



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA

CENTRO PREUNIVERSITARIO



(VIDEOS)

TEORÍA Y

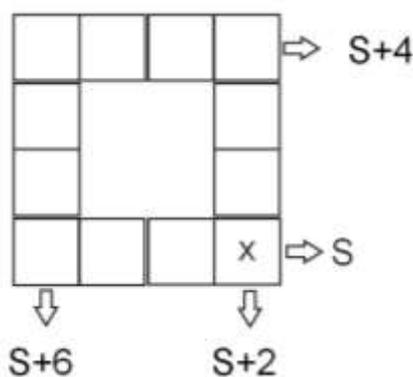
EJERCICIOS

# Habilidad Lógico Matemática

SEMANA Nº 8

## EJERCICIOS DE CLASE Nº 8

1. La figura muestra seis fichas de dos juegos completos de dominó. Si la suma de los puntos de cada lado del cuadrado son cantidades impares consecutivas y lo máximo posible, ¿cuánto es el máximo valor que puede tomar  $x$ , siendo la suma de los puntos en cada lado del cuadrado  $S$ ,  $S+2$ ,  $S+4$  y  $S+6$  como se muestra en la figura?



A) 6

B) 1

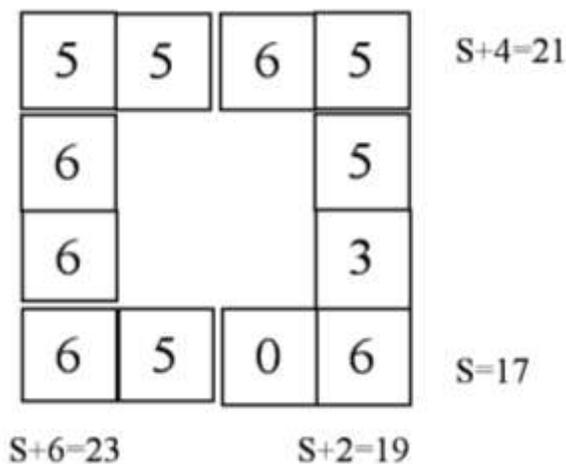
C) 5

D) 3

E) 4

### Solución:

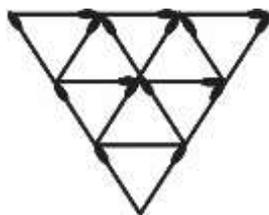
- 1) Tenemos dos juegos de dominó es decir 56 fichas, las sumas impares consecutivas: 23, 21, 19 y 17; el valor máximo para  $S = 17$



- 2) Por tanto el máximo valor para  $x=6$ .

Rpta: A

2. ¿Cuántos cerillos se deben retirar, como mínimo, para que no se observe triángulo alguno?



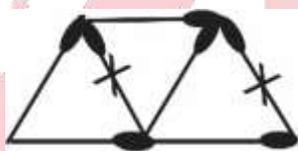
- A) 6      B) 7      C) 5      D) 9      E) 8

**Solución:**

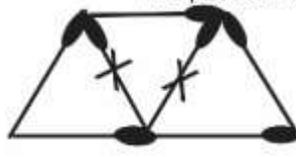
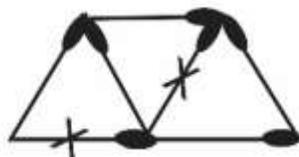
Se pide retirar la menor cantidad de cerillos para que no se observe triángulos. En el gráfico observamos que se puede dividir en tres partes iguales



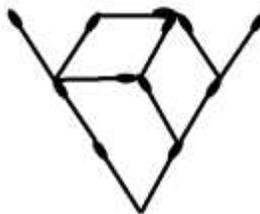
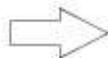
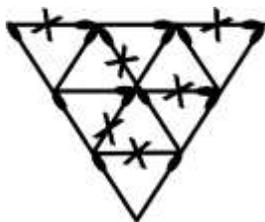
Ahora en cada parte vemos que para no observar triángulos retiraremos los siguientes cerillos, como mínimo:



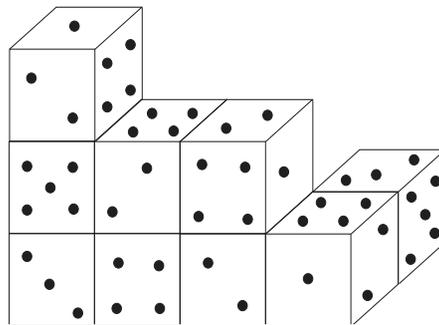
necesariamente para que no queden triángulos



Entonces, en el gráfico retiramos del siguiente modo:



3. Juan construye una ruma con 9 dados convencionales sobre una mesa transparente, ¿calcule la suma máxima de puntos no visibles por Juan?



- A) 104      B) 106      C) 102      D) 94      E) 100

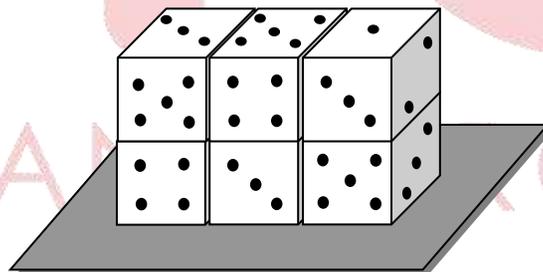
**Solución:**

Número máximo de puntos: 94.

Rpta: D

4. Sobre una mesa no transparente, Benjamín formó una ruma con seis dados convencionales, tal como se muestra en la figura. Determine la diferencia positiva entre los números que representan al total de puntos como mínimo que no son visibles con el total de puntos impares visibles para él.

- A) 24  
B) 26  
C) 22  
D) 23  
E) 25



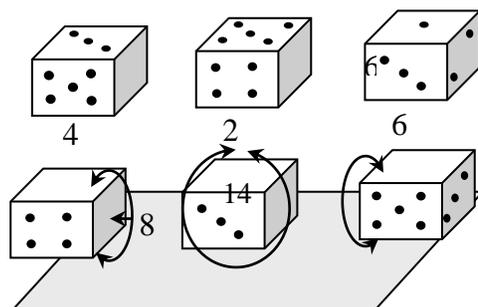
**Solución:**

- Suma de puntos en 1 dado = 21
- Suma de 2 caras opuestas = 7

Puntos de las caras no visibles (mín.) – Total de puntos visibles (impares)

$$= (5+9+11+8+14+11) - (8+9+4+3+3+8)$$

$$= 58 - 35 = 23$$



Rpta.: D

5. Hace ya 45 horas que el reloj Sumaq se adelanta 4 minutos cada 5 horas. ¿Qué hora señalará su reloj cuando sean en realidad 9h 40min?
- A) 10 h 14 min                      B) 9 h 36 min                      C) 10 h 16 min  
D) 10 h 18 min                      E) 9 h 46 min

**Solución:**

1) Tiempo total de adelanto:  $x$

$$\begin{array}{l} 5h \rightarrow 4 \text{ min} \\ 45h \rightarrow x \end{array} \Rightarrow x = 36 \text{ min}$$

2) Hora que señalara el reloj de Sumaq:

$$9h 40 \text{ min} + 36 \text{ min} = 10h 16 \text{ min}$$

3) Por tanto señalará su reloj: 10 h 16 min.

**Rpta.: C**

6. José pregunta a Cesar ¿Qué hora es? Cesar responde, si fuera 3 horas más tarde de lo que es, faltaría para acabar el día los  $\frac{5}{7}$  de lo que faltaría si es que fuera 3 horas más temprano. ¿Que hora será después de 3 horas?
- A) 9 am                      B) 10 am                      C) 3 am                      D) 11 am                      E) 9 pm

**Solución:**

1) Sea "x" horas la hora actual

2) Si fuera 3 horas más tarde:  $x + 3$   
Si fuera 3 horas más temprano:  $x - 3$

$$3) 24 - (x + 3) = \frac{5}{7} (24 - (x - 3))$$

$$x = 6 \text{ a.m. Hora actual}$$

4) hora actual: 6 a.m. + 3h = 9 a.m.

**Rpta.: A**

7. Dos relojes son sincronizados a las 10:00 h. y a partir de ese momento el primero empieza a adelantarse 3 minutos cada hora y el segundo empieza a adelantarse 7 minutos cada hora. ¿Al cabo de cuánto tiempo el segundo estará adelantado 1 hora respecto al primero?
- A) 15 h                      B) 16 h                      C) 17 h                      D) 14 h                      E) 18 h

**Solución:**

1) El primero estará adelantado en:  $7 - 3 = 4 \text{ min}$

2)  $4x = 6H \Rightarrow x = 15 \text{ H}$

TIEMPO		ADELANTO
1H	↘	4min
x	↗	60min

**Rpta.: A**

8. Un reloj se atrasa 3 minutos cada 2 horas y otro se adelanta 2 minutos cada hora, si se malograron en el mismo instante. A partir de este último momento, después de cuántos días volverán a marcar simultáneamente la hora correcta.

A) 60      B) 45      C) 120      D) 95      E) 20

**Solución:**

Primero hallemos por separado el tiempo en que se adelantan o se atrasan 12H o 720 min.

**Primer reloj**

Tiempo	Retraso
2 h	3min
$T_1$	$12h = 720\text{min}$

De donde  $T_1 = 20 \text{ días}$

**Segundo reloj**

Tiempo	Adelanto
41h	2min
$T_2$	$12h = 720\text{min}$

De donde  $T_2 = 15 \text{ días}$

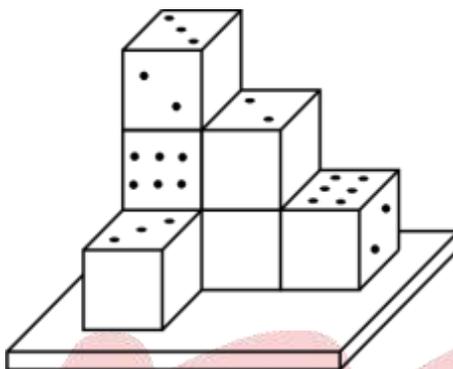
Luego marcará la hora correcta cada 20 días y el otro cada 15 días; por lo tanto, para que ambos coincidan en marcar la hora correcta, deberá transcurrir un tiempo común que contenga exactamente a 20 y 15, el cual será:

$$\text{MCM}(20,15) = 60 \text{ días}$$

**Rpta.: A**

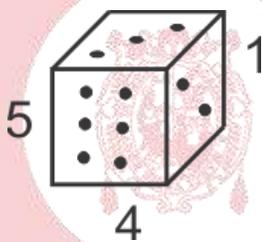
**EJERCICIOS DE EVALUACIÓN N° 8**

1. Roberto apila siete dados normales e idénticos sobre una superficie no transparente como se muestra en la figura, calcule la suma mínima de puntos visibles para Roberto.



- A) 73
- B) 76
- C) 71
- D) 68
- E) 78

**Solución:**



$$3+7+7$$

$$7+3_{\text{MIN}} \quad 2+7+1_{\text{MIN}}$$

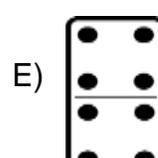
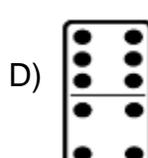
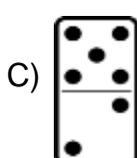
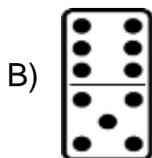
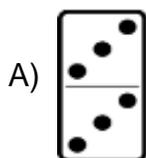
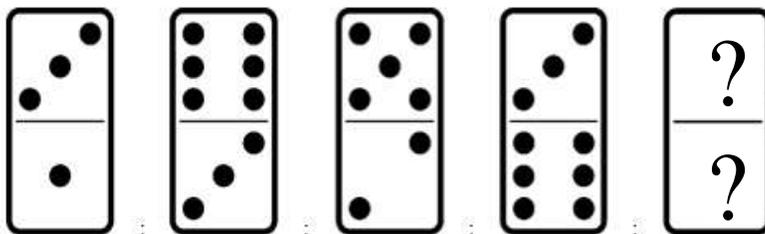
$$(1+2)_{\text{MIN}} \quad 7 \quad 7+6+2$$

$$7+3+1_{\text{MIN}}$$

$$\text{Total} = 73$$

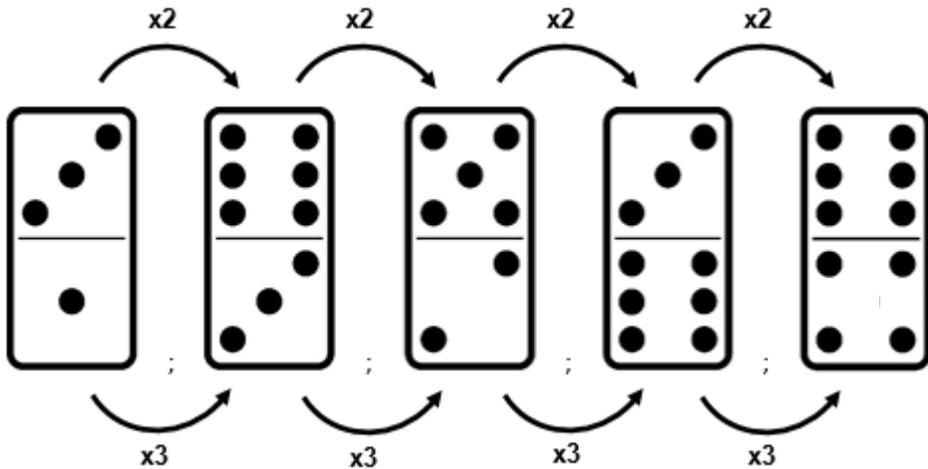
Rpta.: A

2. En la siguiente secuencia de fichas de dominó, determine la ficha que continúa.



**Solución:**

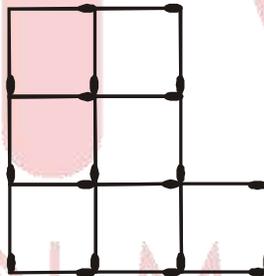
Veamos:



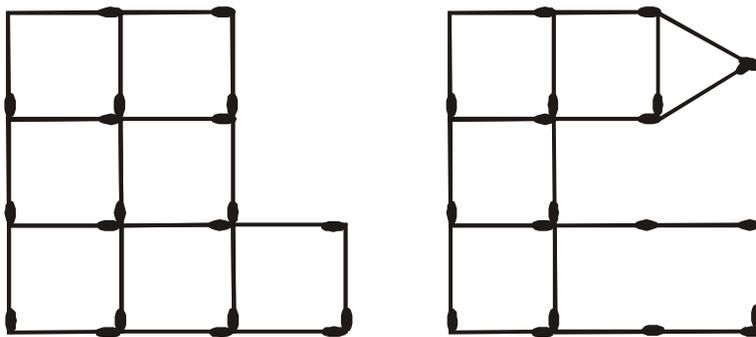
Rpta.: D

3. En la figura, se tiene 20 cerillas de igual longitud. ¿Cuál es el mínimo número de cerillas que se debe cambiar de posición para que resulten cuatro cuadrados?

- A) 4
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 5



**Solución:**



Rpta.: C

4. Se lanzan 4 dados normales sobre una mesa no transparente cuya suma de puntajes obtenidos en sus caras superiores, es 11, donde solo uno de ellos es par. Determine el mayor producto de los puntajes de las caras opuestas a las anteriores.
- A) 320      B) 124      C) 163      D) 216      E) 144

**Solución:**

Puntaje par: a

Puntajes obtenidos: a, b, c, d

Puntajes en las caras opuestas:  $7 - a$ ,  $7 - b$ ,  $7 - c$ ,  $7 - d$

$$a + b + c + d = 11$$

Para que el producto en las caras opuestas sea máximo a, b, c y d deben ser mínimos.

$$\text{Entonces } a = 2, \quad b + c + d = 3 + 3 + 3 = 9$$

Luego los mayores puntajes en las caras opuestas: 5, 4, 4, 4 cuyo producto es 320.

**Rpta.: A**

5. Una función de cine durará 4 horas. El número de horas que faltan del día desde que comienza la función, es el doble de la cantidad de horas que falta para acabar el día, desde que termina la función. ¿A qué hora comienza la función de cine?
- A) 4 pm      B) 6 pm      C) 5 pm      D) 2 pm      E) 3 pm

**Solución:**

Sea x: hora de inicio,  
y: hora de finalización de la función.

Datos:  $y - x = 4$

$$(24 - x) = 2(24 - y)$$

Resolviendo:  $x = 16 \text{ h} = 4\text{pm}$

**Rpta.: A**

6. El reloj de Fernando se adelanta 1 minutos en la primera hora, 2 minutos en la segunda hora, 3 minutos en la tercera hora, 4 minutos en la cuarta hora y así sucesivamente ¿A qué hora empezó a adelantarse dicho reloj si a las 10 horas 25 minutos de la noche, marcaba las 11 horas 01 minutos?
- A) 2:25 pm      B) 8:15 am      C) 7:15 pm  
D) 6:45 am      E) 2:25 am

**Solución:**

TIEMPO REAL	TIEMPO ADELANTADO
-------------	-------------------

22.25	23:01
-------	-------

DIFERENCIA: 36 minutos

ADELANTO	TIEMPO
----------	--------

$1+2+3+\dots+8=36$ min	8 horas
------------------------	---------

x = 8 horas

Empezó adelantarse: 22:25 min - 8 horas = 14:25 pm

**Rpta.: A**

7. Un reloj empieza a adelantarse a las 10 am a razón de 5 minutos y medio cada día y medio. ¿Dentro de cuántos días marcará la hora correcta nuevamente?

A)  $196\frac{4}{11}$  días

B)  $190\frac{1}{12}$  días

C)  $195\frac{3}{11}$  días

D)  $196\frac{2}{11}$  días

E)  $195\frac{5}{11}$  días

**Solución:**

adelanto(min)	tiempo(días)
---------------	--------------

$5\frac{1}{2}$

$1\frac{1}{2}$

720

x

x =  $196\frac{4}{11}$  días

**Rpta.: A**

8. Dos relojes de manecillas marcan la hora exacta a las 6:00 a.m. y a partir de ese instante, uno de ellos comienza a adelantarse 3 minutos cada hora y el otro se atrasa 4 minutos cada 2 horas. ¿Después de cuántos días como mínimo volverán a marcar simultáneamente la hora correcta?

A) 25

B) 30

C) 38

D) 32

E) 60

**Solución:**

1) Para que un reloj vuelva a marcar la hora correctamente debe atrasarse o adelantarse 12h.

2) Para el 1ro:            Adelanta            Tiempo

$$\begin{array}{rcl} 3\text{min} & \dots\dots\dots & 1\text{h} \\ 12\text{h} & \dots\dots\dots & x \end{array}$$

$$\Rightarrow x = \frac{(12\text{h})(60\text{min})(1\text{h})}{3\text{min}} = 240\text{h} \equiv 10\text{días}$$

3)                            Para el 2do:            Atrasa            Tiempo

$$\begin{array}{rcl} 4\text{min} & \dots\dots\dots & 2\text{h} \\ 12\text{h} & \dots\dots\dots & y \end{array}$$

$$\Rightarrow y = \frac{(12\text{h})(60\text{min})(2\text{h})}{4\text{min}} = 360\text{h} \equiv 15\text{días}$$

4) Para que ambas coincidan en marcar la hora correcta, debe transcurrir:

$$\text{M.C.M. } \{15, 10\} = 30\text{días.}$$

Rpta.: B

## *Habilidad Verbal*

### SEMANA 8A

#### COHERENCIA TEXTUAL

#### COMPATIBILIDAD E INCOMPATIBILIDAD

Una **idea compatible** es aquella que guarda consistencia con lo expresado en el texto (así no aparezca en él). Se determina la compatibilidad de una idea cuando un enunciado corresponde con lo afirmado en el texto.

Por otro lado, **un enunciado es incompatible** (incoherente, inconsistente, que no se condice) con el texto si constituye una negación directa o indirecta de algún enunciado del texto o de una consecuencia que se infiera válidamente de él. Téngase en cuenta que un enunciado no es incompatible con el texto por el mero hecho de no aparecer en él o que exprese un contenido simplemente diferente. El grado fuerte de incompatibilidad es la negación de la idea central.

De todo lo anterior, podemos establecer que se determina la incompatibilidad de una idea con un texto de dos maneras:

**A) Se niega un enunciado que figura en el texto**

Por ejemplo, si en el texto se dice que en el Perú, el Contralor General de la República es nombrado y removido por el Parlamento, resulta INCOMPATIBLE afirmar que el Contralor General de la República le debe su puesto al Ejecutivo.

**B) Se niega un enunciado que se infiere del texto**

Por ejemplo, si un texto sostiene que la postura epistemológica de Karl Popper se caracteriza como un realismo crítico, resulta INCOMPATIBLE afirmar que para Popper el conocimiento de lo que nos rodea se corresponde con la teoría del reflejo.

Las preguntas de compatibilidad e incompatibilidad se pueden presentar, respectivamente, de las siguientes formas:

**COMPATIBILIDAD**

- Es compatible con el texto...
- Se condice con el texto...
- Es congruente con el texto...
- Es coherente con el texto...
- Concordante...
- Convergente...
- Es verdadero afirmar...
- Resulta correcto afirmar...
- Se asocia...

**INCOMPATIBILIDAD**

- Es incompatible con el texto...
- No se condice con el texto...
- Es incongruente con el texto...
- Es incoherente con el texto...
- Discordante...
- Divergente...
- Resulta falso sostener...
- Resulta erróneo afirmar...
- Se disocia...

**TEXTO A**

Al igual que un termitero, el Eastgate está ventilado, refrigerado y calefaccionado por medios totalmente naturales. El edificio tiene cuatro paredes gruesas de mampostería en el exterior y un atrio de siete pisos de altura en el interior. El aire exterior ingresa a través de múltiples ventilaciones y la masa del edificio lo calienta o lo enfría en función de cuál está más caliente: el hormigón de la estructura o el aire.

La ventilación del Eastgate cuesta una décima parte de la ventilación de un edificio equipado con aire acondicionado estándar y consume un 35% menor de energía que seis edificios convencionales. Tal como lo descubrieron los propietarios del Eastgate, un edificio que tenga un uso eficiente de la energía también puede resultar bueno para el bolsillo. Durante los primeros cinco años del edificio, ahorraron \$ 3,5 millones en gasto energético gracias a su diseño exclusivo.

— Leído el texto, identifique los enunciados compatibles (C) e incompatibles (I) relativos al edificio Eastgate.

- |       |   |     |
|-------|---|-----|
| I.    | El edificio tiene un diseño poco convencional.                  | ( ) |
| II.   | Socialmente, este edificio está diseñado solo para billonarios. | ( ) |
| III.  | Permite una interesante comparación con un termitero.           | ( ) |
| IV.   | En conclusión, la obra resultó muy onerosa.                     | ( ) |
| V.    | Frente a otros edificios, este ahorra más.                      | ( ) |
| VI.   | El hormigón del edificio es siempre más caliente que el aire.   | ( ) |
| VII.  | El uso eficiente de la energía demanda gastos elevados.         | ( ) |
| VIII. | La exclusividad del diseño se pierde en el primer lustro.       | ( ) |
| IX.   | Los edificios convencionales consumen mucha más energía.        | ( ) |
| X.    | 3,5 millones de dólares es lo que demandó la venta del diseño.  | ( ) |

**Solución:**

- |       |   |     |
|-------|---|-----|
| I.    | El edificio tiene un diseño poco convencional.                  | (C) |
| II.   | Socialmente, este edificio está diseñado solo para billonarios. | (I) |
| III.  | Permite una interesante comparación con un termitero.           | (C) |
| IV.   | En conclusión, la obra resultó muy onerosa.                     | (I) |
| V.    | Frente a otros edificios, este ahorra más.                      | (C) |
| VI.   | El hormigón del edificio es siempre más caliente que el aire.   | (I) |
| VII.  | El uso eficiente de la energía demanda gastos elevados.         | (I) |
| VIII. | La exclusividad del diseño se pierde en el primer lustro.       | (I) |
| IX.   | Los edificios convencionales consumen mucha más energía.        | (C) |
| X.    | 3,5 millones es lo que demandó la venta del diseño.             | (I) |

SAN MARCOS

## TEXTO B

Reflexionemos también que hay gran esperanza de que esto sea un bien. La muerte es una de estas dos cosas: o bien el que está muerto no es nada ni tiene sensación de nada, o bien, según se dice, la muerte es precisamente una transformación, un cambio de morada para el alma, de este lugar de aquí a otro lugar.

Si es una ausencia de sensación y un sueño, como cuando se duerme sin soñar, la muerte sería una ganancia maravillosa. Pues si alguien, tomando la noche en la que ha dormido de tal manera que no ha visto nada en sueños y comparando con esta noche las demás noches y días de su vida, tuviera que reflexionar y decir cuántos días ha vivido en su vida mejor y más agradablemente que esta noche, creo que no ya un hombre cualquiera, sino que incluso el Gran Rey encontraría fácilmente contables estas noches comparándolas con los otros días y noches. Si, en efecto, la noche es algo así, digo que es una ganancia, pues la totalidad del tiempo no resulta ser más que una sola noche.

Si, por otra parte, la muerte es como emigrar de aquí a otro lugar y es verdad, como se dice, que allí están todos los que han muerto, ¿qué bien habría mayor que este, jueces? Pues sí, llegando uno al Hades, libre ya de estos que dicen que son jueces, va a encontrar a los verdaderos jueces, a los que se dice hacen justicia allí: Minos, Radamanto, Éaco y Triptólemo, y a cuantos semidioses fueron justos en sus vidas, ¿sería acaso malo el viaje? Además, ¿cuánto daría alguno de vosotros por estar junto a Orfeo, Museo, Hesíodo y Homero? Yo estoy dispuesto a morir muchas veces, si esto es verdad, y sería un entretenimiento maravilloso, sobre todo para mí, cuando me encuentre allí con Palamedes, con Áyax, el hijo de Telamón, y con algún otro de los antiguos que haya muerto a causa de un juicio injusto, comparar mis sufrimientos con los de ellos; esto no sería desagradable, según creo. Y lo más importante, pasar el tiempo examinando e investigando a los de allí, como ahora a los de aquí, para ver quién de ellos es sabio, y quién cree serlo y no lo es. ¿Cuánto daría cualquiera, amigos jueces, por examinar detenidamente al que llevó a Troya aquel gran ejército, o bien a Odiseo o a Sísifo o a otros infinitos hombres y mujeres que se podrían citar? Dialogar allí con ellos, estar en su compañía y examinarlos sería el colmo de la felicidad. En todo caso, los de allí no condenan a muerte por esto. Se trata, por muchos motivos, de gente más feliz la de allí que la de aquí, principalmente, y si es verdad lo que dicen, porque ya son inmortales el resto del tiempo.

— Hecha la lectura, identifique los correspondientes enunciados compatibles (C) e incompatibles (I) relativos al texto de la *Apología de Sócrates*, de Platón.

- |       |  |     |
|-------|--|-----|
| I.    | Según Sócrates, temo a la muerte por lo que ignoro de ella.        | ( ) |
| II.   | En lo de la muerte como otra vida, el autor es un misógino.        | ( ) |
| III.  | En tanto transformación, Sócrates ve la muerte como benéfica.      | ( ) |
| IV.   | Para Sócrates, el que no fue justo en vida, lo será ya muerto.     | ( ) |
| V.    | La muerte como vacuidad es descanso perfecto.                      | ( ) |
| VI.   | Comparar vidas y padecimientos pasados es solo fuente de angustia. | ( ) |
| VII.  | La muerte es o solo vacío, o transformación o algo más.            | ( ) |
| VIII. | La vida después de la muerte carece de certeza absoluta.           | ( ) |
| IX.   | El autor y el Gran Rey piensan lo mismo de la muerte.              | ( ) |
| X.    | Para Sócrates, la mejor muerte es la que uno dispone para sí.      | ( ) |

**Solución:**

- |       |  |     |
|-------|--|-----|
| I.    | Según Sócrates, temo a la muerte por lo que ignoro de ella.        | (C) |
| II.   | En lo de la muerte como otra vida, el autor es un misógino.        | (I) |
| III.  | En tanto transformación, Sócrates ve la muerte como benéfica.      | (C) |
| IV.   | Para Sócrates, el que no fue justo en vida, lo será ya muerto.     | (I) |
| V.    | La muerte como vacuidad es descanso perfecto.                      | (C) |
| VI.   | Comparar vidas y padecimientos pasados es solo fuente de angustia. | (I) |
| VII.  | La muerte es o solo vacío, o transformación o algo más.            | (I) |
| VIII. | La vida después de la muerte carece de certeza absoluta.           | (C) |
| IX.   | El autor y el Gran Rey piensan lo mismo de la muerte.              | (I) |
| X.    | Para Sócrates, la mejor muerte es la que uno dispone para sí.      | (I) |

**TEXTO C**

La *Apología de Sócrates* pertenece al periodo socrático del pensamiento de Platón, por lo que trata de reflejar fielmente el pensamiento vivo de Sócrates y se detiene en un momento estelar de la vida de este gran hombre: el enfrentamiento final contra la sociedad ateniense con el fin de insuflarle la búsqueda de la virtud. En la *Apología*, se trata de poner de relieve la sabiduría humana, lo que más tarde Nicolás de Cusa, en un hermoso oxímoron, llamaría «docta ignorancia». De hecho, los primeros diálogos de Platón giran en torno a la figura de Sócrates. En la *Apología*, en particular, Platón presenta su versión de la célebre defensa que Sócrates hace de sí mismo en el funesto juicio al que lo sometieron los atenienses.

La sentencia y la muerte de Sócrates dejaron una huella indeleble en el espíritu del joven Platón. Según su juicio severo, riguroso, implacable, la democracia ateniense fue la responsable de tan nefasto magnicidio. Este suceso decidió la acerba opinión de Platón en contra de la democracia, lo que según Karl Popper (en *The Open Society and its Enemies*) lo condujo a idear una ucronía totalitaria.

Raymundo Casas Navarro

— Luego de la lectura, identifique los correspondientes enunciados compatibles (C) e incompatibles (I) relativos al comentario sobre la *Apología de Sócrates*.

- |       |   |     |
|-------|---|-----|
| I.    | Por el título de su libro, se ve que Popper coincide con Platón.                | ( ) |
| II.   | El autor atribuye a Cusa una especie de estética de la contradicción.           | ( ) |
| III.  | Para Sócrates, como para Platón, sabiduría y virtud son inseparables.           | ( ) |
| IV.   | Frente a Sócrates, la sociedad ateniense optó por la legítima defensa.          | ( ) |
| V.    | Es claro que Platón preferiría cualquier totalitarismo a toda democracia.       | ( ) |
| VI.   | Karl Popper critica a Platón por la fallida apología que hizo de Sócrates.      | ( ) |
| VII.  | La <i>Apología de Sócrates</i> fue escrita por Sócrates y difundida por Platón. | ( ) |
| VIII. | La <i>Apología</i> es una evidencia del impacto que causó Sócrates en Platón.   | ( ) |
| IX.   | Platón pasó su vida reflejando fielmente el pensamiento vivo de Sócrates.       | ( ) |
| X.    | Todo lo que sabemos del juicio de Atenas contra Sócrates viene de Platón.       | ( ) |

**Solución:**

- I. Por el título de su libro, se ve que Popper coincide con Platón. ( I )
- II. El autor atribuye a Cusa una especie de estética de la contradicción. ( C )
- III. Para Sócrates, como para Platón, sabiduría y virtud son inseparables. ( C )
- IV. Frente a Sócrates, la sociedad ateniense optó por la legítima defensa. ( I )
- V. Es claro que Platón preferiría cualquier totalitarismo a toda democracia. ( I )
- VI. Karl Popper critica a Platón por la fallida apología que hizo de Sócrates. ( I )
- VII. La *Apología de Sócrates* fue escrita por Sócrates y difundida por Platón. ( I )
- VIII. La *Apología* es una evidencia del impacto que causó Sócrates en Platón. ( C )
- IX. Platón pasó su vida reflejando fielmente el pensamiento vivo de Sócrates. ( I )
- X. Todo lo que sabemos del juicio de Atenas contra Sócrates viene de Platón. ( I )

**COMPRENSIÓN LECTORA**  
**TEXTO 1**

Que la Tierra era redonda lo sabía naturalmente Ptolomeo, de otro modo no habría podido dividirla en trescientos sesenta grados de meridiano; lo sabía Eratóstenes, que en el siglo tercero antes de Cristo calculó con una buena aproximación la longitud del Ecuador; lo sabían Pitágoras, Parménides, Eudoxo, Platón, Aristóteles, Euclides, Aristarco, Arquímedes, y se descubre que los únicos que no lo creyeron eran solo dos materialistas como Leucipo y Demócrito.

Que la Tierra era redonda lo sabían perfectamente Macrobio y Marciano Capella, hacia los siglos IV y V de nuestra era. Por lo que concierne a los Padres de la Iglesia, tenían que medirse con el texto bíblico que hablaba de la forma rectangular del tabernáculo, pero Agustín, aunque no tenía opiniones seguras al respecto, conocía las de los antiguos y **concedía** que el texto sagrado hablara por metáforas. Su posición era más bien otra, bastante común al pensamiento patrístico: puesto que no salvamos el alma conociendo la forma de la Tierra, la cuestión le parecía de escaso interés. Isidoro de Sevilla (que desde luego no era un modelo de meticulosidad científica) calcula la longitud ecuatorial en ochenta mil estadios. ¿Podía pensar que la Tierra era plana?

Incluso un estudiante de primero de bachillerato puede deducir fácilmente que si Dante entra en el embudo infernal y sale por la otra parte viendo estrellas desconocidas al pie de la montaña del Purgatorio, eso significa que sabía perfectamente que la Tierra era redonda. El hecho es que de la misma opinión fueron cristianos tempranos como Orígenes y Ambrosio, y en el periodo escolástico pensaban en y hablaban de una Tierra esférica Alberto Magno y Tomás de Aquino, Roger Bacon, Juan de Sacrobosco, Pierre d'Ailly, Egidio Romano, Nicolás de Oresme y Juan Buridán, por citar a algunos.

