



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA
CENTRO PREUNIVERSITARIO

SEMANA N.º 10

Habilidad Verbal

SEMANA 10 A

LA EXTRAPOLACIÓN EN LA COMPRENSIÓN LECTORA

La extrapolación consiste en contrastar el contenido de un texto determinado con una consideración metatextual. El propósito que se sigue es, por un lado, evaluar la plausibilidad de este contenido, y, por otro lado, generar más conocimiento.

En los test de comprensión lectora, la extrapolación es una forma de determinar el más alto nivel de comprensión.

Si el contenido de un texto adquiere valor con este traslado conceptual (extrapolar es colocar algo fuera, en otro polo), demuestra su eficiencia, su productividad, tornándose un elemento fundamental del aprendizaje significativo. Asimismo, la extrapolación puede determinar la poca o nula fecundidad de las ideas desplegadas en un texto.

La extrapolación puede realizarse de dos formas básicas: cognitiva y referencial.

A) **Extrapolación cognitiva:**

Este tipo de extrapolación consiste en hacer un cambio radical en las ideas del autor y establecer la consecuencia que se desprende de tal operación.

Ejemplo: El economista Robert Frank llama *bienes posicionales* a los comparables con lo que tienen los demás (por ejemplo, el ingreso, el tamaño del auto), y *bienes no posicionales* a los que son menos comparables con lo que tienen los otros (salud, libertad, pareja). Nos engañamos al creer que los posicionales son más valiosos. Sin embargo, la mayoría de las personas los sobrevaloran. **Si los bienes posicionales fueran relevados por encima de los no posicionales**, la salud sería considerada más relevante que un Audi del año.

B) **Extrapolación referencial:**

Es una modalidad que consiste en cambiar las condiciones del referente textual y determinar el efecto que se proyecta en esta operación. Generalmente, sigue el procedimiento de aplicar el contenido del texto a otra situación (otra época, otro espacio, otra disciplina).

Ejemplo: En las sociedades democráticas, el bienestar que resulta de una elección depende en una medida considerable de lo que eligen los demás. Alguien puede estar muy contento vacacionar en las aguas termales de Churín, pero es probable que se sienta insatisfecho si sus amigos viajan a Machu Picchu. **Si mis amigos decidieran vacacionar en Cancún**, sentiría envidia si yo no pudiese viajar ahí.



(VIDEOS)
TEORÍA Y
EJERCICIOS

ACTIVIDADES SOBRE EXTRAPOLACIÓN**TEXTO 1**

Más de cincuenta estudios señalan que la violencia es más común en sociedades en las que hay mayor inequidad; es decir, allí donde hay mayor desigualdad de ingresos y, por tanto, de posibilidades de desarrollo social. Desigualdad y desventajas comparativas resultan clave para entender el concepto de inequidad. En los estudios señalados la llamada «inseguridad» correlaciona mucho más con la inequidad que con la pobreza, el desempleo, el PBI per cápita, el consumo de energía per cápita y la participación en los niveles medios de la educación. También en la Argentina los estudios de Pompei (1999) y Cerro y Meloni (1999) atribuyen un peso explicativo mayor al aumento de la desigualdad en la distribución del ingreso. Los dos últimos sostienen que un incremento del 10 por ciento en la desigualdad estaría asociado a un aumento del 3 % en la tasa de criminalidad.

El primer estudio fue realizado por tres economistas para el Banco Mundial en base a las tasas mundiales de delito suministradas por las Naciones Unidas. Abarca el seguimiento de 39 países entre 1965 y 1995 y otros 37 países entre 1970 y 1994, entre otros, Estados Unidos, países de Europa del Este, de África, Latinoamérica y el Caribe. El estudio está disponible en internet (en inglés).

El otro estudio mencionado, también disponible en internet (en español) fue realizado por dos economistas argentinos, Ana María Cerro y Osvaldo Meloni, y mereció en 1999 el premio sobre investigación en economía Fulvio Salvador Pagani. Los investigadores trabajaron en quince provincias de Argentina con datos anuales para el período 1990-1997 y observaron una significativa correlación entre el aumento de la inequidad y el desempleo, por un lado, y el del delito por el otro.

Kreimer, R. (2010). *Desigualdad y violencia social. Análisis y propuesta según la evidencia científica*. Anarres Sección Filosofía Política.

1. Si el 10 % de la desigualdad derivados del trabajo de Cerro y Meloni se correspondiera con una disminución en la tasa de criminalidad,
 - A) el desempleo se resolvería mediante la militarización de lugares muy peligrosos.
 - B) la inequidad sería tan relevante como la pobreza en el desarrollo de una nación.
 - C) los problemas sociales de un país se resolverían con una educación de calidad.
 - D) el Estado debería fortalecer la seguridad nacional mediante las fuerzas militares.
 - E) sería inapropiado establecer una relación de causalidad entre ambos fenómenos.

Solución:

El estudio en cuestión establece una conexión entre desigualdad y criminalidad; así, el aumento del 10 % de desigualdad se correlacionó con un aumento del 3 % de la criminalidad. Si se tratara de una disminución, la correlación sería inexistente.

Rpta.: E

2. Si el estudio de Cerro y Meloni se hubiera centrado en dos provincias argentinas durante solo dos meses del año 1992,
- A) la propuesta de Pompei sería un antecedente marginal sobre temas sociales.
 - B) los datos serían casi anecdóticos como para plantear una correlación sólida.
 - C) la relación entre inequidad y delincuencia común sería mucho más evidente.
 - D) en este se evidenciaría una ausencia completa del Estado en materia social.
 - E) sería considerado un trabajo delimitado con mayor precisión por la temática.

Solución:

El trabajo se enfoca en datos anuales en un periodo largo (1990-1997) en un grueso de quince provincias. Al contar con datos de varios lugares durante un tiempo prolongado, el establecimiento de correlaciones es plausible. De solo enfocarse en dos provincias durante dos meses de un año, tal correlación sería débil.

Rpta.: B

3. Si, a propósito de los estudios señalados, la educación mejorara exponencialmente en Argentina,
- A) la correlación entre la inequidad y la desigualdad resultaría irrefutable.
 - B) los efectos en el sector económico y el sector salud serían favorables.
 - C) la inseguridad persistiría como un problema a resolver en este país.
 - D) el problema de la delincuencia sería erradicado de manera definitiva.
 - E) ciertos efectos en países vecinos se evidenciarían de forma palmaria.

Solución:

En efecto, la inseguridad se vincula más con la desigualdad que con una educación de calidad.

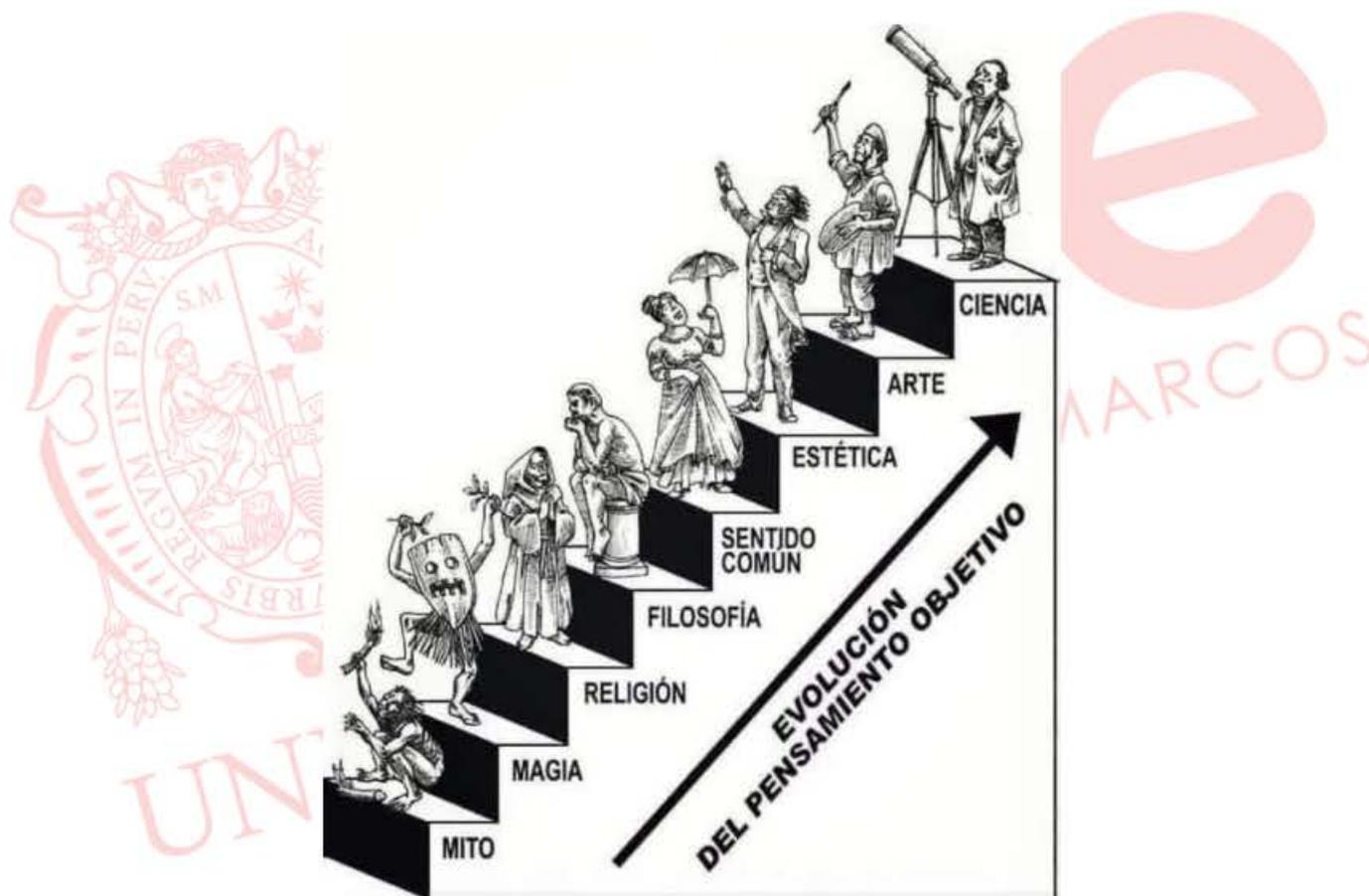
Rpta.: C

TEXTO 2

Los campesinos gascones creen que para vengarse las malas personas de sus enemigos inducirán en ocasiones a un sacerdote a decir una misa llamada de San Secario. Son muy pocos los sacerdotes que conocen esta misa y las tres cuartas partes de los que la saben no la dirán por amor ni por dinero. Nadie sino un sacerdote perverso se atreverá a ejecutar la ceremonia horrenda y puede estarse muy seguro de que tendrá que rendir una cuenta muy **pesada** en el día de Juicio. Ningún cura ni obispo, ni siquiera el arzobispo de Auch, puede perdonarle: este derecho solo pertenece al Papa de Roma. La misa de San Secario solamente puede decirse en una iglesia en ruinas o abandonada, donde los búhos dormitan y ululan, donde los murciélagos se remueven y revolotean en el crepúsculo, donde los gitanos acampan por la noche y donde los sapos se agazapan bajo el altar profanado. Allí llega por la noche el mal sacerdote con su barragana y a la primera campanada de las once comienza a farfullar la misa al revés, desde el final hasta el principio, y termina exactamente cuando los relojes están tocando la medianoche. Su concubina hace de monaguillo. La hostia que bendice es negra y tiene tres puntas; no consagra vino y en su lugar bebe el agua de un pozo en el que se haya ahogado un recién nacido sin cristianar.

Hace el signo de la cruz, pero sobre la tierra y con el pie izquierdo. Y hace otras muchas cosas que ningún buen cristiano podría mirar sin quedarse ciego, sordo y mudo para el resto de su vida. Mas el hombre por quien se dice la misa se va debilitando poco a poco y nadie puede saber por qué le sucede esto; los mismos doctores no pueden hacer nada por él ni comprenderlo. No saben que se está muriendo lentamente por la misa de San Secario. Sin embargo, aunque la magia se encuentra así fundida y amalgamada con la religión en muchos países y edades, hay fundamentos para pensar que esta fusión no es primitiva y que hubo un tiempo en el cual el hombre recurrió a la magia solo para la satisfacción de las necesidades que excedían los límites de sus inmediatos deseos animales. La consideración de las nociones mágicas y religiosas fundamentales puede inclinarnos a deducir que la magia es más antigua que la religión en la historia de la humanidad.

Frazer, J. G. (1944). *La rama dorada. Magia y religión*. Fondo de Cultura Económica.



1. En la imagen, es incompatible sostener sobre los apóstoles que

- A) la misa de San Secario como manifestación de la relación mágico-religiosa.
- B) los efectos perniciosos de la misa de San Secario desarrollada en Francia.
- C) el oscurantismo presente en fiestas religiosas como la misa de San Secario.
- D) los estadios de la misa de San Secario oficiada por campesinos franceses.
- E) el desarrollo progresivo del pensamiento objetivo en la misa de San Secario.

5. Se deduce del desarrollo íntegro del texto que la misa de San Secario
- A) interactúa con los notables avances científicos debido a su evidente efectividad.
 - B) presenta un vínculo evidente con la consolidación histórica de la Iglesia católica.
 - C) produce efectos inesperados en el cura que la ejecuta en un ambiente asolado.
 - D) es un relictos de la magia y la religión, anteriores a la emergencia de la filosofía.
 - E) se corresponde con la tensión entre el sentido común y las prácticas esotéricas.

Solución:

De acuerdo con la imagen, el desarrollo de la magia y la religión es anterior a la aparición de la filosofía.

Rpta.: D

TEXTO 3

Texto A

Un sistema de convivencia en libertad debería respetar el derecho de disponer de los bienes propios siempre que no se perjudique a terceros. La donación voluntaria de un bien es una decisión que, en principio, un gobierno no debería impedir ni limitar mediante la aplicación de un impuesto. Con excepción de los regímenes colectivistas, en los demás sistemas de organización social se considera lícita la propiedad individual de los bienes de producción o de consumo, así como los instrumentos de ahorro y atesoramiento. Por ello, «el impuesto a la herencia» **desconoce** la propensión natural del ser humano a constituir una familia y a sentirse responsable por el bienestar de quienes lo rodean y no solo del propio. Y aun en el caso de que no haya familia, no puede negársele a alguien que establezca lazos de afecto con otras personas y las tenga como objeto de sus esfuerzos, ahorros y sacrificios.

Kreimer, R. (2010). *Desigualdad y violencia social. Análisis y propuesta según la evidencia científica*. Anarres Sección Filosofía Política.

Texto B

El derecho a disponer de los bienes propios es lícito siempre y cuando no se perjudique a terceros, tal como se señala en el texto anterior. Si una persona nace en un medio que lo exime de trabajar, es evidente que ese derecho está lesionando a terceros, pues deja en desventaja a los que deberán hacerlo para sobrevivir. Se plantea aquí el mencionado «problema del nieto de Rockefeller», y es la posibilidad de que el nieto de Rockefeller no trabaje ni un solo día de su vida y la nieta de un indigente tenga que hacerlo durante toda su existencia. Esto se basa en el viejo principio de que la libertad de uno termina allí donde comienza la libertad de los demás. Por lo tanto, «el impuesto a la herencia» no se enfrenta a la posibilidad de constituir una familia ni a la de cuidar de los seres queridos o de otras personas con las que se establezcan lazos de afecto. Admite que se legue la casa o un patrimonio que no lesione los derechos de otros ciudadanos ni de otras familias. Vela para que se brinde protección y la posibilidad de una vida plena al mayor número de personas.

Kreimer, R. (2010). *Desigualdad y violencia social. Análisis y propuesta según la evidencia científica*. Anarres Sección Filosofía Política.

1. Se infiere del texto dialéctico que la disidencia entre ambos autores gira en torno a
- A) el derecho de disponer de los bienes propios y el impuesto a la herencia.
 - B) el impuesto a la herencia y su impacto en el empobrecimiento de un país.
 - C) los efectos de legar millones a individuos sin empatía por los necesitados.
 - D) las consecuencias de ser millonario en un mundo altamente competitivo.
 - E) la herencia en una sociedad liberal y el impacto negativo que determina.

Solución:

El texto se enfoca en la cuestión de la disposición de bienes como derecho; además, a propósito de ello, se vincula con el impuesto a la herencia.

Rpta.: A

2. En el texto, la palabra DESCONOCER connota

- A) ignorancia.
- B) nulidad.
- C) cuestionamiento.
- D) tendencia.
- E) expulsión.

Solución:

La palabra se vincula con el rechazo a la tendencia natural a formar una familia. Por lo tanto, connota CUESTIONAMIENTO.

Rpta.: C

3. De acuerdo con el texto B, resulta incompatible afirmar que una persona cuya situación económica le permite vivir holgadamente sin trabajar

- A) permite reflexionar sobre la posibilidad de proponer un impuesto a la herencia.
- B) impacta en la perpetuación de la pobreza de terceros sin que sea intencionado.
- C) sería tomada como ejemplo para explicitar el problema del nieto de Rockefeller.
- D) indirectamente asegura la movilidad social de las personas en pobreza extrema.
- E) carecerá de la carga y las dificultades de una persona pobre para desarrollarse.

Solución:

De acuerdo con el segundo fragmento, una persona que crece en un contexto de opulencia y vive sin trabajar deja en desventaja a personas pobres que tendrán que hacerlo toda la vida.

Rpta.: D

4. Si un gobierno regulara las riquezas acumuladas por un individuo a través de impuestos, de acuerdo con el texto A,

- A) los efectos positivos en la mejora de la educación regular serían inmediatos.
- B) se estarían transgrediendo los principios básicos de la convivencia en libertad.
- C) la disminución de la desigualdad sería una de las consecuencias más visibles.
- D) se conformaría un sistema plutocrático para evitar los atropellos de tal medida.
- E) dejaría de existir la pobreza extrema por el respaldo popular de esta decisión.

Solución:

En efecto, en el texto A, quienes ostentan riquezas acumuladas y quieren prodigar de estas a sus familiares deberían gozar de la libertad de hacerlo sin que se le aplique por ello un impuesto.

Rpta.: B

5. Si la acumulación de riquezas impidiera que la mayoría de ciudadanos de un país gocen de los derechos fundamentales,

- A) los ricos tendrían el derecho de subordinar a los que carecen de recursos.
- B) estaría justificado que estas se distribuyan mediante un impuesto según B.
- C) el derecho a la vida se vería erosionado por el abuso de poder de los ricos.
- D) la vida de los potentados sería el origen de las revoluciones por la equidad.
- E) algunos de los principales hombres ricos quedarían en situación de pobreza.

Solución:

En B se señala que el Estado vela por «la posibilidad de una vida plena al mayor número de personas». Si la acumulación de riquezas impidiera esta consigna, el Estado tendría todo el derecho de aplicar un impuesto a la riqueza.

Rpta.: B

6. Si el impuesto a la riqueza impidiera la constitución de familias,

- A) el desacato a la autoridad sería el efecto de mayor notoriedad.
- B) la ocurrencia de un referéndum como protesta sería inexorable.
- C) tendría que plantearse un nuevo impuesto para la maternidad.
- D) el argumento esgrimido en B se vería parcialmente cuestionado.
- E) los derechos básicos carecerían de asidero en cualquier Estado.

Solución:

En este fragmento se indica que el impuesto en cuestión no atentaría contra la constitución de la familia y el cuidado de sus miembros.

Rpta.: D**SEMANA 10 B****TEXTO 1**

Creo que existe entre los eruditos e intelectuales una teoría cuasirreligiosa que incluye tanto postulados empíricos sobre el funcionamiento de la mente humana como una serie de valores que la gente añade a esos postulados. La teoría tiene tres partes. La primera, la «tabla rasa», afirma que no hay tal cosa como el talento o el temperamento innatos, sino que es el entorno (la educación familiar, la cultura y la sociedad) lo que modela la mente por completo. La segunda es el mito del «buen salvaje», según el cual la maldad no es inherente a la persona, sino generada por unas instituciones sociales corruptas. Y la tercera, el «fantasma de la máquina», postula que la parte más importante de quienes somos es en cierto sentido independiente de nuestra biología, y por lo tanto nuestra capacidad de tener experiencias y hacer elecciones no puede explicarse con argumentos basados en nuestra estructura psicológica e historia evolutiva.

La teoría señalada se caracteriza por negar la naturaleza humana y se sustenta en el miedo al determinismo: a que ya no habrá posibilidad de responsabilizar a las personas por su comportamiento, puesto que siempre podrán echarle la culpa a su cerebro, a sus genes o a su historia evolutiva (el impulso evolutivo o el gen asesino actuarán en su defensa). El miedo no viene al caso, por dos razones. Una es que, hasta ahora, las excusas más disparatadas para la mala conducta se han buscado en el entorno y no en la biología; por ejemplo, el eximente de abuso que sacó del atolladero a los hermanos Menéndez en su primer juicio; la defensa de la «**cólera negra**» empleada para intentar que fuera absuelto el pistolero del ferrocarril de Long Island; o el alegato de «la pornografía me incitó a hacerlo» que los abogados defensores han tratado de utilizar en favor de los violadores a quienes defienden. Si existe una amenaza a la responsabilidad, esta no procede del determinismo biológico, sino de cualquier clase de determinismo, incluidos la educación infantil, los medios de comunicación y el condicionamiento social. No obstante, ninguno de ellos debe tomarse en serio. Incluso si hay partes del cerebro que compelen al individuo a actuar de cierto modo por diversos motivos, otras partes del cerebro responden a las repercusiones legales y sociales cuyo mensaje implícito es «uno ha de aceptar responsabilidades por sus actos». Si, por ejemplo, robo en una licorería, iré a la cárcel; si engaño a mi esposa, pronto mis amigos, parientes y vecinos pensarán que soy un vulgar sinvergüenza y no querrán saber nada de mí. El obligar a las personas a asumir responsabilidad por sus actos confiere realismo a toda una serie de contingencias, y el efecto que esto tiene en algunas partes del cerebro inhibe en la persona ciertas acciones que de otro modo quizá llevaría a cabo. No hay razón por la que debiéramos rendimos en nuestro intento de mejorar la conducta humana —concretamente, los sistemas de inhibición del cerebro— por el simple hecho de que hoy tengamos una comprensión más amplia de los sistemas de la tentación.

Pinker, S. (2007). Interpretación biológica de la naturaleza humana. En *El nuevo humanismo y las fronteras de la ciencia*. Editorial Kairós.

1. El texto se centra fundamentalmente en

- A) el biologicismo en el ámbito filosófico.
- B) los fundamentos de la tesis biológica.
- C) la negación de la naturaleza humana.
- D) el rechazo al determinismo biológico.
- E) la teoría cuasirreligiosa sobre la vida.

Solución:

El texto se centra en una teoría que niega la naturaleza humana.

Rpta.: C

2. En el texto, la expresión CÓLERA NEGRA connota

- A) histeria.
- B) obcecación.
- C) esquizofrenia.
- D) euforia.
- E) obnubilación.

Solución:

En el texto emplea dicha palabra para indicar que, por su actitud constante, su situación no era fácil, sino más bien preocupante.

Rpta.: A

3. Se deduce del texto que el *bullying* escolar, a pesar de que presentaría un trasfondo biológico,
- A) parece canalizarse mediante algún gen que debe descubrirse para erradicarse.
 - B) carece de determinación alguna, pues es el entorno violento el que lo impulsa.
 - C) se pueden neutralizar a través de represiones duras durante la hora de receso.
 - D) debería ser parte de las políticas públicas de defensa en las escuelas públicas.
 - E) puede regularse mediante mecanismos que reorienten las conductas abusivas.

Solución:

Si bien es posible explicar ciertas conductas apelando a la herencia biológica, eso no quiere decir que no puede reorientarse.

Rpta.: E

4. Resulta incompatible afirmar, sobre la comisión de actos corruptos, que
- A) estos jamás podrían evitarse.
 - B) puede analizarse desde la biología.
 - C) son evitables mediante normas.
 - D) es una manifestación de la conducta.
 - E) es posible de reorientación.

Solución:

La corrupción como manifestación de la conducta humana puede suprimirse con reglas a pesar de la proclividad biológica que pueda estar implicada en esta.

Rpta.: A

5. Es posible deducir que la infidelidad
- A) puede evitarse a pesar de la inclinación natural para cometerla.
 - B) es una herencia que valida el miedo al determinismo biológico.
 - C) carece de asidero empírico, pues es una conducta de tipo social.
 - D) se evita con amonestaciones constantes contra el patriarcado.
 - E) puede considerarse una victoria del patriarcado heteronormativo.

Solución:

Las conductas presentan condicionamientos biológicos, pero pueden suprimirse con un aparato legal que suprima los crímenes, por ejemplo. En el caso de la infidelidad, las implicancias morales de tipo cultural pueden suprimirla.

Rpta.: A

6. Si se considerara que toda conducta humana, por naturaleza, es irracional y contingente,
- A) la biología sería considerada una construcción social mal sustentada.
 - B) los sistemas basados en leyes se tendrían que considerar absurdos.
 - C) la victoria de la teoría científica sobre el influjo social sería definitiva.
 - D) la consecuencia sería que todos sin excepción cometerían crímenes.
 - E) el estatuto predictivo de las ciencias biológicas quedaría cuestionado.

Solución:

Las conductas contingentes serían impredecibles si ese fuera el caso; por ello, el planteamiento de leyes para suprimirlas sería absurdo.

Rpta.: B

7. Si se demostrara que las conductas de los violadores están determinadas solo por el consumo de material pornográfico,
- A) las escuelas feministas para deconstruir varones serían exitosas.
 - B) el delito de lascivia tendría que reformularse en el Código Penal.
 - C) los actos contra el pudor dejarían de considerarse un delito punible.
 - D) se propondrían acciones orientadas a la erradicación de la genética.
 - E) bastaría con evitar la distribución de este producto para prevenirlas.

Solución:

Si el problema de la violación dependiera del material pornográfico, solo tendría que suprimirse la causa para evitar el problema: el material pornográfico.

Rpta.: E

8. Si las escuelas públicas a nivel nacional defendieran que la educación de calidad se asegura con ejercicios de memorización permanentes,
- A) la biología se consideraría supeditada a la sociología.
 - B) los factores del nivel intelectual bajo serían sociales.
 - C) tal propuesta tendría que considerarse determinista.
 - D) los países vecinos se sumarían a esta acción exitosa.
 - E) la educación en países como Perú sería un ejemplo.

Solución:

La aplicación de acciones taxativas sin sustento empírico es un tipo de determinismo.

Rpta.: C**TEXTO 2****TEXTO A**

¿Por qué ha sido tan diferente el **ritmo** de la evolución humana en los distintos continentes durante los últimos 13 000 años? Los historiadores suelen huir de este tema como de la peste, a causa de sus aparentes connotaciones racistas. Mucha gente, o incluso la mayoría de la gente, da por sentado que la respuesta implica diferencias biológicas del coeficiente intelectual medio, CI, de unos y otros pueblos del mundo, aun cuando de hecho no hay ninguna prueba de que dichas diferencias de CI existan... En caso de que el hedor del racismo le haga a usted sentirse todavía incómodo ante la idea de explorar este tema, simplemente reflexione acerca de la razón oculta por la que tanta gente acepta explicaciones racistas del patrón general de la historia: no tenemos una explicación alternativa convincente. Hasta que la tengamos, la falta de opciones hará que las teorías racistas sigan siendo el principal polo de atracción. Y eso nos deja con una gran laguna moral, lo cual constituye la más poderosa razón para abordar este tema tan escabroso.

Diamond, J. (2007). Nueva síntesis científica de la historia de la humanidad. En *El nuevo humanismo y las fronteras de la ciencia*. Editorial Kairós.

TEXTO B

Resulta razonable **anticipar** una relación entre el color de la piel y el deseo sexual; la hipótesis es que las personas de piel oscura tienen una libido más fuerte. Esto se debe a que los extractos de melanina —que dan el color a la piel— aumentan el deseo sexual de los sujetos, por eso la gente blanca prefiere a los amantes latinos. Nunca se ha oído hablar de un amante inglés, solo de un paciente inglés. En cuanto a los estereotipos asociados con grupos raciales y étnicos, estos también tienen una base genética: los judíos son inteligentes, los chinos son inteligentes, pero no creativos debido a la selección por conformidad. En cuanto a las diferencias de inteligencia entre negros y blancos, todas nuestras políticas sociales se basan en que su inteligencia (la de los negros) es la misma que la nuestra (la de los blancos), mientras que todas las pruebas dicen que en realidad no es así... las personas que tienen que tratar con empleados negros consideran que esto no es cierto. Entre los blancos y los negros hay diferencias en los resultados de las pruebas de inteligencia. Yo diría que la diferencia es genética.

Ansele, M. (2019). El premio Nobel que afirma que los negros son menos inteligentes vuelve a la carga. En *El País*. Recuperado de https://elpais.com/elpais/2019/01/03/ciencia/1546527532_263106.html.

1. El debate entre los textos A y B gira en torno a

- A) dos propuestas enfrentadas sobre el dominio mundial de la raza aria.
- B) los exámenes que definen la superioridad intelectual de los blancos.
- C) las diferencias genéticas que definen la superioridad de ciertos grupos.
- D) los estudios que validan la variabilidad genética asociada con el éxito.
- E) la tesis del cociente intelectual deficiente en los asiáticos y los negros.

Solución:

En efecto, el texto tensiona sobre la tesis de la superioridad racial condicionada genéticamente.

Rpta.: C

2. En el texto A, la palabra RITMO connota _____, mientras en el texto B la palabra ANTICIPAR connota _____.

- A) fecha – evolución
- B) velocidad – previsión
- C) rapidez – adivinación
- D) tesis – liberación
- E) desarrollo – hipótesis

Solución:

Ritmo se refiere a la historia de la humanidad; por consiguiente, connota DESARROLLO. Por otro lado, el verbo ANTICIPAR se refiere al planteamiento de una conjetura; por ello, connota HIPÓTESIS.

Rpta.: E

3. Se infiere del texto A que, al usar la expresión HEDOR DEL RACISMO, el autor alude a
- A) un prejuicio sin asidero científico muy extendido cuyos efectos son perniciosos.
 - B) la base genética que determina mejores condiciones de vida para los europeos.
 - C) los estudios realizados para destacar la validez de la genética en la superación.
 - D) las opiniones resaltantes de los partidarios del racismo genéticamente validado.
 - E) los desacuerdos derivados de la investigación contundente sobre genes y razas.

Solución:

El autor usa la expresión para mostrar su rechazo respecto del racismo, una tara sin fundamento por las implicancias en la vida humana.

Rpta.: A

4. Resulta compatible con la propuesta de B sobre la libido sexual asociada con ciertos fenotipos afirmar que
- A) los blancos son muy superiores sexualmente a latinos y negros.
 - B) algunos hombres blancos ostentan proclividad para el adulterio.
 - C) el hombre negro satisface a su pareja por su falta de egoísmo.
 - D) los latinos son mejores compañeros dado que saben escuchar.
 - E) los blancos se caracterizan fundamentalmente por su frigidez.

Solución:

El texto indica claramente que no se habla de «amante inglés» sino de «paciente inglés».

Rpta.: E

5. Si existieran pruebas sobre el cociente intelectual libres de sesgo y estas demostraran que los afrodescendientes en promedio superan tales pruebas con mayor éxito,
- A) la propuesta desarrollada en B enfrentaría evidencia razonable en contra.
 - B) el autor del texto A tendría que aceptar su evidente y extremista xenofobia.
 - C) estas poblaciones lograrían desempeñar puestos de trabajo bien pagados.
 - D) los exámenes evidenciarían que están manipulados por grupos de poder.
 - E) el racismo inverso sería incuestionable en la evolución del *Homo sapiens*.

Solución:

Se argumenta en el texto B que la legalidad traería víctimas para forzarlas al trabajo en contra de su voluntad.

Rpta.: A

TEXTO 3

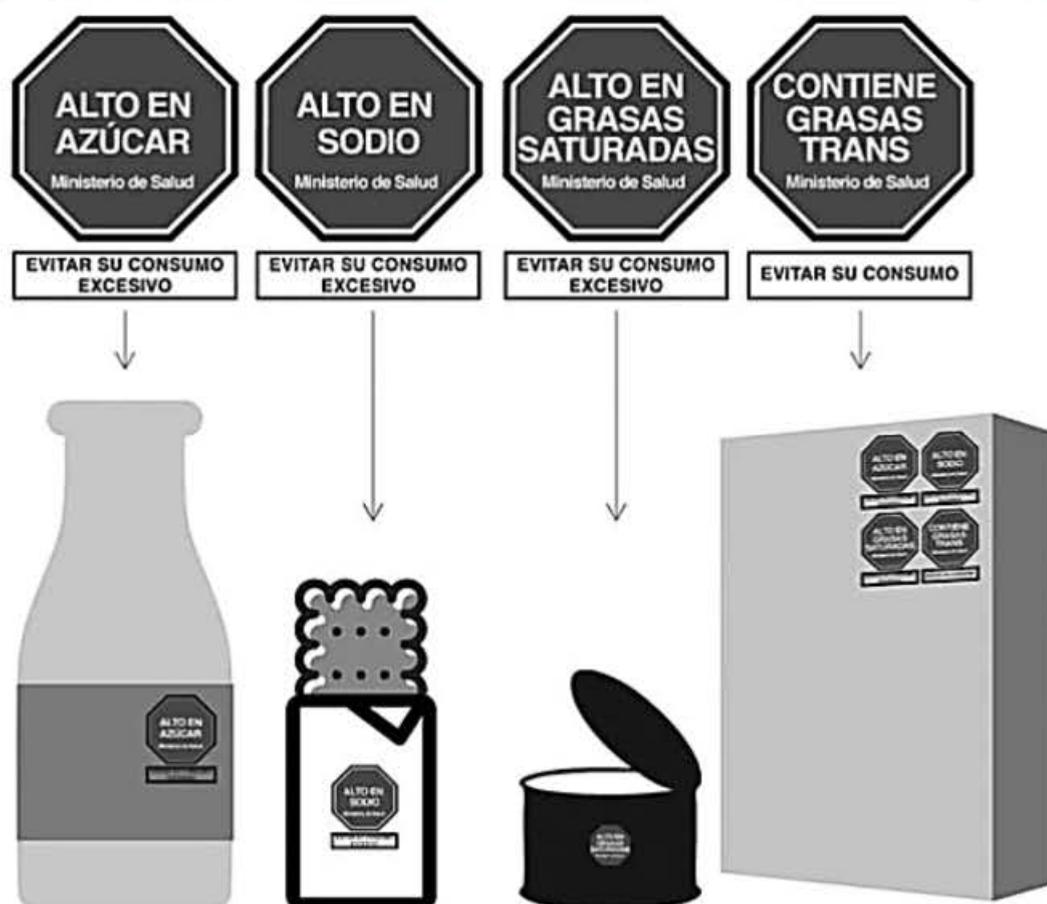
Desde hace un año, todos los alimentos industrializados que se venden en el Perú están obligados a llevar octógonos de advertencia que informen que su contenido excede los parámetros establecidos por la ciencia para el sodio, azúcar, grasas saturadas o grasas trans.

Este 2020, en primera instancia, la Comisión de Eliminación de Barreras Burocráticas (CEB) del Indecopi declaró que estas exigencias son «barreras burocráticas ilegales», al asegurar que el Ministerio de Salud (Minsa) no cuenta con competencia legal para regular la publicidad.

Cabe destacar que los octógonos de advertencia se aplican en el marco de la Ley de Promoción de la Alimentación Saludable para Niños, Niñas y Adolescentes, que dispuso entre otras medidas el uso de un sistema de etiquetado de advertencia en los alimentos procesados.

Por su parte, el Minsa informó que interpondrá un recurso impugnatorio de apelación ante la decisión del CEB del Indecopi. La entidad rectora en salud señaló: «El Minsa se ratifica en la defensa del derecho a la salud y a la información de la población para brindar información simple y de fácil comprensión sobre el contenido de nutrientes críticos como contenido de azúcar, grasa saturada, grasas trans o sodio en los productos procesados».

En tanto, Elmer Huerta, experto en salud pública y uno de los principales defensores de los octógonos, criticó la decisión del Indecopi. El especialista refirió que este **revés** contra la Ley de Alimentación Saludable es una «táctica calcada de la industria del tabaco».



Fuente: Minsa

Izquierdo, J. (2020). Octógonos de advertencia. Extraído de <https://elcomercio.pe/tecnologia/ciencias/octogonos-advertencia-obligatorios-caracteristicas-ley-alimentacion-saludable-peru-noticia-610351-noticia/>

1. Medularmente, en el texto se sostiene que

- A) la regulación de los octógonos es fundamental para la Ley de Alimentación.
- B) el Minsa se mantiene firme en la exigencia de los octógonos de advertencia.
- C) los octógonos son etiquetas fundamentales en los alimentos industrializados.
- D) la Ley de Alimentación Saludable reglamenta todos los alimentos procesados.
- E) Indecopi rechaza la utilización de los octógonos en la regulación de alimentos.

Solución:

En el texto se sostiene que el CEB declaró que el Minsa carece de la competencia legal para regular la publicidad. Al respecto, el Minsa interpondrá un recurso impugnatorio de apelación ante la decisión del CEB del Indecopi, pues se mantiene firme en la exigencia de los octógonos como parte de la Ley de Alimentación Saludable.

Rpta.: B

2. En el texto, el término REVÉS connota

- A) obstrucción.
- B) motivación.
- C) certidumbre.
- D) controversia.
- E) aceptación.

Solución:

Según la información del texto, Elmer Huerta es un defensor de los octógonos y para él la decisión de Indecopi es un revés contra la Ley de Alimentación Saludable. Por tanto, REVÉS connota OBSTRUCCIÓN.

Rpta.: A

3. Resulta incompatible con la imagen del texto afirmar que un alimento cuyo empaque presenta cuatro octógonos

- A) presenta la función de informar y advertir sobre la peligrosidad de este.
- B) es un alimento procesado con demasiado sodio y azúcar que son dañinos.
- C) brinda información referencial para que el consumidor elija juiciosamente.
- D) es un producto industrializado que por ley debe etiquetarse de esa forma.
- E) es considerado inocuo porque carece de efectos nocivos para la salud.

