



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA
CENTRO PREUNIVERSITARIO

SEMANA N.º 10

Habilidad Verbal

SECCIÓN A

LA EXTRAPOLACIÓN EN LA COMPRENSIÓN LECTORA

La extrapolación consiste en contrastar el contenido de un texto determinado con una consideración metatextual. El propósito que se sigue es, por un lado, evaluar la plausibilidad de este contenido, y, por otro lado, generar más conocimiento.

En los test de comprensión lectora, la extrapolación es una forma de determinar el más alto nivel de comprensión.

Si el contenido de un texto adquiere valor con este traslado conceptual (extrapolar es colocar algo fuera, en otro polo), demuestra su eficiencia, su productividad, tornándose un elemento fundamental del aprendizaje significativo. Asimismo, la extrapolación puede determinar la poca o nula fecundidad de las ideas desplegadas en un texto.

La extrapolación puede realizarse de dos formas básicas: cognitiva y referencial.

A) Extrapolación cognitiva:

Este tipo de extrapolación consiste en hacer un cambio radical en las ideas del autor y establecer la consecuencia que se desprende de tal operación.

Ejemplo: El economista Robert Frank llama *bienes posicionales* a los comparables con lo que tienen los demás (por ejemplo, el ingreso, el tamaño del auto), y *bienes no posicionales* a los que son menos comparables con lo que tienen los otros (salud, libertad, pareja). Nos engañamos al creer que los posicionales son más valiosos. Sin embargo, la mayoría de las personas los sobrevaloran. **Si los bienes posicionales fueran relevados por encima de los no posicionales**, la salud sería considerada más relevante que un Audi del año.

B) Extrapolación referencial:

Es una modalidad que consiste en cambiar las condiciones del referente textual y determinar el efecto que se proyecta en esta operación. Generalmente, sigue el procedimiento de aplicar el contenido del texto a otra situación (otra época, otro espacio, otra disciplina).

Ejemplo: En las sociedades democráticas, el bienestar que resulta de una elección depende en una medida considerable de lo que eligen los demás. Alguien puede estar muy contento vacacionar en las aguas termales de Churín, pero es probable que se sienta insatisfecho si sus amigos viajan a Machu Picchu. **Si mis amigos decidieran vacacionar en Cancún**, sentiría envidia si yo no pudiese viajar ahí.



(VIDEOS)
TEORÍA Y
EJERCICIOS

ACTIVIDADES SOBRE EXTRAPOLACIÓN

TEXTO 1

El término «voz ocupacional» se utiliza para referirse a aquellas profesiones en las que la voz es la herramienta de trabajo, tales como telefonistas, actores, cantantes, oradores, y sobre todo los maestros, que constituyen uno de los grupos profesionales más afectados por el uso intenso de la voz (Morawska, Joanna y Niebudek-Bogusz, 2017). La Organización Internacional del Trabajo (OIT) establece que los docentes constituyen la primera categoría profesional en riesgo de contraer enfermedades profesionales de la voz por el uso de voz proyectada, lo que repercute en su desempeño laboral, actividad diaria y disminuye su calidad de vida (Cantor Cutiva *et al*, 2013; Behlau *et al*, 2012; Niebudek *et al*, 2008). La disfonía se constituye como una de las consultas más frecuentes del docente, siendo a su vez causa de ausentismo laboral, licencia médica e incapacidad laboral, lo que incrementa los costos en las instituciones educativas, derivados de las incapacidades por ausencia laboral (Escalona, 2006) e incluso en casos severos, se puede llegar a la reasignación de tareas.

Farias, P. (2018). Diagnóstico de la función vocal en voz ocupacional: la disfonía del docente calificado según la CIF. *Areté*, 12(2), pp. 34 - 53.

1. Si los maestros utilizaran estrategias para el cuidado de su voz, entonces

- A) las afecciones vocálicas probablemente se atenuarían.
- B) aumentarían las afecciones vocálicas en los docentes.
- C) las afecciones de la voz no implicarían reasignaciones.
- D) la voz del docente se consideraría una de tipo amateur.
- E) se establecería que los problemas de voz son normales.

Solución:

El texto afirma que los docentes contraen enfermedades relacionadas al uso intenso de la voz; por ello, si utilizaran estrategias para el cuidado de su voz, probablemente las afecciones vocálicas disminuirían.

Rpta.: A

2. Si se corroborara que el trabajo de los ingenieros implica un uso intensivo de la voz en la realización de sus actividades laborales, tales como dar instrucciones o dirigirse a un grupo de personas, probablemente

- A) la facultad para articular sonidos sería innecesaria en ellos.
- B) estos profesionales también sufrirían de disfonías vocálicas.
- C) sus padecimientos se excluirían de la lista de enfermedades.
- D) las características vocálicas de los artistas serían inferiores.
- E) sería inútil que ellos se preocupen por pedir licencia médica.

Solución:

Tomando en cuenta que los ingenieros serían considerados dentro del grupo de los profesionales que usan la voz de manera intensiva, probablemente estarían expuestos a sufrir de disfonía vocálica entre otras afecciones relacionadas con este tipo de labores.

Rpta.: B

3. Si la disfonía no causara incapacidad laboral, entonces

- A) estaría relacionada con las reasignaciones.
- B) la licencia médica distaría de ser necesaria.
- C) voz y voz profesional significarían lo mismo.
- D) la OIT la incluiría de su lista de alteraciones.
- E) los docentes forzarían mucho menos su voz.

Solución:

El texto afirma que las disfonías son causa de ausentismo laboral, licencia médica e incapacidad laboral; por ello, si la disfonía no causara incapacidad laboral, entonces no sería necesario la licencia médica.

Rpta.: B

TEXTO 2

La radiación UV se clasifica en tres tipos principales: ultravioleta A (UVA), ultravioleta B (UVB) y ultravioleta C (UVC). Estos grupos se basan en la medida de su longitud de onda, la cual se mide en nanómetros (nm = 0.000000001 metros o 1×10^{-9} metros).

Tipo de onda	UVA	UVB	UVC
Longitud de onda	315-399 nm	280-314 nm	100-279 nm
Nivel de absorción	No absorbida por la capa de ozono	Mayormente absorbida por la capa de ozono, pero alguna cantidad llega a la superficie de la Tierra	Completamente absorbida por la capa de ozono y la atmósfera

Toda la radiación UVC y la mayor parte de la UVB son absorbidas por la capa de ozono de la Tierra, por lo que casi toda la radiación ultravioleta que se recibe en la Tierra es UVA. Tanto la radiación UVA como la UVB pueden afectar la salud. Aunque la radiación UVA sea más débil que la UVB, penetra la piel más profundamente y es más constante a lo largo de todo el año. Debido a que la radiación UVC es absorbida por la capa de ozono de la Tierra, no presenta tanto riesgo.

Centro Nacional de Salud Ambiental. (28 de junio de 2021). Radiación UV.

[https://www.cdc.gov/spanish/nceh/especiales/radiacionuv/index.html#:~:text=La%20radiaci%C3%B3n%20ultravioleta%20\(UV\)%20es,causar%20riesgos%20para%20la%20salud.](https://www.cdc.gov/spanish/nceh/especiales/radiacionuv/index.html#:~:text=La%20radiaci%C3%B3n%20ultravioleta%20(UV)%20es,causar%20riesgos%20para%20la%20salud.)

1. Si la radiación ultravioleta A fuese absorbida por la capa de ozono, entonces

- A) la radiación UVC traspasaría la atmósfera.
- B) UVA y UVB brindarían beneficios a la piel.
- C) UVB sería absorbida por la capa de ozono.
- D) los rayos UVA, UVB y UVC afectarían la piel.
- E) distaría de representar un peligro para la piel.

Solución:

El texto describe que la radiación ultravioleta A no es absorbida por la capa de ozono, penetra la piel más profundamente y es más constante a lo largo de todo el año. Por ello, si la radiación ultravioleta A fuese absorbida por la capa de ozono distaría de representar un peligro para la piel.

Rpta.: E

2. Si la radiación ultravioleta C no fuese absorbida por la capa de ozono, entonces
- A) su longitud de onda mediría menos de 100 nm.
 - B) representaría un riesgo para la salud humana.
 - C) su propagación se permanecería constante.
 - D) las UVA y UVC otorgarían beneficios a la piel.
 - E) su radiación sería inocua para los humanos.

Solución:

El texto afirma que la radiación ultravioleta C no presenta tanto riesgo porque es completamente absorbida por la capa de ozono y la atmósfera. Por ello, si la radiación ultravioleta C no fuese absorbida por la capa de ozono su radiación representaría un riesgo para la salud.

Rpta.: B

3. Si la longitud de onda de la radiación ultravioleta B fuese de 150 nm, entonces
- A) los rayos ultravioleta B penetrarían más en la piel que la radiación UVA.
 - B) la capa de ozono expulsaría los rayos UVB por el alto peso molecular.
 - C) la radiación de los rayos UVA y UVB protegerían la piel de los humanos.
 - D) UVB sería absorbida completamente por la capa de ozono y atmósfera.
 - E) todos aquellos expuestos a los rayos UVB sufrirían de cáncer a la piel.

Solución:

El texto precisa que la radiación ultravioleta B tiene una longitud de onda desde 280 a 314 nm y que la UVC de entre 100 y 279, los cuales son completamente absorbidos por la capa de ozono y la atmósfera. Con 150 nm, los rayos UVB serían absorbidos por la capa de ozono y la atmósfera también.

Rpta.: D**TEXTO 3**

While many rocks do not burn, some of them do. It depends on what the rocks are made of – and that is related to how they were formed.

There are three main rock types: igneous, sedimentary and metamorphic. These rocks are made of minerals that all have different characteristics. Some will melt into magma or lava – super-hot, liquid rock – when they are exposed to heat. Others will catch fire.

Rocks that burn when they get heated up are combusting. This means that elements within the rocks are reacting with oxygen in the air to produce heat and light, in the form of flames.

The elements sulfur, carbon and hydrogen easily react with oxygen. Rocks that contain these elements are combustible. Without these elements inside them, rocks that are exposed to enough heat will melt instead of catching fire.

Bursztyn, N. (2023). Why don't rock burn? *The conversation*. Retrieved from <https://theconversation.com/why-dont-rocks-burn-203392> (Edited text).

1. If rocks did not show any presence of minerals that react easily to oxygen
- A) it would be impossible that they burn.
 - B) that would mean rocks are just liquid.
 - C) rocks would be equal to iron and steel.
 - D) that would conclude research on rocks.
 - E) rocks would need to evaporate instead.

Solution:

The passage says that oxygen causes that rocks could burn. If there is no presence of minerals that react easily to oxygen, it would be no reason to think that rocks could burn.

Answer: A

2. If all rocks were made from the same minerals

- A) it would be fruitless to know what happens when rocks are hot.
- B) they would respond incredibly fast to fire because of the oxygen.
- C) just some few of them would burn while the others would melt.
- D) it would be because all of them are known as sedimentary rocks.
- E) they would only have one type of reaction at high temperatures.

Solution:

The type of mineral that composes rocks determine what happens: if they burn or melt. Without that difference, it would be only a kind of reaction to high temperatures.

Answer: E

3. If a new type of rock were discovered and it was found that it melts in contact with intense heat, then

- A) the only two options would be that that rock is an igneous or sedimentary one.
- B) that type would be composed of elements that react little or none with oxygen.
- C) there would be more justification to classify them as combustible rocks or stones.
- D) a greater amount of temperature would make that rock completely burn instead.
- E) these rocks would contain a considerable amount of sulfur, carbon, or hydrogen.

Solution:

The passage explains that rocks with minerals that react easily with oxygen are the one which burn. If there is no reaction, that rock would not burn but melt.

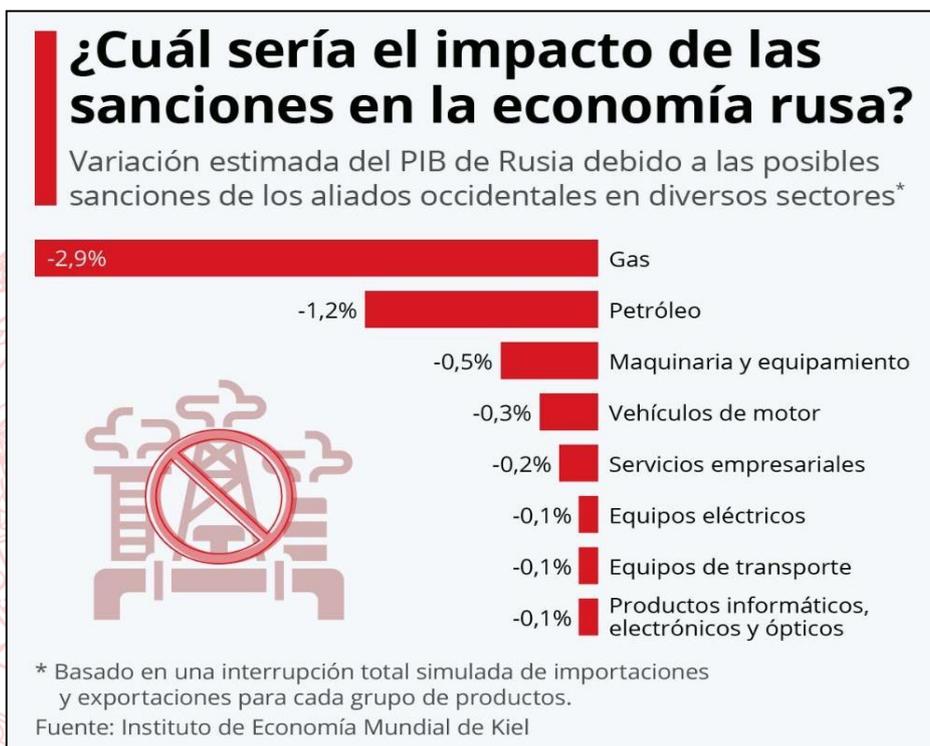
Answer: B

SECCIÓN B

TEXTO 1

Como parte de las sanciones económicas implementadas por la Unión Europea (UE), se ha impuesto una serie de restricciones adicionales a la importación y la exportación de Rusia. Esta medida significa que las entidades europeas no pueden vender determinados productos a Rusia (restricciones a la exportación) y que las entidades rusas no están autorizadas a

vender determinados productos a la UE (restricciones a la importación). La lista de productos prohibidos está concebida para maximizar las repercusiones negativas de las sanciones en la economía rusa y a la vez limitar las consecuencias para las empresas y ciudadanos de la UE. Las restricciones a la exportación y a la importación **excluyen** los productos destinados principalmente al consumo, y los relacionados con la salud, la farmacia, la alimentación y la agricultura, con el objeto de no perjudicar a la población rusa. Según la Comisión Europea, desde febrero de 2022, la UE ha prohibido mercancías exportadas a Rusia por un valor de más de 43 900 millones de euros y mercancías importadas por un valor de 91 200 millones de euros. Esto significa que actualmente están sujetos a sanciones el 49 % de las exportaciones y el 58 % de las importaciones, cifras que, en comparación con 2021, casi duplican las anteriores.



Unión Europea. (2023). «Cómo funcionan las sanciones de la UE contra Rusia». *Consejo de la Unión Europea*. Recuperado de <https://www.consilium.europa.eu/es/politicas/sanctions/restrictive-measures-against-russia-over-ukraine/sanctions-against-russia-explained/>

1. Fundamentalmente, la lectura se enfoca en

- A) explicar la exportación e importación de Rusia tras ciertas sanciones.
- B) relatar los efectos de las sanciones de la OTAN contra el país eslavo.
- C) informar sobre las sanciones económicas contra Rusia y su impacto.
- D) describir el tipo de sanción que estableció la Unión Europea a Rusia.
- E) examinar la resiliencia de la economía rusa a las sanciones de la UE.

Solución:

En la parte escrita, se informa sobre las sanciones económicas de la Unión Europea contra el Estado y las empresas rusos. Asimismo, en el gráfico, se brinda información sobre las consecuencias que las sanciones económicas han generado en el país eslavo.

Rpta.: C

2. El término EXCLUIR supone

A) contribución.
D) selección.

B) registro.
E) inestabilidad.

C) vinculación.

Solución:

Según la lectura, las sanciones no se aplican a todos los productos exportados e importados por Rusia. De la lista se excluyen aquellos que son de primera necesidad para la población. Esta operación, por lo tanto, supone «selección» de algunos productos para establecer las sanciones contra Rusia.

Rpta.: A

3. Es inconsistente con la información brindada en la lectura sostener que la UE ha restringido todas las actividades comerciales de Rusia, ya que

- A) las empresas rusas no están autorizadas a vender ciertos productos a la UE.
- B) estas restricciones a su exportación e importación excluyen ciertos productos.
- C) las entidades europeas no pueden vender determinados productos a los rusos.
- D) la UE prohibió exportar mercancías por un valor de 43 900 millones de euros.
- E) se trata de medidas adicionales a otras que fueron impuestas anteriormente.

Solución:

Se informa en la lectura que, con el objetivo de no perjudicar a la población, sino únicamente al Estado ruso y las empresas de ese país, las sanciones no afectan a productos vinculados con la alimentación y la salud. Por ello, es falso afirmar que se han restringido todas las actividades comerciales rusas.

Rpta.: B

4. Se infiere de la información expuesta en el gráfico que Rusia

- A) ha desarrollado una industria de servicios empresariales en la última década.
- B) los aliados occidentales excluyen a las naciones que no se ubican en Europa.
- C) principalmente produce motores para vehículos pesados a fin de exportarlos.
- D) solo importa productos informáticos y electrónicos como actividad comercial.
- E) posee una economía relacionada a la industria energética fundamentalmente.

Solución:

El comercio de gas y petróleo es la actividad que mayor impacto ha recibido tras las sanciones económicas de los aliados occidentales. En tal sentido, es válido inferir que la economía rusa se relaciona principalmente a la industria energética.

Rpta.: E

5. Si la Unión Europea hubiera desistido de sancionar a Rusia en 2022,

- A) los vínculos entre la economía rusa y la europea carecerían de importancia.
- B) las importaciones de este país se incrementarían exponencialmente el 2023.
- C) cambiar su política internacional con los países aliados sería un imperativo.
- D) la economía de este país todavía habría visto afectadas sus exportaciones.
- E) este país estaría dispuesto a ceder parte de su territorio a Alemania o Italia.

Solución:

Según la lectura, las sanciones descritas son adicionales a las que se establecieron anteriormente. Por lo tanto, la economía rusa ya se encontraba afectada por restricciones internacionales, aunque el impacto en sus exportaciones e importaciones era casi la mitad de las cifras actuales.

Rpta.: D**TEXTO 2A**

La eutanasia aparece como algo «razonable» en las sociedades materialistas, que consideran la vida humana como algo útil y placentero, olvidando su valor intrínseco. Algunos países han legalizado o despenalizado la eutanasia, ante la solicitud de sus nacionales, pero imponiendo unos requisitos para llevarla a cabo. Justifica esta determinación la consideración de la eutanasia como muerte digna, en condiciones humanas, sin sufrimiento, miseria o dolor.

Sea cual sea la definición que se acepte de eutanasia, el problema moral consiste en averiguar si cualquier autoridad, privada o pública, puede por la fuerza quitar la vida a una persona inocente, niño o adulto lisiado, o de algún anciano o persona senil. Esta decisión olvida el valor incuestionable de la vida humana en cualquier circunstancia o contexto.

La legalización de la eutanasia hecha de lado el recurso que proporcionan algunos tratamientos, que pueden acortar la vida, y que se utilizan para **mitigar** el dolor de los pacientes con un resultado ético y lícito, ya que no buscan directamente quitar la vida, sino que son el resultado de una acción que en sí es buena y aconsejable. La eutanasia, a diferencia de estos procedimientos, es el acto por el cual se consigue que alguien que va a morir muera del modo más fácil e indoloro posible. Hay que tener presente que *eu* significa buena, y *thanatos* muerte. En el contexto deontológico, eutanasia es matar sin dolor y deliberadamente, de ordinario mediante gestos de apariencia médica, a pacientes que se dicen víctimas de sufrimientos insoportables o de incapacidades extremas, para liberarlos de su penosa situación y a la sociedad de una carga inútil.

Sin embargo, la ética médica establece que el médico nunca podrá reconocer motivo alguno que justifique la eutanasia, ya que esta es una acción intrínsecamente inmoral: es un homicidio, aunque subjetivamente pueda haberse ejecutado por compasión.

Vélez. A. (s. a.). La eutanasia: El debate actual. Consideraciones preliminares. Investigaciones Científicas. Universidad de La Sabana. <https://personaybioetica.unisabana.edu.co/index.php/personaybioetica/article/view/619/1793>

TEXTO 2B

El proyecto tiene un procedimiento exigente para certificar la libre voluntad y la condición médica de los pacientes que pidan la terminación de su vida en situaciones extremas de enfermedades terminales o lesiones irreversibles. Ningún médico ni clínica puede ser obligado a practicar la eutanasia. Nadie puede forzar a un paciente o a su familia a acelerar la muerte.

De modo que le permite a cada quien vivir (y morir) según sus convicciones. Los pacientes y los médicos que entiendan que la muerte digna es la que llega después de hacer hasta el último esfuerzo para alargar la vida, pueden optar por hacerlo. Pero quienes prefieran evitar semanas o meses de sufrimiento extremo por considerar que la muerte en esas circunstancias es más digna que la agonía, podrían acortar la dolorosa espera. Por eso el debate sobre la eutanasia es distinto al del aborto. A diferencia del aborto, en la eutanasia no hay ninguna disputa sobre la existencia de otro ser que estaría en peligro: la única vida que está en juego es la de un paciente adulto que expresa libremente su voluntad.

4. En el texto B, se infiere que, respecto a la eutanasia
- A) se aplicaría siempre que se certifique la libre voluntad del paciente.
 - B) algunos médicos no la practican porque acarrea problemas legales.
 - C) es distinta de la eutanasia pasiva porque brinda cuidados paliativos.
 - D) está en juego la vida de un sujeto con problemas físicos y mentales.
 - E) es legal en todos los distritos, los países y los continentes del mundo.

Solución:

El texto B, se afirma que los médicos y las clínicas evitan meterse en problemas, a pesar de que comparten la opinión del paciente, quienes en algunos casos no están de acuerdo con tratamientos paliativos.

Rpta.: B

5. Respecto con el texto A, si la ética médica reconociera algunos motivos para justificar la muerte, entonces
- A) los tratamientos paliativos causarían dolor a los pacientes.
 - B) la legalización de la eutanasia dejaría de ser controversial.
 - C) las diálisis renales y las dosis de insulina constituirían delitos.
 - D) la muerte sin dolor sería un argumento a favor de la eutanasia.
 - E) la eutanasia sería permitida probablemente para esos motivos.

Solución:

La ética médica, según el texto, establece que el médico nunca podrá reconocer motivo alguno que justifique la eutanasia. Por ello, si la ética médica reconociera algunos motivos para justificar la muerte, entonces probablemente fuese permitida para esos motivos.

Rpta.: E

TEXTO 3

Phone, affiche, falar, fantasía, figlia, fósfil. Todas estas palabras en distintos idiomas tienen algo en común, el fonema /f/, que solo la mitad de las lenguas habladas del mundo lo poseen. De hecho, según revela un nuevo estudio publicado en *Science*, es un sonido muy reciente que seguramente surgió hace unos 8000 años estrechamente vinculado a los cambios en la dentición que trajo consigo la adopción de una dieta más blanda.

Al parecer, cuando los humanos modernos pasaron de ser cazadores-recolectores a agricultores sedentarios, en el Neolítico, empezaron a consumir nuevos alimentos, como la leche y sus derivados, y desarrollaron tecnologías para prepararlos, como el mortero o la cerámica, que permitieron reducir la consistencia de la comida; también, nuevas herramientas de distintos metales con los cuales pudieron empezar a cortar la carne y las verduras en pedazos pequeños. Esos cambios en la alimentación y en su preparación, asegura un equipo internacional de investigadores, liderados por la Universidad de Zúrich (Suiza) y el Instituto Max Planck (Alemania), modificaron la mordida humana, lo que permitió, a su vez, que desarrollásemos nuevos sonidos como la 'f' y también la 'v' (en lenguas como el inglés), conocidos como labiodentales, al producirse tocando con el labio inferior los incisivos de la mandíbula superior, presentes en la mitad de las lenguas del mundo.

«Hemos logrado asociar el origen de estos fonemas a la transición global de la dieta humana hacia una alimentación más blanda. En muchas poblaciones prehistóricas y en todas las del pre-Holoceno la dieta **modeló** la mordida en los adultos», afirma el físico y científico computacional Damián Blasi, de la Universidad de Zúrich y coautor del estudio.

«Fue un proceso gradual, no **determinista**, que se produjo en distintas sociedades y regiones a menudo modulado por factores sociales y culturales», añade y pone como ejemplo el antiguo Imperio Romano. «Aunque todo el mundo hablaba latín, hay evidencias de que las elites y la plebe tenían un acceso distinto a la comida. Nuestras primeras pesquisas sugieren que también se podrían encontrar diferencias muy pronunciadas en la mordida y quizás eso dio lugar a diferencias en el habla de unos y otros. Las labiodentales podrían haber sido una marca de estatus, señalando una dieta más blanda y riqueza».

La Vanguardia (2019). Los humanos prehistóricos no sabían pronunciar la "f". <https://www.lavanguardia.com/ciencia/cuerpo-humano/20190314/461023019331/sonido-f-humanos-modernos-aprenden-cambio-dieta.html>

1. Medularmente, el texto aborda

- A) la transición de ser cazadores-recolectores a volverse agricultores sedentarios.
- B) la antigüedad del fonema labiodental /f/ muy vinculada con los cambios dentales.
- C) las diferentes palabras en los distintos idiomas tales como *phone*, *affiche* o *falar*.
- D) el proceso gradual mediante por el cual se pasó a una dieta alimenticia más blanda.
- E) la relación entre una dieta más blanda y la articulación de los sonidos labiodentales.

Solución:

El texto principalmente describe la relación causal entre una dieta más blanda y la articulación de los sonidos labiodentales.

Rpta.: E

2. El sinónimo contextual de MODELÓ es

- A) imitó.
- B) arquetipo.
- C) configuró.
- D) reprodujo.
- E) acopló.

Solución:

El texto afirma que el cambio en la dieta alimenticia MODELÓ, modificó, la mordida en los adultos.

Rpta.: C

3. Se infiere del texto que la articulación de sonidos labiodentales

- A) estaba programada ya desde la genética.
- B) se dio tanto en la plebe como en la élite.
- C) solo se ejecutaba en contextos políticos.
- D) permitió mantener los patrones de mordida.
- E) se manifestó en distintas áreas geográficas.

Solución:

El texto registra palabras de distintas lenguas en las cuales está presente el sonido labiodental, por ello, se puede afirmar que la articulación de sonidos labiodentales se manifestó en distintos lugares del mundo

Rpta.: E

4. Es incompatible con el texto aseverar que la articulación de sonidos labiodentales
- A) estaba determinada genéticamente por la naturaleza.
 - B) modificó la mordida en los adultos en el pre-Holoceno.
 - C) está relacionada con una dieta alimenticia más blanda.
 - D) fue gradualmente influenciada por aspectos culturales.
 - E) probablemente era una marca de una nutrición blanda.

Solución:

En el texto se afirma que la articulación de sonidos labiodentales fue un proceso gradual, no DETERMINISTA, que se produjo por factores sociales y culturales.

Rpta.: A

5. Si la especie humana hubiese mantenido sus hábitos alimenticios, entonces
- A) la [f] y la [v] se pronunciarían con la oclusión total de los labios.
 - B) todos los pobladores prehistóricos habrían sufrido desnutrición.
 - C) probablemente no hubiese sucedido un cambio en la mordida.
 - D) los de la clase baja articularían solamente sonidos labiodentales.
 - E) la alimentación modificaría la articulación de sonidos alveolares.

Solución:

El texto afirma que una dieta más blanda permitió modificaciones en la mordida y la posibilidad de articular sonidos labiodentales.

Rpta.: C**SECCIÓN C****PASSAGE 1**

The amount of sleep you need depends on various factors — especially your age. While sleep needs vary significantly among individuals, consider these general **guidelines** for different age groups:

Age group	Recommended amount of sleep
Infants 4 months to 12 months	12 to 16 hours per 24 hours, including naps
1 to 2 years	11 to 14 hours per 24 hours, including naps
3 to 5 years	10 to 13 hours per 24 hours, including naps
6 to 12 years	9 to 12 hours per 24 hours
13 to 18 years	8 to 10 hours per 24 hours
Adults	7 or more hours a night

In addition to age, other factors can affect how many hours of sleep you need. For example:

- Sleep quality. If your sleep is frequently interrupted, you are not getting quality sleep. The quality of your sleep is just as important as the quantity.
- Previous sleep deprivation. If you are sleep deprived, the amount of sleep you need increases.
- Pregnancy. Changes in hormone levels and physical discomfort can result in poor sleep quality.
- Aging. Older adults need about the same amount of sleep as younger adults. As you get older, however, your sleeping patterns might change. Older adults tend to sleep more lightly, take longer to start sleeping and sleep for shorter time spans than do younger adults. Older adults also tend to wake up multiple times during the night.

Olson, E. (2023). How many hours of sleep are enough for good health? *Mayo Clinic*. Retrieved from <https://www.mayoclinic.org/healthy-lifestyle/adult-health/expert-answers/how-many-hours-of-sleep-are-enough/faq-20057898> (Edited text).

1. The main idea of the passage is that

- A) there is a variety of needs in persons of many ages, one of them is sleep.
- B) changes in hormone levels and corporal discomfort could harm females.
- C) the age is the principal factor why people obtain previous sleep deprivation.
- D) from young infants to teens to adults and the elderly, we all need to sleep.
- E) various aspects, principally age, influence how much sleep do people need.

Solution:

The passage focuses on the factors that determine how much sleep do people need.

Answer: E

2. The word GUIDELINE is closest in meaning to

- A) advice. B) rule. C) protocol. D) training. E) drill.

Solution:

The GUIDELINES that the passage offers are nor orders you have to follow mandatory. They are ADVICE or RECOMMENDATIONS people could consider.

Answer: A

3. We can infer about a person who is close to turning eighty years old that

- A) had adequate sleep routines in his whole life.
- B) requires much more sleep than a young adult.
- C) endure health issues and hormone changes.
- D) needs much less sleep than a three-year-old.
- E) feels that the time he sleeps is enough for him.

Solution:

The chart that the passage shows refers that young babies need a lot more sleep than an elder person.

Answer: D

4. According to the passage it is inconsistent to say that sleeping a lot of time
- A) could be beneficial for pregnant women.
 - B) may not be enough to have sleep quality.
 - C) is more useful if you are sleep deprived.
 - D) starts to get difficult when you are older.
 - E) is well even if you are being interrupted.

Solution:

To obtain sleep quality need to sleep without too many interruptions.

Answer: E

5. If a fifteen-year-old wanted to sleep better
- A) he would need to go to therapy to solve his sleep disorder.
 - B) it would be ideal if he sleeps at least eight hours per day.
 - C) he would just need to sleep as young and older adults do.
 - D) that person would find that impossible due to technology.
 - E) he would need to wait until he turns 20 to undergo therapy.

Solution:

According to the chart shown in the passage, a person from 13 to 18 should sleep from 8 to 10 hours per day to sleep well.

Answer: B

PASSAGE 2

Does the following story sound familiar? In the beginning, a divine force created the universe by separating elements from the chaotic void: light and dark, heaven and earth. The first humans were formed from clay and lived in a paradise free of pain, sin and toil. But a clever creature tricked the humans and they fell from their perfect state into the **flawed** world we know today.

If you think that is the story of Adam and Eve from the Bible, you are right. But it is also a story common to other religions. Nearly every ancient culture told its own set of creation myths and they share a remarkable number of similarities, including key elements of the Adam and Eve story: humans fashioned from clay, a trickster figure who subverts the gods' plans for creation, and a woman taking the blame for sin and pain.

It appears that ancient authors from China, Egypt, Iceland, Greece, Mesopotamia and the Americas were all wrestling with the same big questions — where did we come from and why is our world the way it is? — and they used myth to make sense of it all.

Roots, D. (2021). The Story of Adam and Eve Is Not Unique to the Bible. *HowStuffWorks*. Retrieved from <https://people.howstuffworks.com/adam-and-eve.htm> (Edited text).

1. The passage is mainly about
- A) the story that most of us heard from our ancestors about the chaos and creation of the Earth is just more common than we could think.
 - B) many cultures worldwide tried to answer big questions about our existence, and some of them share similarities in their explanations.
 - C) the idea of the paradise in which we could live free of sin when we are dead was created thousands of years ago in Europe and Asia.
 - D) authors born in China, Egypt, Iceland and Mesopotamia conceived the world under some rules that they later shared to be similar.
 - E) there are three key elements that a myth needs to have to properly explain the world: a man, a trickster figure and a woman.

Solution:

First, the passage explains that there are similarities in some explanations of the world according to religions, but then it says that there are many cultures (China, Egypt, Greece, Mesopotamia, Iceland) that wanted to answer why the world is as it is.

Answer: B

2. What is the antonym of the word FLAWED?
- A) Splendid
 - B) Abnormal
 - C) Pleasing
 - D) Inferior
 - E) Defectless

Solution:

FLAWED means IMPERFECT or with defects. The opposite would be PERFECT or DEFECTLESS.

Answer: E

3. It is possible to infer that the story of Adam and Eve
- A) is considered the first story ever.
 - B) really happened long time ago.
 - C) was created in the region of China.
 - D) is far from being an original story.
 - E) could occur because of a war.

Solution:

The story of Adam and Eve has many similarities with other stories that want to explain how the world formed. So, this story is not original.

Answer: D

4. It is false to state about myths that they
- A) want to explain how the world is created.
 - B) could be slightly different in the cultures.
 - C) belong to Chinese, Greek and other ones.
 - D) report the reality as it is without changes.
 - E) were probably told by so many cultures.