1. Básicamente, el texto constituye un alegato contra el mito
  - A) de la arraigada creencia de que la Tierra era plana.
  - B) de la doctrina bíblica de la esfericidad de la Tierra.
  - C) de la profunda ignorancia de los autores medievales.
  - D) de la Tierra esférica defendida por Dante Alighieri.
  - E) del interés de los Padres de la Iglesia por la salvación.

**Solución:**

Ni los sabios antiguos ni los medievales desconocían la esfericidad del globo terrestre.

**Rpta.: A**

2. El antónimo contextual del verbo CONCEDER es

A) arrebatarse. B) quitar. C) recibir. D) refutar. E) retacear.

**Solución:**

Agustín aceptaba que la Biblia fuera entendida como metafórica. De no hacerlo, habría recusado o refutado dicha interpretación.

**Rpta.: D**

3. Resulta incompatible con lo planteado en el texto pretender que los representantes \_\_\_\_\_ eran partidarios de la esfericidad de la Tierra.

A) de la academia platónica  
B) de la escuela aristotélica  
C) del atomismo materialista  
D) del periodo escolástico  
E) del pensamiento patrístico

**Solución:**

Leucipo y Demócrito eran representantes fundadores del atomismo materialista; no creían en la esfericidad del globo terráqueo.

**Rpta.: C**

4. Se infiere del texto que a Agustín lo motivaba principalmente un propósito

A) alegórico. B) bíblico. C) científico. D) literario. E) soteriológico.

**Solución:**

En efecto, el mayor interés de Agustín estaba en la salvación de almas: la suya y las de los que lo rodeaban.

**Rpta.: E**

5. Si Leucipo y Demócrito hubiesen coincidido con sus contemporáneos en el tema que constituye lo central del texto, la tesis de la esfericidad de la Tierra

A) carecería absolutamente de interés.  
B) habría pasado desapercibida hasta hoy.  
C) habría llegado a ser unánime entonces.  
D) habría sido planteada en el medievo.  
E) ni siquiera habría sido planteada.

**Solución:**

Al no registrarse excepciones en las opiniones sobre el tema central, el asunto de la esfericidad de la Tierra en la antigüedad clásica habría tenido el apoyo general.

**Rpta.: C**

## TEXTO 2

A la rama de las matemáticas que se denomina combinatoria se la conoce en ocasiones como conteo avanzado. Contra lo que se suele pensar, esta no se agota en sumar una columna de cifras mentalmente. «¿Cuántos?» es una pregunta, pero también lo es «¿Cómo pueden combinarse los objetos?». A veces los problemas se exponen de manera sencilla, sin que los acompañe la pesada superestructura de la teoría matemática. Esto hace que los problemas de combinatoria resulten atractivos. Pero deberían llevar una advertencia sanitaria: es posible desarrollar una adicción a ellos y sin duda pueden provocar **insomnio**.

Los niños pueden empezar con la combinatoria a una temprana edad. Hay una canción infantil tradicional que plantea una pregunta combinatoria:

**De camino a St. Yves,  
Me encontré con un hombre que tenía siete esposas;  
Cada esposa tenía siete sacos,  
En cada saco había siete gatos,  
Cada gato tenía siete gatitos,  
Cada gatito, siete garrapatas.  
Garrapatas, gatitos, gatos, sacos y esposas,  
¿Cuántos iban a St. Yves?**

El último verso es la pregunta con trampa. Pero siempre se puede dar la vuelta a cualquier pregunta: ¿cuántos *venían* de St. Yves?

La interpretación es importante. ¿Podemos estar seguros de que el hombre y sus siete esposas estaban, todos ellos, *alejándose* de St. Yves? ¿Las esposas estaban acompañando al hombre cuando fue encontrado, o estaban en algún otro lugar? El primer requisito de un problema de combinatoria es que esté claramente expuesto y que se entienda.

Supondremos que el séquito venía por el único camino que se aleja de la ciudad costera de Cornualles y que «las garrapatas, gatitos, gatos, sacos y esposas» estaban todos presentes. ¿Cuántos venían desde St. Yves? La siguiente tabla nos da una solución.

hombre	1	1
esposas	7	7
sacos	$7 \times 7$	49
gatos	$7 \times 7 \times 7$	343
gatitos	$7 \times 7 \times 7 \times 7$	2401
garrapatas	$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$	16 807
<b>Total</b>		<b>19 608</b>

En 1858, Alexander Rhind, un anticuario escocés de visita en Luxor, se encontró con un papiro de 5 metros de largo lleno de matemáticas egipcias del periodo de 1800 a. C. Lo compró. Unos años después fue adquirido por el Museo Británico y sus jeroglíficos traducidos. El problema 79 del papiro del Rhind es un problema de casas, gatos, ratones, espigas y granos de trigo muy similar al de las garrapatas, gatitos, gatos, sacos y esposas de St. Yves. Ambas implican potencias de 7 y el mismo tipo de análisis.



- A) terminaría con un total de 2801 componentes del séquito.
- B) terminaría con un total de 5602 componentes del séquito.
- C) tendría una fila y una columna más que el de la canción infantil.
- D) sería muy semejante al elaborado a partir de la canción francesa.
- E) tendría una fila y una columna menos que el de la canción infantil.

**Solución:**

Prácticamente cada dato de la canción infantil coincide con los del problema 79 del papiro; luego, el cuadro a elaborar sería muy semejante al ya hecho.

Rpta.: D

**SEMANA 8B****TEXTO 1**

Oficialmente, la Administración Norteamericana de la Aeronáutica y el Espacio (NASA, por sus siglas en inglés) expone cinco grandes razones por las que considera necesario continuar la investigación espacial y, en concreto, llevar a cabo misiones espaciales a Marte. Estas son las siguientes: 1) para profundizar en la búsqueda de los orígenes de la vida en la Tierra y extender la vida en el sistema solar; 2) para comprender el pasado y futuro de la Tierra aprovechando los nuevos descubrimientos que se obtengan sobre el pasado y futuro de otros planetas; 3) para expandir nuestra existencia en el sistema solar, aprendiendo a vivir y trabajar en otros planetas; 4) para continuar la búsqueda de la humanidad en los campos del conocimiento y la experiencia y así mantener los esfuerzos científicos realizados desde hace siglos; 5) para abrir posibles oportunidades al desarrollo comercial.

De otro lado, en diferentes círculos se esgrimen argumentos contra la investigación del espacio por parte de la humanidad o, cuando menos, contra la forma en que se está realizando. A saber: 1) *Las prioridades terrestres*. La humanidad debe destinar sus recursos a resolver primero los múltiples problemas que hay en la Tierra. Con el dinero que se destina a la carrera espacial se podría ayudar a paliar el hambre en el mundo, se podría avanzar en el desarrollo de tecnología que permitiera el uso de energías alternativas no contaminantes y, en general, a resolver otras muchas necesidades para permitir una vida mejor en nuestro planeta. 2) *No a la contaminación espacial*. Algunas voces críticas advierten que, tras contaminar la Tierra, la humanidad está haciendo lo mismo con el espacio. Se calcula que alrededor de 150 000 fragmentos considerados «basura espacial» circulan por el espacio y se estima que pueden representar unos tres millones de toneladas de desechos debidos a la acción humana. De hecho, solo el 5% de los objetos que el hombre ha enviado a la **galaxia** están en actividad, la parte restante son fragmentos de satélites, cohetes y objetos creados por el hombre que no se encuentran operativos. 3) *No a la comercialización del universo*. Para algunos, la forma en que se está desarrollando la investigación de la galaxia tiende a reproducir las desigualdades que dominan en la Tierra. Ese proceso se estaría agudizando con los proyectos de comercialización que se barajan, entre los cuales figura a largo plazo incluso la posibilidad de crear centros hoteleros y de ocio en el espacio. De hecho, el turismo espacial ya fue inaugurado por el millonario Dennis Tito. Pero los críticos cuestionan a quién correspondería la «propiedad» del espacio y defienden que debería ser protegido como «Patrimonio del Universo».

1. Proponer para la protección del espacio denominar a este «Patrimonio del Universo» antes que «Patrimonio de la Humanidad», procura evitar la cuestión del sesgo

A) antrópico. B) apocalíptico. C) ecuménico. D) holístico. E) integral.

**Solución:**

El sesgo antrópico tiene como referente al ser humano. Tratándose del planeta en su conjunto, convendría evitar el sesgo.

**Rpta.: A**

2. Resulta incompatible en relación con el contenido del texto pretender que el turismo espacial

A) implicará largas temporadas de permanencia en el espacio.  
B) planteará problemas técnicos de seguridad y logística.  
C) puede llegar a convertirse en fuente de discriminación.  
D) será una realidad popular y generalizada a mediano plazo.  
E) supondrá diversos líos judiciales de tenencia y propiedad.

**Solución:**

Si bien ya se ha dado inicio al turismo espacial, pretender que se generalice en un plazo próximo es a todas luces una ingenuidad.

**Rpta.: D**

3. Dado el contexto, la palabra GALAXIA está por

A) espacio. B) estrella. C) órbita. D) satélite. E) vía láctea.

**Solución:**

Se habla de objetos que el hombre ha enviado a la galaxia, esto es, al espacio.

**Rpta.: A**

4. Un contraargumento que los partidarios de la exploración espacial pueden esgrimir es que, de ser cierto y de agravarse el fenómeno del calentamiento global,

A) permitiría desaparecer la marcada desigualdad hoy imperante.  
B) resultaría prioritario hallar un lugar en el espacio para colonizar.  
C) se lo controlaría para evitar poblaciones en el espacio exterior.  
D) se podrían evitar los climas extremos habitando algún otro planeta.  
E) se recuperarían las pérdidas por inundaciones con turismo global.

**Solución:**

Con el tiempo, y no a muy largo plazo, la Tierra o parte de ella se volvería inhabitable, obligando a la colonización de otros mundos.

**Rpta.: B**

5. Resulta incompatible con el texto afirmar que entre los argumentos a favor de la exploración espacial el que prima a todas luces es el de carácter

A) científico. B) cognoscitivo. C) comercial.  
D) epistemológico. E) tecnológico.

**Solución:**

Uno entre otros cinco, y con serios problemas técnicos por enfrentar, no parece tratarse del argumento de mayor peso por ahora.

**Rpta.: C**

6. De los argumentos esgrimidos por los críticos de la exploración espacial resalta la preocupación por la posibilidad de

- A) contaminar lo que nos rodea con los grandes logros del hombre.
- B) explotar la galaxia con el riesgo de que colapse a mediano plazo.
- C) exportar las fortalezas y las debilidades de la raza humana.
- D) extender al espacio los yerros y flaquezas del ser humano.
- E) extrapolar a otros mundos lo bueno y lo malo del hombre.

**Solución:**

Llegar al espacio significa para la humanidad portar sus flaquezas y fortalezas; obviamente, deberían preocuparla aquellas.

**Rpta.: D**

7. Los partidarios de la exploración espacial fallarían si apelasen al argumento de que la NASA los apoya porque en sus próximas misiones prevé

- A) alcanzar algunos de los cientos de exoplanetas ya descubiertos.
- B) aprender a vivir y trabajar en planetas cercanos, como Marte.
- C) comprender el pasado y futuro de la Tierra conociendo el de Marte.
- D) expandir nuestra existencia en el sistema, colonizando Marte.
- E) profundizar en Marte la búsqueda de los inicios de la vida.

**Solución:**

El objetivo inmediato es nuestro sistema solar. Los exoplanetas se encuentran más allá de nuestro sistema.

**Rpta.: A**

8. Por mor de coherencia, quien se oponga a la exploración espacial debería también oponerse

- A) a la inversión en aprovechamiento energético no contaminante.
- B) al desarrollo y difusión de tecnologías que beneficien aún más la vida.
- C) al logro de modos de obtención de energía no contaminantes.
- D) a los esfuerzos por paliar y aun terminar con el hambre en el mundo.
- E) al proyecto de alcanzar el núcleo de la Tierra con una nave tripulada.

**Solución:**

Procurar enviar una nave tripulada al núcleo ígneo terrestre debe ser tan oneroso como se prevé la exploración espacial.

**Rpta.: E**

9. Un argumento plausible en contra de la exploración espacial que no ha sido considerado en el texto es el
- A) de contaminar la Tierra con elementos alienígenas.
  - B) de cometer todas las injusticias y tropelías terrestres.
  - C) de satisfacer cada una de las necesidades terrícolas.
  - D) del modo correcto de evitar el «chatarreo espacial».
  - E) de construir una estación espacial habitable en la Luna.

**Solución:**

Se ha contemplado la contaminación espacial del hombre, pero no la del planeta por lo que se pudiera traer del espacio exterior.

**Rpta.: A**

10. Según el texto, el 95% de los objetos enviados fuera de la Tierra desde mediados del siglo XX constituyen «basura espacial». Lo que resulta falso es afirmar que dicha basura
- A) es resultado de la actividad humana y su irresistible curiosidad por el espacio.
  - B) está constituida por fragmentos de cohetes, satélites de manufactura humana.
  - C) se compone, aproximadamente, de 150 000 fragmentos de diversos tamaños.
  - D) se ha acumulado a lo largo de décadas de exploración y uso del espacio.
  - E) se reduce a equipos y aparatos completos que solo han dejado de funcionar.

**Solución:**

No se trata solo de objetos o aparatos no operativos; se trata en la mayor parte de los casos de fragmentos de los mismos.

**Rpta.: E****TEXTO 2**

Intentemos un experimento: preguntémosle a algunas personas corrientes qué quería demostrar Cristóbal Colón cuando pretendía alcanzar el levante por el poniente, y qué se obstinaban en negar los sabios de Salamanca para impedir su viaje. La respuesta en la mayoría de los casos será que Colón consideraba que la Tierra era redonda, mientras que los sabios de Salamanca consideraban que la Tierra era plana y que tras un breve camino las carabelas se precipitarían en el abismo cósmico.

El pensamiento laico decimonónico, irritado por el hecho de que la Iglesia no aceptara la hipótesis heliocéntrica, atribuyó a todo el pensamiento cristiano (patrístico y escolástico) la idea de que la Tierra era plana. El siglo XIX positivista y anticlerical se deleitó con ese cliché que, como ha demostrado Jeffrey Burton Russell (*Inventing the Flat Earth*, Nueva York, 1991), se reforzó en el curso de la lucha de los partidarios de la hipótesis darwiniana contra toda forma de fundamentalismo. Se trataba de demostrar que, así como se habían equivocado sobre la esfericidad de la Tierra, igualmente las iglesias podían equivocarse sobre los orígenes de las especies.

¿Cuál era entonces la materia de discusión en los tiempos de Colón? Era que los sabios de Salamanca habían llevado a cabo cálculos más precisos que los suyos y consideraban que la Tierra, redondísima, era más vasta de lo que creía el genovés y, por lo tanto, era una locura intentar circunnavegarla llegando a oriente pasando por occidente. Colón, en cambio, agitado firmemente por un **fuego sagrado**, buen navegante pero

astrónomo pésimo, pensaba que la Tierra era más pequeña de lo que en realidad era. Naturalmente no él ni los sabios de Salamanca sospechaban que entre Europa y Asia había otro continente. Y, por lo tanto, vean lo complicada que es la vida, y lo sutiles que son los confines entre verdad y error, razón y sinrazón. Teniendo razón, los doctores de Salamanca estaban equivocados; y Colón, estando equivocado, persiguió con constancia el propio error y tuvo razón al final.

1. El caso expuesto por el autor tiene el propósito de resaltar
  - A) el pensamiento decimonónico laico, positivista y anticlerical.
  - B) el lío entre Colón y los salmantinos sobre la forma de la Tierra.
  - C) la ironía histórica que supone alcanzar la verdad por el error.
  - D) la superioridad de Cristóbal Colón sobre los sabios de Salamanca.
  - E) lo poco que sabemos de los tiempos de Colón y sus contemporáneos.

**Solución:**

El acierto de los salmantinos devino en error; el yerro de Colón, en verdad histórica.

**Rpta.: C**

2. En el texto, la expresión FUEGO SAGRADO connota
  - A) capricho.
  - B) ciencia.
  - C) claridad.
  - D) obsesión.
  - E) religión.

**Solución:**

Tratándose de Cristóbal Colón y su búsqueda de una vía a las Indias, esta constituyó en él toda una obsesión.

**Rpta.: D**

3. Resulta incompatible con lo desarrollado en el texto asumir que los sabios salmantinos eran partidarios de la idea
  - A) del abismo cósmico.
  - B) de la esfericidad terrestre.
  - C) de la Tierra como globo.
  - D) de llegar a India por oriente.
  - E) de viajar por levante a India.

**Solución:**

Los sabios salmantinos sabían mejor que Colón las dimensiones de la Tierra; ello implica que la suponían, como este, esférica.

**Rpta.: A**

4. Se infiere del texto que los enemigos decimonónicos de la Iglesia
  - A) alcanzaron el occidente yendo al oriente.
  - B) fueron identificados por Jeffrey Burton Russell.
  - C) pudieron llegar al poniente a través del levante.
  - D) parangonaban los casos de Colón y Darwin.
  - E) preferían a los salmantinos antes que a Colón.

**Solución:**

Es una inferencia directa del segundo párrafo.

**Rpta.: D**

5. Si el pensamiento laico decimonónico hubiese rechazado el heliocentrismo, probablemente,
- A) habría rechazado también el evolucionismo.
  - B) lucharía contra toda forma de fundamentalismo.
  - C) recusaría también la esfericidad de la Tierra.
  - D) reivindicaría la teoría darwiniana de las especies.
  - E) tomaría el pensamiento cristiano como un todo.

**Solución:**

El pensamiento laico del siglo XIX aceptaba a la par –por la misma razón– el heliocentrismo y el evolucionismo. De rechazar uno, habría rechazado probablemente el otro.

Rpta.: A

**TEXTO 3**



Una taza de 2600 años de antigüedad, que desde hace mucho tiempo se está exponiendo en el Museo Arqueológico de Lamia en Grecia, se pensaba que representaba una mezcla aleatoria de los animales. Sin embargo, ahora un grupo de investigadores sugiere que puede contener en realidad una de las primeras representaciones griegas de las constelaciones, según muestra un nuevo análisis publicado en la revista *Hesperia*.

Los investigadores del estudio plantean que otras representaciones artísticas antiguas de animales también pueden remitir a las constelaciones, y dar pistas sobre lo que los antiguos griegos sabían de astronomía, indica el investigador del estudio John Barnes, un estudiante de doctorado de arqueología clásica en la Universidad de Missouri. Para saber más sobre cómo los antiguos griegos veían el cielo, los

investigadores deben **confiar** en las representaciones visuales del cielo, como las que se encuentran en la cerámica, pero estos artefactos son relativamente raros, y lo que queda de ellos por lo general solo muestran uno o dos constelaciones.

Barnes no se propuso encontrar antiguas representaciones de las constelaciones griegas, sino más bien tropezó con esta copa durante su visita al Museo Arqueológico de Lamia. El artefacto, que se remonta al 625 a. C., fue descubierto originalmente en 1990, en una zanja llena de escombros junto a un templo en la Acrópolis de Halai, que se encuentra a unos 40 kilómetros al norte de Tebas, Grecia.

Alrededor de un tercio de la copa de vino (incluyendo un mango) no se encuentra. Lo que queda representa una gran variedad de animales: un toro con solo la parte de atrás conservado, una serpiente, una liebre o un pequeño perro, un perro grande, un escorpión, un delfín y la mitad delantera de una pantera o león.

Lo más probable es que estos animales representen constelaciones, dice Barnes. El toro es Tauro; la serpiente es probablemente Hydra (en lugar de Serpens o Draco, otras dos constelaciones serpiente reconocidas por los griegos); el conejo es Lepus; el perro es el Can Mayor o Canis Minor; el escorpión es Scorpius; el delfín es Delphinus; y el león es Leo.

Curiosamente, Barnes añade que los animales no están dispuestos en la copa en el orden en que aparecen en el cielo. Agrega que él piensa que hay un aspecto estacional de la disposición, con las constelaciones separadas en grupos de otoño, invierno, primavera y verano.

Alexandra Hernández Muro, «Encuentran copa de la antigua Grecia con aparentes dibujos de constelaciones». [www.spphimania.pe](http://www.spphimania.pe). (Adaptado)

1. Fundamentalmente, el texto vincula

- |                            |                          |
|----------------------------|--------------------------|
| A) alfarería y astrología. | B) astrología y zodiaco. |
| C) religión y alfarería.   | D) zodiaco y religión.   |
| E) zoología y astronomía.  |                          |

**Solución:**

Fragmentos de alfarería de lo que habría sido una copa para vino, con lo que presumiblemente era representación de constelaciones, es lo central de lo que se ocupa el texto.

**Rpta.: A**

2. El antónimo contextual del verbo CONFIAR es

- A) descreer.    B) ignorar.    C) preguntar.    D) restaurar.    E) vituperar.

**Solución:**

Es claro que en el contexto se trata de que los investigadores consideran –confían– en las representaciones visuales que pueden recuperar. Lo opuesto sería que las ignorasen o no las considerasen.

**Rpta.: B**

3. Una plausible escena de caza podría ser la lectura o interpretación de los restos hallados si estos se limitaran a las representaciones

- |                                 |                                  |
|---------------------------------|----------------------------------|
| A) de la serpiente y la liebre. | B) del conejo y el perro grande. |
| C) del delfín y el escorpión.   | D) del escorpión y el perro.     |

E) del toro y la serpiente.

**Solución:**

Si solo se tratara de la posible representación de un perro grande tras una liebre o conejo, podría pensarse en una elemental escena de caza.

**Rpta.: B**

4. Gráficamente, la hipótesis de John Barnes podría verse reforzada por

- A) la distancia relativa entre los dibujos de los animales.
- B) la forma casi semiesférica del cuenco o copa.
- C) la secuencia de animales mostrada en la copa.
- D) los colores empleados por los artesanos alfareros.
- E) los símbolos entre los animales (las cruces, no las letras).

**Solución:**

Se puede apreciar entre las representaciones de los animales lo que parecen ser pequeñas cruces, que bien podrían representar estrellas; si así fuera, ello reforzaría la hipótesis del doctorando.

**Rpta.: E**

5. Si fuera cierta la hipótesis de Barnes, resultaría falso afirmar que

- A) es como los griegos veían los cielos una noche cualquiera.
- B) la copa de las constelaciones pudo tener un propósito ritual.
- C) los griegos distinguían las constelaciones según las estaciones.
- D) los griegos ponían nombres de animales a las constelaciones.
- E) lo que falta de la copa puede que muestre a otros animales.

**Solución:**

Para Barnes, «hay un aspecto estacional en la disposición» de las representaciones. Es claro que difícilmente se verá así el cielo griego en una noche cualquiera.

**Rpta.: A**

**SEMANA 8C  
PLAN LECTOR**

**TEXTO 1**

Los casos de ayuda mutua entre las termitas, hormigas y abejas son tan conocidos para casi todos los lectores, en especial gracias a los populares libros de Romanes, Büchner y John Lubbock, que puedo limitarme a muy pocas citas. Si tomamos un hormiguero, no solo veremos que todo género de trabajo —la cría de la descendencia, el aprovisionamiento, la construcción, la cría de los pulgones, etc.—, se realiza de acuerdo con los principios de ayuda mutua voluntaria, sino que, junto con Forel, debemos también reconocer que el rasgo fundamental de la vida de muchas especies de hormigas es que cada hormiga comparte y está obligada a compartir su alimento, ya deglutido y en parte digerido, con cada miembro de la comunidad que haya manifestado su demanda de ello. Dos hormigas pertenecientes a dos especies diferentes o a dos hormigueros enemigos, en un encuentro casual, se evitarán la una a la otra. Pero dos hormigas pertenecientes al mismo hormiguero, o a la misma colonia de hormigueros, siempre que se aproximan,



v) El egoísmo de las hormigas con el papo lleno de alimento es punible.

- A) IICCI      B) CIICC      C) IIICC      D) IIIIC      E) IICCC

**Solución:**

i) **Incompatible:** Una colonia de hormigas puede luchar contra otra colonia de hormigas.

ii) **Incompatible:** Las hormigas hambrientas solicitan alimento a las hormigas que tienen el papo lleno

iii) **Incompatible:** En el texto se especifica que son las hormigas *en libertad* las que practican la devolución de alimentos.

iv) **Compatible:** En las postrimerías del fragmento se afirma que los naturalistas confirman las hormigas se ayudan obligatoriamente en la alimentación.

v) **Compatible:** Las hormigas que no comparten el alimento que llevan en sus papos son castigadas severamente.

**Rpta.: C**

4. Se desprende del texto que la solidaridad de las hormigas en la alimentación

- A) está basada en la convivencia pacífica.  
 B) es una característica privativa de ellas.  
 C) está sujeta al control de la colectividad.  
 D) es producto de la división del trabajo.  
 E) permite que las hormigas sean libres.

**Solución:**

Las hormigas que no comparten el alimento que llevan en el papo son castigadas, incluso con la muerte; es decir, la colonia se encarga de garantizar que la solidaridad en la alimentación se practique obligatoriamente.

**Rpta.: C**

5. Si las hormigas no hubiesen desarrollado la ayuda mutua en la alimentación, posiblemente,

- A) sería imposible que puedan alimentarse.  
 B) tendrían los órganos digestivos simples.  
 C) la comunidad de hormigas este en guerra.  
 D) estas estarían condenadas a la extinción.  
 E) se exterminarían inexorablemente entre sí.

**Solución:**

Explica Forel que los órganos digestivos de las hormigas se componen de dos partes diferentes: una de ellas, la posterior, se destina al uso especial de la hormiga misma, y la otra, la anterior, principalmente a utilidad de la comunidad.

**Rpta.: B**

**TEXTO 2**

En el lejano norte, los ciervos se reúnen en innumerables rebaños, y aún más al norte, encontramos rebaños de toros almizcleros e incontables sociedades de zorros polares. Las costas del océano están animadas por manadas de focas y morsas, y sus aguas por manadas de animales sociales pertenecientes a la familia de las ballenas; por último, y aun en los desiertos del altiplano del Asia central, encontramos manadas de caballos

salvajes, asnos salvajes, camellos salvajes y ovejas salvajes. Todos estos mamíferos viven en sociedades y en grupos que cuentan, a veces, cientos de miles de individuos, a pesar de que ahora, después de tres siglos de civilización a base de pólvora, quedan únicamente restos lastimosos de aquellas incontables sociedades animales que existían en tiempos pasados. ¡Qué insignificante, en comparación con ella, es el número de los carnívoros! ¡Y qué erróneo, en consecuencia, el punto de vista de aquellos que hablan del mundo animal como si estuviera compuesto solamente de leones y hienas que clavan sus colmillos ensangrentados en la presa! Es lo mismo que si afirmásemos que toda la vida de la humanidad se reduce solamente a las guerras y a las masacres. Las asociaciones y la ayuda mutua son regla en la vida de los mamíferos. La costumbre de la vida social se encuentra hasta en los carnívoros, y en toda esta vasta clase de animales solamente podemos nombrar una familia de felinos (leones, tigres, leopardos, etc.), cuyos miembros realmente prefieren la vida solitaria a la vida social, y solo raramente se encuentran, por lo menos ahora, en pequeños grupos. Además, aun entre los leones, «el hecho más común es cazar en grupos», dice el célebre cazador y conocedor S. Baker. Hace poco, N. Schillings, que estaba cazando en el este del África Ecuatorial, fotografió de noche —al fogueo repentino de la luz de magnesio— leones que se habían reunido en grupos de tres individuos adultos, y que cazaban en **común**; por la mañana, contó en el río, adonde durante la sequía acudían de noche a beber los rebaños de cebras, las huellas de una cantidad mayor aún de leones —hasta treinta— que iban a cazar cebras, y naturalmente, nunca, en muchos años, ni Schillings ni otro alguno, oyeron decir que los leones se pelearan o se disputaran la presa. En cuanto a los leopardos, y esencialmente al puma sudamericano, su sociabilidad es bien conocida. El puma, en consecuencia, como lo describió Hudson, se hace amigo del hombre gustosamente. En la familia de los viverridae, carnívoros que representan algo intermedio entre los gatos y las martas, y en la familia de las martas (marta, armiño, comadreja, garduña, tejón, etc.), también predomina la forma de vida solitaria. Pero puede considerarse plenamente establecido que en épocas no más tempranas que el final del siglo XVIII, la comadreja vulgar (*Mustela vulgaris*) era más social que ahora; se encontraba entonces en Escocia y también en el cantón de Unterwald, en Suiza, en pequeños grupos. Además, aun entre los leones, «el hecho más común es cazar en grupos», dice el célebre cazador y conocedor S. Baker.

1. En el fragmento, el término COMÚN implica

- A) una acción que persigue el bien de la colectividad.
- B) un comportamiento caracterizado por el salvajismo.
- C) la asociación para poder sobrevivir el exterminio.
- D) una conducta signada por la vida pacífica colectiva.
- E) una naturaleza eminentemente feroz y antisocial.

**Solución:**

En el contexto, COMÚN hace referencia a que los leones se encontraban cazando en conjunto con la finalidad de poder obtener alimento para cada uno de ellos.

**Rpta.: A**

2. En el texto Kropotkin defiende principalmente la idea de que entre los mamíferos

- A) se encuentra bien extendida la vida gregaria.
- B) los casos de salvajismo están disminuyendo.
- C) la exterminación los empuja a la extinción.
- D) la pelea salvaje por sus presas está anulada.

E) se evidencia unión para repeler a los leones.

**Solución:**

Kropotkin sostiene que los mamíferos, antes de ser exterminados por el hombre, se caracterizaban por vivir en grupos numerosos, es decir, los caracterizaba la sociabilidad, salvo excepciones.

**Rpta.: A**

3. Es incompatible con el fragmento afirmar que la lucha por la existencia de los mamíferos

- A) caracteriza la vida de leones y zorros.
- B) se fundamenta en prácticas colectivas.
- C) está exenta de prácticas sanguinarias.
- D) supone enfrentamientos de colectivos.
- E) implica también coexistencia pacífica.

**Solución:**

La lucha por la existencia de los mamíferos se caracteriza por la cacería en común y la resistencia en conjunto. Obviamente, la cacería supone prácticas sanguinarias.

**Rpta.: C**

4. Se infiere del fragmento que sostener que entre los mamíferos se lleva a cabo una lucha sanguinaria de todos contra todos sin cuartel demostraría

- A) una actitud anticientífica porque se estaría generalizando un suceso general de la vida de los mamíferos.
- B) un desatino total porque la lucha por la existencia es una metáfora que excluye de raíz la agresividad.
- C) que lo más importante es la forma como actúan todos los mamíferos y los hombres en su vida cotidiana.
- D) miopía en la concepción y estrechez de entendimiento a la luz de la vida en sociedad de los mamíferos.
- E) un error porque la lucha sanguinaria, según Kropotkin, está totalmente ausente en la lucha por la vida.

**Solución:**

Pensar que la vida de los mamíferos se reduce a la lucha sanguinaria de todos contra todos sin cuartel es un desatino total por no apreciar y comprender que la regla en la vida de estos animales es la ayuda mutua y las asociaciones.

**Rpta.: D**

5. Si la regla general en la vida de los mamíferos fuera la vida solitaria y el comportamiento salvaje y sanguinario de todos contra todos, entonces,

- A) la lucha por la vida todavía significaría ayuda mutua.
- B) la lucha por la existencia sería un suceso misterioso.
- C) los mamíferos estarían encaminados a la extinción.
- D) la argumentación de Kropotkin carecería de asidero.
- E) la hipótesis de Kropotkin aún permanecería intacto.

**Solución:**

La argumentación de Kropotkin se basa en la abundancia de evidencias sobre la vida en sociedad de los mamíferos.

Rpta.: D

**TEXTO 3**

Las poblaciones de los «perros de las praderas» (*Cynomys*), en las llanuras de la América del Norte, presentan uno de los espectáculos más atrayentes. Hasta donde el ojo puede abarcar, en la extensión de la pradera se ven, por doquier, pequeños montículos de tierra, y sobre cada uno se encuentra una bestezuela, en **conversación animadísima** con sus vecinos, valiéndose de sonidos entrecortados parecidos al ladrido. Cuando alguien da la señal de la aproximación del hombre, todos, en un instante, se zambullen en sus pequeñas cuevas, desapareciendo como por encanto. Pero no bien el peligro ha pasado, las bestezuelas salen inmediatamente. Familias enteras salen de sus cuevas y comienzan a jugar. Los jóvenes se arañan y provocan mutuamente, se enojan, se paran graciosamente sobre las patas traseras, mientras los viejos vigilan. Familias enteras se visitan y los senderos bien trillados entre los montículos de tierra demuestran que tales visitas se dan muy a menudo. Dicho más brevemente, algunas de las mejores páginas de nuestros mejores naturalistas están dedicadas a la descripción de las sociedades de los perros de las praderas de América, de las marmotas del Viejo Continente y de las marmotas polares de las regiones alpinas. A pesar de eso, tengo que repetir, respecto a las marmotas lo mismo que dije sobre las abejas. Han conservado sus instintos bélicos, que se manifiestan también en cautiverio. Pero en sus grandes asociaciones, en contacto con la naturaleza libre, los instintos antisociales no encuentran terreno para su desarrollo, y el resultado final es la paz y la armonía. Aun animales tan gruñones como las ratas, que siempre se pelean en nuestros sótanos, son lo bastante inteligentes no solo para no enojarse cuando se entregan al saqueo de las despensas, sino para prestarse ayuda mutua durante sus asaltos y migraciones. Sabido es que a veces hasta alimentan a sus inválidos.

1. En el fragmento, la frase **CONVERSACIÓN ANIMADÍSIMA** entraña

- |  |                                    |
|--|------------------------------------|
| A) eliminación del carácter salvaje.   | B) vida entregada a la gandulería. |
| C) desarrollo progresivo intelectual.  | D) situación de inminente amenaza. |
| E) estimulación del instinto belicoso. |                                    |

**Solución:**

Según Kropotkin, la vida en sociedad y la ayuda mutua permitió el desarrollo progresivo de la anatomía, de la fisiología, del intelecto y de la moral. Entonces, si estos animales están «conversando animadamente» es porque han desarrollado un sistema de comunicación.