Solución:

En el gráfico se muestran los cuatro tipos de octógonos regulados por el Minsa. Además, se observa que el producto de la caja lleva cuatro octógonos y se indica «evitar su consumo», lo cual implica que es sumamente dañino para la salud.

Rpta.: E

4. Del texto, se puede inferir que los productos industrializados en nuestro país

- A) antes del 2019 no estaban obligados de llevar los octógonos de advertencia.
- B) se hallan regulados por la Comisión de Eliminación de Barreras Burocráticas.
- C) exceden los parámetros establecidos por la ciencia en sodio, azúcar y grasas.
- D) deben contar con los octógonos de información sobre su valor nutricional.
- E) son responsables del incremento de la desnutrición y obesidad infantiles.

Solución:

La información del texto corresponde al 2020 y al inicio del texto se menciona que desde hace un año todos los alimentos industrializados están obligados a llevar octógonos de advertencia. Luego, se infiere que antes del 2019 no se hallaban obligados.

Rpta.: A

5. Si ningún alimento industrializado que se vende en nuestro país excediera los niveles de consumo establecidos por la ciencia para el sodio, azúcar, grasas saturadas y trans,

- A) la exigencia del uso de octógonos de advertencia resultaría arbitraria.
 B) disminuirían los casos de obesidad y sobrepeso de todas las edades.
 C) el médico Elmer Huerta sería un acérrimo defensor de los octógonos.
 D) el Minsa evitaría el recurso impugnatorio para apelar ante Indecopi.
 E) al fin, todos los consumidores gozarían de una salud inquebrantable.

Solución:

En el texto, se sostiene que los octógonos de advertencia informan que el contenido del alimento industrializado excede los parámetros establecidos por la ciencia para el sodio, azúcar, grasas saturadas o grasas trans. De no excederlos, no serían necesarios.

Rpta.: A**SEMANA 10 C****PASSAGE 1**

Next time you book a sun and beach vacation, **just remember** that not all beaches are the same. Especially when some beaches are as deadly as they are beautiful, and there is one that is the most dangerous of them all.

Fraser Island (or *K'gari*) is located off the southeast coast of Queensland, Australia and is the first most dangerous beach in the world. On its deadly beaches you will find practically everything you want to avoid if you want to stay alive.

First, the ocean itself is known for being exceptionally rough and for its powerful currents. Further out to sea, it is not only known for shark attacks, but also for dingo attacks. Dingoes are a breed of feral dog native to Australia and, like any undomesticated wild predator, can be extremely dangerous to humans. But, as if these two fearsome creatures weren't enough, Fraser is also home to stinging jellyfish, such as the Irukandji jellyfish and the blue bottle jellyfish. Stings from these two tentacled species require medical attention, which cannot be found on the island. Although Fraser is known for its natural splendor, be aware of the risks presented by the site.

Irving, I. (2018). "This Is the Number One Most Dangerous Beach in the World ". In *Culture Trip*. Retrieved from <<https://theculturetrip.com/pacific/australia/articles/this-is-the-number-one-most-dangerous-beach-in-the-world/>>

TRADUCCIÓN

La próxima vez que reserve unas vacaciones de sol y playa, **recuerde** que no todas las playas son iguales. Especialmente cuando algunas playas son tan mortales como hermosas, y hay una que es la más peligrosa de todas.

La isla de Fraser (o *K'gari*) se encuentra en la costa sureste de Queensland (Australia) y es la primera playa más peligrosa del mundo. En sus mortíferas playas se encuentra prácticamente todo lo que se quiere evitar si se quiere seguir vivo.

En primer lugar, el propio océano es conocido por ser excepcionalmente agitado y por sus poderosas corrientes. Más allá del mar, no solo es conocido por los ataques de tiburones, sino también por los de dingos. Los dingos son una raza de perro salvaje originaria de Australia y, como cualquier depredador salvaje no domesticado, pueden ser extremadamente peligrosos para los humanos. Pero, por si estas dos temibles criaturas no fueran suficientes, Fraser también alberga medusas urticantes, como la medusa Irukandji y la medusa botella azul. Las picaduras de estas dos especies con tentáculos requieren atención médica, que no se puede encontrar en la isla. Aunque Fraser es conocida por su esplendor natural, hay que ser consciente de los riesgos que presenta el lugar.

1. Mainly, the passage is about

- A) the dangers on Fraser Island, the most dangerous beach in the world.
- B) the Fraser Island and the fascinating fauna that it has on its beaches.
- C) the innumerable dangers of going to a beach without anticipating its risks.
- D) the location of Fraser Island whose proximity is dangerous for humans.
- E) the Fraser Island, the most beautiful beach with the wildest flora and fauna.

Solution:

The text mainly talks about the most dangerous beach in the world: Fraser Island. Also, talk about the dangers found in it.

Key: A

2. The expression JUST REMEMBER connotes

- A) failure.
- B) negligence.
- C) memory.
- D) caution.
- E) guarantee.

Solution:

When the author says « just remember that not all beaches are the same» he tries to invoke the CAUTION that must be had before going to any place for tourists.

Key: D

3. It is possible to infer from the dangerous fauna of Fraser Island that

- A) it is caused by fauna of irrelevant size to the eye.
- B) they are the most dangerous animals in the world.
- C) it is almost always underestimated by Australians.
- D) they are only a threat due to the lack of doctors.
- E) it is possible to find them in and out of the ocean.

Solution:

The text talk about dingoes, undomesticated dogs that are dangerous to people, and about jellyfish and sharks that can attack you in the middle of the sea. Hence, it is inferred that the dangerous fauna of Fraser Island is found in and out of the ocean.

Key: E

4. Choose the truth value (T or F) of the following sentences about the most dangerous beach in the world.
- I. People have to think twice before going on vacation there.
 - II. It has a natural splendor that hides the risks it poses.
 - III. It is also known as *K'gari* and among its main risks are its turbulent waters and dangerous fauna.
- A) TTT B) TTF C) FTT D) TFF E) TFT

Solution:

(I) The author indicates that special care must be taken before planning vacations in search of sun and beach. People should analyze it well, that is, think twice. (II) In the last paragraph he indicates: «Although Fraser is known for its natural splendor, you have to stay aware of the risks the site poses». (III) The risks on Fraser Island or K'gari range from the turbulent waters it has to the threatening fauna found there.

Key: A

5. If, on Fraser Island, the ocean wasn't so rough or had powerful riptides,
- A) it would be a beach completely open to the tourist public.
 - B) it would still be considered to be a very dangerous beach.
 - C) the Irukandji jellyfish attack would be completely ruled out.
 - D) it would not be one of the most beautiful beaches anymore.
 - E) all dangerous creatures would be hunted to make it habitable.

Solution:

Even if the ocean on Fraser Island were calm, there would be other dangers from its wildlife.

Key: B**PASSAGE 2**

Early Tom and Jerry cartoons featuring Mammy Two Shoes, the stereotypical black maid, now carry a health warning. The animations, it warns, depict «some ethnic and racial prejudices that were once commonplace in American society [...] were wrong then and are wrong now.»

Tom and Jerry join a long and growing list of old favorites that are suddenly being denounced for failing to pass the test of contemporary sensibilities. In the overall context of Mammy Two Shoes—a black, adult woman coexisting with a cat and a mouse—I struggle to see how the adult's blackness and her subordinate role in the household a profound influence on how a child can have understands the world in which she lives.

I can see that they are a mortifying **embodiment** of late 19th century attitudes toward people who are not white Anglo-Saxon. But most 21st century children can adapt to the absence of servants and indoor gardeners in their lives. They can be trusted to see that relationships between people have changed as well.

Perhaps the recurring outrage over old tales reflects a different problem: if children and their families could, at least sometimes, find stories that reflect their own experience of life, in all cultural forms, then the old-fashioned attitudes of the ancient classics could surely be seen as just that.

Perkins, A. (2014). «The Tom and Jerry racism warning is a reminder about diversity in modern storytelling». In *The Guardian*. Retrieved from <<https://www.theguardian.com/commentisfree/2014/oct/02/tom-and-jerry-racism-diversity-modern-storytelling>>

TRADUCCIÓN

Los primeros dibujos animados de Tom y Jerry en los que aparece *Mammy Two Shoes*, la criada negra estereotipada, llevan ahora una advertencia sanitaria. Las animaciones, advierte, representan «algunos prejuicios étnicos y raciales que en su día fueron habituales en la sociedad estadounidense [...] eran erróneos entonces y lo son ahora».

Tom y Jerry se unen a una larga y creciente lista de viejos favoritos que de repente son denunciados por no pasar la prueba de la sensibilidad contemporánea. En el contexto general de *Mammy Two Shoes* —una mujer negra y adulta que coexiste con un gato y un ratón— me cuesta ver cómo la negritud de la adulta y su papel subordinado en el hogar influyen profundamente en la forma en que un niño puede entender el mundo en el que vive.

Puedo ver que son una **encarnación** mortificante de las actitudes de finales del siglo XIX hacia las personas que no son blancas anglosajonas. Pero la mayoría de los niños del siglo XXI pueden adaptarse a la ausencia de sirvientes y jardineros de interior en sus vidas. Se puede confiar en que vean que las relaciones entre las personas también han cambiado.

Tal vez la recurrente indignación por los cuentos antiguos refleje un problema diferente: si los niños y sus familias pudieran, al menos a veces, encontrar historias que reflejen su propia experiencia de la vida, en todas las formas culturales, entonces las actitudes anticuadas de los clásicos antiguos seguramente podrían ser vistas como eso mismo.

1. In the last paragraph, the author highlights
 - A) the elimination of racism as a social objective.
 - B) the importance of disappearing Tom and Jerry.
 - C) the social impact of cartoons on childhood.
 - D) the need to show multiple realities of society.
 - E) the marginalized presence of African Americans.

Solution:

In the last paragraph, the author highlights the need for minorities to be represented in the different programs.

Key: D

2. In the text, the word EMBODIMENT connotes
 - A) incorporation.
 - B) personification.
 - C) composition.
 - D) expression.
 - E) corporealization

Solution:

The mortifying embodiment the author speaks of connotes the personification of subordinate roles for the black woman.

Key: B

3. It is inferred that, in the second paragraph, the expression «a profound influence on how a child can have understands the world in which she lives» refers to

- A) the active and incessant fight against racism and slavery.
- B) those children who are cartoon fans such as Tom and Jerry.
- C) black girls who believe that this cartoon represents them.
- D) the representation of the life of maids in the 21st century.
- E) all viewers of segregationist programs that evidence racism.

Solution:

The profound influence of the roles that are seen in this type of cartoons directly affect those black girls who assume that this is their «role» in society.

Key: C

4. Regarding the expression «[...] were wrong then and are wrong now», it is compatible to affirm that ethnic and racial prejudices

- A) belonged to a totally different era.
- B) should never have been tolerated.
- C) can only be observed on television.
- D) had their origin in the United States.
- E) play an important role in the world.

Solution:

These prejudices were wrong before and now it implies that they have never had to be tolerated.

Key: B

5. If Mammy Two Shoes had been an Anglo-Saxon white maid,

- A) the cartoon probably would not have been accused of perpetuating subordinate roles.
- B) she would undoubtedly have been viewed by the public as a housewife and not a «maid.»
- C) the cartoon would have been banned for degrading the image of the American white woman.
- D) she would probably have been the protagonist of the cartoon rather than a cat and mouse.
- E) the authors of this cartoon would have shown the maid's entire body and not just her feet.

Solution:

The accusation made to the Tom and Jerry cartoon directly appeals to the role given to a minority population such as black people. If the role of «maid» had been played by a white woman, they probably would not have been accused of racist practices.

Key: A

Habilidad Lógico Matemática

EJERCICIOS DE CLASE

1. Alejandra tiene problemas de salud y su doctor le recetó tomar una pastilla de cierto medicamento cada 6 horas. Si la primera pastilla la tomó el miércoles a las 7a.m. y en total tiene que tomar 50 pastillas, ¿qué día de la semana tomará la última pastilla y a qué hora?

A) lunes; 7:00 h

B) miércoles; 7:00 h

C) lunes; 13:00 h

D) lunes; 1:00 h

E) miércoles; 13:00 h

Solución:

N° de días transcurridos: d

$$50 = \left(\frac{d}{6} + 1\right) \rightarrow d = 6(49) = 12 \text{ días} + 6 \text{ horas}$$

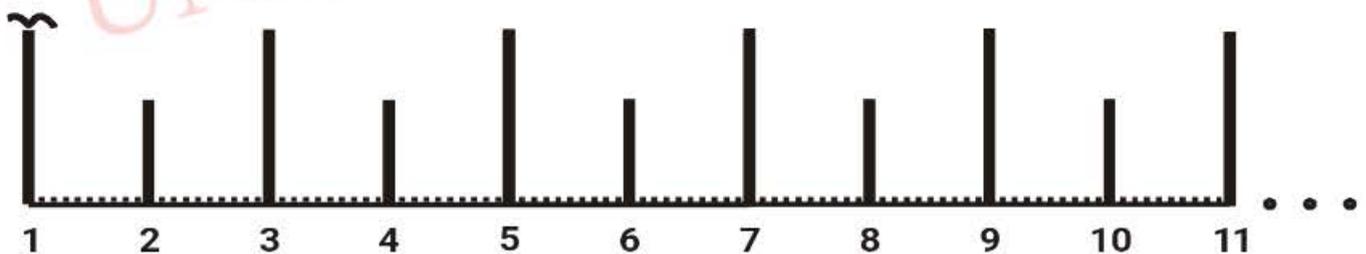
$$d = 12 \text{ días} + 6 \text{ h} = \overset{0}{7} + 5 \text{ días} + 6 \text{ h} = \text{Lunes} + \underset{7 \text{ am}}{6 \text{ h}} \underset{13:00 \text{ h}}{\text{}} \text{ fue la última dosis}$$

miércoles; 7am

Tomará la última pastilla un lunes a las 13:00 h.

Rpta.: C

2. En la figura, se muestra postes numerados, distribuidos en línea recta y equidistantes. Las longitudes de los postes son 25 m y 7 m, y la distancia de un poste al siguiente es 24 m. Un ave se encuentra en la parte superior del poste 1 y se desplaza del modo siguiente: Baja a la superficie a coger un grano de trigo, luego se posa en el extremo superior del poste 2, después se posa en el extremo superior del poste 3, baja nuevamente a la superficie a coger un grano de trigo, después se posa en el extremo superior del poste 4, luego se posa en el extremo superior del poste 5, así continua el proceso. Si el ave recorrió en total una longitud mínima de 1930 m, ¿en qué poste se encuentra el ave?



A) 55

B) 53

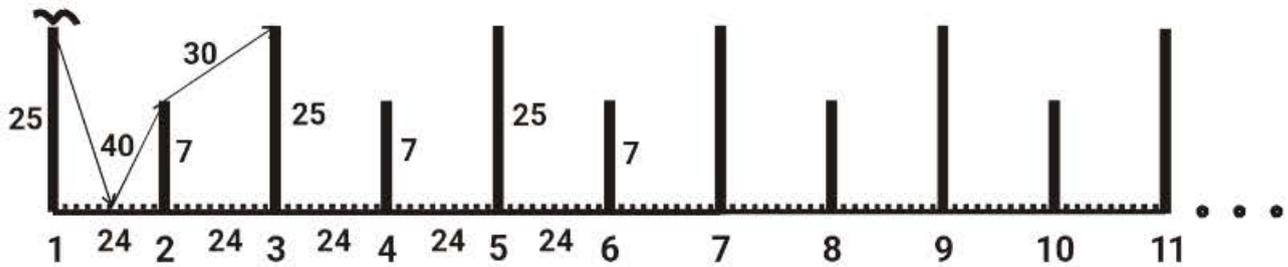
C) 52

D) 56

E) 54

Solución:

- 1) Longitud mínima de recorrido entre los postes 1 y 2 es 40 m, y la longitud mínima de recorrido entre los postes 2 y 3 es 30 m. como se muestra en la figura.



2) Hasta el poste $2n+1$, se tiene

$$70n + x = 1930, \text{ donde } 0 \leq x < 70.$$

3) Esto implica $x = 40$ y $n = 27$.

4) Por tanto, el ave se encuentra en el poste $2n + 2 = 56$.

Rpta.: D

3. Roberto tiene alopecia y el médico le recetó un cierto tipo de pastillas para tratar esta enfermedad. El médico le indicó tomar dos pastillas cada 12 horas durante 90 días. Si el costo de cada pastilla es de 5 soles y Roberto al sacar el costo total del tratamiento se desanimó y prefirió no comprarlas, ¿cuál fue el gasto en soles que hubiera tenido que hacer Roberto para su calvicie?

- A) 1 810 B) 935 C) 543 D) 1 453 E) 1 234

Solución:

Roberto debería tomar durante 90 días, dos pastillas cada 12 horas.

Tiempo de tratamiento = 90 días = $90(24 \text{ horas})$

$$\begin{aligned} \text{Total número de pastillas} &= 2 \left(\frac{90 \times 24}{12} + 1 \right) = 2(181). \\ &= 2(181) = 362. \end{aligned}$$

Gasto total: $5(362) = 1810$ soles.

Rpta.: A

4. Carlos tiene un reloj, el cual señala las horas con igual número de campanadas. Para indicar las 2^n horas empleó $(2^n + 1)$ segundos y para indicar las 7 horas empleó $(2^{n+1} + 2)$ segundos. Si el tiempo entre dos campanadas consecutivas es el mismo, ¿qué hora de la mañana señalará el reloj, cuando emplee un tiempo de $(4^n - 1)$ segundos en indicar la hora?

- A) 10 a.m. B) 11 a.m. C) 9 a.m. D) 4 a.m. E) 8 a.m.

Solución:

De los datos:

$$1) 2^n = \frac{2^n + 1}{t} + 1 \Rightarrow t = \frac{2^n + 1}{2^n - 1}$$

$$2) 7 = \frac{2^{n+1} + 2}{2^n - 1} + 1 \Rightarrow n = 2 \wedge t = \frac{5}{3}$$

Luego, para $T = 4^n - 1 = 15$ segundos:

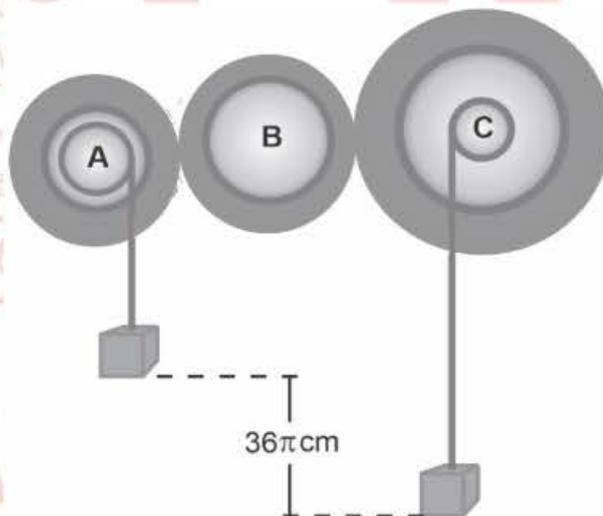
$$\text{N}^\circ \text{ de campanadas} = \frac{15}{\frac{5}{3}} + 1 = 10$$

Así, el reloj señala las 10 a.m.

Rpta.: A

5. En el siguiente gráfico, el engranaje A tiene 60 dientes; el engranaje B, 80 dientes; y el engranaje C, 100 dientes. Los engranajes A y C tienen una polea de 6 cm y 5 cm de radio, respectivamente, de los cuales se sujetan, mediante cuerdas, 2 bloques, tal como se muestra. ¿Cuántas vueltas debe girar la polea A, en sentido horario, para que los bloques estén a igual distancia respectivamente del piso?

- A) 1
- B) 2
- C) 2,5
- D) 3,5
- E) 1,5



Solución:

De los datos se tiene

$$\#V_A = \frac{36\pi - x}{2\pi(6)} \quad \text{y} \quad \#V_B = \frac{x}{2\pi(5)}$$

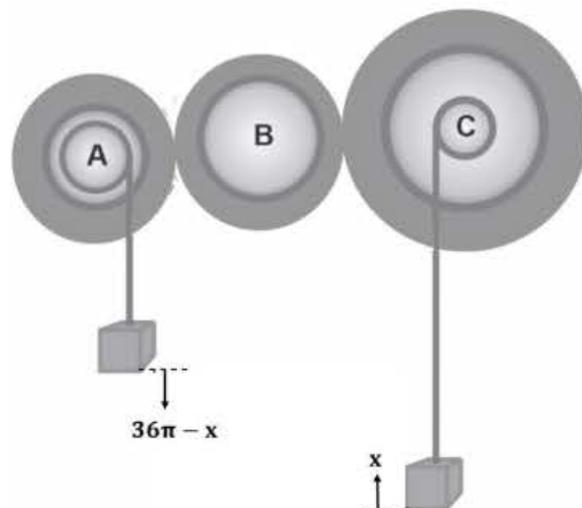
Además $\#V_A \times D_A = \#V_B \times D_B$

Luego,

$$\left(\frac{36\pi - x}{2\pi(6)} \right) (60) = \frac{x}{2\pi(5)} (100)$$

De donde $x = 12\pi$

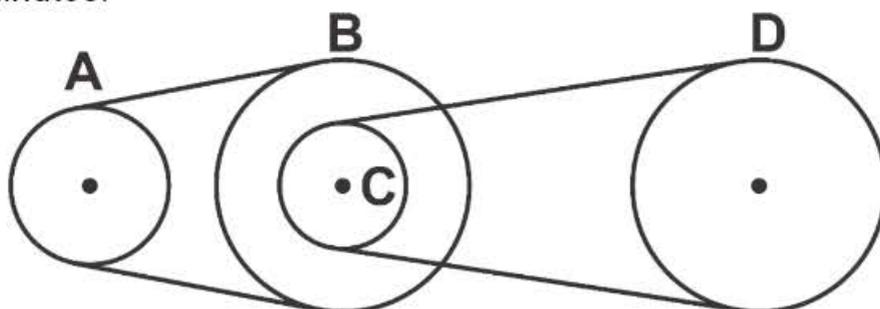
Por tanto $\#V_A = 2$



Rpta.: B

6. Se dispone de cuatro poleas, tal como se indica en la figura. Si los radios de las poleas A, B, C y D son 5, 8, 4 y 8 cm respectivamente y la diferencia del número de vueltas en 2 minutos de las poleas A y D es 22 vueltas, calcule el número de vueltas que dará la polea C en 4 minutos.

- A) 40
B) 20
C) 30
D) 60
E) 50



Solución:

$$\eta_A \times 5 = \eta_B \times 8$$

$$\eta_C \times 4 = \eta_D \times 8 \wedge \eta_B = \eta_C$$

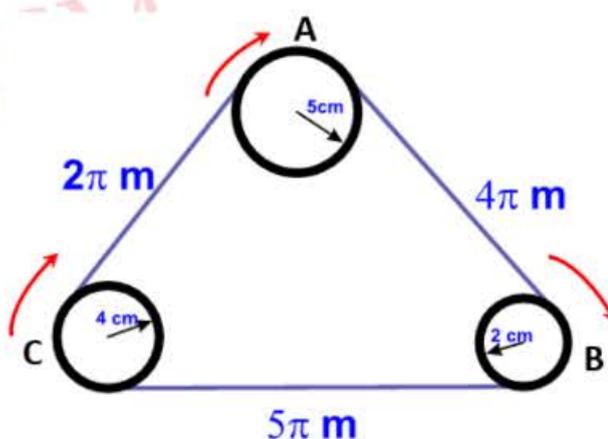
$$\rightarrow \frac{\eta_A}{\eta_D} = \frac{16}{5}$$

$$\eta_A - \eta_D = 22 \rightarrow \eta_A = 32 \wedge \eta_D = 10$$

$$\therefore \eta_B = 20 \text{ vueltas (2 minutos)}$$

Rpta.: A

7. Miguel le dice a su hijo Marcos: Considerando el siguiente gráfico, si la cuerda que conecta las tres poleas realiza una vuelta completa, ¿cuál será la diferencia entre el número de vueltas realizada por la polea A y B respectivamente? Si Marcos respondió correctamente, ¿cuál fue su respuesta?



- A) 160 vueltas
B) 165 vueltas
C) 170 vueltas
D) 100 vueltas
E) 90 vueltas

Solución:

- El recorrido de una vuelta completa es de: $11\pi \text{ metros} = 1100\pi \text{ cm}$
- Analizando la polea de radio 2cm: $1100\pi = 2\pi(2)(N^\circ V)$
 $N^\circ V = 275$
- Analizando la polea de radio 5cm: $1100\pi = 2\pi(5)(N^\circ V)$
 $N^\circ V = 110$
- Piden: $275 - 110 = 165 \text{ vueltas.}$

Rpta.: B

8. Dos poleas A y B conectadas por una faja tangencial tienen radios que miden 3 y 5 cm respectivamente. Transcurridos 12 segundos, la polea A ha girado un ángulo α y la polea B un ángulo β . Se conoce que $\alpha + \beta = 128^\circ$, ¿cuál es la diferencia positiva de los números de vueltas de estas poleas a los 12 segundos?

- A) $\frac{4}{45}$ B) $\frac{1}{15}$ C) $\frac{7}{30}$ D) $\frac{8}{45}$ E) $\frac{7}{45}$

Solución:

Se conoce que: $(\text{de giro 1ra})(\text{radio1ra}) = (\text{de giro 2da})(\text{radio2da})$

Entonces: $(\alpha)(3\text{cm}) = (\beta)(5\text{cm})$ con lo cual $\alpha = \frac{5}{3}\beta$

Además, se sabe que: $\alpha + \beta = 128^\circ$ entonces: $\frac{5}{2}\beta + \beta = 128^\circ$

De la cual $\beta = 48^\circ$ y $\alpha = 80^\circ$

Por consiguiente, la diferencia positiva del número de vueltas es:

$$\frac{80}{360} - \frac{48}{360} = \frac{32}{360} = \frac{4}{45}$$

Rpta.: A**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. El médico le recetó a Susana tomar dos tabletas del medicamento A cada 8 horas y una tableta del medicamento B cada 6 horas; inicia el tratamiento tomando ambos medicamentos simultáneamente. Si el tratamiento duró hasta el instante en que el número de tabletas totales ingeridas fue 49 y el medicamento A solo lo tomó durante 3 días, determine el tiempo mínimo en horas que duró su tratamiento.
- A) 7 días B) 8 días C) 6 días D) 9 días E) 10 días

Solución:

Sea T el tiempo de tratamiento

$$\text{Nro. tabletas tipo A: } 2 \left(\frac{3 \times 24}{8} + 1 \right) = 20$$

$$\text{Nro. tabletas tipo B: } \frac{T}{6} + 1$$

$$20 + \frac{T}{6} + 1 = 49$$

$$\frac{T}{6} = 28 \Rightarrow T = 168\text{h} = 7 \text{ días}$$

Por lo tanto, tiempo es 7 días.

Rpta.: A

2. Una persona debe consumir una pastilla de tipo A cada 3 horas y 2 pastillas de tipo B cada 4 horas. Si comenzó su tratamiento tomando ambos tipos de pastillas, ¿en cuántas horas habrá tomado 33 pastillas en total?

- A) 30 B) 31 C) 33 D) 35 E) 36

Solución:

Sea T: Tiempo total en horas

Como el número total de pastillas consumidas entre los tipos A y B son 33, se tiene:

$$33 = \left(\frac{T}{3} + 1 \right) + 2 \left(\frac{T}{4} + 1 \right)$$

Luego

$$33 = \frac{T+3}{3} + 2 \left(\frac{T}{4} + 1 \right) = \frac{T+3}{3} + \frac{T+4}{2}$$

$$33 = \frac{2T+6+3T+12}{6} = \frac{5T+18}{6}$$

$$6(33) - 18 = 5T$$

$$199 - 18 = 5T$$

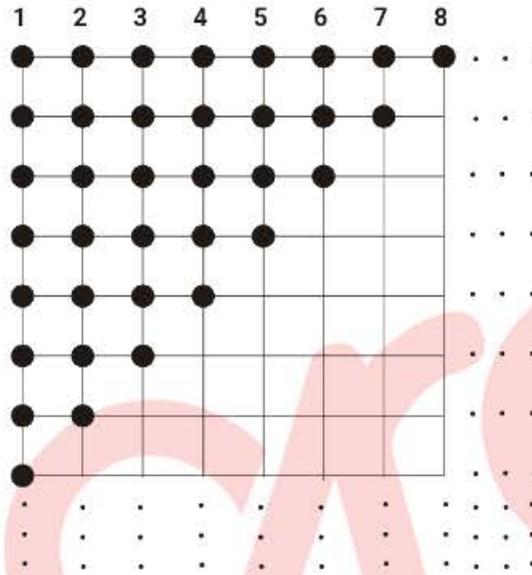
$$5T = 180$$

$$T = 36\text{h}$$

Rpta.: E

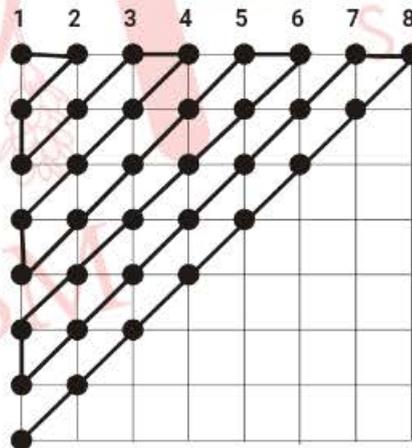
3. La figura está conformada por puntos sobre una cuadrícula, que forman un triángulo rectángulo isósceles. Solamente los puntos de la primera fila están numerados desde el 1 hasta el 241. Un virus se demora en desplazarse de un punto a otro contiguo por línea vertical u horizontal, 2 segundos y por línea diagonal, 1 segundo. Si el virus se encuentra en el punto con numeración 1, ¿cuál es el menor tiempo que se demora en recorrer por todos los puntos y finalizar en el punto con la numeración 241?

- A) 8 h 11 min
- B) 8 h 9 min
- C) 8 h 10 min
- D) 8 h 8 min
- E) 8 h 12 min



Solución:

1) Recorrido mínimo



2) Tiempo mínimo de recorrido

$$T_{min} = 240(2) + (1 + 2 + 3 + \dots + 240) = 60(490)$$

3) Por tanto $T_{min} = 60(490)s = 490min = 8h 10 min$

Rpta.: C

4. Un médico le prescribió a Juan tomar pastillas de un mismo tipo de la siguiente manera: el primer día, 11 pastillas; el segundo, 10; el tercero, 9; y así sucesivamente hasta que el último día debía tomar una sola pastilla. Si Juan tomó solo la mitad de la dosis cada día, ¿cuántas pastillas en total tomó los últimos siete días?

- A) 21
- B) 28
- C) 12
- D) 14
- E) 13

Solución:

Se tiene día	# pastillas que debía tomar	pastillas que tomó
1	11	11/2
2	10	10/2
3	9	9/2
4	8	8/2
5	7	7/2
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
11	1	1/2

Total de pastillas que tomó:

$$= \frac{1}{2} + \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \dots + \frac{7}{2} = \frac{1}{2}(1+2+3+\dots+7)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{7 \times 8}{2} \right) = 14$$

Rpta.: D

5. Armando está resfriado y debe tomar 2 pastillas, de cierto medicamento, cada 8 horas durante 5 días. En su tratamiento logra terminar exactamente todo el contenido de un frasco que se compró. Víctor, que está más grave, debe tomar el contenido de 3 frascos y 4 pastillas adicionales del mismo medicamento que tomó Armando y debe tomar 4 pastillas por dosis de tal forma que termine el tratamiento al mismo tiempo que Armando. Si ambos empezaron al mismo tiempo, ¿cada cuántas horas debe tomar Víctor su dosis correspondiente?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

Solución:

$$\text{Para Armando: } \# \text{ pastillas (1frasco)} = \left(\frac{5 \times 24}{8} + 1 \right) 2 = 32$$

$$\text{Para Víctor: } \# \text{ pastillas} = 32(3) + 4 = 100$$

Sea x: # horas entre dosis

$$\left(\frac{5 \times 24}{x} + 1 \right) 4 = 100$$

$$x = 5$$

Rpta.: C

6. En la siguiente figura, calcular el número de vueltas que dará la polea A cuando el punto Q haya recorrido 24π cm.

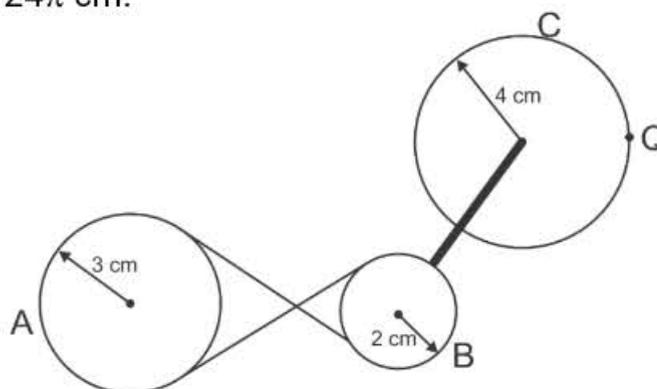
A) 2

B) 3

C) 4

D) 1

E) 5

**Solución:**

$$\text{Longitud} = 24\pi \text{ cm} = n_C \times 2\pi \times 4 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow n_C = 3 \text{ vueltas}$$

$$n_B = n_C = 3$$

$$n_A \times 3 = n_B \times 2 \Rightarrow n_A \times 3 = 3 \times 2$$

$$n_A = 2 \text{ vueltas}$$

Rpta.: A

7. Se tiene dos ruedas conectadas por una faja, cuyos radios miden 2 cm y 5 cm. En 10 segundos las dos ruedas giran ángulos ω y β , respectivamente. Si $\omega + \beta = 126^\circ$, ¿cuál será la diferencia positiva de los números de vueltas que dan estas ruedas, en 10 segundos?

A) $\frac{3}{20}$

B) $\frac{1}{2}$

C) $\frac{3}{10}$

D) $\frac{1}{4}$

E) $\frac{1}{10}$

Solución:

- 1) Del gráfico:

$$\omega \times 2 = \beta \times 5$$

$$\Rightarrow \omega = 5k \wedge \beta = 2k$$

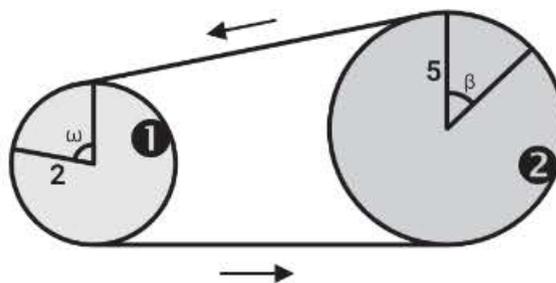
- 2) Del dato:

$$\omega + \beta = 126^\circ$$

$$5k + 2k = 126^\circ$$

$$\Rightarrow k = 18^\circ$$

- 3) Número de vueltas está dado por $N_v = \frac{\text{ángulo recorrido}}{1\text{vuelta}}$



$$N_1 = \frac{5 \times 18^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{4}$$

$$N_2 = \frac{2 \times 18^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{10}$$

4) Piden:

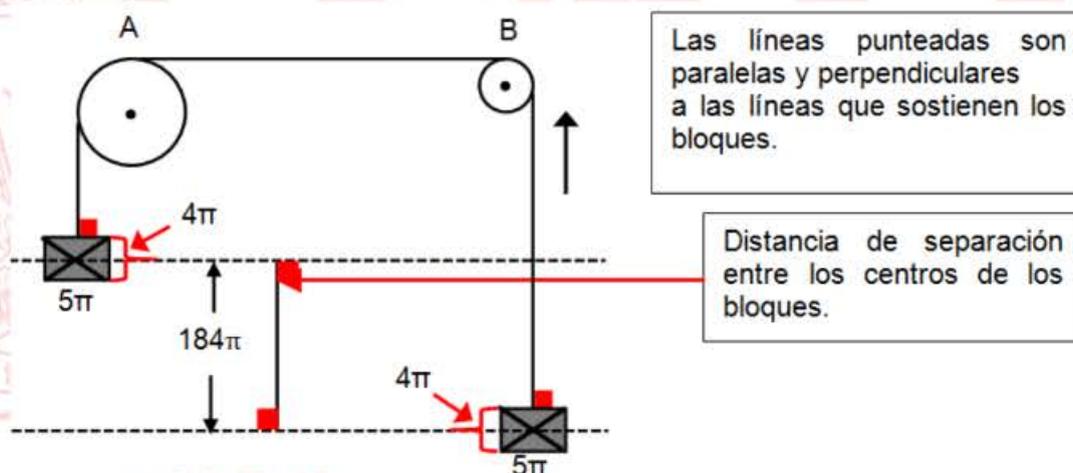
$$N_1 - N_2 = \frac{1}{4} - \frac{1}{10} = \frac{3}{20}$$

∴ La diferencia de vueltas es 3/20.

Rpta.: A

8. En el gráfico, las medidas están en centímetros, las poleas A y B tienen radios de 5 cm y 3 cm respectivamente, los bloques tienen forma de paralelepípedos rectangulares con las mismas dimensiones y la distancia de separación entre los centros de los bloques es de 184π cm, ¿cuántas vueltas más en la dirección indicada, debe dar la polea B que la polea A, para que la distancia de separación entre los centros de los bloques sea de 64π cm?

- A) 4
B) 6
C) 10
D) 5
E) 5,5



Solución:

Se cumple: Longitud (en cm) que sube el bloque de la izquierda = Longitud (en cm) que baja el bloque de la derecha

Supongamos que el bloque de la derecha sube «d» cm, (luego el bloque de la izquierda baja «d» cm) hasta que la distancia de separación entre los centros de los bloques sea 64π cm. Luego:

$$184\pi = 64\pi + 2d \\ \Rightarrow d = 60\pi$$

Sean α rad : ángulo que gira la polea A para que el bloque de la izquierda baje «d» m.

β rad: ángulo que gira la polea B para que el bloque de la derecha suba «d» cm.

Entonces $60\pi = d = \alpha(5) = \beta(3) \Rightarrow \alpha = 12\pi$ y $\beta = 20\pi$

Número de vueltas de A = $\alpha/2\pi = 6$ y número de vueltas de B = $\beta/2\pi = 10$

Por lo tanto, número de vueltas B – número de vueltas A = $10 - 6 = 4$ vueltas.