Solution:

Myths are not completely objectives and are related to religion in different cultures around the world

Answer: D

5. If the bible had not recorded the story of Adam and Eve
- A) it would be impossible to keep preaching the word of Jesus Christ.
 B) European civilization would ignore any explanation of our existence.
 C) there would exist other myths but some of them similar to that story.
 D) the clever animal that many myths have would be clearly inexistent.
 E) a person from China would think that humans appeared suddenly.

Solution:

Many myths are very similar to the story of Adam and Eve. So, even if the name of the story would not be similar, that myths would share a lot of characteristics.

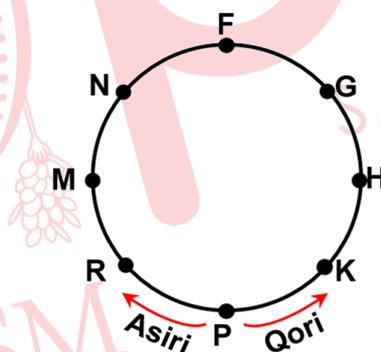
Answer: C

Habilidad Lógico Matemática

EJERCICIOS DE CLASE

1. La figura representa una pista circular con ocho puntos igualmente espaciados. Los hermanos Qori y Asiri parten, al mismo tiempo, del punto **P** en direcciones opuestas sobre la pista. Si Qori corre con una velocidad que es el triple que la de su hermana, ¿en qué punto se cruzarán por vigesimosegunda vez?

- A) M
 B) N
 C) F
 D) G
 E) H

**Solución:**

- 1) Puntos de encuentro:
 Inician en P

1° vez: M

2° vez: F

3° vez: H

4° vez: P

- 2) Como después de la 4° vez que se cruzan vuelven a cruzarse en el punto de la 1° vez, tenemos:
 $22 = 4(5) + 2 \Rightarrow 22^\circ = 2^\circ$.
- 3) Por tanto, el punto de encuentro por vigesimosegunda vez es **F**.

Rpta.: C

2. Alma tiene que tomar tres pastillas del tipo A cada 8 horas y dos pastillas del tipo B cada 6 horas durante un tiempo determinado. Se sabe que una pastilla del tipo A cuesta $S/2$ y el de tipo B cuesta $S/2,5$. Si Alma inició su tratamiento tomando simultáneamente ambos tipos de pastillas y el costo total en pastillas del tipo A es tanto como el costo total en pastillas del tipo B, ¿cuánto tiempo duró el tratamiento?

A) 15 h B) 12 h C) 1 día D) 18 h E) 10 h

Solución:

Sea el tiempo de tratamiento: T

En las pastillas se tiene:

$$\text{Cantidad de pastillas tipo A} = 3 \left(\frac{T}{8} + 1 \right)$$

$$\text{Costo de pastillas tipo A} = 6 \left(\frac{T}{8} + 1 \right)$$

$$\text{Cantidad de pastillas tipo B} = 2 \left(\frac{T}{6} + 1 \right)$$

$$\text{Costo de pastillas tipo B} = 5 \left(\frac{T}{6} + 1 \right)$$

Por dato:

$$6 \left(\frac{T}{8} + 1 \right) = 5 \left(\frac{T}{6} + 1 \right) \rightarrow T = 12 \text{ horas}$$

Por lo tanto, el tratamiento duró 12 horas.

Rpta.: B

3. Liliana tiene un tablero con 12 focos. Cada hora, ella cambia de situación dada a algunos de los focos, es decir, apaga algunos de los que están prendidos y prende algunos de los que están apagados. La regla que usa Liliana para hacer los cambios es la siguiente: a la primera hora cumplida cambia de situación el foco 1; cuando se cumple la segunda hora, cambia de situación los focos 1 y 2, a la tercera hora cumplida cambia de situación los focos 1, 2 y 3, y así sucesivamente. Si inicialmente todos los focos estaban apagados, ¿cuántos focos habrán prendidos cuando se cumplen 12 horas?

A) 5 B) 8 C) 7 D) 10 E) 6

Solución:

1) Veamos la situación de los focos:

1 hora	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
2 hora	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
3 hora	●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
4 hora	○	●	○	●	○	○	○	○	○	○	○
5 hora	●	○	●	○	●	○	○	○	○	○	○
6 hora	○	●	○	●	○	●	○	○	○	○	○
7 hora	●	○	●	○	●	○	●	○	○	○	○
8 hora	○	●	○	●	○	●	○	●	○	○	○
9 hora	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	○
10 hora	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○
11 hora	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
12 hora	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○

● Foco prendido

○ Foco apagado

2) Por tanto, a las 12 horas habrá 6 focos prendidos.

Rpta.: E

4. Los hermanos Nelson y Gabriel enfermaron, por lo que el médico prescribió que, durante una semana, Nelson debe tomar dos pastillas del tipo M cada 12 horas y Gabriel una pastilla del tipo N cada 8 horas. Si ambos iniciaron su primera toma en el mismo instante y Nelson olvidó ingerir sus pastillas y solo las tomó cuando coincidía con Gabriel, ¿cuántas pastillas dejó de tomar Nelson?

A) 14

B) 12

C) 24

D) 16

E) 20

Solución:

Nelson debe tomar pastillas cada 12 horas y Gabriel cada 8 horas. Nelson solo tomó pastillas cuando coincidía con Gabriel.

Sea t el tiempo que transcurre desde la primera toma hasta la siguiente vez que coinciden. Luego t es múltiplo de 8 y 12 entonces $t = \text{mcm}(12, 8) = 24$

Nelson tomó cada 24 horas: # pastillas = $2\left(\frac{7 \times 24}{24} + 1\right) = 16$

Nelson debió tomar cada 12 horas = $2\left(\frac{7 \times 24}{12} + 1\right) = 30$

Por lo tanto, Nelson dejó de tomar = $30 - 16 = 14$ pastillas.

Rpta.: A

5. En la siguiente figura, se tiene dos ruedas tangentes de centro O_1 y O_2 cuyos radios miden 6 cm y 8 cm respectivamente. Si A y B son puntos sobre las ruedas y estas giran en el sentido indicado, ¿cuántas vueltas, como mínimo, debe dar la rueda de menor radio para que los puntos A y B estén en contacto por segunda vez?

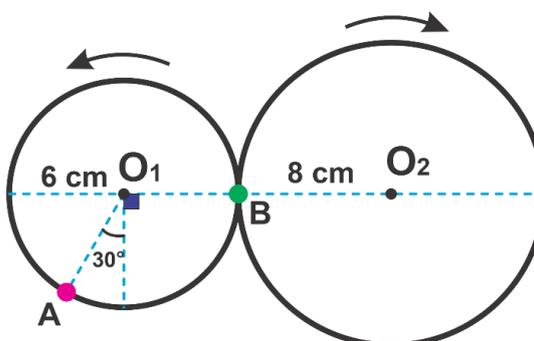
A) $5\frac{1}{3}$ vueltas

B) $4\frac{1}{6}$ vueltas

C) 5 vueltas

D) $3\frac{1}{3}$ vueltas

E) $5\frac{1}{6}$ vueltas



Solución:

Del sistema:

El número de vueltas de las ruedas están en la relación de 4 a 3,

$$\frac{4}{1\frac{1}{3}} \quad \frac{3}{1} \quad 1^{\text{era}} \text{ vez}$$

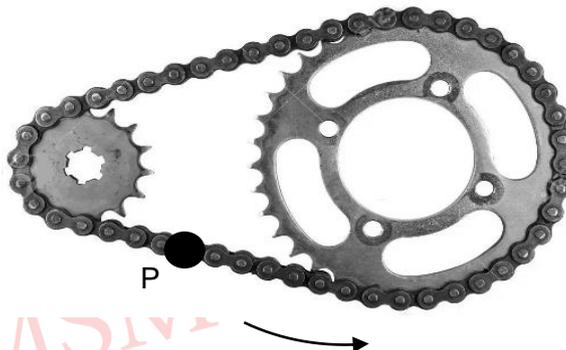
$$\frac{4}{5\frac{1}{3}} \quad \frac{3}{4} \quad 2^{\text{da}} \text{ vez}$$

$$\therefore V_6 = 5\frac{1}{3} \text{ vueltas}$$

Rpta.: A

6. En la figura se muestra un sistema de transmisión por cadena de una bicicleta. Los radios del plato mayor (catalina) y menor (piñón) miden 16 y 4 cm, respectivamente. Cuando el punto P vuelve a la misma posición inicial que se muestra; la suma del número de vueltas que dan dichos platos es diez. Calcule la longitud en centímetros recorrida por P.

- A) 60π
 B) 68π
 C) 30π
 D) 32π
 E) 64π

**Solución:**De la relación: $\#Vuel\text{tas}(\text{Plato}) \times r_{\text{plato}} = \#Vuel\text{tas}(\text{Piñón}) \times r_{\text{piñón}} = \text{cte}$

$$\text{Tenemos: } \frac{\#Vuel\text{tasPlato}}{\#Vuel\text{tasPiñon}} = \frac{4k}{16k} = \frac{k}{4k} \rightarrow k + 4k = 10 \rightarrow \boxed{k = 2}$$

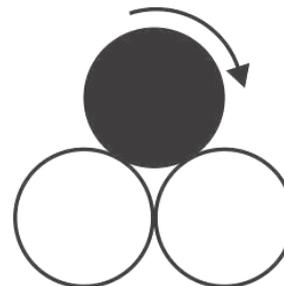
Longitud recorrida por P:

$$2[2\pi \times 16] = 64\pi \text{ cm}$$

Rpta.: E

7. Sobre una mesa se colocan tres discos congruentes tangentes dos a dos, como se indica en la figura. Manteniendo fijos los discos blancos, se hace rodar por sus bordes al disco negro, en el sentido que se indica. Si el disco negro regresa a su posición inicial, ¿cuántas vueltas sobre su centro ha girado?

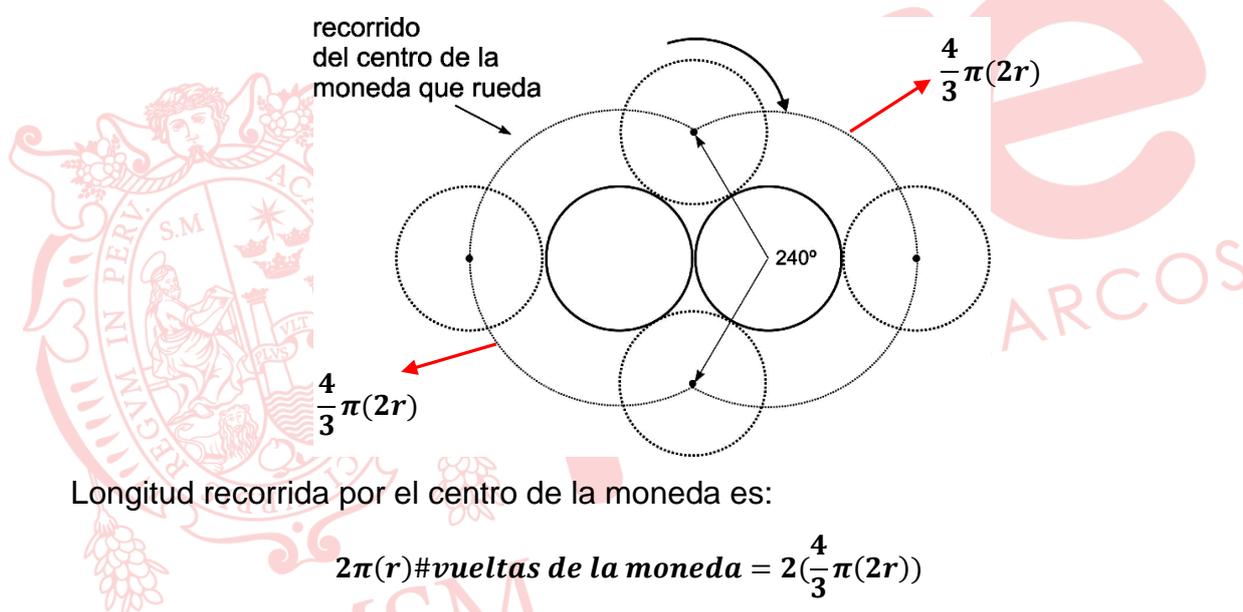
- A) 3 B) 5 C) $3\frac{1}{3}$
 D) $2\frac{2}{3}$ E) 4



Solución:

Sea el radio de las monedas: r

La moneda que va rodando describe sobre las monedas que están fijas un ángulo de 480° en total.



Longitud recorrida por el centro de la moneda es:

$$2\pi(r)\#vueltas\ de\ la\ moneda = 2\left(\frac{4}{3}\pi(2r)\right)$$

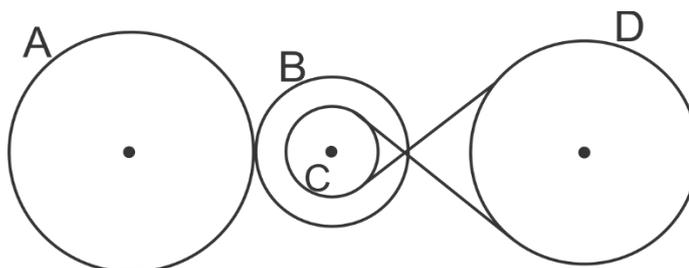
$$\#vueltas\ de\ la\ moneda = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$$

Por lo tanto, dicha moneda gira sobre su centro $2\frac{2}{3}$ de vuelta.

Rpta.: D

8. La figura representa un sistema de poleas en el que los radios de las poleas A, B, C y D miden 16, 10, 6 y 15 centímetros, respectivamente. Si en un instante posterior al inicio del movimiento, la diferencia entre el número de vueltas que han dado las poleas A y D es 18, determine el número de vueltas que ha dado la polea B hasta ese instante.

- A) 40
 B) 50
 C) 60
 D) 80
 E) 90



Solución:

$$n_a(16) = n_b(10) \Rightarrow n_a = \frac{5}{8}n_b$$

$$n_b = n_c$$

$$n_c(6) = n_d(15) \Rightarrow n_d = \frac{2}{5}n_c$$

$$\text{Dato: } n_a - n_d = 18$$

$$\frac{5}{8}n_b - \frac{2}{5}n_b = 18 \Rightarrow n_b = 80$$

Rpta.: D**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. El médico de Josefina le indicó comprar dos frascos de la misma vitamina para el malestar que tiene; cada frasco contiene 120 cápsulas. Debe iniciar su tratamiento tomando tres cápsulas cada 8 horas, una vez agotado el primer frasco debe continuar el tratamiento tomando dos cápsulas cada 8 horas del otro frasco hasta terminar todas las cápsulas. ¿Cuánto tiempo durará el tratamiento de Josefina?
- A) 33 días B) 32 días C) 30 días D) 35 días E) 31 días

Solución:

Sea T_1 y T_2 los tiempos de tratamiento de cada frasco

$$\text{Nro. tabletas tipo A: } 3 \left(\frac{T_1}{8} + 1 \right) = 120$$

$$T_1 = 312 \text{ horas}$$

$$\text{Nro. tabletas tipo B: } 2 \left(\frac{T_2}{8} + 1 \right) = 120$$

$$T_2 = 472 \text{ horas}$$

Tiempo entre el primer frasco y el segundo es 8 horas, entonces:

$$T = T_1 + T_2 + 8$$

$$T = 312 + 472 + 8 = 792 \text{ horas} = 33 \text{ días}$$

Por lo tanto, tiempo total de tratamiento es 33 días.

Rpta.: A

2. Diego tiene un gatito al que da de beber leche de una forma especial: encima del plato del gatito ha colocado un envase lleno de leche, el cual posee un pequeño agujero por el cual gotea leche en el plato. Si desde que comenzó a gotear se observa que el tiempo entre gota y gota es el mismo, y que entre la segunda y la octava gota de leche hay un lapso de 30 segundos; además, desde que cayó la primera gota hasta la última han pasado 15 minutos y cada gota lleva consigo 3 mL de leche, ¿qué cantidad de leche cayó en el plato?
- A) 444 mL B) 483 mL C) 543 mL D) 540 mL E) 534 mL

Solución:

$$t = \frac{30''}{6} = 5''$$

$$15'' = 900 \text{ s}$$

$$\# \text{ de gotas} = \frac{900}{5} + 1 = 181$$

$$\text{Cantidad de leche} = 181(3\text{mL}) = 543\text{ml} = \frac{1}{2} \text{ L} + 43 \text{ mL}$$

Rpta: C

3. Miguel tomó dos tipos de pastillas para el tratamiento de una enfermedad durante 2 semanas. Tomó 2 pastillas del tipo A cada 9 horas y 3 pastillas del tipo B cada 8 horas. Si la primera dosis del tipo B la tomó 6 horas después que la primera dosis del tipo A, ¿cuántas pastillas tomó desde el inicio del tratamiento hasta que él tomó las pastillas A y B simultáneamente por segunda vez?

A) 83 B) 78 C) 73 D) 100 E) 70

Solución:

Tiempo que transcurre desde la primera toma de la pastilla A hasta la «m» toma de la pastilla A: $9(m - 1)$

Tiempo que transcurre desde la primera toma de la pastilla B hasta la «n» toma de la pastilla B: $8(n - 1)$

Coinciden en tomar las pastillas A y B si: $9(m - 1) = 8(n - 1) + 6$

$$\Rightarrow 9m = 8n + 7$$

Resolviendo: $n = 7$ y $m = 7$ (simultáneamente por 1° vez)

$n = 16$ y $m = 15$ (simultáneamente por 2° vez)

La segunda vez que toma ambas pastillas simultáneamente, es cuando el tiempo para A es $9(15 - 1) = 126$ horas y el tiempo para B es $8(16 - 1) = 120$ horas.

total de pastillas A (126 horas) = $2 \left(\frac{126}{9} + 1 \right) = 30$

total de pastillas B (120 horas) = $3 \left(\frac{120}{8} + 1 \right) = 48$

El total de pastillas ingeridas es **78**.

Rpta.: B

4. Raquel escribió en una sola fila un número que tiene 2913 cifras, tal como se muestra en la figura. De izquierda a derecha, ¿cuáles son las tres últimas cifras que escribió Raquel?

Izquierda 12321232123212321... Derecha

 2913 cifras

- A) 232 B) 123 C) 212 D) 312 E) 321

Solución:

- 1) Cada cuatro cifras se repiten: 1232
- 2) Como $2913 = 4 \cdot 728 + 1$. Entonces las cinco últimas cifras: ...**12321**.
- 3) Por tanto, las tres últimas cifras: 321.

Rpta.: E

5. En el mes de febrero del año 2020, Luana tomó una pastilla de cierto medicamento cada 8 horas, comenzando a las cero horas del primero de febrero. ¿Cuántas pastillas tomó Luana en todo el mes de febrero? Dar como respuesta la suma de cifras.

- A) 16 B) 15 C) 17 D) 18 E) 14

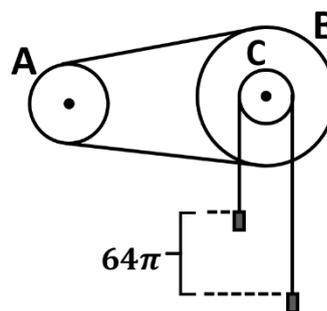
Solución:

Número de pastillas = $29(24)/8 + 1 = 88$
 Suma de cifras = $8 + 8 = 16$

Rpta: A

6. En la figura se muestra un sistema de poleas y dos bloques idénticos colgando de la polea C. Si los radios de las poleas A, B y C son 10, 20 y 4 cm respectivamente, y la polea A gira en sentido antihorario, ¿cuántas vueltas tiene que dar la polea A para que los bloques estén al mismo nivel?

- A) 6 B) 12 C) 16
 D) 8 E) 10

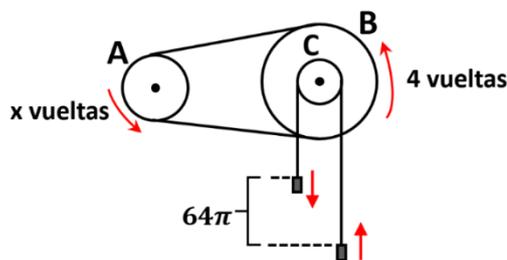


Solución:

Para que los bloques estén al mismo nivel uno debe bajar 32π cm y el otro debe subir 32π cm.

Además, la rueda C en una vuelta recorre $2\pi(4) = 8\pi$ cm

El número de vueltas de C es $\frac{32\pi}{8\pi} = 4$



Como B y C dan el mismo número de vueltas.

(N° de vueltas de A) (Radio de A) = (N° de vueltas de B) (Radio de B)

$$x \cdot 10 = (4)(20)$$

$$x = 8$$

La polea A debe dar 8 vueltas

Rpta.: D

7. En la figura se muestra las ruedas A y B con sus respectivos radios. Si la rueda A da 4 vueltas y la rueda B da 2 vueltas, en el sentido indicado, partiendo desde su posición inicial hasta el instante que llegan hacer contacto entre ellas, calcule la distancia, en centímetros, desde el punto P hasta el punto Q.



A) $32\pi + 4\sqrt{2}$

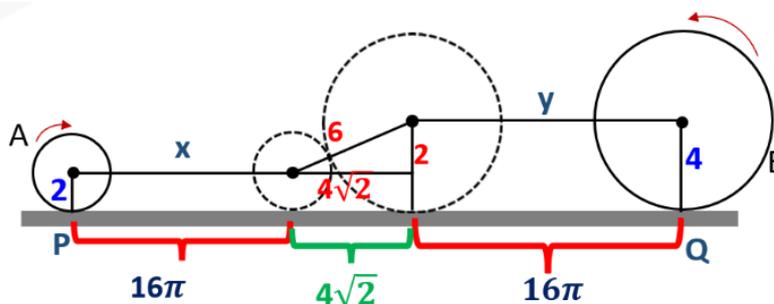
B) $30\pi + 2\sqrt{2}$

C) $28\pi + 4\sqrt{2}$

D) $30\pi + \sqrt{2}$

E) $22\pi + 4\sqrt{2}$

Solución:

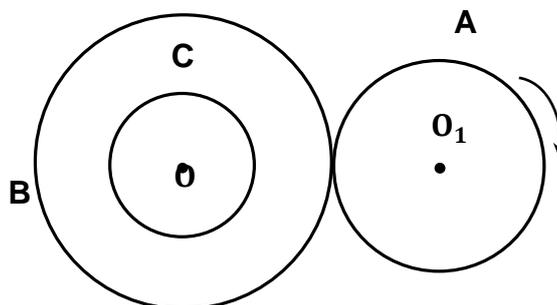


Luego: $16\pi + 4\sqrt{2} + 16\pi = 32\pi + 4\sqrt{2}$

Rpta.: A

8. En el sistema mostrado, las medidas de los radios de las ruedas A, B y C son 3, 5 y 1 cm respectivamente. Si la rueda A gira 90° , calcule la medida del ángulo que gira la rueda C.

- A) 18° B) 27°
 C) 36° D) 54°
 E) 62°



Solución:

- 1) Del sistema se tiene que:
 ángulo de giro de B = ángulo de giro de C = α .

2) $5\alpha = 90 \cdot 3 \Rightarrow \alpha = 54^\circ$

Rpta.: D

Aritmética

EJERCICIOS DE CLASE

1. Manuel, Almendra, Sofía y Fabiano tienen cada uno cierta cantidad de soles. Se sabe que la cuarta diferencial de lo que tienen, Manuel, Almendra y Sofía es 180; la tercera proporcional de lo que tienen Manuel y Sofía es 250; además 120 es la tercera diferencial de la cantidad que tiene Sofía y el doble de lo que tiene Fabiano. Si Fabiano tiene 80 soles, ¿cuántos soles tienen los cuatro juntos?

- A) 560 B) 420 C) 580 D) 620 E) 600

Solución:

Sean M, A, S y F la cantidad de soles que tienen Manuel, Almendra, Sofía y Fabiano respectivamente, por dato $F = 80$, además

$$M - A = S - 180 \dots (1), \quad \frac{M}{S} = \frac{S}{250} \dots (2), \quad S - 2(80) = 2(80) - 120 \dots (3)$$

De (3) $S = 200$, en (2)

$$\frac{M}{200} = \frac{200}{250} \rightarrow M = 160$$

En (1) $160 - A = 200 - 180 \rightarrow A = 140$

Por lo tanto $M + A + S + F = 160 + 140 + 200 + 80 = 580$

Rpta.: C

2. La suma, la diferencia y el producto de las edades en años de dos hermanos están en la relación de 13; 1 y 84 respectivamente. ¿Qué edad tiene el hermano mayor?

A) 14 B) 24 C) 27 D) 28 E) 31

Solución:

$$\frac{a+b}{13} = \frac{a-b}{1} = \frac{ab}{84} \rightarrow b = 12, a = 14$$

Rpta.: A

3. La cantidad de dinero en soles que tienen Manuel, Nico y Patricio son respectivamente m , n y p donde se cumple que $\frac{m+6}{5n} = \frac{p+2}{4m-4} = \frac{m}{3n} = \frac{n-2}{2n}$. ¿Cuánto dinero tienen los tres juntos?

A) 37 B) 18 C) 19 D) 27 E) 28

Solución:

$$\frac{m+6}{5n} = \frac{p+2}{4m-4} = \frac{m}{3n} = \frac{n-2}{2n}$$

$$\frac{6}{2n} = \frac{n-2}{2n} \rightarrow n = 8, m = 9, p = 10$$

Se pide: $m + n + p = 27$

Rpta.: D

4. Las notas obtenidas por cuatro alumnos forman una proporción cuya suma de los términos extremos es 22, la suma de los términos medios es 17 y la suma de los cuadrados de los cuatro términos es 485. Halle la mayor nota obtenida por uno de esos alumnos.

A) 18 B) 16 C) 14 D) 20 E) 12

Solución:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k; \quad a + d = 22, \quad b + c = 17$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 485$$

$$(k^2 + 1)(b^2 + d^2) = 5 \times 97$$

$$\therefore k = 2, d = 4 \wedge b = 9$$

$$\text{Reemplazando } \frac{18}{9} = \frac{8}{4} = 2$$

Respuesta : 18

Rpta.: A

5. Los precios, en soles, de seis artículos forman una serie de tres razones equivalentes y continuas cuya suma de los antecedentes es 38 y la suma de los consecuentes es 57. Si los precios son valores enteros, determine la suma del mayor y menor de los términos.

A) 46 B) 35 C) 38 D) 32 E) 24

Solución:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = K \rightarrow \frac{38}{57} = K \rightarrow K = \frac{2}{3}, \text{ como } a + b + c = 38 \rightarrow dK^3 + dK^2 + dK = 38$$

$$d\left(\frac{8}{27} + \frac{4}{9} + \frac{2}{3}\right) = 38 \rightarrow d = 27;$$

$$a = 8$$

$$d + a = 35$$

Rpta.: B

6. En cierto momento de una gran fiesta se observa que están bailando en parejas mixtas; por cada mujer que baila, hay tres varones que no lo hacen; además, la cantidad de varones que no bailan es al total de personas como 1 es a 3. Si se retirasen 60 mujeres, las cantidades de varones y mujeres serían iguales, ¿cuántas personas estuvieron en dicha fiesta?

- A) 200 B) 580 C) 540 D) 560 E) 440

Solución:

$$HB = MB = K \rightarrow HNB = 3K$$

$$H = 4K; M = 5K$$

$$5K - 60 = 4K \rightarrow K = 60$$

$$\text{Total: } 9(60) = 540$$

Rpta.: C

7. Con las edades de los cuatro sobrinos de Martín se forma una proporción geométrica continua cuya razón es un número entero. Si la suma de los términos de la primera razón es 30 y la suma de todas las edades es la menor posible, ¿cuánto suman esas edades?

- A) 36 B) 45 C) 32 D) 24 E) 48

Solución:

Sean a, b, b, c las edades de los cuatro sobrinos de Martín

Por dato

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k \dots (1), \quad a + b = 30 \dots (2)$$

Entonces $b = ck, a = ck^2$, reemplazando en (2)

$$ck^2 + ck = 30 \rightarrow ck(k + 1) = 30 = 1(5)(6) = 5(2)(3)$$

Si $k = 5$ entonces $c = 1, b = 5, a = 25$ luego $a + b + b + c = 36$

Si $k = 2$ entonces $c = 5, b = 10, a = 20$ luego $a + b + b + c = 45$

Rpta.: A

8. En una competencia hípica cuya longitud es de «d» metros, participan tres caballos de nombres «Arnol, Bucho y Cuto». Si Arnol ganó a Bucho por 30 metros y a Cuto, por 40 metros; además Bucho ganó a Cuto por 15 metros, ¿cuál es el valor de «d»?

A) 132 B) 120 C) 100 D) 90 E) 88

Solución:

$$\frac{A}{B} = \frac{d}{d-30} \quad \frac{A}{C} = \frac{d^2}{(d-30)(d-15)} = \frac{d}{d-40}$$

$$\frac{B}{C} = \frac{d}{d-15} \quad d^2 - 40d = d^2 - 45d + 450$$

$$d = 90 \text{ m}$$

Rpta.: D

9. De un recipiente que contiene una mezcla de 20 litros de agua y 12 litros de alcohol, se extraen 8 litros del contenido y se agrega al recipiente 6 litros de agua. ¿Cuántos litros de alcohol se debe añadir al recipiente para que la nueva relación de agua y alcohol sea la inversa de la que había al inicio?

A) 26 B) 22 C) 20 D) 24 E) 14

Solución:

Mezcla inicial $\begin{cases} \text{Vol. Agua: } 20 \text{ L} \\ \text{Vol. Alcohol: } 12 \text{ L} \end{cases}$ Relación inicial: $\frac{\text{Agua}}{\text{Alcohol}} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3}$

Al extraer 8 litros de mezcla se extraen:

Vol. Agua extraída 5 L. Vol. Alcohol extraído 3 L

De este modo si agregamos 6 L de agua al contenido del recipiente tendremos

Vol. Agua $20 - 5 + 6 = 21$. Vol. Alcohol $12 - 3 = 9$

Sean x L de alcohol que agregamos al recipiente, entonces

Vol. Agua 21 L. Vol. Alcohol $9 + x$

Por dato

$$\frac{21}{9+x} = \frac{3}{5} \rightarrow x = 26$$

Rpta.: A

10. Con respecto del número de páginas de cierta obra leída por seis personas, se sabe que, lo leído por Ana es a lo leído por Bertha, como lo leído por Carlos es a lo leído por Daniel, como lo leído por Elena es a lo leído por Fátima; además, Bertha leyó 45 páginas más que Ana; Fátima, 25 más que Elena y Daniel, 35 más que Carlos. Si el producto de las cantidades de páginas leídas por Ana, Carlos y Elena es 2520, ¿cuánto suma el número de páginas leídas por Bertha, Daniel y Fátima?

A) 137 B) 147 C) 157 D) 140 E) 150

Solución:

Sean a, b, c, d, e, f el número de páginas leídas por Ana, Bertha, Carlos, Daniel, Elena y Fátima respectivamente.

Por dato

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \dots (1), \quad b - a = 45 \dots (2), \quad f - e = 25 \dots (3), \quad d - c = 35 \dots (4)$$

$$a \cdot c \cdot e = 2520 \dots (5)$$

De (1) por propiedad

$$\frac{a}{b-a} = \frac{c}{d-c} = \frac{e}{f-e} = \frac{k}{1-k} \rightarrow \text{por (3), (4) y (5)} \frac{a}{45} = \frac{c}{35} = \frac{e}{25} = \frac{k}{1-k}$$

Por propiedad

$$\frac{a \cdot c \cdot e}{45(35)(25)} = \left(\frac{k}{1-k}\right)^3 \rightarrow \text{por (5)} \frac{2520}{45(35)(25)} = \left(\frac{k}{1-k}\right)^3 \rightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{k}{1-k}\right)^3$$

$$\rightarrow \frac{k}{1-k} = \frac{2}{5} \rightarrow k = \frac{2}{7}$$

De (1) por propiedad

$$\frac{b}{b-a} = \frac{d}{d-c} = \frac{f}{f-e} = \frac{1}{1-k} \rightarrow \frac{b}{45} = \frac{d}{35} = \frac{f}{25} = \frac{1}{1-\frac{2}{7}} = \frac{7}{5}$$

Por propiedad

$$\frac{b+d+f}{45+35+25} = \frac{7}{5} \rightarrow b+d+f = 147$$

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En un aula se observa que el número de varones y de mujeres están en la relación de tres a dos. Después del examen parcial, se retiraron 6 varones por cada 5 mujeres. Si quedaron solo 9 varones, ¿cuántas mujeres había al inicio?

A) 42

B) 58

C) 30

D) 45

E) 96

Solución:

$$\frac{V}{M} = \frac{3a}{2a}, \quad \frac{VR}{MR} = \frac{6b}{5b}$$

$$\bullet 2a - 5b = 0$$

$$\bullet 3a - 6b = 9, \quad a = 15$$

$$\#M = 30$$

Rpta.: C

2. En una reunión de 180 personas se observó que por cada varón adulto hay 10 mujeres adultas y por cada niño hay 4 varones adultos. ¿Cuántas personas adultas hay en la reunión?

A) 176 B) 186 C) 190 D) 192 E) 186

Solución:

$$VA + MA + N = 180$$

$$\frac{VA}{MA} = \frac{1}{10}, \frac{N}{VA} = \frac{1}{4}, (40 + 1 + 4)K = 180$$

$$\frac{VA}{4} = \frac{MA}{40} = \frac{N}{1} = K = 4$$

$$\therefore VA + MA = 176$$

Rpta.: A

3. En cierto almacén, la cantidad de chompas es a la cantidad de pantalones como la cantidad de polos es a la cantidad de casacas. Si el número total de dichas prendas es los $\frac{10}{3}$ del total de pantalones y casacas, además el total de chompas y casacas es 23, ¿cuántos polos más que pantalones hay en el almacén?

