamos revisar las etiquetas de esos productos.
- III. Estela prometió responder todas las interrogantes.
- IV. Esa herramienta será utilizada en la construcción.

- A) II y IV B) I y III C) I y IV D) II y III E) III y IV

Solución:

En el enunciado I, la perífrasis verbal está constituida por el verbo auxiliar *pudieron* que precede al verbo principal *desarrollar* en infinitivo; en el enunciado IV, la perífrasis verbal está formada por el verbo auxiliar *será* y el verbo principal *utilizada* en participio.

Rpta.: C

11. La perífrasis verbal presenta en su estructura un verbo auxiliar y un verbo principal. El verbo principal se presenta de forma no personal. Tomando en cuenta esta aseveración, lea los enunciados y marque la opción en la que el verbo principal de la perífrasis es transitivo.

- I. Todos los niños tienen que dormir ocho horas.
- II. Luciana debió mezclar todos los ingredientes.
- III. Ellos han ido al teatro dos veces a la semana.
- IV. Hoy hemos estudiado los tipos de comunicación.

- A) I y II B) II y III C) III y IV D) I y III E) II y IV

Solución:

En los enunciados II y IV, los verbos transitivos *mezclar* y *estudiar* son los principales de las perífrasis verbales. Estos se clasifican así por la presencia del objeto directo.

Rpta.: E

12. El gerundio es una forma no personal del verbo que presenta una acción en pleno desarrollo. En el español, se manifiesta por medio de la terminación *-ndo*. A partir de ello, seleccione la alternativa que presenta uso incorrecto de esa forma.

- A) Durante el viaje, él estuvo contemplando la laguna varias horas.
- B) Hoy llegó la embarcación trayendo artículos importados, Josué.
- C) Los escolares iban desfilando emotivamente ante el jurado local.
- D) Ya han pasado cuatro horas y sigue lloviendo incesantemente.
- E) Rosario lo miraba sonriendo mientras Arturo explicaba el hecho.

Solución:

En la referida alternativa, hay uso incorrecto del gerundio *trayendo*, pues este no puede modificar a un sustantivo.

Rpta.: B

Literatura

EJERCICIOS DE CLASE

1. A partir del fragmento citado de *Los ríos profundos*, de José María Arguedas, se puede aseverar que una característica de la literatura peruana es su rasgo _____, lo cual la configura como un campo complejo.

—¡Manan! ¡Kunankamallamsuark'aku...! —decía.

(¡No! ¡Solo hasta hoy robaron la sal! Hoy vamos a expulsar de Abancay a todos los ladrones. ¡Gritad, mujeres; gritad fuerte; que lo oiga el mundo entero! ¡Morirán los ladrones!)

Las mujeres gritaron:

—¡Kunanmisuakunawañunk'aku! (¡Hoy van a morir los ladrones!)

- A) heterogéneo, al incluir textos escritos desde la época incaica
- B) mestizo, pues le concede primacía al aporte cultural europeo
- C) multicultural, ya que suele mezclar lo ficticio con lo histórico
- D) plurilingüe, debido a la interacción del quechua y el español
- E) sincrético, porque incorpora los géneros literarios como la lírica

Solución:

En el fragmento citado, se puede evidenciar el carácter plurilingüe de nuestra literatura, ya que hay una interacción entre el quechua y el español.

Rpta.: D

2. Marque la alternativa que completa correctamente el siguiente enunciado sobre las características de la literatura peruana: «Se sostiene que nuestra literatura presenta un marcado carácter heterogéneo porque
- A) se produce a través de la escrita y la oralidad».
 - B) inicia su desarrollo cuando llega el castellano».
 - C) muestra una relación armónica a nivel cultural».
 - D) otorga hegemonía a los moldes literarios andinos».
 - E) expresa el conflicto entre lo tradicional y lo nuevo».

Solución:

La literatura peruana incorpora obras o manifestaciones literarias producidas desde la escritura y la oralidad; en ese sentido, destaca su carácter heterogéneo.

Rpta.: A

3. Las formas literarias de la etapa prehispánica peruana sufren las consecuencias del impacto cultural con el inicio de la _____. A pesar de ello, durante el periodo colonial y republicano se continuó con la producción literaria _____.
- A) independencia – escrita en quechua
 - B) modernización – costumbrista
 - C) transculturación – en lenguas foráneas
 - D) evangelización – de estilo religioso
 - E) colonización – de carácter oral

Solución:

Las formas literarias prehispánicas sufren un gran impacto cultural con el inicio de la conquista y colonización. Pese a ello, durante la colonia y la república se continuó con la producción literaria propia de la tradición oral.

Rpta.: E

4. Marque la alternativa que completa correctamente el siguiente enunciado sobre el romanticismo peruano: «El costumbrismo es el primer movimiento literario del periodo republicano. Se desarrolla durante el Primer Militarismo, _____. Por eso la literatura costumbrista describe una _____».
- A) etapa de pugnas por el poder – visión de la idiosincrasia limeña
 - B) momento cumbre castrense – clase social oportunista
 - C) período desordenado e inestable – sociedad en transición
 - D) ejemplo de férrea defensa nacional – declinante aristocracia
 - E) avalado por los civilistas – ascendente clase media

Solución:

El costumbrismo es el primer movimiento literario del periodo republicano. Se desarrolla durante el Primer Militarismo, entendido como un período desordenado e inestable. En razón de lo expresado, la literatura costumbrista se encargó de describir una sociedad en transición.

Rpta.: C

5. ¿Qué característica del costumbrismo peruano está presente en los versos citados del escritor Felipe Pardo y Aliaga?

*Damisela sutil, de cuello enhiesto,
[...]
Desde su alto balcón me echó un diluvio.
Del brindis conocéis las etiquetas;
Muy tiasas, muy calladas, muy formales,
Os gozáis en comer sin servilletas:
¡Y jugáis sin embargo carnales!*

- A) Atención por la actitud de los estratos bajos
- B) Predilección por la crítica ideológica y política
- C) Preferencia por las usanzas del ámbito rural
- D) Aprecio por las tradiciones de carácter popular
- E) Descripción de tipos y costumbres sociales

Solución:

En los versos citados se describe la costumbre del carnaval, practicada por las mujeres de los estratos sociales altos.

Rpta.: E

6. Respecto al fragmento citado, perteneciente a la comedia *Frutos de la educación*, de Felipe Pardo y Aliaga, señale qué característica del costumbrismo destaca en él.

MANUEL
[...] los bailes de esa calaña
no son para las señoras.
El primor que los realza
no es la bella agilidad,
la agradable consonancia [...] de una joven bien criada:
son groseras contorsiones
por torpe vicio inventadas
que ofenden a quien las mira
y a quien las hace rebajan.

- A) Actitud moralizante
- B) Tendencia realista
- C) Tono humorístico
- D) Descripción detallada
- E) Preferencia por lo lírico

En el fragmento citado de la obra *Frutos de la educación*, de Felipe Pardo y Aliaga, se evidencia la actitud moralizante, pues se reprueba los movimientos de un baile practicado por las señoritas.

Rpta.: A

7. ¿Qué característica del costumbrismo peruano identificamos en los versos del poema «¿Soberanía», de Felipe Pardo y Aliaga?

*Goce atributivo
Del pueblo, quien divide en tres poderes
Que son Legislativo, Ejecutivo, y Judicial
sus altos procederes.
A cada poder de estos, decisivo,
El código señala sus quehaceres,
Mandándoles obrar con tal recato,
Que no saquen jamás los pies del plato.
Por lo cual, el Poder Legislativo
A más de dictar leyes, no rehúsa
Meter la hoz en miel ajena altivo,
Sin más rubor que la autocracia rusa [...]*

- A) La descripción de tipos sociales
B) Una actitud satírica como arma política
C) La recreación de costumbres aristocráticas
D) La condena de los vicios ciudadanos
E) Una profundización en los problemas sociales

Solución:

En los versos de Felipe Pardo, apreciamos una burla hacia el Congreso como poder del Estado, pues se le compara con la autocracia rusa, con lo cual se critica su autoritarismo. Estamos ante una actitud satírica como arma política.

Rpta.: B

8. Marque la alternativa que completa correctamente el siguiente enunciado acerca del estilo de Felipe Pardo y Aliaga: «La actitud reflexiva y la medida en los conceptos que expresa este destacado autor se deben a la

- A) formación neoclásica que tuvo durante su estadía en España».
B) influencia de otros escritores peruanos contemporáneos a él».
C) postura equilibrada y la presencia de lo popular en sus obras».
D) tendencia a describir con apasionamiento algunas costumbres».
E) incursión en el ámbito periodístico como un notable articulista».

Solución:

El estilo de Felipe Pardo y Aliaga es equilibrado, expresa una intención reflexiva y mesurada en los conceptos. Esto se debe a la formación neoclásica que recibió el escritor durante su paso por la Academia del Mirto, en España.

Rpta.: A

9. Manuel Ascensio Segura es considerado padre del teatro nacional no solo por su abundante producción dramática, sino también porque representó _____ y por su conocimiento amplio del _____ de la época.

- A) a individuos de la aristocracia – castellano ibérico castizo
B) breves y jocosas comedias – temperamento capitalino
C) a típicos personajes criollos – lenguaje coloquial y popular
D) la estabilidad de nuestra sociedad – estilo de vida limeño
E) algunas costumbres provincianas – pensamiento andino

2. Mariano para obtener ingresos adicionales, durante su jornada laboral, a la hora del refrigerio, ofrece productos de belleza a sus compañeras de trabajo. Esta iniciativa le ha resultado rentable. Relacione el enunciado con las unidades de análisis correspondientes a la triple relación de contingencia.
- | | |
|----------------------------|--|
| I. Estímulo discriminativo | a. La obtención de ingresos adicionales a su salario |
| II. Conducta operante | b. El ofrecimiento de productos de belleza femenina |
| III. Estímulo consecuente | c. El momento en que los trabajadores empiezan su refrigerio |
- A) Ic, Ila, IIIb B) Ic, IIb, IIIa C) Ia, IIb, IIIc D) Ia, IIc, IIIb E) Ib, IIc, IIIa

Solución:

(Ic) El estímulo discriminativo es el evento que alerta al sujeto para que emita la respuesta operante. En el enunciado corresponde a la hora del refrigerio.

(IIb) La conducta operante corresponde a la acción con la cual se opera sobre el ambiente, modificándolo y generando consecuencias. En el enunciado la conducta operante es ofrecer productos de belleza en venta.

(IIIa) El estímulo consecuente es el efecto que produce la conducta. En el caso descrito, el efecto de las ventas es obtener ingresos adicionales.

Rpta.: B

3. El cebiche mixto resulta muy gratificante para Enrique. En cambio, a su gemela Raquel le provoca arcadas. Por su conducta responsable y eficacia en el trabajo, su jefe pagó dos órdenes de cebiche mixto para ellos, entonces, considerando los principios del condicionamiento operante, se puede afirmar que este plato constituye para Raquel _____ mientras que para Enrique _____.
- A) un reforzamiento positivo – un castigo negativo
 B) un castigo positivo – un reforzamiento positivo
 C) un castigo negativo – un reforzamiento negativo
 D) la extinción – un reforzamiento negativo
 E) la extinción – un reforzamiento positivo

Solución:

Administrar un estímulo agradable contingente a una conducta sería aplicar un reforzamiento positivo; caso contrario, cuando el estímulo es aversivo, estamos ante un castigo positivo. El cebiche mixto es aversivo para Raquel, pero agradable para Enrique.

Rpta.: B

4. La modificación relativamente permanente en los saberes o la conducta a partir de la experiencia es esencialmente la definición de aprendizaje. Identifique el enunciado que no ejemplifique esta definición.
- A) Otto ha dejado de hacer pataletas luego de que, en varias ocasiones, sus padres ya no le dieron el celular después de esos berrinches.
 B) A raíz de su diagnóstico de enfermedad de Alzheimer, doña Estela se irrita intensamente cada vez que se siente desorientada.
 C) Cada vez que oye en la calle la misma canción que escuchó en el entierro de su padre, Eleonor llora desconsoladamente.
 D) Desde que ha estado ganando más del doble de su apuesta usando la estrategia que le enseñó su primo, Rómulo asiste todos los días al casino.
 E) Alberto ha estado verificando que ningún insumo de su restaurante esté vencido desde que le cerraron su local temporalmente por esa razón.

7. Tatiana notó que, ante el sonido súbito de la matraca, su hermano lloraba. Entonces durante las últimas tres semanas, Tatiana se acercaba a su hermano colocándose una máscara de Peppa Pig y hacía sonar la matraca, produciéndose inevitablemente esa reacción. Sin embargo, sintió culpa por verlo llorar ante la sola exhibición de la máscara y detuvo su experimento. Según el modelo de asociación de estímulo, indique las proposiciones correctas:
- La exhibición de la máscara de Peppa Pig, en calidad de estímulo neutro, es suficiente para provocar el llanto.
 - El llanto que le producía el sonido de la matraca a su hermano, es considerado una respuesta incondicionada.
 - Si Tatiana nunca más hace sonar la matraca cuando se ponga la máscara frente a su hermano, se producirá la extinción.
- A) I y III B) Solo II C) II y III D) Solo III E) I y II

Solución:

II y III. En primer lugar, antes del condicionamiento el llanto era una respuesta incondicionada ante el sonido de la matraca. Además, la máscara de Peppa Pig no provocaba esta respuesta. Al término del condicionamiento, este elemento tiene la capacidad suficiente para provocarlo, denominándose ahora estímulo condicionado y ya no neutro. Finalmente, si se priva el reforzador (el sonido de la matraca), este elemento perderá su capacidad de activar respuesta, produciéndose la extinción.

