



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA
CENTRO PREUNIVERSITARIO

SEMANA 11

Habilidad Verbal

SECCIÓN A

EL TEXTO ARGUMENTATIVO



(VIDEOS)
**TEORÍA Y
EJERCICIOS**

La argumentación consiste en ofrecer un conjunto de razones en apoyo de una conclusión. Argumentar no consiste simplemente en la afirmación de ciertas opiniones ni se trata sencillamente de una disputa: se trata de respaldar ciertas opiniones con firmes razones. Por ello, la médula de la argumentación es el vínculo entre las premisas y la conclusión central del tesista, de manera que estamos ante una argumentación consistente cuando la conclusión se sigue plausiblemente de un conjunto sólido de premisas.

El argumento es esencial, en primer lugar, porque es una manera de tratar de informarse acerca de qué opiniones son mejores que otras. No todos los puntos de vista son iguales. Algunas conclusiones pueden apoyarse en buenas razones, otras tienen un sustento mucho más débil. En este sentido, un argumento es un medio para indagar. Una vez que hemos llegado a una conclusión bien sustentada en razones, la explicamos y la defendemos mediante argumentos. Un buen argumento no es una mera reiteración de las conclusiones. En su lugar, ofrece razones, de tal manera que otras personas puedan formarse sus propias opiniones por sí mismas. Finalmente, la argumentación es una forma de habla que opera en todos los niveles del discurso y recorre las diversas facetas de la vida humana (la cotidiana, la política, la judicial, la científica, etc.). La médula de la argumentación es el vínculo entre las premisas y la conclusión. Estamos ante una buena argumentación cuando la conclusión se sigue plausiblemente de un conjunto sólido de premisas.

ESTRUCTURA DEL TEXTO ARGUMENTATIVO

Toda argumentación se compone de una controversia, la posición o punto de vista y los argumentos:

- **CONTROVERSIA:** Es la pregunta directa o indirecta de índole polémica que abre el texto argumentativo.
- **POSICIÓN:** Es el punto de vista que el autor expresa en torno a la controversia. La posición puede ser del tipo *probatio* (a favor) o *confutatio* (en contra).
- **ARGUMENTOS:** Son las razones plausibles que se esgrimen para sustentar la posición o el punto de vista. Se debe propender a un sustento racional apoyado en una buena información. Existe una deontología del argumentador.

CARACTERÍSTICAS DEL TEXTO ARGUMENTATIVO

- Su función principal es presentar una idea con la finalidad de convencer.
- Al mismo tiempo que expone un tema, el autor adopta una postura respecto a ese tema.
- Los argumentos son lógicamente elaborados, siguiendo un orden, constituyendo un conjunto sistemático.
- En la formulación de los argumentos se emplea un lenguaje claro y conciso.

DIFERENCIAS ENTRE TEXTOS EXPOSITIVOS Y TEXTOS ARGUMENTATIVOS

Existen algunas diferencias notables entre el texto expositivo y el texto argumentativo. A continuación, se ofrece un cuadro que sintetiza cuáles son los principales aspectos que distinguen a ambos textos:

DIFERENCIAS	TEXTO EXPOSITIVO	TEXTO ARGUMENTATIVO
Intención	1. Informar	1. Convencer
Tratamiento de la información	2. Centrado en un solo tema sin emisión de opiniones personales	2. Desarrollo de argumentos para sustentar una posición
Intervención del autor	3. Objetiva: busca ser neutral con los datos que brinda.	3. Subjetiva: toma posición y defiende una tesis.

Asimismo, cabe recordar que los escritos de carácter argumentativo son, también, expositivos. Pero no necesariamente se da lo inverso. Es decir, un texto expositivo puede que no tenga la intención de explicar un argumento, ya que su función principal es informar. Un texto argumentativo, puede, sin embargo, informar y, al mismo tiempo, procurar la adhesión del lector a la idea que se propone.

EJERCICIOS

- Lea atentamente cada uno de los textos que siguen a continuación e indique si son expositivos o argumentativos.

TEXTO A

La vida y muerte de Sócrates es uno de los acontecimientos más importantes de la historia de la antigüedad, y es digno de notarse que, aunque es la vida de un solo hombre, ofrece materia abundante para estudios de muy diverso género y todos de gran interés. Merece, en primer lugar, nuestra atención el carácter personal del filósofo, que reúne la independencia de juicio de un libre pensador para combatir las preocupaciones y falsas creencias de su tiempo, con la fe religiosa y el entusiasmo de un místico que cree ser favorecido por especiales inspiraciones divinas, e investido por Dios de una misión moral y religiosa. Los hechos a que dio lugar este conjunto de cualidades, al parecer opuestas, han sido objeto de muy varias explicaciones, y todavía, después de las profundas observaciones que se han hecho, es un objeto digno de estudio este doble aspecto de la vida de Sócrates.

Considerado como filósofo fue también un genio extraordinario; porque sin haber escrito nada y sin haber formulado un sistema como otros filósofos, dio una dirección enteramente nueva al pensamiento humano, y abrió nuevos caminos a la indagación científica. Después de él los trabajos de los filósofos tuvieron por base la doctrina socrática, y de ella nacieron tantos y tan diversos sistemas que la historia de la filosofía en Grecia sería inexplicable sin la existencia de Sócrates. En este sentido, dijo muy bien Cicerón que puede llamársele con verdad el padre de la filosofía.

Academia Peruana de la Lengua (2017). *El juicio y la muerte de Sócrates*. Lima: Alastor Editores.

Tipo de texto: _____

Intención predominante: _____

Solución:

Texto argumentativo. El autor desarrolla una serie de argumentos para sustentar la importancia del filósofo griego Sócrates.

TEXTO B

El estudio del quechua tiene una larga historia. Los gramáticos y cronistas de la Colonia fueron los primeros en ocuparse del estudio del quechua. Luego, siguiendo la tradición española, continuaron más trabajos descriptivos sobre el quechua en los siguientes siglos. A pesar de sendos trabajos y el tiempo transcurrido en el estudio del quechua, recién desde los primeros años de la década de 1960 se comienza a constituir sólidamente los componentes básicos de la lingüística quechua moderna, fundamentalmente a partir de las investigaciones iniciales de Gary Parker (1963) y de Alfredo Torero (1964).

Actualmente, con el nombre de quechua se conoce a la lengua o familia de lenguas amerindias habladas por aproximadamente diez millones de personas a lo largo de los países andinos de Perú, Ecuador, Bolivia, Colombia, Argentina y Chile. Desde su cuna original localizada en la costa y sierra central del Perú, probablemente entre los balles de Pativilca y Huaura y su serranía inmediata (norte de Lima), el quechua empezó a expandirse hacia el norte y el sur en diferentes etapas desde antes de la formación del Imperio incaico (véase Cerrón-Palomino 2003; Solís 2003, 2009; Torero 1964, 1970, 1974, 2002).

En la actualidad, la vitalidad del quechua es variada por regiones; de allí que una mirada detenida de la situación demográfica y sociolingüística del quechua revela un cuadro que puede ser interpretado como esperanzador o desalentador, dependiendo de la perspectiva del observador.

Julca, F. (2009). *Quechua Ancashino: una mirada actual*. Lima: AFINED.

Tipo de texto: _____

Intención predominante: _____

Solución:

El texto es expositivo. La intención principal del texto es mostrar la larga tradición de estudios que tiene la lengua quechua, así como sus características principales.

TEXTO C

Los especialistas científicos habitualmente no se interesan por el problema de la génesis de las hipótesis científicas; esta cuestión es de competencia de las diversas ciencias de la ciencia. El proceso que conduce a la enunciación de una hipótesis científica puede estudiarse en diversos niveles: el lógico, el psicológico y el sociológico. El lógico se interesará por la inferencia plausible como conexión inversa (no deductiva) entre proposiciones singulares y generales. El psicólogo inventará la etapa de la «iluminación» o relámpago en el proceso de la resolución de los problemas, etapa en que se produce la síntesis de elementos anteriormente inconexos; también se propondrá estudiar fenómenos tales como, los estímulos e inhibiciones que caracterizan el trabajo en equipo. El sociólogo inquirirá por qué determinada estructura social favorece ciertas clases de hipótesis mientras desalienta a otras.

El metodólogo, en cambio, no se ocupará de la génesis de las hipótesis, sino del planteo de los problemas que las hipótesis intentan resolver y de su comprobación. El origen del nexo entre el planteo y la comprobación —esto es, el surgimiento de la hipótesis— se lo deja a otros especialistas. El motivo es, nuevamente, la cuestión de nombres: lo que hoy se llama «método científico» no es ya una lista de recetas para dar con las respuestas correctas a las preguntas científicas, sino el conjunto de procedimientos por los cuales a) se plantean los problemas científicos y b) se ponen a prueba las hipótesis científicas.

Bunge, M. (1959). *La ciencia: su método y su filosofía*. Buenos Aires: Siglo veinte.

Tipo de texto: _____

Intención predominante: _____

Solución:

Texto expositivo. El autor pretende principalmente indicar el campo de estudio que enmarca al metodólogo frente al lógico, psicólogo y sociólogo. Además, a la manera cómo surgen las hipótesis.

TEXTO D

Entre los valores que han desaparecido de nuestra política, ciertamente está la lealtad. Los partidos históricos que podían durar decenios como influyentes faros del poder propiciaban adherencias capaces de cubrir varias generaciones. La ideología funcionaba como el hogar permanente de una persona y más todavía de un político.

Con mínimas excepciones, eso ha terminado. La carrera de un político puede sobrevivir a varios membretes partidarios con ideologías mudables (cuando las hay) con un discurso adaptado a esos cambios. Así, políticos enfáticos en sus convicciones declaradas a menudo reaparecen, casi virginales, en lugares inesperados.

¿Dónde hay más culpa? ¿En el político saltimbanqui o en las organizaciones que no pueden retenerlos? La cosa parece bastante repartida en lo que para todo fin práctico funciona como un mercado no tan distinto del que mueve los engranajes del fútbol. La idea de la lealtad ha sido reemplazada por la de agilidad.

Sin embargo, es imposible imaginar un universo político inmóvil. Partidos y políticos tienen que transformarse al ritmo de los tiempos. Para eso ha habido siempre, o casi siempre, convenciones, modales y límites. Era importante la justificación apoyada en el cambio en ideas (de uno de los dos lados del mostrador), la velocidad, la frecuencia.

Ahora que el cambio de camiseta política es vertiginoso, lo único que parece contar es la eficacia de la movida. Un clásico es el salto de una agrupación en decadencia a una con mucho mayores posibilidades. Ante esto siempre hay reproches en algunos medios pero no suele producir vergüenza u ostracismo.

Lauer, M. (2020). «Hay que lavar esas camisetas» en *La República*. Recuperado de <https://larepublica.pe/opinion/2020/11/08/hay-que-lavar-esas-camisetas-por-mirko-lauer/> (Texto editado).

Tipo de texto: _____

Intención predominante: _____

Solución:

Texto argumentativo. El autor fundamentalmente argumenta acerca de la pérdida de lealtad en los políticos de los últimos tiempos.

II. Lea detenidamente los siguientes textos argumentativos y, sobre la base de la teoría expuesta anteriormente, señale cuáles son sus componentes e indique los tipos de argumentos.

TEXTO A

No basta que haya elecciones libres y genuinas en un país; además, es preciso que los votantes voten bien. Porque a veces se equivocan. Los electores estadounidenses se equivocaron garrafalmente hace cuatro años votando por Donald Trump, empresario millonario, pero sin la menor preparación política ni cultural.

Los ataques a los migrantes mexicanos y del resto del mundo son solo un aspecto de su campaña racista que ha enardecido enormemente las tensiones entre blancos, negros y mestizos de todas partes en los Estados Unidos, donde hacía muchos años ya que no aparecían letreros como «Somos un país de blancos» que difundía el viejo Ku Klux Klan, y que han reaparecido y violentado con muertos y heridos los conflictos raciales y sociales en los Estados Unidos a un extremo que apenas se podía imaginar.

La actitud de Trump frente a la plaga del coronavirus no puede haber sido más contradictoria ni nefasta. Estados Unidos tiene más de un cuarto de millón de muertos por obra del Covid-19, es el primer país más afectado por la pandemia y, sin embargo, su presidente ha rechazado como demagógicas e «izquierdistas» las llamadas de alerta de los médicos y especialistas para combatir de manera efectiva los contagios mediante restricciones, utilizando argumentos como el económico.

Es verdad que su adversario en estas elecciones, Joe Biden, que fue vicepresidente de Obama, no es una figura demasiado atractiva. Le falta dinamismo. Es muy mayor y da la impresión de un hombre que merece descansar después de una carrera política que, sin ser nunca sobresaliente, fue siempre atinada y decorosa. Pero en estos momentos, él es la única persona que puede sacar a Estados Unidos de la dramática situación local e internacional en que la política estafalaria y hecha de contradicciones delirantes de Trump ha llevado al país a vivir una de las peores crisis de su historia. Estando en el poder y, sobre todo, con el apoyo que le brindará Kamala Harris, su vicepresidenta, que tiene una excelente trayectoria política y judicial en California, Biden devolverá a la nación muchas de las cosas que Trump puso de cabeza, y que antaño permitieron los grandes progresos de los Estados Unidos: la vigencia de sus instituciones, el reinado de la ley, la apertura de sus fronteras, la inteligencia con que sus gobiernos han ido reduciendo viejas taras como el racismo y que han llevado al país a los grandes niveles en que se halla

todavía y que, pese a las pésimas políticas de Donald Trump en estos cuatro años, todavía mantienen a Estados Unidos en el pelotón de vanguardia de los países del mundo.

Ojalá triunfe en estas elecciones Joe Biden y salve a Estados Unidos de la catástrofe que fue, hace cuatro años, la decisión de los votantes norteamericanos de darle la victoria a Donald Trump.

Vargas, M. (2020). «Un tiro en el pie» en *La República*. Recuperado de <https://larepublica.pe/domingo/2020/11/01/mario-vargas-llosa-un-tiro-en-el-pie/> (Texto editado).

CONTROVERSIA:

Solución:

¿Por quién se debería votar en las próximas elecciones en Estados Unidos?

TESIS:

Solución:

Es esencial que los estadounidenses elijan a Joe Biden en lugar de Donald Trump en las venideras elecciones de ese país.

ARGUMENTO(S):

Solución:

(A) Donald Trump es un personaje sin la preparación política ni cultural adecuadas; (B) Donald Trump no ha sabido gestionar las decisiones acertadas en una pandemia como la del Covid-19; y (C) si bien Joe Biden tiene deficiencias como la falta de dinamismo y su apariencia de hombre mayor, tiene una carrera atinada y cuenta con el apoyo de personas con gran trayectoria política.

TEXTO B

Pensar es estar en el desierto. Desierto es ser sin-límites. Sin límites: sin horizontes y sin posibilidad alguna de que alguien nos oriente. Desierto es estar solos, y cuando se está así es cuando hay que pensar.

No es fácil no gratificante sentirse así. Resulta más sencillo tener una tradición y pensar a partir de ella, ya sea modificándola o contradiciéndola. No es eso lo que imaginó Nietzsche.

Si negamos a Dios, todo es contingente, no hay autoridad, no hay un continente que nos abrigue ni un pensamiento que nos tranquilice. Nietzsche reclamaba que el hombre diera a luz al Superhombre, es decir a la superación del hombre, ese ser necesitado siempre de padre y madre, de creencias, de abrigos, de techos, de dioses, de templos, de seguridades. Pensar es instalarse en la inseguridad perpetua.

Esto me recuerda a una fábula del budismo zen:

—Un hombre —contó el maestro a sus alumnos— tiene que encarar un largo viaje. En el camino se topa con un río. ¿Cómo cruzarlo? A nado, imposible. Piensa y piensa. Al mirar a su alrededor ver árboles, ramas y decide hacer una balsa. La confecciona y cruza el río.

La pregunta del maestro es la siguiente:

¿Debe el hombre conservar la balsa, cargarla sobre sus hombros durante el trayecto hasta el próximo río que habrá de cruzar? ¿O debe desechar la balsa y lanzarse a la aventura y a la espera de lo que vendrá?

La respuesta correcta es usar la balsa y desecharla luego. Nadie sabe del próximo río y por tanto nadie sabe por anticipado si necesitará una balsa ni qué balsa necesitará. Caminar con la balsa a cuestas, a modo de prevención, le impedirá caminar.

La seguridad es un peso. Es confortable, pero impide caminar.

La lección es clara y se aplica perfectamente al ideal nietzscheano que conduce a la total devastación de dioses, valsas, sustantivos, soluciones prefabricadas.

Pensar es vivir este momento desde este momento y para este momento. Vivir en plenitud. Y en plenitud de inseguridad, porque a este momento sucede otro momento. Y hay que empezar de nuevo. Ni se enseña ni se aprende en forma definitiva, sino que el proceso es una renovación continua del ser. En términos de Heidegger:

«Enseñar es más difícil que aprender... porque enseñar significa: dejar aprender. Más aún: el verdadero maestro no deja aprender nada más que 'el aprender'. Por esto también su obrar produce a menudo la impresión de que no se aprende nada de él, si por 'aprender' se entiende solo la obtención de conocimientos útiles...».

Barylko, J. (1997). *La filosofía: Una invitación a pensar*. Buenos Aires: Planeta.

CONTROVERSIA:

Solución:

¿Cómo se puede llevar a cabo el pensamiento de manera adecuada?

TESIS:

Solución:

Para ejercer el pensamiento es fundamental desligarse de todo apoyo o conocimiento previo.

ARGUMENTO(S):

Solución:

(A) Es más fácil partir de una creencia, idea, o tradición para pensar, pero ellos nos impiden pensar con plenitud; (B) pensar es instalarse en la inseguridad perpetua, dejar de lado la seguridad; y, finalmente, (C) el pensamiento requiere de una devastación de diferentes ideales preconcebidos.

COMPRENSIÓN DE LECTURA

Existen pruebas a nivel de laboratorio que permiten **develar** qué tipo de deshidratación tiene cada persona con el fin de determinar el tipo de rehidratación que requiere. Sin embargo, la nutricionista deportiva Gabriela Fernández advierte que en varios países de América Latina no se ofrecen este tipo de pruebas en el mercado. Sí se puede conocer la tasa de sudoración, que es la cantidad total de líquido que se pierde al practicar ejercicio, para determinar, por lo menos, lo que debe reponer después de entrenar, explicó la nutricionista y atleta de alto rendimiento Catalina Miranda.

Contrario a lo que algunos creen, el sudor no es grasa, pero tampoco es simplemente agua. Al sudar, el cuerpo no solo pierde líquido y, por ende, volumen sanguíneo, sino también, electrolitos como sodio, magnesio, potasio, calcio y cloro. Estas son sustancias que el organismo requiere para funcionar correctamente. Existe gente que suda grandes cantidades de líquido, pero que no pierde grandes cantidades de sales minerales. Entonces, su deshidratación es hipertónica. Otros sudan poco, pero cada gota expulsada resulta muy concentrada de electrolitos. De hecho, al secarse, estas personas suelen quedar «escarchados» y al tocar su piel se siente como áspera, como si estuvieran llenos de arena. Este tipo de deshidratación es hipotónica. Un tercer grupo pierde similar proporción de líquido y electrolitos, lo que se conoce como deshidratación isotónica.

En términos generales, la deshidratación ocasiona síntomas como sed, irritabilidad, fatiga, calambres musculares, debilidad, escalofríos, náuseas, vómitos, orina oscura y escasa, aumento de frecuencia cardiaca, fiebre y sequedad en piel, boca, lengua y labios. Sin embargo, dependiendo del tipo de deshidratación, algunos síntomas serán más agudos que otros. Conocerlos, así como las condiciones que los provocaron, puede ayudar a determinar el tipo de deshidratación que se enfrenta y, por ende, ser de suma utilidad para solucionarla.



Redacción. (2019). «Dime cómo sudas y te diré qué pierdes». *El Financiero*. Recuperado de <https://www.elfinancierocr.com/blogs/la-milla-extra/dime-como-sudas-y-te-dire-que-pierdes/> (Texto editado).

- En conjunto, además, de la importancia del agua para la salud, la lectura y la imagen abordan
 - el papel de los electrolitos para la preservación del bienestar fisiológico.
 - dos aspectos centrales de la deshidratación: su tipología y sus síntomas.
 - la composición del sudor según los tipos de deshidratación que existen.
 - la deshidratación y sus principales estragos en el organismo del hombre.

Solución:

Vistas en forma panorámica, la lectura y la imagen tratan acerca de la deshidratación, sus tipos y los síntomas que provoca, y la importancia del agua para el organismo humano.

Rpta.: B

- En el entramado textual, el término DEVELAR adquiere el sentido de
 - seccionar.
 - identificar.
 - debelar.
 - cuestionar.

Solución:

Al inicio del texto, se indica que existen pruebas de laboratorio útiles para «develar qué tipo de deshidratación tiene cada persona». Es decir, se afirma que existen pruebas para «identificar» la clase de deshidratación que padece una persona.

Rpta.: B

3. Se infiere válidamente que el objetivo último de la infografía es

- A) indicar que el bienestar corporal depende de su consumo de agua.
- B) determinar con claridad los síntomas que produce la deshidratación.
- C) considerar los beneficios físicos que suministra el consumo de agua.
- D) exhortar a un consumo adecuado y constante del líquido elemento.

Solución:

La información del gráfico persigue que el lector comprenda la importancia de consumir agua en cantidades constantes y suficientes para mantener un estado de salud óptimo. La parte final es explícita en este punto.

Rpta.: D

4. Con respecto a la sudoración, según la información que brinda la lectura, es inconsistente afirmar que

- A) se define como la cantidad total de líquido que se pierde al practicar ejercicio.
- B) el sudor, una vez excretado por el cuerpo, se evapora sin dejar ningún rastro.
- C) consiste en la expulsión de líquido y electrolitos como sodio, magnesio, potasio.
- D) la cantidad de sustancias que se expulsan podría variar según cada persona.

Solución:

El sudor de las personas que se caracterizan por una deshidratación hipotónica se queda impregnado en su piel como si estuvieran «escarchados». Por lo tanto, no es cierto que, en todos los casos, el sudor se evapore sin dejar rastro.

Rpta.: B

5. Si se demostrara taxativamente que solo existe un tipo de deshidratación,

- A) el grado de intensidad de los síntomas evidenciaría una mayor regularidad.
- B) esta dejaría de ser factor de irritabilidad, náuseas o calambres musculares.
- C) el incremento de la frecuencia cardíaca dejaría de ser uno de sus síntomas.
- D) con seguridad contribuiría a que el flujo sanguíneo aumente su intensidad.

Solución:

En el texto se indica que «dependiendo del tipo de deshidratación, algunos síntomas serán más agudos que otros». No obstante, si únicamente existiera un tipo de deshidratación, el hecho de que los síntomas mantengan una cierta regularidad sería factible.

Rpta.: A

SECCIÓN B

TEXTO 1

El andrólogo de la Fundación Puigvert/Hospital Universitario Dexeus y académico de la Universidad Autónoma de Barcelona, Álvaro Vives, advirtió en su presentación en Chile que los hombres «son tanto o más portadores del virus que las mujeres», y que las patologías asociadas al virus de papiloma humano (VPH) han aumentado de la mano de la naturalización de nuevas prácticas sexuales.

«Actualmente, casi todas las enfermedades de transmisión sexual están aumentando», asegura Vives sobre el estatus actual del mundo frente a las infecciones por VPH y las infecciones de transmisión sexual (ITS). No obstante, asegura que «la infección del VPH, que se produce por contacto directo, sigue siendo la ITS más frecuente en todo el mundo y todavía sigue aumentando, a pesar de los programas de prevención».

El del papiloma humano es uno de los virus más extendidos en todo el planeta, según el especialista «hay pocos virus que lleguen a estar presentes en un 80% de la población mundial, como se estima, y la infección no discrimina, porque afecta tanto a hombres como mujeres». Para Vives, esto significa que «estamos lejos de que este tema esté **controlado**». Se estima, también, que el 80-90% de los cánceres anales son debidos al VPH, un cáncer que ha ido en aumento en los últimos años, al igual que el cáncer orofaríngeo, siendo mayor la prevalencia oral del virus en hombres.

Por ello, para el doctor Cristián Palma, urólogo andrólogo de la Clínica las Condes, los programas de vacunación son importantes para prevenir la infección por VPH, pero «deben ir acompañados de campañas y esfuerzos por concientizar a los hombres al respecto», indicó. Conceptos fundamentales porque, según explica, «este virus, que se puede transmitir sin lesiones genitales, no tiene un tratamiento. El que lo cura es el propio sistema inmunológico y, por lo tanto, la mejor prevención es por medio de la educación de la población y por medio de una vacuna que no discrimine».

Opinión compartida por la dermatóloga y académica de la Facultad de Medicina de la U. de Chile, Paula Giancaman, quien explica que el VPH afecta de igual manera a ambos géneros, con la diferencia que «mientras en los hombres el riesgo de adquisición del VPH se mantiene estable a lo largo de la vida, en mujeres disminuye con la edad».

Esta vacuna, incorporada al Programa Nacional de Inmunización del país en 2014, hoy se aplica solo a niñas de cuarto y quinto año, lo que para el doctor Álvaro Vives es un error porque «se ha visto que añadiendo a los hombres al plan de vacunación no solo disminuyen los cánceres relacionados al VPH en ellos, sino que en ellas también se reduce en un 30% su aparición». Por esto, termina, «cuando consigamos una vacunación universal y neutral de géneros, probablemente iremos en el camino correcto para lograr erradicar este virus».

El informador (2018). «Experto español y médicos chilenos explican beneficios de la vacunación de hombres contra el VPH» en *El Informador*. Recuperado de <https://www.elinformador.cl/nacional/experto-espanol-y-medicos-chilenos-explican-beneficios-de-la-vacunacion-de-hombres-contra-el-vph/> (Texto editado).

1. Determine la idea principal del texto.

- A) El VPH ha aumentado debido a la generalización de nuevas prácticas sexuales.
- B) Según expertos, los hombres tienen mayores posibilidades de transmitir el VPH.
- C) Dentro de los diferentes tipos de ITS, el VPH se encuentra en mayor proporción.
- D) Una vacuna contra el VPH sin discriminar el género podría erradicar tal virus.

Solución:

El texto explica que, al ser los hombres también portadores del VPH e incluso en mayor medida que las mujeres, es necesario que se apliquen vacunas que no discriminen entre géneros para así lograr erradicar este virus.

Rpta.: D

2. El término CONTROLADO se entiende como

- A) dominado.
- B) conminado.
- C) comprobado.
- D) examinado.

Solución:

El término CONTROLADO hace referencia a que la situación esté dominada o bajo control.

Rpta.: A

3. De acuerdo con las declaraciones de Álvaro Vives es posible inferir que

- A) su país natal, Chile, está en una seria crisis sanitaria desencadenada por el VPH.
- B) los hombres son portadores del VPH e incluso a veces más que las mujeres.
- C) existen pruebas en donde el hombre también ha sido vacunado contra el VPH.
- D) con excepción del VIH, el virus del papiloma humano es el virus más frecuente.

Solución:

En el párrafo final, el especialista indica que «se ha visto que añadiendo a los hombres al plan de vacunación [...]» ya se ha podido observar resultados positivos en general. Por tanto, podemos inferir que hay hombres que recibieron la vacuna contra el VPH para que se lleguen a tales conclusiones.

Rpta.: C

4. Sobre el virus de papiloma humano, determine cuál de los siguientes enunciados es incompatible.

- A) A pesar de poseer tratamiento, este virus es uno de los más difundidos del globo.
- B) Entre las enfermedades relacionadas se encuentran el cáncer anal y orofaríngeo.
- C) Para eliminarlo se requeriría de una vacuna que se aplique sin discriminar género.
- D) Los hombres tienen posibilidades de contagiarse independientemente de su edad.

Solución:

De acuerdo con Cristián Palma, el VPH no tiene tratamiento.

Rpta.: A

5. Si luego de unos años de aplicarse la vacuna contra el VPH sin distinguir género, las tasas de contagio con este virus no se redujeran como lo esperado, es posible que

- A) se deba tomar en consideración variables distintas a las indicadas en el texto.
- B) la única explicación plausible sea el alto índice de prácticas sexuales en jóvenes.
- C) las asunciones de expertos como Vives y Palma hayan sido un completo error.
- D) sea necesario volver a vacunar únicamente a las mujeres contra este letal virus.

Solución:

Según los expertos, una vacuna que no discrimine en género es la mejor forma de erradicarlo. Si los resultados no fueran como se prevén, ello supondría una posible evaluación de variables distintas a las consideradas.

Rpta.: A

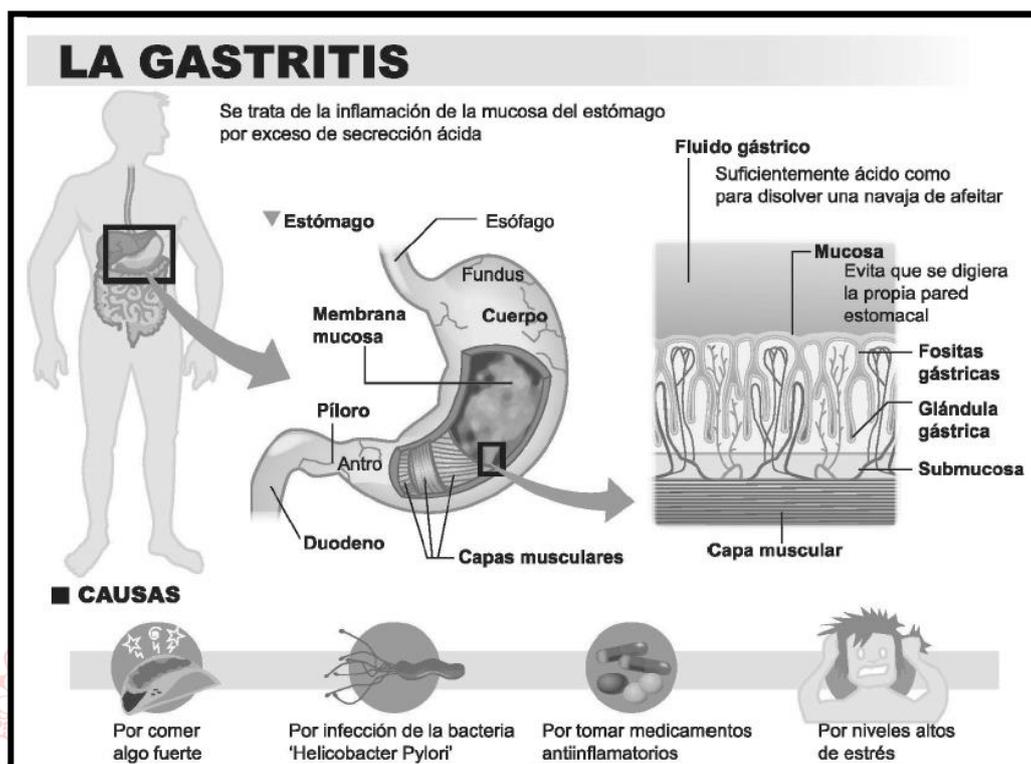
TEXTO 2

El dolor de estómago, la diarrea, el malestar y la acidez son algunos síntomas de afecciones del aparato digestivo. Existen diferentes tipos de enfermedades que pueden afectar al estómago y al resto de órganos que intervienen en la digestión. Una de las más comunes es la gastritis.

La gastritis es una enfermedad que consiste en la inflamación de la mucosa del estómago. Las causas más frecuentes de esta patología son la ingesta de algunos alimentos y bebidas, como el alcohol, o el consumo de algunos fármacos que pueden inflamar la mucosa que recubre las paredes del estómago, como el ácido acetilsalicílico, el ibuprofeno o el naproxeno. En otras ocasiones también puede estar **provocada** por trastornos autoinmunitarios, el reflujo de bilis hacia el estómago o reflujo biliar, el consumo de cocaína o un exceso de estrés, aunque estas causas son menos frecuentes. Los síntomas más comunes de la gastritis son el dolor abdominal, malestar, ardor, inapetencia y, en ocasiones, náuseas y vómitos; también, puede aparecer sangrado en las heces.

Aunque un médico sospeche que su paciente padece gastritis después de haber dialogado con él sobre su historia clínica y de realizarle un examen preliminar, casi siempre es necesario llevar a cabo algún tipo de análisis de laboratorio o alguna prueba mediante equipo especializado a fin de determinar la causa exacta del mal. Una de las pruebas más comunes y efectivas se realiza a través del endoscopio, un instrumento que sirve para examinar el aparato digestivo superior al detalle. Durante la endoscopia, el médico introduce un tubo flexible equipado con una lente (endoscopio) por la garganta y hacia el esófago, el estómago y el intestino delgado. Mediante el endoscopio, el médico busca signos de inflamación. Si encuentra un área sospechosa, puede extraer una pequeña muestra de tejido para analizarla en el laboratorio. Este último procedimiento se conoce como biopsia.

Por lo general, la gastritis desaparece cuando se elimina el agente que causa la inflamación de las paredes del estómago. No obstante, en ocasiones, es necesario el tratamiento con medicamentos que disminuyan la cantidad o la agresividad de los ácidos del estómago.



Romero, A. (2020). «Diferencias entre gastritis y gastroenteritis». *Cuidateplus*. Recuperado de <https://cuidateplus.marca.com/enfermedades/digestivas/gastroenteritis/2016/01/06/diferencias-gastritis-gastroenteritis-106996.html> (Texto editado).

1. Fundamentalmente, el texto informa sobre

- A) ciertos aspectos relativos al origen, los síntomas y el diagnóstico de la gastritis.
- B) la enfermedad de la gastritis y el modo más adecuada de brindarle tratamiento.
- C) el mal de la gastritis como una amenaza que pone en riesgo el sistema digestivo.
- D) los factores más comunes de la gastritis y sus posibles efectos en las personas.

Solución:

En esencia, el texto brinda información sobre las causas de la gastritis, los síntomas más comunes de esta enfermedad y uno de los procedimientos más comunes para realizar su diagnóstico, la endoscopia.

Rpta.: A

2. En la lógica del texto, el término PROVOCADA implica

- A) anterioridad.
- B) circunstancia.
- C) complejidad.
- D) causalidad.

Solución:

Dado el contexto, el término establece una relación de causa – efecto.

Rpta.: D

3. Según la información del gráfico, es válido inferir que la gastritis
- A) puede ser provocada por una infección de la bacteria «Helicobacter Pylori».
 - B) se relaciona exclusivamente a la ausencia de una alimentación balanceada.
 - C) es un mal cuyo origen puede estar relacionado con presión de la vida diaria.
 - D) desintegra las capas musculares que conforman la estructura del estómago.

Solución:

El gráfico indica que la gastritis puede surgir por los elevados niveles de estrés del paciente. En consecuencia, es válido sostener que su origen es relativo a la presión de la vida cotidiana.

Rpta.: C

4. Es compatible sostener que, según evidencia el gráfico, la mucosa del estómago
- A) se caracteriza por una composición química afín a la de los ácidos gástricos.
 - B) cumple un rol crucial, aunque no se relaciona directamente con la digestión.
 - C) resulta indispensable para garantiza la asimilación de nutrientes esenciales.
 - D) es relevante para procesar los alimentos durante su procesamiento gástrico.