Rpta.: A

Aritmética

EJERCICIOS DE CLASE

1. Si H es la cuarta diferencial de 64, 30 y 70, P es la mayor media proporcional de 12 y 48; y C es la media diferencial de 84 y 60, ¿cuál es la cuarta proporcional de H, P y C?
- A) 40 B) 48 C) 36 D) 58 E) 42

Solución:

$$64 - 30 = 70 - H \quad \rightarrow \quad H = 36$$

$$\frac{12}{P} = \frac{P}{48} \quad \rightarrow \quad P = 24$$

$$84 - C = C - 60 \quad \rightarrow \quad C = 72$$

$$\frac{H}{P} = \frac{C}{X} \quad \rightarrow \quad X = \frac{24(72)}{36} = 48$$

Rpta.: B

2. En el dibujo del plano de una cancha de baloncesto que realizó Santiago, el perímetro mide 40 cm, y la razón entre el largo y el ancho es de 13 a 7. Si el dibujo está a una escala de 1: 200, ¿en cuántos metros excede el largo al ancho?
- A) 12,5 B) 14 C) 12 D) 10,8 E) 18

Solución:

Sean a y l las medidas en el plano

Sean A y L las medidas en el terreno.

$$\frac{a}{l} = \frac{7k}{13k} \quad \rightarrow \quad \text{perímetro: } 2(7k + 13k) = 40k = 40\text{cm} \quad \rightarrow \quad k = 1$$

$$a = 7 \text{ cm} \quad \text{y} \quad l = 13\text{cm}$$

$$\frac{7}{A} = \frac{1}{200} \quad \rightarrow \quad A = 1400 \text{ cm} = 14 \text{ m}$$

$$\frac{13}{L} = \frac{1}{200} \quad \rightarrow \quad L = 2600 \text{ cm} = 26 \text{ m}$$

El largo excede al ancho real en 12 metros.

Rpta.: C

3. Margot, Noelia y Paola obtuvieron cierta nota, de 0 a 20, en el curso de Cálculo I. Si la nota de Margot aumentada en un punto se divide con su nota disminuida en un punto, la de Noelia aumentada en dos puntos se divide con su nota disminuida en dos puntos y la de Paola aumentada en tres puntos se divide con su nota disminuida en tres puntos, se obtiene el mismo resultado; además la suma de los cuadrados de las notas de Margot y Paola es 40, ¿qué nota obtuvo Noelia?
- A) 4 B) 8 C) 10 D) 2 E) 9

Solución:Margot: a Noelia: b Paola: c

$$\frac{a+1}{a-1} = \frac{b+2}{b-2} = \frac{c+3}{c-3} \rightarrow \frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = k$$

$$\text{Además } a^2 + c^2 = 40 \rightarrow k = 2$$

$$\therefore b = 4$$

Rpta.: A

4. Los puntajes obtenidos, en un examen, por Andrea, Beatriz, Carmen y Daniela; y en ese orden, forman una proporción aritmética. Los términos extremos están en la relación de 3 a 7 y los términos medios en la relación de 7 a 5, además Andrea obtuvo menor puntaje que Daniela, y Beatriz puntaje mayor que Carmen. Si el puntaje máximo que podían obtener era 50 puntos y ninguna de ellas lo consiguió, determine la media diferencial de los términos extremos de dicha proporción.
- A) 30 B) 32 C) 42 D) 28 E)

Solución:Sean los puntajes obtenidos: a, b, c y d

$$a - b = c - d$$

$$\Rightarrow 3k - 7n = 5n - 7k$$

$$\Rightarrow 5k = 6n$$

$$\Rightarrow k = 6; n = 5$$

$$a = 18; d = 42$$

Luego

$$18 - x = x - 42 \Rightarrow 60 = 2x \quad \therefore x = 30$$

Rpta.: A

5. Un comerciante tiene 228 dispositivos USB de las marcas SanDisk, Kingston y Verbatim, de los cuales cierta cantidad están defectuosos. Por cada 3 dispositivos que no son Verbatim hay 5 que no son SanDisk, y por cada 5 de la marca Kingston hay 14 que no lo son. Si la cantidad de USB defectuosos coincide con la razón aritmética de la cantidad de USB de la marca Verbatim y SanDisk, ¿cuántos USB no defectuosos tiene dicho comerciante?

A) 188 B) 176 C) 168 D) 156 E) 184

Solución:

$$\frac{S + K}{K + V} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{K}{S+V} = \frac{5}{14} \text{ entonces } K = 5a, S = 4a, V = 10a$$

$$\text{Pero } S + K + V = 228 \rightarrow a = 12$$

$$\therefore \text{El comerciante tiene } 228 - 72 = 156$$

Rpta.: D

6. La charla informativa sobre el uso de las plataformas de aprendizaje virtual, duró cuatro días. Con la cantidad de asistentes en cada día a la charla se forman tres razones geométricas equivalentes continuas, siendo la constante de proporcionalidad diferente de 1. Si la cantidad total de asistentes es 280, determine la mayor cantidad de personas que asistieron a dos días de la charla.

A) 196 B) 84 C) 252 D) 312 E) 180

Solución:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k \neq 1 \rightarrow a = dk^3, b = dk^2, c = dk$$

$$\text{Pero } a + b + c + d = 273$$

$$dk^3 + dk^2 + dk + d = 280$$

$$\rightarrow d(k^3 + k^2 + k + 1) = 7(27 + 9 + 3 + 1)$$

$$\rightarrow d = 7, k = 3$$

$$\text{Luego } a = 189, b = 63, c = 21 \text{ y } d = 7$$

$$\therefore \text{La mayor cantidad es } a + b = 252$$

Rpta.: C

7. Con los precios, en soles, de cuatro productos de la bodega de Hugo, se forma una proporción aritmética discreta cuya suma de sus términos es 90. Además, el primer antecedente es el doble del segundo antecedente, y la cuarta diferencial es 5. Si Camila paga con un billete de 50 soles al comprar el producto más caro de los mencionados, ¿cuánto de vuelto recibió por su compra?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

Solución:

$$a - b = c - 5, \quad a + b + c = 85, \quad a = 2c$$

$$\text{Entonces } a = 40, b = 25, c = 20$$

\therefore Recibe de vuelto $50 - 40 = 10$ soles.

Rpta.: A

8. Con la cantidad de crayones que llevan Ana, Beto, Camila y Darío para su clase de Arte, en ese orden, se forma una proporción geométrica continua. Entre Ana y Beto tienen 18 crayones, y entre Ana y Darío tienen 15. Si la razón es entera y la menor posible, determine la mayor razón geométrica que se puede obtener entre dos de las cantidades de crayones mencionadas.

A) 8

B) 7

C) 2,5

D) 4

E) 2

Solución:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{d} = k, \quad a = bk, \quad c = dk$$

$$\text{Además } a + b = 18$$

$$a + c = 15$$

$$\rightarrow b - c = 3 \rightarrow c(k - 1) = 3 \rightarrow c = 3, k = 2$$

$$a = 12, \quad b = 6, \quad c = 3$$

\therefore La mayor razón geométrica es $\frac{12}{3} = 4$.

Rpta.: D

9. En un simulacro de examen de admisión, se determinó lo siguiente:

- Por cada 5 varones que se inscribieron en el Área de Ciencias de la Salud, 3 varones se inscribieron en el Área de Ingenierías.
- Por cada 7 mujeres inscritas en el área de Ciencias de la Salud, 4 mujeres se inscribieron en Ingenierías.
- En el área de Ciencias de la Salud, por cada 6 varones inscritos, hay 5 mujeres.

Si los inscritos en el área de Ingenierías son 1356, ¿cuántos se inscribieron en Ciencias de la Salud?

A) 2100

B) 2106

C) 2146

D) 2310

E) 2075

Solución:

Varones inscritos al área de Ciencias de la Salud a

Varones inscritos al área de Ciencias Económicas b

Mujeres inscritas al área de Ciencias de la Salud c

Mujeres inscritas al área de Ciencias Económicas d

$$\frac{a}{b} = \frac{5x}{3x} \quad \frac{c}{d} = \frac{7y}{4y} \quad \frac{5x}{7y} = \frac{6}{5}$$

$$x = 42k; y = 25k$$

$$\rightarrow b + d = 1356$$

$$3(42k) + 4(25k) = 1356$$

$$k = 6$$

$$a + c = 210k + 175k = 2310$$

Rpta.: D

10. En una encuesta realizada a un grupo de estudiantes sobre su elección entre clases virtuales o presenciales, se observó que la relación entre la cantidad de varones y la de mujeres es de 2 a 3. Además, por cada 7 varones, 2 eligieron clases virtuales; y por cada 9 mujeres, 5 eligieron clases virtuales. Si del total de personas de este grupo 376 eligieron clases virtuales, ¿cuántos alumnos fueron consultados?

- A) 840 B) 865 C) 870 D) 825 E) 850

Solución:

$V \rightarrow$ varones,

$M \rightarrow$ mujeres,

$V_v \rightarrow$ varones que eligieron virtual

$M_v \rightarrow$ mujeres que eligieron virtual

$$\frac{V}{M} = \frac{2}{3} \quad \frac{V}{V_v} = \frac{7}{2} \quad \frac{M}{M_v} = \frac{9}{5}$$

Tenemos

$$\frac{M_v}{V_v} = \frac{V}{V_v} \times \frac{M}{V} \times \frac{M_v}{M} = \frac{7}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{5}{9} = \frac{35}{12}$$

$$M_v = 35k \text{ y } V_v = 12k$$

$$35k + 12k = 376$$

$$47k = 376$$

$$k = 8$$

Luego

$$\frac{V}{96} = \frac{7}{2} \rightarrow V = 336$$

$$\frac{M}{280} = \frac{9}{5} \rightarrow M = 504$$

$$\text{Total} = 840$$

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Si A es la tercera proporcional de 64 y 16; B es cuarta diferencial de 20, 12 y 15; C es la media diferencial de A y 2B, halle el valor de A + B + C.

A) 22 B) 15 C) 16 D) 20 E) 18

Solución:

$$\frac{64}{16} = \frac{16}{A} \rightarrow A = 4$$

$$20 - 12 = 15 - B \rightarrow B = 7$$

$$4 - C = C - 14 \rightarrow C = 9$$

$$A + B + C = 20$$

Rpta.: D

2. En el dibujo que realizó Jeremías del plano de una cancha de futbol, el perímetro mide 288 cm y la razón entre el largo y el ancho es de 11 a 7. Si el dibujo está a una escala en centímetros de 1 a 120, ¿en cuánto excede el largo al ancho real en metros?

A) 38,4 B) 24 C) 72 D) 100,8 E) 28

Solución:

$$\frac{a}{l} = \frac{7k}{11k} \rightarrow 2(7k + 11k) = 36k = 288 \rightarrow k = 8$$

$$a = 7(8) = 56 \text{ cm} \text{ y } l = 11(8) = 88 \text{ cm}$$

$$\frac{56}{A} = \frac{1}{120} \rightarrow A = 6720 \text{ cm} = 67,2 \text{ m}$$

$$\frac{88}{L} = \frac{1}{120} \rightarrow L = 10560 \text{ cm} = 105,6 \text{ m}$$

El largo excede al ancho real en 38,4 metros.

Rpta.: A

3. En una librería compré 19 libros, pero el dinero que tenía no cubría el total del importe a pagar; por lo que devolví un libro y el vendedor me dio de vuelto, tanto como me faltaba para el pago de los 19 libros. Si pagué con S/ 370 soles, ¿cuánto pagué por los 18 libros?

A) 360 B) 380 C) 260 D) 420 E) 280

Solución:

$$\frac{18}{19} = \frac{370 - x}{370 + x} \rightarrow x = 10 \rightarrow \text{pagué} = 360$$

Rpta.: A

4. Abel, Beto y Ciro tienen cierta cantidad de dinero en soles. Al dividir cuadrado de la cantidad de dinero de Abel, disminuido en 50; por 25, el cuadrado del dinero de Beto, disminuido en 18; por 9, y el cuadrado del dinero de Ciro, disminuido en 32; por 16 se obtienen resultados iguales. Si la suma de las cantidades de dinero de Abel y Beto es 728, determine la cantidad de dinero que tiene Ciro.

A) 324 B) 448 C) 296 D) 424 E) 394

Solución:

Abel: a

Beto: b

Ciro: c

$$\frac{a^2 - 50}{25} = \frac{b^2 - 18}{9} = \frac{c^2 - 32}{16} \rightarrow \frac{a}{5} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k$$

$$a = 5k, b = 3k, c = 4k$$

$$a + b = 728 \rightarrow k = 91$$

\therefore Ciro tiene 394 soles

Rpta.: E

5. Leonor posee 176 caramelos entre los sabores de fresa, limón y manzana. Por cada 2 caramelos que no son de manzana, hay 3 que no son de fresa, y por cada 4 caramelos de limón hay 7 que no lo son. Si Leonor obsequia 17 caramelos de limón a su sobrino Antonio, ¿cuántos caramelos de limón le sobraron?

A) 63 B) 47 C) 55 D) 35 E) 43

Solución:

$$\frac{F + L}{L + M} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{L}{F + M} = \frac{4}{7} \text{ entonces } L = 4a, F = 2a, M = 5a$$

$$\text{Pero } S + K + V = 176 \rightarrow a = 16$$

\therefore Le sobraron $64 - 17 = 47$ caramelos

Rpta.: B

6. Con los ahorros, en soles, que obtuvo Camila en cada uno de los primeros cinco días del mes de marzo del 2023, se forman cuatro razones geométricas equivalentes y continuas, cuya suma de antecedentes es 240. Si la constante de proporcionalidad es entera y diferente de 1, además sus ahorros son cantidades enteras, ¿cuál es la menor suma del primer y segundo consecuente?

A) 68 B) 70 C) 66 D) 64 E) 72

Solución:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{e} = k \neq 1 \rightarrow a = ek^4, b = ek^3, c = ek^2, d = ek$$

$$\text{Pero } a + b + c + d = 240 \rightarrow ek(1 + k + k^2 + k^3) = 3(7)(13)$$

$$\rightarrow e = 8, k = 2 \text{ o } e = 2, k = 3$$

Luego

$$\therefore \text{La menor suma es } b + c = ek^2(1 + k) = 2(3^2)(1 + 3) = 72$$

Rpta.: E

7. Rosario forma una 4 – upla ordenada (a; b; c; d) con los pesos diferentes, en gramos, de sus cuatro mascotas. Si con estos pesos, en el orden de la 4 – upla, se forma una proporción geométrica, donde el producto de los antecedentes tiene solo tres divisores positivos y la suma de los extremos es 344, ¿cuántas 4 – uplas como máximo puede formar Rosario?

- A) 14 B) 5 C) 7 D) 10 E) 8

Solución:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \quad a \cdot c = p^2$$

$$\text{Además } a + d = 344 \rightarrow a: 1^2, 2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2, 17^2$$

\therefore Se pueden formar 8 grupos.

Rpta.: E

8. Micaela y Nicol, al dividir sus edades con la de sus respectivos hermanos menores obtienen el mismo resultado. Si la diferencia de edades de Micaela y Nicol es 3, la suma de las edades de sus hermanos menores es 13, determine la mayor media diferencial que se puede obtener con dos de estas edades.

- A) 18,5 B) 21 C) 19,5 D) 21,5 E) 20,5

Solución:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k > 1, \quad a = bk, c = dk$$

$$\text{Además } a - c = 3 \rightarrow k(b - d) = 3 \rightarrow k = 3, b - d = 1$$

$$\text{Como } b + d = 13 \rightarrow b = 7, d = 6, a = 21, c = 18$$

$$\therefore \text{La mayor media diferencial es } \frac{21+18}{2} = 19,5$$

Rpta.: C

9. Un «call center» registró 19 050 llamadas durante la primera semana de enero, de estas; la cantidad de llamadas registradas en el área de reclamos es a la cantidad de llamadas recibidas en el área de ventas como 7 es a 3, la cantidad de llamadas al área de servicio técnico es a la cantidad de llamadas al área de consultas como 4 es a 5, la cantidad de llamadas al área de ventas y la cantidad de llamadas al área de consultas están en la relación de 2 a 1. De acuerdo al registro realizado por el «call center», ¿cuántas llamadas se registró en el área de reclamos?
- A) 10 500 B) 14 000 C) 8100 D) 9500 E) 9800

Solución:

Llamadas al área de reclamos: R

Llamadas al área de ventas: V

Llamadas al área de consultas: C

Llamadas al servicio técnico: T

Total de llamadas L = 19050 = R + V + C + T

$$\frac{R}{V} = \frac{7}{3}; \frac{T}{C} = \frac{4}{5}; \frac{V}{C} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{R}{V} = \frac{7(10K)}{3(10K)}; \frac{T}{C} = \frac{4(3K)}{5(3K)}; \frac{V}{C} = \frac{2(15K)}{1(15K)}$$

$$19050 = 70K + 30K + 15K + 12K$$

$$19050 = 127K$$

$$K = 150$$

$$\text{Área de reclamos: } R = 70(150) = 10500$$

Rpta.: A

10. Gabriela, en su fiesta de graduación, observó que, de todos los asistentes, por cada 3 varones había 4 mujeres. En un momento determinado decide separar a sus 14 familiares y al volver a contar a los que quedan, ella nota que la relación entre la cantidad de varones y la cantidad de mujeres es de 7 a 11 respectivamente; además hay 40 parejas mixtas bailando. Si en su familia los varones son el doble de las mujeres, ¿cuántas mujeres más que varones no bailan en dicho momento?
- A) 8 B) 15 C) 24 D) 5 E) 12

Solución:

$$\frac{V}{M} = \frac{3K}{4K}$$

Familia de Gabriela:

Varones 2p

Mujeres p

$3p = 15$

$p = 5$

Luego:

$$\frac{V}{M} = \frac{3K - 10}{4K - 5} = \frac{7}{11}$$

$K = 15$

Varones 45 Bailan: 40 No bailan: 5

Mujeres 60 Bailan: 40 No bailan: 20

Rpta.: B

Geometría

EJERCICIOS DE CLASE

1. En la figura se observa un círculo de centro O que pasa por el punto C, (vértice del cuadrado ABCD) y es tangente a las líneas en P y Q. Si $DQ = 60$ cm y $BP = 80$ cm, halle el área de la región cuadrada ABCD.

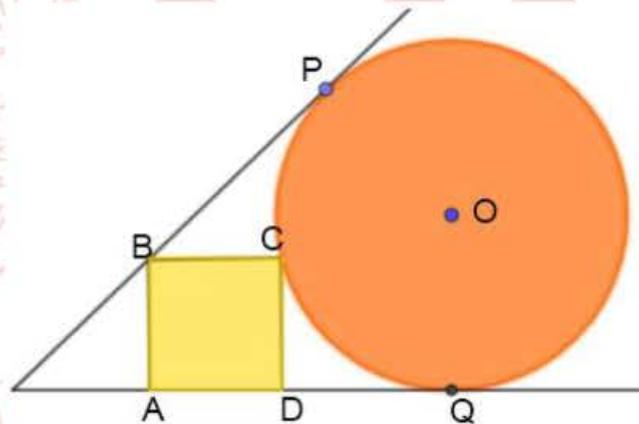
A) 2500 cm^2

B) 1000 cm^2

C) 1600 cm^2

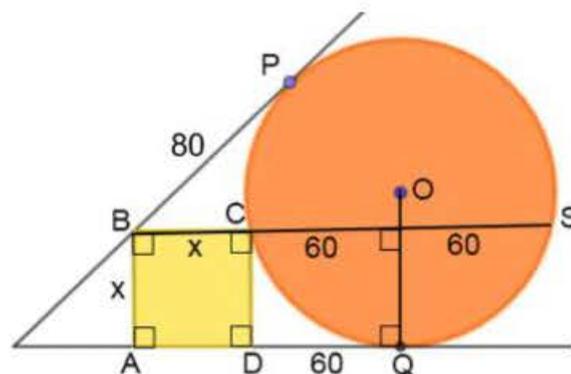
D) 1500 cm^2

E) 900 cm^2



Solución:

- Por T. de la Tangente
(BP tangente y BS secante):
 $80^2 = (x + 120)x$
 $x = 40$ cm
 $\therefore A_{ABCD} = 1600$



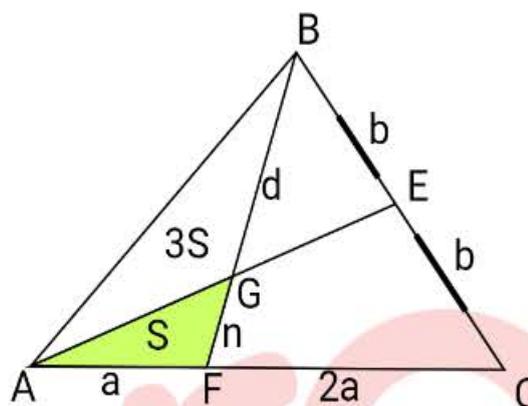
Rpta.: C

2. En un triángulo ABC, se trazan la mediana \overline{AE} y la ceviana \overline{BF} que se intersectan en G. Si el área de la región triangular ABC es 180 cm^2 y $CF = 2AF$, halle el área de la región triangular AGF.

- A) 15 cm^2 B) 25 cm^2 C) 12 cm^2 D) 20 cm^2 E) 30 cm^2

Solución:

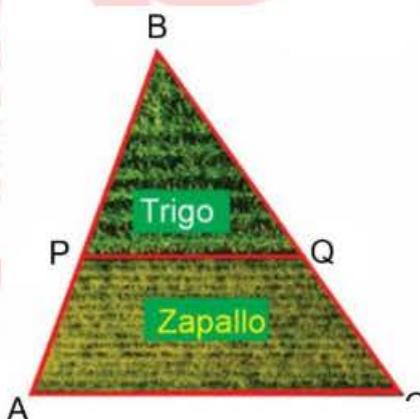
- ΔFBC : Teorema de Menelao:
 $b \cdot d \cdot a = b \cdot n \cdot 3a$
 $d = 3n$
- ΔBAF : $A_{\Delta BAG} = 3S$ y $A_{\Delta GAF} = S$
 Dato: $A_{\Delta ABC} = 180$
 $\Rightarrow 12S = 120$
 $\Rightarrow S = 15 \text{ cm}^2$



Rpta.: A

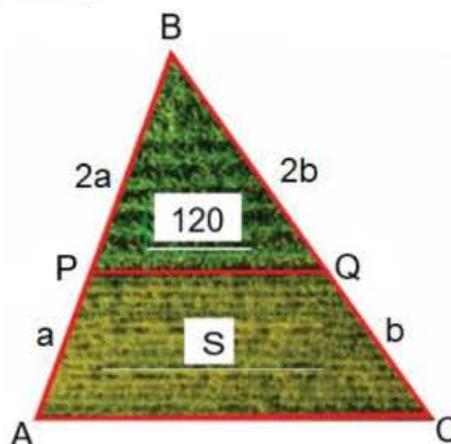
3. Un terreno agrícola está cercado por los linderos \overline{AB} , \overline{BC} y \overline{AC} , como muestra la figura; además, $\frac{BP}{PA} = \frac{BQ}{QC} = 2$. Si el área de la región PBQ es 120 m^2 y el costo de la urea que se usa para este terreno es S/ 1200, halle el costo de la urea para la región APQC.

- A) S/ 1500
 B) S/ 1300
 C) S/ 1400
 D) S/ 1600
 E) S/ 2000



Solución:

- Dato: $\frac{BP}{PA} = \frac{BQ}{QC} = 2 \Rightarrow \overline{PQ} \parallel \overline{AC}$
- Propiedad de áreas: $\Delta PBQ \sim \Delta ABC$
- $\frac{120}{120+S} = \frac{(2a)^2}{(3a)^2} \Rightarrow S = 150 \text{ m}^2$
- Costo de la región APQC:
 $120 \text{ m}^2 \rightarrow 1200 \text{ soles}$
 $150 \text{ m}^2 \rightarrow x$

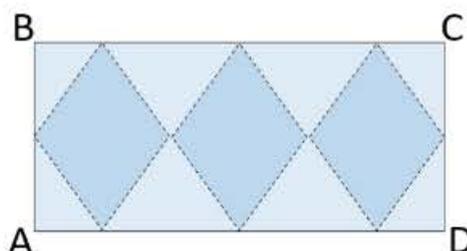


\therefore El costo de la urea para la región APQC es 1500 soles.

Rpta.: A

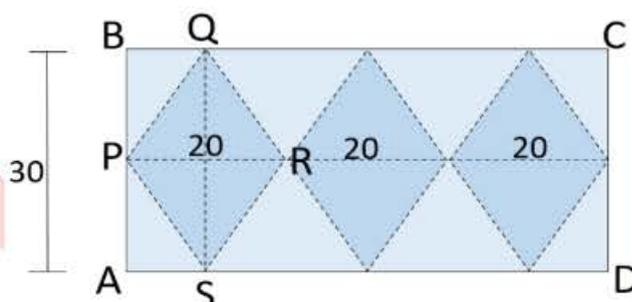
4. En la figura se muestra una lámina de vidrio rectangular ABCD de 30 cm de ancho y 60 cm de largo. A partir de esta se requiere cortar tres trozos en forma de rombos congruentes siguiendo las líneas discontinuas que se observan. Halle el área total de vidrio que se usarán para obtener estos tres rombos.

- A) 900 cm²
- B) 800 cm²
- C) 1200 cm²
- D) 1000 cm²
- E) 840 cm²



Solución:

- Trazamos las diagonales de uno de los rombos: \overline{PR} y \overline{QS}
 $\Rightarrow QS = 30$ y $PR = 20$
- $A_{PQRS} = \frac{20(30)}{2} = 300 \text{ cm}^2$
- Por tanto, $A_{\text{total}} = 3 (300) = 900 \text{ cm}^2$



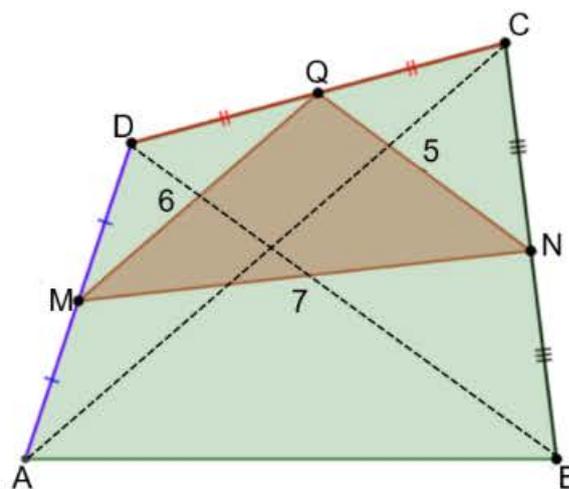
Rpta.: A

5. Un terreno agrícola está delimitado por el cuadrilátero convexo ABCD. Se sabe que $AC = 12 \text{ km}$ y $BD = 10 \text{ km}$, además, M, N y Q son puntos medios de los linderos \overline{AD} , \overline{BC} y \overline{CD} , respectivamente. Si $MN = 7 \text{ km}$, halle el área del terreno triangular MNQ, que es la zona más productiva.

- A) $8\sqrt{6} \text{ km}^2$
- B) $6\sqrt{6} \text{ km}^2$
- C) $10\sqrt{6} \text{ km}^2$
- D) 15 km^2
- E) 12 km^2

Solución:

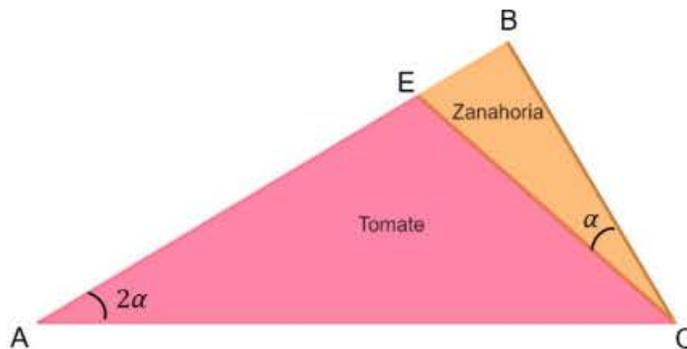
- Por teorema de la base media:
 $\triangle ADC, MQ = 6$
 $\triangle BCD, QN = 5$
- Fórmula de Herón:
 $S_{MNQ} = \sqrt{9(9-5)(9-6)(9-7)} = 6\sqrt{6} \text{ km}^2$



Rpta.: B

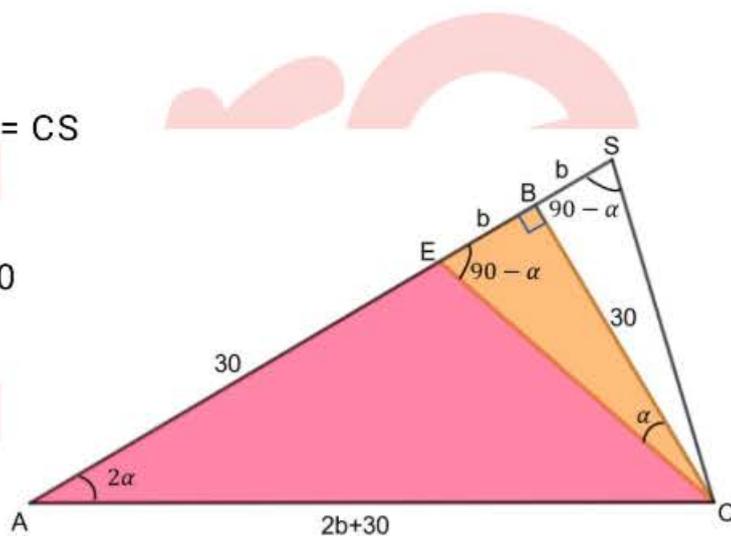
6. En la figura, el triángulo rectángulo ABC representa el borde de un terreno dividido por el lindero \overline{CE} destinado para el cultivo de tomates en la región AEC y zanahorias en la región EBC. Si $AE = BC = 30\text{m}$, halle el área de la región destinada a los zanahorias.

- A) 150 m^2
- B) 140 m^2
- C) 130 m^2
- D) 120 m^2
- E) 110 m^2



Solución:

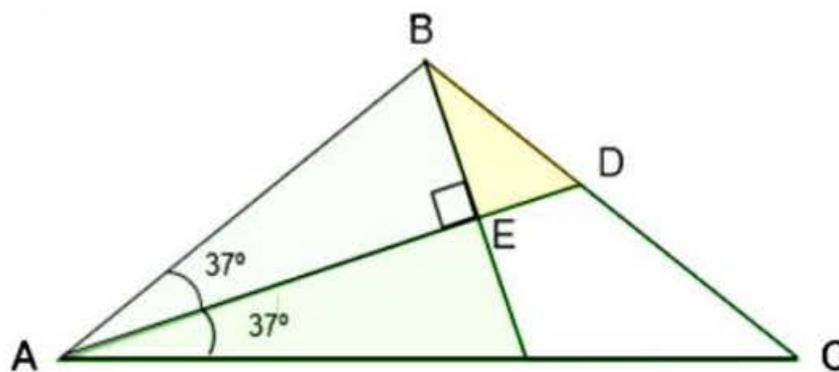
- Se prolonga AB hasta S tal que $CE = CS$
- $\triangle ECS$ y $\triangle CAS$: Isósceles
 $\Rightarrow EB = BS = b$ y $AC = AS = 2b + 30$
- $\triangle ABC$: Teorema de Pitágoras:
 $(2b + 30)^2 = 30^2 + (b + 30)^2$
 $\Rightarrow b = 10$
 $\therefore S_{\triangle EBC} = \frac{30 \times 10}{2} = 150$



Rpta: A

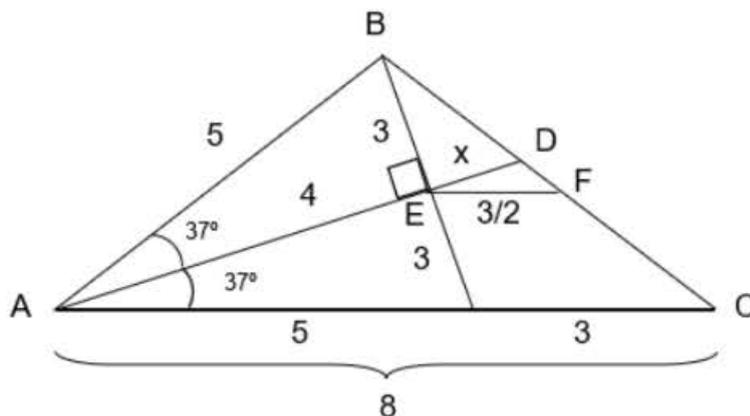
7. En la figura, ABC representa un bosque tropical y BED, la región deforestada del bosque. Si $AB = 5\text{ km}$ y $AC = 8\text{ km}$, halle el área de la región triangular deforestada BED.

- A) $\frac{25}{13}\text{ km}^2$
- B) $\frac{18}{13}\text{ km}^2$
- C) $\frac{36}{35}\text{ km}^2$
- D) $\frac{12}{13}\text{ km}^2$
- E) 1 km^2



Solución:

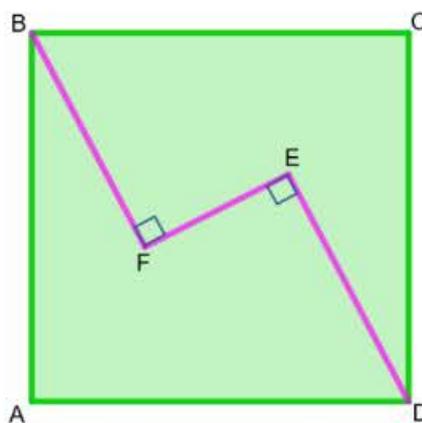
- Trazamos $\overline{EF} \parallel \overline{AC}$
 - $\triangle EDF \sim \triangle ADC$
- $$\frac{x}{x+4} = \frac{\frac{3}{2}}{8} \rightarrow x = \frac{12}{13}$$
- $$S = \frac{18}{13} \text{ km}^2$$



Rpta.: B

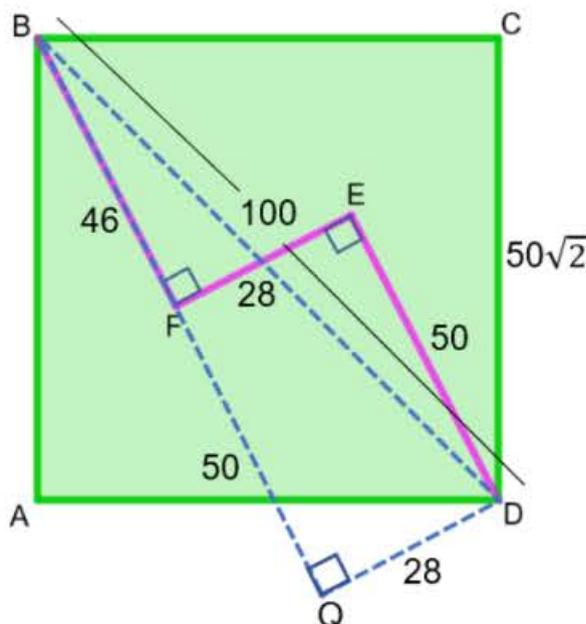
8. La figura muestra el diseño de un parque cuadrado ABCD donde \overline{DE} , \overline{EF} y \overline{FB} representan los tramos de un camino. Si $DE = 50 \text{ m}$, $EF = 28 \text{ m}$ y $FB = 46 \text{ m}$, halle el área del parque.

- A) 6400 m^2
- B) 4800 m^2
- C) 5000 m^2
- D) 6000 m^2
- E) 4500 m^2



Solución:

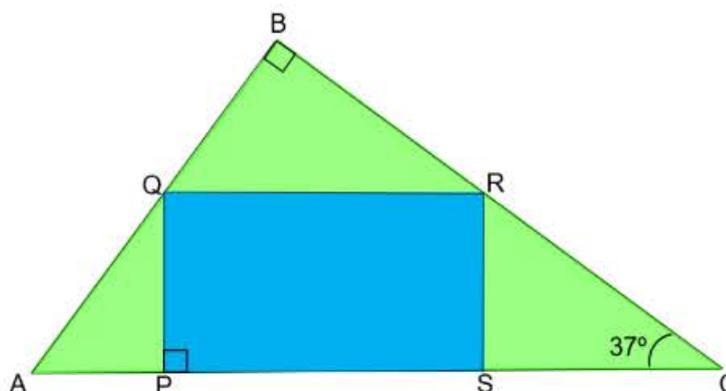
- Trazar $\overline{DQ} \perp \overline{BQ}$
- Rectángulo FEDQ:
 $DQ = EF = 28$
 $QF = DE = 50 \Rightarrow BQ = 96$
- $\triangle BQD$:
 $BD^2 = 96^2 + 28^2$
 $\Rightarrow BD = 100$
- $\triangle BAD$
 $BD = AB\sqrt{2} = 100$
 $AB = 50\sqrt{2}$
- Área del parque: S
 $S_{ABCD} = AB^2 = (50\sqrt{2})^2$
 $S_{ABCD} = 5000 \text{ m}^2$



Rpta.: C

9. En la figura, ABC representa el perímetro de un parque donde $AB = 30$ m; se desea construir una piscina rectangular PQRS dentro del parque. Halle las dimensiones de dicha piscina para que su área sea máxima.