Rpta.: C

8. Martín disminuyó la frecuencia de su participación con preguntas en clase desde que un compañero se burló de una de sus interrogantes. Con relación a los principios del condicionamiento operante, señale el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.
- La participación de Martín recibió un reforzamiento negativo en el aula.
 - Definitivamente hubo un castigo negativo para la conducta de preguntar.
 - La disminución de la participación de Martín se debe a un castigo positivo.
- A) VFV B) VFF C) FVV D) FVF E) FFV

Solución:

I. (F) Un reforzamiento incrementa la probabilidad de ocurrencia de una conducta. En la descripción se indica que Martín dejó de participar, la frecuencia de su conducta se redujo.

II. (F). El castigo negativo implica el retiro de algo agradable o gratificante para el sujeto. El enunciado no señala que haya ocurrido el retiro de una condición agradable.

III. (V) La participación de Martín recibió un castigo puesto que su frecuencia disminuyó.

Rpta.: E

9. Gabriela busca mejorar su vocabulario. Para esto, ha seleccionado libros de literatura y los lee por las tardes, en la sala de su casa. La sola lectura no ha mejorado su puntaje en sus exámenes; su nota ha disminuido. Ahora elabora resúmenes. Considerando el condicionamiento operante señale la alternativa verdadera respecto del caso de Gabriela.
- El elaborar resúmenes sería el estímulo consecuente para la lectura literaria.
 - Las notas obtenidas constituyen un refuerzo negativo para sus lecturas.
 - El estímulo discriminativo está constituido por la mejora de su vocabulario.
 - Los libros de literatura funcionan como un refuerzo negativo para el vocabulario.
 - Elaborar resúmenes es una conducta operante tal como lo es la lectura literaria.

Solución:

Leer libros de literatura y elaborar resúmenes son conductas operantes que buscan o son instrumentos para conseguir un efecto o consecuencia que sería el mejorar el vocabulario u obtener mejores notas. Estas sin embargo no son las consecuencias obtenidas, al contrario, han disminuido, lo que estaría funcionando como un castigo positivo.

Rpta.: E

10. María quiere premiar con un dulce el que sus niños terminen su cena. Para ello tiene chupetines que entrega inmediatamente cuando terminan la cena. Sin embargo, varias veces solo entregó de inmediato el premio a la niña; con el niño se demoraba porque olvidaba separar los dulces. Cuando finalmente tenía uno para entregar, el niño se encontraba molestando a su hermana. De acuerdo con los principios del condicionamiento operante, se podría deducir que

- A) el momento de la premiación puede reforzar una conducta no deseada.
 B) la demora en la entrega del dulce viene a ser un castigo positivo.
 C) cuando se entrega el reforzador no importa el momento en que se da.
 D) al entregar un reforzador es necesario que no se relacione con la conducta.
 E) los reforzadores son universales, es decir, con todos tienen el mismo efecto.

Solución:

Los reforzadores se entregan de forma contingente a la conducta; el sujeto establece una relación entre su conducta operante y la consecuencia de la misma. En el caso descrito, una demora en la entrega del reforzador puede que no establezca de forma clara esa relación con la conducta deseada y, por tanto, podría terminar siendo reforzada una conducta diferente.

Rpta.: A

Educación Cívica

EJERCICIOS DE CLASE

1. Cada uno de los 16 *länder* o Estados en los que se divide Alemania tiene órganos jurisdiccionales que administran justicia en sus respectivos territorios. Tomando en cuenta las características del Estado peruano, ¿es posible replicar el sistema de justicia alemán?
- A) Sí, porque así lo demanda el proceso de descentralización.
 B) No, porque nuestro Estado presenta un gobierno unitario.
 C) No, porque la justicia es administrada por los gobiernos locales.
 D) Sí, porque un deber del Estado es garantizar el acceso a la justicia.
 E) No, porque nuestro país carece de gobiernos subnacionales.

Solución:

Si bien es cierto Alemania y Perú han adoptado sistemas republicanos, el país europeo es una república de gobierno federal, en tanto que el gobierno del Perú es unitario. Es decir, en nuestro país funciones como la legislación y la administración de justicia residen en el gobierno central. Mientras que, en países como Alemania y Estados Unidos, no hay un solo sistema de justicia, sino muchos. Cada uno de sus estados tiene su propia constitución, leyes y tribunales de justicia.

Rpta: B

2. El territorio es la porción de la superficie limitada por fronteras en la que se establece una población. No solo garantiza el espacio para la convivencia, sino que también es fuente de recursos esenciales para la supervivencia de sus habitantes. Con relación a este elemento del Estado peruano, identifique los enunciados correctos.
- I. El dominio marítimo comprende el mar adyacente a las costas hasta las 12 millas.
 - II. En el espacio aéreo se propaga el recurso natural denominado espectro radioeléctrico.
 - III. La superficie insular marítima es parte del territorio nacional, así como la lacustre.
 - IV. Las fronteras naturales con los países vecinos delimitan todo nuestro espacio físico.
- A) I y IV B) II, III y IV C) II y III D) Solo I E) III y IV

Solución:

- I. Incorrecto. El dominio marítimo comprende el mar adyacente a las costas, así como su lecho y subsuelo, hasta las 200 millas.
- II. Correcto. El espectro radioeléctrico es un recurso natural conformado por un conjunto de ondas electromagnéticas que está asociado al espacio aéreo, y por ende administrado y controlado por el Estado.
- III. Correcto. Tanto las islas en el Mar de Grau (superficie insular marítima) como las del lago Titicaca (superficie insular lacustre) son parte del territorio nacional.
- IV. Incorrecto. Las fronteras naturales y artificiales con los países vecinos y el litoral delimitan la superficie del territorio peruano

Rpta: C

3. En los últimos años ha habido una mayor cobertura mediática sobre diversos casos de corrupción de funcionarios públicos, generando en la ciudadanía una preocupación por las medidas que toman instituciones como el Poder Judicial, el Ministerio Público y la Procuraduría General del Estado para combatirla. En ese sentido, es correcto afirmar que, a diferencia de los jueces y fiscales, los procuradores tienen la función de
- A) conducir la investigación del delito desde su inicio.
 - B) condenar a los que han vulnerado las leyes del Estado.
 - C) representar al gobierno de turno en los procesos judiciales.
 - D) administrar justicia en materia de derecho penal.
 - E) ejercer la defensa jurídica de los intereses del Estado.

Solución:

Los procuradores públicos están a cargo de la defensa de los intereses del Estado, conforme a ley. La Procuraduría General del Estado, es el ente rector del Sistema de Defensa Jurídica del Estado, que mantiene y preserva la autonomía, uniformidad y coherencia en el ejercicio de la función de los y las procuradores públicos en el ámbito nacional, supranacional e internacional, así como fortalecer, unificar y modernizar la defensa jurídica del Estado.

Rpta: E

4. El estado de derecho es un principio de gobernanza donde todas las personas están sometidas a las leyes públicas y a los principios internacionales de derechos humanos. Para mantenerlo se exige el respeto a la institucionalidad y a la voluntad popular. En relación a este principio, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.
- I. Los golpes de Estado son legales cuando reciben la aprobación de la población.
 - II. Las libertades de información y opinión amparan el derrocamiento de un gobierno.
 - III. Las Fuerzas Armadas pueden participar de actos proselitistas y son árbitros políticos.
 - IV. El derecho a la insurgencia se ejerce ante la presencia de un gobierno usurpador.
- A) VVFF B) VFFF C) FFVV D) FFFV E) VFVF

Solución:

- I. **Falso.** Los golpes de Estado son ilegales, pues atentan contra la expresión soberana de la voluntad popular.
- II. **Falso.** Las libertades de información y opinión no amparan los llamados a golpe de Estado, pues la preservación del Estado democrático y del orden constitucional son un límite a las libertades comunicativas.
- III. **Falso.** Las Fuerzas Armadas no son árbitros políticos, están subordinadas absolutamente a las autoridades democráticamente elegidas.
- IV. **Verdadero.** El derecho a la insurgencia procede cuando estamos ante el ejercicio del poder, por alguien o por un grupo de personas que no ha sido o no han sido elegidos por la población a través de procesos electorales.

Rpta: D

Historia

EJERCICIOS DE CLASE

1. Las reformas implementadas por los reyes de España de la dinastía borbónica en el siglo XVIII, impulsaron cambios políticos, administrativos, territoriales, religiosos, etc., con el objetivo de reestructurar el imperio e impulsar su recuperación. En este sentido, la reforma religiosa estableció la expulsión de los jesuitas de todos los lugares donde realizaban su labor misional y educativa. La causa por la cual el rey Carlos III de España ordenó esta drástica medida fue
- A) la negativa del papa a cumplir con las prerrogativas normadas por el patronato regio.
 - B) la imposición del regalismo, que le otorgaría un mayor control sobre la Iglesia católica.
 - C) la identificación de los jesuitas con los principios racionalistas de la ilustración francesa.
 - D) acabar con el predominio del Tribunal de Temporalidades sobre el control de sus bienes.
 - E) el apoyo de la Compañía de Jesús a las rebeliones indígenas como la de Túpac Amaru II.

Solución:

En 1767 se concreta el mayor acto de regalismo llevado a cabo por la corona española con la expulsión de los jesuitas de todos los dominios del Imperio español, para la imposición del regalismo, que le otorgaría un mayor control sobre la Iglesia católica. La Compañía de Jesús fue la más importante y rica de las órdenes religiosas en el Perú, controlaban los principales colegios y universidades y sus cuantiosos bienes (más de

200 haciendas, unos 5.200 esclavos, con unos 6.5 millones de pesos de renta) al ser confiscados pasaron a ser administrados por la Real Junta de Temporalidades. Los jesuitas opuestos a las reformas del absolutismo ilustrado fueron expulsados de varios países.

Rpta.: B

2. Las rebeliones criollas fueron movimientos que, en distintas formas, buscaron la ruptura del vínculo político con la metrópoli española. En algunos casos sólo se buscó desconocer las autoridades locales, proclamando juntas autónomas de gobierno. Estallaron durante los años del constitucionalismo liberal español y buscaron el apoyo rioplatense. Establezca la relación correcta entre los principales líderes de esas rebeliones y los hechos que les corresponden.

- | | |
|---------------------------------|--|
| I. Juan Francisco Pallardelle | a. Dirigió el levantamiento de Huánuco en 1812. |
| II. Juan José Crespo y Castillo | b. derrotado en la batalla de Umachiri en 1815. |
| III. Francisco Antonio de Zela | c. Estuvo impulsado por el argentino Belgrano. |
| IV. Vicente Angulo | d. Fracasó por la derrota de Castelli en Huaqui. |

A) Ic, IIa, IIIId, IVb

B) Ic, IIb, IIIId, IVa

C) Ib, IIId, IIIa, IVc

D) Ia, IIc, IIIb, IVd

E) Ic, IIId, IIIb, IVa

Solución:

Francisco Antonio de Zela se sublevó en Tacna en 1811, y buscó unirse con la expedición rioplatense dirigida por Juan José Castelli. Pero este fue derrotado en Huaqui. Por otro lado, En 1812 las comunidades nativas de Huánuco se levantan y nombran como alcalde de indios a Juan José Crespo y Castillo. Sin embargo, fue derrotado en Ambo. En 1813 se subleva en Tacna Francisco Enrique Pallardelle. Trató de plegarse a la expedición de Belgrano que llegaba al Alto Perú, pero fue derrotado en la batalla de Camiara. Así también en 1814 estalló en Cusco, la rebelión de los hermanos Angulo y de Mateo Pumacahua. Vicente Angulo fue el que dirigió la expedición a Huamanga, y Pumacahua hacia Arequipa, pero lamentablemente fue derrotado en Umachiri.

Rpta.: A

3. El gobierno de las provincias unidas del Río de la Plata, nombró jefe de la expedición del ejército de los Andes a José de San Martín. La táctica fue avanzar militarmente hacia el oeste, cruzar los Andes e independizar a Chile, posteriormente se estableció la república. con el apoyo del chileno Bernardo O'Higgins y del marino británico Thomas A. Cochrane, organizaron la fuerza naval libertadora para independizar el Perú. El proyecto político de San Martín planteó una independencia de tránsito

- A) bélico, organizando un estado republicano federal.
 B) pacífico, estableciendo una monarquía constitucional.
 C) conciliador, con una monarquía absoluta hereditaria.
 D) guerrero, implantando una república aristocrática.
 E) pactista, imponiendo un sistema dictatorial perpetuo.

Solución:

El objetivo principal de la expedición del ejército de los Andes comandada por José de San Martín, fue independizar al Perú. Tácticamente era necesario primero independizar a Chile para luego llegar al Perú por el mar, sorprendiendo al virrey Pezuela. Si la independencia de Chile lo consiguió San Martín a través de la guerra, en cambio en el Perú planteó una independencia de tránsito pacífico, buscando implantar un gobierno de monarquía constitucional.