Rpta.: C

2. En el fragmento, Kropotkin asevera fundamentalmente que

- A) los roedores viven en paz y armonía.
- B) pocos animales tienen instintos bélicos.
- C) los viejos vigilan y los jóvenes juegan.
- D) las familias de animales aman el juego.
- E) los animales libres viven pacíficamente.

**Solución:**

Kropotkin sostiene principalmente que diversos animales, en estado de libertad, viven armoniosamente, incluso aquellos que aún conservan sus instintos bélicos.

**Rpta.: E**

3. Es compatible con el fragmento afirmar que las ratas

- A) son animales anormales.
- B) practican la solidaridad.
- C) asaltan a los migrantes.
- D) son familia de los *Cynomys*.
- E) conversan animadamente.

**Solución:**

Las ratas a veces alimentan a sus inválidos.

**Rpta.: B**

4. Se colige del texto que los animales en cautiverio

- A) forman grandes asociaciones en paz.
- B) se encuentran en estado de extinción.
- C) mantienen su conducta pusilánime.
- D) no desarrollaron un tipo de lenguaje.
- E) pueden tener conductas antisociales.

**Solución:**

Los animales en libertad no tienen conductas antisociales, sino que viven en paz y armonía.

**Rpta.: E**

5. Si los «perros de las praderas» fuesen indiferentes a la presencia humana, es probable que

- A) estos jamás necesitarían zambullirse en sus cuevas.
- B) los hombres los habrían utilizado para alimentarse.
- C) este los habría llevado ya a un proceso de extinción.
- D) los perros estarían emparentados con los *Cynomys*.
- E) los viejos *Cynomys* no necesitarían estar vigilantes.

**Solución:**

Así como a otras especies de animales.

**Rpta.: C****EVALUACIÓN DE LA AYUDA MUTUA ENTRE LOS ANIMALES****Piotr Kropotkin**

1. A partir de *La ayuda mutua entre los animales*, se puede concluir que las metáforas

- A) son utilizadas exclusivamente por los literatos.
- B) pueden ser utilizadas proficuamente en ciencia.

- C) acarrear inevitablemente confusiones científicas.
- D) son formas sutiles de referirse a casos horribles.
- E) son interpretadas correctamente de forma general.

**Solución:**

Es común sostener que la metáfora se utiliza solamente en la práctica literaria. Sin embargo, investigaciones han determinado que la metáfora es un hecho cotidiano. Aún más, se puede utilizar en ciencia, tal es el caso de la metáfora «lucha por la existencia» que utilizó Darwin para referirse a la dependencia de un ser respecto de otro, la cual es resaltada por Kropotkin en *La ayuda mutua entre los animales*.

**Rpta.: B**

2. Según Kropotkin, el método de la inducción se tiene que fundamentar en

- A) una abundancia de evidencias.
- B) varias conjeturas verosímiles.
- C) la voz de algunas autoridades.
- D) indagaciones de corte teórico.
- E) la forma de percibir el mundo.

**Solución:**

En la página 39, Kropotkin acude al párrafo titulado «La lucha por la existencia es rigurosísima entre individuos y variedades de una misma especie», y critica que no se encuentra en él aquella abundancia de pruebas y ejemplos que estamos acostumbrados a encontrar en toda la obra de Darwin

**Rpta.: A**

3. Según Huxley, los animales más fuertes, los más ágiles y los más astutos son los que sobreviven únicamente, y estos son los aptos para salir adelante en la lucha sin cuartel de todos contra todos. Ante este razonamiento, Kropotkin le refuta aseverando que

- A) un animal puede ser ágil y astuto pero no fuerte, y aun así podría sobrevivir sin ayuda porque sus atributos le permitirían evitar a los animales más fuertes.
- B) la lucha sin cuartel de todos contra todos afecta solamente a los menos aptos, es decir, afecta a aquellos animales que se niegan a la migración individual.
- C) la lucha por la existencia es un factor que no tiene ningún asidero en la realidad, de manera que es una idea descabellada que promueve el racismo.
- D) los animales que adquirieron costumbres gregarias son más inteligentes, o sea, son más aptos y capaces de defender su territorio los 365 días del año.
- E) los animales que adquirieron las costumbres de la lucha mutua son los más aptos, aun cuando se trate de animales insignificantes vistos individualmente.

**Solución:**

Muchos animales, como insectos y aves, que individualmente son vulnerables al ataque de sus depredadores, son capaces de resistir y de pasar al ataque cuando están dispuestos en sociedad.

**Rpta.: E**

4. Es incompatible con la lectura sostener que Kropotkin

- A) se halla en las antípodas de Huxley en la concepción de la lucha de las especies.
- B) reconoce que la vida en sociedad de diversos animales les ha sido beneficioso.
- C) recusa que la lucha por la existencia es la única característica de los animales.
- D) rechaza que la abundancia de especies diferentes en una región decante en lucha.
- E) niega la existencia de animales que pueden vivir aislados o en grupos minúsculos.

**Solución:**

En el apartado dedicado a las sociedades de los monos, Kropotkin reconoce que los orangutanes viven aislados en grupos de tres o cuatro individuos.

**Rpta.: E**

5. Se deduce del texto que entre la vida en sociedad y el desarrollo de las capacidades intelectuales existe una relación
- A) directamente proporcional.
  - B) que no se puede demostrar.
  - C) que no necesita evidencia.
  - D) hipotéticamente indiscutible.
  - E) inversamente proporcional.

**Solución:**

Se desprende de los pasajes de la lectura que la vida en sociedad ha permitido el desarrollo de las capacidades intelectuales de los animales.

**Rpta.: A**

6. Según Kropotkin, podemos evidenciar arquitectura, calidad de vida, agricultura, división del trabajo y más en la sociedad humana porque
- A) la iniciativa personal ha excluido la vida en sociedad.
  - B) la naturaleza provee al hombre de hartos alimentos.
  - C) los hombres han sabido valerse de la ayuda mutua.
  - D) los humanos se han beneficiado del individualismo.
  - E) los hombres han exterminado a sus competidores.

**Solución:**

Según Kropotkin, los hormigueros ostentan principios arquitectónicos, buena calidad de vida, agricultura y división del trabajo porque estos han descubierto los beneficios de la ayuda mutua. Entonces, podemos extrapolar plausiblemente estas características a la sociedad humana.

**Rpta.: C**

7. ¿Qué enunciados son compatibles (C) o incompatibles (I) con la lectura? Elija la alternativa que contenga la secuencia correcta.
- I) La confianza mutua y la inteligencia van de la mano entre las hormigas.
  - II) Las hormigas hacen frente al exterminio porque se ayudan mutuamente.
  - III) Hay insectos que temen la fuerte organización colectiva de las hormigas.
  - IV) Las hormigas pancistas son muertas por hormigas ajenas a su hormiguero.
  - V) Las hormigas se caracterizan por carecer de un sistema de comunicación.

- A) ICCCI      B) CICIC      C) CCCII      D) CCCCCI      E) CCCCC

**Solución:**

- I) **Compatible:** La sociedad de las hormigas se caracteriza por la ayuda mutua y por la iniciativa personal.  
 II) **Compatible:** Las hormigas no sufren gran exterminio por parte de sus depredadores porque su fuerza reside en el apoyo mutuo.  
 III) **Compatible:** Forel vació un saco de hormigas en un prado y notó que los grillos se dispersaban abandonando sus nidos al pillaje de las hormigas.  
 IV) **Incompatible:** Las hormigas egoístas llegan a ser expulsadas o aniquiladas por las hormigas de su propio hormiguero.  
 V) **Incompatible:** Dos hormigas pertenecientes al mismo hormiguero cambian algunos movimientos de antena y se comunican si tienen o no hambre.

**Rpta.: C**

8. Si un naturalista evidenciara que las focas organizadas les declaran la guerra a las manadas de morsas cuando estas ocupan el espacio costero habitual de los primeros, entonces,
- A) de esta manera quedaría desbaratada la hipótesis de Kropotkin.  
 B) la noción de «lucha por la existencia» alcanzaría el estatus de ley.  
 C) la hipótesis de la *Mutual Aid* de Kropotkin permanecería incólume.  
 D) este hecho demostraría que las focas no practican la ayuda mutua.  
 E) Darwin habría acertado al afirmar que las especies luchan por su vida.

**Solución:**

La guerra entre morsas y focas en estas condiciones sería un hecho particular que no refutaría la tendencia general de la ayuda mutua, pues podría ser tratada como un hecho excepcional.

**Rpta.: C**

9. Si en el altiplano peruano-boliviano se experimentara una severa sequía de un año de manera que los brotes de ichu disminuyen, entonces
- A) toda la fauna de aquel lugar se extinguiría inexorablemente por la falta de agua.  
 B) la competencia por hacerse con los escasos brotes de ichu se tornaría en mortal.  
 C) quizás los mamíferos del altiplano se comerían a los más débiles para sobrevivir.  
 D) las aves de aquel lugar tendrían que emigrar y adaptarse a nuevas circunstancias.  
 E) las alpacas salvajes se matarían entre sí para eliminar los posibles competidores.

**Solución:**

Como expone Kropotkin en su obra, cuando acontece un obstáculo natural, en este caso la severa sequía anual, algunos los animales se adaptarían a las nuevas circunstancias y podrían resistir, mientras que otros buscarían un nuevo hábitat y tendrían que adaptarse a la ingesta de un nuevo género de alimentos.

**Rpta.: D**

10. Es compatible con la obra afirmar que, según Kropotkin, algunas especies migran en época de sequía porque
- A) de esta manera evitarían la competencia por los alimentos.  
 B) la naturaleza las ha programado para que procedan así.  
 C) de esta forma están a salvo de sus posibles depredadores.  
 D) así pueden salvarse del exterminio de sus depredadores.  
 E) pueden adaptarse sin dificultad alguna a un nuevo ambiente.

**Solución:**

Según Kropotkin, algunas especies migran en época de sequía para no entrar en competencia por el alimento con otras especies, y de esta manera evitan desatar contiendas sangrientas.

Rpta.: A

**Aritmética****EJERCICIOS DE CLASE N° 8**

1. Si  $\frac{64}{n}$  es una fracción propia e irreducible mayor que  $\frac{4}{15}$ , ¿cuántos valores puede tomar n?
- A) 97                      B) 79                      C) 88                      D) 83                      E) 93

**Solución:**

$$\frac{4}{15} < \frac{64}{n} < 1 \rightarrow 64 < n < 240 \quad \therefore n = \underbrace{65, 67, 69, \dots, 239}_{88 \text{ valores}}$$

Rpta.: C

2. Sea f una fracción equivalente a  $\frac{13}{15}$ , donde la suma de sus términos es un múltiplo de 91 comprendido entre 1500 y 2100. Halle la cantidad de divisores compuestos del denominador de f.
- A) 8                      B) 6                      C) 4                      D) 7                      E) 13

**Solución:**

$$f = \frac{13k}{15k} \rightarrow S_{\text{términos}} = 28k = 91 \quad \therefore k = 13$$

$$1500 < 28k < 2100 \rightarrow 53,5 < k < 75 \quad \therefore k = 65 \rightarrow f = \frac{13 \times 65}{15 \times 65}$$

$$\text{Denominador : } D = 13 \times 3 \times 5^2 \rightarrow CD(D) = 2 \times 2 \times 3 = 12 \quad \therefore CD_{\text{Comp}}(D) = 12 - 4 = 8$$

Rpta.: A

3. Si  $\frac{a}{b}$  y  $\frac{c}{d}$  son fracciones irreducibles, además  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = 2$  y  $a + c = 20$ , ¿cuántas fracciones de la forma  $\frac{a}{b}$  se pueden formar?
- A) 12                      B) 10                      C) 9                      D) 11                      E) 8

**Solución:**

Como se tienen dos fracciones irreducibles, sus términos son PESI, y como su suma es un entero, son homogéneas.

$$b = d: \frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} = \frac{20}{b} = 2 \rightarrow b = 10 = d$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{10} \text{ es irreducible} \rightarrow a \neq \overset{\circ}{2}, \overset{\circ}{5} \rightarrow a = \underbrace{1, 3, 7, 9, 11, 13, 17, 19}_{8 \text{ valores}}$$

Rpta.: E

4. Si  $n$  es un entero positivo de dos cifras, ¿cuántas fracciones de la forma  $\frac{n^3 + 2n^2 + 3n + 55}{n + 2}$  son irreducibles?
- A) 86                      B) 87                      C) 77                      D) 76                      E) 66

**Solución:**

$$\frac{n^3 + 2n^2 + 3n + 55}{n + 2} = n^2 + 3 + \frac{49}{n + 2} \rightarrow n + 2 \neq \overset{\circ}{7} = \underbrace{14, 21, \dots, 98}_{13 \text{ valores}} \wedge n = \underbrace{10, 11, \dots, 99}_{90 \text{ valores}}$$

Por tanto hay  $90 - 13 = 77$  fracciones irreducibles.

Rpta.: C

5. ¿Cuántas fracciones irreducibles con numerador 45 existen, tales que el denominador esté comprendido entre 85 y 907?
- A) 426                      B) 348                      C) 438                      D) 391                      E) 442

**Solución:**

$$f = \frac{45}{d}; 86 < d < 906; d \neq \overset{\circ}{3}; d \neq \overset{\circ}{5} \rightarrow \emptyset(45) = 3^1(3 - 1) \cdot 5^0(5 - 1) = 24$$

$$d = \underbrace{86, 88, 89}_{3 \text{ valores}}, 45(2), \dots, 45(3), \dots, 45(4), \dots, 45(20), \underbrace{901, 902, 904}_{3 \text{ valores}}$$

Cantidad =  $18(24) + 6 = 438$   $\therefore$  habrá 438 fracciones.

Rpta.: C

6. Al dividir cada una de las siguientes fracciones  $\frac{84}{16}$ ,  $\frac{108}{8}$  y  $\frac{114}{16}$  por una misma fracción irreducible  $f$ , se obtienen cocientes que son números enteros. Si  $f$  es la mayor fracción posible, determine la suma de sus términos.
- A) 8                      B) 11                      C) 13                      D) 15                      E) 19

**Solución:**

$$\left. \begin{array}{l} \frac{84}{16} \div f = k_1 \in \mathbb{Z} \\ \frac{108}{8} \div f = k_2 \in \mathbb{Z} \\ \frac{114}{16} \div f = k_3 \in \mathbb{Z} \end{array} \right\} \rightarrow f \text{ es divisor común de } \frac{84}{16}, \frac{108}{8}, \frac{114}{16}$$

y se pide mayor valor posible:  $f = \text{MCD}\left(\frac{84}{16}, \frac{108}{8}, \frac{114}{16}\right) = \text{MCD}\left(\frac{21}{4}, \frac{27}{2}, \frac{57}{8}\right) = \frac{3}{8}$

**Rpta.: B**

7. Un tanque tiene dos grifos. Uno, en la parte superior, que lo llena en seis horas cuando éste está vacío y otro, en la parte inferior, que lo vacía en ocho horas cuando éste está lleno. Estando el tanque vacío se abre simultáneamente ambos grifos; al cabo de tres horas se cierra el grifo inferior y se vuelve a abrirlo dos horas después. ¿En cuántas horas en total se logrará llenar todo el tanque?
- A) 18                      B) 13                      C) 19                      D) 16                      E) 17

**Solución:**

$$3\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8}\right) + 2\left(\frac{1}{6}\right) + x\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8}\right) = 1 \Rightarrow x = 13$$

Luego se llenó el tanque en 18 horas

**Rpta.: A**

8. Tres reglas de más de un metro de longitud cada una, están uniformemente graduadas cada  $\frac{16}{30}$ ,  $\frac{20}{33}$  y  $\frac{44}{78}$  milímetros respectivamente. Si se les hace coincidir por primera vez en la marca del cero, ¿a qué distancia de la marca del cero coincidirán sus marcas por cuarta vez?
- A) 85 cm                      B) 50 cm                      C) 56 cm                      D) 52 cm                      E) 44 cm

**Solución:**

$$\text{MCM}\left(\frac{8}{15}, \frac{20}{33}, \frac{22}{39}\right) = \frac{\text{MCM}(8, 20, 22)}{\text{MCD}(15, 33, 39)} = \frac{440}{3} \text{ mm}$$

$\therefore$  Coincidirán por cuarta vez en  $= \frac{440}{3} (3) 440 \text{ mm} = 44 \text{ cm}$

Rpta.: E

9. Se tiene una viga de madera de  $7\frac{1}{2}$  metros de largo,  $\frac{25}{4}$  metros de ancho y  $\frac{20}{3}$  metros de altura, la cual se divide, sin desperdiciar madera, en cubos iguales cuyas medidas de sus aristas están comprendidas entre  $\frac{1}{7}$  y  $\frac{2}{5}$ . ¿Cuántos metros mide cada una de dichas aristas?

- A)  $\frac{1}{8}$       B)  $\frac{5}{24}$       C)  $\frac{5}{18}$       D)  $\frac{5}{12}$       E)  $\frac{5}{6}$

**Solución:**

Sea  $m$  la longitud de la arista de cada cubo, entonces  $m$  está contenido en  $\frac{15}{2}$ ,  $\frac{25}{4}$  y  $\frac{20}{3}$ , por tanto es divisor de  $\text{MCD}\left(\frac{12}{5}, \frac{25}{4}, \frac{20}{3}\right) = \frac{5}{12} \rightarrow m = \frac{5}{12k}, k \in \mathbb{Z}^+$

Además:  $\frac{1}{7} < \frac{5}{12k} < \frac{2}{5} \therefore k=2 \rightarrow m = \frac{5}{24}$

Rpta.: B

10. Una lámina de latón de forma rectangular, cuyo largo mide  $L$  cm, se divide a lo largo en tres partes rectangulares desiguales. La primera de largo menor que  $\frac{L}{3}$ , la segunda de largo menor que  $\frac{L}{7}$  y la tercera cuyo largo mide 88 cm. Si el largo de las partes obtenidas, es un número entero de centímetros, determine la suma de las cifras del mayor valor que puede tomar  $L$ .

- A) 14      B) 12      C) 15      D) 17      E) 13

**Solución:**

Sean las partes .  $a$  ,  $b$  y 88 cm  $\rightarrow a+b+88=L$

$$a < (L/3)$$

$$b < (L/7)$$

$$\text{entonces } a + b < (10L/21)$$

$$L - 88 < (10L/21)$$

$$L < 21(8)$$

$$\rightarrow a < 56 \text{ cm} ; b < 24 \text{ cm}$$

$$\text{De donde: } a=55 \text{ cm} ; b=23 \text{ cm} \rightarrow L_{\text{Máx.}} = 55+23+88=166 \text{ cm}$$

$$\text{Por lo tanto: } 1 + 6 + 6 = 13$$

Rpta.: E

**EVALUACIÓN DE CLASE N° 8**

1. ¿Cuántas fracciones comprendidas entre  $\frac{19}{43}$  y  $\frac{23}{29}$  son tales que sus términos son números consecutivos?
- A) 4                      B) 2                      C) 1                      D) 3                      E) 5

**Solución:**

$$\frac{19}{43} < \frac{n}{n+1} < \frac{23}{29} \rightarrow 0,4.. < n < 3,8 \therefore n = 1, 2, 3$$

**Clave: D**

2. ¿Cuántas fracciones propias e irreducibles de denominador 168 existen tales que la suma de sus términos sea múltiplo de 11?
- A) 9                      B) 4                      C) 7                      D) 5                      E) 6

**Solución:**

$$f = \frac{n}{168} < 1 \rightarrow n < 168 = 8 \times 3 \times 7 \therefore n \neq 2, 3, 7$$

$$\text{Dato: } n + 168 = 11 \therefore n = 11 + 8 = \underbrace{19, 41, 85, 107, 151}_{5 \text{ valores}}$$

**Rpta.: D**

3. Si las fracciones  $\frac{\overline{abc}}{231}$  y  $\frac{124}{\overline{bed}}$  son irreducibles y la suma de sus inversas es  $e - b$ , halle el valor de  $e - d$ .
- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4                      E) 5

**Solución:**

$$\frac{231}{\overline{abc}} + \frac{\overline{bed}}{124} = e - b \rightarrow \overline{abc} = 124 \rightarrow \frac{231 + 2ed}{124} = e - 2 \rightarrow \underbrace{114e = 679 + d}_{e=6 \wedge d=5}$$

**Rpta.: A**

4. ¿Para cuántos valores enteros positivos de  $n$  menores que 100, la fracción  $\frac{n^2 + 64n}{n+1}$  es reducible?
- A) 44                      B) 45                      C) 42                      D) 43                      E) 47

**Solución:**

$$\frac{n^2+64n}{n+1} = n+63 - \frac{63}{n+1} \rightarrow n+1 = 7 \vee 3$$

$$n+1 = 7 = \underbrace{7, 14, 21, \dots, 98}_{14 \text{ valores}} \wedge n+1 = 3 = \underbrace{3, 6, 9, \dots, 99}_{33 \text{ valores}} \wedge n+1 = 21 = 21, 42, 63, 84$$

$$\therefore \# \text{ valores de } n+1 = 14 + 33 - 4 = 43$$

Rpta.: D

5. ¿Cuántas fracciones propias e irreducibles con denominador 5096 existen, tal que el numerador sea mayor a 10?

A) 1004      B) 2012      C) 1508      D) 668      E) 2348

**Solución:**

$$f = \frac{n}{5096} < 1 \rightarrow n < 5096; 5096 = 2^3 \cdot 7^2 \cdot 13 \rightarrow$$

$\phi(5096) = 2^2(2-1) \cdot 7^1(7-1) \cdot 13^0(13-1) = 2016$  pero no se debe considerar a los números: 1, 3, 5 y 9.

Rpta.: B

6. En el estreno de la película "Buscando a Nirvana" de Enrique Mendoza y Alex Wright el día 23 de Febrero del presente año, durante las tres funciones en un cine de Plaza Norte se obtuvo la siguiente recaudación: En la función de matiné S/. 14 210, en vermut S/ 58 058 y en noche S/. 6 496. Si el costo en soles de cada boleto es el mismo y es una cantidad entera comprendida entre 20 y 30, ¿cuál es su valor en soles?

A) 29      B) 25      C) 23      D) 27      E) 21

**Solución:**

Descomponiendo en sus factores primos se tiene:

$$14210 = 2 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 29$$

$$58058 = 2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 29$$

$$6496 = 2^5 \cdot 7 \cdot 29$$

$$\text{MCD} \{ 14210 ; 58058 ; 6496 \} = 2 \cdot 7 \cdot 29 = 406$$

→ Cantidad de divisores positivos de (406) = {1; 2; 7; 14; 29; 58; 203; 406}.

Como  $20 < \text{Divisores positivos de } (406) < 30$ .

→ El precio por boleto es de S/. 29.

Rpta.: A

7. Un comerciante tiene cierto número de artículos y piensa venderlos de la siguiente manera: los  $\frac{4}{5}$  del total a S/ 60 cada uno y el resto a S/ 40 cada uno. Si a la hora de hacer la venta hizo todo lo contrario, entonces dejó de percibir S/ 3 000. ¿Cuántos soles recibió por la venta?

A) 14000      B) 14500      C) 18000      D) 12000      E) 13800

**Solución:**

Sea  $x$ : número de artículos.

Piensa vender:  $\frac{4}{5}x$  a S/ 60 cada uno ;  $\frac{1}{5}x$  a S/ 40 cada uno

Vende:  $\frac{4}{5}x$  a S/ 40 cada uno ;  $\frac{1}{5}x$  a S/ 60 cada uno

$$\text{Por dato: } \left( \frac{4}{5}x(60) + \frac{1}{5}x(40) \right) - \left( \frac{4}{5}x(40) + \frac{1}{5}x(60) \right) = 3000$$

$$(48x + 8x) - (32x + 12x) = 3000$$

$$56x - 44x = 2800 \Rightarrow 12x = 2800 \Rightarrow x = 250$$

$$\text{Por lo tanto, recibió por la venta: } \frac{4}{5}(250)(40) + \frac{1}{5}(250)(60) = 56(250) = 14000$$

**Rpta.: A**

8. Carlos en busca de empleo encuentra una vacante en una empresa de Lácteos. Al preguntar por el sueldo que le pagarían, el dueño de la empresa le dijo que su sueldo en soles por día de trabajo sería equivalente a la suma de los términos de la fracción irreducible  $M$ , dada por:

$$M = \frac{1}{4} + \frac{1}{28} + \frac{1}{70} + \frac{1}{130} + \dots$$

31 sumandos

Si Carlos aceptó el sueldo que le ofrecieron y empezó a trabajar, ¿cuántos soles recibirá por cuatro días de trabajo?

- A) 496      B) 500      C) 620      D) 428      E) 700

**Solución:**

$$M = \frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \frac{1}{10 \times 13} + \dots$$

Dato: 4, 7, 10, 13, ...  $x$  : son 31 términos

$$\text{Entonces: } \frac{x-4}{3} + 1 = 31 \rightarrow x = 94$$

Luego:

$$3M = \frac{3}{1 \times 4} + \frac{3}{4 \times 7} + \frac{3}{7 \times 10} + \frac{3}{10 \times 13} + \dots + \frac{3}{91 \times 94}$$

$$3M = \left(1 - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10}\right) + \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{13}\right) + \dots + \left(\frac{1}{91} - \frac{1}{94}\right)$$

$$3M = 1 - \frac{1}{94} = \frac{93}{94}$$

$$M = \frac{31}{94}$$

La suma de los términos de M:  $31 + 94 = 125$

Por tanto Carlos recibe:  $4(125) = 500$

**Rpta.: B**

9. Se tiene un terreno de forma rectangular, cuyas dimensiones son  $\frac{39}{52}$  y  $\frac{34}{85}$  millas.

Para cercar este terreno se han colocado postes a igual distancia uno de otro, empezando por una de sus esquinas, de modo tal que la distancia entre poste y poste esté comprendida entre 0,02 y 0,05 millas. ¿Cuál es el número de postes empleados?

- A) 104      B) 92      C) 112      D) 86      E) 108

**Solución:**

Sea  $x$  la distancia entre los postes

$$x \text{ es divisor de } \frac{39}{52} = \frac{3}{4}$$

$$x \text{ es divisor de } \frac{34}{85} = \frac{2}{5}. \text{ Entonces, } x \text{ es un divisor común de } \frac{3}{4} \text{ y } \frac{2}{5}$$

$$\wedge MCD\left(\frac{3}{4}, \frac{2}{5}\right) = \frac{1}{20}$$

Luego  $x$  es divisor de  $\frac{1}{20}$ . Entonces

$$x = \frac{1}{20d} \wedge 0,02 < \frac{1}{20d} < 0,05 \Rightarrow d = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{40} \quad \therefore \# \text{ postes} = \frac{2\left(\frac{2}{5} + \frac{3}{4}\right)}{\frac{1}{40}} = 92$$

**Rpta.: B**

10. Las dimensiones de un ladrillo que tiene la forma de paralelepípedo son  $\frac{24}{25}$ ;  $\frac{8}{15}$  y

$\frac{16}{35}$  decímetros respectivamente. ¿Cuántos ladrillos idénticos al mencionado, como mínimo se tendrán que utilizar para formar un cubo compacto?

- A) 3 450      B) 4 020      C) 3 906      D) 3 780      E) 3 800

**Solución:**

$$\text{N}^\circ \text{ladrillos} = \frac{\left(\frac{48}{5}\right)^3}{\left(\frac{24}{25}\right)\left(\frac{8}{15}\right)\left(\frac{16}{35}\right)} = 3780$$

Rpta.: D

## Álgebra

### EJERCICIOS DE CLASE N° 8

1. El coeficiente del quinto término del binomio  $\left(ax - \frac{1}{\sqrt{5}}\right)^7$  es  $-175$ , determine la suma de coeficientes de  $x + a^{a^2}$ .

A)  $2^{25}$       B) 1      C)  $8^{16}$       D)  $-2^{50}$       E)  $-4^{50}$

**Solución:**

$$\begin{aligned} t_{4+1} &= \binom{7}{4} (ax)^{7-4} \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^4 \\ &= \binom{7}{4} \frac{a^3}{25} x^3 \Rightarrow \frac{7!}{4!3!} \cdot \frac{a^3}{25} = -175 \Rightarrow \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{4! \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{a^3}{25} = -175 \Rightarrow a = -5 \end{aligned}$$

Para  $(x+a)^{a^2}$

$$\therefore \sum \text{coeficientes} = (1-5)^{25} = -4^{25} = -2^{50}.$$

Rpta.: D

2. El desarrollo del binomio  $\left(x^{-8}y + \frac{x^2}{\sqrt[4]{y^{n-4}}}\right)^n$  tiene un término independiente.

Determine el valor de  $T = \sqrt{5nq-4}$ , si  $q$  representa el lugar que ocupa el término independiente.

A) 10      B) 13      C) 12      D) 9      E) 11

**Solución:**

$$i) \left( x^{-8}y + \frac{x^2}{\sqrt[4]{y^{n-4}}} \right)^n \rightarrow t_{k+1} = C_k^n (x^{-8}y)^{n-k} \left( \frac{x^2}{\sqrt[4]{y^{n-4}}} \right)^k$$

$$\rightarrow t_{k+1} = C_k^n (x^{-8}y)^{n-k} \left( x^2 y^{\frac{4-n}{4}} \right)^k \rightarrow t_{k+1} = C_k^n x^{-8(n-k)+2k} \cdot y^{n-k+\left(\frac{4-n}{4}\right)k}$$

$$ii) -8(n-k) + 2k = 0 \wedge n-k + \left( \frac{4-n}{4} \right)k = 0$$

$$\rightarrow k = \frac{4n}{5} \wedge n(5-n) = 0 \rightarrow n = 0 \vee n = 5$$

$$\rightarrow n = 5 \rightarrow k = 4 \rightarrow q = k + 1 = 5$$

$$\therefore T = \sqrt{5nq - 4} = 11$$

Rpta: E

3. La edad de Juan está dada por el grado del segundo término del desarrollo de  $(x^2 + 3x)^n (x^2 - 9)^{n+3} (1 - 3x^{-1})^n$ , la cual tiene 24 términos. ¿Cuántos años tendrá Juan dentro de 6 años?

A) 50 años      B) 46 años      C) 52 años      D) 48 años      E) 30 años

**Solución:**

$$i) (x^2 + 3x)^n (x^2 - 9)^{n+3} (1 - 3x^{-1})^n = x^n (x+3)^n (x^2 - 9)^{n+3} \left( \frac{x-3}{x} \right)^n = (x^2 - 9)^{2n+3}$$

$$ii) \text{N}^\circ \text{ de Términos} = 24 \rightarrow 2n+3+1=24 \rightarrow 2n+3=23 \rightarrow (x^2 - 9)^{23}$$

$$iii) t_2 = t_{1+1} = \binom{23}{1} (x^2)^{22} (-9) = -207x^{44} \rightarrow \text{Grad}(t_2) = 44$$

Juan tiene 44 años y dentro de 6 años tendrá 50 años.

Rpta.: A

4. De  $(m+n+2)$  padres de familias citados para la reunión mensual de una I. E. Estatal, solamente asistieron  $m$  padres de familias, donde el valor de  $m$  y  $n$  se obtienen de la expresión  $\beta x^m y^n$  que corresponde al tercer término del desarrollo de  $M^4$ , donde  $M = 64x^{15} - 96x^{10}y^4 + 48x^5y^8 - 8y^{12}$ . ¿Cuántos padres de familias no asistieron a la reunión?

A) 12      B) 9      C) 10      D) 8      E) 11

**Solución:**

$$i) M = 64x^{15} - 96x^{10}y^4 + 48x^5y^8 - 8y^{12} \rightarrow M = (4x^5 - 2y^4)^3$$

$$M^4 = [(4x^5 - 2y^4)^3]^4 \rightarrow M^4 = (4x^5 - 2y^4)^{12}$$

$$\text{ii) } t_3 = t_{2+1} = \binom{12}{2} (4x^5)^{10} (-2y^4)^2 = 66(4)^{11} x^{50} y^8 = \beta x^m y^n$$

$$\rightarrow \beta = 66(4)^{11}, m = 50, n = 8$$

$$\therefore \text{ Total de padres de familias citados: } m + n + 2 = 60$$

$$\text{Número padres de familias que no asistieron: } n + 2 = 10$$

Rpta.: C

5. El término central del desarrollo del cociente notable  $\frac{x^{a^3-252} + y^{b^3-138}}{x^a + y^b}$  es el séptimo

término y está representado por  $x^c y^d$ . Halle el valor de  $a+b+c+d$ .

- A) 99      B) 74      C) 77      D) 91      E) 89

**Solución:**

Sea  $n$ , el número de términos que tiene el desarrollo del cociente notable y  $n$  es impar.

$$\text{i) } t_c = t_7 = t_{\frac{n+1}{2}} \rightarrow \frac{n+1}{2} = 7 \rightarrow n = 13$$

ii) Por propiedad:

$$\frac{a^3 - 252}{a} = 13 \rightarrow a^3 - 13a - 252 = 0 \rightarrow (a-7)(a^2 + 7a + 36) = 0 \rightarrow a = 7$$

$$\frac{b^3 - 138}{b} = 13 \rightarrow b^3 - 13b - 138 = 0 \rightarrow (b-6)(b^2 + 6b + 23) = 0 \rightarrow b = 6$$

$$\text{iii) } \frac{x^{91} + y^{78}}{x^7 + y^6} = \frac{(x^7)^{13} + (y^6)^{13}}{x^7 + y^6}$$

$$t_c = t_7 = (x^7)^{13-7} (y^6)^6 = x^{42} y^{36} = x^c y^d \rightarrow c = 42, d = 36$$

$$\therefore a + b + c + d = 7 + 6 + 42 + 36 = 91.$$

Rpta.: D

6. La expresión  $\dots + x^{120} y^{60} + x^{90} y^{70} + \dots$  representa el desarrollo del cociente notable de  $n$  términos y sea  $j$  el lugar que ocupa el término  $x^{60} y^{80}$ . Halle el valor de  $n + j$ .