A) 12 B) 13 C) 15 D) 14 E) 11

Solución:

Sean a, b, c, d las cantidades de chompas, pantalones, polos y casacas respectivamente. Por dato

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \dots (1), \quad a + b + c + d = \frac{10}{3}(b + d) \dots (2), \quad a + d = 23 \dots (3)$$

Entonces de (2)

$$\frac{a + b + c + d}{b + d} = \frac{10}{3} \rightarrow \frac{a + c}{b + d} = \frac{10 - 3}{3} = \frac{7}{3} = k$$

De este modo por (1) $a = 7k, b = 3k, c = 7m, d = 3m \dots (4)$

Luego por (3) $7k + 3m = 23$. Como $k, n \in \mathbb{Z}^+$, $k = 2, m = 3$ única solución, en (4) $a = 14, b = 6, c = 21, d = 9$

Por lo tanto #polos – #pantalones = $21 - 6 = 15$

Rpta.: C

4. En cierto concurso público para puestos de trabajo, se sabe que el número de postulantes que alcanzaron una plaza es a la cantidad de postulantes como 8 es a 23. Si de los que alcanzaron una plaza, la quinta parte son varones y 96 son mujeres, ¿cuántos postulantes no alcanzaron un puesto de trabajo?

A) 225 B) 235 C) 185 D) 275 E) 205

Solución:

Sean $n = \#$ de los que alcanzaron una plaza, $P = \#$ de postulantes

Por dato

$$\frac{n}{P} = \frac{8}{23} \dots (1),$$

De los n que alcanzaron una plaza por dato

$$\# \text{ varones} = \frac{1}{5}n, \# \text{ mujeres} = 96 \rightarrow \frac{4}{5}n = 96 \rightarrow n = 120$$

En (1)

$$\frac{120}{P} = \frac{8}{23} \rightarrow P = 345$$

Por lo tanto, No alcanzaron un puesto de trabajo = $345 - 120 = 225$

Rpta.: A

5. En una zapatería, se observó cierto día que por cada 11 personas que ingresaron a la tienda, 6 compraron calzado. Al día siguiente esa relación varió, por cada 17 personas que ingresaron, 7 compraron calzado. Si en ambos días la cantidad de personas que no compraron calzado es la misma, además el primer día ingresaron 132 personas, ¿cuántas personas ingresaron a dicha zapatería el segundo día?

- A) 92 B) 142 C) 112 D) 132 E) 102

Solución:

Primer día

$$\frac{\# \text{ pers. que ing.}}{\# \text{ pers. que comp.}} = \frac{11k}{6k} \rightarrow \# \text{ pers. que ing.} = 11k, \# \text{ pers. que comp.} = 6k$$

$$\# \text{ pers. que no comp.} = 5k$$

Segundo día

$$\frac{\# \text{ pers. que ing.}}{\# \text{ pers. que comp.}} = \frac{17n}{7n} \rightarrow \# \text{ pers. que ing.} = 17n, \# \text{ pers. que comp.} = 7n$$

$$\# \text{ pers. que no comp.} = 10n$$

Por dato $5k = 10n, 11k = 132 \rightarrow k = 12, n = 6$

Por lo tanto, $\#$ personas que ingresaron el segundo día = $17(6) = 102$

Rpta.: E

6. Con las edades en años de cuatro niños se forma una proporción geométrica de razón igual a cinco, donde se observa que la diferencia del primer y último término es 7 y la suma de los términos medios es 17. Determine la suma de las cuatro edades.

- A) 28 B) 32 C) 21 D) 20 E) 30

Solución:

Sean las edades a, b, c, d

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = 5 \dots (1), \quad a - d = 7 \dots (2) \quad b + c = 17 \dots (3)$$

$$\rightarrow 5b - d = 7, \quad b + 5d = 17 \rightarrow b = 2, \quad d = 3 \rightarrow a = 10, c = 15$$

Las edades son: 10, 2, 15 y 3.

Por lo tanto, la suma es 30.

Rpta.: E

7. Se tienen tres toneles de vino cuyos contenidos están en la relación de 12, 8 y 15 respectivamente. Susana observa que al pasar m litros del primer al segundo tonel y luego n litros del tercer tonel al segundo, la nueva relación es de 24, 31 y 36 respectivamente; si $m - n = 21$, ¿cuál es el volumen final del tercer tonel, en litros?

- A) 145 B) 120 C) 180 D) 155 E) 195

Solución:

Sean A, B, C el volumen de vino contenido en cada tonel.

Por dato

$$\frac{A}{12} = \frac{B}{8} = \frac{C}{15} = k \rightarrow A = 12k, \quad B = 8k, \quad C = 15k \dots (1)$$

Al pasar m litros del primer al segundo tonel y luego n litros de le tercero al segundo, los nuevos volúmenes son $A - m, B + m + n, C - n$

Pero por dato

$$\frac{A - m}{24} = \frac{B + m + n}{31} = \frac{C - n}{36}$$

Por (1)

$$\frac{12k - m}{24} = \frac{8k + m + n}{31} = \frac{15k - n}{36} = \frac{12k - m + 8k + m + n + 15k - n}{24 + 31 + 36} = \frac{5k}{13}$$

Luego

$$\frac{12k - m}{24} = \frac{5k}{13} \rightarrow m = \frac{36}{13}k; \quad \frac{15k - n}{36} = \frac{5k}{13} \rightarrow n = \frac{15}{13}k$$

Y como por dato se tiene:

$$m - n = 21 \rightarrow \frac{36}{13}k - \frac{15}{13}k = 21 \rightarrow k = 13, n = 15, C = 15(13) = 195$$

Por lo tanto, volumen final del tercer tonel = $195 - 15 = 180$

Rpta.: C

8. Julio al resolver el siguiente problema

$$\text{«Si } \frac{a}{m} = \frac{b}{n} = \frac{c}{p}, \quad \frac{m^2 - n^2}{m^2 + n^2} = \frac{4}{5} \quad \text{y} \quad \frac{p^2 - n^2}{p^2 + n^2} = \frac{12}{13}, \quad \text{halle } E = \frac{ab + bc + ac}{a^2 + b^2 + c^2} \text{»}$$

observa que los términos de la fracción irreducible equivalente a E , son dos números que coinciden con la cantidad de soles que tienen él y su hermano. Determine la diferencia positiva de dichas cantidades.

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 14 E) 8

Solución:

Del dato

$$\frac{m^2 - n^2 - m^2 - n^2}{m^2 - n^2 + m^2 + n^2} = \frac{4 - 5}{4 + 5} \rightarrow \frac{n^2}{m^2} = \frac{1}{9} \rightarrow \frac{n}{m} = \frac{1}{3} \dots (1)$$

También

$$\frac{p^2 - n^2 - p^2 - n^2}{p^2 - n^2 + p^2 + n^2} = \frac{12 - 13}{12 + 13} \rightarrow \frac{n^2}{p^2} = \frac{1}{25} \rightarrow \frac{n}{p} = \frac{1}{5} \dots (2)$$

De (1) y (2)

$$\frac{m}{3} = \frac{n}{1} = \frac{p}{5} = k \rightarrow m = 3k, \quad n = k, \quad p = 5k$$

De este modo

$$\frac{a}{3k} = \frac{b}{k} = \frac{c}{5k} \rightarrow \frac{a}{3} = b = \frac{c}{5} \rightarrow a = 3r, b = r, c = 5r$$

Así

$$\frac{ab + bc + ac}{a^2 + b^2 + c^2} = \frac{3r \cdot r + r \cdot 5r + 3r \cdot 5r}{9r^2 + r^2 + 25r^2} = \frac{23}{35}$$

Por lo tanto, $35 - 23 = 12$

Rpta.: B

9. Con respecto a la cantidad de blísteres de paracetamol vendidos cierto día, se observó que, por cada 23 blísteres de 350 mg, se vendieron 14 blísteres de 500 mg y por cada 5 blísteres de 500 mg vendidos, se logra vender 7 blísteres de 650mg. Si la cantidad de blísteres de 650 mg vendidos en ese día, excede en 56 a la cantidad de blísteres de 500 mg vendidos, ¿cuántos blísteres más de 350 mg que de 650 mg se vendieron en dicho día?

- A) 30 B) 28 C) 48 D) 34 E) 42

Solución:

a, b, c # blísteres de paracetamol de 350 mg, 500mg y 650 mg vendidos en el día

Por dato

$$\frac{a}{b} = \frac{23}{14} \dots (1), \quad \frac{b}{c} = \frac{5}{7} \dots (2), \quad c - b = 56 \dots (3)$$

Entonces

$$\frac{a}{b} = \frac{23 \times 5}{14 \times 5} = \frac{115}{70}, \quad \frac{b}{c} = \frac{5 \times 14}{7 \times 14} = \frac{70}{98} \rightarrow \frac{a}{115} = \frac{b}{70} = \frac{c}{98}$$

Luego por propiedad

$$\frac{a - c}{115 - 98} = \frac{c - b}{98 - 70} \rightarrow \frac{a - c}{17} = \frac{56}{28} \rightarrow a - c = 34$$

Rpta.: D

10. Con las cantidades de días trabajados por seis empleados se forma una serie de tres razones geométricas continuas equivalentes. Si el primer antecedente es a la suma del segundo consecuente con el tercer antecedente como 8 es a 9; además la suma de los términos diferentes es 700, ¿cuál es la mayor cantidad de los días trabajados por uno los seis empleados?

- A) 256 B) 108 C) 148 D) 192 E) 300

Solución:

$$\frac{p}{q} = \frac{q}{r} = \frac{r}{s} = k$$

$$\frac{p}{2r} = \frac{8}{9} \Rightarrow k = \frac{4}{3}$$

además $\Rightarrow p + q + r + s = 700$, $(175/27) s = 700$

$s = 108$

mayor = 256

Rpta.: A

Geometría

EJERCICIOS DE CLASE

1. En la figura, O es punto medio del diámetro \overline{EF} y Q centro. Si A, B, C y D son puntos de tangencia y $AB = 12$ cm, halle el área de la región sombreada.

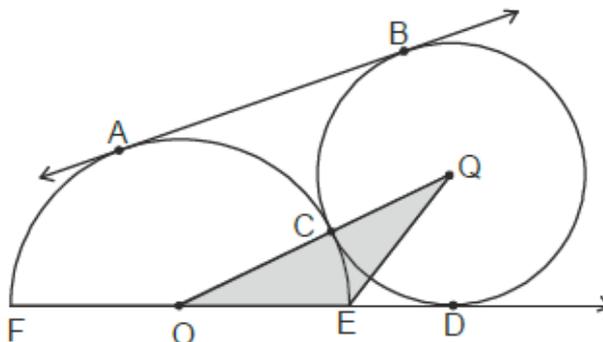
A) 24 cm²

B) 48 cm²

C) 72 cm²

D) 36 cm²

E) 18 cm²



Solución:

- O es punto medio del diámetro \overline{EF} .

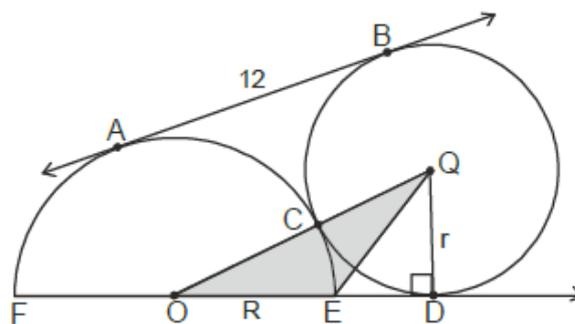
$$\Rightarrow FO = OE = R$$

- Teorema: $12 = 2\sqrt{Rr}$

$$Rr = 36$$

- Del gráfico: $S_x = \frac{Rr}{2}$

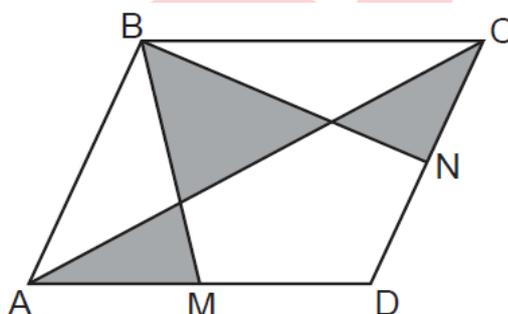
$$\therefore S_x = \frac{36}{2} = 18 \text{ cm}^2$$



Rpta.: E

2. En la figura, ABCD es un paralelogramo y representa el borde del terreno de un colegio cuya área es 2400 m^2 . Las tres parcelas sombreadas corresponden al área construida, donde M y N son puntos medios de \overline{AD} y \overline{DC} . Halle el área de la región construida del colegio.

- A) 600 cm^2
- B) 400 cm^2
- C) 800 cm^2
- D) 900 cm^2
- E) 200 cm^2



Solución:

- G_1 y G_2 son baricentros de los triángulos ABD y BDC respectivamente.

$$\Rightarrow AG_1 = G_1G_2 = G_2C$$

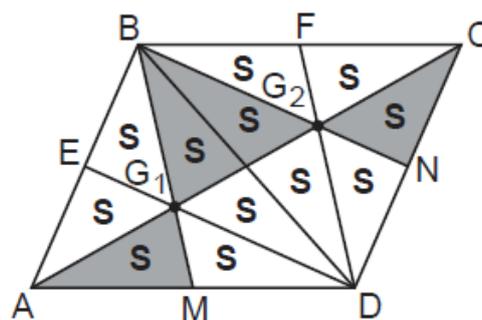
- Sea S_x área de la región construida

- Dato: $S_{ABCD} = 2400$

$$12S = 2400$$

$$S = 200$$

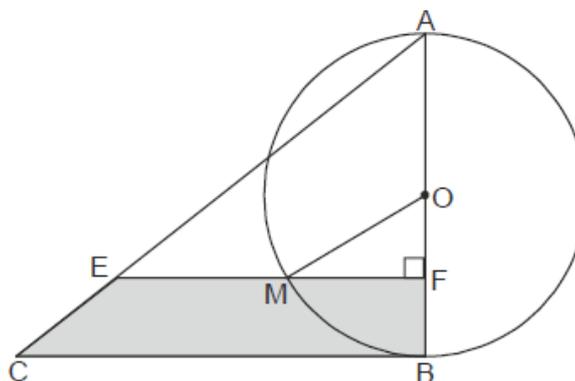
$$\therefore S_x = 4S = 4(200) = 800 \text{ m}^2$$



Rpta.: C

3. En la figura, O es centro de la circunferencia y B punto de tangencia. Si $AB = BC$, $EM = MF$ y $OM = 2$ cm, halle el área de la región sombreada.

- A) $\frac{72}{25}$ cm² B) $\frac{72}{5}$ cm²
 C) $\frac{73}{25}$ cm² D) $\frac{72}{35}$ cm²
 E) $\frac{72}{45}$ cm²



Solución:

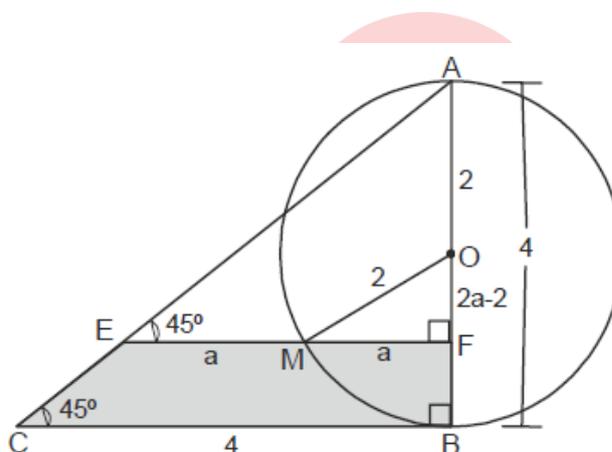
- MFO: Teorema de Pitágoras

$$2^2 = a^2 + (2a - 2)^2$$

$$\Rightarrow a = \frac{8}{5}$$

- $S_x = \frac{16}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{16}{5} \right) \left(\frac{16}{5} \right)$

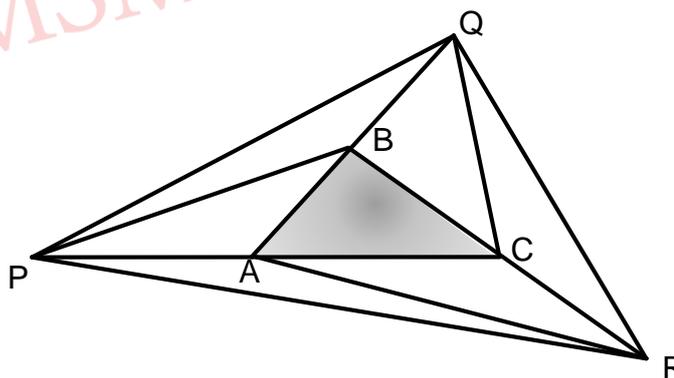
$$\therefore S_x = \frac{75}{25} \text{ cm}^2$$



Rpta.: A

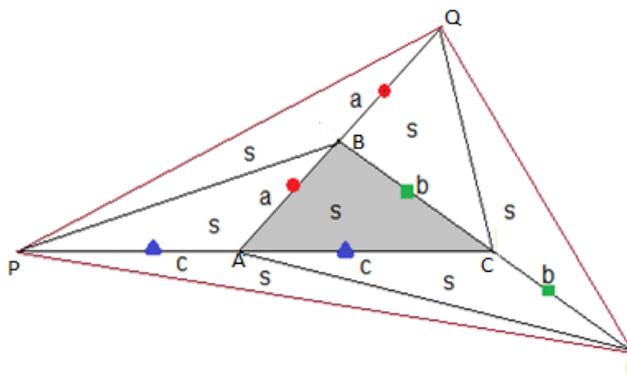
4. El terreno de forma triangular ABC de área 20 m², se extendió hasta determinar el terreno triangular PQR, como se muestra en la figura. Si $AB = BQ$, $BC = CR$ y $AC = AP$, halle el área del terreno triangular PQR.

- A) 100 m²
 B) 120 m²
 C) 150 m²
 D) 130 m²
 E) 140 m²



Solución:

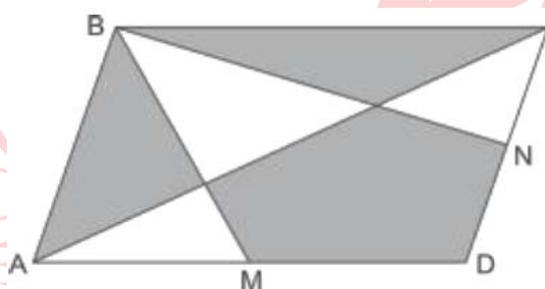
- ΔABC :
 $A_{ABC} = 20 \text{ m}^2$
- Relación de áreas
 $A_{ABC} = A_{BQC} = S$
 $A_{BQC} = A_{QCR} = S$
 $A_{ABC} = A_{CAR} = S$
 $A_{CAR} = A_{PAR} = S$
 $A_{ABC} = A_{PBA} = S$
 $A_{PBA} = A_{PBQ} = S$
 $\therefore A_{\text{total}} = 7S = 7(20) = 140$



Rpta.: E

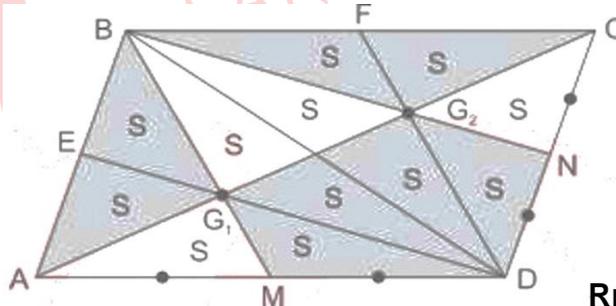
5. En la figura, el área de la región limitada por el paralelogramo ABCD es 1200 m^2 , M y N son puntos medios de \overline{AD} y \overline{DC} . Halle la suma de las áreas de las regiones sombreadas.

- A) 300 m^2
- B) 500 m^2
- C) 800 m^2
- D) 700 m^2
- E) 900 m^2



Solución:

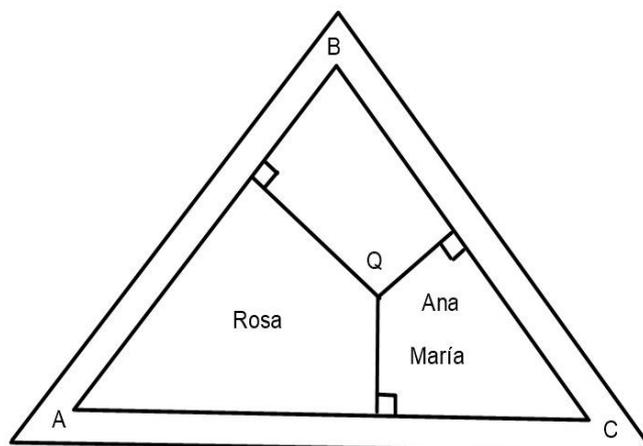
- G_1 y G_2 son baricentros de los triángulos ABD y BDC.
- $S_{ABCD} = 12S = 1200$
 $S = 100$
 $\therefore S_x = 8S = 800 \text{ m}^2$



Rpta.: C

6. En la figura, Ana, María y Rosa parten del punto Q del parque limitado por un triángulo equilátero ABC; luego, cada una se dirige a los bordes del parque recorriendo la distancia más corta. Si Ana recorrió 8 m, María 15 m y Rosa 17 m, halle el área de dicho parque.

- A) $\frac{1300\sqrt{3}}{3} \text{ m}^2$
- B) $\frac{1000\sqrt{3}}{3} \text{ m}^2$
- C) $\frac{1600\sqrt{3}}{3} \text{ m}^2$
- D) $\frac{1100\sqrt{3}}{3} \text{ m}^2$
- E) $\frac{1700\sqrt{3}}{3} \text{ m}^2$

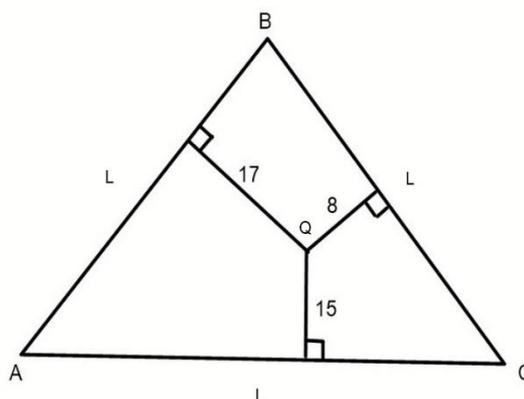


Solución:

- $$S_{ABC} = \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{L(17)}{2} + \frac{L(8)}{2} + \frac{L(15)}{2} = \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$$

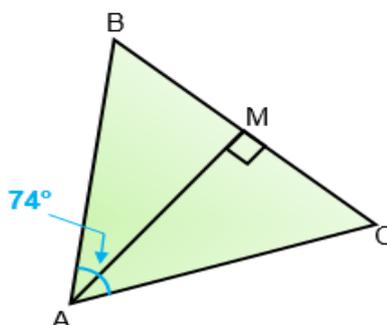
$$\Rightarrow L = \frac{80}{\sqrt{3}}$$
- $$\therefore S_{ABC} = \frac{1600\sqrt{3}}{3}$$



Rpta.: C

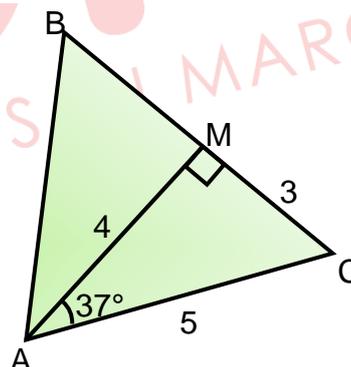
7. La figura muestra un terreno de forma triangular ABC, el cual es dividido en 2 parcelas ABM y AMC equivalentes. Si el lindero AC mide 5 km, halle el área del terreno ABC.

- A) 10 km²
- B) 12 km²
- C) 16 km²
- D) 13 km²
- E) 11 km²



Solución:

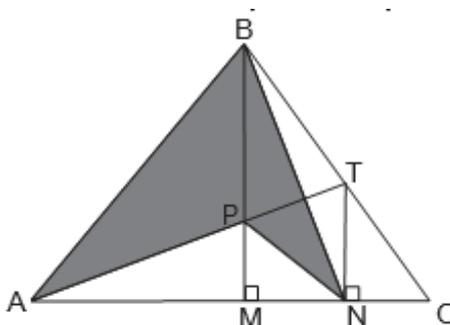
- Por dato $A_{ABM} = A_{AMC}$
 $\Rightarrow \widehat{mBAM} = \widehat{mCAM} = 37^\circ$
- $\triangle AMC$: notable 37° y 53°
 $\Rightarrow AM = 4$ y $MC = 3$
 \therefore El área del terreno ABC es 12 km².



Rpta.: B

8. En la figura, $MN = 2NC$ y el área de la región triangular ABC es 45 cm². Halle el área de la región sombreada.

- A) 40 cm²
- B) 25 cm²
- C) 45 cm²
- D) 60 cm²
- E) 30 cm²



Solución:

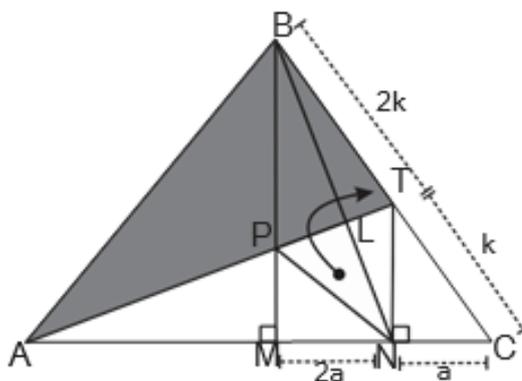
De la figura

- BTNP: Trapecio
- $S_{PLN} = S_{BLT}$
Se traslada el $\triangle PLN$ hacia el $\triangle BLT$

- Como $\overline{MB} \parallel \overline{NT}$
Además, $MN = 2NC$
 $\Rightarrow BT = 2TC$

$$S_{ABT} = 2S_{ATC} \Rightarrow S_{ABT} + S_{ATC} = 45 \text{ cm}^2$$

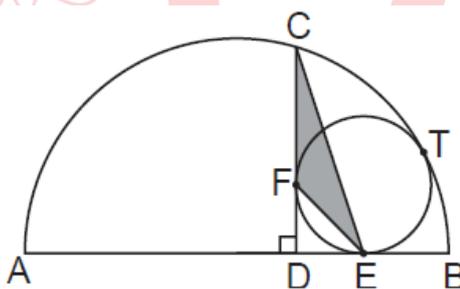
$$\therefore S_{ABT} = 30 \text{ cm}^2$$



Rpta.: E

9. En la figura, \overline{AB} es diámetro, donde F, E y T son puntos de tangencia. Si $AD = 32 \text{ dm}$ y $BD = 18 \text{ dm}$, halle el área de la región sombreada.

- A) 32 dm^2
- B) 64 dm^2
- C) 60 dm^2
- D) 80 dm^2
- E) 96 dm^2



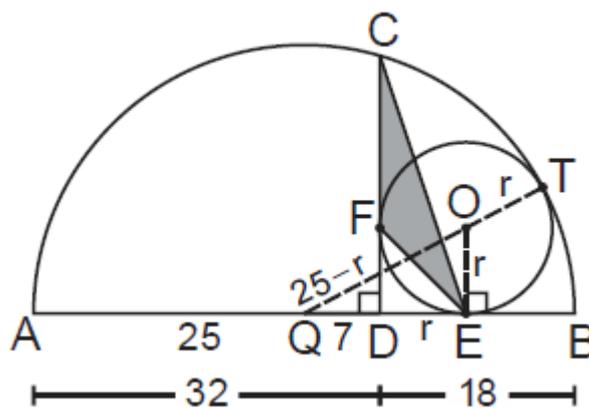
Solución:

Trazamos \overline{QT} y \overline{OE}

- $\triangle QEO$: Teorema de Pitágoras
 $(25 - r)^2 = (7 + r)^2 + r^2$
 $\Rightarrow r = 8$

- \overline{AB} diámetro
 $CD^2 = (AD)(DB)$
 $\Rightarrow CD = 24$
 $\Rightarrow CF = 16$

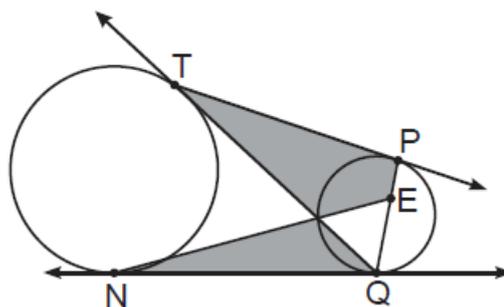
- $\triangle CFE$
 $\Rightarrow S_{CFE} = \frac{16(8)}{2}$
 $\therefore S_{CFE} = 64 \text{ dm}^2$



Rpta.: B

10. En la figura T, P, Q y N son puntos de tangencia, EQ = 2EP y 2QN = 3PT. Halle la razón de las áreas de las regiones sombreadas.

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1
 C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{1}{4}$
 E) 2



Solución:

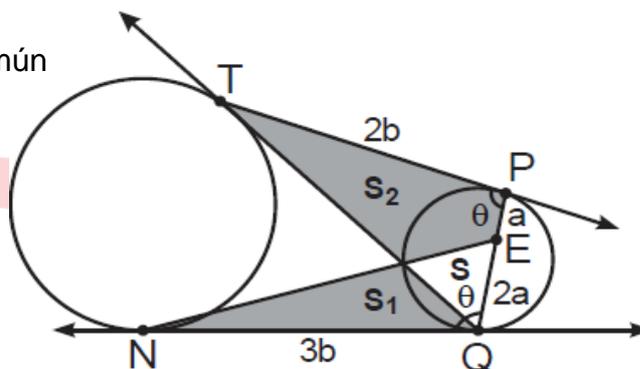
- $m\widehat{TPQ} = m\widehat{NQP} = \theta$
- $\triangle TPQ$ y $\triangle NQE$: Por un ángulo en común

$$\frac{S_2 + S}{S_1 + S} = \frac{2b(3a)}{3b(2a)}$$

$$\Rightarrow S_1 + S = S_2 + S$$

$$\Rightarrow S_1 = S_2$$

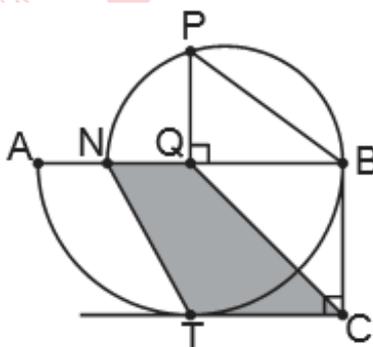
$$\therefore \frac{S_1}{S_2} = 1$$



Rpta.: B

11. En la figura, B y T son puntos de tangencia, \overline{AB} y \overline{BN} son diámetros. Si $AQ = QB$ y $BP = 8$ cm, halle el área de la región sombreada.

- A) 30 cm^2
 B) 36 cm^2
 C) 34 cm^2
 D) 32 cm^2
 E) 38 cm^2



Solución:

- $\triangle NPB$: Relaciones métricas

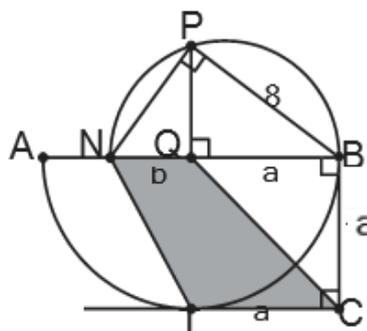
$$8^2 = a(a + b)$$

$$\Rightarrow a(a + b) = 64$$

- TNQC trapecio

$$S_{TNQC} = \left(\frac{a+b}{2}\right) a$$

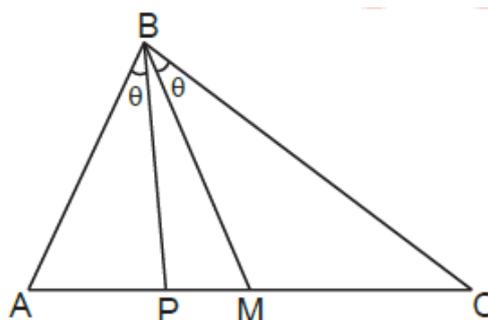
$$\therefore S_{TNQC} = \frac{64}{2} = 32 \text{ cm}^2$$



Rpta.: D

12. En la figura, \overline{BM} es mediana del triángulo ABC. Si $AB = 10$ m y $BC = 15$ m, halle la relación entre las áreas de las regiones triangulares ABP y PBC.

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$
 C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{1}{3}$
 E) $\frac{5}{3}$



Solución:

- ΔABP y ΔMBC por ángulo común

$$\widehat{mABP} = \widehat{mMBC} = \theta$$

$$\Rightarrow \frac{S}{S+T} = \frac{10(a)}{15(b)} \dots (1)$$

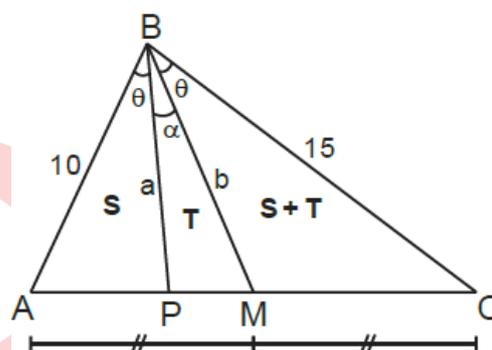
- ΔABM y ΔPBC por ángulo común

$$\theta + \alpha: \text{ángulo común}$$

$$\Rightarrow \frac{S+T}{S+2T} = \frac{10(b)}{15(a)} \dots (2)$$

- De (1) y (2):

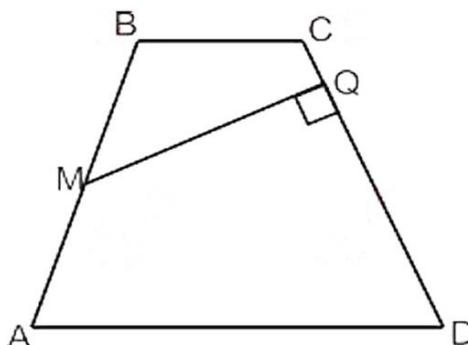
$$\therefore \frac{S}{S+2T} = \frac{4}{9}$$



Rpta.: C

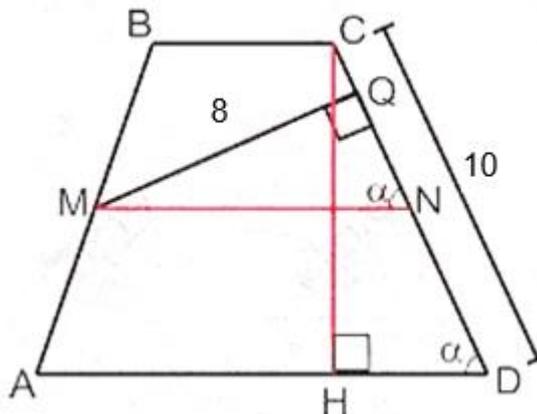
13. En la figura, ABCD es un trapecio, $AM = BM$. Si $MQ = 8$ m y $CD = 10$ m, halle el área de la región trapecial.