- A) 15 m y 20 m
- B) 12 m y 25 m
- C) 10 m y 20 m
- D) 12 m y 12 m
- E) 10 m y 10 m



Solución:

- $\triangle QBR \sim \triangle ABC$

$$\Rightarrow \frac{QR}{AC} = \frac{BT}{BH}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{50} = \frac{24-a}{24}$$

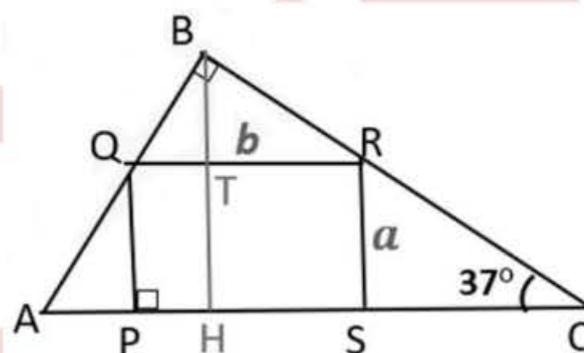
$$\Rightarrow b = 50 - \frac{25a}{12}$$

- $S_{PQRS} = ab = a \left(50 - \frac{25}{12} a \right)$
 $= \frac{25}{12} (12^2 - (a - 12)^2)$

- Para que el área sea máxima:

$$(a - 12)^2 = 0$$

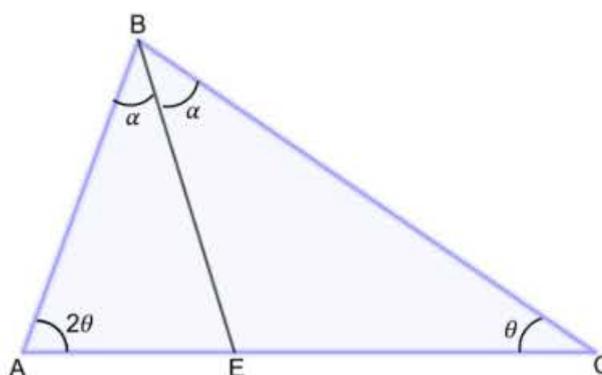
$$\therefore a = 12 \text{ y } b = 25$$



Rpta.: B

10. En la figura, $AB = 25$ m y $BC = 40$ m. Halle el área de la región triangular ABC.

- A) 308 m²
- B) 468 m²
- C) 300 m²
- D) 550 m²
- E) 250 m²



Solución:

- $\triangle ABC$: Teorema de la Bisectriz Interior:

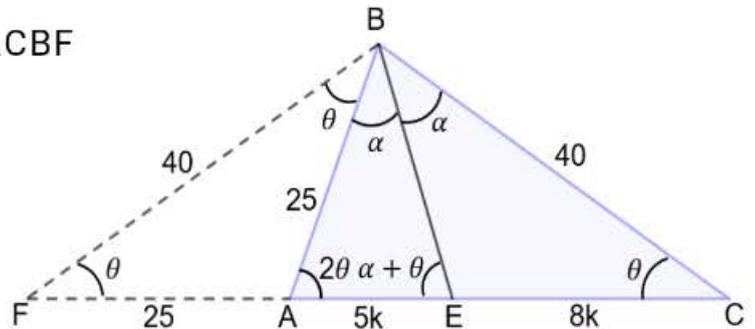
$$\frac{25}{40} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow AE = 5k \text{ y } EC = 8k$$

- Se prolonga \overline{CA} hasta F tal que $\triangle CBF$ sea isósceles $\Rightarrow FB = 40$

- $\triangle EFB$ isósceles:

$$\Rightarrow 25 + 5k = 40 \rightarrow k = 3$$

$$\Rightarrow AC = 39$$



- $\triangle ABC$: Fórmula de Heron:

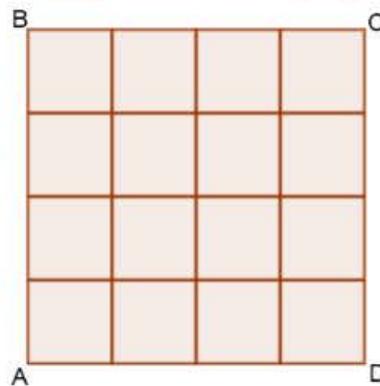
$$\text{Área} = \sqrt{52(52 - 25)(52 - 40)(52 - 39)}$$

$$\therefore \text{Área} = 468 \text{ m}^2$$

Rpta.: B

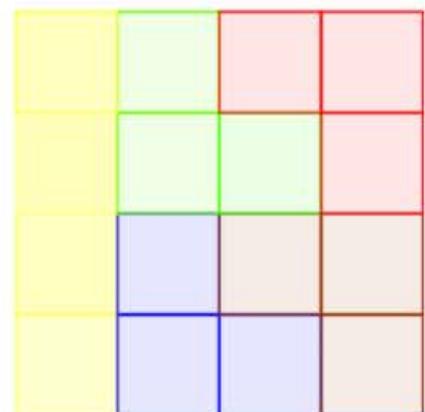
11. Un alumno tiene una hoja cuadrada de 20 cm de lado, dividida en 16 cuadraditos congruentes, como se muestra en la figura. Su reto consistirá en obtener cuatro regiones hexagonales congruentes, usando solo los $\frac{3}{4}$ de los cuadraditos (las regiones hexagonales pueden ser cóncavas). Halle el área de una región hexagonal.

- A) 75 cm^2
- B) 50 cm^2
- C) 45 cm^2
- D) 80 cm^2
- E) 100 cm^2



Solución:

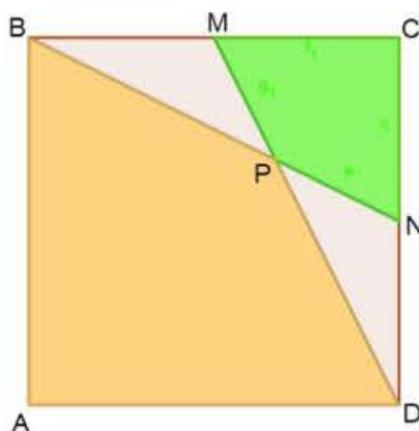
- Los cuadraditos son de 5 cm de lado.
- Usará: $\frac{3}{4} (16) = 12$ cuadraditos
- Para obtener 4 regiones hexagonales congruentes necesitará para c/u:
 $\frac{12}{4} = 3$ cuadraditos
- \therefore El área de una región hexagonal (cóncava) es:
 $A = 5^2 \cdot 3 = 75 \text{ cm}^2$



Rpta.: A

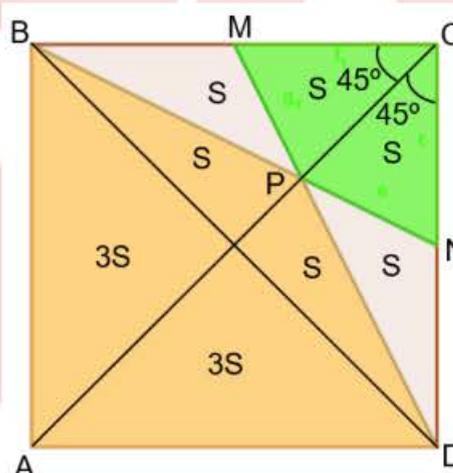
12. En la figura, se tiene el tablero cuadrado de una mesa formada con fórmica de colores variados. Si M y N son puntos medios de \overline{BC} y \overline{CD} , hallar la relación entre las áreas de los cuadriláteros PMCN y PDAB.

- A) $\frac{2}{5}$
- B) $\frac{1}{5}$
- C) $\frac{1}{4}$
- D) $\frac{3}{5}$
- E) $\frac{1}{6}$



Solución:

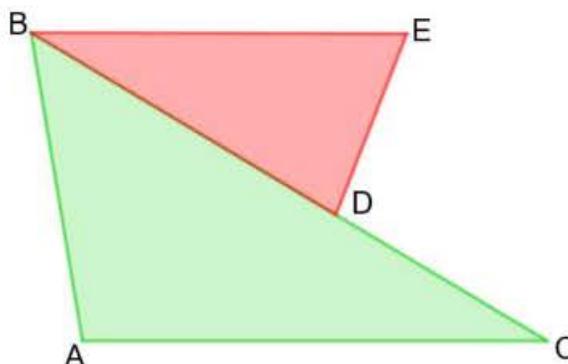
- $\triangle MPC \cong \triangle NPC$ (LAL)
 $\Rightarrow A_{\triangle MPC} = A_{\triangle NPC} = S$
- $\triangle BCD$: P es baricentro
 $A_{\triangle BCD} = 6S$
- $\frac{A_{PMCN}}{A_{PDAB}} = \frac{2S}{8S} = \frac{1}{4}$



Rpta: C

13. En la figura, las áreas de las regiones triangulares ABC y EBD ($\triangle EBD$ isósceles con base \overline{DE}) están en la relación 2 a 1 y $\overline{BE} \parallel \overline{AC}$. Si $BC = 10$ m. y $BE = 6$ m, halle AC.

- A) 7 m
- B) 8 m
- C) 8,5 m
- D) 7,5 m
- E) 7,2 m

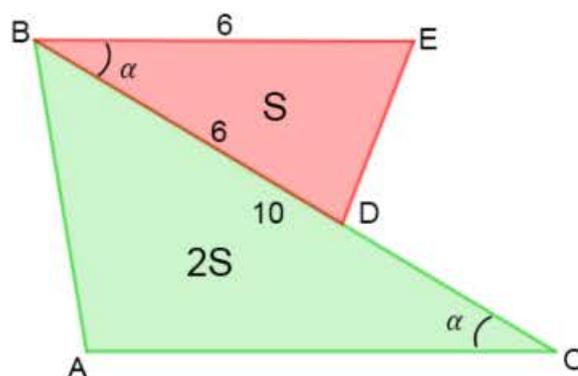


Solución:

- Por triángulos con ángulo común α :

$$\frac{2S}{S} = \frac{10 \cdot AC}{6(6)}$$

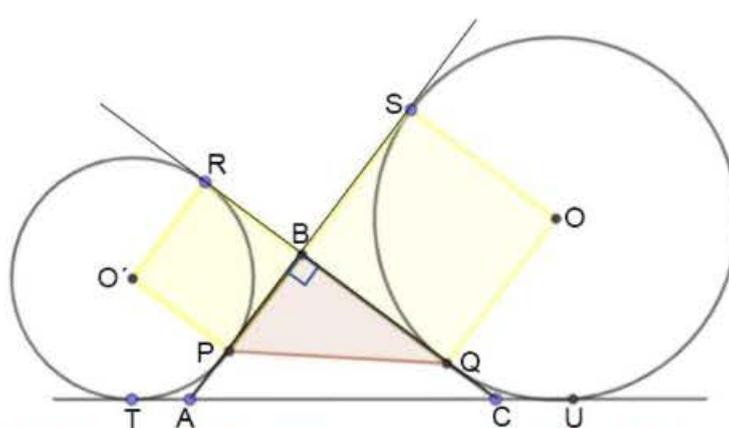
$$\therefore AC = 7,2$$



Rpta.: E

14. En la figura, se tiene dos circunferencias exinscritas de centros O' y O relativas a los catetos \overline{AB} y \overline{BC} cuyos radios miden 2 dm y 3 dm. Si P, Q, R, S, T y U son puntos de tangencia, halle el área de la región triangular PBQ.

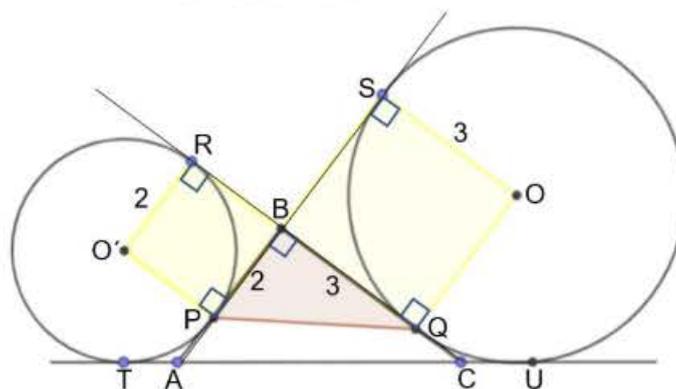
- A) 2 dm²
- B) 3 dm²
- C) 5 dm²
- D) 1 dm²
- E) 4 dm²



Solución:

- Usando los puntos de tangencia y los centros de circunferencias, se tienen los cuadrados $O'RPB$ y $OQBS$.
- En $\triangle PBQ$:

$$A_{\triangle PBQ} = \frac{2(3)}{2} = 3$$

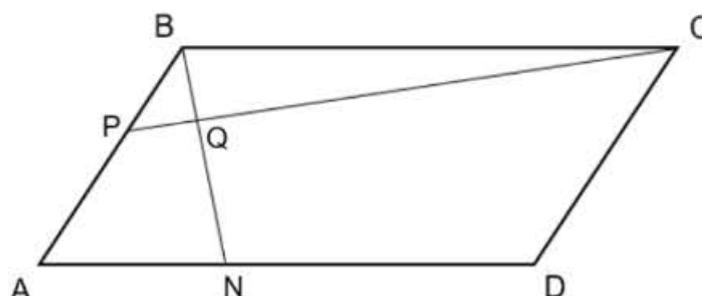


Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En la figura, ABCD es un romboide. Si $2BC = 3ND$ y $AB = 3PB$, halle la relación entre las áreas de las regiones BCQ y APQN.

- A) 1/2
- B) 2/3
- C) 3/4
- D) 4/5
- E) 1

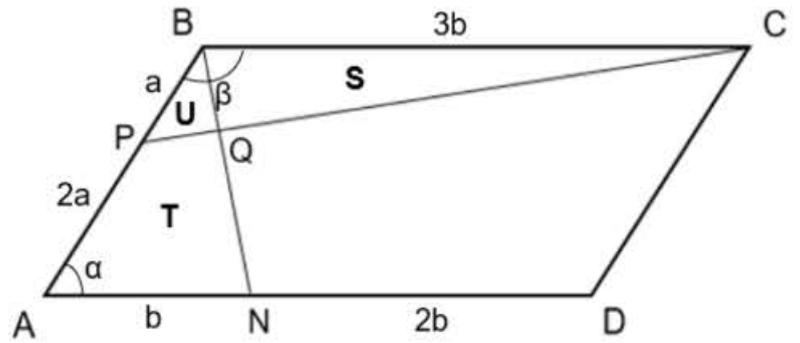


Solución:

- $\alpha + \beta = 180^\circ$
- $\triangle BAN$ y $\triangle PBC$ tienen ángulos α y β suplementarios
- Teorema en $\triangle BAN$ y $\triangle PBC$

$$\frac{T+U}{U+S} = \frac{3a \cdot b}{a \cdot 3b} = 1 \Rightarrow S = T$$

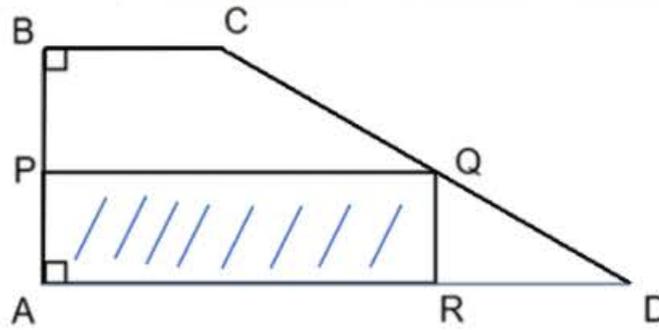
$$\therefore \frac{S}{T} = 1$$



Rpta.: E

2. En la figura, la región ABCD representa un pedazo de vidrio de 6 mm de espesor del cual se desea obtener un vidrio rectangular APQR de área máxima. Si $BC = 2$ dm, $AD = 8$ dm y $AB = 4$ dm, halle el área de APQR.

- A) 10 dm^2
- B) $\frac{32}{3} \text{ dm}^2$
- C) $\frac{31}{3} \text{ dm}^2$
- D) 11 dm^2
- E) $\frac{35}{3} \text{ dm}^2$



Solución:

- $S = ab$
- $A_{ABCD} = \frac{8+2}{2} \cdot 4 = 20 \dots (1)$
- $A_{ABCD} = \frac{b+2}{2} \cdot (4-a) + \frac{8+b}{2} \cdot a \dots (2)$

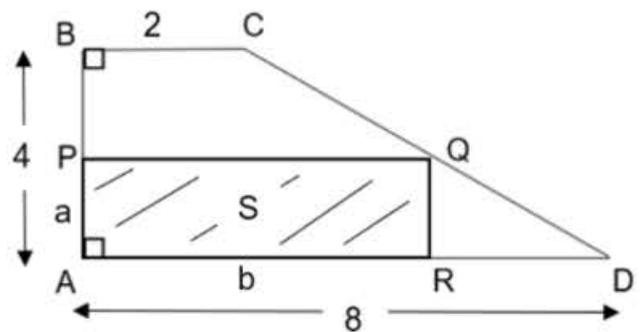
- De (1) y (2):

$$b = \frac{16-3a}{2}$$

- $$S = a \cdot \frac{16-3a}{2} = \frac{16a-3a^2}{2} = \frac{3}{2} \left[\frac{64}{9} - \left(a^2 - \frac{16}{3}a + \frac{64}{9} \right) \right]$$

$$= \frac{3}{2} \left[\frac{64}{9} - \left(a - \frac{8}{3} \right)^2 \right]$$

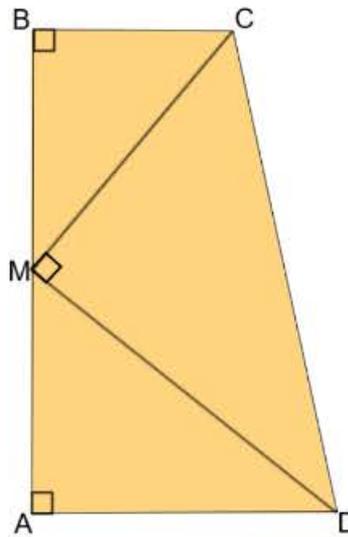
$$S_{\text{máx.}} = \frac{3}{2} \left[\frac{64}{9} - \left(a - \frac{8}{3} \right)^2 \right] = \frac{32}{3}$$



Rpta.: B

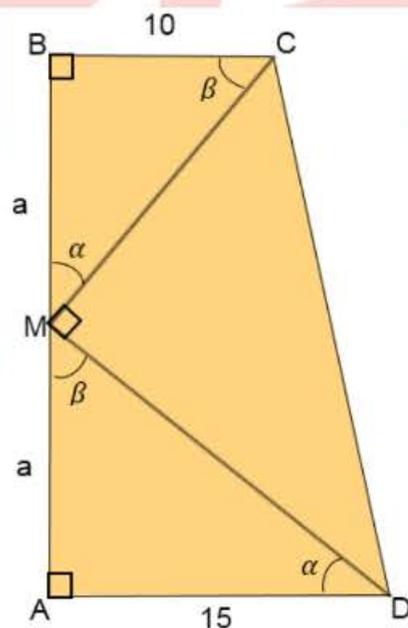
3. En la figura se tiene una cartulina que va a ser recortada para obtener el triángulo CMD. Si las bases miden 10 cm y 15 cm, además M es punto medio de \overline{AB} , halle el área de la cartulina triangular CMD.

- A) $100\sqrt{6}$ cm²
- B) $120\sqrt{3}$ cm²
- C) $125\sqrt{2}$ cm²
- D) $125\sqrt{6}$ cm²
- E) $125\sqrt{3}$ cm²



Solución:

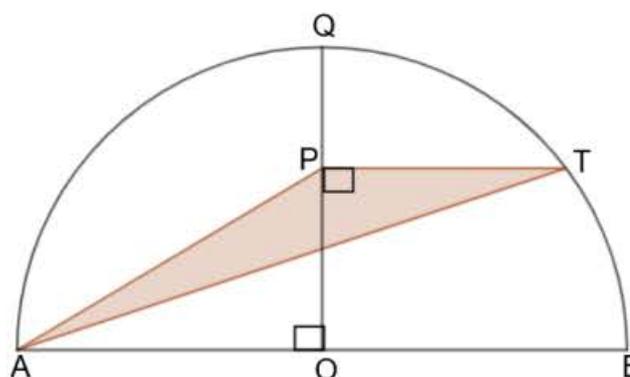
- $\triangle CBM \sim \triangle MAD$:
 $\frac{A}{10} = \frac{15}{a} \rightarrow a = 5\sqrt{6}$
- $A_{CMD} = \frac{1}{2} A_{ABCD} = \left(\frac{15+10}{2}\right) \cdot 10\sqrt{6} = 125\sqrt{6}$



Rpta: D

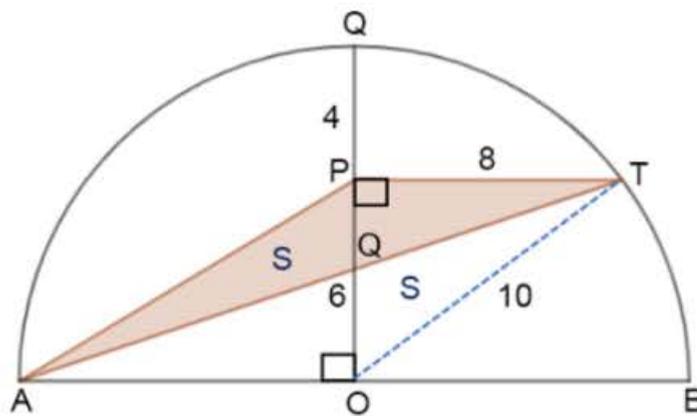
4. En la figura, O es centro de la semicircunferencia, $OP = 6$ cm y $PQ = 4$ cm. Halle el área de la región triangular APT.

- A) 22 cm²
- B) 20 cm²
- C) 25 cm²
- D) 24 cm²
- E) 21 cm²



Solución:

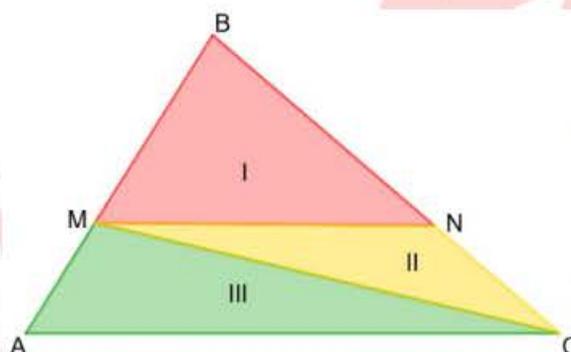
- \overline{OQ} y \overline{OT} radios
 $r = 6 + 4 = 10$
- APTO trapecio:
 $\rightarrow A_{\Delta APQ} = A_{\Delta QOT} = S$
- $A_{APT} = A_{OPT} = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24 \text{ cm}^2$



Rpta.: D

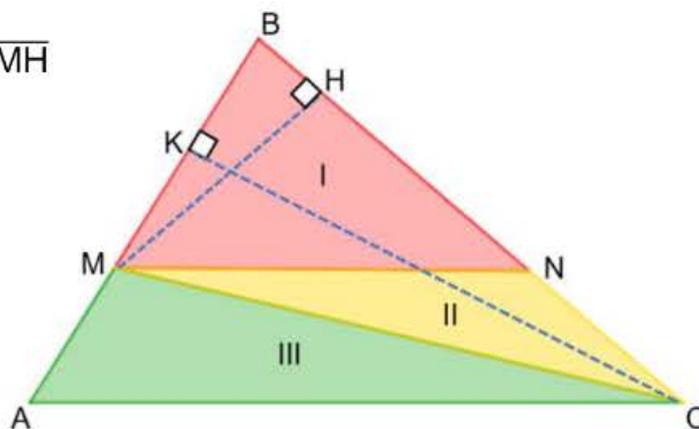
5. El área de un campo de cultivo de forma triangular ABC es 1800 m^2 . Para facilitar el control de plagas se divide en tres parcelas (ver figura), siendo $\overline{MN} \parallel \overline{AC}$. Si el área de la parcela «I» es 800 m^2 halle el área que ocupa la parcela «II».

- A) 600 m^2
- B) 500 m^2
- C) 400 m^2
- D) 300 m^2
- E) 360 m^2



Solución:

- ΔBMC y ΔBMN tienen altura común \overline{MH}
 $\Rightarrow \frac{A_{BMC}}{A_{BMN}} = \frac{BC}{BN}$
- Por T. Tales:
 $\frac{BC}{BN} = \frac{BA}{BM}$
- Reemplazando:
 $\frac{A_{BMC}}{A_{BMN}} = \frac{BA}{BM} \dots (1)$
- ΔBCA y ΔBCM tienen altura común \overline{CK}
 $\Rightarrow \frac{A_{BCA}}{A_{BCM}} = \frac{AB}{BM} \dots (2)$
- De (1) y (2):
 $\frac{A_{BMC}}{A_{BMN}} = \frac{A_{ABC}}{A_{BMC}} \Rightarrow A_{MBC}^2 = A_{ABC} \cdot A_{BMN}$
 Reemplazando datos: $A_{MBC} = 1200$
- Área ocupada por la parcela «II» es 400 m^2



Rpta.: C

6. En un triángulo rectángulo ABC se trazan la altura \overline{BH} y la bisectriz \overline{AD} que se intersecan en el punto Q. Si $BQ = 20$ cm y $QE = 10$ cm, halle el área de la región triangular ABD.

A) $250\sqrt{3}$ cm²

B) $200\sqrt{3}$ cm²

C) $240\sqrt{3}$ cm²

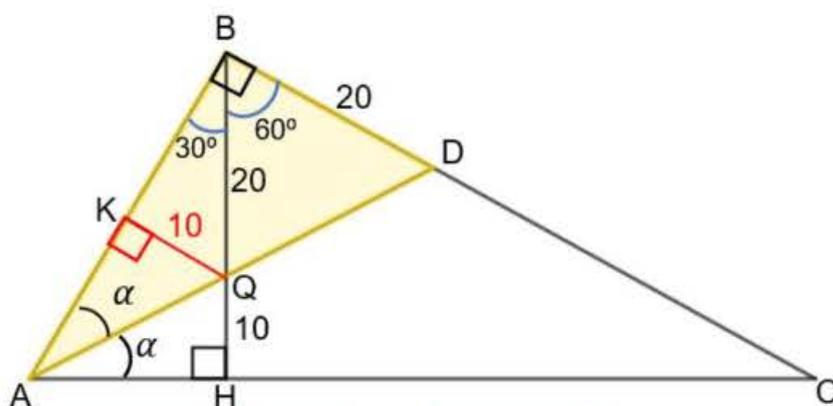
D) $270\sqrt{3}$ cm²

E) $180\sqrt{3}$ cm²

Solución:

- Propiedad de la Bisectriz
 $\Rightarrow QH = QK = 10$
- ΔBKQ notable $30^\circ - 60^\circ$
 $\Rightarrow \Delta BQD$ es equilátero
 $\Rightarrow \Delta DBA$ notable $30^\circ - 60^\circ$

$\therefore A_{\Delta ABD} = 200\sqrt{3}$ cm²



Rpta.: B

Álgebra

EJERCICIOS

1. Si $p(x) = 8x(2x - 1)(x - 1) + (2x^2 - 3x + 1)^2$ se factoriza en $\mathbb{Z}[x]$, determine el valor de verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. $p(x)$ tiene 2 factores primos.
- II. $p(x)$ tiene 7 factores.
- III. La suma de los factores primos de $p(x)$ es $2x^2 + 8x - 1$.

A) FFV

B) VVV

C) FVV

D) VFF

E) VVF

Solución:

$$p(x) = 8x(2x - 1)(x - 1) + (2x^2 - 3x + 1)^2 = 8x(2x^2 - 3x + 1) + (2x^2 - 3x + 1)^2$$

$$p(x) = (2x^2 - 3x + 1)[8x + (2x^2 - 3x + 1)] = (2x^2 - 3x + 1)(2x^2 + 5x + 1)$$

$$p(x) = (2x - 1)(x - 1)(2x^2 + 5x + 1) \text{ en } \mathbb{Z}[x]$$

Número de factores primos : 3 entonces I. es F.

Número de factores: $(2)(2)(2) - 1 = 7$ entonces II. es V.

$$\sum \text{f.p.} = (2x - 1) + (x - 1) + (2x^2 + 5x + 1) = 2x^2 + 8x - 1 \text{ entonces III. es V.}$$

Rpta.: C

2. Simplifique $q(x,y) = \frac{(a^2x^2 - b^2y^2)(ay - bx)(a^2 + b^2)}{(abx^2 - a^2xy - b^2xy + aby^2)[(ax + by)^2 + (ay - bx)^2]}$.

A) $-\frac{ax - by}{x^2 + y^2}$ B) $\frac{ax + by}{x^2 + y^2}$ C) $-\frac{ax + by}{x^2 + y^2}$ D) $-\frac{bx + ay}{x^2 + y^2}$ E) $-\frac{a^2 + b^2}{x^2 + y^2}$

Solución:

$$\begin{aligned} abx^2 - a^2xy - b^2xy + aby^2 &= abx^2 - a^2xy - b^2xy + aby^2 \\ &= bx(ax - by) - ay(ax - by) = (ax - by)(bx - ay) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ax + by)^2 + (ay - bx)^2 &= a^2x^2 + b^2y^2 + a^2y^2 + b^2x^2 \\ &= x^2(a^2 + b^2) + y^2(a^2 + b^2) = (a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \end{aligned}$$

$$q(x,y) = \frac{(ax + by)(ax - by)(ay - bx)(a^2 + b^2)}{(ax - by)(bx - ay)(a^2 + b^2)(x^2 + y^2)}$$

$$q(x,y) = -\frac{(ax + by)(ax - by)(bx - ay)(a^2 + b^2)}{(ax - by)(bx - ay)(a^2 + b^2)(x^2 + y^2)} = -\frac{ax + by}{x^2 + y^2}$$

Rpta.: C

3. Calcule la adición de la suma de los factores primos de $p(x) = x^4 + x^2 + 1$ con la suma de los factores primos de $q(x) = x^4 + 1$ factorizados en $\mathbb{R}[x]$.

A) $4x^2 + 1$ B) $4(x^2 - 2)$ C) $2(x^2 + 1)$ D) $x^2 + 3$ E) $4(x^2 + 1)$

Solución:

Para factorizar ambos polinomios usaremos el método de "quita y pon"

$$p(x) = x^4 + x^2 + 1 = (x^4 + 2x^2 + 1) - x^2 = (x^2 + 1)^2 - (x)^2 = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$$

$$q(x) = x^4 + 1 = (x^4 + 2x^2 + 1) - 2x^2 = (x^2 + 1)^2 - (\sqrt{2}x)^2 = (x^2 + \sqrt{2}x + 1)(x^2 - \sqrt{2}x + 1)$$

$$\text{Suma de factores primos} = (x^2 + x + 1) + (x^2 - x + 1) + (x^2 + \sqrt{2}x + 1) + (x^2 - \sqrt{2}x + 1)$$

$$= 4x^2 + 4 = 4(x^2 + 1)$$

Rpta.: E

4. Lunié ingresó a la UNMSM en el año $\overline{2(b-1)(a-1)(c+1)}$ por lo que para iniciar su etapa estudiantil universitaria decide comprar la mochila sanmarquina y la casaca con el logo de la universidad, cuyos costos son de 45 soles y 77 soles respectivamente. Si la cantidad de soles que tiene para la compra es la décima parte de la diferencia del año de su ingreso con 2 y se sabe que $(ax+by-c)$ es la suma de los factores primos de $p(x,y) = 2x^2 + 3xy - 2y^2 - 4x + 7y - 6$ en $\mathbb{Z}[x,y]$, ¿cuánto dinero le quedará a Lunié después de dicha compra?
- A) 80 soles B) 74 soles C) 88 soles D) 100 soles E) 92 soles

Solución:

Para factorizar el polinomio, usaremos el método de aspadoble.

$$p(x,y) = 2x^2 + 3xy - 2y^2 - 4x + 7y - 6 = (x + 2y - 3)(2x - y + 2)$$

$$\begin{array}{r} x \quad +2y \quad -3 \\ 2x \quad -y \quad +2 \end{array}$$

$$\text{Piden } (x + 2y - 3) + (2x - y + 2) = 3x + y - 1 = ax + by - c \Rightarrow (a = 3, b = 1, c = 1)$$

Lunié ingresó a la UNMSM en el año 2022.

$$\text{Dinero de Lunié: } \frac{(2022) - 2}{10} \text{ soles} = 202 \text{ soles}$$

$$\text{Dinero que le queda a Lunié: } 202 - (45 + 77) \text{ soles} = 202 - 122 \text{ soles} = 80 \text{ soles.}$$

Rpta.: A

5. Una persona tiene $(m^4 - 13m^3 + 56m^2 - 92m + 48)$ soles (m es un número entero entre 6 y 10) y con todo ese dinero compra productos del tipo S de precio unitario $(m^2 - 3m + 2)$ soles y no obtiene vuelto. Si con la totalidad del dinero inicial hubiese comprado productos del tipo T de precio unitario $(m^2 - 5m + 4)$ soles y de no haber tenido vuelto, ¿cuántos productos del tipo T hubiese podido comprar?
- A) $m^2 - 8m + 10$ B) $m^2 - 10m + 24$ C) $m^2 + 6m - 10$
 D) $m^2 - 6m + 8$ E) $m^2 - 8m + 12$

Solución:

Para factorizar usaremos el método de aspa doble especial

$$\begin{array}{r} \text{Dinero} = m^4 - 13m^3 + 56m^2 - 92m + 48 \\ \quad m^2 \quad \quad -3m \quad \quad +2 \\ \quad m^2 \quad \quad -10m \quad \quad +24 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Dinero} &= (m^2 - 3m + 2)(m^2 - 10m + 24) = [(m - 2)(m - 1)][(m - 6)(m - 4)] \\ &= [(m - 1)(m - 4)][(m - 2)(m - 6)] = (m^2 - 5m + 4)(m^2 - 8m + 12) \end{aligned}$$

La persona hubiese podido comprar $(m^2 - 8m + 12)$ productos T.

Rpta.: E

6. Para cierto valor entero positivo de la variable, los factores primos de $p(x) = x^4 + 6x^2 + 25$ en $\mathbb{Z}[x]$ son las dimensiones (en metros) de un terreno de forma rectangular, cuya diferencia de tales dimensiones es 20 metros. Si la constructora ALEMER S.A., propietaria de dicho terreno, quiere lotizarla en 5 lotes de igual área, halle el área de cada lote.

- A) 150 m^2 B) 160 m^2 C) 140 m^2 D) 170 m^2 E) 180 m^2

Solución:

Factorizando por el método de "quita y pon"

$$p(x) = x^4 + 6x^2 + 25 = (x^4 + 10x^2 + 25) - 4x^2 = (x^2 + 5)^2 - (2x)^2$$

$$p(x) = (x^2 + 2x + 5)(x^2 - 2x + 5)$$

$$\text{Dato: } (x^2 + 2x + 5) - (x^2 - 2x + 5) = 20 \Rightarrow 4x = 20 \Rightarrow x = 5$$

$$\text{Área del terreno: } (25 + 10 + 5)(25 - 10 + 5) \text{ m}^2 = (40)(20) \text{ m}^2 = 800 \text{ m}^2$$

$$\text{Cada uno de los 5 lotes será de } \frac{800}{5} \text{ m}^2 = 160 \text{ m}^2.$$

Rpta.: B

7. El matrimonio de Pedro y Milagros cumplen \overline{mn} años de casados. Determine hace cuántos años cumplieron bodas de plata de matrimonio, sabiendo que «m» y «n» son respectivamente el número de factores primos y el número de factores del polinomio $p(x) = x^4 + 6x^3 + 13x^2 + 12x + 4$ factorizado en $\mathbb{Z}[x]$.

- A) 10 años B) 7 años C) 4 años D) 3 años E) 5 años

Solución:

Para factorizar el polinomio usaremos el método del aspa doble especial.

$$p(x) = x^4 + 6x^3 + 13x^2 + 12x + 4$$

$$x^2 \quad + 4x \quad + 4 \rightarrow + 4x^2$$

$$x^2 \quad + 2x \quad + 1 \rightarrow + x^2$$

$$\text{Tengo: } + 5x^2$$

$$\text{Falta: } 13x^2 - 5x^2 = 8x^2$$

$$p(x) = (x^2 + 4x + 4)(x^2 + 2x + 1) = (x + 2)^2(x + 1)^2 \text{ en } \mathbb{Z}[x]$$

Número de factores primos: $2 \Rightarrow m = 2$

Número de factores algebraicos: $(2 + 1)(2 + 1) - 1 = 8 \Rightarrow n = 8$

Pedro y Milagros tienen 28 años de casados, entonces hace 3 años cumplieron los 25 años de casados.

Rpta.: D

8. Si el polinomio $p(x) = x^5 + 9x^4 + 23x^3 - 3x^2 - 78x - 72$ es factorizado en $\mathbb{Z}[x]$ resulta que «m» y «n» son respectivamente, la cantidad de sus factores primos y el mayor término independiente de sus factores primos, determine el valor de $L = (m + n)^{m-n}$.

- A) 144 B) 32 C) 16 D) 1 E) 27

Solución:

Factorizando por el método de divisores binómicos

$$p(x) = x^5 + 9x^4 + 23x^3 - 3x^2 - 78x - 72$$

	1	9	23	-3	-78	-72
-2	-2	-14	-18	42	72	
	1	7	9	-21	-36	0
-3	-3	-12	9	36		
	1	4	-3	-12		0
-4	-4	0	12			
	1	0	-3			0

$$p(x) = (x + 2)(x + 3)(x + 4)(x^2 - 3) \text{ en } \mathbb{Z}[x]$$

m = Número de factores primos = 4

n = Mayor término independiente = 4

$$\text{Piden } L = (m + n)^{m-n} = (4 + 4)^{4-4} = (8)^0 = 1$$

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Determine la suma del numerador y del denominador de la fracción algebraica que se obtiene al simplificar $F(x) = \frac{x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6}{(x+1)(x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x - 12)}$ con $x \neq -1, x \neq -2, x \neq 3$.

A) $4x^2 + 1$ B) $2x^2 + x - 2$ C) $2x^2 + x + 1$ D) $x^2 + 3x + 2$ E) $x^2 + 1$

Solución:

Para factorizar el numerador y el denominador de F, usaremos el método de aspa doble especial y aspa simple.

$$F(x) = \frac{x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6}{(x+1)(x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x - 12)} = \frac{(x^2 - 2x - 3)(x^2 + x - 2)}{(x+1)(x^2 - x - 6)(x^2 - x + 2)}$$

$$F(x) = \frac{(x-3)(x+1)(x+2)(x-1)}{(x+1)(x-3)(x+2)(x^2 - x + 2)} = \frac{x-1}{x^2 - x + 2}$$

Piden $(x^2 - x + 2) + (x - 1) = x^2 + 1$.