- A) 17      B) 20      C) 18      D) 15      E) 22

**Solución:**

$$i) \dots + x^{120}y^{60} + x^{90}y^{70} + \dots = \dots + (x^{30})^4(y^{10})^6 + (x^{30})^3(y^{10})^7 + \dots = \frac{(x^{30})^n - (y^{10})^n}{(x^{30}) - (y^{10})}$$

$$ii) t_k = (x^{30})^{n-k}(y^{10})^{k-1} = (x^{30})^4(y^{10})^6 \rightarrow n-k=4 \wedge k-1=6$$

$$\rightarrow k=7 \wedge n-7=4 \rightarrow n=11 \rightarrow \frac{(x^{30})^{11} - (y^{10})^{11}}{(x^{30}) - (y^{10})}$$

iii) El término que ocupa el lugar j es:

$$t_j = (x^{30})^{11-j}(y^{10})^{j-1} = x^{60}y^{80} = (x^{30})^2(y^{10})^8$$

$$\rightarrow 11-j=2 \rightarrow j=9$$

$$\therefore n+j=11+9=20$$

Rpta. : B

7. Al desarrollar el cociente notable  $\frac{x^{ab} - y^b}{x^a - y}$  se tiene que el grado absoluto del quinto

término es 95 y los grados absolutos de los términos disminuyen de 6 en 6. Si el precio de una casaca es  $(2ab+8)$  soles, pero por oferta se hace un descuento del 10%, ¿cuál es el precio de oferta de la casaca?

A) S/ 324,00

B) S/ 239,60

C) S/ 243,00

D) S/ 221,40

E) S/ 234,00

**Solución:**

$$\text{De } \frac{x^{ab} - y^b}{x^a - y} = \frac{(x^a)^b - y^b}{x^a - y}$$

$$t_5 = (x^a)^{b-5}y^4 = x^{ab-5a}y^4 \rightarrow GA(t_5) = ab - 5a + 4 = 95 \rightarrow ab - 5a = 91$$

$$t_6 = (x^a)^{b-6}y^5 = x^{ab-6a}y^5 \rightarrow GA(t_6) = ab - 6a + 5 = 89 \rightarrow ab - 6a = 84$$

resolviendo  $a = 7$  y  $b = 18$

$$\text{Precio de la casaca: } S/2ab+8=2(7)(18) + 8 = S/ 260$$

$$\text{Precio de oferta de la casaca: } 90\%(260) = S/ 234$$

Rpta.: E

8. El precio de un celular está dado por  $[38 - C(\sqrt{2})]$  soles, donde  $C(\sqrt{2})$  es el valor numérico de  $C(x)$  que representa al cuarto término del cociente notable

$$\frac{(x+2)^{21} - (x-2)^{21}}{12x^2 + 16}$$

¿Cuánto se debe pagar por la compra de dos celulares idénticos?

A) S/ 1076

B) S/ 1116

C) S/ 588

D) S/ 1100

E) S/ 2124

**Solución:**

$$\begin{aligned} \text{i) } (x+2)^3 - (x-2)^3 &= [x+2 - (x-2)][(x+2)^2 + (x+2)(x-2) + (x-2)^2] \\ &= 4[2(x^2 + 2^2) + x^2 - 4] = 12x^2 + 16 \end{aligned}$$

$$\text{ii) } \frac{(x+2)^{21} - (x-2)^{21}}{(x+2)^3 - (x-2)^3} = \frac{[(x+2)^3]^7 - [(x-2)^3]^7}{(x+2)^3 - (x-2)^3}$$

$$C(x) = t_4 = [(x+2)^3]^3 [(x-2)^3]^3 = (x+2)^9 (x-2)^9 = (x^2 - 4)^9$$

$$C(\sqrt{2}) = [(\sqrt{2})^2 - 4]^9 = -512$$

Precio de un celular:  $[38 - C(\sqrt{2})]$  soles =  $(38 + 512)$  soles = 550 soles

Precio de dos celulares: S/1100

Rpta.: D

**EVALUACIÓN DE CLASE Nº 8**

1. Si los coeficientes de los términos de lugar cinco y siete en ese orden, del desarrollo del binomio  $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$  están en la relación de 5 a 2, halle el segundo término.

A)  $8x$       B)  $x^3$       C)  $16\sqrt{x}$       D)  $4\sqrt{x^3}$       E)  $8x^3$

**Solución:**

i) Sea el binomio  $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$

$$t_5 = \binom{n}{4} (\sqrt{x})^{n-4} (\sqrt{x})^{-4} \wedge t_7 = \binom{n}{6} (\sqrt{x})^{n-6} (\sqrt{x})^{-6}$$

$$\text{ii) } \frac{\binom{n}{4}}{\binom{n}{6}} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{\frac{n!}{(n-4)!4!}}{\frac{n!}{(n-6)!6!}} = \frac{(n-6)!6!}{(n-4)!4!} = \frac{(n-6)!6 \cdot 5 \cdot 4!}{(n-4)(n-5)(n-6)!4!} = \frac{5}{2}$$

$$0 = n^2 - 9n + 8 \Rightarrow n = 1 \vee n = 8 \rightarrow \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^8$$

$$\therefore t_2 = t_{1+1} = \binom{8}{1} (\sqrt{x})^7 (\sqrt{x})^{-1} = 8x^3.$$

Rpta.: E

2. El grado absoluto del término central del desarrollo de  $(\sqrt{x} - y^3)^n$  es 14. Carmen es una estudiante regular de la Facultad de Enfermería que tiene finalizado sus estudios hasta el semestre  $n$ . Halle el número de semestres académicos que le faltan a Carmen para concluir sus estudios universitarios, sabiendo que en total son 10 semestres en estudios.

A) 3      B) 4      C) 5      D) 2      E) 6

**Solución:**

$$i) t_c = t_{\frac{n}{2}+1} = \binom{n}{\frac{n}{2}} (\sqrt{x})^{\frac{n}{2}} (-y^3)^{\frac{n}{2}}$$

$$ii) GA(t_c) = 14 \rightarrow \frac{n}{4} + \frac{3n}{2} = 14 \rightarrow n = 8$$

A Carmen le faltan dos semestres académicos.

**Rpta.: D**

3. Si el lugar que ocupa el término independiente en el desarrollo de  $\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)^8$  representa el número de hermanos de la familia Quispe, donde la edad del hermano mayor es el término independiente de ese desarrollo y se sabe que las edades de dichos hermanos están en progresión aritmética con razón 3. Halle la edad del hermano menor.

- A) 58      B) 70      C) 40      D) 36      E) 46

**Solución:**

$$\text{Sea el término } t_{k+1} = \binom{8}{k} (x^3)^{8-k} (x^{-3})^k = \binom{8}{k} x^{24-3k} x^{-3k}.$$

En el término independiente, la variable tiene exponente cero  $\rightarrow 24-6k=0 \rightarrow k=4$ .  
La familia tiene  $k+1=5$  hermanos.

$$\text{El término independiente es: } \binom{8}{4} = \frac{8!}{4!4!} = 70.$$

La edad del hermano mayor es 70 años y la edad del hermano menor es 58 años.

**Rpta.: A**

4. En la ecuación  $3\binom{n}{1} + 21\binom{n}{2} + 117\binom{n}{3} + \dots + (5^n - 2^n)\binom{n}{n} = 1215$ , halle el valor de  $3^{n-1}$ .

- A) 27      B) 81      C) 9      D) 243      E) 3

**Solución:**

$$(5^0 - 2^0) \binom{n}{0} + 3 \binom{n}{1} + 21 \binom{n}{2} + 117 \binom{n}{3} + \dots + (5^n - 2^n) \binom{n}{n} = 1215$$

$$(5^0 - 2^0) \binom{n}{0} + (5^1 - 2^1) \binom{n}{1} + (5^2 - 2^2) \binom{n}{2} + (5^3 - 2^3) \binom{n}{3} + \dots + (5^n - 2^n) \binom{n}{n} = 1215$$

$$\left[ 1 \binom{n}{0} + 5 \binom{n}{1} + 5^2 \binom{n}{2} + \dots + 5^n \binom{n}{n} \right] - \left[ 1 \binom{n}{0} + 2 \binom{n}{1} + 2^2 \binom{n}{2} + \dots + 2^n \binom{n}{n} \right] = 1215$$

$$(1+5)^n - (1+2)^n = 1215 \rightarrow 3^n(2^n - 1) = 3^4(2^4 - 1) \rightarrow n = 4 \rightarrow 3^{n-1} = 27.$$

Se dan 4 generaciones y para llenarse el contenedor se tarda  $4(15 \text{ min}) = 1 \text{ hora}$

Rpta.: A

5. El sueldo mensual de Luis está dado por la suma de los exponentes de los términos del desarrollo del binomio  $(x^5 + 3x^{-2})^{30}$ . Si Luis gasta mensualmente el 60% de su sueldo y el resto de dinero lo ahorra, ¿cuánto tendrá ahorrado Luis al cabo de seis meses?

A) S/ 3340      B) S/ 3240      C) S/ 3348      D) S/ 3560      E) S/ 3200

**Solución:**

$$\begin{aligned} \text{i) } (x^5 + 3x^{-2})^{30} &= \binom{30}{0} (x^5)^{30} + \binom{30}{1} (x^5)^{29} (3x^{-2}) + \binom{30}{2} (x^5)^{28} (3x^{-2})^2 + \dots \\ &\quad + \binom{30}{29} (x^5) (3x^{-2})^{29} + \binom{30}{30} (3x^{-2})^{30} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } \sum \text{exponentes} &= 5(30) + 5(29) - 2(1) + 5(28) - 2(2) + \dots + 5(1) - 2(29) - 2(30) \\ &= 5(30 + 29 + 28 + \dots + 1) - 2(1 + 2 + \dots + 29 + 30) \\ &= \frac{5(30)(31)}{2} - \frac{2(30)(31)}{2} = \frac{3(30)(31)}{2} = 1395 \end{aligned}$$

Luis gana mensualmente: S/1395

Luis ahorra mensualmente:  $40\%(1395) = \text{S}/558$

∴ Por lo tanto en seis meses tendrá  $6(558) = \text{S}/ 3348$

Rpta.: C

6. Si  $S(x)$  es el séptimo término del desarrollo del cociente notable  $\frac{(x+1)^{12}(x^2-x+1)^{12} - (x-1)^{12}(x^2+x+1)^{12}}{2(x^3+1)-2}$ , halle el coeficiente del cuarto término de  $S(x)(x^3-1)^{-1}$ .

A) 10      B) 20      C) -10      D) -20      E) 60

**Solución:**

$$i) \frac{(x+1)^{12}(x^2-x+1)^{12} - (x-1)^{12}(x^2+x+1)^{12}}{2x^3} = \frac{(x^3+1)^{12} - (x^3-1)^{12}}{(x^3+1) + (x^3-1)}$$

$$ii) S(x) = t_7 = (x^3+1)^{12-7}(x^3-1)^{7-1} = (x^6-1)^5(x^3-1)$$

$$\rightarrow S(x)(x^3-1)^{-1} = (x^6-1)^5(x^3-1)(x^3-1)^{-1} = (x^6-1)^5$$

iii) El cuarto término de  $(x^6-1)^5$  es :

$$t_4 = \binom{5}{3} (x^6)^{5-3} (-1)^3 = -10x^{12}$$

$\therefore$  El coeficiente del cuarto término es  $-10$ .

Rpta.: C

7. En el cociente notable  $\frac{x^{153} - y^{34}}{x^9 - y^2}$  el grado absoluto del término que ocupa el lugar  $k$ , excede en 42 al grado absoluto del término que ocupa el lugar  $k$  contado a partir del extremo final. Halle el grado absoluto del término que ocupa el lugar  $k+2$ .

A) 109      B) 95      C) 67      D) 116      E) 102

**Solución:**

$$\frac{x^{153} - y^{34}}{x^9 - y^2} = \frac{(x^9)^{17} - (y^2)^{17}}{x^9 - y^2}$$

$$i) t_k = (x^9)^{17-k} (y^2)^{k-1} = x^{153-9k} y^{2k-2} \rightarrow GA(t_k) = 151 - 7k$$

$$t_k = (y^2)^{17-k} (x^9)^{k-1} = y^{34-2k} x^{9k-9} \rightarrow GA(t_k) = 25 + 7k$$

$$ii) \text{ Dato } 151 - 7k = 42 + 25 + 7k \rightarrow 14k = 84$$

$$\rightarrow k = 6 \quad y \quad k + 2 = 8$$

$$iii) t_8 = (x^9)^{17-8} (y^2)^{8-1} = x^{81} y^{14}$$

$$\rightarrow GA(t_8) = 81 + 14 = 95$$

Rpta.: B

8. El número de vehículos vendidos mensualmente por la empresa MITSHUE es  $10V$ , siendo  $V$ , el valor absoluto de la suma de los cubos de las soluciones enteras del conjunto solución de la inecuación  $(|x+1|^{18} - |x+1|^{17} + \dots - |x+1| + 1)(x^2 + 2x) \leq 0$ . ¿Cuántos vehículos vendió mensualmente la empresa?

A) 80      B) 100      C) 180      D) 90      E) 20

**Solución:**

$$(|x+1|^{18} - |x+1|^{17} + \dots - |x+1| + 1)(x^2 + 2x) \leq 0$$

$$(|x+1|^{18} - |x+1|^{17} + \dots - |x+1| + 1)(x+2)x \leq 0$$

$$\frac{|x+1|^{19} + 1}{|x+1| + 1} (|x+1| + 1)(|x+1| - 1) \leq 0 \rightarrow (|x+1|^{19} + 1)(|x+1| - 1) \leq 0$$

$$|x+1| - 1 \leq 0 \rightarrow |x+1| \leq 1 \rightarrow -1 \leq x+1 \leq 1 \rightarrow -2 \leq x \leq 0$$

$$cs = -2, 0$$

$$\therefore V = |(-2)^3 + (-1)^3 + 0^3| \rightarrow V = 9$$

Vendió  $10V=90$  vehículos.

Rpta.: D

## Trigonometría

### EJERCICIOS DE LA SEMANA N° 8

1. Simplifique la expresión  $\sec 60^\circ (\sin 20^\circ + 2 \sin 50^\circ \cdot \sin 20^\circ)$ .

A)  $\frac{3}{4}$

B)  $\frac{3}{2}$

C)  $\sqrt{3}$

D)  $\frac{3}{8}$

E) 1

#### Solución:

$$\sec 60^\circ [\sin(40^\circ - 20^\circ) + 2 \sin 50^\circ \cdot \sin 20^\circ]$$

$$= \sec 60^\circ (\sin 40^\circ \cos 20^\circ - \sin 20^\circ \cos 40^\circ + 2 \cos 40^\circ \cdot \sin 20^\circ)$$

$$= \sec 60^\circ (\sin 40^\circ \cos 20^\circ + \cos 40^\circ \cdot \sin 20^\circ)$$

$$= \sec 60^\circ \cdot \sin 60^\circ$$

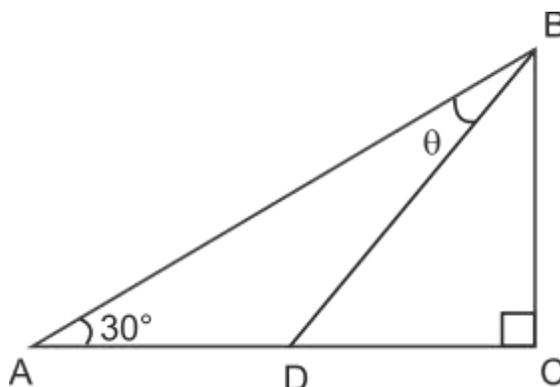
$$= \operatorname{tg} 60^\circ$$

$$= \sqrt{3}.$$

Rpta.: C

2. Con la información dada en la figura, si  $AD = DC$ , calcule  $\text{tg}\theta$ .

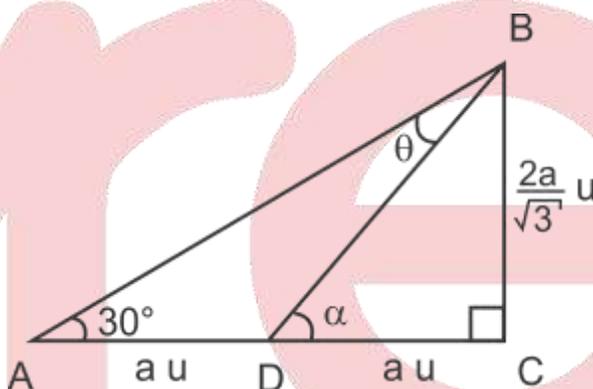
- A)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
 B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
 C)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$   
 D)  $\frac{\sqrt{3}}{5}$   
 E)  $\frac{\sqrt{3}}{6}$



**Solución:**

$$\alpha = \theta + 30^\circ \Rightarrow \theta = \alpha - 30^\circ$$

$$\Rightarrow \text{tg}\theta = \frac{\frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}\right)} = \frac{\sqrt{3}}{5}$$



Rpta.: D

3. Si  $\text{tg}(20^\circ + x) = \frac{3}{5}$ , calcule  $\text{tg}(155^\circ + x)$ .

- A)  $-1$       B)  $-\frac{1}{2}$       C)  $-\frac{1}{3}$       D)  $-\frac{1}{4}$       E)  $-\frac{1}{5}$

**Solución:**

$$155^\circ = 135^\circ + 20^\circ, \text{tg}135^\circ = -1$$

$$\text{Como} \quad \text{Luego, } \text{tg}(155^\circ + x) = \text{tg}(135^\circ + (20^\circ + x)) = \frac{\text{tg}135^\circ + \text{tg}(20^\circ + x)}{1 - \text{tg}135^\circ \cdot \text{tg}(20^\circ + x)}$$

$$= \frac{-1 + \frac{3}{5}}{1 - (-1) \left(\frac{3}{5}\right)} = -\frac{1}{4}$$

Rpta.: D

4. Una partícula se desplaza del punto A hacia el segmento OB en sentido antihorario, siguiendo una trayectoria del arco de una circunferencia con centro el

origen de coordenadas, como se muestra en la figura. Calcule la tangente del ángulo determinado por el desplazamiento de la partícula.

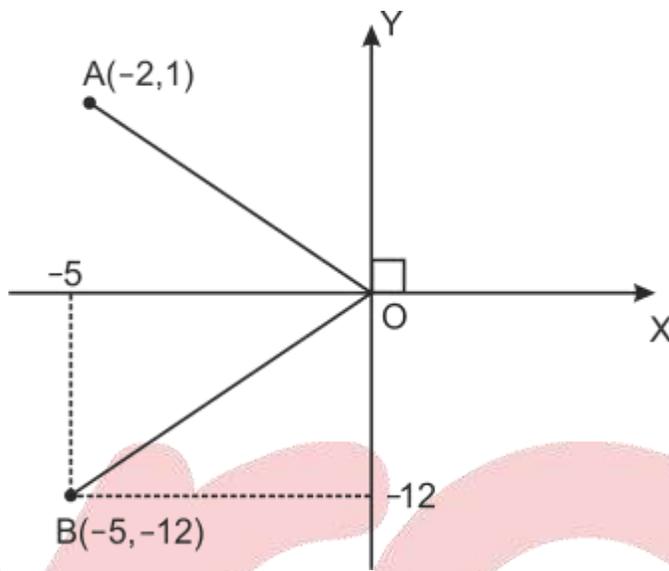
A)  $-\frac{29}{2}$

B)  $-15$

C)  $-\frac{31}{2}$

D)  $-16$

E)  $-\frac{27}{2}$



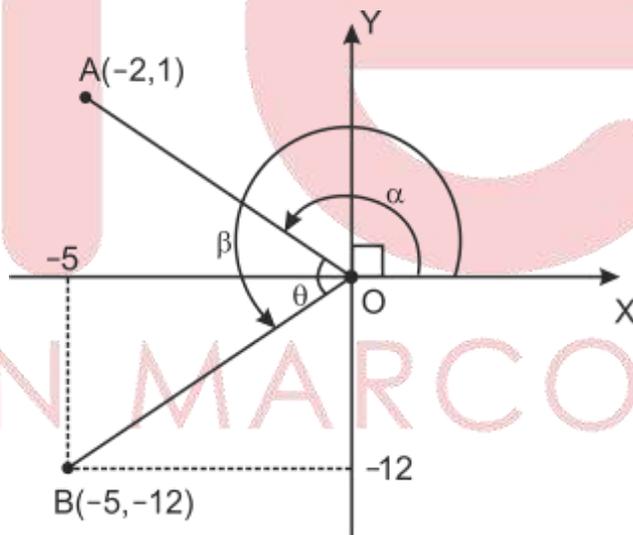
**Solución:**

Del gráfico  $\theta = \beta - \alpha$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \theta = \frac{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \alpha}$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \theta = \frac{\frac{12}{5} - \left(-\frac{1}{2}\right)}{1 + \left(\frac{12}{5}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)}$$

$$\therefore \operatorname{tg} \theta = -\frac{29}{2}$$



Rpta.: A

5. La suma de tres ángulos  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  es igual a cien vueltas y media. Calcule el valor de la expresión

$$\frac{\cos \alpha \cdot \cos \gamma - \operatorname{sen}(\alpha + \beta) \cdot \operatorname{sen}(\gamma + \beta)}{\cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \gamma - \operatorname{sen}(\beta + \gamma) \cdot \cos(\alpha + \beta)}$$

A)  $\operatorname{tg} \beta$

B)  $-\operatorname{tg} \alpha$

C)  $-\operatorname{ctg} \beta$

D)  $\operatorname{tg} \alpha$

E)  $-\operatorname{ctg} \gamma$

**Solución:**

De la condición  $\alpha + \beta + \gamma = 100(2\pi) + \pi = 201\pi$

$$\operatorname{sen}(\alpha + \beta) = \operatorname{sen} \gamma, \quad \operatorname{sen}(\gamma + \beta) = \operatorname{sen} \alpha, \quad \operatorname{cos}(\alpha + \beta) = -\operatorname{cos} \gamma$$

Luego

$$\begin{aligned} \frac{\operatorname{cos} \alpha \cdot \operatorname{cos} \gamma - \operatorname{sen}(\alpha + \beta) \cdot \operatorname{sen}(\gamma + \beta)}{\operatorname{cos} \alpha \cdot \operatorname{sen} \gamma - \operatorname{sen}(\beta + \gamma) \cdot \operatorname{cos}(\alpha + \beta)} &= \frac{\operatorname{cos} \alpha \cdot \operatorname{cos} \gamma - \operatorname{sen} \gamma \cdot \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{cos} \alpha \cdot \operatorname{sen} \gamma - \operatorname{sen} \alpha (-\operatorname{cos} \gamma)} \\ &= \frac{\operatorname{cos} \alpha \cdot \operatorname{cos} \gamma - \operatorname{sen} \gamma \cdot \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{cos} \alpha \cdot \operatorname{sen} \gamma + \operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{cos} \gamma} \\ &= \frac{\operatorname{cos}(\alpha + \gamma)}{\operatorname{sen}(\alpha + \gamma)} = \frac{-\operatorname{cos} \beta}{\operatorname{sen} \beta} = -\operatorname{ctg} \beta. \end{aligned}$$

Rpta.: C

6. Calcule el máximo valor que puede tomar la expresión

$$\frac{4 \operatorname{cos}^2(y - 90^\circ) \cdot \operatorname{cos}^2 x \cdot \operatorname{sen}(x + y)}{\operatorname{sen}^2 y + \operatorname{sen}^2(x + y) + \operatorname{cos}^2 x - 1},$$

si  $x, y \in [0, \frac{\pi}{2}]$  y son diferentes.

- A) 3                      B) -1                      C) 1                      D) -2                      E) 2

**Solución:**

$$\begin{aligned} L &= \frac{4 \operatorname{cos}^2(y - 90^\circ) \cdot \operatorname{cos}^2 x \cdot \operatorname{sen}(x + y)}{\operatorname{sen}^2 y + \operatorname{sen}^2(x + y) + \operatorname{cos}^2 x - 1} = \frac{4 \operatorname{sen}^2 y \cdot \operatorname{cos}^2 x \cdot \operatorname{sen}(x + y)}{\operatorname{sen}^2 y + \operatorname{sen}^2(x + y) - \operatorname{sen}^2 x} \\ &= \frac{4 \operatorname{sen}^2 y \cdot \operatorname{cos}^2 x \cdot \operatorname{sen}(x + y)}{(\operatorname{sen}^2 y - \operatorname{sen}^2 x) + \operatorname{sen}^2(x + y)} = \frac{4 \operatorname{sen}^2 y \cdot \operatorname{cos}^2 x \cdot \operatorname{sen}(x + y)}{\operatorname{sen}(y - x) \cdot \operatorname{sen}(x + y) + \operatorname{sen}^2(x + y)} \\ &= \frac{4 \operatorname{sen}^2 y \cdot \operatorname{cos}^2 x}{\operatorname{sen}(y - x) + \operatorname{sen}(x + y)} = \frac{4 \operatorname{sen}^2 y \cdot \operatorname{cos}^2 x}{2 \operatorname{sen} y \cdot \operatorname{cos} x} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow L = 2 \operatorname{sen} y \cdot \operatorname{cos} x, \quad x, y \in [0, \frac{\pi}{2}]$$

Luego el valor máximo que puede tomar L es 2.

Rpta.: E

7. Si  $\operatorname{tg} \beta = 3 \operatorname{tg} \alpha$ , simplifique la expresión  $\frac{2 \operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{cos} \beta}{\operatorname{cos}(\beta - \alpha)} (1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta) + \operatorname{tg} \alpha$ .

- A)  $\operatorname{sen}(\alpha - \beta)$     B)  $\operatorname{ctg} \beta$                       C)  $\operatorname{cos}(\alpha + \beta)$     D)  $\operatorname{tg} \beta$                       E)  $\operatorname{tg}(\beta - \alpha)$

**Solución:**

$$\frac{\operatorname{sen} \beta}{\cos \beta} = \frac{3 \operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \operatorname{sen} \beta \cdot \cos \alpha = 3 \cos \beta \cdot \operatorname{sen} \alpha$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen} \beta \cdot \cos \alpha - \cos \beta \cdot \operatorname{sen} \alpha = 2 \cos \beta \cdot \operatorname{sen} \alpha$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen}(\beta - \alpha) = 2 \cos \beta \cdot \operatorname{sen} \alpha.$$

Luego,

$$\frac{\operatorname{sen}(\beta - \alpha)}{\cos(\beta - \alpha)} (1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta) + \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg}(\beta - \alpha) \cdot (1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta) + \operatorname{tg} \alpha$$

$$= \frac{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \alpha} (1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta) + \operatorname{tg} \alpha$$

$$= \operatorname{tg} \beta.$$

Rpta.: D

8. Si  $a \operatorname{tg} \alpha = \frac{1 + a \cos^2 \beta}{\operatorname{sen} \beta \cdot \cos \beta}$ , calcule el valor de la expresión

$$\frac{\operatorname{tg}(\alpha + \beta) \cdot \operatorname{tg} \beta + 2}{1 - a^2}.$$

A)  $\frac{-1}{1+a}$

B)  $\frac{1}{1-a}$

C)  $\frac{a}{1-a}$

D)  $\frac{1}{1+a}$

E)  $\frac{-1}{1-a}$

**Solución:**

$$a \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1 + a \cos^2 \beta}{\operatorname{sen} \beta \cdot \cos \beta} \Rightarrow a \operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta \cdot \cos \beta = \cos \alpha + a \cos \alpha \cdot \cos^2 \beta$$

$$\Rightarrow a \cos \beta (\operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta - \cos \alpha \cdot \cos \beta) = \cos((\alpha + \beta) - \beta)$$

$$\Rightarrow -a \cos \beta \cdot \cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha + \beta) \cdot \cos \beta + \operatorname{sen}(\alpha + \beta) \cdot \operatorname{sen} \beta$$

$$\Rightarrow -a = 1 + \operatorname{tg}(\alpha + \beta) \cdot \operatorname{tg} \beta$$

$$\Rightarrow \frac{\operatorname{tg}(\alpha + \beta) \cdot \operatorname{tg} \beta + 2}{1 - a^2} = \frac{1 - a}{1 - a^2} = \frac{1}{1 + a}.$$

Rpta.: D

9. Si  $A = \frac{(1 + \operatorname{tg} 22^\circ)(1 + \operatorname{tg} 23^\circ)}{(1 + \operatorname{tg} 25^\circ)(1 + \operatorname{tg} 20^\circ)}$  y  $B = \frac{\sqrt{3} \operatorname{sen} 50^\circ - \cos 50^\circ}{\operatorname{sen} 25^\circ - \cos 25^\circ}$ ,

calcule el valor de la expresión  $\frac{A^2 + B^2}{B^2 - 1}$ .

A) 1

B) 2

C) 3

D)  $\frac{1}{3}$

E)  $\frac{2}{3}$

**Solución:**

Se tiene que

$$\alpha + \beta = 45^\circ \Rightarrow \operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta} \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta + \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta = 1$$

Luego aplicando en la expresión A

$$A = \frac{1 + \operatorname{tg} 23^\circ + \operatorname{tg} 22^\circ + \operatorname{tg} 23^\circ \cdot \operatorname{tg} 22^\circ}{1 + \operatorname{tg} 20^\circ + \operatorname{tg} 25^\circ + \operatorname{tg} 25^\circ \cdot \operatorname{tg} 20^\circ} = \frac{1+1}{1+1} = 1$$

Desarrollando la expresión B

$$B = \frac{2\left[\frac{\sqrt{3}}{2}\operatorname{sen}50^\circ - \frac{1}{2}\operatorname{cos}50^\circ\right]}{\sqrt{2}\left[\frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{sen}25^\circ - \frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{cos}25^\circ\right]} = \frac{2[\operatorname{cos}30^\circ\operatorname{sen}50^\circ - \operatorname{sen}30^\circ\operatorname{cos}50^\circ]}{\sqrt{2}[\operatorname{cos}45^\circ\operatorname{sen}25^\circ - \operatorname{sen}45^\circ\operatorname{cos}25^\circ]}$$

$$= \frac{2\operatorname{sen}20^\circ}{-\sqrt{2}\operatorname{sen}20^\circ} = -\sqrt{2}$$

Finalmente, haciendo los reemplazos  $\frac{A^2 + B^2}{B^2 - 1} = \frac{1 + 2}{2 - 1} = 3.$

Rpta.: C

10. Si se verifica que  $\operatorname{tg}^2 y + m \operatorname{sen} x \cdot \operatorname{sec} y + 1 = 0$  y  $(\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x)(\operatorname{tg} y + \operatorname{ctg} y) = n$ , halle  $\operatorname{sen}(x+y)$ .

A)  $2m(n+m^2)$  B)  $\frac{2n}{m}$  C)  $\frac{2m}{n}$  D)  $-\frac{n+m^2}{mn}$  E)  $\frac{n+m^2}{mn}$

**Solución:**

De la primera condición se tiene

$$\operatorname{sec}^2 y = -m \operatorname{sen} x \cdot \operatorname{sec} y \Rightarrow \operatorname{sen} x \operatorname{cos} y = \frac{-1}{m} \quad (1)$$

De la segunda condición se tiene

$$\operatorname{sec} x \cdot \operatorname{csc} x \cdot \operatorname{sec} y \cdot \operatorname{csc} y = n \Rightarrow \operatorname{sec} x \cdot \operatorname{csc} x \cdot \operatorname{sec} y \cdot \operatorname{csc} y = n$$

$$\frac{1}{\operatorname{sen} x \cdot \operatorname{cos} y \cdot \operatorname{sen} y \cdot \operatorname{cos} x} = n \quad (2)$$

De (1) y (2) se tiene

$$-m = n \cdot \operatorname{sen} y \operatorname{cos} x \Rightarrow \operatorname{sen} y \operatorname{cos} x = -\frac{m}{n}$$

$$\text{Luego, } \operatorname{sen}(x+y) = -\frac{1}{m} - \frac{m}{n} = -\frac{n+m^2}{mn}$$

Rpta.: D

**EVALUACIÓN DE CLASE N° 8**

1. En un triángulo ABC se cumple que:

$$\operatorname{sen} A = m \cdot \operatorname{sen} B \cdot \operatorname{sen} C \quad \text{y} \quad \operatorname{cos} A = m \cdot \operatorname{cos} B \cdot \operatorname{cos} C$$

Calcule  $\operatorname{tg} A$ .

- A)  $m+1$       B)  $m-1$       C)  $m+2$       D)  $m-2$       E)  $1-m$

**Solución:**

De la condición

$$\operatorname{cos} A - \operatorname{sen} A = m(\operatorname{cos} B \cdot \operatorname{cos} C - \operatorname{sen} B \cdot \operatorname{sen} C) = m \cdot \operatorname{cos}(B+C)$$

$$= m \cdot \operatorname{cos}(180^\circ - A) = -m \cdot \operatorname{cos} A$$

$$\Rightarrow (m+1)\operatorname{cos} A = \operatorname{sen} A \Rightarrow \operatorname{tg} A = m+1.$$

Rpta.: A

2. En un triángulo rectángulo ABC, recto en B,  $AB = c u$ ,  $BC = a u$  y  $AC = b u$ ; se traza la mediana AM y la altura BH, formando el ángulo agudo  $x$ . Halle  $\operatorname{tg} x$  en términos de los lados del triángulo.