Rpta.: B

4. José de San Martín regresó a Lima después de la entrevista que sostuvo con Simón Bolívar en Guayaquil. Luego dejó instalado el primer Congreso constituyente peruano, cuyo presidente fue oficialmente Francisco Javier de Luna y Pizarro. La tarea principal del Congreso, fue redactar la primera constitución política y formar un gobierno que reemplazara al protectorado. Entonces, se decidió constituir una Junta Gubernativa presidida por el general José de La Mar. En relación a este gobierno señale el valor de verdad (V o F) de los acontecimientos producidos durante su mandato.
- I. Estuvo integrada por Manuel de Salazar y Baquíjano y Antonio de Alvarado.
 - II. Triunfó en la primera campaña de puertos intermedios en Torata y Moquegua.
 - III. Acabó a través de un golpe de Estado, conocido como el motín de Balconcillo.
 - IV. El motín de Aznapuquio encumbró en la presidencia a Andrés de Santa Cruz.
- A) VFVF B) VFFF C) VFVV D) FVVF E) VVFF

Solución:

La conferencia de Guayaquil fue un fracaso para José de San Martín. Bolívar le negó apoyo y se opuso a su proyecto político. Retornó a Lima decidido a renunciar, pero previamente dejó instalado el primer Congreso peruano. Una de las preocupaciones de esta institución, fue formar un gobierno que sustituya al protectorado. Se constituyó una Junta Gubernativa presidida por el general José de la Mar. Esta también estuvo integrada por Manuel de Salazar y Baquíjano y el argentino Felipe Antonio de Alvarado. Su objetivo principal fue expulsar a los españoles, mediante la ejecución de la primera campaña de puertos intermedios que fracasó porque fueron derrotados en la batalla de Torata y Moquegua en enero de 1823, pretexto para que el ejército de Lima ejecute el primer golpe de Estado en la historia republicana peruana, conocido como el motín de Balconcillo llevando a la presidencia a José de la Riva Agüero.

Rpta.: A

5. Durante el periodo de la independencia, los sectores criollos en el siglo XIX, especialmente provincianos, se rebelaron contra el régimen virreinal español. Pero también la guerra independentista fue de carácter continental, tal es así, que las dos más importantes corrientes libertadoras convergen en el Perú. En el transcurso de este proceso se establecieron diferentes formas de gobierno, desde 1821 hasta 1826. En la línea de la gráfica presentada a continuación, se indican las fechas en que rigieron en forma secuencial. Indique los nombres de estos gobiernos siguiendo el orden cronológico correcto.



- A) Gobierno de Riva Agüero – Junta Gubernativa – Protectorado – Dictadura de Bolívar.
- B) Protectorado - Junta Gubernativa – gobierno de Riva Agüero – Dictadura de Bolívar.
- C) Dictadura de Bolívar– Protectorado – gobierno de Riva Agüero – Junta Gubernativa.
- D) Junta Gubernativa – dictadura de Bolívar – gobierno de Riva Agüero – Protectorado.
- E) Junta Gubernativa – gobierno de Riva Agüero – Protectorado – Dictadura de Bolívar.

Solución:

Del 3 de agosto de 1821 al 20 de setiembre de 1822, se estableció el gobierno del Protectorado dirigido por José de San Martín. El 21 de setiembre de 1822 el Congreso constituyente formó una Junta Gubernativa, presidida por José de La Mar. Pero esta fue derrocada por un golpe de Estado conocido como el motín de Balconcillo, 27 de febrero de 1823, que llevó a la presidencia del Perú a José de la Riva Agüero. Gobernó solo cuatro meses, por la oposición del Congreso y las intrigas de Sucre y Bolívar. El Congreso acusó a Riva Agüero y Torre Tagle de traición, suspendió la constitución y posteriormente se clausuró dejando que Bolívar gobierne el Perú en condición de dictador de 1824 a 1826.

Rpta.: B

Geografía

EJERCICIOS DE CLASE

1. La gran variedad de ecorregiones está determinada por diversos factores, entre ellos encontramos a la cordillera de los Andes. En relación con la influencia de este sistema montañoso y la existencia de las ecorregiones, identifique los enunciados correctos.
- I. Influye en los climas templado sub húmedo y frío de la serranía esteparia.
 - II. Impide el paso de los vientos Alisios y genera intensas lluvias en la selva alta.
 - III. Alberga la mayor cantidad de las ecorregiones continentales.
 - IV. Es responsable de la abundante flora perennifolia del desierto del Pacífico.
- A) I y II B) Solo IV C) I, II, III D) II y IV E) I y III

Solución:

- I. Correcto: la serranía esteparia es una de las ecorregiones que se encuentra íntegramente en el territorio de los Andes, y por su altitud tiene este tipo de clima.
- II. Correcto: la gran altitud de la cordillera de los Andes impide que las masas de aire húmedo pasen del oriente al occidente, generando abundantes lluvias en la selva alta.
- III. Correcto: la cordillera de los Andes contiene la mayor cantidad de ecorregiones continentales como la quechua, yunga, serranía esteparia y la Puna y los altos Andes.
- VI. Incorrecto: el desierto del Pacífico tiene muy poca vegetación, la misma que es en algunos casos caducifolia.

Rpta.:C

2. Las ecorregiones tienen una flora adaptada a sus características edáficas y climáticas que las hacen en muchos casos endémicas. Con respecto a lo descrito, establezca la relación correcta entre la ecorregión y el tipo de flora que la caracteriza.

- I. Desierto del Pacífico
- II. Mar tropical
- III. Sabana de palmeras
- IV. Puna y altos Andes



a. Tahuari



b. Yareta



c. Mangle



d. Lomas

- A) Ic, IId, IIIb, IVa
D) Id, IIa, IIIc, IVb

- B) Id, IIc, IIIa, IVb
E) Ic, IIa, IIIb, IVd

- C) Ia, IIc, IIIb, IVd

Solución:

Id: las lomas costeras son un tipo de vegetación que crece en los meses de invierno en las estribaciones andinas localizadas en el Desierto del Pacífico.

IIc: en el Mar Tropical encontramos la presencia de esteros con una exuberante vegetación predominantemente de manglares.

IIIa: el tahuari es un tipo de árbol que crece junto con el pajonal de la pampa y otros tipos de arbustos que caracterizan a la ecorregión Sabana de Palmeras.

Economía

EJERCICIOS DE CLASE

1. Es la fase del proceso económico en la cual el bien o _____ adquirido es usado en la satisfacción de las necesidades humanas y también se puede entender como el acto de utilizar los ingresos para la compra de _____ de consumo.
- A) problema – activos B) insumo – pasivos
C) servicio – bienes D) activo – necesidades
E) pasivo – bienes

Solución:

En la presente definición de consumo, podemos ver que los términos para completar son (servicio y bienes), tal como se deduce en el párrafo.

Rpta: C

2. Roberto es un estudiante de filosofía que ha decidido vivir solo, fuera de la casa de sus padres, así que, tendrá que conseguir un empleo para solventar sus gastos, lo malo es que podrá trabajar solo en sus tiempos libres cuando no tenga clases en su facultad, el empleo conseguido le permite satisfacer solo algunas necesidades básicas. Por lo descrito podemos afirmar que se encuentra en el nivel de consumo clasificado como _____.
- A) indigente B) riqueza C) holgura D) pobreza E) pobreza extrema

Solución:

Pobreza extrema, en esta situación se encuentran aquellas personas que solo satisfacen sus necesidades primarias de manera insuficiente.

Rpta: E

3. Los Gonzales son una familia de comerciantes caracterizada por su gran habilidad para el negocio y también sus estrategias de venta que ha logrado posicionar a la familia en tal nivel que puedan satisfacer todas sus necesidades y también realizar algunas inversiones. Por lo indicado la familia Gonzales se encuentra en la clase de _____ como nivel de consumo.
- A) riqueza B) holgura C) pobreza D) indigente E) postulante

Solución:

Riqueza, situación de máxima capacidad socioeconómica de consumo, su capacidad les permite satisfacer todas sus necesidades.

Rpta: A

4. Juanita, que trabaja como economista desde hace tres años cuando termino su carrera, esta locamente convencida de que debe de crear su propia empresa, para mejorar su economía y, también está segura, que debe ahorrar, ya que solo así podrá mejorar su consumo y logrará _____ como lo indica su nivel de consumo riqueza.
- A) producir B) vender C) invertir D) comprar E) financiar

Solución:

La inversión, es el acto de asignar recursos para la compra, o creación de activos, o de capital y se relaciona con el nivel de consumo denominado riqueza.

Rpta: C

5. Según _____ las personas que tienen más ingresos también tienen mayores gastos, las familias que tienen menores ingresos invierten porcentualmente más en gastos de alimentos que aquellos que tienen mayores ingresos, lo narrado líneas arriba pertenece a la ley de_____.

A) Say B) Engel C) Okun D) Gossen E) Walras

Solución:

La ley de Engel, se refiere a la relación entre el ingreso y los gastos de consumo que fueron planteados en el siglo XIX por el estadístico prusiano Ernest Engels

Rpta: B

6. La familia Pérez se encuentra muy sorprendida por la llegada del recibo de consumo de electricidad, el mismo que valoriza la suma de S/300.00, que es el doble de lo que paga la familia Pérez todos los meses, ellos no se explican la causa de dicho incremento ya que no han adquirido más artefactos, ni han incrementado su consumo. Por lo indicado dicha familia puede presentar su queja a _____ que es el organismo regulador para solucionar su problema.

A) Ositran B) Osiptel C) Sunass D) Indecopi E) Osinermin

Solución:

Osinermin, supervisa el correcto abastecimiento de energía, regula eficientemente los servicios públicos de electricidad y gas natural.

Rpta: E

7. Don Raúl ha sido despedido de su empleo como supervisor de control de calidad en la compañía de conservas de atún "PURO MAR", donde trabajó durante 25 años, con el dinero recibido por el tiempo de servicio y todos los beneficios, iniciara un negocio de venta de atún a todas las tiendas de la zona a donde vive, logrando ganar el suficiente dinero para cubrir sus gastos y poder ahorrar. Por lo indicado don Raúl se encuentra en _____ que es el nivel socioeconómico al que pertenece.

A) pobreza B) muy rico C) riqueza D) holgura E) pobreza extrema

Solución:

Holgura, es la condición económica en la que se encuentran aquellas personas, cuyo ingreso les permite cubrir bienes alimenticios y no alimenticios además tienen capacidad de ahorro.

Rpta: D

Filosofía

LECTURA COMPLEMENTARIA

La filosofía de las formas representativas parte del supuesto de que, si existe alguna definición de la naturaleza o esencia del hombre, debe ser entendida como una definición *funcional* y no sustancial. No podemos definir al hombre mediante ningún principio inherente que constituya su esencia metafísica, ni tampoco por ninguna facultad o instinto congénito que se le pudiera atribuir por la observación empírica. La característica sobresaliente y distintiva del hombre no es una naturaleza metafísica o física sino su obra.

Cassirer. E. Antropología filosófica. FCE, pp.105-106.

De lo anterior se puede colegir que el autor

- A) considera que la esencia humana es de carácter metafísico y sustancial.
- B) está de acuerdo con la definición del hombre como animal social y racional.
- C) plantea que el ser humano es un ser espiritual y moral por naturaleza.
- D) acepta la concepción nietzscheana que enfatiza lo instintivo del ser humano.
- E) cree que lo que caracteriza al hombre se evidencia en sus productos culturales.

Solución:

El autor critica aquellas definiciones que plantean que la naturaleza humana es sustancial, es decir, algo inherente al individuo o una facultad de este. Así, sostiene que lo característico del hombre es lo que ha producido a lo largo de la historia como la religión, el arte y la ciencia.

Rpta: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. El hombre es ante todo un animal social. La vida humana, tal y como la entendemos hoy, sería imposible si los otros no existieran. No solo la vida del adulto aislado sería difícil de concebir, sino que la del niño sería inimaginable. Casos como la historia de Robinson Crusoe, el personaje de la famosa novela de Daniel Defoe que sobrevive solo durante años en una isla antes de encontrar a «viernes», ejemplifican la necesidad que tenemos de los otros y la precariedad de la vida de un hombre solo. Delval, J. (2008). El desarrollo humano. España: Siglo XXI, pp. 179.

Lo señalado por el autor del texto encontraría sustento filosófico en

- A) la tesis aristotélica que plantea que el hombre es un *zoon politikón*.
- B) las afirmaciones de Scheler sobre la libertad o autonomía existencial.
- C) los planteamientos de Nietzsche acerca de la dimensión dionisiaca.
- D) el concepto de símbolo de Cassirer y su importancia en la cultura.
- E) la crítica de la filosofía moderna a la noción antigua de esencia humana.

Solución:

El fragmento citado se relaciona con la tesis aristotélica que plantea que el hombre es un *zoon politikón*, ya que esto significa que el hombre es un ser que se desarrolla como tal solo en una *polis* (ciudad), es decir, en un contexto social que le permite desarrollar sus cualidades humanas.

Rpta: A

2. Scheler considera que el ser humano es un ser que posee instintos, ya que es un ser biológico. Sin embargo, afirma que lo que diferencia al hombre de cualquier animal es su capacidad para controlar y decirle no a sus instintos, es decir, en esto reside su esencia; por lo tanto, lo correcto sería llamar al hombre «persona».

De lo anterior, es posible inferir que para Cassirer

- A) es correcto definir al hombre como un animal racional como hace Aristóteles.
- B) el hombre es absolutamente libre, porque no está condicionado por sus instintos.
- C) la tesis antropológica de Cassirer sería la más adecuada para definir al hombre.
- D) todos los seres humanos nacen con instintos que determinan su conducta.
- E) el aspecto biológico del ser humano es el que determina la naturaleza humana.

Solución:

Según Scheler, la capacidad para controlar nuestros instintos y deseos es lo que nos hace seres humanos. Esto revela la completa autonomía existencial o libertad del individuo y nos aleja radicalmente de los animales.

Rpta: B

3. Después de ver las noticias sobre la guerra en Ucrania y la amenaza de que las potencias inicien una guerra nuclear, Mariana cree que es evidente de que el hombre es un ser que se guía por sus instintos y que la civilización solo es una máscara que busca ocultar esos deseos que siguen latentes en el ser humano.
La manera de pensar de Mariana

- A) está relacionada con la antropología filosófica aristotélica.
- B) se corresponde con los planteamientos de Scheler.
- C) pone de relieve la producción de símbolos en la cultura.
- D) se relaciona con la perspectiva antropológica de Nietzsche.
- E) hace énfasis en el carácter social y productivo del hombre.