Rpta.: E

2. Determine la suma de los valores de «c», si la factorización del polinomio p(x) en $\mathbb{Z}[x]$ mediante el método del aspa doble especial tiene el siguiente esquema adjunto:

$$\begin{array}{r} p(x) = x^4 + 3x^3 - 5x^2 + cx - 2 \\ x^2 + ax - 2. \\ x^2 + bx + 1 \end{array}$$

A) 7 B) 1 C) -9 D) 12 E) -3

Solución:

Factorizando por el método de aspa doble especial

$$\begin{array}{r} p(x) = x^4 + 3x^3 - 5x^2 + cx - 2 \\ x^2 + ax - 2 \\ x^2 + bx + 1 \end{array}$$

Para $3x^3$: $b + a = 3 \dots (1)$

Para x^2 : $-5x^2 - (x^2 - 2x^2) = abx^2 \Rightarrow ab = -4 \dots (2)$

Para cx : $a - 2b = c \dots (3)$

De (1), (2) y (3): $\underbrace{(a = 4 \text{ y } b = -1)}_{c=6}$ o $\underbrace{(a = -1 \text{ y } b = 4)}_{c=-9}$

Piden: $(6) + (-9) = -3$

Rpta.: E

3. Halle la suma de los factores primos de $p(x) = x^5 + 3x^4 - 23x^3 - 51x^2 + 94x + 120$ factorizado en $\mathbb{Z}[x]$.

A) $3x + 2$ B) $4x + 3$ C) $2x - 5$ D) $5x + 3$ E) $3x + 5$

Solución:

Factorizando por el método de divisores binómicos

$$p(x) = x^5 + 3x^4 - 23x^3 - 51x^2 + 94x + 120$$

$$p(x) = (x + 1)(x - 2)(x + 3)(x - 4)(x + 5)$$

$$\text{Suma de factores primos: } (x + 1) + (x - 2) + (x + 3) + (x - 4) + (x + 5) = 5x + 3$$

Rpta.: D

4. Los precios de un lapicero, un lápiz y un cuaderno son «a», «b» y «c» soles respectivamente. Si Luis desea comprar 3 lapiceros, 2 lápices y 5 cuadernos, halle el monto que pagará Luis por su compra, sabiendo además que $(ax + by + c)$ es un factor primo del polinomio $p(x, y) = 6x^2 + xy - 2y^2 + 13x - 3y + 5$ en $\mathbb{Z}[x, y]$.

A) 28 soles B) 38 soles C) 25 soles D) 31 soles E) 40 soles

Solución:

$$p(x, y) = 6x^2 + xy - 2y^2 + 13x - 3y + 5 = (3x + 2y + 5)(2x - y + 1)$$

$$\begin{array}{r} 3x \quad + 2y \quad + 5 \\ 2x \quad - y \quad + 1 \end{array}$$

Como "a", "b" y "c" toman valores positivos, debe ocurrir

$$ax + by + c = 3x + 2y + 5 \Rightarrow (a = 3, b = 2 \text{ y } c = 5)$$

Luis pagará $3(3) + 2(2) + 5(5)$ soles = 38 soles.

Rpta.: B

5. El número de cursos que aún le faltan a Miguel para culminar sus estudios universitarios es igual al número de factores primos del polinomio $p(x) = x^8 - 5x^4 - 6x^2 - 5$ factorizado en $\mathbb{Z}[x]$. ¿Cuántos cursos aún le faltan a Miguel?

A) 6 cursos B) 2 cursos C) 3 cursos D) 5 cursos E) 4 cursos

Solución:

Para factorizar se usará el método de aspa doble especial.

$$p(x) = x^8 + 0x^6 - 5x^4 - 6x^2 - 5$$

$$x^4 \quad -x^2 \quad -5 \rightarrow -5x^4$$

$$x^4 \quad +x^2 \quad +1 \rightarrow +x^4$$

$$\text{Tengo: } -4x^4$$

$$\text{Falta: } -5x^4 - (-4x^4) = -x^4$$

$$\text{Tenemos } p(x) = x^8 - 5x^4 - 6x^2 - 5 = (x^4 - x^2 - 5)(x^4 + x^2 + 1)$$

$$p(x) = \underbrace{(x^4 - x^2 - 5)}_{\substack{\text{no tiene raíces} \\ \text{enteras}}} \underbrace{(x^2 + x + 1)}_{\Delta < 0} \underbrace{(x^2 - x + 1)}_{\Delta < 0}$$

$p(x)$ tiene 3 factores primos.

A Miguel le faltan 3 cursos para terminar sus estudios universitarios.

Rpta.: C

6. En un evento por Navidad, una empresa llevó $(2 + r(3))$ decenas de juguetes para repartirlos entre los niños de cierto asentamiento humano de Lima. Si cada uno de los $(10 \cdot s(2))$ niños presentes recibió un solo juguete, determine cuántos juguetes sobraron, sabiendo que $r(x)$ y $s(x)$ son los factores primos de menor y mayor suma de coeficientes respectivamente del polinomio $p(x) = x^6 + 16x^3 - 16x^2 + 64$ factorizado en $\mathbb{Z}[x]$.

- A) 8 B) 10 C) 15 D) 21 E) 25

Solución:

$$p(x) = x^6 + 16x^3 - 16x^2 + 64 = x^6 + 16x^3 - 16(x^2 - 4)$$

$$x^3 \quad +4(x+2)$$

$$x^3 \quad -4(x-2)$$

$$p(x) = (x^3 + 4x + 8)(x^3 - 4x + 8) \text{ en } \mathbb{Z}[x]$$

$$\text{Tenemos que } \sum \text{coef}(x^3 + 4x + 8) = 13 \text{ y } \sum \text{coef}(x^3 - 4x + 8) = 5$$

$$\text{por lo tanto, } r(x) = x^3 - 4x + 8 \text{ y } s(x) = x^3 + 4x + 8.$$

$$\text{Tenemos } \begin{cases} 2 + r(3) = 2 + 27 - 12 + 8 = 25 \\ 10 \cdot s(2) = 10(8 + 8 + 8) = 240 \end{cases}$$

$$\text{Cantidad de juguetes que sobraron: } 25(10) - 240 = 250 - 240 = 10$$

Rpta.: B

7. Manuel administra el alquiler de un container de volumen $V = n^6 + n^5 + 6n^4 + 5n^3 + 9n^2 + 4n + 4$ metros cúbicos con $n \in \mathbb{Z}^+$. Si los factores primos de V en $\mathbb{Z}[n]$ representan las dimensiones (en metros) del ancho, del largo y de la altura del container y una de tales dimensiones mide 5 metros, determine el menor volumen que podría tener el container que administra Manuel.
- A) 15 m^3 B) 60 m^3 C) 30 m^3 D) 45 m^3 E) 51 m^3

Solución:

$$V = n^6 + n^5 + 6n^4 + 5n^3 + 9n^2 + 4n + 4$$

$$V = (n^6 + n^5 + n^4) + (5n^4 + 5n^3 + 5n^2) + (4n^2 + 4n + 4)$$

$$V = n^4(n^2 + n + 1) + 5n^2(n^2 + n + 1) + 4(n^2 + n + 1)$$

$$V = (n^2 + n + 1)(n^4 + 5n^2 + 4) = (n^2 + n + 1)(n^2 + 4)(n^2 + 1) \in \mathbb{Z}[n]$$

Dato: La longitud de uno de los lados del container mide 5 metros.

$$\text{Si } n^2 + n + 1 = 5 \Rightarrow n^2 + n - 4 = 0 \Rightarrow n \notin \mathbb{Z}$$

$$\text{Si } n^2 + 4 = 5 \Rightarrow n^2 = 1 \Rightarrow n = 1 \Rightarrow V = (3)(5)(2) = 30$$

$$\text{Si } n^2 + 1 = 5 \Rightarrow n^2 = 4 \Rightarrow n = 2 \Rightarrow V = (7)(8)(5) = 280$$

El mínimo volumen que tendría el container que administra Manuel es 30 m^3 .

Rpta.: C

8. Ana tiene solo monedas de 5 soles y de 2 soles. La cantidad de monedas de 5 soles es numéricamente igual al producto de las sumas de los coeficientes de los factores cuadráticos de $p(x)$ que tienen raíces reales mientras que, la cantidad de monedas de 2 soles coincide con la suma de los coeficientes del factor cuadrático de $p(x)$ que tiene raíces complejas. Si $p(x) = (x^2 + 5x + 1)(2x^4 + 5x^3 + 2x^2 + 8x + 3)$ se factoriza en $\mathbb{Z}[x]$, ¿cuánto dinero tiene Ana?
- A) 202 soles B) 169 soles C) 190 soles D) 183 soles E) 200 soles

Solución:

Para factorizar el polinomio, usaremos el método de aspa doble especial.

$$p(x) = (x^2 + 5x + 1)(2x^4 + 5x^3 + 2x^2 + 8x + 3)$$

$$2x^2 \quad -x \quad +3 \rightarrow +3x^2$$

$$x^2 \quad +3x \quad +1 \rightarrow +2x^2$$

$$\text{Tengo: } +5x^2$$

$$\text{Falta: } 2x^2 - 5x^2 = -3x^2$$

$$p(x) = \underbrace{(x^2 + 5x + 1)}_{\Delta=21} \underbrace{(2x^2 - x + 3)}_{\Delta=-23} \underbrace{(x^2 + 3x + 1)}_{\Delta=5}$$

Se tiene que:

$$\text{Número de monedas de 5 soles} = (1+5+1)(1+3+1) = 35$$

$$\text{Número de monedas de 2 soles} = (2-1+3) = 4$$

$$\text{Ana tiene } (35)(5) + (4)(2) \text{ soles} = 183 \text{ soles}$$

Rpta.: D

Trigonometría

EJERCICIOS DE CLASE

1. Si $\alpha = 7^\circ 30'$, halle el valor de $(\operatorname{sen}\alpha - \operatorname{sen}3\alpha)(2\cos 5\alpha + 2\cos 3\alpha)$.

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

B) $-\frac{\sqrt{5}}{7}$

C) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

D) $\frac{\sqrt{3}}{6}$

E) $\frac{\sqrt{5}}{7}$

Solución:

Sea E la expresión:

$$E = (\operatorname{sen}\alpha - \operatorname{sen}3\alpha)(2\cos 5\alpha + 2\cos 3\alpha)$$

$$E = -2(\operatorname{sen}3\alpha - \operatorname{sen}\alpha)(\cos 5\alpha + \cos 3\alpha)$$

$$E = -2(2\cos 2\alpha \operatorname{sen}\alpha)(2\cos 4\alpha \cos \alpha)$$

$$E = -4(2\operatorname{sen}\alpha \cos \alpha) \cos 2\alpha \cos 4\alpha$$

$$E = -2(2\operatorname{sen}2\alpha \cos 2\alpha) \cos 4\alpha$$

$$E = -\operatorname{sen}8\alpha = -\operatorname{sen}[8(7^\circ 30')]$$

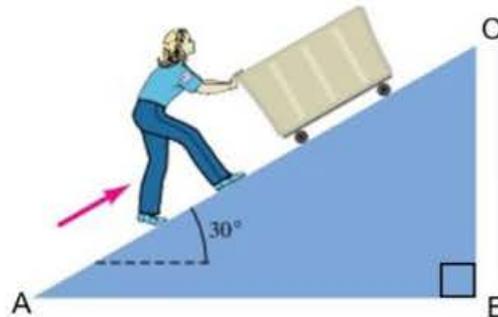
$$E = -\operatorname{sen}60^\circ$$

Por lo tanto, el valor de la expresión es $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Rpta.: A

2. Sobre el plano inclinado, una pequeña carreta es empujada desde A hasta C, tal como se muestra en la figura. Si el ángulo de inclinación de dicho plano mide 30° y $AB = 80 \csc 40^\circ (\sin^2 130^\circ - \sin^2 10^\circ)$ m, halle la distancia recorrida por dicha carreta.

- A) 60 m
- B) 70 m
- C) 40 m
- D) 80 m
- E) 50 m



Solución:

Del dato:

$$AB = 80 \csc 40^\circ (\sin^2 130^\circ - \sin^2 10^\circ) \text{ m}$$

$$AB = 80 \csc 40^\circ (\sin 130^\circ + \sin 10^\circ)(\sin 130^\circ - \sin 10^\circ) \text{ m}$$

$$AB = 80 \csc 40^\circ (\sin 50^\circ + \sin 10^\circ)(\sin 50^\circ - \sin 10^\circ) \text{ m}$$

$$AB = 80 \csc 40^\circ (2 \sin 30^\circ \cos 20^\circ)(2 \cos 30^\circ \sin 20^\circ) \text{ m}$$

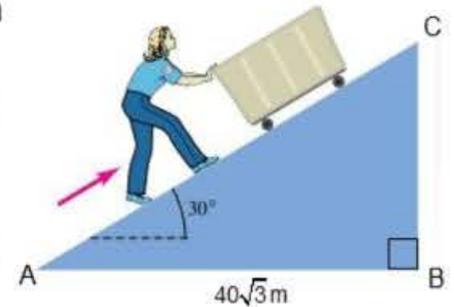
$$AB = 80 \csc 40^\circ (2 \sin 30^\circ \cos 30^\circ)(2 \sin 20^\circ \cos 20^\circ) \text{ m}$$

$$AB = 80 \csc 40^\circ (\sin 60^\circ) \sin 40^\circ \text{ m}$$

$$AB = 40\sqrt{3} \text{ m}$$

Por lo tanto, la distancia recorrida por la carreta es 80 m.

Rpta.: D



3. La distancia recomendada a la que debe colocarse la parte inferior de una escalera al apoyarla sobre una pared vertical es el 25% de su longitud L.

Si $36x - \pi = 0$ y $L = \frac{\sqrt{3}(\cos 4x + \cos 8x)(\cos 5x - \cos 9x)}{\sin 4x \sin 7x}$ m, halle dicha distancia.

- A) 0,65 m
- B) 1,25 m
- C) 0,75 m
- D) 1,15 m
- E) 0,85 m



Solución:

Del dato:

$$L = \frac{\sqrt{3}(\cos 8x + \cos 4x)(\cos 5x - \cos 9x)}{\sin 4x \sin 7x} \text{ m}$$

$$L = \frac{\sqrt{3}(2\cos 6x \cos 2x)(-2\sin 7x \sin(-2x))}{\sin 4x \sin 7x} \text{ m}$$

$$L = \frac{2\sqrt{3} \cos 6x (2\sin 2x \cos 2x)}{\sin 4x} \text{ m} = (2\sqrt{3} \cos 6x) \text{ m}$$

Como $36x - \pi = 0 \Rightarrow L = 3 \text{ m}$

Por lo tanto, la distancia D es 0,75 m.

**Rpta.: C**

4. Una maratón escolar se desarrollará en una pista horizontal representada por el segmento AD. Si A, B, C y D son puntos consecutivos y colineales, tales que $AB = (4\cos 80^\circ \cos 40^\circ)$ km, $BC = (10\cot 75^\circ - 2\sin 50^\circ)$ km y $CD = (10\sin 45^\circ \sec 15^\circ)$ km, ¿cuánto mide el largo de la pista AD?

- A) 9 km B) 10 km C) 12 km D) 8 km E) 6 km

Solución:

$$AD = (AB + BC + CD) \text{ km}$$

$$AD = (4\cos 80^\circ \cos 40^\circ + 10\cot 75^\circ - 2\sin 50^\circ + 10\sin 45^\circ \sec 15^\circ) \text{ km}$$

$$AD = \left(2(\cos 120^\circ + \cos 40^\circ) + 10 \left(\frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} + \frac{\sin 45^\circ}{\cos 15^\circ} \right) - 2\sin 50^\circ \right) \text{ km}$$

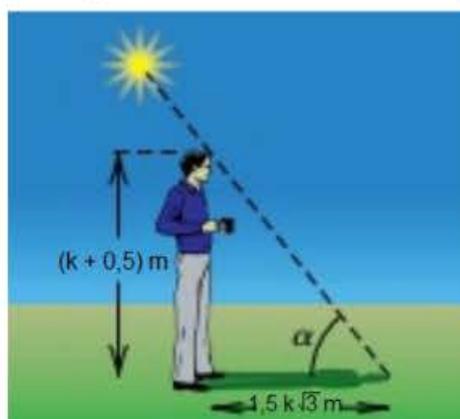
$$AD = (-1 + 2\cos 40^\circ + 10 - 2\cos 40^\circ) \text{ km}$$

$$AD = 9 \text{ km}$$

Rpta.: A

5. Una persona que mide $(k+0,5)$ metros de estatura proyecta una sombra de $(1,5k\sqrt{3})$ metros de largo en el suelo, tal como se muestra en la figura. Si $k = 4\cos 50^\circ \sin 80^\circ - 4\cos^2 20^\circ + 2$, halle la medida del ángulo α .

- A) 45°
 B) 30°
 C) 60°
 D) 74°
 E) 53°



Solución:

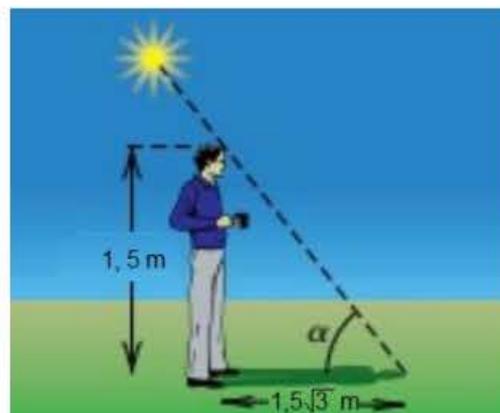
Del dato

$$k = 4 \cos 50^\circ \sin 80^\circ - 4 \cos^2 20^\circ + 2$$

$$k = 2 [2 \sin 40^\circ \cos 10^\circ - 2 \cos^2 20^\circ + 1]$$

$$k = 2 [\sin(40^\circ + 10^\circ) + \sin(40^\circ - 10^\circ) - (2 \cos^2 20^\circ - 1)]$$

$$k = 2 [\sin 50^\circ + \sin 30^\circ - \cos 40^\circ] \Rightarrow k = 1$$

Por lo tanto, la medida del ángulo α es 30° .**Rpta.: B**

6. En las aulas de un instituto tecnológico se desarrolla una competencia entre los alumnos; se trata de ver quién resuelve más rápido cinco problemas; uno de estos problemas pide a los competidores hallar un ángulo obtuso A, que cumpla la siguiente expresión:

$$\frac{8 \sin 5^\circ \cos 5^\circ}{\sec 10^\circ \sec 16^\circ} - 2 \sin 2^\circ \cos 2^\circ = \sin A$$

Si uno de los competidores hizo todos sus cálculos correctamente, ¿qué respondió el alumno?

- A) 118° B) 162° C) 136° D) 144° E) 142°

Solución:

Del dato

$$\frac{8 \sin 5^\circ \cos 5^\circ}{\sec 10^\circ \sec 16^\circ} - 2 \sin 2^\circ \cos 2^\circ = \sin A$$

$$4 \sin 10^\circ \cos 10^\circ \cos 16^\circ - \sin 4^\circ = \sin A$$

$$2 \sin 20^\circ \cos 16^\circ - \sin 4^\circ = \sin A$$

$$\sin 36^\circ + \sin 4^\circ - \sin 4^\circ = \sin A$$

$$\sin 36^\circ = \sin 144^\circ = \sin A$$

$$A = 144^\circ$$

Por lo tanto, la medida del ángulo obtuso es 144° .**Rpta.: D**

7. Si el área de un terreno con forma de triángulo rectángulo está dada por la expresión $2[1 + 1,2(\cos(45^\circ - \alpha) + \cos(45^\circ + \alpha))]$ en hectáreas, donde α es el mayor ángulo agudo de dicho triángulo, determine el máximo número entero de hectáreas de dicho terreno.

- A) 2 B) 1 C) 3 D) 4 E) 5

Solución:

Sea S u² el área de dicho terreno

$$S = 2 \left[1 + 1,2 (\cos(45^\circ - \alpha) + \cos(45^\circ + \alpha)) \right] = 2 \left[1 + \frac{6}{5} (2 \cos 45^\circ \cos \alpha) \right]$$

$$S = \frac{10 + 12\sqrt{2} \cos \alpha}{5}$$

Del dato: α es el mayor ángulo agudo del triángulo rectángulo

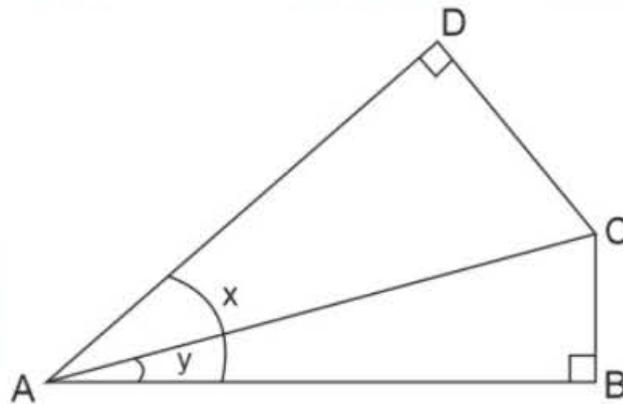
$$\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow 0 < \cos \alpha < \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow 2 < S < \frac{22}{5}$$

Por lo tanto, el máximo número entero de hectáreas es 4.

Rpta.: D

8. En la figura, $DC = 2CB$. Calcule el valor de $\frac{\tan\left(\frac{x}{2} - y\right)}{\csc x - \cot x}$.

- A) $\frac{1}{3}$
- B) $\frac{1}{2}$
- C) 1
- D) $\frac{1}{6}$
- E) $\frac{1}{5}$



Solución:

De la figura $\sin(x - y) = \frac{2}{\csc y} \Rightarrow \sin(x - y) = 2\text{sen}y$

Luego:

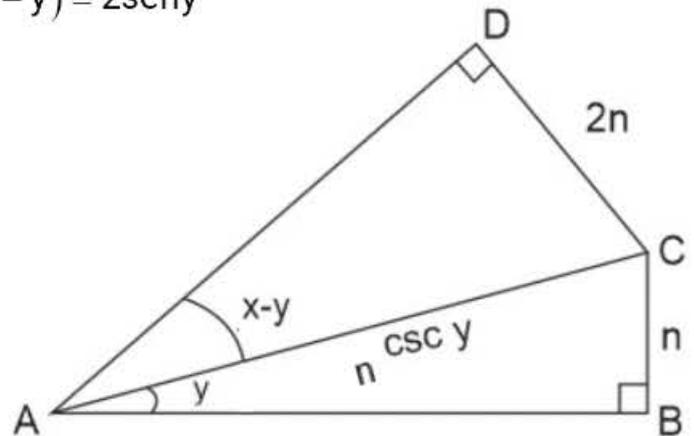
$$\sin(x - y) + \text{sen}y = 3\text{sen}y$$

$$2\text{sen}\frac{x}{2} \cdot \cos\left(\frac{x}{2} - y\right) = 3\text{sen}y \dots(i)$$

Por otro lado

$$\sin(x - y) - \text{sen}y = \text{sen}y$$

$$2\cos\frac{x}{2} \cdot \sin\left(\frac{x}{2} - y\right) = \text{sen}y \dots(ii)$$

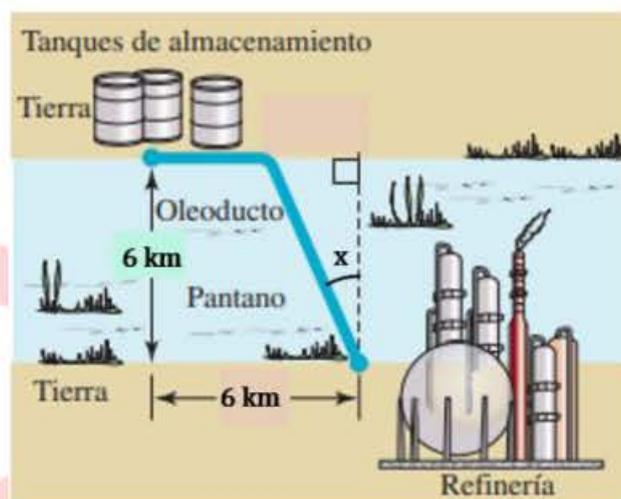


$$\text{De (i) y (ii): Se tiene } \tan\left(\frac{x}{2} - y\right) \cot \frac{x}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{\tan\left(\frac{x}{2} - y\right)}{\csc x - \cot x} = \frac{1}{3}.$$

Rpta.: A

9. Se construirá un oleoducto que saldrá de una refinera, cruzará un pantano y llegará a los tanques de almacenamiento, como se representa en la figura. Si el costo de construcción es de $20\cos(3x)\text{sen}(x)$ miles de dólares por kilómetro en el pantano y $20\cos(3x)$ miles de dólares por kilómetro en tierra firme, determine el costo total de la construcción del oleoducto.

- A) $120\cos(3x)$ miles de dólares
 B) $140\text{sen}(3x)$ miles de dólares
 C) $100\cos(3x)$ miles de dólares
 D) $130\text{sen}(3x)$ miles de dólares
 E) $110\text{sen}(3x)$ miles de dólares

**Solución:**

Sea P miles de dólares el costo de construcción en el pantano, entonces

$$P = 6 \sec(x) \cdot 20 \cos(3x) \text{sen}(x)$$

$$\Rightarrow P = 120 [2 \cos(2x) - 1] \text{sen}(x)$$

$$\Rightarrow P = 120 [2 \text{sen}(x) \cos(2x) - \text{sen}(x)]$$

$$\Rightarrow P = 120 [\text{sen}(3x) - 2 \text{sen}(x)]$$

Sea C miles de dólares el costo de construcción en tierra firme, entonces

$$C = 6 [1 - \tan(x)] \cdot 20 \cos(3x)$$

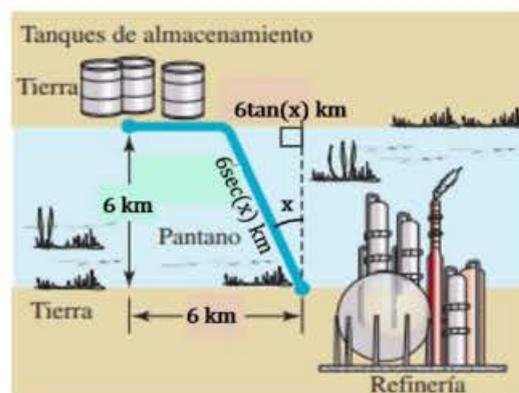
$$\Rightarrow C = 120 [\cos(x) - \text{sen}(x)] [2 \cos(2x) - 1]$$

$$\Rightarrow C = 120 [2 \cos(2x) \cos(x) - 2 \cos(2x) \text{sen}(x) - \cos(x) + \text{sen}(x)]$$

$$\Rightarrow C = 120 [\cos(3x) - \text{sen}(3x) + 2 \text{sen}(x)]$$

Por lo tanto, el costo total de la construcción es $120\cos(3x)$ miles de dólares.

Rpta.: A



10. En la figura, $x + y = 8$ cm. Si $y = (\sqrt{3} \cot 20^\circ - 4 \cos 20^\circ)$ cm, halle x .

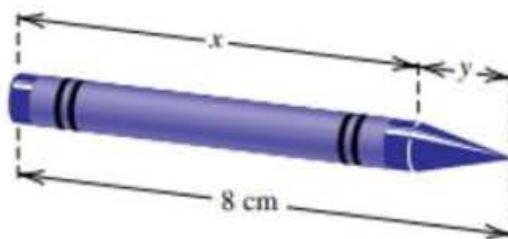
A) 7,5 cm

B) 7,4 cm

C) 7 cm

D) 6 cm

E) 7,6 cm



Solución:

Del dato:

$$y = (\sqrt{3} \cot 20^\circ - 4 \cos 20^\circ) \text{ cm}$$

$$y = \left(\sqrt{3} \frac{\cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} - 4 \cos 20^\circ \right) \text{ cm}$$

$$y = \left(\frac{\sqrt{3} \cos 20^\circ - 4 \sin 20^\circ \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} \right) \text{ cm}$$

$$y = \left(\frac{2 \cos 30^\circ \cos 20^\circ - 2 \sin 40^\circ}{\sin 20^\circ} \right) \text{ cm}$$

$$y = \left(\frac{\cos 50^\circ + \cos 10^\circ - 2 \cos 50^\circ}{\sin 20^\circ} \right) \text{ cm}$$

$$y = \left(\frac{\cos 10^\circ - \cos 50^\circ}{\sin 20^\circ} \right) \text{ cm}$$

$$y = \frac{-2 \sin 30^\circ \sin(-20^\circ)}{\sin 20^\circ} \text{ cm} \Rightarrow y = 1 \text{ cm}$$

Por lo tanto, x es 7 cm.

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Halle el valor de la expresión $4 \sec 65^\circ \cos 85^\circ (\cos 75^\circ + \sin 25^\circ + \cos 55^\circ)$.

A) $\sqrt{3}$

B) $\sqrt{2}$

C) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$

D) $\sqrt{6} + \sqrt{2}$

E) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

Solución:

Sea P el valor de la expresión:

$$P = 4 \csc 25^\circ \operatorname{sen} 5^\circ (\operatorname{sen} 15^\circ + \operatorname{sen} 25^\circ + \operatorname{sen} 35^\circ)$$

$$P = 4 \csc 25^\circ \operatorname{sen} 5^\circ (2 \operatorname{sen} 25^\circ \cos 10^\circ + \operatorname{sen} 25^\circ)$$

$$P = 4 \csc 25^\circ \operatorname{sen} 5^\circ \cdot \operatorname{sen} 25^\circ (2 \cos 10^\circ + 1)$$

$$P = 4 \operatorname{sen} 5^\circ (2 \cos 10^\circ + 1)$$

$$P = 4 \operatorname{sen} 15^\circ$$

$$P = 4 \left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \right)$$

Por lo tanto, el valor de la expresión es $\sqrt{6} - \sqrt{2}$.

Rpta.: C

2. Simplifique la expresión $\tan x + 2 \sec 9x \operatorname{sen} 3x + \frac{2 \sec 3x}{\csc x}$.

A) $\cot 9x$

B) $\operatorname{sen} 9x$

C) $\tan 9x$

D) $\csc 9x$

E) $\sec 9x$

Solución:

Sea Q el valor de la expresión

$$Q = \frac{2 \operatorname{sen} x}{\cos 3x} + \frac{2 \operatorname{sen} 3x}{\cos 9x} + \tan x$$

$$Q = \frac{2 \cos 9x \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} 6x}{\cos 9x \cos 3x} + \tan x$$

$$Q = \frac{\operatorname{sen} 10x - \operatorname{sen} 8x + \operatorname{sen} 6x}{\cos 9x \cos 3x} + \tan x$$

$$Q = \frac{2 \operatorname{sen} 8x \cos 2x - \operatorname{sen} 8x}{\cos 9x \cos 3x} + \tan x$$

$$Q = \frac{\operatorname{sen} 8x (2 \cos 2x - 1)}{\cos 9x \cos x (2 \cos 2x - 1)} + \tan x$$

$$Q = \tan 9x - \tan x + \tan x$$

Por lo tanto, la expresión simplificada es $\tan 9x$.

Rpta.: C

3. Si $M \operatorname{sen} 50^\circ \cos 80^\circ = \csc 100^\circ - \sec 50^\circ$, halle el valor de M.

A) $-4 \operatorname{sen} 10^\circ$

B) $-4 \csc 10^\circ$

C) $-\sec 10^\circ$

D) $-4 \cos 10^\circ$

E) $-4 \sec 10^\circ$

Solución:

Del dato:

$$M \operatorname{sen} 50^\circ \cos 80^\circ = \operatorname{csc} 80^\circ - \operatorname{csc} 40^\circ$$

$$M \operatorname{sen} 50^\circ \cos 80^\circ = \frac{1}{\operatorname{sen} 80^\circ} - \frac{1}{\operatorname{sen} 40^\circ}$$

$$M \operatorname{sen} 50^\circ \cos 80^\circ = \frac{\operatorname{sen} 40^\circ - \operatorname{sen} 80^\circ}{\operatorname{sen} 80^\circ \operatorname{sen} 40^\circ}$$

$$M \cdot 2 \operatorname{sen} 10^\circ \cos 10^\circ \operatorname{sen} 40^\circ \cos 40^\circ = -2 \cos 60^\circ \operatorname{sen} 20^\circ \cdot 2$$

$$M \cdot 2 \operatorname{sen} 20^\circ \operatorname{sen} 40^\circ \cos 40^\circ = -2 \operatorname{sen} 20^\circ \cdot 2$$

$$M \operatorname{sen} 80^\circ = -4$$

$$M = -4 \operatorname{sec} 10^\circ$$

Por lo tanto, el valor de M es $-4 \operatorname{sec} 10^\circ$.**Rpta.: E**

4. Se tiene un globo con aire caliente que se eleva verticalmente desde el punto Q, tal como se muestra en la figura. Si el ángulo de elevación desde un punto P en el nivel del suelo es α y $\tan \alpha = \frac{2 \operatorname{sen} 70^\circ + \cos 140^\circ}{\operatorname{sen} 140^\circ}$, halle MQ.

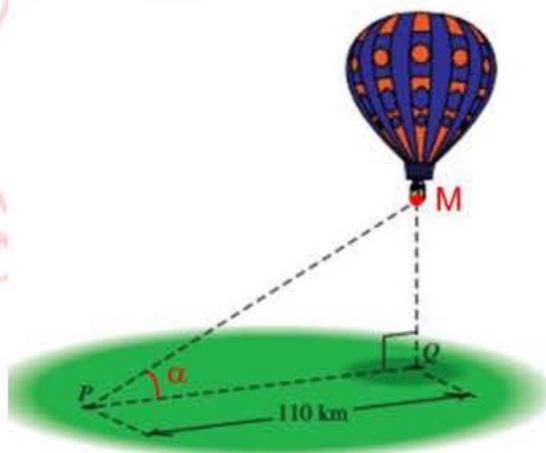
A) $120\sqrt{3}$ km

B) $110\sqrt{3}$ km

C) 100 km

D) $130\sqrt{2}$ km

E) $140\sqrt{3}$ km

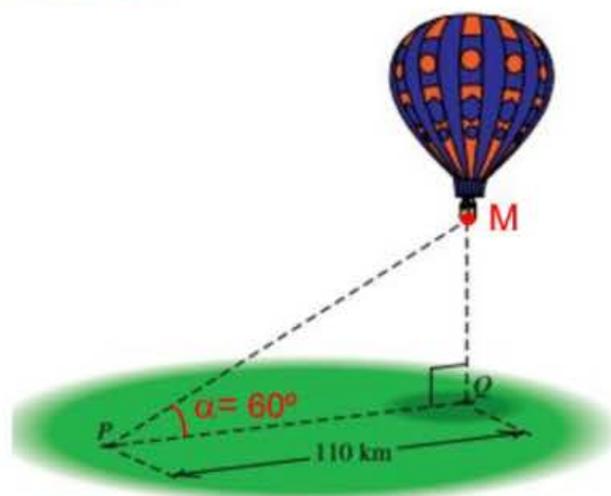
**Solución:**

Del dato:

$$\tan \alpha = \frac{2 \operatorname{sen} 70^\circ + \cos 140^\circ}{\operatorname{sen} 140^\circ}$$

$$\tan \alpha = \frac{2 \operatorname{sen} 70^\circ - \cos 40^\circ}{\operatorname{sen} 40^\circ}$$

$$\tan \alpha = \frac{\cos 20^\circ + \cos 20^\circ - \cos 40^\circ}{\cos 50^\circ}$$



$$\tan \alpha = \frac{\cos 20^\circ - 2\text{sen}30^\circ \text{sen}(-10^\circ)}{\cos 50^\circ}$$

$$\tan \alpha = \frac{\cos 80^\circ + \cos 20^\circ}{\cos 50^\circ} = \frac{2 \cos 50^\circ \cos 30^\circ}{\cos 50^\circ}$$

$$\tan \alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

Por lo tanto, MQ es igual a $110\sqrt{3}$ km.

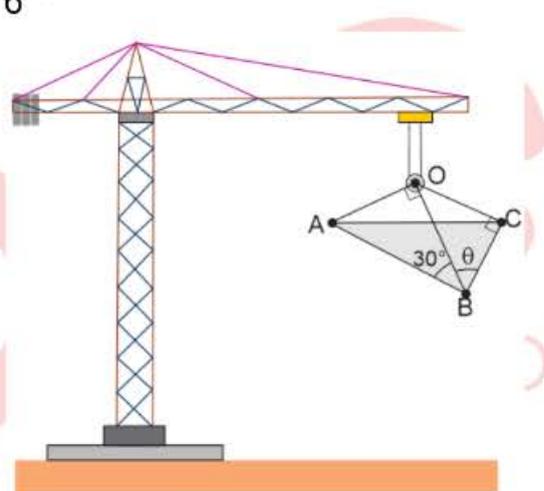
Rpta.: B

5. En la figura, se muestra la vista lateral de una grúa torre en el instante en que traslada una placa triangular ABC. Si $0 < \theta \leq \frac{\pi}{6}$ y $AO = 1$ dam, halle el área máxima de la placa triangular.

A) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ dam² B) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ dam²

C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ dam² D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ dam²

E) $\frac{3}{4}$ dam²



Solución:

De la figura: $BC = \sqrt{3} \cos \theta$ dam

Luego

$$\text{Área}_{ABC} = \frac{1}{2} \left[2\sqrt{3} \text{sen} \left(\frac{\pi}{6} + \theta \right) \cdot \cos \theta \right] \text{ dam}^2$$

$$\text{Área}_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \left[\text{sen} \left(\frac{\pi}{6} + 2\theta \right) + \text{sen} \left(\frac{\pi}{6} \right) \right] \text{ dam}^2$$

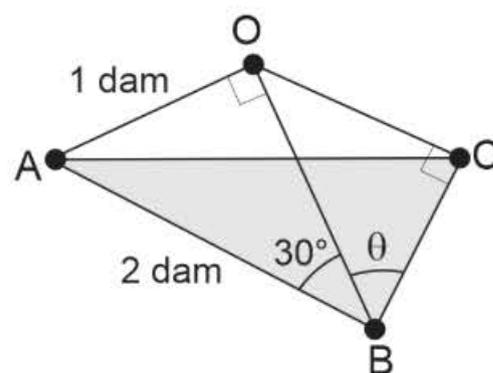
$$\text{Área}_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \left[\text{sen} \left(\frac{\pi}{6} + 2\theta \right) + \frac{1}{2} \right] \text{ dam}^2$$

Como: $0 < \theta \leq \frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{1}{2} < \text{sen} \left(\frac{\pi}{6} + 2\theta \right) \leq 1$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} < \frac{\sqrt{3}}{2} \left[\text{sen} \left(\frac{\pi}{6} + 2\theta \right) + \frac{1}{2} \right] \leq \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

Luego, $\text{Área}_{\text{Máx}} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$ dam²

Por lo tanto, el área máxima de la placa triangular es $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ dam².