- A) 80 m^2
 B) 75 m^2
 C) 64 m^2
 D) 84 m^2
 E) 82 m^2



Solución:

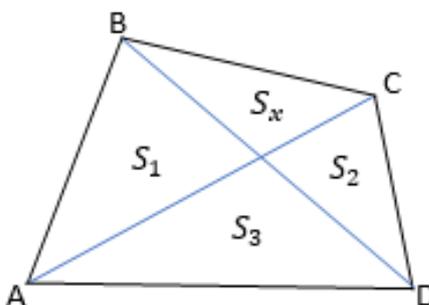
- Se traza $\overline{MN} \parallel \overline{AD}$
 \overline{MN} Mediana
 - $\triangle MQN \sim \triangle CHD$ (AA)
- Luego:
- $$\frac{8}{MN} = \frac{CH}{10}$$
- $S_{ABCD} = MN(CH) = 80$
- $$\therefore S_{ABCD} = 80 \text{ m}^2$$



Rpta.: A

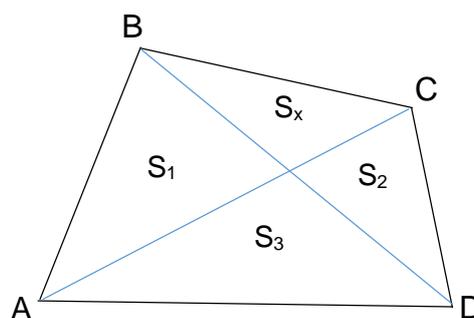
14. En la figura un terreno de forma cuadrangular ABCD y está dividido por los linderos \overline{AC} y \overline{BD} , tal que $S_1 = 40 \text{ m}^2$, $S_2 = 30 \text{ m}^2$ y $S_3 = 60 \text{ m}^2$. Halle el área del terreno ABCD.

- A) 140 m^2
- B) 150 m^2
- C) 160 m^2
- D) 170 m^2
- E) 180 m^2



Solución:

- Sea S el área del terreno ABCD.
 $\Rightarrow S = 40 + 30 + 60 + S_x \dots (1)$
- ABCD: Teorema
 $S_1 \cdot S_2 = S_3 \cdot S_x$
 $\Rightarrow (40)(30) = 60S_x$
 $\Rightarrow S_x = 20 \dots (2)$
- Reemplazando (2) en (1):
 $S = 130 + 20 = 150$
 \therefore El área del terreno es de 150 m^2 .

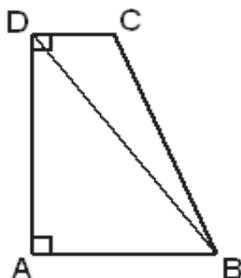


Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Se desea vender un terreno determinado por un trapecio rectángulo, como se muestra en la figura. Las estacas ubicadas en los puntos D y C distan 4 m. La estaca ubicada en el punto B dista 15 m y 13 m de aquellas ubicadas en D y C respectivamente. Si el metro cuadrado se valoriza en 500 dólares, halle el precio total de venta del terreno.

- A) \$ 60 000
 B) \$ 65 000
 C) \$ 70 000
 D) \$ 78 000
 E) \$ 39 000

**Solución:**

- $\triangle BCD$: Teorema de Euclides

$$15^2 = 4^2 + 13^2 + 2(4)(CH)$$

$$225 = 16 + 169 + 8(CH)$$

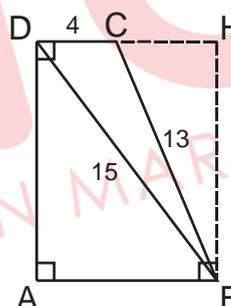
$$\Rightarrow CH = 5$$

- $\triangle BHC$: Teorema de Pitágoras

$$BH = 12$$

- $A_{ADCB} = \left(\frac{4+9}{2}\right)12 = 78 \text{ m}^2$

$$\therefore \text{Precio total del terreno: } 500(78) = \$ 39\,000$$



Rpta.: E

2. En una fábrica se organiza una campaña para la confección de frazadas a donar por el friaje a partir de paños cuadrados de lana de 20 cm. Se desean frazadas que midan 2 m de largo y 1,6 m de ancho. Si se lograron reunir 10 000 paños cuadrados de lana de las donaciones, ¿cuántas frazadas se confeccionaron?

- A) 100 B) 115 C) 120 D) 125 E) 130

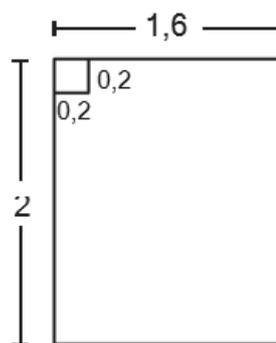
Solución:

- $S_{LANA} = (0,2)(0,2) = 0,04 \text{ m}^2$

- $S_{FRAZADA} = (2)(1,6) = 3,2 \text{ m}^2$

- Para fabricar 1 frazada se usa

$$\frac{3,2}{0,04} = 80 \text{ paños}$$



- Si tenemos 10 000 paños

$$\Rightarrow N_{\text{fraz}} = \frac{10\,000}{80}$$

$$\therefore N_{\text{fraz}} = 125$$

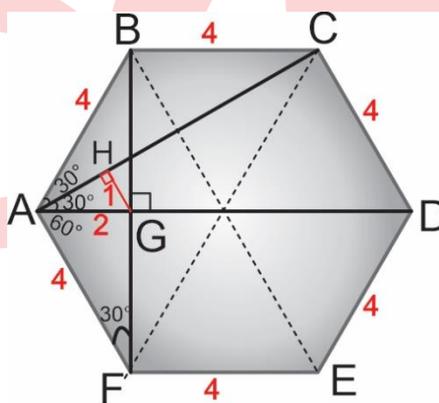
Rpta.: D

3. Sea ABCDEF un hexágono regular, la distancia del punto de intersección de las diagonales \overline{AD} y \overline{BF} a la diagonal \overline{AC} es 1 cm. Halle el área de la región hexagonal ABCDEF.

- A) $24\sqrt{3}$ cm²
- B) $18\sqrt{3}$ cm²
- C) $32\sqrt{3}$ cm²
- D) $12\sqrt{3}$ cm²
- E) $36\sqrt{3}$ cm²

Solución:

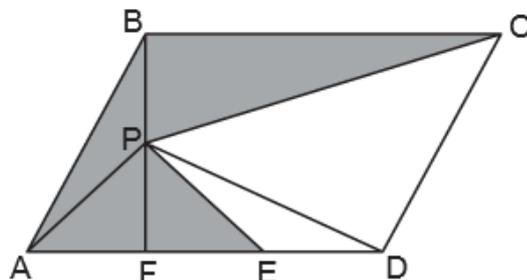
- $\triangle AHG$: notable 30° y 60°
AG = 2 cm
- $\triangle AGF$ notable 30° y 60°
AF = 4 cm
- Área de la región hexagonal:
 $\therefore S_x = 6 \left(\frac{4^2\sqrt{3}}{4} \right) = 24\sqrt{3}$ cm²



Rpta.: A

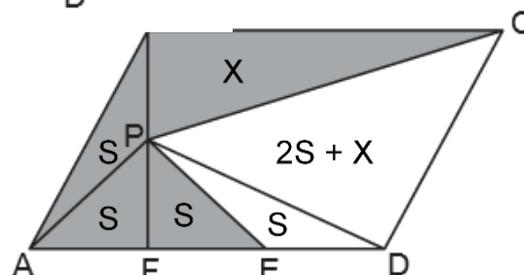
4. En la figura, ABCD es un romboide que representa un parque de diversiones cuya área es 48 m², BP = PF y AF = FE = ED. Halle el área de la región sombreada.

- A) 26 m²
- B) 24 m²
- C) 20 m²
- D) 28 m²
- E) 32 m²



Solución:

- FBCD: Trapecio y PB = PF
 $\Rightarrow S_{CPD} = 2S + X$
- Del dato:



$$S_{ABCD} = 48 \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow 6S + 2X = 48$$

$$\Rightarrow 3S + X = 24$$

$$\therefore S_{\text{somb}} = 3S + X = 24 \text{ m}^2$$

Rpta.: B

5. En la figura, P, Q y T son puntos medios de \overline{AB} , \overline{BC} y \overline{AD} . Halle el porcentaje que representa el área de la región triangular sombreada de la región triangular ABC.

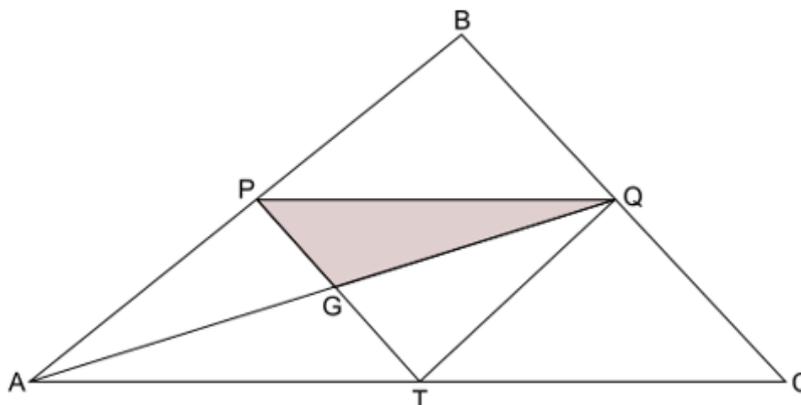
A) 12,5%

B) 13,5%

C) 25,5%

D) 12%

E) 18%



Solución:

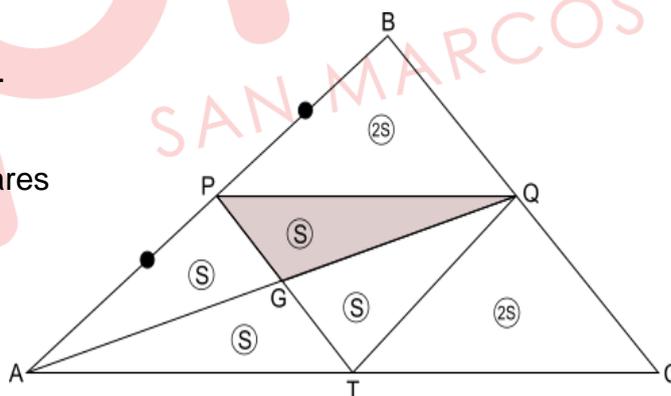
- ΔABC se divide en 4 áreas iguales. G es punto medio de \overline{AQ} .
- Las áreas de las regiones triangulares GTQ y PGQ son iguales.

$$\bullet \text{ } A_{PGQ} = S$$

$$\Rightarrow A_{ABC} = 8S$$

$$\bullet \text{ } A_{PQG} = \frac{S}{8S} (100\%)$$

$$\therefore S = 12,5\%$$



Rpta.: A

6. En la figura, ABCD es un paralelogramo. Si $LC = AM$ y $S = 54 \text{ m}^2$, halle $S_1 + S_2$.

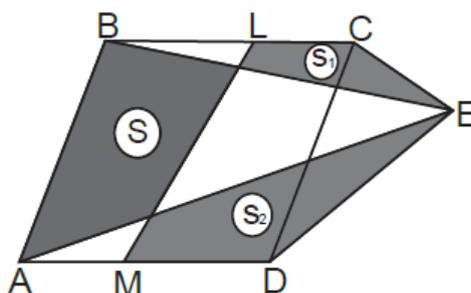
A) 54 m^2

B) 56 m^2

C) 64 m^2

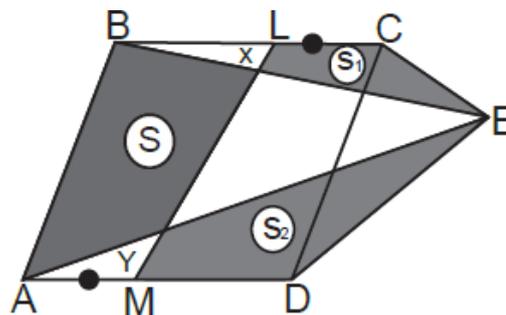
D) 74 m^2

E) 82 m^2



Solución:

- ABCD: Paralelogramo
 $\Rightarrow \frac{S_{ABCD}}{2} = S_1 + X + S_2 + Y \dots (1)$
- ABCD: Paralelogramo
 $\Rightarrow \frac{S_{ABCD}}{2} = S + X + Y \dots (2)$
- (1) = (2):
 $\Rightarrow S_1 + X + S_2 + Y = S + X + Y$
 $S_1 + S_2 = S = 54 \text{ m}^2$
 $\therefore S_1 + S_2 = 54 \text{ m}^2$



Rpta.: A

Álgebra

EJERCICIOS DE CLASE

1. Gabriel le prestó M centenas de soles a su hermano Adrián. Si después de cierto tiempo Adrián solo le pudo pagar N decenas de soles, halle la cantidad de dinero que aún le debe Adrián a Gabriel, sabiendo que M y N representan respectivamente el número de factores primos y el número de factores de $p(x,y) = x^8 - x^6y^2 - x^2y^6 + y^8$ en $\mathbb{Z}[x,y]$.
- A) 50 soles B) 90 soles C) 30 soles
 D) 140 soles E) 60 soles

Solución:

$$p(x,y) = x^8 - x^6y^2 - x^2y^6 + y^8 = (x^8 - x^6y^2) - (x^2y^6 - y^8)$$

$$p(x,y) = x^6(x^2 - y^2) - y^6(x^2 - y^2) = (x^2 - y^2)(x^6 - y^6)$$

$$p(x,y) = (x - y)(x + y)(x^3 - y^3)(x^3 + y^3)$$

$$p(x,y) = (x - y)(x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$p(x,y) = (x - y)^2(x + y)^2(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$$

$$\text{Número de factores primos} = 4 \Rightarrow M = 4$$

$$N = \text{Número de factores} = (3)(3)(2)(2) - 1 = 35$$

Gabriel le prestó a Adrián 400 soles y Adrián solo devolvió 350 soles.

Por lo tanto, Adrián aún debe 50 soles.

Rpta.: A

2. Frank le dice a Enrique: "yo tengo un terreno rectangular donde la medida del largo y el ancho se diferencian en 3 metros". Enrique contesta: "mi terreno es cuadrangular y tiene la mitad del área de tu terreno". Si la diagonal del terreno de Frank mide 15 metros de longitud, ¿cuál es el área del terreno de Enrique?
- A) 81 m² B) 64 m² C) 100 m² D) 108 m² E) 54 m²

Solución:

Para el terreno rectangular de Frank

longitud del ancho: x metros

longitud del largo: $(x+3)$ metros.

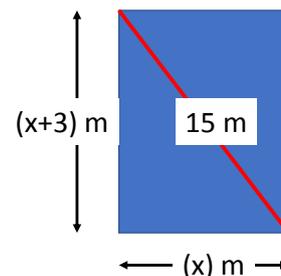
Del enunciado se tiene: $x^2 + (x+3)^2 = 15^2$

$$\Rightarrow x^2 + (x^2 + 6x + 9) = 225 \Rightarrow 2x^2 + 6x - 216 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x - 108 = 0 \Rightarrow \underbrace{(x+12)}_{(+)}(x-9) = 0 \Rightarrow x = 9.$$

El terreno de Frank tiene área: $(9)(12) \text{ m}^2 = 108 \text{ m}^2$.

Por lo tanto, el área del terreno de Enrique es $\frac{108}{2} \text{ m}^2 = 54 \text{ m}^2$.

**Rpta.: E**

3. Del ingreso total de vender diariamente $(m+3)$ marcyanos de precio unitario $(m+1)$ soles durante $(m+2)^2$ días, Paco utiliza cierta cantidad de dinero para comprar $(m+4)$ cajas de fresa de $(5m)$ soles cada caja y una caja de papaya de costo 27 soles. Si con el dinero restante compra cajas de mango de precio unitario $(m^2 + 4m + 5)$ soles, ¿cuántas cajas de mango compró?

A) $m^2 + 4m + 3$

B) $m^2 + 4m - 3$

C) $m^2 + 4m - 6$

D) $m^2 + 4m + 6$

E) $m^2 - 4m + 3$

Solución:

Ingreso obtenido: $(m+3)(m+1)(m+2)^2$ soles

Después de la compra queda (en soles):

$$S = (m+3)(m+1)(m+2)^2 - (5m(m+4) + 27)$$

$$S = (m^2 + 4m + 3)(m^2 + 4m + 4) - 5(m^2 + 4m) - 27 \dots (1)$$

Cambio de variable: $u = m^2 + 4m \dots (2)$

Reemplazando (2) en (1):

$$S = (u+3)(u+4) - 5u - 27 = (u^2 + 7u + 12) - 5u - 27 = u^2 + 2u - 15 = (u+5)(u-3) \dots (3)$$

Reemplazando (2) en (3):

$$S = \left[(m^2 + 4m) + 5 \right] \left[(m^2 + 4m) - 3 \right] = \underbrace{(m^2 + 4m + 5)}_{\text{precio de una caja de mango}} \underbrace{(m^2 + 4m - 3)}_{\text{número de cajas de mango}}$$

Por lo tanto, Paco compró $(m^2 + 4m - 3)$ cajas de mango.

Rpta.: B

4. La suma de coeficientes de los factores primos obtenidos de factorizar $p(x,y) = 14x^2 - 22xy - 12y^2 + 52x - 2y + 30$ en $\mathbb{Z}[x,y]$ representan las longitudes de las dimensiones de un terreno rectangular en metros. Halle el área de dicho terreno.

A) 50 m² B) 60 m² C) 45 m² D) 30 m² E) 54 m²

Solución:

Factorizamos por el método de aspa doble

$$p(x,y) = 14x^2 - 22xy - 12y^2 + 52x - 2y + 30$$

$$\begin{array}{r} 7x \qquad \qquad + 3y \qquad \qquad + 5 \\ 2x \qquad \qquad - 4y \qquad \qquad + 6 \end{array}$$

$$\Rightarrow p(x,y) = (7x + 3y + 5)(2x - 4y + 6)$$

$$\sum \text{coef}(7x + 3y + 5) = 7 + 3 + 5 = 15 \quad \text{y} \quad \sum \text{coef}(2x - 4y + 6) = 2 - 4 + 6 = 4.$$

Las dimensiones del terreno rectangular son 15m y 4m

entonces su área es $(15)(4) \text{ m}^2 = 60 \text{ m}^2$.

Rpta.: B

5. El número total de cuadernos que usan los estudiantes del aula 343 de un centro de estudios está expresado por $(m^4 + 5m^2 + 49)$ con $m \in \mathbb{Z}^+$. Si en el aula 343, el número de estudiantes excede en 12 a la cantidad de cuadernos que usa cada estudiante y allí, todos los estudiantes usan la misma cantidad de cuadernos, ¿cuántos estudiantes hay en el aula 343?

A) 14 B) 15 C) 17 D) 19 E) 21

Solución:

Factorizando por "sumas y restas"

$$m^4 + 5m^2 + 49 = (m^4 + 5m^2 + 9m^2 + 49) - 9m^2 = (m^4 + 14m^2 + 49) - 9m^2$$

$$= (m^2 + 7)^2 - 9m^2 = (m^2 + 7)^2 - (3m)^2 = (m^2 + 3m + 7)(m^2 - 3m + 7)$$

Del dato se tiene que:

$$\text{Cantidad de estudiantes del aula 343: } m^2 + 3m + 7$$

$$\text{Cantidad de cuadernos por estudiante: } m^2 - 3m + 7$$

$$\text{entonces: } (m^2 + 3m + 7) - (m^2 - 3m + 7) = 12 \Rightarrow 6m = 12 \Rightarrow m = 2.$$

$$\text{Total de estudiantes en el aula 343: } (2)^2 + 3(2) + 7 = 17$$

Rpta.: C

6. Los amigos Nicolás y Ariana se reúnen para ir al cine, la cantidad de soles que lleva cada uno de ellos está representado por los factores primos de la expresión polinómica $p(m) = 2m^4 + 10m^3 + 25m^2 + 26m + 21$ donde $m \in \mathbb{Z}^+$ y $m > 2$. Si Ariana llevó 4 soles más que Nicolás, calcule la cantidad de dinero que tenía él al momento de encontrarse con Ariana.

A) 41 soles B) 43 soles C) 50 soles D) 39 soles E) 35 soles

Solución:

Para factorizar el polinomio, usaremos el método de aspa doble especial.

$$p(m) = 2m^4 + 10m^3 + 25m^2 + 26m + 21$$

$$2m^2 \quad + 2m \quad + 3 \rightarrow + 3m^2$$

$$m^2 \quad + 4m \quad + 7 \rightarrow + 14m^2$$

$$\text{Tengo: } +17m^2$$

$$\text{Falta: } 25m^2 - 17m^2 = +8m^2$$

$$p(m) = (2m^2 + 2m + 3)(m^2 + 4m + 7)$$

$$\text{Dato: } |(2m^2 + 2m + 3) - (m^2 + 4m + 7)| = 4 \Rightarrow |m^2 - 2m - 4| = 4$$

$$\Rightarrow (m^2 - 2m - 4 = 4 \vee m^2 - 2m - 4 = -4) \Rightarrow (m^2 - 2m - 8 = 0 \vee m^2 - 2m = 0)$$

$$\Rightarrow \left(\underbrace{(m-4)(m+2)}_{(+)} = 0 \vee \underbrace{m(m-2)}_{(+)} = 0 \right) \Rightarrow (m=4 \vee m=2) \Rightarrow m=4.$$

$$\begin{cases} 2m^2 + 2m + 3 = 32 + 8 + 3 = 43 \\ m^2 + 4m + 7 = 16 + 16 + 7 = 39 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{Dinero de Ariana} = 43 \text{ soles} \\ \text{Dinero de Nicolás} = 39 \text{ soles} \end{cases}$$

Por lo tanto, Nicolás llevó 39 soles.

Rpta.: D

7. Juan tiene 50 soles para comprar un libro de matemática cuyo costo es de $(11n - 10a + 9c)$ soles. Si la factorización del polinomio $p(x) = x^6 - x^5 - 2x^4 + 3x^3 + 3x^2$ en $\mathbb{Z}[x]$ tiene la siguiente forma $p(x) = x^n(x+c)^n(x^n + ax - a)$, ¿cuánto dinero le falta a Juan para hacer la compra del libro?

A) 9 soles B) 10 soles C) 11 soles D) 13 soles E) 14 soles

Solución:

$$p(x) = x^6 - x^5 - 2x^4 + 3x^3 + 3x^2 = x^2(x^4 - x^3 - 2x^2 + 3x + 3)$$

Factorizando el factor de cuarto grado por divisores binómicos

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -1 & -2 & 3 & 3 \\ -1 & \downarrow & -1 & 2 & 0 & -3 \\ \hline & 1 & -2 & 0 & 3 & \underline{0} \\ -1 & \downarrow & -1 & 3 & -3 & \\ \hline & 1 & -3 & 3 & \underline{0} \end{array} \quad \text{entonces } x^4 - x^3 - 2x^2 + 3x + 3 = (x+1)^2(x^2 - 3x + 3)$$

Por lo tanto, $p(x) = x^2(x+1)^2(x^2 - 3x + 3)$, por comparación $n = 2$, $c = 1$, $a = -3$.

Precio del libro de matemática: $(11n - 10a + 9c)$ soles

$$= (22 + 30 + 9) \text{ soles} = 61 \text{ soles.}$$

Por lo tanto, a Juan le falta $(61 - 50)$ soles = 11 soles para adquirir dicho libro.

Rpta.: C

8. Determine la suma de los términos independientes de los factores primos lineales de la factorización de $p(x) = x^5 - 6x^4 + 12x^3 - 12x^2 + 11x - 6$ en $\mathbb{Z}[x]$.

A) -4 B) -6 C) -8 D) -9 E) -11

Solución:

Para factorizar usaremos el método de divisores binómicos

$$\begin{array}{r|rrrrrr} & 1 & -6 & 12 & -12 & 11 & -6 \\ 1 & \downarrow & 1 & -5 & 7 & -5 & 6 \\ \hline & 1 & -5 & 7 & -5 & 6 & \underline{0} \\ 2 & \downarrow & 2 & -6 & 2 & -6 & \\ \hline & 1 & -3 & 1 & -3 & \underline{0} \\ 3 & \downarrow & 3 & 0 & 3 & \\ \hline & 1 & 0 & 1 & \underline{0} \end{array}$$

Tenemos $p(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x^2 + 1)$, los términos independientes de los factores primos lineales de $p(x)$ son: $-1, -2$ y -3 .

$$\text{Piden } (-1) + (-2) + (-3) = -6$$

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Factorice $p(w, x, y, z) = (x^3 + wyz + wx^2 + xyz) + (x^2y + wxz + wxy + x^2z)$ en $\mathbb{Z}[w, x, y, z]$ y halle la suma de los factores primos.

- A) $w + x + 3y + z$ B) $w + x + y + 3z$ C) $w + 3x + y + z$
 D) $2w + x + 2y + z$ E) $w + x + 2y + 2z$

Solución:

Usando adecuadamente la agrupación de términos

$$p(w, x, y, z) = (x^3 + wyz + wx^2 + xyz) + (x^2y + wxz + wxy + x^2z)$$

$$p(w, x, y, z) = x^3 + wyz + wx^2 + xyz + x^2y + wxz + wxy + x^2z$$

$$p(w, x, y, z) = \underline{x^3} + \underline{wyz} + \overline{wx^2} + xyz + \underline{x^2y} + \overline{wxz} + \overline{wxy} + x^2z$$

$$p(w, x, y, z) = x^2(x + y) + wz(y + x) + wx(x + y) + xz(y + x)$$

$$p(w, x, y, z) = (x + y)(\underline{x^2} + wz + \underline{wx} + xz) \quad m^3 = (x + y)[x(x + w) + z(w + x)]$$

$$p(w, x, y, z) = (x + y)(x + w)(x + z)$$

$$\text{Entonces } (x + y) + (x + w) + (x + z) = w + 3x + y + z$$

Rpta.: C

2. Gabriel tiene un terreno de forma rectangular de área $(x^4 + 12x^3 + 49x^2 + 78x + 36) \text{ m}^2$ que usará para producción agrícola, el cual distribuyó exactamente en parcelas cuadradas de $(x + a) \text{ m}$ de lado. Si del total de parcelas obtenidas Gabriel usará $(a + 2)$ parcelas para la crianza de animales; determine la expresión que representa el número de parcelas que tiene Gabriel para la producción agrícola.

- A) $x^2 + 6x + 1$ B) $x^2 - 5x + 3$ C) $x^2 + 5x - 4$ D) $x^2 + 6x - 1$ E) $x^2 + 7x - 3$

Solución:

Realizamos la factorización por el aspa doble especial

$$x^4 + 12x^3 + 49x^2 + 78x + 36$$

$$x^2 \quad + 6x \quad + 9 \rightarrow +9x^2$$

$$x^2 \quad + 6x \quad + 4 \rightarrow +4x^2$$

$$\text{Tenemos: } +13x^2$$

$$\text{Falta: } 49x^2 - 13x^2 = 36x^2$$

$$\Rightarrow x^4 + 12x^3 + 49x^2 + 78x + 36 = (x^2 + 6x + 9)(x^2 + 6x + 4) = (x + 3)^2(x^2 + 6x + 4)$$

Tenemos: $(x+3)^2(x^2+6x+4) = \left(\begin{array}{c} \text{área de 1 parcela} \\ \text{cuadrada} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{Número de parcelas} \\ \text{cuadradas} \end{array} \right)$

entonces

La medida del lado de cada parcela cuadrada es $(x+3)$ metros $\Rightarrow a=3$.

Número de parcelas cuadradas $= x^2 + 6x + 4$.

Número de parcelas cuadradas que usará para la crianza de animales es $a+2 = 3+2 = 5$.

Por lo tanto, la cantidad de parcelas cuadradas que usará para la producción agrícola es $(x^2 + 6x + 4) - 5 = x^2 + 6x - 1$.

Rpta.: D

3. Factorice el polinomio $p(x,y,z) = x^3(y-z)^3 + y^3(z-x)^3 + z^3(x-y)^3$ en $\mathbb{Z}[x,y,z]$ e indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- I. El polinomio $p(x,y,z)$ tiene 6 factores primos.
- II. La suma de los factores primos de $p(x,y,z)$ es $(x+y+z)$.
- III. $xz(x-y)$ es uno de los factores de $p(x,y,z)$.
- IV. $(y-z)$ es un factor primo.

A) VFVV B) VVVF C) VVFF D) VVVV E) VVVF

Solución:

Factorizando por el método de "identidades" y "cambio de variable":

$$p(x,y,z) = x^3(y-z)^3 + y^3(z-x)^3 + z^3(x-y)^3 \text{ en } \mathbb{Z}[x,y,z]$$

$$p(x,y,z) = [x(y-z)]^3 + [y(z-x)]^3 + [z(x-y)]^3 \text{ en } \mathbb{Z}[x,y,z]$$

$$p(x,y,z) = (xy - xz)^3 + (yz - xy)^3 + (xz - yz)^3$$

Cambio de variable: $m = xy - xz$, $n = yz - xy$, $t = xz - yz$

$$\text{entonces } m+n+t = (xy - xz) + (yz - xy) + (xz - yz) = 0$$

Por identidad algebraica se tiene: $m^3 + n^3 + t^3 = 3mnt$

$$\text{Tenemos } p(x,y,z) = 3(xy - xz)(yz - xy)(xz - yz)$$

$$\Rightarrow p(x,y,z) = 3xyz(y-z)(z-x)(x-y)$$

- I. Verdad II. $x+y+z+(y-z)+(z-x)+(x-y) = x+y+z$ Verdad.
- III. Verdad IV. Verdad

Rpta.: D

4. Determine la suma de los coeficientes de los términos lineales de los factores primos al factorizar el polinomio $p(x) = x^6 - 2x^4 - 2x^2 - 3$ en $\mathbb{Z}[x]$.

A) 0 B) -3 C) 2 D) 3 E) -1

Solución:

$$p(x) = x^6 - 2x^4 - 2x^2 - 3 \Rightarrow p(x) = x^6 - 2x^4 - 2x^2 - 1 - 2$$

$$p(x) = (x^6 - 1) - 2(x^4 + x^2 + 1)$$

$$p(x) = (x^3 - 1)(x^3 + 1) - 2(x^4 + x^2 + 1)$$

$$p(x) = (x - 1)(x^2 + x + 1)(x + 1)(x^2 - x + 1) - 2(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$$

$$p(x) = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)[(x - 1)(x + 1) - 2]$$

$$p(x) = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)(x^2 - 3) \text{ en } \mathbb{Z}[x].$$

$p(x)$ tiene 3 factores primos cuadráticos.

Piden $(1) + (-1) + (0) = 0$.

Rpta.: A

5. Al factorizar $p(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$ en $\mathbb{Z}[x]$, los factores primos de término independiente positivo representan las dimensiones en metros de la base de un paralelepípedo rectangular de altura 5 metros. Determine la expresión que representa el área total del paralelepípedo.

A) $(2x^2 + 15x + 42) \text{ m}^2$ B) $(2x^2 + 30x + 42) \text{ m}^2$ C) $(2x^2 + 22x + 62) \text{ m}^2$
 D) $(2x^2 + 60x + 62) \text{ m}^2$ E) $(2x^2 + 30x + 62) \text{ m}^2$

Solución:

Factorizando $p(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$ por el método de divisores binómicos y de aspa simple.

1	4	1	-6	x^2	+5x	+6	
1	↓	1	6	x	+3	→	3x
1	5	6	0	x	+2	→	<u>2x</u>
							5x

tenemos $p(x) = (x - 1)(x^2 + 5x + 6) = (x - 1)(x + 3)(x + 2)$

$$\begin{aligned} \text{Area total} &= [2(\text{área de la base}) + 2(\text{área lateral})] \text{ m}^2 \\ &= [2(x + 2)(x + 3) + 2(5(x + 2) + 5(x + 3))] \text{ m}^2 \\ &= [2(x + 2)(x + 3) + 10(x + 2) + 10(x + 3)] \text{ m}^2 \\ &= [2x^2 + 10x + 12 + 10x + 20 + 10x + 30] \text{ m}^2 = [2x^2 + 30x + 62] \text{ m}^2. \end{aligned}$$

Rpta.: E

6. Si la suma de los coeficientes del factor primo de menor y de mayor término independiente en la factorización del polinomio $p(x,y) = 15x^2 + 22xy + 8y^2 - 11x - 8y + 2$ en $\mathbb{Z}[x,y]$ representan respectivamente, la cantidad de días que Luis estuvo en México y el gasto diario que tuvo (en cientos de dólares) durante su estadía, ¿cuánto fue el gasto total de Luis durante su estadía en México?

A) \$ 2500 B) \$ 2800 C) \$ 1900 D) \$ 2100 E) \$ 2500

Solución:

$$p(x,y) = 15x^2 + 22xy + 8y^2 - 11x - 8y + 2$$

$$5x \quad + 4y \quad - 2$$

$$3x \quad + 2y \quad - 1$$

$$\Rightarrow p(x,y) = (5x + 4y - 2)(3x + 2y - 1)$$

$$\sum \text{coef}(5x + 4y - 2) = 5 + 4 - 2 = 7 \Rightarrow \text{Número de días en México: } 7 \text{ días.}$$

$$\sum \text{coef}(3x + 2y - 1) = 3 + 2 - 1 = 4 \Rightarrow \text{Gasto diario} = 4(100) \text{ dólares} = 400 \text{ dólares.}$$

Gasto total de Luis durante su estadía en México: 2800 dólares.