Solución:

Según señala el gráfico, la mucosa del estómago sirve para proteger las paredes del estómago y evitar que el ácido gástrico las dañe. Ya que el estómago es un órgano fundamental para la digestión, el papel de la mucosa es de vital importancia.

Rpta.: B

5. Si una persona presentara síntomas de gastritis, incluso después de haber eliminado todos los posibles agentes externos que causan la inflamación,
- A) este paciente, probablemente, padecería de reflujo con dirección al estómago.
 - B) la utilización del endoscopio para realizar diagnósticos fiables sería descartado.
 - C) sería lícito examinar los ácidos estomacales como posible causa del malestar.
 - D) habría que analizar de qué modo se comporta la estructura tisular del esófago.

Solución:

La última parte del texto indica que, en algunos casos, se requiere de medicación para disminuir la cantidad o la agresividad de los ácidos del estómago. Es decir, que estos también pueden ser considerados como un factor de la gastritis.

Rpta.: C

TEXTO 3A

Todos sabemos que niños, niñas y adolescentes deben permanecer protegidos en sus hogares hasta que no haya total tranquilidad ante un posible contagio, pero pocas veces sabemos explicar el porqué de esta situación.

Es lamentable la situación familiar de muchos niños, pero eso no es culpa de la escuela, sino del Estado. La escuela, por el contrario, hace todo lo que puede por sanar y ayudar. Es refugio a necesidades educativas, emocionales, sociales y hasta alimentarias. Los niños no pueden volver a clases presenciales porque no están las condiciones sanitarias. Los profesores llevamos años indicando el agobio laboral que se sufre al estar hacinados

dentro de una sala con un número de 45 estudiantes (me han tocado hasta 47). Es imposible un sistema de turnos por aula con esa cantidad de estudiantes y profesores.

Se dijo en algún momento que los docentes no querían volver porque eran flojos, pero no es correcto. Un docente puede evadir trabajo administrativo. Al estar en clases presenciales quizá no planificó en todo el año, pero hizo todas las clases igual, en la mente. Pero ahora todos los profesores están trabajando en papel con un nivel de exigencia altísimo. Realizan clases remotas pero diarias a un nivel práctico, en muchos casos, impresionante. Y, además, ahora deben crear material adicional a todo lo de clase para aquellos alumnos que no se conectan. A la larga es más trabajo escrito. Y así como muchos niños tienen brecha económica, muchos docentes lucharon contra la brecha digital, se metieron a un mundo desconocido y hoy son hasta «tiktokeros».

Contreras, S. (2020) «¿Por qué no debemos volver a clases presenciales?» en *Estación Cañaverl*. Recuperado de <https://estacioncanaverl.cl/opinion/por-que-no-debemos-volver-a-clases-presenciales/> (Texto editado).

TEXTO 3B

El miedo al contagio de coronavirus o a no poder evitarlo está muy presente en el posible regreso a clases presenciales y, por ello, no resulta tan fácil decidir qué hacer. Cada país ha tomado sus propias decisiones. Por ejemplo, algunos colegios de Canadá organizaron la asistencia a clases por orden alfabético para que unos días vayan ciertos alumnos y otros días otros, o para que se turnen entre asistir en las mañanas y en las tardes. En América Latina está el caso de Uruguay, país que lleva más tiempo con **las aulas abiertas**. Desde junio comenzó con las clases presenciales poco a poco hasta reducir por completo la virtualidad con medidas como el uso de tapabocas en el salón y conservar la distancia social. El gobierno partió de la base de que los niños no se contagian fácilmente del virus, como lo han mostrado los estudios hasta el momento.

Según el psicólogo y escritor uruguayo Alejandro de Barbieri «con la educación presencial se gana la interacción con los pares y la educación emocional». «Un problema que ha tenido la cuarentena en América Latina es un exceso de padres y un exceso de pantallas que genera un desgaste emocional, problemas de concentración y de motivación», explica.

El especialista agrega que, con la vuelta a las lecciones presenciales, se recupera la motivación porque «el aprendizaje siempre es social». «Por más que haya unos chicos que avancen más que otros de forma individual, fundamentalmente es social y eso es un gran determinante», remarca.

Gallo, C. (2020). «Desafíos y alternativas para el regreso a clases presenciales en América Latina» en *France 24*. Recuperado de <https://www.france24.com/es/20200906-desafios-alternativas-regreso-clases-presenciales-america-latina> (Texto editado).

1. La polémica entre ambos textos gira en torno a
 - A) alternativas para un retorno a clases que priorice la seguridad de los estudiantes.
 - B) las deficiencias a nivel docente que impiden el desarrollo de clases presenciales.
 - C) las medidas sanitarias que constituyen un óbice en la aplicación de clases virtuales.
 - D) la posibilidad de volver a clases presenciales ante el riesgo a contraer coronavirus.

5. Si se demostrara fehacientemente que los problemas de concentración y motivación que acarrearán las clases virtuales fueran leves y tratables sin necesidad de salir del hogar, entonces
- A) países como Uruguay y Canadá tendrían que suspender las clases presenciales.
 - B) ello concordaría con lo expresado por el psicólogo uruguayo Barbieri en el texto B.
 - C) los docentes dejarían de considerar las clases a distancia como abrumadoras.
 - D) el argumento sería de utilidad a la autora del texto A para sostener su posición.

Solución:

La autora del texto 3A considera que no se debe volver a clases principalmente por la falta de seguridad sanitaria. Si a ello se le suma que los posibles problemas de las clases virtuales se pueden manejar desde casa, la argumentación de Contreras sería más robusta.

Rpta.: D

SECCIÓN C**PASSAGE 1**

The ocean is the lifeblood of Earth, covering more than 70 percent of the planet's surface, driving weather, regulating temperature, and ultimately supporting all living organisms. Throughout history, the ocean has been a vital source of sustenance, transport, commerce, growth, and inspiration.

Yet for all of our reliance on the ocean, more than eighty percent of this vast, underwater realm **remains** unmapped, unobserved, and unexplored.

Given the high degree of difficulty and cost in exploring our ocean using underwater vehicles, researchers have long relied on technologies such as sonar to generate maps of the seafloor. Currently, less than ten percent of the global ocean is mapped using modern sonar technology. For the ocean and coastal waters of the United States, only about 35 percent has been mapped with modern methods.

NOAA's Office of Ocean Exploration and Research is leading efforts to explore the ocean by supporting expeditions to investigate and document its unknown and little known regions. These expeditions are led by scientist-explorers equipped with the latest exploration tools.

NOAA (2018). "How much of the ocean have we explored?" in *National Ocean Service*. Retrieved from <https://oceanservice.noaa.gov/facts/exploration.html> (Edited text).

TRADUCCIÓN

El océano es el elemento vital de la Tierra, cubre más del 70 por ciento de la superficie del planeta, impulsa el clima, regula la temperatura y, en última instancia, sustenta a todos los organismos vivos. A lo largo de la historia, el océano ha sido una fuente vital de sustento, transporte, comercio, crecimiento e inspiración.

Sin embargo, a pesar de toda nuestra dependencia del océano, más del ochenta por ciento de este vasto reino submarino permanece sin cartografiar, sin ser observado e inexplorado.

Dado el alto grado de dificultad y costo de explorar nuestro océano utilizando vehículos submarinos, los investigadores han confiado durante mucho tiempo en tecnologías como el sonar para generar mapas del fondo marino. Actualmente, menos del diez por ciento

del océano global está cartografiado utilizando tecnología de sonar moderna. Para el océano y las aguas costeras de los Estados Unidos, solo alrededor del 35 por ciento se ha cartografiado con métodos modernos.

La Oficina de Exploración e Investigación Oceánica de la NOAA está liderando los esfuerzos para explorar el océano apoyando expediciones para investigar y documentar sus regiones desconocidas y poco conocidas. Estas expediciones están dirigidas por científicos-exploradores equipados con las últimas herramientas de exploración.

1. Mainly, the passage is about the

- A) vast region of the ocean that keeps unexplored.
- B) difficulties that represent exploring the ocean.
- C) big efforts that NOAA's Office is doing currently.
- D) the dependence on the ocean that humans have.

Solution:

The passage focuses on the vast part of the ocean that remains unmapped, unobserved, and unexplored even when we depend of it that much.

Answer: A

2. Based on the passage, what is the concept of REMAIN?

- A) Outlast
- B) Survive
- C) Inhabit
- D) Continue

Solution:

The word REMAIN means that part of the ocean CONTINUES or KEEPS undiscovered.

Answer: D

3. About the ocean seafloor worldwide, we can infer that

- A) only about 35 percent of it was explored with modern methods.
- B) it maintains completely unknown for researchers in the U.S.
- C) it represents more than 70 percent of the planet's surface.
- D) we had probably explored a vast part of it with older methods.

Solution:

The passage says that we have explored only ten percent of the ocean seafloor worldwide with modern sonar technology. So, it is possible that there is a lot more explored with older methods

Answer: D

4. According to the information about the ocean, it is inconsistent to argue that

- A) drives the weather and regulates temperature.
- B) now is investigated with very modern methods.
- C) inspired people to investigate it only in the past.
- D) played a role in transport, commerce, and others.

Solution:

The passage says that now the ocean is investigated with very modern methods. So, say that inspired people only in the past would be inconsistent because inspiration, among other factors, motivates people to improve their methods.

Answer: C

5. If countries around the world had the same percentage of ocean seafloor explored than the U. S., then

- A) ocean would stop being interesting form many researchers worldwide.
- B) countries would need to be financed by the United States or China.
- C) the percentage of unobserved and unexplored ocean would be less.
- D) that would only be possible using sonar technology from NOAA's office.

Solution:

The passage says that the U. S. explored 35% of its ocean and coastal waters, and that in general is just 10%. If every country had explored 35% of its ocean and coastal waters, we would increase general exploration in 15%. So, that means less percentage of unexplored ocean.

Answer: C**PASSAGE 2**

The most recent fossil and archaeological evidence of Neanderthals is from about 40,000 years ago in Europe. After that point they appear to have gone physically extinct, although part of them lives on in the DNA of humans alive today.

The extinction of *Homo neanderthalensis* is a well-known fact, but why did this species disappear after having survived for more than 350 000 years?

We don't yet know. One view is that we are the reason. Early modern humans started to arrive in Europe more than 40 000 years ago. Perhaps Neanderthals were unable to cope with competition for resources from incoming groups of *Homo sapiens*.

It seems that regular and sometimes extreme climatic fluctuations continually **fragmented** Neanderthal groups during the last 100 000 years, preventing them from building up large populations and continuous distributions across their range.

Neanderthals did not all become extinct at the same time. Their disappearance may have been staggered, suggesting that they were replaced by early modern humans as a result of local population extinctions, rather than being quickly overrun.

Rapid and dramatic climate change may have been another major factor that contributed to Neanderthals' extinction.

When severe changes in temperature happened rapidly, the plants and animals Neanderthals relied on were also affected. Faced with such conditions, only the most resourceful and adaptable could survive.

Hendry, L. (2020). "Who were the Neanderthals?" in *Natural History Museum*. Retrieved from <https://www.nhm.ac.uk/discover/who-were-the-neanderthals.html> (Edited text).

1. What is the central topic?
- A) The survival of some of the strongest hominids
 - B) The reasons why Neanderthals became extinct
 - C) The importance of Neanderthals in elder ages
 - D) The continuous climatic difficulties for hominids

Solution:

The passage explains the possible reasons of the Neanderthal's extinction.

Answer: B

2. The word FRAGMENTED implies
- A) rupture.
 - B) cracking.
 - C) explosion.
 - D) division.

Solution:

The word FRAGMENTED refers to the moments where Neanderthals started the SEPARATION or DIVISION of their groups.

Answer: D

3. It is inferred from the passage about early modern humans that

- A) they rapidly fought against Neanderthals causing them to disappear.
- B) it is very difficult to find any vestige of their tasks and activities today.
- C) they probably were more ingenious and versatile than Neanderthals.
- D) they were exempt to suffer from breathtaking temperature changes.

Solution:

The last paragraph says that only the more resourceful and adaptable could survive and in the middle of the passage the author says that early modern humans were capable to survive.

Answer: C

4. About the Neanderthals, it is valid to say that

- A) it is impossible that they had any contact with early modern human.
- B) their disappearance probably was progressive instead of untimely.
- C) the reasons why they became extinct are categorical for researchers.
- D) they started to pass away when they decided to confront hominids.

Solution:

The passage says that they did not disappeared suddenly but staggered.

Answer: B

5. If early modern humans stayed in Africa instead of going to Europe, more than 40,000 years ago, then
- A) probably, Neanderthals would have disappeared anyway.
 - B) current modern humans would be exactly the same ones.
 - C) the drastic climate changes would not affect them at all.
 - D) researchers would have never found any vestige of them.

Solution:

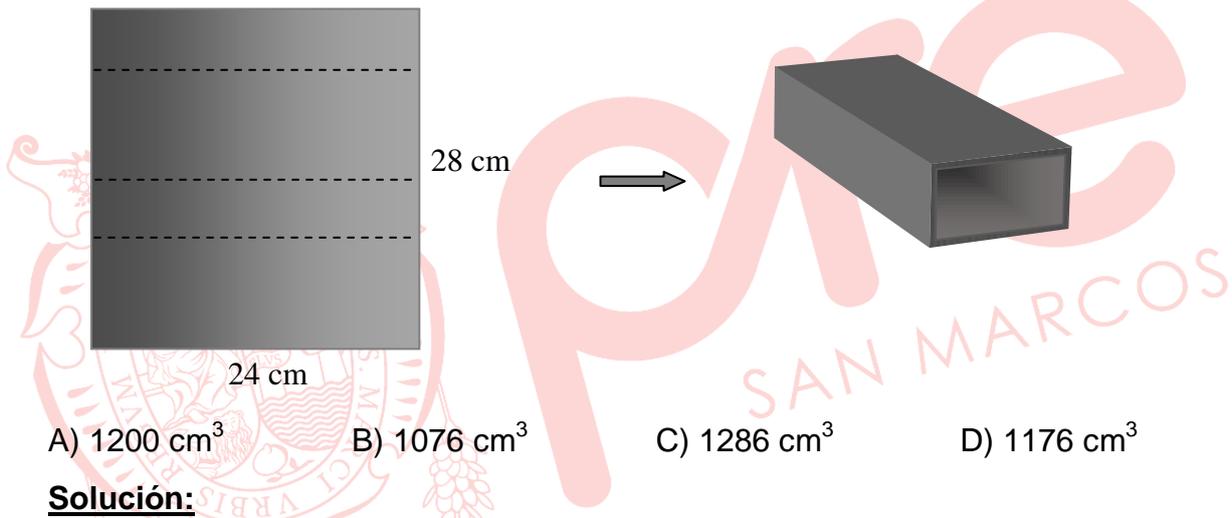
There are many reasons to think that Neanderthals would finally disappear. So, it is probable that even if they did not meet Homo sapiens, they would have become extinct anyway.

Answer: A

Habilidad Lógico Matemática

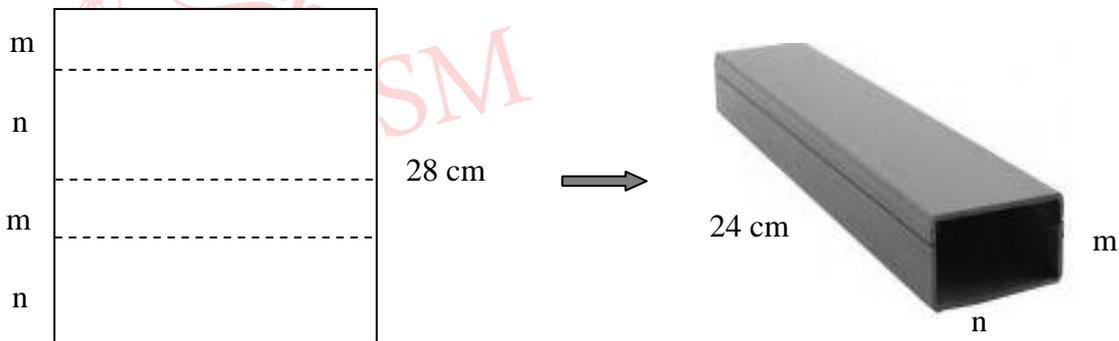
EJERCICIOS

1. Se tiene un trozo de hojalata (de espesor despreciable) de forma rectangular de dimensiones 24 cm y 28 cm y con ella se forma una canaleta (ver figura). ¿Cuál será el máximo volumen que puede alcanzar en la canaleta?



- A) 1200 cm³ B) 1076 cm³ C) 1286 cm³ D) 1176 cm³

Solución:



24 cm

Volumen = 24 mn

$$2(m + n) = 28 \rightarrow m + n = 14$$

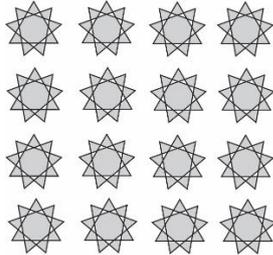
$$\sqrt{mn} \leq \frac{m+n}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

$$24mn \leq 49(24)$$

$$\text{Volumen máximo} = 1176 \text{ cm}^3$$

Rpta.: D

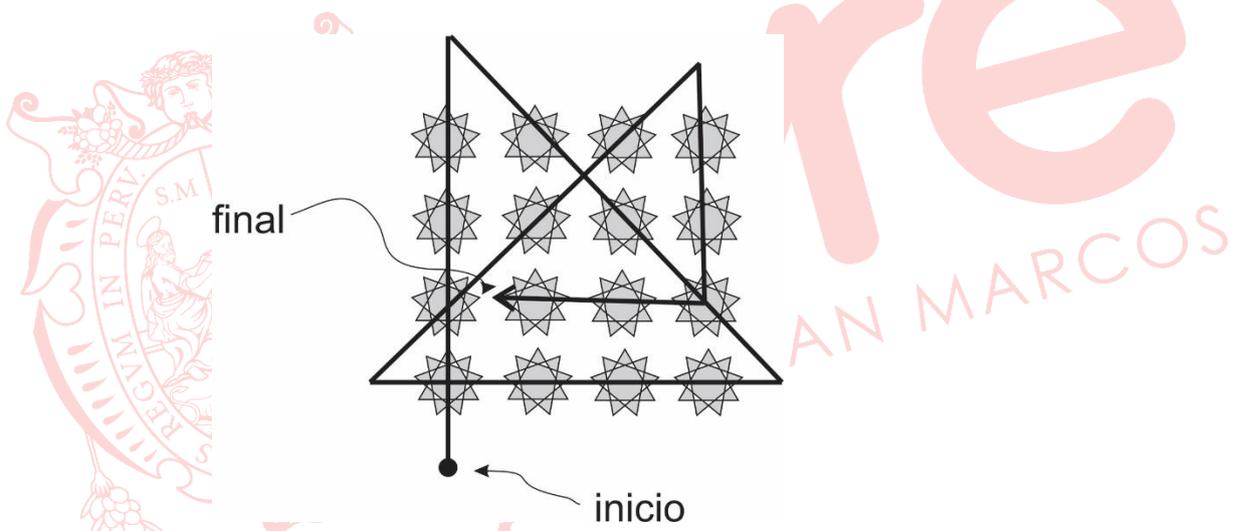
2. ¿Cuántas líneas rectas necesitarías trazar como mínimo para unir todos los asteriscos mostrados, si no debes levantar el lápiz ni tampoco repasar (si puede cruzar) por alguna línea ya trazada?



- A) 6 B) 5 C) 7 D) 4

Solución:

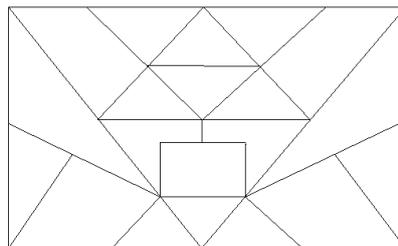
En la figura se muestra la cantidad de líneas que se necesitaría realizar



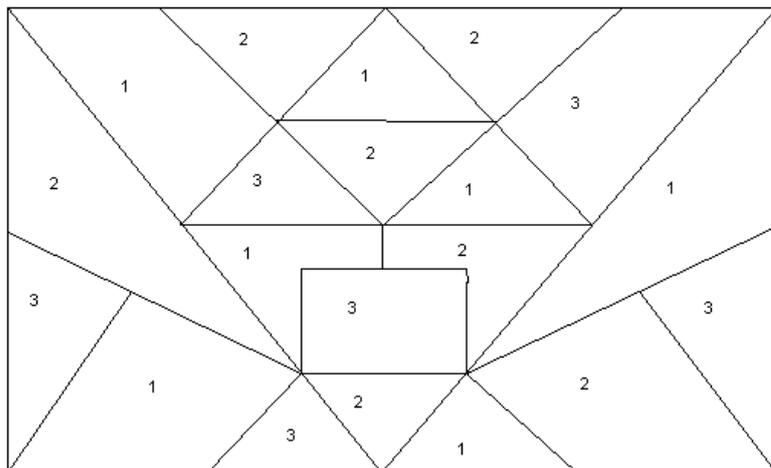
Se necesitaría 6 líneas rectas.

Rpta.: A

3. Dorita tiene como tarea pintar el cuadro mostrado en la figura de modo que dos regiones simples con un lado (o parte de un lado) común no deben tener el mismo color. ¿Cuántos colores como mínimo debe usar?



- A) 2 B) 6 C) 3 D) 4

Solución:

Se usan solo 3 colores.

Rpta.: C

4. Cuando Yari va a comprar al supermercado, observa que en la sección de frutas, por un kilogramo de naranjas se obtienen seis pequeñas o cuatro grandes; además, el precio de un kilogramo de naranjas varía de S/ 4 a S/ 6. Determine el mínimo costo, para que Yari pueda comprar una docena de naranjas grandes y dos docenas de naranjas pequeñas.

A) S/ 27 B) S/ 28 C) S/ 30 D) S/ 20

Solución:

Mínimo costo por kilogramo: S/ 4

Una docena de naranjas grandes: 3 kg.

Dos docenas de naranjas pequeñas: 4 kg.

Costo mínimo: $4(3) + 4(4) = 28$ soles.

Rpta.: B

5. Considerando que el centro de un cuadrado de lado 2 unidades es el origen de coordenadas (0,0), halle la suma de las componentes de los vértices del cuadrado simétrico con respecto al punto (3,4).

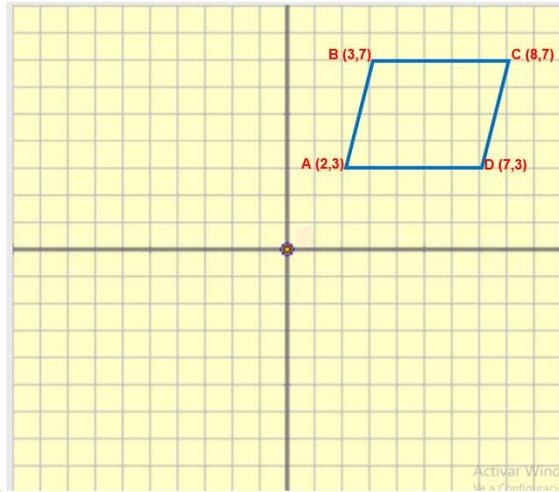
A) 55 B) 56 C) 57 D) 54

Solución:

- Sean los vértices del cuadrado original A (1;1) , B (1; -1) , C (-1; -1) y D (-1;1) y sus reflejos con respecto a (3;4) son A'; B'; C' y D'
- considerando que el punto medio de A y A' es (3;4) entonces tenemos A= (5; 7), de manera análoga para los otros vértices B' (5; 9) , C' (7; 9) , D' (7; 7)
- Piden: $5+7+5+9+7+9+7+7=56$

Rpta.: B

6. Se tiene el dibujo de un plano ABCD como se muestra en el gráfico. Tomando primero a la recta $Y=-2$ como eje de simetría, y luego a la recta $X=3$, también como eje de simetría, ¿cuánto es la suma de las coordenadas de los vértices de la imagen que se obtiene en el último paso?



- A) -12 B) -8 C) -32 D) -5

Solución:

Las coordenadas de los vértices son:

A(2,3) B(3,7) C(8,7) D(7,3)

Tomando al eje $Y=-2$ como eje de reflexión tenemos:

A'(2,-7)

B'(3,-11)

C'(8,-11)

D'(7,-7)

Tomando al eje $X=3$ como eje de reflexión tenemos:

A''(4,-7)

B''(3,-11)

C''(-2,-11)

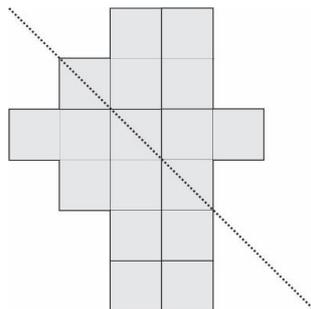
D''(-1,-7)

Suma de coordenadas: $4-7+3-11-2-11-1-7=-32$

Rpta.:C

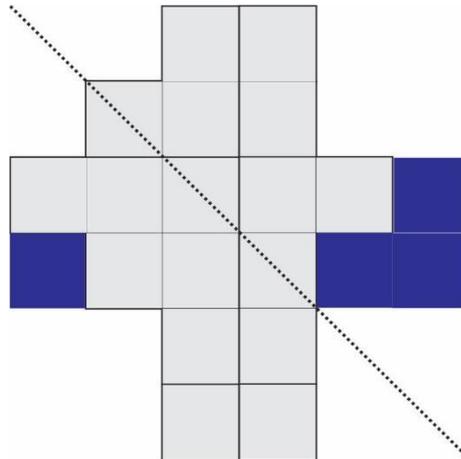
7. Marita tiene 50 fichas cuadradas congruentes y con 17 de ellas ha formado una figura como la que se representa en la figura. Sin mover las fichas ya colocadas, ¿cuántas de las fichas que le quedan, debe agregar como mínimo, de modo que la línea que se indica sea un eje de simetría de la figura resultante?

- A) 4
B) 5
C) 8
D) 7



Solución:

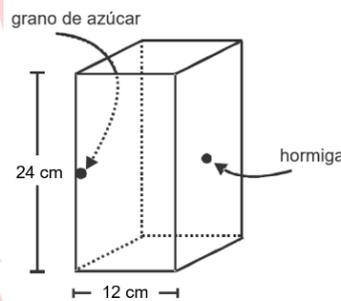
En la figura se indican los cuadrados necesarios que se deben agregar para que la figura resultante sea simétrica respecto de la línea indicada.



Rpta.:A

8. En la figura se muestra un recipiente de vidrio en forma de un paralelepípedo de base cuadrada. Un grano de azúcar se ubica en el interior y justo en el punto medio de una arista. Una hormiga en el exterior y en el punto medio de una cara, tal como se indica en la figura. Si la hormiga desea ir al grano de azúcar, ¿cuál es la menor longitud que debe recorrer?

- A) 24 cm
- B) 30 cm
- C) 36 cm
- D) 18 cm



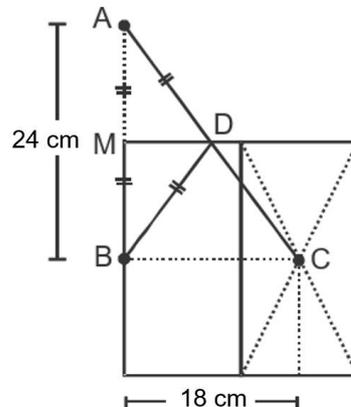
Solución:

Desarrollamos el paralelepípedo.

Construimos el punto A simétrico de

B respecto del segmento \overline{MD} .

Long mínima = $CD + DB = AC = 30$ cm



Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. La altura que alcanza un aeroplano de juguete depende del peso que este lleva. Si x representa el peso en kilogramos que se coloca en el aéreo plano y su altura en metros está dada por:

$$H = 40x - x^2 - 300$$

¿Cuál es la máxima altura en metros que alcanzará ese juguete y el peso en kilos que llevará para lograr tal altura? De como respuesta la suma de estos resultados.

- A) 120 B) 140 C) 100 D) 150

Solución:

$$H = 40x - x^2 - 300$$

$$H = -(x^2 - 2 \cdot 20x + 400) + 400 - 300$$

$$H = 100 - (x^2 - 2 \cdot 20x + 400)$$

$$H = 100 - (x - 20)^2$$

La altura será máxima $H_{\max} = 100$ cuando el peso $x = 20$ kg.

Rpta.: A

2. El gasto en miles de soles de una determinada empresa está dado por:

$$G(x) = \frac{x^2 - 10x + 74}{x - 5}; \quad 5 < x < 30$$

Donde x representa el número de cientos de unidades vendidas, ¿cuántas unidades deben venderse para que el gasto sea mínimo?

- A) 12 B) 500 C) 1400 D) 1200

Solución:

- $G(x) = x - 5 + \frac{49}{x - 5}$

- Como $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$

$$\sqrt{(x-5)\left(\frac{49}{x-5}\right)} \leq \frac{1}{2}\left(x-5 + \frac{49}{x-5}\right)$$

- $14 \leq G(x)$

$$G_{\min} = 14$$

- $x = 12$

Rpta.: D

3. Pedro es el padrino de la promoción de inicial del colegio Carrusel, además cuenta con cierta cantidad de dinero para hacerle un regalo a cada uno. Si la cantidad de dinero que destina para el regalo de cada ahijado es tanto como el número que representa la cantidad de ahijados de la promoción, menos 6, y el dinero que tiene no supera a S/ 300, ¿cuál es el mayor número de ahijados que pueden formar dicha promoción?

A) 20 B) 25 C) 18 D) 30

Solución:

Sea "X" el número de ahijados

Dinero para el regalo de cada uno es: $(X - 6)$

Cantidad de dinero destinado para los regalos es: $X(X - 6)$ el cual no supera a S/. 300

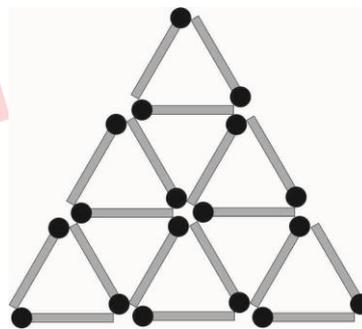
Con lo cual tenemos: $X(X - 6) \leq 300$,

Como "X" representa número de personas entonces tiene un valor entero y el mayor número que cumple es: $X = 20$

Rpta.: A

4. Empleando cerillos de igual longitud se ha construido triángulos equiláteros, tal como se muestra en la figura. ¿Cuántos cerillos hay que retirar como mínimo para que no quede ninguno de dichos triángulos?

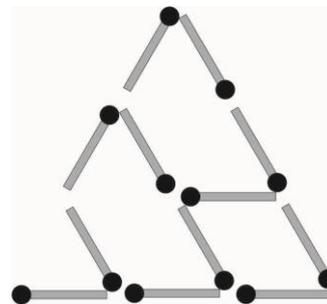
A) 4
B) 5
C) 6
D) 7



Solución:

Es suficiente retirar 6 cerillos

Y la figura queda como se indica.



Rpta.: C

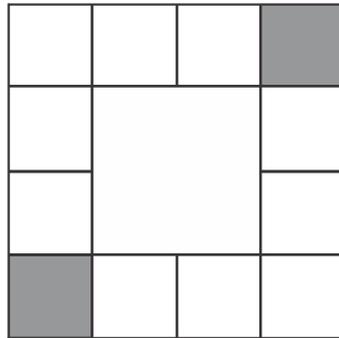
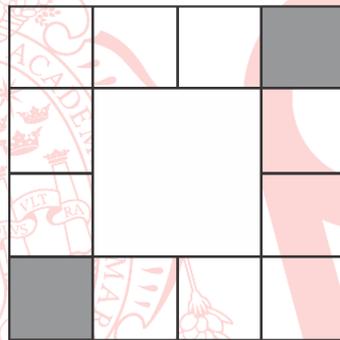
5. En los 12 cuadraditos pequeños se escriben todos los números enteros del 1 al 12, sin repetición, de modo que la suma de los cuatro valores escritos a lo largo de cada lado del cuadrado más grande sea la misma y la menor posible. ¿Cuál es el valor máximo de la suma de los números que están escritos en los cuadraditos sombreados?

A) 9

B) 7

C) 11

D) 3

**Solución:**

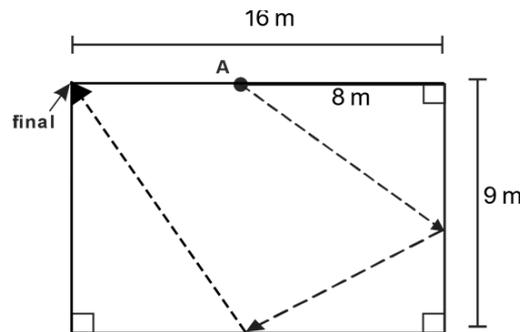
$$4S = a + b + c + d + (1 + 2 + \dots + 12)$$

$$S = \underbrace{a + b + c + d}_{1+2+3+4} + 78$$

luego, $c + b = 7$

Rpta.: B

6. En la figura, se representada una cancha de fulbito. Juan parte del punto A, y debe hacer el recorrido mostrado. ¿Cuál es la longitud del recorrido mínimo que Juan puede hacer?



A) $4\sqrt{61}$ m

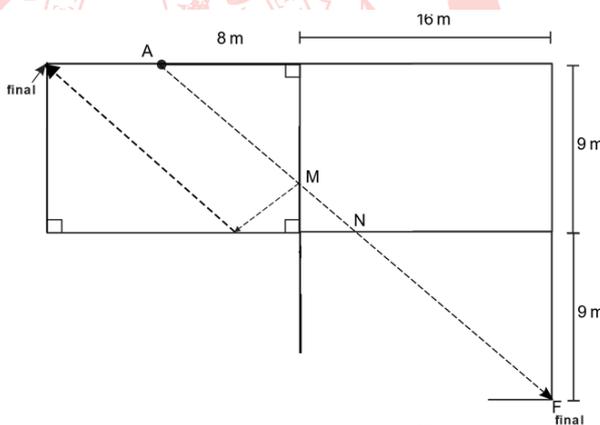
B) 32 m

C) 28 m

D) 30 m

Solución:

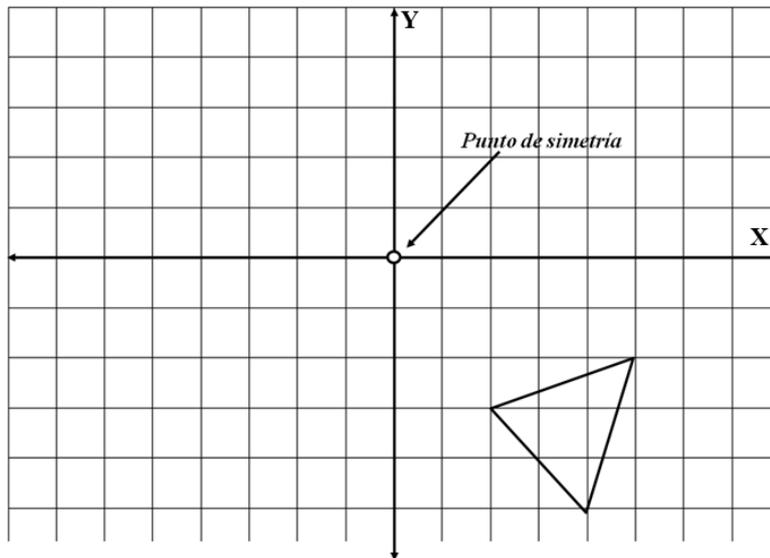
1) Aplicando simetría, hallaremos el recorrido mínimo:



2) Luego $AMND = \sqrt{24^2 + 18^2} = 30$ m

Rpta.: D

7. Carito ha dibujado en una hoja cuadriculada dos rectas perpendiculares y un triángulo como se muestra en la figura. A la figura triangular la refleja usando como punto de simetría el punto que se indica. Si la hoja la usa como un plano coordenado, las rectas representan a los ejes coordenados, ¿cuál es la suma de los números que forman las coordenadas de los vértices del triángulo reflejado?