Rpta.: B

Lenguaje

EJERCICIOS DE CLASE

1. El adjetivo señala características o cualidades de un nombre. Según ello, en el enunciado *En la selva colombiana, florece una de las especies más hermosas y representativas del país. Una planta flotante que llega a medir entre tres y cinco metros, y se considera la planta acuática más grande del mundo.* La cantidad de adjetivos asciende a

A) tres. B) seis. C) cinco. D) siete. E) dos.

Solución:

En el referido enunciado, se presentan seis adjetivos: *colombiana, hermosas, representativas, flotante, acuática y grande.*

Rpta.: B

2. Los adjetivos explicativos expresan características subjetivas de un sustantivo. Teniendo en cuenta esta afirmación, identifique la alternativa que presenta esta clase de adjetivo.

- I. Su hermano Jonás siempre fue un gran hombre.
II. El perro negro jugaba con el niño en el parque.
III. Era muy interesante el tema que abordó Matías.
IV. Compró dos vehículos importados el año pasado.

A) I y IV B) II y IV C) I y III D) II y III E) I y II

Solución:

En esta alternativa, los adjetivos *gran* e *interesante* son explicativos, ya que expresan información subjetiva de los sustantivos *hombre* y *tema*.

Rpta.: C

3. El adjetivo puede cumplir las funciones de modificador directo, complemento atributo y complemento predicativo. En ese sentido, lea los enunciados y marque la alternativa que presenta al adjetivo como complemento atributo.

- I. Mi prima Mariela leía atenta el comunicado.
II. Estábamos tensionados por el examen final.
III. Por la noche, Juan llegó cansado a mi casa.
IV. Fue amable al brindarnos esa información.

A) II y IV B) I y IV C) I y III D) II y III E) I y II

Solución:

Las frases adjetivas *tensionados* y *amable* funcionan como complemento atributo de los verbos copulativos *estábamos* y *fue* respectivamente.

Rpta.: A

4. El adjetivo puede presentar diferentes grados de intensidad: positivo, comparativo y superlativo. En el enunciado *El lago Tanganica es considerado el segundo más grande del mundo en volumen. También es larguísimo y presenta una abundante diversidad biológica*, determine el grado de los adjetivos subrayados y elija la alternativa correcta.
- A) Superlativo absoluto, positivo y superlativo absoluto
B) Superlativo relativo, superlativo absoluto y positivo
C) Superlativo relativo, superlativo relativo y positivo
D) Positivo, superlativo relativo y superlativo absoluto
E) Superlativo absoluto, positivo y superlativo relativo

Solución:

El adjetivo *grande* está en grado superlativo relativo porque expresa una cualidad en su más alto grado de intensidad dentro de un ámbito restringido. El adjetivo *larguísimo* está intensificado en su máximo nivel, pues presenta el sufijo *-ísimo*; por ello, se encuentra en grado superlativo absoluto. El adjetivo *biológica* se encuentra en grado positivo, pues presenta la característica en su forma más simple.

Rpta.: B

5. Los determinantes posesivos expresan pertenencia del nombre con relación a las personas gramaticales. Según ello, identifique la alternativa que presenta mayor cantidad de determinantes de esta clase.
- A) Al orar, siempre pedía por el pan nuestro de cada día.
B) Lo suyo no fue subastado en aquel evento, Ricardo.
C) Dejé mis libros de fonología en la oficina del director.
D) Madre mía, mi profesor de Química felicitó su proyecto.
E) Su equipo no funcionaba, por eso decidió comprar otro.

Solución:

En el referido enunciado, hay tres determinantes posesivos: *mía, mi* y *su*.

Rpta.: D

6. En el enunciado *Aunque con frecuencia se atribuye a la época de los egipcios, el origen del perfume se remonta a la Edad de Piedra, cuando los hombres quemaban maderas aromáticas y resinas que desprendían un aroma agradable para complacer a sus divinidades*, el número de determinantes asciende a
- A) cuatro. B) seis. C) ocho. D) tres. E) cinco.

Solución:

El enunciado presenta ocho determinantes: *la, los, el, el (del), la, las, un* y *sus*.

Rpta.: C

7. Los determinantes pueden clasificarse en artículos, posesivos, demostrativos y cuantificadores. Teniendo en cuenta esta afirmación, identifique los determinantes y escriba su clasificación en los espacios en blanco.

- A) Unos estudiantes extranjeros están en la biblioteca. _____
 B) Estos anuncios fueron publicados el día miércoles. _____
 C) Sus cuadros serán subastados en aquellos eventos. _____
 D) Cuatro hermosos cachorros corren por ese balneario. _____
 E) Muchas veces lo vi estudiando en la biblioteca. _____

Solución:

- A) Artículo indefinido (unos) y artículo definido (la)
 B) Demostrativo (estos) y artículo definido (el)
 C) Posesivo (sus) y demostrativo (aquellos)
 D) Cuantificador numeral cardinal (cuatro) y demostrativo (ese)
 E) Cuantificador indefinido (muchas) y artículo definido (la)

8. Los determinantes son elementos gramaticales que modifican al nombre en la frase nominal. Pueden ser artículos, posesivos, demostrativos y cuantificadores. Según esta aseveración, determine la correlación correcta entre los determinantes subrayados de los enunciados y sus respectivas clases.

- | | |
|---|-----------------------------|
| I. <u>Algunos</u> niños faltaron anteayer. | a. Artículo neutro |
| II. <u>Estos</u> libros son muy interesantes. | b. Cuantificador numeral |
| III. Derribó el edificio de <u>cinco</u> pisos. | c. Cuantificador indefinido |
| IV. <u>Lo</u> bueno fue que nos apoyaron. | d. Demostrativo |
- A) Ib, IIa, IIIc, IVd B) Ia, IIb, IIIc, IVd C) Ic, IIa, IIIb, IVd
 D) Id, IIa, IIIb, IVc E) Ic, IId, IIIb, IVa

Solución:

En I, *algunos* indica una cantidad imprecisa; en II, *estos* señala cercanía del hablante; en III, *cinco* expresa una cantidad exacta y en IV, *lo* es un artículo neutro, ya que modifica al adjetivo *bueno*.

Rpta.: E

9. En el enunciado *Las técnicas de relajación son una excelente manera de ayudar a controlar el estrés. La relajación no se trata solo de tranquilidad o de disfrutar un pasatiempo, es un proceso que disminuye los efectos del estrés en la mente y el cuerpo*, con respecto al artículo, se puede afirmar lo siguiente:

- I. En total, se contabilizan diez.
 II. Carece de formas contractas.
 III. Solo hay artículos indefinidos.
 IV. Presenta siete artículos definidos.
- A) I y III B) II y III C) III y IV D) I y IV E) I y II

Solución:

El referido enunciado presenta diez determinantes artículos: siete definidos (*las, el, la, los, el [del], la, el*) y tres indefinidos (*una, un, un*).

Rpta.: D

10. La concordancia en la frase nominal se establece en género y número entre el núcleo y sus modificadores directos (determinantes y adjetivos). Según ello, elija la alternativa que evidencia concordancia nominal.
- A) Le agregó al guiso una zanahoria y un tomate picado.
 - B) El hacha filudo estaba guardado en el armario grande.
 - C) No encontraron la acta del curso que se dictó en agosto.
 - D) El aula amplio estaba lleno de alumnos desde temprano.
 - E) José Luis compró una camisa y un pantalón importados.

Solución:

Cuando un adjetivo califica a dos o más sustantivos coordinados y va pospuesto a ellos, debe estar en masculino plural. Las demás alternativas deben aparecer de la siguiente manera:

- A) Le agregó al guiso una zanahoria y un tomate picados.
- B) El hacha filuda estaba guardada en el armario grande.
- C) No encontraron el acta del curso que se dictó en agosto.
- D) El aula amplia estaba llena de alumnos desde temprano.

Rpta.: E

11. Los cuantificadores pueden ser indefinidos y numerales. A su vez, los numerales pueden ser cardinales, ordinales, partitivos o múltiples. Tomando en cuenta esta clasificación, elija la alternativa que presenta mayor cantidad de cuantificadores.
- A) Muchos no ingresaron al concierto, Alejandra.
 - B) Había muchos invitados en la fiesta de anoche.
 - C) Solo dos compañeros fueron a la reunión ayer.
 - D) Hubo dos debates, estuvieron varios candidatos.
 - E) En la primera sesión, resolvieron esas preguntas.

Solución:

En la referida alternativa, *dos* es un cuantificador numeral y *varios* es un cuantificador indefinido.

Rpta.: D

12. Los determinantes se clasifican en artículos, demostrativos, posesivos y cuantificadores. Considerando esta aseveración, señale el enunciado que contiene más determinantes.
- A) Maritza visitó a su abuela en aquella lejana ciudad.
 - B) Todos lo felicitaron por haber obtenido ese puntaje.
 - C) Su exitosa carrera fue obtenida con mucho esfuerzo.
 - D) Los alumnos estudiosos responden muchas preguntas.
 - E) Después de tres viajes, terminó su tercera investigación.

Solución:

En la referida alternativa, hay tres determinantes: *tres* (numeral cardinal), *su* (posesivo) y *tercera* (numeral ordinal).

Rpta.: E

Literatura

EJERCICIOS DE CLASE

1. Con respecto al fragmento citado de la novela *El reino de este mundo*, de Alejo Carpentier, ¿qué característica de esta obra se observa?

Todos sabían que la iguana verde, la mariposa nocturna, el perro desconocido, el alcatraz inverosímil, no eran sino simples disfraces. Dotado del poder de transformarse en animal de pezuña, en ave, pez o insecto, Mackandal visitaba continuamente las haciendas de la Llanura para vigilar a sus fieles y saber si todavía confiaban en su regreso.

- A) Plantea el conflicto de imponer una identidad afroeuropea a los haitianos.
- B) Exalta la actitud desafiante de la cultura africana frente a la fe occidental.
- C) Muestra la tiranía del dictador, quien desea controlar la vida del esclavo.
- D) Alude a la metamorfosis, poder obtenido de la hechicería y el ocultismo.
- E) Describe el sincretismo cultural de las tradiciones africana y americana.

Solución:

En el fragmento citado, se alude a la metamorfosis de Mackandal. Se trata de una práctica que forma parte de la hechicería y ocultismo expresados mediante la magia vudú.

Rpta.: D

2. Marque la alternativa que completa correctamente el siguiente enunciado sobre el argumento de la novela *El reino de este mundo*, de Alejo Carpentier: «El esclavo mandinga Mackandal promueve la rebelión a través de acciones subversivas como, por ejemplo, cuando genera una ola de decesos mediante

- A) artilugios hechiceros aprendidos en territorios africanos».
- B) el envenenamiento de gran parte de colonos franceses».
- C) rebeliones sangrientas que conmocionan a los cubanos».
- D) el exterminio paulatino de otros esclavos que habitan Haití».
- E) el uso de material bélico obtenido por el mayoral Ti Noel».

Solución:

En la novela *El reino de este mundo*, el rebelde esclavo Mackandal logra descubrir un hongo venenoso que emplea, con ayuda de la población esclava, en el envenenamiento no solo de animales, sino también de gran parte de los colonos franceses mediante su inclusión clandestina en las comidas.

Rpta.: B

3. Con respecto a la verdad (V) o falsedad (F) de los siguientes enunciados sobre el argumento de *El reino de este mundo*, de Alejo Carpentier, marque la alternativa que contiene la secuencia correcta.
- I. Los colonos franceses gobiernan Haití bajo un régimen tiránico y esclavista.
 - II. El rebelde Mackandal es capturado y, posteriormente, condenado a la hoguera.
 - III. Bouckman lidera una segunda revuelta negra contra los colonos en La Habana.
 - IV. El monarca negro Henri Christophe es un dictador que favorece a los colonos.
- A) VVFF B) VVFV C) VVVF D) VFVF E) FVFV

Solución:

I. Los colonos o colonizadores franceses rigen Haití bajo un régimen esclavista tiránico. (V) II. El esclavo rebelde Mackandal lidera una rebelión, pero es capturado y condenado a la hoguera. (V) III. El líder Bouckman organiza una segunda rebelión negra en Haití. (F) IV. Posteriormente, se establece en el poder Henri Christophe, un rey negro que reemplazó a los colonos. (F)

Rpta.: A

4. En relación con el fragmento citado de *El reino de este mundo*, marque la alternativa que contiene el enunciado relacionado con uno de los temas destacados de la novela.

Mucha gente trabajaba en esos campos, bajo la vigilancia de soldados armados de látigos que, de cuando en cuando, lanzaban un guijarro a un perezoso. «Presos», pensó Ti Noel, al ver que los guardianes eran negros, pero que los trabajadores también eran negros, lo cual contrariaba ciertas nociones que había adquirido en Santiago de Cuba [...] Pero lo que más asombraba a Ti Noel era el descubrimiento de que ese mundo prodigioso, como no lo habían conocido los gobernadores franceses del Cabo, era un mundo de negros.

- A) Las ideas liberales han causado la emancipación negra.
- B) La revolución haitiana ha logrado finalmente la libertad.
- C) La tiranía ha sido abolida con la huida de los franceses.
- D) El mundo de creencias africanas pervive en la opresión.
- E) La esclavitud persiste en las poblaciones afrocaribeñas.

Solución:

En el fragmento citado, Ti-Noel comprueba que la esclavitud persiste en la región a pesar de que los franceses se han marchado. Es una esclavitud de negros llevada a cabo por negros.

Rpta.: E

5. Marque la alternativa que completa adecuadamente el siguiente enunciado: «En la obra de Alejo Carpentier, la tendencia llamada lo real maravilloso se caracteriza por incluir _____ provenientes del folklore y las creencias propias de la _____».
- A) narraciones subjetivas – mitología aborígen
 - B) descripciones realistas – cultura europea
 - C) elementos mágicos – tradición africana
 - D) episodios sorprendentes – sociedad francesa
 - E) relatos ornamentados – herencia caribeña

Solución:

Un aporte importante del escritor Alejo Carpentier a la literatura hispanoamericana es la inclusión de lo real maravilloso. Esta tendencia consiste en la mezcla de la realidad y el mito. Para ello, en su obra, Carpentier incluye elementos mágicos provenientes de la cultura africana.

Rpta.: C

6. Marque la alternativa que contiene la secuencia correcta de verdad (V o F) de los siguientes enunciados relacionados con el argumento de *Cien años de soledad*, de Gabriel García Márquez.

- I. La modernización llega a Macondo gracias al gitano Melquíades.
- II. La maldición se cumple al final cuando nace el niño con cola de cerdo.
- III. Los primos José Arcadio Buendía y Úrsula Iguarán fundan Macondo.
- IV. El coronel Aureliano se rebela contra los abusos de la compañía bananera.

- A) VVVF B) VFVF C) FVVV D) FVVF E) FVFF

Solución:

- I. Macondo se moderniza cuando llega la compañía bananera norteamericana. (F)
- II. Al final se cumple la maldición tras el nacimiento del niño con cola de cerdo. (V)
- III. José Arcadio Buendía y su prima Úrsula Iguarán fundan el pueblo de Macondo. (V)
- IV. El coronel Aureliano Buendía se rebela y lucha contra las fuerzas conservadoras del gobierno. (F)

Rpta.: D

7. Marque la alternativa correcta sobre el argumento de *Cien años de soledad*, de Gabriel García Márquez, a partir del siguiente fragmento.

[...] el propio general Moncada no creyó en su regreso sino cuando se anunció oficialmente que se había apoderado de dos estados del litoral. «La felicito, comadre —le dijo a Úrsula, mostrándole el telegrama—. Muy pronto lo tendrá aquí.» Úrsula se preocupó entonces por primera vez. «¿Y usted qué hará, compadre?», preguntó. El general Moncada se había hecho esa pregunta muchas veces.

—Lo mismo que él, comadre —contestó—: cumplir con mi deber.

El primero de octubre, al amanecer, el coronel Aureliano Buendía con mil hombres bien armados atacó a Macondo y la guarnición recibió la orden de resistir hasta el final. A mediodía, mientras el general Moncada almorzaba con Úrsula, un cañonazo rebelde que retumbó en todo el pueblo pulverizó la fachada de la tesorería municipal.

- A) Narra los sucesos acontecidos durante la huelga contra la compañía.
- B) Destaca el apoyo del ejército liberal a la huelga promovida por los obreros.
- C) Augura la destrucción del pueblo de Macondo por la dinastía Buendía.
- D) Relata las rebeliones promovidas por el coronel Aureliano Buendía.
- E) Describe el triunfo definitivo del coronel Aureliano contra el gobierno.

Solución:

El fragmento citado narra uno de los conflictos armados promovidos por el coronel Aureliano Buendía, caudillo del ejército liberal, en contra del ejército conservador.

Rpta.: D

8. Con relación al siguiente fragmento de la novela *Cien años de soledad*, de Gabriel García Márquez, ¿qué tema se puede deducir?

Una noche, cuando [Úrsula Iguarán] lo tenía en el vientre [al coronel Aureliano Buendía], lo oyó llorar. Fue un lamento tan definido, que José Arcadio Buendía despertó a su lado y se alegró con la idea de que el niño iba a ser ventríloco. Otras personas pronosticaron que sería adivino. Ella, en cambio, se estremeció con la certidumbre de que aquel bramido profundo era un primer indicio de la temible cola de cerdo. Pero la lucidez de la decrepitud le permitió ver, y así lo repitió muchas veces, que el llanto de los niños en el vientre de la madre no es anuncio de ventriloquia ni facultad adivinatoria, sino una señal inequívoca de incapacidad para el amor.

- A) El presagio sobre el destino de los Buendía, que inquieta a los padres
 B) La fundación y destrucción de Macondo, que se vincula con el incesto
 C) El temor al ser con cola de cerdo, que tendrá capacidad adivinatoria
 D) La magia y el pensamiento mítico, que articulan los lazos familiares
 E) La soledad, que se muestra como estigma en la incapacidad para amar

Solución:

En el fragmento citado, se evidencia la certidumbre de Úrsula sobre el destino de su hijo, que está marcado por la soledad, producto de la incapacidad de amar que augura.

Rpta.: E

9. Considerando el fragmento citado, perteneciente a *Cien años de soledad*, de Gabriel García Márquez, complete de manera correcta el siguiente enunciado: «El pasaje refiere la llegada de la _____ a los pueblos pequeños como Macondo, lo cual pertenece al nivel _____ de la novela»

En ese momento la población fue estremecida por un silbato de resonancias pavorosas y una descomunal respiración acezante. [...] Todos los habitantes se echaron a la calle y vieron a Aureliano Triste saludando con la mano desde la locomotora, y vieron hechizados el tren adornado de flores que llegaba con ocho meses de retraso. El inocente tren amarillo que tantas incertidumbres y evidencias, y tantos halagos y desventuras, y tantos cambios, calamidades y nostalgias había de llevar a Macondo.

- A) locomotora – psicológico
 B) modernización – histórico
 C) globalización – político
 D) industrialización – mítico
 E) expectativa – social

Solución:

El fragmento citado hace referencia a la llegada de la modernización (representada en el tren) a Macondo. Esto está vinculado al nivel histórico de la obra, que representa la evolución de los pueblos, así como los avances y tropiezos en la historia colombiana y latinoamericana.

Rpta.: B

10. Lea el siguiente fragmento, perteneciente a *Cien años de soledad*, de Gabriel García Márquez, y luego marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado relacionado con los niveles de análisis de la novela: «En esta parte de la historia, se relata el _____. Esta situación se define como un tópico que concierne exclusivamente al nivel _____ de la obra».

[José Arcadio Buendía y Úrsula Iguarán] Eran primos entre sí. Habían crecido juntos en la antigua ranchería que los antepasados de ambos transformaron con su trabajo y sus buenas costumbres en uno de los mejores pueblos de la provincia. Aunque su matrimonio era previsible desde que vinieron al mundo, cuando ellos expresaron la voluntad de casarse sus propios parientes trataron de impedirlo. Tenían el temor de que aquellos saludables cabos de dos razas secularmente entrecruzadas pasaran por la vergüenza de engendrar iguanas. Ya existía un precedente tremendo.

- A) deseo de consumir una relación incestuosa – psicológico
- B) temor que generen las creencias pueblerinas – cultural
- C) surgimiento de una respetable estirpe caribeña – histórico
- D) ímpetu de dos jóvenes entregados a la pasión – erótico
- E) peligro que pueden generar los seres mitológicos – mítico

Solución:

En el fragmento citado de la novela *Cien años de soledad*, se menciona que dos primos han expresado su deseo de contraer nupcias a pesar del vínculo de parentesco entre ambos, es decir, ellos pretenden consumir una relación incestuosa. Al respecto, en el nivel psicológico de esta novela se aborda precisamente el tema del incesto, el cual está presente en las relaciones amorosas de los Buendía.

Rpta.: A

Psicología

EJERCICIOS DE CLASE

Lea atentamente las preguntas y conteste eligiendo la alternativa correcta.

1. Robert Sternberg plantea la existencia de tres tipos de inteligencia. Con respecto a la inteligencia práctica identifique el enunciado que ilustra su aplicación.
- I. El landart es una técnica en la que el artista plástico utiliza cualquier objeto de la naturaleza en su obra.
 - II. En la escultura de mármol, el escultor debe conocer el uso de más de un tipo de martillo y cincel.
 - III. El «tallado en jabón» es una técnica que le permite al participante hacer un mayor uso de su imaginación.
- A) Solo III B) I y II C) I y III D) II y III E) Solo I

Solución:

La inteligencia práctica es aquella que se vale del contexto en la resolución de problemas.

Rpta.: E

2. Un artista coreano frente al riesgo para la salud pública que constituían las numerosas mascarillas o «tapabocas», que las personas de su barrio arrojaban con frecuencia a las pistas y veredas, decidió recolectarlas. Con estas mascarillas elaboró una pasta similar a la fibra de vidrio, con este material construye repisas que son compradas por sus vecinos. Con respecto a este caso es correcto afirmar que
- I. En la construcción de las repisas se evidencia la acción de la inteligencia visoespacial de Howard Gardner.
 - II. En la reutilización del material contaminado participa la inteligencia creativa de Robert Sternberg.
 - III. En la relación actual con sus vecinos está presente la inteligencia interpersonal de Lev Vygotski.
- A) Solo III B) I y II C) I y III D) II y III E) Solo I

Solución:

- I. (V) La inteligencia visoespacial de Gardner implica el diseño de modelos en tres dimensiones.
- II. (V) La inteligencia creativa de Sternberg requiere del uso de la imaginación para la resolución de problemas donde el conocimiento vigente no aporta.
- III. (F) Lev Vygotski no habla de Inteligencia interpersonal.

Rpta.: B

3. Jean Piaget considera que el proceso del desarrollo de inteligencia pasa por diversas etapas. Identifique el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones con respecto a estas etapas.
- I. Odiseo ya alcanzó la etapa de operaciones concretas, porque sabe que independiente del tamaño de los depósitos hay una misma cantidad de agua en todos ellos.
 - II. Odessa, al manifestar que el sombrero ajustado le da dolor de cabeza a su vaquero de juguete, evidencia que todavía no ingresa a la etapa preoperacional.
 - III. Ofelia, al buscar el tambor de juguete que escondió en el armario, exhibe un logro típico de la etapa sensoriomotriz.
- A) VFV B) FFV C) VVF D) VVV E) FFF

Solución:

- I. (V) En la etapa de la inteligencia operacional concreta aparece la noción de conservación.
- II. (F) En la etapa preoperacional se presenta el animismo.
- III. (V) En la etapa sensoriomotriz se desarrolla la permanencia del objeto.

Rpta.: A

4. Patroclo es un estudioso del chocolate; él puede explicar cuál es la diferencia entre las diversas técnicas para procesar la semilla del cacao. Asimismo, gusta coleccionar estas semillas agrupándolas por forma, peso y color. Considerando la teoría de la inteligencia de Raymond Cattell, en este caso se evidencia respectivamente los tipos de inteligencia denominados

A) ambiental y visoespacial. B) cristalizada y fluida. C) analítica y práctica.
D) lógica y creativa. E) académica y ambiental.

Solución:

La inteligencia cristalizada implica un cúmulo de conocimientos obtenidos por la experiencia y la instrucción que permiten la resolución de problemas. La inteligencia fluida es la aptitud para razonar de forma rápida con imágenes visoespaciales y memoria mecánica.

Rpta.: B

5. Filipo es un profesor, que al explicar en una pizarra la resolución de un problema en termodinámica, le pone la tapa al plumón con el que escribe para que no se seque la tinta mientras responde a alguna pregunta. También emplea el plumón para hacer un par de golpes sobre la mesa con el propósito de mantener atentos a sus estudiantes a la explicación que está haciendo. Considerando la teoría triárquica de Robert Sternberg, identifique el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones.

- I. La explicación que hace Filipo pone de manifiesto su inteligencia analítica.
II. La acción de tapar el plumón está asociada a la inteligencia creativa.
III. Los golpes sobre la mesa evidencian la participación de la inteligencia práctica.

A) FFF B) VVF C) FVF D) VFV E) FFV

Solución:

La inteligencia analítica está relacionada con el éxito académico porque comprende las habilidades lógico-matemáticas. La inteligencia práctica está asociada con la resolución de problemas cotidianos en diversos contextos.

Rpta.: D

6. Melquíades, al rendir una prueba de comprensión lectora, obtiene puntajes altos tanto en las preguntas de inferencia como en las que evalúan la acepción de un término al interior de un texto. En relación con este caso, se puede afirmar que Melquíades evidencia un alto desempeño en dos de las aptitudes que Louis Leon Thurstone denominó respectivamente como

- A) habilidad espacial y significado verbal.
B) velocidad perceptual y fluidez verbal.
C) razonamiento y significado verbal.
D) análisis y síntesis.
E) fluidez verbal y extrapolación.

Solución:

El razonamiento es la habilidad para sacar conclusiones, resolver problemas y establecer causas lógicas de los hechos. El significado verbal se refiere a la habilidad para el manejo del idioma, lo cual incluye el vocabulario.

Rpta.: C

7. El término cociente intelectual (CI), en psicometría, hace referencia a un indicador mensurable del nivel intelectual. Con respecto a la evaluación de la inteligencia, es correcto afirmar que
- I. la rapidez en la aplicación de conocimientos es evaluada en los test de inteligencia.
 - II. el cociente intelectual (CI) es una capacidad invariable en todos los individuos.
 - III. el rendimiento intelectual de un individuo es incomparable con el de otras personas.
- A) Solo III B) I y II C) I y III D) II y III E) Solo I

Solución:

- I. (V) La inteligencia es definida como la competencia y velocidad para adquirir, almacenar y aplicar conocimientos.
- II. (F) El CI no es una capacidad, sino el resultado obtenido en un test de inteligencia.
- III. (F) Los test de inteligencia evalúan las aptitudes mentales de una persona y sí se comparan con las de otras mediante puntuaciones numéricas.

Rpta.: E

8. Martina sostiene que una persona inteligente es la que dispone estrategias adecuadas para afrontar con energía y hasta entusiasmo, un desafío; Macarena discrepa de su amiga, ella afirma que la inteligencia es la capacidad de resolver problemas y elaborar productos valiosos. Teniendo nociones básicas de las teorías de la inteligencia, podemos identificar que Martina se está refiriendo a la inteligencia _____ y Macarena hace referencia a la teoría _____.
- A) intrapersonal – bifactorial de la inteligencia
B) fluida – psicogenética de Jean Piaget
C) contextual – sociohistórica de Vigotsky
D) emocional – de las inteligencias múltiples
E) operacional – multifactorial de la inteligencia

Solución:

Acorde con la teoría de D. Goleman, uno de los rasgos que caracteriza la inteligencia emocional es contar con estrategias adaptativas de afrontamiento a situaciones estresantes. Howard Gardner, autor de la teoría de las inteligencias múltiples, define a la inteligencia como la capacidad de resolver problemas y elaborar productos valiosos en una cultura.

Rpta.: D

Educación Cívica

EJERCICIOS DE CLASE

1. La peruanidad valora el aporte de numerosos grupos culturales que, desde épocas pasadas y a través del sincretismo, vienen contribuyendo en la construcción de nuestra identidad. Sobre los elementos que fundamentan este sentimiento, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados:
- I. Es necesario reconocer la independencia de los pueblos originarios que fueron históricamente excluidos.
 - II. Resulta significativo mantener en vigencia las técnicas agrícolas que desarrollaron los antiguos peruanos.
 - III. Es imperioso sustituir las costumbres ancestrales, por otras modernas para revalorizar la cultura.
 - IV. Se hace vital la difusión de las lenguas originarias para lograr su incorporación a la cultura nacional.
- A) FFVV B) VFFV C) FVVF D) FVFV E) VVFF

Solución:

- I. Falso. Se hace necesaria la inclusión de los pueblos originarios, a través de su reconocimiento legal, para que sean parte de las políticas públicas.
- II. Verdadero. Es significativo revalorar las técnicas diseñadas por los antiguos peruanos para la construcción de infraestructura agrícola y el manejo de suelos.
- III. Falso. Es importante preservar las costumbres ancestrales que, con los aportes de las nuevas generaciones, enriquece nuestro acervo cultural.
- IV. Verdadero. Resulta vital la difusión de las lenguas de nuestros antepasados para lograr su supervivencia e incorporación a la cultura nacional.

Rpta.: D

2. En el presente año se anunció el lanzamiento de «Elencos Nacionales en el Qhapaq Ñan», evento que tiene como objetivo principal la generación de conciencia sobre el valor de este patrimonio; se desarrollarán diversas actividades didácticas y artísticas, las cuales contarán con la participación del Ballet Nacional, el Coro Nacional, entre otros. A partir del propósito señalado del evento, identifique los enunciados correctos.
- I. Promueve espacios de apreciación para revalorar un bien heredado de nuestros antepasados.
 - II. Difunde las actividades de diversos elencos que cuentan con el apoyo del Ministerio de Educación.
 - III. Potencia, exclusivamente, el talento de jóvenes expositores del arte, a través de la danza y el canto.
 - IV. Contribuye a la construcción del sentido de pertenencia por nuestra identidad histórica
- A) I, II y III B) I, II y IV C) I y IV D) II, III y IV E) I y III

Solución:

- I. Correcto. Se genera un espacio para concientizar a la comunidad, mediante actividades atractivas, sobre el valor que posee nuestro patrimonio.
- II. Incorrecto. La participación de los diversos elencos es importante, sin embargo, el propósito principal es resaltar el valor del Qhapaq Ñan.
- III. Incorrecto. El desarrollo de las actividades artísticas girará en torno al patrimonio material, por lo que resultaría ser un objetivo secundario.
- IV. Correcto. Al conocer este patrimonio, hecho por los antiguos peruanos, se construye una identidad histórica, lo que permite consolidar un sentido de pertenencia.

Rpta.: C

3. En el país, cada región cuenta con diversas tradiciones, donde las nuevas generaciones tienen un rol fundamental para su permanencia. Al respecto, relacione las siguientes festividades con la descripción que le corresponda.

- | | |
|-----------------|--|
| I. Yawar Fiesta | a. Coincide con el solsticio de junio, tiene como fin homenajear al símbolo supremo y de adoración de la cultura inca. |
| II. Vendimia | b. Se desarrolla en la última semana de junio, especialmente en ríos y lagos por simbolizar la purificación del agua. |
| III. Inti Raymi | c. En la primera semana de marzo se procede a la cosecha y pisa de la uva en largas para obtener su mosto. |
| IV. San Juan | d. En los últimos días de julio, se representa una lucha alegórica, donde los comuneros se imponen al gamonal opresor. |

A) Id, IIc, IIIb, IVa

B) Ic, IIa, IIIb, IVd

C) Id, IIc, IIIa, IVb

D) Ic, IId, IIIa, IVb

E) Ib, IId, IIIc, IVa

Solución:

- (Id) Yawar fiesta: en los últimos días de julio, se representa una lucha simbólica, donde los comuneros se imponen al gamonal opresor.
- (IIc) Vendimia: en la primera semana de marzo se procede a la cosecha y pisa de la uva en largas para obtener su mosto.
- (IIIa) Inti Raymi: coincide con el solsticio de invierno, tiene como fin homenajear al símbolo supremo y de adoración de la cultura inca.
- (IVb) San Juan: en los últimos días de julio, se representa una lucha simbólica, donde los comuneros se imponen al gamonal opresor.

Rpta.: C

- I. Para Kant, «ser mayor de edad» es tener la capacidad de usar la propia razón para estudiar y conocer las cosas sin caer en dogmatismos acríticos.
- II. Del texto se infiere que está bien obedecer sin cuestionar a predicadores, médicos o profesional siempre, ya que para eso ellos han estudiado mucho.
- III. Según el autor, todas las mujeres de su época preferían seguir siendo «menores de edad» porque de alguna forma les parecía más seguro estar así.
- IV. Pensar por uno mismo sin aceptar que todo lo que digan es cierto, es el punto cardinal que Kant critica, reprime y castiga en este párrafo.

- A) I y III B) II y III C) II, III y IV D) III y IV E) I, II y III

Solución:

Con su famosa frase «*Sapere aude*» (que se entiende como atreverse a pensar por uno mismo o tener el valor de usar la propia capacidad de pensar, razonar), Immanuel Kant usa la metáfora de un «menor de edad» para criticar a aquellas personas que prefieren que otros piensen por ellos; siguiendo esta idea, manifiesta que todas las mujeres de su tiempo (el bello sexo), preferían seguir siendo «menores de edad». Kant, no crítica a los predicadores o médicos, crítica a quienes por la razón que sea, prefieren vivir sin aprender por su propia cuenta, cuestionándose si lo que «saben» es realmente verdadero o válido.

Rpta.: A

2. Durante el Siglo de las Luces (siglo XVIII), surge la Ilustración, y desde las monarquías europeas, a modo de asimilar algunas ideas de esta nueva ideología, se desarrolla el Despotismo Ilustrado. En relación con esto último, señale el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados

- I. Apoyaron una mayor participación del pueblo en materia político administrativa.
- II. «Todo para el pueblo, pero sin el pueblo» define bien a los déspotas ilustrados.
- III. Intento de conciliar el Absolutismo con algunas propuestas de la ilustración.
- IV. Se incrementó el centralismo reorganizando a la burocracia estatal.

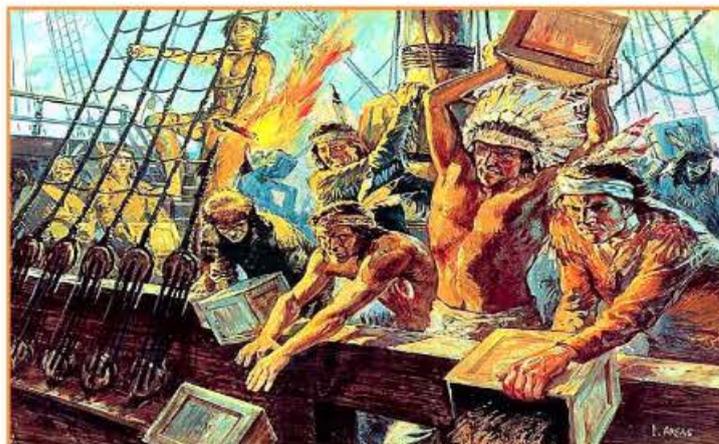
- A) FVVV B) FVfV C) VVff D) VVVV E) FffV

Solución:

El Despotismo Ilustrado es el intento de conciliar el Absolutismo con algunas de las ideas de la Ilustración, de aquí que la frase «todo para el pueblo, pero sin el pueblo», defina bien, en materia de participación política, el intento infructuoso de las monarquías europeas de permitir que la plebe tenga representantes activos dentro de la administración estatal; por otro lado, para controlar mejor los asuntos del gobierno, se fortalece el centralismo reorganizando a la burocracia.

Rpta.: A

3. La independencia de las Trece Colonias Inglesas (hoy conocidas como los Estados Unidos), se desarrolló entre los años de 1773 a 1783. Durante este periodo se suscitaron diferentes hechos y conflictos. En ese sentido, al observar la siguiente imagen hecha por Luis Arcas Brauner (siglo XX), de uno de los momentos más importante de este acontecimiento, marque la clave correcta.



- I. A ese hecho, se le conoce comúnmente como «el Motín del Té».
 II. Se arroja un cargamento de té al mar en el puerto de Boston.
 III. Es considerado como el detonante de la guerra por la independencia.
 IV. La «Fiesta del Té en Boston» era una festividad de los colonos.

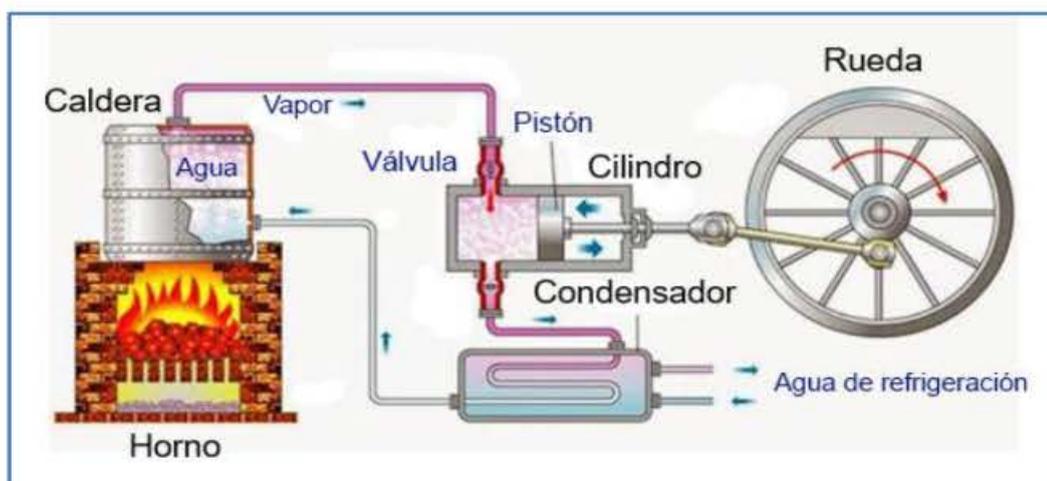
- A) I y IV B) I, II y III C) II, III y IV D) II y III E) I, II, III y IV

Solución:

Por su traducción del inglés, «la fiesta del té de Boston», es el detonante que inicia el proceso de independencia de las Trece colonias. A razón de la modificación de las leyes fiscales para la compra-venta del Té, que favorecía a la Corona inglesa en detrimento de los colonos americanos; así, un grupo de colonos disfrazados de nativos mohawks, el 16 de diciembre de 1773 en Boston (Massachusetts) arrojaron el cargamento de té al mar de tres barcos de la Compañía inglesa de las Indias Orientales.