Rpta.: B

7. Si $f(x,y)$ es el factor primo de tres términos de la factorización de $p(x,y) = x^7 + x^4y^3 - x^3y^4 - y^7$ en $\mathbb{Z}[x,y]$, determine $h(x,y) = f(x,y) + xy + x^2$.

A) $x^2 + 2y^2$ B) $2x^2 + y$ C) $2x + y^2$ D) $x^2 + y^2$ E) $2x^2 + y^2$

Solución:

$$p(x,y) = x^7 + x^4y^3 - x^3y^4 - y^7 = (x^7 + x^4y^3) - (x^3y^4 + y^7)$$

$$p(x,y) = x^4(x^3 + y^3) - y^4(x^3 + y^3) = (x^4 - y^4)(x^3 + y^3)$$

$$p(x,y) = (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)(x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$p(x,y) = (x - y)(x + y)^2(x^2 + y^2)(x^2 - xy + y^2)$$

Por dato: $f(x,y) = x^2 - xy + y^2$

entonces $h(x,y) = (x^2 - xy + y^2) + xy + x^2 = 2x^2 + y^2$.

Rpta.: E

8. Una pizzería obtiene un ingreso diario de $(m+n+1)$ centenas de soles en la venta de $(m-1)$ decenas de pizzas. Si "m" y "n" son respectivamente la cantidad de factores primos y el cuadrado de la suma de términos independientes de los factores primos del polinomio $q(y) = (y^2 - y + 1)^2 - 10y^2 + 10y + 11$ en $\mathbb{Z}[y]$, halle el precio promedio de una pizza vendida.

A) 23 soles B) 26 soles C) 29 soles D) 30 soles E) 33 soles

Solución:

Para factorizar el polinomio usaremos el método agrupación de términos y de aspa simple.

$$q(y) = (y^2 - y + 1)^2 - 10y^2 + 10y + 11 = (y^2 - y + 1)^2 - 10y^2 + 10y - 10 + 21$$

$$q(y) = (y^2 - y + 1)^2 - 10(y^2 - y + 1) + 21$$

$$\begin{array}{ccc} (y^2 - y + 1) & \nearrow & -7 \\ (y^2 - y + 1) & \searrow & -3 \end{array}$$

$$q(y) = [(y^2 - y + 1) - 7][(y^2 - y + 1) - 3] = (y^2 - y - 6)(y^2 - y - 2)$$

$$q(y) = (y - 3)(y + 2)(y - 2)(y + 1)$$

Número de factores primos: 4 $\Rightarrow m = 4$

Suma de términos independientes: $(-3) + (2) + (-2) + (1) = -2 \Rightarrow n = (-2)^2 = 4$

Ingreso diario: $(m+n+1) \times 100$ soles = 900 soles.

Pizzas vendidas: $(m-1) \times 10 = 30$ pizzas.

Precio promedio de la pizza: $\frac{900}{30}$ soles = 30 soles.

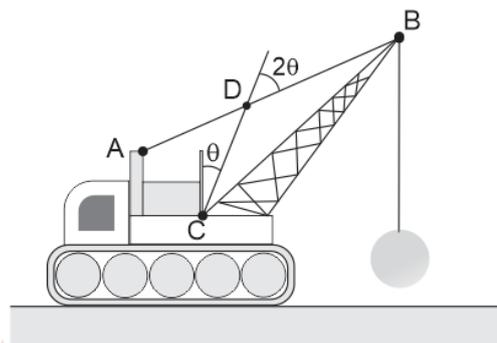
Rpta.: D

Trigonometría

EJERCICIOS DE CLASE

1. La figura representa la vista lateral de una grúa con una bola de demolición. Por motivos de seguridad, se compra el cable de acero representado por \overline{AB} . Si el metro de cable cuesta $(32\sec\theta)$ soles, $AB = CB$ y $DC = DB = 2$ m, ¿cuánto se debe pagar por dicho cable?

- A) 128 soles
 B) 96 soles
 C) 64 soles
 D) 160 soles
 E) 140 soles



Solución:

Sea; $AB = CB = d$ m

En la figura por el teorema de Pitágoras tenemos:

$$d^2 = 4(\sin(3\theta) + \sin\theta)^2 + 4(\cos(3\theta) + \cos\theta)^2$$

$$d^2 = 4(2\sin(2\theta) \cdot \cos\theta)^2 + 4(2\cos(2\theta) \cdot \cos\theta)^2$$

$$d^2 = 16\cos^2\theta \cdot (\sin^2(2\theta) + \cos^2(2\theta))$$

$$\Rightarrow d = 4\cos\theta$$

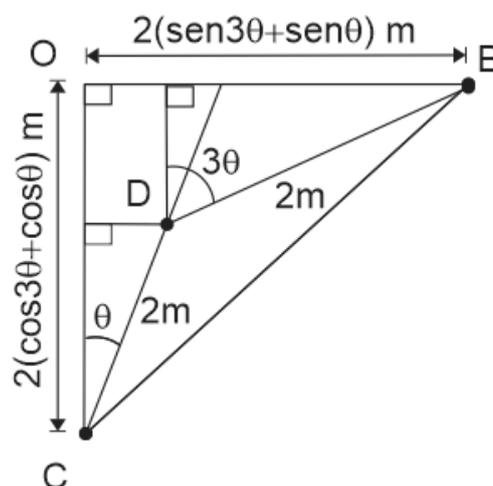
Luego:

$$\text{Precio}_{\text{Cable}} = d \cdot (32\sec\theta) \text{ soles}$$

Así:

$$\text{Precio}_{\text{Cable}} = 128 \text{ soles}$$

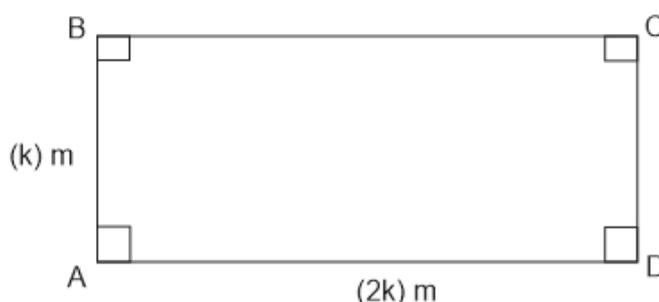
Por lo tanto; se debe pagar por dicho cable 128 soles.



Rpta.: A

2. Miguel tiene un terreno rectangular ABCD destinado para la construcción de un colegio, como se representa en la figura. Si $k \csc 1^\circ \operatorname{sen} 8^\circ = 40(\cos 7^\circ + \cos 5^\circ + \cos 3^\circ + \cos 1^\circ)$, calcule el área de dicho terreno.

- A) 600 m^2
 B) 800 m^2
 C) 500 m^2
 D) 700 m^2
 E) 900 m^2



Solución:

Hallando el valor de k

$$k \csc 1^\circ \operatorname{sen} 8^\circ = 40(\cos 7^\circ + \cos 5^\circ + \cos 3^\circ + \cos 1^\circ)$$

$$k \csc 1^\circ \operatorname{sen} 8^\circ = 40(2 \cos 6^\circ \cos 1^\circ + 2 \cos 2^\circ \cos 1^\circ)$$

$$k \csc 1^\circ \operatorname{sen} 8^\circ = 40(2 \cos 1^\circ)(\cos 6^\circ + \cos 2^\circ)$$

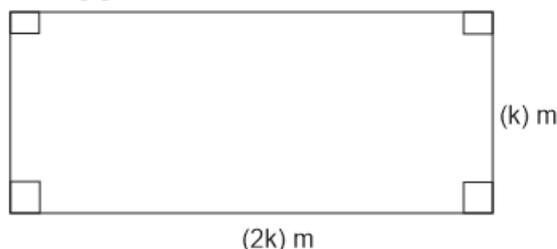
$$k \csc 1^\circ \operatorname{sen} 8^\circ = 80 \cos 1^\circ (2 \cos 4^\circ \cos 2^\circ)$$

$$k \operatorname{sen} 8^\circ = 80(2 \operatorname{sen} 1^\circ \cos 1^\circ) \cos 2^\circ \cos 4^\circ$$

$$k \operatorname{sen} 8^\circ = 40(2 \operatorname{sen} 2^\circ \cos 2^\circ) \cos 4^\circ$$

$$k \operatorname{sen} 8^\circ = 20 \operatorname{sen} 8^\circ \Rightarrow k = 20$$

Por lo tanto, el área de dicho terreno es 800 m^2 .



Rpta.: B

3. Daniel compró un cuadro de Picasso a 30 000 dólares. Después de 8 años vende dicho cuadro a $(4000Q^2)$ dólares. Si $Q \cot 10^\circ \sqrt{1 - \cos 20^\circ} = 4(\cos 50^\circ + \operatorname{sen} 20^\circ)$, ¿cuánto ganó en dicha venta?

- A) \$ 1800 B) \$ 2000 C) \$ 1400 D) \$ 2100 E) \$ 1700

Solución:

Tenemos:

$$Q\sqrt{1-\cos 20^\circ} = 4(\sin 40^\circ + \sin 20^\circ)\tan 10^\circ$$

$$\Rightarrow Q\sqrt{2\sin^2 10^\circ} = 4(2\sin 30^\circ \cos 10^\circ)\tan 10^\circ$$

$$\Rightarrow Q\sqrt{2} \sin 10^\circ = 4\sin 10^\circ$$

$$\Rightarrow Q = \frac{4}{\sqrt{2}}$$

Así, Precio_{venta} = 4000(8) dólares = 32000 dólares

Por lo tanto, en dicha venta ganó 2000 dólares.

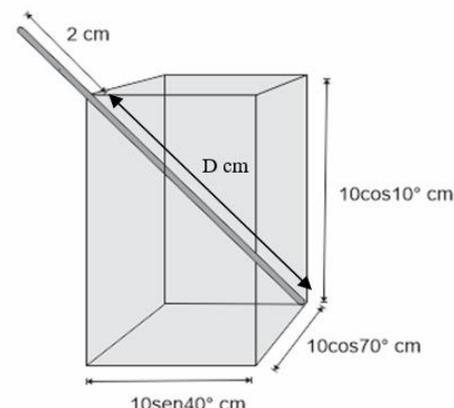
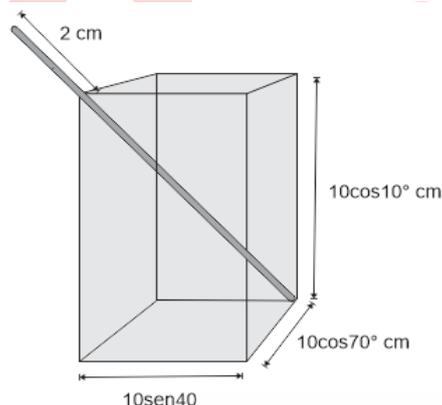
Rpta.: B

4. Para tomar el jugo que está en el interior de una caja que tiene forma de un prisma rectangular recto se coloca una cañita, como se representa en la figura. Halle la longitud de la cañita.

A) 12 cm B) $(10\sqrt{3} + 2)$ cm

C) $(5\sqrt{6} + 2)$ cm D) $10\sqrt{3}$ cm

E) $14\sqrt{3}$ cm

**Solución:**La longitud de la cañita es $(D + 2)$ cmTenemos: $D^2 = 100\cos^2 70^\circ + 100\cos^2 10^\circ + 100\sin^2 40^\circ$

$$\Rightarrow D^2 = 50(1 + \cos 140^\circ + 1 + \cos 20^\circ + 1 - \cos 80^\circ)$$

$$\Rightarrow D^2 = 50(3 + 2\cos 80^\circ \cdot \cos 60^\circ - \cos 80^\circ)$$

$$\Rightarrow D^2 = 150$$

Así, $D = 5\sqrt{6}$ Por lo tanto, la longitud de la cañita es $(5\sqrt{6} + 2)$ cm.**Rpta.: C**

5. María determinó que la utilidad mensual de su tienda durante el primer año está dada por la expresión $4t + 7,5 \left[\sin\left(\frac{\pi t + 3\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{\pi t - 3\pi}{3}\right) \right]$ en cientos de soles, donde t es el número de meses transcurridos, $t \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$. Determine la utilidad aproximada que genera la tienda de María en el mes de mayo, sabiendo que $\sqrt{3} \approx 1,73$.

- A) S/. 3 297,5 B) S/. 3 090 C) S/. 4 200
D) S/. 3 386,5 E) S/. 4 134,3

Solución:

Sea U cientos de soles la utilidad, entonces

$$U = 4t + 7,5 \left[\sin\left(\frac{\pi t + 3\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{\pi t - 3\pi}{3}\right) \right]$$

$$U = 4t + 7,5 \left[2\sin\left(\frac{\pi t}{3}\right) \cos(\pi) \right]$$

$$U = 4t - 15\sin\left(\frac{\pi t}{3}\right)$$

Para el mes de mayo, $t = 5$:

$$U = 4(5) - 15\sin\left(\frac{\pi(5)}{3}\right) = 20 + 15\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$U = 32,975$$

Por lo tanto, la utilidad mensual de mayo es 3 297,5 soles.

Rpta.: A

6. La Sra. Lourdes tiene un pequeño jardín rectangular en el patio de su casa, cuyos lados miden $2|4\sin 5^\circ \cos 5^\circ \cos 70^\circ - \cos 10^\circ|$ m y $4(4\cos 5^\circ \cos 55^\circ - 2\cos 50^\circ)$ m. Si para sembrar rosas y begonias coloca una cerca en la diagonal de su jardín, halle la longitud de la cerca.

- A) $\sqrt{13}$ m B) 3 m C) $\sqrt{19}$ m D) 6 m E) 7 m

Solución:

Sea A m el ancho del terreno y L m el largo del terreno

$$A = 2|4 \operatorname{sen} 5^\circ \cos 5^\circ \cos 70^\circ - \cos 10^\circ|$$

$$A = 2|2 \cos 70^\circ \operatorname{sen} 10^\circ - \cos 10^\circ|$$

$$A = 2|\operatorname{sen} 80^\circ - \operatorname{sen} 60^\circ - \cos 10^\circ|$$

$$A = 2 \left| -\frac{\sqrt{3}}{2} \right|$$

$$A = \sqrt{3} \quad \dots \quad (1)$$

$$L = 4(4 \cos 5^\circ \cos 55^\circ - 2 \cos 50^\circ)$$

$$L = 4(2(\cos 60^\circ + \cos 50^\circ) - 2 \cos 50^\circ)$$

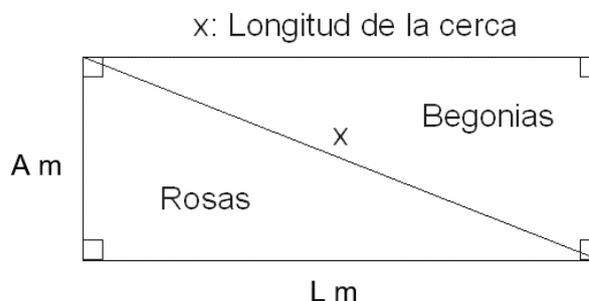
$$L = 4 \quad \dots \quad (2)$$

Aplicando teorema de Pitágoras

$$x^2 = (\sqrt{3} \text{ m})^2 + (4 \text{ m})^2$$

$$x = \sqrt{19} \text{ m}$$

Por lo tanto, la longitud de la cerca es $\sqrt{19}$ m.



Rpta.: C

7. La velocidad de un asteroide que pasará cerca de la tierra es A km/s, donde $0 < A < 90$.

Si $\frac{4 \operatorname{sen} 16^\circ \cos 16^\circ}{\sec 32^\circ} - \frac{2 \operatorname{sen} 2^\circ}{\sec 2^\circ} = \cos A^\circ$, determine la velocidad del asteroide.

A) 25 km/s

B) 34 km/s

C) 20 km/s

D) 32 km/s

E) 27 km/s

Solución:

Del dato:

$$\frac{4\operatorname{sen}16^\circ \cos 16^\circ}{\sec 32^\circ} - \frac{2\operatorname{sen}2^\circ}{\sec 2^\circ} = \cos A^\circ$$

$$2\operatorname{sen}32^\circ \cos 32^\circ - 2\operatorname{sen}2^\circ \cos 2^\circ = \cos A^\circ$$

$$\operatorname{sen}64^\circ - \operatorname{sen}4^\circ = \cos A^\circ$$

$$2\cos 34^\circ \operatorname{sen}30^\circ = \cos A^\circ$$

$$\cos 34^\circ = \cos A^\circ \rightarrow A = 34$$

Por lo tanto, la velocidad del asteroide es 34 km/s.

Rpta.: B

8. El ancho y el largo de una placa de forma rectangular miden $10\operatorname{sen}10^\circ$ m y $(\operatorname{sen}70^\circ + \cos 40^\circ + \operatorname{sen}30^\circ + \cos 80^\circ)$ m respectivamente. Si el área de dicha placa es $10(\cos^2 A)$ m² donde A es la medida de un ángulo agudo y el precio por metro cuadrado de la placa es $\operatorname{csc}^2\left(\frac{4A}{5}\right)$ soles, halle el costo de la placa.

- A) S/. 10 B) S/. 20 C) S/. 25 D) S/. 15 E) S/. 30

Solución:Sea S m² el área de la placa

$$S = 10\operatorname{sen}10^\circ(\cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \cos 60^\circ + \cos 80^\circ)$$

$$S = 5(2\cos 20^\circ \operatorname{sen}10^\circ + 2\cos 40^\circ \operatorname{sen}10^\circ + 2\cos 60^\circ \operatorname{sen}10^\circ + 2\cos 80^\circ \operatorname{sen}10^\circ)$$

$$S = 5(\operatorname{sen}30^\circ - \operatorname{sen}10^\circ + \operatorname{sen}50^\circ - \operatorname{sen}30^\circ + \operatorname{sen}70^\circ - \operatorname{sen}50^\circ + \operatorname{sen}90^\circ - \operatorname{sen}70^\circ)$$

$$S = 10\cos^2 50^\circ$$

Sea P soles el costo de la placa

$$P = (\text{Área})(\text{Precio por m}^2)$$

$$P = (10\cos^2 50^\circ)(\operatorname{csc}^2 40^\circ)$$

$$P = (10\cos^2 50^\circ)(\sec^2 50^\circ) = 10$$

Por lo tanto, el costo de la placa es de 10 soles.

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Si $\tan 60^\circ \cdot \cos 19^\circ - \sin 41^\circ = n$, halle el valor de la expresión $\sin 79^\circ + \sin 41^\circ + \cos 71^\circ$ en términos de n .

A) n B) $2n$ C) $3n$ D) $4n$ E) $5n$

Solución:

Del dato:

$$\tan 60^\circ \cdot \cos 19^\circ - \sin 41^\circ = n$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} \cos 19^\circ - \cos 49^\circ = n$$

$$\Rightarrow 2 \cos 30^\circ \cos 19^\circ - \cos 49^\circ = n$$

$$\Rightarrow \cos 49^\circ + \cos 11^\circ - \cos 49^\circ = n$$

$$\Rightarrow \cos 11^\circ = n \dots (1)$$

Luego:

$$P = \sin 79^\circ + \sin 41^\circ + \cos 71^\circ$$

$$P = \cos 71^\circ + \cos 49^\circ + \cos 11^\circ$$

$$P = 2 \cos 60^\circ \cos 11^\circ + \cos 11^\circ$$

$$P = 2 \cos 11^\circ$$

$$P = 2n$$

Por lo tanto, el valor de la expresión es $2n$.

Rpta.: B

2. Se muestra un plano del sistema de gas natural de las ciudades M, N, P, Q las cuales están conectadas por una red de tuberías, tal como se muestra en la figura. Si se realizan mediciones que determinan las longitudes de las tuberías, los resultados obtenidos son $QP = (\csc 70^\circ)$ km, $QN = (\csc 50^\circ)$ km y $MN = (4 \cos 70^\circ)$ km, halle el valor de $2 \cos(70^\circ - \theta)$.

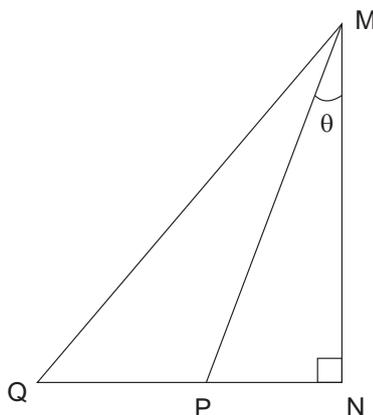
A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5



Solución:

De la figura

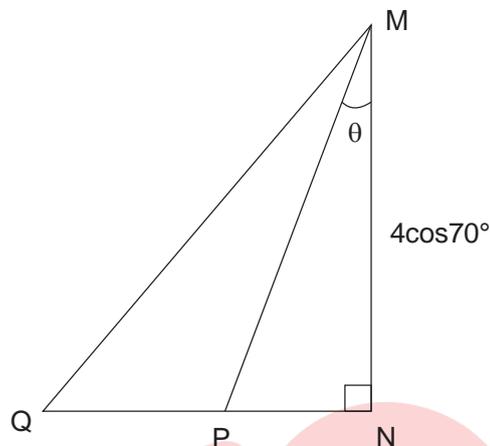
$$\tan \theta = \frac{NP}{4 \cos 70^\circ} = \frac{QN - QP}{4 \cos 70^\circ}$$

$$\tan \theta = \frac{\csc 50^\circ - \csc 70^\circ}{4 \cos 70^\circ}$$

$$\tan \theta = \frac{\operatorname{sen} 70^\circ - \operatorname{sen} 50^\circ}{4 \operatorname{sen} 50^\circ \operatorname{sen} 70^\circ \cos 70^\circ}$$

$$\tan \theta = \frac{2 \cos 60^\circ \operatorname{sen} 10^\circ}{2 \operatorname{sen} 40^\circ \cos 40^\circ}$$

$$\tan \theta = \frac{\operatorname{sen} 10^\circ}{\operatorname{sen} 80^\circ} \Rightarrow \theta = 10^\circ$$

Por lo tanto, el valor de $2 \cos(70^\circ - \theta)$ es 1.**Rpta.: A**

3. Luis desea colocar 45 losetas para enchapar la parte frontal de su casa. Si cada loseta tiene forma rectangular con dimensiones de $(E + 21)$ cm de largo y $(E + 10)$ cm de ancho, donde E es el valor de la expresión $\frac{\sqrt{6} \cos 65^\circ (\operatorname{sen} 70^\circ + \cos 70^\circ)}{\operatorname{sen} 20^\circ + \cos 10^\circ}$, halle el área de la superficie que se desea enchapar.

- A) $10\,130 \text{ cm}^2$ B) $11\,345 \text{ cm}^2$ C) $10\,890 \text{ cm}^2$
 D) $11\,674 \text{ cm}^2$ E) $11\,242 \text{ cm}^2$

Solución:

Del dato:

$$E = \frac{\sqrt{6} \cos 65^\circ (\operatorname{sen} 70^\circ + \operatorname{sen} 20^\circ)}{\cos 70^\circ + \cos 10^\circ}$$

$$\Rightarrow E = \frac{\sqrt{6} \cos 65^\circ \cdot 2 \operatorname{sen} 45^\circ \cos 25^\circ}{2 \cos 40^\circ \cos 30^\circ} = \frac{\sqrt{6} \operatorname{sen} 45^\circ (2 \operatorname{sen} 25^\circ \cos 25^\circ)}{2 \cos 40^\circ \cos 30^\circ}$$

$$\Rightarrow E = \frac{\sqrt{6} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) \operatorname{sen} 50^\circ}{2 \cos 40^\circ \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)} = 1$$

Luego, cada loseta tiene 242 cm^2 de área.

Por lo tanto, el área de la superficie que se desea enchapar es $10\,890 \text{ cm}^2$.

Rpta.: C

4. Una fábrica para envasar alimentos necesita potes de aluminio que tengan la forma de un cilindro circular recto de $250\pi \text{ cm}^3$ de volumen. Si el radio de la base es

$\left(\frac{\cos 39^\circ + \cos 201^\circ}{-2 \cos 81^\circ} \right) \text{ m}$, halle la cantidad de aluminio que requiere cada pote.

A) $4500\pi \text{ cm}^2$

B) $5010\pi \text{ cm}^2$

C) $5100\pi \text{ cm}^2$

D) $4800\pi \text{ cm}^2$

E) $5090\pi \text{ cm}^2$

Solución:

Sea $x \text{ m}$ el radio

$$x = \frac{\cos 39^\circ + \cos 201^\circ}{-2 \cos 81^\circ}$$

$$x = \frac{2 \cos 120^\circ \cos 81^\circ}{-2 \cos 81^\circ} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

Luego, el radio mide 50 cm .

Si h es la altura del pote; su área total es

$$A = \left[2\pi r^2 + 2\pi r h \right] \text{ cm}^2 \dots (1)$$

$$\text{Volumen: } 250\pi = \pi r^2 h \Rightarrow h = \frac{250}{r^2}$$

Reemplazando h en (1):

$$A = 2\pi \left\{ r^2 + \frac{250}{r} \right\} \text{ cm}^2 = 2\pi \left\{ 50^2 + \frac{250}{50} \right\} \text{ cm}^2$$

$$A = 5010\pi \text{ cm}^2$$

Por lo tanto, la cantidad de aluminio que requiere cada pote es $5010\pi \text{ cm}^2$.

Rpta.: B

5. En la edad media, una piedra de molino para moler trigo en cada vuelta que da muele $120\text{sen}30^\circ$ g de trigo. Si dicha piedra gira uniformemente a razón de una vuelta por t segundos, donde $t = \frac{32(\text{sen}86^\circ + \text{sen}78^\circ + \text{cos}20^\circ + \text{cos}36^\circ) \cdot \text{csc}82^\circ}{(\text{cot}4^\circ + 2\tan8^\circ - \text{cot}86^\circ) \cdot (\text{sen}44^\circ + \text{cos}70^\circ)}$, ¿cuánto tiempo se demorará en moler 12 kg de trigo?

A) 3 200 s B) 800 s C) 1 600 s D) 2 400 s E) 1 100 s

Solución:

Como:

$$t = \frac{32(\text{cos}36^\circ + \text{cos}4^\circ + \text{cos}20^\circ + \text{cos}12^\circ) \cdot \text{sec}8^\circ}{(\text{cot}4^\circ - \tan4^\circ + 2\tan8^\circ) \cdot (\text{sen}44^\circ + \text{sen}20^\circ)}$$

$$t = \frac{32(2\text{cos}20^\circ \cdot \text{cos}16^\circ + 2\text{cos}16^\circ \cdot \text{cos}4^\circ) \cdot \text{sec}8^\circ}{(2\text{cot}8^\circ + 2\tan8^\circ) \cdot (2\text{sen}32^\circ \text{cos}12^\circ)}$$

$$t = \frac{32 \cdot (2\text{cos}16^\circ) \cdot (\text{cos}20^\circ + \text{cos}4^\circ) \cdot \text{sec}8^\circ}{(4\text{csc}16^\circ) \cdot (4\text{sen}16^\circ \text{cos}16^\circ \text{cos}12^\circ)}$$

$$t = \frac{32 \cdot (2\text{cos}16^\circ) \cdot (2\text{cos}12^\circ \cdot \text{cos}8^\circ) \cdot \text{sec}8^\circ}{(4\text{csc}16^\circ) \cdot (4\text{sen}16^\circ \text{cos}16^\circ \text{cos}12^\circ)} \Rightarrow t = 8$$

Luego; $60 \text{ g} \leftrightarrow 8 \text{ s}$ entonces $12\,000 \text{ g} \leftrightarrow 1\,600 \text{ s}$

Por lo tanto, la piedra de molino se va demorar 1 600 s.

Rpta.: C

6. Francisco tiene un terreno de forma rectangular de 30 m de largo y 20 m de ancho. Si el costo por metro cuadrado es $(500b^2)$ soles y $b = \frac{\text{sen}40^\circ + \text{cos}30^\circ + \text{sen}80^\circ}{\text{sen}50^\circ + \text{cos}60^\circ + \text{cos}80^\circ}$, calcule el precio del terreno.

A) S/. 500 000 B) S/. 700 000 C) S/. 800 000
D) S/. 900 000 E) S/. 600 000

Solución:

Hallando el valor de b

$$b = \frac{\operatorname{sen} 40^\circ + \operatorname{sen} 60^\circ + \operatorname{sen} 80^\circ}{\operatorname{cos} 40^\circ + \operatorname{cos} 60^\circ + \operatorname{cos} 80^\circ}$$

$$b = \frac{2\operatorname{sen} 60^\circ \operatorname{cos} 20^\circ + \operatorname{sen} 60^\circ}{2\operatorname{cos} 60^\circ \operatorname{cos} 20^\circ + \operatorname{cos} 60^\circ}$$

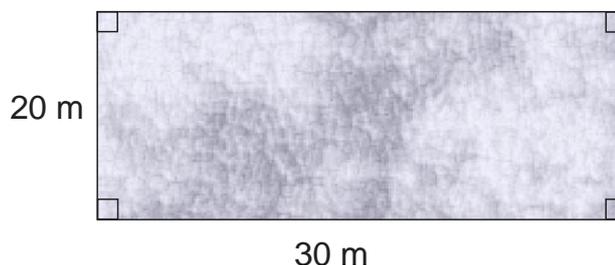
$$b = \frac{\operatorname{sen} 60^\circ (2\operatorname{cos} 20^\circ + 1)}{\operatorname{cos} 60^\circ (2\operatorname{cos} 20^\circ + 1)}$$

$$b = \tan 60^\circ \rightarrow b = \sqrt{3}$$

Tenemos que el costo por metro cuadrado es $(500b^2)$ soles, es decir 1500 soles.

Por lo tanto, el precio de dicho terreno es 900 000 soles.

S: Área del terreno



Rpta.: D

7. Con los datos de la figura, determine el valor de la expresión $4 + \frac{\operatorname{sen}(2\beta + \alpha)}{\operatorname{sen}(2\beta - \alpha)}$.

- A) 4 B) 3 C) 2
D) 5 E) 1

Solución:

De la figura,

$$BH = (\tan \alpha) \operatorname{dam} = (3 \tan 2\beta) \operatorname{dam}$$

$$\rightarrow \left(\frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{cos} \alpha} \right) = 3 \left(\frac{\operatorname{sen} 2\beta}{\operatorname{cos} 2\beta} \right)$$

$$\rightarrow \operatorname{cos} 2\beta \operatorname{sen} \alpha = 3 \operatorname{sen} 2\beta \operatorname{cos} \alpha$$

$$\rightarrow 2 \operatorname{cos} 2\beta \operatorname{sen} \alpha = 3 [2 \operatorname{sen} 2\beta \operatorname{cos} \alpha]$$

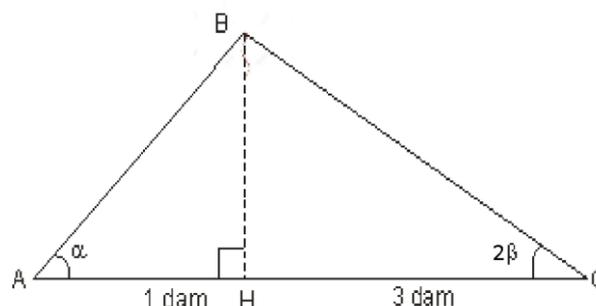
$$\rightarrow \operatorname{sen}(2\beta + \alpha) - \operatorname{sen}(2\beta - \alpha) = 3 [\operatorname{sen}(2\beta + \alpha) + \operatorname{sen}(2\beta - \alpha)]$$

$$\rightarrow -4 \operatorname{sen}(2\beta - \alpha) = 2 \operatorname{sen}(2\beta + \alpha)$$

$$\rightarrow 4 + \frac{\operatorname{sen}(2\beta + \alpha)}{\operatorname{sen}(2\beta - \alpha)} = 2$$

Por lo tanto, el valor de la expresión es 2.

Rpta.: C



Lenguaje

EJERCICIOS DE CLASE

1. El adjetivo es la palabra que expresa propiedades o características del nombre. Considerando la definición anterior, marque la alternativa que presenta más adjetivos.
- A) El joven mexicano ganó el premio anoche.
 - B) El niño responsable obtuvo la mejor nota.
 - C) Ese pequeño gesto demuestra sus valores.
 - D) El director encargado elaboró esa propuesta.
 - E) Requería un informe económico el miércoles.

Solución:

Esta alternativa presenta dos adjetivos: *responsable* y *mejor*.

Rpta.: B

2. Según su significado, los adjetivos pueden clasificarse en especificativos y explicativos. Elija la opción que presenta adjetivos explicativos.
- A) Esos productos fueron importados el mes pasado.
 - B) La crítica que recibió fue constructiva, estimada Luz.
 - C) Varios premios se otorgaron a la aclamada película.
 - D) Aquel músico colombiano lanzó otros temas exitosos.
 - E) Su hermosa interpretación cautivó al exigente jurado.

Solución:

Los adjetivos explicativos son *hermosa* y *exigente*.

Rpta.: E

3. Sintácticamente, el adjetivo funciona como modificador directo en la frase nominal y en la oración como complemento atributo o predicativo. En ese sentido, lea los enunciados y marque la alternativa donde el adjetivo funciona como complemento atributo.
- I. Estoy preocupada por el resultado de la prueba.
 - II. Anoche llegaron a Lima los ponentes ecuatorianos.
 - III. Camila es amable con todos sus compañeros, Abel.
 - IV. Vimos a los niños felices en aquel centro recreativo.

A) II y IV B) I y IV C) I y III D) II y III E) I y II

Solución:

Los adjetivos *preocupada* y *amable* funcionan como complemento atributo de los verbos copulativos *estoy* y *es* respectivamente.