- A)  $\frac{a^2 + c^2}{ac}$       B)  $\frac{b^2 + c^2}{ac}$       C)  $\frac{b^2 - c^2}{ac}$       D)  $\frac{a^2 + c^2}{ab}$       E)  $\frac{b^2 - c^2}{abc}$

**Solución:**

Del gráfico

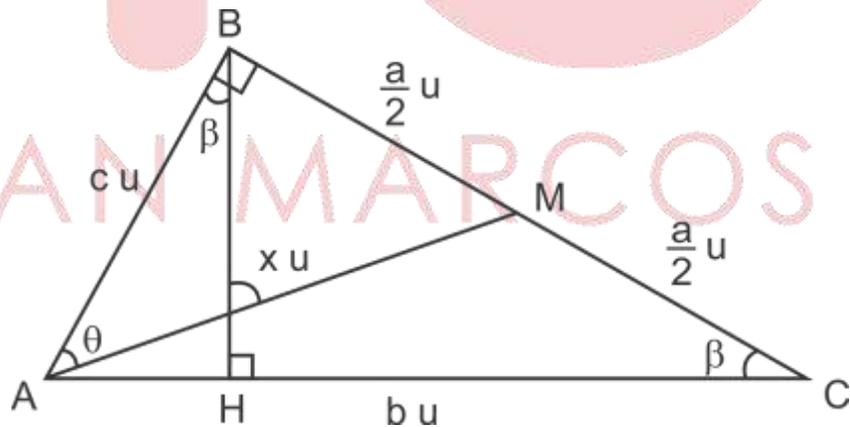
$$x = \theta + \beta, \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{a}{2c},$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{c}{a}, \quad a^2 + c^2 = b^2$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} x = \frac{\operatorname{tg} \theta + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

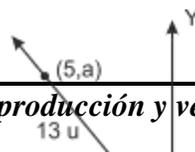
$$\Rightarrow \operatorname{tg} x = \frac{\frac{a}{2c} + \frac{c}{a}}{1 - \left(\frac{a}{2c}\right)\left(\frac{c}{a}\right)}$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} x = \frac{b^2 + c^2}{ac}.$$



Rpta.: B

3. Con la información dada en la figura, halle el valor de la expresión  $377 \operatorname{sen} x$ .



- A) -176  
 B) 176  
 C) 228  
 D) -352  
 E) 352

**Solución:**

I) Calculando,  $a = -12$

II) Calculando  $b$ :  $b^2 + (b-1)^2 = 29^2$

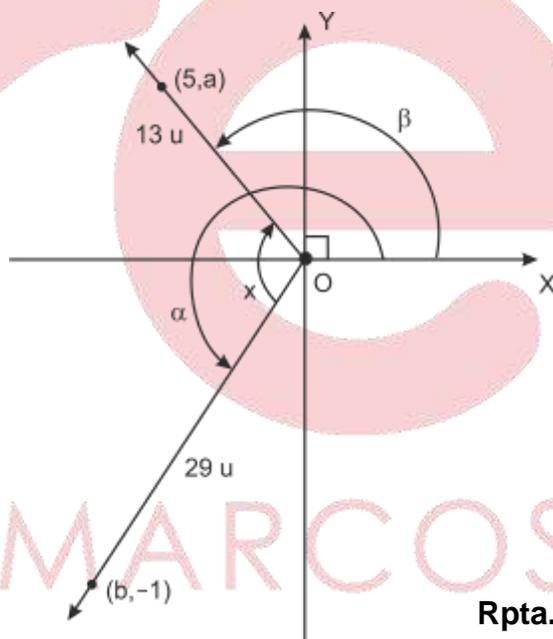
$$\Rightarrow b = -20$$

Además,  $\alpha = \beta - x \Rightarrow x = \beta - \alpha$

Luego,  $\sin x = \sin \beta \cos \alpha - \cos \beta \sin \alpha$

$$= \left(\frac{5}{13}\right)\left(\frac{-20}{29}\right) - \left(-\frac{12}{13}\right)\left(-\frac{21}{29}\right)$$

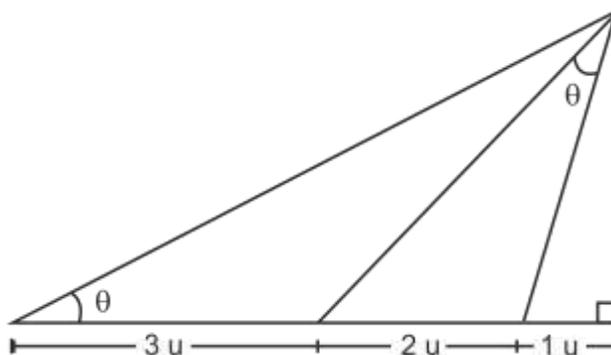
$$\therefore 377 \sin x = -352.$$



Rpta.: D

4. Considerando la figura dada, determinar el valor  $\operatorname{tg} \theta$ .

- A) 4                      B) 2  
 C) 0,5                    D) 0,6  
 E) 0,25



**Solución:**

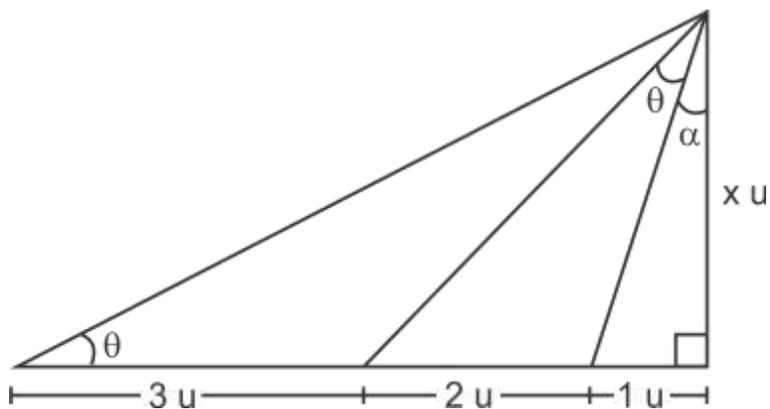
Tenemos

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{x}{6}, \operatorname{tg}(\theta + \alpha) = \frac{3}{x}, \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{x}$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{x} = \operatorname{tg}(\theta + \alpha) &= \frac{\operatorname{tg} \theta + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg} \alpha} \\ &= \frac{\frac{x}{6} + \frac{1}{x}}{1 - \left(\frac{x}{6}\right)\left(\frac{1}{x}\right)} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 15 = x^2 + 6 \Rightarrow x = 3$$

$$\therefore \operatorname{tg} \theta = \frac{3}{6} = 0,5.$$

**Rpta.: C**

5. Si  $\alpha + \beta + \gamma = \frac{4\pi}{9}$ , simplifique la expresión

$$\frac{\operatorname{tg}(\alpha + 20^\circ) \cdot \operatorname{ctg}(80^\circ - \beta) \cdot \operatorname{tg}(\gamma + 70^\circ)}{\operatorname{tg}(\alpha + 20^\circ) + \operatorname{tg}(\beta + 10^\circ) + \operatorname{ctg}(20^\circ - \gamma)} + \operatorname{tg}(\alpha + 10^\circ) \cdot \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg}(\alpha + 10^\circ) \cdot \operatorname{tg} \gamma + \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \gamma.$$

A) 3

B) 1

C) 2

D)  $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma$ E)  $\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta$ **Solución:**

$$\text{Se tiene que } \alpha + \beta + \gamma = 80^\circ \Rightarrow \begin{cases} \alpha + 10^\circ + \beta + \gamma = 90^\circ & (1) \\ (\alpha + 20^\circ) + (\beta + 10^\circ) + (\gamma + 70^\circ) = 180^\circ & (2) \end{cases}$$

De (1) se tiene que

$$\operatorname{tg}(\alpha + 10^\circ) \cdot \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg}(\alpha + 10^\circ) \cdot \operatorname{tg} \gamma + \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \gamma = 1$$

De (2) se tiene que

$$\frac{\operatorname{tg}(\alpha + 20^\circ) \cdot \operatorname{ctg}(80^\circ - \beta) \cdot \operatorname{tg}(\gamma + 70^\circ)}{\operatorname{tg}(\alpha + 20^\circ) + \operatorname{tg}(\beta + 10^\circ) + \operatorname{ctg}(20^\circ - \gamma)} = 1$$

$$\therefore \frac{\operatorname{tg}(\alpha + 20^\circ) \cdot \operatorname{ctg}(80^\circ - \beta) \cdot \operatorname{tg}(\gamma + 70^\circ)}{\operatorname{tg}(\alpha + 20^\circ) + \operatorname{tg}(\beta + 10^\circ) + \operatorname{ctg}(20^\circ - \gamma)} + \operatorname{tg}(\alpha + 10^\circ) \cdot \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg}(\alpha + 10^\circ) \cdot \operatorname{tg} \gamma + \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \gamma = 2.$$

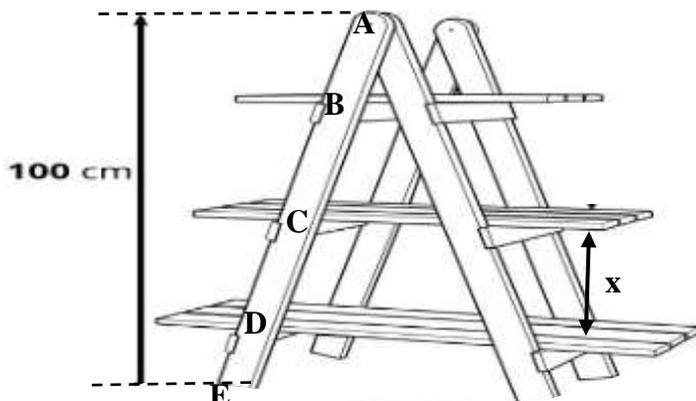
**Rpta.: C**

# Geometría

## EJERCICIOS DE CLASE N° 8

1. En la figura, la escalera tiene las siguientes medidas  $6AB = 3BC = 4CD = 12DE$ . Halle  $x$ .

- A) 40 cm  
 B) 56 cm  
 C) 30 cm  
 D) 40 cm  
 E) 50,5 cm

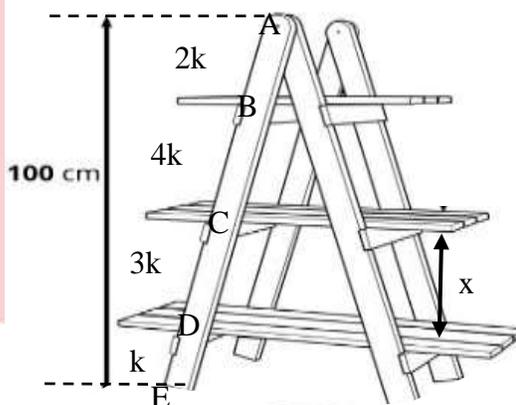


### Solución:

- A) TEOREMA DE THALES

$$\frac{3k}{10k} = \frac{x}{100}$$

$$x = 30 \text{ cm}$$



Rpta.: C

2. En la figura,  $BD = 8 \text{ cm}$ ,  $BC = 16 \text{ cm}$  y  $AB = 18 \text{ cm}$ , halle la altura de la pila de libros situados en el césped.

- A) 58 cm  
 B) 56 cm  
 C) 59 cm  
 D) 54 cm  
 E) 59,5 cm

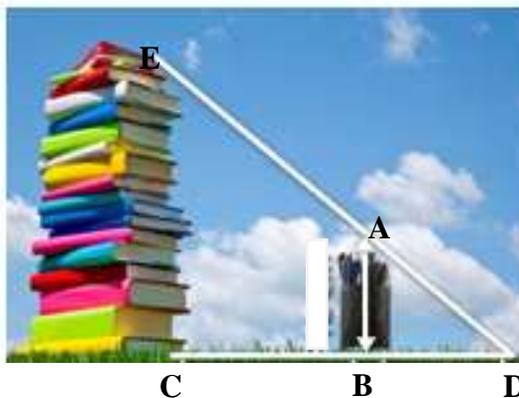


**Solución:**

1)  $\triangle ECD \sim \triangle ABD(AAA)$

$$\frac{EC}{18} = \frac{24}{8}$$

$ED = 54 \text{ cm}$



Rpta.: D

3. En la figura,  $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$ . Si  $3AB = 7BC$ ,  $DE = 2.8 \text{ m}$  y  $EF = 1.5 \text{ m}$ , halle  $x$ .

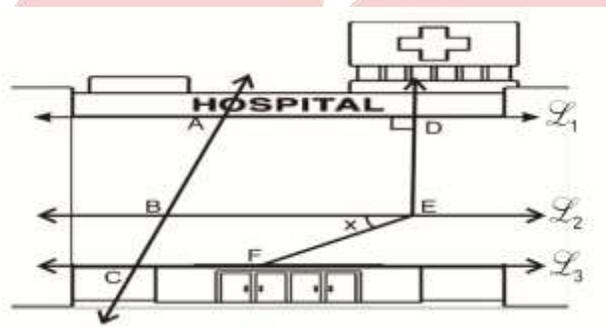
A)  $30^\circ$

B)  $37^\circ$

C)  $45^\circ$

D)  $53^\circ$

E)  $60^\circ$



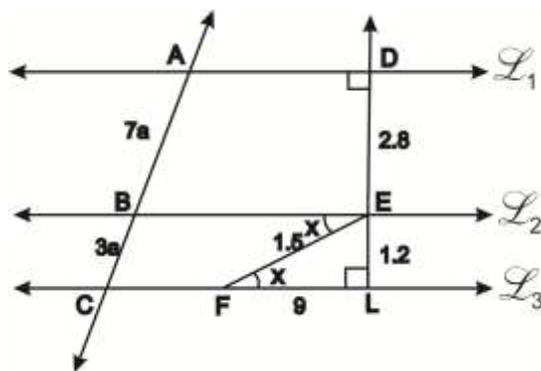
**Solución:**

1)  $L_1 \parallel L_3 : m\hat{ELF} = 90^\circ$

$L_2 \parallel L_3 : m\hat{EFL} = x$

2) Teorema de Thales :  $\frac{EL}{2.8} = \frac{3a}{7a}$ ,  
 $EL = 1.2 \text{ cm}$

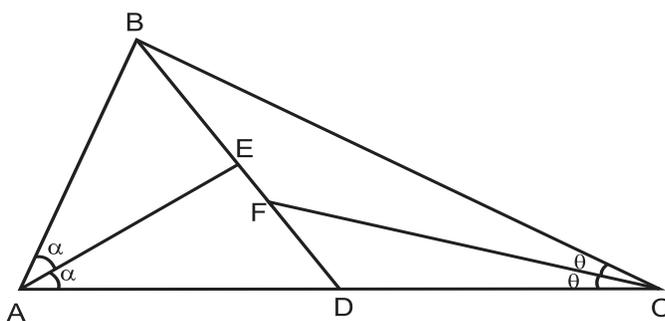
3)  $\triangle ELF$ : Notable de  $37^\circ$  y  $53^\circ$   
 $x = 53^\circ$



Rpta.: D

4. En la figura,  $AD = DC$ ,  $2BC = 3AB$ ,  $BE = 12$  cm y  $EF = 4$  cm. Halle DF.

- A) 36 cm
- B) 40 cm
- C) 32 cm
- D) 30 cm
- E) 48 cm



**Solución:**

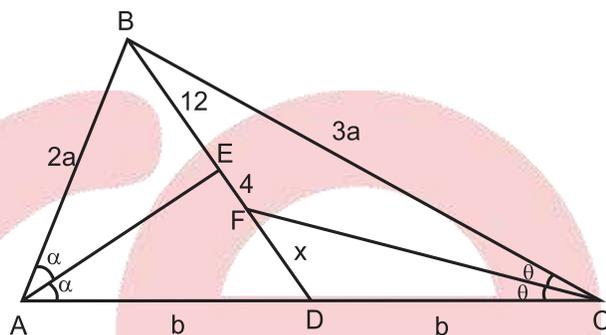
1)  $\triangle BAD$ : Teorema Bisectriz interior

$$\frac{2a}{b} = \frac{12}{4+x}$$

2)  $\triangle BCD$ : Teorema Bisectriz interior

$$\frac{3a}{b} = \frac{16}{x}$$

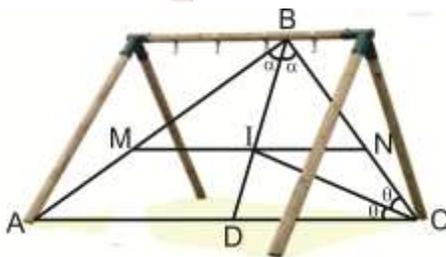
3) De (1) y (2):  $x = 32$  cm



Rpta.: C

5. En la figura,  $\overline{MN} \parallel \overline{AC}$ ,  $BM = 3AM = 1.2$  m y  $BC = 1.4$  m. Halle AC.

- A) 1 m
- B) 1,6 m
- C) 0,9 m
- D) 8,5 m
- E) 9,5 m



**Solución:**

1) I: Incentro  $\triangle ABC$

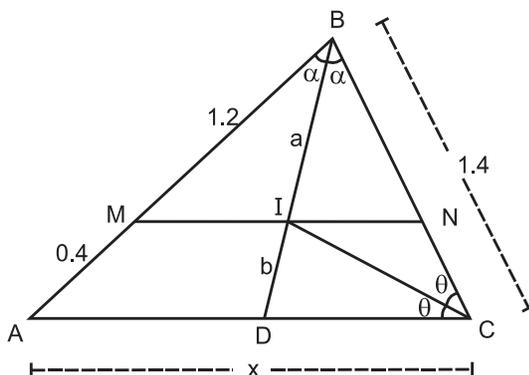
2)  $\overline{MI} \parallel \overline{AD}$ : Teorema de Tales

$$\frac{a}{b} = \frac{1.2}{0.4} = 3$$

3)  $\triangle ABC$ : Teorema del Incentro

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{x} = 3$$

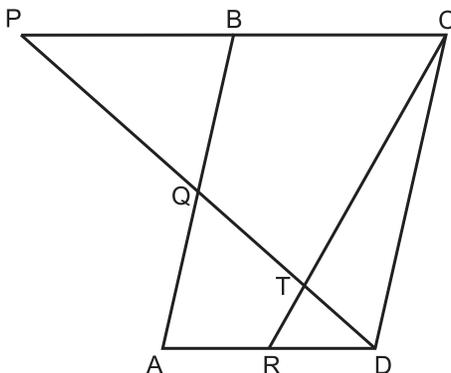
4) De (2) y (3):  $x = 1$  m



Rpta.: A

6. En la figura, ABCD es un romboide. Si B es punto medio de  $\overline{PC}$ ,  $AR = RD$  y  $QT = 9$  cm, halle DT.

- A) 6 cm
- B) 8 cm
- C) 6,5 cm
- D) 5 cm
- E) 7,5 cm



**Solución:**

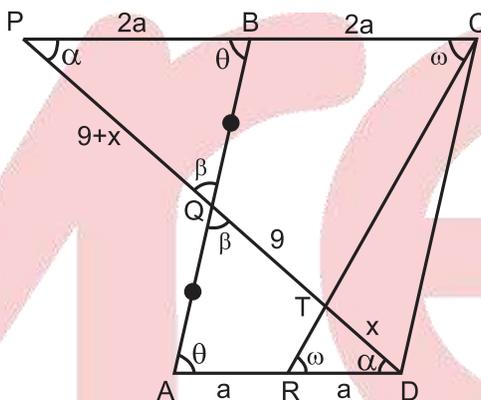
1)  $\triangle PQB \cong \triangle DQA$  (ALA)

$PQ = 9 + x$

$PB = 2a$

2)  $\triangle PTC \sim \triangle DTR$  (AA)

$x = 6$  cm



Rpta.: A

7. En un triángulo ABC, se ubican los puntos Q , P y M en  $\overline{AB}$  ,  $\overline{AC}$  y en la prolongación de  $\overline{AC}$  respectivamente. Si  $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$  ,  $\overline{BC} \cap \overline{QM} = \{N\}$  ,  $7AQ = 11QB$  ,  $2BN = 7NC$  y  $QN = 14$  cm, halle MN.

- A) 4,5 cm
- B) 6,5 cm
- C) 7 cm
- D) 8 cm
- E) 10 cm

**Solución:**

1)  $7AQ = 11QB \Rightarrow AQ = 11k$  ,  $QB = 7k$

2)  $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$  :  $AP = 11a$  ,  $PC = 7a$

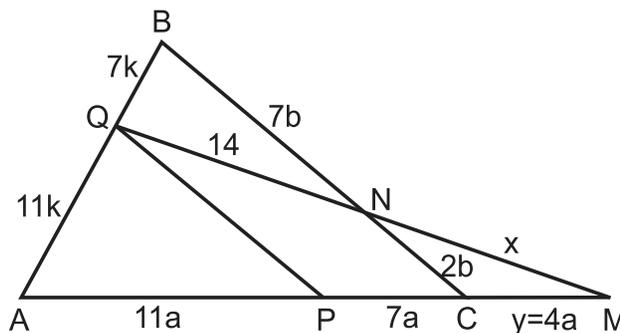
3)  $2BN = 7NC \Rightarrow BN = 7b$  ,  $NC = 2b$

4) Teorema de Menelao:

$$11k \cdot 7b \cdot y = 7k \cdot 2b \cdot (18a + y)$$

$$y = 4a$$

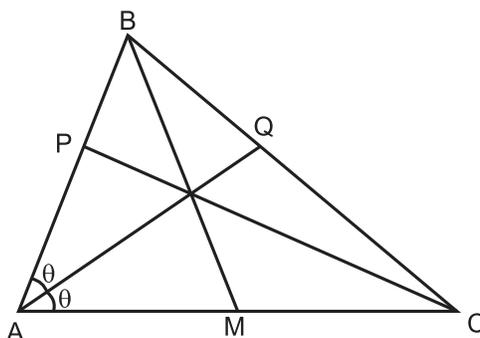
5)  $\overline{QP} \parallel \overline{NC}$  :  $\frac{x}{14} = \frac{4a}{7a}$  entonces  $x = 8$  cm



Rpta.: D

8. En la figura,  $\overline{BM}$  es mediana. Si  $AP = 4$  cm y  $AC = 12$  cm, halle BP.

- A) 1 cm
- B) 1,5 cm
- C) 2 cm
- D) 2,5 cm
- E) 3 cm



**Solución:**

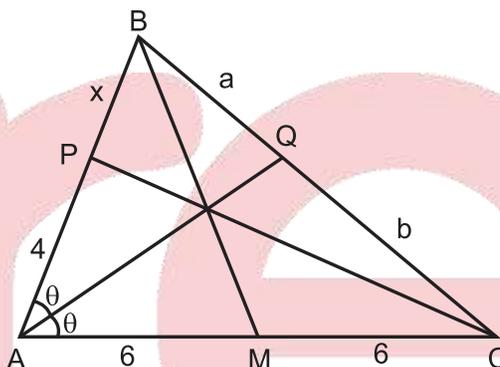
1) Teorema de Ceva:  $4 \cdot a \cdot 6 = x \cdot b \cdot 6$

$$\frac{a}{b} = \frac{x}{4}$$

2) Teorema de la bisectriz interior:

$$\frac{a}{b} = \frac{x+4}{12}$$

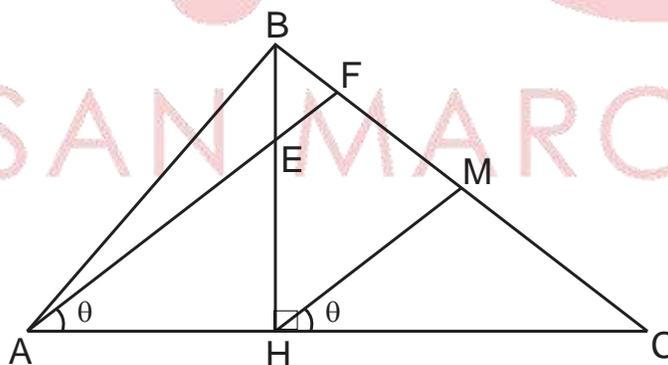
3) De (1) y (2):  $x = 2$  cm



Rpta.: C

9. En la figura,  $5AH = 3HC$ ,  $BM = MC$  y  $AE = 18$  cm. Halle EF.

- A) 6.6 cm
- B) 4 cm
- C) 5,5 cm
- D) 8 cm
- E) 6 cm



**Solución:**

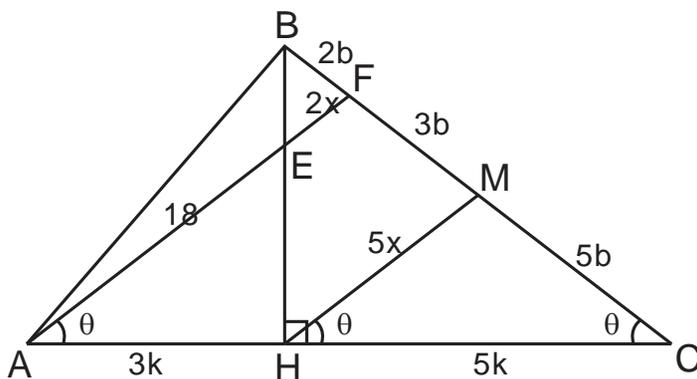
1) Thales:

$$\frac{MF}{MC} = \frac{3}{5}$$

2)  $\triangle HBM \sim \triangle BEF$ :

$$\frac{2x}{HM} = \frac{2b}{5b}$$

$$35 = HM$$



3)  $\triangle AFC \sim \triangle HMC$ :

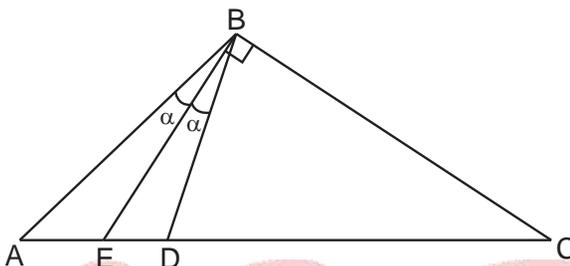
$$\frac{18 + 2x}{5x} = \frac{8k}{5k}$$

$$\Rightarrow 2x = 6 \text{ cm}$$

Rpta.: E

10. En la figura,  $2DC = 7DE$  y  $AE = 4$  cm. Halle CE.

- A) 15 cm
- B) 12 cm
- C) 14 cm
- D) 10 cm
- E) 13 cm



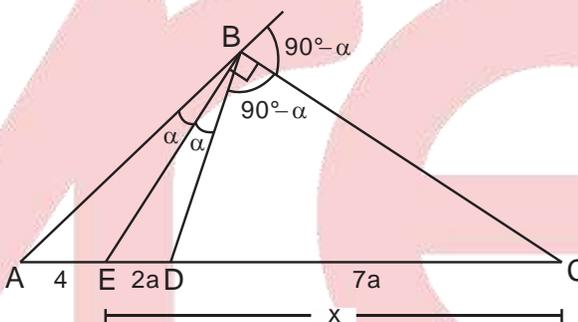
**Solución:**

1) T.D.A.:

$$\frac{4}{2a} = \frac{9a + 4}{7a}$$

$$9a = 10$$

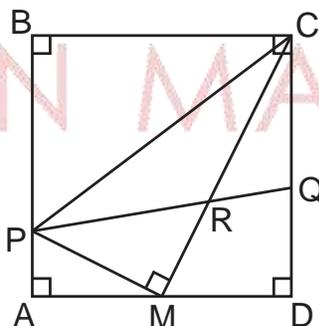
$$\Rightarrow x = 10 \text{ cm}$$



Rpta.: D

11. En la figura, ABCD es un cuadrado. Si  $AM = MD$  y  $3CQ = 5QD$ , halle  $\frac{PR}{RQ}$ .

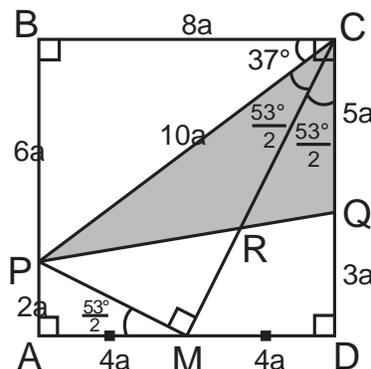
- A) 3
- B)  $\frac{3}{2}$
- C) 2
- D) 3
- E)  $\frac{5}{2}$



**Solución:**

1) T.B.I. ( $\triangle PCQ$ ):

$$\frac{PR}{RQ} = \frac{10}{5} = 2$$



Rpta.: C

12. En un triángulo rectángulo ABC, se trazan la bisectriz interior  $\overline{AD}$ , la mediana  $\overline{BM}$  y la ceviana  $\overline{CE}$  concurrentes. Si  $AB = 12$  cm y  $BC = 16$  cm, halle EB.

- A) 4,5 cm      B) 5 cm      C) 5,5 cm      D) 7,5 cm      E) 9 cm

**Solución:**

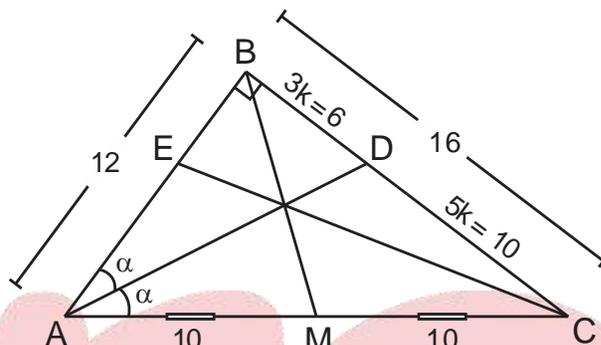
1) Pitágoras:  $AC = 20$

2) T.B.I.:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

3) T. Ceva:

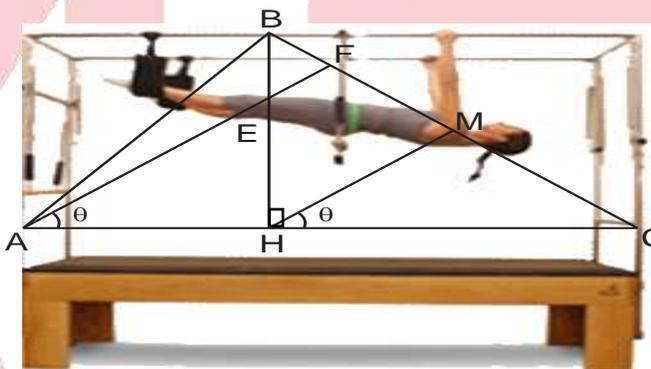
$$(12 - x) \cdot 6(10) = x(10)(10)$$



Rpta.: A

13. En la figura,  $3AH = 2HC$ ,  $BM = MC$  y  $AE = 1.8$  m. Halle EF.

- A) 0,3 m  
B) 0,4 m  
C) 1,5 m  
D) 0,45 m  
E) 0,2 m



**Solución:**

1) Tales:

$$\frac{MF}{MC} = \frac{2}{3}$$

2)  $\triangle HBM \sim \triangle BEF$ :

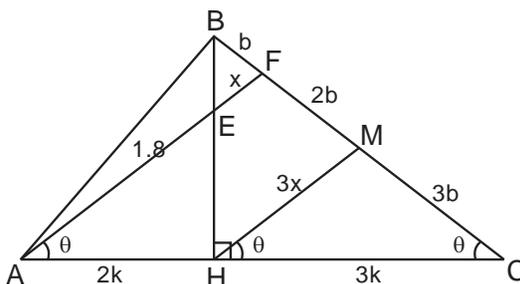
$$\frac{x}{HM} = \frac{b}{3b}$$

$$3x = HM$$

3)  $\triangle AFC \sim \triangle HMC$ :

$$\frac{1.8 + x}{3x} = \frac{5k}{3k}$$

$$\Rightarrow 1.8 + x = 5x \Rightarrow x = 0.45 \text{ cm}$$



Rpta.: D

14. En un triángulo rectángulo ABC, se traza la altura  $\overline{BH}$ , M y N son los puntos medios de  $\overline{BH}$  y  $\overline{HC}$  respectivamente. Si  $BN = 2AM$ , halle  $m\hat{B}CA$ .