Rpta.: B

4. Desde mediados del siglo XVIII en Europa, se gesta uno de los cambios más importantes para la historia de la humanidad: el paso de la producción artesanal por una de tipo mecanizada, y la siguiente imagen alude a este proceso (1760 – 1860); al observar la misma, señale las alternativas correctas.



- I. La máquina en cuestión es de finales del siglo XVIII.
- II. Hito que caracteriza a la Primera Revolución Industrial.
- III. Representa la máquina a vapor, de James Watt.
- IV. Invento propio de la Segunda Revolución Industrial.

A) I y III B) II, III y IV C) II y III D) III y IV E) I, III y IV

Solución:

El gran aporte de James Watt (1769) fue perfeccionar la máquina de Newcomen, incorporando una cámara separada para conservar el vapor (el «condensador» en la imagen), sentando las bases de su aplicación industrial en sectores como el textil (principalmente), y que luego pasarían a ser incorporados en trenes a vapor, barcos a vapor, entre otros; así se vuelve en el hito más representativo de la Primera Revolución Industrial (1760 – 1860).

Rpta.: C

5. En 1815, luego de recluir a _____ en la isla de Elba, representantes de casi todas las monarquías de _____ se reunieron en Viena (Austria) para restaurar sus gobiernos como eran antes de la Revolución francesa, de allí que a este periodo se le llame la «_____ europea.»

- A) Napoleón – Inglaterra – Revolución
- B) Luis XIV – Europa – Revolución
- C) Metternich – Gran Bretaña – Independencia
- D) Napoleón – Europa – Restauración
- E) Luis XIV – Francia – Restauración

Solución:

La Restauración (1815 – 1830) es como se lo conoce al periodo en el que las antiguas monarquías europeas deciden restaurar el mapa político del continente a cómo eran antes de la Revolución francesa (salvo algunas excepciones como la desintegración del primer Reich), ya que las fronteras habían sido modificadas durante las guerras napoleónicas. Dicho proceso inicia luego de recluir definitivamente a Napoleón en la isla de Elba.

Rpta.: D

Geografía

EJERCICIOS DE CLASE

1. Los recursos naturales son bienes que provee la naturaleza y que el ser humano utiliza para cubrir sus necesidades, ya sea directa o indirectamente. Tomando en cuenta la información, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados referentes a los recursos en mención.
- I. Algunos son capaces de renovarse, sin embargo, pueden agotarse según como se gestionen.
 - II. Existen en cantidad ilimitada, por lo que, su utilización está garantizada de manera sustentable.
 - III. Constituyen elementos materiales que son necesarios para satisfacer nuestros requerimientos básicos.
 - IV. Se caracterizan por ser estratégicos e ilimitados; los mismos que se forman en tiempos geológicos largos.
- A) VFVF B) VFFV C) VVVF D) FFVF E) VFFF

Solución:

VFVF

- I. Verdadero. Los recursos naturales renovables son capaces de renovarse, sin embargo, pueden agotarse si el hombre no impulsa el desarrollo sostenible.
- II. Falso. Los recursos naturales son limitados, por lo que, su utilización no está garantizada de manera para todos los seres humanos por igual.
- III. Verdadero. Los RRNN constituyen elementos materiales necesarios para satisfacer nuestros requerimientos: alimentación, vestido, vivienda, energía, etc.
- IV. Falso. Técnicamente, los RRNN se agrupan en recursos naturales renovables y no renovables, los mismos se forman en tiempos geológicos cortos y largos.

Rpta.: A

2. Los bosques peruanos se encuentran amenazados por procesos de deforestación y degradación. Del 2001 al 2021, el Perú ha perdido un total de 2 774 562 ha de bosques, lo que equivale a un promedio de 138 728 ha de pérdida cada año. Tomando en cuenta la información, señale, a continuación, las causales que ocasionan la pérdida de dicha floresta.
- I. La agricultura migratoria desarrollada por colonos, quienes, mediante el sistema de tumba, roza y quema destruyen el bosque.
 - II. Las comunidades nativas para evitar la contracción de su superficie arbórea intensifican el uso de agroquímicos.
 - III. La agricultura planificada impulsada por campesinos, arrasan la selva virgen con plantaciones ilegales de hoja de coca.
 - IV. La expansión de la minería aurífera ilegal en la cuenca del río Madre de Dios ocasiona la pérdida de miles de hectáreas.
- A) I y II B) I, II y IV C) I y IV D) II y IV E) III y IV

Solución:

Como se ha dicho, los bosques naturales del Perú cubren más del 50% del territorio nacional. El Perú, con una superficie de bosques que supera 67 millones de hectáreas, ocupa el segundo lugar en extensión boscosa de América del Sur y el séptimo lugar en el mundo. Según los organismos especializados, las causales que ocasionan la pérdida de dicha floresta en nuestro país son la agricultura migratoria, los cultivos ilegales (principalmente de coca), la minería ilegal y la tala ilegal, respectivamente.

Rpta.: C

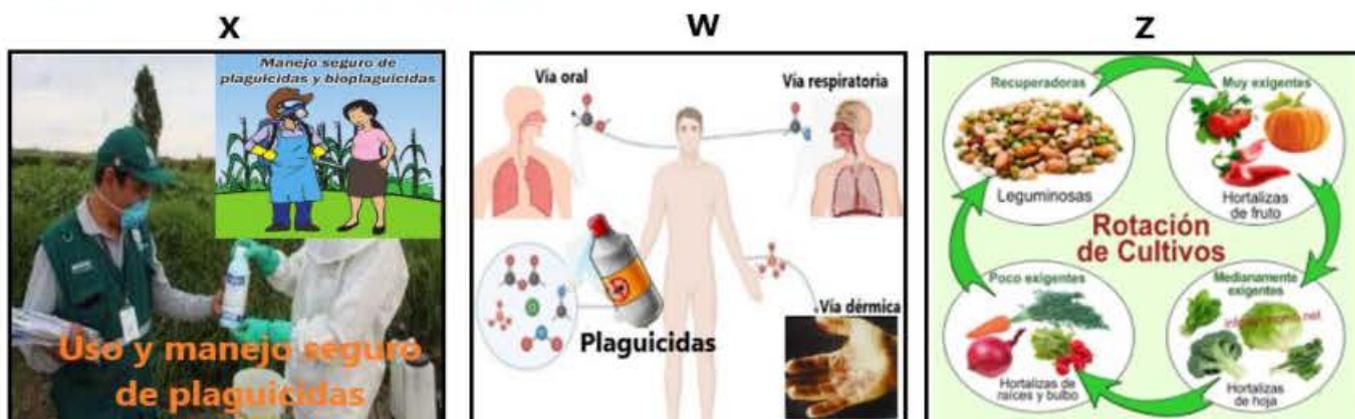
3. El Senamhi es la entidad que hace vigilancia de la calidad del aire en Lima Metropolitana; a través de estaciones de monitoreo, mide las concentraciones de los contaminantes PM₁₀, PM_{2.5}, dióxido de nitrógeno, ozono troposférico y monóxido de carbono. Con relación a este último gas, ¿qué acción antrópica favorece en mayor medida su emisión?
- A) El impulso de la industria metalúrgica
 B) El parque automotor obsoleto
 C) La proliferación de rellenos sanitarios
 D) Las plantas de tratamiento de aguas servidas
 E) El dinamismo en fundiciones y factorías

Solución:

El monóxido de carbono se produce de la combustión incompleta del carbón. Es producido tanto por actividades humanas como por fuentes naturales. La fuente humana más importante de monóxido de carbono es el tubo de escape de automóviles. Según Senamhi, el incremento de las concentraciones del CO estarían asociadas principalmente al incremento de la actividad vehicular (87 % de las emisiones de CO provienen de los vehículos a gasolina/gasohol5).

Rpta.: B

4. Observe las siguientes imágenes relativas a la contaminación del suelo. Luego, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados referente al tema en mención.



- I. X representa una práctica que incrementa la productividad agrícola.
 II. W alude a la concentración de sustancias tóxicas en la cadena alimenticia.
 III. Z muestra una alternancia de cultivos que generan desertificación del suelo.
 IV. X, W y Z representan consecuencias de depredación del recurso suelo.

A) VVFF B) VFFF C) VVVF D) FVFF E) VVVF

Solución:

VVFF

- I. Verdadero. X representa al uso racional de plaguicidas, pues estos, se utilizan para proteger los cultivos de los insectos, las malas hierbas, los hongos y otras plagas; por lo tanto, con un uso equilibrado se busca incrementar la productividad agrícola.
- II. Verdadero. W alude a una consecuencia de contaminación del suelo por concentración de plaguicidas en la cadena alimenticia.
- III. Falso. Z representa a una medida de desarrollo sostenible, que tiene por objetivo mantener los nutrientes del suelo mediante rotación de cultivos.
- IV. Falso. X representa al uso equilibrado de plaguicidas; W representa a una consecuencia de contaminación edáfica y Z representa una medida de desarrollo sostenible mediante rotación de cultivos; pues ayuda a mantener los niveles de nutrientes disponibles en el suelo. También es útil para evitar que las plagas se asienten en el terreno.

Rpta.: A

Economía

EJERCICIOS DE CLASE

1. Carlos trabaja en una empresa que tiene nueve escalas salariales. La oficina de Recursos Humanos utiliza estas escalas para optimizar los costos laborales, de tal forma que distintas funciones y responsabilidad significan diferentes niveles de salario. Sin embargo, los sucesivos cambios en la gerencia general por conflictos entre los accionistas provocaron distorsiones en este sistema. Como consecuencia, Carlos detectó que hay personas que desempeñando las mismas funciones y responsabilidades tienen diferentes ingresos. La situación descrita en el párrafo anterior ocurre porque
 - A) Carlos realiza sus labores dentro del sector informal.
 - B) la oficina de Recursos Humanos planifica mal la contratación.
 - C) no hay un sindicato con suficiente poder de negociación.
 - D) su productividad es inferior a la de sus otros compañeros.
 - E) en la empresa existen diferentes regímenes laborales.

Solución:

La discriminación salarial ocurre por los diferentes regímenes laborales a los que pertenecen los trabajadores. En ese sentido, las escalas salariales se asemejan a los regímenes laborales que provocan que por el mismo trabajo se cobren distintos salarios.

Rpta.: E

2. Según el Banco Central de Reserva del Perú (BCRP), la actual tasa de inflación de 8.79 %, redujo el valor de los sueldos mensuales de los trabajadores formales en 2 % en agosto, respecto a similar mes del 2021. Si el ingreso mensual promedio a nivel nacional es de S/ 1 500, la inflación provocó una pérdida de S/ 100 en
- A) el poder adquisitivo. B) el salario nominal. C) el salario real.
D) la demanda de bienes. E) el consumo de familias.

Solución:

El salario real depende del nivel de precios. La inflación significa que con la misma cantidad de dinero se compran menos bienes que, según el analista, se calcula en una pérdida de poder de compra de S/ 100.

Rpta.: C

3. El dueño de dos negocios de venta de ropa necesita contratar un vendedor. Las funciones de esta persona son: informar sobre todo lo relacionado a la mercancía, despachar, realizar la transacción y el balance de caja. El negociante es consciente que estas labores pueden cambiar de intensidad entre día y día. El trabajador también sabe que hay días que las ventas pueden incrementarse mucho. De acuerdo con la información anterior, la compensación monetaria que percibirá el trabajador se denomina
- A) sueldo. B) salario por tiempo. C) salario a destajo.
D) jornal. E) honorario.

Solución:

El pago por unidad, cantidad o trabajo realizado corresponde al salario a destajo.

Rpta.: C

4. Los egresados de institutos técnicos mejoraron las perspectivas en su campo laboral debido al crecimiento de los distintos sectores productivos. Por ejemplo, en el sector minero, ha dado un gran impulso al empleo, proyectando para los próximos 10 años un incremento de 50 mil nuevos puestos técnicos. Las empresas privadas ya consideran esta carencia como un real problema. Los sueldos de los técnicos que recién egresan pueden llegar a los US\$2,000 mensuales. La situación descrita responde a la
- A) escasa oferta laboral en el mercado peruano.
B) alta especialización de los egresados técnicos.
D) alta oferta de egresados técnicos a nivel nacional.
C) escasa demanda laboral de estos profesionales.
E) estructura intrínseca del mercado laboral.

Solución:

En este caso estamos ante una escasa oferta laboral en el mercado peruano, al ser escasa la cantidad de profesionales técnicos que egresan cada año en el país, las empresas compiten por estos trabajadores, pagando salarios cada vez mayores.

Rpta.: A

5. Antonio es un contador público colegiado que atiende a sus clientes en una oficina propia y mensualmente recibe _____ por S/ 3500. Por el contrario, Andrés trabaja a tiempo parcial en un call-center respondiendo llamadas del público, por lo que sus ingresos se denominan _____.
- A) jornal – sueldo
 - B) honorarios – sueldo
 - C) bono – salario
 - D) honorarios – jornal
 - E) emolumento – sueldo

Solución:

Antonio es un profesional independiente y de acuerdo con la legislación sus ingresos se denominan honorarios. Mientras, que Andrés es un trabajador dependiente que realiza labores operativas por lo que recibe un sueldo.

Rpta.: B

6. La agroindustrial Camposol es una gran empresa dedicada a la exportación de arándano. Desde sus inicios, ha promovido un proceso de diálogo entre empresarios y trabajadores, que inició con la capacitación por medio de talleres a los funcionarios y directivos. En el proceso se identifican cuáles son los problemas más críticos dentro de las relaciones laborales, y eso lleva al desarrollo de los pilares como por ejemplo la transparencia de las acciones, el cumplir con los acuerdos establecidos, el respeto por la forma de pensar y la empatía hacia los demás. ¿Cuáles son factores que logran una negociación directa exitosa?
- A) La voluntad de diálogo a lo largo del tiempo de la empresa frente a los reclamos de los trabajadores.
 - B) El monto de dinero comprometido por la empresa para cumplir con los reclamos de los trabajadores.
 - C) Proporcionar condiciones adecuadas para laborar y desempeñar correctamente el trabajo.
 - D) El dialogo gremial entre representantes de los directivos y el sindicato de la empresa para lograr consensos.
 - E) La negociación es provechosa para la empresa debido a la confianza y la comunicación entre ambos grupos.

Solución:

Con la negociación directa basada en capacitaciones previas a los responsables de la empresa se logró que el dialogo con los trabajadores genere confianza y comunicación en ambos grupos.

Rpta.: E

7. Andrea tiene 5 años trabajando en una empresa productora de envases plásticos, pero actualmente mantiene discrepancias salariales con sus empleadores. Desde que ingresó a la empresa mejoró sus competencias con cursos y diplomados especializados, por lo que solicitó un incremento salarial, que fue rechazado. Ante esa respuesta, ella ha decidido renunciar y llevarse una copia de todos los documentos que elaboró y que constituyen la base del planeamiento estratégico de la compañía. Marque la alternativa que mejor describe la situación de la empresa.

- A) Los trabajadores mostraron su descontento ante posibles despidos.
- B) Un grupo de trabajadores ha intentado boicotear la empresa.
- C) La empresa no valora las competencias y capacidades de sus trabajadores.
- D) Los propios trabajadores han intentado realizar acciones de sabotaje.
- E) La empresa no tiene una política laboral clara para retener el talento humano.

Solución:

El sabotaje representa daños a la propiedad de la empresa por parte de los trabajadores.

Rpta.: D

8. Una escuela de posgrado necesita una persona que brinde soporte tecnológico a los docentes de acuerdo con las necesidades de cada uno de ellos. Esto significa que la atención al docente se brinda intermitentemente, con días en los cuales no habrá requerimientos. Considerando que las consultas de los docentes tienen complejidades diferentes y que la institución tiene por objeto brindar una atención de calidad, ¿qué tipo de remuneración le conveniente pagar a la institución?

- A) Sueldo
- B) Salario a destajo
- C) Salario por tiempo
- D) Honorario
- E) Dieta

Solución:

Debido a que el tiempo de solución a los requerimientos de los docentes no se puede establecer con claridad y que la institución quiere ofrecer una atención de calidad, lo mejor sería pagar por hora de trabajo. La retribución por hora representa un salario por tiempo.

Rpta.: C

9. La situación en la que un conflicto laboral termina como resultado de la decisión de un tercero independiente, en el sentido de que esa decisión es definitiva y vinculante, aunque que no sea a satisfacción de las partes concernidas, se denomina

- A) conciliación.
- B) negociación directa.
- C) arbitraje.
- D) mediación.
- E) proceso judicial.

Solución:

El arbitraje ocurre cuando las partes en conflicto, trabajadores y empresarios, no llegan a una solución, por lo que el Estado (a través del Ministerio de Trabajo) interviene en calidad de árbitro teniendo sus resoluciones fuerza de ley.

Rpta.: C

10. El impago de salarios constituye la principal queja de los trabajadores migrantes al Ministerio de Trabajo de Qatar. La queja es un procedimiento que se rige por los artículos 26 al 34 de la Constitución de la OIT. En virtud de estas disposiciones, el (la) _____ puede constituir una comisión para determinar todos los hechos del caso y formular las recomendaciones sobre las medidas que deben tomarse para tratar el problema.
- A) Conferencia Internacional del Trabajo
 - B) Programa Integral Nacional para el Bienestar Familiar
 - C) Programa para el Desarrollo
 - D) Consejo de Administración
 - E) Oficina Internacional del trabajo

Solución:

El Consejo de Administración es el órgano ejecutivo de la OIT. Se reúne tres veces al año en Ginebra para tomar decisiones sobre la política de la OIT y establecer el programa y el presupuesto, que después es sometido a la Conferencia para su adopción. También conforma la comisión de investigación para las Quejas ante la OIT.

Rpta.: D

Filosofía

EJERCICIOS DE CLASE

1. Referir que «Todos los cuerpos caen» y «Los metales se dilatan ante la acción del calor», y sostener que ambas proposiciones serán científicas si se corresponden con la realidad y damos cuenta de que, en efecto, dichos hechos ocurren, es un argumento a favor de aquella propuesta que sostiene que una teoría
- A) puede cambiar con el paso del tiempo debido las anomalías.
 - B) es científica si es susceptible de ser falsada, pero no verificada.
 - C) puede vincularse a la deducción como algo seguro en la ciencia.
 - D) es científica si es verificada a partir de los datos de la experiencia.
 - E) puede cambiar con el paso de los años debido a los enigmas.

Solución:

Para los integrantes del Círculo de Viena, únicamente pueden ser entendidas como teorías científicas aquellas teorías susceptibles de ser verificadas a partir de datos de la experiencia sensorial.

Rpta.: D

2. Para Freud, el sueño es un deseo, una intención que se puede llegar a cumplir, esta propuesta surgió como consecuencia de que el referido psicoanalista, cierta vez, soñó con una paciente. El detalle está en que días después, este sueño se cumplió, tal cual como lo que ocurrió en dicha manifestación onírica.
- De acuerdo con Karl Popper, del enunciado podemos sostener que la propuesta de Freud
- A) está bastante lejos de poder ser falsada.
 - B) es innovadora y revolucionó la psicología.
 - C) está bastante cerca de poder ser falsada.
 - D) es novedosa, pero carente de objetividad.
 - E) está muy cerca de ser una teoría científica.

Solución:

Para Karl Popper, toda teoría para ser científica debe estar sujeta a falsación, de lo contrario es parte de la pseudociencia.

Rpta.: A

3. Pensar que la metafísica puede brindar aportes al campo científico es estar lejos del camino seguro de la ciencia, debido a que esta debe ser contrastada con la realidad, en consecuencia, todo aquello que está más allá de lo físico no merece nuestra atención.
- De acuerdo con Wittgenstein, se puede decir que la metafísica
- A) es algo de lo que solo se debe guardar silencio.
 - B) está muy cerca del camino seguro de la ciencia.
 - C) es algo que puede brindar aportes a la ciencia.
 - D) está lejos de no describir eventos de la realidad.
 - E) es algunas veces algo insostenible e inadmisibles.

Solución:

Para Wittgenstein, existen varias cosas sobre las que no se puede hablar, por lo cual supone que no se puede investigar científicamente, en ese camino están la metafísica, la ética, la estética y la política.

Rpta.: A

4. En 1777, Lavoisier propone la teoría de la combustión, la cual explica cómo es posible que se genere el fuego, con ello derribó la teoría del flogisto, señalada por Johann Becher en 1667. En 1543, Copérnico propone la teoría heliocéntrica, la cual refiere que la tierra gira alrededor del sol, con lo cual derribó la teoría geocéntrica de Claudio Ptolomeo, dada en el siglo II d.C.
- De acuerdo con Tomas Kuhn, del enunciado podemos inferir que a través del tiempo hay
- A) enigmas que abren paso a una revolución científica.
 - B) grandes saltos o cambios entre un paradigma y otro.
 - C) anomalías que se pueden solucionar investigando.
 - D) teorías que con el paso del tiempo pueden volver.
 - E) paradigmas que son posibles de poderse comparar.

Solución:

Para Kuhn, el desarrollo científico se constituye a partir de grandes saltos o cambios a los que denomina revoluciones científicas; estas llevan a la comunidad científica de un paradigma a otro, tras un proceso en el que todo un campo científico profesional entra en crisis como consecuencia de nuevos descubrimientos y/o teorías científicas nuevas.

Rpta.: B

5. Si comparamos el paradigma de la óptica geométrica de Snell con el paradigma de la óptica física de Maxwell, notaremos que cada uno de ellos tiene sus propios contenidos, criterios, preguntas y herramientas; es decir, nos percatamos de que
- A) los paradigmas científicos son inconmensurables entre sí.
 - B) las anomalías son problemas que no pueden ser resueltos.
 - C) la ciencia tiene un desarrollo histórico, según Thomas Kuhn.
 - D) las teorías científicas compiten entre sí en la fase precientífica.
 - E) la ciencia normal se define por el predominio de un paradigma.

Solución:

Una revolución científica sucede cuando un modelo o paradigma científico es reemplazado completamente por un modelo nuevo. Según Kuhn, entre dichos paradigmas existe inconmensurabilidad.

Rpta.: A

6. Para comprender el movimiento de los astros y la posición de la Tierra en el cosmos, en la antigua Grecia se idearon varios modelos astronómico-matemáticos como el de Eudoxo, Calipo, Aristóteles, Heráclides y Aristarco. No obstante, el modelo más aceptado fue el de Aristóteles, el mismo que Ptolomeo, pocos siglos después, perfeccionaría, y será finalmente este modelo el que prevalecerá hasta el siglo XVII. Este debate de modelos astronómicos dado en la antigua Grecia, correspondería a lo que Thomas Kuhn denomina
- A) fase de ciencia revolucionaria.
 - B) fase de ciencia normal.
 - C) paradigma científico.
 - D) fase precientífica.
 - E) inconmensurabilidad.

Solución:

La fase precientífica es la primera que señala Kuhn, aquí los científicos recolectan observaciones sin un plan definido. Varias teorías científicas compiten entre sí, sin que una prevalezca sobre la otra.

Rpta.: D

7. Popper rechazó el verificacionismo como criterio de demarcación porque consideró que no cumple con el objetivo principal de establecer una clara línea divisoria entre ciencia y no-ciencia. Así, la teoría de la relatividad, la teoría de la mecánica cuántica, en principio, no tuvieron una inmediata corroboración empírica. En consecuencia, esto nos podría llevar a sostener que las mencionadas teorías, enfocándolas desde el Círculo de Viena, son
- A) pseudociencias antes que ciencias.
 - B) anomalías antes que enigmas.
 - C) enigmas antes que anomalías.
 - D) teorías conmensurables entre sí.
 - E) ciencias antes que pseudociencias.

Solución:

Popper critica el principio de verificación porque no es contundente en la división de ciencia y pseudociencia; así, teorías como la relatividad o la mecánica cuántica, al no tener una inmediata corroboración empírica, no cumplen inicialmente con el criterio de la verificabilidad propuesto por el Círculo de Viena.

Rpta.: A

8. Algunas hierbas suelen producir variedad de sustancias químicas favorables para cierta parte del cuerpo. Los herbolarios son conocidos por estudiar y utilizar las plantas con fines terapéuticos o medicinales. No obstante, lo que se discute es que estos no tienen método, sin embargo, resuelven algunos problemas de salud como lo hacen los médicos.
- De acuerdo con Feyerabend, del enunciado se podría decir que
- A) la herbolaria en algún momento puede alcanzar el rango de ciencia.
 - B) el método es importante para tener rigor en la investigación científica.
 - C) la medicina jamás se puede comparar con la denominada herbolaria.
 - D) el anarquismo en la investigación existe, pero no es muy relevante.
 - E) la ciencia no posee una característica especial que la haga superior.

Solución:

Según Feyerabend, la ciencia no posee una característica especial que la haga necesariamente superior a otras formas de conocimiento e interpretación de las cosas. Es, junto al mito y la religión, uno de los muchos tipos de pensamiento o ideología creados por el hombre.

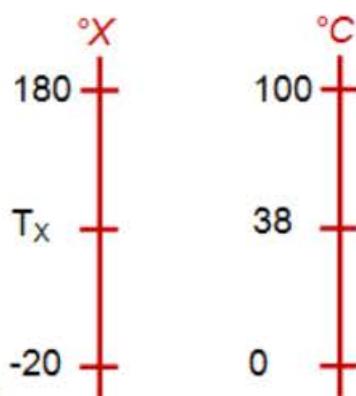
Rpta.: E

Física

EJERCICIOS DE CLASE

1. Una temperatura corporal alta puede causar la disfunción y, en última instancia, el colapso de la mayoría de los órganos. Dicha elevación extrema puede ser causada por una infección muy grave. En este contexto, la escala de un termómetro T_x tiene el punto de fusión para el hielo a $-20\text{ }^\circ\text{X}$ y el punto de ebullición para el agua a $180\text{ }^\circ\text{X}$. Determine la temperatura que corresponde a una persona con fiebre de $38\text{ }^\circ\text{C}$.

- A) $50\text{ }^\circ\text{X}$
 B) $56\text{ }^\circ\text{X}$
 C) $70\text{ }^\circ\text{X}$
 D) $66\text{ }^\circ\text{X}$
 E) $76\text{ }^\circ\text{X}$



Solución:

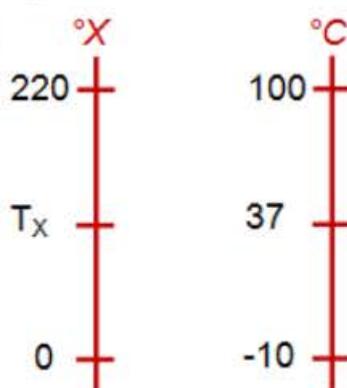
$$\frac{T_x + 20}{200} = \frac{38 - 0}{100 - 0}$$

$$T_x = 56\text{ }^\circ\text{C}$$

Rpta.: B

2. La escala de un termómetro de mercurio T_x , mide $-10\text{ }^\circ\text{X}$ a la temperatura de $10\text{ }^\circ\text{C}$ y, marca $220\text{ }^\circ\text{X}$ el punto de ebullición del agua. Determine la temperatura T_x que corresponde a la temperatura promedio del cuerpo humano de $37\text{ }^\circ\text{C}$.

- A) $47\text{ }^\circ\text{X}$
 B) $27\text{ }^\circ\text{X}$
 C) $94\text{ }^\circ\text{X}$
 D) $114\text{ }^\circ\text{X}$
 E) $58\text{ }^\circ\text{X}$



Solución:

Comparando la escala x con la escala Celsius.

$$\frac{37 - (-10)}{100 - (-10)} = \frac{T_x - 0}{220 - 0}$$

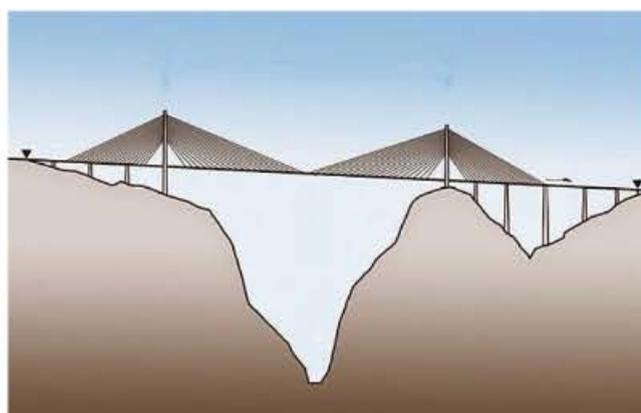
$$\frac{47}{110} = \frac{T_x}{220} \Rightarrow T_x = 94\text{ }^\circ\text{X}$$

Rpta.: C

3. El puente Baluarte Centenario de México (ver figura) es uno de los puentes más largos que hay en América con una longitud total de 1 124 m; este puente se ha construido con acero y concreto armado en un tiempo de 4 años. En referencia a esto y considerando el puente de acero con una longitud de 1000 m, determine la longitud de dilatación del puente cuando aumenta su temperatura de 10 °C a 30 °C.

$$(\alpha_{\text{acero}} = 11 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$$

- A) 33 cm
B) 28 cm
C) 26 cm
D) 22 cm
E) 20 cm



Solución:

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

$$\Delta L = 1000(11 \times 10^{-6})(30 - 10)$$

$$\Delta L = 22 \times 10^{-2} \text{ m} = 22 \text{ cm}$$

Rpta.: E

4. Las veredas en la sierra se encuentran sometidas a cambios de temperaturas entre el día y la noche. Un bloque de concreto (hormigón) de 1 m², de espesor muy pequeño, a -10 °C en la noche, cambia la temperatura el medio día a 30 °C. Determine el incremento del área del concreto. Considere: $\alpha_{\text{hormigón}} = 20 \times 10^{-6} \text{ } 1/^\circ\text{C}$

- A) $20 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
B) $16 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
C) $14 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
D) $12 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
E) $10 \times 10^{-4} \text{ m}^2$



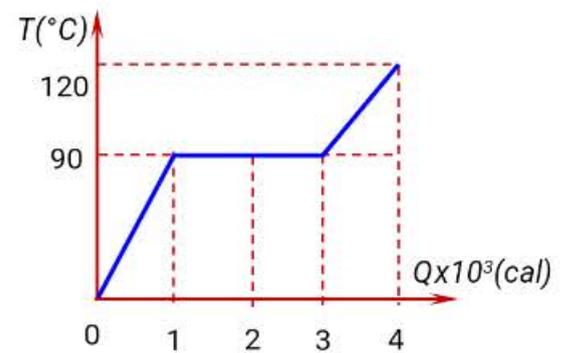
Solución:

$$\Delta S = (S_0)(2\alpha)(\Delta T) = 1 \times 2 \times (20 \times 10^{-6})(40)$$

$$\Delta S = 16 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

Rpta.: B

5. La gráfica T vs. Q representa la variación de la temperatura T de 50 g de una sustancia, inicialmente en estado líquido y a 0°C, en función del calor que absorbe. Indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:



- I. La temperatura de ebullición del líquido es 90°C.
 II. El calor latente para pasar de líquido a gaseoso es de 40 cal/g.
 III. La sustancia absorbe 4000 cal desde el inicio de la ebullición hasta vaporizarse totalmente.

A) VVV B) VFV C) FFV D) VVF E) FFF

Solución:

- I. **V.** 90 °C hierve el líquido
 II. **V.** $L = 2000/50 = 40$ cal/g
 III. **F.** Absorbe 2000 cal

Rpta.: D

6. Un bloque de aluminio de 500 g es utilizado como disipador de calor en un dispositivo eléctrico. Si en este aluminio se eleva la temperatura de 20°C a 120°C, determine la cantidad de calor absorbido.

($c_{\text{aluminio}} = 0,22 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$)

- A) $5,0 \times 10^3$ cal B) 22×10^3 cal C) 15×10^3 cal
 D) $5,5 \times 10^3$ cal E) 11×10^3 cal

Solución:

$$\Delta Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

$$\Delta Q = 500 \times 0,22 \times 100$$

$$\Delta Q = 11 \times 10^3 \text{ cal}$$

Rpta.: E

7. Un cubo de hielo de masa 64 g a la temperatura de -10°C es colocado dentro de un vaso con agua a 0°C , como se muestra en la figura. Si no hay pérdida ni ganancia de calor con el exterior, determine la masa de agua que se solidifica.

($c_{\text{hielo}} = 0,5 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$, $c_{\text{agua}} = 1,0 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$, $L_f = 80 \text{ cal/g}$)

- A) 6,8 g
 B) 10,2 g
 C) 4,0 g
 D) 1,7 g
 E) 3,1 g



Solución:

$$\Delta Q = (64)(0,5)(0 - 10) = 320cal$$

$$\Delta Q = m_x L = m_x(80)$$

$$m_x = 4,0 g$$

Rpta.: C

8. Se mezclan 20 g de hielo a $-10\text{ }^\circ\text{C}$ con 54 g de agua a $100\text{ }^\circ\text{C}$, como se muestra en la figura. Determine la temperatura de equilibrio de dicha mezcla. Se desprecia cualquier pérdida de calor.

$$(c_{\text{hielo}} = 0,5 \text{ cal/g}^\circ\text{C}, c_{\text{agua}} = 1,0 \text{ cal/g}^\circ\text{C}, L_f = 80 \text{ cal/g})$$

A) $50,0\text{ }^\circ\text{C}$

B) $44,5\text{ }^\circ\text{C}$

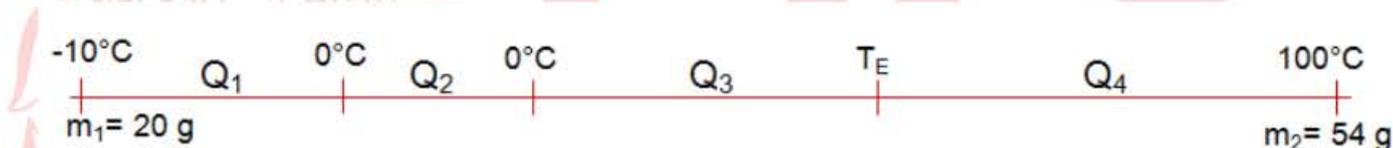
C) $45,4\text{ }^\circ\text{C}$

D) $60,5\text{ }^\circ\text{C}$

E) $42,5\text{ }^\circ\text{C}$



Solución:



$$Q_{\text{ganado}} = -Q_{\text{perdido}}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = -Q_4$$

$$20(0,5)(10) + 20(80) + 20(1)(T_E) = -(54)(1)(T_E - 100)$$

$$T_E = 50,0\text{ }^\circ\text{C}$$

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En los perros, los valores de su temperatura varían $38\text{ }^\circ\text{C}$ y los $39\text{ }^\circ\text{C}$, pero cuando la temperatura asciende a los $40\text{ }^\circ\text{C}$ ya hay razones para alarmarse. Un grado más, es considerado una emergencia veterinaria. En este contexto, la escala de un termómetro T_x tiene el punto de fusión para el hielo a $-25\text{ }^\circ\text{X}$ y el punto de ebullición para el agua a $125\text{ }^\circ\text{X}$. Determine la temperatura que corresponde a un perro con fiebre de $40\text{ }^\circ\text{C}$.

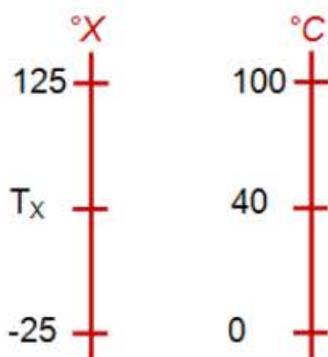
A) $35\text{ }^\circ\text{X}$

B) $56\text{ }^\circ\text{X}$

C) $25\text{ }^\circ\text{X}$

D) $66\text{ }^\circ\text{X}$

E) $60\text{ }^\circ\text{X}$



Solución:

$$\frac{T_x + 25}{150} = \frac{40 - 0}{100 - 0}$$

$$T_x = 35 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Rpta.: A

2. Un alambre de aluminio ($\alpha_{Al} = 2,4 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$) de 20 cm cierra un circuito cuando alcanza los $225 \text{ } ^\circ\text{C}$ ¿Qué tamaño, a temperatura ambiente ($25 \text{ } ^\circ\text{C}$), debe tener un alambre de plomo ($\alpha_{Pb} = 3 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$) para lograr cerrar el mismo circuito a la misma temperatura? Considere $3/2515 = 1,19 \times 10^{-3}$.