Rpta.: C

4. En la frase nominal, el adjetivo cumple la función de modificador directo; en la frase verbal, funciona como complemento atributo o complemento predicativo. Escriba las funciones de los adjetivos subrayados.

- A) La abnegada madre de María se desveló toda la noche. _____
 B) La joven pareja escuchó emocionada esa nueva canción. _____
 C) Su excesiva velocidad causó ese accidente el miércoles. _____
 D) Aquellos alumnos estaban nerviosos por el examen final. _____
 E) Todos los participantes llegaron animados por el evento. _____

Solución:

- A) Modificador directo
 B) Complemento predicativo
 C) Modificador directo
 D) Complemento atributo
 E) Complemento predicativo

5. Los grados de significación del adjetivo son tres: positivo, superlativo y comparativo. En el enunciado *Esa es la obra más leída del salón por su interesante tema*, los adjetivos se encuentran, respectivamente, en grado

- A) superlativo relativo, comparativo. B) superlativo absoluto, positivo.
 C) comparativo, superlativo absoluto. D) comparativo, superlativo relativo.
 E) superlativo relativo, positivo.

Solución:

El adjetivo *leída* se encuentra en grado superlativo relativo; *interesante*, en grado positivo.

Rpta.: E

6. En el enunciado *La ciencia ha saldado una deuda que tenía pendiente con las huellas dactilares. Sus exclusivos arcos, bucles y remolinos ya llamaron la atención en la antigua China y comenzaron a usarse allí como método de identificación y como prueba en juicios por robo en el siglo III antes de Cristo*, el número de determinantes asciende a

- A) cuatro. B) seis. C) siete. D) tres. E) cinco.

Solución:

El referido enunciado presenta siete determinantes: *la, una, las, sus, la, la* y *el*.

Rpta.: C

7. Los determinantes posesivos indican la relación de pertenencia del sustantivo a una de las personas gramaticales. Considerando la definición anterior, señale la alternativa que contiene determinantes posesivos.

- A) Esa mochila negra que está ahí es mía.
 B) Mis hermanas me ayudaron a peinarme.
 C) Mi primo lo apoyó con sus tareas, José.
 D) Sin lugar a duda, la victoria será nuestra.
 E) Era necesario que revises tus anotaciones.

Solución:

En el enunciado hay dos determinantes posesivos: *mi* y *sus*.

Rpta.: C

8. De acuerdo con su significado y función, los determinantes pueden clasificarse en artículos, demostrativos, posesivos y cuantificadores. Lea las oraciones y escriba las clases de los determinantes subrayados en los espacios en blanco.

- A) Esos jóvenes ingresarán en los primeros lugares. _____
 B) Hubo varias propuestas, pero la tuya ganó, Piero. _____
 C) Éramos ocho concursantes y solo quedan cinco. _____
 D) Aquellos niños respondieron todas las preguntas. _____
 E) Fernando, lo bueno es que ya lograste tu meta. _____

Solución:

A) Artículo, B) Cuantificador indefinido, C) Cuantificador numeral, D) Demostrativo, E) Artículo neutro

9. Según el FBI, la pandemia provocada por la COVID-19 ha tenido su origen en un presunto escape accidental del laboratorio de Wuhan. De momento, es solo una hipótesis; una suposición que tendrá que ser probada antes de convertirse en certeza. Del enunciado anterior, indique qué afirmaciones son correctas.

- I. Se aprecian cuatro artículos definidos.
 II. No se presenta ninguna forma contracta.
 III. Todos los artículos que hay son definidos.
 IV. Se contabilizan en total ocho determinantes.

- A) I y II B) II y IV C) I y III D) III y IV E) I y IV

Solución:

Alguna es un cuantificador indefinido y el artículo definido *el* aparece contracto en *del*.

Rpta.: E

10. Correlacione ambas columnas respecto a las clases de los determinantes subrayados y luego marque la alternativa correcta.

- | | |
|--|------------------------|
| I. <u>Una</u> amiga me regaló esto. | a. Numeral múltiplo |
| II. <u>Su</u> comentario fue preciso. | b. Posesivo |
| III. El salto <u>triple</u> fue increíble. | c. Numeral ordinal |
| IV. Llegamos en <u>primer</u> lugar. | d. Artículo indefinido |

- A) Ib, IId, IIIa, IVc B) Ib, IId, IIIc, IVa C) Id, IIb, IIIa, IVc
 D) Id, IIb, IIIc, IVa E) Ic, IId, IIIb, IVa

Solución:

Una es artículo indefinido; *su*, posesivo; *triple*, cuantificador numeral múltiplo y *primer*, cuantificador numeral ordinal.

Rpta.: C

11. Los cuantificadores pueden ser indefinidos y numerales. A su vez, los numerales pueden ser cardinales, ordinales, partitivos o múltiplos. Tomando en cuenta esta clasificación, elija la alternativa que presenta mayor cantidad de cuantificadores.
- A) Muchos equipos se presentaron en aquel campeonato.
 - B) Se animaron a participar en el primer concurso de canto.
 - C) A pesar de que no disponía de tiempo, te apoyó mucho.
 - D) Ayer solo asistieron sus colegas y algunos estudiantes.
 - E) Estuvimos varias horas leyendo tres artículos inéditos.

Solución:

En la referida alternativa, *varias* es un cuantificador indefinido; *tres*, cuantificador numeral cardinal.

Rpta.: E

12. Según la RAE, la cacofonía es la disonancia que resulta de la inarmónica combinación de los elementos acústicos de la palabra. Señale la alternativa en la cual el artículo femenino *la* ha sido empleado correctamente.
- A) La aula más grande es la 204.
 - B) Trajo la hacha con mucho filo.
 - C) La amable joven me orientó.
 - D) La hada madrina se presentó.
 - E) La águila hembra es más grande.

Solución:

En esta alternativa, se ha empleado correctamente el artículo femenino *la*. En las otras, debió emplearse el artículo definido masculino *el* (*el aula, el hacha, el hada, el águila*).

Rpta.: C

Literatura

EJERCICIOS DE CLASE

1. Mackandal visitaba continuamente las haciendas de la Llanura para vigilar a sus fieles y saber si todavía confiaban en su regreso. De metamorfosis en metamorfosis, el manco estaba en todas partes, habiendo recobrado su integridad corpórea al vestir trajes de animales. Con alas un día, con agallas al otro, galopando o reptando, se había adueñado del curso de los ríos subterráneos, de las cavernas de la costa, de las copas de los árboles, y reinaba ya sobre la isla entera. Ahora, sus poderes eran ilimitados.

Considerando el fragmento citado, perteneciente a la obra *El reino de este mundo*, de Alejo Carpentier, la característica de su obra que se evidencia es

- A) el problema identitario debido a las raíces afro europeas.
- B) los intentos de liberación de los esclavos afroamericanos.
- C) las creencias tradicionales y populares de los colonos.
- D) los problemas históricos y políticos de la población negra.
- E) el carácter maravilloso patente en la metamorfosis del personaje.

Solución:

El fragmento citado, perteneciente a la obra *El reino de este mundo*, de Alejo Carpentier, hace referencia a la metamorfosis de Mackandal, parte de las creencias míticas y mágicas de la tradición africana.

Rpta.: E

2. Lea el siguiente fragmento de la novela *El reino de este mundo*, de Alejo Carpentier, y marque la alternativa que completa adecuadamente el siguiente enunciado acerca del argumento de la obra: «Puede inferirse que se narra un suceso que es consecuencia de la _____».

La noche de su llegada a Santiago, Monsieur Lenormand de Mezy se fue directamente al Tívoli, el teatro de guano construido recientemente por los primeros refugiados franceses, pues las bodegas cubanas, con sus mosqueros y sus burros arrendados en la entrada, le repugnaban. Después de tantas angustias, de tantos miedos, de tan grandes cambios, halló en aquel café concierto una atmósfera reconfortante. Las mejores mesas estaban ocupadas por viejos amigos suyos, propietarios que, como él, habían huido ante los machetes afilados con melaza.

- A) ejecución de Mackandal en la hoguera a manos de los colonos
 B) revuelta de esclavos liderada por Bouckman para lograr la libertad
 C) fuga del esclavo Ti Noel a su llegada a las tierras de La Habana
 D) toma del poder de Henri Christophe, el primer rey negro de la isla
 E) llegada de los mulatos republicanos al poder en la isla de Haití

Solución:

El fragmento citado de *El reino de este mundo* narra la llegada de Monsieur Lenormand de Mezy a Santiago de Cuba. Él y muchos otros colonos optaron por abandonar Haití luego de la terrible matanza que suscitó la rebelión liderada por Bouckman contra sus amos, los colonos franceses.

Rpta.: B

3. Marque la alternativa que contiene la secuencia correcta de verdad (V o F) de los enunciados relacionados con el argumento de la novela *El reino de este mundo*, de Alejo Carpentier.

- I. Los colonos se niegan a acatar los edictos de la Revolución de 1789.
 II. Los esclavos Bouckman y Ti Noel acuerdan envenenar a sus amos.
 III. Henri Christopher, como monarca de la isla, logra abolir la esclavitud.
 IV. Al final, Ti Noel desaparece del mundo durante una fuerte tormenta.

- A) VFFV B) VFVV C) VVFF D) VFVF E) FFVF

Solución:

I. Los colonos franceses se niegan a acatar los edictos de la Revolución francesa que los obligaban a liberar a los esclavos. (V) II. Ti Noel apoya a Mackandal, quien busca envenenar a sus amos. (F) III. Henri Christopher, como gobernante de la isla, adopta un comportamiento tiránico y continúa esclavizando al pueblo haitiano. (F) IV. Al final de la novela, Ti Noel desaparece del mundo mientras una tormenta azotaba la isla. (V)

Rpta.: A

4. A partir del fragmento citado de la novela *El reino de este mundo*, de Alejo Carpentier, ¿qué tema de la obra se colige?

Por la tarde se le llevó, con otros presos, hasta el pie del Gorro del Obispo, donde había grandes montones de materiales de construcción. Le entregaron un ladrillo.

—¡Súbelo!... ¡Y vuelve por otro!

—Estoy muy viejo.

Ti Noel recibió un garrotazo en el cráneo. Sin objetar más, emprendió la ascensión de la empinada montaña, metiéndose en una larga fila de niños, de muchachas embarazadas, de mujeres y de ancianos, que también llevaban un ladrillo en la mano. [...] el capellán de la reina —único semblante claro en el cuadro— leía las *Vidas Paralelas* de Plutarco al príncipe heredero, bajo la mirada complacida de Henri Christophe [...]

- A) La terrible esclavitud que padecen los colonos
- B) Las creencias hechiceras de los esclavos negros
- C) El levantamiento llevado a cabo por Ti Noel
- D) La tiranía cruel contra los pobladores de Haití
- E) El comienzo del proceso revolucionario caribeño

Solución:

En el fragmento se relata la persistencia de la tiranía contra la población haitiana; abuso ejercido por el monarca negro Henri Christophe.

Rpta.: D

5. En el prólogo de *El reino de este mundo*, Alejo Carpentier plantea la estética de lo real maravilloso. Esta supone que _____ para retratar a América Latina.

- A) el escritor pueda combinar diferentes literaturas occidentales
- B) surja la posibilidad de crear escenarios fantásticos y alucinados
- C) la identidad hispana cobre una gran trascendencia histórica
- D) la narrativa fantástica desplazaría del todo al Regionalismo
- E) el artista hace convivir la realidad histórica con eventos mágicos

Solución:

Alejo Carpentier propuso el término lo real maravilloso, mediante el cual los elementos mágicos, que provienen de las creencias o mitos de los pueblos latinoamericanos, conviven con la realidad histórica.

Rpta.: E

6. Marque el enunciado que completa correctamente el siguiente fragmento de *Cien años de soledad*, de Gabriel García Márquez: «José Arcadio Buendía ha llevado a _____ a ver las novedades traídas por los gitanos. Este hecho corresponde a _____».

Tanto insistieron, que José Arcadio Buendía pagó los treinta reales y los condujo hasta el centro de la carpa, donde había un gigante de torso peludo y cabeza rapada [...] custodiando un cofre de pirata. Al ser destapado por el gigante, el cofre dejó escapar un aliento glacial. Dentro sólo había un enorme bloque transparente, con infinitas agujas internas en las cuales se despedazaba en estrellas de colores la claridad del crepúsculo. Desconcertado, sabiendo que los niños esperaban una explicación inmediata, José Arcadio Buendía se atrevió a murmurar:

—Es el diamante más grande del mundo.

—No —corrigió el gitano—. Es hielo.

- A) sus nietos Arcadio y Aureliano José – los episodios finales
- B) su esposa Amaranta Úrsula y sus hijos – la llegada de Melquíades
- C) sus hijos José Arcadio y Aureliano – la parte inicial de la historia
- D) José Arcadio Segundo y Aureliano Segundo – las guerras civiles
- E) los hijos del coronel Aureliano – la decadencia de Macondo

Solución:

El episodio narrado en la novela corresponde a la parte inicial de la historia, cuando los gitanos retornan a Macondo con nuevos inventos. José Arcadio Buendía lleva a sus dos hijos José Arcadio y Aureliano, quienes conocen el hielo.

Rpta.: C

7. Lea el siguiente fragmento y marque la opción que contenga las alternativas correctas respecto al argumento de *Cien años de soledad*, de Gabriel García Márquez.

Meme se encerró en el camarote. Dos veces al día dejaba Fernanda un plato de comida junto a la cama, y dos veces al día se lo llevaba intacto, no porque hubiera resuelto morir de hambre, sino porque le repugnaba el solo olor de los alimentos y su estómago expulsaba hasta el agua. Ni ella misma sabía entonces que su fertilidad había burlado a los vapores de mostaza, así como Fernanda no lo supo hasta casi un año después, cuando le llevaron al niño.

- I. Este episodio corresponde a la segunda generación de los Buendía.
- II. La madre se enteró de que Renata Remedios padecía una enfermedad.
- III. La hija de Fernanda y Aureliano Segundo había quedado embarazada.
- IV. El niño al que se menciona al final de la cita es Aureliano Babilonia.

- A) II y III B) I y II C) II, III y IV D) III y IV E) I, II y III

Solución:

I. Este episodio corresponde a la cuarta y quinta generación de la familia Buendía. (F)
 II. Meme (Renata Remedios) demuestra los efectos del embarazo. (F)
 III. Meme, hija de Aureliano Segundo y Fernanda del Carpio, había quedado embarazada. (V)
 IV. El niño al que se menciona al final del fragmento es Aureliano Babilonia. (V)

Rpta.: D

8. ¿Cuál de las siguientes alternativas contiene el enunciado correcto acerca del tema central de la novela *Cien años de soledad*, de Gabriel García Márquez?
- A) Macondo nació y se desarrolló en un lugar rodeado de ciénagas.
 - B) El coronel Aureliano Buendía peleó treinta y dos revoluciones.
 - C) Toda la historia del pueblo estaba escrita en los pergaminos.
 - D) El último de la dinastía Buendía fue devorado por las hormigas.
 - E) Ingresa la modernidad cuando se instala una empresa extranjera.

Solución:

La ubicación del pueblo de Macondo, a orillas de un río y rodeado de ciénagas, representa el aislamiento en el que nace y crece, lo cual expresa el tema central de la novela: la soledad de la familia Buendía y el pueblo de Macondo.

Rpta.: A

9. En relación al siguiente fragmento de la novela *Cien años de soledad*, de Gabriel García Márquez, marque el enunciado con la afirmación correcta sobre el nivel histórico de la obra.

El coronel Aureliano Buendía promovió treinta y dos levantamientos armados y los perdió todos. Tuvo diecisiete hijos varones de diecisiete mujeres distintas, que fueron exterminados uno tras otro en una sola noche, antes de que el mayor cumpliera treinta y cinco años. Escapó a catorce atentados, a setenta y tres emboscadas y a un pelotón de fusilamiento. [...] Llegó a ser comandante general de las fuerzas revolucionarias, con jurisdicción y mando de una frontera a la otra, y el hombre más temido por el gobierno, pero nunca permitió que le tomaran una fotografía.

- A) Enumera la estirpe de los Buendía a partir de Aureliano.
- B) Denuncia la matanza de obreros por la compañía bananera.
- C) Alude a las guerras civiles entre liberales y conservadores.
- D) Describe el atraso de los pueblos del Caribe colombiano.
- E) Propone una visión cíclica de los acontecimientos sociales.

Solución:

En el fragmento se hace referencia a las guerras civiles entre liberales y conservadores, las cuales tienen como protagonista al coronel Aureliano Buendía; esto corresponde al nivel histórico de la novela.

Rpta.: C

10. De acuerdo con el siguiente fragmento de *Cien años de soledad*, de Gabriel García Márquez, es correcto afirmar que la novela recrea un nivel mítico mediante

Colgó la hamaca en el cuarto que le asignaron y durmió tres días. Cuando despertó, y después de tomarse dieciséis huevos crudos, salió directamente hacia la tienda de Catarino, donde su corpulencia monumental provocó un pánico de curiosidad [...] Catarino, que no creía en artificios de fuerza, apostó doce pesos a que no movía el mostrador. José Arcadio lo arrancó de su sitio, lo levantó en vilo sobre la cabeza y lo puso en la calle. Se necesitaron once hombres para meterlo...

- A) el uso de la hipérbole para describir personajes y sucesos
- B) la constante repetición de acontecimientos o tiempo cíclico
- C) la exposición del complejo orden social de la población caribeña
- D) el relato de las relaciones incestuosas en la familia Buendía
- E) la inserción de hechos históricos acaecidos en Colombia

Solución:

En el fragmento citado se evidencia el empleo de la exageración al describir las acciones, la corpulencia y la fuerza descomunal de José Arcadio Buendía, el primogénito de los fundadores, cuando retorna al pueblo. El empleo de la hipérbole le otorga una dimensión mítica a la novela.

Rpta.: A

Psicología

EJERCICIOS DE CLASE

Lea atentamente las preguntas y conteste eligiendo la alternativa correcta.

1. Rodrigo es un jugador de fútbol que ha sido expulsado varias veces del terreno de juego. Los jugadores rivales parecen conocerlo, le generan algunas faltas menores y lo hacen caer en la provocación, logrando, finalmente, que lo echen de la cancha. A pesar de haber recibido un ultimátum por parte de su club, Rodrigo no ha podido evitar sus constantes expulsiones. De acuerdo con la teoría de H. Gardner, la inteligencia que debería buscar desarrollar Rodrigo para evitar ser expulsado sería la

- A) cinestésica.
- B) naturalista.
- C) intrapersonal.
- D) visoespacial.
- E) emocional.

Solución:

En la teoría de las inteligencias múltiples de Howard Gardner, la inteligencia intrapersonal es la capacidad del entendimiento de sí mismo. Permite tener un conocimiento claro de sentimientos y metas personales, logrando así una adecuada gestión de sus propias emociones.

Rpta.: C

4. Enrique tuvo que dejar su país de origen para venir a Lima; a pesar de haber sido siempre un buen alumno, le está costando entender los cursos de Geografía e Historia del Perú. Debido a ello, la maestra hizo un reordenamiento de los alumnos y ubicó a Enrique junto a un estudiante que destaca precisamente en dichos cursos, indicándole que por favor ayude a su nuevo compañero. De acuerdo con la teoría de Lev Vigotsky, señale el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:
- I. Enrique podrá incrementar su inteligencia analítica, pero su rendimiento académico no necesariamente mejorará.
 - II. Gracias al apoyo del compañero, Enrique será capaz de mejorar su inteligencia práctica en este nuevo colegio.
 - III. Enrique podrá mejorar su inteligencia operacional formal gracias a la alianza estratégica generada por la profesora.
 - IV. El ordenamiento generado por la maestra permitirá que Enrique eleve su desarrollo potencial por la interacción con el niño experto.
- A) FV FV B) FFVF C) FVVV D) FFFV E) VFVV

Solución:

FFFV. Solo IV verdadera. Vigotsky plantea que el desarrollo intelectual resulta de la relación experto-novato que se puede dar en la interacción adulto-niño, profesor-alumno o alumno-alumno (más hábil).

Rpta.: D

5. Martín logró quedar seleccionado y ha conseguido un nuevo empleo en el área de Recursos Humanos de una empresa financiera. Su amigo Miguel, que también postuló a dicho puesto, no logró ser escogido. Cuando Miguel le preguntó a Martín cómo hizo para manejar la ansiedad a la hora de la entrevista personal, este último le mencionó que hace poco llevó un taller para desarrollar la inteligencia _____ propuesta por _____.
- A) analítica- R. Sternberg B) fluida- Raymond Cattell
C) interpersonal – H. Gardner D) emocional- D. Goleman
E) general – Spearman

Solución:

Daniel Goleman define la inteligencia emocional como «la capacidad de reconocer nuestros propios sentimientos y los de los demás, de motivarnos y de manejar adecuadamente las relaciones». Abarca el autodomínio, la persistencia y capacidad de automotivación.

Rpta.: D

6. Relacione el tipo de inteligencia a utilizar con una situación problemática planteada, considerando la teoría de Howard Gardner
- | | |
|-------------------|--|
| I. Intrapersonal | a. Ricardo es un excelente ejecutivo de ventas que ha logrado destacar, no solo como el más vendedor de su equipo, sino también como el más carismático. |
| II. Interpersonal | b. Renzo es una persona consecuente. Es un juez que actúa de manera honesta y equilibrada, lo que ha llevado a ganarse el respeto de sus colegas. |
| III. Naturalista | c. Roberto es un guía de montaña que conoce perfectamente dónde acampar, qué escenarios evitar y qué beneficios poder obtener de la vida silvestre. |
- A) Ia, IIb, IIIc B) Ib, IIc, IIIa C) Ic, IIa, IIIb D) Ic, IId, IIIa E) Ib, IIa, IIIc

Solución:

- (Ib) La inteligencia intrapersonal es la capacidad del entendimiento de sí mismo. Nos permite tener un conocimiento claro de sentimientos, emociones y metas personales.
- (IIa) La inteligencia interpersonal es la capacidad de entender y de saberse llevar con otros.
- (IIIc) La inteligencia naturalista es la capacidad para identificar y clasificar patrones de la naturaleza.

Rpta.: E

7. Los biógrafos de Sigmund Freud señalan que él hablaba fluidamente y era capaz de traducir nueve idiomas, principalmente el alemán, el griego y el latín. Considerando la teoría de Thurstone sobre la inteligencia, la aptitud mental primaria que podríamos identificar en Freud se denomina
- A) habilidad espacial. B) comprensión verbal. C) memoria.
D) razonamiento. E) rapidez perceptual.

Solución:

El significado o comprensión verbal, de acuerdo con Thurstone, es la aptitud mental por el cual eres capaz de explicar un concepto o definir significados, eso incluye vocabulario, semántica, sintaxis o pragmática.

Rpta.: B

8. Ricardo fue un alumno con notas bastante irregulares en el colegio. Su madre, que siempre confió en él, lo matriculó en uno de los mejores institutos de Computación y Programación de la ciudad, gracias a ello, Ricardo no solo ha podido encontrar un trabajo estable, sino que, también, destaca en el manejo de *softwares* y desarrollo de productos cibernéticos. Considerando la teoría planteada por Raymond B. Cattell, la habilidad de Ricardo estaría relacionada con la inteligencia
- A) cristalizada. B) fluida. C) práctica.
D) emocional. E) lógico- matemática.

Solución:

De acuerdo con la teoría de Cattell, la inteligencia relacionada sería la cristalizada, pues esta tiene un origen ambiental y educativo. Lo descrito de Ricardo, encaja dentro de estas condiciones.

Rpta.: A

9. Rosa es una joven trabajadora del emporio comercial de Gamarra. Ella se encarga de doblar y empaquetar los productos que serán enviados a distintos almacenes. Ella ha destacado en esta área ya que logra notar diferencias y detalles casi imperceptibles para la mayoría y así evitar que prendas con imperfecciones se distribuyan. En la teoría multifactorial de Thurstone, al percatarse Rosa de la diferencia de diseños evidencia la aptitud mental primaria denominada

- A) habilidad espacial. B) significado verbal. C) fluidez verbal.
D) rapidez perceptual. E) razonamiento.

Solución:

En la teoría de Thurstone se define la rapidez perceptual como la habilidad para detectar semejanzas y diferencias entre distintos dibujos.

Rpta.: D

10. El día que Micaela preparó arroz con leche para sus hijos, comenzó una fuerte lluvia por la tarde. Hoy, que ha vuelto a llover, su pequeña hija luce contenta. La madre, interesada por saber el motivo de la felicidad de su menor hija, le pregunta el porqué, a lo que su pequeña le contesta «hoy comeremos arroz con leche, ¿verdad, mamá?». Según lo expuesto en este caso, podría señalarse que la pequeña niña estaría atravesando el estadio

- A) sensoriomotriz. B) de las operaciones concretas.
C) preoperacional. D) de las operaciones formales.
E) de las operaciones abstractas.

Solución:

El estadio preoperacional se caracteriza, entre otras cosas, porque los niños tienen nociones de causa y efecto muy limitadas.

Rpta.: C

Educación Cívica

EJERCICIOS DE CLASE

1. Con la finalidad de consolidar los aspectos que fundamentan el sentimiento de identidad que une a los pueblos y los habitantes del Perú, una medida llevada a cabo por una instancia del gobierno nacional será
- A) la transmisión de noticieros televisivos en lenguas originarias.
B) la homogeneización de patrones culturales occidentales.
C) la priorización de manifestaciones folclóricas foráneas.
D) el reforzamiento del etnocentrismo en el plano educativo.
E) la revaloración de sistemas coloniales como el yanaconaje.

Solución:

Entre los aspectos que fundamentan la peruanidad tenemos la revaloración de los idiomas de nuestros antepasados, la historia de nuestra patria, el reconocimiento del valor que tienen las ciudades fundadas, la incorporación de las comunidades campesinas y nativas a la vida nacional, la valoración de las manifestaciones folclóricas autóctonas y mestizas, la incorporación del concepto de interculturalidad y la valoración de las técnicas agrícolas utilizadas por los antiguos peruanos.

Rpta.: A

2. El Ministerio de Cultura (Mincul) informó sobre la recuperación de un terreno ubicado en la zona intangible del complejo arqueológico Chan Chan que había sido invadido con fines agrícolas. La preservación de centros de interés como el mencionado, contribuye a afirmar nuestra peruanidad ya que permite la valoración de

- A) las comunidades campesinas que habitan el referido recinto arquitectónico.
- B) los conocimientos adquiridos sobre los sistemas de regadío ancestrales.
- C) las ciudades fundadas en nuestro país en el periodo prehispánico.
- D) las técnicas urbanísticas empleadas durante la época del incanato.
- E) los saberes usados por los antiguos peruanos en sistemas de regadío.

Solución:

Uno de los aspectos que fundamentan nuestra peruanidad es la revaloración de las ciudades fundadas en el Perú pre y post colombino como manifestaciones de la creación material del hombre. En ese sentido, Chan Chan fue la ciudad capital del Reino Chimú, el cual se extendió durante el periodo Intermedio Tardío por la costa norte.

Rpta.: C

3. Apurímac es una región que tiene como atractivos turísticos diferentes festividades. Entre estas destacan las lidias de gallos navajeros en distritos como Curahuasi, el cual fue declarado como patrimonio cultural, mediante ordenanza municipal. Con relación a lo mencionado, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados:

- I. Las peleas de gallos son un ejemplo de las diferentes costumbres en nuestro país.
- II. La muerte de los gallos es legítima por tratarse de una tradición autóctona andina.
- III. La tradición seguiría vigente si al culminar la pelea las aves preservasen su vida.
- IV. Al ser originaria de Asia y Europa, no puede ser considerada una tradición peruana.

- A) FFFV B) VFFV C) VVFF D) FVVF E) FFVF

Solución:

- I. Falso. Las peleas de gallos son un ejemplo de las tradiciones de nuestro país.
- II. Falso. La muerte de los gallos no debería ser aceptada a pesar de tratarse de una tradición.
- III. Verdadero. La tradición podría seguir practicándose si se sustituyesen las navajas por espuelas de hueso, y así evitar la muerte de los gallos.
- IV. Falso. También son tradiciones peruanas aquellas que se han importado de otros continentes y que, producto del mestizaje, han sido incorporados.

Rpta.: E

4. Nuestra gran diversidad cultural se manifiesta en tradiciones y costumbres que se festejan en las diferentes regiones del país. En ese sentido, relacione correctamente las siguientes festividades con las imágenes donde se observan sus prácticas.

I. Fiesta de la Santísima Cruz de Chalpón de Motupe

a.



II. Festividad de la Candelaria

b.



III. Festividad del Qoyllur Riti

c.



IV. Fiesta de los Chayahuitas

d.



A) Ia, IIb, IIIc, IVc

D) Ic, IId, IIIb, IVa

B) Ic, IIb, IIIc, IVa

E) Ia, IId, IIIb, IVc

C) Id, IIc, IIIa, IVb

Solución:

I. Fiesta de la Santísima Cruz de Chalpón de Motupe

a.



II. Festividad de la Candelaria

d.



III. Festividad del Qoyllur Riti

b.



IV. Fiesta de los Chayahuitas

c.



Rpta.: E

Historia

EJERCICIOS DE CLASE

1. La Ilustración fue la corriente intelectual que recorrió Europa durante parte del siglo XVIII, privilegiando al ser humano y su capacidad de razonar, de ahí que se le llamara «Siglo de las Luces». Representó el punto culminante de los principios, valores e ideas burguesas que habían empezado a manifestarse desde inicios de la Edad Moderna, pero los ilustrados tuvieron el mérito de articular todo un cuerpo de pensamiento. A continuación, relaciona el pensamiento de los principales filósofos ilustrados:

- | | |
|--|--|
| I. Charles-Louis de Secondat (Montesquieu) | a. La sociedad se origina por un contrato entre individuos. |
| II. Francois Quesnay | b. Fue considerado el mayor crítico del Antiguo Régimen. |
| III. François-Marie Arouet (Voltaire) | c. Defendió la aplicación del principio de la división de poderes. |
| IV. Jean-Jacques Rousseau | d. La agricultura es la base de la riqueza de una nación. |
- A) Ia-IIc-IIIb-IVd B) Ic-IIb-IIIa-IVd C) Ic-IId-IIIb-IVa
D) Ib-IIc-IIIa-IVd E) Ia-IIb-IIIc-IVd

Solución:

Montesquieu propuso una sociedad donde la autoridad debía estar limitada por la ley, pues el exceso de poder conducía al abuso. Su obra cumbre fue *El espíritu de las leyes*. Rousseau se centró en la libertad humana y en las condiciones naturales del ser humano. *El contrato social*, fue su obra más importante, donde establece que los gobernados podían romper el pacto político y destituir a la autoridad. Voltaire criticó el abuso de autoridad y se valió de la sátira para mostrar una postura pesimista que contrastaba con el optimismo de otros ilustrados. Su obra fue *Cándido*. Quesnay, creador de la escuela fisiocrática, estableció que las bases de desarrollo de una nación se encuentran en la agricultura.

Rpta.: C

2. La independencia de las Trece Colonias inglesas de América del Norte, originó la formación de los Estados Unidos de América, la primera colonia del mundo que se independizó de su metrópoli. En función a ello, ordena cronológicamente los acontecimientos históricos desarrollados, y marca la alternativa correcta.

- I. La Convención de Filadelfia elaboró en 1787 la primera Constitución.
II. El Tratado de Versalles reconoció la independencia de Norteamérica.
III. La Declaración de Derechos y Agravios defendió la posición de las colonias.
IV. La Declaración de Independencia fue elaborada por un comité.

- A) II-IV-I-III B) IV-III-II-I C) III-IV-I-II D) III-IV-II-I E) III-II-IV-I

Solución:

El Primer Congreso de Filadelfia (1774) ratificó su fidelidad al rey Jorge III, pero, también, envió a Londres la Declaración de Derechos y Agravios que defendía la posición de las colonias. El Segundo Congreso Continental, aprobó la Declaración de Independencia (4 de julio de 1776) elaborada por un comité en el que destacó Thomas Jefferson. Luego, tras las derrotas en Saratoga y Yorktown, el gobierno británico se negó a prolongar un conflicto excesivamente costoso y accedió a negociar y firmar el Tratado de Versalles (1783), en el que reconocía la independencia de los norteamericanos. En los años siguientes, los excolonos se dedicaron a organizar su nuevo Estado, y con la Convención de Filadelfia se terminó de elaborar, en 1787, la Constitución de los Estados Unidos.

Rpta.: D

3. A finales del siglo XVIII, Francia experimentó un proceso de cambios a raíz de la revolución burguesa, pasando a convertirse de monarquía en república. A continuación, señale que hechos ocurrieron durante la etapa republicana:

- I. El Directorio enfrentó una crisis económica e inestabilidad política.
- II. La Asamblea Legislativa le declaró la guerra a Austria y Prusia.
- III. La Convención Nacional fue elegida por sufragio universal.
- IV. Robespierre fue la máxima figura del Gobierno del Terror.

- A) I y IV B) I, III y IV C) II, III y IV D) II y III E) I, II, III y IV

Solución:

El 22 de septiembre de 1792 se dio la proclamación de la República. Esta etapa estuvo dividida en fases como: la Convención Nacional (1792 – 1795), que fue elegida por sufragio universal, también dentro de ella se desarrolló el Gobierno del Terror, régimen dirigido por los jacobinos cuya figura máxima fue Maximilien Robespierre. En la segunda fase surgió el Directorio (1795 – 1799), que debió enfrentar una dura crisis político-económica que terminó con la llegada al poder de Napoleón Bonaparte a través del Consulado (1799-1804)

Rpta.: B

4. Entre noviembre de 1814 y junio de 1815 se reunieron, en la capital del imperio _____, representantes de casi la totalidad de estados europeos, en el Congreso de Viena. Bajo la dirección de Austria, Prusia, Rusia, Francia y _____, se tomaron acuerdos que definirán el nuevo orden de Europa. Así, los grandes vencedores establecieron expresamente principios como el de asegurarse el respeto a los reyes despojados de sus tronos por Bonaparte, lo que representó el principio de _____.