Solución:

Nietzsche planteaba que el hombre es un ser biológico que posee instintos vitales y que, al asumir creencias religiosas e imponer la razón a sus instintos, ha buscado negarlos y ocultarlos. Sin embargo, estos siguen latentes, ya que constituyen su esencia.

Rpta.: D

Lea el siguiente texto y responda las preguntas 4 y 5

Para Ernst Cassirer, no se trata de encontrar la esencia metafísica del hombre, sino de lo que manifiesta en su obra (mito, religión, historia, lenguaje, arte, ciencia), y que puede ser la unidad funcional de todas sus actividades. Mientras el animal, simplemente, recibe estímulos del mundo exterior y reacciona ante ellos, el hombre interpone su capacidad de demorar su reacción, es decir, su capacidad simbólica. El símbolo pertenece al mundo de lo ideal y es universal y variable. En cambio, el signo es una cosa real o señal, como la rama que indicaba que ahí se vendía vino, y es individual y fijo. Así pues, el hombre tiene inteligencia e imaginación simbólicas, y es lo que lo caracteriza, porque no otra cosa es la actividad creadora del mundo de las formas simbólicas, simples variaciones de una misma unidad funcional

Caturelli, A. (1977). *La filosofía*. Gredos, pp. 177-178.

4. Del fragmento anterior se colige que, para Cassirer,
- A) la religión, la mitología y el arte tienen una esencia racional y lógica.
 - B) la esencia humana se manifiesta en su reacción frente a estímulos.
 - C) la razón humana se manifiesta en los mitos, la religión y el arte.
 - D) los números y las señales de tránsito son ejemplos de símbolos.
 - E) la capacidad simbólica del hombre se caracteriza por ser creadora.

Solución:

Para Cassirer la capacidad simbólica del hombre no se refiere a algo fijo o estático, sino a las creaciones que el hombre ha desarrollado a lo largo de la historia como la religión, el arte, la ciencia, las cuales se caracterizan por ser variadas.

Rpta.: E

5. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta con relación al texto?

- A) El hombre reacciona frente a los estímulos de manera automática.
- B) Las actividades humanas tienen como finalidad crear objetos útiles.
- C) Los símbolos no poseen un carácter particular, fijo ni material.
- D) Los símbolos permiten que la vida del hombre sea más simple.
- E) La reacción instintiva del animal es más retardada que la del hombre.

Solución:

Cassirer establece una diferencia entre la señal y el símbolo. En el texto se afirma que el símbolo no es una señal, porque esta se caracteriza por ser algo concreto, fijo e individual, ya que hace referencia a algo que no varía.

Rpta.: C

6. La antropología filosófica estudia la naturaleza, el origen y el sentido de la existencia del hombre. Señale a continuación, cuál de las siguientes alternativas representa un problema abordado por esta disciplina.

- A) ¿La cultura se ha desarrollado en la misma medida que la ciencia?
- B) ¿Cuáles son los límites del entendimiento humano?
- C) ¿Qué valores éticos son fundamentales para la convivencia humana?
- D) ¿Es cierto que el hombre es un ser absolutamente libre?
- E) ¿Es posible establecer un sistema de valores universal y necesario?

Solución:

La pregunta acerca de si el hombre es un ser absolutamente libre pone en cuestionamiento qué es aquello que caracteriza al ser humano, es decir, su esencia.

Rpta: D

7. La idea de esencia humana ha sido cuestionada por algunos filósofos a lo largo de la historia como Marx y Sartre. Estos filósofos consideraban que no se puede hablar de una esencia en el sentido tradicional de la palabra, ya que esto implicaría que el hombre siempre ha sido, es y será de una manera que no varía. Sin embargo, lo que caracteriza al ser humano es todo lo contrario: una libertad o indeterminación absoluta, o, en todo, la posibilidad de determinarse en función de su acción y sus elecciones.

Considerando lo anterior, es correcto afirmar que para estos filósofos

- A) todos los hombres deben aspirar al reconocimiento.
- B) el hombre no posee una característica fija e inmutable.
- C) la definición aristotélica de hombre sería la más adecuada.
- D) la tesis de Nietzsche resultaría más acertada que el resto.
- E) es fundamental que se desarrolle una identidad positiva.

Solución:

Si afirmamos que el hombre no posee una esencia en el sentido tradicional en que se usa este término, eso significa que no posee una característica fija o inmutable.

Rpta: B

8. Un catedrático señala lo siguiente en una conferencia: «Las diversas idiosincrasias generan distintos puntos de vista; sin embargo, en la actualidad uno de los problemas más difíciles de abordar es el de _____. Este asunto es de vital importancia, ya que si los distintos individuos no son reconocidos adecuadamente en sus diferencias esto genera problemas de identidad».

Lo planteado se relaciona con los postulados de _____.

- A) la identidad - Nietzsche
- B) el sentido de la existencia - Scheler
- C) la esencia humana - Aristóteles
- D) las diferencias culturales - Taylor
- E) la naturaleza humana - Cassirer

Solución:

El planteamiento se relaciona con los postulados de Taylor, ya que este filósofo sostiene que es fundamental que los individuos obtengan un verdadero reconocimiento para que formen una identidad positiva.

Rpta: D

Física

EJERCICIOS DE CLASE

1. Al frotar una varilla con un paño, la varilla adquiere una carga eléctrica de $-2,4 \times 10^{-9}$ C. Determine la masa transferida a la varilla.

$$(e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}, m_e = 9 \times 10^{-31} \text{ kg})$$

- A) $12,5 \times 10^{-21}$ kg B) $10,5 \times 10^{-21}$ kg C) $10,5 \times 10^{-21}$ kg
 D) $14,5 \times 10^{-21}$ kg E) $13,5 \times 10^{-21}$ kg

Solución:

De la cuantización de la carga:

$$n = \frac{\Delta q_1}{e} = \frac{2,4 \times 10^{-9}}{1,6 \times 10^{-19}} = 1,5 \times 10^{10}$$

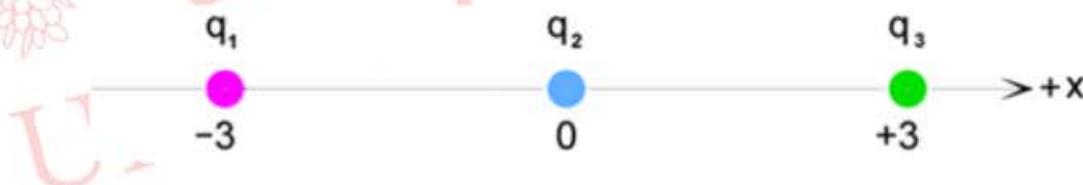
Masa transferida:

$$M = n \times m_e = 1,5 \times 10^{10} \times 9 \times 10^{-31} = 13,5 \times 10^{-21} \text{ kg}$$

Rpta.: E

2. Tres partículas cargadas están localizadas en el eje x, como sigue: la carga $q_1 = -6 \mu\text{C}$ está en la posición $x = -3$ m, la carga $q_2 = +4 \mu\text{C}$ está en el origen $x = 0$ y la carga $q_3 = -6 \mu\text{C}$ está en la posición $x = +3$ m, como muestra la figura. Determine la fuerza resultante ejercida sobre la partícula con carga q_1^- .

$$(k = 9 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2)$$



- A) $+27 \times 10^{-3}$ N B) $+15 \times 10^{-3}$ N C) $+9 \times 10^{-3}$ N
 D) $+45 \times 10^{-3}$ N E) $+25 \times 10^{-3}$ N

Solución:



$$F_2 = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = (9 \times 10^9) \frac{(6 \times 10^{-6})(4 \times 10^{-6})}{3^2} = 24 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$F_3 = k \frac{q_1 q_3}{6^2} = (9 \times 10^9) \frac{(6 \times 10^{-6})(6 \times 10^{-6})}{36} = 9 \times 10^{-3} \text{ N}$$

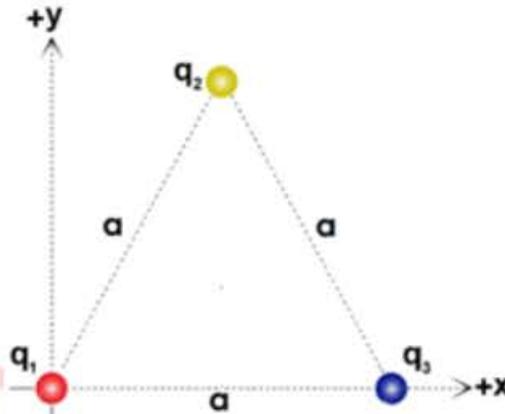
$$F = F_2 - F_3 = 15 \times 10^{-3} \text{ N}; \text{ en la dirección del eje } +x$$

Rpta.: B

3. Tres partículas con cargas eléctricas $q_1 = +10 \mu\text{C}$, $q_2 = -20 \mu\text{C}$ y $q_3 = -30 \mu\text{C}$ están situadas en los vértices de un triángulo equilátero de lado $a = 0,3 \text{ m}$, como muestra la figura. Determine la fuerza resultante que actúa sobre la partícula con carga q_1^+ .

$$(k = 9 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2; \sqrt{3} \approx 1,7)$$

- A) $20\hat{i} + 34\hat{j}$ (N)
 B) $20\hat{i} + 14\hat{j}$ (N)
 C) $40\hat{i} + 20\hat{j}$ (N)
 D) $40\hat{i} + 17\hat{j}$ (N)
 E) $10\hat{i} + 12\hat{j}$ (N)

**Solución:**

$$F_2 = k \frac{q_1 q_2}{a^2} = (9 \times 10^9) \frac{(10 \times 10^{-6})(20 \times 10^{-6})}{(3 \times 10^{-1})^2} = 20 \text{ N}$$

$$\vec{F}_2 = (F_2 \cos 60^\circ)\hat{i} + (F_2 \sin 60^\circ)\hat{j}$$

$$\vec{F}_2 = \left(20 \times \frac{1}{2}\right)\hat{i} + \left(20 \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\hat{j}$$

$$\vec{F}_2 = 10\hat{i} + 10\sqrt{3}\hat{j} \text{ (N)}$$

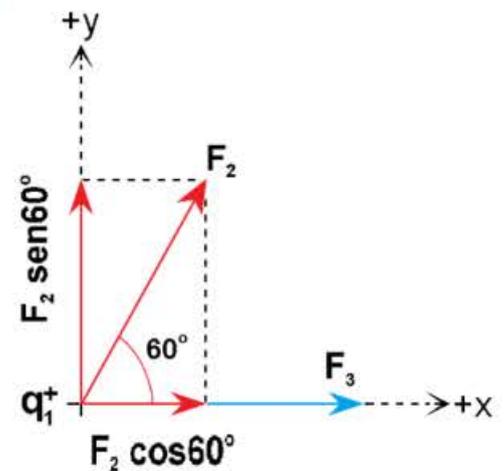
$$F_3 = k \frac{q_1 q_3}{a^2} = (9 \times 10^9) \frac{(10 \times 10^{-6})(30 \times 10^{-6})}{(3 \times 10^{-1})^2} = 30 \text{ N}$$

$$\vec{F}_3 = 30\hat{i} \text{ (N)}$$

Fuerza eléctrica resultante sobre la carga q_1^+ :

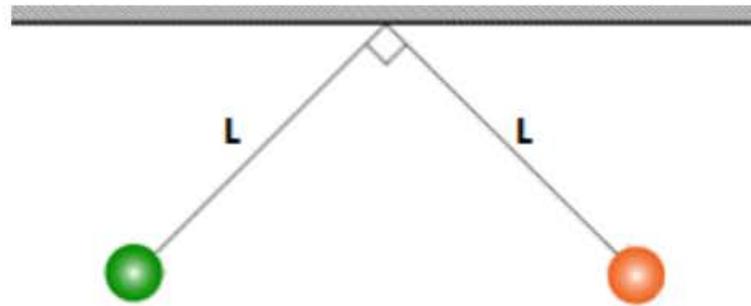
$$\vec{F} = \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \rightarrow \vec{F} = 40\hat{i} + 10\sqrt{3}\hat{j} \text{ (N)} \rightarrow \vec{F} = 40\hat{i} + 17\hat{j} \text{ (N)}$$

Rpta.: D



4. Dos esferas pequeñas con cargas eléctricas iguales y masas iguales de 20 gramos están suspendidas de un punto mediante hilos aislantes de longitud $L = 30$ cm. Si el sistema permanece en equilibrio cuando los hilos se separan formando un ángulo de 90° , como muestra la figura ¿cuál es la magnitud de la carga eléctrica de cada esfera? ($k = 9 \times 10^{-9} \text{ Nm}^2/\text{C}^2$; $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A) $1 \mu\text{C}$
 B) $2 \mu\text{C}$
 C) $3 \mu\text{C}$
 D) $4 \mu\text{C}$
 E) $5 \mu\text{C}$



Solución:

De la figura:

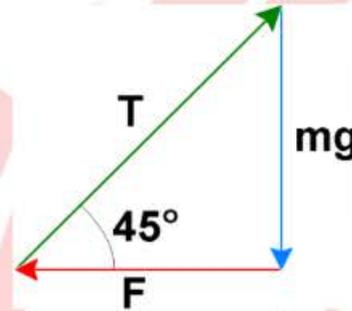
$$\tan 45^\circ = 1 = \frac{mg}{F} \rightarrow F = mg$$

De la ley de Coulomb:

$$F = k \frac{q^2}{r^2} \rightarrow q^2 = \frac{mgr^2}{k}$$

$$q^2 = \frac{(20 \times 10^{-3})(10)(0,3\sqrt{2})^2}{9 \times 10^9} = 4 \times 10^{-12}$$