- A) -1 B) -11 C) -4 D) 2

Solución:

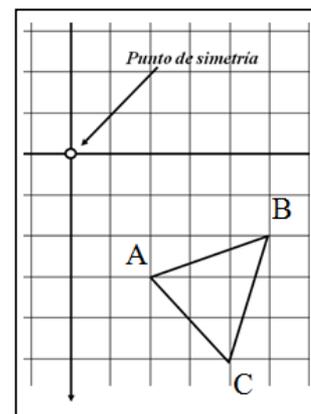
Como se puede apreciar las coordenadas de los puntos son

$A=(2,-3)$; $B=(5,-2)$ y $C=(4,-5)$

El punto de simetría es $(0,0)$, por lo tanto sus coordenadas reflejadas son:

$A^*=(-2,3)$; $B^*=(-5,2)$ y $C^*=(-4,5)$

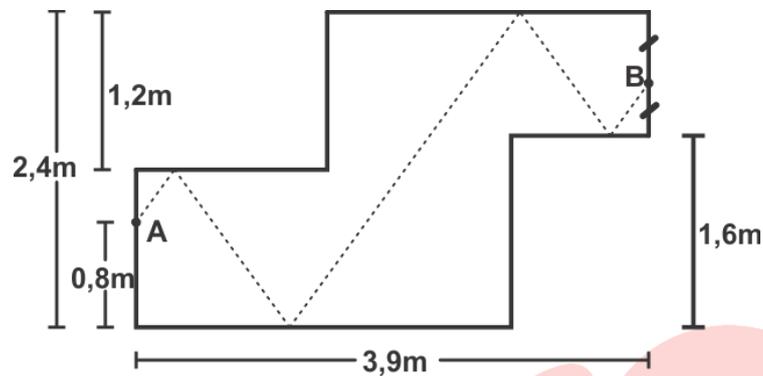
La suma de los valores coordenados son: $-2+3-5+2-4+5=-1$



Rpta.: A

8. Piero realiza el recorrido mostrado, desde el punto A y termina en el punto B, en un cuarto cuyas paredes son perpendiculares y cuyo plano se muestra en la figura. ¿Cuál es la longitud del recorrido mínimo de Piero?

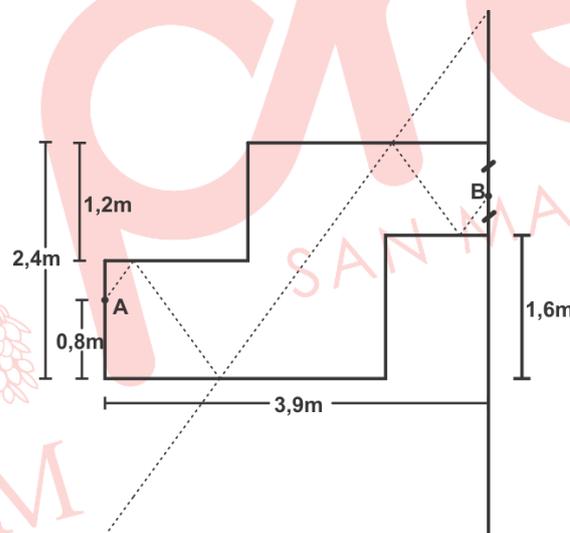
- A) 6,5 m
B) 6 m
C) 5,5 m
D) 5,8 m



Solución:

$$D = \sqrt{390^2 + 520^2}$$

$$= 650\text{cm}$$



Rpta.: A

Aritmética

EJERCICIOS

1. En el presente ciclo del CEPREUNMSM se observa que con respecto al ciclo anterior el número de estudiantes varones aumentó en 20% y el de mujeres disminuyó en 40%. Si el presente ciclo tiene igual cantidad de estudiantes varones y mujeres, determine el número de estudiantes en total que hubo el ciclo anterior, sabiendo que el número de mujeres en ese ciclo fue 1200 más que el número de varones del presente ciclo.
- A) 3000 B) 4500 C) 3500 D) 4000

Solución:Ciclo anterior : $T = V + M$ Presente ciclo : $120\%V = 60\%M \rightarrow M = 2V$ Dato : $M - 120\%V = 1200 \rightarrow V = 1500 \rightarrow M = 3000 \quad \therefore T = 4500$ **Rpta.: B**

2. Antonieta tenía cierta cantidad de dinero y apostó, todo lo que tenía y todo lo que le iba quedando, 4 veces consecutivas. En las dos primeras pierde el 10% y el 30% respectivamente, y en las dos últimas gana el 20% y el 25% respectivamente. Si al final se retiró con S/ 1890, determine la suma de las cifras de la cantidad de soles que apostó la primera vez.

A) 3 B) 2 C) 4 D) 5

Solución:Cantidad inicial : x Queda : $125\%(120\%(70\%(90\%x))) = 1890 \rightarrow x = 2000$ Primera vez : apostó = 2000 \therefore Suma de cifras = 2**Rpta.: B**

3. Un comerciante invirtió el 24%, 36% y 40% de su capital en 3 negocios, obteniendo en los dos primeros, ganancias del 25% y 50% respectivamente, y en el tercero una pérdida del 10%. ¿Qué porcentaje ganó o perdió en total?

A) Perdió el 24% B) Perdió el 20% C) Ganó el 20% D) Ganó el 24%

Solución:Sea el capital : x

$$\left. \begin{array}{l} 24\%x \xrightarrow{\text{gana } 25\%} 125\%(24\%x) = 30\%x \\ 36\%x \xrightarrow{\text{gana } 50\%} 150\%(36\%x) = 54\%x \\ 40\%x \xrightarrow{\text{pierde } 10\%} 90\%(40\%x) = 36\%x \end{array} \right\} \text{Nuevo capital} = 120\%x$$

Por lo tanto, ganó el 20%

Rpta.: C

4. Julia, para fijar el precio de una torta de chocolate aumentó su costo en S/ 50, pero al momento de vender, otorgó una rebaja del 30% y aun así ganó el 20%. ¿A cuántos soles vendió la torta de chocolate?

A) 80 B) 75 C) 70 D) 84

Solución:

$$P_F = P_C + 50$$

$$P_V = 120\%P_C = 70\%P_F \rightarrow 12P_C = 7(P_C + 50) \Rightarrow P_C = 70$$

$$\therefore PV = 120\%(70) = 84$$

Rpta.: D

5. Jorge compró cierto número de panetones en S/ x cada uno y los vendió con una ganancia neta de S/ $\frac{51x}{8}$. Si la venta le ocasionó a Jorge un gasto equivalente al 15% de la ganancia bruta y por toda la venta obtuvo S/ $\frac{95x}{2}$, ¿cuántos panetones compró?

- A) 45 B) 40 C) 30 D) 25

Solución:

$$G_B = G_N + 15\%G_B \rightarrow 85\%G_B = G_N = \frac{51x}{8} \rightarrow G_B = \frac{15x}{2}$$

$$PV = \frac{95x}{2} = P_C + G_B = nx + \frac{15x}{2} \therefore n = 40$$

Rpta.: B

6. En un ciclo de estudios del CEPREUNMSM el 60% del total de estudiantes son mujeres. De las mujeres el 30% están por primera vez; mientras que, de los varones, el 50% están por primera vez. ¿Qué porcentaje del total de estudiantes, representan los que están por primera vez?

- A) 38% B) 42% C) 30% D) 35%

Solución:

$$M = 60\%T \rightarrow M_{\text{primera}} = 30\%(60\%T) = 18\%T$$

$$V = 40\%T \rightarrow V_{\text{primera}} = 50\%(40\%T) = 20\%T$$

$$\text{Por primera vez} = 38\%T$$

Rpta.: A

7. De las mujeres, en una pequeña población, se sabe que el 75% tienen hijos, de ellas el 16% son menores de edad; y de las mayores de edad, el 10% tienen más de tres hijos. ¿Qué porcentaje del total de mujeres de dicha población no son menores de edad y tienen cuatro o más hijos?

- A) 6,3% B) 5,6% C) 7,1% D) 5,2%

Solución:

Total de mujeres : M

$$\text{Mujeres mayores con más de 3 hijos : } 10\%(84\%(75\%M)) = \frac{63}{1000}M = 6,3\%M$$

Rpta.: A

8. Para fijar el precio de un artículo, un comerciante aumentó su costo, pero al momento de venderlo hace un descuento del 25% de su costo, y aun así, ganó el 20% de su precio de venta. ¿En qué porcentaje aumentó el costo al fijar el precio?

A) 20% B) 25% C) 40% D) 50%

Solución:

x% : aumento del PC

$$P_f = (100 + x)\%P_c$$

$$G = 20\%P_v = P_v - P_c \rightarrow P_v = 125\%P_c = P_f - 25\%P_c$$

$$\Rightarrow 150\%P_c = P_f \quad \therefore x = 50$$

Rpta.: D

9. Rosita confeccionó una caja cúbica de cartón, luego confeccionó una segunda caja cúbica cuya superficie total es 21% más que la de la caja anterior. ¿Qué tanto por ciento más con respecto al volumen de la primera caja, es el volumen de la segunda?

A) 32% B) 31,2% C) 33,1% D) 33%

Solución:

$$\text{Caja 1: Arista} = a, \quad \text{Área total } 1 = 6a^2, \quad \text{Volumen } 1 = a^3$$

$$\text{Caja 2: Arista} = b; \quad \text{Área total } 2 = 6b^2, \quad \text{Volumen } 2 = b^3$$

$$\text{Por dato: } 6b^2 = 121\%(6a^2) \rightarrow b = (11/10)a$$

$$V_1 = a^3$$

$$V_2 = b^3 = [(11/10)a]^3 = (1331/1000)a^3 = 133,1\% a^3$$

Por lo tanto, será 33,1 % más.

Rpta.: C

10. Un comerciante fija el precio de una computadora aumentando su precio de costo en $\overline{ab}\%$. Si un cliente compró dicha computadora con una rebaja de $\overline{a0}\%$, de modo que el comerciante no ganó ni perdió en dicha venta, determine el valor de $(b - a)$.

A) 1 B) 4 C) 2 D) 3

Solución:

$$PF = (100 + \overline{ab})\%PC; \quad D = \overline{a0}\%PF \rightarrow PV = (100 - \overline{a0})\%PF$$

$$PV = (100 - \overline{a0})\% \cdot (100 + \overline{ab})\%PC = PC$$

$$a. \overline{ab} = \overline{b0} \Rightarrow b = 5; \quad a = 2$$

$$\therefore b - a = 3$$

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Pedro va a comprar un celular cuyo precio es de 500 soles. Al pedir una rebaja, el vendedor le hace un descuento del 18%, pero después le aumenta el 18% por concepto de IGV. ¿Cuántos soles pagó Pedro por el celular?

A) 483,80

B) 483,00

C) 480,30

D) 480,80

Solución:

Después del descuento queda:

$$500 \times 82\% = 410$$

Después del aumento queda:

$$410 \times 118\% = 483,80$$

Por lo tanto, paga 483,80 soles.

Rpta.: A

2. El precio de un automóvil nuevo era de 9000 dólares. Como no se vendió por un año, por depreciación y por ser modelo antiguo, se le aplicó dos descuentos sucesivos del 20% y 30%, logrando así su venta. ¿A qué precio se vendió el automóvil, en dólares?

A) 5400

B) 5440

C) 5080

D) 5040

Solución:

$$\text{Precio final} = 80\% \cdot 70\% (9000) = 5040 \text{ dólares.}$$

Rpta.: D

3. Una inmobiliaria nos indica que el precio de un departamento cambió estos tres últimos años del siguiente modo. En el primer año subió un 10% con respecto al precio del año anterior, en el segundo año bajó un 20% con respecto al precio del año anterior y en el tercer año subió un 10% con respecto al precio del año anterior. ¿Cuál es el precio actual en soles del departamento, si hace tres años costaba 80000 soles?

A) 77440

B) 82200

C) 80200

D) 76600

Solución:

Precio final: $110\% \{80\% [110\% (80000)]\} = 77440$

Rpta.: A

4. Del total de docentes del CEPREUNMSM, el 20% son mujeres. Si el 40% de los docentes varones y el 30% de las docentes mujeres asisten a la escuela de posgrado, ¿qué porcentaje del total de docentes asisten a la escuela de posgrado?
- A) 38% B) 20% C) 18% D) 32%

Solución:

Total de docentes: x

Docentes mujeres: $20\%x$

Docentes varones: $80\%x$

Docentes que asisten a la escuela de posgrado:

Docentes mujeres: $30\% (20\%x) = 6\%x$

Docentes varones: $40\% (80\%x) = 32\%x$

Total de docentes que asisten a la escuela de posgrado: $38\%x$

Rpta.: A

5. José vendió su automóvil, para tal efecto aumentó su costo en cierto porcentaje, pero al momento de venderlo y por la depreciación del automóvil, realizó dos descuentos sucesivos del 20% y 10% con respecto al costo, con lo cual su ganancia fue el 20% del precio de venta. ¿José en qué porcentaje aumentó el precio de costo al inicio?

- A) 40% B) 53% C) 28% D) 32%

Solución:

Al fijar el precio, aumenta $n\%$ de P_C

$$P_F = P_C + n\%P_C, \quad G = 20\%P_C$$

$$DU = 100\% - 80\%(90)\% = 28\%$$

$$P_V = P_F - D$$

$$P_V = P_F - 28\%P_C$$

$$P_V = P_C + n\%P_C - 28\%P_C$$

$$P_V = (72+n)\%P_C$$

$$P_V = P_C + 20\%P_V$$

$$80\%P_V = P_C$$

$$80\%(72+n)\%P_C = P_C$$

$$\therefore n = 53$$

Rpta.: B

6. En la práctica calificada de Matemática Básica, el profesor sabe que cuando aún faltaba 25% del tiempo establecido para que finalice el examen, había transcurrido 45 minutos más el 25% del tiempo establecido. ¿Cuántos minutos duró la práctica calificada?

A) 90 B) 80 C) 70 D) 60

Solución:

T: tiempo que dura el examen

Falta para terminar el examen: 25%T

Tiempo transcurrido: 75%T

45 min + 25%T = 75%T

Entonces, T = 90 min

Rpta.: A

7. Edith acude a una feria agropecuaria llevando sandías. Si en cada hora, vendió el 75% de las que tenía, más media sandía; y vendió todas al cabo de 4 horas, ¿cuántas sandías llevó a la feria Edith?

A) 90 B) 150 C) 120 D) 170

Solución:

N: número de sandías que llevó.

Le quedan después de cada hora:

$$25\%N - 1/2$$

$$25\%(25\%N - 1/2) - 1/2$$

$$25\%[25\%(25\%N - 1/2) - 1/2] - 1/2$$

$$25\%\{25\%[25\%(25\%N - 1/2) - 1/2] - 1/2\} - 1/2 = 0$$

$$\therefore N = 170$$

Rpta.: D

8. Ramón se dedica a la venta de accesorios de cómputo. Él ofrece a sus clientes una tableta gráfica con descuentos sucesivos del 20% y 10%, de modo que obtiene una ganancia del 30% con respecto al precio de venta, ¿en cuántos soles fijó el precio de la tableta gráfica, si le costó 504 soles?

A) 850 B) 1008 C) 1200 D) 1000

Solución:

$$PV = PF - D$$

$$PV = 90\%(80\% PF) = 72\%PF$$

$$PV = PC + G$$

$$PV = PC + 30\% PV$$

70% PV = PC;
 70% (72% PF) = 504.
 Por lo tanto, PF = 1000

Rpta.: D

9. Hugo tiene su microbús propio y observó que, a causa de la inflación, cada día la cantidad de pasajeros ha disminuido en 40%, por lo cual incrementó el costo del pasaje en 40%. ¿En cuánto ha variado porcentualmente la recaudación diaria?

- A) Disminuye en 16% B) Aumenta en 14%
 C) Aumenta en 16% D) Disminuye en 14%

Solución:

N: número de pasajeros
 P: costo de pasaje
 Recaudación: NP

60%N: número de pasajeros
 140%P: costo de pasaje
 Nueva recaudación: 60%N(140%P) = 84%NP

Disminuye en 16%.

Rpta.: A

10. En un laboratorio se experimenta un insecticida con un grupo de cucarachas y se observa que cada día mueren el 10% de estas. Si luego de tres días quedaron vivas 1458 cucarachas, ¿cuántas cucarachas había al empezar el experimento?

- A) 2180 B) 2150 C) 2200 D) 2000

Solución:

Cucarachas: x ; \rightarrow Quedan = 90%[90%(90%x)] = 1458 \therefore x = 2000

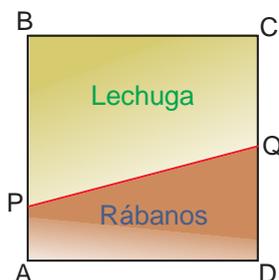
Rpta.: D

Geometría

EJERCICIOS

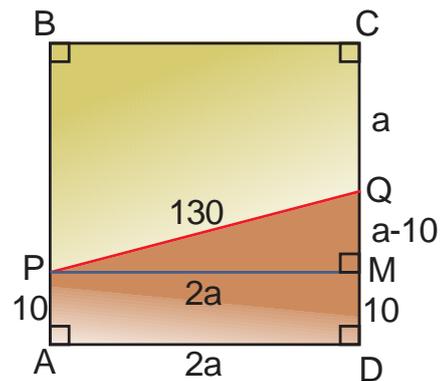
1. En la figura se muestra un huerto ABCD en forma cuadrada, dividido en dos zonas cuadrangulares por medio de \overline{PQ} para sembrar rábanos y lechugas. Si PQ = 130 m, AP = 10 m y CQ = QD, halle el área de la región determinada por dicho huerto.

- A) 14 400 m²
 B) 25 000 m²
 C) 16 900 m²
 D) 20 000 m²



Solución:

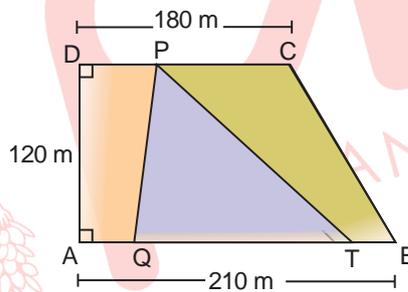
- ABCD: cuadrado $\Rightarrow AD = DC = 2a$
- APMD: rectángulo $\Rightarrow PM = 2a$ y $MD = 10$
- $\triangle PMQ$: Teorema de Pitágoras
 $(a - 10)^2 + (2a)^2 = 130^2 \Rightarrow a = 60$
 $\Rightarrow AD = 2a = 120$
- $A_{ABCD} = 120^2 = 14\,400 \text{ m}^2$



Rpta.: A

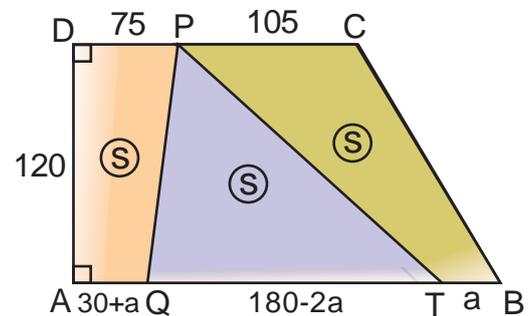
2. En la figura se muestra un terreno que tiene forma de un trapecio rectángulo, dividido en tres parcelas equivalentes (cercadas de malla metálica), de modo que sus dueños puedan ir a un pozo de agua ubicado en P sin salir de sus propiedades respectivas, que está a 75 m del punto D. Si el costo por metro lineal de cerca metálica es \$ 10, halle costo en colocar una cerca metálica en \overline{AQ} .

- A) \$ 450
- B) \$ 500
- C) \$ 550
- D) \$ 600



Solución:

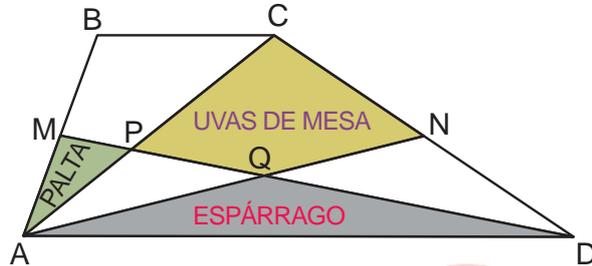
- Dato: $A_{ADPQ} = A_{PCBT} = S$
 $\left(\frac{75 + AQ}{2}\right)120 = \left(\frac{105 + TB}{2}\right)120 \Rightarrow AQ = 30 + a$
- Dato: $A_{ADPQ} = A_{PQT} = S$
 $\left(\frac{75 + 30 + a}{2}\right)120 = \frac{(180 - 2a)(120)}{2} \Rightarrow a = 25$
- $1\text{m} \rightarrow \$ 10$
 $AQ = 55 \text{ m} \rightarrow \$ 550$



Rpta.: C

3. En la figura se muestra un terreno agrícola cuadrangular ABCD, ubicado en los valles arequipeños de Vitor y Santa Rita, empleado para el sembrío de paltas, uvas de mesa y espárragos. Si $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$, $AM = MB$ y $CN = ND$, el costo por hectárea de terreno agrícola es \$ 80 000, el área de las regiones triangulares AMP y AQD son 6000 m^2 y $14\ 000 \text{ m}^2$ respectivamente, halle el costo del terreno empleado para el sembrío de uvas de mesa.

- A) \$ 150 000
- B) \$ 160 000
- C) \$ 180 000
- D) \$ 200 000



Solución: $S_1 = 6\ 000 \text{ m}^2$, $S_2 = 14\ 000 \text{ m}^2$, $1 \text{ ha} = 10\ 000 \text{ m}^2$

• Por relación de áreas:

$$A_{MCA} = A_{BCM} = S_3 + S_1$$

$$A_{ANC} = A_{AND} \Rightarrow S_x + S_4 = S_2 + S_5 \dots (1)$$

• ABCD trapecio: M punto medio de \overline{AB}

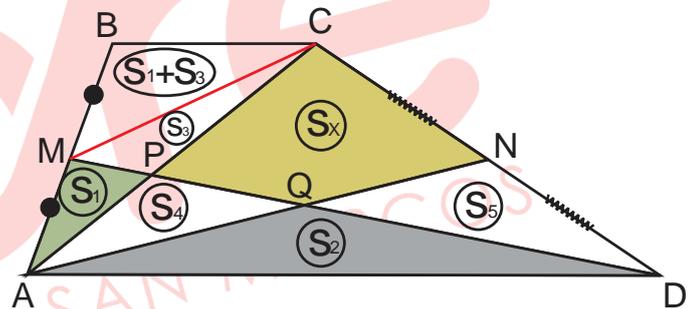
$$S_3 + S_x + S_5 = S_1 + S_3 + S_1 + S_4 + S_2$$

$$S_x + S_5 = 2S_1 + S_4 + S_2 \dots (2)$$

• (1) + (2): $2S_x + S_4 + S_5 = 2S_1 + 2S_2 + S_4 + S_5$

$$S_x = S_1 + S_2 \Rightarrow S_x = 20\ 000 \text{ m}^2 = 2 \text{ ha}$$

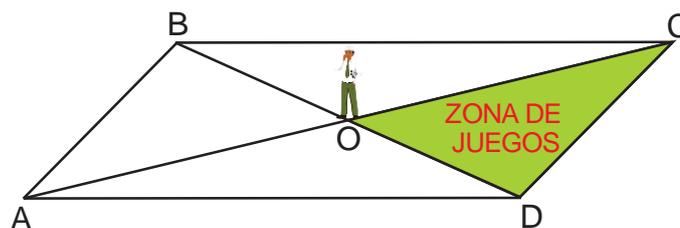
• El costo del terreno para el sembrío de uvas de mesa es \$160 000.



Rpta.: B

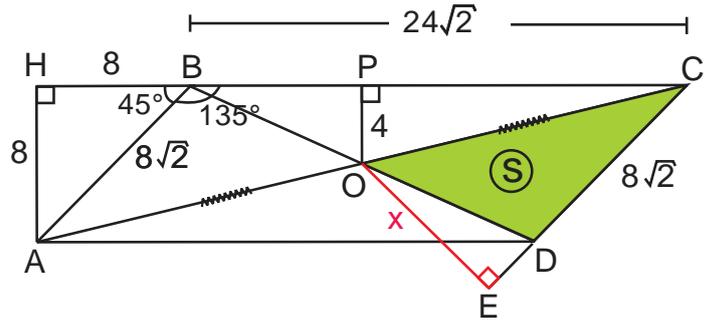
4. En un parque de forma romboidal ABCD, se realizan reparaciones en la zona de juegos para niños como se muestra en la figura. Si un arquitecto se ubica en el punto O y observa que está a una distancia de 4 m respecto de \overline{BC} , $m\widehat{ABC} = 135^\circ$ y $BC = 24\sqrt{2} \text{ m}$ y $AO = OC$, halle la distancia del arquitecto respecto al lindero \overline{CD} .

- A) 16 m
- B) 15 m
- C) 14 m
- D) 12 m



Solución:

- $\triangle AHC$: teorema de la base media
 $AH = 8$
- $\triangle AHB$: notable de $45^\circ \Rightarrow AB = 8\sqrt{2}$
- $A_{ABCD} = 8(24\sqrt{2}) = 192\sqrt{2}$
 $\Rightarrow A_{DOC} = S = 48\sqrt{2}$
- $A_{DOC} = 48\sqrt{2} = \frac{x \cdot 8\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = 12$



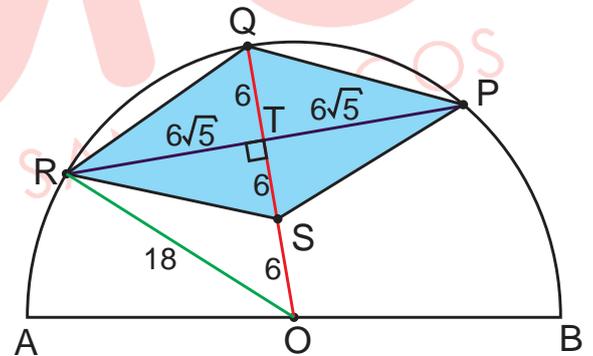
Rpta.: D

5. En una semicircunferencia de diámetro \overline{AB} , se ubican los puntos P, Q y R. Si O es punto medio de \overline{AB} , $S \in \overline{OQ}$, PQRS es rombo y $QS = 2(SO) = 12$ cm, halle el área de la región determinada por PQRS.

- A) $80\sqrt{2}$ cm² B) $72\sqrt{5}$ cm² C) $70\sqrt{3}$ cm² D) $75\sqrt{5}$ cm²

Solución:

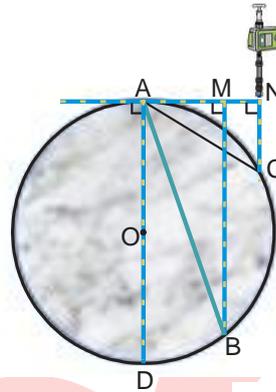
- Dato : $QS = 12$ y $SO = 6$
- $\triangle RTO$: Teorema de Pitágoras
 $(RT)^2 + 12^2 = 18^2 \Rightarrow RT = 6\sqrt{5}$
- $A_{PQRS} = \frac{PR \cdot QS}{2} = \frac{12\sqrt{5} \cdot 12}{2} = 72\sqrt{5}$ cm²



Rpta.: B

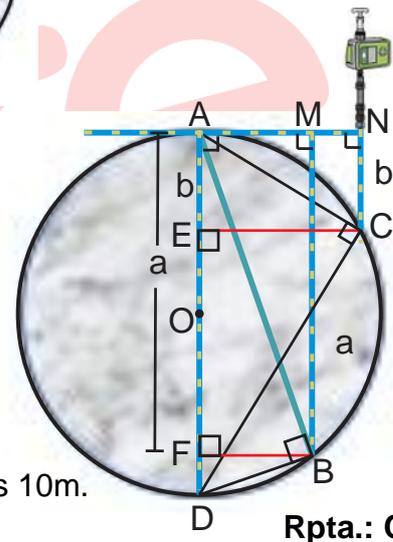
6. En la figura se muestra un sistema de riego por exudación, formado por tubos textiles técnicos que producen un caudal controlado de agua continua y uniforme en toda su longitud y superficie. Si la superficie es un círculo cuya área es $16\pi \text{ m}^2$, O es punto medio del diámetro \overline{AD} y $(AB)^2 + (AC)^2 = 80 \text{ m}^2$, halle la suma de las longitudes de los tubos \overline{BM} y \overline{CN} .

- A) 14 m
- B) 15 m
- C) 10 m
- D) 12 m



Solución: $BM = a$, $CN = b$

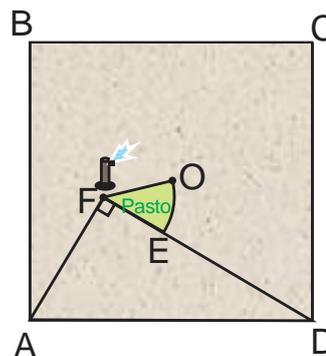
- $A_{\text{círculo}} = 16\pi = \pi(AO)^2 \Rightarrow AO = 4$
- $\triangle ABD$ y $\triangle ACD$: relaciones métricas
 $(AB)^2 = (AD)(a)$ (1)
 $(AC)^2 = (AD)(b)$ (2)
- Sumando (1) y (2):
 $(AB)^2 + (AC)^2 = (AD)(a + b)$
 $80 = 8(a + b)$
 $a + b = 10$
- La suma de las longitudes de los tubos \overline{BM} y \overline{CN} es 10m.



Rpta.: C

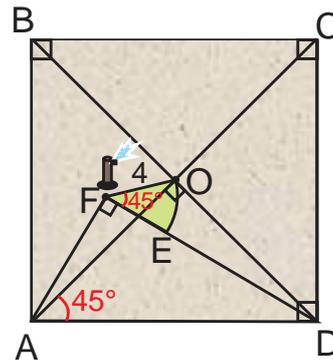
7. En la figura se muestra un terreno de forma cuadrada ABCD de centro O, se ubica un aspersor en el punto F que cubre de agua un sector circular OFE. Si $FO = 4 \text{ m}$, halle el área del pasto que recibe agua de este aspersor.

- A) $3\pi \text{ m}^2$
- B) $2\pi \text{ m}^2$
- C) $\frac{3\pi}{4} \text{ m}^2$
- D) $\frac{3\pi}{2} \text{ m}^2$



Solución:

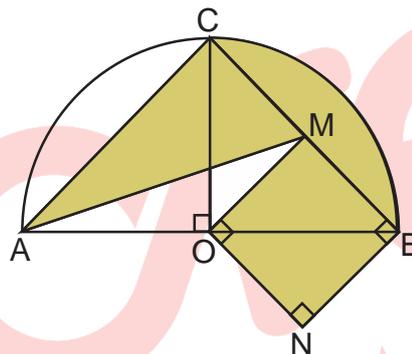
- ABCD: cuadrado $\Rightarrow m\widehat{CAD} = 45^\circ$
- AFOD: inscriptible
 $m\widehat{OAD} = m\widehat{DFO} = 45^\circ$
- $A_{\text{Sector Circular}} = \frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 45^\circ}{360^\circ} = 2\pi \text{ m}^2$



Rpta. : B

8. En la figura, O es punto medio del diámetro \overline{AB} . Si $BC = 4 \text{ cm}$, halle el área de la región sombreada.

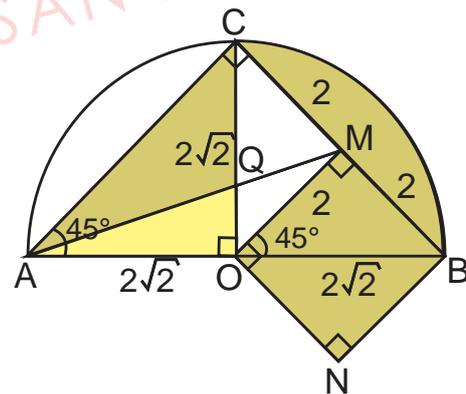
- A) $(2\pi + 4) \text{ cm}^2$
- B) $(3\pi + 2) \text{ cm}^2$
- C) $(5\pi + 2) \text{ cm}^2$
- D) $(4\pi + 2) \text{ cm}^2$



Solución:

- $\overline{OM} \perp \overline{CB} \Rightarrow CM = MB = 2$
- $\overline{AC} \parallel \overline{OM} : m\widehat{MOB} = 45^\circ$
- $\triangle OMB$: notable de $45^\circ \Rightarrow OB = 2\sqrt{2}$
- ACMO: trapecio
- $A_{CQM} = A_{QAO}$
- $A_x = A_{COA} + A_{OMBN} + A_{\text{Seg.Circular}(\overline{BC})}$

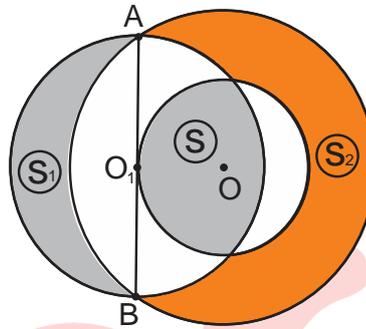
$$= \frac{2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2}}{2} + 2^2 + \left(\frac{\pi \cdot (2\sqrt{2})^2 \cdot 90^\circ}{360^\circ} - \frac{2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2}}{2} \right) = (2\pi + 4) \text{ cm}^2$$



Rpta.: A

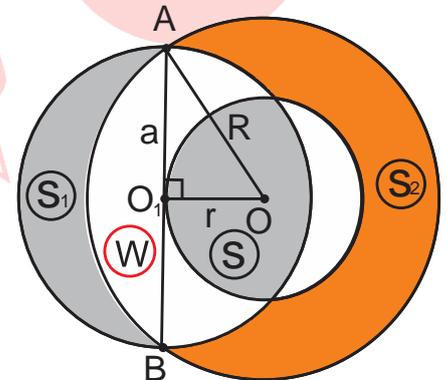
9. En la figura se quiere colocar Grass Sintético a las regiones representadas por S_1 , S_2 y S , donde O_1 es centro de la circunferencia que pasa por los puntos A y B , O es centro de las circunferencias concéntricas que pasan por los puntos O_1 y A . Si O_1 es punto de tangencia, las áreas de las regiones S_1 y S_2 son 8 m^2 y 15 m^2 respectivamente y el costo por metro cuadrado de Grass Sintético es $S/35$, halle el costo de Grass Sintético que se utilizará en dichas regiones.