- A) austriaco – Gran Bretaña – legitimidad
- B) inglés – Italia – providencialismo
- C) italiano – Gran Bretaña – independencia
- D) austriaco – España – coordinación
- E) francés – Alemania – equilibrio

Solución:

El Congreso de Viena (1814–1815), impulsado por Klemens von Metternich, ministro de asuntos exteriores de Austria, fue la reunión de las potencias vencedoras de Napoleón Bonaparte. Se celebró en la capital austriaca. Los reinos se reunieron con el objetivo de reordenar el mapa político europeo. Entre sus representantes estuvieron Austria, Prusia, Rusia, Francia y Gran Bretaña. Y entre sus acuerdos, tuvo como base dos grandes principios: el principio monárquico de legitimidad y el principio de equilibrio de poder.

Rpta.: A

5. A continuación, te presentamos la siguiente lectura:

El algodón entonces era siempre entregado a domicilio, crudo como estaba en bala, a las mujeres de los hiladores, que lo escaldaban, lo repulían y dejaban a punto para la hilatura, y podían ganar ocho, diez o doce chelines a la semana, aun cocinando y atendiendo a la familia. Pero en la actualidad nadie está empleado así, porque el algodón es abierto por una máquina accionada a vapor, llamada el “diablo”; por lo que nuestras mujeres están desocupadas, a menos que vayan a la fábrica durante todo el día por pocos chelines, cuatro o cinco a la semana, a la par que los muchachos.

Adaptado del testimonio de un hilador inglés en 1820. Castronovo, V. (1989). *La revolución industrial*.

Ahora responde, ¿a qué característica de la Primera Revolución Industrial hace referencia?

- A) La importancia tecnológica de la industria lanera
- B) El desafío que consistía el transporte del algodón
- C) La explotación de la mujer con muy bajos salarios
- D) El uso de las máquinas que facilitó el trabajo femenino
- E) El desplazamiento de los varones de sus trabajos

Solución:

Las mujeres competían en el mercado laboral con los hombres, ellas trabajaban sobre todo en las primeras fases de elaboración del algodón y en las fábricas textiles. Lo habitual era que las mujeres fueran explotadas en las factorías, normalizándose un sistema en el que predominaban los bajos salarios, pésimas condiciones laborales y largas jornadas de trabajo.

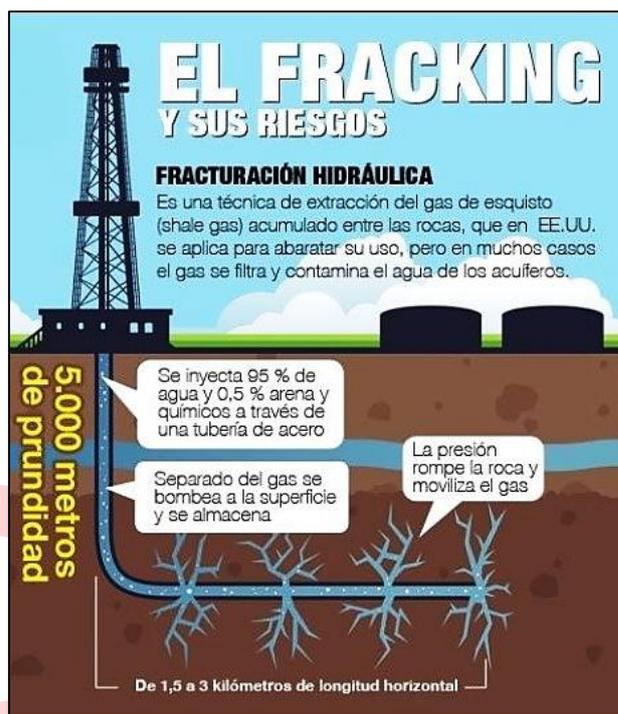
Rpta.: C

Geografía

EJERCICIOS DE CLASE

1. Los recursos naturales son bienes que se encuentran presentes en la naturaleza sin mediar la intervención del hombre y al ser aprovechados logran satisfacer diversas necesidades. A continuación, observe la siguiente imagen e identifique los enunciados correctos sobre el recurso en cuestión.

- I. Es un recurso presente en la corteza que, por su capacidad de regeneración, se considera como renovable.
- II. Se emplea como fuente de energía para el desarrollo económico, convirtiéndose en un recurso estratégico.
- III. Su gran demanda lleva al empleo de métodos cada vez más agresivos, con el ambiente, para su extracción.
- IV. Se desarrolla en el marco de la Agenda 2030 y sus Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS).



- A) I y III B) I, II y IV C) II, III D) I y II E) I, III y IV

Solución:

- I. Incorrecto: los hidrocarburos son recursos cuya tasa de extracción o consumo es mayor que la de su renovación, por lo que se consideran no renovables.
- II. Correcto: son una importante fuente de energía para el desarrollo de diversas actividades económicas, como, por ejemplo: la industria y el transporte.
- III. Correcto: la alta demanda y volatilidad del mercado, ha propiciado que algunos Estados apuesten por el fracking como una técnica de extracción, sin embargo, involucra un gran riesgo para el medio ambiente.
- IV. Incorrecto: el desarrollo de la referida tecnología no va en concordancia con las políticas del desarrollo sostenible, pues significa la contaminación de acuíferos.

Rpta.: C

2. Un reciente estudio sobre pérdida de bosques señala que alrededor de 14 329 hectáreas han sido deforestadas en la región San Martín en el 2022, sobre todo en territorios pertenecientes a comunidades nativas. Estos datos reflejan un repunte de la deforestación dentro de la región, luego del pico histórico alcanzado en 2020 (18 745). Respecto a la problemática descrita, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. Los niveles más altos de deforestación se deben a la quema de bosques con fines agrícolas.
- II. Las comunidades campesinas son las principales explotadoras de los recursos madereros al ejercer la tala formal.
- III. La reducción de las áreas forestales se viene incrementando sostenidamente en el último lustro.
- IV. Una medida de desarrollo sostenible, recomienda una política de reforestación adecuada para recuperar zonas afectadas.

A) VFFV B) FVfV C) FVfV D) VFfV E) FFVV

Solución:

- I. Verdadero. La quema de bosques es para la agricultura migratoria y comercial es la principal causa de deforestación
- II. Falso. Los actores más importantes de la deforestación, en territorios de las comunidades nativas, son los denominados colonos.
- III. Falso. En el año 2020, durante la pandemia, se tuvo el mayor registro histórico, se redujo en el 2021 para repuntar nuevamente en los años siguientes.
- IV. Verdadero. La explotación de los recursos forestales, con una adecuada política de reforestación, permite sostener en el tiempo la actividad.

Rpta.: A

3. La concentración de partículas en suspensión es uno de los indicadores más usados para medir la polución del aire. En el Perú alcanza un promedio de 23,5 microgramos por metro cúbico ($\mu\text{g}/\text{m}^3$), convirtiendo a nuestro país en el más contaminado de la región. Al respecto, identifique los enunciados correctos que se relacionan con la calidad del aire en nuestro medio.

- I. La industria automotriz es la principal fuente de emisión de contaminantes.
- II. Tratar los residuos sólidos contribuye a contrarrestar la problemática.
- III. La costa es la región más contaminada debido a la industria metalúrgica.
- IV. El crecimiento de las ciudades favorece la inmisión de gases en la tropósfera.

A) I y II B) I y IV C) II y IV D) II y III E) III y IV

Solución:

- I. Incorrecto. En el Perú, y sus principales ciudades, la principal fuente de contaminación es el transporte y su parque automotor.
- II. Correcto. Tratar los residuos sólidos es una alternativa viable y necesaria para hacer frente a la quema de estos, práctica asidua en países en desarrollo,
- III. Incorrecto. La costa es la región natural más contaminada del país. Sin embargo, la causa más importante de la polución se encuentra el parque automotor.

- IV. Correcto. El crecimiento poblacional y vertical de las ciudades, favorece la inmisión de gases, es decir, la concentración de contaminantes a ras del suelo.

Rpta.: C

4. Con el pasar del tiempo muchas especies han ido reduciendo su presencia en el medio, la Unión Internacional para la Conservación de la Naturaleza (UICN) considera que hoy en día existen aproximadamente 5200 especies animales diferentes en peligro de extinción. En ese sentido, una medida que contribuye a la preservación de la biodiversidad es
- A) promover la adquisición de especies exóticas con fines domésticos, siempre que se les garantice una adecuada atención.
 - B) fomentar la libre explotación de recursos naturales para alcanzar el desarrollo económico en países en desarrollo.
 - C) incrementar la caza como una práctica deportiva al constituirse como una fuente de ingresos para diversas comunidades.
 - D) potenciar la agricultura comercial en regiones tropicales con el fin de obtener insumos para la producción de combustibles.
 - E) fiscalizar a los gobiernos en el cumplimiento de las normas que protegen a las especies más representativas de la biodiversidad.

Solución:

La reducción de la biodiversidad es una consecuencia sensible de la presión del hombre sobre el medio, la depredación de los recursos naturales significa la alteración de diversos ecosistemas, por ello, es necesaria la intervención del Estado con una adecuada política medioambiental para preservar el hábitat natural de las especies y, con premura, de las más representativas que se encuentran en peligro de extinción.

Rpta.: E

Economía

EJERCICIOS DE CLASE

1. El sindicato de trabajadores de construcción del canal de regadío más importante del país ha acordado suspender sus actividades debido a los salarios bajos que perciben por su labor. Esta medida de lucha trae como consecuencia la postergación, una vez más, del inicio de la campaña de siembra de productos agrícolas para abastecer al mercado interno; por lo que, una delegación de empresarios y autoridades se reunirá con dicho sindicato para buscar una solución. De no llegar a un acuerdo, apelaran a un
- A) paro.
 - B) conciliación.
 - C) arbitraje.
 - D) mediación.
 - E) lockout.

Solución:

El arbitraje ocurre cuando las partes en conflicto no llegan a una solución, por lo que el Estado interviene en calidad de árbitro.

Rpta.: C

2. Los ajustes de las expectativas del crecimiento económico para el presente año según el MEF es a la baja, estimando en un 2.5%, cifra inferior a lo que se proyectaba el año pasado (3 %), esto debido a los conflictos internos, fenómenos climáticos, incertidumbre política, además de factores externos y presiones inflacionarias, lo cual lleva a los inversionistas a una posición conservadora; en contraste, el grueso de la población que aun busca colocarse en un empleo son los jóvenes y gran parte de la población femenina que egresan de estudios superiores y de carreras técnicas que cada año va en aumento. Todo esto desata una serie de dudas en cuanto a la calidad de empleo y de los salarios a la que podrían acceder. Ante esta coyuntura, un factor que determina los salarios es

- A) la productividad. B) la oferta de trabajo.
C) el costo de vida. D) el nivel de vida.
E) el poder de negociación de los sindicatos.

Solución:

El escenario complicado que atraviesa la peruana y mundial, lleva a que las empresas demanden menos mano de obra y por otro lado una creciente oferta de mano de obra que lo supera, presionando a que los salarios bajen.

Rpta.: B

3. Carolina es una trabajadora muy dedicada y eficiente, la responsabilidad en su trabajo también lo refleja en su sentido ciudadano de contribuir con su país declarando y pagando sus impuestos en los plazos correspondientes al cronograma establecido por el ente recaudador (SUNAT); así, como contadora independiente ya que por cada servicio que brinda percibe su

- A) sueldo. B) jornal. C) honorarios.
D) dieta. E) a tiempo.

Solución:

Los trabajadores independientes que prestan servicios técnicos o profesionales, son retribuidos con sus honorarios, por lo que tienen que rendir una declaración anual del impuesto a la renta de cuarta categoría.

Rpta.: C

4. En muchos países del mundo, entre ellos el Perú, existe el mecanismo para que un segmento de la población que, por sus capacidades y otros factores, no tienen poder de negociación de sus salarios frente a sus empleadores. Para ello, en el caso del estado peruano, a través de la promulgación _____ en favor de estos grupos de trabajadores, les permita obtener los ingresos para satisfacer sus necesidades básicas, ya que dicho salario se ajusta, entre otros factores y criterios técnicos, al costo de vida.

- A) de la remuneración mínimo vital B) del salario mínimo vital
C) del salario neto D) del salario nominal
E) del salario real

Solución:

El salario decretado por el gobierno para proteger esencialmente al segmento de la población que por diversos factores o causas no tienen suficiente poder de negociación sobre sus condiciones salariales, se le denomina salario mínimo legal, que en nuestro país también se le conoce como remuneración mínimo vital.

Rpta.: A

5. El trabajo en equipo, la dedicación y el buen desempeño en la formulación de proyectos ha llevado a que Carmen y Fernando logren sus objetivos en el verano del presente año; pero, al cotejar sus remuneraciones sus depósitos en cuenta y la boleta se advierte que Carmen percibe una remuneración equivalente al 70 % de obtenido por Fernando. Esto puede ser explicado por que existe una discriminación salarial por

- I. productividad.
- II. régimen laboral.
- III. segmentación de mercado.
- IV. costo de vida.

- A) I-III-IV B) I-III C) II-III-IV D) II-III E) III - IV

Solución:

Del enunciado se desprende que Fernando, a diferencia de Carmen, está contratado por régimen de planilla, con todos los beneficios que le otorga la ley, en tanto que Carmen ofrece un servicio sin contar necesariamente de estabilidad laboral y protección legal, lo cual la modalidad de su actividad es informal.

Rpta.: D

6. Para el mes de abril del presente año la tasa de inflación interanual registró 8.04% a nivel nacional y los ingresos promedio de los limeños alrededor de 1883 soles, según el INEI, este último se incrementó con respecto a lo registrado en el periodo anterior, pero siendo en mayores proporciones el incremento en el precio de los productos de la canasta básica, como lo son los alimentos.

De acuerdo al texto, se puede afirmar que

- I. el poder adquisitivo del salario mínimo vital ha aumentado.
- II. siempre que se incrementa el costo de vida el salario nominal sube.
- III. el salario real disminuye ante la disminución del poder adquisitivo del salario nominal.

- A) Solo I B) I y II C) I y III D) Solo III E) Solo II

Solución:

Cuando la proporción del incremento en los precios de los bienes es mayor (la cual se ve reflejado en el incremento de la tasa de inflación) al incremento de los ingresos, la cantidad de bienes que se podría adquirir aún está por debajo de la cantidad adquirida durante el periodo previo. Por otro lado, ante el incremento del costo de vida, por el encarecimiento de los bienes, no necesariamente se incrementan los salarios nominales, ya que están sujetos a nuevos acuerdos o contratos.

Rpta.: D

7. El incremento del precio de los alimentos, la cual golpea duramente al bolsillo de los hogares, ha llevado a que muchos trabajadores vean reducir su _____, siendo entre los segmentos más golpeados aquellos que aun trabajando más de 35 horas a la semana perciben un ingreso por debajo del mínimo referencial, y que por más que el Estado fija un incremento del _____ no se encuentran dentro del grupo «beneficiado», debido a que un gran número de trabajadores son contratados de manera informal.

- A) salario real – salario mínimo vital
- B) salario nominal – salario mínimo vital
- C) salario nominal – salario mínimo legal
- D) salario real – salario mínimo legal
- E) salario nominal – salario mínimo real

Solución:

Ante el incremento de los precios de los bienes y permaneciendo constante los salarios nominales, el salario real disminuye. Uno de los segmentos que más sufren de este proceso con aquellos que tienen un trabajo informal, que son a quienes los intentos por compensar el incremento del costo de vida fijados en decretos de salarios mínimos que son emitidos por el gobierno no recaen en ellos.

Rpta.: D

8. De acuerdo a la clasificación de los salarios, relacione y marque la respuesta correcta.

- | | |
|--------------------------|---|
| I. Salario mínimo vital | a. Es expresado en cantidades de bienes y servicios. |
| II. Salario mínimo legal | b. El gobierno decretó el incremento a 1025 soles. |
| III. Salario real | c. Según estudios realizados por el INEI, establece en 1512 soles. |
| IV. Salario nominal | d. Cuando varían los precios de los bienes, varía su capacidad adquisitiva. |

- A) Ic, IIb, IIIId, IVa
- D) Ic, IIId, IIIa, IVb

- B) Ib, IIa, IIIc, IVd
- E) Id, IIa, IIIb, IVc

- C) Ic, IIb, IIIa, IVd

Solución:

Antonio es un profesional independiente y de acuerdo con la legislación sus ingresos se denominan honorarios. Mientras, que Andrés es un trabajador dependiente que realiza labores operativas por lo que recibe un sueldo.

- I. Salario mínimo vital: es establecido por el INEI.
- II. Salario mínimo legal: es decretado por el gobierno (en la actualidad 1025 soles).
- III. Salario real: se mide en cantidades de bienes y servicios que se podrían adquirir en los mercados.
- IV. Salario nominal: es el pago en unidades monetarias (soles, dólares, etc.).

Rpta.: C

9. Las centrales sindicales en el país de Venezuela piden al gobierno aumentar el salario mínimo para este 2023, ya que con los 5.4 dólares (130 bolívares) vuelven una vez más a tocar niveles de miseria colocándose dentro de los niveles más bajos en América Latina, seguidos por Haití y Cuba; además del deterioro en el valor de su moneda experimentada en los últimos meses evidenciados por un cierre del 2022 de 307.5% de inflación y se estima que para el 2023 se colocaría alrededor de 400% de inflación, según el último informe de previsiones macroeconómicas del Fondo Monetario Internacional (FMI) y analistas venezolanos. En este contexto, el impacto sobre el _____ será más que considerable trayendo como consecuencia más pobreza y desesperanza en la población si es que sus demandas no son atendidas.

- A) capital
 B) beneficio
 C) salario mínimo legal
 D) salario nominal
 E) salario real

Solución:

La causa principal por la que los trabajadores solicitan incrementos en sus salarios es el incremento del costo de vida (medido por la inflación), ya que los ingresos pierden capacidad adquisitiva, es decir el salario real disminuye.

Rpta.: E

10. Con respecto a los salarios y según a quien se le pague, relacione y marque la respuesta correcta.

- | | |
|--|---------------|
| I. Marcelo trabaja en una fábrica de confección textil de Gamarra. | a. Dieta |
| II. Pedro brinda servicios de asesoría legal. | b. Sueldo |
| III. Martha se desempeña como enfermera en el hospital de Essalud. | c. Jornal |
| IV. Julio es miembro del directorio del Banco de la Nación. | d. Honorarios |

- A) Ia, IIIb, IIc, IVd.
 B) IVa, IIIb, Ic, IIId
 C) IVa, Ib, IIc, IIIId.
 D) Ia, IVb, IIIc, IIId
 E) IVa, Ib, IIIc, IIId

Solución:

- I. Marcelo trabaja en una fábrica de confección textil de Gamarra (obrero).
 II. Pedro brinda servicios de asesoría legal (trabajador independiente).
 III. Martha se desempeña como enfermera en el hospital de Essalud (trabajadora dependiente – planilla).
 IV. Julio es miembro del directorio del Banco de la Nación (funcionario público).

Rpta.: B

Filosofía

EJERCICIOS DE CLASE

1. La frenología sostenía que el carácter y los rasgos de personalidad dependen de la forma del cráneo y de las facciones. Los frenólogos llegaron incluso a afirmar que las tendencias criminales podían explicarse sobre la base de estructura craneal. Hoy en día, la frenología es considerada una pseudociencia sin ninguna validez, razón por la cual es preciso distinguir la ciencia de la pseudociencia. Lo anterior se relaciona con el problema epistemológico

- A) del progreso científico. B) de la verificación. C) de la inducción.
D) de la demarcación. E) de la falsación.

Solución:

El problema de la demarcación puede formularse de la siguiente manera: ¿De qué forma puede trazarse una línea demarcatoria entre aquello que es científico y aquello que no lo es?

Rpta.: D

2. La tectónica de placas es una teoría que describe la forma en que está estructurada la litósfera y es capaz de explicar la ocurrencia de fenómenos como un terremoto. Sostener que dicha teoría es científica debido a que sus afirmaciones son constatables es compatible con

- A) el falsacionismo de Karl Raimund Popper.
B) la crítica popperiana al problema de la inducción.
C) el anarquismo epistemológico de Feyerabend.
D) la concepción kuhniana del desarrollo científico.
E) el verificacionismo del círculo de Viena.

Solución:

Los también llamados neopositivistas abogaron por el verificacionismo, pues afirmaron que únicamente pueden ser entendidas como teorías científicas aquellas que son susceptibles de ser verificadas a partir de datos de la experiencia sensorial.

Rpta.: E

3. La ley de gravitación universal afirma que dos cuerpos cualesquiera en el universo se atraen con una fuerza que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que separa a dichos cuerpos. Si se encontrara en la superficie de Marte dos cuerpos «x» e «y» que no satisfagan lo expresado anteriormente, según Popper, estaríamos frente a

- A) un meridiano ejemplo de una revolución científica.
B) la solución definitiva para el problema de la inducción.
C) un caso capaz de refutar una hipótesis científica.
D) la solución para el problema del progreso científico.
E) un ejemplo que permite para verificar una ley.

Solución:

Popper defiende el falsacionismo o refutacionismo como criterio de demarcación. Según él, son científicas aquellas teorías con respecto a las cuales puede hacerse el intento de testearlas, falsarlas, refutarlas.

Rpta.: C

4. Sostener que el enunciado «todos los hombres son mentirosos» es la conclusión correcta a partir de la observación de que Abel, Bernardo y Carlos son hombres mentirosos, epistemológicamente implica

- A) aceptar que el avance de la ciencia tiene base inductiva.
- B) admitir como cierta la propuesta anarquista de Feyerabend.
- C) suscribir la tesis kuhniiana de las revoluciones científicas.
- D) rechazar la científicidad de cualquier teoría antropológica.
- E) concordar con el método hipotético deductivo de Popper.

Solución:

Para los neopositivistas, la inferencia inductiva sí está justificada y es la base del avance científico.

Rpta.: A

5. El hallazgo de un cuervo blanco sería un contraejemplo de la afirmación «todos los cuervos son negros». Desde el punto de vista popperiano, la ciencia no se basa en la lógica inductiva, sino más bien en el método hipotético deductivo, ya que de la existencia de un cuervo que no es negro se deduce válidamente que

- A) todos los cuervos son negros.
- B) no todos los cuervos son negros.
- C) no todos los cuervos son blancos.
- D) algunos cuervos son negros.
- E) ningún cuervo es negro.

Solución:

Los enunciados observacionales no son la base que nos lleva a las verdades científicas, sino que sirven como contraejemplos para intentar refutar las teorías. De la premisa planteada se sigue la negación de una proposición categórica de tipo A.

Rpta.: B

6. Se ha catalogado como irracionalista al enfoque epistemológico que tiene como corolario que la ciencia, al no tener método, no es muy diferente del mito, la magia o la religión. Esta concepción de la ciencia se conoce como

- A) falsacionismo popperiano.
- B) estructuralismo epistemológico.
- C) verificacionismo neopositivista.
- D) inductivismo del círculo de Viena.
- E) anarquismo epistemológico.

Solución:

Según el anarquismo epistemológico de Feyerabend, no hay método ni progreso en la investigación científica. La ciencia no posee una característica especial que la haga necesariamente superior a otras formas de conocimiento e interpretación de las cosas.

Rpta.: E

7. Antes de que se explicara la variación de la temperatura a partir de la descripción estadística de procesos moleculares microscópicos desde un punto de vista cinético, se pensaba que dicho fenómeno ocurría debido a la existencia de un fluido hipotético llamado «calórico» que discurría desde los cuerpos más calientes hacia los más fríos. La teoría cinética del calor y la teoría del calórico dan lugar a
- A) contraejemplos de la noción de revolución científica.
 - B) anomalías desde el punto de vista de Thomas Kuhn.
 - C) enigmas, pues la teoría vigente los puede explicar.
 - D) paradigmas de acuerdo con el enfoque kuhniano.
 - E) la gestación de pseudociencias muy difundidas.

Solución:

Para Kuhn no existe una meta a la que se dirija el desarrollo científico, por lo que la investigación en ciencia no es lineal ni acumulativa, sino que más bien se constituye a partir de grandes saltos o cambios a los que denomina revoluciones científicas; revoluciones que llevan a la comunidad científica de un paradigma a otro.

Rpta.: D

8. Edmund Halley fue un astrónomo inglés que se hizo célebre por el cálculo de la órbita del cometa que lleva su nombre. La resolución de ese enigma fue su contribución a la ciencia y se llevó a cabo dentro de los límites conceptuales de la mecánica newtoniana, por lo cual pertenecería a la etapa de la investigación científica que Kuhn denominó
- A) ciencia revolucionaria.
 - B) formulación de la hipótesis.
 - C) ciencia normal.
 - D) planteamiento del problema.
 - E) precientífica.

Solución:

En la ciencia normal una teoría científica prevalece sobre las demás y es aceptada por la comunidad científica. Aparecen los enigmas; es decir, los problemas que la teoría vigente puede explicar.

Rpta.: C

Física

EJERCICIOS DE CLASE

1. La temperatura más alta en el desierto de Libia es 140°F y la temperatura más baja en el desierto de la Antártida es 183 K . ¿A cuánto equivalen estas temperaturas en la escala Celsius?
- A) 50°C y -80°C
 - B) 60°C y -90°C
 - C) 45°C y -85°C
 - D) 48°C y -75°C
 - E) 40°C y -95°C

Solución:

$$\frac{T_c}{5} = \frac{T_F - 32}{9}$$

$$\frac{T_c}{5} = \frac{140 - 32}{9}$$

$$T_c = 60^\circ\text{C}$$

$$T_c = T_k - 273$$

$$T_c = 183 - 273 = -90^\circ\text{C}$$

Rpta.: B

2. En un termómetro de alcohol la columna de alcohol tiene una longitud de 10 cm a 0 °C y una longitud de 22 cm a 100 °C. ¿Cuál será la lectura de la temperatura en el termómetro si la columna de alcohol tiene una longitud de 16 cm?

A) 30°C B) 40 °C C) 50°C D) 60°C E) 65°C

Solución:

$$\frac{T_c}{100} = \frac{T_{(L)} - 10}{12}$$

$$\frac{T_c}{100} = \frac{16 - 10}{12}$$

$$T_c = 50^\circ\text{C}$$

Rpta.: C

3. Un anillo de hierro debe ajustarse perfectamente en una barra cilíndrica de hierro. A la temperatura de 20°C el diámetro de la barra es 6,02 cm y el diámetro interior del anillo es 6 cm. Para deslizarse sobre la barra, el anillo debe ser ligeramente más grande que el diámetro de la barra en 0,02 cm. ¿Qué temperatura debe tener el anillo si su hoyo debe ser lo suficientemente grande para deslizarse sobre la barra?

$$\alpha_{\text{hierro}} = 12 \times 10^{-6} \text{C}^{-1}$$

A) 465,5°C B) 385,5°C C) 645,5°C D) 575,5°C E) 425,5 °C

Solución:

$$\Delta T = \frac{L - L_0}{\alpha L_0}$$

$$\Delta T = \frac{6.04 - 6,00}{12 \times 10^{-6} \times 6} = 555,5^\circ\text{C}$$

$$T = 555,5 + 20 = 575,5^\circ\text{C}$$

Rpta.: D

4. Una esfera de cuarzo de volumen 280 cm^3 se encuentra a una temperatura de 30°C . Determine su volumen final si se calienta a 230°C .

$$\gamma_{\text{cuarzo}} = 1 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

- A) $281,048 \text{ cm}^3$ B) $282,075 \text{ cm}^3$ C) $280,560 \text{ cm}^3$
 D) $280,046 \text{ cm}^3$ E) $280,056 \text{ cm}^3$

Solución:

$$\Delta V = \gamma V_0 \Delta T$$

$$\Delta V = 1 \times 10^{-6} \times 280 \times 200$$

$$\Delta V = 56 \times 10^{-3} \text{ cm}^3$$

$$V = V_0 + \Delta V = 280 + 0,056 = 280,056 \text{ cm}^3$$

Rpta.: E

5. Para preparar pasta se utiliza una olla de acero que contiene agua a la temperatura ambiente (20°C) y se calienta hasta su punto de ebullición (100°C). La olla tiene una masa de 1 kg y contiene 2 kg de agua. Indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

$$c_{\text{acero}} = 0,110 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}; \quad c_{\text{agua}} = 1,00 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}$$

- I. La olla requiere absorber mayor cantidad de calor que el agua.
 II. El agua requiere absorber mayor cantidad de calor que la olla.
 III. La cantidad de calor que absorbe la olla y el agua depende de su calor específico.

- A) FVF B) FVV C) VVV D) FFF E) VFF

Solución:

I) (F) $\Delta Q_{\text{acero}} = 1000 \times 0,110 \times 80 = 8800 \text{ cal}$
 $\Delta Q_{\text{agua}} = 2000 \times 1,00 \times 80 = 160000 \text{ cal}$

- II) (V)
 III) (V)

Rpta.: B

6. Se tiene 100 g de vapor de agua a 100°C . Determine la cantidad de calor que se requiere eliminar para convertirlo completamente en hielo a -10°C .

$$c_{\text{agua}} = 1 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}} \quad c_{\text{hielo}} = 0,5 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}} \quad c_{\text{vapor}} = 0,49 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}$$

$$L_v = L_c = 540 \frac{\text{cal}}{\text{g}} \quad L_f = L_s = 80 \frac{\text{cal}}{\text{g}}$$

- A) $75,5 \text{ kcal}$ B) $65,5 \text{ kcal}$ C) $85,5 \text{ kcal}$ D) $55,5 \text{ kcal}$ E) $45,5 \text{ kcal}$

Solución:

$$\Delta Q = m_v L_c + m_{\text{agua}} c_{\text{agua}} (0 - 100) + m_{\text{agua}} L_s + m_{\text{hielo}} c_{\text{hielo}} (-10 - 0)$$

$$\Delta Q = -100 \times 540 + 100 \times 1 \times (-100) - 100 \times 80 + 100 \times 0,5 \times (-10) = -72500 \text{ cal} = 72,5 \text{ kcal}$$

Rpta.: A

7. Un cubo de hielo de masa 100 g a la temperatura de -10°C es colocado dentro de un recipiente de vidrio de masa 250 g que contiene 600 g de agua a 20°C . Si no hay intercambio de calor con el exterior, determine la temperatura de equilibrio de la mezcla.

$$(c_{\text{vidrio}} = 0,20 \text{ cal/g}^\circ\text{C}, c_{\text{hielo}} = 0,50 \text{ cal/g}^\circ\text{C}, c_{\text{agua}} = 1,00 \text{ cal/g}^\circ\text{C}, L_f = 80 \text{ cal/g})$$

- A) 3°C B) 4°C C) 5°C D) 6°C E) 7°C

Solución:

$$Q_g + Q_p = 0$$

$$m_{\text{agua}} c_{\text{agua}} (T - 20) + m_{\text{vidrio}} c_{\text{vidrio}} (T - 20) + m_{\text{hielo}} c_{\text{hielo}} (0 - (-10)) + m_{\text{hielo}} L_f + m_{\text{hielo}} c_{\text{agua}} (T - 0) = 0$$

$$600 \times 1 \times (T - 20) + 250 \times 0,20 \times (T - 20) + 100 \times 0,5 \times 10 + 100 \times 80 + 100 \times 1 \times T = 0$$

$$6T - 120 + 0,5T - 10 + 5 + 80 + T = 0 \quad 7,5T = 45 \quad T = 6^\circ\text{C}$$

Rpta.: D

8. Una aleación metálica de masa 200 g a 446°C se coloca dentro de un calorimétrico de aluminio de masa 100 g que contiene 100 g de agua a 20°C . Si la temperatura de equilibrio de la mezcla es 80°C , ¿cuál es el calor específico de la aleación?

$$(c_{\text{Al}} = 0,22 \text{ cal/g}^\circ\text{C}; c_{\text{agua}} = 1 \text{ cal/g}^\circ\text{C})$$

- A) $0,09 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}$ B) $0,08 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}$ C) $0,07 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}$ D) $0,06 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}$ E) $0,10 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}$

Solución:

$$Q_g + Q_p = 0$$

$$m_{\text{Al}} c_{\text{Al}} (80 - 20) + m_{\text{agua}} c_{\text{agua}} (80 - 20) + m_{\text{aleacion}} c_{\text{aleacion}} (80 - 446) = 0$$

$$100 \times 0,22 \times 60 + 100 \times 1 \times 60 + 200 \times c_{\text{aleacion}} (-366) = 0$$

$$13,2 + 60 - 732 c_{\text{aleacion}} = 0 \quad 73,2 = 732 c_{\text{aleacion}} \quad 0,10 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}} = c_{\text{aleacion}}$$

Rpta.: E**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. En una escala desconocida el punto de congelación de la sustancia equivale a -20°X para 0°C del agua y el punto de ebullición del agua corresponde 180°X . Determine cuando equivale 80°C en la escala $^\circ\text{X}$.

- A) 140°X B) 120°X C) 150°X D) 160°X E) 130°X

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{T_c - 0}{100} &= \frac{T_x - (-20)}{200} \\ \frac{T_c}{1} &= \frac{T_x + 20}{2} \\ 80 &= \frac{T_x + 20}{2} \\ T_x &= 140^\circ X \end{aligned}$$

Rpta.: A

2. El 22 de enero de 1943, la temperatura en el Sur de Dakota, subió de -4°F a 41°F a en solo 2 minutos. Determine el cambio de temperatura en grados Celsius y en kelvin.