- A)  $30^\circ$       B)  $\frac{37^\circ}{2}$       C)  $\frac{53^\circ}{2}$       D)  $45^\circ$       E)  $60^\circ$

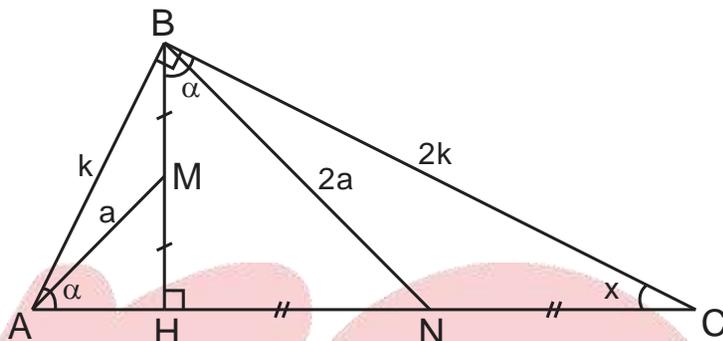
**Solución:**

1)  $\triangle AHB \sim \triangle BHC$  (AA)

$$\Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$$

2)  $\triangle ABC$ : Notable  $53^\circ/2$

$$x = \frac{53^\circ}{2}$$

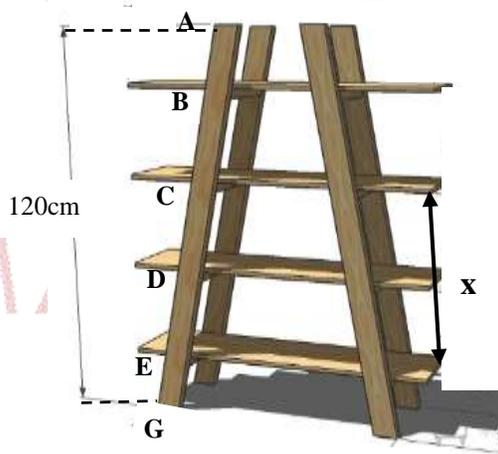


Rpta.: C

**EVALUACIÓN N° 8**

1. En la figura, la escalera tiene las siguientes medidas,  $6AB = 3BC = 4CD = 3DE = 6EG$ . Halle x.

- A) 40 cm  
 B) 56 cm  
 C) 70 cm  
 D) 60 cm  
 E) 62,5 cm



**Solución:**

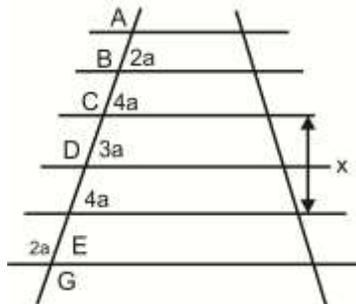
1. Por dato

$$6AB = 3BC = 4CD = 3DE = 6EG = 12a$$

2. TEOREMA DE THALES

$$\frac{7a}{15a} = \frac{x}{120}$$

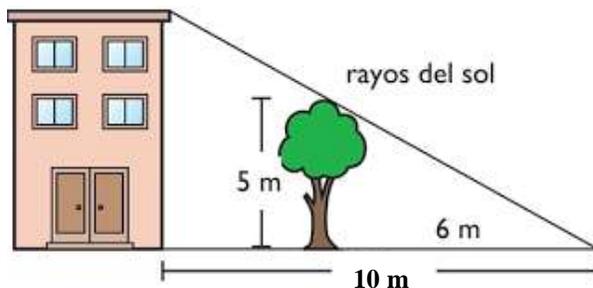
$$x = 56 \text{ cm}$$



Rpta.: B

2. En la figura, halle la altura del edificio.

- A) 40/3 m
- B) 56/3 m
- C) 70/3 m
- D) 25/3 m
- E) 62/5 cm

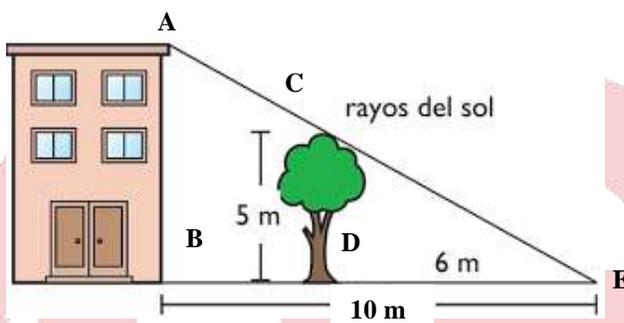


**Solución:**

1)  $\triangle ECD \sim \triangle ABD$  (AAA)

$$\frac{AB}{5} = \frac{10}{6}$$

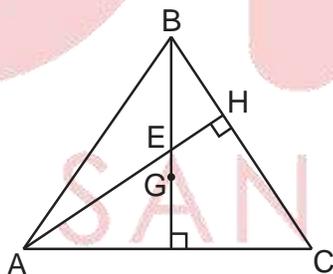
$$AB = 25/3 \text{ cm}$$



Rpta.: D

3. En la figura, G es baricentro del triángulo AHC. Si  $BE = 8\text{ m}$  y  $EG = 1\text{ m}$ , halle AC.

- A) 9 m
- B) 7 m
- C) 8 m
- D) 6 m
- E) 10 m



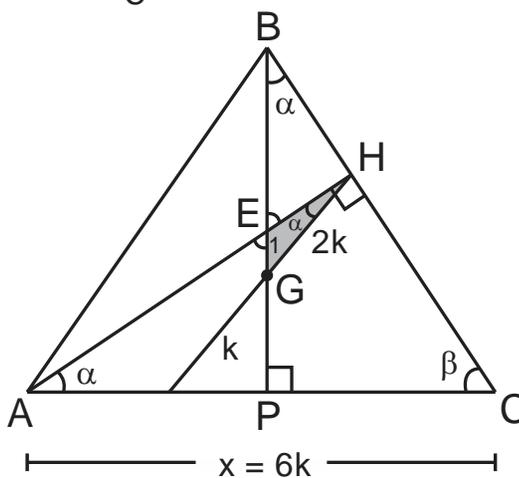
**Solución:**

1)  $\triangle BGH \sim \triangle EHG$ :

$$\frac{9}{2k} = \frac{2k}{1}$$

$$k = \frac{3}{2}$$

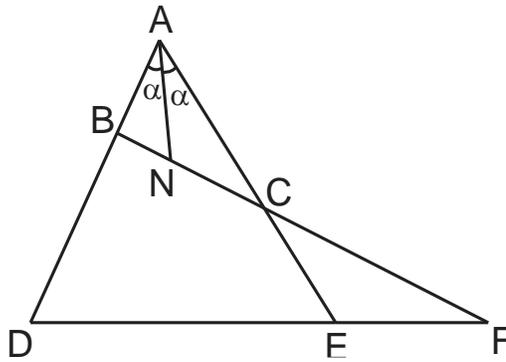
$$\Rightarrow x = 6 \cdot \frac{3}{2} = 9\text{ m}$$



Rpta.: A

4. En la figura,  $BD = CE$ ,  $BN = 4$  m y  $DE = 2EF$ . Halle BC.

- A) 16 m
- B) 18 m
- C) 12 m
- D) 14 m
- E) 20 m



**Solución:**

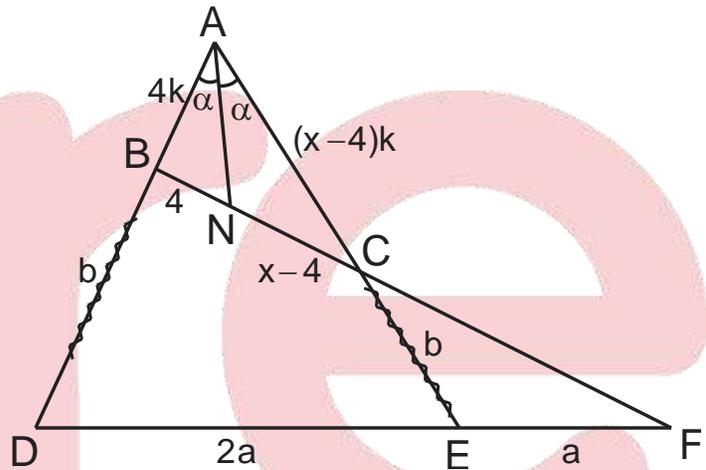
1) T.B.I.: ( $\triangle BAC$ )

2)  $\frac{AB}{AC} = \frac{4}{x-4}$

3) T. Menelao:

$$b(x-4)k \cdot a = 4k \cdot b \cdot 3a$$

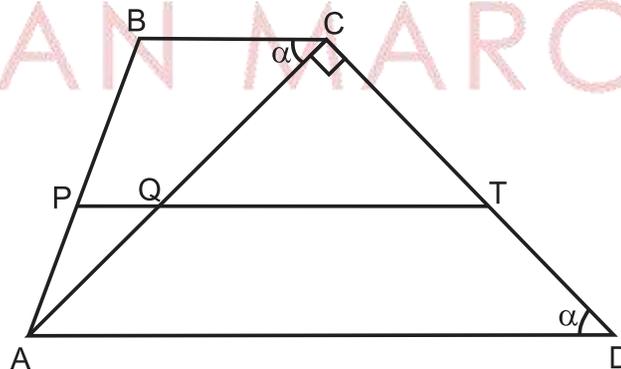
$$x = 16 \text{ m}$$



Rpta.: A

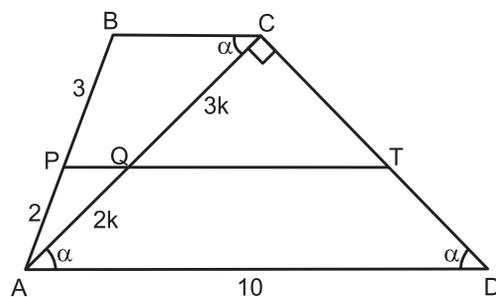
5. En la figura,  $\overline{BC} \parallel \overline{AD} \parallel \overline{PT}$ ,  $AD = 10$  cm,  $AP = 2$  cm y  $BP = 3$  cm. Halle QC.

- A)  $3\sqrt{2}$  cm
- B)  $2\sqrt{3}$  cm
- C)  $2\sqrt{2}$  cm
- D) 4 cm
- E) 5 cm



**Solución:**

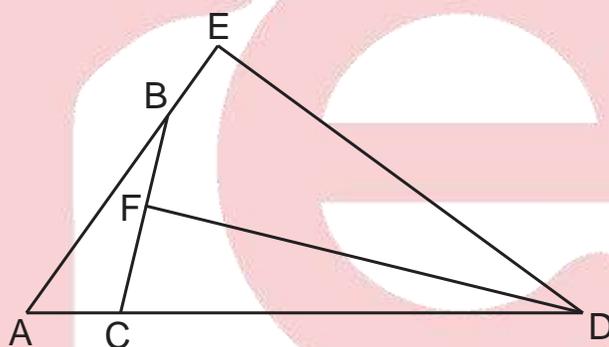
- 1)  $\overline{BC} \parallel \overline{AD} : m\widehat{CAD} = \alpha$
- 2)  $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ : Teorema de Thales  
 $AQ = 2k, QC = 3k$
- 3)  $\triangle ACD$ : Notable de  $45^\circ$   
 $k = \sqrt{2}$
- 4) Luego :  $QC = 3\sqrt{2}$  cm



Rpta.: A

6. En la figura,  $FD = DE$ ,  $AB = 10$  m,  $BC = 8$  m y  $CD = 14$  m. Si  $m\widehat{BFD} = m\widehat{BED} = 90^\circ$ , halle AC.

- A)  $\frac{7}{2}$  m
- B)  $\frac{7}{3}$  m
- C)  $\frac{5}{2}$  m
- D) 3 m
- E)  $\frac{3}{2}$  m

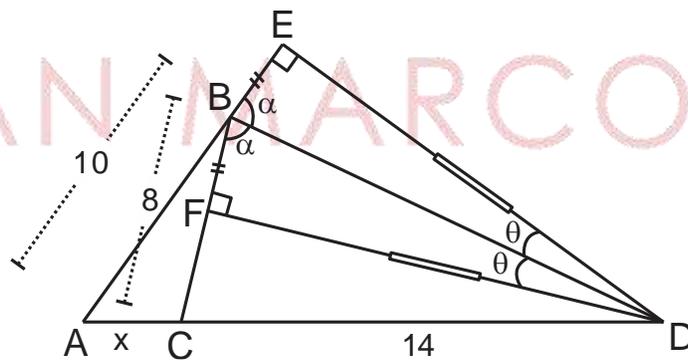


**Solución:**

- 1)  $\overline{BD}$ : Bisectriz del  $\widehat{FBE}$
- 2) T.B.E. ( $\triangle ABC$ )  

$$\frac{10}{8} = \frac{x+14}{14}$$

$$\Rightarrow x = \frac{7}{2} \text{ m}$$



Rpta.: A





- A) Hazle caso ya que más sabe el diablo...
- B) Agradece el regalo y no le mires el diente.
- C) El veterinario operó a nuestra gata.
- D) Los políticos debatieron pico a pico.
- E) El negocio marcha viento en popa.

**Solución:**

Todas las palabras están en sentido denotativo, objetivo ya que el enunciado representa el hecho objetivamente.

**Rpta.: C**

10. Indique el par de palabras que se hallan en relación de hiperonimia.

- A) flor-ramo
- B) oficio-electricista
- C) fresa-lúcuma
- D) rosa- flor
- E) silla-pata

**Solución:**

La palabra "oficio" es hiperónimo de "electricista" pues el primero incluye al segundo.

**Rpta.: B**

11. Marque la alternativa donde hay antonimia complementaria.

- A) Temprano / tardío
- B) Partida / llegada
- C) Alto / mediano
- D) Remitente / receptor
- E) Libre / preso

**Solución:**

Estas palabras mantienen relación de antonimia complementaria porque su oposición es culturalmente arbitraria, no es objetiva (ni causal ni por gradación).

**Rpta.: E**

12. Marque la opción donde las palabras subrayadas expresan relación semántica de homonimia absoluta

- A) El alumno fue reprendido porque se fue a la playa.
- B) Ella se lima las uñas con la mejor lima de grano fino.
- C) Voto por que nuestro voto ciudadano sea respetado.
- D) El pico es parte del equipo para escalar el pico más alto.
- E) Esperó fuera del banco sentado en un banco de piedra.

**Solución:**

Las palabras subrayadas "fue": del verbo ser, y "fue": del verbo ir, se encuentran en relación de homonimia absoluta pues ambas provienen de raíces distintas y tienen la misma categoría lexical de verbo.

**Rpta.: A**

13. Seleccione la opción en la que hay relación semántica de cohiponimia.

- A) Mueble, cama
- B) Índice, dedo
- C) Alacena, casa
- D) Quinoa, cañihua
- E) Puerta, marco

**Solución:**

"Quinoa y cañihua" son granos andinos, es decir, son cohipónimos.

Rpta.: D

14. Marque la alternativa en la que las palabras se encuentran en relación semántica de antonimia propia.

- A) Guerra, paz  
 B) Silencio, bulla  
 C) Hombre, mujer  
 D) Ladrón, policía  
 E) Óptimo, pésimo

**Solución:**

Estas palabras están en relación de antonimia propia o gradual porque es posible introducir un grado intermedio: "regular".

Rpta.: E

15. En el enunciado "el valle del Huarpa es feraz, así mismo, el valle del Vilcanota es fértil", las palabras subrayadas están en relación semántica de

- A) polisemia.  
 B) sinonimia.  
 C) hiperonimia.  
 D) antonimia.  
 E) homonimia.

**Solución:**

Las palabras "feraz" y "fértil" son sinónimas, expresan significados parecidos.

Rpta.: B

16. Marque la opción en la que las palabras se encuentran en relación semántica de antonimia gramatical.

- A) Vencible/imbatible  
 B) Alma/desalmado  
 C) Masa/líquido  
 D) gremial/antigremial  
 E) puesto/impuesto

**Solución:**

La palabra "antigremial" forma su antónimo añadiendo el prefijo "anti-".

Rpta.: D

17. Escriba la clase de relación semántica que corresponde a cada alternativa.

- A) Urna: caja \_\_\_\_\_  
 B) Sólido: líquido \_\_\_\_\_  
 C) Profesor: alumno \_\_\_\_\_  
 D) Zapato: bota \_\_\_\_\_  
 E) Televisor: aparato \_\_\_\_\_

**Solución:**

A) sinonimia, B) antonimia complementaria, C) antonimia recíproca,  
 D) cohiponimia, E) hiponimia

18. En el enunciado "De pronto, la llama de la vela se apagó y por poco piso la pata de una discreta llama en el oscuro cobertizo", las palabras subrayadas están en relación semántica de

- A) sinonimia.  
 B) polisemia.  
 C) cohiponimia.  
 D) homonimia absoluta.  
 E) homonimia parcial.

**Solución:**

Las palabras llama corresponden respectivamente a los nombres “fuego” y “camélido sudamericano” respectivamente. Hay homonimia absoluta.

Rpta.: D

19. Señale la opción donde las palabras subrayadas mantienen relación de homonimia parcial.
- A) Él la visitaba el día que yo no la visitaba.  
 B) Tuvo que reponer el tubo que se partió.  
 C) Di solamente que yo te los di por tu santo.  
 D) Deja el sobre de manila sobre mi velador.  
 E) Graba cuánta grava le echó a la mezcla.

**Solución:**

Las palabras subrayadas de esta opción presentan homonimia parcial: “sobre” (1) sustantivo; “sobre” (2) preposición.

Rpta.: D

20. Marque la alternativa donde las palabras subrayadas mantienen relación semántica de homonimia paradigmática.
- A) Es inminente la llegada del eminente científico.  
 B) Si no se siente bien, es mejor que se siente.  
 C) Luz fue quien se fue a comprarle un regalo.  
 D) No cobre mucho por ese adorno de cobre.  
 E) No me pida que cante, mejor cante solo usted.

**Solución:**

Ambas palabras están en relación semántica de homonimia paradigmática pues tienen la misma raíz verbal “cant-ar” y difieren por la persona.

Rpta.: E

21. Marque la alternativa en la que hay precisión léxica.
- A) Trató cosas interesantes en la conferencia.  
 B) Luisito lleva muchas cosas en su mochila  
 C) Carlos elaboró las preguntas del examen.  
 D) Mauro tenía mucho temor a las alturas.  
 E) El sastre le dio los datos de las telas

**Solución:**

El verbo “elaboró” es más preciso que “hizo”.

Rpta.: C

22. Complete las oraciones con las formas precisas “debe + inf,” y “debe de + inf”.
- A) Llamen a la puerta, \_\_\_\_\_ ser Rosa, quien salió a comprar.  
 B) Los clientes \_\_\_\_\_ pagar sus cuotas mensuales puntualmente.  
 C) Ana no contesta; su celular \_\_\_\_\_ haberse descargado.  
 D) El tesorero \_\_\_\_\_ cobrar las cuotas pendientes de los socios.  
 E) Hay un gran embotellamiento; \_\_\_\_\_ haber sucedido un accidente.

**Solución:**

A) debe de, B) deben, C) debe de, D) debe, E) debe de

23. Complete las oraciones siguientes con las palabras precisas.

- A) En el Panteón de los Próceres \_\_\_\_\_ los restos del héroe.
- B) El juez ordenó \_\_\_\_\_ los restos de la víctima.
- C) La secretaria publicó el \_\_\_\_\_ de las entrevistas.
- D) Muchas veces nuestros errores \_\_\_\_\_ el ámbito familiar.
- E) La información en las cubiertas de los alimentos es \_\_\_\_\_.

**Solución:**

A) inhumaron, B) exhumar, C) cronograma, D) trascienden, E) relevante

24. Complete adecuadamente las oraciones con porvenir y por venir.

- A) Por nuestros hijos, debemos construir un mejor \_\_\_\_\_.
- B) En los tiempos \_\_\_\_\_, viviremos con equidad y paz.
- C) Su falta de prevención auguraba un oscuro \_\_\_\_\_.
- D) El próximo año tendremos mejores propuestas \_\_\_\_\_.
- E) Prepárense, hermanos (as), el Santo Padre está \_\_\_\_\_.

**Solución:**

A) porvenir, B) por venir, C) porvenir, D) por venir, E) por venir

25. Marque la alternativa en la que hay precisión léxica.

- A. Elsa absorbió/absolvió las preguntas de sus alumnos.
- B. Ella tiene una aptitud/actitud negativa en la empresa.
- C. La asistente se arrogó/irrogó la potestad de expulsarlo.
- D. Sr. Director, gracias por su grata deferencia/diferencia.
- E. La policía exhumó/inhumó los restos para examinarlos.
- F. Sus palabras revelaban su prejuicio/perjuicio racista.
- G. El policía detuvo al ladrón en flagrante/fragante delito.
- H. El joven padecía de una adición/adicción a las drogas.
- I. Siente gran aflicción/afición por tan irreparable pérdida.
- J. Los pescadores desecan/disecan los pescados excedentes.
- K. Los osos hibernan/invernan sin probar ningún alimento.

**Solución:**

A) absolvió, B) actitud, C) arrogó, D) deferencia, E) exhumó, F) prejuicio, G) flagrante, H) adicción, I) aflicción, J) desecan, K) hibernan

R  
E  
L  
A  
C  
I  
O  
N  
E  
S

Relaciones  
entre la  
forma y el  
significado

**SINONIMIA**

inflexible – riguroso

**POLISEMIA**

falda (de montaña, prenda de vestir)

**HOMONIMIA**

•**PARCIAL**

Ese **bote** de madera es seguro. / Usted **bote** esa bebida.

•**ABSOLUTA**

La **lima** es una fruta cítrica. / Pule sus uñas con esa **lima**.

•**PARADIGMÁTICA**

ÉL **pedía** eso. / YO **pedía** eso.

S  
E  
M  
Á  
N  
T  
I  
C  
A  
S



Relaciones  
entre dos  
significados

**ANTONIMIA**

•**GRAMATICAL**

⇒ fiel / infiel

•**LEXICAL**

✓ **Complementarios**

⇒ hombre / mujer

✓ **Recíprocos**

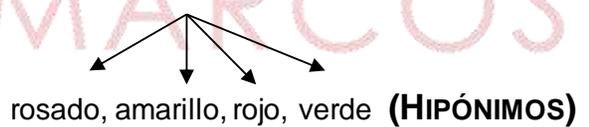
⇒ madre / hija

✓ **Propios**

⇒ infancia / vejez

**HIPERONIMIA**

COLOR



rosado, amarillo, rojo, verde (HIPÓNIMOS)

**COHIPÓNIMOS**

# Literatura

## EJERCICIOS DE CLASE N°8

1. El Romanticismo implica una ruptura con la tradición neoclásica, esto se aprecia cuando
- A) el positivismo y la subjetividad consolidan un sincretismo.  
 B) las obras, basadas en la fantasía, proponen un fin didáctico.  
 C) la literatura desarrolla a plenitud la noción de verosimilitud.  
 C) el romántico no logra experimentar la angustia metafísica.  
 E) la imaginación y la subjetividad se imponen al racionalismo.

### Solución:

El Romanticismo implica una ruptura con la tradición neoclásica, esto se aprecia cuando la imaginación y la subjetividad se imponen al racionalismo.

Rpta.: E

2. Marque la alternativa que contiene afirmaciones correctas en relación a la "Rima XIII", de Gustavo Adolfo Bécquer.

### RIMA XIII

*Tu pupila es azul,  
 y cuando ríes, su claridad suave me recuerda  
 el trémulo fulgor de la mañana  
 que en el mar se refleja.  
 Tu pupila es azul, y cuando lloras,  
 las transparentes lágrimas en ella  
 se me figuran gotas de rocío  
 sobre una violeta.  
 Tu pupila es azul, y si en su fondo  
 como un punto de luz radia una idea  
 me parece, en el cielo de la tarde,  
 ¡una perdida estrella!*

- I. Idealiza a la mujer amada.  
 II. Resalta su complejidad formal.  
 III. Recurre al uso del epíteto.  
 IV. Destaca por su larga extensión.
- A) VVVF      B) FVFV      C) VFVF      D) FFVV      E) FVFF

### Solución:

- I. Idealiza la imagen de la mujer amada. (V)  
 II. Resalta su sencillez formal. (F)  
 III. Recurre al uso del epíteto (*transparentes lágrimas, trémulo fulgor*) (V)  
 IV. Destaca por su brevedad. (F)

Rpta.: C

3. Respecto a los siguientes versos de la “Rima III”, de Gustavo Adolfo Bécquer, ¿cuál es el tema que se desprende?

*¡Tal es la inspiración!  
gigante voz que el caos  
ordena en el cerebro,  
y entre las sombras hace  
la luz aparecer*

- A) La aparición repentina del amor  
B) El amor deslumbrante y platónico  
C) La fuerza creadora del poeta  
D) La historia de una pasión frustrada  
E) Lo trágico de una pasión vedada

**Solución:**

En la “Rima III”, de Gustavo Adolfo Bécquer, la inspiración aparece como una “voz”, un mandato, que ordena el caos y de él extrae la luz, esto es, la poesía. Por lo tanto, el tema que se desprende de los versos citados es la fuerza creadora del poeta.

**Rpta.: C**

4. Marque la alternativa que completa correctamente el siguiente enunciado: “Bécquer, en “La ajorca de oro” hace referencia a la hermosura \_\_\_\_\_, es decir, lo bello se vincula a lo \_\_\_\_\_. Se trata de un aspecto de la estética romántica”.

- A) idealizada – demoniaco  
B) angelical – ideal  
C) sacralizada – terreno  
D) diabólica – monstruoso  
E) grotesca -- cosmopolita

**Solución:**

El romanticismo supuso una ruptura con la estética clásica, que asocia la belleza a lo sublime, mientras que los románticos exaltan, por oposición, lo grotesco o monstruoso.

**Rpta.: D**

5. Con respecto a la verdad (V) o falsedad (F) sobre las características de la Generación del 27, marque la alternativa que contiene la secuencia correcta.

- I. Sus integrantes se alejaron de la influencia ejercida por las vanguardias.  
II. Manifestaron una actitud iconoclasta, rebelde y de militancia política.  
III. Se desarrolló a la par del movimiento ultraísta y su poesía es metafórica.  
IV. El nombre surge en homenaje al tricentenario del nacimiento de Góngora.

- A) FFVV      B) VFVF      C) FVVF      D) VVFF      E) FVFF

**Solución:**

I. Los miembros de la Generación del 27 recibieron notable influencia del vanguardismo (F). II. Sus integrantes mostraron una actitud iconoclasta, de inconformidad y de militancia política (V). III. La Generación del 27 se desarrolló a la par del ultraísmo y en su poesía predomina la metáfora (V). IV. Se denominó así en homenaje al tricentenario de la muerte de Góngora. (F)

**Rpta.: C**



con los filos de violetas.  
 ¡Ay, que lamento, qué fuego  
 me sube por la cabeza!

A partir del fragmento citado del acto tercero de *Bodas de sangre*, de Federico García Lorca, marque la afirmación correcta.

- A) Leonardo representa para la Novia un amor pasional que la arrastra.
- B) La Novia reprocha a Leonardo el haberla raptado pues ama al Novio.
- C) Los amantes, tras asesinar al Novio, son perseguidos por el pueblo.
- D) En la persecución, la Novia pronostica su muerte y la de Leonardo.
- E) La Novia planifica su fuga con Leonardo antes de celebrar la boda.

**Solución:**

En *Bodas de sangre*, Leonardo representa para la Novia una fuerza pasional que la embarga y desencadenará la muerte trágica del Novio y Leonardo.

Rpta.: A

**Psicología**  
**PRÁCTICA Nº 8**

**Instrucciones:**

Lea atentamente las preguntas y conteste eligiendo la alternativa correcta.

1. Es correcto en relación a la atención
- I. La atención es un proceso que otorga significado a los objetos captados.
  - II. Sin atención no sería posible el aprendizaje académico
  - III. Permite transferir información de la MCP a la MLP.
- A) I y II      B) II y III      C) I y III      D) Sólo I      E) Sólo II

**Solución:**

La atención es un proceso que permite seleccionar datos que pueden ser relevantes. Permite transferir información de la MS a la MCP. Al ser el primer proceso de control, resulta también fundamental en el proceso de aprendizaje académico.

Rpta: E

2. Durante su mensaje a la nación, el presidente de la república expresa: "...Nuestro primer año de gobierno enfrentó, lamentablemente, varios contratiempos imprevistos como Lava Jato y el Niño Costero... Un objetivo fundamental de la revolución social es reducir la pobreza. Por ello nos hemos puesto como meta reducir la pobreza total de 20.7% hoy a 15% en el 2021..." De lo expresado, identifique lo correcto en relación a la memoria
- I. Es un ejemplo de memoria declarativa
  - II. Al recordar el dato estadístico de la pobreza actual se usa la memoria semántica
  - III. Al citar los contratiempos se hace uso de la memoria emocional
  - IV. Es un caso de alzheimer.
- A) I y II      B) II y III      C) I y IV      D) II y IV      E) III y IV







Del texto se puede inferir que Erasmo de Rotterdam

- A) buscó fortalecer la autoridad del rey.
- B) difundió el pensamiento ilustrado.
- C) fue un humanista y crítico social.
- D) destacó como vocero protestante.
- E) cuestionó los valores del cristianismo.

**Solución:**

En *Elogio de la Estulticia*, Erasmo pasa revista a todos los sectores de la sociedad – sin perdonar a los reyes- para criticar la necedad de la conducta humana.

**Rpta.: C**

3. La Reforma Protestante fue un proceso que conmocionó a Europa en el siglo XVI. Sus causas fueron numerosas; en el ámbito político podemos destacar

- A) la venta de indulgencias cuestionada y rechazada en toda Europa.
- B) los constantes conflictos entre el clero occidental y oriental.
- C) el interés de la burguesía en una ética que no censure el lucro.
- D) la crítica de los humanistas al aparato eclesiástico romano.
- E) las tensiones entre el emperador Carlos V y los príncipes alemanes.

**Solución:**

Muchos príncipes alemanes se unieron a la Reforma porque era una manera de romper lazos con el emperador católico.

**Rpta.: E**

4. La expansión europea entre los siglos XV y XVI marcó rotundamente las relaciones entre los pueblos y culturas. Señale la idea que trasmite la ilustración propuesta.



- A) la habilidad de Colón para negociar con los indígenas.
- B) el eurocentrismo europeo que asume un rol civilizador.
- C) la condición paradisíaca del paisaje de la India.
- D) el inicio de las campañas militares españolas en América.
- E) el intercambio cultural y tecnológico entre Asia y Europa.

**Solución:**

La imagen nos muestra el rol civilizador de Europa en América en el marco de una visión eurocéntrica de la Historia.

**Rpta.: B**

5. Señale una idea fundamental en la defensa del estado absolutista como sistema apropiado de gobierno.
- A) Providencialismo: el poder de los reyes es dado por Dios.
  - B) Respeto por la prensa y las libertades ciudadanas.
  - C) Tolerancia religiosa y fin de las guerras confesionales.
  - D) Principio de soberanía popular y contrato social.
  - E) Los medios de producción pertenecen a toda la sociedad.

**Solución:**

El Absolutismo se apoyó en la teoría providencialista, también llamada “derecho divino de los reyes”.

Rpta.: A

## *Geografía*

### EJERCICIO Nº 8

1. Del total de las aguas dulces en el mundo, los glaciares y los casquetes polares abarcan el 69 %. El Perú es un país que posee muchos glaciares que en los últimos años han manifestado un retroceso. Identifique la importancia de la conservación de los glaciares y luego marque la alternativa correcta.
- a. Son las principales fuentes agua dulce.
  - b. Sus deshielos erosionan y forma quebradas.
  - c. Sus aguas son exclusivamente oceánicas.
  - d. Constituyen un regulador climático.
  - e. Están conformados principalmente por vapor de agua.
- A) a-b-c      B) a-b-d      C) a-b-e      D) b-c-d      E) b-c-e

**Solución:**

Los glaciares constituyen la primera fuente de abastecimiento de agua dulce, su acción erosiva forma quebradas y valles, constituyen agentes reguladores del ciclo estacional y son un importante regulador climático. En su estado normal mantienen el nivel adecuado del mar.

Rpta.: B

2. Los ríos Uncallame y Grande nacen en la cordillera occidental de los Andes del sur, tienen un origen glacial y pluvial, comprenden cuencas endorreicas, son torrentosos en su curso alto y de régimen irregular. El texto hace referencia a la vertiente del
- A) Titicaca.
  - B) Pacífico.
  - C) Atlántico.
  - D) Madre de Dios
  - E) Amazonas.

**Solución:**

Los ríos Uncallame y Grande alimentan al río llave de la hoya hidrográfica del Titicaca forma una cuenca endorreica, tiene un origen glacial-pluvial, se localiza en el sector sur andino entre las cordilleras occidental (Volcánica) y oriental (Carabaya).

Rpta.: A

3. Identifique las características que le corresponden al Río Rímac y luego marque la alternativa correcta.

- I. Nace en el nevado de Paca con el nombre de Alto Rímac-San Mateo.
- II. Incrementa su caudal con el trasvase de Marcapomacocha.
- III. En sus orillas se encuentra la central hidroeléctrica Restitución.
- IV. Es la unidad hidrográfica de mayor uso poblacional de la Costa.

- A) I-II-III      B) I-II-IV      C) II-III-IV      D) I-III-IV      E) sólo I y II

**Solución:**

El río Rímac nace en el nevado de Paca con el nombre de Alto Rímac-San Mateo a una altitud aproximada de 5 508 msnm. Tiene 204 Km. de longitud, incrementa su caudal con el trasvase de Marcapomacocha. Es una de las cuencas hidrográficas más importantes de país al encontrarse en sus orillas la capital del Perú. Es la unidad hidrográfica de mayor uso poblacional de la Costa.

**Rpta.: B**

4. Relacione correctamente la unidad hidrográfica con su respectiva característica y luego marque la respuesta.

- |                   |  |
|-------------------|--|
| I. Huallaga       | a. Forma el pongo de Rentema.                                |
| II. Maraón        | b. Sirve de límite fronterizo entre Perú y Colombia.         |
| III. Putumayo     | c. En su margen derecha se localiza el puerto de Yurimaguas. |
| IV. Madre de Dios | d. Uno de sus afluentes es el río Inambari.                  |

- A) Ia-IIb-IIIc-IVd      B) Ic-IId-IIIb-IVa      C) Ic-IIa-IIIb-IVd  
D) Ia-IIc-IIIb-IVd      E) Id-IIc-IIIb-IVa

**Solución:**

Huallaga: En su margen derecha se localiza el puerto de Yurimaguas.

Maraón: Forma el pongo de Rentema.

Putumayo: Sirve de límite fronterizo entre Perú y Colombia.

Madre de Dios: Uno de sus afluentes es el río Inambari.

**Rpta.: C**

## ***Educación Cívica***

### **EJERCICIOS DE CLASE N° 8**

1. El Perú es un país rico en costumbres y tradiciones como la procesión del Señor de los Milagros, la corrida de toros, la marinera norteña, la danza de tijeras y comidas típicas como la pachamanca. Estas expresiones son el reflejo de nuestra

- |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|
| A) diversidad cultural.     | B) convivencia étnica.      |
| C) variedad étnica.         | D) complejidad lingüística. |
| E) multiplicidad religiosa. |                             |

**Solución:**

La diversidad cultural es la variedad de formas en que se expresan diferentes culturas. Estas expresiones se transmiten dentro y entre los grupos y las sociedades. La UNESCO reconoce la diversidad cultural como Patrimonio Cultural de la Humanidad y fuente de desarrollo.

**Rpta.: A**

2. Una comisión de miembros de la Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación (FAO) visitó una comunidad andina de la región Apurímac, para promover una alimentación adecuada y reducir los niveles de desnutrición de su población. De lo expuesto identifique las actividades que corresponden al proceso de interculturalidad que se genera del intercambio entre la comisión y la comunidad. Luego marque la alternativa correcta.

- a. Comunicación activa sobre prácticas alimentarias con los comuneros.
- b. Intercambio y convivencia armónica con los miembros de la FAO.
- c. Promoción de productos transgénicos en el área agrícola.
- d. Migración hacia las zonas desarrolladas para reducir la desnutrición.

- A) a-c      B) a-b      C) b-c      D) b-d      E) a-d

**Solución:**

La interculturalidad es la interacción entre culturas, es el proceso de comunicación entre diferentes grupos humanos, promueve la igualdad, integración y convivencia armónica, ningún grupo cultural está por encima de otro.

**Rpta.: B**

3. Juan le dice a Pedro “¿Qué haces por aquí?, tu **taita** te está buscando por la **chacra**. Pedro le responde *Estuve en la **cancha** jugando futbol, ahorita me pongo mis **ojotas** y voy a buscarle en la **pampa***”. En este texto las palabras en negritas son de origen quechua y se han incorporado en el lenguaje español. En relación a este relato podemos afirmar que el Estado peruano reconoce el derecho de las poblaciones a preservar la diversidad de lenguas promoviendo la educación \_\_\_\_\_.

- A) religiosa      B) bilingüe      C) especial      D) rural      E) democrática

**Solución:**

La Constitución Política del Perú, en su artículo 17 señala que el Estado peruano garantiza la erradicación del analfabetismo, como también fomenta la educación bilingüe e intercultural y preserva las diversas manifestaciones culturales y lingüísticas del país. El Estado preserva la diversidad de lenguas a través de una educación bilingüe, la cual incentiva a que los maestros que enseñan en las poblaciones nativas, hablen el idioma originario.