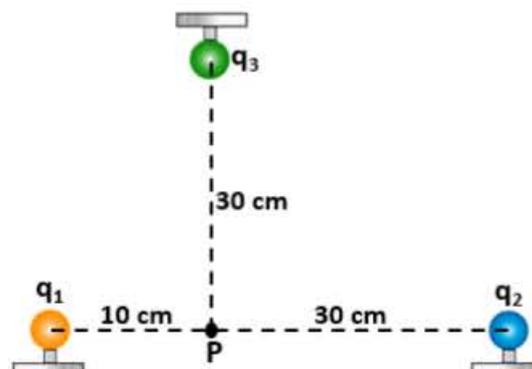
$$q = 2 \mu\text{C}$$



Rpta.: B

5. La figura muestra tres esferas pequeñas con cargas $q_1 = +4 \mu\text{C}$, $q_2 = +12 \mu\text{C}$ y $q_3 = -7 \mu\text{C}$ fijas a soportes aislantes. Determine la magnitud del campo eléctrico resultante en el punto P. ($k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$)

- A) $25 \times 10^5 \text{ N/C}$
 B) $20 \times 10^5 \text{ N/C}$
 C) $30 \times 10^5 \text{ N/C}$
 D) $15 \times 10^5 \text{ N/C}$
 E) $35 \times 10^5 \text{ N/C}$



Solución:

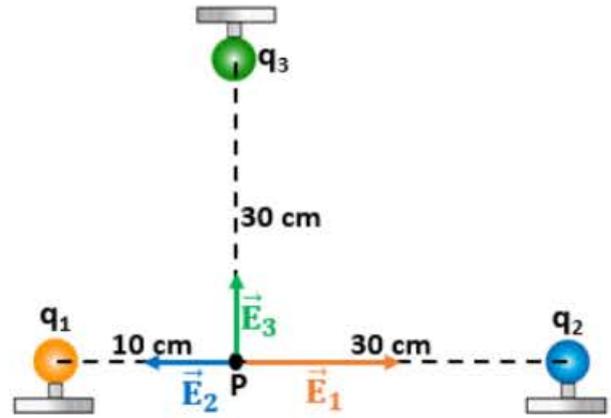
$$E_1 = \frac{(9 \times 10^9)(4 \times 10^{-6})}{(10 \times 10^{-2})^2} = 36 \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$E_2 = \frac{(9 \times 10^9)(12 \times 10^{-6})}{(30 \times 10^{-2})^2} = 12 \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$E_3 = \frac{(9 \times 10^9)(7 \times 10^{-6})}{(30 \times 10^{-2})^2} = 7 \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$E_{12} = 36 \times 10^5 - 12 \times 10^5 = 24 \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$E_P = \sqrt{E_{12}^2 + E_3^2} = 25 \times 10^5 \text{ N/C}$$

**Rpta.: A**

6. La figura muestra un cuadrado de lado 30 cm en cuyos vértices se encuentran tres partículas con cargas $q_1 = +2 \mu\text{C}$, $q_2 = -2 \mu\text{C}$ y $q_3 = -2 \mu\text{C}$. Determine el campo eléctrico resultante en el origen de coordenadas.

($k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$; $\sqrt{2} \approx 1,4$).

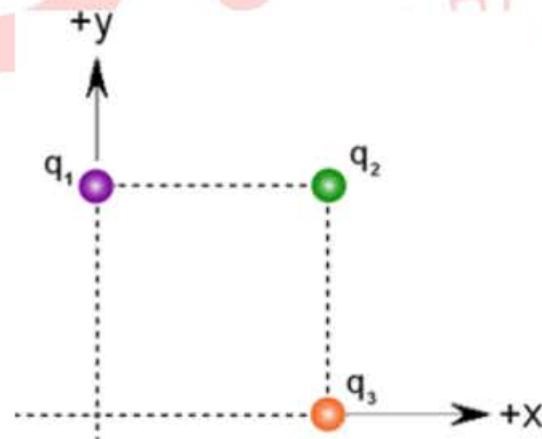
A) $(2,5 \times 10^5)\hat{i} - (1,5 \times 10^5)\hat{j} \text{ N/C}$

B) $(2,4 \times 10^5)\hat{i} - (1,2 \times 10^5)\hat{j} \text{ N/C}$

C) $(2,7 \times 10^5)\hat{i} - (1,3 \times 10^5)\hat{j} \text{ N/C}$

D) $(2,2 \times 10^5)\hat{i} - (1,4 \times 10^5)\hat{j} \text{ N/C}$

E) $(2,0 \times 10^5)\hat{i} - (1,0 \times 10^5)\hat{j} \text{ N/C}$

**Solución:**

$$E_1 = \frac{kq_1}{(30 \times 10^{-2})^2} = \frac{(9 \times 10^9)(2 \times 10^{-6})}{9 \times 10^{-2}} = 2 \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$E_2 = \frac{kq_2}{(30\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = \frac{(9 \times 10^9)(2 \times 10^{-6})}{9 \times 2 \times 10^{-2}} = 1 \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$E_3 = \frac{kq_3}{(30 \times 10^{-2})^2} = \frac{(9 \times 10^9)(2 \times 10^{-6})}{9 \times 10^{-2}} = 2 \times 10^5 \text{ N/C}$$

En forma vectorial:

$$\vec{E}_1 = -E_1 \hat{j} = -(2 \times 10^5) \hat{j} \text{ N/C}$$

$$\vec{E}_2 = E_2 \frac{\sqrt{2}}{2} \hat{i} + E_2 \frac{\sqrt{2}}{2} \hat{j} = (1 \times 10^5) \frac{\sqrt{2}}{2} (\hat{i} + \hat{j}) \text{ N/C}$$

$$\vec{E}_3 = E_3 \hat{i} = (2 \times 10^5) \hat{i} \text{ N/C}$$

El campo eléctrico resultante en el origen es:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

$$\vec{E} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 2 \right) (10^5) \hat{i} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 2 \right) (10^5) \hat{j}$$

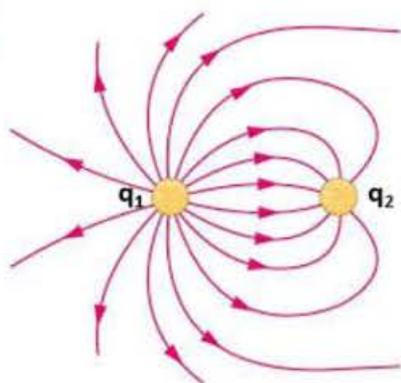
$$\vec{E} = (2,7 \times 10^5) \hat{i} - (1,3 \times 10^5) \hat{j} \text{ (N/C)}$$

Rpta.: C

7. La figura muestra las líneas de fuerza de campo eléctrico entre dos partículas con cargas q_1 y q_2 . Indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. El campo eléctrico a la izquierda de la carga q_1 es más intenso que a la derecha de la carga q_2 .
- II. La relación entre las magnitudes de las cargas es $q_2 = 4q_1$.
- III. En el punto medio entre las partículas, la magnitud del campo eléctrico de la carga q_1 es el doble que la magnitud del campo eléctrico de la carga q_2 .

- A) VFV
- B) VVV
- C) VVF
- D) FVV
- E) FFV



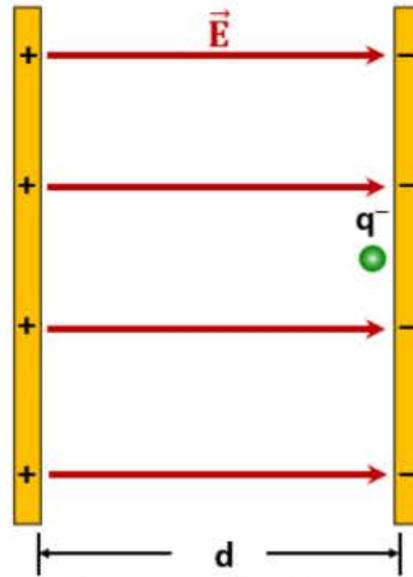
Solución:

- I. V
- II. F
- III. V

Rpta.: A

8. Entre dos placas conductoras paralelas separadas una distancia $d = 1 \text{ cm}$ existe un campo eléctrico uniforme de magnitud $E = 900 \text{ N/C}$. Una partícula con carga $q = -8 \times 10^{-12} \text{ C}$ y masa $m = 9 \times 10^{-20} \text{ kg}$ es liberada de la placa cargada negativamente, como muestra la figura. ¿Con qué rapidez llegará la partícula a la placa cargada positivamente?

- A) $2 \times 10^5 \text{ m/s}$
 B) $4 \times 10^5 \text{ m/s}$
 C) $3 \times 10^5 \text{ m/s}$
 D) $1 \times 10^5 \text{ m/s}$
 E) $5 \times 10^5 \text{ m/s}$



Solución:

Del teorema del trabajo y la energía:

$$qEd = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v^2 = \frac{2qEd}{m}$$

$$v^2 = \frac{2(8 \times 10^{-12})(9 \times 10^2)(1 \times 10^{-2})}{9 \times 10^{-20}} = 16 \times 10^8$$

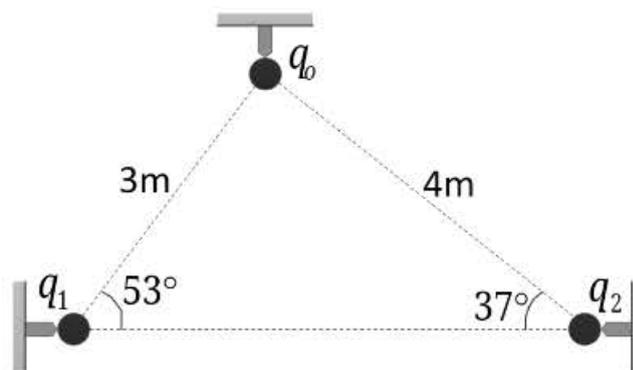
$$v = 4 \times 10^4 \text{ m/s}$$

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Tres partículas con cargas $q_0 = +10^{-4} \text{ C}$, $q_1 = +9 \times 10^{-5} \text{ C}$ y $q_2 = +16 \times 10^{-5} \text{ C}$ están fijas en soportes aislantes, como muestra la figura. Determine la magnitud de la fuerza eléctrica resultante sobre la partícula con carga eléctrica q_0 . ($k = 9 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$)

- A) $6\sqrt{2} \text{ N}$
 B) 18 N
 C) $20\sqrt{2} \text{ N}$
 D) 15 N
 E) $9\sqrt{2} \text{ N}$



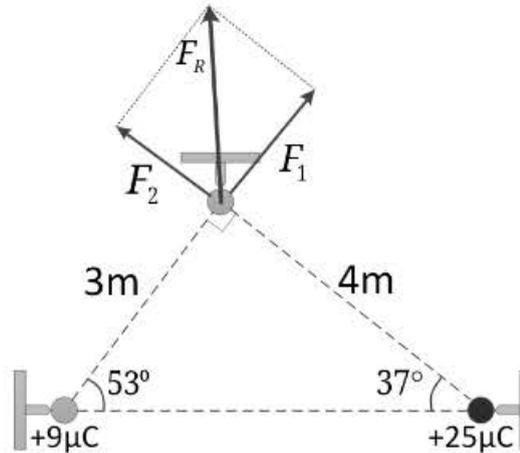
Solución:

$$F_1 = \frac{k|q_1||q_o|}{9} = 9N$$

$$F_2 = \frac{k|q_2||q_o|}{16} = 9N$$

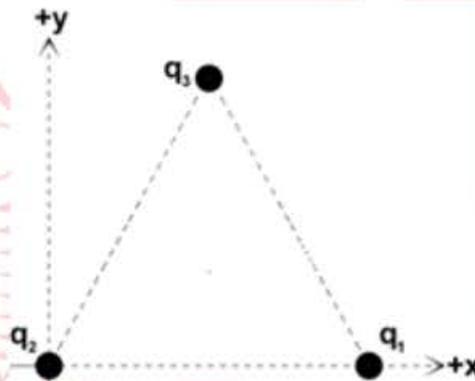
$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

$$\therefore F_R = 9\sqrt{2}N$$

**Rpta.: E**

2. Tres partículas con cargas $q_1 = +5 \mu\text{C}$, $q_2 = +5 \mu\text{C}$ y $q_3 = +10 \mu\text{C}$ están situadas en los vértices de un triángulo equilátero de lado 30 cm, como muestra la figura. Determine la fuerza eléctrica resultante sobre la carga q_3 . ($k = 9 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$)

- A) $5\sqrt{3} \hat{j} \text{ N}$
 B) $2\hat{i} + 3\sqrt{3} \hat{j} \text{ N}$
 C) $5\sqrt{2} \hat{j} \text{ N}$
 D) $2\hat{i} - 5\sqrt{3} \hat{j} \text{ N}$
 E) $2\sqrt{3} \hat{j} \text{ N}$

**Solución:**

De la figura:

$$\sum F_x = 0$$

La fuerza resultante:

$$F_R = \sum F_y = 2F \text{sen}60^\circ = \sqrt{3}F$$

De la ley de Coulomb:

$$F = \frac{kq_1q_2}{d^2}$$

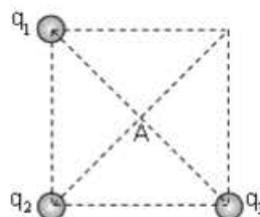
$$F_R = \sqrt{3} \frac{kq_1q_2}{d^2} = \sqrt{3} \frac{(9 \times 10^9)(5 \times 10^{-6})(10 \times 10^{-6})}{(30 \times 10^{-2})^2} = 5\sqrt{3} \text{ N}$$

$$F_R = 5\sqrt{3} \hat{j} \text{ N}$$

Rpta.: A

3. En el sistema de partículas cargadas que se muestra en la figura, determine la magnitud del campo eléctrico resultante en el centro del cuadrado (punto A) de lado 0,6 m. Considere: $q_1 = +6 \mu\text{C}$, $q_2 = +6 \mu\text{C}$ y $q_3 = -2 \mu\text{C}$. ($k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$).