A) 19,98 cm B) 19,68 cm C) 19,78 cm D) 19,88 cm E) 19,58 cm

Solución:

Ambos alambres deben cubrir la misma longitud una vez dilatados, es decir:

$$L_{Al} = L_{Pb}$$

$$L_{Inicial\ Al} \times (1 + \alpha_{Al} \times \Delta T) = L_{Inicial\ Pb} \times (1 + \alpha_{Pb} \times \Delta T)$$

$$L_{Inicial\ Pb} = L_{Inicial\ Al} \times [(1 + \alpha_{Al} \times \Delta T) / (1 + \alpha_{Pb} \times \Delta T)]$$

$$L_{Inicial\ Pb} = 20 \text{ cm} \times [(1 + 2,4 \times 10^{-5} \times (225 - 25)) / (1 + 3 \times 10^{-5} \times (225 - 25))]$$

$$L_{Inicial\ Pb} = 20 \text{ cm} \times [1 + 2,4 \times 10^{-5} \times 200] / [1 + 3 \times 10^{-5} \times 200]$$

$$L_{Inicial\ Pb} = 20 \text{ cm} \times [1 + 4,8 \times 10^{-3}] / [1 + 6 \times 10^{-3}]$$

$$L_{Inicial\ Pb} = 20 \text{ cm} \times [2512 / 2515] = 20 \text{ cm} \times [(2515 - 3) / 2515]$$

$$L_{Inicial\ Pb} = 20 \text{ cm} \times [1 - 3/2515]$$

$$L_{Inicial\ Pb} = 20 \text{ cm} \times [1 - 1,19 \times 10^{-3}] = 20 \text{ cm} \times [1 - 0,00119]$$

$$L_{Inicial\ Pb} = 20 \text{ cm} \times [0,99881]$$

$$L_{Inicial\ Pb} = 19,9762 \text{ cm} \approx 19,98 \text{ cm}$$

Rpta.: A

3. Se desea instalar rieles de acero de longitud 12 m con una separación contigua de entre rieles de longitud «d». Si en el lugar de la instalación, la temperatura del medio ambiente fluctúa entre $-10 \text{ } ^\circ\text{C}$ y $35 \text{ } ^\circ\text{C}$, determine la longitud «d» conocida también como junta de dilatación. ($\alpha_{acero} = 12 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$)

- A) 3,56 mm
B) 2,54 mm
C) 6,48 mm
D) 5,82 mm
E) 4,96 mm



Solución:

Se trata de un caso de dilatación lineal, con la siguiente información:

$$L_0 = 12\text{m}$$

$$\Delta L = d = ???$$

$$T_0 = -10\text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_F = 35\text{ }^\circ\text{C}$$

El incremento de la longitud es igual a la longitud «d» de junta de dilatación, entonces:

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot (T_F - T_0)$$

$$d = 12(12 \times 10^{-6})(35 - (-10))$$

$$\therefore d = 6,48 \times 10^{-3}\text{ m}$$

Rpta.: C

4. La gráfica representa la cantidad de calor absorbida por dos cuerpos A y B, en función de sus temperaturas. Si la masa de B vale 200 gramos, determine su capacidad calorífica.

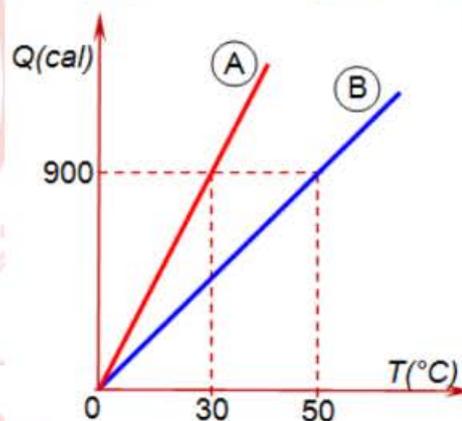
A) 30 cal/°C

B) 20 cal/°C

C) 18 cal/°C

D) 25 cal/°C

E) 1,8 cal/°C

**Solución:**

Determinamos la pendiente de la masa de B

$$C = 900/50 = 18\text{ cal/}^\circ\text{C}$$

Rpta.: C

5. Con respecto al concepto del calor indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. El calor siempre fluye espontáneamente desde un cuerpo de mayor temperatura hacia otro cuerpo de menor temperatura.
- II. El calor específico es la cantidad de calor absorbido o liberado por la unidad de masa para aumentar o disminuir su temperatura en un grado.
- III. En un cambio de fase, una sustancia absorbe o libera calor sin variar su temperatura.

A) FFF

B) VVV

C) VFV

D) VVF

E) FVF

Solución:

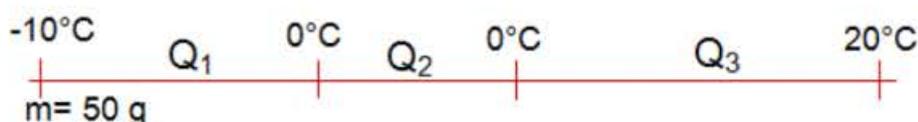
- I. V
 II. V
 III. V

Rpta.: B

6. Hallar la cantidad de calor que se requiere para convertir 50 g de hielo, que se encuentra a una temperatura de -10°C en agua a una temperatura de 20°C .

$$(c_{\text{hielo}} = 0,5 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}, c_{\text{agua}} = 1,0 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}, L_f = 80 \text{ cal/g})$$

- A) 500 cal B) 5250 cal C) 4250 cal D) 4500 cal E) 4750 cal

Solución:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q_{\text{total}}$$

$$50(0,5)(10) + 50(80) + 50(1)(20) = Q_{\text{total}}$$

$$Q_{\text{total}} = 5250 \text{ cal}$$

Rpta.: B

7. Un calentador eléctrico de 420 W de potencia, como se muestra en la figura, se utiliza para calentar 600 g de agua que se encuentra inicialmente a 20°C . Determine el tiempo necesario para que hierva a 100°C . Se asume que el 40% de calor producido es absorbido por el agua.

$$(c_{\text{agua}} = 1,0 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}, c_{\text{hielo}} = 0,5 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}; L_h = 80 \text{ cal/g}, 1 \text{ cal} = 4,2 \text{ J})$$

- A) 480 s
 B) 600 s
 C) 300 s
 D) 900 s
 E) 1200 s

**Solución:**

El calentador da como energía térmica

$$\Delta Q = \left(\frac{40}{100}\right) P(t) = \left(\frac{2}{5}\right) 420(t) \quad (1)$$

Este debe ser el calor que se usa para calentar 600 g de agua

$$\Delta Q = 600(1)(100 - 20) = 48000 \text{ cal} = 48000(4,2) \text{ J} \quad (2)$$

Igualando 1 y 2:

$t = 1200 \text{ s}$

Rpta.: E

Química

EJERCICIOS DE CLASE

1. En nuestro planeta, muchas sustancias se encuentran en forma sólida, se presentan como sólidos cristalinos o sólidos amorfos; en el caso de los sólidos cristalinos, sus átomos, iones y moléculas ocupan posiciones específicas y en los sólidos amorfos carecen de un ordenamiento estricto. Al respecto, seleccione la alternativa que contenga la proposición correcta.
- A) Generalmente, los sólidos son menos densos que su forma líquida y gaseosa.
 - B) Predominan las fuerzas de repulsión y son incompresibles.
 - C) Los amorfos presentan ordenamiento de largo alcance.
 - D) Los cristalinos presentan una estructura ordenada de sus partículas.
 - E) El KCl es un sólido amorfo y el caucho es un sólido cristalino.

Solución:

- A) **INCORRECTO.** En un sólido predomina sus fuerzas de atracción entre sus partículas, esto genera que sus partículas estén muy próximas, por lo cual, en su estructura, ocupen menos espacio, generando una mayor densidad en este estado. Existen excepciones importantes como el hielo que es menos denso que el agua líquida.
- B) **INCORRECTO.** En ellos predomina la fuerza de atracción, las cuales pueden ser fuerzas de interacción molecular o enlaces químicos ya sea enlace iónico, covalente o metálico y son incompresibles porque no se puede comprimir por acción de una fuerza externa.
- C) **INCORRECTO.** En los sólidos amorfos, el ordenamiento de sus partículas no se manifiesta a lo largo de toda su estructura, es decir, presentan ordenamientos estructurales de corto alcance.
- D) **CORRECTO.** En un sólido cristalino sus partículas (átomos, iones o moléculas) se disponen ordenadamente en el espacio, determinando así una estructura interna tridimensional que manifiesta un ordenamiento de largo alcance.
- E) **INCORRECTO.** El caucho es un sólido amorfo, presenta propiedades no definidas y el KCl es un sólido cristalino iónico, que presenta propiedades definidas como el punto de fusión y ebullición.

Rpta.: D

2. Los sólidos cristalinos presentan una unidad estructural básica que se repite, denominada celda unidad y se clasifican de acuerdo a los enlaces o interacciones presentes en sus partículas. Al respecto, seleccione la alternativa que contiene la secuencia correcta entre sustancia y tipo de sólido.

- | | |
|--|---------------|
| a) $\text{CaCO}_3(\text{s})$ | () Metálico |
| b) $\text{Al}(\text{s})$ | () Iónico |
| c) $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}(\text{s})$ | () Covalente |
| d) $\text{SiO}_2(\text{s})$ | () Molecular |

- A) bdca B) dacb C) bcad D) abcd E) badc

Solución:

- | | |
|--|---------------|
| a) $\text{CaCO}_3(\text{s})$ | (b) Metálico |
| b) $\text{Al}(\text{s})$ | (a) Iónico |
| c) $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}(\text{s})$ | (d) Covalente |
| d) $\text{SiO}_2(\text{s})$ | (c) Molecular |

Rpta.: E

3. Una dispersión es un sistema en el que las partículas de un material llamada fase dispersa están distribuidas en una fase continua de otro material denominada fase dispersante; las dos fases pueden estar en el mismo estado o en diferentes estados de la materia. Al respecto, seleccione el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. Son mezclas que según el diámetro de las partículas de la fase dispersa se clasifican en suspensiones, coloides y soluciones.
- II. El agua de mar tiene sales en solución, estas sales se separan del agua por tamizado.
- III. La mantequilla es una solución y el alcohol medicinal es un ejemplo de coloide.

- A) VVV B) VVF C) FVF D) VFF E) FFV

Solución:

- I. **VERDADERO.** Los sistemas dispersos son mezclas que pueden ser homogéneas o heterogéneas que se clasifican de acuerdo al diámetro de partícula de la fase dispersa (d), en las suspensiones ($1000 \text{ nm} < d$), coloides ($1 \text{ nm} < d < 1000 \text{ nm}$) y soluciones ($d < 1 \text{ nm}$).
- II. **FALSO.** El agua del mar es una solución que posee varias sales como solutos, y la técnica más apropiada para separar las sales del agua es por evaporación y no por tamizado.
- III. **FALSO.** La mantequilla es un coloide y es una mezcla, formada por una fase sólida que posee vitaminas, ácidos grasos saturados, ácidos grasos insaturados, colesterol, proteínas y una fase líquida que es el agua; en tanto el alcohol medicinal es una solución formada por etanol, que es un alcohol, y agua. Forma una sola fase, tiene una sola apariencia y propiedades uniformes.

Rpta.: D

4. El sulfato de cobre (II), es una sal oxisal, conocido también como sulfato cúprico cuya fórmula química es, CuSO_4 . Es un sólido muy soluble en agua. A una temperatura de 25°C , se disuelven 20 gramos de sulfato de cobre (II) en 100 gramos de agua, si la densidad de la solución es $1,13\text{ g/mL}$, determine el % m y % m/V de la solución resultante, respectivamente.

- A) 16,67 y 20,67 B) 16,33 y 18,88 C) 17,67 y 18,87
D) 19,33 y 20,89 E) 16,67 y 18,87

Solución:

$$m_{\text{solución}} = m_{\text{solute}} + m_{\text{solvente}}$$

$$m_{\text{solución}} = 20\text{ g} + 100\text{ g} = 120\text{ g}$$

$$\%m_{(\text{sto})} = \frac{m_{(\text{sto})}}{m_{(\text{sol})}} \times 100\% \Rightarrow \%m_{(\text{sto})} = \frac{20\text{ g}}{120\text{ g}} \times 100\% = 16,666\% \text{ m} \sim 16,67\% \text{ m}$$

Calculando el volumen de la solución:

$$\text{Si } \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{120\text{ g}}{1,13\frac{\text{g}}{\text{ml}}} = 106,19\text{ mL} \sim 106\text{ mL}$$

$$\% \frac{m}{V} = \frac{m_{(\text{sto})}}{V_{(\text{sol})}} \times 100\% \Rightarrow \% \frac{m}{V} = \frac{20\text{ g}}{106\text{ mL}} \times 100\% = 18,867\% \sim 18,87\%$$

Rpta.: E

5. La masa de combinación de una sustancia química es denominada masa equivalente; para su determinación, se debe conocer la masa molar (\bar{M}) y factor de reactividad (θ). Al respecto, señale la sustancia que tenga la mayor masa equivalente.

SUSTANCIA	HBr	$\text{Fe}(\text{NO}_3)_2$	$\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$	H_2SO_4	$\text{Ca}(\text{OH})_2$
Masa molar (g/mol)	81	180	342	98	74

- A) HBr B) $\text{Fe}(\text{NO}_3)_2$ C) $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$ D) H_2SO_4 E) $\text{Ca}(\text{OH})_2$

Solución:

Sustancia	Masa molar (g/mol)	θ (eq/mol)	meq (g/eq) = $\frac{\bar{M}}{\theta}$
HBr	81	1	81
$\text{Fe}(\text{NO}_3)_2$	180	2	90
$\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$	342	6	57
H_2SO_4	98	2	49
$\text{Ca}(\text{OH})_2$	74	2	37

Rpta.: B

6. El hidróxido de calcio, Ca(OH)_2 , se utiliza para la eliminación del exceso de CO_2 en las cámaras de atmósfera controlada para la conservación de flores, frutas y verduras. En una cámara de atmósfera de prueba, se tiene $1,48 \times 10^{-1}$ gramos de hidróxido de calcio que están contenidos en 100 mililitros de una solución acuosa. Al respecto, determine la molaridad y normalidad de la solución, respectivamente.

Dato: $\bar{M}(\text{g/mol})$: $\text{Ca(OH)}_2 = 74$

- A) $1,00 \times 10^{-3}$ y $8,00 \times 10^{-2}$ B) $2,00 \times 10^{-2}$ y $2,00 \times 10^{-2}$
 C) $2,00 \times 10^{-2}$ y $4,00 \times 10^{-2}$ D) $4,00 \times 10^{-1}$ y $4,00 \times 10^{-1}$
 E) $4,00 \times 10^{-1}$ y $8,00 \times 10^{-1}$

Solución:

Calculando el número de moles de Ca(OH)_2

$$n = \frac{0,148 \text{ g}}{\frac{74 \text{ g}}{\text{mol}}} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

Calculando la molaridad de Ca(OH)_2

$$M = \frac{n}{V_{\text{sol}}} = \frac{2 \times 10^{-3} \text{ mol}}{1 \times 10^{-1} \text{ L}} = 2 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

Calculando la normalidad de Ca(OH)_2 $\theta = 2 \frac{\text{eq}}{\text{mol}}$

$$N = 2 \times 10^{-2} \times \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 2 \frac{\text{eq}}{\text{mol}} = 4 \times 10^{-2} \frac{\text{eq}}{\text{L}}$$

Rpta.: C

7. Una fiola es un material de laboratorio de gran utilidad para la preparación de soluciones; si en el laboratorio se cuenta con una fiola de 250 mL de capacidad y se agrega 15 mL de HNO_3 4 M y enseguida se completa su capacidad con agua destilada, determine el volumen de agua agregada, en litros, y la molaridad de la solución resultante, respectivamente.

- A) 0,235 y 0,24 B) 0,24 y 0,28 C) 0,235 y 0,48
 D) 0,25 y 1,00 E) 0,15 y 1,00

Solución:

Datos:

<u>Solución inicial (1)</u>	<u>Solución final (2)</u>
$M_1 = 4,0$	$M_2 = ?$
$V_1 = 15 \text{ mL} = 0,015 \text{ L}$	$V_2 = 250 \text{ mL} = 0,25 \text{ L}$

V_2 = Volumen de la solución final contenida en el matraz de 250 mL.

$$V_2 = V_1 + V_{\text{agua}} = 250 \text{ mL}$$

Calculando el volumen de agua.

$$V_{\text{agua}} = V_2 - V_1 = 250 \text{ mL} - 15 \text{ mL} = 235 \text{ mL}$$

$$V_{\text{agua}} = 235 \text{ mL} = 0,235 \text{ L}$$

En la dilución:

$$M_1 \times V_1 = M_2 \times V_2$$

$$4 \text{ M} \times 0,015 \text{ L} = M_2 \times 0,25 \text{ L}$$

$$M_2 = 0,24 \text{ M}$$

Rpta.: A

8. El ácido clorhídrico ($\text{HCl}_{(\text{ac})}$) es un reactivo químico líquido, transparente, tóxico, altamente corrosivo, por lo que se debe manipular con mucho cuidado. Si un estudiante mezcla 10 mililitros de una disolución de $\text{HCl}_{(\text{ac})}$ de concentración 0,2 M con 15 mililitros de otra disolución de $\text{HCl}_{(\text{ac})}$ de concentración 0,1 M, determine la concentración normal de la solución resultante.

A) 0,10 B) 0,14 C) 0,12 D) 0,18 E) 0,16

Solución:

Para una mezcla de dos soluciones.

Calculando la molaridad resultante de la mezcla (M_3):

$$M_1 \times V_1 + M_2 \times V_2 = M_3 \times V_3$$

$$0,2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 0,01 \text{ L} + 0,1 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 0,015 \text{ L} = M_3 \times 0,025 \text{ L}$$

$$M_3 = 0,14 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

En HCl $\theta = 1 \frac{\text{eq}}{\text{mol}}$

$$N = M \times \theta \Rightarrow N = 0,14 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 1 \frac{\text{eq}}{\text{mol}} = 0,14 \frac{\text{eq}}{\text{L}}$$

Rpta.: B

9. En un laboratorio de química, un grupo de estudiantes se encarga de neutralizar 10 mililitros de una solución de H_2SO_4 0,2 M con 20 mililitros de una solución de NaOH 0,05 M. Al respecto, seleccione la secuencia correcta de verdad (V o F) para las siguientes proposiciones.

- I. La solución básica presenta 5×10^{-3} eq de NaOH .
 II. La solución ácida presenta 4×10^{-3} eq de H_2SO_4 .
 III. La solución resultante tiene un valor de pH mayor de 7.

A) VFF B) FVV C) VVV D) VFV E) FVF

Solución:

I. **FALSO.** Calculando la normalidad de NaOH

$$\text{En NaOH } \theta = 1 \frac{\text{eq}}{\text{mol}}$$

$$N = M \times \theta \Rightarrow N = 5 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 1 \frac{\text{eq}}{\text{mol}} = 5 \times 10^{-2} \frac{\text{eq}}{\text{L}}$$

Calculando el número de equivalentes del NaOH

$$\# \text{ eq}_{\text{base}} = N \times V = 5 \times 10^{-2} \frac{\text{eq}}{\text{L}} \times 2 \times 10^{-2} \text{ L} = 1 \times 10^{-3} \text{ eq}$$

El número de equivalentes de la solución básica es 1×10^{-3} eq

II. **VERDADERO.** Calculando el número de equivalentes del H_2SO_4

$$\text{H}_2\text{SO}_4 \quad \theta = 2 \frac{\text{eq}}{\text{mol}}$$

$$N = M \times \theta \Rightarrow N = 2 \times 10^{-1} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 2 \frac{\text{eq}}{\text{mol}} = 4 \times 10^{-1} \frac{\text{eq}}{\text{L}}$$

$$\# \text{ eq}_{\text{ácido}} = N \times V = 4 \times 10^{-1} \frac{\text{eq}}{\text{L}} \times 1 \times 10^{-2} \text{ L} = 4 \times 10^{-3} \text{ eq}$$

El número de equivalentes de la solución ácida es 4×10^{-3} eq.

III. **FALSO.** El número de equivalentes que queda sin neutralizar es de 3×10^{-3} eq de H_2SO_4 en exceso, por lo que la solución resultante es de carácter ácido, por ello presenta un pH menor a 7.

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En el estado sólido predominan las fuerzas de atracción, estas son superiores a las fuerzas de repulsión e influyen en sus propiedades físicas, por ejemplo, en la sublimación presente en el dióxido de carbono (CO_2), en la textura compacta del grafito(C), en la fragilidad del bromuro de potasio (KBr), en la maleabilidad presente en el cobre. Al respecto, establezca la correspondencia entre la propiedad y el tipo de sólido cristalino que lo caracteriza.

- | | |
|--|---------------|
| a) Presenta puntos de fusión bajos y no conducen la electricidad | () Metálico |
| b) Buenos conductores de la corriente eléctrica y del calor | () iónico |
| c) Puntos de fusión elevados y frágiles, no son dúctiles | () covalente |
| d) Presentan alta dureza y no conducen la corriente eléctrica | () molecular |

- A) dacb **B) bcda** C) abcd D) bacd E) cabd

Solución:

- | | |
|--|---------------|
| a) Presenta puntos de fusión bajos y no conducen la electricidad | (b) Metálico |
| b) Buenos conductores de la corriente eléctrica y del calor | (c) iónico |
| c) Puntos de fusión elevados y frágiles, no son dúctiles | (d) covalente |
| d) Presentan alta dureza y no conducen la corriente eléctrica | (a) molecular |

Rpta.: B

2. El carbonato de sodio (Na_2CO_3) es una sal oxisal; se produce por la reacción entre el ácido carbónico y el hidróxido de sodio. Determinar respectivamente la normalidad y la masa en gramos, que se encuentra presente en 500 mililitros de una solución de Na_2CO_3 0,2 M, formada a través de la reacción mencionada.

Dato: $\bar{M}\text{Na}_2\text{CO}_3 = 106 \text{ g/mol}$

- A) $2,0 \times 10^2$ y $1,06 \times 10^0$
 C) $4,0 \times 10^{-1}$ y $5,3 \times 10^1$
 E) $2,0 \times 10^{-1}$ y $1,03 \times 10^1$

- B) $4,0 \times 10^1$ y $5,3 \times 10^0$
 D) $4,0 \times 10^{-1}$ y $1,06 \times 10^1$

Solución:

Sabemos:

$$N = M \times \theta \Rightarrow N = 0,2 \times 10^{-1} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 2 \frac{\text{eq}}{\text{mol}} = 4 \times 10^{-1} \frac{\text{eq}}{\text{L}}$$

Si:

$$M = \frac{n}{V_{\text{sol}}} \Rightarrow n = M \times V_{\text{sol}}$$

Calculando el número de mol del Na_2CO_3

$$\Rightarrow n = M \times V_{\text{sol}} = 0,5\text{L} \times 0,2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 1 \times 10^{-1} \text{ mol}$$

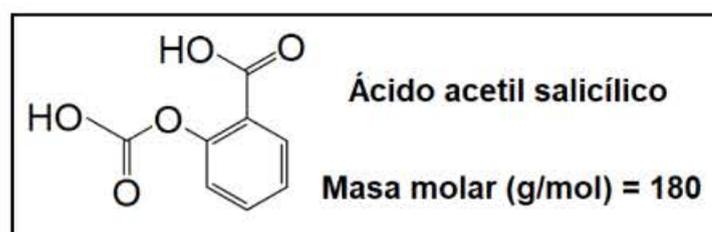
$$\text{Si: } n = \frac{m}{M} \Rightarrow m = n \cdot \bar{M}$$

Calculando la masa del Na_2CO_3

$$m = 1 \times 10^{-1} \text{ mol} \times 106 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 10,6 \text{ g} = 1,06 \times 10^1 \text{ g}$$

Rpta.: D

3. La aspirina (ácido acetil salicílico) tiene presentación en tabletas que contienen 100 miligramos de aspirina y estas tabletas son usadas como analgésico y antipirético. Asumiendo que a una temperatura de 15°C y bajo ciertas condiciones se disuelven 50 gramos de aspirina en 2 L de agua. Determine el %m y el número de tabletas de ácido acetil salicílico correspondiente a los datos consignados, respectivamente.



- A) $2,49 \times 10^{-2}$ y $5,00 \times 10^{-2}$
 C) $2,44 \times 10^{-2}$ y $5,00 \times 10^2$
 E) $2,49 \times 10^{-3}$ y $2,50 \times 10^3$

- B) $2,44 \times 10^{-1}$ y $2,50 \times 10^{-3}$
 D) $2,44 \times 10^0$ y $5,00 \times 10^2$

Solución:

$$m_{\text{solución}} = m_{\text{solute}} + m_{\text{solvente}}$$

$$m_{\text{solución}} = 50 \text{ g} + 2\,000 \text{ g} = 2\,050 \text{ g}$$

$$\%m_{(\text{sto})} = \frac{m_{(\text{sto})}}{m_{(\text{sol})}} \times 100\% \Rightarrow \%m_{(\text{sto})} = \frac{50 \text{ g}}{2\,050 \text{ g}} \times 100\% = 2,44 \times 10^0 \%$$

Calculando el número de tabletas que se obtienen:

$$N^{\circ} \text{ de tabletas} = 50 \text{ g} \times \frac{mg}{10^{-3} \text{ g}} \times \frac{1 \text{ tableta}}{100 \text{ mg}} = 500 \text{ tabletas} = 5 \times 10^2 \text{ tabletas}$$

Rpta.: D

4. Las soluciones se pueden diluir, mezclar, neutralizar y emplear tanto en el laboratorio como en la industria. Se tiene inicialmente 0,5 L de una solución de NaOH 0,2 M, el cual se diluye agregando 500 mL de agua; luego se mezcla la solución diluida con 3 litros de NaOH 0,5 M y finalmente toda la solución básica resultante es agregada a una solución de 2 000 mL de HCl 0,4 N. Determine la secuencia de verdad (V o F) para las siguientes proposiciones:

- I. La primera mezcla diluida tiene una concentración de 0,1 M.
 II. La mezcla final de NaOH presenta una concentración 0,4 M.
 III. Los equivalentes de HCl antes de agregar a la solución básica es 8×10^{-1} eq-g.

- A) FFV B) FVF C) VVV D) VFV E) VVF

Solución:

- I. **VERDADERO.** Calculando la molaridad de la disolución (M_2) de NaOH.

$$\text{Sabemos: } V_2 = V_1 + V_{\text{agua}} = 500 \text{ mL} + 500 \text{ mL} = 1000 \text{ mL} = 1 \text{ L}$$

M_2 = molaridad de la disolución que se requiere:

$$M_1 \times V_1 = M_2 \times V_2$$

$$0,2 \text{ M} \times 0,5 \text{ L} = M_2 \times 1 \text{ L}$$

$$M_2 = 1 \times 10^{-1} \text{ M}$$

- II. **VERDADERO.** Calculando la molaridad resultante de la mezcla (M_4):

$$M_4 \times V_4 = M_2 \times V_2 + M_3 \times V_3$$

$$M_4 \times 4 \text{ L} = 1 \times 10^{-1} \text{ M} \times 1 \text{ L} + 0,5 \text{ M} \times 3 \text{ L}$$

$$M_4 = 4 \times 10^{-1} \text{ M}$$

- III. **VERDADERO.** Porque calculando el número de equivalentes del HCl

$$\# \text{ eq-g}_{\text{ácido}} = N \times V = 0,4 \times \frac{\text{eq-g}}{\text{L}} \times 2 \text{ L} = 8 \times 10^{-1} \text{ eq-g}$$

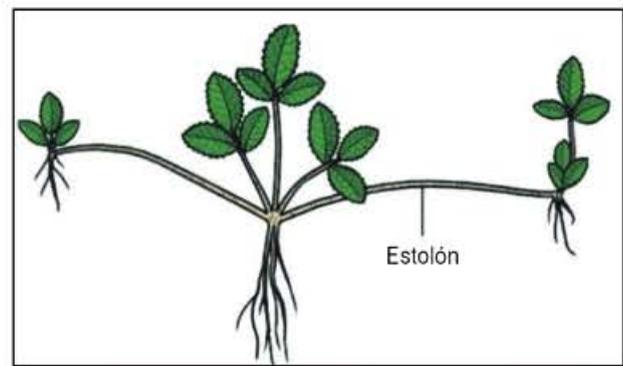
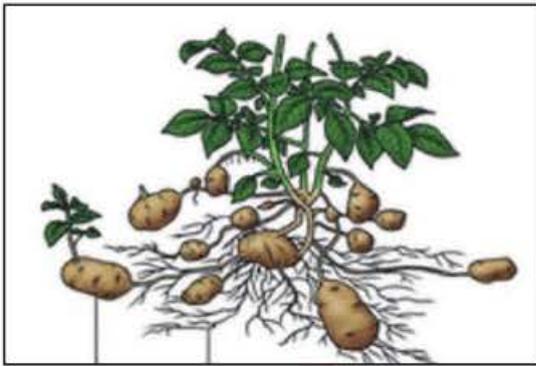
El número de equivalentes de la solución ácida es 8×10^{-1} .

Rpta.: C

Biología

EJERCICIOS DE CLASE

1. En las siguientes imágenes se observan dos tipos de reproducción en vegetales denominada



- A) esporulación. B) gemación. C) vegetativa.
D) bipartición. E) partenogénesis.

Solución:

La reproducción asexual **vegetativa** se produce cuando una parte de ellas (tallo, rama, hoja, raíz, brote, tubérculo, rizoma) se divide y se desarrolla por separado hasta convertirse en una nueva planta.

Rpta.: C

2. En las hidras, cuando tienen abundante comida, se reproducen asexualmente por medio de la gemación. En las siguientes figuras, indique la secuencia de lo que acontece en este tipo de reproducción.



- A) formando un brote – hija creciendo – hija separada
B) creciendo un brote – empezando a dividirse – hija creciendo
C) creando un clon – hija separada – sin reproducirse
D) sin reproducirse – inicia la división – clonación de hija
E) formando un brote – clonación de hija – formando un brote

Solución:

En celentéreos, esponjas y tunicados, la reproducción se realiza por yemas. Estas se originan en la pared corporal del organismo madre donde **se forma el brote**, la hidra **hija crece** y después se **separa** cuando está madura para desarrollarse como nuevo organismo idénticos a la madre.

Rpta.: A

3. Los tejidos proliferativos siempre se encuentran en continua división, aunque requieren de un **tiempo de preparación en la interfase**, la que pasa por tres periodos. Indique qué es lo que sucede durante el periodo S.

- A) El citoplasma se divide.
- B) La célula duplica su tamaño.
- C) La separación del citoplasma en células hijas.
- D) La síntesis del ácido desoxirribonucleico.
- E) El incremento de organelas en el citoplasma.

Solución:

En la interfase se realiza la mayor parte de la actividad metabólica de la célula y pasa por 3 periodos: el periodo G1 o prerreplicativo, donde se realiza el incremento de organelas, enzimas y otras moléculas; el periodo S donde ocurre **la síntesis de DNA**, y el periodo G2 o postreplicativo; e inmediatamente se produce la división celular.

Rpta.: D

4. Respecto a las funciones del huso acromático durante la mitosis, determine el valor de verdad (V) o falsedad (F) y elija la alternativa correcta.

- I. Fijar los cromosomas por sus cinetocoros.
- II. Duplicar los centrosomas antes de la división.
- III. Degradar la membrana nuclear.
- IV. Repartir el material genético en forma equilibrada.

- A) VFFV B) FVVF C) VVVF D) FFVV E) VVFF

Solución:

VERDADERO: el huso acromático fija a los cromosomas por sus cinetocoros.

FALSO: el huso acromático NO duplica los centrosomas.

FALSO: el huso no degrada la membrana nuclear, ya que no es una enzima.

VERDADERO: el uso permite el reparto equilibrado del material genético entre las células hijas.

Rpta.: A

5. La mitosis y la meiosis son dos procesos fundamentales en el ciclo celular que tienen diferencias reconocidas. Las siguientes son diferencias entre mitosis y meiosis, excepto una:
- A) la meiosis produce células hijas genéticamente diferentes.
 - B) en la mitosis, no se produce la recombinación del ADN.
 - C) en la meiosis, se producen gametos para la reproducción.
 - D) durante la meiosis, se realizan dos divisiones celulares.
 - E) la meiosis se da en células somáticas muy especializadas.

Solución:

La mitosis y la meiosis son procesos que difieren en que ambas se realizan en diferentes tipos celulares. La mitosis sucede en células somáticas del cuerpo y la **meiosis, en las células germinales.**

Rpta.: E

6. Los cromosomas constituyen el máximo nivel de compactación que alcanza el ADN dentro de las células. Sin embargo, existen diferencias entre los cromosomas de los procariontes y de los eucariontes, ya que los cromosomas
- A) procariontes tienen diferencias de acuerdo con el sexo.
 - B) procariontes se encuentran dispersos en el núcleo.
 - C) eucariontes se ubican dentro de los nucleoides.
 - D) eucariontes son más grandes que los procariontes.
 - E) procariontes son lineales y varios segmentos.

Solución:

Los cromosomas procariontes están formados por una única cadena de ADN con forma circular y se encuentran dentro de los nucleoides dispersos en el citoplasma; mientras que los cromosomas eucariontes están formados por dos cadenas de ADN en espiral **y son considerablemente más grandes que los procariontes.**

Rpta.: D

7. La macrogametogénesis es el proceso de formación de gametos femeninos en la flor, específicamente en el ovario. Respecto ello, determine la veracidad (V) o falsedad (F) de los siguientes enunciados y marque la alternativa correspondiente.
- I. La macrogametogénesis se realiza en el interior del óvulo.
 - II. El gametofito femenino se denomina oosfera.
 - III. El núcleo secundario es diploide.
 - IV. Tres de las megasporas se degradan quedando solo una.
- A) VVFV B) VVFF C) VFVV D) VFFV E) FFFV

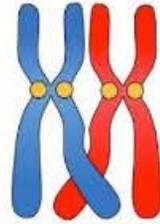
Solución:

- I. **VERDADERO:** la macrogametogénesis se realiza en el interior del óvulo.
- II. **FALSO:** el gametofito femenino se denomina saco embrionario.
- III. **VERDADERO:** el núcleo secundario es diploide.
- IV. **VERDADERO:** luego de la formación de las megasporas, 3 de ellas se degradan.

Rpta.: C

8. Observe la siguiente figura e identifique la etapa en donde sucede.

- A) Profase I
- B) Leptoteno
- C) Diacinesis
- D) Paquiteno
- E) Profase



Solución:

En el **paquiteno**, los cromosomas se condensan, se inicia el intercambio cromosómico (crossing-over). Se puede apreciar que los cromosomas están formados por dos cromátides, que apareadas, forman las tétradas.

Rpta.: D

9. El endospermo es un tejido de reserva del embrión de las plantas fanerógamas; es triploide y puede ser usado como fuente de nutrientes por el embrión durante la germinación. El endospermo se forma por la fusión del

- A) gameto masculino con las sinérgidas.
- B) núcleo polar con la oosfera.
- C) núcleo espermático con las antipodas.
- D) núcleo espermático con el núcleo secundario.
- E) núcleo generativo con el núcleo secundario.

Solución:

El endospermo es un tejido que se forma en el saco embrionario de las plantas con semillas y se origina por la **fusión del núcleo espermático o gameto masculino con el núcleo secundario**, formando así un tejido triploide debido a que contiene tres copias de cada cromosoma: 2 de la madre y 1 del padre.

Rpta.: D

10. La mayoría de los peces producen gran cantidad de óvulos que depositan en lugares seguros para sus crías, a la espera de que el macho los fecunde con sus espermatozoides. Pero esta técnica resulta poco efectiva; por ello, algunos peces han optado por ser ovovivíparos como es el caso de

- | | |
|----------------------------------|--|
| A) mantarraya, guppys y mollys. | B) caballito de mar, plattys y nutria. |
| C) pejerrey, delfín y anchoveta. | D) salmón, camaleón y boa. |
| E) ballena, mantarraya y salmón. | |

Solución:

Son peces ovovivíparos algunos tiburones y otros peces como **la mantarraya y peces de acuario como los guppys, los mollys o los plattys**, han optado por la **ovoviparidad**, como una forma más inteligente de reproducción para evitar los depredadores y las condiciones ambientales.

Rpta.: A

11. Los testículos o gónadas masculinas son dos estructuras reproductoras que se encuentran en el escroto. Son responsables de producir los espermatozoides y también la testosterona u hormona sexual masculina. La función endocrina de los testículos es controlada por

- A) el prosencéfalo del hipotálamo. B) la glándula hipofisaria anterior.
 C) el lóbulo posterior de la pituitaria. D) el fascículo prosencefálico medial.
 E) el diencéfalo del tálamo.

Solución:

Los testículos tienen como función producir los espermatozoides y también la hormona sexual masculina: la testosterona cuya producción es controlada por la adenohipófisis o **glándula hipofisaria anterior**.

Rpta.: B

12. El siguiente esquema muestra algunos órganos del sistema reproductor femenino. Indique el nombre de las estructuras en el orden en que se encuentran enumeradas.



- A) 1 útero, 2 ovario, 3 oviducto
 B) 1 oviducto, 2 ovario, 3 vagina
 C) 1 vagina, 2 oviducto, 3 ovario
 D) 1 ovario, 2 vagina, 3 trompa de Falopio
 E) 1 ovario, 2 oviducto, 3 útero

Solución:

En el esquema el N° 1 **corresponde al ovario**, el N° 2 a la trompa de Falopio u **oviducto** y el N° 3 **al útero**.

Rpta.: E

13. La primera menstruación consiste en el primer sangrado vaginal de una mujer. Esta primera hemorragia menstrual se produce durante la adolescencia, y está considerada como el evento central del ciclo menstrual y se le conoce con el nombre de

- A) menopausia. B) menarquia. C) dismenorrea.
 D) amenorrea. E) leucorrea.

Solución:

La menarquia es la primera menstruación mensual de la mujer y se produce durante la adolescencia y está considerada como el evento central de este periodo.

Rpta.: B

14. Un embrión forma tres capas celulares distintas y cada capa se convierte en distintos tipos de células y órganos. Indique la capa embrionaria que forman los riñones y los huesos.

- A) Blastodermo B) Ectodermo C) Endodermo
D) Entodermo E) Mesodermo

Solución:

El mesodermo, es una de las tres hojas embrionarias o capas celulares que constituyen el embrión. En esta capa embrionaria, se forma el sistema excretor, el esqueleto, el sistema muscular y el aparato reproductor.

Rpta.: E

15. Observe, en la siguiente imagen, el proceso de transformación por el que deben pasar algunos insectos y anfibios para poder alcanzar la vida adulta y seleccione la respuesta incorrecta.



- A) La fertilización de los huevos se realiza en aguas dulces.
B) Las larvas en los sapos se las conoce con el nombre de renacuajo.
C) El renacuajo posee cola para moverse y pulmones para respirar.
D) En las larvas maduras va desapareciendo la cola y se forman las patas.
E) En el adulto la piel se pone más gruesa y desarrolla glándulas en la piel.

Solución:

Los anfibios son ovíparos con fecundación externa, por lo que ponen los huevos en aguas dulces, y el macho los fecunda. Estos huevos son transparentes y están unidos por una sustancia gelatinosa. Del huevo nacen las larvas que permanecen en el agua, por lo que tienen cola para facilitar el movimiento en el agua **y branquias para la respiración**. Luego, desaparece la cola y se forman las patas traseras, porque las delanteras se formaron en el huevo.

Rpta.: C