- A) $S/1050$
- B) $S/1120$
- C) $S/1085$
- D) $S/1155$



Solución: $S_1 = 8 \text{ m}^2$, $S_2 = 15 \text{ m}^2$

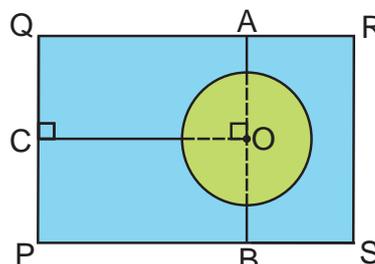
- $\triangle AO_1O: R^2 - r^2 = a^2$
- Área(corona circular) = $\pi(R^2 - r^2)$
- Área(corona circular) = πa^2
- Área(círculo centro O_1) = πa^2
- \Rightarrow Área(círculo centro O_1) = Área(corona circular)
- $S_1 + W + S = W + S_2$
- $8 + S = 15$
- $S = 7 \text{ m}^2$
- $1 \text{ m}^2 \rightarrow S/35$
- $30 \text{ m}^2 \rightarrow S/1050$



Rpta.: A

10. En la figura se muestra el terreno rectangular PQRS y la región circular de centro O representa una pileta. Si la región sombreada de celeste se ha dividido entre tres hermanos de modo que los terrenos correspondientes a cada hermano tenga la misma área, $3BS = 2PB$ y $RS = 40 \text{ m}$, halle la razón entre el área de la región determinada por la pileta y el área total del terreno.

- A) $\frac{1}{4}$
- B) $\frac{2}{9}$
- C) $\frac{3}{8}$
- D) $\frac{2}{5}$

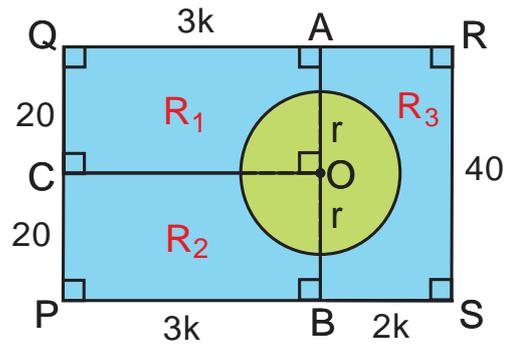


Solución:

- Como R_1 y R_2 tienen la misma área, entonces Área (R_1) = Área (R_2)
Esto implica que $QC = CP = 20$
- Además: Área (R_1) = Área (R_3)

$$3k \cdot 20 - \frac{\pi r^2}{4} = 2k \cdot 40 - \frac{\pi r^2}{2} \Rightarrow \pi r^2 = 80k$$

$$\bullet \text{ Luego: } \frac{\text{Área(pileta)}}{\text{Área(terreno)}} = \frac{\pi r^2}{200k} = \frac{80k}{200k} = \frac{2}{5}$$



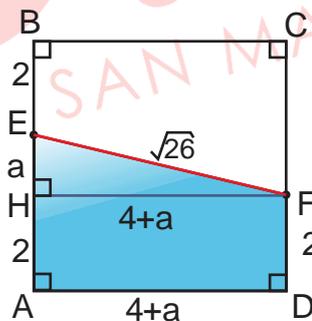
Rpta.: D

11. En los lados \overline{AB} y \overline{CD} de un cuadrado ABCD, se ubican los puntos E y F respectivamente tal que $EB = FD = 2$ m y $EF = \sqrt{26}$ m. Halle el área de la región determinada por AEFD.

- A) 11 m^2 B) 12 m^2 C) $12,5 \text{ m}^2$ D) $13,5 \text{ m}^2$

Solución:

- AHFD: rectángulo $\Rightarrow AH = 2$
- ABCD : cuadrado $\Rightarrow AD = 4 + a$
- $\triangle EHF$: Teorema de Pitágoras
 $a^2 + (4 + a)^2 = 26$
 $\Rightarrow a = 1$

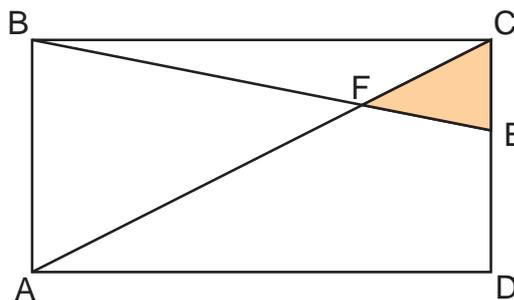


$$\bullet A_{AEFD} = \left(\frac{3+2}{2} \right) (5) = 12,5 \text{ m}^2$$

Rpta. : C

12. En la figura, ABCD es rectángulo. Si $ED = 3CE$ y el área de la región cuadrangular ABCD es 80 m^2 , halle el área de la región sombreada.

- A) 2 m^2
B) 3 m^2
C) 4 m^2
D) 5 m^2



Solución:

• Dato: $CE = a$, $ED = 3a$

• $\triangle EFC \sim \triangle BFA$ (AA)

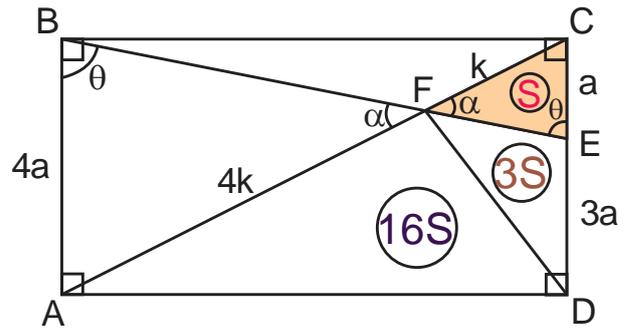
$$\frac{FC}{a} = \frac{AF}{4a} \Rightarrow AF = 4FC$$

$$\Rightarrow FC = k, AF = 4k$$

• Por relación de áreas:

$$A_{FCE} = S ; A_{FED} = 3S ; A_{FDA} = 16S$$

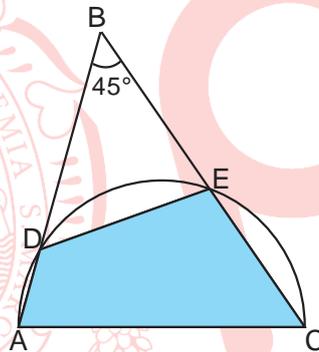
• Dato: $A_{ABCD} = 40S = 80 \Rightarrow S = 2 \text{ m}^2$



Rpta. : A

13. En la figura, \overline{AC} es diámetro. Si el área de la región triangular ABC es 16 m^2 , halle el área de la región determinada por ADEC.

- A) 9 m^2
- B) 8 m^2
- C) 7 m^2
- D) 6 m^2



Solución:

• $\triangle BEA$ y $\triangle BDC$: notable de 45°

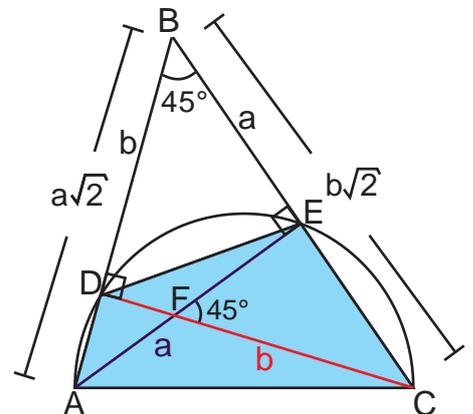
$$AB = a\sqrt{2} \text{ , } BC = b\sqrt{2}$$

• DBEF: inscriptible

$$m\widehat{EFC} = 45^\circ$$

$$A_{ABC} = \frac{(a\sqrt{2})(b\sqrt{2})}{2} \text{ sen}45^\circ = 16 \Rightarrow ab = 16\sqrt{2}$$

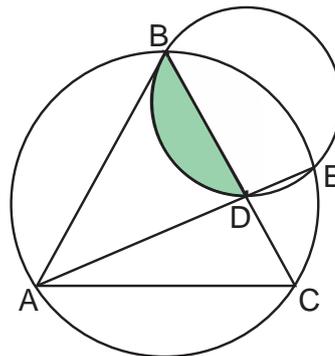
$$A_{ADEC} = \frac{a \cdot b}{2} \text{ sen}45^\circ = \frac{16\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 8 \text{ m}^2$$



Rpta.: B

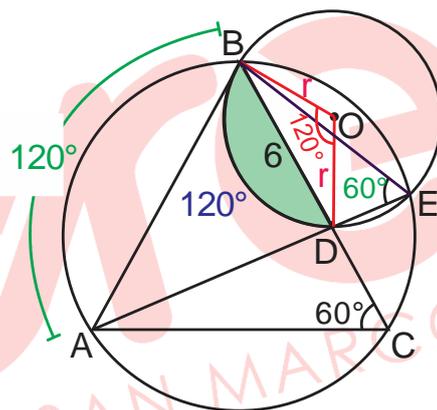
14. En la figura, el triángulo ABC es equilátero. Si $BD = 6 \text{ cm}$, halle el área de la región sombreada.

- A) $(5\pi - 2\sqrt{2}) \text{ cm}^2$
- B) $(4\pi - 3\sqrt{2}) \text{ cm}^2$
- C) $(3\pi - 2\sqrt{3}) \text{ cm}^2$
- D) $(4\pi - 3\sqrt{3}) \text{ cm}^2$



Solución:

- $\triangle ABC$: equilátero $\Rightarrow m\widehat{ACB} = 60^\circ$
- Ángulo inscrito:
 $m\widehat{AB} = 120^\circ$, $m\widehat{AEB} = 60^\circ$, $m\widehat{BD} = 120^\circ$
- Ángulo central: $m\widehat{BOD} = 120^\circ$
- $\triangle BOD$: $r = 2\sqrt{3}$
- $A_x = \frac{\pi(2\sqrt{3})^2(120^\circ)}{360^\circ} - \frac{(2\sqrt{3})(2\sqrt{3})}{2} \text{sen}120^\circ$
 $A_x = (4\pi - 3\sqrt{3}) \text{ cm}^2$

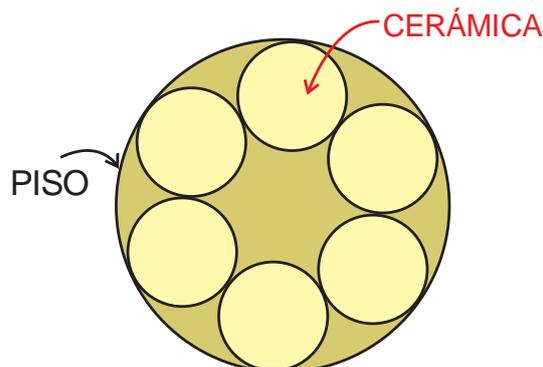


Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En la figura se muestra el piso de un salón de forma circular, en la cual se colocan seis cerámicas circulares congruentes tangentes entre si y a la periferia del salón. Si la longitud del radio del salón circular es 120 cm, halle el área de una de las cerámicas circulares.

- A) $1400\pi \text{ cm}^2$
- B) $1500\pi \text{ cm}^2$
- C) $1600\pi \text{ cm}^2$
- D) $1800\pi \text{ cm}^2$



Solución:

- ABCBEF: hexágono regular

$$m\widehat{AOB} = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$$

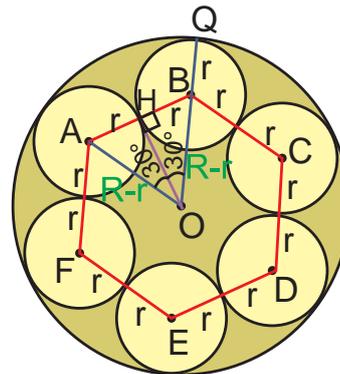
- $\triangle BHO$: notable de 30° y 60°

$$R - r = 2r \Rightarrow R = 3r$$

- Dato: $R = 120$ cm

$$3r = 120 \Rightarrow r = 40$$

- $\text{Área}_{(1 \text{ cerámica circular})} = \pi(40)^2 = 1600\pi \text{ cm}^2$



Rpta.: C

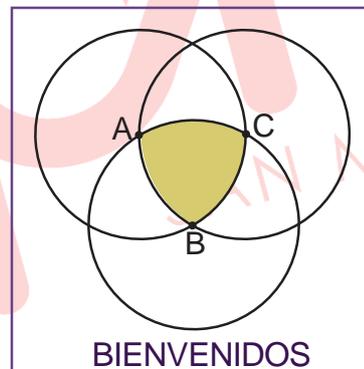
2. En la figura se muestra un logo formado por tres circunferencias congruentes de centros A, B y C. Si la longitud del radio de una circunferencia es 2 cm, halle el área de la región sombreada.

A) $2(\pi - \sqrt{3}) \text{ cm}^2$

B) $3(\pi - \sqrt{3}) \text{ cm}^2$

C) $4(\pi - \sqrt{2}) \text{ cm}^2$

D) $2(\pi - \sqrt{2}) \text{ cm}^2$



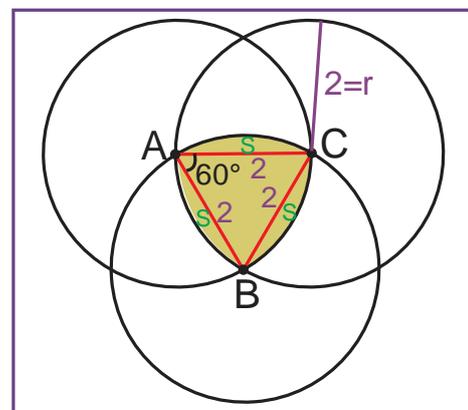
Solución:

- De la figura: A, B y C son centros

$$\Rightarrow AC = AB = BC = r = 2$$

- De la figura:

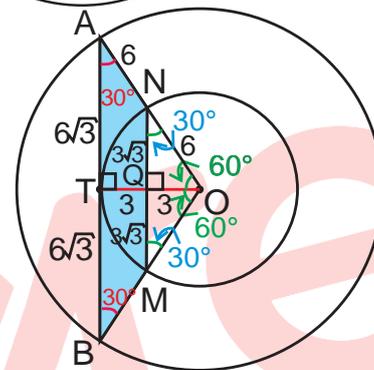
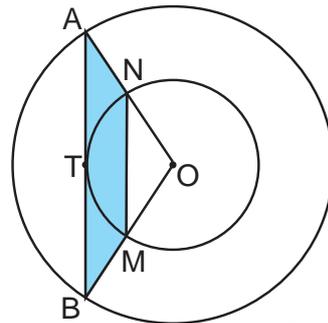
$$\begin{aligned} S_x &= A_{ABC} + 3S \\ &= \frac{2^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + 3 \left(\frac{\pi \cdot 2^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} - \frac{2^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \right) \\ &= 2\pi - 2\sqrt{3} = 2(\pi - \sqrt{3}) \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



Rpta.: A

3. En la figura, las circunferencias son concéntricas de centro O y T punto de tangencia. Si OA = 12 m y $\widehat{AOB} = 120^\circ$, halle el área de la región sombreada.

- A) $25\sqrt{3} \text{ m}^2$
- B) $27\sqrt{3} \text{ m}^2$
- C) $24\sqrt{3} \text{ m}^2$
- D) $30\sqrt{3} \text{ m}^2$



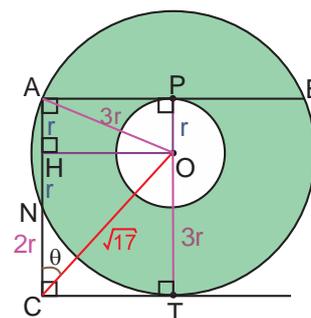
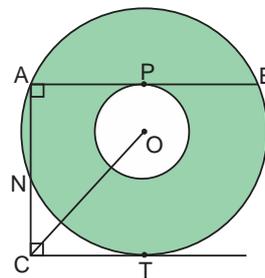
Solución:

- $\triangle ATO$: notable de 30° y 60°
 $AT = 6\sqrt{3}$ y $OT = 6 \Rightarrow NO = 6$
- $\triangle NOM$: isósceles $\Rightarrow \overline{OQ}$ es altura
- $\triangle NQO$: notable de 30° y 60°
 $QO = 3$ y $NQ = 3\sqrt{3}$
- $\triangle AOB$ y $\triangle NOM$: isósceles
 $TB = 6\sqrt{3}$, $QM = 3\sqrt{3}$
- $A_{BMNA} = \left(\frac{6\sqrt{3} + 12\sqrt{3}}{2} \right) 3 = 27\sqrt{3} \text{ m}^2$

Rpta.: B

4. En la figura, O es centro de las circunferencias, P y T puntos de tangencia. Si AN = NC y $OC = \sqrt{17} \text{ cm}$, halle el área de la corona circular.

- A) $7\pi \text{ cm}^2$
- B) $6\pi \text{ cm}^2$
- C) $9\pi \text{ cm}^2$
- D) $8\pi \text{ cm}^2$



Solución:

- $APOH$: rectángulo $\Rightarrow PO = AH = r$
- $\overline{OH} \perp \overline{AN} \Rightarrow AH = HN = r$
- Del gráfico: $AN = NC = 2r \Rightarrow OT = 3r$
- $\triangle AOC$: Teorema de Euclides ($\theta < 90^\circ$)
 $(3r)^2 = (4r)^2 + (\sqrt{17})^2 - 2(4r)(3r) \Rightarrow r = 1$
- $\text{Área}_{(\text{Corona Circular})} = \pi(3^2 - 1^2) = 8\pi \text{ cm}^2$

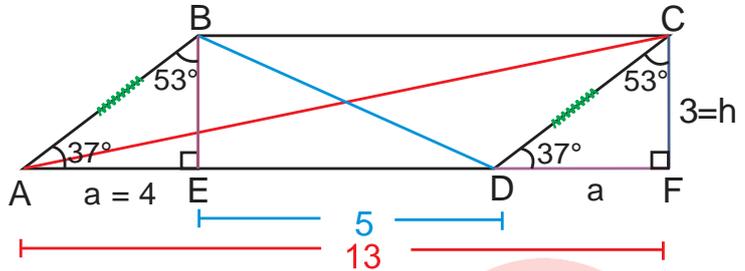
Rpta.: D

5. En un romboide ABCD ($AB < BC$), las proyecciones de las diagonales \overline{AC} y \overline{BD} sobre el lado \overline{AD} miden 13 m y 5 m respectivamente. Si $\widehat{mBAD} = 37^\circ$, halle el área de la región determinada por ABCD.

- A) 24 m^2 B) 27 m^2 C) 25 m^2 D) 30 m^2

Solución:

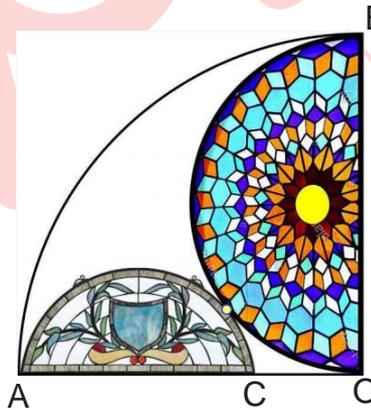
- $\triangle AEB \cong \triangle DFC$ (ALA)
 $\Rightarrow AE = DF = a$
- \overline{AF} : $2a + 5 = 13 \Rightarrow a = 4$
- $\triangle DFC$: notable de 37° y 53°
 $\Rightarrow CF = 3$
- $A_{ABCD} = AD \cdot CF = 9 \cdot 3 = 27 \text{ m}^2$



Rpta.: B

6. En la figura se muestra vitrales semicirculares tal que AOB es un cuadrante. Halle la razón entre las áreas de los vitrales que son tangentes exteriores.

- A) $\frac{3}{7}$
 B) $\frac{4}{5}$
 C) $\frac{4}{9}$
 D) $\frac{2}{5}$

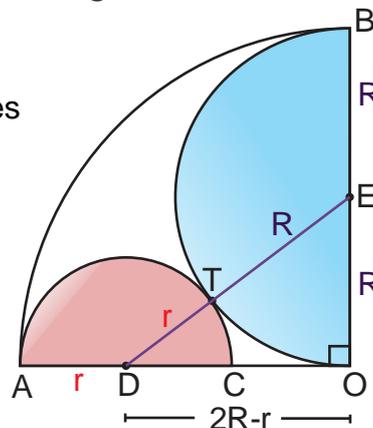


Solución:

- T punto de tangencia $\Rightarrow D, T$ y E son colineales
- $\triangle DOE$: Teorema de Pitágoras

$$(2R - r)^2 + R^2 = (R + r)^2 \Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{2}{3}$$

$$\bullet \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{\pi r^2}{2}}{\frac{\pi R^2}{2}} = \left(\frac{r}{R}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$



Rpta. : C

Álgebra

EJERCICIOS

1. Dados los polinomios $p(x) = x^6 - 4x^4 - x^2 + 4$ y $q(x) = x^4 - 6x^2 + 8$, halle el término independiente del $\text{MCD}[p(x), q(x)]$ en $\mathbb{Z}[x]$.

A) -2 B) 4 C) -4 D) 2

Solución:

$$\begin{aligned} \text{i) } p(x) &= x^6 - 4x^4 - x^2 + 4 \\ &= x^4(x^2 - 4) - (x^2 - 4) \\ &= (x^2 - 4)(x^4 - 1) = (x+2)(x-2)(x^2+1)(x^2-1) \\ &= (x+2)(x-2)(x^2+1)(x+1)(x-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } q(x) &= x^4 - 6x^2 + 8 = (x^2 - 4)(x^2 - 2) \\ &= (x+2)(x-2)(x^2 - 2) \end{aligned}$$

→ $\text{MCD}[p(x), q(x)]$ en $\mathbb{Z}[x]$ es $(x+2)(x-2)$

∴ El término independiente del MCD es $(0+2)(0-2) = -4$.

Rpta.: C

2. Se requiere poner mayólicas cuadradas para el piso de una habitación de forma rectangular de $(x^4 + 7x^3 + 12x^2 + 11x + 5)$ centímetros de largo por $(x^4 + 5x^3 - x - 5)$ centímetros de ancho, ambas con $x > 2, x \in \mathbb{Z}$. Indique el polinomio en $\mathbb{Z}[x]$ que representa la mínima cantidad de mayólicas que se deberán usar, de modo que el piso sea recubierto de forma exacta con piezas enteras de mayólicas.

A) $x^2 + x - 2$ B) $x^2 - 4$ C) $x^2 - 3x - 10$ D) $x^2 - 1$

Solución:

Sea $m(x)$ la dimensión del lado de la mayólica

Se requiere de la mínima cantidad de mayólicas, entonces $m(x)$ debe ser la mayor longitud posible y, además dicha dimensión deberá de dividir a las dimensiones del piso; luego $m(x) = \text{MCD}[p(x), q(x)]$

$$\begin{aligned} \text{i) } p(x) &= x^4 + 7x^3 + 12x^2 + 11x + 5 \\ &= (x^2 + 6x + 5)(x^2 + x + 1) \quad (\text{por aspa doble especial}) \\ &= (x+5)(x+1)(x^2 + x + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } q(x) &= x^4 + 5x^3 - x - 5 = x^3(x+5) - (x+5) = (x+5)(x^3 - 1) \\ &= (x+5)(x-1)(x^2 + x + 1) \\ \rightarrow \text{MCD}[p(x), q(x)] &= (x^2 + x + 1)(x+5) \end{aligned}$$

Luego:

- El Nro de mayólicas que se utilizarán para el largo del piso es :

$$\frac{p(x)}{(x^2 + x + 1)(x+5)} = \frac{(x+5)(x+1)(x^2 + x + 1)}{(x^2 + x + 1)(x+5)} = x+1$$

- El Nro de mayólicas que se utilizarán para el ancho del piso es :

$$\frac{q(x)}{(x^2 + x + 1)(x+5)} = \frac{(x+5)(x-1)(x^2 + x + 1)}{(x^2 + x + 1)(x+5)} = x-1$$

∴ En total se utilizarán: $(x+1)(x-1) = x^2 - 1$.

Rpta.: D

3. Un empresario, dedicado a la distribución y venta de alcohol en gel, invirtió $p(x) = x^3 + 19x^2 - 19x + 20$ y $q(x) = x^6 + x^4 + x^2$ soles ($x \in \mathbb{Z}^+$) para la compra de dichos productos que serán distribuidos en las provincias de Caravelí y Bambamarca, respectivamente. El día que realizó la compra, el costo unitario (en soles) representado por el polinomio $d(x)$, estuvo fijado en el mayor valor posible; de modo que gastó el total de su inversión para cada provincia. Si $h(x)$ representa la cantidad de productos que será destinado a Bambamarca, halle $h(6)$.

A) 1548

B) 559

C) 775

D) 1075

Solución:

Se tiene $d(x)$ el costo unitario de cada producto, entonces $d(x) = \text{MCD}[p(x), q(x)]$

Factorizamos $p(x)$ y $q(x)$:

$$\text{i) } p(x) = x^3 + 19x^2 - 19x + 20 = (x^2 - x + 1)(x + 20)$$

$$\text{ii) } q(x) = x^6 + x^4 + x^2 = (x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)x^2$$

$$\text{Luego } d(x) = x^2 - x + 1$$

iii) Nro. de productos que serán distribuidos en Bambamarca :

$$\frac{q(x)}{\text{MCD}} = \frac{(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)x^2}{x^2 - x + 1} = (x^2 + x + 1)x^2$$

$$\rightarrow h(x) = (x^2 + x + 1)x^2$$

$$\therefore h(6) = 1548.$$

Rpta.: A

4. Sean los polinomios $p(x) = (x+1)^\lambda(x^2 - 2x - 3)^\alpha(x^2 - 7x + 12)^\beta$; $\beta \neq 0$ y $q(x) = (x-3)^\lambda(x^2 - 4x + 3)^\alpha(x-4)^{\alpha+\beta}$. Si el $\text{MCM}[p(x), q(x)]$ en $\mathbb{Q}[x]$ es $(x-4)^3(x-3)^3(x-1)(x+1)^2$, halle el valor de $\beta^\alpha + 1$.

A) 5

B) 3

C) 2

D) 4

Solución:

$$p(x) = (x+1)^\lambda(x-3)^\alpha(x+1)^\alpha(x-4)^\beta(x-3)^\beta$$

$$= (x+1)^{\lambda+\alpha}(x-3)^{\alpha+\beta}(x-4)^\beta$$

$$q(x) = (x-3)^\lambda(x-3)^\alpha(x-1)^\alpha(x-4)^{\alpha+\beta}$$

$$= (x-3)^{\lambda+\alpha}(x-1)^\alpha(x-4)^{\alpha+\beta}$$

$$\rightarrow \text{MCM}[p(x), q(x)] = (x-4)^{\max\{\alpha+\beta, \beta\}}(x-3)^{\max\{\alpha+\beta, \lambda+\alpha\}}(x-1)^\alpha(x+1)^{\lambda+\alpha}$$

$$= (x-4)^3(x-3)^3(x-1)(x+1)^2$$

Luego , $\alpha = 1$,

$$\lambda + \alpha = 2 \rightarrow \lambda = 1$$

$$3 = \max\{\alpha + \beta, \beta\} = \max\{1 + \beta, \beta\} = 1 + \beta \rightarrow \beta = 2$$

$$\therefore \beta^\alpha + 1 = 3.$$

Rpta.: B

5. Dados $p(x) = x^3 + 5x^2 + 4x + 20$ y $q(x) = x^4 + x^3 + 5x^2 + 4x + 4$. Halle el área de un terreno rectangular de dimensiones $d(1)$ metros y $m(0)$ metros; donde $d(x) = \text{MCD}[p(x), q(x)]$ y $m(x) = \text{MCM}[p(x), q(x)]$ en $\mathbb{R}[x]$.

A) 360 m^2

B) 180 m^2

C) 100 m^2

D) 280 m^2

Solución:Factorizando en $\mathbb{R}[x]$:

$$i) p(x) = x^3 + 5x^2 + 4x + 20 = x^2(x+5) + 4(x+5) = (x+5)(x^2 + 4)$$

$$ii) q(x) = x^4 + x^3 + 5x^2 + 4x + 4 \\ = (x^2 + 4)(x^2 + x + 1) \quad (\text{por aspa doble especial})$$

$$\rightarrow d(x) = \text{MCD}[p(x), q(x)] = x^2 + 4 \quad \rightarrow d(1) = 5$$

$$m(x) = \text{MCM}[p(x), q(x)] = (x^2 + 4)(x^2 + x + 1)(x + 5) \quad \rightarrow m(0) = 20$$

\therefore El área del terreno es 100 m^2 .

Rpta.: C

6. Luis acude al gimnasio cada $(x^3 + x^2 + 3x + 3)$ horas; mientras que Diego acude cada $(x^3 + 3x^2 + 3x + 9)$ horas ($x \in \mathbb{Z}^+$). Cierta día se encontraron y entablaron una conversación, acordando que, la próxima vez que se encuentren intercambiarían algunos consejos sobre rutinas de ejercicios. Si el polinomio $m(x) = (x^2 + b)(x + 1)(dx + 3)$ en $\mathbb{Z}[x]$ representa la menor cantidad de horas que han transcurrido desde aquel día que se encontraron hasta hoy que nuevamente se han encontrado, halle el valor de $(2+b+d)$.

A) 6

B) 7

C) 8

D) 9

Solución:

Factorizando:

$$i) p(x) = (x^3 + x^2 + 3x + 3) = [x^2(x+1) + 3(x+1)] \\ = (x^2 + 3)(x+1)$$

$$ii) q(x) = (x^3 + 3x^2 + 3x + 9) = [x^2(x+3) + 3(x+3)] \\ = (x+3)(x^2 + 3)$$

- iii) La menor cantidad de horas que transcurren para que se encuentren nuevamente es el $m(x) = \text{MCM}[p(x), q(x)]$

$$\rightarrow m(x) = (x^2 + 3)(x + 1)(x + 3) \\ = (x^2 + b)(x + 1)(dx + 3)$$

$$\rightarrow b = 3, d = 1$$

$$\therefore 2 + b + d = 6.$$

Rpta.: A

7. En una calculadora programable, Alexander ingresa los siguientes datos :

>> coef p= [1; 0 ; -9; m; n] (coeficientes de p(x) de grado 4 y ordenado decreciente)

>>coef q= [1; 2 ; -7; r; s] (coeficientes de q(x) completo y ordenado decreciente)

>> Máx = [1; -5 ; 6] (coeficientes del MCD[p(x),q(x)] completo y ordenado decreciente en $\mathbb{Z}[x]$)

y luego ejecuta el comando $\boxed{\text{pol}(p; q)}$, el cual permite hallar los polinomios p(x) y

q(x). Si finalmente halló de manera correcta y manualmente el $\text{MCM}[p(x),q(x)]$, halle el término independiente de este último polinomio.

A) 1120

B) -720

C) 1320

D) -960

Solución:

Se tiene:

$$p(x) = x^4 + 0x^3 - 9x^2 + mx + n$$

$$q(x) = x^4 + 2x^3 - 7x^2 + rx + s$$

$$\text{MCD}[p,q] = x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$$

→ $(x-2)(x-3)$ divide a p(x) y q(x); luego aplicamos Horner en $\frac{p(x)}{(x-2)(x-3)}$

y $\frac{q(x)}{(x-2)(x-3)}$ y obtenemos :

$$p(x) = (x^2 - 5x + 6)(x^2 + 5x + 10)$$

$$q(x) = (x^2 - 5x + 6)(x^2 + 7x + 22)$$

$$\rightarrow \text{MCM}[p(x),q(x)] = (x^2 - 5x + 6)(x^2 + 5x + 10)(x^2 + 7x + 22)$$

∴ El t.i. del $\text{MCM}[p(x),q(x)] = (6)(10)(22) = 1320$.

Rpta.: C

8. Las empresarias Gladys y Mercedes tienen por costumbre llevar víveres a un comedor popular. Gladys visita el comedor cada $p(x)$ días y Mercedes lo visita cada $q(x)$ días, (considere $x > 1$ y entero). Si $p(x)q(x) = (x^2 + x - 3)(x^4 + x^2 + 8x - 15)$; además se cumple que $\text{MCM}[p(x), q(x)] = (x^2 - x + 5)\text{MCD}[p(x), q(x)]$ en $\mathbb{Z}[x]$, halle la suma de los factores primos mónicos del polinomio que representa la menor cantidad de días que deben de transcurrir para que ambas empresarias vuelvan a coincidir en el comedor popular, sabiendo que hoy se han encontrado en dicho comedor.

A) $2x^2 + 2$

B) $2x^2 + 4$

C) $x^2 + 4$

D) $x^2 + 1$

Solución:Factorizamos $p(x)q(x)$:

$$\begin{aligned} p(x)q(x) &= (x^2 + x - 3)(x^4 + x^2 + 8x - 15) \\ &= (x^2 + x - 3)(x^2 + x - 3)(x^2 - x + 5) \quad (\text{por aspa doble especial}) \end{aligned}$$

De la propiedad: $\text{MCD}[p(x), q(x)] \text{MCM}[p(x), q(x)] = p(x) \cdot q(x)$

$$\rightarrow (x^2 + x - 3)(x^2 + x - 3)(x^2 - x + 5) = \text{MCD}[p(x), q(x)] \text{MCM}[p(x), q(x)]$$

$$\rightarrow (x^2 + x - 3)^2 (x^2 - x + 5) = \frac{\text{MCM}[p(x), q(x)]}{(x^2 - x + 5)} \text{MCM}[p(x), q(x)] \quad (\text{del dato})$$

$$\rightarrow (x^2 + x - 3)^2 (x^2 - x + 5)^2 = (\text{MCM}[p(x), q(x)])^2$$

$$\rightarrow \text{MCM}[p(x), q(x)] = (x^2 + x - 3)(x^2 - x + 5) \quad (\text{menor tiempo de coincidencia})$$

\therefore La suma de los factores primos es: $(x^2 + x - 3) + (x^2 - x + 5) = 2x^2 + 2$.

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Sean $p(x) = x^2 + (4+a)x + 4a$; $a \in \mathbb{Z} - \{4\}$ y $q(x) = x^2 + 8x + 16$; tales que en $\mathbb{Z}[x]$ se cumple que la suma de los factores primos del $\text{MCM}[p(x), q(x)]$ es idéntico al doble del factor primo del $\text{MCD}[p(x), q(x)]$, aumentado en uno. Halle el valor de $(3a + 8)$.

A) 23

B) 17

C) 29

D) 26

Solución:Factorizando en $\mathbb{Z}[x]$:

i) $p(x) = x^2 + (4+a)x + 4a = (x+4)(x+a)$

ii) $q(x) = x^2 + 8x + 16 = (x+4)^2$

Luego : $\text{MCD}[p(x), q(x)] = x + 4$

$$\text{MCM}[p(x), q(x)] = (x+4)^2(x+a)$$

iii) Del dato: $(x+4) + (x+a) = 2(x+4) + 1$, entonces a es 5

$$\therefore (3a+8) = 23.$$

Rpta.: A

2. Dos recipientes, con capacidades de $(x^4 - x^3 + 3x - 9)$ y $(2x^3 - 7x^2 + 11x - 15)$ litros, con $x > 10$; $x \in \mathbb{Z}$; se encuentran llenos de agua. Se desea vaciar estos recipientes, con el menor número de extracciones posibles, usando una batea cilíndrica, la cual cada vez que se use se deberá llenar hasta su máxima capacidad, siendo esta capacidad un número entero de litros. Si al realizar estas extracciones no deberá de quedar agua en cada recipiente, halle la suma de los coeficientes, del polinomio que se obtendría al sumar los factores primos en $\mathbb{Z}[x]$ de la expresión que representa a la suma del número total de extracciones realizadas para ambos cilindros.