- A) $2 \times 10^5 \text{ N/C}$ B) $3 \times 10^5 \text{ N/C}$
 C) $5 \times 10^5 \text{ N/C}$ D) $4 \times 10^5 \text{ N/C}$
 E) $6 \times 10^5 \text{ N/C}$

**Solución:**

$$E_1 = \frac{(9 \times 10^9)(6 \times 10^{-6})}{(0,3\sqrt{2})^2} = 3 \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$E_2 = E_1 = 3 \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$E_3 = \frac{(9 \times 10^9)(2 \times 10^{-6})}{(0,3\sqrt{2})^2} = 1 \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$E_A = \sqrt{E_2^2 + (E_1 + E_3)^2} = 5 \times 10^5 \text{ N/C}$$

Rpta: C

4. Dos partículas con cargas iguales $q = +4 \mu\text{C}$ están localizadas a lo largo del eje x. Una de las partículas está localizada en la posición $x = 0$ y la otra en la posición $x = +9 \text{ m}$. Determine el campo eléctrico en $x = +3 \text{ m}$. ($k = 9 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$)

- A) $-1 \times 10^3 \text{ N/C}$ B) $+5 \times 10^3 \text{ N/C}$ C) $-3 \times 10^3 \text{ N/C}$
 D) $+4 \times 10^3 \text{ N/C}$ E) $+3 \times 10^3 \text{ N/C}$

Solución:Magnitud del campo de la carga situada en $x = 0$:

$$E_1 = \frac{kq}{3^2} = \frac{(9 \times 10^9)(4 \times 10^{-6})}{9} = 4 \times 10^3 \text{ N/C}$$

Magnitud del campo de la carga situada en $x = +8 \text{ m}$:

$$E_2 = \frac{kq}{6^2} = \frac{(9 \times 10^9)(4 \times 10^{-6})}{36} = 1 \times 10^3 \text{ N/C}$$

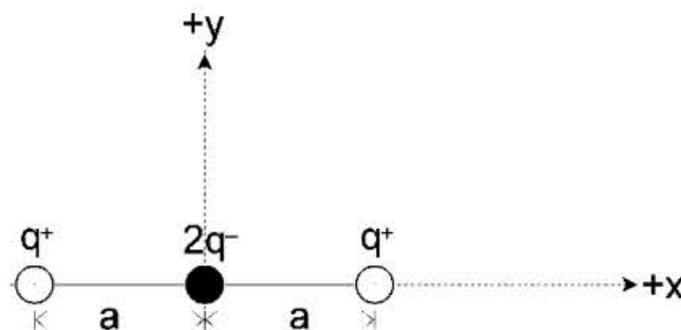
Campo resultante en $x = +3 \text{ m}$:

$$E = E_1 - E_2 = +3 \times 10^3 \text{ N/C}$$

Rpta.: E

5. Tres cargas puntuales q^+ , $2q^-$ y q^+ están distribuidas a lo largo del eje x , como muestra la figura. Indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. El campo eléctrico en el punto $x = 2a$ tiene la dirección del eje $-x$.
- II. El campo eléctrico en el punto $x = -2a$ tiene la dirección del eje $+x$.
- III. El campo eléctrico en el punto $y = a\sqrt{3}$ tiene la dirección del eje $-y$.



- A) VVF B) FVF C) FFV D) VVV E) FFF

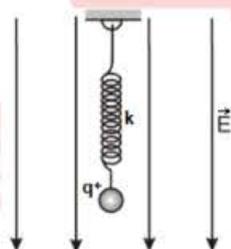
Solución:

- I) F II) F III) V

Rpta.: C

6. La figura muestra una esfera pequeña conductora con carga eléctrica $q = + 200 \mu\text{C}$ y masa $m = 200 \text{ mg}$ unida a un resorte vertical de material aislante de constante elástica $k = 2,1 \text{ N/m}$. Si el sistema se encuentra en equilibrio en una región de campo eléctrico uniforme $E = 200 \text{ N/C}$, determine la deformación del resorte.

- A) 2 cm B) 1 cm
 C) 3 cm D) 5 cm
 E) 4 cm



Solución:

De la primera condición de equilibrio:

$$kx = mg + qE$$

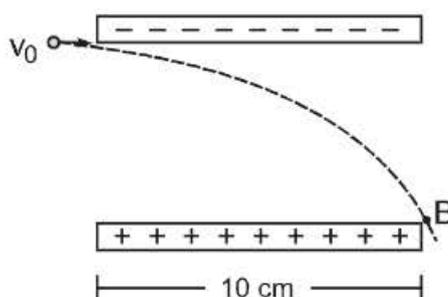
$$2,1x = 200 \times 10^{-6} \times 10 + 200 \times 10^{-6} \times 200$$

$$x = 0,02 \text{ m} \rightarrow x = 2 \text{ cm}$$

Rpta.: A

7. Un electrón ingresa a una región de campo eléctrico uniforme de magnitud $E = 450 \text{ N/C}$ con velocidad horizontal $v_0 = 2 \times 10^6 \text{ m/s}$, tal como muestra la figura. Determine la distancia mínima entre las placas para que el electrón pase por el punto B sin colisionar con la placa positiva. ($e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9 \times 10^{-31} \text{ kg}$)

- A) 14cm
 B) 18 cm
 C) 10 cm
 D) 19 cm
 E) 12 cm



Solución:

De la segunda ley de Newton:

$$a = \frac{eE}{m_e} = \frac{1,6 \times 10^{-19} \times 450}{9 \times 10^{-31}} = 8 \times 10^{13} \text{ m/s}^2$$

Del MRU:

$$x = v_0 t$$

$$t = \frac{x}{v_0} = \frac{10 \times 10^{-2}}{2 \times 10^6} = 5 \times 10^{-8} \text{ s}$$

Del MRUV:

$$y = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} (8 \times 10^{13}) (5 \times 10^{-8})^2 = 0,1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

Rpta.: C

Química

EJERCICIOS DE CLASE

1. La cinética química estudia la velocidad de las reacciones químicas. Hay dos grandes teorías que intentan explicar la cinética de las reacciones químicas: la teoría de las colisiones, basada en colisiones entre reactantes y la teoría del estado de transición centrada en la formación de una especie intermedia de corta duración denominada complejo activado. Con respecto a la cinética química, seleccione cuáles de las siguientes proposiciones son correctas.
- La velocidad de desaparición de los reactante(s) está en función del cambio de su concentración por unidad de tiempo.
 - Según la teoría de colisiones todos los choques entre las sustancias reactantes generan los productos de la reacción.
 - El complejo activado presenta mayor energía con respecto a la de los reactantes y con respecto a la de los productos.
- A) solo I B) solo II C) solo III D) II y III E) I y III

Solución:

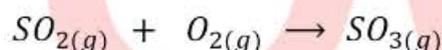
- I. **CORRECTO.** La velocidad se calcula a través de la variación de concentración, ya sea de reactivos o productos por unidad de tiempo. Matemáticamente puede expresarse como:

$$V_{\text{react}} = - \Delta[\text{reactantes}] / \Delta t \quad \text{o} \quad V_{\text{prod}} = + \Delta[\text{productos}] / \Delta t$$

- II. **INCORRECTO.** No todos los choques intermoleculares producen una reacción química; para que esta ocurra las colisiones deben ser eficaces, es decir, las colisiones deben tener orientación apropiada y alcanzar la energía de activación.
- III. **CORRECTO.** El complejo activado también se le denomina estado de transición de mayor energía en todo el proceso químico y que generalmente se descompone para formar los productos. El complejo activado tiene mayor energía con respecto a la de los reactivos y con respecto a la de los productos.

Rpta.: E

2. El trióxido de azufre (SO_3) es una sustancia intermedia en la formación de la lluvia ácida. Su formación en la atmósfera puede generarse por la reacción del dióxido de azufre (SO_2) con el oxígeno (O_2) del aire, representado por la siguiente ecuación:

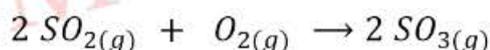


Si en la reacción, el oxígeno desaparece a una velocidad de 3,0 M/min, calcule la velocidad de formación del $SO_{3(g)}$ en M/s.

- A) $3,5 \times 10^{-2}$ B) $5,0 \times 10^{-2}$ C) $8,0 \times 10^{-2}$ D) $1,0 \times 10^{-2}$ E) $2,5 \times 10^{-2}$

Solución:

Para realizar el análisis de la reacción, primero realizamos el balance de la ecuación química por el método del tanteo:



De acuerdo a la estequiometría de la reacción, las velocidades de formación y desaparición se relacionan mediante la siguiente ecuación:

$$\frac{V_{O_2}}{1} = \frac{V_{SO_3}}{2}$$

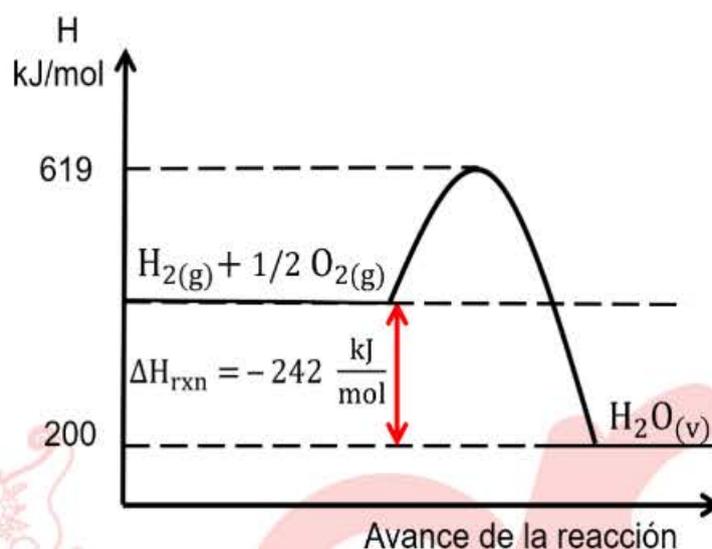
Reemplazando el dato de la velocidad de desaparición del $O_{2(g)}$, calculamos la velocidad de formación del $SO_{3(g)}$

$$\frac{3 \frac{M}{\text{min}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}}{2} = \frac{V_{SO_3}}{2}$$

$$V_{SO_{3(g)}} = 5,0 \times 10^{-2} \text{ M/s}$$

Rpta.: B

3. El perfil de una reacción química es un diagrama que representa el cambio de energía de los reactantes a medida que se transforman en productos. Mediante dicho gráfico es posible conocer diversos datos de una reacción como su energía de activación, la energía del complejo activado, el tipo de reacción por su contenido calórico, etc. A continuación, se muestra el diagrama del perfil de una reacción:

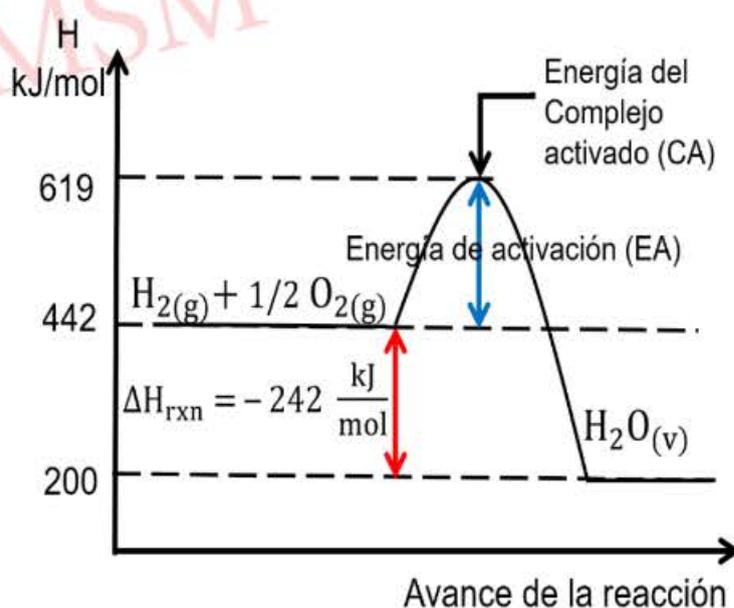


Al respecto, seleccione la alternativa correcta.

- A) La energía del complejo activado es 442 kJ/mol .
 B) La reacción es endotérmica, en el cual se absorbe 242 kJ/mol .
 C) La energía de activación es 177 kJ/mol .
 D) El uso de un catalizador aumenta la energía de activación.
 E) Si aumentamos la temperatura, la velocidad de reacción disminuye.

Solución:

Completando los datos de la gráfica:



A) INCORRECTA. La energía del complejo activado (C.A) es representado como el punto más alto del diagrama del perfil de una reacción química. Por ende, el valor de dicha energía es de 619 kJ/mol.