**Rpta.: B**

4. La étnia de los ashánincas ocupa las laderas orientales, entre la cordillera de los Andes y el alto Yurúa. Los hombres se dedican a la caza, respetando la costumbre de no hacerlo en exceso, las mujeres hacen cestos y esteras de fibras vegetales que les servirá a toda la comunidad. Los chamanes son sabios especialistas que tienen el poder de curar enfermedades basados en el uso de plantas medicinales. Del texto se infiere que los miembros de esta étnia comparten
- los códigos.
  - el idioma.
  - la jerarquía.
  - el territorio.
  - las creencias.
- A) a-b-c      B) c-d-e      C) c y e      D) a-c-e      E) a-b-d-e

**Solución:**

En el Perú existen 52 pueblos originarios distribuidos en 22 regiones. Las etnias de la zona amazónica se organizan, mayoritariamente, en torno a comunidades nativas que tienen su origen en los grupos tribales de la selva y ceja de selva y están constituidas por conjuntos de familias vinculadas una diversidad de elementos como: idioma o dialecto; características culturales y sociales; y tenencia y usufructo común y permanente de un mismo territorio con asentamiento nucleado o disperso. La edad y la experiencia son algunos elementos de jerarquía que ellos respetan.

El censo del 2007 registró que 3 919 314 personas de cinco a más años hablan lenguas indígenas, de las cuales: 3 261 750 son quechua hablantes, 434 370 aymara hablantes y, 223 194 hablan otra lengua nativa.

Rpta.: E

## ***Economía***

### **EVALUACIÓN N° 08**

1. Martha y José trabajan en distintas actividades, siempre pensando en obtener el mejor resultado. Martha, por su parte, trabaja en una empresa de confecciones de calzado "luchita" y por cada docena de pares de zapatos percibe una remuneración de S/. 200; José, por otro lado, tiene a su cargo realizar la auditoria del ejercicio anual del mini-market "Dorita", por lo que recibe como pago S/. 3000 por los diez días laborados.

Los salarios percibidos por Martha y José, respectivamente son:

- |                            |                         |
|----------------------------|-------------------------|
| A) Dieta y por tiempo.     | B) A destajo y sueldo.  |
| C) Honorario y a destajo.  | D) Jornal y por tiempo. |
| E) A destajo y por tiempo. |                         |

**Solución:**

El salario a destajo perciben los trabajadores por cantidades producidas o por obra, en tanto que al realizar un servicio en el plazo de diez días corresponde un salario por tiempo.

Rpta.: E

2. Debido al incremento de la tasa de inflación en los últimos años por encima del rango meta de 3% anual, la cual afecta a la capacidad adquisitiva del salario \_\_\_\_\_, el sindicato de trabajadores portuarios del Callao evalúa presentar demandas en torno a un incremento de sus salarios, argumentando de que el (la) \_\_\_\_\_ se ha incrementado.
- A) nominal – oferta laboral  
 B) nominal – productividad  
 C) real – nivel de vida  
 D) nominal – costo de vida  
 E) real – costo de vida

**Solución:**

Un incremento de la tasa de inflación se ve reflejado en un incremento de los precios de los bienes que consumen las familias, por lo que, con el mismo salario nominal se adquiere una cantidad menor de bienes, de tal manera que los hogares tendrán que destinar una cantidad mayor de dinero para adquirir la misma canasta de bienes, es decir el costo de vida es mayor.

**Rpta.: D**

3. Mediante DS. N° 005 - 2016 –TR, con participación del Consejo Nacional de Trabajo (CNT), el \_\_\_\_\_ fijo un incremento de S/.100 al (la) \_\_\_\_\_ de los trabajadores sujetos al régimen laboral de la actividad privada, llegando a la suma de \_\_\_\_\_, cuyo aumento, a partir del 1ro de mayo del 2016 entro en vigencia.
- A) legislativo – salario mínimo legal – S/.850  
 B) legislativo – salario mínimo vital – S/.850  
 C) ejecutivo – remuneración mínima vital – S/.850  
 D) ejecutivo – salario mínimo legal – S/.950  
 E) ejecutivo – remuneración mínima vital – S/.750

**Solución:**

El Presidente de la Republica con refrendación del Ministerio de Trabajo y Promoción del Empleo (MTPE) con la participación del CNT (para el estudio técnico), determinan la remuneración mínima vital (salario mínimo legal) la cual en la actualidad asciende a S/. 850.

**Rpta.: C**

4. De acuerdo al I.P.C. (índice de precio al consumidor) durante el 2016, los precios de las frutas y verduras dentro de la canasta de consumo subieron 2.5% con respecto al periodo 2015.

Sí el salario nominal permaneció constante y sin variaciones podemos afirmar que

- I. el consumo familiar aumento.  
 II. el costo de vida personal y familiar ha aumentado.  
 III. hay una reducción de la capacidad de compra del salario real.  
 IV. hay un aumento del salario mínimo vital.  
 V. la capacidad de compra del salario nominal ha disminuido.

- A) II, III      B) II, III, V      C) I, III, V      D) II, V      E) I, II, III

**Solución:**

El aumento de los precios al consumidor ha hecho que el costo de vida de las personas aumente; adicionalmente el tener salarios estancados ha reducido la capacidad de compra del salario nominal.

**Rpta.: D**

5. Pedro es un trabajador destacado especializado en cortes de tela en una fábrica textil de Gamarra; su vecina Lorena es supervisora en el área de control de calidad en la industria de gaseosas. Ambos, preocupados por el incremento de los precios de los alimentos, alquiler de vivienda, los gastos de salud, educación y demás bienes que consumen en sus respectivos hogares, están de acuerdo en plantear a sus jefe un aumento de sus salarios aduciendo un incremento del costo de vida, pero por otro lado Lorena advierte además que un factor que determina el salario es el (la) \_\_\_\_\_ asociada a la innovación, educación, eficiencia, etc.

A) demanda laboral

B) oferta laboral

C) costo de vida

D) productividad

E) poder del sindicato

**Solución:**

La productividad del trabajo es un factor que determina el nivel de salarios, por lo que aumentar el nivel de productividad reduce los costos sin afectar los precios de los bienes y además incrementa la producción y las ganancias.

**Rpta.: D**

6. Lea el siguiente texto:

“Los trabajadores de la minera Cerro Verde pusieron fin a su lucha que iniciaron el 10 de marzo y que demandaba el pago de utilidades así como su participación en el Comité de Seguridad y Salud en el Trabajo. Así lo anunció el Ministerio de Trabajo en comunicado.

Ambas partes acordaron revisar el sistema convencional de participación de utilidades para lo cual se reunirán a partir del mes de julio.

Asimismo, se dio un plazo de 45 días calendario para la instalación de dicho grupo de trabajo. De no llegar a un acuerdo, cualquiera de las partes podrá solicitar nuevamente la participación del Ministerio de Trabajo”.

(Diario La República – 31/03/2017).

Podemos determinar la validez de las siguientes proposiciones:

- I. El fin del conflicto laboral se realizó a través de una conciliación.
- II. Una de las peticiones sindicales representa una mejora salarial.
- III. El estado ayudo a poner fin al conflicto laboral.
- IV. El siguiente paso si no se cumple los acordados es el lockout.
- V. La suspensión de las labores de los trabajadores representa un paro.

A) I, II

B) II, III, V

C) II, III

D) I, II, V

E) I, II, III

**Solución:**

II. Una de las peticiones sindicales representa una mejora salarial. (V)

III. El estado ayudo a poner fin al conflicto laboral. (V)

**Rpta.: C**

7. La década de los 90 se caracterizó por un “desfile” de normas que modificaron el marco legal laboral del Perú que fueron dictados por el gobierno del expresidente Alberto Fujimori, las cuales generan recuerdos positivos y negativos entre los peruanos.

“En aquella época existía una protección bastante fuerte contra el despido arbitrario y este fue el aspecto, a mi parecer, más sustancial que cambia el gobierno de Fujimori porque flexibiliza mucho la protección contra el despido”, señala Juan Carlos Benavente, socio y encargado del Área Laboral de Torres y Torres Lara Abogados.

Diario Gestión: Jueves, 09 de julio del 2015

Del texto anterior se pone en relieve el (la)

- A) poder de los sindicatos.
- B) huelga en los años 90.
- C) flexibilidad laboral.
- D) baja aceptación del gobierno de Fujimori.
- E) el cierre de empresas en los años 90.

**Solución:**

Las normas orientadas a la flexibilidad laboral del gobierno de Alberto fujimori tenían como objetivo reducir los altos costos de contratación de trabajadores en detrimento de los derechos de los mismos.

**Rpta.: C**

8. Un docente de nivel superior percibe 3 ingresos para lo cual genera 3 comprobantes electrónicos, en los cuales indica su número de RUC y el importe a cobrar por cada empleador.

De la información concluimos que los importes percibidos por el docente representan

- A) jornales.
- B) sueldos.
- C) honorarios.
- D) dietas.
- E) emolumentos.

**Solución:**

Los honorarios representan el pago realizado a personas que ejercen una actividad de manera independiente.

**Rpta.: C**

# Filosofía

## EVALUACIÓN N° 8

1. Para el primer Wittgenstein, las proposiciones guardan relación con los
- A) signos.      B) juegos.      C) tratados.      D) usos.      E) hechos.

**Solución:**

Para Wittgenstein las palabras guardan relación con los objetos y las proposiciones con los hechos.

**Rpta.: E**

2. Marque la alternativa que contenga elementos de la teoría figurativa de Wittgenstein.
- A) Deducción-falsación      B) Hechos moleculares-inducción  
C) Juegos-usos (del lenguaje)      D) Objetos- hechos atómicos  
E) Verificación-contrastación

**Solución:**

La teoría figurativa afirma que una proposición es una figura de la realidad, esto es el mundo el cual está conformado por hechos, estos pueden ser moleculares o atómicos y refieren a objetos.

**Rpta.: D**

3. Según Martín Heidegger, el ser del hombre se caracteriza por ser un
- A) cuerpo con tendencias racionales e instintivas.  
B) abanico de posibilidades proyectadas al mundo.  
C) sujeto que busca la libertad y la vida auténtica.  
D) sujeto débil que vive creyendo en Dios y el cielo.  
E) cuerpo que no se distingue de las cosas.

**Solución:**

El análisis existencial tiene como objeto la vida cotidiana del hombre. Heidegger considera que el hombre, debe dar cuenta de todas sus posibilidades proyectadas al mundo, incluida la posibilidad inminente y definitiva de la muerte.

**Rpta.: B**

4. Para Heidegger, los filósofos modernos no centraron su reflexión en el \_\_\_\_\_ mismo, sino en distintos \_\_\_\_\_.
- A) ser-entes      B) hombre – seres  
C) conocimiento – criterios      D) ente – seres  
E) valor – objetos

**Solución:**

Heidegger en el primer periodo de su pensamiento (*Ser y tiempo* 1927), criticó la metafísica occidental por identificar al Ser con el ente, es decir, al Ser lo sostuvo como un simple objeto más.

**Rpta.: A**



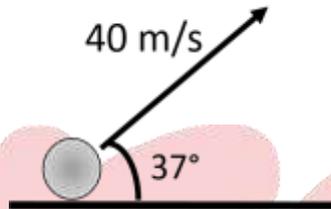
# Física

## EJERCICIOS DE CLASE N° 8

1. Durante las pruebas o ensayos con proyectiles se tiene en cuenta la energía necesaria para impulsarlos. Se lanza un proyectil, de 100 g de masa, con una rapidez de 40 m/s y bajo un ángulo de inclinación de  $37^\circ$  con la horizontal, tal como se muestra en la figura. Determine la energía cinética del proyectil 2 s después del lanzamiento.

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

- A) 104 J      B) 52 J  
 C) 43 J      D) 64 J  
 E) 51,2 J



### Solución:

**Datos:**  $m = 0,1 \text{ kg}$ ,  $v = 40 \text{ m/s}$ ,  $t = 2 \text{ s}$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Descomponiendo la velocidad y analizando para  $t = 2 \text{ s}$ :

$$v_x = 40 \cos 37 \rightarrow v_x = 32 \text{ m/s}$$

$$v_{0y} = 40 \sin 37 \rightarrow v_{0y} = 24 \text{ m/s}$$

Luego:

$$t = 2 \text{ s}$$

$$v_y = v_{0y} - gt$$

$$v_y = 24 - 10(2) \rightarrow v_y = 4 \text{ m/s}$$

Finalmente la energía cinética del cuerpo para  $t = 2 \text{ s}$ :

$$E_c = \frac{1}{2} m (v_x^2 + v_y^2)$$

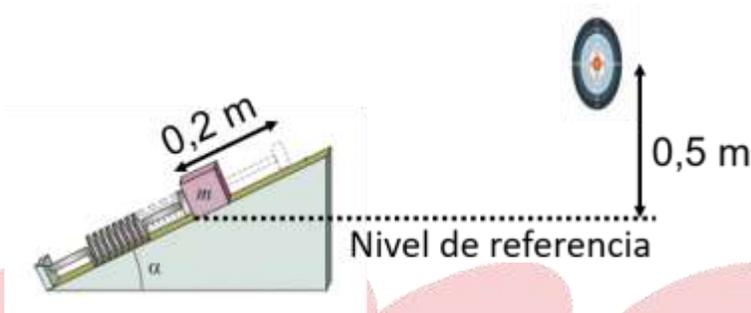
$$E_c = \frac{1}{2} (0,1) [32^2 + 4^2]$$

$$E_c = 52 \text{ J}$$

**Rpta.: B**

2. Cuando actúan fuerzas conservativas sobre un sistema, la energía mecánica permanece constante en el transcurso del tiempo. Un bloque de masa 100 g se impulsa a través de un resorte comprimido 0,2 m y de constante elástica  $k = 30$  N/m, tal como se muestra en la figura. Determine la rapidez del bloque en el instante del impacto con el centro de un objetivo. Desprecie la fricción con la superficie y el aire.

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$



- A) 2 m/s      B)  $2\sqrt{2}$  m/s      C) 3 m/s      D)  $\sqrt{2}$  m/s      E)  $2\sqrt{5}$  m/s

**Solución:**

**Datos:**  $m = 0,1$  kg,  $x = 0,2$  m,  $k = 30$  N/m,  $h = 0,5$  m

Por conservación de la energía mecánica:

$$E.M_0 = E.M_f$$

$$\frac{1}{2} k x^2 = mgh + \frac{1}{2} m v^2$$

$$\frac{1}{2} (30)(0,2)^2 = (0,1)(10)(0,5) + \frac{1}{2} (0,1)v^2$$

$$0,6 = 0,5 + \frac{1}{2} (0,1)v^2$$

$$0,1 = \frac{1}{2} (0,1)v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2} \text{ m/s}$$

**Rpta.: D**

3. Un bloque de masa desconocida se desplaza inicialmente sobre una superficie horizontal con energía cinética de 5 J. Si el bloque logra ascender 0,4 m (figura), determine su masa. Desprecie la fricción con la superficie y el aire.

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

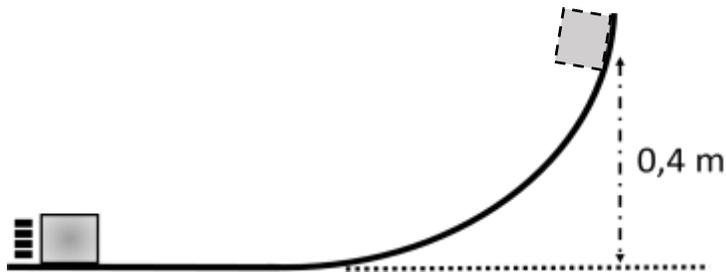
A) 1,25 kg

B) 2,5 kg

C) 12,5 kg

D) 1 kg

E) 1,4 kg



**Solución:**

**Datos:**  $E_C = 5 \text{ J}$ ,  $H = 0,4 \text{ m}$

Por conservación de la energía mecánica:

$$EM_i = EM_f$$

$$E_{c(i)} = E_{pg(f)}$$

$$5 = m(10)(0.4)$$

$$m = 1,25 \text{ kg}$$

**Rpta.: A**

4. Una esfera de masa  $m = 1 \text{ kg}$  se suelta libremente desde una altura de 20 m y alcanza una rapidez de 8 m/s en cierto intervalo de tiempo y antes de llegar al suelo, tal como se muestra en la figura. Si la energía liberada debido al rozamiento con el aire es 40 J; determine la altura  $h$ .

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

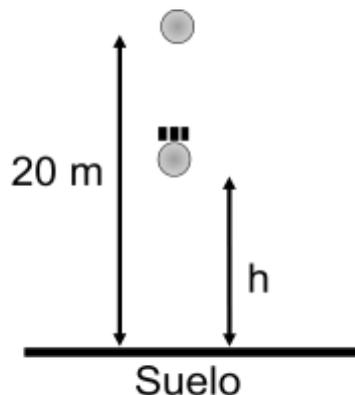
A) 12,8 m

B) 10,8 m

C) 16 m

D) 2,8 m

E) 7,2 m



**Solución:**

**Datos:**  $m = 1 \text{ kg}$ ,  $h_i = 20 \text{ m}$ ,  $v_i = 0 \text{ m/s}$ ,  $v_f = 8 \text{ m/s}$

Por conservación de la energía mecánica:

$$E.M_i + W = E.M_f \quad ; \quad W = W^{fr}$$

$$Epg_i + W^{fr} = Ec_f + Epg_f$$

$$(1)(10)(20) - 40 = \frac{1}{2}(1)(8^2) + (1)(10)(h)$$

$$200 - 40 = 32 + 10h$$

$$h = 12,8 \text{ m}$$

**Rpta.: A**

5. Se lanza verticalmente hacia arriba un proyectil de masa 0,2 kg con rapidez inicial de 10 m/s. Si el proyectil alcanza la altura máxima de 4 m; indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

- I. La energía cinética inicial del proyectil es 10 J.
- II. La energía potencial gravitatoria del proyectil en el instante que alcanza la altura máxima es 8 J
- III. El trabajo de la fuerza de rozamiento del aire es 2 J.

A) FVF      B) VFV      C) FVV      D) VVV      E) VVF

**Solución:**

**I) Verdadero**

$$E.C_0 = \frac{1}{2}(0,2)(10)^2 \Rightarrow E.C_0 = 10J$$

**II) Verdadero**

$$E.P.G_f = (0,2)(10)(4) \Rightarrow E.P.G_f = 8J$$

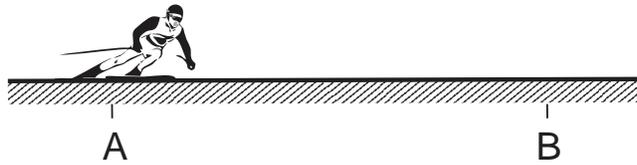
**III) Falso**

$$E.C_0 + W^{fr} = E.P.G_f$$

$$10 + W^{fr} = 8 \Rightarrow W^{fr} = -2J$$

**Rpta.: E**

6. La figura muestra esquemáticamente a un esquiador de masa 80 kg que pasa por el punto A con rapidez de 10 m/s y luego por el punto B con la mitad de su rapidez en A. Determine el trabajo de la fuerza de rozamiento efectuado sobre el esquiador en el intervalo AB.



$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

- A) +3 kJ      B) - 9 kJ      C) -3 kJ      D) +8 kJ      E) -6 kJ

**Solución:**

**Datos:**  $v_A = 10 \text{ m/s}$ ,  $m = 80 \text{ kg}$ ,  $v_B = 5 \text{ m/s}$

Por el teorema del trabajo y la energía:

$$W = E.C_f - E.C_o$$

$$W = \frac{1}{2} m (v_B)^2 - \frac{1}{2} m (v_A)^2$$

$$W = \frac{80}{2} (5)^2 - \frac{80}{2} (10)^2$$

$$W = 1000 - 4000$$

$$W = -3 \text{ kJ}$$

**Rpta.: C**

7. El trabajo de una fuerza resultante sobre un cuerpo puede ocasionar un cambio en su energía cinética. En un laboratorio se sometió a un bloque de masa 4 kg una fuerza resultante variable como indica en la figura. Determine  $F_0$  si el movimiento del bloque se inicia en la posición  $x = 0$  y cuando pasa por  $x = 11 \text{ m}$  su rapidez es 8 m/s.

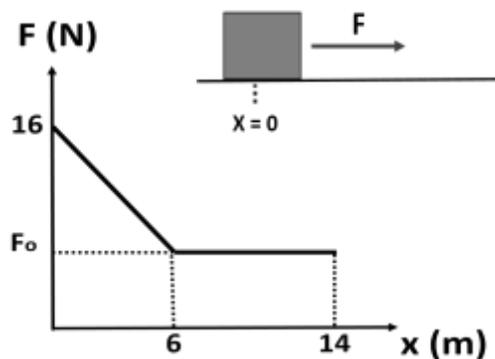
- A) 12 N

- B) 4 N

- C) 10 N

- D) 7 N

- E) 8 N



**Solución:**

Del Teorema del Trabajo y la Energía:

$$W = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$W = \frac{1}{2} (4)(8^2)$$

$$W = 128 \text{ J} \dots (1)$$

Del gráfico:

$$W \equiv \text{Area}$$

$$W = \left( \frac{16 + F_0}{2} \right) (6) + (5)(F_0)$$

$$W = 48 + 8F_0 \dots (2)$$

De (1) y (2):

$$F_0 = 10 \text{ N}$$

Rpta.: C

### EJERCICIOS DE CASA N° 8

1. Existen diversos experimentos para determinar la constante elástica de un resorte. Tal es el caso de un carrito de 1 kg que se deja caer desde una altura de 5 m por una rampa curva lisa que finaliza en un tramo horizontal, como se muestra en la figura. Determine la constante elástica del resorte si la máxima compresión fue de 0,2 m.

( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

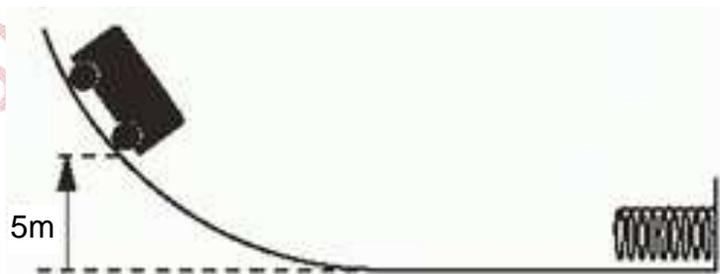
A) 250 N/m

B) 25 N/m

C) 125 N/m

D) 280 N/m

E) 2500 N/m

**Solución:**

**Datos:**  $m = 1 \text{ kg}$ ,  $h = 5 \text{ m}$ ,  $v_i = 0 \text{ m/s}$ ,  $x = 0,2 \text{ m}$

La máxima compresión se da cuando  $v_f = 0 \text{ m/s}$

Por la ley de conservación de la energía mecánica:

$$E.M_i = E.M_f$$

$$E.p.g_i = E.p.k_f$$

$$(1)(10)(5) = \frac{1}{2}k(0,2)^2$$

$$k = 2500 \text{ N/m}$$

Rpta.: E

2. Durante un entrenamiento un joven atleta de 70 kg de masa logra pasar una valla que está 2,25 m del suelo, tal como se ilustra en la figura. Determine su energía potencial justo al pasar la valla.

(g = 10 m/s<sup>2</sup>)

A) 1800 J

B) 1900 J

C) 1575 J

D) 2000 J

E) 3150 J

**Solución:**

La energía potencial justo en la valla es:

$$E.P_g = mgh$$

$$E.P_g = 70 \times 10 \times 2,25$$

$$E.P_g = 1575 \text{ J}$$

Rpta.: C

3. Un bloque de masa  $m = 2 \text{ kg}$  se libera desde una altura  $H = 2 \text{ m}$  y se desplaza por una rampa rugosa y pasa por el punto B, liberando 12 J como calor. Continúa su movimiento hasta detenerse en el punto C, tal como se muestra en la figura. Determine la distancia entre los puntos B y C.

(g = 10 m/s<sup>2</sup>)

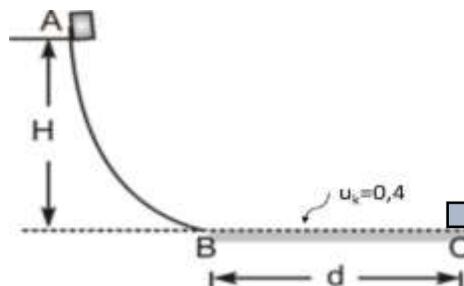
A) 3,2 m

B) 3,5 m

C) 5 m

D) 7 m

E) 1,5 m



**Solución:**

**Datos:**  $H = 2 \text{ m}$ ,  $v_i = 0 \text{ m/s}$ ,  $v_f = 0 \text{ m/s}$ ,

Por el principio de conservación de la energía:

$$E.M_i + W = E.M_f, \quad W = W_{A-B}^{calor} + W_{B-C}^{fr}, \quad W_{B-C}^{fr} = -u_k mgd$$

$$E_p g_A + W^{calor} + W^{fr} = 0$$

$$(2)(10)(2) + -12 + -(0,4)(2)(10)d = 0$$

$$d = 3,5 \text{ m}$$

**Rpta.: B**

4. En la figura, el bloque de masa 1 kg parte del reposo en el punto A y pierde 10% de su energía mecánica entre los puntos A y B por efecto del rozamiento. Si su rapidez en el punto B es 10 m/s, determine la altura  $h$ .

 $(g = 10 \text{ m/s}^2)$ 

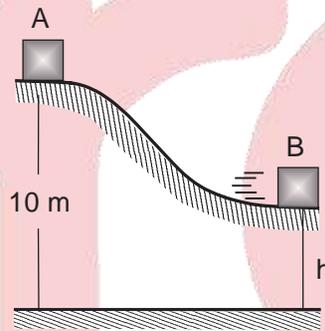
A) 8 m

B) 7 m

C) 9 m

D) 4 m

E) 6 m

**Solución:**

Por el conservación de la energía mecánica:

$$E.M_o + W = E.M_f$$

$$(1)(10)(10) - 10\%(100) = (1)(10)h + \frac{1}{2}(1)(10)^2$$

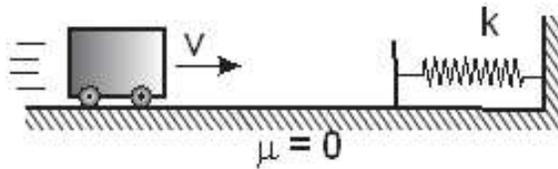
$$90 = 10h + 50$$

$$h = 4 \text{ m}$$

**Rpta.: D**

5. Un carrito de 2 kg de masa se mueve horizontalmente con rapidez de 2 m/s, tal como muestra la figura y en dirección de un resorte horizontal de constante elástica  $k = 200 \text{ N/m}$  sin elongación. Despreciando las fuerzas de fricción; determine la máxima compresión del resorte.

- A) 2 m  
B) 0,4 m  
C) 0,1 m  
D) 0,2 m  
E) 0,6 m



**Solución:**

De conservación de la energía mecánica:

$$EM_o = EM_f$$

$$E.C_o = E.P.Elas.f$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}k(x_{M\acute{a}x})^2$$

$$x_{M\acute{a}x} = \sqrt{\frac{mv^2}{k}}$$

$$x_{M\acute{a}x} = \sqrt{\frac{2 \times 2^2}{200}}$$

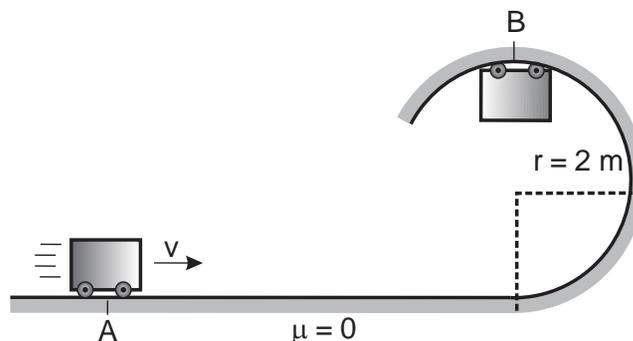
$$x_{M\acute{a}x} = 0,2 \text{ m}$$

Rpta.: D

6. La figura muestra a un carrito pasando por el punto A. Determine la mínima rapidez que debe tener el carrito en el punto A para que logre pasar por el punto B. Se desprecia todo tipo de rozamiento.

( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

- A) 15 m/s  
B) 10 m/s  
C) 20 m/s  
D) 25 m/s  
E) 12 m/s



**Solución:**

Al pasar por B la normal debe ser  $N = 0$ :

$$\sum F_{\text{radial}} = ma_c$$

$$mg = m \frac{(v_B)^2}{r}$$

$$v_B^2 = gr \dots(1)$$

Por conservación de la energía mecánica:

$$E.M_A = E.M_B$$

$$\frac{1}{2} m(v_A)^2 = \frac{1}{2} m(v_B)^2 + mgH \dots(2)$$

(1) en (2):

$$\frac{1}{2} m(v_A)^2 = \frac{1}{2} mgr + mg(2r)$$

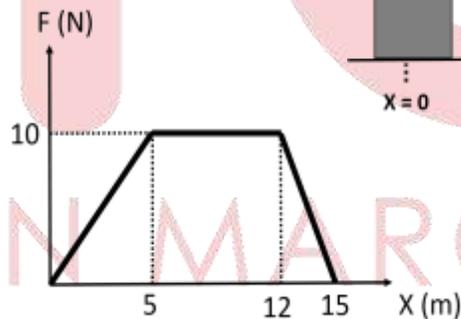
$$v_A^2 = 5gr$$

$$v_A = \sqrt{5(10)(2)} \Rightarrow v_A = 10 \text{ m/s}$$

Rpta.: B

7. Un bloque se desplaza sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Si sobre el bloque actúa una fuerza horizontal de magnitud variable, indicado en la gráfica adjunta, determine el cambio en la energía cinética del bloque desde la posición  $x=0$  hasta  $x=15$  m.

- A) 410 J      B) 55 J  
C) 220 J      D) 205 J  
E) 110 J

**Solución:**

Del Teorema del Trabajo y la Energía:

$$W = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 \dots(1)$$

$$W \equiv \text{Area} \dots(2)$$

$$W = \left( \frac{15+7}{2} \right) (10)$$

$$W = 110J \dots \text{en (1)}$$

Por tanto:

$$\frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = 110J$$

Rpta.: E

# Química

## SEMANA N°8: UNIDADES QUIMICAS DE MASA Y ESTEQUIOMETRÍA

1. El sulfato cúprico pentahidratado ( $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ ) es una sal de color azul que se utiliza como fungicida, alguicida y como complemento en la alimentación de animales. Al respecto, indique la secuencia correcta de verdadero (V) o falso (F).

- I. En 499 g de sal hay  $1,2 \times 10^{24}$  átomos de Cu.
- II. En 10 moles de sal hay  $3,0 \times 10^{25}$  moléculas de  $\text{H}_2\text{O}$ .
- III. Existen  $3,6 \times 10^{24}$  iones totales en 3 moles de sal.

Datos:  $\bar{M}$  (g/mol) Cu = 63,5 ; S = 32; O = 16; H = 1

- A) VFV      B) VFF      C) FVF      D) VVV      E) FFF

### Solución:

I. **VERDADERO:** En 499 g de sal hay  $1,2 \times 10^{24}$  átomos de Cu.

$$\text{Masa Molar } (\bar{M}_{\text{Sal}}) = 63,5 + 32 + 4 \times (16) + 5 \times (18) = 249,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$N^\circ \text{ átomos}(\text{Cu}) = 499 \text{ g Sal} \times \left( \frac{1 \text{ mol Sal}}{249,5 \text{ g Sal}} \right) \times \left( \frac{1 \text{ mol Cu}}{1 \text{ mol Sal}} \right) \times \left( \frac{6 \times 10^{23} \text{ átomos de Cu}}{1 \text{ mol Cu}} \right)$$

$$N^\circ \text{ átomos}(\text{Cu}) = 1,2 \times 10^{24} \text{ átomos de Cu.}$$

II. **VERDADERO:** En 10 moles de sal hay  $3,0 \times 10^{25}$  moléculas de  $\text{H}_2\text{O}$ .

$$N^\circ \text{ moléculas } (\text{H}_2\text{O}) = 10 \text{ mol Sal} \times \left( \frac{5 \text{ mol H}_2\text{O}}{1 \text{ mol Sal}} \right) \times \left( \frac{6 \times 10^{23} \text{ moléculas H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} \right)$$

$$N^\circ \text{ moléculas } (\text{H}_2\text{O}) = 3,0 \times 10^{25} \text{ moléculas de H}_2\text{O.}$$

III. **VERDADERO:** Existen  $3,6 \times 10^{24}$  iones totales en 3 moles de sal.

1 mol de  $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$  contiene 1 mol de  $\text{Cu}^{2+}$  y 1 mol de  $(\text{SO}_4)^{2-}$  por lo cual contiene 2 moles de iones en total.

$$N^\circ \text{ iones} = 3 \text{ mol Sal} \times \left( \frac{2 \text{ mol iones}}{1 \text{ mol Sal}} \right) \times \left( \frac{6 \times 10^{23} \text{ iones}}{1 \text{ mol iones}} \right)$$

$$N^\circ \text{ iones} = 3,6 \times 10^{24} \text{ iones.}$$

Rpta.: D

2. El carbonato de calcio ( $\text{CaCO}_3$ ) es una sustancia abundante en la naturaleza. Es utilizado en la elaboración de vino, cemento y suplementos de calcio. Determine la masa, en gramos, de calcio que están presentes en 800 gramos de  $\text{CaCO}_3$ .