A) 5

B) 7

C) 2

D) 4

Solución:

Factorizando

Capacidad del 1er recipiente: $p(x) = x^4 - x^3 + 3x - 9 = (x^2 - x + 3)(x^2 - 3)$

Capacidad del 2do recipiente: $q(x) = 2x^3 - 7x^2 + 11x - 15 = (2x - 5)(x^2 - x + 3)$

Para el menor número de extracciones, con una batea cilíndrica se requiere que la batea cilíndrica tenga máxima capacidad.

Luego Capacidad (en litros) de cada batea es el $\text{MCD}[p(x), q(x)] = x^2 - x + 3$

Entonces :

$$\# \text{ de extracciones (1er recipiente)} = \frac{(x^2 - x + 3)(x^2 - 3)}{x^2 - x + 3} = x^2 - 3$$

$$\# \text{ de extracciones (2do recipiente)} = \frac{(2x - 5)(x^2 - x + 3)}{x^2 - x + 3} = 2x - 5$$

$$\rightarrow \text{La suma de las extracciones realizadas: } x^2 + 2x - 8 = \underbrace{(x+4)}_{\text{F.P.}} \underbrace{(x-2)}_{\text{F.P.}}$$

$$\rightarrow \sum \text{FP} = 2x + 2 \rightarrow \sum \text{coeficientes} = 4.$$

Rpta.: D

3. Sean $p(x) = x^3 + 5x^2 + 7x + a$ y $q(x) = x^3 + x^2 - 5x + b$ divisibles por $(x+2)$ y $(x-2)$, respectivamente. Si el triple de la suma de los coeficientes del $\text{MCD}[p(x), q(x)]$ en $\mathbb{Z}[x]$ representa la cantidad de pares de zapatillas que Lucía ha vendido, al precio de $\overline{(a-1)(a+b)(3a-1)}$ soles cada par, halle el ingreso obtenido por Lucía en dicha venta.

A) 1890 soles B) 1575 soles C) 1530 soles D) 1260 soles

Solución:

i) $(x+2)$ divide a $p(x)$, entonces aplicamos Horner en $p(x) \div (x+2)$ y se obtiene:

$$p(x) = (x+2)(x^2 + 3x + 1) \quad \text{y} \quad a = 2$$

ii) $(x-2)$ divide a $q(x)$, entonces aplicamos Horner en $q(x) \div (x-2)$ y se obtiene:

$$q(x) = (x-2)(x^2 + 3x + 1) \quad \text{y} \quad b = -2$$

$$\rightarrow \text{MCD}[p(x), q(x)] = x^2 + 3x + 1 \quad \text{y} \quad \overline{(a-1)(a+b)(3a-1)} = 105$$

Luego el triple de la suma de los coeficientes del MCD es 15, es decir Lucía ha vendido 15 pares de zapatillas al precio de 105 soles.

Por lo tanto el ingreso obtenido es de 1575 soles.

Rpta.: B

4. Si el $\text{MCM}[p(x,y), q(x,y), r(x,y)] = x^2y^3$ en $\mathbb{Z}[x,y]$; donde $p(x,y) = x^{n-1}y^{m-2}$, $q(x,y) = x^n y^{m-1}$ y $r(x,y) = x^{n-2}y^{m-3}$, halle la suma de las cifras de $(3m+2n)$.

A) 5 B) 7 C) 9 D) 4

Solución:

Para el mínimo común múltiplo:

i) Exponente de x es : $\text{máx}\{n-1, n, n-2\} = n = 2$

ii) Exponente de y es : $\text{máx}\{m-2, m-1, m-3\} = m-1 = 3 \rightarrow m = 4$

$$\rightarrow 3m + 2n = 16$$

Por lo tanto, la suma de las cifras de $3m+2n$ es 7.

Rpta.: B

5. Carla y María asisten a un mismo taller virtual de emprendimiento empresarial. Carla se conecta a dicho taller cada $p(x) = (x^6 - 1)$ días y María cada $q(x) = (x^5 - x^3 + x^2 - 1)$ días; donde x es algún valor entero mayor que uno. Si hoy ambas coincidieron en el mismo taller, ¿cuántas veces habrá asistido Carla al taller virtual hasta que volvió a coincidir con María por segunda vez?
- A) $2x+1$ B) x C) $x+1$ D) $x-1$

Solución:

$$i) p(x) = x^6 - 1 = (x^3 - 1)(x^3 + 1) = (x - 1)(x^2 + x + 1)(x + 1)(x^2 - x + 1)$$

$$ii) q(x) = x^5 - x^3 + x^2 - 1 = x^3(x^2 - 1) + (x^2 - 1) \\ = (x^2 - 1)(x^3 + 1) = (x + 1)(x - 1)(x + 1)(x^2 - x + 1) \\ = (x + 1)^2(x - 1)(x^2 - x + 1)$$

El Nro de días para que se encuentren por 2da vez es el $MCM[p(x), q(x)]$

$$\rightarrow \text{Nro de días: } (x + 1)^2(x - 1)(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1) = MCM[p(x), q(x)]$$

$$\therefore \text{El Nro de veces que Carla ha asistido al taller es: } \frac{MCM[p(x), q(x)]}{p(x)} = x + 1.$$

Rpta.: C

6. Dos móviles, parten al mismo tiempo y recorren una pista circular, recorriendo un total de $(x + 1)^2(x^2 - x - 12)^3$ m en cada vuelta. Si ambos móviles mantienen velocidades constantes de $(x + 1)(x - 4)^2(x + 3)$ m/min y $(x + 3)^2(x - 4)$ m/min, respectivamente, determine la cantidad de factores algebraicos del polinomio que representa el menor tiempo necesario para que ambos móviles vuelvan a coincidir en el punto de partida.
- A) 17 B) 11 C) 26 D) 47

Solución:

De Distancia = (velocidad) (tiempo).

En el recorrido de una vuelta:

Tiempo del 1er corredor: T_1

$$\frac{(x + 1)^2(x^2 - x - 12)^3}{(x + 1)(x - 4)^2(x + 3)} = \frac{(x + 1)^2(x - 4)^3(x + 3)^3}{(x + 1)(x - 4)^2(x + 3)} = (x + 1)(x - 4)(x + 3)^2 \text{ minutos}$$

Tiempo del 2do corredor: T_2

$$\frac{(x+1)^2(x^2-x-12)^3}{(x+3)^2(x-4)} = \frac{(x+1)^2(x-4)^3(x+3)^3}{(x+3)^2(x-4)} = (x+1)^2(x-4)^2(x+3) \text{ minutos}$$

Se encuentran por segunda vez en el MCM $[T_1, T_2]$:

$$\text{MCM}[T_1, T_2] = (x+1)^2(x-4)^2(x+3)^2$$

$$\therefore \text{Nro. de factores algebraicos} = (2+1)(2+1)(2+1) - 1 = 26$$

Rpta.: C

7. Adrián tiene un lote de bloques de madera, cuyas longitudes del largo, ancho y altura son respectivamente, $(x^4 + x^3 - 11x^2 - 9x + 18)$ cm, $(x^3 - x^2 - 4x + 4)$ cm y $(x^3 - 7x + 6)$ cm. Los bloques los colocará dentro de una caja de forma cúbica hasta llenarla por completo, de manera que no le sobrará ni le faltará bloques. Si la dimensión de la caja es la menor posible, halle el grado del polinomio en $\mathbb{Z}[x]$ que representa el número de bloques de madera que se colocará en cada caja.

A) 7

B) 6

C) 5

D) 4

Solución:

Factorizando las dimensiones de la madera:

$$1\text{ra dimensión } p(x) = x^4 + x^3 - 11x^2 - 9x + 18 = (x-1)(x+2)(x+3)(x-3)$$

$$2\text{da dimensión } q(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4 = (x-2)(x+2)(x-1)$$

$$3\text{ra dimensión } r(x) = x^3 - 7x + 6 = (x+3)(x-1)(x-2)$$

Luego la longitud de la arista de la caja cúbica

$$\text{es el MCM}[p(x), q(x), r(x)] = (x-1)(x+2)(x+3)(x-2)(x-3),$$

luego:

$$\text{A lo largo de la caja habrá: } \frac{(x-1)(x+2)(x+3)(x-2)(x-3)}{(x-1)(x+2)(x+3)(x-3)} = x-2$$

$$\text{A lo ancho de la caja habrá: } \frac{(x-1)(x+2)(x+3)(x-2)(x-3)}{(x-2)(x+2)(x-1)} = (x+3)(x-3)$$

$$\text{En lo alto de la caja habrá: } \frac{(x-1)(x+2)(x+3)(x-2)(x-3)}{(x-2)(x+3)(x-1)} = (x+2)(x-3)$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \text{Nro de bloques de madera } j(x) &= (x-2)(x+3)(x-3)(x+2)(x-3) \\ &= (x-3)^2(x+2)(x+3)(x-2) \end{aligned}$$

\therefore El grado de $j(x)$ es 5.

Rpta.: C

8. Sean $p(x)$ y $q(x)$ dos polinomios tales que en $\mathbb{Z}[x]$ se cumple que

$$p(x)q(x) = (x^2 + x + 1)^2 (x^3 + x - 1)(x^3 - x^2 + x - 1) \quad y$$

$$\text{MCM}[p(x), q(x)] = (x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1)(x^3 + x - 1)(x - 1).$$

Si $d(x) = \text{MCD}[p(x), q(x)]$, halle el valor que sigue en la siguiente secuencia,

$$d(2), d(3) - 4, d(4) - 10, \dots$$

A) 11

B) 12

C) 13

D) 14

Solución:

$$\begin{aligned} \text{i) } p(x)q(x) &= (x^2 + x + 1)^2 (x^3 + x - 1)(x^3 - x^2 + x - 1) \\ &= (x^2 + x + 1)^2 (x^3 + x - 1)(x^2 + 1)(x - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } \text{MCM}[p(x), q(x)] &= (x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1)(x^3 + x - 1)(x - 1) \\ &= (x^2 + 1)(x^2 + x + 1)(x^3 + x - 1)(x - 1) \end{aligned}$$

iii) De $p(x)q(x) = \text{MCD}[p(x), q(x)] \text{MCM}[p(x), q(x)]$, se tiene:

$$(x^2 + x + 1)^2 (x^3 + x - 1)(x^2 + 1)(x - 1) = (x^2 + 1)(x^2 + x + 1)(x^3 + x - 1)(x - 1) \text{MCD}[p(x), q(x)]$$

$$\rightarrow (x^2 + x + 1)^2 = (x^2 + x + 1) \text{MCD}[p(x), q(x)]$$

$$\rightarrow d(x) = \text{MCD}[p(x), q(x)] = x^2 + x + 1$$

$$\text{Entonces } d(2) = 7 ; d(3) = 13 ; d(4) = 21$$

Luego la secuencia es: 7, 9, 11,

Por tanto, el número que sigue es: 13

Rpta.: C

Trigonometría

EJERCICIOS

1. Halle el conjunto solución de la ecuación $\sqrt{2} - \tan(2x) = \cot\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$.

A) $\left\{ \frac{(8n \pm 1)\pi}{8} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

B) $\left\{ \frac{(16n + 1)\pi}{4} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

C) $\left\{ \frac{(2n \pm 1)\pi}{4} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

D) $\left\{ \frac{(8n \pm 1)\pi}{4} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

Solución:

Como: $\sqrt{2} - \tan(2x) = \cot\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$

$\Rightarrow \sqrt{2} - \tan(2x) = \csc\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) + \cot\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right)$

$\Rightarrow \sqrt{2} - \tan(2x) = \sec(2x) - \tan(2x)$

$\Rightarrow \sec(2x) = \sqrt{2}$

$\Rightarrow 2x = 2n\pi \pm \frac{\pi}{4}; n \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = \frac{(8n \pm 1)\pi}{8}; n \in \mathbb{Z}$

Rpta.: A

2. Las edades de Ayrton y Emerson en años están dados por los valores de $1,5n^2$ y $5 \tan^2\left(\frac{n\pi}{18}\right)$ respectivamente. Si n es el número de soluciones de la ecuación $\sin(2x) + \cos(3x) - \sin(4x) = 0; x \in [0; 2\pi]$, halle la suma de ambas edades.

A) 49 años

B) 38 años

C) 56 años

D) 69 años

Solución:

Como: $\sin(2x) + \cos(3x) - \sin(4x) = 0$

$\Rightarrow \cos(3x) - 2\sin(x)\cos(3x) = 0$

$\Rightarrow \cos(3x)[1 - 2\sin(x)] = 0$

$\Rightarrow \cos(3x) = 0 \vee \sin x = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow 3x = \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; 2\pi + \frac{\pi}{2}; 2\pi + \frac{3\pi}{2}; 4\pi + \frac{\pi}{2}; 4\pi + \frac{3\pi}{2} \quad \vee \quad x = \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}; \frac{3\pi}{2}; \frac{11\pi}{6} \quad \vee \quad x = \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \Rightarrow n = 6$$

Sea E el valor buscado, entonces

$$E = 1,5n^2 + 5 \tan^2 \left(\frac{n\pi}{18} \right)$$

$$E = 1,5(6)^2 + 5 \tan^2 \left(\frac{6\pi}{18} \right)$$

$$E = 69$$

Rpta.: D

3. Halle el número de soluciones de la ecuación $2 \cot(4x) = 3 - 3 \cot(2x)$, $x \in \left[0; \frac{3\pi}{4} \right]$.

A) 3

B) 1

C) 2

D) 4

Solución:

$$\text{Como: } 2 \cot(4x) = 3 - 3 \cot(2x)$$

$$\Rightarrow \frac{\cot^2(2x) - 1}{\cot(2x)} + 3 \cot(2x) - 3 = 0$$

$$\Rightarrow 4 \cot^2(2x) - 3 \cot(2x) - 1 = 0; \cot(2x) \neq 0$$

$$\Rightarrow [4 \cot(2x) + 1][\cot(2x) - 1] = 0; \cot(2x) \neq 0$$

$$\Rightarrow \cot(2x) = -\frac{1}{4} \quad \vee \quad \cot(2x) = 1$$

$$\Rightarrow 2x = \frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \pi - \theta \quad \text{donde } \cot \theta = \frac{1}{4}; \theta \in \left\langle 0; \frac{\pi}{2} \right\rangle$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{8}; \frac{5\pi}{8}; \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}$$

Rpta.: A

4. Un climatólogo modela la temperatura del 1 de marzo del 2021 de una ciudad mediante la expresión $15 + 5 \sin \left(\frac{\pi t}{12} - \frac{\pi}{2} \right)$ en °C, donde $t \in [0; 24]$ es el tiempo transcurrido en horas a partir de la medianoche, determine cuántas veces la temperatura fue de 17,5 °C durante el día.

A) 2

B) 1

C) 3

D) 4

Solución:

$$\text{Como: } 15 + 5\text{sen}\left(\frac{\pi t}{12} - \frac{\pi}{2}\right) = 17,5$$

$$\Rightarrow -5\text{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi t}{12}\right) = 2,5$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{12}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi t}{12} = \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; 2\pi + \frac{2\pi}{3} \Rightarrow t = 8; 16; 32$$

Por lo tanto, la temperatura fue de 17,5 °C dos veces en el día.

Rpta.: A

5. La altura a la cual se encuentra un insecto respecto al suelo está dado por la expresión $4\text{sen}^2\left(\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi t}{12}\right) + \frac{1}{2}$ en metros, donde $0 \leq t \leq 24$ es el tiempo en segundos. Determine en qué segundo el insecto se encontró a 2,5 metros de altura respecto al suelo por tercera vez.

A) 13

B) 7

C) 12

D) 19

Solución:

$$\text{Como: } 4\text{sen}^2\left(\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi t}{12}\right) + \frac{1}{2} = 2,5$$

$$\Rightarrow 2\cos^2\left(\frac{\pi t}{12} - \frac{\pi}{3}\right) = 1$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{6} - \frac{2\pi}{3}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\pi t}{6} - \frac{2\pi}{3} = -2\pi + \frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; 2\pi + \frac{\pi}{2}; 2\pi + \frac{3\pi}{2}$$

$$\Rightarrow t = 1; 7; 13; 19$$

A los trece segundos, el insecto se encontrará a 2,5 m de altura por tercera vez.

Rpta.: A

6. En un circuito eléctrico de corriente alterna, la intensidad de corriente está dada por la expresión $\sqrt{2} \operatorname{sen}\left(3\pi t + \frac{\pi}{5}\right)$ en amperios (A), donde $0 \leq t \leq 1$ es el tiempo en segundos. Determine cuántas veces la intensidad de corriente fue de 1 amperio.

A) 2 B) 1 C) 3 D) 4

Solución:

$$\text{Como: } \sqrt{2} \operatorname{sen}\left(3\pi t + \frac{\pi}{5}\right) = 1$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen}\left(3\pi t + \frac{\pi}{5}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow 3\pi t + \frac{\pi}{5} = \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; 2\pi + \frac{\pi}{4}; 2\pi + \frac{3\pi}{4}; \cancel{4\pi + \frac{\pi}{4}}$$

La intensidad de corriente fue de 1 amperio cuatro veces durante un segundo.

Rpta.: D

7. Halle la suma de soluciones de la ecuación $\frac{1}{\sqrt{3}} \tan(2x) = 2 - \sqrt{3} \cot(2x)$, $x \in \left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

A) 4π B) 5π C) 3π D) 2π

Solución:

$$\text{Como: } \frac{1}{\sqrt{3}} \tan(2x) + \sqrt{3} \cot(2x) = 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} \tan(2x) + \frac{\sqrt{3}}{\tan(2x)} = 2$$

$$\Rightarrow \tan^2(2x) + 3 = 2\sqrt{3} \tan(2x)$$

$$\Rightarrow \left[\tan(2x) - \sqrt{3}\right]^2 = 0$$

$$\Rightarrow \tan(2x) = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 2x = \frac{\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; 2\pi + \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{6}; \frac{2\pi}{3}; \frac{7\pi}{6}$$

La suma de soluciones es 2π .

Rpta.: D

8. Un bloque que cuelga del extremo de un resorte es jalado 6 cm por debajo de su posición de equilibrio y soltado, originándose un movimiento armónico simple (M.A.S.) para el bloque cuya altura se mide respecto al suelo y está dado por la expresión $6\text{sen}\left(\frac{7\pi}{2} - \frac{\pi t}{4}\right) + 10$ en centímetros, donde $0 \leq t \leq 18$ es el tiempo transcurrido desde que se inició el M.A.S. Determine en qué segundo el bloque se encontró a 13 cm de altura respecto al suelo por tercera vez.

- A) $\frac{32}{3}$ B) $\frac{16}{3}$ C) $\frac{8}{3}$ D) 4

Solución:

Como: $6\text{sen}\left(\frac{7\pi}{2} - \frac{\pi t}{4}\right) + 10 = 13$

$$\Rightarrow -6\text{cos}\left(\frac{\pi t}{4}\right) = 3$$

$$\Rightarrow \text{cos}\left(\frac{\pi t}{4}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi t}{4} = \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; 2\pi + \frac{2\pi}{3}; 2\pi + \frac{4\pi}{3};$$

$$\Rightarrow t = \frac{8}{3}; \frac{16}{3}; \frac{32}{3}; \frac{40}{3}$$

En el segundo $\frac{32}{3}$ el bloque se encontrará a 13 cm de altura por tercera vez.

Rpta.: A

9. En un experimento controlado se determinó que la altura a la que se encuentra una partícula respecto a una superficie está dada por la expresión $6\tan\left(\frac{\pi t}{24}\right)\tan\left(\frac{\pi t}{24} + \frac{\pi}{3}\right)\tan\left(\frac{\pi t}{24} - \frac{\pi}{3}\right)$ en centímetros, donde $0 \leq t \leq 12$ es el tiempo en segundos. Determine en qué segundo la partícula se encontró a 6 cm de altura respecto a la superficie por primera vez.

- A) 1 B) 0 C) 2 D) 3

Solución:

Como: $6\tan\left(\frac{\pi t}{24}\right)\tan\left(\frac{\pi t}{24} + \frac{\pi}{3}\right)\tan\left(\frac{\pi t}{24} - \frac{\pi}{3}\right) = 6$

$$\Rightarrow 6\tan\left[3\left(\frac{\pi t}{24}\right)\right] = 6$$

$$\Rightarrow \tan\left(\frac{\pi t}{8}\right) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\pi t}{8} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = 2$$

A los dos segundos, la partícula se encontrará a 6 cm de altura.

Rpta.: C

10. Las exportaciones e importaciones de la empresa Technology están determinadas por las expresiones $\tan\left(\frac{\pi t}{36}\right)$ y $\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi t}{36}\right)$ (en miles de dólares aproximadamente) respectivamente, donde $0 < t \leq 12$ es el número del mes del año. Determine el mes para el cual la balanza comercial fue nula.

A) Abril

B) Junio

C) Diciembre

D) Septiembre

Solución:

$$\text{Como: } \tan\left(\frac{\pi t}{36}\right) - \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi t}{36}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi t}{36}\right) \left[\sec\left(\frac{\pi t}{36}\right) - \sqrt{2} \right] = 0$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi t}{36}\right) = 0 \vee \sec\left(\frac{\pi t}{36}\right) = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi t}{36} = 0; \pi \vee \frac{\pi t}{36} = \frac{\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}$$

$$\Rightarrow t = 0; 36 \vee t = 9; 63$$

Por lo tanto, en el mes de septiembre la balanza comercial fue nula.

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Halle la menor solución positiva de la ecuación $\sin(6x) + 3 = 4\sin^2(2x)$.

A) $\frac{\pi}{6}$

B) $\frac{3\pi}{4}$

C) $\frac{2\pi}{3}$

D) $\frac{3\pi}{2}$

Solución:

$$\text{Como: } \sin(6x) + 3 = 4\sin^2(2x)$$

$$\Rightarrow \sin(2x) [2\cos(4x) + 1] + 3 = 2[1 - \cos(4x)]$$

$$\Rightarrow \sin(2x) [2\cos(4x) + 1] + [2\cos(4x) + 1] = 0$$

$$\Rightarrow [2\cos(4x) + 1] [\sin(2x) + 1] = 0$$

$$\Rightarrow \cos(4x) = -\frac{1}{2} \vee \sin(2x) = -1$$

$$\Rightarrow 4x = \frac{2\pi}{3} \vee 2x = \frac{3\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{6} \vee x = \frac{3\pi}{4}$$

$$\therefore x_{\min} = \frac{\pi}{6}$$

Rpta.: A

2. La temperatura en la ciudad de Arequipa en agosto del 2018 fue uno de los más calurosos en los últimos diez años, pues la temperatura promedio fue de 29 °C. Si la temperatura de uno de los días del mes de agosto está expresada por el valor de $29 - 21\cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right)$ en °C, donde t es el tiempo transcurrido en horas, determine cuántas veces la temperatura alcanzó los 29 °C en dicho día.

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

Solución:

$$\text{Como: } 29 - 21\cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right) = 29$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2} \Rightarrow t = 2; 14; 26$$

Por lo tanto, la temperatura fue de 29 °C dos veces en el día.

Rpta.: B

3. Halle la solución general de la ecuación $\operatorname{sen}x(1 + \cos x) - \cos x(1 + \cos x) - 1 = 0$.

$$\text{A) } \left\{ \frac{(4n \pm 1)\pi}{2} / n \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$\text{B) } \left\{ \frac{(4n+1)\pi}{4} / n \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$\text{C) } \left\{ \frac{(4n+1)\pi}{2} / n \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$\text{D) } \left\{ \frac{(4n+3)\pi}{2} / n \in \mathbb{Z} \right\}$$

Solución:

$$\text{Como: } \operatorname{sen}x(1 + \cos x) - \cos x(1 + \cos x) - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen}x + \operatorname{sen}x \cos x - \cos x - \cos^2 x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen}x - 2) + (\operatorname{sen}x \cos x - \cos x) = 0$$

$$\Rightarrow (\operatorname{sen}x + 2)(\operatorname{sen}x - 1) + \cos x(\operatorname{sen}x - 1) = 0$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow (\operatorname{sen} x - 1)(\operatorname{sen} x + \cos x + 2) = 0 \\ &\Rightarrow \operatorname{sen} x = 1 \\ &\Rightarrow x = 2n\pi + \frac{\pi}{2}; n \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = \frac{(4n+1)\pi}{2}; n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Rpta.: C

4. La altura respecto al suelo de un objeto que se mueve con movimiento armónico siempre está determinado por la expresión $\sqrt{2} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi t}{3}\right) + \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right) + 3$ en metros, donde $0 \leq t \leq 12$ es el tiempo en minutos. Determine el tiempo en el cual el objeto se encontró a cuatro metros de altura respecto al suelo por segunda vez.
- A) 5,75 min B) 4,5 min C) 6,25 min D) 8 min

Solución:

Como: $\sqrt{2} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi t}{3}\right) + \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right) + 3 = 4$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \left[\sqrt{2} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi t}{3} + \frac{\pi}{4}\right) \right] = 1$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen}\left(\frac{\pi t}{3} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi t}{3} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; 2\pi + \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow t = -\frac{1}{4}; \frac{7}{4}; \frac{23}{4}$$

En el minuto $\frac{23}{4}$ el objeto se encontrará a cuatro metros de altura por segunda vez.

Rpta.: A

5. Halle el número de soluciones de la ecuación $\cos^2(7x) = \cos(6x) + \operatorname{sen}^2(x)$, $\left\langle 0; \frac{\pi}{2} \right\rangle$.
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

Solución:

Como: $\cos^2(7x) - \operatorname{sen}^2(x) = \cos(6x)$

$$\Rightarrow \cos(8x)\cos(6x) - \cos(6x) = 0$$

$$\Rightarrow \cos(6x)[\cos(8x) - 1] = 0$$

$$\Rightarrow \cos(6x) = 0 \vee \cos(8x) = 1$$

$$\Rightarrow 6x = \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; 2\pi + \frac{\pi}{2} \vee 8x = 2\pi$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{12}; \frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{12} \vee x = \frac{\pi}{4}$$

Por lo tanto, el número de soluciones es 3.

Rpta.: C

Lenguaje

EJERCICIOS

1. En el enunciado, «José, Ricardo ha debido empezar a construir el tejado ayer», el núcleo de la frase verbal es
- A) debido empezar a construir. B) ha debido empezar.
C) ha debido empezar a construir. D) empezar a construir.

Solución:

El núcleo de la frase verbal del enunciado es la perífrasis verbal *ha debido empezar a construir*, que recibe los complementos *el tejado* y *ayer*.

Rpta.: C

2. La frase verbal es clasificada como atributiva o predicativa. La primera tiene como núcleo un verbo copulativo, el cual debe ir acompañado de complemento atributo; la segunda, un verbo predicativo. Tomando en cuenta esta afirmación, lea los siguientes enunciados y marque la opción en la que las frases verbales son atributivas.
- I. Los hermanos de Ana están sumamente contentos.
II. Los jugadores fueron convocados por el entrenador.
III. La participación de la gimnasta fue impresionante.
IV. Los chefs peruanos han innovado la gastronomía.
- A) II y IV B) I y III C) I y IV D) II y III

Solución:

Las frases verbales atributivas aparecen en los enunciados I y III. Presentan, respectivamente, los verbos copulativos *estar* y *ser*.

Rpta.: B

3. La frase verbal atributiva requiere complemento atributo, en cambio la frase verbal predicativa puede tener o no complemento(s). Según esta aseveración, en los enunciados «La alimentación debe ser sana, nutritiva y equilibrada», «Tres hermanos de Luciana están viendo un documental sobre los humedales de Villa», «Los integrantes de la orquesta ya llegaron» y «César, tu vestimenta debe ser más formal», las frases verbales son, respectivamente,
- A) predicativa, atributiva, predicativa y atributiva.
B) atributiva, atributiva, predicativa y atributiva.
C) predicativa, predicativa, atributiva y predicativa.
D) atributiva, predicativa, predicativa y atributiva.

Solución:

En los enunciados primero y cuarto, la frase verbal es atributiva porque tiene verbo copulativo y complemento atributo. En los enunciados segundo y tercero, la frase verbal es predicativa porque tiene verbo predicativo.

Rpta.: D

4. Los modos del verbo son tres. El indicativo expresa acción real y objetiva; el subjuntivo, acción irreal; el imperativo, orden o mandato. Según esta aseveración, lea los siguientes enunciados y seleccione la opción en la que los verbos están en modo subjuntivo.

- I. Redactó los últimos informes correctamente.
- II. Probablemente vaya mañana a la alameda.
- III. Tal vez participe en el concurso de cuento.
- IV. Iré con ustedes al Museo de Arte Italiano.

- A) I y II B) II y III C) II y IV D) I y IV

Solución:

En los enunciados II y III, respectivamente, los verbos *ir* y *participar* están conjugados en modo subjuntivo porque expresan acción irreal, esto es, probable.

Rpta.: B

5. El aspecto perfectivo expresa que la acción verbal ha concluido; en cambio, el aspecto imperfectivo expresa acción verbal inconclusa. Según ello, en los enunciados «El jardinero corta el césped de este jardín», «Dos mecánicos repararon estos automóviles», «La tía de Nicolás compra frutas y verduras en el mercado» y «El barbero afeitó a Leonardo», los verbos están, respectivamente, en aspecto

- A) perfectivo, imperfectivo, imperfectivo y perfectivo.
- B) perfectivo, perfectivo, imperfectivo y perfectivo.
- C) imperfectivo, perfectivo, imperfectivo y perfectivo.
- D) imperfectivo, imperfectivo, perfectivo y perfectivo.

Solución:

En los enunciados primero y tercero, los verbos *corta* y *compra* expresan aspecto imperfectivo; en los enunciados segundo y cuarto, los verbos *repararon* y *afeitó* expresan aspecto perfectivo, esto es, acción terminada.

Rpta.: C

6. En el español, el verbo se clasifica de acuerdo con varios criterios. Según la clase de frase verbal, es copulativo o predicativo. El verbo predicativo es clasificado en transitivo, intransitivo e impersonal. Según esta afirmación, marque la opción que correlaciona correctamente la columna de los verbos de los enunciados con la de sus clases.

- | | |
|------------------------------|-----------------|
| I. Conectaré este cable. | a. Intransitivo |
| II. Llegué en ese vehículo. | b. Copulativo |
| III. Granizó demasiado aquí. | c. Transitivo |
| IV. Fuiste el mejor jugador. | d. Impersonal |

- A) Ic, IId, IIIa, IVb B) Ib, IId, IIIa, IVc
 C) Ia, IIc, IIId, IVb D) Ic, IIa, IIId, IVb

Solución:

En I, el verbo es transitivo; en II, intransitivo; en III, impersonal; en IV, copulativo.

Rpta.: D

7. Una perífrasis verbal es la estructura que está formada por la unión de varios verbos que constituyen el núcleo del predicado. Hay en su estructura un verbo auxiliar, el cual presenta morfema flexivo amalgama, y un verbo principal que aparece en infinitivo, participio o gerundio. De acuerdo con ello, marque la opción que presenta perífrasis verbal.

- I. El reportero ha entrevistado a los pobladores.
- II. Eduardo nos sugirió usar estas mascarillas.
- III. Mis amigos están repasando las lecciones.
- IV. Mis amigos trabajan escuchando canciones.

A) II y IV

B) I y II

C) III y IV

D) I y III

Solución:

En el enunciado I, la perífrasis verbal está constituida por el verbo auxiliar *ha* y el verbo principal *entrevistar* en participio; en el enunciado III, la perífrasis verbal está constituida por el verbo auxiliar *están* y el verbo principal *repasar* en gerundio.

Rpta.: D

8. Según el lexema, los verbos son de dos clases: regulares e irregulares. En los verbos irregulares, el lexema sufre una modificación formal en la conjugación. De acuerdo con esta aseveración, seleccione la alternativa en la que hay verbos irregulares.

- I. Comunicaré la noticia a mis amigos.
- II. Recomiendo el uso de este cepillo.
- III. Gustavo instaló el equipo de sonido.
- IV. El cerrajero soldó las dos varillas.

A) I y IV

B) I y III

C) II y IV

D) II y III

Solución:

En los enunciados II y IV, los verbos *recomendar* y *soldar* son irregulares porque sus lexemas cambian en la conjugación.

Rpta.: C

9. Los verbos defectivos son aquellos que tienen una conjugación incompleta, ya que carecen de algunas formas personales, temporales o aspectuales. Según ello, marque la opción en la que se presenta verbo de esta clase.

- A) Cada vez que el bebé sonreía, me emocionaba.
- B) Este asunto solamente le concierne a Humberto.
- C) Como vine tan apurado, ayer dejé mis documentos.
- D) Mañana averiguaré dónde trabaja Carlos Enrique.

Solución:

En esta opción, el verbo *concernir* es defectivo porque carece de conjugación completa. En cambio, los verbos de las otras opciones son no defectivos, ya que poseen conjugación completa.

Rpta.: B

10. La frase verbal, como unidad sintáctica, tiene un núcleo el cual puede estar constituido por un solo verbo o por una perífrasis verbal. De acuerdo con esta afirmación, lea los enunciados y marque la opción en la que el núcleo es una perífrasis verbal con verbo transitivo.

- I. Los obreros tienen que nivelar el piso.
- II. Martín debe viajar mañana a Huancayo.
- III. Nicolás está ordenando los documentos.
- IV. Los jugadores ya han salido del estadio.

A) II y IV

B) I y II

C) III y IV

D) I y III

Solución:

En los enunciados I y III, los verbos transitivos *nivelar* y *ordenar* son los verbos principales de las perífrasis verbales.

Rpta.: D

11. Marque la alternativa en la que hay empleo adecuado del gerundio.

- A) Esa señora busca una joven sabiendo cocinar.
- B) Ella encontró una bolsa conteniendo monedas.
- C) Carlos y Luis se alejaban llevando los fólderres.
- D) El ladrón huyó siendo alcanzado por el policía.

Solución:

En esta alternativa, el uso del gerundio *llevando* es adecuado porque expresa una acción simultánea a *se alejaban*. Las otras alternativas deben ser como sigue: A) que sepa, B) que contenía y D) y fue.

Rpta.: C

12. En la lengua española, la conjugación verbal corresponde al conjunto de formas que expresan número, persona, tiempo, modo y aspecto. Dichas formas deben ser correctamente estructuradas. Según esta afirmación, seleccione la opción en la que el verbo aparece en su forma correcta.

- A) Juan, ayer veniste bien vestido.
- C) José, esta comida te satisfecerá.

- B) Todos cabimos en la camioneta.
- D) El chofer condujo bien el automóvil.

Solución:

En D), la forma verbal *condujo* es correcta. Las otras alternativas deben ser como sigue: A) viniste, B) cupimos, C) satisfará.