B) INCORRECTA. Para identificar el tipo de reacción (exotérmica o endotérmica), calculamos el valor de la energía del reactante:

$$E_{rxn} = E_{prod} - E_{react}$$

$$\rightarrow E_{react} = E_{prod} - E_{rxn} = 200 \text{ kJ/mol} - (-242 \text{ kJ/mol}) = 442 \text{ kJ/mol}$$

Es una reacción exotérmica porque la $E_{react} > E_{prod}$

Como la E_{rxn} es negativa, entonces, la reacción es exotérmica, en ella se libera 242 kJ/mol.

$$E_{rxn} = E_{prod} - E_{react} = 200 - 442 \text{ kJ/mol} = -242 \text{ kJ/mol}$$

C) CORRECTA. La energía de activación se calcula como:

$$E.A. = E_{ca} - E_{react}$$

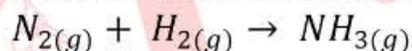
$$E.A. = 619 - 442 = 177 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

D) INCORRECTA. El uso de un catalizador disminuye la energía de activación.

E) INCORRECTA. Al aumentar la temperatura, aumenta el número de moléculas con energía suficiente para realizar un choque efectivo, por ello, la velocidad de reacción aumentaría.

Rpta.: C

4. A inicios del siglo XX, la baja producción de alimentos era una amenaza para la humanidad. Frente a ello Fritz Haber, logró sintetizar amoníaco (NH_3), un compuesto que se emplea para producir fertilizantes. Dicha síntesis se representa por la ecuación:



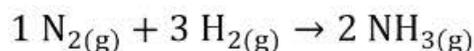
Considerando que es una reacción sencilla, seleccione la secuencia de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. La ley de la velocidad puede expresarse como $v_{rxn} = k [N_2]^1 [H_2]^3$
- II. El orden de la reacción con respecto al H_2 es seis.
- III. Si $[N_2] = 0,1 \text{ M}$, $[H_2] = 0,2 \text{ M}$ y $k = 1,5 \times 10^3 \text{ M}^{-3}\text{s}^{-1}$, entonces la v_{rxn} es 3 Ms^{-1} .

A) VVV B) FFV C) FVF D) VVF E) VFF

Solución:

La ecuación de síntesis del amoníaco balanceada es:



Como es una reacción sencilla, la ley de velocidad es de orden uno con respecto al nitrógeno (N_2) y de orden tres con respecto al hidrógeno (H_2), entonces

$$v_{rxn} = k [N_2]^1 [H_2]^3$$

$$v_{rxn} = 1,5 \times 10^3 \text{ M}^{-3}\text{s}^{-1} [0,1\text{M}]^1 [0,2 \text{ M}]^3$$

$$v_{rxn} = 1,2 \text{ Ms}^{-1}$$

- I. **VERDADERO.** La ley de la velocidad es: $v_{rxn} = k[N_2]^1[H_2]^3$
- II. **FALSO.** Al observar la ley de velocidad, el exponente del H₂ es tres, razón por la cual el orden de la reacción con respecto al H₂ es tres.
- III. **FALSO.** Si $[N_2] = 0,1 \text{ M}$, $[H_2] = 0,2 \text{ M}$ y $k = 1,5 \times 10^3 \text{ M}^{-3}\text{s}^{-1}$, entonces la v_{rxn} es $1,2 \text{ Ms}^{-1}$

Rpta.: E

5. En el siglo XIX, el químico Bernard Courtois se percató de la presencia de un gas violeta cuando se encontraba estudiando algas pardas; años más tarde se descubrió que dicho gas era un nuevo elemento al que denominaron yodo, del griego *iodes*, que significa violeta. Una de las maneras de producir dicho gas se puede representar bajo el siguiente mecanismo de reacción:



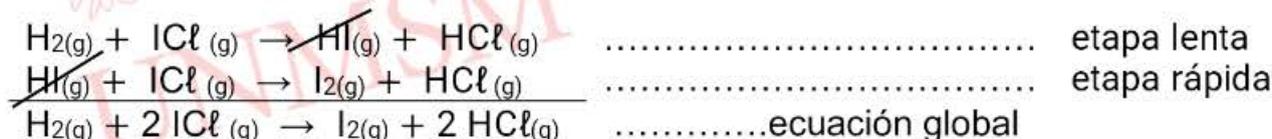
Con respecto al mecanismo de reacción presentado, seleccione el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. La ecuación global es: $\text{H}_{2(g)} + 2 \text{ICl}_{(g)} \rightarrow \text{I}_{2(g)} + 2 \text{HCl}_{(g)}$
- II. El HI es una especie intermediaria.
- III. La ley de la velocidad de reacción es: $V_{rxn} = k [\text{H}_2] [\text{ICl}]$

- A) FVF B) VVV C) FFV D) VFF E) VVF

Solución:

Analizando el mecanismo de reacción:



- I. **VERDADERO.** La ecuación global es: $\text{H}_{2(g)} + 2 \text{ICl}_{(g)} \rightarrow \text{I}_{2(g)} + 2 \text{HCl}_{(g)}$
- II. **VERDADERO.** El HI se forma lentamente en la primera etapa y se consume lentamente en la 2° etapa, por ende es una especie intermediaria.
- III. **VERDADERO.** La ley de la velocidad se representa de la etapa lenta, por ende, la ley de la velocidad de reacción es: $V_{rxn} = k [\text{H}_2] [\text{ICl}]$. Es una reacción de segundo orden.

Rpta.: B

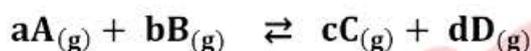
6. El equilibrio químico permite predecir las condiciones de presión, temperatura y concentración para aumentar el rendimiento de una reacción química. De esta forma, se pueden obtener mejoras en la síntesis y en el rendimiento de las reacciones químicas. Con respecto al equilibrio químico, seleccione la secuencia de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. La velocidad de reacción directa es igual a la velocidad de reacción inversa.
- II. Si todas las sustancias que participan se encuentran en el mismo estado físico se clasifica como equilibrio heterogéneo.
- III. Los sólidos y líquidos puros aparecen en la expresión de la constante de equilibrio.

A) FVF B) VFV C) FFV D) VFF E) VVV

Solución:

Sea la ecuación reversible en equilibrio químico:



En el equilibrio se cumple:

$$V_d = V_i$$

$$K_d [A]^a [B]^b = K_i [C]^c [D]^d$$

$$\frac{K_d}{K_i} = \frac{[C]^c \cdot [D]^d}{[A]^a \cdot [B]^b} \quad ; \text{ Hacemos que: } \frac{K_d}{K_i} = K_c$$

$$K_c = \frac{[C]^c \cdot [D]^d}{[A]^a \cdot [B]^b} \quad , K_c = \text{constante de equilibrio}$$

- I. **VERDADERO.** En el equilibrio, se cumple que la velocidad de reacción directa es igual a la velocidad de reacción inversa ya que las sustancias que intervienen se consumen a la misma velocidad que se forman.
- II. **FALSO.** Si en el equilibrio químico todas las sustancias que participan se encuentran en el mismo estado físico, se clasifica como equilibrio homogéneo; sin embargo, si las sustancias que participan en el equilibrio se encuentran en distintos estados físicos entonces el equilibrio se clasificará como heterogéneo.
- III. **FALSO.** La concentración de sólidos y líquidos puros no se incluyen en la expresión de la constante de equilibrio, pues su concentración no cambia en el equilibrio

Rpta: D

7. El óxido de calcio (CaO) se emplea en materiales de fabricación, en el procesamiento de metales, en la agricultura y en el tratamiento de aguas residuales. Una de las formas de obtenerlo es mediante la descomposición de carbonato de calcio (CaCO₃) a través del siguiente equilibrio:



Al respecto, seleccione la secuencia de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. Es un equilibrio heterogéneo.
- II. Su constante de equilibrio K_C se expresa como $K_C = \frac{[\text{CaO}][\text{CO}_2]}{[\text{CaCO}_3]}$.
- III. Su constante de equilibrio K_p se expresa como $K_p = P_{\text{CO}_2}$.

- A) FVF B) VFV C) FFV D) VFF E) VVF

Solución:

La ecuación balanceada es:



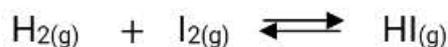
Hallando las constantes de equilibrio K_C y K_p , respectivamente:

$$K_C = [\text{CO}_2] \qquad K_p = P_{\text{CO}_2}$$

- I. **VERDADERO.** Es un equilibrio heterogéneo ya que encontramos sustancias en fase sólida y gaseosa.
- II. **FALSO.** La expresión de K_C solo debe estar en función especies gaseosas, por lo tanto: $K_C = [\text{CO}_2]$
- III. **VERDADERO.** La expresión de K_p solo debe estar en función especies gaseosas, por lo tanto: $K_p = P_{\text{CO}_2}$

Rpta.: B

8. El yoduro de hidrógeno (HI) es un gas incoloro usado en química orgánica e inorgánica como una de las principales fuentes de yodo y como agente reductor. Para obtener muestras de altas purzas, se suele combinar hidrógeno (H₂) con yodo (I₂) a 698 K según:



Si se agrega cierta cantidad de yoduro de hidrógeno a un recipiente de 2 L, cuando el sistema alcanza el equilibrio se encuentra 1 mol de HI; 0,5 moles de H₂ y 0,2 moles de I₂, determine el valor de K_p .

- A) 1 B) 2 C) 5 D) 7 E) 10

Solución:

La descomposición del HI



la concentración molar es $M = \frac{n}{V(L)}$

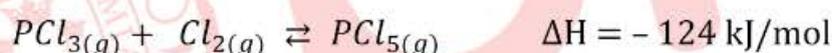
$$K_c = \frac{[\text{HI}]^2}{[\text{H}_2][\text{I}_2]} = \frac{\left[\frac{1}{2}\right]^2}{\left[\frac{0,5}{2}\right]\left[\frac{0,2}{2}\right]} = 10$$

Asimismo, $K_p = K_c (RT)^{\Delta n}$

$$K_p = 10 \left[\left(0,082 \frac{\text{atm} \times \text{L}}{\text{mol} \times \text{K}}\right) (698\text{K}) \right]^{2-(1+1)} = 10$$

Rpta.: E

9. El pentacloruro de fósforo (PCl_5) es uno de los cloruros más importantes del fósforo, el cual se usa como agente oxidante en las reacciones químicas. En un recipiente el PCl_5 existe en equilibrio químico con el PCl_3 y cloro, a 180°C . según:

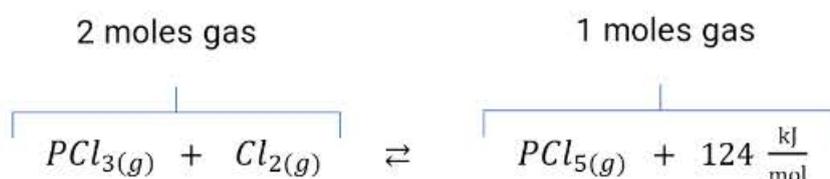


Seleccione la alternativa que contiene la acción necesaria para que se incremente el rendimiento de la producción de PCl_5 .

- A) Aumento de la temperatura del sistema
- B) Disminuir la concentración de $\text{Cl}_2(\text{g})$.
- C) Adicionar un catalizador
- D) Aumentar la presión del sistema
- E) Aumenta el volumen del recipiente

Solución:

Balanceando la ecuación química tenemos:



Para incrementar el porcentaje de rendimiento de PCl_5 , el sistema se deberá desplazar a la derecha (\rightarrow). Analizando cada proposición,

- A) al aumentar la temperatura del sistema, el sistema busca disminuir la temperatura desplazándose a la izquierda \leftarrow

- B) al disminuir la concentración de cloro, el sistema buscará aumentar la concentración de este, desplazándose a la izquierda ←
- C) al adicionar un catalizador, el sistema no se modifica.
- D) al aumentar la presión del sistema, el sistema busca el menor número de moles de gas; por lo tanto, el sistema se desplaza a la derecha →
- E) Al aumentar el volumen del recipiente el sistema busca el mayor número de moles de gas, por lo tanto, el sistema se desplaza a la izquierda ←

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. La naturaleza de los reactivos, la superficie de contacto, la concentración de los reactantes, la presencia de catalizadores, son factores que influyen en la velocidad de reacción química. Respecto a ello, indique cuales de las siguientes proposiciones son correctas.

- I. Una pieza de metal reacciona más rápido con HCl 0,03 M que con HCl 0,1 M.
- II. Un trozo de madera arde más rápido al convertirlo en aserrín.
- III. Un catalizador acelera la velocidad de una reacción por que disminuye la energía de activación.

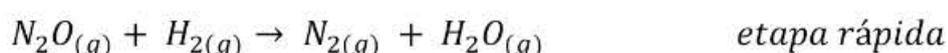
- A) solo I B) solo II C) solo III D) II y III E) I, II y III

Solución:

- I. **INCORRECTA.** El HCl 0,03 M contiene menos moléculas que interactúa con la pieza del metal, por lo que su velocidad de reacción será lenta en comparación al ácido de mayor concentración.
- II. **CORRECTA.** Cuando el trozo de madera se divide, aumenta su superficie de contacto, por lo que habrá mas lugares donde pueda arder; razón por la cual aumenta su velocidad de reacción.
- III. **CORRECTA.** Un catalizador disminuye la energía de activación, que es la energía necesaria para que inicie una reacción, por lo que hará que la reacción se efectúe más rápido.

Rpta.: D

2. Un mecanismo de reacción puede entenderse como el conjunto de pasos elementales en el que incurren los reactantes para formar los productos. A continuación, se muestra un mecanismo de reacción para la formación de nitrógeno gaseoso:



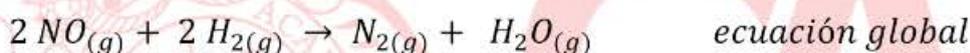
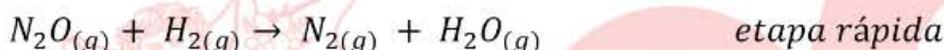
Al respecto, seleccione el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. El N_2O_2 es la única especie intermedia.
- II. La reacción global es $2 NO_{(g)} + 2 H_{2(g)} \rightarrow N_{2(g)} + 2H_2O_{(g)}$
- III. La ley de velocidad es $V_{rxn} = k [NO]^2$ y es de segundo orden.