A) 20°C y 25K
D) 22°C y 35K

B) 25°C y 25K
E) 22°C y 25K

C) 20°C y 30K

Solución:

$$\frac{\Delta T_c}{5} = \frac{\Delta T_F}{9}$$

$$\frac{\Delta T_c}{5} = \frac{45}{9}$$

$$\Delta T_c = 25^\circ\text{C}$$

$$\frac{\Delta T_k}{5} = \frac{\Delta T_F}{9}$$

$$\Delta T_k = 25\text{K}$$

Rpta.: A

3. Una moneda de latón tiene un diámetro de 4cm , a temperatura 25°C . Determine el nuevo radio cuando la moneda se somete a temperaturas extremas de frío en la ciudad de Ticio que es -15°C .

$$\sqrt{3,99} = 1,99\text{ cm}, \quad \alpha_{\text{laton}} = 20 \times 10^{-6}\text{C}^{-1}$$

A) $1,86\text{ cm}^2$ B) $1,76\text{ cm}$ C) $1,89\text{ cm}$ D) $1,96\text{ cm}$ E) $1,99\text{ cm}$

Solución:

$$\Delta S = 2\alpha S_0 \Delta T \quad \Delta S = 2 \times 20 \times 10^{-6} \times \pi \times 4(-40) \quad \Delta S = -0,006400\pi\text{cm}^2$$

$$S = S_0 + \Delta S_0 = \pi \times 4 - 0,006400\pi = 3,9936\pi\text{cm}^2$$

$$3,9936\pi = \pi R_1^2 \quad \sqrt{3,99} = 1,996\text{ cm} = R_1$$

Rpta.: E

4. El tanque de gasolina de un automóvil, hecho de acero y con capacidad de 70 L, está lleno hasta el tope con gasolina a 20°C. El automóvil se encuentra bajo los rayos del sol y el tanque alcanza una temperatura de 40°C (104°F). ¿Cuánta gasolina se espera que se desborde del tanque?

$$\alpha_{\text{gasolina}} = 317 \times 10^{-6} \text{C}^{-1} \quad \alpha_{\text{acero}} = 12 \times 10^{-6} \text{C}^{-1}$$

- A) 1,00L B) 1,25 L C) 0,75 L D) 1,35 L E) 0,95 L

Solución:

Gasolina:

$$\Delta V = 3\alpha V_0 \Delta T = 3 \times 317 \times 10^{-6} \times 70 \times (40 - 20) = 1331400 \times 10^{-6} = 1,3 \text{ L}$$

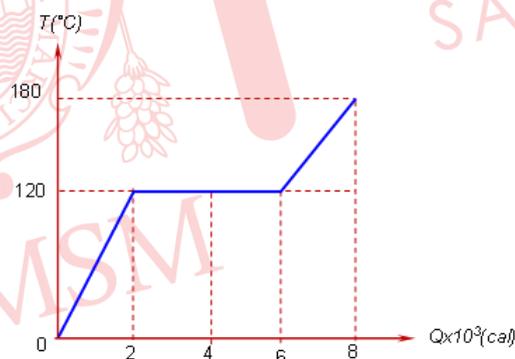
Tanque de acero:

$$\Delta V = 3\alpha V_0 \Delta T = 3 \times 12 \times 10^{-6} \times 70 \times (40 - 20) = 50400 \times 10^{-6} = 0,0504 \text{ L}$$

La expansión del tanque tiene poco efecto. Más de un litro de gasolina se podría derramar: $1,3 - 0,05 = 1,25 \text{ L}$

Rpta.: B

5. La gráfica T vs Q representa la variación de la temperatura T de 200 g de una sustancia, inicialmente en estado sólido y a 0 °C, en función del calor que absorbe. Indique la verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:



- I. La temperatura de fusión de la sustancia es 120°C.
- II. El calor latente para pasar de líquido a gaseoso es de 20 cal/g.
- III. La sustancia absorbe 8000 cal desde el inicio hasta alcanzar 180°C.

- A) VVV B) VFV C) FFV D) VVF E) FFF

Solución:

- I. (V)
- II. (V) $L = 4000/220 = 20 \text{ cal/g}$
- III. (V) absorbe 8000 cal

Rpta.: A

6. Indicar la verdad (V o F) de las siguientes proposiciones con respecto a la capacidad calorífica y calor específico.

- I. Dos cuerpos de igual volumen pueden tener la misma capacidad calorífica.
 II. Cuando mayor es el calor específico de un cuerpo, mayor es la capacidad calorífica.
 III. Si un cuerpo se divide en la mitad su capacidad calorífica se reduce a la mitad.

- A) VVV B) FFF C) VFV D) FFV E) VFF

Solución:

- I. (V) II. (V) III. (V)

Rpta.: A

7. Un recipiente abierto contiene 0,550 kg de hielo a $-15,0\text{ C}$. La masa del recipiente puede ignorarse. Se suministra calor al contenedor a la tasa constante de 821.0 J/min durante 500.0 min . ¿En cuántos minutos se empieza a derretir el hielo?

$$c_{\text{hielo}} = 0,5 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}$$

- A) 18 min B) 19 min C) 20 min D) 21 min E) 22 min

Solución:

$$\Delta Q = m_{\text{hielo}} c_{\text{hielo}} (0 - (-15))$$

$$\Delta Q = 550 \times 0,5 \times 15 + 550 \times 80 = 4125 \text{ cal} = 4125 \text{ cal} \times \frac{4,18 \text{ J}}{1 \text{ cal}} = 17242,5 \text{ J}$$

$$P = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta Q}{P} = \frac{17242,5}{821} = 21 \text{ minutos}$$

Rpta.: D

8. Una olla de cobre con una masa de $0,400\text{ kg}$ contiene $0,100\text{ kg}$ de agua, y ambos están a $20,0^\circ\text{C}$. Un bloque de hierro de $0,200\text{ kg}$ a $80,0^\circ\text{C}$ se deja caer en la olla. Encuentre la temperatura final del sistema, suponiendo que no hay pérdida de calor hacia los alrededores.

$$c_{\text{cobre}} = 0,091 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}} \quad c_{\text{agua}} = 1 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}} \quad c_{\text{hierro}} = 0,113 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}$$

- A) $27,5^\circ\text{C}$ B) $28,5^\circ\text{C}$ C) $29,5^\circ\text{C}$ D) $26,5^\circ\text{C}$ E) $30,5^\circ\text{C}$

Solución:

$$Q_g + Q_p = 0$$

$$m_{\text{cobre}} c_{\text{cobre}} (T - 20) + m_{\text{agua}} c_{\text{agua}} (T - 20) + m_{\text{hierro}} c_{\text{hierro}} (T - 80) = 0$$

$$400 \times 0,091 (T - 20) + 100 \times 1 \times (T - 20) + 200 \times 0,113 \times (T - 80) = 0$$

$$(0,364 + 1)(T - 20) + 0,226(T - 80) = 0$$

$$1,59T = 45,36 \quad T = 28,5283^\circ\text{C}$$

Rpta.: B

Química

EJERCICIOS DE CLASE

1. Existen materiales presentes en estado sólido que se caracterizan por tener un volumen definido y en muchos casos una alta densidad; por ejemplo, los minerales como la galena (PbS), la hematita (Fe₂O₃), sustancias moleculares como el agua (H₂O), los de tipo covalente como el diamante (C); por tanto, estas sustancias se clasifican como sólidos cristalinos; asimismo, también existen los sólidos amorfos como la madera. Indique el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. El yodo (I₂) es sólido cristalino molecular con capacidad de sublimarse.
- II. Los polímeros como los plásticos, son estructuras sólidas considerados amorfos.
- III. El cobre es sólido metálico, posee alta conductividad eléctrica y térmica.

A) VVV B) VFV C) FFV D) FVF E) VVF

Solución:

- I. **VERDADERO.** El yodo (I₂) es sólido cristalino molecular, posee entre sus moléculas fuerza de London y tiene capacidad de sublimarse.
- II. **VERDADERO.** Los polímeros como los plásticos, son estructuras sólidas considerados amorfos, es decir, tienen ordenamiento de corto alcance.
- III. **VERDADERO.** El cobre es sólido metálico, posee alta conductividad eléctrica por poseer electrones libres para permitir dicha conductividad y también es un gran conductor térmico.

Rpta.: A

2. Las mezclas pueden ser homogéneas o heterogéneas. El agua de mar es una mezcla que contiene iones disueltos de sodio, calcio, cloruros, entre otros; la sangre es un sistema que contiene plasma, sustancias disueltas y células suspendidas; un jugo de piña es una mezcla donde la fibra de la fruta se separa después de ser elaborado. Al respecto, indique el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. Las partículas presentes en una solución son de mayor tamaño que las presentes en un coloide.
- II. Las suspensiones son sistemas heterogéneos por presentar al menos dos fases en su composición.
- III. El jugo de piña es una suspensión, el agua de mar es una solución y la sangre es un coloide.

A) FVV B) VFV C) VVV D) VFF E) FVF

Solución:

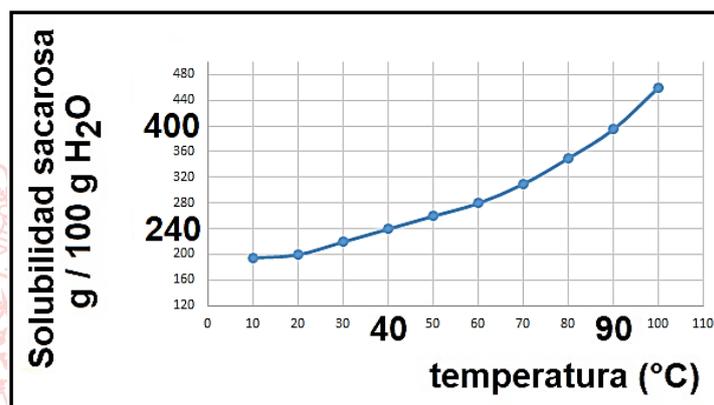
- I. **FALSO.** Las partículas de una solución (menor a 1 nm) son de menor tamaño que las partículas de un colide (mayor a 1 nm).
- II. **VERDADERO.** Las suspensiones son sistemas dispersos heterogéneos, por presentan mínimo dos fases.

III. **VERDADERO.** La presencia de dos fases visibles indica que el jugo de piña es una mezcla heterogénea, el agua de mar es una mezcla homogénea o solución por presentar una fase o masa homogénea. La sangre, la leche, la pintura son ejemplos de sistemas coloidales.

Rpta.: A

3. Un estudiante prepara una mezcla, agregando 342 gramos de agua en un recipiente, a la temperatura de 90°C y luego procede a saturarla con azúcar (sacarosa). Posteriormente espera que la temperatura llegue a 40°C. Determinar las moles de azúcar que precipitan en el recipiente durante el proceso de enfriamiento

Dato: Sacarosa $\bar{M} \left(\frac{g}{mol} \right) = 342$



- A) 1,6 B) 4,0 C) 8,0 D) 3,0 E) 5,0

Solución:

Sacarosa es un disacárido (azúcar):

1 mol de azúcar = 342 gramos de azúcar

De la gráfica: A 90°C: solubilidad de azúcar es 400 g azúcar/100 g agua

De la gráfica: A 40°C: solubilidad de azúcar es 240 g azúcar/100 g agua

En el enfriamiento se observa que por cada 100 g de agua precipita 160 g de azúcar, entonces para el tratamiento de 342 g de agua, tenemos:

$$342 \text{ g agua} \left(\frac{\text{precipita } 160 \text{ g azucar}}{100 \text{ g agua}} \right) \left(\frac{1 \text{ mol de azucar}}{342 \text{ g azucar}} \right) = 1,6 \text{ mol de azucar}$$

Rpta.: A

4. Un médico oftalmólogo realiza un examen a un paciente con ciertos síntomas; posteriormente, después de varios análisis, concluye que se presenta un cuadro de conjuntivitis bacteriana; ante ello, receta lo siguiente:

Sustancia	Presentación	Dosis
Ciprofloxacino	Solución: 0,33% w/v	2 gotas cada 2 horas

Determine las moles totales de Ciprofloxacino suministrada en un tiempo de 2 horas completas.

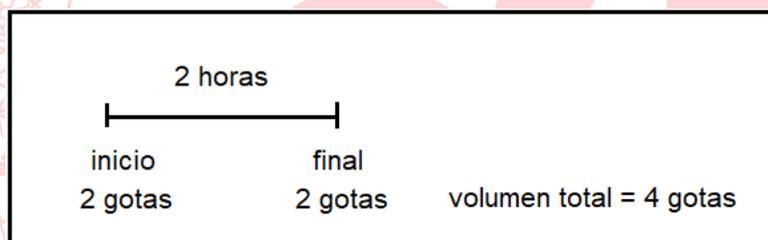
Datos: 1 gota = 0,05 mL

Considerar: Ciprofloxacino $\bar{M} \left(\frac{g}{mol} \right) = 330$

- A) $2,0 \times 10^{-6}$ B) $1,0 \times 10^{-6}$ C) $2,0 \times 10^{-5}$ D) $1,0 \times 10^{-7}$ E) $2,0 \times 10^{-7}$

Solución:

Solicitan las moles totales en 2 horas completas, entonces:



$$4 \text{ gotas} \left(\frac{0,05 \text{ mL}}{1 \text{ gota}} \right) = 0,2 \text{ mL de solución}$$

La solución tiene una concentración de 0,33%w/v, entonces:

$$0,2 \text{ mL de solución} \left(\frac{0,33 \text{ g de ciprofloxacino}}{100 \text{ mL de solución}} \right) = 6,6 \times 10^{-4} \text{ g de ciprofloxacino}$$

Finalmente, la masa molar del ciprofloxacino es 330 g/mol, entonces:

$$6,6 \times 10^{-4} \text{ g de ciprofloxacino} \left(\frac{1 \text{ mol de ciprofloxacino}}{330 \text{ g de ciprofloxacino}} \right) \\ = 2,0 \times 10^{-6} \text{ moles de ciprofloxacino}$$

Rpta.: A

5. Un tratamiento veterinario por tricomoniasis en el pato doméstico es realizado con dosis de 25 miligramos de metronidazol por cada kilo corporal del ave. Se adquiere una solución madre de 1,0 litro con una concentración de 0,05 molar de metronidazol, esta servirá para preparar la solución de cada dosis de tratamiento, determine las moles totales por cada dosis de metronidazol que se debe suministrar a 10 aves y el volumen en mililitros que se debe extraer de la solución madre disponible para dicha dosis, respectivamente.

	TRATAMIENTO VETERINARIO CON METRONIDAZOL
	AVE: PATO DOMÉSTICO
	Masa promedio del ave: 3,42 kg
	Masa molar de metronidazol: 171 g/mol

- A) $5,0 \times 10^{-3}$ y $1,0 \times 10^2$
 C) $3,0 \times 10^{-3}$ y $5,0 \times 10^2$
 E) $5,0 \times 10^{-2}$ y $1,0 \times 10^3$

- B) $1,0 \times 10^{-3}$ y $5,0 \times 10^2$
 D) $5,0 \times 10^{-3}$ y $2,0 \times 10^2$

Solución:

Total de aves: 10 patos

Dosis por masa de ave: 25 mg metronidazol por kilo de ave

Masa promedio de ave: 3,42 kg

Masa molar de metronidazol: 171 g/mol

Solución madre de metronidazol: Concentración 0,05 mol/L

$$10 \text{ patos} \left(\frac{3,42 \text{ kg}}{1 \text{ pato}} \right) = 34,2 \text{ kg en total}$$

$$34,2 \text{ kg de pato} \left(\frac{25 \text{ mg de metronid}}{1 \text{ kg de pato}} \right) \left(\frac{10^{-3} \text{ g metronid}}{1 \text{ mg de metronid}} \right) \left(\frac{1 \text{ mol de metronid}}{171 \text{ g metronid}} \right) \\ = 5,0 \times 10^{-3} \text{ moles de metronidazol en total por dosis}$$

Solución de metronidazol disponible: 1,0 litro de concentración 0,05 molar

Se necesita $5,0 \times 10^{-3}$ moles de metronidazol, entonces:

$$5,0 \times 10^{-3} \text{ moles de metronidazol} \left(\frac{1 \text{ Litro}}{0,05 \text{ mol}} \right) \left(\frac{1 \text{ mL}}{10^{-3} \text{ Litro}} \right) \\ = 10^2 \text{ mL de solución 0,05 molar}$$

Rpta.: A

6. Los procesos de neutralización son realizados entre sustancias con características químicas opuestas. Se tiene 0,8 gramos de hidróxido de sodio (NaOH) con 90% de pureza, se desea neutralizar con ácido sulfúrico (H_2SO_4) 0,1 molar. Determinar el volumen de la solución ácida en mililitros empleada en dicho proceso.

$$\text{Datos: NaOH } \bar{M} \left(\frac{g}{mol} \right) = 40$$

- A) 90 B) 80 C) 45 D) 40 E) 75

Solución:

Masa de NaOH = 90% (0,8 g) = 0,72 gramos NaOH

40 g NaOH = 1 equivalente base

En la neutralización, tenemos:

Equivalentes de base = equivalentes de ácido

$$0,72 \text{ g NaOH} \left(\frac{1 \text{ equivalente}}{40 \text{ g NaOH}} \right) = \text{Vol (L)} \left(\frac{0,1 \text{ mol ácido}}{1 \text{ Litro}} \right) \left(\frac{2 \text{ equivalentes}}{1 \text{ mol ácido}} \right)$$

$$\text{Vol} = 9,0 \times 10^{-2} \text{ Litros} \left(\frac{10^3 \text{ mL}}{1 \text{ Litro}} \right) = 90 \text{ mL de solución } 0,1M$$

Rpta.: A

7. Se dispone de una solución madre que contiene $1,0 \times 10^{-4}$ mol de $KMnO_4$ aforado en 1,0 litro de solución. A partir de ella se extrae 5,0 mililitros de volumen y se coloca en otra fiola adicionándole agua hasta completar un volumen de 50 mililitros. Determinar la concentración en partes por millón (ppm) de la solución preparada.

$$\text{Datos: } KMnO_4 \bar{M} \left(\frac{g}{mol} \right) = 158$$

$$1 \text{ ppm} = 1 \text{ mg/L}$$

- A) 1,58 B) 3,16 C) 4,74 D) 3,58 E) 5,16

Solución:

1 mol $KMnO_4$ = 158 g $KMnO_4$

$$1 \times 10^{-4} \text{ mol} \left(\frac{158 \text{ g } KMnO_4}{1 \text{ mol}} \right) \left(\frac{1 \text{ mg } KMnO_4}{10^{-3} \text{ g } KMnO_4} \right) = 15,8 \text{ mg } KMnO_4$$

$$\left(\frac{15,8 \text{ mg } KMnO_4}{1 \text{ Litro}} \right) \times 5 \text{ mL} = \left(\frac{X \text{ mg } KMnO_4}{1 \text{ Litro}} \right) \times 50 \text{ mL}$$

$$X = \frac{1,58 \text{ mg } KMnO_4}{1 \text{ Litro}} = 1,58 \text{ ppm}$$

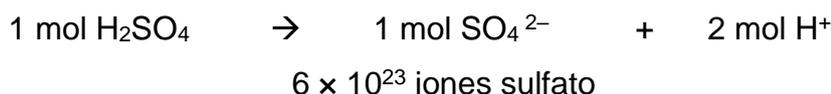
Rpta.: A

8. Se realiza dilución de ácido sulfúrico en agua, al final se obtiene $3,0 \times 10^{21}$ iones sulfato (SO_4^{2-}) disueltos en el sistema disperso, siendo 1,0 litro el volumen total de dicha mezcla. Considerando que los iones sulfato derivan totalmente del ácido sulfúrico (ácido fuerte), determine el pH de la solución acuosa.

Considerar: 1 mol de H_2SO_4 (ácido fuerte) = 2 equivalentes

- A) 2,0 B) 4,0 C) 6,0 D) 3,0 E) 5,0

Solución:



$$\frac{3,0 \times 10^{21} \text{ iones sulfato}}{1 \text{ litro}} \times \left(\frac{2 \text{ mol H}^+}{6,0 \times 10^{23} \text{ iones sulfato}} \right) = \frac{10^{-2} \text{ mol H}^+}{1 \text{ Litro}}$$

$$\frac{10^{-2} \text{ mol H}^+}{1 \text{ Litro}} = [\text{H}^+]$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$$

$$\text{pH} = -\log \left[\frac{10^{-2} \text{ mol H}^+}{1 \text{ Litro}} \right] = 2$$

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Los sólidos pueden ser cristalinos y amorfos. Con respecto a los sólidos cristalinos, seleccione la alternativa que contiene la secuencia correcta entre propiedad y el tipo de sólido.
- a) Son buenos conductores de la electricidad. () Metálico
 b) Bajos puntos de fusión y pueden sublimarse () Iónico
 c) Alto punto de fusión y solubilidad en agua () Covalente
 d) Presentan alta dureza y alto punto de fusión. () Molecular

- A) acdb B) bcda C) dacb D) bacd E) badc**

Solución:

- a) Son buenos conductores de la electricidad. (a) Metálico
 b) Bajos puntos de fusión y pueden sublimarse (c) Iónico
 c) Alto punto de fusión y solubilidad en agua (d) Covalente
 d) Presentan alta dureza y alto punto de fusión (b) Molecular

Rpta.: A

2. El alcohol se utiliza como desinfectante, y como insumo en la fabricación de diversos productos químicos. Al respecto, si una empresa produce 1000 litros de alcohol al 40 %V/V de etanol, determine el volumen del soluto empleado expresado en mililitros.

- A) $4,0 \times 10^5$ B) $2,0 \times 10^4$ C) $2,0 \times 10^5$ D) $1,5 \times 10^3$ E) $3,0 \times 10^3$**

Solución:

$$V_{\text{sol}} = 1000 \text{ L} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} = 1 \times 10^6 \text{ mL}$$

$$\% \text{ V/V} = \frac{V_{(\text{sto})}}{V_{(\text{sol})}} \times 100\% \quad V_{\text{solut}} = V_{\text{etanol}}$$

$$V_{\text{etanol}} = \frac{\% \frac{V}{V} \times v_{(\text{sol})}}{100 \%} = \frac{40 \% \times 1 \times 10^6 \text{ mL}}{100 \%} = 4 \times 10^5 \text{ mL}$$

Rpta.: A

3. La solución de hidróxido de sodio (NaOH), se emplea para realizar saponificación de grasas, proceso para realizar arenado en estructuras metálicas. Si se disuelve 4,0 gramos de NaOH y se enrasa con agua hasta obtener 200 mililitros de solución, determine la molaridad y normalidad de dicha solución, respectivamente.

Dato: $\bar{M}(\text{g/mol})$: NaOH = 40

A) 0,5 y 0,5 B) 1,2 y 0,6 C) 1,2 y 1,2 D) 0,6 y 1,2 E) 0,6 y 1,2

Solución:Datos : $m_{\text{sto}} = 4,0$ gramos $V_{\text{sol}} = 200 \text{ mL} = 0,2$ litros

$$M = \frac{n_{\text{sto}}}{V_{\text{sol}}} = \frac{m_{\text{sto}}}{\bar{M}_{\text{sto}} \times V_{\text{sol}}} = \frac{4,0 \text{ g NaOH}}{(40 \text{ g/mol})(0,2 \text{ L})} = 0,5 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

Relación de equivalencia en el NaOH: 1 eq NaOH / mol

$$0,5 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 1 \frac{\text{eq}}{\text{mol}} = 0,5 \frac{\text{eq}}{\text{L}}$$

Rpta.: A

4. La potasa cáustica (KOH) se emplea en la producción de fertilizantes y detergentes. Se prepara una solución de KOH; y, para esto, se disuelve 13,44 gramos de KOH en suficiente cantidad de agua para formar 200 mililitros de solución. Al respecto, determine la molaridad y normalidad de la solución, respectivamente.

Dato: $\bar{M}(\text{g/mol})$: KOH = 56

A) 1,2 y 1,2 B) 1,2 y 0,6 C) 1,2 y 1,2 D) 0,6 y 0,6 E) 0,8 y 0,8

Solución:Datos : $m_{\text{sto}} = 13,44$ g $V_{\text{sol}} = 200 \text{ mL} = 0,2 \text{ L}$

$$M = \frac{n_{\text{sto}}}{V_{\text{sol}}} = \frac{m_{\text{sto}}}{\bar{M}_{\text{sto}} \times V_{\text{sol}}} = \frac{13,44 \text{ g}}{(56 \text{ g/mol})(0,2 \text{ L})} = 1,2 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

KOH: 1 eq/mol

$$N = 1,2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 1 \frac{\text{eq}}{\text{mol}} = 1,2 \frac{\text{eq}}{\text{L}}$$

Rpta.: A

5. El ácido clorhídrico ($\text{HCl}_{(\text{ac})}$) es usado en productos de limpieza, desinfección entre otros. Al mezclar 20 mililitros de una disolución de $\text{HCl}_{(\text{ac})}$ 0,8 M con 30 mililitros de otra disolución de $\text{HCl}_{(\text{ac})}$ 0,4 M, determine la concentración normal de la solución resultante.

A) 0,56 B) 0,28 C) 0,24 D) 0,36 E) 0,14

Solución:

Para una mezcla de dos soluciones.

Calculando la molaridad resultante de la mezcla (M_3):

$$M_1 \times V_1 + M_2 \times V_2 = M_3 \times V_3$$

$$0,8 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 0,02 \text{ L} + 0,4 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 0,03 \text{ L} = M_3 \times 0,05 \text{ L}$$

$$M_3 = 0,56 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$N = 0,56 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 1 \frac{\text{eq}}{\text{mol}} = 0,56 \frac{\text{eq}}{\text{L}}$$

Rpta.: A

6. La cal apagada, $\text{Ca}(\text{OH})_2$, es un compuesto alcalino usado en procesos de neutralización. Si se dispone de 0,148 gramos de dicha sustancia básica contenidos en 100 mililitros de una solución acuosa, determine la molaridad y normalidad de la solución, respectivamente.

Dato: $\bar{M}(\text{g/mol})$: $\text{Ca}(\text{OH})_2 = 74$

A) 2×10^{-2} y 4×10^{-2} B) 1×10^{-3} y 8×10^{-2} C) 2×10^{-2} y 2×10^{-1}
 D) 4×10^{-1} y 4×10^{-1} E) 4×10^{-3} y 8×10^{-2}

Solución:

Calculando el número de moles de $\text{Ca}(\text{OH})_2$

$$\frac{0,148 \text{ g}}{74 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

Calculando la molaridad de $\text{Ca}(\text{OH})_2$

$$M = \frac{n}{V_{\text{sol}}} = \frac{2 \times 10^{-3} \text{ mol}}{1 \times 10^{-1} \text{ L}} = 2 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

Calculando la normalidad de $\text{Ca}(\text{OH})_2 = 2 \frac{\text{eq}}{\text{mol}}$

$$N = 2 \times 10^{-2} \times \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times \frac{2 \text{ eq}}{\text{mol}} = 4 \times 10^{-2} \frac{\text{eq}}{\text{L}}$$

Rpta.: A

4. Se está evaluando la mitosis en una célula con número diploide igual a 46 cromosomas ($2n = 46$). ¿Cuántos cromosomas se podrán detectar en el ecuador en la metafase mitótica y cuántos en la metafase II de la meiosis?

A) 24 y 46 B) 92 y 23 C) 46 y 23 D) 46 y 92 E) 23 y 46

Solución:

Si $2n = 46$, ese es el número de cromosomas dobles (con dos cromátides) que se podrán ubicar en el ecuador del huso acromático durante la mitosis, mientras que, durante la división ecuacional de la meiosis, ese número se reducirá a la mitad, es decir, **23** cromosomas dobles.

Rpta.: C

5. Con frecuencia, al trabajar con plantas, se pueden usar partes de tallos con yemas para producir nuevos individuos. Esta estrategia artificial se conoce como

A) rizomas. B) acodos. C) tubérculos. D) estolones. E) bulbos.

Solución:

Mediante esquejes, estacas y **acodos** se puede reproducir en forma vegetativa artificial a las plantas, haciendo uso de fragmentos de tallos con yemas laterales.

Rpta.: B

6. En referencia al ciclo celular, establezca el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones:

- La célula se halla en estado de reposo durante la interfase.
- El material genético de la célula se replica durante la fase S.
- El período post replicativo hace referencia la fase G1.
- En la fase post replicativa la célula se prepara para dividirse.

A) FVVV B) VFVF C) FFVV D) FVVF E) VVFF

Solución:

FALSO: en la interfase la célula se encuentra en estado de intensa actividad.

VERDADERO: en la fase S el material genético es replicado.

FALSO: la fase G1 se suele llamar prerreplicativa y la G2 posreplicativa.

VERDADERO: en la fase posreplicativa la célula se prepara para entrar en división.

Rpta.: D

7. Un investigador halló algo importante sobre la mitosis de la célula en estudio, hizo una descripción: «Esto ha ocurrido mientras tomaba fotografías de varios cromosomas completamente formados que se veían nítidamente». Se deduce que esto lo ha observado durante la

A) anafase. B) profase. C) telofase. D) metafase. E) citocinesis.

Solución:

Durante la **metafase** la cromatina se condensa al máximo y los cromosomas son fácilmente reconocibles por su nitidez y la posición de su centrómero: metacéntricos, submetacéntricos, acrocéntricos y telocéntricos.

Rpta.: D

8. Sabiendo que la profase de la meiosis es muy extensa, un equipo de investigación explora la posibilidad de detectar el momento en que los cromosomas homólogos se acomodan en pares (bivalentes). Con seguridad, ellos se enfocarán en el/la _____ de la profase I.

A) paquiteno
D) cigoteno

B) leptoteno
E) diploteno

C) diacinesis

Solución:

La formación de bivalentes, por acomodo de los pares cromosómicos homólogos, se puede apreciar durante el **cigoteno** de la profase I.

Rpta.: D

9. Acerca de las partes de la flor, establezca el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones:

- El conjunto de sépalos forma el cáliz.
- Los estambres contienen al gameto femenino.
- Los pistilos forman el androceo.

A) VFF

B) VVF

C) FFV

D) VFF

E) VFV

Solución:

VERDADERO: los sépalos forman el cáliz.

FALSO: los estambres forman el androceo y contienen gametos masculinos

FALSO: el pistilo o los pistilos forman el gineceo, no el androceo.

Rpta.: A

10. Durante un examen práctico, se ha pedido a los estudiantes que identifiquen las propiedades de la gametogénesis de una planta con flores en una muestra que tienen fijada. Ellos saben que

- A) los microsporocitos de la planta observada son haploides.
- B) la macrogametogénesis da lugar a la formación de 4 esporas viables.
- C) la primera cariocinesis de la microgametogénesis genera dos óvulos.
- D) el microsporocito se divide por meiosis y forma 4 microsporas haploides.
- E) el grano de polen posee dos núcleos haploides y uno diploide.

Solución:

Lo único cierto es que, durante la gametogénesis de una planta con flores, **el microsporocito, que es una célula diploide, se divide por meiosis y da lugar a 4 microsporas haploides.**

Rpta.: D

11. Durante un proyecto de investigación sobre la regulación hormonal del aparato reproductor en *Homo sapiens*, se ha comprobado que la espermatogénesis es estimulada por la hormona
- A) gonadotropina, producida por la neurohipófisis.
 - B) testosterona, producida por las células de Leydig del testículo.
 - C) luteinizante, producida por la adenohipófisis, en el cerebro.
 - D) folículo estimulante, producida por la adenohipófisis.
 - E) folículo estimulante, producida por las células de Leydig.

Solución:

La hormona **folículo estimulante (FSH)**, secretada por la hipófisis, es la encargada de **estimular la espermatogénesis** en los testículos del ser humano

Rpta.: D

12. Un expositor, abordando el tema del ciclo menstrual en la mujer, comete una serie de errores, pero al menos una cosa de todo lo que ha expuesto es cierta con respecto a que
- A) la etapa folicular es previa a la menstruación.
 - B) el endometrio prolifera gracias a la liberación de prostaglandinas.
 - C) la hormona luteinizante provoca la conversión de cuerpo lúteo en folículo.
 - D) la FSH promueve el desarrollo de folículos en el ovario.
 - E) la LH estimula la secreción de gonadotropina.

Solución:

La hormona foliculoestimulante (**FSH**) es un tipo de gonadotropina sintetizada y secretada por la hipófisis. En mujeres, **estimula el desarrollo de folículos ováricos** y regula el ciclo menstrual.

Rpta.: D

13. Unos estudiantes inician sus estudios de partenogénesis en *Apis mellifera* (abeja), partiendo de la base de que las hembras tienen 32 cromosomas. Deben observar unas muestras procedentes de zánganos al microscopio, por lo que esperan encontrar
- A) 16 cromosomas.
 - B) 8 cromosomas.
 - C) 32 cromosomas.
 - D) 32 óvulos.
 - E) 16 folículos.

Solución:

En la abeja *Apis mellifera*, insecto que exhibe 32 cromosomas como número diploide, los óvulos no fecundados originan a los zánganos, que son machos y poseen **16 cromosomas**.

Rpta.: A

14. Sobre los variados aspectos de la reproducción, relacione ambas columnas y determine la secuencia correcta.

- | | |
|---------------------------|---|
| I. Desarrollo directo | a. metamorfosis |
| II. Partenogénesis | b. aparato copulador |
| III. Desarrollo indirecto | c. sin participación del gameto masculino |
| IV. Fecundación interna | d. sin estadios larvarios detectados |

A) Ia, IIb, IIIc, IVd

B) Id, IIc, IIIb, IVa

C) Ic, IId, IIIa, IVb

D) Ib, IIa, IIIId, IVc

E) Id, IIc, IIIa, IVb

Solución:

Desarrollo directo no tiene estadios larvarios detectados (**Id**). En la partenogénesis no participa los gametos masculinos (**IIc**). Un ejemplo de desarrollo indirecto es la metamorfosis (**IIIa**). En el proceso de fecundación interna, se hace necesaria la participación de un aparato copulador (**IVb**).

Rpta.: E

15. Un mamífero presenta una importante alteración del sistema excretor, desde el inicio de su vida. El especialista está seguro de que esta alteración ocurrió durante el desarrollo embrionario, por lo que tiene en mente que el problema se enfocó en el

A) ectodermo.

B) mesodermo.

C) arquenterón.

D) endodermo.

E) blastoporo.

Solución:

El sistema excretor se origina a partir de la capa embrionaria denominada **mesodermo**, que es la capa intermedia de células de la gástrula que, al diferenciarse, da origen al sistema muscular, circulatorio, óseo y reproductor.

Rpta.: B