Rpta.: D

Literatura

EJERCICIOS

1. Seleccione la alternativa que completa correctamente el siguiente enunciado: «El indianismo aparece en la narrativa de _____. Este es superado por la obra de Ciro Alegría, quien se erige como autor principal del _____».

- A) José Carlos Mariátegui – regionalismo mundonovista
- B) Clorinda Matto de Turner – indigenismo ortodoxo
- C) Abraham Valdelomar – neoindigenismo vanguardista
- D) Enrique López Albújar– indigenismo tradicional

Solución:

El indianismo es una fase previa al indigenismo ortodoxo. Dicha etapa se caracteriza por su actitud reivindicatoria o por tratar al indio meramente como motivo o tema literario. Clorinda Matto de Turner representa dicha característica. La novela *El mundo es ancho y ajeno*, de Ciro Alegría, es la máxima exponente del indigenismo ortodoxo o tradicional que supera al indianismo.

Rpta.: B

2. En la novela *El mundo es ancho y ajeno*, de Ciro Alegría, se detallan los abusos cometidos contra los indígenas por parte del gamonal y se condena un sistema social que destruye las instituciones más valiosas del país, como es el caso de la comunidad campesina. Lo manifestado nos permite afirmar que la novela

- A) expresa un carácter documental y tiene una intención denunciatoria.
- B) construye la imagen del indio de «carne y hueso» condenado a sufrir.
- C) posibilita un acceso más profundo a la psicología del hombre andino.
- D) propone la revaloración del campesino y exalta su postura sumisa.

Solución:

En *El mundo es ancho y ajeno*, de Ciro Alegría, se establece una relación de conflicto entre el hacendado Álvaro Amenábar y la comunidad de Rumi, de esa manera se aprecian los abusos cometidos por el gamonal de Umay. También se enfatiza la condena al sistema social por destruir instituciones como la comunidad campesina. El tratamiento de estos aspectos dota de intención denunciatoria a la novela.

Rpta.: A

3. Marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado relacionado con el contexto en el cual se desarrolló el movimiento indigenista: «Hasta mediados del s. XX, aproximadamente, se impuso un sistema de explotación a las comunidades indígenas denominado _____. Este era ejercido por los dueños de las haciendas, cuyo objetivo era apoderarse de las tierras y del trabajo de las _____».

- A) capitalismo – caucherías de la Amazonía
- B) feudalismo – pequeñas empresas mineras
- C) cacicazgo – masas indígenas y sindicales
- D) gamonalismo – comunidades campesinas

Solución:

Respecto al contexto del movimiento indigenista, el sistema de explotación a las comunidades indígenas denominado gamonalismo establece como objetivo apoderarse de las tierras y del trabajo de las comunidades campesinas, amparándose en sus propias leyes.

Rpta.: D

4. Con respecto al argumento de la novela *El mundo es ancho y ajeno*, de Ciro Alegría, marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado: «Benito Castro, tras su retorno a la comunidad, propone una reflexión sobre la actitud supersticiosa de los pobladores de Rumi motivado por

- A) la influencia que ejerce sobre ellos la misteriosa Nasha Suro».
- B) las consecuencias que ha ocasionado el juicio de linderos».
- C) las ideas de progreso adquiridas cuando estuvo fuera de Rumi».
- D) el atraso que esto genera en las haciendas y comunidades».

Solución:

El retorno de Benito Castro trae consigo ideas de renovación con respecto al pensamiento tradicional de los comuneros de Rumi. En tal sentido, introduce en el imaginario de la comunidad la idea de progreso.

Rpta.: C

5. Con respecto a la verdad (V) o falsedad (F) de los siguientes enunciados sobre el argumento de *El mundo es ancho y ajeno*, de Ciro Alegría, marque la alternativa que contiene la secuencia correcta.

- I. Amenábar gana el juicio gracias a los jueces corruptos y falsos testigos.
- II. Con Benito Castro, la comunidad campesina resurge y comienza a progresar.
- III. El alcalde Benito Castro es encarcelado y muere en prisión tras ser golpeado.
- IV. Despojados de sus tierras, los comuneros parten a las alturas de Yanañahui.

- A) VFVF B) VVFV C) VVFF D) FVVV

Solución:

- I. Valiéndose de sobornos a los jueces y comprando testigos, Álvaro Amenábar, hacendado de Umay, gana el juicio de linderos. (V)
- II. Las ideas de Benito Castro contribuyen a la prosperidad de la comunidad. (V)
- III. El alcalde Rosendo Maqui es golpeado brutalmente y muere en prisión. (F)
- IV. Debido al resultado del juicio de linderos, los pobladores de Rumi se trasladan a Yanañahui. (V)

Rpta.: B

6. «Defendamos [...] nuestro sitio en el mundo, que así defenderemos nuestra libertad y nuestra vida. La suerte de los pobres es una y pediremos a todos que nos acompañen. Así ganaremos. Muchos, muchos, desde hace años, siglos, se rebelaron y perdieron. Que nadie se acobarde pensando en la derrota porque es peor ser esclavo sin pelear».

En el fragmento citado de la novela *El mundo es ancho y ajeno*, de Ciro Alegría, ¿qué temática de la obra se puede colegir?

- A) La lucha por la tierra
B) El espíritu servil del indio
C) La ambición del gamonal
D) El atropello del gobierno

Solución:

En el fragmento, se evidencia el tema central de la obra: la lucha por la tierra. Se invoca a la unión, pese a la posibilidad de una derrota, pues es necesario pelear por sus tierras, medio de subsistencia que les permite vivir libres de la explotación del gamonal.

Rpta.: A

7. «Ahora permítame manifestarle que necesito gente para que declare. Ya hemos dicho que las tierras de Umay van hasta la llamada quebrada de Rumi. Además, habrá que hacer destruir de noche los hitos que van del arroyo Lombriz a El Alto y decir que las tierras de la comunidad son las que quedan en torno de la laguna Yanañahui. Así damos el golpe de gracia... Yo he estudiado muy bien el expediente y por eso me demoré un poco en informarle. Quiero ahora los testigos... Los grandes ojos de don Álvaro brillaban».

Del fragmento citado de *El mundo es ancho y ajeno*, de Ciro Alegría, es posible colegir que

- A) pese a ganar el juicio, Amenábar expulsará a los comuneros.
B) aún existen funcionarios que no ceden ante los poderosos.
C) los comuneros serán sobornados para abandonar sus tierras.
D) Amenábar usa artimañas para inclinar la justicia a su favor.

Solución:

En el fragmento citado de *El mundo es ancho y ajeno*, de Ciro Alegría, se evidencia cómo se están coludiendo Amenábar y su abogado Íñiguez para inclinar la justicia a su favor y despojar a los comuneros de sus tierras.

Rpta.: D

8. «Cosechaban los adultos, los jóvenes, los niños, los viejos. Rosendo acaso más lento que los demás, se confundía con todos y parecía no ser el alcalde sino solo un anciano labriego contento. Anselmo, el arpista, estaba hacia un lado, sentado en una alta baqueta y tocando su instrumento. Las notas del arpa, las risas las voces, el rumor de las hojas secas y el chasquido de las mazorcas al desgajarse, confundíanse formando el himno feliz de la cosecha».

A partir del fragmento citado de la novela *El mundo es ancho y ajeno*, de Ciro Alegría, seleccione la alternativa que completa correctamente el siguiente enunciado: «La comunidad de Rumi es descrita como un espacio

- A) de lucha solidaria y de enfrentamiento social».
- B) donde la tradición es considerada intrascendente».
- C) de fraternidad en donde la vida del indio es digna».
- D) parcialmente aislado del mundo urbano costeño».

Solución:

La comunidad representada por Alegría se fundamenta en la solidaridad y la justicia entre sus miembros. Además, es descrita como un espacio donde prima la fraternidad y la vida del indio es digna.

Rpta.: C

9. «Crujían los maderos. Rechinaban los cerrojos y las cadenas. Los gendarmes de guardia entraron soltando tiros y los presos se guarecieron tras de las paredes. Las balas perforaban las puertas hundiéndose en los muros fronterizos con golpe sordo. Los días pasaban con más tristeza y monotonía pues el riguroso encierro continuó. Nada se sabía de los perseguidores del Fiero Vásquez. Entretanto el subprefecto, con el pretexto de que la provincia estaba agitada, metía presos por docenas. A cada recluso le cobraba cinco soles para dejarlo en libertad. ¡Y cuidado con seguir alterando el orden público!».

De acuerdo con el fragmento citado de *El mundo es ancho y ajeno*, de Ciro Alegría, ¿qué tema desarrollado en la novela se evidencia?

- A) La corrupción y la venalidad de las autoridades
- B) La lucha de los campesinos por recuperar la libertad
- C) El espíritu solidario de los comuneros para sobrevivir
- D) El sistema de justicia que ampara a los desposeídos

Solución:

En el fragmento citado de la novela, se desprende el tema de la corrupción en el accionar de los funcionarios; el subprefecto deja en libertad a los presos a cambio de un pago económico.

Rpta.: A

10. «Se desgranó el maíz y se realizó la ventea del trigo. Y la ventea fue larga y lenta, como cabe esperar de la ayuda de un viento remolón que necesita que lo llamen. [...] Durante las noches, grupos de comuneros hacían fogatas con porciones de paja venteada y en ellas asaban chiclayos. Parlaban alegremente saboreando las dulces tajadas y después masticaban la coca mientras alguien contaba un cuento. Una vez, Amadeo Illas fue requerido para que narrara y contó la historia de *Los rivales y el juez*. En cierta ocasión la narró en el pueblo y un señor que estuvo escuchando dijo que encerraba mucha sabiduría [...] Se la había escuchado a su madre, ya difunta, y ella la aprendió de un famoso narrador de historias apodado Cuentero».

A partir del fragmento citado de la novela *El mundo es ancho y ajeno*, de Ciro Alegría, se desprende que uno de los temas abordados consiste en

- A) las creencias tradicionales como fuente de progreso.
- B) la sabiduría popular asociada a las tradiciones orales.
- C) el interés de los comuneros por conservar sus tierras.
- D) el acervo cultural heredado del feudalismo tradicional.

Solución:

De acuerdo con el fragmento citado, se evidencia la temática de la sabiduría popular mediante la narración de relatos populares, mantenidos por la tradición y en el marco de las actividades agrarias de la comunidad de Rumi.

Rpta.: B

Psicología

EJERCICIOS

1. Identifique la alternativa que expresa una conducta aprendida.
- A) José, producto de su demencia senil, se vuelve agresivo y celoso con su esposa.
 - B) Adita se aleja de los enchufes, porque antes recibió una descarga eléctrica.
 - C) Luis se sobresaltó cuando escuchó la potente bocina de un auto detrás de él.
 - D) Rosa retiró reactivamente la mano de su cama, al pincharse con un alfiler.

Solución:

Para que una conducta califique como aprendida debe de contener tres criterios: a) significar un cambio, b) permanecer en el tiempo y c) interacción del sujeto con el entorno (experiencia o práctica). La única alternativa que cumple dichos criterios es el caso de Adita que aprendió a alejarse de los enchufes, luego de la experiencia de recibir una descarga eléctrica.

Rpta.: B

2. Algunos padres adoptan medidas disciplinarias con sus hijos en forma arbitraria y contradictorias para éstos. Así, cuando el hijo se pone malcriado, pero gracioso; el padre celebra estas conductas con sonrisas y aplausos. Sin embargo, cuando está molesto y el hijo muestra la misma conducta, el papá le lanza una mirada amenazante logrando cesar dicha conducta. Los principios conductuales aludidos son el _____ y _____, respectivamente.
- A) reforzamiento negativo – castigo negativo
B) castigo negativo – reforzamiento negativo
C) reforzamiento positivo – castigo positivo
D) castigo negativo – castigo positivo

Solución:

En el primer caso, la acción del padre de celebrar la conducta del hijo, ilustra el principio de reforzamiento positivo, puesto que incrementa la probabilidad que dicha conducta vuelva a ocurrir y además adiciona un elogio. En el segundo caso, rige el castigo positivo, debido que la mirada amenazante logra cesar la conducta del niño y suma un estímulo aversivo (mirada amenazante).

Rpta.: C

3. Un anuncio publicitario en TV presentaba, periódicamente, el logotipo de una empresa telefónica, teniendo como música de fondo a la melodía de la conocida y pegajosa canción «Des-pa-ci-to». De este modo, el spot logró obtener en la teleaudiencia una reacción agradable hacia la referida empresa. Del caso, identifique la alternativa que cumple la función del estímulo incondicionado.
- A) El logotipo de la referida empresa telefónica.
B) La melodía de la canción «Des-pa-ci-to».
C) El anuncio publicitario que aparece en la televisión.
D) La teleaudiencia que presencia el spot publicitario.

Solución:

Según el modelo de aprendizaje por condicionamiento clásico al que alude el caso, un estímulo incondicionado es aquel que no requiere de entrenamiento previo para producir una respuesta reactiva y «natural» (incondicionada). En el caso, la melodía de la canción «Des-pa-ci-to» cumple la función de un estímulo incondicionado, porque antes del spot desencadenaba una respuesta reactiva de agrado.

Rpta.: B

4. Carlos al ingresar a su aula, observa a su profesor y compañeros; luego, se desplaza hacia la carpeta ubicada al fondo del aula y siempre se sienta ahí. Ese sitio le permite jugar con su compañero del costado. Según la triple relación de contingencia, identifique el estímulo que mantiene la conducta de Carlos.
- A) Los compañeros de aula
B) El profesor en el aula
C) El compañero del costado
D) La ubicación de su carpeta

Solución:

Según el modelo de condicionamiento operante, la variable que mantiene la conducta es el estímulo reforzador. En el caso referido, la conducta de Carlos de sentarse al fondo del aula, es mantenida y reforzada por la presencia del compañero que se sienta a su costado, con quien juega.

Rpta.:C

5. La conducta supersticiosa pretende atraer la buena suerte o evitar desgracias con acciones azarosas. Por ejemplo, Leo siempre se pone su camisa «John Holden» de color celeste, para aprobar en los exámenes parciales, porque en el pasado tuvo éxito con ello. A su vez, Roberto evita asistir a reuniones importantes los días «martes 13», porque según él siempre le va muy mal en esos días. Según los principios del condicionamiento operante, identifique el valor de verdad (V o F) de las proposiciones siguientes:

- I. La conducta de Leo se rige por el principio de reforzamiento positivo.
- II. El castigo negativo es el principio que controla la conducta de Roberto.
- III. Ambos casos de supersticiones son ejemplos de reforzamiento negativo.

- A) VVF B) FFF C) VVF D) VFF

Solución:

- I. (V): La conducta de Leo de ponerse la referida camisa se mantiene por reforzamiento positivo, al obtener éxito en sus exámenes.
- II. (F): La conducta de Roberto se mantiene por reforzamiento negativo porque evita atraer la «mala suerte».
- III.(F): Ambos casos de supersticiones están regidos por principios conductuales operantes diferentes.

Rpta.: D

6. Identifique la alternativa que comprenda un ejemplo de aprendizaje adquirido por el modelo de condicionamiento operante.

- A) Juan es violento con sus amigos después de observar videojuegos «GTA».
- B) Ricardo rechaza estudiar el curso de biología porque el profesor es déspota.
- C) Rosaura solicita ayuda a su amigo porque éste en el pasado la apoyó.
- D) Hugo expresa melancolía al escuchar la canción preferida de su hijo fallecido.

Solución:

En el modelo de condicionamiento operante se afirma que un sujeto aprende por las consecuencias que produce su conducta; por tanto, la única alternativa que cumple dicho criterio es aquella que señala que Rosaura acude a solicitar ayuda a su amigo puesto que en el pasado recibió obtuvo su apoyo.

Rpta.: C

7. Identifique la alternativa que establezca una relación válida entre estímulo incondicionado y respuesta incondicionada.

- A) Observar a una persona desaliñada – Mostrar sorpresa.
- B) Inhalar emanaciones fétidas – Manifestar asco.
- C) Pasar al lado de un perro de raza bóxer – Reacción de Miedo.
- D) Observar la propaganda de políticos corruptos – Expresar cólera.

Solución:

El estímulo incondicionado (E.I.) es aquel que es capaz de provocar una respuesta innata de manera refleja y natural (R.I.). Esta relación solo se aprecia en la alternativa que menciona el hecho de manifestar asco (R.I.) ante la presencia de emanaciones fétidas (E.I.), puesto que todas las personas, sin excepción, sentirían asco.

Rpta.: B

8. Ruperto padece de un trastorno que lo lleva a verificar infinidad de veces que las llaves y perillas de agua, cocina y gas estén bien cerradas. A su amigo le comenta que, luego de verificar el estado de estos objetos, siente un gran alivio, reduciendo sus sensaciones de malestar y tensión. El modelo conductual que explica el aprendizaje de este trastorno se denomina

- A) condicionamiento clásico.
- B) asociación de estímulos.
- C) aprendizaje social.
- D) condicionamiento operante.

Solución:

El modelo del condicionamiento operante afirma que se aprende por las consecuencias que produce la conducta. En este caso, la conducta compulsiva de verificar el estado de objetos se mantiene porque reduce la intensidad de sensaciones propioceptivas de malestar y tensión.

Rpta.: D

9. Reider, en el primer encuentro con su vecina Saraí, experimentó una reacción de simpatía y confianza hacia ella, tenía la impresión de haberla conocido antes. Posteriormente, José, su hermano, le advirtió: «Saraí tiene el rostro y sonrisa parecida a nuestra querida difunta hermana». Del caso aludido, identifique las proposiciones correctas en relación a la conducta de Reider.

- I. Su reacción de simpatía es producto de un aprendizaje instrumental.
- II. La hermana de Reider representaría al estímulo incondicionado.
- III. La simpatía que siente Reider hacia Saraí es una respuesta condicionada.
- IV. Para Reider la presencia de Saraí es un estímulo incondicionado.

- A) I y II
- B) I y IV
- C) II y III
- D) III y IV

Solución:

Las proposiciones correctas son:

II. La hermana de Reider cumpliría la función de un estímulo incondicionado porque su hermana genera en Reider, una respuesta «natural» de simpatía (simboliza, funcionalmente, al estímulo incondicionado).

III. La simpatía que siente Reider hacia Saraí es una respuesta condicionada, debido a que Reider al asociar el rostro de Saraí con el de su hermana (E.I.) adquirió la propiedad de generar la respuesta de simpatía (R. condicionada)

Rpta.: C

10. Un colegio tiene como norma, tomar exámenes semanales a sus alumnos, por tanto, éstos han aprendido a estudiar permanentemente. Sin embargo, ante una prolongada ausencia del Director han dejado de evaluar a sus alumnos. En consecuencia, se puede predecir que, los alumnos _____ por el principio conductual de _____.

- A) tendrán que estudiar – reforzamiento positivo
B) desaprobarán los cursos – reforzamiento negativo
C) serán evaluados con rigor – castigo negativo
D) dejarán de estudiar – extinción de respuesta

Solución:

En el condicionamiento operante la extinción se produce cuando una conducta previamente aprendida, deja de emitirse por la ausencia del estímulo reforzador. En este caso la ausencia del estímulo reforzador sería la falta de exámenes.

Rpta.: D

Educación Cívica

EJERCICIOS

1. Un periodista expone en un medio televisivo que, durante un interregno parlamentario el Poder Ejecutivo legisla mediante decretos de urgencia y el legislativo solo toma representación en un grupo de parlamentarios. De lo expuesto por el periodista, la representatividad de este poder estatal recae en

- A) la Mesa Directiva.
B) el Consejo Directivo.
C) la Comisión Permanente.
D) una Comisión ordinaria.

Solución:

En caso de la disolución del Congreso, la Comisión Permanente está presidida por el Presidente del Congreso y conformada por no menos de 20 congresistas elegidos por el Pleno y no excede el 25% del número total de congresistas queda a cargo del Congreso. La función que cumplirá esta Comisión será evaluar las normas emitidas por el ejecutivo y entregarlos al siguiente parlamento a elegir, como control político.

Rpta.: C

2. El Poder Legislativo reside en el Congreso de la República, el cual consta de una sola cámara y su función principal es emitir, modificar, interpretar y derogar leyes. De lo mencionado, identifique otras funciones que también le competen a este poder estatal.
- Emitir decretos legislativos en asuntos económicos y financieros.
 - Realizar investigaciones sobre la conducta política del Gobierno.
 - Nombrar autoridades del Estado en instituciones culturales públicas.
 - Modificar una ley orgánica que rige a un Órgano Constitucional Autónomo.
- A) Solo III B) II y III C) I, II y IV D) II y IV

Solución:

- Emitir decretos legislativos en casos económicos y financieros. El decreto legislativo es una atribución del presidente de la República.
- Realizar investigaciones sobre la conducta política del Gobierno. Es una función del Congreso de control político.
- Nombrar autoridades del Estado en instituciones culturales públicas. No es competencia del Congreso nombrar autoridades públicas.
- Modificar la ley orgánica que rige a un Organismo Constitucional Autónomo. Es competencia exclusiva del Congreso el modificar, derogar y modificar leyes orgánicas.

Rpta.: D

3. En las normas legales del diario oficial "El Peruano" se publica lo siguiente: "el Congreso de la República, de conformidad con la Constitución Política, ha resuelto acceder a la petición formulada por el señor presidente Constitucional de la República y en consecuencia a autorizarlo para salir del territorio nacional del 15 al 17 de marzo del presente año con el objeto de viajar a la República de Colombia a fin de participar en la ceremonia de trasmisión de mando". Esta autorización, que emite este poder del Estado se realiza mediante
- A) una resolución legislativa. B) un decreto legislativo.
C) un decreto de urgencia. D) una ley orgánica.

Solución:

Las resoluciones legislativas son normas emitidas por el Congreso con la finalidad de regular algunos temas específicos o la materialización de decisiones de efectos particulares. Ejemplo: autorizar al presidente de la República a salir del país.

Rpta.: A

4. La amnistía es una acción emitida por un poder del Estado, de manera exclusiva. De lo mencionado, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados respecto a este instrumento jurídico.
- Es una atribución emitida mediante una ley dada por el Congreso.
 - Es revisado en primera instancia por el Poder Judicial.
 - Consiste en el olvido de la pena y anula los antecedentes penales.
 - Modifica una sentencia judicial a cambio de otra menor por enfermedad.
- A) VVFF B) VFVF C) FFFV D) VFFV

Solución:

La amnistía es aquella figura constitucional en virtud de la cual el Estado, por razones de alta política, perdona el delito y olvida. Esta concesión corresponde exclusivamente al Congreso, de conformidad al inciso 6, del Artículo 102 de la Constitución Política, no es revisable en sede judicial. Se requiere que se emita una Ley de Amnistía para que pasen a ser inocentes los sentenciados.

- I. Es una acción legal emitido mediante una Ley por el Congreso. **Es verdadero** porque es competencia exclusiva del Congreso de la República.
- II. Es revisado en primera instancia por el Poder Judicial. **Es falso** porque el Poder Judicial no tiene la competencia de revisar esta acción, es exclusividad del legislativo.
- III. Consiste en el olvido de la pena y anula los antecedentes penales. **Es verdadero** porque es la acción jurídica del Congreso que anula y borra una sentencia judicial, así como antecedentes penales.
- IV. Modifica una sentencia judicial a cambio de otra menor por enfermedad. **Es falso** porque la amnistía no modifica una sentencia judicial a cambio de otra, olvida y perdona el delito.

Rpta.: B



Historia

EJERCICIOS

1. En el Perú, el siglo XVIII es conocido como el periodo de las insurrecciones andinas. Los levantamientos populares estremecieron el sistema colonial. La historiadora O'Phelan sostiene que entre 1720 y 1790 ocurrieron más de cien levantamientos armados. Ellos intentaron tomar el poder mediante la fuerza, reemplazar autoridades y revivir, de esa manera, el imperio de los incas.

Dicho ello, señale cuáles fueron las causas del levantamiento de Túpac Amaru II.

- I. Legalización e incremento de los repartos mercantiles.
- II. Establecimiento de la Audiencia en el Cusco.
- III. Las reformas fiscales implementadas por los Borbones.
- IV. Incremento de la explotación de los indígenas en la minería.
- V. Decreto de libre comercio entre España y sus colonias.

A) I, III y IV

B) III y V

C) III, IV y V

D) I, II y III

Solución:

Durante el reinado de los borbones se iniciaron una serie de reformas en Hispanoamérica que afectaron a los criollos e indígenas. Estos últimos se vieron perjudicados por las reformas fiscales: elevación del tributo indígena, incremento de las alcabalas y las aduanas, la legalización y el incremento de los repartos de mercancías y la injusta explotación de los indígenas en las minas, como Potosí.

Rpta.: A

2. A fines del siglo XVIII los Borbón tomaron el poder en España, luego de la guerra de sucesión española, se inició una serie de reformas en beneficio de la Corona. Las pretensiones borbónicas por retomar el control de sus colonias originaron el descontento de diferentes grupos sociales. De las siguientes alternativas mencione cuáles podrían ser consideradas como medidas que se realizaron a nivel político.

- I. Implantación de la Real Audiencia en el Cuzco.
- II. La relegación de los criollos en los cargos públicos.
- III. Aumento de la alcabala (impuesto de compra y venta).
- IV. Expulsión de los jesuitas de todos los dominios coloniales.
- V. Creación de las intendencias siendo reemplazados los corregimientos.

A) I, II, III

B) III, IV, V

C) II, IV, V

D) I, II, V

Solución:

El proyecto de los Borbón en el siglo XVIII tenía como objetivo reorganizar el virreinato en favor de España. Se reorganizó la educación, el ejército, el sistema aduanal. En el ámbito político se creó la Real Audiencia del Cuzco, la relegación de los criollos en los altos puestos burocráticos y la creación de las Intendencias.

Rpta.: D

3. A pesar de su fracaso, el movimiento de Zela fue importante porque demostró claramente el deseo que había en esta región de reunificar el sur peruano y el Alto Perú. Asimismo, demostró que los rebeldes criollos de las provincias, que en general se encontraban bastante más cerca de los indios que sus refinados congéneres blancos en Lima, tanto física como socialmente estaban dispuestos a aliarse con los jefes indígenas en su intento por derribar el gobierno español. Uno de los aliados más cercano a Zela fue el cacique indio Toribio de Ara, cuyo hijo, José Rosa Ara, dirigió el ataque a las barracas de Tacna el 20 de junio; los seguidores indios de este último se codearon luego con los blancos y mestizos en la ciudad el 23 de junio (Fisher, J. 2000. *El Perú borbónico, 1750-1824*. Lima: IEP).

De acuerdo a la cita anterior podemos afirmar que

- I. las reformas borbónicas fueron la causa principal del levantamiento.
- II. José Rosa Ara, participó activamente en el movimiento de Zela.
- III. fueron dirigidas por los caciques con el apoyo de los criollos de la ciudad.
- IV. los protagonistas de la rebelión fueron generalmente criollos e indios.

A) I, III, IV

B) II, IV

C) I, II, III

D) I, II

Solución:

Los enunciados II y IV son verdaderos, mientras que los enunciados I y III son falsos. La lectura informa sobre el fracaso del movimiento de Francisco de Zela en el sur pero también sobre las alianzas de los criollos provinciales y los indígenas, el caso más resaltante es el apoyo brindado de José Rosa Ara que dirigió el ataque a las barracas de Tacna.

Rpta.: B

4. Tras la invasión del ejército francés, el Consejo de Regencia asumió el poder hasta la convocatoria de las Cortes Generales. Las Cortes se instalaron en la ciudad de Cádiz en 1810. Uno de los acuerdos que tomaron fue declarar la igualdad política entre peninsulares y criollos ¿Cuál es la importancia de las Cortes de Cádiz para la realidad americana?
- A) El establecimiento del derecho universal al voto irrestricto de los criollos.
B) Elegir representantes en las cortes que luchen por nuestra independencia.
C) Se generan espacios públicos para el debate político de la realidad americana.
D) La lucha de representantes indígenas por la igualdad ante los españoles.

Solución:

Las Cortes de Cádiz convocaron representantes de las provincias de América, estos diputados participaron de la elaboración de la Constitución. Las cortes establecieron que los asuntos políticos recaían sobre las asambleas locales y centrales. Las diputaciones provinciales son integradas por personas elegidas por votación, con derecho de designar representantes ante las Cortes que llevaban e sentir de la población.

Rpta.: C

5. Determine la verdad (V) o falsedad (F) de los siguientes enunciados relacionados a la Corriente Libertadora del Norte.
- I. Bolívar, por invitación del Congreso, arribó al Perú e inmediatamente se le confirió el título de dictador.
II. Luego de la victoria de Junín, La Serna se dirigió hasta Ayacucho donde se enfrentó con el ejército patriota.
III. El Congreso de Panamá convocó a delegados de México, Gran Colombia, Perú, Argentina y Chile.
IV. Después del fracaso de la Federación de los Andes, Bolívar se retiraría a la Gran Colombia y se convocaría al Congreso.
- A) VFVV B) VVFF C) VFFV D) VFVF

Solución:

Los enunciados I, III y IV son verdaderas, sólo el enunciado II es falso. Hacia los años de 1823, el ejército realista mantenía el control de las provincias más importantes en el centro y sierra sur, ello hacía peligrar la independencia. En medio de estos problemas Bolívar arribó al Perú por invitación del Congreso. A inicios de 1824 se produjo una crisis interna realista la que permitió la victoria en la batalla de Junín y posteriormente la de Ayacucho. Los grandes proyectos políticos de Bolívar fueron un fracaso.

Rpta.: A

Geografía

EJERCICIOS

1. Una ecorregión es un área geográfica que se caracteriza por contar con similares condiciones climáticas, edáficas, hidrológicas, florísticas y faunísticas, donde los diferentes factores actúan en estrecha interdependencia. A partir del enunciado, identifique las proposiciones que se relacionen con el tema.

- I. El clima de la selva amazónica refleja mejor la influencia latitudinal.
- II. La temperatura del mar frío ejerce influencia en el clima del sector norte.
- III. En los esteros de la costa septentrional encontramos moluscos.
- IV. Las neblinas invernales caracterizan a la llanura meridional costera.

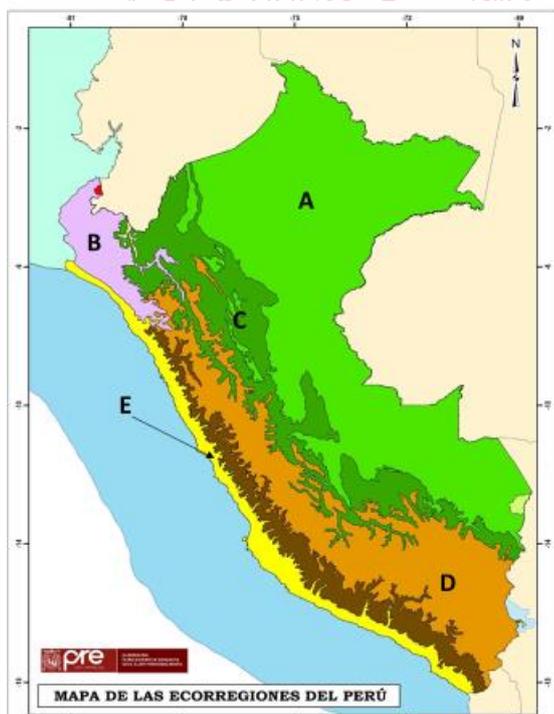
- A) I y III B) II y III C) I, III y IV D) I, II y IV

Solución:

- I. El clima de la selva amazónica refleja mejor la influencia latitudinal.
- II. La temperatura de las aguas del mar frío ejerce gran influencia en el clima de la costa del sector centro sur.
- III. En los esteros de la costa septentrional encontramos moluscos, crustáceos y bosques de manglares.
- IV. En su llanura meridional costera se caracteriza por presentar abundantes neblinas invernales.

Rpta.: C

2. En el Perú se han clasificado once ecorregiones con sus propias características. Algunas de estas se han representado con letras en el mapa. A partir de su observación determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.



I. **A** es el bosque tropical del Pacífico y **B** es el bosque seco ecuatorial.

II. **C** es la selva alta y ocupa la mayor parte del flanco oriental de los Andes.

III. **D** es la puna y los altos andes, tiene un clima frígido y gélido, en el sur presenta una mayor amplitud.

IV. **E** se extiende al oriente de la serranía esteparia y tiene el mismo relieve que **B**

- A) FVVF
- B) FFVV
- C) VFVF
- D) VVFF

Solución:

- I. **A** es la de mayor extensión terrestre y representa al bosque tropical amazónico, zona de mayor biodiversidad y **B** representa al bosque seco ecuatorial.
- II. La ecorregión **C** es la Selva Alta, la mayor parte se extiende hacia el flanco oriental de cordillera de los Andes, registra tres pisos altitudinales.
- III. **D** es la ecorregión puna y los altos andes, tiene un clima frígido y gélido por encima de los 5000 msnm., su mayor extensión es hacia el sur del país.
- IV. **E** es el desierto del Pacífico y se extiende al occidente de la serranía esteparia, su relieve es llano con ciertas ondulaciones. **B** representa al bosque seco ecuatorial y su relieve es llano hacia el noroeste y montañoso hacia el sur.

Rpta.: A

3. Según la tesis del Dr. Antonio Brack, el Perú tiene once ecorregiones que se caracterizan por tener similares condiciones climáticas, edáficas, hidrológicas, florísticas y faunísticas, que actúan en estrecha interdependencia. Con respecto a estas áreas geográficas establezca la relación correcta.

- I. Bosque tropical del Pacífico
- II. Páramo
- III. Sabana de Palmera
- IV. Desierto del Pacífico

- a. Tiene especies de río como el camarón.
- b. Alberga abundantes plantas epífitas.
- c. Es una meseta fría con alta humedad.
- d. Es una llanura con arbustos dispersos.

- A) Ia, IIb, IIIc, IVd B) Ib, IIc, IIIId, IVa C) Ic, IIb, IIIa, IVd D) Id, IIc, IIIb, IVa

Solución:

- I. Bosque tropical del Pacífico, presenta abundantes plantas epífitas como la salvajina.
- II. Páramo, es una meseta andina con altas cumbres, su clima es frío muy húmedo.
- III. Sabana de palmeras, es una llanura con arbustos dispersos y pastos altos, destaca el aguaje, el huasaí y tahuarí.
- IV. Desierto del Pacífico, es rica en especies endémicas como: cernícalo, aguilucho, tortolita peruana, lagartijas y serpientes, bagre, lisa; crustáceos: camarón de río.

Rpta.: B

4. Un grupo de turistas desea conocer algunas regiones naturales de la provincia de Huarochirí, región Lima. Para dicho fin, parten desde la Plaza Mayor de Lima (161 msnm), siguen la ruta por Chosica (850 msnm), Matucana (2378msnm), Chicla (3793 msnm) y Casapalca (4652 msnm), donde concluye su objetivo. Considerando la altitud de forma ascendente, ¿qué regiones naturales conocieron los turistas en la referida ruta?

- A) Chala, Yunga fluvial, Quechua, Puna y Janca.
 B) Yunga marítima, Quechua, Janca, Puna y Suni.
 C) Chala, Quechua, Yunga fluvial, Suni y Jalca.
 D) Chala, Yunga marítima, Quechua, Suni y Puna.