A) FVF B) VVV C) FFV D) VFF E) VFV

Solución:

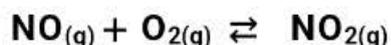
El mecanismo genera una reacción global



- I. **FALSO.** El N_2O_2 y el N_2O son las especies intermedias.
- II. **VERDADERO.** La ecuación global es $2 NO_{(g)} + 2 H_{2(g)} \rightarrow N_{2(g)} + 2H_2O_{(g)}$
- III. **FALSO.** La ley de velocidad depende de la etapa lenta por lo cual la ley de velocidad es $v_{rx} = k [N_2O_2]^1 [H_2]^1$, y como la suma de los exponentes de la concentración de los reactantes es dos, entonces el orden de la reacción será de 2° orden.

Rpta.: A

3. El dióxido de nitrógeno (NO_2) es un gas tóxico e irritante de color marrón-amarillento. Se forma como subproducto en los procesos de combustión a altas temperaturas, en los vehículos motorizados, plantas eléctricas y afecta principalmente al sistema respiratorio. Una de las diferentes formas de sintetizarlo es según la siguiente ecuación:

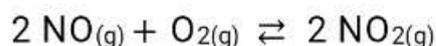


Si en el equilibrio se tienen 18 mol de NO, 6 mol de O_2 y 18 mol de NO_2 en un recipiente de 3L, determine la constante de equilibrio K_c .

A) 1,5 B) 2,5 C) 0,5 D) 4,5 E) 5,0

Solución:

Balancemos la ecuación química:



la concentración molar es $M = \frac{n}{V(L)}$

$$K_c = \frac{[\text{NO}_2]^2}{[\text{NO}]^2 [\text{O}_2]} = \frac{\left[\frac{18}{3}\right]^2}{\left[\frac{18}{3}\right]^2 \left[\frac{6}{3}\right]} = 0,5 \text{ M}^{-1}$$

Rpta.: C

4. El antimonio (Sb) es un elemento semimetálico que se parece a los metales en su aspecto y propiedades físicas, pero se comporta químicamente como un no metal; tiene una creciente demanda en la industria de semiconductores, en la producción de diodos y detectores infrarrojos. El proceso de su obtención puede ser representado como



En el equilibrio, se tiene que las presiones parciales para el $\text{H}_2\text{S}(g) = 0,2 \text{ atm}$ y para el $\text{H}_2(g) = 0,1 \text{ atm}$. Al respecto, determine la constante de equilibrio (K_p).

- A) $8,0 \times 10^1$ B) $4,0 \times 10^1$ C) $4,0 \times 10^{-1}$ D) $6,4 \times 10^{-1}$ E) $8,0 \times 10^0$

Solución:

Balancando la ecuación química tenemos:

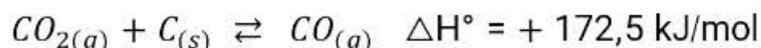


Calculando la constante de equilibrio (K_p),

$$K_p = \frac{P_{\text{H}_2\text{S}}^3}{P_{\text{H}_2}^3} = \frac{(0,2)^3}{(0,1)^3} = 8,0 \times 10^0$$

Rpta.: E

5. El monóxido de carbono (CO) es un gas incoloro, inodoro e insípido, por lo que puede entrar al organismo humano de manera inadvertida pudiendo ocasionar intoxicaciones, que en sus casos más graves ocasionan la muerte. Se tiene la siguiente ecuación de síntesis de monóxido de carbono en equilibrio:



Si se quiere aumentar la producción de $CO_{(g)}$, indique cuáles de las siguientes proposiciones son correctas.

I. Aumentar la concentración de CO_2

II. Aumentar la presión

III. Aumentar la temperatura

A) Solo I

B) Solo II

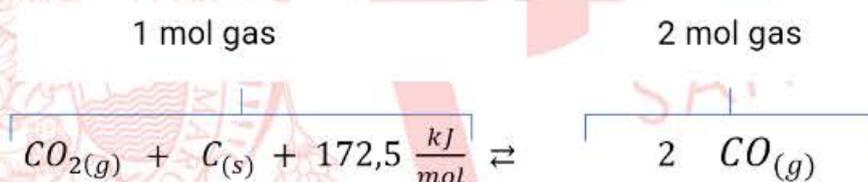
C) Solo III

D) I y III

E) I, II y III

Solución:

Balaceando la ecuación química tenemos:



Para incrementar el porcentaje de rendimiento de CO_g el sistema se deberá desplazar a la derecha. Analizando cada proposición.

- I. **CORRECTA:** cuando la $[CO_2]$ aumenta, el sistema se desplaza hacia los productos \rightarrow
- II. **INCORRECTA:** cuando la presión aumenta entonces el sistema busca el menor número de moles de gaseosas, por ello, el sistema se desplazará hacia los reactantes \leftarrow
- III. **CORRECTA:** si aumenta la temperatura, entonces el sistema se desplaza a los productos ya que es una reacción endotérmica \rightarrow

Rpta.: D

Solución:

Siendo I = vaina inflada e i = vaina constreñida, cosechas que mantengan una línea pura (condición de homocigosis durante varias generaciones) solo serán producto de la cruce:

P. II x II

F1. II (100% con vaina inflada)

Rpta.:D

5. En la herencia intermedia de *Mirabilis jalapa* «don diego de noche», el fenotipo flor rosada tiene una probabilidad de _____ en la descendencia del cruce $C^R C^R \times C^R C^B$.

A) 25 % B) 50 % C) 0 % D) 75 % E) 100 %

Solución:

En la herencia intermedia (dominancia incompleta), el heterocigoto presenta un fenotipo intermedio al de sus progenitores homocigotos, como ocurre en *Mirabilis jalapa* donde los progenitores $C^R C^R$ (flor roja) y $C^B C^B$ (flor blanca) generan un individuo $C^R C^B$ (flor rosada). Del cruce citado, se obtiene:

P. $C^R C^R \times C^R C^B$

F1. $C^R C^R$, $C^R C^B$
 $1/2$ (f. roja) $1/2 = 50\%$ (f. rosada)

Rpta.: B

6. Gregory cruza dos líneas puras de *Pisum sativum* de semilla lisa y semilla rugosa. Si la F1 se autofecunda ¿cuáles son las proporciones fenotípica y genotípica obtenidas en la F2, respectivamente?

A) 1:2:1 y 1:3 B) 1:1 y 1:1 C) 3:1 y 1:1
 D) 3:1 y 1:2:1 E) 2:1:1 y 1:1:2

Solución:

Considerando que la autofecundación ocurre entre gametos de la misma planta (o de la misma flor); siendo L=semilla lisa y l=semilla rugosa, la cruce a realizar es:

P : LL x ll

F1 : Ll x Ll (autofecundación)

F2 : LL, Ll, Ll, ll

La proporción fenotípica es de **3:1** y la genotípica: **1:2:1**

Rpta.:D

7. La anemia falciforme es un trastorno genético que altera la hemoglobina, lo que genera eritrocitos con forma de hoz y cuya muerte prematura provoca anemia grave. Aunque solo enferman los homocigotos recesivos, los heterocigotos presentan eritrocitos con hemoglobina normal y anormal, por la expresión de ambos alelos. Este caso de herencia de la hemoglobina concuerda con una

A) herencia ginándrica. B) herencia holándrica.
 C) codominancia. D) dominancia incompleta.
 E) herencia intermedia.

Solución:

La anemia falciforme es una enfermedad genética autosómica recesiva por el gen «S». Si bien la herencia de la enfermedad presenta una dominancia completa, donde los AA y AS son sanos, y los SS enfermos, en la herencia de la hemoglobina, el heterocigoto AS presenta eritrocitos con hemoglobina normal (HbA) y anormal (HbS) por expresión de los genes A y S, respectivamente, situación que concuerda con una **codominancia**.

Rpta.:C

8. En cierta raza de cuyes el pelaje marrón es dominante sobre el negro. Si se cruzan dos híbridos, ¿qué se espera encontrar en la descendencia?

- A) 75% con pelo gris
 B) 100% con pelo marrón
 C) 50% con pelo negro
 D) Todos con pelo negro
 E) 25% con pelo negro

Solución:

Siendo M=pelo marrón y m=pelo negro, se realiza la cruce:

P : Mm x Mm

F1: MM, Mm, Mm, mm

El 25% tiene pelo negro (mm).

Rpta.: E

9. En el tulipán, el color naranja es dominante sobre el color amarillo y el porte alto domina sobre el porte bajo. ¿Qué proporción de tulipanes naranjas de porte bajo se obtendrá en la F2 partiendo del cruce entre dos líneas puras, una naranja y porte alto y otra amarilla y porte bajo?

- A) 3/4 B) 3/16 C) 1/4 D) 9/16 E) 1/16

Solución:

Siendo N=naranja, n=amarillo, A=porte alto y a=porte bajo, se realiza la cruce:

P : NNAA x nnaa

F1: NnAa (100%)

F2: NnAa x NnAa

Dado que solo se requiere la proporción de plantas N_aa (flor naranja y porte bajo), basta con establecer la proporción fenotípica: N_A_=9/16, **N_aa=3/16**, nnA_=3/16 y nnaa=1/16, donde la proporción requerida es **3/16**.

Rpta.:B

10. En humanos, el mentón hendido es un carácter autosómico dominante, en cambio la incapacidad para enrollar la lengua en U es autosómico recesivo. De las siguientes alternativas, ¿qué genotipo corresponde a una persona con ambas características?

- A) HhUU B) Hhuu C) hhuu D) hhUu E) HHUU

Solución:

Siendo H=mentón hendido, h=sin mentón hendido, U=enrolla la lengua y u=no enrolla la lengua, una persona con mentón hendido e incapaz de enrollar la lengua puede tener el genotipo HHuu ó **Hhuu**.

Rpta.: B

11. Una raza de gato tiene las orejas grandes debido al alelo B, dominante sobre b que determina orejas pequeñas. El alelo S determina hocico largo y domina sobre s que determina hocico corto. ¿Qué proporción de la descendencia presentará orejas pequeñas y hocico corto al cruzar un individuo de orejas grandes heterocigoto y hocico corto, con un dihíbrido?

A) 3/8 B) 1/2 C) 3/4 D) 1/8 E) 1/4

Solución:

P : Bbss x BbSs

G : Bs , bs x , BS, bs, Bs, bS

F1:

	BS	bs	Bs	bS
Bs	BBSs	Bbss	BBss	BbSs
bs	BbSs	bbss	Bbss	bbSs

Se observa que la proporción de gatos con orejas pequeñas y hocico corto (bbss) es 1/8.

Rpta.:D

12. Jacky, a la edad de 15 años, odiaba su cabello ondulado porque peinarlo le demandaba mucho tiempo; si su padre tenía el cabello lacio y su madre rizado, entonces, Jacky lo tenía ondulado debido a la herencia

A) mendeliana. B) de alelos múltiples. C) poligénica.
D) codominante. E) intermedia.

Solución:

En la forma del cabello se presenta una **herencia intermedia** (dominancia incompleta), donde $C^L C^L$ = lacio, $C^R C^R$ = rizado y $C^L C^R$ = ondulado, de modo que esta familia se puede representar por la cruce:

P : (Padre) $C^L C^L$ x $C^R C^R$ (Madre)

F1 : $C^L C^R$ (Jacky)

Rpta.: E

13. Martha es de grupo sanguíneo B y Fredy es del grupo A; si ambos tienen un hijo de grupo O, ¿cuál es la probabilidad de que el próximo descendiente sea del grupo B?

A) 50 % B) 25 % C) 100 % D) 75 % E) 0 %

Solución:

Si Martha ($I^A _$) y Fredy ($I^B _$) tuvieron un hijo ii, se infiere que los genotipos de ella y de él son $I^A i$ y $I^B i$, respectivamente. La probabilidad de que tengan un hijo de grupo B ($I^B I^B$ o $I^B i$) se establece de la cruce:

P : $I^A i$ x $I^B i$

F1 : $I^A I^B$, $I^B i$, $I^A i$, ii todos los genotipos posibles tienen la probabilidad del 25 %.
 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$

Rpta.: B

14. Una familia sufre un accidente donde solo Alberto, su hijo menor, requiere unidades de sangre del tipo O; sin embargo, al realizar la prueba de sangre para la donación, el padre y la madre resultan ser del grupo A y B respectivamente. Del enunciado podemos inferir que
- A) los padres de Alberto son heterocigotos.
 - B) son los padres adoptivos de Alberto.
 - C) el padre es homocigoto para el grupo A.
 - D) La madre es homocigota para el grupo B.
 - E) solo el padre tiene un alelo recesivo.

Solución:

Si Alberto es del grupo O (ii), entonces sus padres necesariamente **son heterocigotos**, es decir, el padre es $I^A i$ y la madre es $I^B i$.

Rpta.: A

15. En un matrimonio joven, él es de sangre O,MN y ella heterocigota de sangre B,NN. ¿Qué probabilidad existe de que la descendencia sea de sangre B,MN?
- A) 0% B) 100% C) 75% D) 25% E) 50%

Solución:

P : $iiL^M L^N$ x $I^B iL^N L^N$

G : iL^M, iL^N x $I^B L^N, iL^N$

F1 : $I^B iL^M L^N$, $I^B iL^N L^N$, $iiL^M L^N$, $iiL^N L^N$
B,MN (25%) **B,NN (25%)** **O,MN (25%)** **O,NN (25%)**

Rpta.: D