Datos:  $\bar{M}$  (g/mol) Ca = 40; C = 12; O = 16

- A)  $3,2 \times 10^0$     B)  $3,20 \times 10^2$     C)  $8,0 \times 10^1$     D)  $3,2 \times 10^1$     E)  $8,0 \times 10^2$

**Solución:**

Carbonato de Calcio:  $\text{CaCO}_3$

$$\bar{M}_{\text{CaCO}_3} = 40 + 12 + 3(16) = 100 \text{ g/mol}$$

$$\text{masa}(\text{Ca}) = 800 \text{ g CaCO}_3 \times \left( \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100 \text{ g CaCO}_3} \right) \times \left( \frac{1 \text{ mol Ca}}{1 \text{ mol CaCO}_3} \right) \times \left( \frac{40 \text{ g Ca}}{1 \text{ mol Ca}} \right)$$

$$\text{masa}(\text{Ca}) = 320 \text{ g Ca}$$

Rpta.: B

3. El ácido acético es un ácido orgánico utilizado en industrias alimentarias como agente acidulante y en la preparación de ésteres frutales. Este compuesto tiene una masa molar de 60 g/mol y contiene 40,0% de C, 6,7% de H y 53,3% de O. Determine la fórmula molecular del compuesto.

Datos:  $M$  (g/mol) C = 12; O = 16; H = 1

- A)  $\text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2$     B)  $\text{CH}_2\text{O}$     C)  $\text{C}_2\text{H}_2\text{O}_2$     D)  $\text{CH}_2\text{O}_2$     E)  $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_3$

**Solución:**

Asumiendo 100 g de ácido oxálico, se tiene:

Elemento	Porcentaje (%)	Masa (g)	N° moles	Dividir entre el menor	Fórmula empírica (F.E.)
C	40,0	40,0	$40,0 / 12 = 3,33$	$3,33 / 3,33 = 1$	CH <sub>2</sub> O
H	6,7	6,7	$6,7 / 1 = 6,7$	$6,7 / 3,33 = 2$	
O	53,3	53,3	$53,3 / 16 = 3,33$	$3,33 / 3,33 = 1$	

Para determinar la fórmula molecular (F.M.):

$$\text{Masamolar (F.E.)} = 12 + 2 \times (1) + 16 = 30 \text{ g/mol}$$

$$M_{FE} = K \times M_{FM} \quad \Rightarrow \quad 60 \text{ g/mol} = K \times 30 \text{ g/mol} \quad \Rightarrow \quad K = 2$$

$$FM = K \times FE \quad \Rightarrow \quad FM = \text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2$$

Rpta.: A

4. El ácido oxálico ( $C_2H_2O_4$ ) es un compuesto orgánico utilizado como blanqueador y protector de cueros curtidos contra la putrefacción. Determine el porcentaje en masa de carbono y oxígeno en este ácido, según el orden mencionado.

Datos:  $\bar{M}$  (g/mol) C = 12; O = 16

A) 2,2 y 26,7

B) 71,1 y 2,2

C) 71,7 y 26,7

D) 2,2 y 26,7

E) 26,7 y 71,1

**Solución:**

Ácido oxálico:  $C_2H_2O_4$

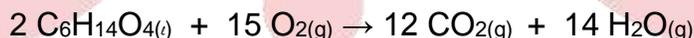
$$\bar{M}_{C_2H_2O_4} = \frac{2(12)}{C} + \frac{2(1)}{H} + \frac{4(16)}{O} = 90 \frac{g}{mol}$$

$$\text{Porcentaje en masa (C)} = \left( \frac{24 \text{ g C}}{90 \text{ g ácido}} \right) \times 100 \Rightarrow \% (C) = 26,67$$

$$\text{Porcentaje en masa (O)} = \left( \frac{64 \text{ g O}}{90 \text{ g ácido}} \right) \times 100 \Rightarrow \% (O) = 71,11$$

Rpta.: E

5. El trietilenglicol ( $C_6H_{14}O_4$ ) es un líquido utilizado como disolvente y reactivo para obtener los plásticos de polivinilo y el poliuretano. Para la reacción de combustión de este compuesto se tiene la siguiente ecuación:



Determine la masa, en kg, de  $C_6H_{14}O_4$  que al reaccionar con suficiente  $O_2$  producirá 96 moles de  $CO_2$ .

Datos:  $\bar{M}$  (g/mol) C = 12; O = 16; H = 1

A) 1,2

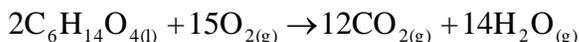
B) 2,4

C) 16,0

D) 24,0

E) 12,0

**Solución:**



$$2(150) \text{ g} \qquad \qquad \qquad 12 \text{ mol}$$

$$m \qquad \qquad \qquad 96 \text{ mol}$$

$$m_{C_6H_{14}O_4} = 96 \text{ mol} \times \frac{2(150) \text{ g}}{12 \text{ mol}} = 2400 \text{ g} \equiv 2,4 \text{ kg} \qquad C_6H_{14}O_4$$

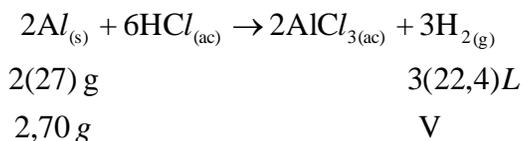
Rpta.: B

6. La reacción de sustitución simple entre el aluminio sólido y el ácido clorhídrico acuoso, constituye un método sencillo para preparar cloruro de aluminio y pequeños volúmenes de gas hidrógeno en el laboratorio. Determine el volumen, en L, de gas hidrógeno recolectado a condiciones normales si reaccionan 2,70 g de aluminio con exceso de ácido.

Datos:  $\bar{M}$  (g/mol) Al = 27; Cl = 35,5 ; H = 1

- A) 2,10      B) 3,36      C) 2,36      D) 5,40      E) 2,70

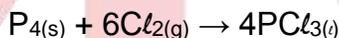
**Solución:**



$$V_{H_2} = 2,70 \text{ g} \times \frac{3(22,4)L}{2(27) \text{ g}} = 3,36 \text{ L } H_2.$$

Rpta.: B

7. El tricloruro de fósforo,  $PCl_3$ , es un compuesto importante desde el punto de vista comercial, se utiliza en la fabricación de pesticidas, aditivos para la gasolina y otros productos. Se puede obtener mediante la siguiente reacción:

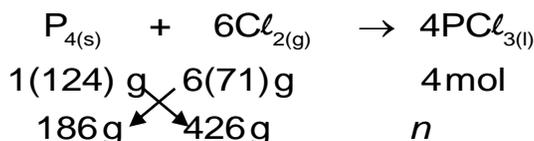


Determine las moles de  $PCl_3$  que se forma en la reacción de 186 g de  $P_4$  con 426 g de  $Cl_2$ .

Datos:  $\bar{M}$  (g/mol)  $P_4 = 124$ ;  $Cl_2 = 71$

- A) 6,0      B) 1,1      C) 3,0      D) 5,5      E) 4,0

**Solución:**



Hallando el reactivo limitante:

$$Cl_2 : 124 \times 426 = 52824 \text{ (menor)}$$

Reactivo limitante:  $Cl_2$

$$P_4 : 186 \times 6(71) = 79236 \text{ (mayor)}$$

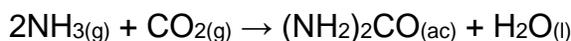
Reactivo en exceso:  $P_4$

Finalmente:

$$\eta_{PCl_3} = 426 \text{ g } Cl_2 \times \frac{3 \text{ mol } PCl_3}{6(71) \text{ g } Cl_2} = 4 \text{ mol } PCl_3$$

Rpta.: E

8. La urea  $[(\text{NH}_2)_2\text{CO}]$  se prepara por la reacción del amoníaco con dióxido de carbono, según la siguiente reacción:



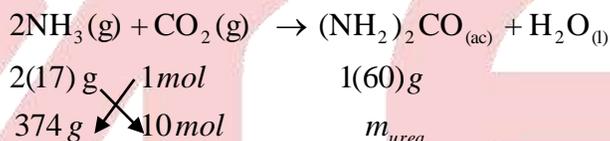
En un proceso se hacen reaccionar 374 g de  $\text{NH}_3$  con 10 moles de  $\text{CO}_2$ . Indique la secuencia correcta de verdadero (V) o falso (F).

**Datos:**  $M$  (g/mol)  $\text{NH}_3 = 17$ ;  $\text{CO}_2 = 44$  ;  $(\text{NH}_2)_2\text{CO} = 60$

- I. El reactivo que se consume primero es el  $\text{NH}_3$ .
- II. La masa del reactivo en exceso sin reaccionar es 34 g.
- III. La masa de urea que se forma es 600 g.

A) VVV      B) FVV      C) FFF      D) VFV      E) VFF

**Solución:**



- I. **FALSO:** El reactivo que se consume primero, es decir, el reactivo limitante es el  $\text{CO}_2$ .

$$\text{CO}_2 : 2(17) \times 10 = 340 \text{ (menor)}$$

Reactivo limitante :  $\text{CO}_2$

$$\text{NH}_3 : 1 \times 374 = 374 \text{ (mayor)}$$

Reactivo en exceso :  $\text{NH}_3$

- II. **VERDADERO:** La masa del reactivo en exceso sin reaccionar es 34 g.

$$m_{\text{NH}_3 \text{ reacciona}} = 10 \text{ mol } \text{CO}_2 \times \frac{2(17) \text{ g } \text{NH}_3}{1 \text{ mol } \text{CO}_2} = 340 \text{ g } \text{NH}_3$$

$$m_{\text{NH}_3 \text{ sin reaccionar}} = m_{\text{NH}_3 \text{ inicial}} - m_{\text{NH}_3 \text{ reacciona}}$$

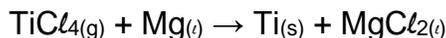
$$m_{\text{NH}_3 \text{ sin reaccionar}} = 374 \text{ g} - 340 \text{ g} = 34 \text{ g}$$

- III. **VERDADERO:** La masa de urea que se forma es 600 g.

$$m_{\text{urea}} = 10 \text{ mol } \text{CO}_2 \times \frac{1(60) \text{ g } \text{NH}_3}{1 \text{ mol } \text{CO}_2} \Rightarrow m_{\text{urea}} = 600 \text{ g}$$

**Rpta.: B**

9. El titanio es un metal fuerte, ligero y resistente a la corrosión, que se utiliza en la construcción de naves espaciales, aviones, motores para aviones y armazones de bicicletas. Se obtiene por la reacción de cloruro de titanio (IV) con magnesio fundido entre 950°C y 1 150°C según la reacción:



Si reacciona 570 g de  $\text{TiCl}_4$  con 192 g de Mg. Determine el porcentaje de rendimiento de la reacción, si en realidad se obtienen 126 g de Ti.

Datos:  $\bar{M}$  (g/mol)  $\text{TiCl}_4 = 190$ ;  $\text{Mg} = 24$  ;  $\text{Ti} = 48$

- A) 80,0      B) 85,5      C) 87,5      D) 90,0      E) 82,5

**Solución:**



Hallando el reactivo limitante:

$$\text{TiCl}_4 : \frac{570 \text{ g}}{190 \text{ g}} = 3,0 \text{ (menor)}$$

Reactivo limitante:  $\text{TiCl}_4$

$$\text{Mg} : \frac{192 \text{ g}}{2(24) \text{ g}} = 4,0 \text{ (mayor)}$$

Reactivo en exceso : Mg

La masa teórica de Ti obtenida es

$$m_{\text{Ti}} = 570 \text{ g TiCl}_4 \times \frac{48 \text{ g Ti}}{190 \text{ g TiCl}_4} \Rightarrow m_{\text{Ti}} = 144 \text{ g Ti}$$

Finalmente:

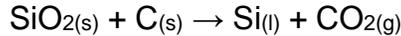
$$\text{Rendimiento porcentual} = \left( \frac{\text{masa real}}{\text{masa teórica}} \right) \times 100$$

$$\text{Rendimiento porcentual} = \left( \frac{126 \text{ g Ti}}{144 \text{ g Ti}} \right) \times 100$$

$$\text{Rendimiento porcentual} = 87,5\%$$

**Rpta.: C**

10. La cuarcita, un mineral que contiene 90 % de  $\text{SiO}_2$  es utilizado como materia prima para obtener silicio de grado electrónico (para el uso en chips y circuitos integrados). En este proceso la cuarcita reacciona con carbono (C) según la siguiente reacción:

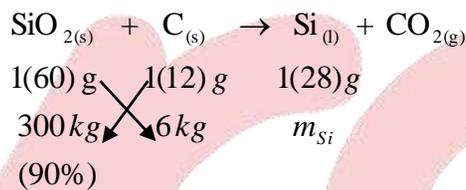


Determinar el rendimiento porcentual de la reacción si se obtuvo 10,5 kg de Silicio a partir de 300 kg de cuarcita con 6 kg de carbono.

Datos:  $M$  (g/mol)  $\text{SiO}_2 = 60$ ;  $\text{C} = 12$  ;  $\text{Si} = 28$

- A) 90,0      B) 85,5      C) 82,5      D) 80,0      E) 75,0

**Solución:**



Hallando el reactivo limitante:

$$\text{SiO}_2 : 300 \times 12 = 3600 \text{ (mayor)}$$

Reactivo en exceso:  $\text{SiO}_2$

$$\text{C} : 60 \times 6 = 360 \text{ (menor)}$$

Reactivo Limitante : C

La masa teórica de Si obtenido es

$$m_{\text{Si}} = 6000 \text{ g C} \times \frac{28 \text{ g Si}}{12 \text{ g C}} \Rightarrow m_{\text{Si}} = 14000 \text{ g Si} \equiv 14 \text{ kg Si}$$

Finalmente:

$$\text{Rendimiento porcentual} = \left( \frac{\text{masa real}}{\text{masa teórica}} \right) \times 100$$

$$\text{Rendimiento porcentual} = \left( \frac{10,5 \text{ kg Si}}{14 \text{ kg Si}} \right) \times 100$$

$$\text{Rendimiento porcentual} = 75,0\%$$

Rpta.: E

## EJERCICIO DE REFORZAMIENTO PARA LA CASA

1. El alcohol cinámico ( $C_9H_{10}O$ ) se utiliza principalmente en perfumería, en especial en la elaboración de jabones y cosméticos. Determine la secuencia correcta de verdadero (V) o falso (F)

Datos:  $\bar{M}$  (g/mol) C = 12; O = 16; H = 1

- I. El porcentaje en masa de C y O en el alcohol cinámico es 11,9 y 80,6 respectivamente.
- II. Existen  $2,4 \times 10^{21}$  moléculas de alcohol cinámico presentes en una muestra de 0,536 g.
- III. Existen  $6,0 \times 10^{25}$  átomos en una muestra de 5 moles de alcohol cinámico.

A) VVV

B) FVV

C) FFF

D) VFV

E) VFF

**Solución:**

- I. **FALSO:** El porcentaje en masa de C y O en el alcohol cinámico es 80,6 y 11,9 respectivamente.

Álcohol cinámico:  $C_9H_{10}O$

$$\bar{M}_{C_9H_{10}O} = \frac{9(12)}{C} + \frac{10(1)}{H} + \frac{1(16)}{O} = 134 \text{ g/mol}$$

$$\text{Porcentaje en masa (C)} = \left( \frac{108 \text{ g C}}{134 \text{ g alcohol}} \right) \times 100 \Rightarrow \% (C) = 80,6$$

$$\text{Porcentaje en masa (O)} = \left( \frac{16 \text{ g O}}{134 \text{ g alcohol}} \right) \times 100 \Rightarrow \% (O) = 11,9$$

- II. **VERDADERO:** Existen  $2,4 \times 10^{21}$  moléculas de alcohol cinámico presentes en una muestra de 0,536 g.

$$N^\circ \text{ moléculas } (C_9H_{10}O) = 0,536 \text{ g } C_9H_{10}O \times \left( \frac{1 \text{ mol } C_9H_{10}O}{134 \text{ g } C_9H_{10}O} \right) \times \left( \frac{6 \times 10^{23} \text{ moléculas } C_9H_{10}O}{1 \text{ mol } C_9H_{10}O} \right)$$

$$N^\circ \text{ moléculas } (C_9H_{10}O) = 2,4 \times 10^{21} \text{ moléculas de } C_9H_{10}O$$

- III. **VERDADERO:** Existen  $6,0 \times 10^{25}$  átomos en una muestra de 5 moles de alcohol cinámico.

$$N^\circ \text{ átomos} = 5 \text{ mol } C_9H_{10}O \times \left( \frac{20 \text{ mol átomos}}{1 \text{ mol } C_9H_{10}O} \right) \times \left( \frac{6 \times 10^{23} \text{ átomos}}{1 \text{ mol átomos}} \right)$$

$$N^\circ \text{ átomos} = 6,0 \times 10^{25} \text{ átomos.}$$

Rpta.: B

2. El etanoato de octilo es el compuesto responsable del olor característico de la naranja. Un análisis de dicho compuesto muestra la siguiente composición porcentual en masa: C: 69,77%; H: 11,63%; y O: 18,60%. Calcule su fórmula molecular si su masa molar es 172 g/mol.

Datos:  $\bar{M}$  (g/mol) C = 12; O = 16; H = 1

- A)  $C_{12}H_{12}O_2$     B)  $C_{12}H_{12}O_4$     C)  $C_5H_{10}O_2$     D)  $C_{11}H_{24}O_2$     E)  $C_{10}H_{20}O_2$

**Solución:**

Asumiendo 100 g de etanoato de octilo, se tiene:

Elemento	Porcentaje (%)	Masa (g)	N° moles	Dividir entre el menor	Fórmula Empírica (F.E.)
C	69,77	69,77	$69,77 / 12 = 5,81$	$5,81 / 1,16 = 5$	$C_5H_{10}O$
H	11,63	11,63	$11,63 / 1 = 11,63$	$11,63 / 1,16 = 10$	
O	18,60	18,60	$18,60 / 16 = 1,16$	$1,16 / 1,16 = 1$	

Para determinar la fórmula molecular (F.M.):

$$M_{\text{molar}} (F.E.) = 5(12) + 10(1) + 16 = 86 \text{ g/mol}$$

$$M_{FE} = K \times M_{FM} \Rightarrow 172 \text{ g/mol} = K \times 86 \text{ g/mol} \Rightarrow K = 2$$

$$FM = K \times FE \Rightarrow FM = C_{10}H_{20}O_2$$

Rpta.: E

3. El octano ( $C_8H_{18}$ ) es uno de los componentes de la gasolina, este reacciona con el oxígeno para formar  $CO_2$  y agua. En cierta prueba, se quemó 1,14 galones de octano en un motor y la masa de  $CO_2$  que se produjo fue de 7,5 kg. Calcule el rendimiento porcentual de la reacción.

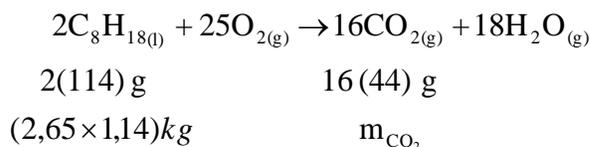
Datos:  $\rho_{\text{octano}} = (2,65 \text{ kg/gal})$ ;  $\bar{M}$  (g/mol)  $C_8H_{18} = 114$ ;  $CO_2 = 44$

- A) 86,0    B) 91,5    C) 97,0    D) 80,4    E) 75,0

**Solución:**

Al quemarse 1,14 galones de octano, la masa de octano que se quema sería

$$\rho = \frac{m}{v} \Rightarrow 2,65 \frac{\text{kg}}{\text{gal}} \times 1,14 \text{ gal} = m_{\text{octano}}$$



$$m_{\text{CO}_2} = (2,65 \times 1,14) \text{ kg } \text{C}_8\text{H}_{18} \times \frac{16(44) \text{ g } \text{CO}_2}{2(114) \text{ g } \text{C}_8\text{H}_{18}} = 9,328 \text{ kg } \text{CO}_2.$$

Finalmente:

$$\text{Rendimiento porcentual} = \left( \frac{\text{masa real}}{\text{masa teórica}} \right) \times 100$$

$$\text{Rendimiento porcentual} = \left( \frac{7,5 \text{ kg } \text{CO}_2}{9,3 \text{ kg } \text{CO}_2} \right) \times 100$$

$$\text{Rendimiento porcentual} = 80,4\%$$

Rpta.: D

4. Se produce  $\text{CO}_2$  mediante el tratamiento de piedra caliza, que contienen 70% de  $\text{CaCO}_3$ , con ácido sulfúrico ( $\text{H}_2\text{SO}_4$ ) según la reacción:



Si reaccionan 160 g de piedra caliza y con 98 g de ácido. Determine el porcentaje de rendimiento de la reacción, si se obtuvo 21 L de  $\text{CO}_2$  medidos a condiciones normales.

Datos:  $\bar{M}$  (g/mol)  $\text{CaCO}_3 = 100$ ;  $\text{H}_2\text{SO}_4 = 98$

- A) 96,75      B) 95,25      C) 94,75      D) 92,50      E) 93,75

**Solución:**



$$\text{RE} \qquad 1(100) \text{ g} \quad 1(98) \text{ g} \qquad \qquad 1(22,4) \text{ L}$$

$$\text{Dato} \qquad 160 \text{ g} \quad 98 \text{ g} \qquad \qquad V_{\text{CO}_2}$$

$$(70\%)$$

Hallando el reactivo limitante:

$$\text{CaCO}_3 : \frac{0,7 \times 160 \text{ g}}{100 \text{ g}} = 1,12 \text{ (mayor)}$$

$$\text{H}_2\text{SO}_4 : \frac{98 \text{ g}}{98 \text{ g}} = 1 \text{ (menor)}$$

Reactivo en exceso:  $\text{CaCO}_3$

Reactivo Limitante:  $\text{H}_2\text{SO}_4$

El volumen de  $\text{CO}_2$  obtenido producto de la reacción es



3. En las plantas, los tejidos adultos se forman a partir de tejidos embrionarios o meristemáticos. Esto implica que la célula meristemática (célula joven no diferenciada) luego de dividirse realiza un proceso de diferenciación celular para convertirse en una célula madura especializada. Mientras esta célula no se separe de la planta verá retardado su proceso de envejecimiento natural (senescencia). Tomando en cuenta los procesos descritos, indique las principales fitohormonas que participan en dichos procesos.
- A) IAA y ácido giberélico  
B) ABA y etileno  
C) Giberelinas y ABA  
D) Citocininas y etileno  
E) Auxinas y citocininas.

**Solución:**

Las citocininas estimulan la división celular en presencia de auxinas, además de retardar el envejecimiento (senescencia) en las células vegetales, si estas se separan de la planta pierden su suministro de citocininas, así que envejecen más rápido y mueren. Las citocininas también promueven la diferenciación celular proceso en el cual células jóvenes no especializadas se convierten en células maduras especializadas.

**Rpta.: E**

4. Como parte de sus actividades en el curso de Biología, Juan colocó 2 granos de maíz en un vaso con algodón húmedo, a los pocos días notó que de cada grano crecía una raíz, además le llamó la atención que el volumen del grano se reducía a medida que la raíz crecía más con el paso de los días. Al consultarle a su profesor este le indica que para la formación y el crecimiento de la raíz la semilla tuvo que hidrolizar sus glúcidos de reserva, lo cual explica la reducción de su volumen. ¿Qué sustancias están implicadas en este proceso?
- A) Citocininas y proteasas  
B) Giberelinas y amilasas  
C) Auxinas y glucosidasas  
D) ABA y glucosidasas  
E) GA<sub>3</sub> y celulasas

**Solución:**

En el proceso de germinación el embrión de la semilla libera ácido giberélico (GA<sub>3</sub>) el cual promueve la síntesis de enzimas amilasas las cuales hidrolizan el almidón almacenado en el endospermo de la semilla para que sea utilizado por el embrión y pueda desarrollar una raíz embrionaria que es lo primero que brota de la semilla cuando está germinando.

**Rpta.: B**

5. Durante el embarazo, las glándulas mamarias crecen por acción de estrógenos, progesterona y prolactina. Luego del parto, el desprendimiento de la placenta disminuye los niveles de hormonas sexuales, lo que permite el inicio de la síntesis de leche o lactogénesis por parte de los altos niveles de prolactina. Para la síntesis y salida de la leche también es importante la succión que ejerce el bebé en el pezón. En base a lo indicado en el texto coloque verdadero (V) o falso (F) donde corresponda y marque la alternativa correcta.

- ( ) Las hormonas sexuales placentarias inhiben la acción lactogénica de la prolactina.  
 ( ) La succión del pezón estimula la secreción de oxitocina.  
 ( ) La succión del pezón estimula la secreción de prolactina.  
 ( ) La succión del pezón no estimula al hipotálamo.
- A) VFVF      B) VVfV      C) VVVF      D) FVVF      E) FVVV

**Solución:**

Durante el embarazo la prolactina contribuye al crecimiento de las glándulas mamarias pero su función formadora de leche (lactogénica) es inhibida por hormonas sexuales placentarias, por eso cuando esta se desprende totalmente del útero luego de 20 a 30 horas los niveles altos de prolactina inician la lactogénesis. La succión que ejerce la boca del bebé sobre el pezón genera impulsos nerviosos que estimulan en el hipotálamo la liberación de oxitocina, que provoca salida o eyección de la leche, y la menor secreción de dopamina, que bloquea la liberación de prolactina en la adenohipófisis.

**Rpta.: C**

6. Mariela piensa consumir los denominados “anabólicos” para incrementar su masa muscular y mejorar su rendimiento deportivo. Al investigar sobre el tema descubre que son hormonas sintéticas, además encuentra tres hormonas del cuerpo relacionadas con incremento del desarrollo corporal: Una de 191 aminoácidos, otra formada a partir del aminoácido tirosina y otra formada a partir del colesterol. También lee sobre los efectos masculinizantes y otros riesgos para la salud por el abuso de estos “anabólicos”. En base a lo descrito en el texto señale
- a. ¿Qué tipos de hormonas son, respectivamente, las tres en las que se interesó Mariela?  
 b. Los “anabólicos” son versiones sintéticas de la hormona \_\_\_\_\_.
- A) a: Oligopéptido, proteína y esteroide, b: Testosterona  
 B) a: Amina, esteroide y oligopeptido, b: Estrógeno  
 C) a: Esteroide, oligopéptido y amina, b: Progesterona  
 D) a: Proteína, amina y esteroide, b: Testosterona  
 E) a: Amina, proteína y oligopeptido, b: Estrógeno

**Solución:**

Una hormona de 191 aminoácidos es una proteína que, por relacionarse con el desarrollo corporal, se trataría de la SH o somatotropina. Una hormona derivada de un aminoácido como la tirosina es una amina, y una hormona formada a partir del colesterol es un esteroide. Los “anabólicos” son versiones sintéticas de la testosterona por lo cual también se denominan “esteroides anabólicos”, se desarrollaron en la década de los treinta con fines terapéuticos pero luego de descubrirse que también facilitan el desarrollo muscular, empezaron a ser utilizados por atletas. El abuso de estas sustancias provoca problemas cardiovasculares, hepáticos, dérmicos y psicológicos, además en mujeres provoca efectos masculinizantes (androgénicos o virilizantes).

**Rpta.: D**

7. Uno de los mecanismos de acción hormonal es la unión de la hormona a un receptor intracelular formando un complejo hormona-receptor que activa genes cuya expresión genera el efecto de la hormona en la célula. Un tratamiento contra el cáncer de mama consiste en el uso de tamoxifeno, un medicamento que se une a receptores hormonales intracelulares evitando la formación del complejo, la expresión de genes y la división de la célula tumoral. Considerando lo descrito en el texto señale la hormona cuyo efecto se verá inhibido por el tamoxifeno.
- A) Adrenalina  
D) Oxitocina
- B) Prolactina  
E) Estrógeno
- C) Somatotropina

**Solución:**

Si el tamoxifeno se une a receptores intracelulares de la célula tumoral entonces solo inhibirá a aquella hormona que puede ingresar a la célula blanco, las cuales son hormonas tiroideas y esteroideas, como el estrógeno.

**Rpta.: E**

8. La hipertensión arterial es un importante factor que contribuye a desarrollar insuficiencia cardiaca (incapacidad del corazón para bombear la sangre necesaria). Se sabe que un hombre mayor de 40 años con presión arterial mayor de 160/90 tiene doble riesgo de padecer insuficiencia cardiaca que otro hombre con presión menor de 140/90. Considerando que el aumento de la presión depende directamente del aumento del volumen sanguíneo y este a su vez del aumento en su contenido de agua y sodio, ¿Qué hormonas convendría inhibir en un tratamiento contra la hipertensión arterial?
- A) Timosina y adrenalina  
C) Paratohormona y FSH  
E) Adrenalina y oxitocina
- B) Vasopresina y aldosterona  
D) Aldosterona y melatonina

**Solución:**

Algunos tratamientos contra la hipertensión arterial emplean diuréticos o promotores de la pérdida de agua por la orina. Hay diuréticos que inhiben a las hormonas que estimulan la reabsorción de agua y sodio hacia la sangre desde los túbulos del nefrón. Dos de estas hormonas son la vasopresina (ADH) y la aldosterona que provocan reabsorción de agua en tubo contorneado distal, la aldosterona además provoca reabsorción de sodio y pérdida de potasio por la orina.

**Rpta.: B**

9. Los padres de Jovit, de 11 años, notan que tiene estatura baja y no crece al mismo ritmo que otros niños de su edad. Acuden a un endocrinólogo quien luego de analizarlo le detecta una baja producción de hormonas que promuevan el desarrollo muscular y óseo por lo que recomienda iniciar un tratamiento. Este déficit hormonal podría deberse a que no produce suficiente hormona \_\_\_\_\_ ya que no reciben la debida estimulación química por parte de \_\_\_\_\_.
- A) TSH – la tiroides  
D) SH – la pituitaria
- B) SH – la neurohipófisis  
E) ACTH – el infundíbulo
- C) SH – el hipotálamo

**Solución:**

Para incrementar la estatura de un niño que sufre déficit de hormona del crecimiento se puede realizar una terapia administrándole una versión sintética de la hormona del crecimiento SH (GH o somatotropina). El déficit de SH puede deberse a que las



12. En páncreas humano, los islotes pancreáticos o de Langerhans, poseen las células A ( $\alpha$ ) reproducen glucagón y las células B ( $\beta$ ) reproducen insulina, estas son hormonas de efecto antagónico cuya acción coordinada mantiene un nivel normal de glucosa en la sangre. Si en la enfermedad de Von Gierke el paciente carece de una enzima necesaria para convertir el glucógeno hepático en glucosa entonces esto provocará
- A) hipoglicemia, por incremento de la acción del glucagón.
  - B) hiperglicemia, por incremento de la acción de la insulina.
  - C) hipoglicemia, porque se reduce la acción del glucagón.
  - D) hiperglicemia, porque se reduce la acción de la insulina.
  - E) hipoglicemia, porque se reduce la acción de la insulina.

**Solución:**

En la enfermedad de Von Gierke el paciente carece de la enzima glucosa-6-fosfatasa, necesaria en el último paso de la glucogenólisis hepática (degradar glucógeno hasta glucosa) y la gluconeogénesis (síntesis de glucosa). Por lo tanto el glucagón, de acción hiperglicemiante, ve reducida su acción ya que no puede formar glucosa a partir de glucógeno para liberarlo a la sangre de modo que se reduce el nivel de glucosa sanguínea (hipoglicemia).

**Rpta.: C**

13. Los elementos celulares del sistema inmunológico cumplen diversas funciones como la fagocitosis de antígenos, activación de células inmunológicas, destrucción de células infectadas y extrañas, y producción de inmunoglobulinas. Si luego del trasplante de un órgano el paciente manifiesta un rechazo agudo que se le atribuye a células asesinas y anticuerpos del paciente, ¿qué elementos celulares del sistema inmunológico del paciente están implicados en este rechazo?
- A) Linfocitos T y plasmocitos.
  - B) Macrófagos y neutrófilos.
  - C) Células plasmáticas y eosinófilos.
  - D) Plasmocitos y linfocitos B.
  - E) Monocitos y linfocitos T.

**Solución:**

Si en un rechazo agudo participan células asesinas y anticuerpos, los elementos celulares implicados son los linfocitos T8 asesinos o citotóxicos que destruyen células infectadas, tumorales y trasplantadas, también participan los plasmocitos o células plasmáticas, derivadas del linfocito B, las cuales son las únicas células del organismo que producen anticuerpos.

**Rpta.: A**

14. En la respuesta inmunológica cuando el linfocito T4 auxiliar se une a los antígenos de la membrana del fagocito, empieza a liberar moléculas que activan a otros linfocitos como los linfocitos T8 citotóxicos y los linfocitos B. Teniendo en cuenta la función que están realizando las moléculas liberadas por el linfocito T4 auxiliar se puede afirmar que estas son un tipo de
- A) Globulina
  - B) Monoquina
  - C) Linfoquina
  - D) Complemento
  - E) Aglutinógeno

**Solución:**

Las moléculas liberadas por el linfocito T4 auxiliar son denominadas interleucinas de tipo 2 que por participar en la comunicación entre linfocitos, como factores de activación, promoviendo la proliferación de otros linfocitos, son consideradas un tipo de citoquinas que, cuando son liberadas por linfocitos, se denominan linfoquinas.

**Rpta.: C**

15. Megan lleva a su hijo al centro médico para que le apliquen la vacuna contra el sarampión. El médico le indica que es posible que en algunos días manifieste los síntomas de la enfermedad, pero más leves y de corta duración, debido a la composición de la vacuna, además el niño ya no sufrirá probablemente de sarampión durante su vida. De lo señalado en el texto se puede inducir que los síntomas se deben a que la vacuna está compuesta por \_\_\_\_\_ y el niño ya no sufrirá sarampión porque adquirió inmunidad \_\_\_\_\_.

- A) anticuerpos contra el virus del sarampión – activa natural
- B) toxinas atenuadas producidas por el virus – pasiva artificial
- C) genes del nucleoide del sarampión – activa artificial
- D) interferones contra el sarampión – pasiva natural
- E) virus vivos atenuados del sarampión – activa artificial

**Solución:**

La vacuna provoca leves síntomas del sarampión, como fiebre y a veces erupciones rojizas en la piel, debido a que está constituida por virus vivos pero atenuados del sarampión, además otra consecuencia de la vacuna es que el niño ya no sufrirá la enfermedad al exponerse a virus activos del sarampión ya que adquirió inmunidad activa artificial.

**Rpta.: E**

SAN MARCOS