Solución:

Partiendo desde el Cercado de Lima hasta Casapalca conocerán:

- ✓ Lima(161msnm) – Chala
- ✓ Chosica (850 msnm) _ Yunga marítima
- ✓ Matucana (2378msnm) _ Quechua
- ✓ Chicla (3793 msnm) _ Suni o Jalca
- ✓ Casapalca (4652 msnm) _ Puna

Rpta.:D

Economía **EJERCICIOS**

1. De acuerdo con la CEPAL, este año la pobreza en el Perú podría subir entre 2 y 3,5 p.p. lo que implicaría un retroceso de 5 años. El alargamiento de la cuarentena posiblemente empuje al alza esa cifra de manera considerable. A escala regional, la entidad prevé una pérdida de 13 años en la lucha contra la pobreza.

Mitigar el impacto de la crisis actual dependerá de políticas oportunas y acciones focalizadas.

¿Qué alternativa no sería la correcta?

- A) Las transferencias sociales. B) Generar empleo temporal nuevo.
 C) Activar las micro finanzas formales. D) Incrementar impuestos a las empresas.

Solución:

Las transferencias sociales son fundamentales (bonos, las canastas municipales de bienes, entre otros). Empleo temporal nuevo que sea productivo en las circunstancias actuales. Micro finanzas formales a nivel muy pequeño, pues las personas vulnerables requieren micro capital. Los aumentos de impuestos pueden ayudar al gobierno a un mayor flujo de recursos en el corto plazo, estructuralmente, a mediano y largo plazo repercutirán en menos empleo y reducción de la actividad económica.

Rpta.: D

2. Nuestro objetivo es que el Perú consolide su desarrollo energético con servicios de calidad, asequibles y seguros, así como también afianzar la sostenibilidad y seguridad del sector energético minero y convertirnos en la institución del Estado peruano de mayor credibilidad y confianza.

De acuerdo al texto anterior, la entidad reguladora a la cual se hace referencia es

- A) SUNASS. B) OSITRAN. C) OSINERGMIN. D) OSIPTEL.

Solución:

OSINERGMIN, es la institución encargada de la regulación tarifaria y la supervisión de las empresas que operan en el sector de electricidad, hidrocarburos y minero, con el objetivo de que estas cumplan con las disposiciones legales de las actividades que desarrollan.

Rpta.: D

3. Antes de presentar un reclamo en la institución indicada, lo realices con tu proveedor de bienes y/o servicios. Así, podrás tener la posibilidad de llegar a un acuerdo con él y resolver el problema. Se sugiere agotar un diálogo con este y, de no llegar a un acuerdo, tienes la opción de llenar su Libro de Reclamaciones virtual o físico. El proveedor tendrá un plazo de 30 días calendario para atender tu reclamo. Si estás de acuerdo con su respuesta, tu trámite termina en este momento. En cambio, si no desean escucharte, no te dan una respuesta o esta no te satisface, podrás hacer tu reclamo ante _____ por su portal de reclamos.

- A) OSIPTEL B) INDECOPI C) SUNASS D) OSITRAN

Solución:

Indecopi es el organismo público que protege a los consumidores frente a la adquisición de productos y servicios en general.

Rpta.: B

4. En nuestro imaginario colectivo, los productos derivados del petróleo pueden ser unos elementos muy abstractos. Es decir, la mayoría de nosotros sabemos que se utilizan en su mayoría como combustibles para dotar de energía a nuestras máquinas de uso diario, ignorando los cientos de usos y derivados que provienen de su explotación, consiguiendo la fabricación de artículos que son tan habituales y cotidianos que a más de uno podrían sorprender (jabones, cosméticos, perfume y tintes).

De acuerdo al texto anterior, ¿a qué clase de consumo se refiere y a qué sector?

- A) Consumo humano directo – Sector primario
B) Consumo humano indirecto – Sector primario
C) Consumo humano indirecto – Sector secundario
D) Consumo humano directo – Sector secundario

Solución:

El consumo humano indirecto es la proporción de las materias primas que tienen como destino el consumo industrial para posteriormente llegar al consumidor final. Comprende enteramente los bienes producidos en el sector secundario. Por ejemplo, el petróleo.

Rpta.: C

5. La clase media se reducirá de 47% a 40% este año debido al efecto económico de coronavirus, según el análisis de Macroconsult. De acuerdo al estudio, este segmento pasaría a integrar el sector pobre del país, con lo cual la pobreza aumentaría de 20 a 27% o al sector no pobre vulnerable que subirá a 20% el 2020. De acuerdo al texto, ¿A qué nivel de consumo se refiere y en qué orden?
- A) Holgura y pobreza
B) Holgura y extrema pobreza
C) Riqueza y pobreza
D) Riqueza y holgura

Solución:

Holgura, es la situación en la que se encuentran aquellas personas que tiene un ingreso mensual mayor a la línea de pobreza, lo que les permite cubrir una canasta básica de consumo, muchos sostienen que representa la clase media del país. La pobreza aumentaría de 26.9% en el 2019 a 39.9% en el 2020 como consecuencia directa de la pandemia. ... "Perú puede retroceder una década en la superación de la pobreza si no toma medidas para evitarlo.

Rpta.: A

6. En el grupo Alquiler de Vivienda, Combustibles y Electricidad aumentaron los precios del gas propano doméstico (1,2%), tarifas de electricidad residencial (0,8%) debido al nuevo pliego tarifario vigente desde el 14 de junio de 2020, y el carbón de palo (0,2%). No obstante, disminuyó el precio del gas natural por red para vivienda (-1,0%) por los nuevos pliegos tarifarios del 1 al 10, del 11 al 14 y del 15 de junio del presente año. De acuerdo al párrafo, ¿básicamente a que indicador macroeconómico se refiere?
- A) Inflación
B) IPC
C) PBI
D) PNN

Solución:

IPC, es el indicador que sirve para calcular mensualmente la evolución de la inflación. El incremento del nivel agregado de precios es igual a un aumento de los precios. En el Perú, es equivalente al Índice de Precios al consumidor.

Rpta.: B

7. Un padre de familia ha presupuestado que el próximo mes, además de los gastos fijos del alquiler y servicios públicos, la alimentación, la movilidad, ropa de marca y la salud, comprará un carro Kia, regalara a su esposa por aniversario una sortija de oro y adquirirá un paquete turístico a Walt Disney World. De los gastos programados, ¿Cuáles no se consideran en la canasta de consumo?
- A) Ropa de marca y carro Kia
B) Carro Kia y paquete turístico Walt Disney
C) Paquete turístico Walt Disney y sortija de oro
D) Carro Kia y sortija de oro

Solución:

La canasta que usa el INEI está conformada por alimentos y bebidas, vestido y calzados, alquiler de viviendas, mantenimiento de vivienda, salud, esparcimiento y educación. De acuerdo a la pregunta, carro Kia y la sortija de oro no entra en la canasta de consumo.

Rpta.: D

8. A raíz del comunicado que emitió la empresa de aerolíneas LATAM sobre el acuerdo arribado con los trabajadores para reducir al 50% sus remuneraciones por el COVID-19, el autor se plantea como interrogante la validez de dicha reducción de haber sido impuesta unilateralmente por el empleador. Al respecto, señala que, dado que la remuneración no es un derecho ilimitado resulta viable su reducción no consensuada, siempre que obedezca a causas objetivas (fuerza mayor o caso fortuito) y se ajuste a criterios de excepcionalidad, razonabilidad y proporcionalidad; no siendo posible en ningún caso, que sea inferior a la remuneración mínima vital. ¿A cuál de las cuatro proposiciones de Engel se enfrentará los trabajadores?
- A) - I, + % Gasto → en alimentos
B) + I, - % Gasto → en alimentos
C) + - I, + % Gasto → vestido, alquiler, luz, combustible
D) + I, + % Gasto → educación, salud, viajes

Solución:

Al reducir las remuneraciones de los empleados en LATAM, se cumple la preposición

- I, + % Gasto → en alimentos

Rpta.: A

9. El incremento en setiembre, de sanciones aplicadas que cuentan con resolución firme del Organismo se sustenta en la sanción impuesta a dos empresas concesionarias del sector portuario: APM Terminals Callao S.A. (Terminal Multipropósito Muelle Norte) por un monto de S/ 71 423 y Transportadora Callao S.A. (Terminal de Embarque de Concentrados de Minerales) por un total de S/ 731, debido a incumplimientos en niveles de servicio y productividad del puerto. Asimismo, el Regulador informó que, en el último mes, solo se aplicó penalidad a la empresa concesionaria Aeropuertos Andinos del Perú S.A., por un aproximado de S/ 900 000. Ello se debió al incumplimiento de monitoreos ambientales trimestrales durante la ejecución de las obras obligatorias en el aeropuerto de Ayacucho, de acuerdo a lo establecido en la Declaración de Impacto Ambiental (DIA). De acuerdo al enunciado, le compete y se hace referencia a la entidad Reguladora conocida como

- A) OSIPTEL. B) INDECOPI. C) SUNASS. D) OSITRAN.

Solución:

Ositran es el Organismo Supervisor de la Inversión en Infraestructura de Transporte de Uso Público, creado en enero de 1998. Somos un organismo público, descentralizado, adscrito a la Presidencia del Consejo de Ministros, con autonomía administrativa, funcional, técnica, económica y financiera.

Rpta.: D

10. Como el total de bienes y servicios producidos es igual al ingreso durante ese lapso, se da la igualdad: es decir, el _____ es siempre igual _____ es más, cuanto más igualitaria sea la distribución del ingreso mayor va a ser el consumo y por tanto el estímulo para que haya más inversión.

A) cambio – al ahorro
C) ahorro – a la inversión

B) ahorro – al ingreso
D) ingreso – al ahorro

Solución:

El ahorro que realiza un país es fundamental para poder financiar las nuevas inversiones que quiera acometer, lo que redundará en un mayor crecimiento de su economía y, a largo plazo, en un mayor nivel de vida.

Rpta.: D

Filosofía

LECTURA COMPLEMENTARIA

El hombre, como si dijéramos, ha descubierto un nuevo método para adaptarse a su ambiente. Entre el sistema receptor y efector, que se encuentran en todas las especies animales, hallamos en él como eslabón intermedio algo que podemos señalar como sistema “simbólico”. Esta nueva adquisición transforma la totalidad de la vida humana. Comparado con los demás animales, el hombre no solo vive en una realidad más amplia sino, por decirlo así, en una nueva dimensión de la realidad. Existe una diferencia innegable entre las reacciones orgánicas y las respuestas humanas. En el caso primero, una respuesta directa e inmediata sigue al estímulo externo, en el segundo la respuesta es demorada, es interrumpida y retardada por un proceso lento y complicado de pensamiento. A primera vista, semejante demora podría parecer una ventaja bastante equívoca; algunos filósofos han puesto sobre aviso al hombre acerca de este pretendido progreso. El hombre que medita, dice Rousseau, “es un animal depravado”: sobrepasar los límites de la vida orgánica no representa una mejora de la naturaleza humana sino su deterioro.

Sin embargo, ya no hay salida de esta reversión del orden natural. El hombre no puede escapar de su propio logro, no le queda más remedio que adoptar las condiciones de su propia vida; ya no vive solamente en un puro universo físico sino en un universo simbólico. El lenguaje, el mito, el arte y la religión constituyen partes de este universo, forman los diversos hilos que tejen la red simbólica, la urdimbre complicada de la experiencia humana. Todo progreso en pensamiento y experiencia afianza y refuerza esta red.

Cassirer, E. (2012). *Antropología filosófica*. México: FCE, p. 47.

1. De lo que plantea Cassirer, se infiere que la esencia simbólica del ser humano se puede interpretar como
- A) la ampliación de una red compartida entre seres vivos.
 - B) la perversión del estado originario del intelecto humano.
 - C) lo que permite superar una naturaleza primigenia y orgánica.
 - D) un nuevo método efector que le permite interpretar su entorno.

Solución:

Según Ernst Cassirer, el sistema simbólico que posee el hombre es lo que interpone entre él y el mundo. El símbolo es “una adquisición que transforma la vida humana” y que, principalmente, funciona superando las respuesta inmediatas y directas ante los estímulos externos. Por ello, se puede ver en el símbolo el resultado de superar a la naturaleza orgánica.

Rpta: C**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Diógenes el Cínico consideraba que lo que el hombre necesita para vivir feliz es realmente muy poco y que no es difícil saber qué requiere, pues el cuerpo y la mente se lo piden. Sin embargo, Diógenes también reconocía que no se puede alcanzar esta felicidad si no disponemos de

- A) la libertad para realizar lo que sentimos o pensamos.
- B) un código moral que nos permita enfrentar el mundo.
- C) leyes y costumbres que protejan nuestra naturaleza.
- D) los medios materiales que nos ayuden a ser felices.

Solución:

Entre los requisitos que Diógenes establecía para alcanzar la felicidad se encontraban una vida sencilla y la autarquía, esto es, la libertad para hacer y decir lo que sentimos o pensamos.

Rpta.: A

2. Jaime alude a la capacidad racional del ser humano para diferenciarlo y definirlo. Piensa que la actividad de pensar y razonar es lo que hace único al ser humano. La perspectiva antropológica de Jaime sería semejante a la concepción aristotélica, siempre y cuando

- A) apostase por otra forma de dualismo menos radical.
- B) reconociese también la dimensión social de la vida humana.
- C) diese a la felicidad mayor protagonismo que a la razón.
- D) aceptase que el hombre es tan solo un animal gregario.

Solución:

Para Aristóteles, el hombre es un animal racional, pero también es un ser social, por lo que la organización político-social es expresión de la naturaleza humana.

Rpta.: B

3. Desde la perspectiva de Karl Marx, las relaciones sociales de producción en las que están insertos los individuos constituyen su naturaleza como seres humanos. De ello se puede colegir que en estos

- A) el ser social determina la conciencia social.
- B) la producción de bienes genera las desigualdades.
- C) las pulsiones vitales son lo verdaderamente esencial.
- D) la dimensión cultural no depende de la económica.

Solución:

Para Karl Marx, la infraestructura (dimensión económico-productiva) determina la superestructura ideológica (costumbres, valores, ideas).

Rpta.: A

4. Si observamos la historia de las civilizaciones, nos daremos cuenta de que el desarrollo técnico y tecnológico ha sido constante y que en la actualidad es fundamental para entender nuestra sociedad. Bajo esta consideración, podríamos definir al ser humano por su

- A) capacidad para negar sus instintos.
- B) necesidad de desarrollar su ser divino.
- C) capacidad para fabricar herramientas.
- D) aptitud para controlar el devenir histórico.

Solución:

Desde la perspectiva naturalista-positivista, el ser humano se puede comprender como un fabricante de herramientas (*homo faber*), lo que le ha permitido cambiar su modo de vida y su entorno.

Rpta.: C

5. Tras leer a Heidegger, Augusto comenta que conocer las ideas de este pensador le ha permitido darse cuenta del sinsentido que es la vida. "No sabemos por qué estamos aquí. Es absurdo pensar que tenemos algún propósito si finalmente vamos a morir. La muerte vuelve nuestras vidas una incongruencia, así que solo queda esperarla", dice.

Frente a lo expuesto por Augusto, podríamos recordarle que Heidegger

- A) solo vuelve a la reflexión del ser humano para pensar en el mundo temporal.
- B) concluye que la muerte es el punto desde el que podemos crear una vida auténtica.
- C) no asume la inevitabilidad de la muerte porque el análisis del tiempo es inseguro.
- D) escribe sobre la muerte con la finalidad de negarla como un impedimento vital.

Solución:

Cuando el hombre reconoce todas sus posibilidades, percibe que es un ser-para-la-muerte. Esto, según Heidegger, es lo que le permite al hombre dar un sentido auténtico a su vida en cada uno de sus instantes.

Rpta.: B

6. No cabe duda de que el hombre posee cualidades únicas que lo hacen especial. De hecho, el hombre puede pensar el mundo; pero lo más sorprendente es que se puede pensar a sí mismo e incluso volver sobre sus propios pensamientos. A su vez, es característico de su condición el poseer autonomía, ya que no se encuentra supeditado a sus meras pulsiones vitales.

Esta forma de concebir al hombre guarda semejanzas con lo planteado por

- A) Scheler. B) Diógenes. C) Cassirer. D) Heidegger.

Solución:

Lo que diferencia y define al ser humano, según Scheler, son tres características: autonomía existencial, objetivación y autoconciencia.

Rpta: A

7. Existen numerosas muestras de cómo distintos animales utilizan ciertas capacidades similares a las humanas, tales como la elaboración de herramientas y la caza colectiva, con el fin de sobrevivir a circunstancias adversas. Para muchas personas, esto demuestra la gran cercanía que existe entre el ser humano y el resto de animales.

A propósito de lo anterior, Descartes señalaría que

- A) es imposible que otras especies realicen acciones similares a las humanas.
B) la *res extensa* se manifiesta racionalmente en todo ser vivo por obra divina.
C) son pocas las personas capaces de entender los designios del entendimiento.
D) únicamente el ser humano es una sustancia pensante en sentido estricto.

Solución:

Para Descartes, las similitudes señaladas no son suficientes para sostener que entre los seres humanos y los animales no existe una diferencia cualitativa. Mientras que los primeros son, ante todo, *res cogitans*, los segundos no son más que *res extensa*.

Rpta: D

8. Para Marco, pensar que el hombre tiene por diferencia específica el pensamiento es impreciso. El pensamiento, añade, solo funciona mediante el lenguaje; así que, si algo caracteriza al hombre, son los códigos lingüísticos que usa para representar la realidad. Estas ideas de Marco coinciden con la concepción del hombre según la cual este es

- A) una forma de existencia que crea su entorno.
B) un ser capaz de desarrollar sistemas económicos.
C) una realidad caracterizada por su actividad intelectual.
D) un animal cuya esencia es su dimensión simbólica.

Solución:

Para Cassirer, una de las manifestaciones de la naturaleza simbólica del ser humano es su capacidad lingüística, la cual no puede reducirse a lo meramente racional.

Rpta: D

Física

EJERCICIOS

1. Dos partículas tienen cargas eléctricas q^+ y Q^- y están separadas una distancia d . Si experimentan una fuerza de magnitud F , determine el incremento en la distancia para que la magnitud de la fuerza entre ellas sea $F/16$. ($k = 9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{c^2}$).
- A) Incrementar la distancia en d .
 B) Incrementar la distancia en $2d$.
 C) Incrementar la distancia en $3d$.
 D) Incrementar la distancia en $4d$.

Solución:

Fuerza inicial, según la ley de Coulomb

$$F = k \frac{q^+ Q^-}{d^2} \quad (1)$$

Sea x el incremento de distancia, entonces

$$\frac{F}{16} = k \frac{q^+ Q^-}{(d+x)^2} \quad (2)$$

Dividiendo miembro a miembro (1) y (2)

$$16 = \frac{(d+x)^2}{d^2}$$

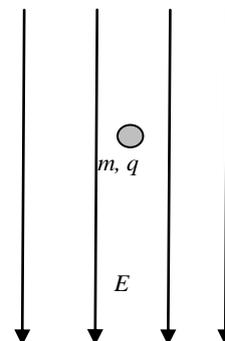
De donde

$$x = 3d$$

Rpta.: C

2. La figura muestra una esferita de masa 1 g y carga $q = 10 \times 10^{-6} \text{ C}$ ubicada en la región de un campo eléctrico uniforme. Si la esferita cargada se encuentra en equilibrio estático, determine el signo de la carga y la magnitud del campo eléctrico. (Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A) Signo negativo, 100000 N/C
 B) Signo positivo, $10\,000 \text{ N/C}$
 C) Signo negativo, $1\,000 \text{ N/C}$
 D) Signo positivo, $1\,500 \text{ N/C}$

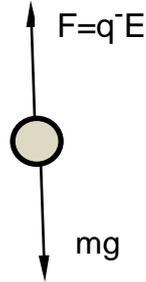


Solución:

En equilibrio estático la fuerza resultante es nula y por consiguiente la fuerza electrostática debe anularse con el peso; esto significa que la carga debe ser negativa.

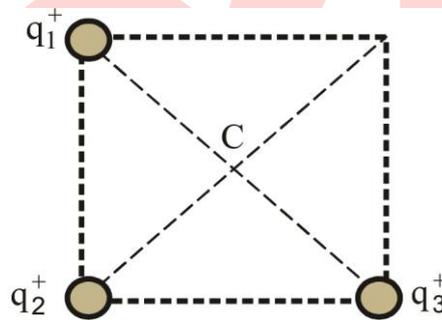
$$q^-E = mg \rightarrow E = \frac{mg}{q^-} = \frac{10^{-3} \times 10}{10^{-5}} \text{ N/C}$$

$$E = 1000 \text{ N/C}$$

**Rpta.: C**

3. Tres partículas cargadas positivamente están en los vértices de un cuadrado cuya diagonal es 20 cm. Si sus cargas eléctricas son de igual magnitud $q_1^+ = q_2^+ = q_3^+ = 10^{-6} \text{ C}$. Determine la magnitud del campo eléctrico el centro del cuadrado.

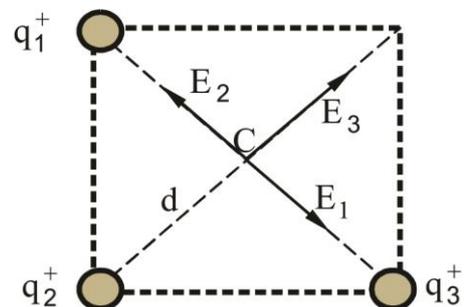
- A) $10 \times 10^5 \text{ N/C}$
 B) $2 \times 10^5 \text{ N/C}$
 C) $9 \times 10^5 \text{ N/C}$
 D) $6 \times 10^5 \text{ N/C}$

**Solución:**

Los campos E_1 y E_2 se anulan entre sí, por tener igual magnitud y sentidos contrarios; por consiguiente el campo resultante en C es E_3

$$E_3 = k \frac{q_3^+}{d^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{10^{-6}}{10^{-2}}$$

$$E_3 = 9 \times 10^5 \text{ N/C}$$

**Rpta.:C**

4. La figura muestra una pequeña esfera de plástico de 2g de masa ubicada en la región de un campo eléctrico uniforme de magnitud $E = 10^3 \text{ N/C}$. La esfera está suspendida de una cuerda no conductora de 20 cm de longitud y se encuentra en equilibrio, determine la carga eléctrica de la esfera.

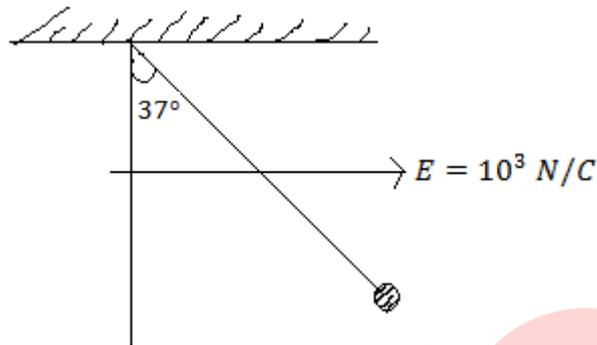
$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

A) $12 \mu\text{C}$

B) $10 \mu\text{C}$

C) $15 \mu\text{C}$

D) $18 \mu\text{C}$



Solución:

Datos :

$$m = 2\text{g} = 2 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

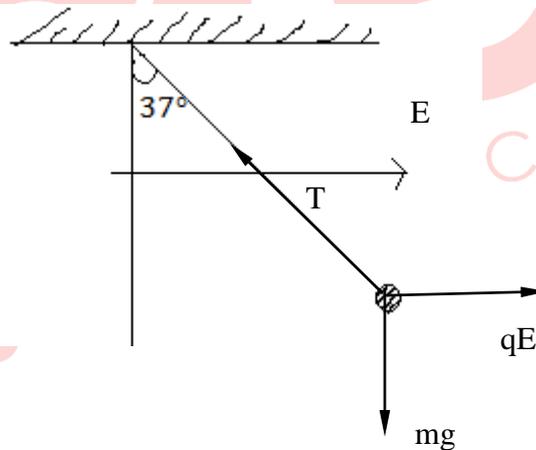
$$L = 20\text{cm} = 2 \times 10^{-1} \text{ m}$$

$$E = 10^3 \text{ N/C}$$

$$\tan 37^\circ = \frac{qE}{mg} \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{qE}{mg}$$

$$q = \frac{3mg}{4E} = \frac{3 \times 2 \times 10^{-3} \times 10}{4 \times 10^3} \text{ C}$$

$$q = 15 \times 10^{-6} \text{ C} = 15 \mu\text{C}$$



Rpta.: C

5. La figura muestra las partículas con cargas eléctricas $q_A^- = 0,5\mu\text{C}$ y $q_B^+ = 0,3\mu\text{C}$ respectivamente. Determine el campo eléctrico en el punto P.

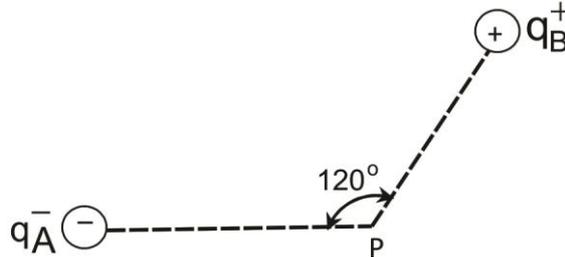
$$(k = 9 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2).$$

A) 700 N/C

B) 800 N/C

C) 500 N/C

D) 300 N/C

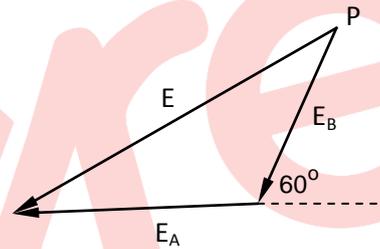


Solución:

$$E_A = \frac{(9 \times 10^9)(0,5 \times 10^{-6})}{3^2} = 5 \times 10^2 \text{ N/C}$$

$$E_B = \frac{(9 \times 10^9)(0,3 \times 10^{-6})}{3^2} = 3 \times 10^2 \text{ N/C}$$

$$E = \sqrt{E_A^2 + E_B^2 + 2E_A E_B \cos 60^\circ} = 700 \text{ N/C}$$



Rpta.: A

6. Dos esferitas metálicas de igual radio y con cargas eléctricas $q_1^+ = 60 \mu\text{C}$ y $q_2^- = 40 \mu\text{C}$ respectivamente, se ponen en contacto y luego son separadas a una distancia de 10 cm. Determine la magnitud de la fuerza eléctrica entre ambas esferitas.

$$(k = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2)$$

A) 90 N

B) 180 N

C) 120 N

D) 60 N

Solución:

Luego del contacto, la carga se redistribuye y queda 20. Cuando se separan a cada una le corresponde 10

$$q_1^* = q_2^* = 10 \mu\text{C}$$

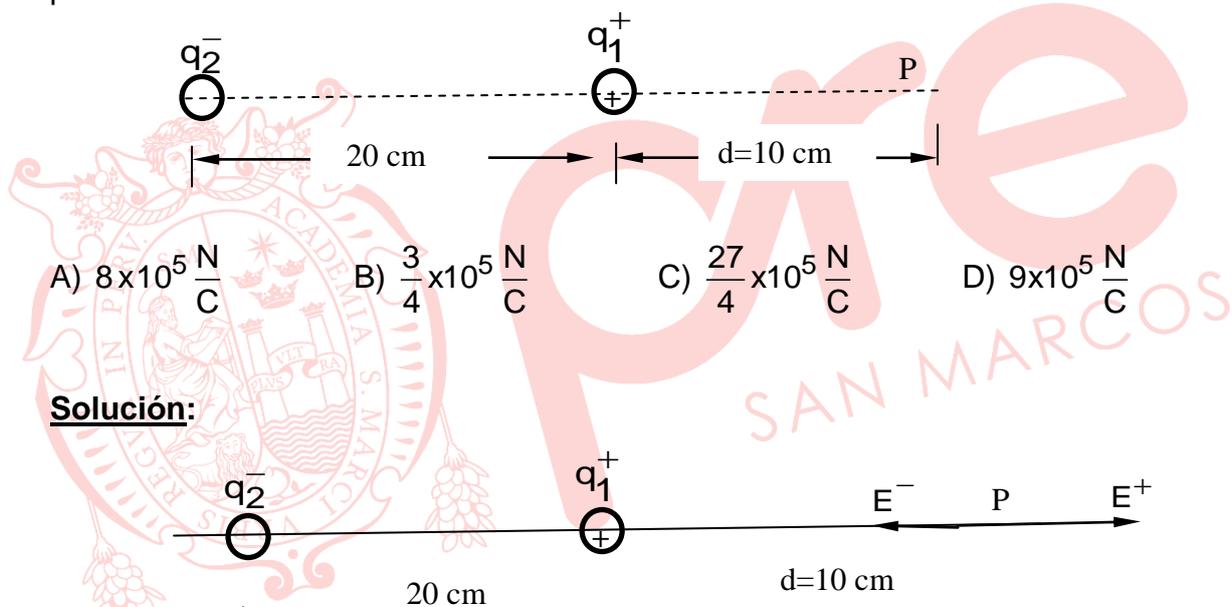
$$F = k \frac{q_1^* \cdot q_2^*}{r^2}$$

La fuerza será $F = 9 \cdot 10^9 \frac{10 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \cdot 10^{-6}}{(10^{-1})^2} = 9 \cdot \frac{10^9 \cdot 10^2 \cdot 10^{-12}}{10^{-2}}$

$$F = 90\text{N}$$

Rpta.: A

7. Dos partículas con cargas eléctricas $q_1^+ = q_2^- = 10^{-6}\text{C}$, se encuentran distribuidas tal como se muestra en la figura. Determine la magnitud del campo eléctrico en el punto P.



Solución:

Campo de q_1^+

$$E^+ = k \frac{q_1^+}{d^2} = 9 \times 10^9 \frac{10^{-6}}{10^{-2}} = 9 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}} \quad (1)$$

Campo de q_2^- (teniendo en cuenta que las cargas son iguales)

$$E^- = k \frac{q_2^-}{(3d)^2} = \left(\frac{1}{9}\right) k \frac{q_2^-}{d^2} = \frac{E^+}{9}$$

Campo resultante

$$E = E^+ - E^- = E^+ - \frac{E^+}{9} = \frac{8}{9} E^+$$

$$E = \frac{8}{9} \times (9 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}) = 8 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

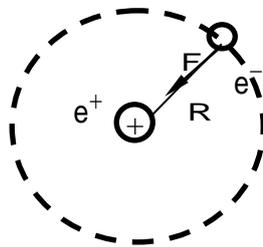
Rpta.: A

8. Determine la magnitud de la fuerza eléctrica que ejerce el protón sobre el electrón en el átomo de hidrógeno, sabiendo que el electrón gira en una órbita circular de radio $R = 5 \times 10^{-11} \text{ m}$.

Considere $e^- = e^+ = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2$.

- A) $9 \times 10^{-8} \text{ N}$ B) $7 \times 10^{-8} \text{ N}$ C) $6 \times 10^{-8} \text{ N}$ D) $5 \times 10^{-8} \text{ N}$

Solución:



$$F = k \frac{e^+ e^-}{R^2} = 9 \times 10^9 \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 1.6 \times 10^{-19}}{25 \times 10^{-22}} \text{ N}$$

$$F = 9 \times 10^{-8} \text{ N (aproximadamente)}$$

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En relación al concepto de carga eléctrica, indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

- I. Todo cuerpo eléctricamente neutro tiene igual número de protones y electrones.
- II. Un electrón y un protón tienen cargas eléctricas de igual magnitud.
- III. La magnitud de la carga eléctrica es un múltiplo entero de la carga fundamental de un electrón ($e^\pm = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$).

- A) VVV B) VVF C) FFV D) FFF

Solución:

- I. (V) Todo cuerpo tiene igual número de electrones y protones, a nivel de sus átomos.
- II. (V) Poseen iguales magnitudes, pero signos de carga diferentes.
- III. (V) Es la propiedad de cuantización de la carga eléctrica.

Rpta.: A

2. Una esfera metálica está eléctricamente neutra. Mediante un proceso de irradiación de Rayos X, la esfera adquiere una carga positiva de $32 \times 10^{-6} \text{ C}$, determine el número de electrones que perdió la esfera. (Considerar : $e^- = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

A) 2×10^{14} B) 64×10^{26} C) 40×10^{15} D) 16×10^{14}

Solución:

Como la carga positiva de la esfera es numéricamente igual a la carga negativa total que perdió, tenemos:

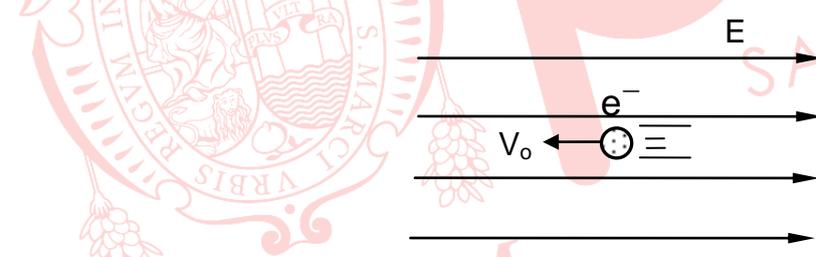
$$Q^- = n e^-$$

$$n = \frac{Q^-}{e^-} = \frac{32 \times 10^{-6}}{16 \times 10^{-20}} = 2 \times 10^{14}$$

Rpta.: A

3. La figura muestra la región de un campo eléctrico uniforme de magnitud $E = 9100 \text{ N/C}$. En la región se encuentra un electrón y éste es lanzado horizontalmente con una rapidez inicial $v_0 = 10^7 \text{ m/s}$. Determine la distancia (medido desde el punto de lanzamiento) recorrida por el electrón cuando triplica su rapidez inicial. Se desprecia la radiación electromagnética emitida por el electrón debido a su aceleración.

($m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ Kg}$, $e^- = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$)



A) 2,5 cm B) 50 cm C) 5,0 cm D) 25 cm

Solución:

Por la segunda ley de Newton

$$F = e^- E = ma \quad \rightarrow \quad a = \frac{e^- E}{m} = \frac{16 \times 10^{-20} \times 91 \times 10^2}{91 \times 10^{-32}}$$

$$a = 16 \times 10^{14} \text{ m/s}^2$$

$$v^2 = (3v_0)^2 = v_0^2 + 2ad \quad \rightarrow \quad d = \frac{8v_0^2}{2a} = \frac{8 \times 10^{14}}{2 \times 16 \times 10^{14}} \text{ m}$$

$$d = 0,25 \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

Rpta.: D

4. Dos esferitas metálicas de igual radio y con cargas eléctricas $q_1^+ = 100\mu\text{C}$ y $q_2^- = 60\mu\text{C}$ respectivamente, se ponen en contacto y luego son separadas a una distancia de 20 cm. Determine la magnitud de la fuerza eléctrica entre ambas esferitas.

$$(k = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 / \text{C}^2)$$

- A) 90 N B) 180 N C) 120 N D) 60 N

Solución:

Luego del contacto, la carga se redistribuye. Cuando se separan a cada una le corresponde $20\mu\text{C}$

$$q_1^* = q_2^* = 20\mu\text{C}$$

ii) La fuerza será : $F = k q_1^* \times q_2^* / r^2$

Reemplazando datos : $F = 90 \text{ N}$

Rpta.: A

5. Dos pequeñas esferas metálicas tienen cargas eléctricas $q_1^+ = 10^{-8} \text{ C}$ y $q_2^+ = 10^{-8} \text{ C}$ respectivamente. Si se encuentran a una distancia de $d_1 = 40 \text{ cm}$ entre sí, ¿cuál será la variación de la magnitud de la fuerza repulsiva cuando las esferas se encuentran a una distancia $d_2 = 25 \text{ cm}$?

- A) $8,7 \times 10^{-6} \text{ N}$ B) $2,8 \times 10^{-6} \text{ N}$ C) $5 \times 10^{-6} \text{ N}$ D) $12,8 \times 10^{-6} \text{ N}$

Solución:

$$F_1 = \frac{kq_1q_2}{d_1^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-8} \times 10^{-8}}{(40 \times 10^{-2})^2} = \frac{9}{16} \times 10^{-5} \text{ N}$$

$$F_2 = \frac{kq_1q_2}{d_2^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-8} \times 10^{-8}}{(25 \times 10^{-2})^2} = \frac{9}{625} \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$\Delta F = \frac{9}{16} \times 10^{-5} - \frac{9}{625} \times 10^{-3} = 8,7 \times 10^{-6} \text{ N}$$

Rpta.: A

6. Indicar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
- I. En el proceso de electrización de un metal, son los electrones libres los que se transfieren.
 - II. En el proceso de electrización por contacto, se transfieren protones.
 - III. Cuando se frota una barra de vidrio con un paño de seda, el vidrio queda cargado positivamente.

- A) VFV B) VVV C) FVF D) FFV

Solución:

- I. V : Porque los metales tienen electrones libres y por eso son conductores.
 II. F : Los protones no tienen movilidad porque están fijos en los núcleos atómicos.
 III. V.....: Por definición y convenio

Rpta.: A

7. Teniendo en cuenta la definición de campo eléctrico creada por una partícula cargada eléctricamente Indicar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. Es directamente proporcional a la carga eléctrica de la partícula.
 II. Es un campo vectorial y sus unidades son Newton/Coulomb.
 III. Con respecto a la partícula, a mayor distancia mayor campo eléctrico.

- A) VFV B) VVV C) VVF D) FFV

Solución:

- I. V : $E = kq/r^2$
 II. V : $E = N/C$
 III. F.....: A mayor distancia menor campo eléctrico.

Rpta.: C

Química

EJERCICIOS

1. La cinética química es importante porque nos permite responder muchas interrogantes sobre la velocidad de una reacción, los factores que influyen en ella y de como se lleva a cabo. Al respecto, seleccione la alternativa **INCORRECTA**.

- A) La velocidad de formación de un producto en una reacción química es positiva.
 B) El complejo activado presenta mayor energía que los reactantes.
 C) En una reacción exotérmica la entalpía de reacción es negativa.
 D) Un clavo de hierro se oxida con mayor rapidez que las virutas de este.

Solución:

- A) CORRECTO:** La velocidad de formación de un producto es positiva porque la concentración final del producto es mayor que su concentración inicial a medida que transcurre el tiempo.
B) CORRECTO: El complejo activado también se le denomina estado de transición de mayor energía en todo el proceso químico y que generalmente se descompone para formar productos, pero también puede hacerlo para regenerar reactantes.

- C) **CORRECTO:** En una reacción exotérmica la entalpía de reacción es negativa.
 D) **INCORRECTO:** La presencia de catalizadores es uno de los factores que influye en la velocidad de una reacción; así como también la concentración, temperatura y naturaleza del reactante, al tener una mayor área de contacto entonces mayor es la velocidad de reacción, por lo tanto, las virutas de hierro se oxidan con mayor rapidez que el clavo.

Rpta.: D

2. El bromo molecular tiene un color café rojizo en solución acuosa y a medida que se combina con una solución de ácido fórmico, se va decolorando según la siguiente reacción química:



Si inicialmente el bromo molecular en solución tiene una concentración de 0,072 M y a medida que se va decolorando su concentración final es de 0,012 M en un tiempo de media hora, determine la velocidad de reacción en $\text{M}\cdot\text{s}^{-1}$.

- A) $3,3 \times 10^{-3}$ B) $1,1 \times 10^{-4}$ C) $1,1 \times 10^{-3}$ D) $3,3 \times 10^{-5}$

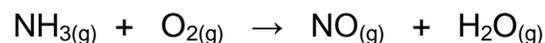
Solución:

La velocidad de reacción del bromo molecular es:

$$V_{Rx} = -\frac{0,012 \text{ M} - 0,072 \text{ M}}{0,5 \text{ h} \times \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}}} = \frac{0,060 \text{ M}}{1800 \text{ s}} = 3,3 \times 10^{-5} \text{ M}\cdot\text{s}^{-1}$$

Rpta.: D

3. El amoníaco es un gas que forma parte de muchos productos de uso diario como los fertilizantes, al reaccionar con el oxígeno se obtiene:

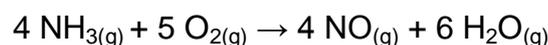


Si la velocidad de desaparición del amoníaco es de $8 \text{ M}\cdot\text{s}^{-1}$, calcule, respectivamente, la velocidad de desaparición del oxígeno y la velocidad de formación del monóxido de nitrógeno en $\text{M}\cdot\text{s}^{-1}$.

- A) 8 y 10 B) 12 y 6 C) 6 y 12 D) 10 y 8

Solución:

Balanceando la ecuación química mostrada:



Se cumple que:

$$\frac{V_{NH_3}}{4} = \frac{V_{O_2}}{5} = \frac{V_{NO}}{4} = \frac{V_{H_2O}}{6}$$

Luego, la velocidad de desaparición del oxígeno es:

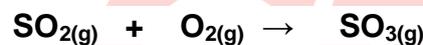
$$V_{O_2} = 5 \times \frac{8 \text{ M} \cdot \text{s}^{-1}}{4} = 10 \text{ M} \cdot \text{s}^{-1}$$

La velocidad de formación del monóxido de nitrógeno es:

$$V_{NO} = 4 \times \frac{8 \text{ M} \cdot \text{s}^{-1}}{4} = 8 \text{ M} \cdot \text{s}^{-1}$$

Rpta.: D

4. La ley de velocidad expresa la relación de la velocidad de una reacción y la concentración de los reactantes. Si se tiene la siguiente reacción sencilla:



Determine la constante de velocidad en $\text{M}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$, cuando la velocidad de reacción es de $1,2 \times 10^{-3} \text{ M} \cdot \text{s}^{-1}$ y las concentraciones son $0,10 \text{ M}$ de SO_2 y $0,2 \text{ M}$ de O_2 .

- A) $6,0 \times 10^{-1}$ B) $1,8 \times 10^{-2}$ C) $6,0 \times 10^{-2}$ D) $1,8 \times 10^{-1}$

Solución:

Para la reacción sencilla de tercer orden, la ley de velocidad es:

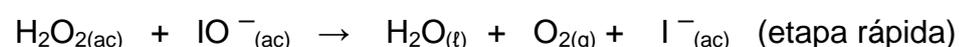
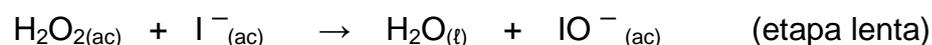
$$V_{Rx} = k[\text{SO}_2]^2[\text{O}_2]$$

Luego, la constante de velocidad es:

$$k = \frac{V_{Rx}}{[\text{SO}_2]^2[\text{O}_2]} = \frac{1,2 \times 10^{-3} \text{ M} \cdot \text{s}^{-1}}{(0,10 \text{ M})^2 \times (0,2 \text{ M})} = 6,0 \times 10^{-1} \text{ M}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$$

Rpta.: A

5. La descomposición del peróxido de hidrógeno se facilita por la presencia de iones yoduro según las siguientes etapas:



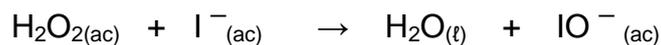
Al respecto, seleccione el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. La ley de velocidad se expresa como: $V_{R_x} = k [H_2O_2]^2$
- II. El ion yoduro es la especie intermediaria.
- III. La reacción global es: $2 H_2O_{2(ac)} \rightarrow 2 H_2O_{(l)} + O_{2(g)}$

- A) VFF B) FFV C) FVV D) VVF

Solución:

Sumando ambas ecuaciones tenemos que:



La reacción global es: $2 H_2O_{2(ac)} \rightarrow 2 H_2O_{(l)} + O_{2(g)}$

- I. **FALSO:** La ley de velocidad se expresa a partir de la etapa lenta y es: $V_{R_x} = k [H_2O_2] [I^-]$
- II. **FALSO:** El anión yoduro actúa como catalizador ya que está presente desde el inicio hasta el término de la reacción, mientras que el ion hipoyodito es la única especie intermediaria.
- III. **VERDADERO:** La reacción global es: $2 H_2O_{2(ac)} \rightarrow 2 H_2O_{(l)} + O_{2(g)}$

Rpta.: B

6. Cuando una reacción química llega al estado de equilibrio las concentraciones de reactantes y productos se mantienen constantes en el tiempo, sin que se produzcan cambios visibles en el sistema. Con respecto al equilibrio químico, seleccione el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. Corresponde a un proceso dinámico.
- II. La velocidad de reacción directa es diferente de la inversa.
- III. Si los reactantes y productos se encuentran en la misma fase es homogéneo.

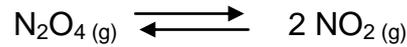
- A) FVF B) FVV C) VFV D) VVF

Solución:

- I. **VERDADERO:** El equilibrio químico es un proceso dinámico ya que se siguen formando productos y a la vez reactantes a medida que pasa el tiempo.
- II. **FALSO:** La velocidad de reacción directa es igual a la velocidad inversa.
- III. **VERDADERO:** Si las especies que participan en el equilibrio están en la misma fase corresponde a un equilibrio homogéneo, mientras que, si están en fases diferentes corresponde a un equilibrio heterogéneo.

Rpta.: C

7. Al variar la temperatura en un matraz que contiene tetróxido de dinitrógeno gaseoso, se logra el siguiente equilibrio:



Al respecto, seleccione el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

I. Es un equilibrio de tipo heterogéneo.

II. La expresión de K_c es: $K_c = \frac{[\text{NO}_2]^2}{[\text{N}_2\text{O}_4]}$

III. La expresión de K_p es: $K_p = \frac{(p\text{NO}_2)^2}{p\text{N}_2\text{O}_4}$

A) VFV

B) FVV

C) FVF

D) VFF

Solución:

I. **FALSO:** Es un equilibrio de tipo homogéneo.

II. **VERDADERO:** La expresión de K_c es:

$$K_c = \frac{[\text{NO}_2]^2}{[\text{N}_2\text{O}_4]}$$

III. **VERDADERO:** La expresión de K_p es:

$$K_p = \frac{(p\text{NO}_2)^2}{p\text{N}_2\text{O}_4}$$

Rpta.: B

8. El óxido ferroso se usa como pigmento en productos cosméticos, reacciona con el monóxido de carbono según la siguiente reacción:



Si en el equilibrio se tienen 5,6 g de monóxido de carbono y 2,2 g de dióxido de carbono en un recipiente de 10 L, determine la constante de equilibrio K_c .

Datos: Masas molares (g/mol): $\text{CO} = 28$; $\text{CO}_2 = 44$.

A) $4,0 \times 10^{-1}$

B) $2,5 \times 10^0$

C) $4,0 \times 10^0$

D) $2,5 \times 10^{-1}$

Solución:

Finalmente, la constante de equilibrio K_c del sistema mencionado es:

$$K_c = \frac{[CO_2]}{[CO]} = \frac{\frac{2,2 \text{ g}}{44 \text{ g/mol}}}{\frac{5,6 \text{ g}}{28 \text{ g/mol}}} = 2,5 \times 10^{-1}$$

Rpta.: D

9. El monitoreo de las emisiones de sulfuro de hidrógeno se realiza para identificar el grado de contaminación del aire, este gas reacciona con el oxígeno, según la siguiente reacción:

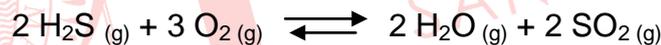


Determine la constante de equilibrio K_p en, atm^{-1} , si en el equilibrio se tienen las siguientes presiones parciales: $H_2S = 0,2 \text{ atm}$; $O_2 = 0,1 \text{ atm}$; $H_2O = 0,4 \text{ atm}$; $SO_2 = 0,1 \text{ atm}$.

- A) $6,4 \times 10^0$ B) $4,0 \times 10^1$ C) $4,0 \times 10^{-1}$ D) $6,4 \times 10^{-1}$

Solución:

Balaceando la ecuación química, tenemos:



Finalmente, la constante de equilibrio K_p es:

$$K_p = \frac{(p_{H_2O})^2 (p_{SO_2})^2}{(p_{H_2S})^2 (p_{O_2})^3} = \frac{(0,4 \text{ atm})^2 \times (0,1 \text{ atm})^2}{(0,2 \text{ atm})^2 \times (0,1 \text{ atm})^3} = 4,0 \times 10^1 \text{ atm}^{-1}$$

Rpta.: B

10. El proceso Haber – Bosch es utilizado para producir amoníaco a nivel industrial, se representa mediante la siguiente reacción:



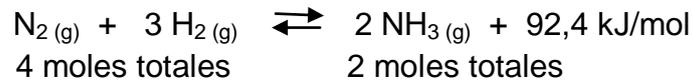
si se realiza las siguientes acciones, indique, respectivamente, hacia donde se desplaza el equilibrio:

- I. disminuye la temperatura del sistema.
 II. aumenta la presión del sistema.
 III. aumenta la concentración del nitrógeno.

- A) \longrightarrow ; \longrightarrow ; \longleftarrow B) \longleftarrow ; \longrightarrow ; \longrightarrow
 C) \longrightarrow ; \longrightarrow ; \longrightarrow D) \longleftarrow ; \longleftarrow ; \longrightarrow

Solución:

Balanceando la ecuación química, tenemos:

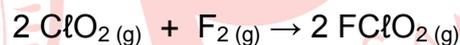


- I. Si disminuye la temperatura del sistema, este va a favorecer la formación de amoníaco desplazando el equilibrio hacia la derecha.
- II. Si aumenta la presión del sistema, este se desplaza hacia la menor cantidad de moles; es decir, el equilibrio se desplaza hacia la derecha.
- III. Si aumenta la concentración del nitrógeno, este reacciona con el hidrógeno para que las moles en exceso reaccionen para formar más amoníaco; es decir, el equilibrio se desplaza hacia la derecha.

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. El dióxido de cloro es un agente antimicrobiano, por ello se utiliza en la potabilización del agua y en la desinfección de superficies en la industria alimentaria. Dicha sustancia se combina con el flúor mediante la siguiente reacción:



Si la reacción es de primer orden con respecto a cada reactante y cada uno de ellos posee una concentración de 0,20 M y la velocidad de reacción es de $2,4 \times 10^{-3} \text{ M/s}$, determine la constante de velocidad en $\text{M}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$.

- A) $6,0 \times 10^{-3}$ B) $1,2 \times 10^{-1}$ C) $6,0 \times 10^{-2}$ D) $1,2 \times 10^{-2}$

Solución:

La ley de velocidad se expresa como:

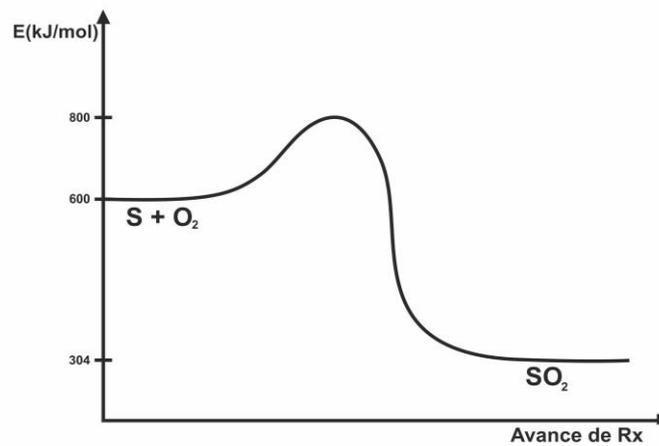
$$V_{Rx} = k[\text{ClO}_2][\text{F}_2]$$

Finalmente, la constante específica de velocidad es:

$$k = \frac{2,4 \times 10^{-3} \text{ M/s}}{0,20 \text{ M} \times 0,20 \text{ M}} = 6,0 \times 10^{-2} \text{ M}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

Rpta.: C

2. El azufre es un elemento que reacciona con el oxígeno formando dióxido de azufre, según el siguiente diagrama de energía potencial vs avance de la reacción:



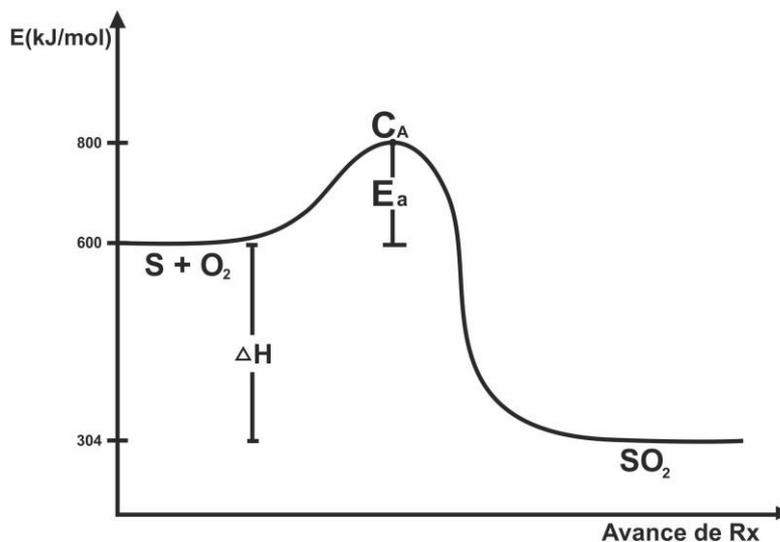
Al respecto, seleccione el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. La energía del complejo activado es de 200 kJ/mol.
- II. La energía de activación es de 800 kJ/mol.
- III. El proceso químico se representa como: $S_{(s)} + O_{2(g)} \rightarrow SO_{2(g)} + 296 \text{ kJ/mol}$.

- A) FFV B) FVF C) VVF D) VFV

Solución

Del diagrama mostrado, tenemos que:



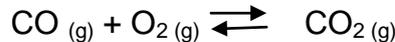
- I. **FALSO:** El complejo activado es de 800 kJ/mol.
- II. **FALSO:** La energía de activación es de 200 kJ/mol.
 $E_a = 800 \text{ kJ/mol} - 600 \text{ kJ/mol} = 200 \text{ kJ/mol}$.
- III. **VERDADERO:** La entalpía de reacción es de -296 kJ/mol .

$$\Delta H = 304 \text{ kJ/mol} - 600 \text{ kJ/mol} = -296 \text{ kJ/mol.}$$

El proceso químico se representa como: $\text{S}_{(s)} + \text{O}_{2(g)} \rightarrow \text{SO}_{2(g)} + 296 \text{ kJ/mol.}$

Rpta.: A

3. El monóxido de carbono es altamente tóxico si se respira en grandes cantidades, reacciona con el oxígeno alcanzado el siguiente equilibrio:



Determine el valor de K_p en atm^{-1} a $1\,273\text{ }^\circ\text{C}$ para la reacción, si K_c es igual a $2,24 \times 10^{22} \text{ M}^{-1}$ a esa misma temperatura.

Dato: $R = 0,082 \text{ atm}\cdot\text{L/mol}\cdot\text{K.}$

A) $1,8 \times 10^{22}$

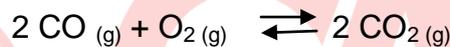
B) $2,7 \times 10^{20}$

C) $2,7 \times 10^{22}$

D) $1,8 \times 10^{20}$

Solución:

Balaceando la ecuación química, tenemos:



$$\Delta n = 2 \text{ mol} - 3 \text{ mol} = -1 \text{ mol}$$

Finalmente, determinamos el valor de la constante de equilibrio K_p :

$$K_p = K_c (RT)^{\Delta n} = \frac{2,24 \times 10^{22} \text{ M}^{-1}}{0,082 \frac{\text{atm}\cdot\text{L}}{\text{mol}\cdot\text{K}} \times 1546 \text{ K}} = 1,8 \times 10^{20} \text{ atm}^{-1}$$

Rpta.: D

4. La descomposición de carbonato de calcio utilizado en la elaboración de cemento experimenta el siguiente equilibrio:



Si se desea producir menos cantidad de dióxido de carbono, ¿qué acción(es) es (son) recomendable(s)?

- I. Aumentar la temperatura del sistema.
- II. Disminuir el volumen del sistema.
- III. Agregar un catalizador.

A) Solo I

B) II y III

C) Solo II

D) I y II

Solución:

Para que se produzca menos cantidad de dióxido de carbono, la reacción debe desplazarse hacia la izquierda favoreciendo la formación de carbonato de calcio.

- I. Si se aumenta la temperatura del sistema, como la reacción es endotérmica entonces la reacción se desplaza hacia la derecha produciendo mayor cantidad de dióxido de carbono.
- II. Si disminuye el volumen del sistema, entonces aumenta la presión y la reacción se desplaza donde hay menor número de moles; es decir hacia la izquierda.
- III. Al agregar un catalizador la reacción directa e inversa se aceleran sin modificar el equilibrio.

Rpta.: C

Biología

EJERCICIOS

1. Una publicación científica señala que al gen A le corresponde el código 3q4, donde 3 representa al cromosoma 3, q es su brazo largo y 4 una región de ese brazo, por lo tanto, podemos afirmar que 3q4 nos está indicando el _____ del gen A.

A) alelo B) locus C) genotipo D) loci

Solución:

Un locus es una región de un cromosoma donde siempre se ubica un determinado gen, su plural es loci. Se puede representar un locus mediante la nomenclatura que indica en orden el número del cromosoma, el brazo (corto "p" o largo "q") y la región del brazo. En cada región pueden apreciarse bandas (mediante técnicas de coloración específicas) que al ser numeradas también se colocarían en el código, por ejemplo, el término 3q41, el número 1 nos indicaría la banda respectiva.

Rpta.: B

2. Se tienen dos plantas de hortensia genéticamente idénticas, al cultivar una en suelo ácido desarrolla flores azules, y al cultivar la otra en suelo alcalino desarrolla flores rosadas. Este es un ejemplo de cómo el medio ambiente influye en la expresión del

A) genotipo. B) fenotipo. C) híbrido. D) locus.

Solución:

Los genes alelos representados en el genotipo se expresan en un determinado ambiente dando origen al fenotipo o característica observable del individuo. Las diferencias en el fenotipo de las dos plantas de hortensia se deben a la interacción de los productos de la expresión de sus genes con los iones hidrógeno de su ambiente.

Rpta.: A

3. En un organismo diploide los alelos A y a se ubican en un par de cromosomas acrocéntricos, los alelos B y B en un par de cromosomas metacéntricos y los alelos C y c en un par de cromosomas submetacéntricos. Cuando este organismo forme gametos por meiosis, ¿qué contenido de alelos se presentarán entre los gametos?
- A) ABc, abB, ACc y aBc
 B) ABC, ABc, aBC y aBc
 C) aBb, ACB, aCA y ABc
 D) ABb, aCc, ABC y aBc

Solución:

Los alelos A y a, los alelos B y B y los alelos C y c se ubican en diferentes pares de cromosomas homólogos por lo cual la forma como se segregan o separan en anafase I es independiente uno del otro. Hacia un polo de la célula pueden migrar los alelos A, B y C y hacia el polo opuesto los alelos a, B y c con lo cual se forman gametos ABC y gametos aBc. Otra forma de segregación puede ser con los alelos a, B y C hacia un polo y los alelos A, B y c hacia el otro polo, formándose gametos aBC y gametos ABc. Por lo tanto, este organismo con genotipo AaBBcC formará 4 gametos diferentes: ABC, ABc, aBC y aBc.

Rpta.: B

4. Se cruzan dos plantas de arveja híbridas y se obtienen 12 de plantas con tallo largo y 4 de plantas con tallo corto. De acuerdo a las proporciones mendelianas, ¿cuántas plantas heterocigotas se esperaría en la F1?
- A) 6
 B) 4
 C) 3
 D) 8

Solución:

Si A: Tallo largo y a: Tallo corto, entonces:

P. Aa x Aa

F1. AA, Aa, Aa, aa

Los descendientes AA, Aa y Aa suman en total 12 plantas con tallo largo, de las cuales 8 son heterocigotas.

Rpta.: D

5. Una planta de *Pisum sativum* con semilla amarilla y flor púrpura se cruza con otra planta de arveja y producen una F1 formada por 60 plantas de semilla amarilla y flor púrpura, 20 plantas de semilla amarilla y flor blanca, además de 80 plantas de semilla verde y flor púrpura. En base a lo descrito, establezca el probable genotipo de los progenitores.
- A) AaBb x AABb
 B) AaBB x AaBb
 C) AaBb x aaBb
 D) AABb x aabb

Solución:

Si, A: semilla amarilla, a: semilla verde, B: flor púrpura y b: flor blanca, entonces:

P. A_B_ x _ _ _ _

F1. A_B_ , A_bb , aaB_
 60 20 80

Las plantas hijas A₁bb recibieron un alelo "b" de cada progenitor, lo mismo ocurrió en las plantas aaB₁ donde cada alelo "a" provino de un progenitor, por lo tanto, el genotipo de los progenitores puede indicarse como AaBb x a₁b₁. El genotipo que más probable es AaBb x aaBb.

Rpta.: C

6. En ovejas la lana negra es dominante sobre la lana blanca, si se cruzan dos ovejas de lana negra y una de las hembras descendientes se cruza con una oveja blanca, la mitad de la descendencia de esta cruce nacen blancos. En base al texto señale lo correcto acerca de la oveja hembra de la F1.

- A) No tiene alelo dominante
 B) Presenta lana blanca
 C) Es heterocigota
 D) Es homocigota

Solución:

Si N: lana negra, y n: lana blanca, entonces:

P. N₁ x N₁

F1 Hembra x nn

F2 N₁ (50%) , nn (50%)

A partir del hijo nn de la F1 se deduce que los progenitores son heterocigotos, entonces la hembra puede ser NN ó Nn. A partir del hijo nn de la F2 se concluye que la hembra de la F1 debe ser heterocigota (Nn).

Rpta.: C

7. En conejos el pelo negro es dominante sobre el pelo café mientras que el pelo corto es dominante sobre el pelo largo. Si se realiza la cruce de prueba a un conejo dihíbrido se espera obtener en la descendencia

- A) 50% con pelo largo.
 B) 100% con pelo negro.
 C) 25% con pelo café.
 D) 25% con pelo corto.

Solución:

Sin A: pelo negro, a: pelo café, B: pelo corto y b: pelo largo, entonces, la cruce de prueba de un dihíbrido es:

P. AaBb x aabb

Gametos. AB, Ab, aB, ab x ab

F1. AaBb, Aabb, aaBb, aabb

Por lo tanto, en la F1 se obtienen 50% de conejos con pelo largo (Aabb y aabb)

Rpta.: A

8. Se ha observado que los zorros de pelo color platino son heterocigotos para un gen P, mientras que los homocigotos para el gen p tienen pelo color plateado. Nunca se ha encontrado un zorro vivo con genotipo PP. Los estudios han demostrado que el genotipo PP provoca la muerte del zorro. Por lo tanto, en una cruce de dos zorros heterocigotos, ¿qué proporción de zorros adultos de la F1 tendrán pelo plateado?

- A) 1/4
 B) 1/2
 C) 1/3
 D) 2/3

Solución:

P. Pp x Pp

F1. PP, Pp, Pp, pp

Los zorros PP no sobrevivirán, por lo tanto, los zorros plateados que llegarán a adultos son pp, que representan 1/3 de la descendencia adulta.

Rpta.: C

9. Juan es productor de maíz y sabe que el precio del maíz con semilla robusta es mucho mayor al precio del maíz con semilla encogida, tanto para el maíz púrpura como para el maíz amarillo. En este maíz el color púrpura es dominante sobre el amarillo y la semilla robusta es dominante sobre la semilla encogida. Considerando que el maíz que Juan va a cosechar es producto de la cruce solo de plantas dihíbridas, determine ¿qué proporción de las plantas de maíz generará mayores ganancias a Juan?

A) 9/16

B) 3/4

C) 1/2

D) 3/16

Solución:

Si P: maíz púrpura, p: maíz amarillo, E: semilla robusta y e: semilla encogida, entonces, las plantas a cosechar son producto de la siguiente cruce:

P. PpEe x PpEe

De la F1 solo consideramos el maíz con el fenotipo semilla llena ya que este generará mayores ganancias, por lo tanto, en la proporción fenotípica de la F1 establecemos la proporción de plantas con semilla robusta:

P_E_ : 9/16

P_ee: 3/16

ppE_ : 3/16

ppee: 1/16

Las plantas con semilla robusta (P_E_ y ppE) son $9/16 + 3/16 = 12/16 = 3/4$

Rpta.: B

10. En la dominancia completa los individuos heterocigotos y homocigotos dominantes presentan el mismo fenotipo, mientras que en la dominancia incompleta o herencia intermedia el fenotipo de los individuos heterocigotos es diferente al de los homocigotos, la explicación es que en la dominancia incompleta

A) la expresión de un alelo inhibe al otro.

B) ninguno de los alelos es dominante.

C) ambos alelos son dominantes.

D) un alelo oculta el efecto del otro.

Solución:

En la dominancia incompleta o herencia intermedia el hijo heterocigoto presenta un fenotipo intermedio al de sus padres homocigotos. Esto se debe a que ninguno de los alelos participantes domina totalmente al otro, por lo que ninguno de los alelos es dominante.

Rpta.: B

11. En la planta *Mirabilis jalapa* ("dondiego de noche") existen individuos con genotipo $C^R C^R$ que desarrollan flores rojas e individuos con genotipo $C^B C^B$ que desarrollan flores blancas. Al cruzarlas, la descendencia solo presenta plantas con flores rosadas. Si cruzamos dos de estas plantas rosadas, ¿cuál es la proporción plantas puras que se espera obtener?

A) 1/2 B) 1/4 C) 2/3 D) 3/4

Solución:

Al cruzar plantas de flor roja con plantas de flor blanca se obtiene:

P. $C^R C^R \times C^B C^B$

F1. $C^R C^B$ (100% plantas con flor rosada)

Al cruzar dos plantas con flor rosada se obtiene:

P. $C^R C^B \times C^R C^B$

F1. $C^R C^R, C^R C^B, C^R C^B, C^B C^B$

Se observa que en la F1 la proporción de plantas puras ($C^R C^R$ y $C^B C^B$) es 1/2.

Rpta.: A

12. Se cruzan una planta de rábanos homocigota con flor roja y raíz larga con otra planta también homocigota con flor blanca y raíz oval, obteniéndose una F1 formada solo por plantas con flor púrpura y raíz larga. Si cruzamos uno de estos descendientes con otra planta de flor roja y raíz oval, ¿cuál es la probabilidad de obtener plantas de flor púrpura?

A) 100% B) 0% C) 50% D) 25%

Solución:

Considerando solo la herencia del color de la flor, notamos que es similar a un caso de dominancia incompleta, ya que ambos progenitores puros dan origen a un hijo híbrido con un fenotipo diferente, por lo que les podemos asignar los genotipos $C^R C^R$: flor roja, $C^B C^B$: flor blanca y $C^R C^B$: flor púrpura. Al considerar la herencia de la forma de la raíz se deduce que largo es dominante sobre oval, por lo que L: raíz larga y l: raíz oval. Por lo tanto, la cruce descrita en el enunciado es:

P. $C^R C^R LL \times C^B C^B ll$

F1. $C^R C^B Ll$

Nos piden cruzar a un F1 con una planta de flor roja y raíz oval ($C^R C^R ll$):

P. $C^R C^B Ll \times C^R C^R ll$

Gametos. $C^R L, C^R l, C^B L, C^B l \times C^R l$

F1. $C^R C^R Ll, C^R C^R ll, C^R C^B Ll, C^R C^B ll$

La probabilidad de obtener plantas de flor púrpura ($C^R C^B Ll$ y $C^R C^B ll$) es 50%.

Rpta.: C

13. En un matrimonio hay dos hijos, uno de sangre tipo AB y el otro de sangre tipo O, si la esposa está embarazada de un tercer hijo, ¿cuál es la probabilidad de que este nuevo hijo tenga sangre tipo A?

A) 25% B) 100% C) 0% D) 50%

Solución:

Los progenitores y sus dos hijos se representan así:

P. $I^A I^B$ x $I^A I^B$

F1. $I^A I^B$, ii

Por lo tanto, se concluye que el genotipo de los padres es $I^A i$ y $I^B i$.

Todos los descendientes posibles de esta pareja se establecen en la cruce:

P. $I^A i$ x $I^B i$

F1. $I^A I^B$, $I^A i$, $I^B i$, ii

Por lo tanto, la probabilidad de que nazca un hijo de sangre tipo A es 25%.

Rpta.: A

14. Manuel niega ser el padre del hijo de Sofía, por lo que se establece una disputa legal. Si Sofía es de sangre tipo A y su hijo de sangre tipo B, ¿de qué grupo sanguíneo debe ser Manuel para quedar totalmente descartado como padre del niño?

A) B ó AB

B) A u O

C) A ó B

D) B u O

Solución:

P. Manuel ($_ _$) x Sofía ($I^A _$)

F1. $I^B _$

El F1 de sangre B no puede ser $I^B I^B$ ya que Sofía no porta el alelo I^B , entonces el F1 es $I^B i$, y Sofía debe ser $I^A i$. Para que Manuel sea el padre deberá tener el alelo I^B , es decir, tendría que ser de sangre tipo B ó AB, por lo tanto, queda descartado de ser el padre si tiene sangre tipo A u O.

Rpta.: B

15. Para el color de pelo de conejos existen 4 alelos cuya jerarquía de dominancia es la siguiente: C (negro) > c^{ch} (chinchilla) > c^h (himalaya) > c (albino). Si al cruzar dos conejos con pelo chinchilla se obtiene entre la descendencia un conejo con pelo himalaya híbrido, determine el porcentaje de conejos heterocigotos con pelo chinchilla que se esperaría en la F1.

A) 75%.

B) 25%.

C) 0%.

D) 50%.

Solución:

P. $c^{ch} _$ x $c^{ch} _$

F1. $c^h c$

Por lo tanto, el genotipo de los progenitores es $c^{ch} c^h$ y $c^{ch} c$. Al cruzarlos se obtiene lo siguiente:

P. $c^{ch} c^h$ x $c^{ch} c$

Gametos. c^{ch} , c^h x c^{ch} , c.

F1. $c^{ch} c^{ch}$, $c^{ch} c$, $c^h c^{ch}$, $c^h c$

El porcentaje de conejos con pelo chinchilla heterocigoto ($c^{ch} c$, $c^h c^h$) es 50%.

Rpta.: D